

**UNIVERSIDADE DE LISBOA**

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**



**LISBOA**

UNIVERSIDADE  
DE LISBOA

**Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática em  
contexto educativo**

Liliana Teresa Neto Carvalho

**DISSERTAÇÃO**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

Área de especialização em Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação

2013

**UNIVERSIDADE DE LISBOA**

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**



**LISBOA**

UNIVERSIDADE  
DE LISBOA

**Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática em  
contexto educativo**

Liliana Teresa Neto Carvalho

**DISSERTAÇÃO orientada pelo Professor Doutor João Filipe Matos**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

2013

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor Doutor João Filipe Matos pelas suas palavras de incentivo e disponibilidade. As suas sugestões e críticas construtivas foram essenciais para a concretização deste trabalho.

À Carla e à Teresa pela amizade, apoio, disponibilidade e palavras de estímulo.

À Jaqueline Cruz pela troca de ideias e palavras de incentivo.

Aos meus alunos, participantes neste estudo, por terem colaborado nesta investigação e pelo interesse e empenho que demonstraram.

À Hélia, pelo auxílio na tradução do resumo para o inglês.

Aos meus professores e colegas de mestrado pelos momentos de partilha de experiências e, em especial, à Joana, a minha amiga, que comigo realizou muitos trabalhos de grupo durante a parte curricular.

Ao Paulo e ao Romeu pelo apoio informático.

Um agradecimento muito especial à minha amiga Filipa, pelo apoio, disponibilidade, palavras de incentivo e carinho, que me fez acreditar sempre que era possível.

Aos meus pais e irmã pelo apoio e carinho que sempre me deram ao longo da realização deste trabalho.



## Resumo

O estudo pretende compreender como é que um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), como complemento ao ensino presencial, constitui um elemento relevante para a aprendizagem dos alunos em Matemática. Pretende-se, por isso, analisar como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos no AVA, descrever a perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática e compreender como é que a sua utilização, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, contribui para a aprendizagem da Matemática. Neste estudo participaram alunos de duas turmas do 8º ano de escolaridade.

Na presente investigação, opta-se por uma abordagem de estudo de caso, através de recolha e análise de dados qualitativos e quantitativos numa perspetiva de métodos mistos. Os instrumentos utilizados para a recolha de dados foram os questionários, os registos automáticos do AVA, as entrevistas em grupo focado, a observação e documentos escritos. Recorre-se à análise de conteúdo das transcrições das entrevistas e dos documentos escritos. Aos dados obtidos a partir dos questionários e dos registos automáticos do AVA foi feito um tratamento estatístico.

Os resultados evidenciam que o AVA, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, motivou e contribuiu para a aprendizagem colaborativa da Matemática, quer através das interações entre os alunos, destes com a professora e com os conteúdos, quer através de propostas de trabalho colaborativo que incentivaram o debate, a partilha e a troca de ideias. Tal contribuiu para a construção do conhecimento geométrico e algébrico, do desenvolvimento do raciocínio e da comunicação matemática. O envolvimento e desempenho dos alunos nas tarefas propostas no AVA refletiu-se na aprendizagem em sala de aula.

**Palavras-chave:** Ambiente virtual de aprendizagem, *GeoGebra*, *applets*, ensino e aprendizagem da Matemática, aprendizagem colaborativa, interação.



## Abstract

This study attempts to understand how a Virtual Learning Environment (VLE), as a complement to the classroom teaching, is a relevant element to the students learning of Mathematics. The aim is to analyse how the students collaborate and interact with each other, with the teacher and with the contents in the VLE. It is also intended to describe the students' perception about the impact on the use of VLE in the learning of Mathematics and to understand how the use of this method, that integrates an environment of dynamic geometry and applets, contributes to the learning of Mathematics. Two classes of the 8<sup>th</sup> grade have participated in this study.

In the present investigation, the option is given to an approach through a case study and through the collection and data analysis, qualitative and quantitatively, in a perspective of mixed methods. Questionnaires, automatic registration, focus group interviews, observation and written documents were the tools to collect data. An analysis of the content of interviews transcriptions and written documents was also used. A statistic treatment was made with the results obtained in the questionnaires and automatic registrations of VLE.

The results show that the VLE that integrates a dynamic geometry environment and applets has motivated and contributed to the Mathematics collaborative learning either through the interactions among students, these ones with the teacher and with the contents or through the proposals of collaborative work that have encourage the debate, the sharing and the exchange of ideas. These situations have contributed to the construction of geometric and algebraic knowledge, to the development of the reasoning and to mathematics communication. The engagement and the performance of the students in the tasks proposed in the VLE had its impact in the learning in the classroom.

Key Words - Virtual Learning Environment, GeoGebra, Applets, Teaching and Learning Mathematics, Collaborative Learning, Interaction



## Índice Geral

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA.....</b>	<b>5</b>
<b>OBJETIVOS E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO.....</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO 2 - CAMPO TEÓRICO .....</b>	<b>9</b>
<b>AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>AS TIC NA EDUCAÇÃO.....</b>	<b>10</b>
<b>AS TIC E O ENSINO DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>20</b>
<b>INTERNET NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>25</b>
<b>AS TIC NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA .....</b>	<b>27</b>
<b>O CURRÍCULO E O PROGRAMA DE MATEMÁTICA: ASPETOS GERAIS E RELAÇÕES COM AS TIC .....</b>	<b>35</b>
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>40</b>
<b>Ambiente virtual de aprendizagem .....</b>	<b>40</b>
<b>CONCEÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA .....</b>	<b>45</b>
<b>PROCESSO DE CONCEÇÃO.....</b>	<b>45</b>
<b>FINALIDADE DO DESENVOLVIMENTO DO AVA .....</b>	<b>46</b>
<b>OBJETIVOS DO AVA.....</b>	<b>47</b>
<b>ORGANIZAÇÃO E RECURSOS DO AVA .....</b>	<b>47</b>
<b>EXEMPLOS DE AVA’S .....</b>	<b>52</b>
<b>APRENDIZAGEM COLABORATIVA NUM AVA .....</b>	<b>57</b>
<b>APRENDIZAGEM COLABORATIVA NUM AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>66</b>
<b>INTERAÇÕES NUM AVA .....</b>	<b>71</b>
<b>OBJETOS DE APRENDIZAGEM NUM AVA.....</b>	<b>80</b>
<b>ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA UTILIZANDO <i>APPLETS</i>, COMO ARTEFACTOS MEDIADORES, INTEGRADOS NUM AVA .....</b>	<b>85</b>
<b>Construção e alteração/modificação de <i>applets</i> no <i>GeoGebra</i> .....</b>	<b>85</b>
<b><i>Applets</i>, papel das tarefas e dos professores num AVA .....</b>	<b>85</b>
<b>ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA UTILIZANDO UM AVA E O <i>GEOGEBRA</i> NELE INTEGRADO COMO ARTEFACTOS MEDIADORES .....</b>	<b>91</b>
<b>Ambiente de Geometria Dinâmica.....</b>	<b>91</b>
<b><i>GeoGebra</i>: características e utilização no ensino e aprendizagem da Matemática.....</b>	<b>95</b>
<b>AVA e o <i>GeoGebra</i>.....</b>	<b>98</b>
<b>O ensino e a aprendizagem da Matemática utilizando o <i>GeoGebra</i> integrado num AVA .....</b>	<b>101</b>
<b>CAPÍTULO 4 - CAMPO EMPÍRICO E METODOLOGIA .....</b>	<b>106</b>
<b>PROBLEMA E OBJETIVOS DA INVESTIGAÇÃO.....</b>	<b>106</b>
<b>ABORDAGEM METODOLÓGICA DA INVESTIGAÇÃO .....</b>	<b>108</b>
<b><i>DESIGN</i> DE INVESTIGAÇÃO.....</b>	<b>113</b>
<b>SELEÇÃO DOS PARTICIPANTES.....</b>	<b>118</b>
<b>CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES NO ESTUDO.....</b>	<b>118</b>
<b>Relação dos alunos com a Matemática .....</b>	<b>119</b>
<b>Uso do Computador e da <i>internet</i> fora da aula .....</b>	<b>122</b>
<b>O uso do computador e da <i>internet</i> nas aulas.....</b>	<b>127</b>
<b>INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS, SUA ELABORAÇÃO E VALIDAÇÃO .....</b>	<b>130</b>
<b>Observação.....</b>	<b>132</b>
<b>O inquérito por questionário .....</b>	<b>134</b>
<b>Questionário Inicial.....</b>	<b>137</b>
<b>Questionário Final.....</b>	<b>139</b>
<b>Entrevistas.....</b>	<b>140</b>
<b>Análise Documental .....</b>	<b>143</b>
<b>Artefactos produzidos pelos alunos .....</b>	<b>143</b>
<b>Registos automáticos de dados .....</b>	<b>143</b>

Diário de Bordo.....	144
<b>CAPÍTULO 5 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....</b>	<b>146</b>
<b>COMO COLABORAM E INTERAGEM OS ALUNOS ENTRE SI, COM A PROFESSORA E COM OS CONTEÚDOS NO AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM? .....</b>	<b>150</b>
Interação desenvolvida no AVA .....	150
Interação aluno(s)-aluno(s) .....	151
Caracterização das publicações em fóruns de discussão relativamente à frequência .....	152
Interação professora-aluno(s).....	157
Interação aluno(s)-conteúdos .....	161
Presença Social no AVA.....	166
Colaboração .....	169
<b>QUAL A PERCEÇÃO DOS ALUNOS SOBRE O IMPACTO DA UTILIZAÇÃO DO AVA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA? .....</b>	<b>173</b>
Perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática.....	173
<b>COMO É QUE A UTILIZAÇÃO DO AVA, COMO COMPLEMENTO AO ENSINO PRESENCIAL, INTEGRANDO UM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA E APPLETS, CONTRIBUI PARA A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA?.....</b>	<b>182</b>
Tarefas realizadas no âmbito da investigação .....	183
Resultados relativos aos artefactos realizados e publicados pelos alunos no AVA.....	185
Tarefas de Isometrias .....	188
Tarefas do tema Funções.....	205
Tarefa 1 – Tarifário de telemóveis .....	206
Tarefa 2 – Azulejos .....	208
Tarefa 3 – Função Afim.....	214
Tarefa 4 – Consumo de Água .....	223
Reflexões dos alunos sobre as tarefas desenvolvidas .....	230
Fórum de dúvidas de Isometrias e de Funções .....	232
Fórum “A influência dos parâmetros $k$ e $b$ no gráfico de uma função afim” .....	235
Fórum “Investigando Dízimas” .....	241
Implicações do AVA na aprendizagem da Matemática.....	244
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES.....</b>	<b>247</b>
<b>COMO COLABORAM E INTERAGEM OS ALUNOS ENTRE SI, COM A PROFESSORA E COM OS CONTEÚDOS NO AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM? .....</b>	<b>247</b>
<b>QUAL A PERCEÇÃO DOS ALUNOS SOBRE O IMPACTO DA UTILIZAÇÃO DO AVA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA? .....</b>	<b>249</b>
<b>COMO É QUE A UTILIZAÇÃO DO AVA, COMO COMPLEMENTO AO ENSINO PRESENCIAL, INTEGRANDO UM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA E APPLETS, CONTRIBUI PARA A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA? .....</b>	<b>251</b>
<b>LIMITAÇÕES DO ESTUDO .....</b>	<b>254</b>
<b>SUGESTÕES PARA FUTURAS INVESTIGAÇÕES .....</b>	<b>255</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>257</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>276</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: <i>Layout</i> Matemática 8º ano.....	48
Figura 2: <i>Layout</i> do tema isometrias.....	49
Figura 3: <i>Layout</i> do tema funções.....	49
Figura 4: Tipos de Interação (adaptado de Garrison & Anderson, 2003, p. 43).....	74
Figura 5: Imagem predefinida do ecrã do <i>GeoGebra</i> , mostrando a janela algébrica e a geométrica.....	96
Figura 6: Distribuição dos participantes por género.....	119
Figura 7: Distribuição das idades dos alunos.....	119
Figura 8: Número de horas semanais dedicado ao estudo da Matemática.....	120
Figura 9: Opinião dos alunos sobre o grau de dificuldade da disciplina de matemática.....	120
Figura 10: Causas das dificuldades dos alunos a matemática.....	121
Figura 11: Níveis dos alunos a matemática no 3º período no 7º ano.....	121
Figura 12: Local e frequência de utilização do computador pelos alunos.....	123
Figura 13: Finalidade e frequência com que os alunos utilizam o computador.....	124
Figura 14: Local e frequência com que os alunos acedem a sites educativos.....	124
Figura 15: Tipo de sites educativos e frequência com que os alunos lhes acedem.....	125
Figura 16: Objetivo e frequência com que os alunos acedem a sites educativos.....	125
Figura 17: Número de alunos registados na plataforma Moodle da escola.....	126
Figura 18: Finalidade e frequência com que os alunos utilizam a plataforma.....	127
Figura 19: Uso do computador nas diferentes disciplinas.....	127
Figura 20: Caracterização dos alunos quanto ao gosto pela utilização dos computadores nas aulas.....	128
Figura 21: Finalidade com que os alunos utilizam o computador/internet nas aulas.....	129
Figura 22: Grau de importância atribuído pelos alunos ao uso do computador, da internet e das novas tecnologias na disciplina de Matemática.....	129
Figura 23: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão.....	153
Figura 24: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão.....	153
Figura 25: Comparação das entradas dos alunos nos fóruns de discussão com e sem posts.....	154
Figura 26: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação entre alunos quando recorrem às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA.....	155
Figura 27: Interação aluno(s)-aluno(s).....	156
Figura 28: Interação aluno(s)-aluno(s).....	156

Figura 29: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação entre professora-aluno quando recorrem às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA .....	158
Figura 30: Interação professora-alunos no fórum “Dúvidas de Funções” .....	159
Figura 31: Interação entre os alunos e a professora na Tarefa 3.....	161
Figura 32: Distribuição das interações dos alunos com os conteúdos de isometrias e funções .....	164
Figura 33: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação dos alunos com os conteúdos quando utilizam o AVA.....	164
Figura 34: Presença social na categoria afetiva .....	167
Figura 35: Presença social nas categorias comunicação aberta e na coesivo.....	167
Figura 36: Presença social nas categorias: comunicação aberta, afetiva e coesivo.....	168
Figura 37: Colaboração nas subcategorias: participação na tarefa, partilha e troca de ideias, autonomia e espírito crítico do grupo na resolução das tarefas, comunicação matemática e construção do conhecimento .....	172
Figura 38: Caracterização dos alunos quanto ao gosto pela utilização da plataforma moddle para realizar as tarefas em grupo a distância .....	174
Figura 39: Local e frequência de acesso dos alunos ao ambiente virtual de aprendizagem.....	174
Figura 40: Grau de importância atribuída pelos alunos à utilização do AVA como complemento ao ensino presencial, como forma de estimular e favorecer o processo de ensino. ....	175
Figura 41: Caracterização dos alunos quanto ao aumento da motivação para desenvolver e construir os seus conhecimentos relativos às unidades didáticas abordadas no AVA. ....	176
Figura 42: Importância da utilização do AVA para a partilha de informação e construção de conhecimento partilhado .	176
Figura 43: Importância da utilização do AVA no processo de aprendizagem.....	177
Figura 44: Interação professora-alunos para esclarecimento de dúvidas e superar problemas de software ao grupo G no fórum F .....	193
Figura 45: Resolução da pergunta 1.1 pelo grupo G .....	196
Figura 46: Pavimentações construídas numa applet <sup>21</sup> pelo grupo G .....	196
Figura 47: Interação entre os alunos e a professora para esclarecimento de dúvidas. ....	197
Figura 48: Resolução da alínea 1.3 da Tarefa 4 pelo grupo G <sub>9</sub> .....	198
Figura 49: Resolução da alínea 1.3 da Tarefa 4 pelo grupo G <sub>4</sub> .....	198
Figura 50: Resolução da questão 1.2 apresentada pelo grupo G <sub>5</sub> . ....	207
Figura 51: Resolução da questão 1.2 apresentada pelo grupo G <sub>2</sub> . ....	207
Figura 52: Resolução da questão 1.4 apresentada pelo grupo G <sub>6</sub> . ....	207
Figura 53: Resolução da questão 1.6. apresentada pelo grupo G <sub>6</sub> . ....	208
Figura 54: Resolução da questão 1.1 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G <sub>1</sub> .....	209
Figura 55: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G <sub>5</sub> .....	209
Figura 56: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G <sub>13</sub> .....	209

Figura 57: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_9$ .....	210
Figura 58: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_1$ .....	210
Figura 59: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_5$ .....	210
Figura 60: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.5 da Tarefa 2- Azulejos.....	211
Figura 61: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_1$ .....	211
Figura 62: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_{11}$ .....	211
Figura 63: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_{12}$ .....	212
Figura 64: Resolução da questão 1.7 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_6$ .....	212
Figura 65: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo $G_{12}$ .....	213
Figura 66: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.10 da Tarefa 2- Azulejos.....	214
Figura 67: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.2 (i) da Tarefa 3 –Função Afim. ..	216
Figura 68: Resolução da questão 1.2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_9$ .....	216
Figura 69: Resolução da questão 1.2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_3$ .....	217
Figura 70: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_{12}$ .....	217
Figura 71: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_{12}$ .....	218
Figura 72: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_9$ .....	218
Figura 73: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_1$ .....	219
Figura 74: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Linear e Função Afim pelo grupo $G_6$ .....	219
Figura 75: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_2$ .....	220
Figura 76: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_1$ .....	221
Figura 77: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_6$ .....	221
Figura 78: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_{10}$ .....	221
Figura 79: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_6$ .....	222
Figura 80: Resolução da questão 7 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_2$ .....	222
Figura 81: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_1$ .....	223
Figura 82: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_9$ .....	223
Figura 83: Referência à importância atribuída ao fórum de dúvidas na resolução da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo $G_6$ .....	223
Figura 84: Resolução da questão 1.1 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo $G_2$ .....	224
Figura 85: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo $G_4$ .....	224
Figura 86: Resolução da questão 1.5 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo $G_5$ .....	225
Figura 87: Resolução da questão 1.5 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo $G_6$ .....	225

Figura 88: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>9</sub> .....	225
Figura 89: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>13</sub> .....	225
Figura 90: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>13</sub> .....	226
Figura 91: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>12</sub> .....	226
Figura 92: Interação professora-alunos no esclarecimento de dúvidas nas questões 1.9 e 2 da Tarefa 4- Consumo de Água .....	227
Figura 93: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>12</sub> .....	227
Figura 94: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>13</sub> .....	227
Figura 95: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>8</sub> .....	228
Figura 96: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>2</sub> .....	228
Figura 97: Resolução da questão 3.1 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>3</sub> .....	228
Figura 98: Resolução da questão 3.2 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>7</sub> .....	229
Figura 99: Resolução da questão 3.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>9</sub> .....	229
Figura 100: Resolução da questão 3.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>11</sub> .....	229
Figura 101: Resolução da questão 3.4 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G <sub>3</sub> .....	229
Figura 102: Reflexão do grupo G <sub>12</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 2 – Frisos .....	230
Figura 103: Reflexão do grupo G <sub>4</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 3 – Rosáceas .....	231
Figura 104: Reflexão do grupo G <sub>3</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 4 - Pavimentações.....	231
Figura 105: Reflexão do grupo G <sub>5</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 4 -.....	231
Figura 106: Reflexão do grupo G <sub>8</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 2 - Azulejos. ....	231
Figura 107: Reflexão do grupo G <sub>1</sub> sobre o que aprenderam na Tarefa 3 – Função Afim.....	231
Figura 108: Interação professora-alunos no esclarecimento de dúvidas.....	234
Figura 109: Applet integrada no fórum “A influência dos parâmetros k e b no gráfico de uma função afim”.....	235
Figura 110: Interação entre os alunos durante investigação no fórum “A Influência dos parâmetros k e b na função afim $y=kx+b$ .....	239
Figura 111: Síntese do assunto discutido no fórum F <sub>3</sub> pelo grupo G <sub>6</sub> .....	240
Figura 112: Síntese do assunto discutido no fórum F <sub>3</sub> pelo aluno G <sub>13</sub> .....	240
Figura 113: Interação e colaboração dos grupos no fórum “Investigando Dízimas”.....	243

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Forma como os alunos se consideravam à disciplina de Matemática .....	122
Tabela 2: Gosto pela disciplina de Matemática manifestado pelos alunos .....	122
Tabela 3: Alunos com computador em casa .....	122
Tabela 4: Alunos com computador em casa com ou sem ligação à internet.....	122
Tabela 5: Caracterização dos alunos relativamente ao gosto de utilizar o computador.....	123
Tabela 6: Frequência com que os alunos acedem à plataforma .....	126
Tabela 7: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão .....	152
Tabela 8: Número total de interações com cada conteúdo.....	162
Tabela 9: Problemas e frequência no acesso ao AVA durante a realização das tarefas.....	175
Tabela 10: Análise estatística da pergunta sobre o ambiente virtual de aprendizagem do questionário final.....	177
Tabela 11: Caracterização da importância do papel do professor no AVA. ....	181



## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1: Classificação e indicadores de presença social (adaptado de Garrison & Anderson, 2003, p. 51) .....	78
Quadro 2: Grupos de trabalho para a realização das tarefas propostas <i>online</i> .....	115
Quadro 3: <i>Design</i> de Investigação .....	117
Quadro 4: Articulação entre as questões de investigação e os instrumentos de recolha de dados. ....	131
Quadro 5: Categorias e subcategorias de análise respeitantes à forma como os alunos colaboram e interagem entre si, com a professora e com os conteúdos no ambiente virtual de aprendizagem .....	147
Quadro 6: Itens do questionário relativamente à percepção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática, para as categorias implicações do AVA e papel da professora no AVA e sua importância.....	148
Quadro 7: Categorias e subcategorias de análise respeitantes à forma como é que a utilização do AVA, integrando um ambiente de geometria dinâmica e applets, como complemento ao ensino presencial, contribui para a aprendizagem da Matemática. ....	149
Quadro 8: Média da avaliação dos artefactos produzidos e publicados no AVA sobre Isometrias. ....	186
Quadro 9: Média da avaliação dos artefactos produzidos e publicados no AVA, pelos alunos, sobre Funções.....	187



## Lista de Abreviaturas e Siglas

APM - Associação de Professores de Matemática

AVA - Ambiente Virtual de Aprendizagem

CRIE - Computadores, Redes e Internet na Escola

DGIDC - Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

EAC - Ensino Assistido por Computador

ENIS - *European Network of Innovative Schools*

HTML - *Hypertext Markup Language* (Linguagem de criação de marcas em hipertexto)

LO - *Learning Objects*

LMS - *Learning Management System* (Sistema de Gestão de Aprendizagem)

TIC - Tecnologias da Informação e Comunicação

TIMSS - *Trends in International Mathematics and Science Study*

NCTM - *National Council of Teachers of Mathematics*

PISA - *Programme for International Student Assessment*

PTE - Plano Tecnológico da Educação

**WEB** - *Web based learning*

WWW - *World Wide Web*

SGD - Sistemas de Geometria Dinâmica

SCA - Sistemas de Computação Algébrica

VMT - *Virtual Math Teams*



# CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

O mundo assiste hoje a uma dinâmica imparável do desenvolvimento das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) que invadem de forma avassaladora os diferentes domínios da vida humana. A sociedade é caracterizada pela abundância de informação, crescente mobilidade e conectividade permanente. Muitos de nós passamos diariamente muitas horas à frente do computador. A possibilidade deste nos acompanhar para todo o lado, de nos “ligarmos” permanentemente com quem quer que seja, em qualquer parte do mundo, levam-nos a viver e trabalhar de formas completamente diferentes e a contribuir para uma visão diferente do espaço e do tempo. Nesta sociedade global do século XXI, também, designada da “informação”, do “conhecimento” e da “aprendizagem” (Pozo, 2002), a *internet* mais do que uma tecnologia de comunicação, é o centro de muitas áreas da atividade social, política e económica, constituindo-se, segundo Castells, (2004), “como instrumento tecnológico e a forma organizativa que distribui o poder da informação, a geração de conhecimentos e a capacidade de ligar-se em rede em qualquer âmbito da actividade humana” (Castells, 2004, p. 311). Contudo, as TIC não representam a alvorada de um novo mundo sem problemas. Pelo contrário, são inúmeros os problemas, desde os vírus e as avarias nos computadores que nos fazem perder dados, o *ciberlixo* que surge nas *mailboxes*, os “assaltos” às informações reservadas às pessoas e instituições, aos *softwares* que aparentemente são atrativos, prometedores, mas não satisfazem os objetivos pretendidos. Impõe-se, então, aprender a enfrentar essas situações e a desenvolver potencialidades capazes de lhes fazer face.

A Sociedade da Informação e do Conhecimento coloca, assim, permanentemente novos desafios. Estes desafios colocam-se nos diferentes domínios, desde a cidadania ao trabalho. Face a este novo enquadramento social, surge a necessidade de mudança da escola para dar resposta às novas realidades emergentes.

---

A integração gradual das TIC no processo de ensino-aprendizagem permite não só uma diversificação cada vez maior dos métodos, processos, estratégias e recursos, como também promove novas formas, de ensinar, de aprender e de pensar. Desta forma, surgem novos ambientes de aprendizagem, onde os intervenientes assumem novos papéis.

Segundo a principal associação de professores de matemática dos Estados Unidos (NCTM), “a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática” e “influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” permitindo que estes se concentrem “nas decisões a tomar, na reflexão, no raciocínio e na resolução de problemas” (NCTM, 2007, p. 26).

Contudo, a facilidade de acesso e utilização das diversas aplicações tecnológicas disponíveis na internet, não significa que haja um uso adequado das mesmas. Cabe ao professor propor formas eficazes de uso das tecnologias, adequando os conteúdos e tomando decisões se, quando e como deve utilizá-las, de modo a proporcionar aos alunos oportunidades de aprendizagem significativa. Neste sentido, também os documentos de orientação curricular portugueses sugerem que o uso de *software*, juntamente com tarefas de carácter exploratório, poderá contribuir para ultrapassar as dificuldades que os alunos demonstram no decorrer do processo de ensino-aprendizagem.

Num mundo imerso em informação, comunicação e computadores torna-se fácil aceder a todo o tipo de informação de acordo com o interesse e necessidade de cada pessoa. A internet e os multimédia (som, imagem, texto e animação) são hoje, alguns dos múltiplos locais de acesso ao conhecimento e à cultura. As TIC e, principalmente a *internet* com as suas redes, dão origem a novas relações entre as pessoas, redimensionam a cultura, os valores e perspetivam diferentes formas de ver o mundo, permitindo, aos alunos, comunicar num universo interativo, dinâmico e interdependente, tornando-os membros de uma cultura planetária. Neste contexto, as TIC constituem um dos pontos privilegiados de referência

cultural para os alunos, pelo que se deverá tirar vantagens pedagógicas deste fenómeno. A adesão dos professores às tecnologias é fundamental para possibilitar a mudança. “Aquilo que pensam acreditam e fazem na sala de aula é que dá forma, em última análise, ao tipo de aprendizagem oferecida aos alunos. O modelo do “professor reflexivo” é seguramente um bom ponto de partida.” (Fontes, 2005, p.1).

Os computadores possibilitam à escola dar respostas acrescidas às necessidades de aprendizagem dos alunos e o envolvimento destes em processos de interação, através das ferramentas integradas num sistema de gestão de aprendizagem, que lhes permite participar em atividades de aprendizagem que exigem negociações de significado, promovendo situações de reconstrução cognitiva (Dias, 2001a). Contudo, este processo impõe a definição de objetivos de aprendizagem e a organização de atividades de aprendizagem, que integrem situações de discussão e partilha de ideias.

Numa primeira avaliação realizada às plataformas de gestão de aprendizagem pelo Ministério da Educação (2007), constata-se que o seu uso ainda não é generalizado e observam-se algumas limitações não só ao nível das funcionalidades disponibilizadas, do tipo de utilização bem como do subaproveitamento das suas potencialidades (PTE, 2007), o que constitui um obstáculo a um mais efectivo uso das TIC em contexto educativo. O ME assumia então, no relatório do GEPE (2007), que estas plataformas são essencialmente usadas como repositório de conteúdos e não como espaço de colaboração e partilha.

Apesar do significativo apetrechamento das escolas com computadores, *software* educativo e acesso à *internet*, os alunos ainda não beneficiam da utilização das TIC como estratégia pedagógica que contribui para uma aprendizagem significativa. Tal deve-se ao facto da sua utilização nos processos de ensino-aprendizagem exigir aos professores um grande envolvimento e horas de trabalho, para além do trabalho realizado na escola, nomeadamente, na exploração e utilização dos programas que sofrem inovações constantes e

---

exigem atualizações permanentes, na preparação/elaboração dos materiais e nas reuniões destinadas à troca de experiências.

Com a aprovação do Orçamento de Estado para 2013 e um novo corte superior a 700 milhões de euros, foi acentuada a contradição entre as crescentes atribuições de competências às escolas e os meios financeiros necessários para a sua prossecução. Em particular, a integração das TIC depararam-se com obstáculos à sua concretização, sobretudo de ordem económica, social e cultural, nomeadamente as despesas com os equipamentos e a sua manutenção, a carência de infraestruturas, a organização de espaços, a postura dos diretores das escolas, a formação de professores, a resistência dos mesmos à mudança, e a falta de tempo laboral e pós laboral para preparação ou pesquisa de recursos digitais. Na conjuntura atual, com cortes orçamentais e medidas de austeridade na educação, resta apelar ao profissionalismo dos docentes, tentando sensibilizá-los de que as TIC podem contribuir para: motivar os alunos; alterar as interações entre os mesmos, desses com os professores e com os conteúdos; repensar o processo de ensino-aprendizagem com vista a uma melhoria efetiva das aprendizagens pelos alunos e renovar o interesse pela profissão docente, sobretudo pelo ensino da Matemática.

Um computador com recurso à *internet* constitui um poderoso veículo de comunicação, bem como uma ferramenta pedagógica de mediação entre o aluno, o conhecimento e o professor. Desta forma, esta ferramenta torna-se cada vez mais atrativa, permitindo desenvolver competências assentes em ambientes de aprendizagem ativos e colaborativos, utilizando estratégias didáticas inovadoras. Poderá, igualmente, facilitar a aproximação dos alunos à escola, ao professor, entre si e ao conhecimento.

A *internet* proporciona oportunidades de acesso à informação, oportunidades de comunicação e de publicação que permitem exprimir a criatividade num espaço próprio tornando os produtos acessíveis a todos os interessados. Segundo Silva, (1999, citado em

Ponte & Oliveira, 2001) a “*internet* conduz-nos a viver de forma diferente o espaço, o tempo, as relações sociais, a representação das identidades, os conhecimentos, o poder, as fronteiras, a legitimidade, a cidadania e a pesquisa, permitindo, um novo modo de inserção na realidade social, política, económica e cultural.” (p.2)

Neste sentido, podemos afirmar que as atividades de ensino se devem basear no recurso, de forma informada, às ferramentas e às novas tecnologias enquanto agentes de transformação e mudança das estratégias de abordagens curriculares. O analisar, desenvolver e avaliar a integração de novas formas de aprendizagem no processo de ensino constitui um desafio a assumir, com vista a uma melhoria da própria metodologia de ensino.

Tudo isto só faz sentido se se conseguir dar um contributo efetivo, se tal permitir que a experiência educativa dos alunos seja mais rica, desafiadora, exigente, e que faça com que eles sintam vontade de aprender mais e melhor, tenham sucesso no seu desempenho, desenvolvam a capacidade de formulação e resolução de problemas de forma ativa, criativa, autónoma e com sentido crítico.

Ao proporcionar aos alunos novas formas de aprender, onde terão de assumir responsabilidades acrescidas, é minha convicção, que essas irão naturalmente influenciar de forma positiva todo o seu percurso ao longo da vida.

## **Apresentação do problema**

Assistimos a uma mudança profunda e constante da sociedade. Face a esta mudança, como conseguirá a escola adaptar-se à evolução, mantendo o rigor e a exigência com os alunos e professores? O que acontecerá se se continuar a organizar o saber num currículo demasiado compartimentado, onde o espaço e o tempo são sempre geridos da mesma forma, não tendo presente as necessidades e soluções que esta sociedade parece precisar? É,

---

portanto, urgente repensar os papéis dos diferentes intervenientes na escola, que se pretende cada vez mais um espaço aberto, onde professores e alunos tenham participações mais ativas.

É atribuído à escola o dever de preparar os alunos para uma nova sociedade entendida como Sociedade da Informação e do Conhecimento, cada vez mais complexa. Nesta era da globalização em que vivemos, impõe-se, cada vez mais, o uso das TIC para criar e enriquecer ambientes de aprendizagem que facilitem e promovam a aprendizagem de forma ativa e colaborativa. Assim, faz-se uma aproximação da escola, mais precisamente do ensino e da aprendizagem da Matemática ao mundo atual. Pode-se então formular o problema que se propõe estudar através da interrogação seguinte:

Como é que a implementação de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) no ensino da Matemática poderá contribuir para melhorar a aprendizagem dos alunos?

Com este estudo pretendeu-se conceber, desenvolver e estudar um AVA. Com o qual se pretendia que os alunos desenvolvessem uma aprendizagem e um trabalho colaborativo e fossem estimulados a trabalhar em conjunto no desenvolvimento e construção do conhecimento, bem como melhorassem o seu desempenho a Matemática. Neste sentido, foram incluídas no AVA, propostas de trabalho que contribuíssem para a exploração de temas e conceitos matemáticos em estudo. A saber, a realização, por um lado, de atividades concretas para consolidação e/ou aprofundamento ou exploração de um determinado tema ou conceito matemático, recorrendo a programas de geometria dinâmica, entre outros e por outro a exploração de *applets* e jogos educativos com o mesmo objetivo, atrás referido. Foram ainda desenvolvidas as seguintes atividades: esclarecimento de dúvidas *online* (chat), resolução de problemas (fórum), pesquisa de informação na *internet*, partilha de informações e experiências (fórum, correio eletrónico), resolução de tarefas em grupo e *online* (fórum), entre outras. Na realização destas atividades foram, essencialmente, adotadas estratégias que favorecessem o trabalho colaborativo contribuindo para que os alunos interagissem entre si e

com a professora, desenvolvendo estratégias de aprendizagem colaborativa que lhes permitissem adquirir novos conhecimentos, através da troca de ideias, do debate, da partilha e da colaboração. A proposta pedagógica que suporta estas atividades assume assim que é “no desenvolvimento de práticas em que as crianças se sentem parte de um grupo que explora, comunica e discute questões de natureza científica que ocorrem aprendizagens relevantes” (Matos 2007, p.287).

Esta investigação pretende, também, analisar o impacto da utilização de um AVA na aprendizagem da Matemática, bem como implementar e analisar novas metodologias de ensino e repensar o papel do professor neste ambiente de aprendizagem.

É ainda de referir, que investigar sobre ambientes virtuais de aprendizagem será importante no desenvolvimento de competências essenciais para os professores que utilizam as TIC na sua prática letiva.

## **Objetivos e questões de investigação**

A presente investigação tem como objetivo geral a conceção, o desenvolvimento e estudo de um AVA.

Importa referir os objetivos específicos que orientam a investigação:

- Analisar as interações entre alunos, professora-alunos e destes com os conteúdos e, em particular, o trabalho colaborativo no AVA;
- Identificar as competências tecnológicas desenvolvidas, pelos alunos, durante a utilização das *applets* e do *software GeoGebra* integrados no AVA;
- Analisar o impacto que a utilização de um AVA tem na aprendizagem dos alunos em Matemática.

Concomitantemente com os objetivos descritos anteriormente surgiram as seguintes questões de investigação:

---

- Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos, no ambiente virtual de aprendizagem?

- Qual a percepção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?

- Como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, contribui para a aprendizagem da Matemática?

Para atingir os objetivos foi necessário:

- Modelar, planear e desenvolver/dinamizar um ambiente virtual de aprendizagem que contribuísse para melhorar a aprendizagem dos alunos a Matemática;

- Descrever e analisar uma metodologia de ensino associada à utilização de um AVA como complemento ao ensino presencial.

## CAPÍTULO 2 - CAMPO TEÓRICO

### As Tecnologias da Informação e Comunicação

Equacionar o papel das TIC na educação, e em particular na escola, requer pensarmos sobre o sentido em que a escola tem vindo a evoluir, no modelo educacional que lhe está subjacente, e que resulta da sociedade industrial e nas mudanças que continuará a sofrer. Caminhamos para uma escola mais rica em recursos humanos e materiais, nomeadamente, em tecnologias, com uma dimensão mais humana e com projetos educacionais próprios e diversificados. Neste sentido, a escola deverá proporcionar a todos uma oportunidade de interação social, a qual constitui, segundo Ponte (2000), um elemento fundamental da construção do conhecimento e da definição das identidades sociais e individuais. “Não restam dúvidas de que a construção de uma cidadania informada e detentora de sentido crítico é hoje um dos objetivos fundamentais da educação”(Matos, 2000 p.20). Neste contexto, coloca-se a questão, o que são as TIC e o que trazem para a educação. Segundo Ponte (2002), as TIC,

(...) constituem tanto um meio fundamental de acesso à informação (Internet, bases de dados), como um instrumento de transformação da informação e de produção de nova informação (seja ela expressa através de texto, imagem, som, dados, modelos matemáticos ou documentos multimédia e hipermédia). Mas as TIC constituem ainda um meio de comunicação à distância e uma ferramenta para o trabalho colaborativo (permitindo o envio de mensagens, documentos, vídeos e software entre quaisquer dois pontos do Globo) (...) possibilitam o desenvolvimento de novas formas de interação, potenciando a construção de novas identidades pessoais (p.19-20).

Para este autor, as TIC constituem uma linguagem de comunicação e um instrumento de trabalho fundamental, representando um suporte de desenvolvimento humano, quer ao nível pessoal, cultural, social, cívico e lúdico, quer ao nível profissional, o que requer uma

---

atitude crítica da parte dos seus utilizadores, bem como uma aprendizagem e atualização permanentes.

As TIC contribuem para construir um ambiente de aprendizagem na escola, apoiando a aprendizagem de conteúdos e o desenvolvimento de capacidades específicas, através de ferramentas de uso corrente e de *software* educacional específico. Ao permitirem a troca de documentos e de comunicação, possibilitam a criação de espaços de interação e de partilha. São, também, uma ferramenta de trabalho dos professores e um elemento integrante da sua cultura profissional, pelas diferentes possibilidades de expressão criativa, de realização de projetos e de reflexão crítica.

## **As TIC na Educação**

No final da década de 80, surgiram grandes mudanças nas tecnologias de comunicação com o aperfeiçoamento dos microprocessadores, da digitalização da informação e da utilização da fibra ótica, criando-se uma aliança entre a informática, o audiovisual e as telecomunicações, que conduziu à constituição de uma rede de comunicação universal.

Organismos internacionais, como a Unesco, têm alertado para o impacto que as TIC podem ter na renovação do sistema educativo, assim como as respostas que devem dar aos diversos desafios da sociedade da informação. O relatório *Educação, um tesouro a descobrir*, sob a coordenação de Jacques Delors, recomenda “que os sistemas educativos devem dar resposta aos múltiplos desafios das sociedades da informação, na perspetiva de um enriquecimento contínuo dos saberes e do exercício de uma cidadania adaptada às exigências do nosso tempo” (Unesco, 1996, p.59). Este relatório refere as potencialidades da utilização das TIC, nomeadamente: o aumento de igualdade de oportunidades, melhor difusão do saber, progressão dos alunos em função do seu ritmo, interatividade, maior facilidade de

organização das aprendizagens pelos professores em turmas heterogéneas e diminuição do insucesso escolar.

A União Europeia, no final de 1999, lançou a iniciativa “ *eEuropa – Na Information Society for all*” com o objetivo de acelerar a implementação das tecnologias digitais em toda a Europa e garantir que todos os europeus dispusessem das competências necessárias para as usar. A Comissão Europeia, no âmbito da mesma iniciativa, lançou, para o período de 2000-2004, no setor da educação e formação, o plano de ação *eLearning* (Desenhar a Educação do Amanhã) tendo em vista as potencialidades das TIC aquando da sua integração em contextos educativos, visando a promoção da utilização das tecnologias multimédia e da *internet*, para melhorar a qualidade das aprendizagens, facilitando o acesso a recursos educativos e serviços, bem como a redes de colaboração a distância. Este plano pretendia também explorar a oportunidade que as TIC possibilitam em termos de interatividade pedagógica e de trabalho colaborativo entre professores e alunos.

Em Portugal, à semelhança do que acontece na generalidade dos países europeus, existem programas que visam dinamizar a integração das TIC no sistema educativo. O primeiro momento, teve início com o Projeto MINERVA (Meios Informáticos no Ensino, Racionalização, Valorização, Atualização) em 1985. Foi um projeto do Ministério da Educação, que vigorou até 1994 e visava a introdução das TIC nas escolas do ensino não superior e a formação de professores para a sua utilização. Esta formação era organizada pelos Pólos sediados em Instituições do Ensino Superior. O contacto entre os diversos Pólos permitiu a troca de experiências e de materiais, assim como o conhecimento de *software* existente no estrangeiro. Ponte (1994) refere que o projeto acabou por evoluir numa direção diferente da pensada inicialmente, uma vez que, integrou contributos académicos muito diferenciados, caracterizando-se por um dinamismo no terreno, e interrogando-se de que forma a escola poderia mudar com a introdução destas tecnologias. Assim, o projeto proporcionou a

---

afirmação de conceitos educativos, como o trabalho de projeto, a noção de utilização crítica da informação, a colaboração interdisciplinar e a integração das tecnologias de informação nas diferentes disciplinas (Ponte, 1994). As conceções educativas seguidas no Projeto MINERVA, relativamente à utilização do computador, tiveram a influência decisiva das ideias de Seymour Papert, segundo o qual o aluno, tem um papel ativo e autónomo no desenvolvimento dos seus projetos pessoais, dominando o computador como os profissionais que os utilizam, o que encontrou eco nas equipas dos Pólos e em muitos professores participantes. A esta influência acresce o facto da linguagem LOGO, nesta altura, estar internacionalmente no seu auge e desta ter tido um papel importante nas atividades desenvolvidas no projeto. A avaliação do projeto evidenciou a necessidade das tecnologias serem entendidas como meios potenciadores e facilitadores no processo de ensino-aprendizagem. Ponte (1994) alertava, também, que todo o potencial gerado pelo projeto seria desperdiçado, se não fossem definidos com clareza os objetivos organizacionais e criadas condições adequadas para a continuidade da integração destas tecnologias nas escolas, e para aprofundar as investigações desenvolvidas e formar professores.

Cerca de dois anos mais tarde, em 1996, em resposta a novas exigências e desafios, o Ministério da Educação lançava o “Programa Nónio-Século XXI”, o qual surgiu em outubro de 1996 e terminou no final de 2002. Este programa tinha como objetivo apoiar e adaptar o desenvolvimento das escolas face às novas exigências da sociedade de informação, ao nível das infraestruturas, de conhecimentos e das práticas, propondo a aplicação e desenvolvimento das TIC no sistema educativo, formação de professores em TIC, criação e desenvolvimento de *software* educativo e difusão da informação e cooperação internacional. Este programa permitiu o reequipamento das escolas, a par do desenvolvimento da formação e apoio, integrando agora a dimensão da *internet*. Desta forma, este programa pretendia impulsionar novas práticas, na educação, onde o papel das TIC fosse equacionado. Enquadrado nas

medidas nacionais e europeias que tinham como objetivo a produção de conteúdos multimédia educativos de qualidade, o Programa Nónio Século XXI tinha como prioridade a utilização educativa da *internet*.

Em meados dos anos 90, a Comissão Europeia, no plano de ação *eLearning*, definiu como orientação a necessidade de assegurar serviços de apoio e recursos educativos na *internet*, assim como plataformas de aprendizagem *online* para professores, alunos e pais. Neste sentido, o Programa Nónio- Século XXI lançou concursos nacionais que visavam apoiar projetos, com o fim de disponibilizar informação para o sistema educativo, recorrendo, para isso, às tecnologias da informação e da comunicação, dinamizando, desta forma, a comunicação entre os docentes e as escolas do ensino básico e do ensino secundário através de ferramentas colaborativas. Pretendia-se, igualmente, disponibilizar “locais virtuais” de divulgação e debate de experiências e projetos educativos, facilitar o acesso à informação, através de servidores *World Wide Web* de carácter educativo e promover a utilização da *internet* em projetos de formação a distância.

As escolas, para poderem integrar o programa Nónio, tinham de apresentar um projeto de trabalho. Em 1997, o Ministério da Ciência e da Tecnologia (MCT) criou o programa “*Internet na Escola*”, com o objetivo de assegurar a instalação de um computador multimédia e a sua ligação à *internet* na biblioteca/mediateca das escolas do ensino básico e secundário. Professores, alunos e a restante comunidade educativa, tinham assim a oportunidade de aceder às possibilidades educativas dessa ferramenta. Surgiu então a necessidade de repensar a organização das bibliotecas escolares, pois se, por um lado, o equipamento permitia o apetrechamento com obras de referência como enciclopédias em formato digital, por outro, era necessário encontrar formas de tornar o equipamento acessível à comunidade escolar e às suas múltiplas e heterogêneas solicitações.

---

Dando continuidade à atividade do Programa Nónio Séc. XXI, surgiu o projeto Edutic criado no Gabinete de Informação e Avaliação do Sistema Educativo do Ministério da Educação, em março de 2005, com as seguintes atribuições: coordenar a rede de Centros de Competência, dinamizar a rede de escolas ENIS (*European Network of Innovative Schools*), promover estudos TIC na Educação, promover ambientes virtuais de aprendizagem e conteúdos multimédia, implementar um Portal da Educação, colaborar com a *European Schoolnet* e promover o intercâmbio europeu e internacional no âmbito das TIC.

Em julho de 2005, foi constituída uma equipa de missão, designada por CRIE (Computadores, Redes e *Internet* na Escola), ainda em funções, para a qual foram transferidas todas as competências do Edutic. A missão deste projeto visava a conceção, desenvolvimento, concretização e avaliação de iniciativas mobilizadoras e integradoras no domínio do uso dos computadores, redes e *internet* nas escolas e nos processos de ensino-aprendizagem. Com o objetivo de apoiar o uso profissional e individual das TIC pelos docentes, destacava-se a “Iniciativa Escolas, Professores e Computadores Portáteis”. Esta iniciativa foi desenvolvida no sentido de professores e alunos do ensino básico e secundário se envolverem em projetos para a atribuição de equipamentos informáticos, designadamente de computadores portáteis, videoprojectores e equipamentos *wireless* para apoiar as atividades docentes em todas as áreas disciplinares. A CRIE promoveu, também, os projetos ENIS, Sacausef, Seguranet, *eTwinning* entre outros. Uma das iniciativas do CRIE foi “Aprender e Inovar com TIC”, lançada em novembro de 2010, que teve como finalidade a promoção da utilização educativa das TIC, através da rentabilização dos equipamentos TIC disponíveis nas escolas, com o objetivo de melhorar as aprendizagens dos alunos. Com o reforço do parque informático das escolas, particularmente através da instalação, nas salas de aula, de computadores, videoprojetores e quadros interativos, bem como a ligação em banda larga, pretendia-se, rentabilizar o investimento já realizado e apoiar as escolas no que respeita à utilização efetiva

das TIC em atividades de ensino e aprendizagem. Neste contexto, a Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC), com a iniciativa “Aprender e Inovar com TIC” apoiou projetos das escolas que promovessem a utilização educativa das TIC em todos os níveis de ensino, dinamizassem a utilização de plataformas de aprendizagem pela comunidade educativa e produzissem e partilhassem recursos educativos digitais.

Em 2007, o Ministério da Educação apresentou o Plano Tecnológico da Educação (PTE) integrado na Estratégia de Lisboa e no Programa de Educação e Formação 2010, que definia, para a Europa, “um conjunto de linhas de orientação com vista à plena integração dos cidadãos europeus na sociedade do conhecimento. O desenvolvimento de competências em TIC e a sua integração transversal nos processos de ensino-aprendizagem tornaram-se objectivos incontornáveis dos sistemas de ensino” (Plano Tecnológico, 2007, p.9). O PTE estrutura-se em três eixos de atuação: tecnologia, conteúdos e formação. No eixo de atuação tecnologia foram implementados diversos projetos, dos quais se destacam: kit tecnológico escola - constituído por quadros interativos, computadores com ligação à *internet*, impressoras e videoprojectores, reforçando o equipamento em sala de aula, de forma a atingir o objetivo de dois alunos por computador até 2010, e melhorar o rácio de alunos por computador com ligação à *internet* de banda larga e redes de área local – permitindo que alunos e professores tenham acesso à *internet* em todas as salas de aulas e em todos os espaços escolares.

Os conteúdos e as aplicações são fundamentais para a alteração das práticas pedagógicas, quando favorecem o recurso a métodos de ensino mais interativos e construtivistas, contribuindo para criar uma cultura de aprendizagem ao longo da vida. Neste contexto, o PTE no eixo de atuação conteúdos, implementou diversas medidas para contrariar: (i) a baixa utilização de conteúdos e de aplicações motivada, em parte, pela escassez de conteúdos informáticos de qualidade em português e adaptados ao uso

---

pedagógico em ambiente de sala de aula; (ii) o reduzido número de funcionalidades disponibilizadas pelas plataformas colaborativas, como o *Moodle*, e o subaproveitamento das suas potencialidades, sendo essencialmente utilizadas como canal de comunicação e de partilha de documentos e (iii) o reduzido uso das TIC na gestão operacional nas escolas e do conhecimento limitado das soluções e aplicações disponíveis verificando-se grandes assimetrias entre escolas. Deste modo, no eixo – conteúdos formularam-se objetivos como generalizar a utilização de plataformas de aprendizagem a partir de 2008/2009, o desenvolvimento de conteúdos digitais, a criação de redes de conhecimento que integrem os espaços de aprendizagem com as práticas profissionais, e a promoção das práticas de *e-learning*.

Uma das principais barreiras à utilização da tecnologia nas escolas é o *deficit* de competências em TIC. A modernização tecnológica, o investimento em equipamento, aplicações e conteúdos só fazem sentido quando complementadas com formação. Pretendia-se, neste projeto, promover uma eficiente formação em TIC dos agentes educativos, contribuindo para a valorização profissional em competências TIC, certificando 90% dos docentes até 2010. A formação de professores foi considerada naquele plano como essencial para levar a cabo qualquer projeto.

Ainda no âmbito do plano tecnológico e visando um investimento no conhecimento, na tecnologia e na inovação, surge o programa, Agenda Digital 2015, que determina a criação de plataformas de incentivo às práticas que potenciem a utilização de ferramentas TIC no processo de ensino-aprendizagem, e dinamizem o mercado de conteúdos no contexto do espaço de língua oficial portuguesa. A concretização da Agenda Digital 2015, entre outras medidas, pretende reforçar os mecanismos de apoio à aprendizagem da Matemática quer através da criação de um tutor virtual da Matemática que teve início com um projeto-piloto no ano letivo 2010-2011 e será alargado até 2015, quer através da disponibilização de uma

plataforma virtual de apoio ao ensino e à aprendizagem da Matemática, assim como através de cadernos de exercícios virtuais. Pretende igualmente apoiar os professores no ensino da Matemática, disponibilizando objetos de aprendizagem.

No sentido de dar continuidade ao investimento na melhoria de condições do processo de ensino-aprendizagem e de rentabilizar os equipamentos tecnológicos, nomeadamente as plataformas colaborativas implementadas aquando da primeira fase do PTE, a agenda digital 2010-2015, tem como objetivo disponibilizar no portal das escolas o acesso a plataformas de conteúdos digitais, bem como outras ferramentas de apoio a professores e alunos, com vista a diversificar as estratégias educativas e a potenciar a eficácia da ação educativa.

Em suma, muitos foram os programas e projetos implementados e já atrás referidos, com o objetivo de promover a integração e utilização das TIC no sistema educativo, tendo como principais destinatários os professores e os alunos. Inicialmente acreditou-se que cada inovação seria a solução para os problemas da educação, contudo, depressa se constatou que não era bem assim, pois os recursos só por si não mudam absolutamente nada. É necessário, alterar práticas educativas e formular orientações curriculares de forma a adequar as tecnologias no processo educativo, e conceber as TIC como meios potenciadores e facilitadores no processo de ensino-aprendizagem. Estes projetos e programas visam através das potencialidades das TIC, o aumento de igualdade de oportunidades, melhor difusão do saber, progressão dos alunos em função do seu ritmo, interatividade, maior facilidade de organização das aprendizagens pelos professores em turmas heterogéneas e diminuição do insucesso escolar.

A sociedade atual cada vez mais dependente da tecnologia, onde os alunos, nativos digitais, têm acesso ao saber de modo autónomo em contextos não formais, exige que o sistema educativo dê respostas aos seus múltiplos desafios, com vista a um enriquecimento contínuo dos saberes e do exercício de uma cidadania adaptada às exigências do nosso tempo.

---

Neste cenário, todos estes programas e projetos só farão sentido se, por um lado, contribuirão para motivar os diferentes atores da comunidade educativa a implementar práticas que potenciem a utilização de ferramentas TIC em contexto de ensino-aprendizagem, e se por outro, dinamizarem o mercado de conteúdos no contexto do espaço de língua oficial portuguesa. É necessário então, como referido no Livro Verde para a Sociedade da Informação em Portugal, (1997, p.46-47), “elaborar conteúdos programáticos que façam com que estas tecnologias se tornem verdadeiros instrumentos de ensino, o que pressupõe da parte dos professores, vontade de questionar as suas práticas pedagógicas.”

Em todo este percurso com avanços e recuos, foi sendo constituído um corpo crescente de investigação, tornando-se largamente consensual a ideia que as TIC possibilitam uma melhoria do processo de ensino-aprendizagem, promovendo, simultaneamente, uma abordagem construtivista, quando utilizadas como ferramentas cognitivas, como defende Jonassen (2007), ou seja, quando integradas em ambientes de aprendizagem centrados nos alunos, ricos em interações com os outros intervenientes e com os recursos/conteúdos, que apelem à tomada de decisão, ao raciocínio e à resolução de problemas. Os projetos, ao permitirem o reequipamento das escolas, juntamente com o desenvolvimento da formação e apoio, e ao integrarem a dimensão da *internet* contribuirão para expandir os espaços educativos, que podem agora ser prolongados temporal e fisicamente para lá da sala de aula, oferecendo espaços de interação assíncrona e síncrona, os quais podem ser usados por alunos e professores, individualmente ou colaborativamente, para comunicarem, construir e partilharem conhecimento entre si em qualquer parte do mundo. Toda esta requalificação do parque tecnológico das escolas, através destes programas, vai ao encontro das necessidades da atual sociedade da informação, na qual a escola tem de proporcionar aos alunos o desenvolvimento de competências, nomeadamente as de: saber utilizar de forma eficaz as ferramentas digitais, ser capaz de compreender e selecionar a informação, saber pensar e

refletir, trabalhar de forma colaborativa, conjuntamente com a responsabilidade, adaptabilidade, autonomia e espírito de iniciativa, necessária para viver na sociedade do século XXI. Neste contexto, é necessário que os professores se apropriem dos recursos, saibam trabalhar com eles e façam um investimento permanente na formação, científica e pedagógica, para rentabilizarem o seu potencial, de forma a criarem situações e ambientes de aprendizagem ricos, com vista à melhoria das aprendizagens dos alunos.

O Ministério da Educação publicou em 2003 um estudo sobre a utilização das TIC pelos alunos, relativamente ao ano letivo 2002/2003, o qual evidenciou um aumento da utilização dos meios informáticos, à medida que se avança nos anos de escolaridade, o que reflete mais interesse dos alunos pelos recursos digitais, conforme vão progredindo nos seus conhecimentos (Paiva, 2003).

Várias investigações evidenciam que só um número reduzido de professores utiliza as TIC em interação direta com os seus alunos, dentro e fora da sala de aula, apesar de a grande maioria ter computador em casa e dedicar grande parte do seu tempo na preparação das atividades letivas utilizando as tecnologias (Paiva et al, 2002).

O conhecimento científico e a tecnologia que lhe está associada, desenvolvem-se a um ritmo muito acelerado, pelo que os alunos pouco tempo depois de terminarem o seu percurso escolar, correm o risco de ficar desatualizados, a não ser que tenham desenvolvido competências que lhes permitam continuar a atualizar-se constantemente, ao longo da vida. Neste sentido, a escola tem de preocupar-se com o desenvolvimento de competências que permitam aos alunos serem capazes de enfrentar e resolver os problemas com que serão confrontados ao longo da sua vida pessoal, profissional e social e não apenas com a aprendizagem de conhecimentos científicos. Nesta perspetiva, Guerra (2000) refere que é fundamental tirar partido da escola, o que implica que esta se transforme numa instituição em permanente aprendizagem – uma escola que aprende – e que acompanhe o desenvolvimento

---

da sociedade. Urge, então, tornar a escola num terreno fértil através da inovação de uma forma refletida, na procura constante do sucesso.

Neste contexto têm surgido, a nível de reflexão sobre os processos de ensino e aprendizagem, novas perspetivas e novos conceitos procurando promover o desenvolvimento de práticas inovadoras em que as tecnologias têm um papel relevante. É o caso das atividades de *e-learning*, do desenvolvimento de comunidades de prática, comunidades de aprendizagem, comunidades virtuais, ambientes virtuais de aprendizagem, com enfoque na criação de objetos de aprendizagem que suportem as formas de organização do ensino e aprendizagem formuladas.

## **As TIC e o ensino da Matemática**

Desde que surgiu a primeira ferramenta de cálculo – o ábaco, passando pelas calculadoras, computadores, sistemas multimédia e *internet* (Ponte, 1995), a Matemática esteve sempre relacionada com as tecnologias de cada época.

As primeiras experiências que fazem referência à utilização das TIC, designadamente dos computadores, no ensino da Matemática datam da década de 60. Nessa altura, os computadores eram muito dispendiosos, raros e de difícil manuseamento. Seguiu-se, então, a conceção de um Ensino Assistido por Computador (EAC), isto é, através do computador eram transmitidos conhecimentos matemáticos pré-definidos aos alunos. Os programas de repetição e treino (*drill and practice*), constituídos por folhas eletrónicas de exercícios, eram as formas mais conhecidas de EAC, tendo os alunos de seguir obrigatoriamente a sequência pré-programada. Todo o processo era controlado pelo computador. Os discentes, em vez de assumirem a responsabilidade pela sua aprendizagem, eram induzidos a uma atitude passiva e de dependência, cumprindo-se uma das formas de ensinar mais antiga e menos significativa, a aprendizagem mecânica. Este foi o quadro numa época em que se começava a equacionar a

utilização de computadores no ensino, ao mesmo tempo que se procurava estimular os professores para serem inovadores. As estratégias de repetição e treino (*drill and practics*), mesmo as mais complexas segundo Jonassen (2007), não apoiavam nem proporcionavam o pensamento complexo essencial a uma aprendizagem significativa<sup>1</sup> para a resolução de problemas ou para a transferência de competências para novas situações. Ponte (2000) refere ainda que o EAC constituía uma forma de utilizar o computador muito limitada, quer em termos dos objetivos educacionais, quer relativamente aos processos de aprendizagem. Este autor menciona que o EAC pressupunha ser possível prescindir do professor e da interação social na sala de aula. Contudo, considera-se hoje essencial, em termos de objetivos na aprendizagem da Matemática, um leque de conhecimentos, competências, atitudes e valores que vão muito para além daquilo que se pode aprender por simples leitura, memorização e prática repetitiva (Ponte & Canavarro, 1997). Ainda para estes autores, o professor desempenha um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, tanto ao nível das interações e da relação afetiva e emocional que desenvolve com os alunos, como na constante negociação e renegociação de significados que vai realizando com eles. A interação entre alunos é igualmente essencial para um desenvolvimento cognitivo e afetivo adequado. Para

---

<sup>1</sup> Segundo Jonassen (2007) a aprendizagem significativa é:

- ativa - os alunos interagem e manipulam objetos num ambiente, observam os efeitos das suas intervenções e constroem as suas próprias interpretações do fenómeno observado e dos resultados da sua manipulação;
- construtiva – os alunos integram novas experiências e interpretações no seu conhecimento prévio sobre o mundo, constroem os seus próprios modelos mentais para explicar o que observam;
- intencional – os alunos articulam os seus objetivos de aprendizagem, o que estão a fazer, as decisões que tomam, as estratégias que utilizam e as respostas que encontram;
- autêntica – os alunos realizam tarefas de aprendizagem que se enquadram numa situação do mundo real significativa ou simuladas num ambiente de aprendizagem baseado em casos ou problemas;
- cooperativa – os alunos trabalham em grupo, negociam socialmente expectativas comuns, assim como a compreensão das tarefas e os métodos que irão utilizar para as realizarem;

---

Ponte (2000) uma das limitações do EAC é o desprezo pelo papel fundamental das interações sociais na aprendizagem.

No final da década de sessenta surge o LOGO, uma linguagem de programação que foi concebida com fins educativos e foi muito utilizada na aprendizagem da matemática. É uma linguagem de programação especial, na medida em que foi concebida para ser usada como ambiente de aprendizagem de crianças de todas as idades e capacidades, numa altura em que os computadores eram muito limitados e não existia a *interface* gráfica nem a *internet*. Esta linguagem foi desenvolvida no laboratório de inteligência artificial do MIT (Instituto de Tecnologia de Massachussets) por Seymour Papert e a Wallace Feurzig. Para Papert (1994) as crianças quando trabalham autonomamente num ambiente rico e propício à livre exploração, onde sejam desafiadas e estimuladas, podem aprender muitos conceitos e ideias matemáticas. O LOGO procurou corresponder a este tipo de ambiente. Uma das características do LOGO é a interatividade. Quando se manda executar uma primitiva ou um procedimento obtém-se imediatamente *feedback*, o que permite aos alunos autocorrigirem-se, sendo o erro encarado como uma forma de aprendizagem e não como algo penalizador. Papert com o LOGO procurou estabelecer uma interligação entre as teorias de desenvolvimento de Piaget e a inteligência artificial. O LOGO foi buscar às teses de Piaget, a imagem da criança construtora das suas estruturas intelectuais e dos seus conhecimentos.

Passados dez anos, o LOGO perdia muita da sua influência teórica e prática. As investigações mostraram que tal se ficou a dever ao facto das suas promessas pedagógicas não serem cumpridas, pois as diferenças cognitivas mantinham-se: alguns alunos tornavam-se verdadeiros peritos em LOGO, enquanto outros permaneciam bloqueados e, sem o acompanhamento frequente dos professores, dificilmente conseguiam transferir as

competências adquiridas com o LOGO. Papert sempre chamou a atenção para o facto de a ferramenta só ser válida quando associada a propostas pedagógicas exequíveis.

Nos anos 90, em plena era da *internet*, tornou-se cada vez mais comum a ideia de que era necessária uma mudança na conceção pedagógica dos professores para uma integração efetiva das TIC no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Nessa altura estavam muito em voga os programas de geometria dinâmica, nomeadamente o *Cabri Géomètre* e o *Geometer's Sketchpad* (GSP). Os professores envolviam-se e envolviam os alunos em diversas construções que progressivamente iam disponibilizando no ciberespaço que emergia. Os computadores começaram a ser utilizados como uma ferramenta tecnológica que permitia estabelecer novos objetivos e desenvolver novas capacidades.

Na atualidade, a permanente inovação em TIC e o desenvolvimento acelerado da informática contribuíram para que surgissem novos meios tecnológicos, como os sistemas multimédia – sistemas que utilizam múltiplos meios como texto, imagens, sons, gráficos, animações e vídeos - que começaram a ser usados de forma progressiva no mundo educativo, em particular na Matemática. Entrámos assim no tempo do multimédia, da interatividade, através do ciberespaço, do hipertexto<sup>2</sup> e do hipermédia<sup>3</sup>. A interatividade que os recursos multimédia possibilitam, permite aos alunos diversas interações com esses recursos, transformando-os em consumidores ativos dos mesmos. Através dessa interatividade, o fluxo da informação deixa de ser uma transmissão unidirecional e transforma-se num veículo de discussão (Puga, 2005). Os métodos de ensino que utilizam a interatividade (texto, som, imagem, vídeo), obtêm melhores resultados (ao nível da aquisição e da motivação) quando usam múltiplos media do que com um *meédium* mais convencional (Clark & Craig, 1992).

---

<sup>2</sup> Hipertexto - texto não linear interativo que tem como suporte o computador.

<sup>3</sup> O hipermédia expande a noção de documento hipertexto, incluindo a informação sonora, visual, animações e vídeo para além da informação textual.

---

Ainda no que refere à utilização de múltiplos media para representar o conhecimento, pode acrescentar-se que constitui um elemento motivador na aprendizagem e facilita a compreensão de conceitos, procedimentos, entre outros, de forma diversa e multifacetada (Tergan, 1997).

Diversas investigações têm vindo a concluir que o recurso à tecnologia, cuidadosamente desenhado e planeado, poderá apoiar professores e alunos na criação de ambientes de aprendizagem ricos que, de outra forma, não estariam disponíveis (Simões, 2002). Numa revisão de literatura relativa à utilização das TIC na Matemática, evidencia-se que:

- As TIC têm um efeito positivo nas atitudes dos alunos face à aprendizagem e à própria Matemática – mais empenho nas tarefas e na atividade de aprender (Fey, 1991; Grégoire et al., 1996; Ponte & Canavarro, 1997; Simões, 2002) e na sua autoestima (Ponte, 1997a);

- As TIC, quando utilizadas em atividades ativas e exploratórias da Matemática incentivam a curiosidade, aumentam a confiança e o gosto dos alunos pela disciplina (Fey, 1991);

- As TIC possibilitam a criação de contextos de trabalho onde os alunos podem ter um papel mais ativo na construção de ideias matemáticas próprias, individualmente ou em grupo, ao seu próprio ritmo, implicando uma maior responsabilidade e autonomia pela sua própria aprendizagem (Ponte & Canavarro, 1997; Simões, 2002);

- As TIC permitem ao aluno diminuir a dependência do professor para corroborar as suas próprias ideias matemáticas, funcionando como uma ferramenta que permite avaliar e validar as suas conjeturas e verificar os resultados por eles obtidos. (Fey, 1991);

- A colaboração entre os alunos é encorajada com a utilização das TIC (Grégoire et al., 1996; Ponte, 1997a; Ponte & Canavarro, 1997; Simões, 2002);

- Verifica-se um aumento e extensão das interações entre os alunos e entre estes e o professor, contribuindo para um novo tipo de relação entre eles (Grégoire et al., 1996; Ponte, 1997a);

- A utilização das TIC na sala de aula contribui para o desenvolvimento de capacidades cognitivas de ordem mais elevada, como o raciocínio, a capacidade de resolver problemas, de investigação e exploração, de aprender a aprender, o pensamento crítico e a criatividade (Grégoire et al., 1996; Ponte & Canavarro, 1997; Fey, 1991).

## **Internet no Ensino e Aprendizagem da Matemática**

No início da década de 90, com o aparecimento da WWW (*World Wide Web*), surgiu e expandiu-se a *internet* e, na educação matemática, à utilização de ferramentas computacionais de uso genérico como a folha de cálculo ou *software* educativo específico, juntou-se o acesso/pesquisa de informação e da comunicação, sobretudo via *e-mail*.

Segundo Ponte & Oliveira (2000), a *internet* constitui-se como a face mais visível das TIC, estando cada vez mais presente na sociedade atual. A *World Wide Web* constitui uma “rede de redes,” ligando entre si computadores em todo o mundo, disponibilizando um manancial infindável de informações e possibilidades de interação e comunicação sobre os mais variados assuntos, entre os quais muitos com relevância para o ensino e a aprendizagem da Matemática (Ponte & Oliveira, 2000; Carrilho & Cabrita, 2007).

A *internet*, como refere Ponte (2000), é sobretudo um lugar de “hibridismo e nomadismo” (p. 69). Hibridismo, pois considera uma dimensão de articulação entre o local e o global. Um indivíduo ligado à rede faz intervir tanto a sua pertença global como a sua inserção local. Por outro lado, a *internet* potencia um outro hibridismo “ao nível da linguagem ao acolher simultaneamente a escrita, a imagem, o som e o vídeo, unidos por múltiplas referências (*links*), ou seja, ao constituir um hipermédia” (p. 69). Nomadismo visto

---

que “resulta da ausência de atrito espaço-temporal que convida à mobilidade, dirigida por necessidades de informação, de saber e de pertença” (p. 69).

No início do século XXI, às dimensões já atrás referidas, acrescentou-se a publicação, com professores e alunos a criarem as suas páginas *Web* e a disponibilizar nelas material educativo. O conjunto de ferramentas que permitem a imediata e fácil publicação, associada ao conceito de *Web 2.0* (a *Web* social) como os LMS (*Learning Management Systems*) - as plataformas de gestão de aprendizagem, também designadas de ambientes virtuais de aprendizagem, apoiam uma nova geração de ensino a distância (o *e-learning*). Assim, professores e investigadores matemáticos têm hoje presentes na *internet*:

- materiais educativos disponíveis para o ensino da Matemática, incluindo planos de aula, problemas e possíveis investigações, desafios, simples curiosidades, informação de natureza científica, materiais didáticos como *software* específico de livre distribuição, tais como o *GeoGebra* (um AGD), exemplos de tarefas para aplicar nas aulas, descrição de experiências, jogos didáticos e outros recursos que podem ser acedidos e explorados *online*, como é o caso das *applets* (aplicações interativas que abordam tópicos específicos de Matemática) (Ponte et al., 2003; Duarte et al., 2008);

- espaços de publicação, de comunicação, de colaboração na construção de conhecimento e de suporte à criação de pequenas comunidades virtuais, como as plataformas de gestão da aprendizagem (Duarte et al., 2008).

A *internet* assume, desta forma, diversas facetas: permite o acesso à informação em páginas contendo documentos com texto, imagens, sons, vídeo, documentos hipertexto; possibilita a participação em discussões e permite a interação em direto, por videoconferência, ou em diferido, pelo correio eletrónico, entre utilizadores de todo o mundo. Muitos são os *sites* existentes na *Web*, com interesse e relevância para o ensino da Matemática. A grande maioria destes *sites* permite a interação, assim como a existência de uma secção com ligações (*links*) que permitem

explorar materiais semelhantes ou relacionados com os mesmos conteúdos (Ponte & Oliveira, 2000; Carrilho & Cabrita, 2007). É igualmente possível comunicar na *internet* de modo assíncrono e/ou síncrono. A *internet* constitui-se, assim, como uma ferramenta de grande importância para o trabalho colaborativo, possibilitando que diversas pessoas partilhem experiências e recursos e os transformem em conjunto, estando a grande distância geográfica umas das outras (Ponte & Oliveira, 2000; Carrilho & Cabrita, 2007).

Neste contexto, e tendo também presentes os resultados obtidos por Carrilho (2006), cabe ao professor encontrar modelos viáveis, questões pertinentes e respostas plausíveis, para que esta ferramenta seja integrada de forma sistemática e eficaz no ensino e aprendizagem da Matemática. O professor deverá saber gerir, rentabilizar e reutilizar a panóplia de recursos disponíveis na *WWW* para o ensino e em particular para a Matemática. Identificar, selecionar, avaliar, gerir e orientar na seleção de informação pertinente para o enriquecimento matemático dos alunos, são algumas das finalidades que devem nortear a atuação do professor de Matemática (Carrilho & Cabrita, 2008). Este deverá, também, promover momentos de discussão, para que os alunos possam desenvolver a comunicação matemática, testar conjeturas, explorar as conexões entre esta ciência e as demais áreas do saber, e desenvolver um conjunto de práticas sustentadas pela exploração de recursos potenciados pela *internet*. Atuando desta forma, poderá promover uma formação profícua, em consonância com os desafios que a sociedade atual coloca aos jovens, assim como uma visão mais adequada desta ciência. (Carrilho & Cabrita, 2008; Carvalho 2007; Ponte et al., 2007).

## **As TIC no ensino e aprendizagem da Matemática**

Nas últimas décadas, as TIC têm sido apontadas como um elemento principal no processo de mudança do ensino da Matemática, quer pela informatização da sociedade, quer como parte integrante de novas perspetivas sobre a aprendizagem da Matemática e da sua

---

natureza. As ferramentas TIC, designadamente o *software* educativo específico ou geral, permitem valorizar o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, relativizando o cálculo e a manipulação simbólica, contribuindo para a realização de atividades e projetos de investigação, exploração e modelação (Ponte, 1995). O que é corroborado pela APM (1998), a qual acrescenta que as TIC libertam os alunos das tarefas mais rotineiras e repetitivas, conferindo ênfase a tarefas mais relevantes que facilitam a utilização e manipulação de dados reais, potenciando a criação de contextos significativos e a simulação de situações, estimulando o espírito de investigação. Desta forma, as TIC poderão desenvolver nos alunos, uma atitude mais positiva face à Matemática, bem como promover o desenvolvimento de diferentes competências, e estimular uma visão mais completa sobre a natureza desta ciência (Ponte, Oliveira, & Varandas, 2003).

Atualmente, pensar a educação matemática implica incluir uma forte dimensão das TIC, pois o mundo social tem uma dimensão tecnológica que esta necessita de integrar, contribuindo para a compreensão dos modelos matemáticos que apoiam a interação que as pessoas mantêm em processos, numa enorme variedade de atividades sociais. A formação matemática das pessoas deverá passar pela análise dos artefactos tecnológicos, dos modelos que estão na base do uso desses artefactos e das formas da sua utilização (Matos, 2008).

As TIC encerram em si possibilidades para o desenvolvimento de actividades, em que a aprendizagem dos alunos a Matemática se faz através do seu forte envolvimento, da sua participação e da sua pertença a comunidades de prática. Segundo Lave & Wenger (1991) as comunidades de prática constituem o espaço em que as aprendizagens ocorrem. A aprendizagem é um elemento integrante das práticas da comunidade. À semelhança das comunidades de aprendizagem, elas podem constituir-se num ambiente físico ou virtual. Os mesmos autores consideram que as comunidades de prática são constituídas por grupos de pessoas que partilham uma mesma prática num dado domínio de ação. Daí decorre que têm

características comuns, que se reúnem muitas vezes para partilhar, debater, aprender, e trabalhar com vista a atingir um objetivo comum. De acordo com Wenger et al. (2002)

Communities of practice are groups of people who share a concern, a set of problems, or a passion about a topic, and who deepen their knowledge and expertise in this area by interacting on an ongoing basis. (...). These people don't necessarily work together every day, but they meet because they find value in their interactions. As they spend time together, they typically share information, insight, and advice. They help each other solve problems. They discuss their situations, their aspirations and their needs. They ponder common issues, explore ideas, and act as sounding boards. They may create tools, standards, generic designs, manuals, and other documents – or they may simply develop a tacit understanding that they share. However they accumulate knowledge, they become informally bound by the value that they find in learning together. (...). They also develop personal relationships and established ways of interacting. They may even develop a common sense of identity. They become a community of practice. (p. 4-5)

Uma comunidade de prática tem necessariamente uma história individual que a define e diferencia das outras, isto é, tem a sua própria identidade. Uma comunidade de prática é sempre associada a um dado domínio de prática, muitas vezes um tema de interesse, e envolvendo a construção de novos saberes resultante da interação social, que para Wenger (1998a) é uma forma de aprender. As aprendizagens são elementos integrantes das práticas sociais (Lave e Wenger, 1991).

A perspetiva da aprendizagem situada em comunidade (Lave & Wenger, 1991) preconiza a colaboração de pares e a multiplicidade de perspetivas (Jonassen, 1994), a partilha mútua de conhecimentos, a aprendizagem baseada em problemas e em contexto e outras formas que envolvam o aprender no e com o meio envolvente.

---

Como Wenger afirma (1998b), a aprendizagem pode ser baseada na experiência e na prática progressiva de um grupo de indivíduos que sirvam de sustentação de uma estrutura, mesmo que informal, tornando-se eficaz em garantir a construção de conhecimento significativo assente numa prática partilhada.

Assim, o modelo curricular assenta numa prática e em situações reais, que visa uma aprendizagem contextualizada, onde a colaboração e a interação entre indivíduos, permite o contacto com diferentes perspetivas do saber, promovendo oportunidades de aprendizagem reflexiva e autêntica.

As TIC constituem-se, então, como artefactos mediadores na atividade em desenvolvimento e a aprendizagem é vista como participação (no sentido de Lave & Wenger, 1991 e Wenger, 1998a) e ação transformativa sobre objetos atuados pelos alunos (no sentido de Engeström, 2001).

Os processos matemáticos de experimentação, exploração e conjectura podem ser sustentados pelo uso de artefactos tecnológicos, para além do tradicional papel e lápis ou quadro e giz. Estes últimos, continuam a ser artefactos importantes na representação, contudo as TIC permitem expandir e transformar as possibilidades de representação, simulação, cálculo, etc.

Os princípios pedagógicos assumidos nesta perspectiva, assentam na ideia de que a aprendizagem se constitui como um fenómeno que emerge nas práticas, e é inerente à tensão existente entre a experiência individual dos alunos e a competência social definida nas comunidades de prática em que os alunos participam (Matos, 2008). Neste sentido, o professor deverá conceber cenários que possibilitem aos alunos envolverem-se fortemente em atividades significativas, recorrendo a formas poderosas de representação e partilha colaborativa de ideias. Nesta linha de pensamento, segundo Matos (2008), uma abordagem pedagógica deverá incluir: (i) formas específicas de abordar e utilizar as TIC que coloquem a

ênfase nas questões, nos problemas e nos desafios e não nas TIC, (ii) formas específicas de representar e partilhar ideias matemáticas, (iii) a diversidade e parcialidade do conhecimento são encaradas como contributos para diversos aspectos do conhecimento e (iv) o reconhecimento da importância de aprofundar a sua aprendizagem, através da interação com ferramentas, pessoas e representações e não apenas a partir da informação dada por professores, por livros ou por *software*.

A utilização adequada das TIC no ensino da Matemática, de acordo com Ponte & Canavarro (1997), podem contribuir para concretizar as orientações curriculares dos atuais programas portugueses. Segundo estes autores, quando utilizadas adequadamente, as TIC podem desenvolver finalidades abrangidas pelo programa de Matemática do ensino básico, nomeadamente: i) as atitudes, na medida em que proporcionam contextos/ ambientes de aprendizagem ricos e estimulantes, nos quais os alunos sentem incentivada a sua criatividade e desenvolvem a curiosidade e o gosto de aprender; ii) a confiança, a autonomia e o espírito de tolerância e cooperação – os alunos têm um papel mais ativo permitindo-lhes investigar, formular e testar conjeturas próprias, discutir e comunicar matematicamente; iii) capacidades intelectuais de ordem mais elevada do que aquelas que estão associadas às competências de cálculo e à compreensão de conceitos e relações matemáticas simples, tornando deste modo possível deslocar a ênfase atribuída à aprendizagem de técnicas, para o desenvolvimento de capacidades relacionadas com o raciocínio matemático; tanto em contexto de exploração e investigação como de resolução de problemas, as tecnologias permitem aos alunos o desenvolvimento do raciocínio estratégico e do espírito crítico aquando da análise da razoabilidade dos resultados fornecidos pelas TIC; iv) a capacidade de resolução de problemas, pois ampliam as possibilidades de trabalho em diversas situações e contribuem, ainda, para a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no mundo que os rodeia.

---

Os documentos curriculares no domínio do ensino da Matemática nos diferentes níveis de ensino têm vindo a incluir referências explícitas às TIC, desde a década de 90, nas suas orientações para o ensino.

Segundo o NCTM (2007) “**a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática; influencia a Matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos**” (p. 26). As ferramentas tecnológicas proporcionam aos alunos, imagens visuais de ideias matemáticas, cálculos de forma eficaz e exata, e facilitam a organização e a análise de dados, podendo os alunos concentrarem-se na reflexão, no raciocínio, nas decisões a tomarem e na resolução de problemas. A **tecnologia**, nomeadamente, o computador, **facilita a aprendizagem da Matemática**, na medida em que liberta o aluno de tarefas rotineiras e morosas (Holyes & Noss, 2003) deixando-lhes mais tempo para tarefas de natureza investigativa (NCTM, 2007). Nesta linha de pensamento, Ponte e Canavarro (1997) referem que as TIC

potenciam uma reformulação do trinómio saber-aluno-professor de modo a que: -  
Na aprendizagem se contacte com uma aprendizagem mais viva, onde há lugar para interrogações, conjecturas, provas e refutações, isto é, muito mais próxima do espírito investigativo que verdadeiramente caracteriza a atividade dos matemáticos (...)  
(p.33).

Em simultâneo, a tecnologia, permite a visualização de modelos gráficos que o aluno manualmente não conseguiria construir, assim como a visualização de ideias matemáticas através de múltiplas perspetivas, possibilitando-lhe aprender mais Matemática e de forma mais aprofundada (NCTM, 2007). Neste tipo de utilização do computador, cabe ao aluno um papel mais ativo na aprendizagem, num leque mais alargado de objetivos e competências.

A utilização de tecnologias especiais aumenta a possibilidade de envolver os alunos em desafios matemáticos (NCTM, 2007).

A **tecnologia contribui para um ensino eficaz da Matemática** (NCTM, 2007). Para que tal aconteça, os professores têm de utilizar eficazmente a tecnologia, durante as aulas de Matemática, selecionando ou criando tarefas matemáticas de modo a aproveitarem o que a tecnologia permite fazer de forma eficiente e correta, nomeadamente a construção de gráficos, o cálculo, a visualização e a simulação, proporcionando aos alunos experiências dificilmente recriáveis sem a utilização das TIC, e poderão tirar partido da *internet*, recorrendo a dados e recursos nela disponíveis para conceber tarefas. Os programas de geometria dinâmica, folhas de cálculo e micromundos<sup>4</sup> computacionais são ferramentas úteis na formulação de problemas significativos.

Para a *Mathematical Association*

Good teaching using ICT begins with clarity of purpose in its use. Most often this comes with experience, and through thoughtful planning and collaboration between teachers integrating ICT into a scheme of work. Once pupils are working on their own or in groups, effective teaching involves teacher intervention to make sure that the objectives of the lesson are met and that pupils do not become distracted by the technology (M.A., 2002).

O professor desempenha, então, um papel fundamental num ambiente tecnológico, na medida em que tem de decidir se, quando e como utiliza as TIC. Estas permitem que o professor observe os seus alunos e se concentre nos seus raciocínios, enquanto estes trabalham com as tecnologias. Durante esse trabalho, os discentes poderão mostrar as suas

---

<sup>4</sup> Micromundos são ambientes computacionais onde os alunos podem realizar determinadas tarefas ou explorações. Pode-se, por exemplo, conceber um micromundo para fazer pavimentações no plano. A utilização de micromundos tem subjacente uma intencionalidade educativa, a de favorecer o desenvolvimento de determinados conceitos ou estratégias de raciocínio (Papert, 1994)

---

percepções sobre a Matemática. As TIC ao permitirem ao professor analisar os processos que os alunos utilizam no decorrer das suas investigações matemáticas, bem como os processos obtidos, constituem uma mais valia para a avaliação. O professor deve propor tarefas que permitam aos alunos sentir a necessidade de utilizar as TIC bem como aperceberem-se das vantagens da sua utilização. Todas as decisões que os professores tomam afetam a aprendizagem dos alunos de forma significativa.

**A tecnologia influencia a Matemática que é ensinada** (NCTM, 2007). Ao permitir explorar situações matemáticas que com o papel e lápis seriam impossíveis, influencia não só a forma como a Matemática é ensinada e aprendida mas também o que é ensinado. Kaput & Roschelle (2013) referem

We see new technologies creating a possibility to reconnect mathematical representations and concepts to directly perceived phenomena, as well as to strengthen students' understanding of connections among different forms of mathematical representation. By starting from more familiar antecedents, such as graphs and motion, both in kinesthetic and cybernetic form, and developing towards more compact and formal mathematical representations, we see an opportunity to create a new path of access to mathematics that has too often remained the province of a narrow elite (p. 23).

Nesta perspetiva, para a implementação das TIC na educação, e em particular na educação matemática, é necessário repensar as práticas pedagógicas, o que requer uma mudança nos currículos, de forma a contemplar os interesses dos alunos, na medida em que o aprender não está centrado no professor mas no processo de ensino-aprendizagem do aluno. Ao participar ativamente neste processo, aluno constrói o seu próprio conhecimento e desenvolve capacidades cognitivas.

## **O currículo e o programa de Matemática: aspetos gerais e relações com as TIC**

Ao pensarmos em utilizar as TIC no currículo, é fundamental considerar dois aspetos. O primeiro tem que ver com o modo como devem ser utilizadas de forma a apoiar e melhorar o ensino da Matemática. O segundo refere-se ao alcance que a acessibilidade das TIC implicará no conteúdo daquilo que é ensinado, ou a ênfase relativa que é dada a diferentes tópicos no currículo da Matemática.

As TIC implicam mudanças nos temas matemáticos do currículo, as quais se repercutem na relevância dos temas, na forma como são abordados e na sequência como são introduzidos.

As relações múltiplas, intrínsecas e complexas que se criam e desenvolvem entre a Matemática, a tecnologia e a sociedade têm conduzido a reestruturações no currículo e programas de Matemática, no sentido de responder às exigências da sociedade do século XXI e aumentar a literacia científica tendo em vista a formação de cidadãos conscientes e participativos na sociedade.

As orientações curriculares do Decreto- Lei nº 6/2001, de 18 de janeiro, atribuem grande relevância à utilização das TIC no ensino básico. Neste decreto-lei, constitui formação transdisciplinar de carácter instrumental a utilização das TIC, conferindo no âmbito da escolaridade obrigatória, competências básicas neste domínio. Pretende-se assim, desenvolver competências numa perspetiva de formação ao longo da vida. As orientações curriculares consagram a “valorização da diversidade de metodologias e estratégias de ensino e atividades de aprendizagem, em particular com recurso a tecnologias da informação e comunicação”.

É difícil à escola acompanhar o ritmo da evolução tecnológica, na medida em que o acesso e a utilização a novos meios tecnológicos é limitado e a sua utilização fica muito aquém das suas potencialidades. A escola apesar das mudanças tecnológicas que sofreu com a integração das TIC, continua condicionada pelo modelo tradicional de ensino.

---

Em conformidade com o Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB) de 2007 e com o objetivo de promover a utilização das TIC no sistema educativo, muitos foram os projetos implementados, já atrás referidos, que tinham como principais destinatários os professores e os alunos. A inserção das TIC na educação, segundo Ponte (1994) tende a passar por três fases – a experimentação, o desenvolvimento e a integração. Esta última fase não tem sido de fácil concretização, o que pode estar relacionado com o sistema e contexto escolar, com os professores que neles trabalham ou com as orientações programáticas sobre o uso das TIC.

O currículo nacional para o ensino básico (2001) recomenda a utilização das TIC na aprendizagem da Matemática:

Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar, mas também, (...) os modelos científicos e gráficos. Quanto ao computador os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente de gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como de utilizar as capacidades educativas da rede internet. (p.71)

No Programa de Matemática para o Ensino Básico (2007) é referido que:

O computador (por exemplo, com a folha de cálculo) é um bom recurso para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problema (p. 56).

Referem ainda que as TIC deverão ser usadas na: “resolução de problemas e em atividades de exploração e investigação e na análise de um problema em diferentes representações (por exemplo, na representação gráfica de um problema algébrico)” (p. 63-64).

As indicações metodológicas do PMEB de 2007 sugerem não só “a utilização adequada de recursos tecnológicos como apoio à resolução de problemas e à realização de atividades de investigação permite que os alunos se concentrem nos aspetos estratégicos do pensamento matemático.” (p.62-63), como também que

os alunos devem recorrer a software de geometria dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação (...) Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos que permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afetiva com a Matemática. (p. 51).

No que às capacidades transversais diz respeito, o PMEB de 2007 indica como recurso o computador nos domínios: numérico, algébrico, geométrico e tratamento de dados, de modo a tirar partido da experimentação no apoio à resolução de problemas e atividades de exploração e investigação, para clarificar, organizar, desenvolver e melhorar o pensamento matemático.

Encontrava-se, assim, no PMEB de 2007, referência ao papel que as TIC podem desempenhar na educação matemática.

O Ministério da Educação e Ciência homologou em 17 de junho de 2013 o Programa de Matemática para o Ensino Básico, que entrou em vigor no início do ano letivo 2013/2014. A 23 de abril de 2013 emitiu um comunicado, segundo o qual,

Este programa substituirá progressivamente o anterior. A sua implementação acompanhará, ano a ano, o calendário estabelecido para a implementação das metas curriculares. O antigo programa continuará a servir como documento de apoio nos anos para os quais as metas não são ainda obrigatórias...(MEC, 2013)

---

De acordo com o MEC (2013), este documento faz reajustes ao programa de 2007, “mantendo no essencial o seu conteúdo de forma sistematizada e organizada e retirando as indicações metodológicas específicas...”

Todavia, da leitura conjunta do Programa de Matemática do Ensino Básico, homologado a 17 de junho de 2013, e das Metas Curriculares, homologadas a 3 de agosto de 2012, verifica-se que não existe qualquer tipo de referência às tecnologias nas Metas Curriculares e que no PMEB a única referência consiste em:

(...) o uso da calculadora no Ensino Básico apenas é expressamente recomendado em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas que envolvam, por exemplo, um elevado número de cálculos, a utilização de valores aproximados, operações de radiciação ou a determinação de razões trigonométricas ou de amplitudes de ângulos dada uma razão trigonométrica, quando não haja intenção manifesta de, por alguma razão justificada, dispensar esse uso. (p.28-29)

No momento em que os resultados nacionais (prova final do 1º ciclo) e os resultados dos testes internacionais TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) e PISA (*Programme for International Student Assessment*) mostram melhorias na aprendizagem dos alunos portugueses a Matemática, é de estranhar esta decisão do Ministério da Educação (MEC), de revogação do Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), homologado em 2007.

Contudo, a introdução das TIC na escola coloca novos desafios aos professores. Cuban (1986, citado em Ponte, 2000) refere que o processo de apropriação das TIC pelos professores é complexo e tradicionalmente problemático. Com a introdução das TIC no ensino o papel do professor sofre profundas mudanças, pois para além do docente ter de se apropriar das TIC, aprendendo a usar o seu potencial, perde o controlo e a segurança

característicos da aula tradicional. Neste contexto, importa considerar as concepções dos professores sobre o uso das TIC e de que modo estas interferem nas suas práticas, e em particular num AVA.

A *internet* poderá ter um papel essencial no ensino da Matemática, ao criar ambientes de simulação. A apresentação e transmissão de conhecimento poderão ser feitas de diversas maneiras, muito próximas da realidade, recorrendo ao hipermédia. Atualmente existem disponíveis livremente na *Web*, animações, imagens, vídeos ou programas gratuitos que permitem ilustrar, simular, modelar ou criar situações de demonstração dos mais diversos assuntos tratados no currículo de Matemática.

A área disciplinar de Matemática, através dos conteúdos científicos que explora, incide em diferentes campos do saber, enfatiza a relação da Matemática com a tecnologia e sociedade e apela para o desenvolvimento da literacia científica dos alunos, ou seja, a natureza da Matemática – saberes sobre Matemática – e a dimensão formativa, social e cultural, isto é a educação para a cidadania – saberes através da Matemática -, possibilitando, aos alunos, aprendizagens respeitando os seus diferentes ritmos.

Em suma, as TIC e a *internet* poderão ter um papel essencial no ensino da Matemática, quer através da criação de AVA's que se aproximem da realidade, recorrendo ao hipermédia e às ferramentas de comunicação assíncronas ou síncronas, quer do desenvolvimento de projetos educativos. Neste contexto, os professores não são consumidores mas sim produtores de currículo, devendo agir como orientadores do processo de aprendizagem.

---

## CAPÍTULO 3

### **Ambiente virtual de aprendizagem**

Atualmente, segundo Dias & Subtil (2006) os investigadores acreditam que com a criação dos ambientes virtuais de aprendizagem (AVA's) descobriram uma nova e poderosa ferramenta pedagógica. Acreditam que desta forma a aprendizagem acontecerá com autonomia de espaço, autonomia de tempo e autonomia no ritmo de trabalho de cada aluno, de acordo com a intencionalidade explícita do projeto. Os AVA's têm sofrido grandes desenvolvimentos e são cada vez mais utilizados no apoio ao ensino e à aprendizagem, sendo uma realidade emergente nos mais variados contextos educativos. Estes ambientes surgem da necessidade de disponibilizar um conjunto de informação de formato diversificado na *Web*, permitindo reconhecer que os AVA's não só contribuem para uma mudança no paradigma educacional como também criam ligações e redes de comunicações importantes.

Muitas são as definições para o termo Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Segundo Vavassori e Raabe (2003) um Ambiente Virtual de Aprendizagem define-se como uma combinação de recursos e ferramentas, que permitem e potenciam a sua utilização em atividades de aprendizagem através da *internet*, presencialmente ou a distância. Maçada (2001) apresenta uma definição próxima de um referencial teórico construtivista:

O ambiente virtual (digital) de aprendizagem é um sistema cognitivo que se constrói na interação entre sujeitos-sujeitos e sujeitos-objectos, transformam-se na medida em que as interações vão ocorrendo, que os sujeitos entram em actividade cognitiva (...) Não existem fronteiras rígidas do que é meio, objecto e sujeito, pois um ambiente virtual de aprendizagem sob a perspectiva construtivista, se constitui sobretudo pelas relações que nele ocorrem (Maçada, 2001, p.44).

Neste contexto, o AVA como complemento ao ensino presencial, com a flexibilização de tempos e espaços de ensino-aprendizagem, traz novos desafios à educação no campo tecnológico e pedagógico. Segundo Moran (2000), a educação *online*, leva-nos a pensar em processos pedagógicos que conciliem a elaboração de materiais adequados, a comunicação em tempo real e em diferentes momentos, a combinação de tempos flexíveis, avaliações presenciais e a distância, junto dos sujeitos envolvidos. Para Moran, em virtude da ausência de referências anteriores, é necessário vivenciar pedagogias que integrem o ensino virtual e presencial para se adquirir mais conhecimento e compreensão sobre todas as dimensões abrangidas. Também Carvalho (2007) adverte para a importância de se começarem a utilizar os recursos e as ferramentas *online*, evoluindo assim para um ambiente que é familiar aos alunos que lhes permita aprender de forma crítica e colaborativa.

Um AVA integra funcionalidades de comunicação e partilha de informação, permitindo aceder à aprendizagem de uma forma flexível, isto é, em qualquer espaço (*anywhere*) e em qualquer hora (*anytime*). Um AVA deve, por um lado, enfatizar a aprendizagem através da integração de ferramentas interativas e comunicativas, da partilha de conteúdos multimédia, do alojamento de trabalhos e projetos, da integração de ferramentas de aprendizagem colaborativa, e por outro, deve proporcionar estratégias que potenciem a participação ativa e significativa dos alunos, abranger possibilidades didáticas de aprendizagem individual e em grupo, criar novos acessos a *websites* como forma de enriquecer o conhecimento, possuir ferramentas de controlo de acesso e registo de utilizadores e de gestão de grupos de trabalho. O aluno experimenta, investiga, decide, estabelece o seu próprio ritmo de trabalho e define o seu percurso de aprendizagem. Estes ambientes exigem aos participantes um envolvimento cognitivo e social que se traduz num papel ativo sobre os objetos e pessoas do ambiente. A discussão e exposição de ideias e

---

argumentos, bem como a partilha de informação, fomentam a interação e a colaboração entre os participantes.

Assim, os AVA's são espaços que se criam e reconfiguram constantemente com as inúmeras ações sobre os objetos, bem como com as intervenções sociais que surgem à volta de um tema, de um conceito, de um problema ou de um projeto. Desta forma, é essencial que estes ambientes integrem ferramentas de comunicação síncrona que impõem que os participantes se encontrem *online*, em simultâneo, para poderem comunicar entre si, uma vez que esta forma de comunicação se caracteriza pelo sincronismo da troca de informação, e ferramentas de comunicação assíncrona, as quais não exigem a presença online dos intervenientes ao mesmo tempo, pois a transmissão de informação acontece de modo diferido. Na comunicação síncrona, os estudantes participam em tempo real nas conversas e debates através de conferências áudio, *chats* e videoconferências, o que promove a proximidade “virtual” entre eles e visa potenciar a flexibilidade temporal e espacial dos intervenientes. As ferramentas de comunicação assíncrona, nomeadamente os fóruns, os *blogs*, o *e-mail*, e os *wikis*, demonstram um grande potencial, dado que possibilitam uma reflexão aos professores e alunos sobre as diferentes contribuições de cada um e sobre aquilo que se pretende dizer. Segundo Miranda (2009), a comunicação assíncrona reveste-se de três padrões comunicacionais: interação estudante–conteúdo, interação estudante-professor e interação estudante(s)-estudante(s). Independentemente das ferramentas de comunicação utilizadas, o principal é que estas consigam fomentar e, se possível, melhorar a interação entre professor e alunos, destes entre si e destes com os conteúdos (Morais e Cabrita 2007).

Na conceção de um AVA deve privilegiar-se a criação de contextos ricos de aprendizagem, bem como considerar-se, por um lado, uma componente pedagógica assente nos conteúdos e materiais digitais selecionados, concebidos ou reutilizados, com o objetivo de potenciar nos alunos a construção de novas aprendizagens e, por outro lado, uma

componente tecnológica, as TIC, sobretudo através de *softwares* que garantam a interatividade e que assegurem o *feedback* imediato ao aluno, para que este possa auto-regular a sua aprendizagem; por fim o papel social, na medida em que os indicadores de presença social adquirem especial importância na criação de comunidades virtuais coesas (Garrison & Anderson, 2003), onde os alunos partilham experiências e trabalham em grupo, desenvolvendo um trabalho cooperativo e colaborativo. Um exemplo de um AVA é uma plataforma de aprendizagem, a qual integra inúmeras ferramentas que fomentam um contexto rico para a aprendizagem individual e colaborativa.

Neste contexto têm-se desenvolvido diversos estudos (Lacerda, 2007; Lopes & Gomes, 2007; Flores & Flores, 2007; Ramos, 2005; entre outros) que consideram que os AVA's constituem-se como ferramentas poderosas no apoio aos professores e alunos, designadamente na organização de conteúdos, na facilidade de comunicação e interação, na aquisição e construção de novos conhecimentos, no desenvolvimento das capacidades de autonomia, na promoção do trabalho de projeto e na facilitação e promoção dos processos de aprendizagem colaborativa. Nesta perspetiva, a aprendizagem baseia-se em estratégias colaborativas e ocorre quando o sujeito está cognitivamente envolvido num contexto de ensino-aprendizagem complexo e realístico, abrangendo temas, tarefas e interações verbais concretas (Santos e Carvalho, 2008).

Um estudo desenvolvido pela BECTA (2007) evidencia que este tipo de ambientes favorece um maior envolvimento dos alunos, dando-lhes estímulos para o trabalho colaborativo, para a discussão e desenvolvimento do pensamento crítico, juntamente com tudo isso, dominam o seu processo de aprendizagem.

(...) motivation and engagement, independent learning and autonomy and key or core skills such as collaborative learning and communication, all of which can contribute to improved knowledge, understanding and skills. The technology supported collaborative

---

working in line with social constructivist principles, encouraged the contribution of ideas, sharing of tasks and generated knowledge and understanding (BECTA, 2007, pp.22-41).

O mesmo estudo refere ainda, que apesar das inúmeras mudanças relativamente à utilização de AVA's, tem crescido o número de escolas de ensino não superior que utilizam estes ambientes, contudo a grande maioria ainda os utiliza como um repositório de materiais, gestão de conteúdos ou para comunicação.

Segundo Jonassen (2007) os AVA's são ótimos instrumentos para a aprendizagem, pois ao navegar nestes ambientes o aluno para além de visualizar, também interage, participa, coopera e constrói o seu próprio conhecimento. Papert (1994) designa estes ambientes de *micromundos* e descreve-os como ambientes de aprendizagem exploratória, onde o computador deve ser entendido como um objeto com o qual pensamos. Os AVA's, possibilitam que o aluno tenha um papel importante na construção do seu próprio conhecimento e aprendizagem, com maior liberdade para escolher quando, onde e como estudar, de acordo com os seus interesses, estilos de aprendizagem e necessidades. Os alunos dispõem de mais independência e autonomia na forma como aprendem e na quantidade de fontes de informação que têm ao seu alcance (BECTA, 2007).

O sucesso da aprendizagem *online* para Salmon, (2000) está na combinação equilibrada entre antigos, mas adequados, conceitos de aprendizagem e a implementação de inovações, usando o que de melhor nos oferecem as tecnologias baseadas na Internet.

Segundo Carvalho (2007) a utilização deste tipo de ferramentas exige do professor “criatividade e muita dedicação para conceber e dinamizar actividades” (idem, p.15). Também para Santos e Carvalho (2008) a utilização de um AVA exige do professor não só um conhecimento da tecnologia como também mais tempo para a preparação dos materiais e respetivas aulas.

Em suma, um AVA constitui um espaço rico, numa perspetiva pedagógica e social. É ainda, impulsionador de aprendizagens colaborativas, constituindo sistemas de potencialização das TIC, as quais adquirem cada vez maior importância na sociedade. Estes ambientes redesenham um novo paradigma de espaço de aprendizagem, até então atribuído ao espaço da sala de aula.

## **Conceção e desenvolvimento do ambiente virtual de aprendizagem em Matemática**

A construção de um ambiente de aprendizagem estimulante e motivador para o aluno que o envolva nas atividades educativas, deve ser um desafio a assumir.

Neste sentido, o procedimento global de criação do AVA desenvolveu-se em três fases: a conceção, o desenvolvimento e a implementação. Começarei por descrever a metodologia adotada, as finalidades e objectivos do AVA.

### **Processo de Conceção**

Iniciou-se este trabalho fazendo uma revisão de literatura no domínio do *design* e do *web design* e no domínio da aprendizagem baseada na *web* (*web-based learning*). Essa revisão teve como finalidade a atualização de conhecimentos nessas áreas. Após a análise das plataformas de aprendizagem disponíveis na *internet*, e da revisão de literatura, optou-se por utilizar a plataforma *Moodle*, devido às suas características, funcionalidades e vantagens relativamente às plataformas analisadas. *Moodle* é o acrónimo de *Modular Object Oriented Developmental Learning Environment* e é um sistema de gestão de cursos (*Course Management System* – CMS) através da *internet*. Uma das suas principais vantagens é ser *open source*, isto é, possui código aberto, permitindo que qualquer utilizador modifique e adapte o ambiente de acordo com as suas próprias necessidades. O *Moodle* é, hoje, uma

---

plataforma de *e-learning* utilizada em todo o mundo. Este sistema foi desenvolvido por Martin Dougiamas que, com a sua formação em educação e em computação, desenvolveu uma ferramenta com características pedagógicas e tecnológicas.

Entre o público alvo do *Moodle* encontram-se os professores, os quais podem gerir a plataforma de acordo com as suas necessidades.

Posteriormente, tomaram-se decisões sobre a finalidade do ambiente de aprendizagem, os seus objetivos específicos, os conteúdos a disponibilizar e sob que formatos e os tipos de comunicação.

## **Finalidade do desenvolvimento do AVA**

A finalidade do desenvolvimento do ambiente de aprendizagem concebido foi a “produção” de um ambiente virtual de apoio ao processo de ensino-aprendizagem dos alunos do 8º ano, que integraram o estudo, na disciplina de Matemática.

Pretendeu-se que este ambiente na sua forma final pudesse ser utilizado em condições idênticas permitindo novas avaliações e experimentações. A sua estrutura conceptual e técnica pretendeu ser suficientemente aberta, para permitir no futuro outros desenvolvimentos. Assim, a observação, análise e “experiência” de execução do ambiente virtual permitiu obter um conhecimento das dificuldades e das facilidades inerentes ao processo e a aquisição das competências necessárias para efetuar desenvolvimentos futuros.

A conceção do ambiente de aprendizagem teve como base o conceito de “aprender a aprender”, o qual sustenta a “aprendizagem ao longo da vida”. Neste sentido, pretendeu-se envolver os alunos de forma ativa, num contexto de aprendizagem rico, com respeito pelas diferenças individuais, envolvendo trabalho colaborativo em situações de aprendizagem flexíveis, integrando conhecimentos matemáticos e aprendendo fazendo.

## Objetivos do AVA

O objetivo do ambiente de aprendizagem foi constituir um instrumento que servisse de suporte ao professor e aos alunos no processo de ensino-aprendizagem na disciplina de Matemática do 8º ano, como complemento ao ensino presencial.

O suporte às atividades de ensino traduziu-se numa flexibilização do espaço e do tempo das aulas presenciais, no sentido em que se disponibilizou um referencial *online*, concebido para ajudar o aluno nas suas atividades de aprendizagem, potenciando-as.

O suporte às atividades de aprendizagem verificou-se, também, na conceção de um AVA assente numa componente pedagógica de construção colaborativa do conhecimento. Essa flexibilização do espaço e do tempo possibilitou aos alunos maior autonomia no processo de aprendizagem, visto disporem de um referencial interativo *online* que puderam utilizar em função dos seus tempos e ritmos de aprendizagem.

## Organização e recursos do AVA

Foram disponibilizados no AVA todos os recursos/materiais utilizados na sala de aula, nomeadamente documentos, fichas de trabalho, fichas de avaliação, *powerpoints*, problemas matemáticos, textos de apoio, exemplos de atividades resolvidas e vídeos. Existiram também outros recursos da WWW (*Word Wide Web*), como ferramentas de comunicação síncrona (*chat*), ferramentas de comunicação assíncrona (fóruns e glossários) e ainda *e-mail*, que potenciaram a interação entre aluno-conteúdo, aluno-professor e aluno(s)-aluno(s). Foram igualmente incluídos objetos de aprendizagem de natureza interativa, como *applets*, nos diferentes temas abordados.

O ambiente virtual foi organizado de forma gradual. A imagem do *layout* desse ambiente pode ser visto na figura 1. Aparecia uma primeira secção de introdução à disciplina e de algumas ferramentas que foram sendo utilizadas, como o *glossário* (Anexo E) e o *chat*

para conversas sobre a Matemática. Existia também uma secção da história da Matemática e o cantinho da partilha com vários vídeos e *links* (Anexo E). Posteriormente surgiam várias secções, uma por cada tema (figuras 2, 3 e anexo E), nas quais foram indicados os respetivos objetivos e propostas de trabalho. Neste sentido, disponibilizou-se gradualmente, aos alunos, nas respetivas secções, todo o material didático como complemento às aulas presenciais, mas sempre em consonância com os temas lecionados nas mesmas. À medida que se avançava na matéria, o ambiente virtual ia sendo atualizado com os respetivos conteúdos. Ao mesmo tempo, os alunos eram incentivados a dar o seu contributo na construção do AVA, com documentos, hiperligações, *downloads* ou jogos matemáticos com interesse para a turma. A pesquisa, a conceção e organização do material foi da responsabilidade da professora/investigadora.

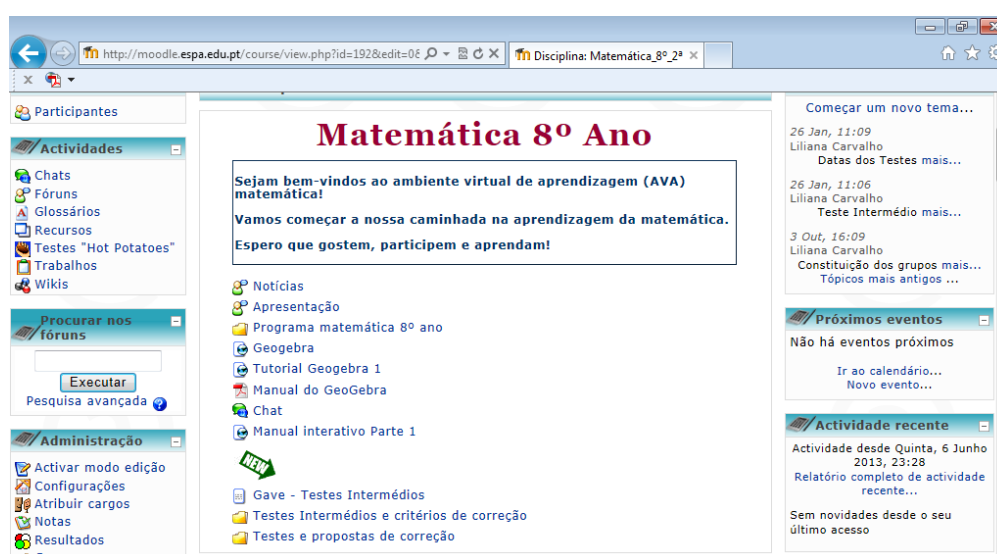


Figura 1: *Layout* Matemática 8º ano

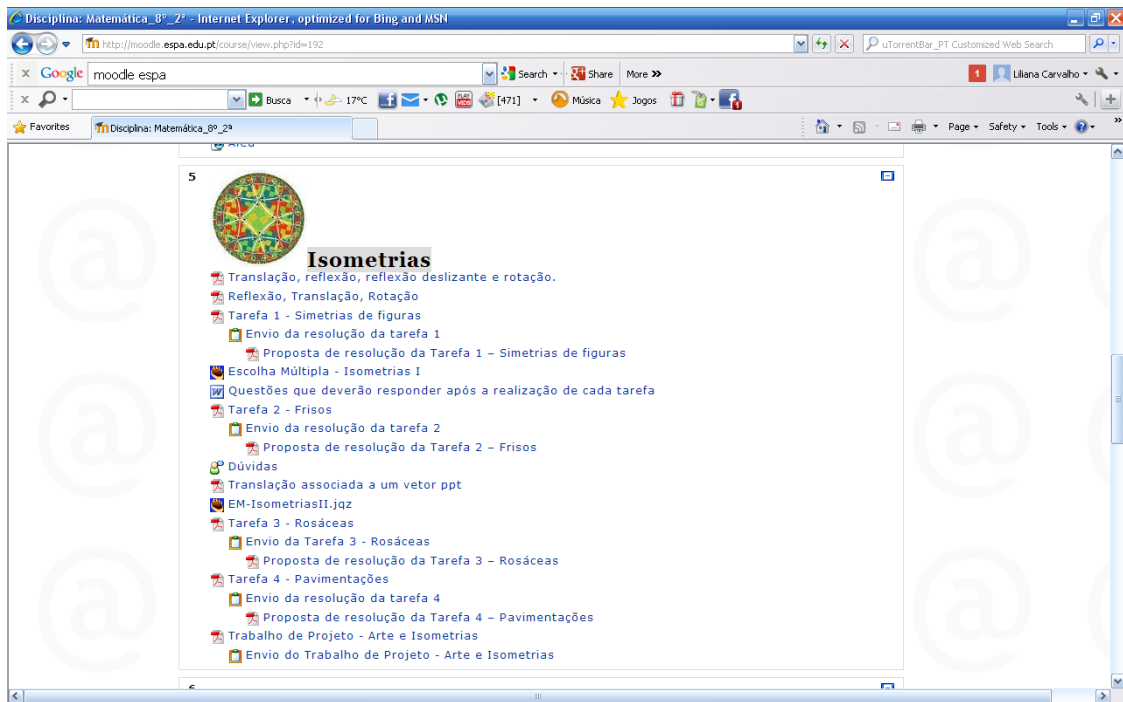


Figura 2: *Layout* do tema isometrias



Figura 3: *Layout* do tema funções

Foram planificadas e desenvolvidas diversas propostas de trabalho, que incluíam, atividades de exploração e investigação, resolução de problemas e desafios, de acordo com os objetivos da disciplina. Para ajudar na realização destas tarefas e para aprofundar o conhecimento foram disponibilizadas diferentes ferramentas como *software* na área da

---

Matemática, nomeadamente, o *GeoGebra* (programa de geometria dinâmica), *applets* (aplicações interativas), jogos educativos, entre outros, assim como espaços de comunicação e partilha. Esta componente tecnológica garante a interatividade e assegura o *feedback* imediato ao aluno, permitindo-lhe auto-regular a sua aprendizagem. Ao integrar essas ferramentas interativas e comunicativas, a partilha de conteúdos multimédia, o alojamento de trabalhos e projetos e a integração de ferramentas de aprendizagem colaborativa, o AVA enfatiza igualmente a aprendizagem.

Foram também desenvolvidos e disponibilizados roteiros de exploração; conteúdos para complementar a aprendizagem; atividades avaliativas e de verificação das aprendizagens, um fórum de dúvidas para cada um dos temas abordados e a criação de hiperligações para *sites* relacionados com as temáticas em estudo.

O ambiente de aprendizagem foi sendo reajustado, durante a investigação, sempre que se sentiu necessidade, com base nas interações professora-alunos ocorridas através das ferramentas de comunicação síncrona ou assíncrona ou das aulas presenciais, com o intuito de ajudar os discentes a aprender mais Matemática usando as TIC como suporte e possibilitando-lhes, desta forma, o acesso a modos de aprendizagem característicos da era digital em que nasceram e vivem (Matos, 2010).

Pretendia-se que o ambiente fosse intuitivo, funcional e interativo, com ferramentas que possibilitassem o *feedback* aos alunos, gerando aprendizagens significativas.

O *design* instrutivo do ambiente virtual (análise, planeamento, desenvolvimento e implementação) baseou-se nas Teorias de instrução de Bruner e Gagné, na teoria da carga cognitiva e da aprendizagem multimédia.

Uma das preocupações, como docente, ao planificar e conceber este ambiente de aprendizagem foram os conteúdos e procedimentos (os saberes e saberes-fazer). A conceção das atividades e recursos tiveram como base os princípios da aprendizagem e instrução

multimédia, os quais foram construídos, organizados, sequenciados, selecionados, e alguns reutilizados com vista a um ambiente de aprendizagem significativo. Houve um grande cuidado em construir atividades autênticas que permitissem alcançar os objetivos formulados.

Os recursos multimédia ajudam os alunos a captarem visualmente as imagens e as palavras que se lhes pretende transmitir. No entanto, a quantidade de informação processada a cada instante é limitada e, por isso houve a preocupação de não densificar excessivamente a informação apresentada aos alunos. O excesso de informação cria uma sobrecarga cognitiva e impõe restrições no desempenho e na capacidade de aprendizagem.

Como afirma Bruner a predisposição para aprender depende de diversos fatores, nomeadamente os emotivos, os culturais e os motivacionais. A opção de recorrer a ambientes de geometria dinâmica e a *applets* em muitas atividades visa, exatamente, motivar os alunos para aprender.

Os alunos foram informados da estrutura dos conteúdos e da sua sequência, bem como lhes foi dado *feedback* em tempo útil do seu desempenho e progressos face aos objetivos.

Seguindo a perspetiva construtivista de Bruner, pretendeu-se que o aluno tivesse um papel ativo na construção do seu conhecimento, pelo que a professora/investigadora assumiu o papel de orientadora/potenciadora da aprendizagem.

Optou-se por um modelo centrado no trabalho de grupo, o que fez com que as atividades propostas fossem desenvolvidas de forma partilhada, com vista a proporcionar trocas de experiências, discussões e pesquisa, cumprindo-se um modelo colaborativo de aprendizagem.

As estratégias aqui adotadas ao desenvolvimento destas atividades tiveram por base a criação de ambientes de aprendizagem motivacionais, através da descoberta e experimentação, orientados para a resolução de problemas práticos, bem como para a partilha de conhecimentos *online* nos fóruns de discussão, na construção do glossário que

---

proporcionam aprendizagens mais significativas. Pretendeu-se, também, que o ambiente fosse “informal” de modo a que os alunos se sentissem à vontade para errar durante o processo de aprendizagem.

Nalguns temas foram necessários pré-requisitos de conteúdos já lecionados no 2º e 3º ciclo. Como refere Gagné, para avançar na aprendizagem são necessários conhecimentos prévios dos alunos, a aprendizagem é cumulativa, isto é, os alunos constroem novos conhecimentos com base em conhecimentos anteriores.

## **Exemplos de AVA's**

Da pesquisa efetuada foi possível constatar que existe uma quantidade significativa de ambientes virtuais de aprendizagem matemática em contexto escolar. Se há anos atrás, a maioria desses ambientes eram norte-americanos, hoje existem já muitos *sites* em português, resultantes de esforços mais ou menos individuais, uns, ou institucionais, outros. Apresentam-se aqui algumas das investigações, no âmbito da implementação de AVA's em contexto educativo, que considero mais relevantes para esta investigação.

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) desenvolveu o *site Illuminations* (<http://illuminations.nctm.org/>), tendo sido uma das primeiras instituições educativas a utilizar a *internet*, disponibilizando *applets* interativos para o ensino e aprendizagem da Matemática. O projeto *Illuminations* pretende fornecer recursos inspirados nos *Principles and Standards for School Mathematics*, estando disponíveis no *site* inúmeras atividades e planos de aula para todos os anos, e temas do currículo escolar do ensino não superior norte-americano. Cada plano de aula contém os objetivos de aprendizagem, os materiais necessários, o desenvolvimento da aula, questões a colocar aos alunos, sugestões de avaliação, extensões à proposta inicial, indicações para reflexão no final da aula para o

professor e, também, os princípios e normas que se pretendem trabalhar em cada proposta. O facto do *site* ser em inglês poderá ser um dos inconvenientes para utilizar os recursos disponíveis no mesmo, tornando-os de mais difícil adaptação para o trabalho com os alunos.

Santos (2006) desenvolveu uma investigação com o objetivo de analisar o impacto da integração de uma plataforma de gestão de aprendizagem – Escola Virtual – na aprendizagem e no ensino da Matemática, em ambiente de sala de aula e extra aula. O estudo foi realizado numa escola básica e secundária, durante seis meses, no contexto da disciplina de Matemática do 12º ano e envolveu 51 alunos de dois grupos e duas professoras, sendo uma delas a investigadora. Esta concluiu que a utilização da Escola Virtual influenciou de modo positivo a motivação dos alunos e facilitou a compreensão dos conteúdos lecionados. Relativamente às professoras, estas consideraram que a Escola Virtual favoreceu o trabalho colaborativo e a sua utilização foi essencial na abordagem e lecionação de alguns conteúdos programáticos. Os alunos revelaram facilidade em aprender a usar o LMS Escola Virtual e consideraram a sua utilização como uma experiência interessante. Para além das competências específicas desenvolvidas, a utilização da Escola Virtual permitiu também desenvolver e aprofundar competências transversais, como a exploração de *sites*, a navegação e a pesquisa de informação na *internet*, a participação em fóruns, e ainda contribuiu para promover a autonomia na aprendizagem criando hábitos de trabalho colaborativo, partilha e troca de ideias.

Inácio, (2006) desenvolveu uma investigação na qual descreve um AVA que suporta uma comunidade virtual. Analisa o impacto que estes ambientes têm nas abordagens à aprendizagem dos alunos, assim como pretende compreender de que forma uma comunidade virtual pode contribuir para melhorar a aprendizagem da Matemática. Dos resultados pode-se inferir que um AVA poderá constituir uma boa ferramenta pedagógica, proporcionando aos

---

alunos novas formas de aprender no que concerne ao contacto com os conteúdos, na flexibilidade do espaço e do tempo escolar, complementando-se este com outros recursos didáticos, bem como proporcionando uma aprendizagem de forma mais interativa.

Simões (2008) desenvolveu uma investigação sobre a utilização integrada da plataforma *Moodle* e de um *site*, o Mat(i)Real, que no seu conjunto pretendem dar uma ideia do que poderá ser um Laboratório Virtual de Matemática e quais as suas potencialidades. O estudo incidiu sobre uma professora de Matemática de uma escola secundária urbana, com uma grande experiência profissional, que utiliza na sua vida profissional diversas ferramentas tecnológicas procurando sempre a melhor forma de as integrar no trabalho diário com os seus alunos.

Os resultados evidenciaram as vantagens que um Laboratório Virtual de Matemática poderá trazer à atividade do professor, desde que sejam tomadas algumas medidas que potenciem a utilização e a ação em torno deste tipo de espaços, nomeadamente: organizar os espaços expandidos de intervenção; organizar o tempo, que surge agora com características de atemporalidade; e concertar a ação, em diferentes patamares, desde os grupos de trabalho em cada escola até às equipas multidisciplinares que, a nível nacional, poderão/deverão ser criadas para o desenvolvimento deste tipo de espaços e de uma cultura de participação e contribuição, num círculo mais alargado de professores. Esta investigação evidenciou, também, a contribuição específica e única de um Laboratório Virtual de Matemática para o desenvolvimento profissional de um professor de Matemática.

Pereira (2009) realizou um estudo na plataforma *Moodle*, com o objetivo de avaliar os indicadores das implicações da utilização de ambientes *online* na aprendizagem da Matemática, nomeadamente no que concerne à influência no processo e nos resultados dessa

aprendizagem, no nível de satisfação dos alunos no apoio à aprendizagem Matemática e o tipo de interação que os discentes desenvolvem durante a resolução de problemas.

O nível de satisfação dos alunos quando utilizam os ambientes *online* na aprendizagem da Matemática foi bastante positivo e o tipo de interação por eles desenvolvida, durante a resolução de problemas, foi classificada em participação ativa e participação passiva, tendo esta última obtido valores mais elevados que a participação ativa. Da participação ativa resultou a classificação da interação em divergente, convergente e monólogos, sendo mais frequente a interação sob a forma de monólogo.

Jorge (2009) desenvolveu uma investigação que aborda a utilização de ferramentas *Web 2.0* no ensino *online*, como potenciadoras de ambientes interativos, culturais e sociais, promovendo uma aprendizagem em contexto. O estudo realizou-se com estudantes de uma disciplina de um curso de mestrado na área do *e-learning* que, ao longo de 3 semanas, participaram numa atividade tratando a temática *Web 2.0*, na qual foram convidados a utilizar este tipo de ferramentas. A atividade foi desenhada segundo a criação e gestão de contextos de aprendizagem numa perspetiva construtivista, no conceito *Web 2.0* e na utilização deste tipo de ferramentas em estratégias de ensino e aprendizagem no contexto *online*. Os resultados obtidos, através da análise das contribuições dos alunos, revelam que as ferramentas *Web 2.0* potenciam a comunicação, interação, colaboração e socialização, promovendo uma aprendizagem em contexto.

Almeida (2010) desenvolveu um estudo com o objetivo de avaliar o impacto da utilização de recursos da *Web 2.0*, nomeadamente de *applets* e de uma plataforma de gestão de aprendizagem, na abordagem da Álgebra, mais concretamente, no estudo das funções, ao nível do desenvolvimento de competências tecnológicas, apetências, conhecimentos e capacidades matemáticas transversais e específicas, e apetências e capacidades de trabalho colaborativo. Os resultados obtidos evidenciaram que a integração de recursos da *Web 2.0*,

---

como *applets* e plataformas de gestão de aprendizagem, nas atividades letivas, em diferentes contextos espaço-temporais - nas aulas de Matemática, em sessões de Estudo Acompanhado (EA) e a distância - contribuiu para: (i) motivar os alunos para uma aprendizagem mais profunda, significativa e eficaz; (ii) uma visão mais positiva e dinâmica da Matemática e (iii) construir e/ou desenvolver conhecimentos tecnológicos e algébricos, capacidades de raciocínio, de resolução de problemas e de comunicação matemática, de forma mais autónoma e responsável. A utilização de uma componente a distância, como complemento às aulas presenciais, favoreceu e estimulou o processo de ensino e aprendizagem, promoveu a partilha de informação, a construção de conhecimento partilhado e colaborativo e interações mais ricas entre os diferentes intervenientes (saber, alunos e professora/investigadora).

Em suma, a implementação de ambientes virtuais de aprendizagem matemática em contexto educativo, contribuiu para motivar de forma positiva os alunos para uma aprendizagem mais profunda, significativa e eficaz da Matemática bem como para uma visão mais positiva e dinâmica da disciplina, promovendo o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, de competências tecnológicas e do trabalho colaborativo, podendo inferir-se que os alunos, no final destas experiências, se tornaram mais competentes na comunicação matemática oral e escrita.

Um AVA constitui-se, então, como uma boa ferramenta pedagógica que possibilita aos alunos novas formas de aprender, sobretudo através da interação com os conteúdos, com os colegas e professores, proporcionando uma aprendizagem mais dinâmica e interativa onde os aprendentes são os protagonistas do processo de ensino e aprendizagem, tendo este lugar de uma forma mais flexível em termos de tempo e de espaço, permitindo-lhes desenvolver maior autonomia e autorregulação no processo de aprendizagem. Os AVA's e as ferramentas nele integradas, ao potenciarem a comunicação, a interação, a colaboração e socialização, promovem uma aprendizagem em contexto.

A utilização de um AVA constitui-se, ainda, como uma poderosa ferramenta de apoio ao trabalho do professor e contribui de forma positiva para o seu desenvolvimento profissional, em particular, de um professor de Matemática.

## **Aprendizagem colaborativa num AVA**

Segundo Castells (2002), um dos principais desafios da sociedade e da comunicação em rede consiste na “ (...) aquisição das capacidades de construção de conhecimento e processamento da informação em todos nós e, em particular, em cada criança”. Para que isso aconteça é essencial desenvolver uma pedagogia que se baseie na interação dos processos colaborativos, na inovação e na promoção das capacidades de autonomia do aluno no pensar e no aprender.

Neste contexto, comunicar e aprender em rede reflete-se não só numa mudança nos espaços e nos processos da educação, como também na conceção e desenvolvimento de novas abordagens para a realização das aprendizagens em ambientes virtuais. Estas abordagens consistem, essencialmente, na adoção de processos colaborativos na construção das aprendizagens e do conhecimento, bem como de novas formas de aceder à informação e de comunicar.

A aprendizagem baseada em AVA's é entendida como uma abordagem construtivista, na medida em que o aluno tem um papel fundamental na construção do seu próprio conhecimento. Em conformidade com as conceções construtivistas da aprendizagem que estão na base dos modelos orientados para processos participativos e centrados nos alunos, esta constitui um processo complexo que não se pode restringir à simples aquisição da informação (Dias, 2004a). Tendo como referência o trabalho de Piaget e a teoria sociocultural de Vygotsky, que considera o papel da interação com o ambiente social um fator fundamental para o desenvolvimento cognitivo, as abordagens construtivistas descrevem a aprendizagem

---

como um processo dinâmico e ativo do indivíduo, na construção social e individual do conhecimento (Dias, 2004a). Para as correntes do construtivismo social, este conhecimento resulta de um processo de experimentação, exploração, discussão e reflexão colaborativa realizado de forma ativa pelo aluno, em grupo ou em comunidade de aprendizagem<sup>5</sup>.

As competências sócio-cognitivas são cada vez mais valorizadas podendo, as mesmas, ser desenvolvidas através da *internet* (Monereo, 2005). Tem, igualmente, aumentado a importância atribuída à colaboração, à dinâmica de grupo, à capacidade de liderança e à autorregulação<sup>6</sup>. O construtivismo social valoriza a negociação na construção de sentido com os outros (Bonk & Cunningham, 1998; Jonassen, Davidson, Collins, Campbell, & Haag, 1995).

---

<sup>5</sup> As comunidades de aprendizagem suportadas pela Internet desenvolvem-se na procura de um trabalho colaborativo, onde a aprendizagem é construída em conjunto e assume-se como conhecimento individual e coletivo. Segundo Dias (2001) “A formação de comunidades de aprendizagem na *Web*, orientadas para o desenvolvimento dos processos colaborativos, compreende a criação de uma cultura de participação coletiva nas interações que suportam as atividades de aprendizagem dos seus membros. Neste sentido, a criação da comunidade de aprendizagem pressupõe que todos os membros do grupo, incluindo o professor ou tutor, se encontrem envolvidos num esforço de participação, partilha e construção conjunta das representações de conhecimento.” (Dias, 2001, p. 86)

<sup>6</sup> Autorregulação no sentido da **aprendizagem ser autorregulada** significa que os professores devem apoiar os alunos a desenvolver estratégias de aprendizagem para que estes adquiriram hábitos de estudo e de trabalho intelectual, e ainda padrões de correção do seu próprio trabalho, de modo a progressivamente adquirirem autonomia da tutela do professor (cf. Brown, 1987; Collins & Brown, 1988). Vários estudos têm evidenciado que as estratégias de controlo da aprendizagem são essenciais para o controlo de uma aprendizagem efetiva e garante de uma progressiva autonomia do aluno em relação ao ensino ministrado pelo professor (Bruner, 1990,1996; Brown, 1987;Clements, 1986; Collins & Brown, 1988; Flavell, 1985, citado em Miranda 1996).

Vygotsky (1978) também perspectiva a aprendizagem como um processo social, e introduz o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) que consiste segundo a definição Vygotskiana, na:

(...) diferença entre o nível de desenvolvimento real e atual de conhecimentos de uma criança (determinado pela resolução de um problema sozinha) e o nível de desenvolvimento potencial (determinado pela resolução do mesmo problema, com orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capazes) (Vygotsky, 1978, p. 86).

Para o autor, o sujeito consegue mobilizar um conjunto de capacidades e competências quando trabalha sozinho, denominado de desenvolvimento real. Contudo, existem outras que poderão ser usadas a trabalhar em interação com pares mais competentes, designando-se de desenvolvimento potencial. Em termos gerais, a ZDP constitui-se como um espaço em que, devido à interação e à ajuda de outros, um aluno pode trabalhar e resolver um problema ou uma tarefa, de uma forma e a um nível que não seria capaz de atingir se trabalhasse sozinho. Os alunos beneficiam da capacidade de um colega que esteja num nível mais desenvolvido, ou do apoio do professor, obtendo ajuda para subir mais um degrau no seu desenvolvimento. A ZDP é gerada na própria interação, em função das características dos esquemas de conhecimento do aluno menos competente relativamente ao conteúdo ou à tarefa, dos tipos de grau de ajuda e dos meios e recursos de apoio usados pelos alunos mais competentes. Neste contexto, podemos referir em relação a um determinado aluno, num AVA, em particular de Matemática, não de uma ZDP mas de múltiplas ZDP, dependendo da tarefa e do conteúdo que está a ser trabalhado, dos esquemas de conhecimento que estão a ser utilizados e das formas de ajuda usadas durante a interação. Assim, a ZDP constitui-se como um espaço dinâmico, em constante processo de mudança com a própria interação (Onrubia, 2001). Segundo Vygotsky (1978) a aprendizagem, quando devidamente organizada, potencia o desenvolvimento dos indivíduos. O professor tem um papel muito importante, em todo o

---

processo, como promotor e organizador de atividades coletivas e ações individuais no AVA, que poderão criar zonas de desenvolvimento potencial e, desta forma, potenciar determinadas aprendizagens que poderão contribuir para novos processos de desenvolvimento dos alunos.

Meira e Lerman (2001) concebem a ZDP

...as a symbolic space for interaction and communication where learning leads development. In this sense, we wish to argue that the ZPD emerges, or not, in the moment, as part of the microculture of the classroom. A classroom can have ZPDs because of the teacher and children's ways of acting, interacting and communicating. This is the first sense of the ZPD, a symbolic space for teaching-and-learning. In a complementary sense, it is a tool with which we analyze the microgenesis of emergent events and activities in the classroom; it frames the meanings we create from videos and transcripts and we develop our meaning for the ZPD as we do so. Thus, the ZPD is at the same time a result and a tool within Vygotskian analyses of development (Newman and Holzman, 1993). Indeed 'result' is itself a tool, a discursive moment in a process which is always in a state of becoming. (p.8).

Nesta perspectiva em que a ZDP é vista como um espaço simbólico de comunicação e interação, em que a aprendizagem contribui para o desenvolvimento no AVA de Matemática, “cabe ao professor incentivar a comunicação matemática e orientar os seus alunos para que questionem, respondam, argumentem, justifiquem, reflitam e ponham em causa procedimentos, escolhas, resultados e efeitos...” (Matos 2010, p.21). O professor tem assim um papel de facilitador das aprendizagens. Um AVA pode ser mais ou menos rico em ZDP's em função das formas do professor e dos alunos agirem, interagirem e comunicarem entre si. Neste sentido, os AVA's devem conter mecanismos para ajudar a promover ZDP's individuais e em grupo, contemplando aspetos ligados à organização e à comunicação, e a

modos de utilizar e explorar vários tipos de ferramentas na orientação de situações de aprendizagem.

Estes ambientes incluem propostas de trabalho colaborativo, designadamente a resolução conjunta de tarefas e problemas, a construção colaborativa de objetos e ferramentas dirigidas que apelam, constantemente, à necessidade de comunicação e interação.

É com base nesta perspetiva construtivista que a aprendizagem acontece em AVA's, pois valoriza não só a componente cognitiva, como também a componente social. Os desenvolvimentos tecnológicos da *internet*, do hipertexto e hipermedia permitem uma abordagem construtivista no desenho e conceção de AVA's.

O AVA com as ferramentas específicas que integra e que permitem desenvolver diversas atividades, favorecem o trabalho em grupo, contribuindo para a interação entre os alunos, para a negociação da aprendizagem e para a responsabilização pelo trabalho a realizar. Estas atividades pretendem fomentar o trabalho colaborativo que contribui para a interação constante entre os alunos, durante a realização das tarefas. Contudo, muitas vezes, constata-se que os alunos rapidamente passam a desenvolver um trabalho cooperativo (cada aluno realiza uma parte da tarefa de forma isolada) em vez de colaborativo (todos os alunos participam na construção das partes do trabalho) (Coutinho & Bottentuit Junior, 2007a). Segundo Henri & Rigault (1996), numa abordagem cooperativa as tarefas são divididas pelos alunos que constituem o grupo e são realizadas individualmente; já numa abordagem colaborativa as tarefas são realizadas por todos num contínuo de diálogo, partilha e negociação. Verifica-se, muitas vezes, que os alunos rapidamente decidem realizar o trabalho de forma cooperativa, dividindo as tarefas e responsabilizando-se cada um por uma. Cabe, então, ao professor alertar os alunos sobre o modo como devem trabalhar, proporcionando-lhes orientações (Hathorn & Ingram, 2002; Johnson & Johnson, 2000; Paulus, 2005).

---

Segundo Dillenbourg (1999) a “aprendizagem colaborativa é uma situação na qual duas ou mais pessoas tentam aprender alguma coisa juntas” (p. 2). O autor quando se refere a duas ou mais pessoas considera uma aprendizagem alargada a uma turma ou até a uma comunidade de indivíduos. Num ambiente virtual é possível estabelecer interações síncronas ou assíncronas, facilitando o diálogo e a negociação. Adicionalmente, as ferramentas de escrita partilhada integradas num AVA, como o *Wiki* e o glossário facilitam a publicação *online* e a construção de conhecimento. Esta aprendizagem partilhada pode tornar o conhecimento mais profundo (Dias, 2004). Neste contexto, a utilização de ferramentas que potenciam e expandem as modalidades e as oportunidades de interação, de diversificação e enriquecimento das tarefas pode ter um papel fundamental, o que é corroborado por Vygotsky (1978) ao atribuir importância à interação entre a tarefa, o professor e os alunos, resultante do princípio de que a aprendizagem é um processo ativo e social.

A revisão da literatura neste domínio mostra que se encontra vários autores, como Kumar (1996), Harasim, (1997), Larocque (1997) e Klemm (1997) citados em Marmelo (2004) que indicam os principais objetivos da aprendizagem colaborativa, designadamente:

- promover o desenvolvimento cognitivo de um grupo de alunos, durante a realização de uma tarefa de aprendizagem, através da interação colaborativa;
- estimular o desenvolvimento da expressão dos alunos, possibilitando-lhes expressar ideias, justificar opiniões, debater e argumentar;
- estimular o desenvolvimento social dos alunos, através de relacionamentos positivos com colegas de diferentes formações sociais e culturais e do desenvolvimento da autoestima;
- estimular a resolução de problemas, o pensamento crítico e a análise, assim como facilitar a compreensão de conceitos abstratos;
- possibilitar a aprendizagem através de experimentações ativas, de ações construtivistas e de discursos reflexivos em grupo;

- adotar a noção de aprendizagem ao longo da vida (lifelong learning). O aluno deve ser capaz de aprender colaborativamente e aprender a aprender;<sup>7</sup>
- aumentar a motivação do aluno, recorrendo a diversas tarefas da realidade, contextualizando desta forma o processo de aprendizagem;
- favorecer um ambiente multifacetado e real, permitindo a ligação com os conhecimentos que os alunos já possuem.

Na perspetiva da conceção construtivista, aqui defendida, o aluno tem um papel ativo no processo de aprendizagem, no qual ele constrói, modifica e enriquece os seus esquemas de conhecimento, relativamente aos diversos conteúdos, a partir do significado e sentido que consegue dar a esses mesmos conteúdos, e ao próprio fato de os aprender.

A abordagem construtivista valoriza os processos de construção de conhecimento, por parte do sujeito, utilizando os recursos e materiais que tem à sua disposição e pode ser articulada com uma perspetiva situada que assume a aprendizagem como participação e colaboração em comunidades de prática (Lave & Wenger, 1995). A tónica é colocada na conceção de materiais e sistemas de ajuda diversificados, que cada aluno usa em função dos seus projetos pessoais de aprendizagem e/ou as atividades sugeridas pelo professor/tutor.

Como complemento às aulas presenciais, um AVA possibilita a utilização de ferramentas de comunicação, de avaliação, bem como um sistema para publicação de conteúdos pedagógicos na *Web* e áreas de trabalho colaborativo. Ao perspetivar a utilização de um AVA, pensa-se em colaboração e em comunidades de aprendizagem. A aprendizagem colaborativa é “um elemento estruturante de qualquer comunidade, onde os seus membros

---

<sup>7</sup> Pode-se definir a competência de aprender a aprender, segundo o documento “Recommendation of the European Parliament and of the Council” (COM, 2005), como “the ability to pursue and persist in learning. Individuals should be able to organise their own learning, including through effective management of time and information, both individually and in groups. Competence includes awareness of one’s learning process and needs, identifying available opportunities and the ability to handle obstacle in order to learn successfully”.

---

aprendem uns com os outros, através da partilha de repertórios e códigos, da reflexão sobre a prática e construção, por processos de interação e de negociação de significados, do seu conhecimento.” (Maio, Campos, Monteiro & Horta, 2008, p.21). Marmelo (2004) acrescenta ainda que a aprendizagem colaborativa “possibilita uma aprendizagem flexível, ativa e centrada no aluno. Os alunos aprendem imersos na dinâmica do grupo, o que conduz a uma aprendizagem mais profunda, possibilitada pela troca de ideias, dúvidas e pontos de vista.” (p.22).

Para criar um ambiente favorável à aprendizagem colaborativa e um verdadeiro “*engagement*”<sup>8</sup> entre os alunos é importante que o professor/tutor recorra a estratégias que envolvam os alunos na partilha de experiências e expectativas. Nesta fase de envolvimento, deverá haver lugar à familiarização com a informação essencial, de forma a existir um ponto de partida comum e um conhecimento mútuo. Depois de se conseguir o envolvimento dos alunos, o ritmo com que as tarefas vão surgindo e o tempo adequado para a realização colaborativa das mesmas é também muito importante. As etapas – consciencialização, consolidação e camaradagem -, referidas por (Brown, 2001), vão no sentido de envolver os alunos na comunidade de aprendizagem e à medida que estes vão conseguindo protagonismo na dinamização das interações na comunidade, o professor/tutor deve progressivamente assumir um papel de mediador/potenciador dessas interações e do processo de construção partilhada do conhecimento. Neste sentido, deverá haver uma atenção especial relativamente às metodologias adotadas e aos recursos tecnológicos utilizados, de modo a promover a implementação de estratégias pedagógicas que valorizem a interação e a construção colaborativa de conhecimento.

O já extinto núcleo da universidade de Évora do Projeto MINERVA (2000) enumerava as seguintes vantagens da aprendizagem colaborativa:

---

<sup>8</sup> O termo “*engagement*” é utilizado no sentido de existir um forte envolvimento entre os alunos.

Ao nível da dinâmica do grupo:

- possibilita alcançar objetivos qualitativamente mais ricos em conteúdo, na medida em que reúne propostas e soluções de vários alunos do grupo;
- os grupos estão baseados na interdependência positiva entre os alunos, o que requer que cada um se responsabilize mais pela sua própria aprendizagem e pela aprendizagem dos outros elementos do grupo (aprender partilhando permite que os alunos se integrem na discussão e tomem consciência da sua responsabilidade no processo de aprendizagem);
- incentiva os alunos a aprender entre eles, a valorizar os conhecimentos dos outros e a tirar partido das experiências de aprendizagem de cada um;
- maior aproximação entre os alunos e uma maior troca ativa de ideias no seio dos grupos faz aumentar o interesse e o compromisso entre eles;
- transforma a aprendizagem numa atividade eminentemente social;
- aumenta a satisfação pelo próprio trabalho.

Ao nível pessoal:

- aumenta as competências sociais, de interação e comunicação efetivas;
- incentiva o desenvolvimento do pensamento crítico e a abertura mental;
- permite conhecer diferentes temas e adquirir nova informação;
- reforça a ideia que cada aluno é um professor (a aprendizagem emerge do diálogo ativo entre professores e alunos);
- diminui o sentimento de isolamento e de receio à crítica;
- aumenta a segurança em si mesmo, a autoestima e a integração no grupo;
- fortalece o sentimento de solidariedade e respeito mútuo, baseado nos resultados do trabalho em grupo.

---

## **Aprendizagem colaborativa num ambiente virtual de aprendizagem matemática**

A aprendizagem matemática ao utilizar as tecnologias de comunicação e informação como artefacto, em particular um ambiente virtual de aprendizagem matemática, remete-nos a contextos interativos entre professores e alunos e destes entre si, ao comunicarem através dessas tecnologias, bem como a um novo contexto de interação e aquisição do conhecimento matemático. O aluno ao deparar-se com uma dúvida ou curiosidade, naturalmente procurará uma forma de interação; assim como ao sentir necessidade de discutir determinados temas com o professor ou com os demais colegas, provavelmente procurará fazê-lo através de uma das ferramentas de comunicação existente no AVA. Neste, criam-se ambientes de aprendizagem colaborativa suportados por computador (CSCL *Computer Supported Collaborative Learning*) e desenvolvem-se novas abordagens nas práticas e nos processos de aprendizagem. A aprendizagem colaborativa assistida por computador pode ser definida como uma estratégia educativa em que dois ou mais sujeitos constroem o seu conhecimento através da discussão, da reflexão e tomada de decisões, e onde os recursos informáticos atuam (entre outros...) como mediadores do processo de ensino-aprendizagem (Núcleo Minerva, 2000). Nesse sentido, os recursos tecnológicos ao atuarem como mediadores do processo de ensino-aprendizagem, contribuem para que a utilização da tecnologia seja mais uma ferramenta para a aprendizagem colaborativa, podendo oferecer um suporte na comunicação entre indivíduos e grupos, e possibilitar uma organização nas atividades e nos processos desempenhados nesta aprendizagem. A aprendizagem colaborativa assistida por computador é uma atividade que envolve propostas pedagógicas e metodologias de trabalho que visam a aprendizagem significativa, através de interações colaborativas entre os alunos, durante o processo de construção do conhecimento.

A aprendizagem num AVA é colaborativa, no sentido de Vygotsky (1987) e Bruner, (1966), na medida em que a aprendizagem se faz em contextos de práticas sociais que implicam a colaboração entre iguais e destes com o adulto que, provavelmente, se torna o tutor que modela progressivamente determinadas atitudes e aprendizagens. A aprendizagem é essencialmente um processo de interação social que deve ser promovido pelo professor. A interação social facilita a aprendizagem da Matemática, pois a “construção individual do conhecimento ocorre pela negociação, discussão e colaboração, processos através dos quais os alunos se tornam membros aculturados de uma comunidade matemática.” (Cobb& Yackell, 1991, citado por De Corte, 1994).

Na aprendizagem colaborativa, o aluno ao explicar o seu raciocínio aos colegas e ao utilizar diversas estratégias para o fazer, está a desenvolver a comunicação matemática, a forma de pensar, o raciocínio e o seu próprio conhecimento, ao mesmo tempo que consegue olhar e pensar para além da sua própria perspetiva, sendo confrontado com a dos seus colegas. Neste contexto, os elementos do grupo são constantemente confrontados com diferentes estratégias de resolução dos problemas/tarefas, sentindo necessidade de explicar as suas próprias estratégias e argumentações, procurando outras alternativas, questionando, respondendo, argumentando, justificando, refletindo e pondo em causa procedimentos, escolhas, resultados e efeitos. Só assim se cria um verdadeiro ambiente de aprendizagem colaborativa que contribui para um *feedback* constante entre os alunos. A dimensão social também beneficia da colaboração. O aluno ao comunicar as ideias em atividades intergrupos expõe-nas e justifica-as, de forma a validá-las e aprofundá-las. Nestes procedimentos, o mesmo, é conduzido a expor ideias e colocar dúvidas durante as discussões com os seus pares, no grupo de trabalho. Um ambiente para a aprendizagem colaborativa é pensado para proporcionar conhecimento a partir de procedimentos interativos, podendo existir uma mediação externa (Mattos et al, 2007). O professor na aprendizagem colaborativa assume um

---

papel de orientador do processo de ensino (Cohen 1996; Bonk & Cunningham 1998; Dillenbourg, 1999).

Fenton et al. (2001) e Davidson et al. (1990), descrevem casos de sucesso em abordagens de aprendizagem colaborativa com estudantes de cursos de pós graduação de universidades americanas, em disciplinas de álgebra, cálculo, matemática discreta, estatística, entre outras. As diferentes abordagens são baseadas e realizadas com pequenos grupos de trabalho em sala de aula, em trabalhos de casa ou usando computadores em laboratórios.

Encontram-se, na literatura, referências de que nem todos os alunos beneficiam da aprendizagem colaborativa. Para tentar perceber este facto Schoenfeld (1992) e Goos (2002), investigaram sobre os aspetos metacognitivos do pensamento matemático, em processos interativos, durante a resolução de problemas em grupo. Os resultados evidenciaram a importância dos mecanismos de suporte, através da criação de condições que incentivem o questionar e, proporcionem orientações e apoio para a colaboração entre os elementos do grupo.

Existem também diversas investigações relativas à conceção de ambientes de aprendizagem colaborativa para a Matemática onde são discutidos, para além dos aspetos técnicos, as conceções pedagógicas e as metodologias de ensino adotadas, assim como as influências no currículo. Um aspeto importante é a adequação aos objetos de aprendizagem específicos, pois nesses processos é necessário fazer construções geométricas, comunicar expressões algébricas, entre outros contextos específicos da Matemática (Bonk & Cunningham, 1998; Nason & Woodruff, 2004). Na conceção destes ambientes colaborativos é ainda importante ter em conta o tipo de atividade desenvolvida, a representação utilizada, os instrumentos necessários à comunicação, em suma, às ferramentas matemáticas necessárias à colaboração.

Nason & Woodruff (2004) propõem atividades com problemas matemáticos que envolvam os alunos na produção de modelos que possam ser discutidos, criticados e melhorados. Sugerem ainda que as ferramentas desenvolvidas para dar suporte, permitam a representação de problemas matemáticos e facilitem a comunicação entre os participantes. Pretende-se assim apoiar e promover o discurso matemático em ambientes CSCL.

Contudo, existem algumas dificuldades com a comunicação matemática, nomeadamente limitações com a representação, em diversos aplicativos CSCL, tanto na comunicação como na representação em aplicações síncronas. Daqui deriva uma restrição no uso de aplicações que utilizam temas de matemática e as suas representações, devido às dificuldades para comunicar representações de álgebra e geometria, por exemplo. Uma grande parte dos AVA's que suportam atividades colaborativas apresenta restrições em relação ao uso de figuras no processo de comunicação. Outro aspeto que pode ser considerado um obstáculo ao uso de CSCL em Matemática são as singularidades de procedimentos do raciocínio matemático, de difícil representação.

Palloff e Pratt (2002) referem a importância da aprendizagem colaborativa no resultado final do conhecimento e defendem que os alunos que desenvolvem um trabalho colaborativo, adquirem um conhecimento mais profundo e passam a ser interdependentes em vez de independentes. Dillenbourg (1999) defende que os efeitos da aprendizagem, colaborativa dependem da qualidade das interações desenvolvidas nos grupos. Já Slavin (1996) e Cohen (1996) apresentam resultados positivos para a aprendizagem quando ocorreram incentivos através de suporte às atividades colaborativas, devido à dificuldade dos alunos colaborarem espontaneamente. Segundo Hron & Friedrich (2003), a comunicação, usando ferramentas CSCL, apresenta características específicas, que podem justificar as dificuldades na comunicação e na aprendizagem, quando usamos CSCL. Por outro lado, sustenta que o reconhecimento das dificuldades pode ajudar a superar as limitações.

---

Stahl está a desenvolver, com um grupo de colaboradores, uma investigação desde 2002 com a designação *Virtual Math Teams* (VMT). Encontram-se já disponíveis três livros sobre esta investigação, a saber *Studying Virtual Math Teams* (Stahl, 2009), *Essays in Computer-Supported Collaborative learning* (Stahl, 2011a) e *Essays in Group Cognition* (Stahl, 2011b). O projeto VMT estuda a forma como um pequeno grupo de alunos discutem questões de Matemática num ambiente *online*. Durante as discussões no grupo, observam-se os processos que ocorrem: os grupos propõem diferentes estratégias para resolver um problema de Matemática, constroem diagramas, dividem problemas em problemas mais simples, desenvolvem padrões, definem novos termos, desenvolvem fórmulas algébricas, envolvem-se em argumentação, etc. Para Stahl (2011b), estes são processos cognitivos. Toda essa atividade emerge a partir das interações entre os alunos e é construída a partir dos recursos que existem no contexto do ambiente virtual. Mais do que ver a origem das ideias individuais partilhadas, estas são vistas como resultante do grupo e, possivelmente, serão transferidas a posteriori por cada indivíduo do grupo para a sua aprendizagem individual. As teorias mais importantes no CSCL dão ênfase à natureza social da aprendizagem. Vygotsky (1930/1978) argumenta que todas as capacidades cognitivas superiores das pessoas se desenvolvem através das interações interpessoais. Lave & Wenger (1991) mostram como a aprendizagem é entendida como situada em comunidades de prática. No projeto VMT, estuda-se a forma como um grupo de três ou quatro alunos se envolvem numa variedade de processos cognitivos enquanto discutem conceitos e temas matemáticos, num ambiente *online*. Este ambiente permite analisar os registos dos utilizadores e os seus discursos. Esta abordagem é inspirada pela etnometodologia e análise da conversação, cujo foco é a interação interpessoal (Koschmann, Stahl, & Zemel, 2007)

Sthal (2011a) defende que para compreender o poder da aprendizagem colaborativa e perceber que pode constituir-se como um alicerce para o desenvolvimento intelectual individual, a aprendizagem deve enfatizar a CSCL.

Em suma, os processos e estratégias colaborativas integram uma abordagem educacional, onde os alunos são encorajados a trabalhar em grupo na construção das aprendizagens e desenvolvimento do conhecimento. A aprendizagem colaborativa é baseada num modelo centrado no aluno, promovendo a sua participação dinâmica nas atividades e na definição dos objetivos comuns do grupo. Segundo Dias (2004a), os processos de conversação, de múltiplas perspetivas e de argumentação que têm lugar nos grupos de aprendizagem colaborativa, enfatizam o porquê deste modelo de aprendizagem promover um maior desenvolvimento cognitivo do que aquele que é realizado em trabalho individual pelos mesmos indivíduos (Dias, 2004a). Dillenbourg (1999) acrescenta que a colaboração é uma estratégia de aprendizagem que traz resultados positivos para os intervenientes.

Nas aprendizagens em AVA's, os processos de interação colaborativa dão ênfase à co-responsabilização e co-autoria na realização das atividades do grupo. Nesta perspetiva, como refere Dias (2004a) o professor ou tutor desenvolve um papel de facilitador dos processos organizacionais da comunidade e de encorajamento na participação e envolvimento na criação conjunta da rede de ideias, teorias e modelos necessários para a análise, avaliação e síntese criativa do novo conhecimento no âmbito da comunidade.

## **Interações num AVA**

A caracterização dos processos de interação desenvolvidos em AVA's envolve diversas dimensões como a presença cognitiva<sup>9</sup>, a presença social<sup>10</sup> e a presença de ensino<sup>11</sup>,

---

<sup>9</sup> Garrison & Anderson (2003) definem presença cognitiva do seguinte modo: "We see cognitive presence as the extend to which learns are able to construct and confirm meaning through sustained reflection and discourse in a critical community of inquiry"

---

referidas entre outros, por Salmon (2000), Archer (2000), Garrison & Anderson (2003), Swan (2004), Garrison (2007). Tendo como referência que a aprendizagem em AVA's se desenvolve através da esfera social e cognitiva na negociação do sentido no grupo, a interação contribui para o desenvolvimento do processo de envolvimento, participação e reflexão entre pares, fomentando a construção do conhecimento.

Nesta perspetiva, a utilização de AVA's em contexto educativo tem vindo a mostrar um enorme potencial, nomeadamente ao nível da interação e comunicação entre professores e alunos, destes entre si e destes com os conteúdos (Morais & Cabrita, 2008). Os AVA's integram funcionalidades de comunicação e partilha de informação que promovem a flexibilização dos espaços e dos momentos de aprendizagem. Estes ambientes abrangem, na sua generalidade, serviços de comunicação e ferramentas de colaboração, funcionalidades que facilitam a partilha de conteúdos, assim como ferramentas de gestão que permitem gerir o acesso e o registo de utilizadores. Todas estas funcionalidades contribuem para a construção de novos ambientes virtuais, capazes de favorecer a comunicação entre professores e alunos e destes entre si, criando, deste modo, novas possibilidades para que o aluno participe de forma mais ativa no processo de construção das suas aprendizagens. Considera-se, por isso, que um AVA deve ser encarado como um veículo capaz de promover a interação e a experimentação através de recursos tecnológicos (Dias, 2004). As ferramentas e estratégias comunicacionais disponíveis, no AVA, para promover uma aprendizagem ativa e aumentar a interação entre alunos, professores e conteúdos, podem classificar-se em síncronas ou assíncronas. Independentemente das ferramentas utilizadas no AVA, o fundamental é que estas consigam promover e até melhorar a interação entre os vários intervenientes no processo de ensino e de

---

<sup>10</sup>O conceito de presença social é definido por Garrison, Anderson, and Archer (2000), (citado em Garrison & Anderson, 2003) como “the ability of participants in a community of inquiry to project themselves socially and emotionally, as ‘real’ people, through the medium of communication being used”.

<sup>11</sup> Anderson et al (2001) definem presença de ensino como: “the design, facilitation and direction of cognitive and social processes for the purpose of realizing personally meaningful and educationally worthwhile learning outcomes”

aprendizagem, designadamente entre professor e alunos, destes entre si e destes com os conteúdos. Garrison & Anderson (2003) corroboram esta ideia e referem que “*the emergence of the Net as a medium of communication adds the most critical feature of the formal education process – interaction between and among teacher, students, and content.*” (p. 41). Neste sentido, a utilização de um AVA, articulada com metodologias de *e-learning*, poderá contribuir para ambientes de aprendizagem, que fomentem a interação, a colaboração e que, de um modo geral, possam favorecer o ensino e a aprendizagem (Morais & Cabrita, 2008).

Num AVA, tal como no ensino presencial, o professor ou o e-moderador tem de atuar como organizador e facilitador da participação dos alunos, usando um conjunto de estratégias pedagógicas que lhes assegurem uma experiência de aprendizagem significativa. O professor deve promover, estimular, orientar e apoiar as interações que ocorrem no processo de ensino-aprendizagem e que, de acordo, com Mason (1998), assumem três dimensões:

- interação aluno-professor
- interação aluno-conteúdos
- interação aluno-aluno

No contexto do *e-learning*, alguns autores, como Swan, (2004) acrescentam um quarto tipo de interação entre o aluno e a *interface* ou plataforma sobre a qual se desenvolvem as tarefas da disciplina.

Os tipos de interação já apresentados são os mais referenciados na literatura da especialidade. Contudo, Garrison & Anderson (2003) apresentam mais três tipos de interação, num total de seis, designadamente: professor-aluno, aluno-aluno, aluno-conteúdo, professor-conteúdo, professor-professor e conteúdo-conteúdo, como se pode observar na figura em baixo:

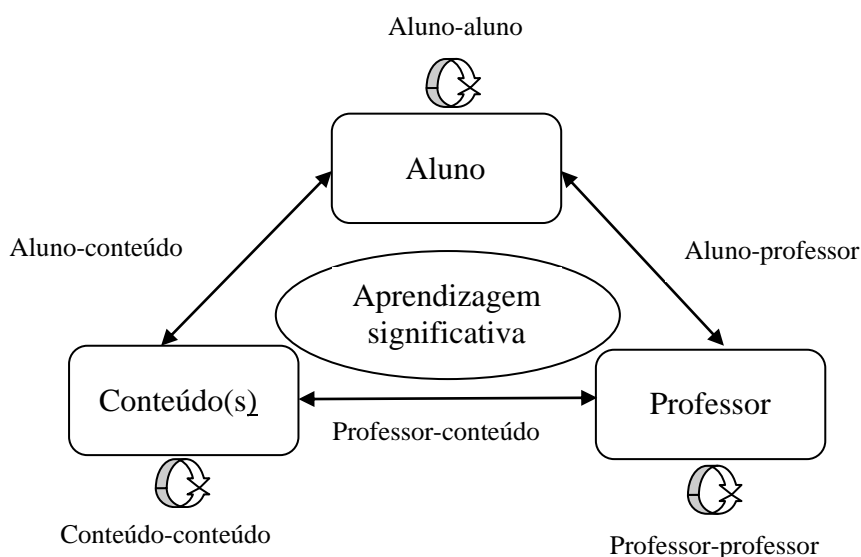


Figura 4: Tipos de Interação (adaptado de Garrison & Anderson, 2003, p. 43)

No que à interação professor-aluno diz respeito, Moore & Kearsley (1996) consideram que este tipo de interação poderá favorecer uma participação mais ativa dos alunos, permitindo que o professor os apoie e motive durante o processo de aprendizagem. No entanto, num AVA, não é suficiente o professor disponibilizar ferramentas tecnológicas de interação, pois o ambiente por si só não garante essa interação. É necessário que o docente esteja consciente e aberto para a mudança do seu papel. Garrison & Anderson (2003) também afirma que a qualidade e a quantidade das interações entre professor e aluno vão depender do *design* instrucional e da seleção de tarefas/atividades de aprendizagem desenvolvidas e implementadas no AVA. É importante que o professor planifique tarefas/atividades que ampliem o impacto das interações com os alunos e possibilitem formas alternativas de interação. Neste sentido, Barnes (2000), afirma ser necessário que o professor ou e-moderador faça um esforço concertado no uso de técnicas para aumentar o nível de interação, promover a confiança, e encorajar a exploração de ideias. Num AVA, o professor e o aluno encontram-se igualmente envolvidos no processo de aprendizagem e na construção de novos saberes. Cabe ao professor estar sempre atento e disponível para interagir com os alunos de forma a fornecer um *feedback* esclarecedor e atempado (Swan, 2004), a promover a

cooperação, a colaboração, o conforto entre alunos e a construção de uma prática social com contextos que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem. Parece igualmente importante fomentar a interação entre professores e alunos pois esta poderá ajudar a superar a distância física que, geralmente, caracteriza as abordagens baseadas no *e-learning*.

Os AVA's podem, ainda, facilitar a interação aluno-aluno. Uma das vantagens deste tipo de interação consiste na colaboração existente entre os alunos, que contribuí para a construção dos seus conhecimentos, dando-lhes "(...) a oportunidade de aprenderem uns com os outros através de debates, troca de ideias, partilha de experiências e conhecimentos" (Duggleby, 2002).

A interação aluno-conteúdos é a forma mais frequente de interação e está presente em quase todas as formas de educação, sendo através desta que os alunos vão construindo as suas aprendizagens. Esse tipo de interação pode-se desenvolver em diversas formas: som, texto, imagens, vídeo e realidade virtual. Com o uso destes recursos, é possível avaliar a interação dos alunos com os conteúdos em função dos media e da tecnologia. Assim, a interação com o conteúdo, corresponde à capacidade dos alunos acederem, manipularem, sintetizarem e comunicarem o conteúdo. Ao interagir com os conteúdos em estudo, o aluno vai compreendendo-os através das várias perceções que vai tendo deles. Neste contexto, o nível de conhecimento alcançado depende deste processo e da profundidade com que é realizado (Moore, 1989, em Swan, 2002). Este tipo de interação tem assumido grande relevância nos AVA's. Nestes cenários, e comparando-os com o que acontecia no passado, as diferenças consistem essencialmente nas características dos conteúdos com os quais os alunos podem interagir (Garrison & Anderson 2003). No passado, os alunos recorriam maioritariamente a textos e a recursos existentes na biblioteca, isto é, a conteúdos estáticos e inertes. Todavia, com os avanços tecnológicos, este cenário foi sendo alterado e atualmente permite que esses conteúdos possam ser complementados "(...) *with a rich variety of computer assisted*

---

*instruction, simulations, micro worlds, and presentation creation tools.*” (Garrison & Anderson, 2003, p.44), tanto em contextos de *e-learning*, como em cenários de aulas presenciais.

Relativamente à interação professor-conteúdos, os mesmos autores consideram que o desenvolvimento de conteúdos educativos tem-se tornado, cada vez mais, uma componente importante no papel do professor, quer em ambientes de ensino presencial quer em processos de ensino a distância. Neste contexto, enfatizam o papel das redes semânticas, na medida em que fornecem novas oportunidades para que os professores encontrem, utilizem e, nalguns casos, criem objetos de aprendizagem que possam ser automaticamente atualizados “(...) *by others agents, by emerging data, and by other research results or environmental sensors.*” (Garrison & Anderson 2003, p. 45).

A generalização a baixo custo das redes multimédia veio possibilitar a criação de novos cenários, dando oportunidade aos professores de interagirem entre si. Também as ferramentas de comunicação existentes num AVA, cada vez mais sofisticadas, permitem a colaboração síncrona e assíncrona de professores, possibilitando a resolução conjunta de problemas e a reflexão colaborativa de diversas questões. Podem, ainda, favorecer a troca de experiências sem as tradicionais condicionantes espaço-temporais (Garrison & Anderson, 2003).

A interação conteúdo-conteúdo está relacionada com o modo como os conteúdos são programados de forma a interagirem, automaticamente, com outros conteúdos. Neste contexto, Garrison & Anderson, (2003) imaginam cenários, nos quais o conteúdo seja atualizado de forma automática, avisando a *posteriori* professores e alunos sempre que essas atualizações sejam importantes para o processo de ensino-aprendizagem.

Num AVA, para além da importância atribuída aos diferentes tipos de interação, há ainda que tentar perceber a importância da presença social na construção de uma comunidade virtual de aprendizagem. Uma vez que a comunicação humana se baseia essencialmente na interação social através da emissão e receção de mensagens, onde interferem fatores como a entoação verbal e a linguagem corporal, percebe-se que em cenários virtuais, onde as referências visuais se limitam a palavras e/ou a imagens, os indicadores de presença social assumem especial importância na criação de comunidades virtuais coesas (Garrison & Anderson, 2003). O conceito de presença social é definido por Garrison, Anderson, and Archer (2000), (citado em Garrison & Anderson, 2003) como *“the ability of participants in a community of inquiry to project themselves socially and emotionally, as ‘real’ people, through the medium of communication being used”*. De facto, a dificuldade por vezes sentida na projeção da individualidade de cada elemento da comunidade, pode ser um fator inibidor para que a dinâmica da mesma se desenvolva em pleno. Tal é devido à falta de canais visuais, que limita as possibilidades dos diferentes membros da comunidade se expressarem social e afetivamente (Garrison & Anderson, 2003). Contudo, o facto de um AVA poder basear-se apenas em meios de comunicação textual, não implica necessariamente que os alunos não consigam atingir níveis elevados de comunicação interpessoal sócio-afetiva. Portanto, a presença social conseguida nestes ambientes poderá apoiar e encorajar a formulação de questões, ajudando o aluno a construir uma perspetiva crítica sobre a informação que lhe é fornecida, permitindo-lhe também a consolidação dos conteúdos abordados. A presença social ajuda, ainda, a alcançar as metas cognitivas, na medida em que incentiva e mantém o pensamento crítico numa comunidade de aprendizagem.

Com efeito, a interação social parece importante na sustentação da comunidade de aprendizagem. Assim, e na tentativa de categorizar os diferentes tipos de indicadores de

presença social num AVA, Garrison & Anderson (2003) propõem a seguinte classificação (Quadro 1):

Classificação e indicadores de presença social		
Categoria	Indicadores	Definição
Afetiva	Expressão de emoções	Utilização de expressões convencionais ou não convencionais de emoção, incluindo a repetição de pontuação, utilização de maiúsculas e <i>emoticons</i> .
	Recurso ao humor	Utilização de tons irónicos, sarcásticos e de subestimação.
	Falar de si próprio	Expressão de vulnerabilidade e relato de acontecimentos do dia-a-dia.
Comunicação Aberta	Continuar um tópico já em discussão	Por exemplo, nos fóruns de discussão optar por responder a tópicos já em debate, ao invés de iniciar uma nova discussão.
	Realizar citações a partir de outras mensagens	Escrever mensagens, recorrendo para tal a citações de conteúdos de outras mensagens anteriormente enviadas para o fórum de discussão.
	Referir explicitamente outras mensagens	Fazer referência direta ao conteúdo de outras mensagens colocadas no fórum de discussão.
	Colocar questões	Situação em que o aluno coloca questões ao professor ou aos seus colegas.
	Elogiar e expressar admiração	Elogiar outros elementos da comunidade ou o conteúdo das suas mensagens.
	Expressar concordância	Expressar concordância com outros elementos da comunidade ou com o conteúdo das suas mensagens.
Coesivo	Utilização do vocativo	Dirigir-se ou referir-se aos participantes pelo nome próprio de cada um.
	Fazer referência ao grupo utilizando pronomes possessivos	Dirigir-se ao grupo utilizando expressões como: 'nós', 'nosso' e 'grupo'.
	Saudações	Comunicação apenas com funções sociais: cumprimentos.

Quadro 1: Classificação e indicadores de presença social (adaptado de Garrison & Anderson, 2003, p. 51)

No que concerne à categoria afetiva, Garrison & Anderson (2003) consideram que a expressão de emoções facilita o envolvimento em diálogos significativos em contextos virtuais de aprendizagem. Referem também que as respostas afetivas, baseadas no respeito e no apoio, contribuem para a ocorrência de reflexões críticas.

Segundo os mesmos autores, as respostas afetivas têm uma influência direta na interatividade e na comunicação aberta. A comunicação aberta caracteriza-se por um clima de confiança no grupo e resulta principalmente do processo de reconhecimento, de elogio e de resposta às contribuições dos outros elementos, encorajando-os a participar e a interagir. Expressar concordância, tal como colocar dúvidas e críticas sobre o conteúdo das mensagens, demonstra o envolvimento dos alunos nas discussões ocorridas no AVA. Para os mesmos autores, a comunicação aberta está relacionada com as respostas construtivas e relevantes, face aos contributos dos outros utilizadores. Assim, num AVA apoiado em princípios construtivistas da aprendizagem, este tipo de comunicação torna-se extremamente importante.

Para Garrison & Anderson (2003) todos os indicadores da comunicação afetiva e da comunicação aberta estão diretamente relacionados com a terceira categoria de presença social - a coesão do grupo. Esta é essencial para a manutenção dos objetivos e dos compromissos assumidos pela comunidade, em particular num AVA, onde os seus elementos se encontram separados no tempo e no espaço. A coesão do grupo manifesta-se, comumente, pela utilização de pronomes possessivos e pelo fato dos diferentes elementos da comunidade se tratarem pelos nomes próprios. Quando os alunos se identificam como parte integrante da comunidade, o discurso, a partilha de significados e a qualidade da aprendizagem serão, naturalmente, otimizados (idem, 2003). Assim, estes autores defendem, igualmente, que apenas em comunidades coesas é possível a construção conjunta do conhecimento.

---

Em suma, um AVA não só se configura como uma ótima solução de complemento ao ensino presencial, suportando iniciativas baseadas no *e-learning*, como também suporta, efetivamente, a interação entre todos os intervenientes no processo de ensino-aprendizagem, constituindo-se como um artefato mediador na sustentação de atividades de aprendizagem colaborativa.

## **Objetos de aprendizagem num AVA**

Num mundo tecnologicamente cada vez mais avançado e complexo, cabe ao professor organizar e estruturar o ambiente educativo, bem como criar oportunidades de aprendizagem para os seus alunos. Neste contexto, a utilização de recursos educativos digitais<sup>12</sup> (RED), é um fator importante, que implica a existência de uma cadeia ou sequência de processos que correspondem a diferentes fases, desde a conceção e criação dos recursos, à sua utilização por professores e alunos em contexto de aprendizagem e, posteriormente, à avaliação dos resultados de aprendizagem. Como os saberes docentes são situados, isto é, construídos e usados em função de uma situação específica de trabalho (Tardif, 2007, citado em Barcelos et al 2009), a possibilidade de conceber ou utilizar recursos pedagógicos, tendo em vista determinadas particularidades, é relevante para o processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, é importante considerar o uso de tecnologias digitais para fins pedagógicos (UNESCO, 2009).

Os RED devem explorar as potencialidades das TIC para promover a aprendizagem, nomeadamente: proporcionar estímulo e *feedback* aos alunos, tarefas que os desafiem, promover o trabalho colaborativo, escolher percursos de aprendizagem, combinar apropriadamente meios, registar o progresso e tirar partido de ligações a outros dispositivos

---

<sup>12</sup> Recursos educativos digitais podem ser definidos como “materiais digitais disponíveis de modo aberto e livre aos educadores, estudantes, e auto-didactas para usar e re-usar no ensino, na aprendizagem e na investigação” (OCDE, 2007, p.10). Os RED incluem diversos conteúdos de aprendizagem (textos, imagens, vídeos, cursos ou módulos completos, museus virtuais...), *software* para usar, desenvolver e distribuir conteúdos, como os LMS e implementação de recursos como licenças de (e para) acesso livre.

quando indicado. São igualmente recomendados, num estudo apresentado pela BECTA (2007) a consistência, o apoio no *design* dos recursos (incluindo ajudas ao utilizador, navegação fácil, saídas à “prova de erros do utilizador” e capacidade de recomeçar rapidamente) e o apoio no *design* amigável de interação com o computador (ícones claros, navegação consistente, sistemas de ação padronizados e convencionais nos meios do desenvolvimento de *software* e de recursos digitais, entre outros aspetos) (idem, 2007, p7). Neste contexto, têm sido observadas transformações no que concerne ao desenvolvimento de materiais didáticos, acompanhados de uma utilização estruturada e organizada, o que permite a sua disponibilização na Web em diversos formatos (Miranda & Costa, 2004).

Os objetos de aprendizagem (*learning objects* - LO) podem ser incluídos na categoria dos RED, embora tenham algumas características que os distinguem. Entre elas está a sua dimensão, pois quanto mais pequeno, maior é a sua granularidade, que diz respeito ao tamanho do recurso. Um grânulo é a unidade educativa mais pequena capaz de alcançar um objetivo de aprendizagem (Miranda, 2009). De acordo com Wiley (2002), a designação de objeto de aprendizagem corresponde a qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para suportar a aprendizagem. Um LO pode ser construído de forma a ser combinado e recombinado com outros recursos digitais, com vista a criar novos conteúdos educacionais (e-conteúdos) (Bottentuit Júnior, 2007). Estes conteúdos de aprendizagem estão diretamente relacionados com o conceito de objetos de aprendizagem que se pretendem granulares e autónomos (Oliveira, 2004) e podem ser um simples ficheiro de texto, um gráfico, uma imagem, um ficheiro multimédia, um módulo completo de um curso ou inclusive uma página Web. Audino e Nascimento (2010) definem os objetos de aprendizagem como:

recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaborados a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais, eles cobrem diversas modalidades de ensino: presencial, híbrida ou a

---

distância (...) devem reunir várias características, como durabilidade, facilidade para atualização, flexibilidade, interoperabilidade, modularidade, portabilidade, entre outras. ( p. 141)

Um objeto de aprendizagem é então um “grão” de conteúdo autónomo que, associado a determinados dados chamados metadados<sup>13</sup>, poderá ser reutilizado em situações e contextos distintos, possibilitando a sua personalização em função de diferentes objetivos de aprendizagem e de diferentes perfis de alunos. Esta granularização permite desdobrar o conteúdo relativo a um assunto em vários tópicos que podem ser recombinaados em diversos percursos pedagógicos, sendo uma condição necessária para que os LO sejam partilhados e reutilizados (Oliveira, 2004).

Ao pensarmos em LO, pensamos imediatamente, não só, em AVA's com metodologias, objetivos e procedimentos distintos, como também na forma de reutilizar os L.O. criados em diferentes plataformas. É pois necessário ter em conta se a plataforma é compatível com as normas industriais mais utilizadas. Para garantir a interoperabilidade e a partilha de LO, bem como a compatibilidade entre AVA's, recorre-se ao standard mais seguido que é materializado pelas normas SCORM<sup>14</sup> (*Sharable Content Object Reference Model*) e é definido como um conjunto de especificações e linhas de orientação que estabelecem os níveis de:

- Acessibilidade – facilidade de pesquisar e aceder aos LO adequados e na altura apropriada;
- Interoperabilidade – possibilidade de partilhar conteúdos entre diferentes plataformas;

---

<sup>13</sup> Os metadados são os dados que descrevem a informação sobre o recurso/contéudo que se disponibiliza. Os metadados são como “etiquetas” que identificam o recurso/contéudo, os nomes dos autores, para que segmento é destinado, a data de disponibilização, o seu tamanho, a sua aplicação, o local de origem (país, instituição), entre outras informações consideradas relevantes.

<sup>14</sup> O modelo SCORM resulta da iniciativa da ADL em colaboração com organizações como a ARIADNE, AICC (Aviation, Industry CBT Committee), IMS (IMS Global Learning Consortium, Inc.), LTSC (Learning Technology Standards Committee) e IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) entre outras,

- Durabilidade – garante a adaptabilidade dos LO, apesar das constantes mudanças e evoluções tecnológicas;
- Reutilização – flexibilidade em incorporar componentes de instrução em diferentes aplicações e contextos, isto é, possibilita a reutilização do curso ou do LO.

Conforme Dias (2004b) refere, um LO para ser útil deve, não só, estar no modelo SCORM como também estar bem organizado para poder ser utilizado pelos AVA's. O facto de se criar conteúdos e preencher as bases de dados não garantem a aprendizagem, é igualmente necessário criar atividades que efetivamente estimulem a partilha de ideias e a construção conjunta do conhecimento.

Os objetos de aprendizagem são recursos que, quando combinados com diferentes media digitais<sup>15</sup>, podem proporcionar situações de aprendizagem, onde o aluno tem um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem, e o professor de mediador.

O professor tem à sua disposição uma enorme variedade de LO, que pode incluir na sua planificação ou na conceção de AVA's, dos quais pode tirar partido para as atividades que pensa realizar, fazendo uma seleção criteriosa dos mesmos, o que implica conhecer as suas potencialidades e limitações, adotando métodos bastantes flexíveis que respeitem os diferentes ritmos de aprendizagem dos seus alunos. A transmissão do conhecimento é transformada numa atividade colaborativa, tendo lugar uma maior interação entre todos os intervenientes (Gallotta e Nunes, 2004), nunca descurando o contexto em que os LO serão utilizados e tendo sempre presente quais os objetivos de aprendizagem. No caso de ser o professor a criar e desenvolver o LO, para que o mesmo tenha eficácia didática, o docente deve definir, antes da criação do mesmo, qual o seu objetivo: o que ele vai ou não abordar, com que profundidade, para que público, qual a importância desse tema para o conhecimento na disciplina e/ou no curso, o que se pretende transmitir, e quais as formas de interatividade

---

<sup>15</sup> Entenda-se por media digitais, vídeos, áudios, imagens, gráficos, tabelas, texto, aplicações, tutoriais, mapas, animações, jogos educacionais, infográficos, páginas Web.

---

com o aluno. Deve, também, planejar quais as metodologias e ferramentas aplicadas na construção do LO para que este atinja os seus objetivos (Borges & Navarro, 2005).

O desenvolvimento de objetos de aprendizagem segundo Santos, Barbeira e Moreira (2005) requer equipas multidisciplinares que garantam requisitos de qualidade pedagógica e gráfica, atraindo a atenção e motivando os alunos para a aprendizagem *online*.

Os objetos educacionais, ao disponibilizarem vários media digitais, permitem diferentes práticas pedagógicas e constituem-se como um ambiente de grande valor para os seus utilizadores, em descobertas, através da sua interatividade e na interação com os seus pares. Urge a necessidade dos professores e dos alunos explorarem todas as possibilidades dos objetos de aprendizagem e as suas capacidades de integrar conceitos e conhecimentos (Audino & Nascimento, 2010).

Neste contexto, é nossa convicção que os objetos de aprendizagem devem ser encarados, por todos (professores, alunos e quem concebe e desenvolve os LO, podendo estes serem professores ou não), como recursos potenciadores no processo de ensino aprendizagem. Tal só será possível se o objeto ultrapassar os limites de outros recursos já existentes e, ainda, se o professor desempenhar uma participação ativa e singular na construção do conhecimento proposto pelo LO.

Em suma, os objetos de aprendizagem são materiais de grande importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois contribuem para uma nova maneira de ensinar, possibilitando formas diferenciadas na abordagem dos conteúdos, e por consequência novas oportunidades de aprendizagem, tornando-a ainda mais significativa para os alunos.

## **Ensino e aprendizagem da Matemática utilizando *applets*, como artefactos mediadores, integrados num AVA**

### **Construção e alteração/modificação de *applets* no *GeoGebra***

Os ambientes de Geometria Dinâmica podem contribuir para a elaboração de recursos educativos digitais. Estes ambientes permitem a elaboração de construções eletrónicas, nas quais os elementos base podem ser movimentados no ecrã do computador, sem alterar as posições relativas entre estes elementos e os objetos construídos a partir deles (Braviano; Rodrigues, 2002). Estas construções são interativas e permitem testar conjeturas, analisando exemplos e contra-exemplos que podem ser facilmente gerados. As características acima referidas, fazem com que os ambientes de Geometria Dinâmica se constituam como importantes recursos digitais para a aprendizagem da Matemática. O *GeoGebra* é um ambiente com este fim, com recursos que permitem gerar *applets*. A construção de uma *applet* no *GeoGebra* é extremamente simples, necessitando o professor, apenas de conhecimentos básicos de informática e conhecimentos matemáticos sobre os conteúdos que pretende abordar. Para alterar a *applet* já criada tem de se abrir a construção (extensão .ggb), modificar o que se pretende e guardar. Essas alterações aparecerão, automaticamente, quando se voltar a abrir a *applet* pois a mesma está associada à construção feita no *GeoGebra*. O facto de a *applet* ser um arquivo com extensão html, permite que esta seja aberta em computadores nos quais o *Geogebra* não está instalado, bastando ter um navegador *web*.

### **Applets, papel das tarefas e dos professores num AVA**

As *applets* são pequenas aplicações que podem ser desenvolvidas em linguagem Java ou programadas em *Flash* e executadas e incorporadas em páginas *Web*. A maior vantagem destas aplicações escritas em Java é o facto de poderem ser executadas em qualquer computador que disponha desse ambiente, sem que seja necessário qualquer tipo de

---

modificação ou até mesmo instalação. Os principais motores de busca já têm este ambiente incorporado, não sendo necessário ao utilizador efetuar qualquer procedimento para executar as *applets* alojadas em páginas *web*. Estas aplicações permitem manipular objetos ou obter algum resultado a partir da interação com as mesmas. Existe uma grande variedade de *applets* disponíveis na *internet*, em algumas páginas e portais criados para o efeito, cuja utilização se pode associar ao trabalho sobre diferentes conceitos matemáticos, destacando-se o projeto *Illuminations*<sup>16</sup>, o *Instituto Freudenthal*<sup>17</sup>, o *Shodor*<sup>18</sup>, o *attractor*<sup>19</sup>, a plataforma *Moodle* do Centro de Competência da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e a página do Centro de Competência TIC da Universidade de Évora.

A equipa do *GeoGebra* criou, também, um repositório de *applets* com uma lógica de funcionamento assente no conceito «Web 2.0», sendo as *applets* partilhadas pelos utilizadores do programa. O *GeoGebraTube*<sup>20</sup> funciona como um sítio de partilha de vídeos, contudo os conteúdos partilhados são construções feitas no *GeoGebra*. Um banco de dados desta natureza requer a partilha de recursos bem estruturados e a participação de quem os visualiza, classificando-os, para os tornar mais acessíveis e permitir uma validação dos mesmos pela comunidade de utilizadores. Uma utilização mais avançada permite organizar as consultas, dos utilizadores em coleções, com vista a facilitar o acesso em visitas futuras. Este portal constitui-se como uma forma muito eficaz para alojar as próprias construções «*online*» dos utilizadores, permitindo que outros tirem delas o melhor partido ou facilitando a partilha de ficheiros. A exportação para o *GeoGebraTube* pode ser feita diretamente do programa, no menu «Ficheiro», na opção «Partilhar».

---

<sup>16</sup><http://illuminations.nctm.org/ActivitySearch.aspx>

<sup>17</sup><http://www.fi.uu.nl/rekenweb/en/welcome.xml>

<sup>18</sup><http://www.shodor.org/interactivate/activities/>

<sup>19</sup><http://www.attractor.pt/destaque/fr-destaque.htm>

<sup>20</sup><http://www.geogebraTube.org/>

O professor quando decide usar *applets* nas suas práticas letivas, começa por escolher qual o mais apropriado para que os alunos atinjam os objetivos pretendidos, seleciona os processos a utilizar, para além dos materiais complementares e dos métodos e estratégias de implementação. Assim, a realização de tarefas sustentadas na manipulação de *applets* pode ser desenvolvida de várias formas. O professor pode assumir a manipulação da *applet* enquanto discute com os alunos, podendo também optar por explicar o funcionamento da animação e o propósito da atividade. Se optar no sentido dos alunos desenvolverem um papel ativo na manipulação da *applet*, da identificação de relações ou padrões, da sua explicitação e explicação, então deverá criar um guião orientador, com o intuito de os ajudar na realização da tarefa. Neste contexto, cabe, então, ao professor a seleção e a apropriação da *applet*, a elaboração da tarefa ou problema e a construção do guião de exploração que permitirá aos alunos atingirem um determinado objetivo. Alguns dos bancos de *applets* atrás indicados têm informações para o professor sobre o funcionamento da *applet*, o que constitui uma ajuda importante para a criação deste tipo de guiões. A sua utilização pressupõe um trabalho preparatório do professor para permitir rentabilizar este tipo de recursos (Correia & Espadeiro, 2012).

Diversas investigações têm sido realizadas sobre o uso de *applets* na aprendizagem matemática (Yerushalmy, 2005; Underwood et al., 2005; Brandão et al., 2006; Lee e Hollebrands, 2006; Gil, 2008; Santos, 2008) das quais se pode inferir que, na Matemática, o uso de *applets* permite experimentações e investigações de forma interativa, possibilita estabelecer conjeturas sobre determinado conceito e a construção do mesmo, de forma consistente (Santos, 2008). Ao gerar uma *applet* e a sequência didática para uso da mesma, o professor também constrói conhecimentos, o que contribui para a sua formação e enriquecimento da sua prática docente (Santos, 2008). Assim, é importante que o professor de Matemática tenha a oportunidade de aprender a elaborar e modificar *applets*, utilizando

---

ambientes de Geometria Dinâmica ou outros recursos, contemplando sempre as necessidades do seu contexto.

A utilização de *applets*, que constituem objetos de aprendizagem matemática, os quais podem ser integrados num AVA, acompanhados de um guião de exploração ou de uma pergunta colocada pelo professor, poderá ter como objetivo que os alunos explorem e partilhem experiências com o grupo, apresentando conjeturas e procurando justificações para as mesmas. A utilização de materiais manipulativos virtuais, em particular as *applets*, pode proporcionar ambientes onde os alunos refletem sobre as suas conjeturas e tentam superar as dificuldades que lhes vão surgindo durante a resolução das tarefas, estabelecendo ligações entre diferentes conceitos matemáticos e operações (Durmus & Karakirik, 2006).

As *applets* permitem, igualmente, importantes simulações no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, pois podem dar vida a conceitos abstratos e possibilitam modelar situações reais. Adicionalmente, a sua utilização pode ajudar os alunos na compreensão de conceitos matemáticos, através da visualização das suas múltiplas representações – numéricas, algébricas, gráficas, pictóricas e verbais – e da exploração de atividades (Garofalo & Summers, 2004). Essas *applets* permitem, não só a mudança de variáveis e parâmetros contribuindo, desta forma, para a comparação e verificação de resultados (Kamthan, 2004; Wie & Na 1998), como também proporcionam uma representação mais adequada aquando da exemplificação de um conceito se comparado com figuras estáticas ou com uma descrição textual (Wie, 1998). Sempre que inseridos em contextos educativos com objetivos bem definidos, as *applets* podem contribuir para a construção de conhecimento pelo aluno, assim como motivá-lo para uma aprendizagem mais profunda, significativa e eficaz (Almeida, 2010). Podem, ainda, contribuir para desenvolver e/ou construir conhecimentos tecnológicos e algébricos, para uma visão mais positiva e dinâmica da Matemática e para a capacidade de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática de forma mais autónoma

e responsável. A interatividade é uma das características destas ferramentas, a qual fornece ao aluno *feedback* em relação às tarefas realizadas, permitindo-lhe uma maior autonomia no seu percurso de aprendizagem, não necessitando do apoio do professor para saber se as suas respostas estão corretas podendo assim, avançar para as tarefas seguintes. Neste contexto, os alunos têm uma participação mais ativa na resolução das tarefas e na construção do seu próprio conhecimento.

Contudo, o professor também pode usar as *applets* para fazer demonstrações na aula, evitando exposições demoradas e muitas vezes pouco claras para os alunos (Heath, 2002). Essa interatividade, e a possibilidade de modelar situações reais e demonstrar determinados conceitos ou acontecimentos aos alunos, contribuem para que as *applets* se tornem boas ferramentas para serem integradas num AVA.

Durante a utilização de *applets*, como em qualquer outra tarefa de exploração, os alunos poderão discutir as suas descobertas com os colegas, usando as ferramentas de comunicação disponíveis no AVA, o que lhes permite desenvolver as capacidades de argumentação. Visto que os alunos podem seguir diferentes percursos de aprendizagem é importante a existência desses momentos de discussão entre eles, os quais podem ter lugar nos fóruns de discussão. Estes permitirão aos alunos refletir sobre as tarefas realizadas e sobre as suas aprendizagens, discutindo diferentes caminhos seguidos na resolução das mesmas, ao mesmo tempo que possibilitará ao professor ter uma ideia geral do trabalho realizado pelos alunos.

As tarefas a propor ao aluno deverão ser contextualizadas e preparadas com rigor pelo professor, a quem cabe o papel de dinamizar a tarefa tendo como artefacto mediador o AVA e as *applets*. Cabe-lhe, também, orientar a discussão e reflexão posterior, fazendo com que os alunos relacionem as diferentes descobertas, assim como deverá promover a consolidação e generalização dos conceitos abordados. A tecnologia e em particular as *applets* e os

---

ambientes de geometria dinâmica, com a interatividade e dinamicidade que lhes são características, contribuíram para mudar as perspectivas sobre a forma como o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos matemáticos podem ser aprendidos, dando mais ênfase à construção de significados, do que aos aspectos manipulativos (Ferrera, Pratt & Robutti, 2006).

As investigações realizadas com professores de Matemática, que utilizam as *applets* nas suas práticas letivas, revelam que as mesmas estão adequadas aos objetivos aos quais se propõem, evidenciando que os resultados obtidos se mostram bastante satisfatórios. Todavia, embora as *applets* tenham grandes potencialidades que podem ser exploradas em educação, estes recursos, por si só, não são a solução para os problemas educacionais (Barcelos et al, 2009).

Os mesmos autores defendem também que apesar de existirem muitas *applets*, de grande qualidade, disponíveis na *internet*, as mesmas poderão ser desenvolvidas pelo próprio professor. Todavia, cabe a este, de acordo com o seu contexto educacional, optar por seleccionar, adaptar, modificar ou desenvolver as *applets* que melhor se adequam aos seus objetivos.

As *applets* permitem não só uma maior participação dos alunos na resolução das tarefas, tornando o seu trabalho mais autónomo e respeitando os seus ritmos de aprendizagem, como também, quando exploradas em grupo possibilitam a partilha de saberes entre os mesmos (Almeida, 2010).

Algumas dessas *applets* permitem o desenho de figuras geométricas em duas ou três dimensões e outras permitem mostrar os gráficos de equações. Em termos gerais, as *applets* permitem uma maior interatividade, uma vez que a variação de parâmetros possibilita uma visualização imediata das transformações (Almeida, 2010).

Em suma, a utilização de *applets*, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, permitem, aos alunos, investigar, levantar e testar conjecturas e, assim, contribuir para a aprendizagem matemática, possibilitando, também, aos docentes práticas letivas mais coerentes com o perfil dos alunos da sociedade atual.

## **Ensino e aprendizagem da Matemática utilizando um AVA e o *GeoGebra* nele integrado como artefactos mediadores**

### **Ambiente de Geometria Dinâmica**

Segundo o NCTM (2007) “a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática” e “influência a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos” (p.11). As ferramentas tecnológicas proporcionam, aos alunos, imagens visuais de ideias matemáticas, cálculos de forma eficaz e exata, e facilitam a organização e a análise de dados, permitindo aos mesmos concentrarem-se nas decisões a tomar, na reflexão, no raciocínio e na resolução de problemas. Dentro do conjunto de *software* que está disponível para apoiar o ensino e a aprendizagem da Matemática, destacam-se os Sistemas de Geometria Dinâmica (SGD) como o *Cabri-Géomètre*, o *Cinderella*, o *Geometer's Sketchpad* ou o *GeoGebra*, também designados por Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), cujo foco está na relação entre pontos, linhas, círculos, vetores, segmentos, secções cónicas, entre outros. Destacam-se igualmente os Sistemas de Computação Algébrica (SCA) como o *Derive*, o *Mathematica*, ou o *Maple* cujo foco é a manipulação de expressões algébricas, desde a simplificação de expressões, à resolução de equações e sistemas, bem como cálculos mais avançados, como derivação e integração de funções. Estes programas têm sido usados, em diversos países, com alunos do ensino superior e secundário e, por vezes, até com alunos mais novos (Ponte et al., 2009a), e têm sofrido desenvolvimentos ao longo dos anos. Os SCA começaram a incluir capacidades gráficas para ajudar na visualização matemática e os SGD

---

integraram elementos algébricos permitindo abranger um maior número de problemas matemáticos.

No Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001, os programas de geometria dinâmica surgem como uma das ferramentas com que “os alunos devem ter oportunidade de trabalhar” (ME–DEB, 2001, p.71). Estes programas podem ser caracterizados por “rigor e exuberância, no sentido de vigor, energia, robustez, vitalidade, grande animação, superabundância e entusiasmo” (Loureiro, 1999, p.44).

Para Olive (2000), um ambiente de geometria dinâmica constitui-se como:

(...) any technological medium (both hand-held and desktop computing devices) that provides the user with tools for creating the basic elements of Euclidean geometry (points, lines, line segments, rays, and circles) through direct motion via a pointing device (mouse, touch pad, stylus or arrow keys), and the means to construct geometric relations among these objects. Once constructed, the objects are transformable simply by dragging any one of their constituent parts. (p. 1)

Nesta perspectiva, um ambiente de geometria dinâmica (AGD) permite construir os elementos básicos da geometria euclidiana (pontos, retas, segmentos de reta e circunferências) e as relações entre eles. Podem, ainda, executar-se mais rotinas da geometria euclidiana, nomeadamente, interseções entre retas, entre circunferências, perpendiculares e paralelas, efetuar transformações geométricas como reflexões, translações, rotações e homotetias e, permite igualmente o traçado de lugares geométricos. Ao rigor das construções junta-se a possibilidade que o aluno tem em transformar as figuras, arrastando uma ou algumas das componentes que estão na base da sua construção. Para além disto, este *software* permite medir comprimentos, ângulos, perímetros, áreas, etc., e efetuar cálculos com essas medidas. O *software* de geometria dinâmica pode ser muito mais do que “uma vitamina para a geometria de Euclides, do que uma interface de construção ou do que um meio de

experimentação” (Cuoco e Goldenberg, 2003 p. 55). Um AGD constitui-se como uma “poderosa ferramenta” de construção e investigação que permite aos alunos explorar, analisar, conjecturar, argumentar, compreender e descobrir conceitos matemáticos, da álgebra, da geometria, da trigonometria, do cálculo, entre outros. Pense-se, por exemplo, no problema em que se pede aos alunos para que de entre todos os retângulos com o mesmo perímetro investiguem o que tem maior área. Certamente gostaríamos que os alunos visualizassem um contínuo de retângulos, todos com o mesmo perímetro. Gostaríamos que eles conseguissem visualizar um retângulo baixo e comprido que vai gradualmente ganhando altura, até ficar alto e estreito e visualizassem, igualmente, que a área se vai alterando de modo contínuo, ao longo deste processo. Também gostaríamos que eles visualizassem o desenvolvimento dinâmico do gráfico da área em função do comprimento de um lado. Um AGD pode assim ser visto como uma ponte entre a geometria euclidiana e a análise, onde os alunos podem modelar uma situação e posteriormente observar a forma como ela se vai alterando à medida que algumas das suas componentes é arrastada no ecrã do computador (Cuoco e Goldenberg, 2003). Estes ambientes constituem-se como um instrumento em que a variação contínua é a principal ferramenta de investigação (Cuoco e Goldenberg, 2003) e proporcionam um ambiente que incentiva os alunos a trabalharem e a aprenderem matemática no computador.

Várias são as investigações realizadas em ambientes de geometria dinâmica das quais irei referenciar apenas duas. Piteira (2000) investigou a atividade matemática desenvolvida pelos alunos quando mediada por um AGD, com vista a compreender e relacionar as interações, as potencialidades deste tipo de ambiente e a respetiva tomada de consciência que tem lugar quando os alunos aprendem geometria. Na análise dos dados recolhidos, a autora evidencia o papel facilitador que estes ambientes têm na construção de significados geométricos, devendo ser suportados por propostas pedagógicas adequadas aos alunos e que os estimulem a participar ativamente na sua aprendizagem. Assim, a aprendizagem esteve:

---

dependente das interações entre os alunos em cada grupo e com as professoras, na medida em que procuravam ou eram levados a expor e clarificar os seus pontos de vista, as suas compreensões, reavaliando ideias, numa perspectiva de partilha e negociação de significados. (Piteira, 2000, p.218).

Um outro estudo realizado por Candeias (2005), numa turma do 8º ano, procurou perceber como é que os ambientes de geometria dinâmica, associados às tarefas de exploração e investigação podem promover o desenvolvimento da competência geométrica nos alunos e de que forma estes ambientes influenciam a perspectiva que os mesmos têm da geometria. O autor analisa também em que medida este trabalho ajuda os alunos a desenvolver a aptidão de construir figuras e analisar as suas propriedades, a tendência para procurar padrões e realizar investigações, e a aptidão para resolver problemas geométricos. Os resultados mostram que os alunos aderiram muito bem à proposta pedagógica e gostaram de trabalhar com o *software* de uma forma continuada. Todos participaram com entusiasmo, empenhamento e persistência. Os resultados mostram igualmente que os alunos desenvolveram, ainda que de modo desigual, as diversas vertentes da sua competência geométrica. Os resultados evidenciaram também que o AGD em que os alunos trabalharam, facilitou uma alteração da sua perspectiva em relação à geometria, tendo estes passado a associar a geometria com os processos, como a resolução de desafios e investigações geométricas. Para isto contribuiu o tipo de atividades em que assentou a proposta pedagógica: explorações, investigações e resolução de problemas.

Laborde (2001) refere que este tipo de *software* pode assumir quatro papéis diferentes: (i) facilitador da apresentação da tarefa; (ii) facilitador da resolução da tarefa matemática; (iii) modificador das tarefas dadas; e (iv) potenciador das tarefas que só podem existir devido ao próprio programa. A autora atribui esta classificação devido às tarefas que diferentes professores apresentaram aos seus alunos, e à forma como as transformaram para melhor as

adaptar quer aos temas matemáticos em estudo, quer aos alunos, tendo concluído que as tarefas assumiam maioritariamente os três primeiros papéis.

Em suma, um AGD pode ser definido como um ambiente computacional cuja característica principal consiste em poder “arrastar” os objetos pelo ecrã do computador, possibilitando a transformação de figuras geométricas em tempo real. A investigação existente é bastante consistente na conclusão de que este tipo de *software* permite aos alunos criarem e manipularem construções geométricas com grande facilidade promovendo a aprendizagem em geometria.

### **GeoGebra: características e utilização no ensino e aprendizagem da Matemática**

Como foi referido anteriormente, muitos são os AGD's existentes, com recursos e características comuns. O *GeoGebra* é um desses ambientes, tendo sido desenvolvido por Markus Hohenwarter, na sua tese de mestrado na universidade de Salzburg em 2002, para o ensino e aprendizagem da Álgebra e da Geometria. Trata-se de uma ferramenta flexível que permite visualizar noções matemáticas, desde o ensino primário até ao universitário, “que vão desde construções simples a complexas” (Hohenwarter & Jones, 2007, p. 126). Combina de forma dinâmica a geometria, a álgebra e o cálculo totalmente ligado ao ambiente do *software* (Hohenwarter & Lavicza, 2007a). O *GeoGebra* é um *software* de matemática de código aberto (GNU General Public License), que pode ser livremente acedido em [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Tem uma interface amigável e foi desenhado para combinar as características dos SGD como o *Geometer's Sketchpad*, e dos SCA como o *Derive*. Deste modo, o desenvolvimento do *software GeoGebra* (Hohenwarter, 2002; Hohenwarter & Preiner, 2007a) oferece uma relação mais próxima entre a manipulação simbólica e as capacidades de visualização dos recursos dos SCA e da mudança dinâmica dos SGD. Tal é possível devido, não só, às funcionalidades dos SGD (em que o utilizador pode trabalhar com

pontos, vetores, segmentos de reta, retas e secções cónicas), mas também dos SCA (em que as equações e as coordenadas podem ser inseridas diretamente e as funções definidas algebricamente e posteriormente mudadas de forma dinâmica). Estes dois recursos são característicos do *GeoGebra* em que no ecrã surgem duas janelas, uma de geometria e outra de álgebra, onde a cada objeto na janela algébrica corresponde um objeto na janela de geometria, e vice-versa. A mudança de um objeto numa das janelas resulta imediatamente numa mudança na outra janela, aumentando assim, a capacidade do aluno para reconhecer o significado das relações cognitivas. O *software* é constituído por uma janela de geometria ou área de trabalho, uma barra de ferramentas, uma janela de álgebra, um campo de entrada, uma barra de menu e uma barra de navegação (figura 5).

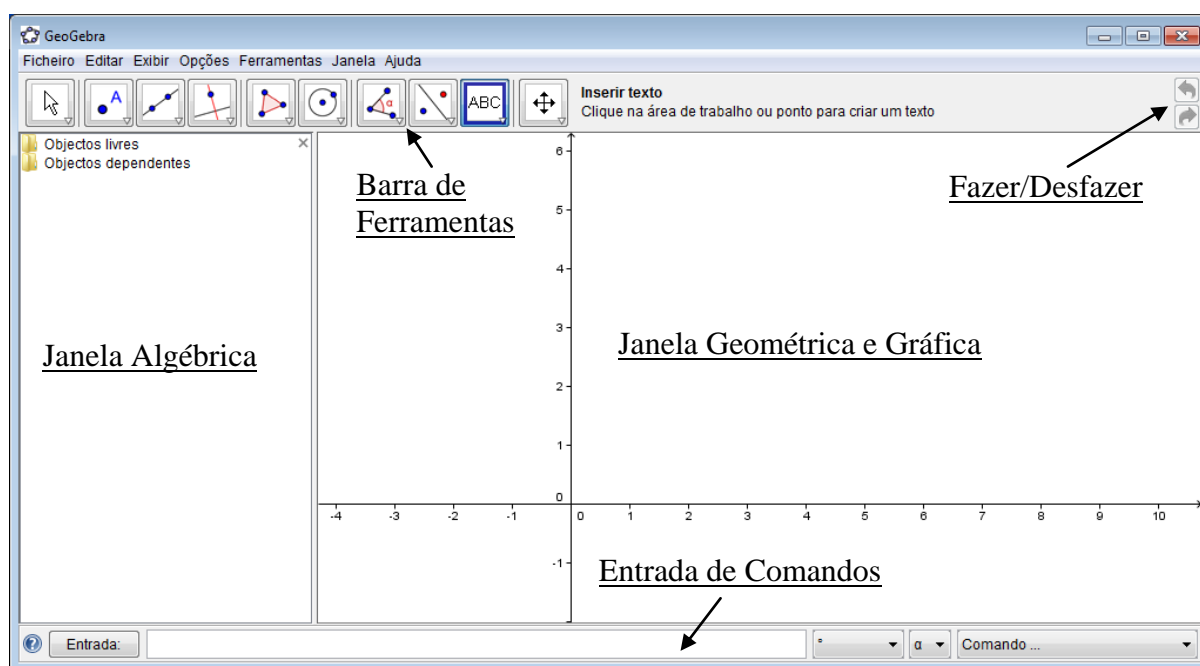


Figura 5: Imagem predefinida do ecrã do *GeoGebra*, mostrando a janela algébrica e a geométrica.

Embora o *GeoGebra* proporcione uma boa plataforma para o ensino da geometria, proporciona igualmente boas funcionalidades para o ensino da álgebra sobretudo nas funções e gráficos. “*Functions can be defined algebraically and then changed dynamically afterwards*” (Sangwin, 2007, p. 36). Por exemplo, inserindo a equação  $y = 2x+1$  o gráfico é imediatamente apresentado na área de geometria com a expressão algébrica correspondente

ao gráfico a aparecer simultaneamente na janela de álgebra. Arrastando a linha do gráfico verifica-se, instantaneamente, uma alteração na equação na janela algébrica. “This encourages the investigation of the connection between variables in the equations and graphs in a bidirectional experimental way” (Hohenwarter & Preiner, 2007b).

O *GeoGebra* pressupõe, assim, a possibilidade de se mover entre a janela de álgebra e a de geometria - o que significa que é possível para o utilizador, por um lado, investigar, por exemplo, os parâmetros da equação de uma circunferência, arrastando a circunferência com o rato e observar a mudança da equação, ou, por outro lado, o utilizador pode alterar, diretamente, a equação da circunferência e observar a forma como os objetos mudam na janela de geometria.

Na brochura *Álgebra no Ensino Básico*, existem referências à importância da utilização do *GeoGebra* no ensino da álgebra e da geometria:

Recentemente, surgiram novos programas que combinam potencialidades para o trabalho em Álgebra e Geometria, como o *GeoGebra*. Estes programas, tal como a calculadora gráfica, permitem relacionar as informações dadas algebricamente com as representações gráfica e em tabela e apresentam os objectos matemáticos numa representação mais próxima da usual. Têm, por isso, grandes potencialidades para o trabalho a realizar no 3.º ciclo do ensino básico (Ponte et al., 2009a, p. 16).

No mesmo documento, é recomendada também a realização de atividades de modelação recorrendo ao *GeoGebra*: “A folha de cálculo e programas como o *GeoGebra* podem servir de base à resolução de problemas e modelação de situações, constituindo importantes suportes para a aprendizagem” (Ponte et. al., 2009a, p.19).

Nesta perspetiva, o *GeoGebra* pode ser usado de diversas formas no ensino e na aprendizagem da Matemática: para explorar e descobrir, uma vez que proporciona diferentes representações; como uma ferramenta de construção, pois dispõe de “formas” que facilitam a

---

construção, tais como círculos, polígonos, linhas e ângulos; como ferramenta de criação facilitando demonstrações de investigações, ajudando a comparar e contrapor ideias matemáticas; e como uma ferramenta de comunicação e discussão (Hohenwarter & Fuchs, 2004, pp 21-35).

O *GeoGebra* pode funcionar em qualquer computador independentemente do seu sistema operativo; não exigindo ser instalado no mesmo, quando utilizado *online*. Está escrito em Java e, assim, disponível em múltiplas plataformas, sendo de fácil manuseamento para os alunos. Também a *interface* do *software* tem uma linguagem simples e contém vários recursos que são de fácil manipulação, pois sempre que se seleciona uma ferramenta, é dada uma informação de como utilizá-la.

As construções virtuais criadas com o *GeoGebra* são movíveis: os pontos iniciais de uma construção podem ser arrastados, mantendo invariantes as relações matemáticas estabelecidas entre eles e os objetos dependentes desses pontos. Esta interação entre os alunos e o *software GeoGebra*, ao permitir-lhes manusear as variáveis das tarefas, faz com que reflitam sobre essa mudança e procurem justificações para as mesmas, o que potencia o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

## **AVA e o GeoGebra**

Um dos grandes desafios que se coloca, atualmente, aos professores é o de saber utilizar adequadamente a tecnologia de forma a possibilitar, aos seus alunos, uma aprendizagem significativa, o que requer tempo para reflexão. Os professores procuram, constantemente, novas formas de melhorar o processo de ensino e aprendizagem. Estes, ao utilizarem os AVA's, deparam-se, muitas vezes, com um novo papel, interagindo num sistema dinâmico com os alunos, adquirindo simultaneamente novas competências relacionadas com as ferramentas que estão a usar. A escolha de dois sistemas computacionais,

o *Moodle* e o *GeoGebra*, deveu-se não só às facilidades, às características e aos recursos que eles oferecem, mas principalmente por serem adequados aos objetivos pretendidos. O primeiro, sendo um AVA, favorece a aprendizagem colaborativa, permitindo interações entre os participantes e destes com os conteúdos/recursos, através dos diferentes meios de comunicação. O *GeoGebra* permite a exploração da geometria e da álgebra de uma forma dinâmica e interativa, contribuindo para que os alunos formulem conjeturas e verifiquem propriedades matemáticas. Neste contexto, Abar & Barbosa (2011) desenvolveram um estudo, onde abordaram esta questão, através da realização de um curso *online* que visava os professores de Matemática do ensino primário e secundário, com o objetivo de investigar o uso efetivo do *GeoGebra* e do *Moodle*. Os resultados evidenciaram que a utilização concertada do *GeoGebra* e do *Moodle* foi bem sucedida após a ativação do filtro do *GeoGebra* no *Moodle*, o que permitiu a inclusão de ficheiros *GeoGebra* no AVA e nos fóruns de discussão do mesmo. Deste modo foi possível recorrer a *applets* gerados no *GeoGebra*, para complementar a comunicação entre os alunos. Os vídeos, as *applets* e o *GeoGebra* incorporados no *Moodle*, foram amplamente utilizados e mostraram ser um contributo importante no processo de aprendizagem matemática. Desta forma, pode recorrer-se a novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a alunos e professores a possibilidade de investigar, explorar e conjeturar, esses conteúdos na construção do conhecimento matemático. Raposo (2010) refere que a integração do *GeoGebra* na plataforma *Moddle* contribui para a aprendizagem matemática, sendo fundamental no estudo e visualização das propriedades geométricas estudadas. Se, por um lado, permitiu que os alunos trabalhassem fora da sala de aula, registando na plataforma as suas conclusões, por outro, também possibilitou que os mesmos utilizassem essas conclusões como revisões de matéria dada, permitindo-lhes, simultaneamente, voltar atrás e rever conteúdos, comparando-os com os comentários dos

---

colegas. Caldas (2011) realizou um estudo onde constatou que o aproveitamento escolar dos alunos que realizaram atividades de investigação com recurso ao *GeoGebra*, foi positivamente diferenciado, face aos que não trabalharam com o *software*. Segundo a autora, esta experiência educativa contribuiu também para aumentar a motivação dos alunos para a Matemática, alterou de forma positiva as suas atitudes nas aulas, proporcionou um ambiente de aprendizagem mais atrativo, onde os alunos foram os protagonistas do processo de ensino e aprendizagem, e permitiu-lhes autorregular o seu processo de aprendizagem. Num outro estudo desenvolvido por Canário (2011) sobre situações concretas de variação linear, a utilização do *GeoGebra* suscitou uma análise de índole geométrica do modelo matemático, que se sobrepôs a procedimentos de natureza algébrica, nomeadamente à concretização de valores de uma variável numa equação para determinar a outra variável. É ainda de referir a eficácia demonstrada pelos alunos na utilização das ferramentas do *software*, para alcançarem os seus objetivos de análise e exploração dos modelos, tendo mesmo alguns alunos usado o *software* como um ambiente intelectual, aproveitando as possibilidades gráficas e, sobretudo, a combinação entre diversas formas de representação matemática. Para a mesma autora, uma das principais vantagens do *GeoGebra* parece ser a ênfase no mecanismo de passagem entre diferentes tipos de representação: gráfica, geométrica, algébrica, etc., contribuindo deste modo para a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos (variáveis independentes e dependentes, taxa de variação, função afim, declive da reta, ordenada na origem e influência de parâmetros no comportamento da função).

Uma vez que é fundamental atuar de forma direcionada para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e da formação dos professores de Matemática, considera-se importante a utilização das tecnologias digitais (*GeoGebra*, *applets*, *Moodle* e todas as ferramentas nele integradas) como artefacto mediador na aprendizagem da Matemática.

## O ensino e a aprendizagem da Matemática utilizando o GeoGebra integrado num AVA

A melhor maneira de aprender uma coisa é descobri-la por si próprio. Deixemo-los aprender a conjecturar. Deixemo-los aprender a experimentar. Não devemos desvendar imediatamente o nosso segredo todo – deixemos que os alunos formulem hipóteses antes de darmos a solução – deixemo-los descobrir por eles próprios tanto quanto possível (George Pólya, 1962.)

O que a matemática tem de melhor merece que eu veja a sua aprendizagem não como uma obrigação, mas antes como fazendo parte do pensamento de todos os dias, incessantemente presente na nossa mente, com um sempre renovado estímulo ... (...) deve ser permitido ao aluno começar por assumir a verdade de tudo o que é óbvio, devendo ser iniciado nas demonstrações de teoremas capazes de o deixar imediatamente maravilhado e que sejam facilmente verificáveis através do desenho concreto, (...) Procedendo-se deste modo, gera-se nele a confiança. (Bertrand Russell, 1957, in Cuoco e Goldenberg, 2003)

Acreditamos que esta forma de aprendizagem, defendida por Pólya e por Russell, é a melhor, contudo a experiência tem demonstrado que não é fácil aos alunos sentirem confiança a trabalhar sem apoio do professor, nomeadamente em geometria, onde as construções podem ser de difícil execução, e em álgebra, em particular no estudo das funções, onde os alunos revelam dificuldades na compreensão do próprio conceito de função, nas diferentes formas de as representar e na passagem de uma representação para a outra. A possibilidade de utilizar *software* interativo de geometria dinâmica, como o *GeoGebra* permite aos alunos fazerem descobertas de forma autónoma, proporcionando-lhes a constatação de factos geométricos e algébricos antes da sua demonstração.

O recurso ao *GeoGebra*, num processo de elaboração de materiais didáticos, é de grande utilidade por ser um *software* que, além das características já referidas, não exige conhecimentos sobre programação por parte de quem o utiliza, e ainda, quando em conjunto

---

com outros recursos computacionais ou medias de diferentes naturezas, possibilita produzir/criar objetos ou atividades que contribuem para uma aprendizagem mais autónoma do aluno, tornando-o protagonista em todo o processo de aprendizagem (Oliveira et al, 2012).

Para o professor, é uma ferramenta que potencia o desenvolvimento de objetos de aprendizagem que permitem apresentar/estudar conceitos matemáticos, através de diferentes registos de representação, obtidos pela sua *interface* intuitiva ou a partir da “programação” de comandos do *GeoGebra* e/ou pelo uso dos seus recursos avançados. Desta forma, é possível trabalhar diversos conceitos que seriam mais difíceis de compreender sem a respetiva exploração ou visualização.

Para o aluno, não só facilita a compreensão através da visualização, como é uma ferramenta importante que possibilita variar parâmetros (usando o seletor), fazer translações, rotações, reflexões, ou seja, permite ao aluno explorar e investigar regularidades ou produzir enunciados a partir do movimento efetuado num objeto matemático (aqui referimo-nos aos tipos de função e às suas formas de representação). Neste contexto, o *GeoGebra*, no processo de aprendizagem, atua favorecendo uma abordagem mais conceptual e analítica da Matemática, o que corrobora uma aprendizagem pautada pelo desenvolvimento de processos de argumentação e validação em Matemática (Oliveira et al 2012). Segundo Boavista (2005, citado em Oliveira et al 2012) a expressão argumentação matemática é usada para:

(...) designar a argumentação na aula de Matemática, ou seja, conversações aí desenvolvidas cujo foco é a Matemática e que assumem a forma de raciocínios de carácter explicativo ou justificativo destinados seja a diminuir riscos de erro ou incerteza na escolha de um caminho, seja para convencer um auditório a aceitar ou rejeitar certos enunciados, ideias ou posições pela indicação de razões (p. 20).

A utilização do *GeoGebra*, nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, tem grande importância por ser um recurso educacional que possibilita novas formas de

compreender e dar significado a conceitos que muitas vezes são abstratos para os alunos, sobretudo através da visualização e manipulação proporcionadas pelo *software*. Este, ao permitir diversas construções possibilita, ao aluno, levantar conjecturas e através das questões ou afirmações do professor e dos demais colegas, validá-las ou não, justificando raciocínios, desenvolvendo argumentos, descobrindo os “porquês” e as formas de provar (Zulatto, 2007), vivenciando, assim, momentos de argumentação e validação.

Na perspectiva de Boavida (2005), os processos de argumentação podem ocorrer dentro do AVA através de tarefas propostas aos alunos que os conduzam a uma postura argumentativa, nos fóruns ou nos *chats*. No AVA, o aluno poderá interagir com os outros sujeitos envolvidos na disciplina em tempo real ou não, e quando está sozinho o mesmo deverá mostrar o seu raciocínio através da escrita, desenvolvendo a argumentação (Oliveira et al, 2012). São exemplo dessas tarefas, as de caráter investigativo, as quais permitem ao aluno levantar diversas questões (Ponte, 2005). Mais, um AGD, juntamente com tarefas matemáticas significativas, como as tarefas de exploração e investigação, pode contribuir para que os alunos desenvolvam as capacidades relacionadas com a aptidão de construir figuras e analisar as suas propriedades; a tendência para a procura de padrões e fazer investigações; a aptidão para resolver problemas geométricos e algébricos, assim como para justificar os processos utilizados; a predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte; a aptidão para explorar e procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos; a aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas; a sensibilidade para entender o uso das funções como modelos matemáticos de situações do mundo real; e a capacidade de argumentação, que

---

são a essência da *competência geométrica e algébrica*. Todavia, o papel de mediador do professor no AVA é fundamental para o sucesso de qualquer proposta de atividade.

Os *softwares* de matemática dinâmica como o *GeoGebra*, apoiam os alunos nas investigações matemáticas e motivam o desenvolvimento e a exploração de conjecturas e generalizações (Hoyles & Noss, 2009). A manipulação de objetos matemáticos no ecrã do computador, quando se trabalha em pequenos grupos, ou numa projeção, através do videoprojetor para toda a turma, pode ser o foco para conversas matemáticas. Mais, se os computadores, na sala de aula, estiverem ligados em rede, a colaboração entre os grupos, pode melhorar, assim como pode apoiar o desenvolvimento de entendimentos coletivos (Roulet, Mackrell, Taylor & Farahani, de 2004; White, 2007, citado em Roulet, 2010). Estas investigações matemáticas corroboram a ideia de que as ferramentas dinâmicas e a colaboração entre os alunos se tornam mais complexas quando a comunicação é alargada para fora da sala de aula e ao longo do tempo de modo assíncrono (Roulet, 2010).

As ferramentas de comunicação síncronas, como o *chat*, apoiado pela partilha através de um “*drawing board*” (Cakir, Zemel & Stahl, 2009) têm sido utilizadas para apoiar a colaboração matemática entre os alunos a distância. No que concerne ao modo assíncrono, os fóruns de discussão têm sido usados para facilitar a interação nos cursos universitários de matemática (Thomas, Li, Li & Knott, 2008), mas como Nason e Woodruff (2004) referem, em geral, os ambientes de aprendizagem colaborativa assíncronos não suportam a troca de ideias matemáticas em forma de símbolos ou imagens. Para abordar esta questão e incorporar ferramentas matemáticas num AVA, Simpson, Hoyles e Noss (2005) acrescentaram a partilha de ficheiros nos fóruns de discussão. Os alunos utilizam o *software* de apoio, exploram os modelos construídos *offline* e, posteriormente partilham as suas ideias e o seu trabalho, enviando-os num ficheiro para o fórum. No presente estudo pretendeu-se gerar um sistema similar, usando o *GeoGebra*, *applets* e as diversas ferramentas de um AVA, nomeadamente

os fóruns de discussão como artefactos mediadores para a aprendizagem colaborativa da Matemática.

Desejámos, igualmente, ao incorporar o *GeoGebra* no AVA e ao utilizar os diversos recursos nele integrados, proporcionar um ambiente onde os alunos pudessem, ao longo do tempo, trabalhar colaborativamente na resolução de tarefas e em problemas matemáticos.

---

## CAPÍTULO 4 - CAMPO EMPÍRICO E METODOLOGIA

### Problema e objetivos da investigação

Como descrito no subcapítulo “Apresentação do problema”, a preocupação que deu origem a este problema, centrou-se numa necessidade urgente da escola se adaptar e preparar os alunos para a Sociedade da Informação e do Conhecimento, que coloca constantemente novos desafios. Neste sentido, impõe-se a utilização das TIC no processo de ensino-aprendizagem, pois por um lado, permite diversificar os métodos, os processos, as estratégias e os recursos e por outro, promove novas formas de ensinar, aprender e pensar, permitindo conceber ambientes que facilitem e promovam a aprendizagem de forma ativa e colaborativa. Tal possibilita ir ao encontro, tanto dos interesses dos alunos que são nativos digitais, como das necessidades desta sociedade em constante desenvolvimento tecnológico.

Assim, pretende-se compreender de que modo a utilização de um AVA, como complemento ao ensino presencial, pode contribuir para a aprendizagem dos alunos a Matemática. Pretende-se também compreender a atividade matemática dos alunos num AVA, quando é mediada por esse ambiente e pelas tecnologias nele integradas nomeadamente, o *software* de geometria dinâmica, o *GeoGebra*, as *applets* e os fóruns de discussão. Pretende-se ainda analisar o potencial da imersão dos alunos numa dimensão colaborativa da aprendizagem matemática suportada pelo AVA, percebendo de que forma novas metodologias de ensino-aprendizagem associadas à utilização deste ambiente contribuem para a aprendizagem da Matemática, tirando partido das interações virtuais e de uma dimensão tecnológica. O estudo desenvolveu-se de forma a dar resposta ao problema de investigação que se formula através da interrogação seguinte:

**Como é que a implementação de um ambiente virtual de aprendizagem matemática, como complemento ao ensino presencial, poderá contribuir para melhorar a aprendizagem dos alunos?**

A presente investigação tem então como objetivos:

- Analisar as interações entre alunos, professora-alunos e destes com os conteúdos e, em particular, o trabalho colaborativo no AVA;

- Analisar o impacto que a utilização de um AVA pode ter na aprendizagem dos alunos em Matemática.

Concomitantemente com os objetivos descritos anteriormente, surgiram as seguintes questões de investigação:

- Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos, no AVA?

- Qual a perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?

- Como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, contribui para a aprendizagem da Matemática?

Para atingir os objetivos foi necessário:

- Modelar, planear e desenvolver/dinamizar um ambiente virtual de aprendizagem que contribuísse para melhorar a aprendizagem dos alunos a Matemática;

- Descrever e analisar uma metodologia de ensino associada à utilização de um AVA como complemento ao ensino presencial.

---

## Abordagem Metodológica da Investigação

A escolha da metodologia de um trabalho de investigação em educação, depende dos objetivos do estudo, do tipo de questões a que se quer responder, da natureza do fenómeno estudado, assim como das condições em que decorre (Abrantes, 1994). Esse tipo de investigação é predominantemente categorizada em três grandes orientações metodológicas (Creswell, 2003), a saber: uma abordagem qualitativa, naturalista que adota uma tradição construtivista; uma abordagem quantitativa ou experimental, racionalista que se insere numa tradição pós-positivista e por fim uma abordagem mista.

Os estudos qualitativos baseados no paradigma interpretativo ou naturalista (Cohen, Manion & Morrison, 2000) abrangem as situações em que o investigador se preocupa com o estudo das interações entre as pessoas e contextos, bem como as formas de pensar e as perceções dos participantes sobre um determinado fenómeno, assim como a procura de significados próprios sobre as suas experiências. Em consequência, o entendimento que apresentam do mundo é múltiplo e subjetivo. O papel da investigação é procurar a complexidade desses múltiplos significados, congregando-os e reduzindo-os a um número menor de categorias ou ideias. O foco da investigação qualitativa é a compreensão mais profunda dos problemas, é investigar o que está “por trás” de determinados comportamentos, atitudes ou convicções.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) são cinco as características fundamentais da investigação qualitativa: (i) o ambiente natural constitui a fonte dos dados, sendo o investigador o instrumento chave da sua recolha – neste estudo o instrumento chave foi a observação da dinâmica da utilização do AVA pelos alunos, no seu ambiente natural, pois as atitudes e comportamentos dos alunos podem ser influenciadas pelo contexto em que estão inseridos e porque para uma melhor compreensão das ações, estas devem ser observadas no seu ambiente natural, sendo a observação e a respetiva interpretação realizadas pela

investigadora; (ii) é essencialmente descritiva - os dados recolhidos neste estudo consistiram principalmente nas descrições do que aconteceu nas diversas sessões de utilização do AVA, através das notas de campo e das transcrições das entrevistas realizadas aos alunos; (iii) o investigador qualitativo procura compreender a forma como os fenómenos acontecem, interessando-se mais pelo processo do que pelos resultados obtidos; (iv) os dados são analisados de forma indutiva e o interesse centra-se sobretudo no significado das “coisas” - a investigadora gerou novas questões e interpretações suscitadas na recolha dos dados durante o trabalho de campo; (v) o significado é de importância vital - esta característica está relacionada com o paradigma interpretativo, em que interessa captar as ações dos sujeitos e as razões que eles lhes atribuem.

Patton (1987) refere que as abordagens qualitativas são naturalistas por incidirem em processos que ocorrem naturalmente, não sendo planeados ou manipulados pela investigação e têm uma lógica indutiva por explorarem a descoberta partindo de categorias emergentes de observações. Estas implicam um envolvimento e contacto direto, durante um período razoável de tempo, com a situação em estudo, fomentando o conhecimento pessoal entre os intervenientes e a sua participação em atividades. Estas assumem, também, uma perspetiva holística para tentarem compreender as situações na sua globalidade e complexidade, adotando uma visão dinâmica, procurando captar as mudanças e os resultados imprevistos. Por fim, procuram estudar as situações em pormenor e profundidade, focando-se em poucos exemplos, mas “ricos”, de forma a possibilitarem aprendizagens significativas sobre o fenómeno em estudo.

Os estudos quantitativos, identificados com o paradigma positivista ou experimental, estão relacionados com os métodos de investigação que são utilizados, nomeadamente nas Ciências Exatas, pelo que os seus objetivos são “explicar, predizer e controlar os fenómenos” (Almeida & Freire, 1997, p. 27). Neste método prevalece a explicação causal que busca a

---

formação de leis gerais: na ciência recai a responsabilidade de encontrar as causas ou motivos fundamentais que permitam explicar e prever os fenómenos, através da verificação empírica dos factos (Creswell, 2007). Considera-se que o investigador tem de ser capaz de interpretar objetivamente a realidade; cada fenómeno deverá ter uma única interpretação objetiva (científica). Parte-se de uma abordagem dedutiva, onde se formulam questões de investigação ou proposições a partir de determinada teoria subjacente ao fenómeno a investigar e pretende-se saber se são aplicáveis ou não a outros conjuntos de dados. Por outro lado, a investigação quantitativa baseia-se em técnicas de recolha, apresentação, análise e interpretação de dados que permitem a sua quantificação e o seu tratamento através de métodos estatísticos.

Segundo Yin (2003) há três factores fundamentais a considerar aquando da escolha de uma metodologia de investigação: (i) a natureza das questões do estudo; (ii) o grau de controlo que se tem sobre as variáveis ou acontecimentos; e (iii) o facto do fenómeno se desenvolver ou não no momento do estudo.

Lin (1986) e Creswell (2007) referem que os resultados provenientes das duas abordagens, qualitativa e quantitativa, se podem complementar, contribuindo, desta forma, para uma melhor compreensão do problema. De acordo com a revisão de literatura efectuada no presente estudo, optou-se pela complementaridade dos dois métodos de investigação.

São muitas as justificações na literatura para o recurso a métodos mistos. Bryman (2006) refere as seguintes justificações: (i) triangulação ou maior validade - a investigação quantitativa e qualitativa quando complementadas permitem corroborar os resultados; (ii) os pontos fracos de cada uma das abordagens são compensados pela associação dos respetivos pontos fortes; (iii) a utilização conjunta dos métodos, qualitativos e quantitativos, permite uma maior compreensão do problema; (iv) cada método responde a diferentes questões de investigação; (v) um método é utilizado para explicar os resultados obtidos por outro; (vi) a utilização dos métodos qualitativos e quantitativos pode ser combinada de forma profícua,

sempre que uma das abordagens gera resultados que se tornam compreensíveis se for utilizada a outra abordagem; (vii) o método qualitativo é utilizado para desenvolver questionários e escalas de itens; (viii) a utilização conjunta, dos dois métodos, no mesmo estudo aumentam a sua qualidade e credibilidade; (ix) os dados qualitativos são utilizados para ilustrar resultados quantitativos; (x) as perspectivas de investigadores qualitativos e quantitativos são combinadas com vista a estabelecer relação entre variáveis na abordagem quantitativa e, descobrir significados nas investigações qualitativas; (xi) uma abordagem é utilizada para realizar a amostragem e por último, (xii) os resultados obtidos, a partir de um dado método, são complementados com a recolha de dados através de outro método.

Na presente investigação, e atendendo às características da mesma, optou-se por uma abordagem através da organização de um estudo de caso, incluído nos planos mistos por ser qualitativo descritivo analisando as interações no AVA e na sala de aula, e quantitativo pelo facto de serem tratados estatisticamente dados recolhidos no AVA. A principal característica desta abordagem metodológica consistiu no facto de se tratar de um plano de investigação que envolveu o estudo intensivo e detalhado de uma situação bem definida. Yin (2003) defende que “o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenómeno no seu ambiente natural, quando as fronteiras entre o fenómeno e o contexto não são bem definidas (...) em que múltiplas fontes de evidência são usadas” (p. 13), tais como entrevistas, observações, documentos e artefactos. Acrescenta ainda ser “a estratégia de investigação mais adequada quando queremos saber o “como” e o “porquê” de acontecimentos atuais contemporary) sobre os quais o investigador tem pouco ou nenhum controlo” (Yin, 2003, p.9). Para Creswell, (2007) “o estudo de caso é a exploração de um “sistema limitado”, no tempo e em profundidade, através de uma recolha de dados profunda envolvendo fontes múltiplas de informação ricas no contexto”(p. 61). Neste sentido, um estudo desta natureza

---

tem uma forte componente de descrição o que leva à necessidade de recorrer a fontes múltiplas e variadas na recolha de dados – triangulação de dados – de forma a tornar o plano de investigação mais consistente (Patton, 1990). Portanto, o estudo de caso é utilizado para “compreender a especificidade de uma dada situação ou fenómeno, para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria (...)” proporcionando uma “melhor compreensão de um caso específico” (Ponte, 1994, p.10).

Com esta investigação, não se pretendeu fazer comparações com outras turmas com características análogas, que frequentavam outro tipo de aulas, nem generalizar a outros ambientes de aprendizagem ou métodos de ensino. Pretendeu-se, sim, que o estudo fosse particular, tentando aprofundar o conhecimento da actividade dos alunos num AVA, valorizando a sua compreensão e explicação. No decorrer desta investigação foram analisados outros aspetos, nomeadamente as dificuldades com que os alunos se depararam, como reagiram ao utilizar o AVA e como o integraram no seu estudo, aproveitando da melhor forma possível as potencialidades dessa tecnologia na aquisição, compreensão e aplicação de conhecimento matemático. Como já foi referido, a presente investigação não pretendeu compreender outros casos, mas o nosso caso em si (Stake, 1995) nesse sentido, os objetivos deste estudo foram ao encontro dos objetivos que também norteiam os estudos de caso, a saber: explorar, descrever, explicar, avaliar e/ou transformar.

Em suma, a investigação é essencialmente descritiva (Almeida & Freire, 2008), na medida em que se pretendeu descrever a forma como os alunos aprendem usando uma nova metodologia de ensino e identificar as estratégias que adotam ao utilizarem o AVA. As questões de investigação formuladas tiveram como objetivo estudar determinados fenómenos em profundidade e em contexto natural, implicando que os dados recolhidos fossem ricos em pormenores descritivos sobre os participantes, de que são exemplos os seus diálogos, a sua

interação virtual, assim como o seu desempenho na Matemática. Esta investigação recorreu, por um lado, a uma abordagem qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994; Cohen & Manion, 1994), uma vez que se pretendeu analisar o trabalho desenvolvido pelos alunos envolvidos no estudo, através da observação naturalista, das entrevistas em grupo focado e da análise documental essencialmente recolhida durante a investigação. Procurou-se, também, compreender as interações estabelecidas *online* pelos alunos e as aprendizagens conseguidas. Por outro lado, ao recorrer a instrumentos, como os questionários, para medir as perceções dos alunos, revela-se também um estudo com orientação quantitativa (Cohen & Manion, 1994). Esta abordagem quantitativa resulta igualmente da possibilidade de analisar os dados registados durante os acessos ao AVA, permitindo ter uma perceção da atividade desenvolvida *online* pelos alunos. Esta investigação utilizou dados qualitativos e quantitativos, de forma a obter diferentes perspetivas e um retrato mais completo do fenómeno estudado (Morse, 2003). Na opinião de Creswell (2007), o recurso a métodos qualitativos e quantitativos adequa-se a investigações onde a recolha de diversos tipos de dados contribui para uma melhor compreensão do problema.

Os dados foram recolhidos, utilizando a observação naturalista, entrevista em grupo focado, a análise de documentos escritos e instrumentos para medir as perceções e conhecimentos dos alunos. Utilizaram-se diferentes fontes de recolha de dados, de modo a permitir a sua triangulação e a assegurar a fiabilidade do estudo. A revisão de pares foi outro aspeto importante, já que reforça a validade e a sua fiabilidade (Coutinho, 2008).

## ***Design de Investigação***

O presente estudo teve lugar numa escola secundária do distrito de Lisboa, tendo sido utilizada uma amostra por conveniência – duas turmas de 8.º ano de escolaridade, num total de 43 alunos. Como refere Stake (1995) “o estudo de caso não é uma investigação baseada

---

em amostragem. Não se estuda um caso para compreender outros casos, mas para compreender o caso” (p.228). Assim, a escolha da amostra num estudo de caso, não se guia por regras probabilísticas, mas é selecionada de forma intencional. Desta forma, pode então classificar-se a amostragem, como não probabilística, mas propositada, pois, no estudo em causa, a amostra representou-se a si própria e não uma determinada população e, não se pretendeu generalizar as conclusões obtidas.

O mesmo decorreu entre outubro e maio, coincidindo com os 1º, 2º e 3º períodos do ano letivo 2011/2012. Por questões de ética requereu-se autorização à instituição (Anexo D) onde a investigação decorreu e aos Encarregados de Educação dos alunos das turmas envolvidas no estudo para a realização do mesmo. Neste sentido, no início do ano letivo, os alunos e Encarregados de Educação foram informados que, no âmbito da disciplina de Matemática, iria ser desenvolvido um estudo sobre um ambiente virtual de aprendizagem matemática, como complemento ao ensino presencial e solicitou-se a sua colaboração e autorização para utilizar as informações produzidas pelas diferentes fontes de recolha de dados (Anexo D), mantendo sempre o anonimato dos seus educandos, salvaguardando, desta forma, os interesses e direitos de todos os intervenientes no estudo solicitando o “consentimento informado e a proteção dos sujeitos contra qualquer espécie de danos” (Bogdan e Biklen, 1994, p.75).

Após ter-se definido o que se pretendia trabalhar, iniciou-se um processo de pesquisa na *Web* para procurar materiais/recursos, nomeadamente *applets* que servissem de apoio à leção dos conteúdos relativos às unidades didáticas, “Isometrias” e “Funções”, que iriam ser desenvolvidas no AVA. Depois de uma análise dos recursos e das *applets* disponíveis na *Web*, planeou-se um conjunto de tarefas, com recurso a *sites* devidamente referenciados, a *applets*, ao *Geogebra* e ao *Moodle*, no âmbito das unidades programáticas supracitadas.

Existia um conhecimento prévio de que a escola onde se desenvolveu a investigação, dispunha de recursos tecnológicos necessários à sua realização. Assim, no início do ano letivo procedeu-se ao registo dos alunos na disciplina de Matemática na plataforma *Moodle*. De referir que a maioria dos discentes, no ano letivo anterior, já tinham trabalhado com a plataforma, pelo que haviam adquirido algumas competências ao nível da sua utilização.

Uma vez que as tarefas iam ser realizadas em grupo, a professora/investigadora definiu-os (Quadro 2) com vista a serem o mais heterogéneos possível, de forma a abranger, em cada grupo, a maior diversidade possível de conhecimentos e de experiências.

Grupos	G <sub>1</sub>	G <sub>2</sub>	G <sub>3</sub>	G <sub>4</sub>	G <sub>5</sub>	G <sub>6</sub>	G <sub>7</sub>	G <sub>8</sub>	G <sub>9</sub>	G <sub>10</sub>	G <sub>11</sub>	G <sub>12</sub>	G <sub>13</sub>
Alunos	A <sub>9</sub>	A <sub>7</sub>	A <sub>13</sub>	A <sub>15</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>19</sub>	A <sub>21</sub>	A <sub>32</sub>	A <sub>34</sub>	A <sub>27</sub>	A <sub>25</sub>	A <sub>29</sub>	A <sub>30</sub>
	A <sub>5</sub>	A <sub>8</sub>	A <sub>14</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>17</sub>	A <sub>20</sub>	A <sub>22</sub>	A <sub>33</sub>	A <sub>35</sub>	A <sub>37</sub>	A <sub>38</sub>	A <sub>24</sub>	A <sub>40</sub>
	A <sub>10</sub>	A <sub>11</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>16</sub>	A <sub>18</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>23</sub>	A <sub>31</sub>	A <sub>36</sub>	A <sub>26</sub>	A <sub>39</sub>	A <sub>28</sub>	A <sub>41</sub>
		A <sub>12</sub>			A <sub>6</sub>				A <sub>43</sub>				A <sub>42</sub>

Quadro 2: Grupos de trabalho para a realização das tarefas propostas *online*

No Quadro 3 resumem-se as principais etapas que suportam este estudo. Da análise do referido quadro, verifica-se que o estudo se realizou em três etapas distintas. A primeira começou antes do início do ano letivo 2011/2012 e durante o 1º período, possibilitando: a pesquisa e análise de recursos de apoio à planificação das unidades didáticas “Isometrias” e “Funções”; a construção de materiais/recursos; a pesquisa e análise de *applets*; a elaboração de tarefas com o *Geogebra* e com *applets*; o registo dos alunos no *Moodle*, a análise e exploração de algumas das ferramentas disponíveis no AVA; o início da construção do AVA e a caracterização da amostra selecionada. Esta caracterização fez-se através da aplicação de um questionário inicial (Anexo C) que permitiu conhecer a relação dos alunos com a Matemática, a frequência e o objetivo com que utilizavam o computador, em particular a *internet*, na aula e fora dela e também, a sua opinião quanto ao uso do computador, da

---

*internet* e das tecnologias a Matemática. Ainda nesta primeira etapa, testaram-se os computadores que foram utilizados, de forma a garantir que todos tivessem ligação à *internet*, o *Java* e o *GeoGebra* instalados.

Na segunda etapa, que decorreu nos 1º e 2º períodos do respetivo ano letivo foram-se desenvolvendo/dinamizando e disponibilizando todas as tarefas e recursos elaborados, de forma gradual no AVA, conforme se iam abordando as unidades didáticas já referidas. As tarefas propostas, a realizar em grupo a distância, através do AVA, exigiram o recurso a *applets* e ao *GeoGebra*, sendo que algumas se desenvolveram em contexto normal de sala de aula. Para facilitar a exploração das *applets*, foram facultadas aos alunos instruções de utilização em cada tarefa (Anexo A). Já no sentido de os ajudar a resolver tarefas com recurso ao *GeoGebra*, foram disponibilizados dois tutoriais e o manual do *GeoGebra* no AVA. Durante esta etapa, foi usado um diário de bordo e recorreu-se à observação e aos registos automáticos do AVA.

Etapas	Descrição	Técnicas e Instrumentos
<b>Etapa 1 1º Período</b>	Planificação das unidades didáticas e análise de recursos e <i>applets</i>	
	Elaboração de materiais/recursos	
	Início da construção do AVA	
	Inscrição dos alunos na plataforma e na disciplina	
	Aplicação do questionário inicial	<b>Inquirição</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionário</li> </ul>
<b>Etapa 2 1º e 2º Período</b>	Desenvolvimento gradual do AVA	
	Aplicação das Tarefas 1 à 6 sobre Isometrias	<b>Observação</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observação</li> <li>• Registos automáticos do AVA</li> <li>• Diário de Bordo</li> </ul> <b>Análise Documental</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Artefactos produzidos pelos alunos</li> <li>• Dados estatísticos recolhidos no AVA</li> </ul>
	Desenvolvimento gradual do AVA	
	Aplicação das Tarefas 1 à 6 sobre Funções	<b>Observação</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Observação</li> <li>• Diário de Bordo</li> <li>• Registos automáticos do AVA</li> </ul> <b>Análise Documental</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Artefactos produzidos pelos alunos</li> <li>• Dados estatísticos recolhidos no AVA</li> </ul>
<b>Etapa 3 3º Período</b>	Aplicação do questionário final	<b>Inquirição</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Questionário</li> </ul>
	Realização de entrevistas	<b>Inquirição</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrevistas</li> </ul>
	Articulação dos dados obtidos na investigação empírica com o enquadramento teórico	<b>Análise de Conteúdo</b>
	Apresentação dos resultados e das conclusões.	<b>Análise de dados</b>
	Fim da investigação	

Quadro 3: *Design* de Investigação

Na última etapa, aplicou-se ainda um questionário final (Anexo C) com o objetivo de conhecer a relação dos alunos com a Matemática, a frequência e o objectivo com que utilizaram o computador, em particular a *internet*, nas aulas e fora delas, durante o estudo. Pretendeu-se conhecer também a sua opinião relativamente às interações desenvolvidas no

---

AVA, sobre a utilização deste a Matemática e como contribuiu para melhorar a sua aprendizagem na disciplina. Por fim, realizaram-se entrevistas, a alguns alunos, em grupo focado.

## **Seleção dos participantes**

Como especificado no subcapítulo “Design de investigação”, foi utilizada uma amostra por conveniência, constituída por duas turmas do 8º ano, onde a investigadora era a docente.

A situação de ensino-aprendizagem em estudo encontra-se inserida numa experiência pedagógica, onde se pretendeu introduzir algumas das características do ensino *online* como complemento ao ensino presencial.

## **Caracterização dos participantes no estudo**

Na opinião de Almeida e Freire (2008), uma das questões fundamentais no *design* de investigação relaciona-se com as características e com o número de sujeitos a envolver. Os mesmos autores acrescentam ainda que “o valor da informação recolhida depende, não apenas dos instrumentos usados e dos contextos em que ocorre, mas também das características das amostras ou grupos onde foram obtidos” (p.80).

Os alunos que constituíram a amostra deste estudo, num total de 43, frequentaram, durante o ano letivo 2011/2012, o 8º ano de escolaridade numa escola localizada na zona norte da área metropolitana de Lisboa, sendo 26 do sexo masculino e 17 do sexo feminino como se observa na figura 6.

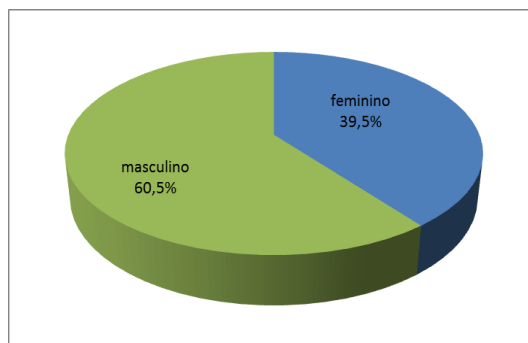


Figura 6: Distribuição dos participantes por género

No início do ano letivo 2011/2012, a idade dos alunos variava entre os 12 e os 15 anos, conforme se pode observar na figura 7, sendo a moda e a média de 13,5 anos e o desvio padrão de 1,29. O valor da média pode ser considerado normal para o 8º ano de escolaridade.

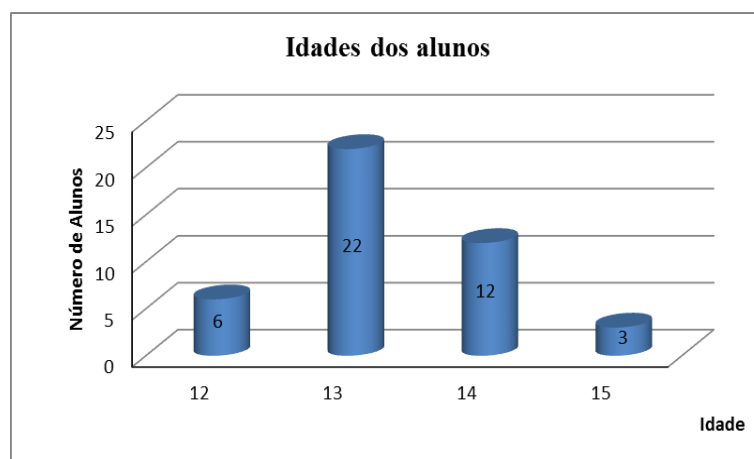


Figura 7: Distribuição das idades dos alunos

Para melhor caracterizar os alunos que constituem a amostra, apresentam-se os resultados da análise realizada ao questionário inicial (Anexo C) aplicado aos 43 alunos que integravam o estudo.

### Relação dos alunos com a Matemática

A figura 8 ilustra o número de horas semanais que os alunos dedicam ao estudo da Matemática.

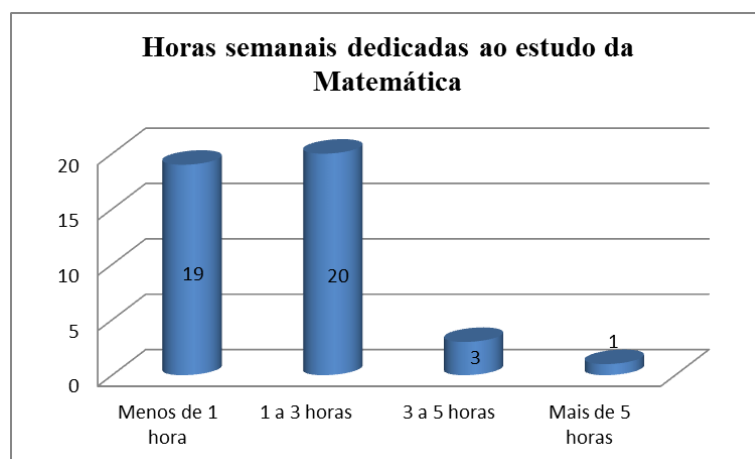


Figura 8: Número de horas semanais dedicado ao estudo da Matemática

Da análise da figura 8 pode inferir-se que os alunos dedicam pouco tempo, por semana, ao estudo da Matemática. Aproximadamente 44,2% estudam menos de uma hora por semana, enquanto apenas um aluno refere que estuda mais de cinco horas por semana, isto é, em média, uma hora por dia. Estes dados podem revelar falta de hábitos e métodos de estudo, pois parece não existir uma planificação dos métodos de trabalho, demonstrando um certo desconhecimento de como se deve estudar Matemática.

No que ao grau de dificuldade da disciplina de Matemática diz respeito, numa escala de muito difícil a muito fácil, 41,9% afirmaram que era uma disciplina com um grau de dificuldade aceitável, enquanto 27,9% responderam que era difícil, não existindo nenhum aluno que considere a disciplina muito fácil, como ilustra a figura 9.

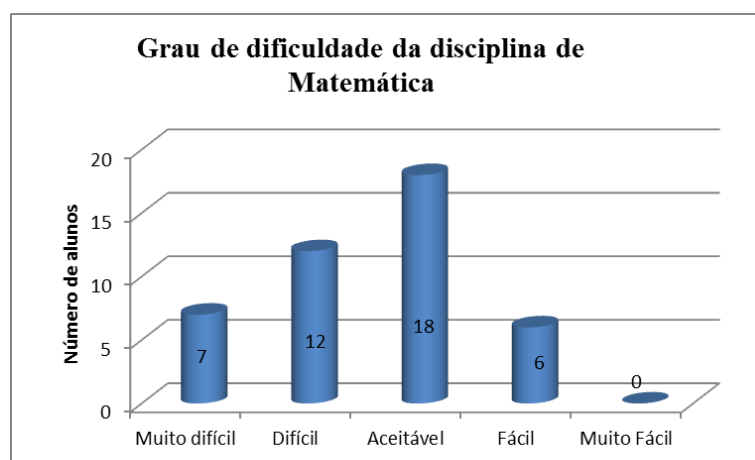


Figura 9: Opinião dos alunos sobre o grau de dificuldade da disciplina de Matemática

A figura 10 indica que os alunos consideram que as suas dificuldades na Matemática se devem a falta de estudo (Às vezes: 46,5%), a falta de bases (Muitas vezes: 14%), à falta de interesse pela disciplina (Às vezes: 37,2%), aos métodos de ensino utilizados pelos professores (Às vezes: 37,4%) e a alguma falta de apoio fora da aula (Nunca: 60,5%).

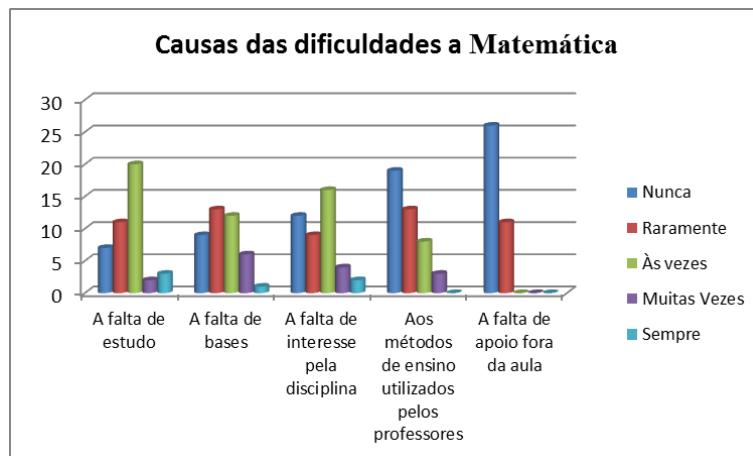


Figura 10: Causas das dificuldades dos alunos a matemática

Como ilustra a figura 11, no ano letivo anterior à implementação da fase experimental (2010/2011), 44,2% dos alunos obtiveram nível negativo a Matemática no 7º ano, 39,5% obtiveram nível 3 e 16,3% obtiveram nível 4, não havendo nenhum aluno nem com nível 1 nem com nível 5.

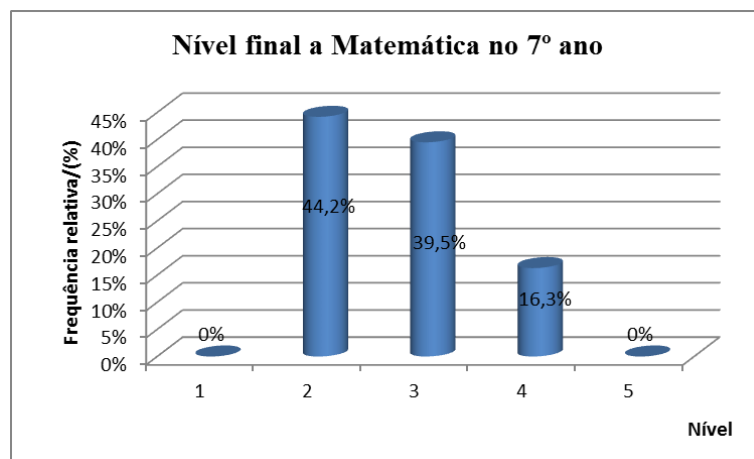


Figura 11: Níveis dos alunos a Matemática no 3º período no 7º ano

Quando questionados relativamente à forma como se consideravam à disciplina de Matemática, 46,5% referiram razoável. Aproximadamente 37,2% fraco e apenas 9,3% se

consideraram bons alunos, não existindo nenhum que se considerasse muito bom, como se pode inferir da tabela 1.

Tabela 1: Forma como os alunos se consideravam à disciplina de Matemática

(n=43)	À disciplina de Matemática consideras-te um aluno:
Muito Fraco	3
Fraco	16
Razoável	20
Bom	4
Muito Bom	0

No que diz respeito ao gosto pela disciplina de Matemática, a maioria dos alunos (51,2%) referiu ter uma preferência negativa pela Matemática, enquanto 48,8% responderam ser positiva, como se pode inferir da tabela 2.

Tabela 2: Gosto pela disciplina de Matemática manifestado pelos alunos

(n=43)	Gostas de Matemática?
Gosto muito	6
Gosto	15
Gosto pouco	16
Não gosto	6

### Uso do Computador e da *internet* fora da aula

As tabelas 3 e 4 mostram que todos os alunos tinham computador em casa com ligação à *internet*, à exceção de um aluno que possuía computador mas sem ligação à *internet*.

Tabela 3: Alunos com computador em casa

(n=43)	Tens computador em casa?
Sim	43
Não	0

Tabela 4: Alunos com computador em casa com ou sem ligação à *internet*

(n=43)	O computador que tens em casa tem ligação à <i>internet</i> ?
Sim	42
Não	1

Quando questionados se gostavam de utilizar o computador, todos os alunos referiram que gostavam, afirmando gostar muito, aproximadamente, 81,4% conforme ilustra a tabela 5.

Tabela 5: Caracterização dos alunos relativamente ao gosto de utilizar o computador

(n=43)	Gostas de utilizar o computador?
Gosto muito	35
Gosto	7
Gosto pouco	1
Não gosto	0

De acordo com a figura 12, a maioria dos alunos (72,1%) afirma utilizar diariamente o computador em casa e, raramente em casa de amigos (41,9%), locais públicos (41,9%), e na escola (48,8%). Aproximadamente 41,9% dos alunos referem ainda utilizar o computador, às vezes, em casa de familiares.

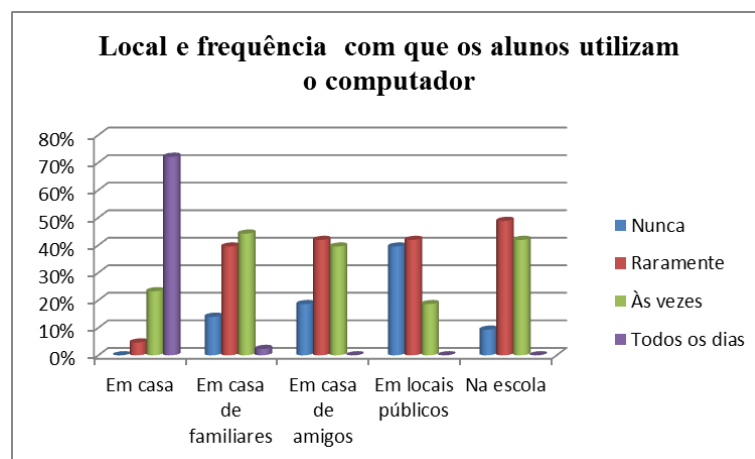


Figura 12: Local e frequência de utilização do computador pelos alunos

Durante o ano letivo a grande maioria dos alunos refere usar o computador, às vezes, para fazer trabalhos de casa (76,7%), apresentações em *PowerPoint* (55,8%), pesquisas na *internet* (51,2%), aceder ao *site* da escola (53,5%) e trocar *e-mails* (51,2%). Aproximadamente 65,1% afirmam raramente aceder a *sites* educativos, enquanto 65,1% utilizam sempre o computador para comunicar com amigos/colegas através do *messenger*, *skype* ou *facebook*, ver filmes ou ouvir música (53,5%) e para jogar (41,9%).

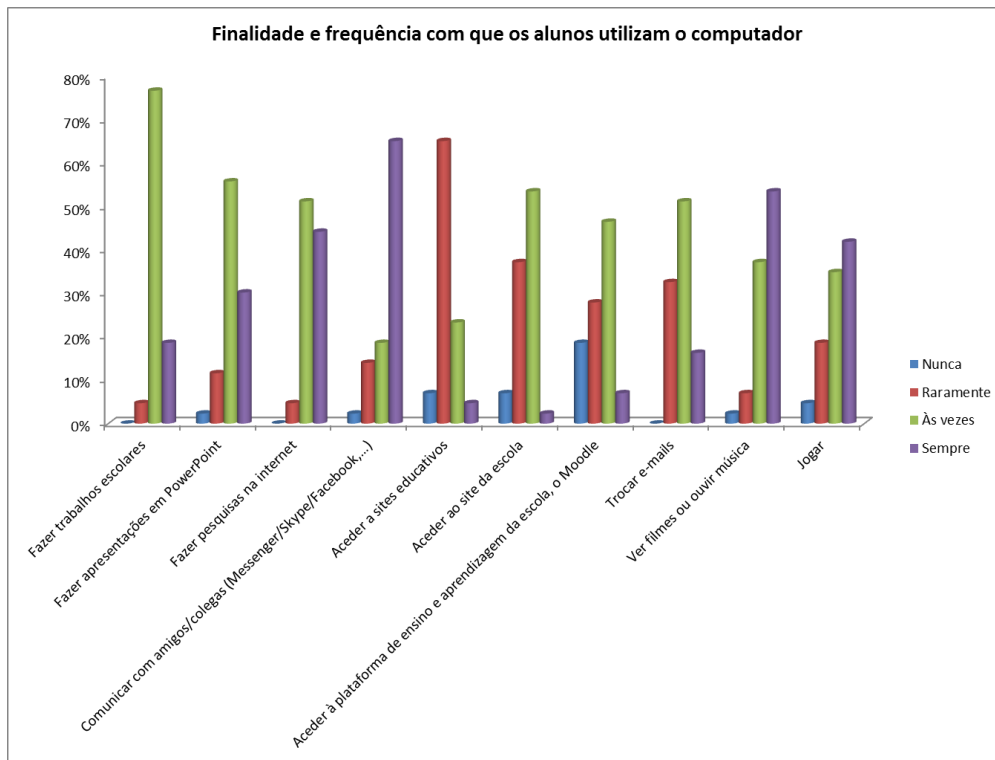


Figura 13: Finalidade e frequência com que os alunos utilizam o computador

Da análise da figura 14, pode inferir-se que a maioria dos alunos afirma nunca aceder a *sites* educativos em locais públicos (55,8%) e em casa de amigos (53,5%) e, raramente em casa (48,8%). Aproximadamente 51,2% dos alunos dizem aceder às vezes a *sites* educativos na escola.

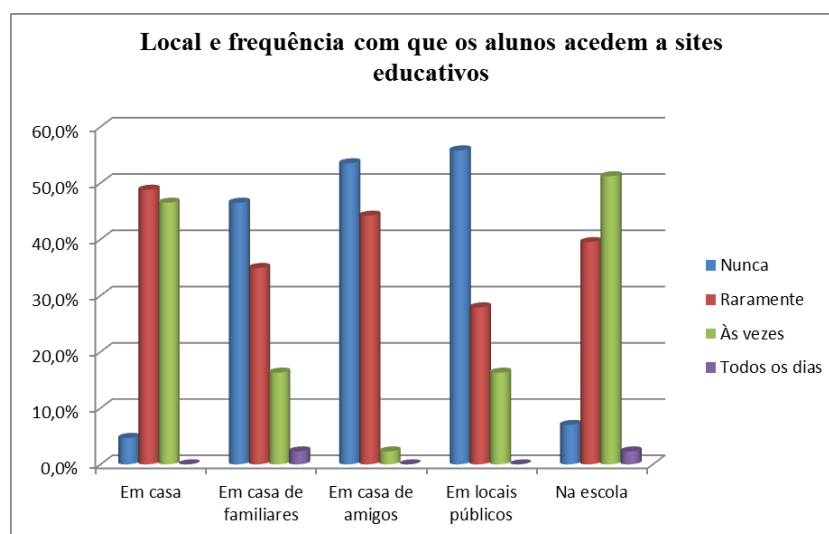


Figura 14: Local e frequência com que os alunos acedem a *sites* educativos

A figura 15 ilustra o tipo de *sites* educativos que os alunos costumam aceder e com que frequência, sendo que uma grande maioria, nunca acedia a *wikis* (55,8%), a blogues (53,5%) e a *sites* de jogos didáticos. Raramente acediam a *sites* informativos (48,8%).

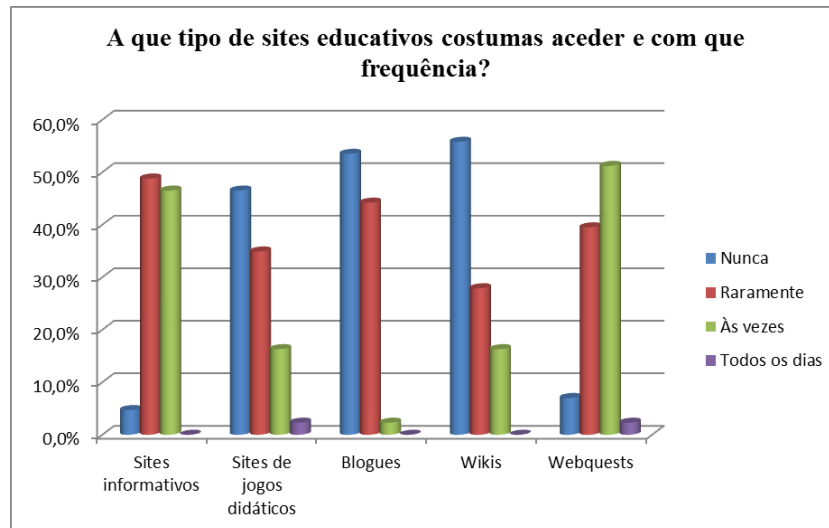


Figura 15: Tipo de *sites* educativos e frequência com que os alunos lhes acedem

Verifica-se na figura 16 que a maioria dos alunos nunca acede a *sites* educativos por curiosidade/gosto (55,8%), para realizar tarefas (53,5%) e raramente acedem para estudar (48,8%). Às vezes alguns alunos acedem para esclarecer dúvidas (16,3%).

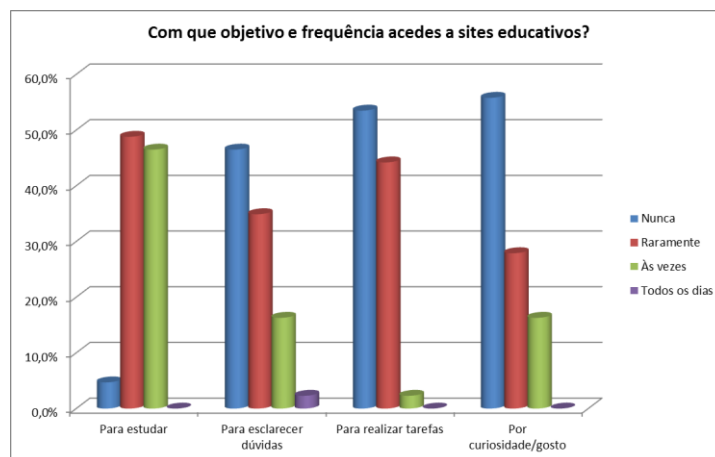


Figura 16: Objetivo e frequência com que os alunos acedem a *sites* educativos

Dos 43 alunos, 32 estavam registados na plataforma de ensino aprendizagem *Moodle* da escola.

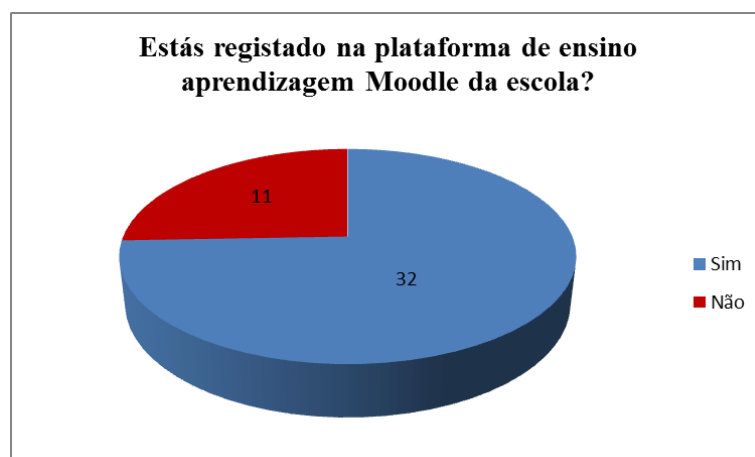


Figura 17: Número de alunos registados na plataforma Moodle da escola

Metade dos alunos inscritos acedia à plataforma semanalmente; 37,5% fazia-o raramente e um aluno nunca acedeu após o seu registo na mesma.

Tabela 6: Frequência com que os alunos acedem à plataforma

(n=32)	Com que frequência acedes à plataforma?
Nunca acedi após o meu registo	1
Raramente	12
Semanalmente	16
Diariamente	3

Dos alunos que acediam à plataforma, 51,6% afirmaram fazê-lo semanalmente para obter informações e alguns (45,2%) para aceder a recursos. Nunca tinham acedido para participar em *chats* (61,3%), participar em fóruns de discussão (48,5%), colaborar na construção de glossários (48,4%), e entregar trabalhos (16,1%) conforme ilustra a figura 18.

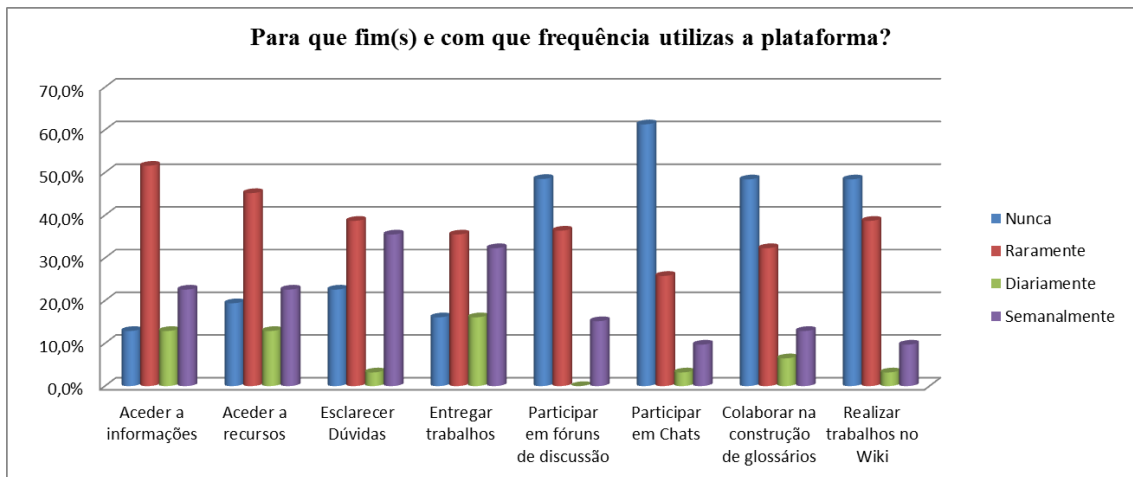


Figura 18: Finalidade e frequência com que os alunos utilizam a plataforma

### O uso do computador e da *internet* nas aulas

No que concerne ao uso do computador nas aulas das diferentes disciplinas, 44,2% dos alunos afirmaram raramente utilizar o computador e aproximadamente 23,3% referiram usar, às vezes, nas aulas das diversas disciplinas.

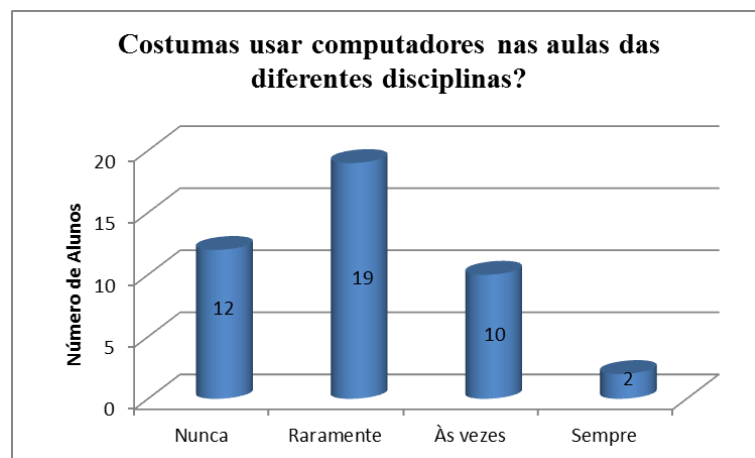


Figura 19: Uso do computador nas diferentes disciplinas

A maioria dos alunos gosta muito de utilizar o computador nas aulas (51,2%), contudo 11,6% não gosta.

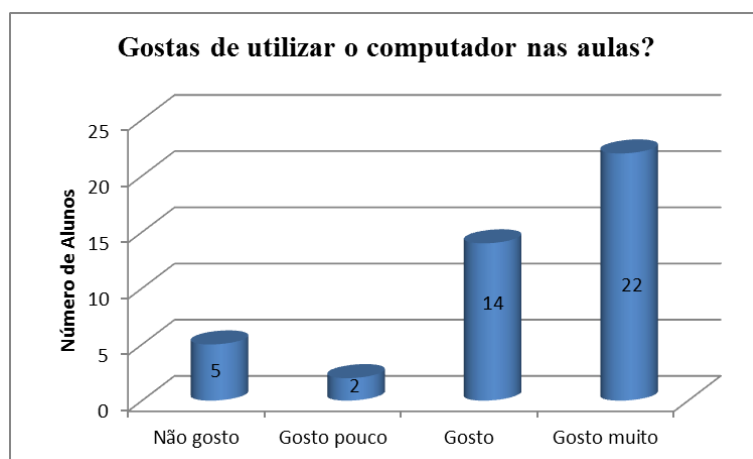


Figura 20: Caracterização dos alunos quanto ao gosto pela utilização dos computadores nas aulas

Quando inquiridos relativamente ao porquê de gostarem de utilizar o computador nas aulas, os mesmos justificaram a sua opção referindo que: “melhora o nosso interesse”, “é uma maneira mais divertida de aprender”, “torna as aulas mais interessantes”, “podemos aceder a exercícios”, “é interessante e diferente”, “podemos aprender mais através das novas tecnologias”, “permite realizar mais trabalhos e pesquisar mais informações do que aquelas que há no manual” e “aprendo mais coisas na internet do que nos livros”. Alguns alunos apresentaram mais que uma justificação. Três alunos não justificaram a razão pela qual gostavam de utilizar o computador nas aulas.

Nas aulas, a maioria dos alunos utilizava, quase sempre, o computador/*internet* (51,2%) e alguns para realizar tarefas, individuais e em grupo, propostas pelos professores (48,8%). Nunca acederam a *wikis* (63,4%), a jogos didáticos (44,2%) e a *blogues* (45,2%). Raramente acederam a *sites* educativos (53,5%), à plataforma *Moodle* (38,1%) e pesquisaram informação (38,1%), como se pode verificar na figura 21.

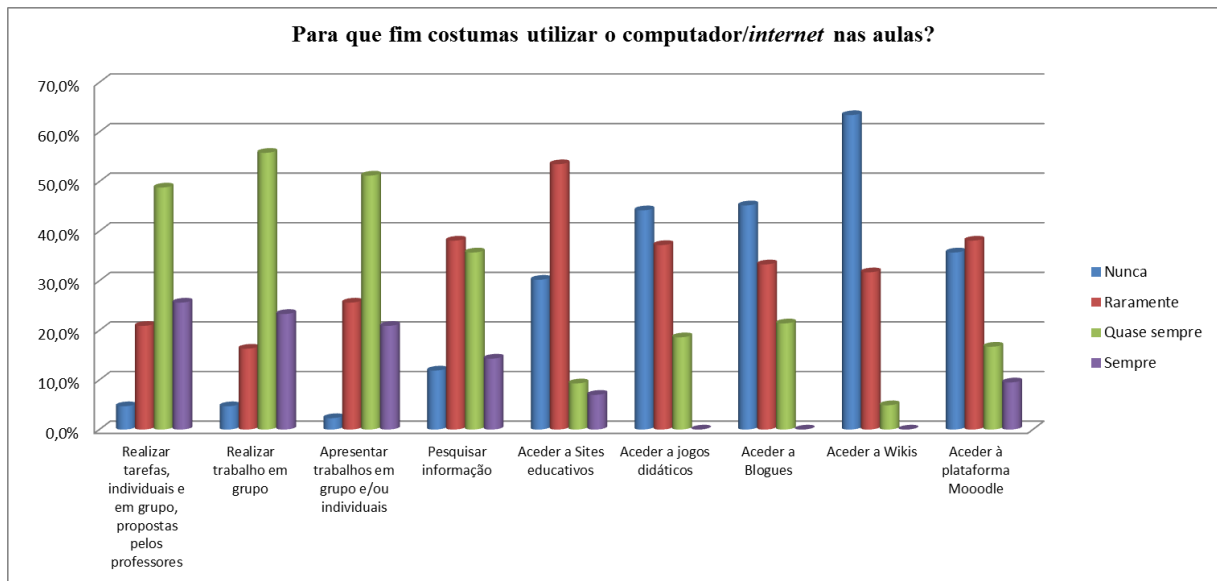


Figura 21: Finalidade com que os alunos utilizam o computador/internet nas aulas

Aproximadamente 46,5% dos alunos consideram importante o uso do computador, da *internet* e das novas tecnologias na disciplina de Matemática, 44,2% consideram-nos muito importantes e 2,3% dos alunos entendem não ser nada importante, como se pode observar na figura 22.

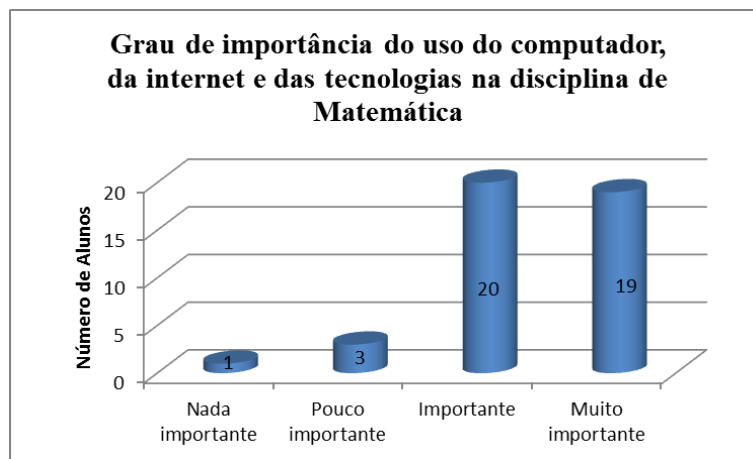


Figura 22: Grau de importância atribuído pelos alunos ao uso do computador, da *internet* e das novas tecnologias na disciplina de Matemática

Os alunos justificaram o grau de importância que atribuíram ao uso do computador, da *internet* e das novas tecnologias na disciplina de Matemática referindo que: “fico muito mais motivada ao aprender a matéria em suporte tecnológico (*PowerPoints*) do que em explicações longas e aborrecidas no quadro branco”, “acho que todos gostam de trabalhar no computador

---

e isso torna as aulas mais interessantes”, “assim aprendemos a trabalhar, por exemplo, no *Moodle* e é importante trabalharmos também em computador”, “penso que a internet também serve para aprender”, “o uso de outros meios tecnológicos facilita a nossa compreensão”, “aumenta o interesse nas aulas”, “a professora apresenta *PowerPoints*, tem exercícios e acho que se torna mais específico e fácil de entender”, “esclareço as minhas dúvidas sozinha”, “é uma maneira nova de aprendizagem e mais interessante”.

## **Instrumentos de recolha de dados, sua elaboração e validação**

Na presente investigação foi importante recorrer a diversas técnicas de recolha de dados de forma a reunir a maior quantidade de informação possível, com vista a assegurar a validade teórica (Bogdan & Bicklen, 1994). Neste sentido, os diferentes documentos elaborados para a recolha de dados possibilitaram a concretização e cruzamento de informação.

Considerando as evidências para um estudo de caso, Yin (2003) indica seis fontes distintas: documentos, registos em arquivo, entrevistas, observação direta, observação participante e artefactos físicos. Segundo este autor, existem três princípios para a recolha de dados: utilizar diversas fontes de evidências, construir um banco de dados durante o estudo de caso e manter uma cadeia de evidências durante toda a investigação. Ao utilizar várias fontes, estas complementam-se e, neste sentido, um estudo de caso deve usar muitas fontes de dados, constituindo-se múltiplas fontes de evidência, sendo a triangulação um elemento fundamental. Segundo Stake (2007, p.84), “é preciso termos a mente organizada e, no entanto, aberta a pistas inesperadas”.

Os instrumentos de recolha de dados utilizados neste estudo, e tendo em conta a sua natureza metodológica, foram: o inquérito por questionário, a observação, a entrevista, a análise documental e as notas de campo, conforme se discrimina no quadro 4.

Questões de investigação	Questionários (inicial e final)	Diário de Bordo	Documentos (artefactos produzidos pelos alunos)	Registos automáticos de dados fornecidos pelo AVA	Entrevistas em grupo focado
Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos, no ambiente virtual de aprendizagem?	X	X	X	X	X
Qual a perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?	X				X
Como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e <i>applets</i> , contribui para a aprendizagem da Matemática?	X	X	X	X	X

Quadro 4: Articulação entre as questões de investigação e os instrumentos de recolha de dados.

Os questionários, inicial e final, foram aplicados, antes e depois da intervenção, respetivamente, aos alunos participantes no estudo, nas aulas de Matemática.

Na fase de implementação, desenvolvimento e dinamização do AVA, recorreu-se ao diário de bordo, aos registos automáticos de dados do AVA e aos artefactos produzidos pelos alunos. Essas tarefas, realizadas por eles no AVA, constituem igualmente uma fonte adicional de dados (Bogdan & Biklen, 1994), bem como o questionário incluído no final de cada tarefa, cujas perguntas os obrigam a uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido. Esses produtos, por eles realizados, foram analisados como forma de trazer à evidência o impacto desta metodologia de trabalho.

No fim da intervenção, foram realizadas quatro entrevistas em grupo focado (Krueger & Casey, 2000; Morgan, 1996) que permitiram a triangulação dos dados obtidos através das outras técnicas utilizadas (Johnson & Turner, 2003; Krueger & Casey, 2000), sobretudo no

---

que concerne à percepção dos alunos em relação ao trabalho realizado no AVA e sobre o impacto da sua utilização na aprendizagem da Matemática.

A utilização destes instrumentos visa o cruzamento de dois tipos de informação diferentes: por um lado, dados de natureza quantitativa, obtidos essencialmente através das respostas dos alunos aos questionários, as quais foram alvo de tratamento estatístico; por outro, dados de natureza qualitativa, obtidos através da observação das interações dos alunos durante a utilização do AVA. Neste contexto, a utilização de diferentes instrumentos de recolha de dados teve como principal finalidade permitir o cruzamento da informação, numa tentativa de validação dos resultados obtidos, assim como reduzir a possibilidade de enviesamento introduzido pelos intervenientes na investigação e ainda, permitir a triangulação dos dados, isto é, tentar confirmar se a informação recolhida através de uma fonte é ou não confirmada por outra, assegurando a fiabilidade nas inferências realizadas na investigação. A revisão de pares é outro aspecto importante, já que reforça a validade e a fiabilidade do estudo (Coutinho, 2008). O facto de se ter recorrido a diversas triangulações, nomeadamente “triangulação das fontes de dados, triangulação do investigador, triangulação da teoria e triangulação metodológica” como refere Stake (1995) teve em vista a consistência da própria informação recolhida e a credibilidade das interpretações produzidas (Almeida & Freire, 2008).

## **Observação**

A observação direta visa descrever componentes de uma determinada situação social e extrair tipologias desta. Consiste em seleccionar, registar e codificar comportamentos e ambientes que estão relacionados com os objetivos da observação no terreno. Tal é corroborado por Quivy & Campenhoudt (2008) que consideram a observação direta “o único

método de investigação social que capta os comportamentos no momento em que eles se produzem (...) sem a mediação de um documento, ou de um testemunho” (p. 196).

A observação naturalista permitiu, também, descrever o que se passava através de narrativas detalhadas que dão ênfase aos significados sociais e aos contextos culturais do comportamento. A investigadora participa, sempre que solicitada pelos alunos, no ambiente que está a observar, pois é a professora da turma, pelo que podemos dizer que a observação é participante, o que, segundo Bogdan & Biklen (1994), permite aos investigadores qualitativos compreender melhor as ações dos sujeitos investigados quando estas são observadas no seu ambiente natural. A observação direta e naturalista, registada num diário de bordo, permitiu, igualmente, uma abordagem indutiva e contribuiu para a interpretação do estudo. Contudo, Tuckman (2002) chama a atenção para o facto deste tipo de observação poder influenciar o investigador na formulação dos seus juízos de valor. A observação tem de ser fiel à realidade, pois se tal não acontecer poderá introduzir enviesamentos nas situações a observar e no registo das observações. Neste sentido, a presença do investigador no meio a observar, exige alguns cuidados de modo a garantir a fiabilidade, a pertinência dos dados, a eliminação de impressões puramente emotivas ou subjetivas e interpretações fluidas do observador (Bogdan & Biklen, 1994; Quivy & Campenhoudt, 2008).

A observação, enquanto técnica de recolha de dados, permitiu, ainda, mergulhar no ambiente natural em que o fenómeno em estudo ocorreu, permitindo aceder a informações sobre ações, opiniões e perspetivas, o que de outra forma, não seria possível, contribuindo assim para a compreensão do fenómeno investigado.

As informações obtidas na observação foram cruzadas com as obtidas nas conversas informais, nas entrevistas e nos questionários, comparando aquilo que se diz, ou que não se diz, com aquilo que se faz, na procura de uma compreensão mais profunda do porquê e do como as coisas acontecem. De acordo com Guba e Lincoln (1981, citado por Tuckman, 2002)

---

a observação permite ao investigador ver o mundo através dos olhos dos participantes, viver nos seus próprios espaços temporais e captar o fenómeno nos seus próprios termos. O modo e o que se observa pode variar no decorrer do estudo. O investigador pode começar por observações menos estruturadas, partindo de um âmbito mais alargado que se vai estreitando à medida que o contexto vai sendo conhecido e compreendido, levando-o a uma observação mais criteriosa e seletiva. A investigadora ao participar ativamente no ambiente de aprendizagem, registou aspetos que se revelaram pertinentes durante a utilização do AVA. Essas informações recolhidas através da observação foram essenciais para perceber se a aprendizagem dos alunos estava a evoluir favoravelmente, à medida que ia utilizando o AVA.

### **O inquérito por questionário**

O inquérito por questionário segundo Quivy & Campenhoudt (2008) consiste em colocar a um conjunto de inquiridos:

uma série de perguntas relativas à sua situação social, profissional ou familiar, às suas opiniões, à sua atitude em relação a opções ou a questões humanas e sociais, às suas expectativas, ao seu nível de conhecimentos ou de consciência de um acontecimento ou de um problema, ou ainda sobre qualquer outro ponto que interesse os investigadores” (p. 188).

Nesta investigação, a escolha do questionário como instrumento de recolha de dados prendeu-se com o facto de a sua utilização apresentar as seguintes vantagens: (i) possibilita quantificar de forma célere uma multiplicidade de dados e de proceder, por conseguinte, a numerosas análises de correlação; (ii) a possibilidade de satisfação da exigência de representatividade, (iii) a garantia de anonimato das pessoas que respondem (Quivy &

Campehoudt, 2008), contribuindo para que os inquiridos expressem as suas opiniões sem receio, e (iv) a natureza impessoal do questionário, a sua apresentação uniformizada, a ordem idêntica das questões para todos os sujeitos e as mesmas diretrizes, o que facilita a realização de comparações entre sujeitos.

Para que o questionário consiga “produzir a informação adequada deverá conter perguntas sobre cada um dos indicadores previamente definidos e formulá-las com um máximo de precisão”(Quivy & Campehoudt, 2008, p.181), sendo importante que as questões sejam claras e precisas, enunciadas de forma a que todos os sujeitos inquiridos as interpretem da mesma maneira (Quivy & Campehoudt, 2008). A estrutura rígida e formal do questionário não é casual, pois pretende uniformizar e normalizar a informação para se poder, segundo Tuckman (2002), realizar um tratamento de abordagem quantitativa.

Algumas das questões que integraram estes questionários foram baseadas e adaptadas a partir de itens de questionários aplicados por outros investigadores, nomeadamente, Carrilho (2006), Inácio (2006) e Almeida (2010) que trataram temas similares, aproveitando a sua experiência e tomando consciência de certas formulações. Na elaboração dos itens dos questionários e na escolha de questões já elaboradas por outros investigadores, houve especial cuidado no que concerne a realização de perguntas curtas e utilização de palavras e sintaxe simples (Hill & Hill, 2005), tendo presente o nível literário da população alvo. Pretendeu-se, assim, assegurar que os sujeitos compreendessem bem as questões, que fossem capazes de dar uma resposta, que aceitassem dá-la e que a resposta fosse autêntica. A primeira validação do constructo da escala de atitudes do questionário inicial e do final sobre a utilização do AVA a Matemática, foi realizada através de um pré-questionário que foi sujeito à análise de três professores (alunos de doutoramento) da escola onde decorreu a investigação, constituídos como consultores, forma de trabalho que se confirmou ser relevante nas reformulações do instrumento, tendo presente a depuração e compreensibilidade da linguagem para este nível

---

etário. Os questionários foram, assim, como sugerem Almeida & Freire (2008), submetidos à discussão e à crítica de outras pessoas peritas em construir questionários, tendo os três professores envolvidos na validação dado um contributo bastante pertinente e oportuno, o que permitiu melhorar o questionário.

No que ao conteúdo das questões diz respeito, foram formuladas questões de duas categorias diferentes: questões sobre factos e questões sobre opiniões, atitudes e preferências (Freixo, 2011). Quanto à forma, as questões são na sua maioria fechadas e de escolha múltipla. Nessas questões os inquiridos escolhem a sua resposta entre as alternativas apresentadas. Este tipo de questões tornam-se muito úteis quando o investigador pretende obter uma informação quantitativa sobre as variáveis em estudo (Hill, & Hill, 2005). O facto dessas questões serem pré-codificadas permite uma maior facilidade de tratamento das respostas e melhor clareza na sua interpretação. As questões abertas foram utilizadas pontualmente devido à morosidade que exige o seu tratamento e à dificuldade inerente à sua análise. Na opinião de Freixo (2011) as perguntas de resposta aberta colocam dificuldades na organização e codificação das respostas e posteriormente poderão levantar problemas de análise de conteúdo. Contudo, a utilização dos dois tipos de questões poderá ser útil, segundo Hill e Hill (2005), quando se pretende obter informação qualitativa com vista a contextualizar e complementar a informação quantitativa obtida pelas outras variáveis.

Os questionários foram submetidos a um pré-teste, junto de uma amostra de 10 indivíduos da população a inquirir, no sentido de os aferir, corrigindo-se se fosse caso disso, eventuais dúvidas de interpretação colocadas pelos sujeitos, como sugere Freixo (2011), o que não se verificou. Esta aplicação prévia justifica-se pelo facto de ser importante averiguar a adequabilidade dos instrumentos à população pretendida.

Optou-se pelo inquérito por questionário de administração direta, pois pareceu o mais adequado para atingir os objetivos definidos. Um questionário é de “administração direta”

quando é o próprio inquirido que o preenche, como foi o caso presente e, como referem Quivy e Campenhoudt (2008), é particularmente adequado para objetivos de estudo de uma amostra. No momento da aplicação dos questionários inicial e final, no estabelecimento de ensino, a investigadora esteve presente e foram dadas as explicações necessárias sobre o seu conteúdo e preenchimento, como sugerem Quivy e Campenhoudt (2008). Foi também, garantido aos inquiridos o seu anonimato e a confidencialidade dos dados recolhidos para utilização exclusiva na presente investigação.

### **Questionário Inicial**

O questionário inicial (Anexo C), constituído por 23 questões teve como objetivo caracterizar os sujeitos que constituíram a amostra, obtendo informações factuais como o sexo e a idade, e analisar as opiniões dos sujeitos, as suas perceções e as suas atitudes relativamente aos seguintes aspetos: relação com a Matemática, tipo de utilização e grau de frequência do uso do computador pessoal e da *internet*. Os itens deste questionário foram elaborados com base na escala de atitudes validada por Carrilho (2006), Inácio (2006) e Almeida (2010).

Considerou-se pertinente dividir o questionário em cinco partes: dados biográficos; relação com a Matemática; uso do computador e da *internet* fora da aula; uso do computador e da *internet* nas aulas; e uso do computador, da *internet* e das tecnologias na disciplina de Matemática.

A primeira parte permitiu recolher informação relativamente ao sexo e à idade. A segunda pretendeu recolher informações sobre o que os alunos pensavam em relação à disciplina de Matemática, que tipo de aluno se consideravam, se gostavam ou não de Matemática e nível obtido nesta disciplina no ano antecedente à implementação da investigação. Ainda dentro deste leque de questões, pretende-se atentar na atitude do sujeito

---

relativamente à percepção de auto-eficácia na Matemática e na significância que os alunos atribuem ao sucesso alcançado na aprendizagem desta disciplina, pois destas atitudes poderia depender o seu empenho na aprendizagem, ou seja, a responsabilidade do sujeito pela aprendizagem e a reflexão sobre a aprendizagem conseguida.

Na terceira parte, procurou-se averiguar se os alunos tinham acesso a um computador em casa. Em caso afirmativo, se esse tinha ligação à *internet*; se gostavam ou não de utilizar o computador; onde e com que frequência o usavam; durante o ano letivo, com que finalidade e frequência o utilizavam; onde, com que frequência, com que finalidade e a que tipo de *sites* educativos acediam; se os alunos estavam registados na plataforma de ensino aprendizagem *Moodle* e com que frequência e finalidade lhe acediam.

Com as respostas às questões da quarta parte pretendia-se averiguar: se os discentes costumavam utilizar computadores nas aulas e em que disciplinas; se gostavam ou não de os utilizar e para que fins o faziam, bem como a *internet*.

Na última parte pretendeu indagar-se a opinião dos alunos relativamente à importância do uso adequado do computador e da *internet* no ensino e na aprendizagem da Matemática. Os conhecimentos de informática, frequência de uso e atitudes dos sujeitos relativamente ao computador e à *internet* pretenderam caracterizar o conhecimento que os mesmos já tinham adquirido, uma vez que podiam constituir uma mais-valia para aceder à informação e interagir com os conteúdos, colegas e professora/investigadora no AVA.

Foi utilizado um questionário com questões, na sua maioria, de resposta fechada, essencialmente de frequência, que pudessem ser respondidas através de uma escala de Likert, de quatro e cinco níveis. Na opinião de Almeida & Freire (2008), uma escala deste tipo é suficiente para concretizar os objetivos pretendidos com a aplicação deste questionário.

## Questionário Final

Este questionário (Anexo C), também anónimo, foi aplicado, no terceiro período, após a realização do estudo a 41 alunos e não a 43 como o inicial, pois no fim do segundo período dois dos sujeitos que integravam a amostra foram transferidos de escola, um por mudança de país e outro de cidade.

Pretendeu-se, recolher informações e opiniões sobre a nova metodologia de ensino, bem como identificar os aspetos mais valorizados pelos alunos relativamente à utilização e às implicações do AVA na aprendizagem e no estudo da Matemática.

O questionário era constituído essencialmente por questões de resposta fechada em formato Likert, e teve como objetivo recolher opiniões dos alunos sobre a utilização do AVA e das tecnologias nele integradas como o *GeoGebra* e *applets*, e sobretudo de que forma a utilização de ferramentas desta natureza poderiam fomentar a aprendizagem da Matemática, modificar a relação dos alunos com a disciplina ou implicar a aquisição de novos métodos de estudo.

Ao longo do questionário pediu-se uma opinião geral sobre: o AVA; a importância do mesmo na aprendizagem da Matemática; uma avaliação sobre a utilização efetiva de um ambiente desta natureza; as dificuldades sentidas no acesso ao AVA durante a realização das tarefas propostas; a importância da sua utilização como complemento ao ensino presencial, como forma de estimular e favorecer o processo de ensino-aprendizagem; se a utilização do AVA aumentou ou não a motivação para o desenvolvimento e construção de conhecimentos relativos às unidades didáticas abordadas durante o estudo; a importância do uso do AVA para a partilha de informação e construção do conhecimento partilhado, e ainda o levantamento de opiniões dos inquiridos acerca das ferramentas de comunicação assíncrona e síncrona e se estas promovem ou não uma maior interação entre aluno(s)/aluno(s), aluno(s)/professora e aluno(s)/ conteúdos. Além das questões de resposta fechada, o

---

questionário continha também questões de resposta aberta. Estas tiveram como objetivo solicitar explicações sobre o porquê de gostar ou não de utilizar o AVA na resolução de tarefas em grupo.

Por fim, colocou-se uma questão com diversas afirmações relativamente ao AVA como complemento ao ensino presencial, e solicitou-se aos alunos que manifestassem, face a cada item, o seu grau de concordância ou discordância numa escala de Likert de cinco pontos, em que 1 correspondia a “Discordo totalmente”, 2: “Discordo”, 3: “Não concordo nem discordo”, 4: “Concordo” e 5: “Concordo totalmente”. A pontuação próxima de 1 é a mais negativa e a próxima de 5 a mais positiva.

## **Entrevistas**

Uma entrevista consiste, de uma forma geral, numa conversa intencional entre duas ou mais pessoas, através de um processo de interação social com o objetivo de uma delas obter informações sobre a(s) outra(s).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), as entrevistas podem ser utilizadas para constituir a estratégia dominante para a recolha de dados, ou em conjunto com a observação participante, para a análise de documentos e outras técnicas. Em todas estas situações, a entrevista é usada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo. Este processo torna possível medir o que uma pessoa sabe (informação ou conhecimento), o que gosta e não gosta (valores e preferências) e o que pensa (atitudes e crenças) (Tuckman, 2002), permitindo recolher dados bastante detalhados relativamente à perspectiva dos inquiridos em relação à experiência vivenciada, pois os sujeitos são convidados a responder pelas suas próprias palavras e com o seu próprio quadro de referência às questões. Num estudo de observação participante, o investigador já conhece os sujeitos,

pelo que a entrevista muitas vezes se assemelha a uma conversa entre amigos. Neste estudo, como a investigadora era a professora da turma, as entrevistas fluíram naturalmente, tendo-se desenrolado uma conversação informal, onde os sujeitos se sentiram motivados e à vontade a falar sobre as suas vivências.

Na presente investigação optou-se pela entrevista semi-estruturada que é segundo Quivy & Campenhoudt (2008), a mais utilizada em investigação social. Neste tipo de entrevista o investigador dispõe de uma série de perguntas guia relativamente abertas, sobre as quais é fundamental receber uma informação por parte do entrevistado (Quivy & Campenhoudt, 2008). Assim, foi previamente elaborado um guião com questões já validadas por Almeida (2010), questões essas essencialmente abertas sobre os temas a explorar, que serviu de eixo orientador ao desenvolvimento da entrevista. Houve pontualmente necessidade de reencaminhar os entrevistados, relativamente a algumas questões, para que os mesmos não se afastassem dos objetivos da investigação. Neste sentido, a elaboração de uma entrevista necessita de uma preparação cuidadosa, para que as informações que dela se retirem sejam passíveis de serem analisadas. Bogdan & Biklen (1994) referem que nas entrevistas semi-estruturadas se fica “com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários sujeitos” (p. 135) da investigação.

A seleção dos sujeitos para a entrevista, não foi aleatória, dado que se pretendia recolher opiniões e perceções relacionadas com a aprendizagem matemática de um grupo com características diversas, com vista à maior recolha possível de informação aquando da utilização de um ambiente virtual de aprendizagem matemática. Assim sendo, os mesmos foram selecionados segundo os seguintes critérios: aproveitamento a Matemática, género e frequência de utilização do ambiente virtual de aprendizagem matemática. Todos os sujeitos selecionados manifestaram vontade e satisfação em participar na entrevista. Foi garantida a

---

confidencialidade e o anonimato, assegurando que as informações não seriam utilizadas para outros fins que não a investigação (Tuckman, 2002).

Antes da realização das entrevistas, efetuou-se um pré-teste com dois alunos da mesma população, um do sexo feminino e outro do masculino. Neste contexto, com vista a que as entrevistas contribuíssem para aceder a informações relevantes e respondessem aos objetivos da investigação, foi reformulado o guião da entrevista aprofundando as questões que surgiram no decorrer da entrevista e introduzidas novas questões.

Após o terminus da investigação, foram realizadas quatro entrevistas em grupo focado (Krueger & Casey, 2000) que possibilitaram a triangulação dos dados obtidos através das outras técnicas já utilizadas (Johnson & Turner, 2003; Krueger & Casey, 2000), sobretudo relativamente à mudança de perceção dos alunos em relação à Matemática; a perceção em relação ao trabalho por eles desenvolvido no AVA, recorrendo a todas as ferramentas nele disponíveis como o *GeoGebra* e os fóruns de discussão, incluindo as tarefas por eles realizadas; as dificuldades sentidas; e o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática. Cada entrevista foi realizada com um grupo de quatro alunos de uma turma (Krueger & Casey, 2000). As entrevistas em grupo focado privilegiam as interações entre os elementos do grupo (Morgan, 1996), assim a entrevistadora, no papel de moderadora (Gibbs, 1997; Morgan, 1996), interroga os discentes sobre os diferentes aspetos e trabalho realizado durante a utilização do AVA. O facto de os alunos ouvirem as respostas dos colegas, contribuiu para que fizessem comentários adicionais sobre os temas debatidos durante as entrevistas, permitindo obter diferentes perspetivas sobre o trabalho realizado pelos alunos aquando da utilização do AVA. Optou-se apenas por quatro entrevistas em grupo focado, pois muitas vezes ocorre “saturação” da informação recolhida, após os primeiros grupos (Krueger & Casey, 2000; Morgan, 1996).

As entrevistas foram gravadas em registo áudio, após concedida autorização pelos encarregados de educação dos sujeitos, e, posteriormente, transcritas na íntegra, tendo sido realizada a análise de conteúdo das mesmas.

## **Análise Documental**

### **Artefactos produzidos pelos alunos**

Durante a investigação, foram propostas e realizadas, em grupos de três ou quatro elementos, diversas tarefas, tendo sido recolhidos todos esses artefactos produzidos pelos alunos e por estes publicados no AVA.

A análise documental incidiu na resolução das tarefas (n.ºs 1, 2, 3, 4 e 5 sobre isometrias e n.ºs 3 e 4 sobre funções) realizadas pelos alunos em grupo, com recurso ao *GeoGebra* e das tarefas (n.ºs 1 e 2 sobre funções), com recurso a *applets*.

Foi, também, analisado o conteúdo dos *posts* nos fóruns de discussão, assim como os do glossário e as conversas no *chat*, em suma, toda a comunicação assíncrona e síncrona. Esta análise refletiu não só as interações estabelecidas entre os alunos e entre estes e a professora relativamente às tarefas propostas e aos assuntos tratados nos fóruns, como também as interações dos alunos com os conteúdos.

### **Registos automáticos de dados**

O AVA ao possibilitar a recolha de dados através dos registos automáticos, permitiu uma análise qualitativa do conteúdo das mensagens trocadas entre os alunos nos fóruns de discussão e no *chat*, bem como uma análise quantitativa de determinados aspetos, nomeadamente, o número de acessos de cada aluno ao AVA, a frequência de utilização dos fóruns, do glossário, o número de *posts* nas atividades e o material de apoio consultado. Estes registos de dados referentes à utilização do AVA permitiram identificar os interesses de cada

---

aluno, a partir das suas interações com e através do ambiente virtual de aprendizagem entre alunos-alunos, alunos-professora e alunos-conteúdos.

A base de dados que se foi formando com a utilização do ambiente possibilitou recolher informações, que ajudaram na definição de estratégias pedagógicas mais atrativas para os alunos.

Uma organização coerente dos dados contribuiu para obter padrões e descrever o que mais interessou aos alunos no AVA. Contudo estes dados podem não ser muito fiáveis pois os alunos podem ler os textos imprimidos e permanecer pouco tempo no ambiente. Não existe uma relação direta entre o aluno permanecer com a página aberta e um bom aproveitamento. Todavia, as estatísticas de utilização do AVA podem constituir-se como indicadores de fenómenos que, de outro modo, seriam difíceis de obter ou de perceber.

### **Diário de Bordo**

O diário de bordo para Ponte (2002) constitui-se como um instrumento “onde o investigador regista os acontecimentos relevantes que vão surgindo no decurso do trabalho, bem como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo” (p.18). Neste sentido, no diário de bordo foram registados, sob a forma de notas de campo, todos os dados relativos ao desenvolvimento do trabalho: os objetivos específicos que se pretendiam atingir com cada tarefa, as reações dos alunos às mesmas, os aspetos mais relevantes durante o seu desenvolvimento, as interações estabelecidas entre eles, com a professora/investigadora e com os conteúdos, o trabalho colaborativo por eles desenvolvido, os acontecimentos imprevistos e os considerados significativos para concretizar os objetivos da investigação. Estes dados constituem o relato escrito daquilo que ouvimos, vimos, experienciámos e pensámos no decurso da recolha, refletindo sobre os dados do estudo - ideias, estratégias, palpites, bem como padrões emergentes, o que é corroborado por Bodgan e Bicklen (1994).

Os mesmos autores referem que este procedimento ajuda a acompanhar o desenvolvimento do estudo, a visualizar a forma como o plano de investigação vai sendo influenciado pelos dados recolhidos e a tornarmo-nos mais conscientes das influências ocorridas.

As notas foram registadas de forma sistemática e sujeitas a uma reflexão para se inferir da necessidade de introduzir qualquer alteração à planificação.

Para a elaboração do diário de bordo contribuíram todas as notas registadas no fim de cada entrevista, as observações, as conversas informais ou qualquer circunstância, durante a investigação, onde o trabalho em curso ou as reflexões realizadas a isso impeliam.

---

## CAPÍTULO 5 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A análise de dados consiste no processo em que se procuram e organizam, de forma sistemática, as transcrições das entrevistas em grupo focado, os *posts* nos fóruns de discussão, as notas de campo, os registos automáticos do AVA, as respostas aos questionários e os artefactos produzidos pelos alunos, de modo a aumentar a compreensão desses materiais e a obter respostas para o problema de investigação (Bogdan & Biklen, 1994). Neste sentido, recorre-se à análise de conteúdo para procurar conhecer o que está por trás das palavras contidas nas mensagens. Essa pesquisa recorre a um conjunto de técnicas de análise, utilizando procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. Os indicadores, obtidos nessa busca, permitem a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção dessas mensagens (Bardin, 2009).

A análise de conteúdo compreende três fases: (i) a pré-análise, (ii) a exploração do material e (iii) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Isto não significa que haja uma ordem cronológica para as diferentes etapas. O investigador vê-se, muitas vezes, imerso num constante vaivém entre os dados recolhidos e as interpretações emergentes (Pope, Ziebeland & Mays, 2006).

A análise pormenorizada das transcrições das entrevistas em grupo focado, dos *posts* nos fóruns de discussão e dos artefactos produzidos pelos alunos, permite definir as unidades de análise, com base na segmentação do texto em parágrafos, frases ou palavras. Estas unidades, depois de codificadas, são organizadas e agrupadas em categorias (Bardin, 2009; Creswell, 2003).

Quanto à forma como os alunos colaboram e interagem entre si, com a professora e com os conteúdos no AVA, emergem as categorias: (i) interação aluno(s)-aluno(s); (ii) interação professora-aluno(s); (iii) interação aluno(s)-conteúdos e (iv) colaboração. Estas

categorias são muito abrangentes, pelo que é necessário constituir subcategorias (Strauss & Corbin, 1998), as quais se encontram indicadas no quadro 5.

Questão de investigação	Categorias	Subcategorias
Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos no ambiente virtual de aprendizagem?	Interação aluno(s)-aluno(s)	Esclarecimento de dúvidas
		Partilha de informação
		Troca de ideias
		Envolvimento na tarefa
		Comunicação matemática
		Construção do conhecimento
	Interação professora-aluno(s)	Esclarecimento de dúvidas
		Participação ativa
		Comunicação matemática
		Construção do conhecimento
	Interação aluno(s)-conteúdos	Compreensão e aquisição de conceitos matemáticos
		Construção de conhecimento matemático
		Motivação
	Colaboração	Participação nas tarefas
		Partilha e troca de ideias
		Autonomia do grupo na resolução das tarefas
		Espírito crítico na resolução das tarefas
		Comunicação matemática
Construção do conhecimento		

Quadro 5: Categorias e subcategorias de análise respeitantes à forma como os alunos colaboram e interagem entre si, com a professora e com os conteúdos no ambiente virtual de aprendizagem

No que concerne à perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática, foi aplicado um questionário final, contendo uma série de itens. O questionário foi aplicado a 41 alunos e não a 43 como o inicial, pois no fim do segundo período dois sujeitos que integravam a amostra foram transferidos de escola, um por mudança de país e outro de cidade.

No quadro 6 estão indicados esses itens, de acordo com as categorias: (i) implicações do AVA e (ii) papel da professora no AVA e sua importância.

Questão de investigação	Categorias	Itens
Qual a percepção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?	Implicações do AVA	Proporciona um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor
		Apoia o meu estudo de forma a superar as dificuldades
		Permite a aprendizagem de novos conhecimentos
		Contribui para uma visão mais positiva e dinâmica da matemática.
		Permite o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias
		Ajuda na aprendizagem dos conteúdos da disciplina
		Permite que os meus resultados escolares melhorem
		Promove o meu interesse pela disciplina
		Permite o acesso a informação variada e pertinente.
		Torna a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela
		Contribui para uma aprendizagem mais autónoma e responsável
		Facilita a comunicação entre os alunos e os professores
		Facilita a partilha de opiniões
		Incentiva a relação entre alunos - professor
		Incentiva a relação entre alunos
		Motiva para o trabalho na disciplina
		Contribui para desenvolver o pensamento crítico
		Contribui para desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de argumentação
		Promove a comunicação matemática
		Promove a valorização das contribuições e opiniões dos vários intervenientes
	Permite a troca de ideias entre alunos	
	Promove a colaboração entre alunos	
	Permite perceber as diferentes aplicações e a importância da matemática na vida quotidiana	
	Contribui para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas.	
	Estimula a auto-aprendizagem.	
	Papel da professora no AVA e sua importância	Dinamização das atividades
		Promover a discussão e a partilha de ideias
Correção da informação apresentada		
Esclarecimento de dúvidas		

Quadro 6: Itens do questionário relativamente à percepção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática, para as categorias implicações do AVA e papel da professora no AVA e sua importância

As transcrições das entrevistas em grupo focado, os *posts* nos fóruns de discussão, os artefactos produzidos pelos alunos e os registos automáticos do AVA são ainda analisados no sentido de perceber como é que a utilização do AVA, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, como complemento ao ensino presencial, contribui para a aprendizagem da Matemática. Daqui emergiram as categorias: competências matemáticas e competências tecnológicas, conforme ilustra o quadro 7.

Questão de investigação	Categorias	Subcategorias
Como é que a utilização do AVA, integrando um ambiente de geometria dinâmica e <i>applets</i> , como complemento ao ensino presencial, contribui para a aprendizagem da Matemática?	Competências matemáticas	Competências do conhecimento
		Competências transversais
	Competências tecnológicas	Autonomia e destreza na utilização das <i>applets</i> , do <i>Geogebra</i> e das ferramentas de comunicação do AVA
		Espírito crítico na exploração/utilização das <i>applets</i> e do <i>Geogebra</i>

Quadro 7: Categorias e subcategorias de análise respeitantes à forma como é que a utilização do AVA, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, como complemento ao ensino presencial, contribui para a aprendizagem da Matemática.

No sentido de sensibilizar os alunos para este modelo de ensino-aprendizagem, a professora/investigadora explicou aos sujeitos que a planificação das unidades didáticas “Isometrias” e “Funções”, contemplavam um conjunto de tarefas de aprendizagens que, para serem realizadas, implicavam a utilização do AVA de Matemática, de acesso restrito, como ferramenta de trabalho.

A investigadora exemplificou-lhes como podiam aceder ao AVA e explicou-lhes o seu funcionamento.

Durante a investigação foram realizadas diversas tarefas, sobre isometrias e funções, mediadas pela tecnologia, nomeadamente com recurso ao *GeoGebra*, a *applets* e a fóruns de discussão. Foi também feito um trabalho projeto sobre isometrias e construído um glossário dos vários temas. Todos os trabalhos foram publicados no AVA.

---

Os alunos tinham semanalmente um bloco de apoio com a professora/investigadora. Um número significativo de discentes frequentavam-no e aproveitavam para realizar a maioria das tarefas propostas, o que permitiu à professora/investigadora monitorizar os processos e estratégias utilizados pelos alunos durante a realização das mesmas. Neste sentido, durante o trabalho de grupo, a professora observou a sua atividade, procurando não responder diretamente às questões que estes iam colocando, mas devolvendo-lhes essas questões, de modo a que pudessem continuar a desenvolver o seu raciocínio. Esta foi também a postura adoptada pela professora nos fóruns de dúvidas. Além disso, interveio sempre que necessário, ajudando-os a organizarem o seu trabalho e a aperfeiçoarem a comunicação dentro do grupo, discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

No fim de cada tarefa e no sentido de refletirem sobre o trabalho desenvolvido, os alunos tinham cinco perguntas para responder, em grupo, a saber: (i) Mencionem o que aprenderam com esta tarefa, (ii) O que mudariam se voltassem a fazer esta tarefa? Justifiquem a vossa resposta, (iii) Que dificuldades sentiram durante a realização desta tarefa?, (iv) O que acharam mais interessante? O que gostaram menos? e (v) Como funcionaram em grupo? (Ouviram as ideias dos colegas? Participaram na tarefa?). As respostas a estas questões eram anexadas no fim da resolução de cada tarefa e posteriormente submetidas no AVA juntamente com as tarefas.

## **Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos no ambiente virtual de aprendizagem?**

### **Interação desenvolvida no AVA**

Dada a importância da colaboração e da interação dos alunos em AVA's aquando da realização das tarefas de aprendizagem, pretendeu-se conhecer as interações que tiveram lugar no AVA e perceber como os alunos colaboraram e interagiram entre si, com a

professora e com os conteúdos. Neste sentido, apresentam-se, em seguida, as interações aluno(s)-aluno(s), professora-aluno(s) e aluno(s)-conteúdos, em fóruns de discussão, tanto no envolvimento nas tarefas como na partilha e construção do conhecimento.

### **Interação aluno(s)-aluno(s)**

A interação dos alunos no AVA foi essencialmente suportada por ferramentas de comunicação assíncrona, sobretudo através dos fóruns de discussão. No âmbito desta investigação foram analisadas as publicações dos discentes nos fóruns de dúvidas de isometrias e de funções, no fórum “A influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  no gráfico de uma função afim”, bem como no fórum “Investigando Dízimas”, tendo estes sido codificados respetivamente por  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  e  $F_4$ , nos quais participaram e interagiram os grupos de alunos identificados como  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$ ,  $G_4$ ,  $G_5$ ,  $G_6$ ,  $G_7$ ,  $G_8$ ,  $G_9$ ,  $G_{10}$ ,  $G_{11}$ ,  $G_{12}$  e  $G_{13}$ .

As tarefas foram resolvidas em grupo, à exceção da Tarefa 1- Simetria de Figuras, que foi resolvida individualmente. A professora/investigadora sensibilizou os alunos para a importância da definição de objetivos comuns, da estruturação e da calendarização do trabalho, da tomada de iniciativas e de responsabilidades, procurando desenvolver neles a autonomia e o sentido de colaboração.

Após a recolha e a organização dos dados, procedeu-se à análise dos *posts* dos alunos, em termos de frequência e envolvimento nas tarefas, e no processo de construção conjunta de conhecimento.

---

## Caracterização das publicações em fóruns de discussão relativamente à frequência

A tabela 7 apresenta as interações, em termos de frequência, relacionadas com os *posts* dos grupos nos diferentes fóruns.

Tabela 7: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão

Grupos	Posts nos fóruns de discussão				Total	
	F1	F2	F3	F4	n	%
G1	3	7	6	1	17	6,3%
G2	1	12	5	2	20	7,4%
G3	3	7	2	4	16	5,9%
G4	3	2	2	0	7	2,6%
G5	12	12	11	1	36	13,4%
G6	2	1	1	1	5	1,9%
G7	0	3	2	3	8	3,0%
G8	2	19	0	5	26	9,7%
G9	1	12	2	4	19	7,1%
G10	13	18	4	7	42	15,6%
G11	0	9	2	9	20	7,4%
G12	5	28	4	6	43	16,0%
G13	1	4	3	2	10	3,7%
Total	46	134	44	45	269	100%

Da observação da tabela 7 verifica-se que os alunos, no desenvolvimento das tarefas de ensino e aprendizagem que lhes foram propostas no contexto de fóruns no AVA, contribuíram para a discussão dos temas com 46 *posts* no fórum “Dúvidas de Isometrias”, 134 *posts* no fórum “Dúvidas de funções”, 44 *posts* no fórum “A influência dos parâmetros k e b no gráfico de uma função afim” e 45 *posts* no fórum “Investigando dízimas”, num total de 269 *posts*, sendo a média dos *posts* por grupo de 20,7. O número de *posts* que cada grupo publicou nos fóruns, durante o estudo, variou entre 0 e 28.

Podemos ainda constatar que o grupo com mais *posts* foi o grupo 12 com 43, sendo o grupo 6 o que apresenta menos *posts*, com 6 nos quatro fóruns.

O fórum F<sub>2</sub> foi o que obteve o maior número de *posts* num total de 134 e o F<sub>3</sub> o menor número de *posts* (44).

Na figura 23 que se apresenta a seguir representa-se o número de interações dos grupos de alunos nos diferentes fóruns de discussão.

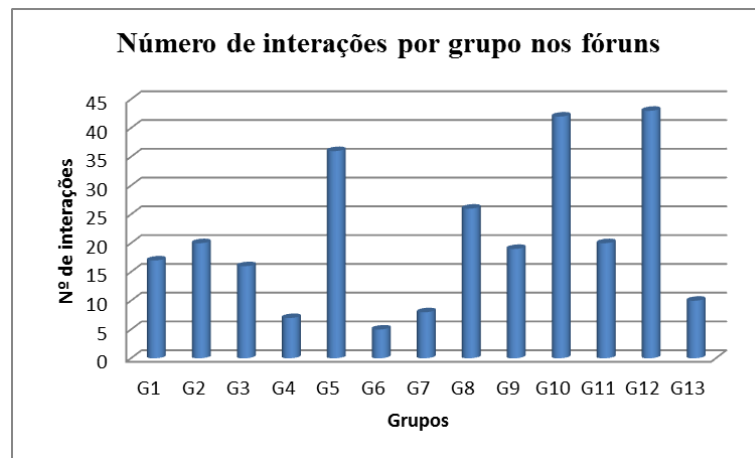


Figura 23: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão

A análise da figura, permite-nos concluir que os grupos que mais interagiram foram o grupo 12, seguido do grupo 10 e os que menos interagiram foram os grupos 6 e 4.

É de referir ainda, a entrada dos alunos nos fóruns, registada automaticamente pela plataforma, sem que os mesmos façam qualquer tipo de publicação, o que poderá ser um indicador relativamente ao interesse dos alunos em participarem e interagirem com os colegas nos fóruns.

Na figura 24 apresenta-se o número de entradas em cada fórum pelos alunos sem fazerem qualquer tipo de publicação.

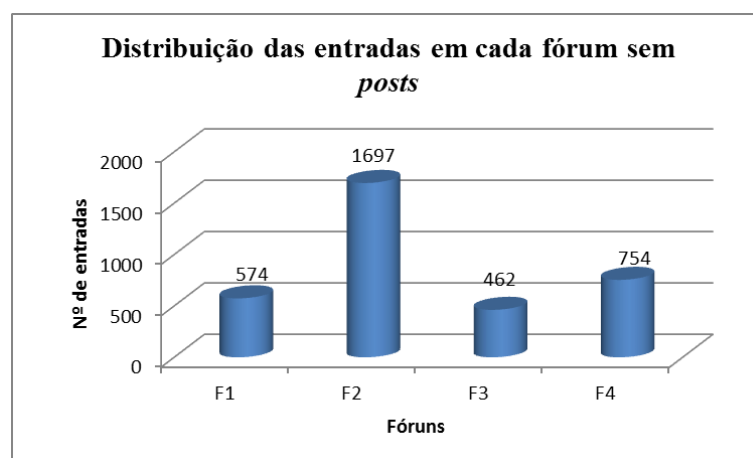


Figura 24: Distribuição dos posts dos grupos nos fóruns de discussão

Da observação da figura 24 constatamos que houve um total de 3487 entradas nos 4 fóruns, sendo 574 no  $F_1$ , 1697 no  $F_2$ , 462 no  $F_3$  e 754 no  $F_4$  com uma média de entradas por aluno de 81,1.

O fórum  $F_3$  foi o que obteve o menor número de entradas e o  $F_2$  o maior número sem qualquer tipo de publicação por parte dos alunos.

Após a análise dos diferentes acessos aos fóruns, constatamos a existência de uma diferença significativa entre as entradas com *posts* e as entradas sem *posts*, tendo estas últimas valores muito mais elevados do que as entradas com *posts*, como se pode observar na figura 25. A discrepância entre os dois tipos de entradas verifica-se em todos os fóruns.

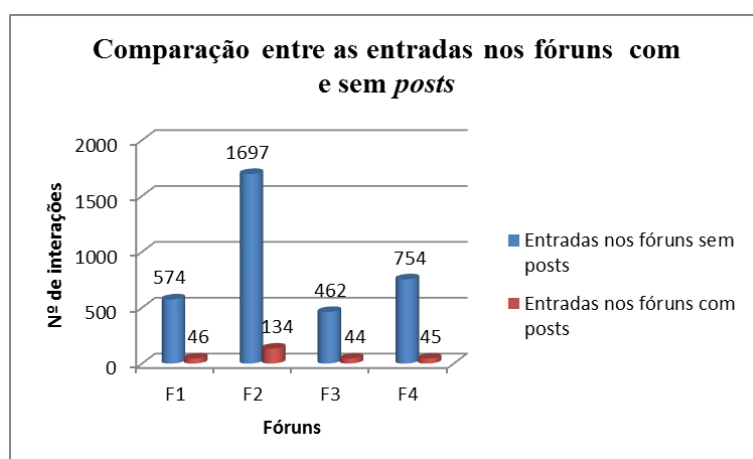


Figura 25: Comparação das entradas dos alunos nos fóruns de discussão com e sem posts

Para conhecer a percepção dos alunos relativamente à interação entre eles, estes foram confrontados com a questão correspondente ao item 13 do questionário final:

**• Consideras que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação aluno(s)-aluno(s)?**

Na figura 26 apresenta-se a distribuição das respostas dadas a esta questão. Os dados obtidos permitem-nos inferir que os alunos consideraram que o recurso às ferramentas de

comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação aluno(s)-aluno(s). Foram obtidos os resultados: não promoveu (7,3%), promoveu pouco (9,8%), promoveu (80,5%) e promoveu muito (2,4%). Aproximadamente 82,9% dos alunos afirmam que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação entre alunos.

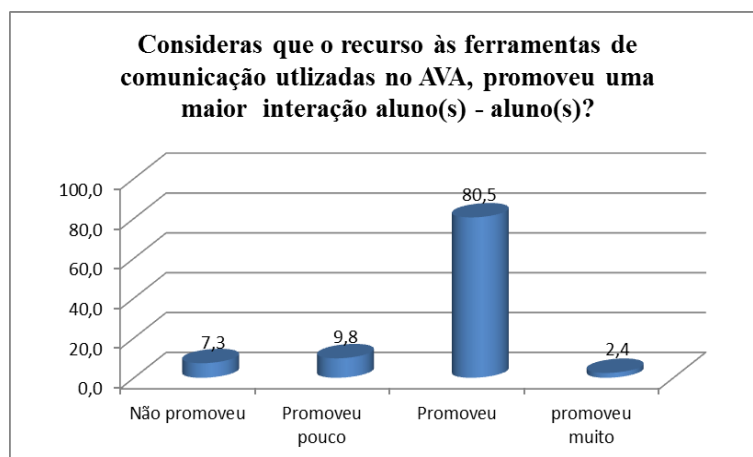




Figura 26: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação entre alunos quando recorrem às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA.

Da análise dos *posts* dos alunos nos fóruns de discussão pode inferir-se a existência de interação aluno(s)-aluno(s) nas subcategorias de esclarecimento de dúvidas, partilha de informação, troca de ideias, envolvimento na tarefa, comunicação matemática e construção do conhecimento, como se pode observar nas figuras 27 e 28.


**Re: Investigando Dízimas**  
 por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:06


Concordamos com o grupo da [redacted] na situação de estar muito bem apresentado mas na fração 23/12 do exercício 1.4 pensamos que não é 7 mas sim 6.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)


**Re: Investigando Dízimas**  
 por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:12

sim, nós concordamos também com a resposta da [redacted], mas não concordamos que seja 6 mas sim 7, porque o algarismo a seguir à dizima é 7. ;)


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Investigando Dízimas**  
 por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:11

Está muito bom só faltava um bocado de cor

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)


---

 **Re: Investigando Dízimas**  
 por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 18:35

Obrigado pelas criticas :D

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)


Figura 27: Interação aluno(s)-aluno(s)

 função afim  
 por [redacted] - Sexta, 25 Fevereiro 2012, 17:32

ex: 5;7;8

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---


 **Re: função afim**  
 por [redacted] - Sexta, 25 Fevereiro 2012, 17:44

O 5.1 é para dizeres se a função representada no gráfico é de proporcionalidade direta ou não e porquê.  
 o 7.2 também tenho duvida.  
 O 8 vais ao fórum de duvidas e vais procurar este nome [Ajuda para a questão 8 da tarefa 3](#) entras e esta a dizer isto [Proposta\\_de\\_resolucao\\_da\\_questao\\_8.3\\_da\\_Tarefa\\_3.doc](#) e entra e esta la a explicação.

Espero que tenha ajudado.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

 **Re: função afim**  
 por [redacted] - Sexta, 25 Fevereiro 2012, 18:04

obrigada

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 28: Interação aluno(s)-aluno(s)

Ainda da análise de conteúdo dos *posts* dos alunos nos diferentes fóruns de discussão, constatamos estarem sempre relacionados com as tarefas propostas, o que indicia um grande

envolvimento dos alunos nas mesmas, esclarecendo as suas próprias dúvidas e as dos colegas, trocando ideias, partilhando informação e desenvolvendo a comunicação matemática. Parece poder inferir-se ainda, que os alunos se envolveram na resolução das tarefas de uma forma empenhada, e que a interação entre eles foi rica em conteúdos matemáticos, nomeadamente, nos abordados nas tarefas, contribuindo, assim, para a construção do seu próprio conhecimento.

Salienta-se a observação de vários *posts* nos fóruns  $F_3$  e  $F_4$ , expressando concordância ou discordância relativamente às resoluções, raciocínios e processos utilizados por outros alunos durante a resolução das tarefas. Observa-se ainda que a maioria dos *posts* evidencia a partilha das diferentes propostas de resolução das tarefas por parte dos alunos, assim como denotam reflexões com base nas respostas dos colegas ou, ainda, a intenção de acrescentar outras resoluções e argumentos face aos *posts* já publicados.

Os dados parecem revelar que uma das vantagens da interação aluno(s)-aluno(s) consiste na colaboração entre eles, o que contribuiu para a construção do seu próprio conhecimento, dando-lhes “(...) a oportunidade de aprenderem uns com os outros através de debates, troca de ideias, partilha de experiências e conhecimentos.” (Duggleby, 2002).

## **Interação professora-aluno(s)**

### **Perceções dos alunos relativamente à interação entre os alunos e a professora no AVA**

Para conhecer a perceção dos alunos relativamente à sua interação com a professora, foram confrontados com a questão correspondente ao item 14 do questionário final:

**• *Consideras que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação professora-aluno?***

Na figura 29 apresenta-se a distribuição das respostas dadas a esta questão. Os dados obtidos permitem-nos inferir que os alunos consideraram que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação professora-aluno. Foram obtidos os resultados: não promoveu (4,9%), promoveu pouco (4,9%), promoveu (78,0%) e promoveu muito (12,2%). Aproximadamente 95,1% dos alunos afirmam que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA promoveu uma maior interação entre a professora e os alunos.

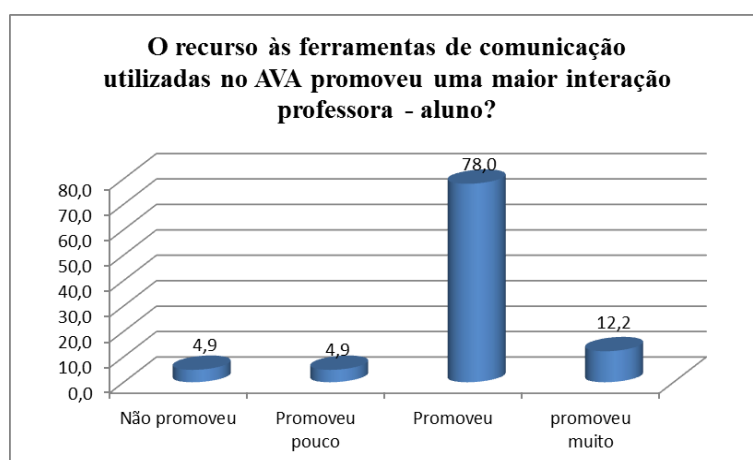


Figura 29: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação entre professora-aluno quando recorrem às ferramentas de comunicação utilizadas no AVA

Parece-nos também importante referir a valorização atribuída ao papel da professora na validação dos conteúdos tratados no AVA e, em particular, nos fóruns, nas intervenções dos discentes, sendo que essas contribuições podem constituir uma base para a construção do conhecimento partilhado. Como refere o aluno A<sub>1</sub> “É importante o papel da professora no fórum, porque quando as nossas respostas não estavam certas, a professora estava lá e ajudava-nos, explicava-nos e corrigia.”. Essa importância também se verifica nos *posts* dos alunos nos fóruns de dúvidas, em particular, no de funções (figura 30).



The image shows a screenshot of a forum thread with four messages. Each message has a light blue header bar with a smiley face icon, the subject 'Tarefa 3 4.4' or 'Re: Tarefa 3 4.4', and the author and date. The main content of each message is in a white box with a light blue border. The first message is from a student asking for help with question 4.4. The second message is from the professor asking for clarification on the question. The third message is from the student explaining the answer. The fourth message is from the professor confirming the answer.

**Tarefa 3 4.4**  
por [Redacted] - Quinta, 9 Fevereiro 2012, 12:02

Nós não estamos a perceber a pergunta 4.4.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 3 4.4**  
por Prof - Quinta, 9 Fevereiro 2012, 12:08

Quando atribuíram valores positivos a  $k$ , a função é crescente ou decrescente? E quando atribuíram valores negativos?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 3 4.4**  
por [Redacted] - Quinta, 9 Fevereiro 2012, 12:19

Quando é positivo é crescente e quando é negativo é decrescente. Obrigado por esclarecer a nossa dúvida. 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

**Re: Tarefa 3 4.4**  
por Prof - Quinta, 9 Fevereiro 2012, 12:20

É isso mesmo! 😊


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 30: Interação professora-alunos no fórum “Dúvidas de Funções”.

Durante a resolução das tarefas, e sempre que surgiam dúvidas que os alunos não conseguiam esclarecer no seio do grupo de trabalho, os mesmos recorriam ao fórum de dúvidas das isometrias ou das funções, conforme as tarefas se referiam a um ou a outro conteúdo. Assim, durante a resolução das tarefas houve frequentemente interação entre os alunos e a professora/investigadora no sentido de esclarecer dúvidas que iam surgindo. A professora procurou sempre que possível não responder diretamente às questões que estes iam colocando, mas antes devolver-lhes essas questões, de modo a que pudessem continuar a desenvolver o seu raciocínio, como se verifica no fórum de dúvidas de funções (figura 31).

---

Além disso, a professora/investigadora interveio, sempre que necessário, ajudando os alunos a assumirem uma melhor organização do trabalho e a aperfeiçoarem a comunicação dentro do grupo, discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

 tarefa3  
por [REDACTED] - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:15

qual é o  $y$ ? custo ou peso?

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: tarefa3**  
por Prof - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:16

Qual é a variável dependente e a independente?


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: tarefa3**  
por [REDACTED] - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:17

variavel independente é  $x$

variavel dependente  $y$

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 tarefa 3  
por [REDACTED] - Quarta, 1 Fevereiro 2012, 15:56


stora, que quer dizer  $c$  a posição das retas na pergunta 3.2 na parte da função afim? é pra dizer se é crescente ou decrescente??

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: tarefa 3**  
por Prof. - Quarta, 1 Fevereiro 2012, 18:19

[REDACTED], as retas são perpendiculares? São paralelas?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: tarefa 3**  
por [REDACTED] - Sexta, 3 Fevereiro 2012, 20:59

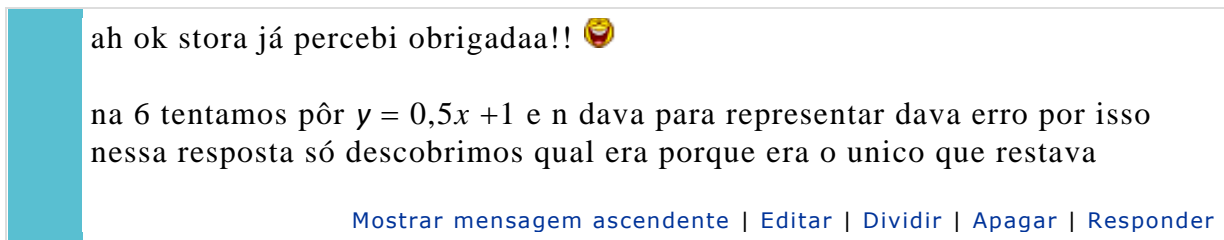


Figura 31: Interação entre os alunos e a professora na Tarefa 3.

Da análise dos *posts* nos vários fóruns de discussão pode inferir-se que a professora esteve sempre atenta e disponível, interagindo com os alunos e dando-lhes um *feedback* esclarecedor e atempado, conforme se pode constatar nas figuras 30 e 31. No decorrer da investigação observou-se uma participação mais ativa dos alunos, o que possibilitou à professora apoiá-los, dando sempre um reforço positivo e motivando-os durante o processo de ensino aprendizagem, o que segundo Moore & Kearsley (1996) é um reflexo deste tipo de interação.

Em suma, os dados apresentados permitem inferir que os alunos consideraram significativa a sua interação com a professora no AVA, valorizando o papel da docente na orientação dos processos cognitivos conducentes à aprendizagem, na moderação da comunicação matemática e na conceção de um AVA favorável à interação e à partilha de informação. Tal vai ao encontro do que referem Anderson et al. (2003) de que as ferramentas de comunicação assíncrona, como os fóruns, se tornam um poderoso instrumento de aprendizagem quando o professor tem uma intervenção ativa.

### **Interação aluno(s)-conteúdos**

A interação aluno-conteúdos é a forma mais frequente de interação e está presente em quase todas as formas de educação, em particular no ensino *online*. Na tabela 8 apresenta-se a distribuição das interações aluno(s)-conteúdos que tiveram lugar no AVA.

Tabela 8: Número total de interações com cada conteúdo

Conteúdos	Nº de interações
<b>Tópico1</b>	
Tutorial <i>GeoGebra</i> 1	17
Manual do <i>GeoGebra</i>	5
Manual interativo Parte 1	21
Gave-Testes Intermédios	88
Testes intermédios e critérios de correção	76
Testes e propostas de correção	48
<b>Tópico2</b>	
Glossário: Isometrias	332
Glossário: Números Racionais	109
Glossário: Planeamento Estatístico	43
Glossário: Funções	114
<b>Tópico 3</b>	0
Matemáticos Famosos	61
<b>Tópico 4</b>	
Pavimentações	26
Donald no País da Matemágica	18
Vida e Obra de M.C. Escher	8
Isometrias	19
Alea	6
<b>Tópico 5</b>	
<i>PowerPoint</i> sobre Translação, reflexão, reflexão deslizante e rotação	106
<i>PowerPoint</i> sobre Reflexão, Translação, Rotação	50
Tarefa 1- Simetrias de figuras	241
Proposta de resolução da Tarefa 1	118
Escolha Múltipla-Isometrias I	159
Tarefa 2-Frisos	170
Proposta de resolução da tarefa 2	134
Fórum de Dúvidas	628
<i>PowerPoint</i> sobre Translação associada a um vetor	50
Escolha Múltipla - Isometrias II. Jqz	79
Tarefa 3-Rosáceas	144
Proposta de resolução da Tarefa 3-Rosáceas	120
Tarefa 4-Pavimentações	277
Proposta de resolução da tarefa 4	182
Tutorial sobre rosáceas realizado por um aluno	78
Trabalho de Projeto-Arte e Isometrias	105
<b>Tópico 6</b>	0
Filme: O Génio do Oriente	47
Tarefa- O Génio do Oriente	53
Proposta de resolução da tarefa- O Génio do Oriente	85

Fórum de discussão: Investigando Dízimas	508
Jogo da reta numérica	24
Jogo das frações equivalentes	29
Recursos	57
Textos de apoio sobre Potências	21
<b>Tópico 7</b>	0
Planeamento Estatístico	41
Planeamento Estatístico - exercícios interativos	46
Sequência de aprendizagem	18
Fórum de Dúvidas	36
<b>Tópico 8</b>	0
Tarefa 1-Tarifário de Telemóveis	104
Proposta de resolução da tarefa 1	32
Fórum: Investigando a influência dos parâmetros $k$ e $b$ na função afim	834
Tarefa 2- Azulejos	128
Proposta de resolução da tarefa 2- Azulejos	113
Tarefa 3- Função Afim	147
Proposta de resolução da tarefa 3-Função Afim	125
Fórum de Dúvidas	1848
Tarefa 4- Consumo de Água	98
Proposta de resolução da tarefa 4- Consumo de Água	93
Ponto da situação	38
Síntese sobre Funções linear e Afim	32
<b>Tópico 9</b>	0
Ficha Global 7º ano	23
Proposta de resolução da ficha global 7º ano	8
Teste Modelo I	27
Proposta de resolução do Teste modelo I	6
Teste Modelo II- preparação para o teste intermédio	15
Crítérios de correção do Teste Modelo II-preparação para o teste intermédio	12
Dúvidas Teste Intermédio	265
<b>Total</b>	<b>8545</b>

A leitura da tabela permite constatar que os conteúdos com os quais os alunos mais interagiram, foram os que estavam presentes nos *posts* dos fóruns de discussão, seguidos do glossário de isometrias e da Tarefa 4- Pavimentações.

Uma vez que o campo empírico da investigação incidiu sobretudo nos temas isometrias e funções, a figura a seguir ilustra as interações dos alunos com estes dois conteúdos.

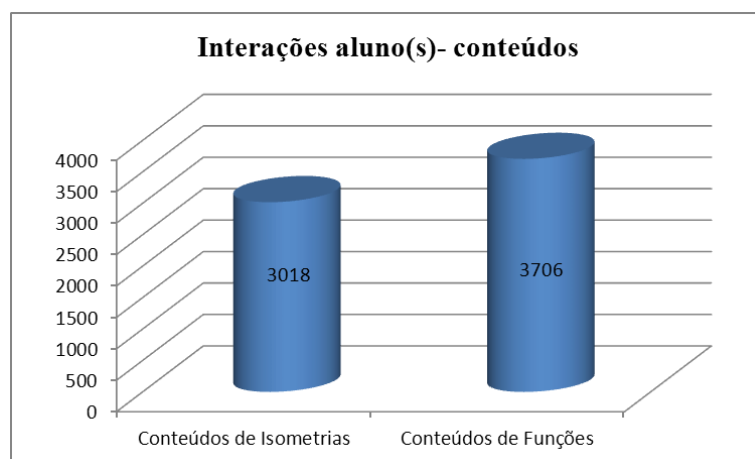


Figura 32: Distribuição das interações dos alunos com os conteúdos de isometrias e funções

Pela análise da figura 32, verifica-se que os alunos interagiram mais com os conteúdos de funções num total de 3706 interações, sendo a média por aluno de 86,2, já nos conteúdos de isometrias a média de interações por aluno foi de 70,2.

Para conhecer a perceção dos alunos relativamente à sua interação com os conteúdos, foram confrontados com a questão correspondente ao item 16 do questionário final:

• *Consideras que a utilização do AVA promoveu uma maior interação com os conteúdos?*

Na figura 33 apresenta-se a distribuição das respostas dadas a esta questão. Os dados obtidos permitem-nos inferir que os alunos consideraram que a utilização do AVA promoveu uma maior interação entre eles e os conteúdos, sendo desta opinião aproximadamente 92,8% dos alunos.

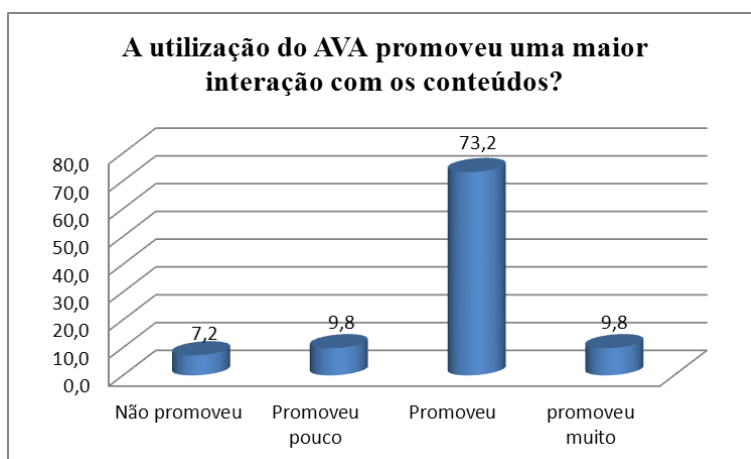


Figura 33: Caracterização relativamente ao grau de promoção de interação dos alunos com os conteúdos quando utilizam o AVA.

Nas entrevistas em grupo focado, foram vários os alunos que mencionaram que a interação com os conteúdos os ajudou na compreensão e aquisição de conceitos matemáticos. Por exemplo, os alunos  $A_5$  e  $A_6$ , referiram “ao interagirmos com os conteúdos acabávamos por compreender coisas que nós não percebíamos antes.” Já o aluno  $A_{25}$  mencionou “eu via sempre os PowerPoints e ajudava a compreender a matéria, até imprimia e depois estudava para os testes.”

A construção do conhecimento matemático foi outra subcategoria que emergiu na entrevista, dos fóruns de discussão e da análise dos artefactos produzidos pelos alunos. Com efeito, o aluno  $A_{27}$  mencionou “quando começámos a dar outra vez funções, já me tinha esquecido um pouco. Quando a professora começou a pôr lá tarefas fui lá ver as coisas que tínhamos antes e fui compreendendo cada vez melhor, até conseguir fazer.”

A partir da observação, nas aulas de apoio, verificou-se que os alunos revelaram motivação na realização das tarefas, na exploração das *applets*, do *GeoGebra* e do *AVA*, assim como revelaram um grande empenhamento durante a realização das tarefas, o que foi também notório nos fóruns de dúvidas, onde discutiam algumas perguntas das mesmas. Parece-nos poder ter contribuído para essa motivação dos alunos, o facto de se ter recorrido a diversas tarefas da realidade, contextualizando desta forma o processo de aprendizagem.


Da análise dos resultados pode inferir-se que a interação dos alunos com os conteúdos se desenvolveu em diversas formas: som, texto, imagens, vídeo e realidade virtual. Ao interagirem com os conteúdos em estudo, os alunos foram-nos compreendendo através das várias percepções que foram tendo deles, quando lhes acediam, manipulavam, sintetizavam e os comunicavam, construindo, desta forma, as suas aprendizagens. Neste contexto, o nível de conhecimento alcançado, depende desse processo e da profundidade com que é realizado (Moore, 1989, em Swan, 2002). Esse resultado é corroborado por Inácio (2006), o qual refere que a interação dos alunos com os conteúdos proporciona uma aprendizagem mais interativa.

---

## Presença Social no AVA

Num AVA, para além da importância atribuída aos diferentes tipos de interação, há ainda que tentar perceber a importância da presença social na construção de uma comunidade virtual de aprendizagem, uma vez que a comunicação humana se baseia, essencialmente, na interação social, através da emissão e da receção de mensagens, onde interferem fatores como a entoação verbal e a linguagem corporal.


As figuras 34, 35 e 36 evidenciam a existência de indicadores de interação e presença social, no AVA, em particular nos fóruns de discussão, nas categorias: (i) afetiva através da utilização de *emoticons*; (ii) comunicação aberta, continuando um tópico já em discussão, expressando concordância e colocando questões à professora e (iii) coesivo, fazendo referência ao grupo utilizando pronomes possessivos e dirigindo-se aos participantes pelo nome próprio de cada um.



**Re: Dúvida na tarefa 3**  
por [redacted] - Sábado, 4 Fevereiro 2012, 11:21

Muito obrigada stora querida por nos ter esclarecido esta dúvida 😊


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



tarefa 3  
por [redacted] - Quarta, 1 Fevereiro 2012, 15:56

stora, que quer dizer c a posição das retas na pergunta 3.2 na parte da função afim? é pra dizer se é crescente ou decrescente??


[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: tarefa 3**  
por Prof - Quarta, 1 Fevereiro 2012, 18:19

[redacted], as retas são perpendiculares? São paralelas?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)


 **Re: tarefa 3**  
por [redacted] - Sexta, 3 Fevereiro 2012, 20:59

ah ok stora já percebi obrigadaa!! 😊

na 4 tentamos por  $y = 0,5x + 1$  e n dava para representar dava erro por isso  
nessa resposta só descobrimos qual era porque era o unico que restava


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 34: Presença social na categoria afetiva

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:06

Concordamos com o grupo da [redacted] na situação de estar muito bem apresentado  
mas na fração  $23/12$  do exercício 1.4 pensamos que não é 7 mas sim 6.


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:12

sim, nós concordamos também com a resposta da [redacted], mas não concordamos  
que seja 6 mas sim 7, porque o algarismo a seguir a dizima é 7. ;)


[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 35: Presença social nas categorias comunicação aberta e na coesivo

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:21

Nós na 1.2 não concordamos que a fração  $5/13$  esteja colocada no grupo 1.  
Porque esta fração dá um número infinito e periódico.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:23

Ok Obrigado pela critica 😊.

Foi um lapso

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

---

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:24

Nós achamos que erraram ao colocar o cinco trezeavos no grupo das dízimas finitas. 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:27

Na 1.4 não explicaram o vosso raciocínio.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Investigando Dízimas**  
por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:29

Muito Obrigado pelas criticas 🙏

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 36: Presença social nas categorias: comunicação aberta, afetiva e coesivo

Da análise de conteúdo dos diferentes fóruns, parece poder inferir-se que a presença social conseguida neste ambiente poderá apoiar e encorajar a formulação de questões, ajudando os alunos a construírem uma perspetiva crítica sobre a informação que lhes é fornecida, permitindo-lhes a consolidação dos conteúdos abordados. A presença social parece ajudar, ainda, a alcançar as metas cognitivas, na medida em que incentiva e mantém o pensamento crítico numa comunidade de aprendizagem. Com efeito, a interação social parece importante na sustentação da comunidade de aprendizagem, o que é corroborado por Inácio (2006).

## Colaboração

Esta categoria incluiu as subcategorias: participação nas tarefas, partilha e troca de ideias, autonomia do grupo na resolução das tarefas, espírito crítico na resolução das tarefas, comunicação matemática e construção do conhecimento.

A participação nas tarefas foi uma subcategoria que emergiu dos fóruns de discussão e na entrevista. Com efeito, os verbos utilizados pelos alunos ao falarem sobre o AVA e da resolução das tarefas, evidenciaram uma participação ativa nas tarefas: “Tínhamos de explicar as imagens, o que era uma rotação...” (aluno  $A_{29}$ ); “Construímos as rosáceas com o GeoGebra, umas através de rotações e outras através de reflexões.” (aluno  $A_{30}$ ); “...havia *um* glossário e íamos lá e publicávamos e depois também íamos lá para estudar e tirar dúvidas” (aluno  $A_3$ ).

A partilha e troca de ideias surgiu, por sua vez, na reflexão escrita dos alunos, a qual incluía uma apreciação do seu trabalho de grupo. Por exemplo, na tarefa 2 de funções, os alunos  $A_{24}$ ,  $A_{28}$  e  $A_{29}$  referiram “funcionámos bem enquanto grupo, visto que soubemos ouvir-nos e conseguimos partilhar e trocar ideias e tirar dúvidas”. Já na tarefa 2 de isometrias, os alunos  $A_4$ ,  $A_{13}$  e  $A_{14}$  escreveram “Utilizámos o *Skype* e assim partilhámos a opinião de cada um acerca da resolução das várias alíneas da tarefa.” e os alunos  $A_3$ ,  $A_{19}$  e  $A_{20}$  mencionaram “ouvimo-nos uns aos outros, respeitamo-nos e todas as respostas foram discutidas entre nós até chegarmos a uma conclusão”. Os mesmos alunos, na tarefa 1 das funções, também justificaram o seu bom funcionamento em grupo, referindo “nós como grupo funcionamos bem, ouvimos sempre as ideias uns dos outros e quando há alguma coisa em que discordamos voltamos a ler para ver qual a melhor resposta”.

---

Nas respostas à entrevista em grupo focado, os alunos corroboraram as suas reflexões escritas. Por exemplo, os alunos  $A_1$  e  $A_6$  referiram “podemos trocar ideias...”, e o aluno  $A_8$  afirma “acabamos por dar todos ideias e chegar a um consenso.”

Na entrevista os alunos quando questionados relativamente ao desenvolvimento de autonomia do grupo na resolução das tarefas são unânimes em responder “sim, desenvolvemos autonomia” e o aluno  $A_{30}$  acrescenta “sim, porque começamos a resolver as tarefas sem precisarmos de tanta ajuda”.

Da análise dos artefactos produzidos pelos alunos, nomeadamente nas resoluções das tarefas, é evidente o desenvolvimento do espírito crítico dos mesmos durante a sua resolução, o que é corroborado, por exemplo, pelo aluno  $A_3$  quando, na entrevista, afirma “Por *exemplo* no tarifário dos telemóveis faz sentido unir os pontos, já na tarefa dos azulejos não faz sentido”

O excerto da entrevista em grupo focado, que se segue é indicador do desenvolvimento da comunicação matemática e da construção do conhecimento matemático pelos alunos:

$A_6$ : há a função linear que é do tipo  $f(x)=kx$ , cuja representação gráfica é uma reta que passa na origem do referencial. A função afim que é do tipo  $f(x)=kx+b$ , em que a representação gráfica é uma reta que intersecta o eixo dos  $y$ s no ponto  $(0, b)$  e a função constante do tipo  $y=b$ .

Prof.: e a sua representação gráfica é paralela ao eixo dos...

$A_6$ : XXs.

Prof.: E na função afim, que é uma função do tipo  $f(x)=kx+b$ , o que representa o  $k$ ?

$A_5, A_6, A_7, A_8$ : o  $k$  é o declive.

Prof.: e o  $b$ ?

$A_5, A_6, A_7, A_8$ : é a ordenada na origem.

Prof.: E se duas funções tiverem o mesmo declive?

$A_5, A_6, A_7, A_8$ : são paralelas




Prof.: o que é que nos indica o  $b$ , que é a ordenada na origem

$A_7$  : é onde a reta vai interseccionar o eixo dos YYs.

Prof.: E mais? Aprenderam mais coisas

$A_7$  : Ah, se  $k$  for positivo a função é crescente e se  $k$  for negativo a função é decrescente.

Da análise dos *posts* dos alunos nos fóruns de discussão, também se pode inferir a existência de colaboração nas subcategorias já mencionadas: participação nas tarefas, partilha e troca de ideias, autonomia e espírito crítico do grupo na resolução das tarefas, comunicação matemática e construção do conhecimento, como se pode observar na figura 37.

	<p>Respostas</p> <p>por [redacted] - Quinta, 19 Janeiro 2012, 20:23</p> <p>1.1.1-A medida que deslocamos o seletor K apenas com valores positivos a única coisa que muda é a inclinação da reta</p> <p>1.1.2-Quando colocamos o seletor K no 0 a imagem de todos os objetos é 1.5 ou seja posso concluir que:</p> <p><math>k=0</math></p> <p><math>y = f</math> a função é constante . E que <math>f(x)=-1.5</math></p> <p>Todos os objectos têm a mesma imagem</p> <p>Acho que é isto 😊</p> <p><a href="#">Editar</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Continuação das resposta</b></p> <p>por [redacted] - Segunda, 21 Janeiro 2012, 16:26</p> <p>Quando <math>k&gt;0</math> o declive é positivo, passa pelo 1ª e pelo 3ª quadrante ou seja a função é crescente.</p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p>Declives</p> <p>por [redacted] - Segunda, 23 Janeiro 2012, 15:58</p> <p>1.1.1 - Na recta que representa a função <math>g</math>, que tem declive positivo, à medida que os valores de <math>x</math> aumentam, os correspondentes valores de <math>y</math> também aumentam.</p> <p>A função <math>g</math> é crescente.</p> <p>1.1.2 - O valor de <math>y</math> não depende do valor de <math>x</math>.</p>

Esta função chama-se função constante.

O gráfico é uma recta paralela ao eixo Ox, isto é, paralela ao eixo das abcissas.

1.1.3 - Na recta que representa a função  $h$ , que tem declive negativo. à medida que os valores de  $x$  aumentam os correspondentes valores de  $y$  diminuem.

A função  $h$  é decrescente.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 37: Colaboração nas subcategorias: participação na tarefa, partilha e troca de ideias, autonomia e espírito crítico do grupo na resolução das tarefas, comunicação matemática e construção do conhecimento

Na entrevista em grupo focado, foram vários os alunos que quando questionados sobre a sua colaboração no grupo, indicaram ter sido boa. Com efeito, os alunos  $A_5$  e  $A_{31}$  responderam “eu acho que foi boa”, os alunos  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  e  $A_4$  referiram “Envolvemo-nos na resolução das tarefas, stora”, o aluno  $A_1$  mencionou “...ligávamos o computador, íamos ao *Moodle* e depois fazíamos os trabalhos, discutíamos ideias, e tínhamos todas as fontes de informação ali à mão”. A opinião de alguns alunos indica que estes, colaboraram mais no segundo período do que no primeiro, ao referirem: “Acho que participei muito mais neste período do que no primeiro período” (alunos  $A_6$  e  $A_8$ ); “Eu no início não participava muito, de vez em quando é que abria a boca. Agora, estou muito melhor, participo, tento ajudar” (aluno  $A_7$ ); “Eu também, agora colaboro muito mais. Neste período sinto-me muito mais útil. Dá-me mais gosto fazer” (aluno  $A_{24}$ ).

Da análise dos resultados parece poder inferir-se que o AVA com as ferramentas e as propostas de trabalho colaborativo que integrou, nomeadamente a resolução conjunta de tarefas e de problemas, favoreceu o trabalho em grupo, o que contribuiu para a partilha e troca de ideias, comunicação e interação entre os alunos, assim como para a negociação da aprendizagem e da responsabilização pelo trabalho a realizar, tendo tido os discentes uma participação ativa na resolução das tarefas. Parece poder inferir-se que essas tarefas fomentaram o trabalho colaborativo, contribuindo não só para a interação constante entre os

alunos, como para o desenvolvimento da autonomia e do espírito crítico durante a sua realização. É com base nesta perspetiva construtivista que a aprendizagem acontece em AVA's, pois valoriza a componente cognitiva e social.

## **Qual a perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?**

### **Perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática**

Para analisar a perceção dos alunos relativamente ao impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática, em função da experiência vivida, recorreu-se à aplicação das questões 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 16 e 17, do questionário final, sendo a 17 constituída por 25 itens. As respostas obtidas ajudaram a compreender se o AVA, efetivamente, contribuiu segundo a perceção dos alunos para a aprendizagem da Matemática.

Quando questionados se gostavam de utilizar a plataforma Moodle para realizar trabalhos em grupo a distância, 65,9% dos alunos referiram que gostavam, afirmando gostar muito 14,6% dos inquiridos, conforme ilustra a figura 38. Os mesmos justificaram a sua opção referindo que: “ajuda bastante a perceber melhor a matéria”(2), “é na *internet*”, “foi uma maneira de subir a nota”, “aprendíamos de forma diferente mas às vezes era mais complicado”, “ajuda na avaliação total”, “é uma maneira mais divertida de aprender”(2), “treinava a matéria de outra forma”, “ajudou a superar algumas dificuldades”, “ajudou a perceber a matéria”, “aprendemos mais”, “não foi preciso vir à escola” e “achei que aprendi muito no *Moodle* e me ajudou imenso”. Três alunos referiram que não gostaram de utilizar a plataforma *Moodle* para realizar as tarefas em grupo pois “dava muito trabalho fazer as tarefas”. Aproximadamente 9,8% disseram gostar pouco porque “as tarefas eram complicadas”, “às vezes não nos conseguíamos juntar para fazer as tarefas” e “é matemática na mesma”.

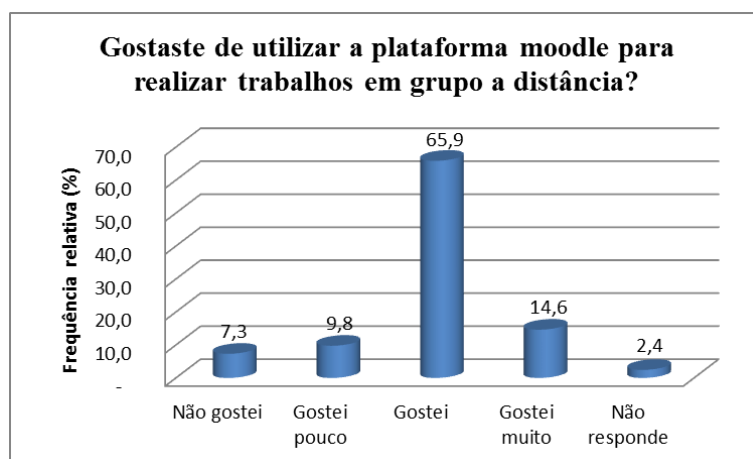


Figura 38: Caracterização dos alunos quanto ao gosto pela utilização da plataforma Moodle para realizar as tarefas em grupo a distância

De acordo com a figura 39, a maioria dos alunos afirmou aceder às vezes ao AVA em casa (61,5%), na escola (42,5%) e em casa de amigos (15,4%). Aproximadamente 59% dos alunos referiu, ainda, nunca ter acedido ao AVA em casa de familiares e em locais públicos (66,7%).

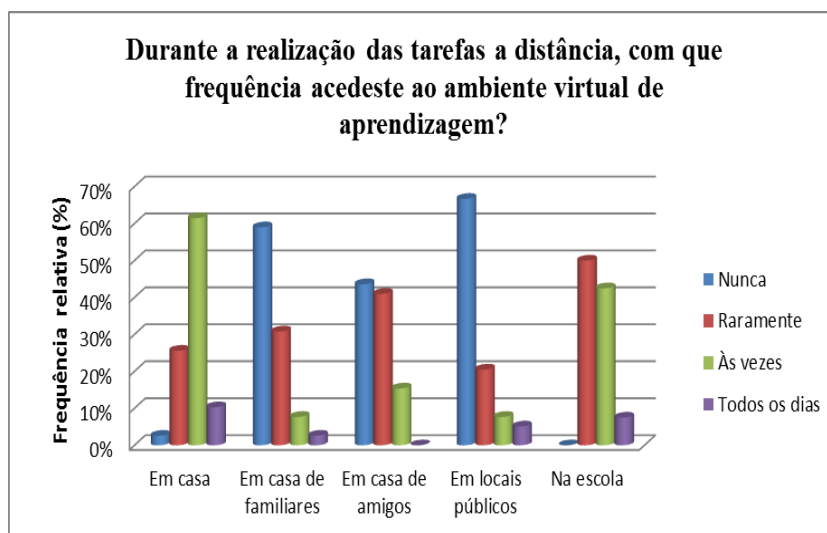


Figura 39: Local e frequência de acesso dos alunos ao AVA

Durante a realização das tarefas a distância, os problemas de acesso ao AVA quase sempre se prenderam com a falta de tempo para 36,6% dos alunos, nunca devido a dificuldade na ligação à internet (43,9%), lentidão no acesso à plataforma (36,6%),

esquecimento do “nome do utilizador”(58,5%) e esquecimento da “palavra-passe”(61,0%), conforme ilustra a tabela 9.

Tabela 9: Problemas e frequência no acesso ao AVA durante a realização das tarefas.

Durante a realização das tarefas a distância que tipo de problemas tiveste no acesso ao AVA?				
	Nunca	Raramente	Quase sempre	Sempre
<b>Falta de tempo</b>	14,6%	31,7%	36,6%	0%
<b>Dificuldade na ligação à Internet</b>	43,9%	31,7%	7,3%	0%
<b>Lentidão no acesso à plataforma</b>	36,6%	36,6%	9,8%	0%
<b>Esquecimento do “nome do utilizador”.</b>	58,5%	19,5%	2,4%	2,4%
<b>Esquecimento da “palavra-passe”.</b>	61,0%	19,5%	0%	2,4%
<b>Outro (s) problema (s). Qual (ais)?</b>	0%	0%	0%	0%

Quando inquiridos quanto à importância da utilização do AVA como complemento ao ensino presencial, como forma de estimular e favorecer o processo de ensino, 55% dos alunos referiram ser importante e 30% muito importante. Aproximadamente 2,5% dos alunos referiram não ser nada importante, como se observa na figura 40.

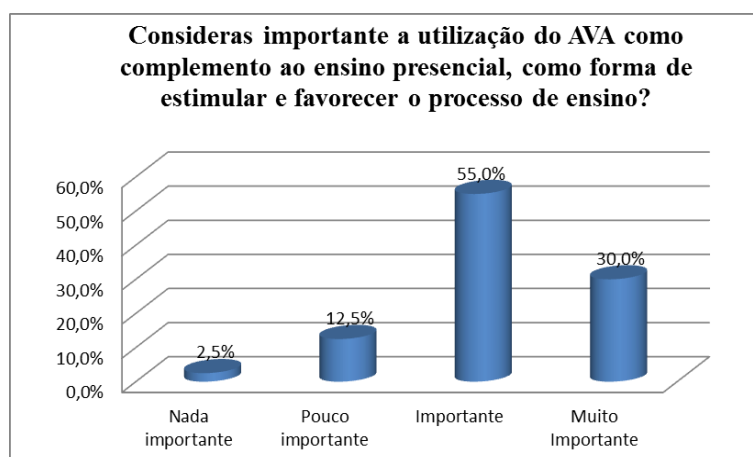


Figura 40: Grau de importância atribuída pelos alunos à utilização do AVA como forma de estimular e favorecer o processo de ensino.

A maioria dos alunos (51,2%) afirmaram que a utilização do AVA aumentou a motivação para desenvolver e construir os seus conhecimentos relativos às unidades didáticas abordadas e 4,9% referiram ter aumentado muito, como se observa na figura 41.

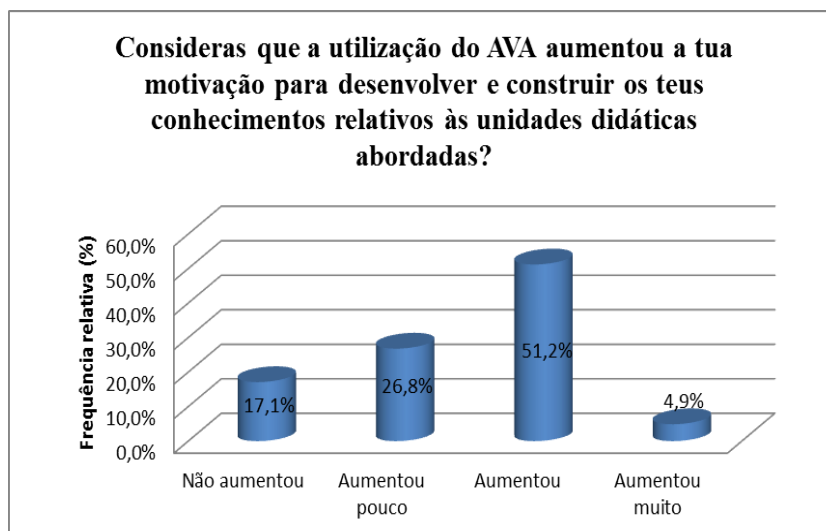


Figura 41: Caracterização dos alunos quanto ao aumento da motivação para desenvolver e construir os seus conhecimentos relativos às unidades didáticas abordadas no AVA.

Aproximadamente 73,2% dos alunos referiram que a utilização do AVA foi importante para a partilha de informação e construção de conhecimento partilhado e 14,6% consideraram essa utilização muito importante, como ilustra a figura 42.

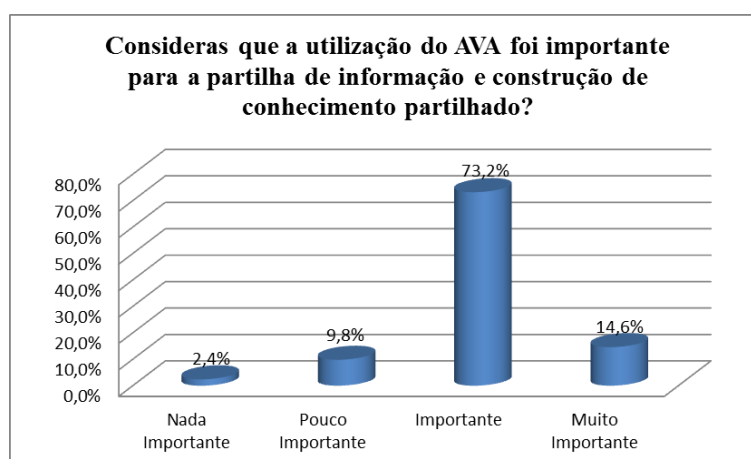


Figura 42: Importância da utilização do AVA para a partilha de informação e construção de conhecimento partilhado

Da leitura da figura 43, pode inferir-se que 73,2% dos alunos consideraram importante a utilização do AVA no processo de aprendizagem, 19,5% referiram ser muito importante e 2,4% pouco importante.

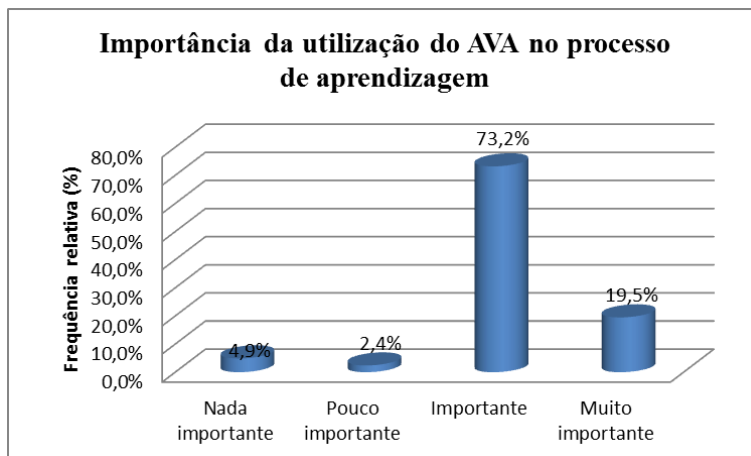


Figura 43: Importância da utilização do AVA no processo de aprendizagem

A tabela 10 ilustra as afirmações e as médias de respostas dadas pelos alunos à questão 26 do questionário final, numa escala de Likert (1 – Discordo totalmente, ..., 5 – Concordo totalmente), pelo que, os valores médios a seguir apresentados poderão oscilar entre o valor mínimo 1 e o máximo 5.

Tabela 10: Análise estatística da pergunta sobre o AVA do questionário final

O ambiente virtual de aprendizagem Matemática como complemento ao ensino presencial:	Média	Moda
Proporciona um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor	4,1	4
Apoia o meu estudo de forma a superar as dificuldades	3,9	4
Permite a aprendizagem de novos conhecimentos	3,9	4
Contribui para uma visão mais positiva e dinâmica da Matemática.	3,8	4
Permite o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias	4,1	4
Ajuda na aprendizagem dos conteúdos da disciplina	4,0	4
Permite que os meus resultados escolares melhorem	3,9	4

Promove o meu interesse pela disciplina	3,3	4
Permite o acesso a informação variada e pertinente	3,8	4
Torna a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela	3,5	4
Contribui para uma aprendizagem mais autónoma e responsável.	3,7	4
Facilita a comunicação entre os alunos e os professores	4,0	4
Facilita a partilha de opiniões	4,0	4
Incentiva a relação entre alunos - professor	3,8	4
Incentiva a relação entre alunos	3,8	4
Motiva para o trabalho na disciplina	3,6	4
Contribui para desenvolver o pensamento crítico	3,5	4
Contribui para desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de argumentação	3,7	4
Promove a comunicação matemática	3,6	4
Promove a valorização das contribuições e opiniões dos vários intervenientes	3,7	4
Permite a troca de ideias entre alunos	3,9	4
Promove a colaboração entre alunos	3,8	4
Permite perceber as diferentes aplicações e a importância da matemática na vida quotidiana	3,7	4
Contribui para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas.	4,0	4
Estimula a auto-aprendizagem.	3,8	4

As afirmações que têm uma média mais elevada ilustram o contributo que o ambiente virtual de aprendizagem matemática, como complemento ao ensino presencial, pode ter proporcionado aos alunos na aprendizagem da Matemática:

- Proporciona um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor – média 4,1

- Apoia o meu estudo de forma a superar as dificuldades – média 3,9

- Permite a aprendizagem de novos conhecimentos - média 3,9
- Permite o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias – média 4,1
- Ajuda na aprendizagem dos conteúdos da disciplina – média 4,0
- Permite que os meus resultados escolares melhorem – média 3,9
- Facilita a comunicação entre os alunos e os professores – média 4,0
- Facilita a partilha de opiniões – média 4,0
- Incentiva a relação entre alunos – professor – média 3,8
- Permite a troca de ideias entre alunos – média 3,9
- Promove a colaboração entre alunos - média 3,8
- Contribui para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas – média 4,0
- Estimula a auto-aprendizagem – média 3,8

Estas afirmações vão ao encontro das ideias defendidas por Jonassen (2007), de que os AVA's são ótimos instrumentos para a aprendizagem, pois ao navegarem nestes ambientes, os alunos para além de visualizarem, também interagem, participam, cooperam e constroem o seu próprio conhecimento. Os AVA's permitem que o aluno tenha um papel importante na construção do seu próprio conhecimento e aprendizagem, com maior liberdade para escolher quando, onde e como estudar, de acordo com os seus interesses, ritmos, estilos de aprendizagem e necessidades. Os alunos têm mais independência e autonomia na forma como aprendem e na quantidade de fontes de informação que têm ao seu dispor (BECTA, 2007).

Parece poder inferir-se que o AVA se constituiu como uma ferramenta poderosa no apoio aos alunos, designadamente na organização de conteúdos, na facilidade de comunicação e interação, na aquisição e construção de novos conhecimentos, no desenvolvimento das capacidades de autonomia, na promoção do trabalho de projeto e na facilitação e promoção dos processos de aprendizagem colaborativa, o que é corroborado por Lacerda (2007), Lopes & Gomes, (2007), Flores & Flores (2007), Ramos (2005) entre outros.

---

A abordagem construtivista da aprendizagem, neste ambiente, assentou em modelos orientados para processos participativos e centrados nos alunos, onde estes tiveram um papel fundamental na construção do seu próprio conhecimento, sendo a aprendizagem um processo dinâmico e ativo do indivíduo na construção social e individual do conhecimento (Dias, 2004). Este conhecimento resultou de um processo de experimentação, exploração, discussão e reflexão colaborativa realizado de forma ativa pelo aluno, em grupo e em comunidade de aprendizagem, o que é corroborado pelas correntes do construtivismo social. Neste sentido, a utilização do AVA contribuiu para que o aluno construísse o seu próprio conhecimento a partir da sua interpretação individual e de processos de interação social.

A análise destes dados sugere que, para a maioria dos alunos, a utilização do AVA contribuiu para a aprendizagem da Matemática, na medida em que, proporcionou um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor (85,4%), apoiou o estudo de forma a superarem as suas dificuldades (75,6%), permitiu a aprendizagem de novos conhecimentos (78,1%), contribuiu para uma visão mais positiva e dinâmica da Matemática (68,3%), permitiu o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias (87,8%), ajudou na aprendizagem dos conteúdos da disciplina (85,4%), permitiu que os seus resultados escolares melhorassem (73,2%), promoveu o seu interesse pela disciplina (48,8%), permitiu o acesso a informação variada e pertinente (75,6%), tornou a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela (56,1%), contribuiu para uma aprendizagem mais autónoma e responsável (58,5%), facilitou a comunicação entre os alunos e os professores (75,6%), facilitou a partilha de opiniões (80,5%), incentivou a relação entre os alunos e a professora (75%), incentivou a relação entre alunos (65%), motivou para o trabalho na disciplina (72,9%), contribuiu para desenvolver o pensamento crítico (58,5%), contribuiu para desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de argumentação (65,9%), promoveu a comunicação matemática (70,7%), promoveu a valorização das contribuições e

opiniões dos vários intervenientes (63,4%), permitiu a troca de ideias entre alunos (80%), promoveu a colaboração entre alunos (82,9%), permitiu perceber as diferentes aplicações e a importância da Matemática na vida quotidiana (61,0%), contribuiu para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas (81,6%) e estimulou a auto-aprendizagem (71,18%), conforme tabela (Anexo G).

A tabela 11 ilustra a importância atribuída pelos alunos ao papel da professora no AVA.

Tabela 11: Caracterização da importância do papel do professor no AVA.

<b>O papel do professor no AVA foi importante para:</b>	<b>Discordo totalmente</b>	<b>Discordo</b>	<b>Não concordo nem discordo</b>	<b>Concordo</b>	<b>Concordo totalmente</b>
Dinamização das atividades	2,4%	2,4%	22,0%	63,4%	9,8%
Promoção da discussão e da partilha de ideias	2,4%	0%	9,8%	70,7%	17,1%
Correção da informação apresentada	2,4%	2,4%	12,3%	63,4%	19,5%
Esclarecimento de dúvidas	0%	2,4%	4,9%	53,7%	39,0%

Da análise da tabela 11 verifica-se que aproximadamente 70,7% dos alunos referiram que o papel da professora no AVA foi importante para dinamização das atividades, 84,2% para promoção da discussão e da partilha de ideias, 78,1% para correção da informação apresentada e 90,5% para esclarecimento de dúvidas. Parece poder inferir-se a valorização da importância atribuída, pelos alunos, ao papel da professora no AVA, tendo esta, um papel de facilitadora das aprendizagens ao “incentivar a comunicação matemática e orientar os seus alunos para que questionem, respondam, argumentem, justifiquem, reflitam e ponham em causa procedimentos, escolhas, resultados e efeitos...” (Matos 2010, p.21).

---

## **Como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e applets, contribui para a aprendizagem da Matemática?**

O AVA foi construído com base numa componente pedagógica de construção colaborativa do conhecimento, visando permitir um suporte às atividades de aprendizagem através da flexibilização do espaço e do tempo das aulas presenciais. Neste sentido, os alunos dispunham de um referencial interativo *online* que podiam utilizar em função dos seus tempos e ritmos de aprendizagem. Partiu-se do pressuposto que o AVA tem potencialidades que favorecem a comunicação, a interação, a partilha e a colaboração dos vários participantes, fatores estes, considerados importantes para a construção de aprendizagens significativas.

O AVA incluía propostas de trabalho colaborativo, designadamente a resolução de tarefas em grupo, a resolução de problemas e a utilização de ferramentas que apelavam constantemente, à necessidade de comunicação e interação, com vista a proporcionar troca de ideias, de experiências, de discussões e de pesquisa, cumprindo-se um modelo colaborativo de aprendizagem.

Pretendeu-se, também, que o ambiente fosse “informal” de modo a que os alunos se sentissem à vontade para errar durante o processo de aprendizagem.

Seguindo a perspetiva construtivista de Bruner, pretendeu-se que o aluno tivesse um papel ativo na construção do seu conhecimento, pelo que a professora/investigadora assumiu o papel de orientadora/potenciadora da aprendizagem.

No sentido de perceber como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, contribui para a aprendizagem da Matemática, analisaram-se os artefactos produzidos pelos alunos, os *posts* nos fóruns de discussão, as publicações no glossário e os registos automáticos do AVA. Recorreu-se também ao diário de bordo onde se encontravam os registos das experiências vividas pelos alunos, com base nas tarefas que foram propostas no âmbito desta investigação.

Estes dados são o resultado de uma observação participante quer nas aulas presenciais, quer no AVA, observando as interações ocorridas através das ferramentas de comunicação.

### **Tarefas realizadas no âmbito da investigação**

A tarefa 1 de isometrias e as tarefas 2 e 3 de funções foram adaptadas de entre as desenvolvidas por Ponte, Matos e Branco (2009a e 2009b). Já as tarefas 3 e 4 de isometrias, a tarefa “Investigando a influência do parâmetro  $k$  e  $b$  no gráfico da função afim  $y=kx+b$ ”, assim como a tarefa “Investigando Dízimas” foram adaptadas de Marques e Ferreira (2011). Por último as tarefas 1 e 4 de funções, bem como a tarefa 2 de isometrias foram adaptadas de Almeida e Conceição (2011).

Com a aplicação das tarefas sobre isometrias e funções (anexo A) pretendia perceber-se quais as competências desenvolvidas pelos alunos, nomeadamente competências específicas das isometrias e das funções, assim como as capacidades transversais de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática. Pretendia-se também aferir:

- a reação dos alunos relativamente às tarefas;
- a facilidade/dificuldade de interpretação do enunciado das alíneas/questões por grupo;
- a facilidade/dificuldade com que cada grupo acedeu, executou e explorou/utilizou o *GeoGebra* e as *applets*, nomeadamente, ao nível do:
  - espírito crítico de cada grupo aquando da exploração/utilização das *applets* e do *GeoGebra*;
  - autonomia na utilização do *GeoGebra* e das *applets* na resolução das tarefas;
  - facilidade/dificuldade em guardar num documento *word* as representações geométricas feitas;
  - envolvimento do grupo na resolução das tarefas;
- a interação de cada grupo com os colegas, professora e conteúdos;
- o espírito crítico dos alunos aquando da resolução das tarefas;
- a responsabilidade dos alunos;
- a opinião dos alunos relativamente às Tarefas.

---

Durante a realização das tarefas em grupo a distância, sempre que existiam dúvidas e as mesmas não eram esclarecidas no seio do grupo, um dos elementos colocava-as no fórum de dúvidas do respetivo tema, sendo posteriormente esclarecidas pelos colegas ou pela professora. Por este motivo, algumas respostas dadas pelos grupos, nas diferentes tarefas, eram muito idênticas, pois ao lerem os *posts*, dos colegas, nos fóruns de dúvidas verificavam que as suas respostas não estavam totalmente corretas e reformulavam-nas, acabando por ficar com respostas muito parecidas, pois seguiam o mesmo raciocínio, razão pela qual não se apresentaram muitos exemplos de resolução de cada questão. Para além das questões/dúvidas, os alunos também colocavam perguntas sobre a exatidão do seu trabalho, ao que a professora/investigadora tentou, sempre, responder de forma a permitir-lhes concentrarem-se na reflexão e no raciocínio, e não dizendo simplesmente a resposta certa.

No sentido de ajudar os alunos a refletirem sobre a sua aprendizagem, foi-lhes pedido, que após cada tarefa escrevessem sobre o que aprenderam durante a realização de cada uma delas.

Partindo do princípio que a aprendizagem da Matemática decorre do trabalho realizado pelos alunos, foi proposta a realização de diferentes tipos de tarefas, dando uma indicação clara do que se esperava do seu trabalho, e apoiando-os na sua realização. Para além da realização das tarefas propriamente ditas, o processo de ensino-aprendizagem prevê momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. As situações propostas aos alunos, tanto numa fase de exploração de conceitos como na fase de consolidação e aprofundamento, envolveram contextos matemáticos e não matemáticos e situações do quotidiano. Com as diferentes tarefas, pretendia-se que os alunos resolvessem problemas, analisassem e refletissem sobre as suas resoluções e as resoluções dos colegas. A professora dava atenção aos raciocínios dos alunos, valorizando-os, procurando que eles os explicitassem com clareza e que analisassem e reagissem aos raciocínios dos colegas.

Depois das resoluções das tarefas serem submetidas no AVA e da professora as corrigir, procedia-se, em sala de aula com o grupo turma, à sua discussão e à sua correção. Em conformidade com as diferentes resoluções dos grupos, estes exemplificavam no quadro a forma como raciocinaram e resolveram as questões da tarefa que lhes foi proposta. Este momento servia não só para que os alunos tomassem consciência do trabalho desenvolvido pelos outros grupos, como também para discutir resultados, processos e ideias matemáticas, de modo a contribuir para uma melhor consolidação das aprendizagens. As correções das referidas tarefas eram posteriormente disponibilizadas no AVA.

### **Resultados relativos aos artefactos realizados e publicados pelos alunos no AVA**

Durante a investigação foram realizadas diversas tarefas, sobre isometrias e funções, mediadas pela tecnologia, nomeadamente com recurso ao *GeoGebra* e a *applets*. Foi também feito um trabalho projeto sobre isometrias. Todos os trabalhos foram avaliados numa escala de 0 a 100 por cento, com base numa tabela de descritores construída por Varandas (2003), conforme anexo B. A seguir, apresenta-se a média dos resultados obtidos pelos alunos nos diversos trabalhos publicados no AVA sobre isometrias (Quadro 8) e sobre funções (Quadro 9).

	<b>Tarefa</b>	<b>Média dos trabalhos</b>	<b>Recursos/ferramentas utilizados</b>	<b>Produto final</b>
<b>Isometrias</b>	Tarefa 1 – Simetrias de figuras	43%	<i>GeoGebra applets</i>	Documento em <i>word</i> , com as construções exportadas do <i>GeoGebra</i> ou ficheiros com extensão <i>ggb</i> .
	Tarefa 2 - Frisos	88%	<i>GeoGebra</i>	Documento em <i>word</i> , com as construções exportadas do <i>GeoGebra</i> ou ficheiros com extensão <i>ggb</i> .
	Tarefa 3 – Rosáceas	64%	<i>GeoGebra</i>	Documento em <i>word</i> , com as construções exportadas do <i>GeoGebra</i> ou ficheiros com extensão <i>ggb</i> .
	Tarefa 4 - Pavimentações	42,54%	<i>GeoGebra applets</i>	Documento em <i>word</i> que integre as pavimentações construídas no <i>GeoGebra</i> e nas <i>applets</i> .
	Trabalho de Projeto – Arte e Isometrias	74%	Máquina fotográfica <i>PowerPoint Movie Maker</i>	<i>PowerPoint</i> Vídeo

Quadro 8: Média da avaliação dos artefactos produzidos e publicados no AVA sobre Isometrias.

A média das tarefas sobre isometrias foi de 62,3%, sendo que as médias mais baixas foram a da Tarefa 1- Simetria de Figuras e da Tarefa 4 – Pavimentações. De referir que a tarefa 1 foi a única resolvida individualmente, todas as outras foram resolvidas em grupo e que na tarefa 4, quatro grupos não submeteram o trabalho, pelo que lhes foi atribuída uma

classificação de zero valores. As tarefas com as médias mais elevadas foram a Tarefa 2 - Frisos e o Trabalho de Projeto – Arte e Isometrias.

	Tarefa	Média dos trabalhos	Recursos/ferramentas utilizados	Produto final
<b>Funções</b>	Tarefa 1 – Tarifário de Telemóveis	61%	<i>Applets</i> Editor de equações	Documento em <i>word</i> , com as representações gráficas construídas com recurso ao <i>applet</i> : <a href="http://www.shodor.org/interactivat/activities/Graphit/">http://www.shodor.org/interactivat/activities/Graphit/</a> e exportadas para o doc em <i>Word</i>
	Tarefa 2 - Azulejos	63%	<i>Applets</i> Editor de equações	Documento em <i>word</i> , com as representações gráficas construídas com recurso ao <i>applet</i> : <a href="http://www.shodor.org/interactivat/activities/Graphit/">http://www.shodor.org/interactivat/activities/Graphit/</a> e exportadas para o doc em <i>Word</i>
	Tarefa 3 – Função Afim	63%	<i>GeoGebra</i> Editor de equações	Documento em <i>word</i> , com as construções exportadas do <i>GeoGebra</i> ou ficheiros com extensão <i>ggb</i> .
	Tarefa 4 – Consumo de Água	69%	<i>GeoGebra</i> Editor de equações	Documento em <i>word</i> que integre as representações construídas no <i>GeoGebra</i> .

Quadro 9: Média da avaliação dos artefactos produzidos e publicados no AVA, pelos alunos, sobre Funções.

Nas tarefas relativas às funções, a média foi de 64%, sendo a média mais baixa na Tarefa 1 – Tarifário de Telemóveis e a mais elevada na Tarefa 4 – Consumo de Água. Verificou-se que os alunos apresentaram classificações muito homogéneas nas tarefas sobre funções, todas elas na casa dos sessenta por cento.

Tanto as resoluções das tarefas de isometrias como as de funções, implicavam a utilização de meios tecnológicos, nomeadamente o *GeoGebra*, *applets* e *editor de equações*, bem como exigiam a mobilização de competências específicas e transversais.

---

## Tarefas de Isometrias

### Tarefa 1- Simetrias de Figuras

Objetivos: Com esta tarefa (anexo A) pretendia-se que os alunos compreendessem e identificassem as noções de simetria de reflexão (ou axial) e rotacional em figuras limitadas do plano e desenvolvessem a capacidade de visualização, recorrendo ao *GeoGebra*.

Metodologia: Os alunos deveriam resolver a tarefa individualmente, a distância, e sempre que surgissem dúvidas, deveriam colocá-las no fórum de dúvidas para o efeito ( $F_1$ ), com vista ao seu esclarecimento. Concluída a resolução da tarefa, a mesma deveria ser submetida no AVA.

Resultados: Os alunos revelaram algumas dúvidas, após terem acedido, em casa, à Tarefa1- Simetrias de Figuras- na plataforma *Moodle*, na qual era necessário recorrer aos quatro “*applets*” construídos pela professora/investigadora no *GeoGebra*, pelo que a docente decidiu dedicar uma aula ao esclarecimento dessas dúvidas, até porque era a primeira tarefa que estavam a realizar a distância.

Para além de problemas que se prendiam com a ausência de *software* nos computadores pessoais dos alunos, que não lhes permitia visualizar as *applets*, muitos não sabiam como exportar as suas construções do *GeoGebra* para um documento *Word*. Esta dúvida foi rapidamente esclarecida pois estávamos numa sala com computadores e os alunos encontravam-se em grupos de três elementos por computador.

A maioria dos alunos solicitou ajuda na questão 2.1 pois não sabiam desenhar os eixos de simetria utilizando o *GeoGebra*, só o sabiam fazer com os instrumentos de desenho, régua, compasso e lápis. Esclarecida esta dúvida, os discentes revelaram explorar com alguma autonomia as *applets* construídas no *GeoGebra*, o que poderá estar relacionado com o facto de no ano anterior, terem trabalhado com esta ferramenta, com exceção de duas alunas, as quais tiveram, quer por parte da professora quer por parte dos colegas, uma ajuda

suplementar. Contudo, as alunas, já tinham visionado o tutorial sobre o *GeoGebra* disponível no *Moodle*. Os alunos envolveram-se na resolução da tarefa, no entanto o seu desempenho não foi satisfatório pois não conseguiram concluir todas as questões da tarefa com êxito. Quando questionados sobre o motivo, referiram o facto da tarefa ser individual.

Na figura a seguir apresenta-se uma resolução da questão 2.1.

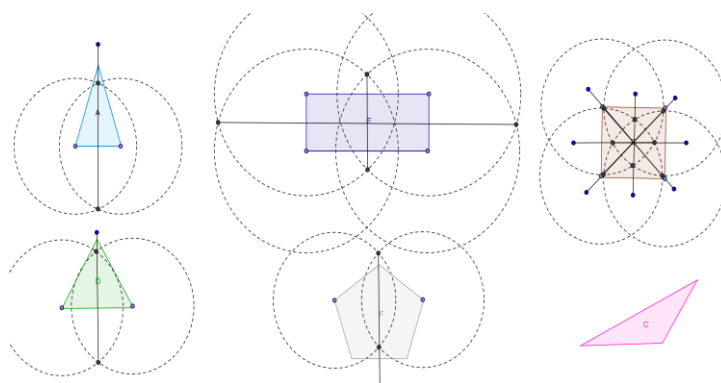


Figura 44: Resolução da questão 2.1 pelo aluno A<sub>26</sub>

Ao analisar a figura 44 constata-se que o aluno desenhou corretamente os eixos de simetria do triângulo isósceles, do retângulo, do quadrado e do pentágono, contudo apenas desenhou um dos três eixos de simetria do triângulo equilátero.

Da análise das respostas dos alunos à questão 2.1 verificou-se que na generalidade, compreenderam e identificaram simetrias de reflexão. A noção de simetria de uma figura é-lhes familiar conseguindo, quase sempre, nas figuras desta questão, encontrar os eixos de simetria. Contudo, a simetria de rotação era um conceito novo, e os alunos nem sempre assinalaram bem o centro e a amplitude da rotação que transformava a figura numa outra coincidente com a figura inicial.

## Tarefa 2 – Frisos

Objetivos: Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos construíssem frisos utilizando o *GeoGebra*.

---

Metodologia: Os alunos deveriam resolver a tarefa em grupo, a distância, e sempre que surgissem dúvidas que não conseguissem esclarecer no seio do grupo, deveriam colocá-las no fórum de dúvidas disponível para o efeito ( $F_1$ ), com vista ao seu esclarecimento. No fim da tarefa os alunos tinham de mencionar, em grupo, o que aprenderam com a mesma, no sentido de refletirem sobre o trabalho desenvolvido e sobre as estratégias utilizadas. Concluída a resolução da tarefa, a mesma deveria ser submetida no AVA.

Resultados: Os alunos realizaram com sucesso esta tarefa, tendo os 13 grupos construído frisos utilizando o *GeoGebra*, sem recorrerem ao fórum de dúvidas. Da análise dos trabalhos, existem evidências do papel facilitador deste ambiente na construção de significados geométricos, nomeadamente ao possibilitar construir polígonos, representar vetores e fazer translações. Ao permitir diversas construções possibilitou, aos alunos, levantarem conjecturas e com as questões ou afirmações dos colegas, validá-las ou não, justificando raciocínios e desenvolvendo argumentos. Este *software* facilitou a compreensão dos conceitos em estudo através da visualização e manipulação que proporciona.

### Tarefa 3 – Rosáceas

Objetivos: A partir de um motivo, os alunos tinham de construir no *GeoGebra* uma rosácea diedral (obtida por reflexões) e outra cíclica (obtida por rotações). Para o fazerem tinham de aceder ao ficheiro [ros1](#) (figura 45).

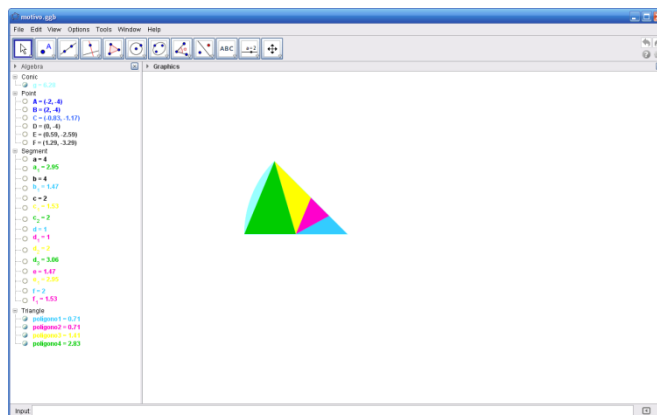






Figura 45: Motivo construído no *GeoGebra* e a partir do qual os alunos construíram as rosáceas.

Metodologia: Os alunos deveriam resolver a tarefa em grupo, a distância, e sempre que surgissem dúvidas que não fossem esclarecidas no seio do mesmo, deveriam colocá-las no fórum de dúvidas criado para o efeito ( $F_1$ ), com vista ao seu esclarecimento. No fim da tarefa os alunos tinham de mencionar, em grupo, o que aprenderam com a mesma, no sentido de refletirem sobre o trabalho desenvolvido e sobre as estratégias utilizadas. Concluída a resolução da tarefa, a mesma deveria ser submetida no AVA.

Resultados: Inicialmente os grupos  $G_1$ ,  $G_4$ ,  $G_8$ ,  $G_{10}$  e  $G_{12}$  revelaram dificuldades na interpretação do enunciado da questão 2, não percebendo o que era para fazer, conforme se pode observar no fórum de dúvidas  $F_1$  (figura 46). Já os grupos  $G_4$  e  $G_{10}$  tiveram problemas ao nível do *software* (figura 46).

	<b>Re: Precisamos de ajuda</b> por [redacted] - Sábado, 29 Outubro 2011, 11:08
	Professora o nosso grupo não esta a perceber a tarefa das rosáceas será que nos pode ajudar?????
	<a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a>
	<b>Re: Precisamos de ajuda</b> por Prof - Sábado, 29 Outubro 2011, 12:13
	O que é que não conseguem fazer concretamente?
	<a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a>
	<b>Re: Precisamos de ajuda</b> por [redacted] - Sábado, 29 Outubro 2011, 12:27
	Não percebemos o que é para fazer.
	<a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a>
	<b>Re: Precisamos de ajuda</b> por Prof. - Sábado, 29 Outubro 2011, 12:39
	Têm de construir no <i>GeoGebra</i> uma rosácea diedral (obtida por <b>reflexões</b> ) e outra cíclica (obtida por <b>rotações</b> ). Para as construírem, leiam e façam passo a passo as sugestões que estão no fim da tarefa, onde explico como construir cada

uma das rosáceas.

Bom Trabalho!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

por [REDACTED] - Sábado, 29 Outubro 2011, 12:50

Obrigado professora.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

por [REDACTED] - Sábado, 29 Outubro 2011, 12:50

Eu não sei como faço o motivo M.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

por Prof - Sábado, 29 Outubro 2011, 13:28

Não têm de fazer o motivo, este já está construído, é só abrirem o ficheiro ros1, clicando obre ele, que o motivo já está lá.

Bom trabalho!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

por [REDACTED] - Sábado, 29 Outubro 2011, 15:32

Eu não consigo abrir o ros1.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

por Prof. - Sábado, 29 Outubro 2011, 16:53

 ros1.ggb

Vê se consegues abrir o ficheiro que estou a enviar.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Precisamos de ajuda**

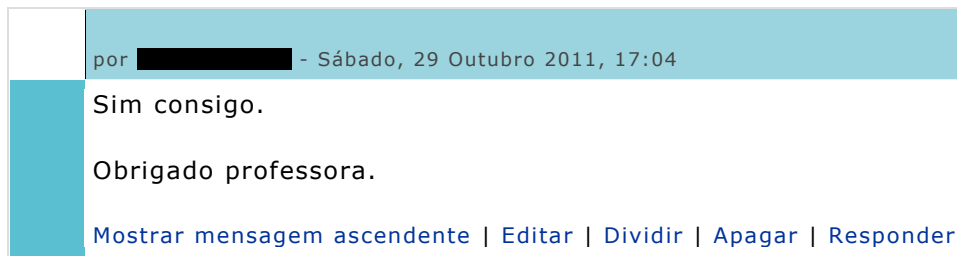


Figura 46: Interação professora-alunos para esclarecimento de dúvidas e superar problemas de software ao grupo  $G_{10}$  no fórum  $F_1$ .

Após o esclarecimento das dúvidas pela docente, todos os grupos construíram a rosácea diedral. Para a construir realizaram reflexões sucessivas do motivo  $M$  relativamente às retas que continham os raios exteriores representados na figura 45, os quais serviram de eixos de reflexão, até obterem a rosácea, conforme figura 47.

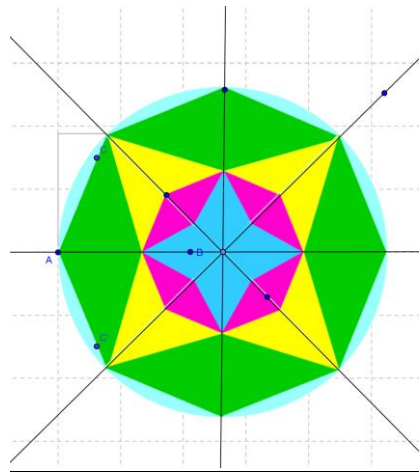


Figura 47: Rosácea diedral construída no *GeoGebra* pelo grupo  $G_{13}$

A rosácea cíclica (figura 48) foi também construída por todos os grupos, repetindo sucessivamente rotações de centro  $B$  e amplitude  $45^\circ$  do motivo  $M$  até obterem a rosácea.

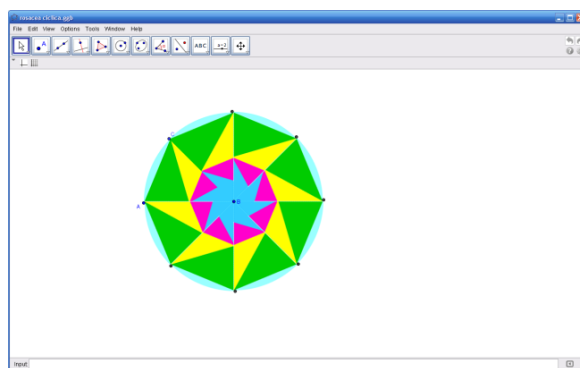
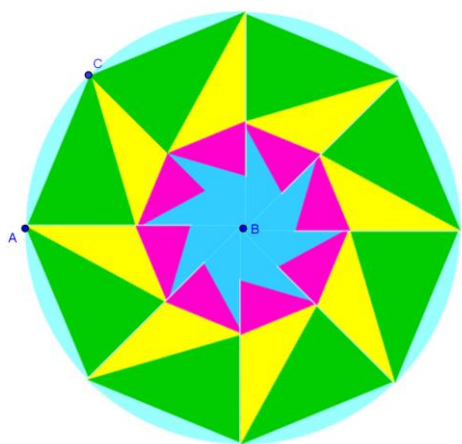


Figura 48: Rosácea cíclica construída no GeoGebra pelo grupo  $G_6$

Da análise das construções das rosáceas no *GeoGebra* pelos diferentes grupos, conforme figuras 47 e 48, podemos concluir que o *GeoGebra*, ao permitir fazer rotações e reflexões para obter cada uma das rosáceas, facilitou a sua compreensão através da visualização. Os grupos demonstraram espírito crítico e autonomia durante a exploração/utilização do *GeoGebra*.

Os alunos envolveram-se na resolução da tarefa, tendo um desempenho muito positivo pois, todos os grupos conseguiram concluí-la com êxito.

#### Tarefa 4 – Pavimentações

Objetivos: Com esta tarefa (anexo) pretendia-se que os alunos investigassem quais das figuras dadas e dos polígonos regulares permitiam ou não pavimentar um plano. Teriam também de criar novas figuras e com elas pavimentar um plano.

Metodologia: Os alunos em grupo deveriam recorrer à *applet* construída pela docente no *GeoGebra* para investigar, utilizando este programa de geometria dinâmica, quais das figuras dadas permitiam ou não pavimentar um plano. Para investigarem quais os polígonos regulares que permitiam pavimentar um plano deveriam recorrer às *applets* indicadas na tarefa, cujas instruções de utilização se encontravam em anexo à mesma ou então recorrer ao *GeoGebra*. Todas as dúvidas deveriam ser esclarecidas no grupo ou no fórum de dúvidas. No

fim da tarefa os alunos tinham de mencionar, em grupo, o que aprenderam com a mesma, no sentido de refletirem sobre o trabalho desenvolvido e nas estratégias utilizadas. A tarefa quando concluída deveria ser submetida no AVA.

Resultados: Esta tarefa não teve a participação de todos os grupos, o que se ficou a dever, segundo os discentes, ao grau de dificuldade ser um pouco elevado. Terá também contribuído para tal, o facto do período dado para a sua resolução coincidir com uma semana em que os alunos tinham testes de avaliação a outras disciplinas, pelo que se prolongou o prazo de submissão da mesma. Assim, quatro grupos não submeteram a tarefa ( $G_7$ ,  $G_8$ ,  $G_{11}$  e  $G_{13}$ ). Todavia, estes grupos envolveram-se na resolução da mesma, conforme se pode observar no diário de bordo, onde a professora escreveu

“Na aula de apoio, de 3 de novembro, os grupos  $G_7$ ,  $G_8$  e  $G_{11}$ , solicitaram a minha presença, junto dos respetivos grupos, para me mostrarem como já tinham conseguido pavimentar o plano com o quadrado e com o triângulo equilátero, na alínea 1.3. Entretanto, o grupo  $G_{13}$  diz: “Oh, stora quando tentamos pavimentar com o pentágono regular, não dá”, ao que lhes perguntei: porquê? Tendo o grupo respondido: fica sobreposto. Volto, então a questioná-los: mas porque é que fica sobreposto? Qual é a amplitude de cada ângulo interno do pentágono regular? O grupo efetua cálculos e responde  $108^\circ$ . Digo-lhes, então: agora pensem porque é que com o quadrado conseguiram pavimentar e com o pentágono regular não conseguiram. Pensem qual a soma das amplitudes dos ângulos internos que concorrem no mesmo vértice, quando pavimentam o plano com o quadrado e quando tentam pavimentar com o pentágono regular.”

A seguir apresentam-se na figura 49 as respostas de um dos grupos à pergunta 1.1, na qual, dada uma figura, os alunos tinham de verificar, utilizando o *GeoGebra*, se conseguiam ou não pavimentar um plano. Dos 9 grupos que submeteram a tarefa, 7 resolveram-na bem.

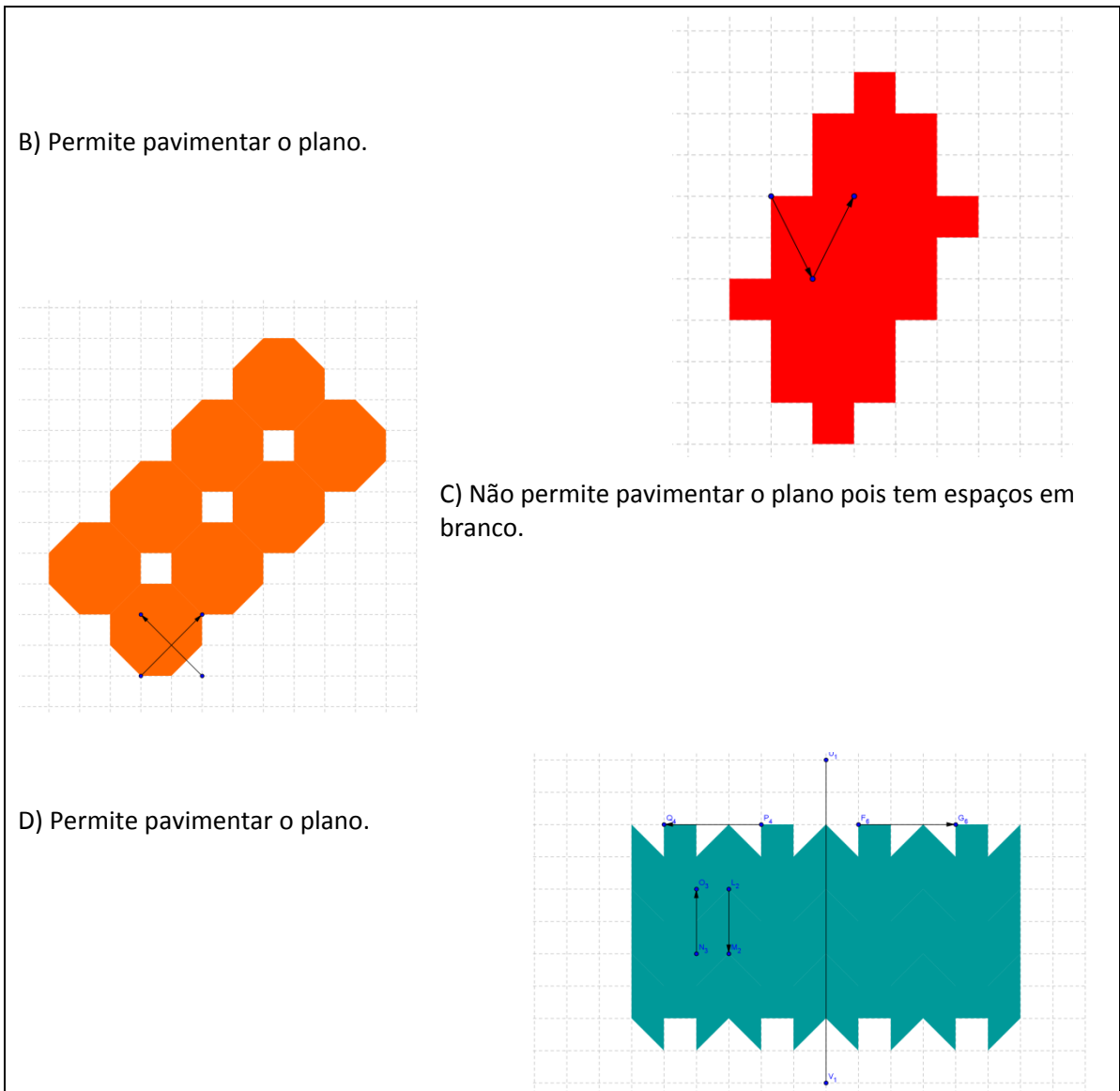


Figura 49: Resolução da pergunta 1.1 pelo grupo  $G_1$ .

Todos os 9 grupos que submeteram o trabalho no AVA criaram três novas figuras que permitiam pavimentar o plano conforme se pode observar na figura 50.

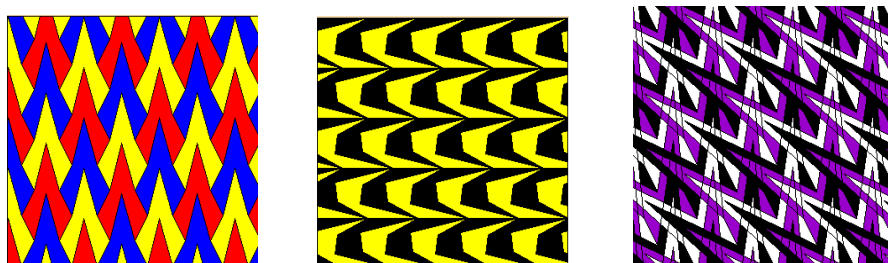




Figura 50: Pavimentações construídas numa *applet*<sup>21</sup> pelo grupo  $G_3$ .

Os alunos revelaram dificuldade durante a investigação dos polígonos regulares que, sozinhos, permitiam pavimentar um plano, pelo que para além de terem ido ao apoio para esclarecer as dúvidas, recorreram também ao fórum de dúvidas, conforme se verifica na figura 51. Depois de esclarecidas as dúvidas, seis grupos conseguiram realizar a questão 1.3 da tarefa 4, conforme se constata nas figuras 52 e 53.

 **Dúvida**  
por [redacted] - Quinta, 17 Novembro 2011, 20:11

Estamos a ter algumas **dúvidas** na realização do exercício 1.3 da atividade 4.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Dúvida**  
por Prof - Quinta, 17 Novembro 2011, 21:17

Na applet sugerida para esta pergunta, comecem por selecionar, por exemplo, um triângulo e façam uma pavimentação com ele. No fim contem o número de triângulos necessários para formar um vértice. Posteriormente pensem nas seguintes questões: qual a amplitude de cada ângulo interno do triângulo? Porque não pavimentam alguns dos polígonos?

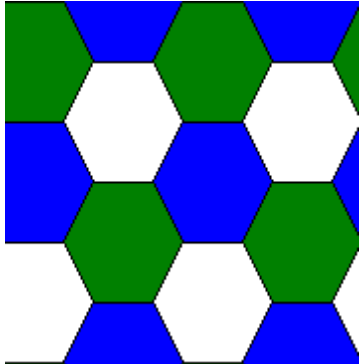
Tenham também presente o que vimos hoje no apoio quando utilizámos a *applet*.

Bom trabalho!

Figura 51: Interação entre os alunos e a professora para esclarecimento de dúvidas.

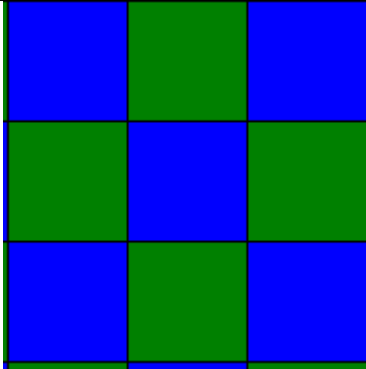
1.3.

a) Hexágono  
Neste pavimento, são necessários 3 polígonos para formar um vértice e a amplitude de cada ângulo interno é  $120^\circ$  ( $360:3=120$ ).



b) Quadrado  
Neste pavimento, são necessários 4 polígonos para formar um vértice e a amplitude de cada ângulo interno é  $90^\circ$  ( $360:4=90$ ).

c) Triângulo



Neste pavimento, são necessários 6 polígonos para formar um vértice e a amplitude de cada ângulo interno é  $60^\circ$  ( $360:6=60$ ).

- Alguns dos polígonos não pavimentam porque a sua forma ao ser pavimentada deixa espaços sem preenchimento.

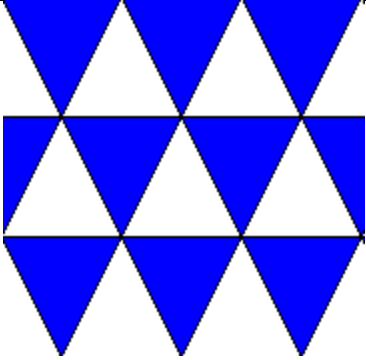
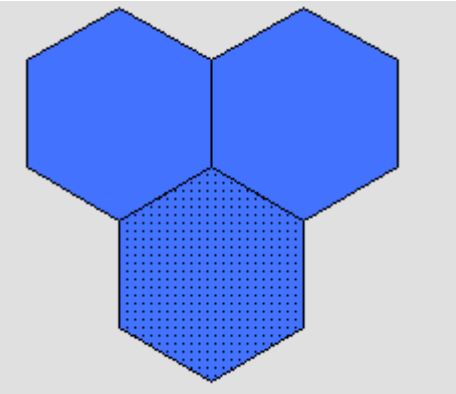


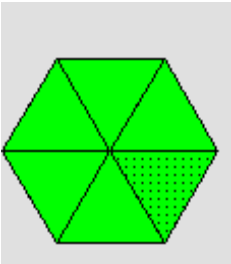
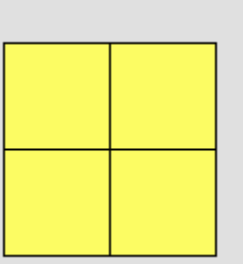
Figura 52: Resolução da alínea 1.3 da Tarefa 4 pelo grupo  $G_9$

1.3)



- A amplitude de cada ângulo interno é de  $120^\circ$  e para formar um vértice foram necessários 3 polígonos.

- A amplitude de cada ângulo interno é de  $60^\circ$  e para formar um vértice foram necessários 6 polígonos.

- A amplitude de cada ângulo interno é de  $90^\circ$  e para formar um vértice foram necessários 4 polígonos

Figura 53: Resolução da alínea 1.3 da Tarefa 4 pelo grupo  $G_4$

Da análise das respostas, constata-se que, existem evidências de que os alunos desenvolveram competências do conhecimento matemático e competências transversais, nomeadamente, do raciocínio, pois formularam e testaram conjecturas, argumentaram e justificaram os processos utilizados durante a resolução da tarefa. Nas competências transversais desenvolveram ainda a comunicação matemática, na medida em que interpretaram e representaram a informação e ideias matemáticas apresentadas de diversas formas, discutiram com os elementos do grupo resultados, processos e ideias matemáticas e exprimiram-nas por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

### **Trabalho Projeto - Artes e Isometrias**

Objetivos: No projeto “Arte e Isometrias” (Anexo A) pretendia-se que os alunos durante a visita de estudo “Descobrir Lisboa: Rali Fotográfico” que realizaram à Baixa Chiado procurassem e registassem através de fotografias, vídeo ou desenho, exemplos de isometrias, em paisagens, fachadas de monumentos ou prédios, pormenores em igrejas, calçadas, azulejos, tapetes, painéis, jardins, natureza entre outros. Poderiam também recolher as imagens na sua região. Pretendia-se igualmente que, pesquisassem sobre os conteúdos envolvidos no trabalho; construíssem pequenos textos explicativos relacionados com os conteúdos; e exemplificassem os conteúdos através de recolha fotográfica ou de imagem ou de vídeo ou construção geométrica.

Metodologia: Os alunos deveriam realizar o trabalho projeto em grupo, podendo recorrer a fotografias, a vídeo, a desenhos, ao *GeoGebra* ou a *applets*. Todas as dúvidas deveriam ser esclarecidas no grupo ou no fórum de dúvidas. Os trabalhos deveriam ser apresentados em formato *PowerPoint* ou vídeo. A tarefa quando concluída deveria ser submetida no AVA. Posteriormente, os trabalhos foram apresentados e discutidos na turma.

Resultados: As imagens a seguir mostram dois dos trabalhos realizados e publicados no AVA pelos alunos.

## Trabalho de Projeto- Arte e Isometrias

### Introdução

As transformações geométricas presentes no trabalho de pesquisa realizado são:

- as rotações, as translações e as reflexões.

Estas transformações foram observadas em elementos decorativos tais como azulejos e calçadas portuguesas.

### ISOMETRIA

Igual medida

As translações, as reflexões, as rotações e as reflexões deslizantes são transformações geométricas que transformam figuras em figuras congruentes.

A este tipo de transformações dá-se o nome de ISOMETRIA.

### Estrela dos “milhões” ao longo da parte da calçada

A estrela dos “milhões” é um dos exemplos de translação aplicada ao pavimento de Lisboa



Quando uma figura geométrica é transformada na sua própria imagem deslizando-a numa dada direção e sentido dá-se o nome de translação.

### Calçada em redor da estátua do Eça de Queirós



A calçada em redor da estátua de Eça de Queirós apresenta translações que são observadas em todo o redor da estátua.



### Gradeamento existente no Largo de Camões

O gradeamento do Largo de Camões apresenta rotações e translações.



### Monumento a Camões e aspeto geral da calçada em seu redor



Esta calçada contém um grande número de translações tal como as anteriores calçadas.

### Edifício pombalino com as suas varandas em ferro forjado



Nas varandas do edifício pombalino é possível observar um padrão criado com a isometria translação.

### O elevador da glória

O elevador realiza uma translação ao subir e descer.



### Vista do Miradouro de S. Pedro de Alcântara

### Um motivo da Calçada do Miradouro

A calçada apresenta translações sucessivas ao longo do Miradouro.



### Elevador Sr.ª Justa (feito de ferro)



### Motivos utilizados no pavimento da calçada junto ao elevador de St.ª Justa



### Pormenor na calçada da Rua Aurea Motivo da calçada da praça



**Conclusão**

- Na realização deste trabalho aprendemos a identificar isometrias no nosso dia-a-dia e em locais que costumamos frequentar.

Figura 54: Trabalho Projeto realizado pelo grupo G<sub>3</sub>

**Trabalho de Projecto**  
-  
**Arte e Isometrias**

**Introdução:**

- Neste trabalho procurámos através de fotografias ,imagens e desenhos demonstrar as isometrias (reflexão, rotação e translação ) presentes no nosso dia a dia.
- As isometrias estão presentes nos painéis de azulejos, pavimentos da calçada portuguesa, vitrais de igrejas, tapetes, estampagem de tecidos e em quadros como os de M.C.Escher formando efeitos visuais.

**Isometrias:**


- Uma isometria é uma transformação geométrica que preserva as distâncias entre pontos (e, conseqüentemente, os comprimentos dos segmentos e as amplitudes dos ângulos).
- As isometrias transformam figuras noutras figuras congruentes.
- Translações, reflexões, rotações e reflexões deslizantes são exemplos de isometrias.

**Alguns exemplos de isometrias:**


Na calçada Portuguesa existem muitas isometrias:




A estrela “dos milhões” também têm uma isometria (rotação e reflexão) A amplitude de rotação é  $60^\circ$ .



Mais um exemplo de isometrias na calçada Portuguesa:




Em Lisboa, muitos prédios têm painéis de azulejos que formam isometrias




Nos quadros de M.C.Escher estão representadas muitas isometrias tais como:

- Rotações
- Reflexões deslizantes




Este painel de azulejos têm várias isometrias (translações e reflexões)



Este quadro têm:

- Translações
- Reflexões deslizantes



## Conclusão:

- Neste trabalho pudemos compreender melhor as isometrias e também ver as paisagens e tudo o que nos rodeia com outro olhar pois sabemos ver as transformações geométricas, ou seja, as isometrias.

## Bibliografia:

- <http://www.mcescher.com/>
- <http://www.google.pt/imghp?hl=pt-PT&tab=wi>
- <http://moodle.espa.edu.pt/>

Figura 55: Trabalho Projeto realizado pelo grupo G<sub>1</sub>

Da análise dos trabalhos projeto pode inferir-se que os alunos identificaram isometrias no dia-a-dia, sobretudo em fachadas de monumentos, de prédios, pormenores em igrejas, calçadas, azulejos, painéis, jardins, quadros entre outros, revelando ter compreendido o essencial das isometrias, nomeadamente as reflexões, reflexões deslizantes, rotações e translações. Assim, compreenderam não só as noções de vetor e de translação e identificaram-nas, bem como reconheceram as propriedades comuns das isometrias. Constatou-se também que os alunos recorreram ao AVA, a *sites* e ao manual para pesquisar informação, desenvolvendo competências relacionadas com a leitura e interpretação.

De um modo geral, os trabalhos projeto revelaram que os alunos souberam organizar e tratar adequadamente a informação por eles recolhida e, evidenciaram terem sido capazes de identificar o que era essencial no tema das isometrias, tendo demonstrado autonomia e espírito crítico durante a realização do trabalho projeto.

Em síntese, a análise das resoluções das tarefas sobre isometrias no plano que envolveram o recurso ao *GeoGebra*, a *applets* e aos fóruns de discussão, nomeadamente as que dizem respeito a reflexões, translações e rotações, evidencia que a aprendizagem de conceitos geométricos de forma dinâmica e o aprofundamento da sua compreensão foram favorecidos, o que é corroborado pelo PMEB (2007). O desenvolvimento de competências matemáticas e tecnológicas foi igualmente favorecido, o que é corroborado por Candeias (2005).

Yerushalmy (2005); Underwood et al. (2005); Brandão et al. (2006); Lee e Hollebrands (2006); Gil (2008); Santos (2008) investigaram também sobre o uso de *applets* na aprendizagem matemática. Os resultados obtidos por estes autores também indicaram que, o uso de *applets* permitiu experimentações e investigações de forma interativa, possibilitando estabelecer conjeturas sobre determinado conceito e a construção do mesmo, de forma consistente.

Da análise das respostas às diferentes tarefas constatou-se que existem evidências de que os alunos desenvolveram competências do conhecimento matemático e competências transversais, nomeadamente, do raciocínio, pois formularam e testaram conjeturas, argumentaram e justificaram os processos utilizados durante a resolução das tarefas. Nas competências transversais desenvolveram ainda a comunicação matemática, na medida em que interpretaram e representaram a informação e

ideias matemáticas apresentadas de diversas formas, discutiram com os elementos do grupo resultados, processos e ideias matemáticas e exprimiram-nas por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios. Em Santos (2006) a utilização da Escola Virtual, também, permitiu aos alunos desenvolver competências específicas e competências transversais.

### **Tarefas do tema Funções**

Com as tarefas sobre funções pretendia-se que os alunos para além de atingirem os objetivos específicos, resolvessem problemas, e modelassem situações utilizando funções; justificassem os raciocínios desenvolvidos e as conclusões a que tinham chegado, desenvolvessem a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar matematicamente; desenvolvessem destreza, autonomia e espírito crítico na utilização de *applets*, do *GeoGebra* e nas ferramentas integradas no AVA; participassem ainda, ativamente na resolução das tarefas, discutindo e partilhando resultados, processos e ideias matemáticas com os colegas, no grupo e nos fóruns de discussão, aprendendo uns com os outros em comunidade de aprendizagem, interagindo com as tarefas/conteúdos, com a professora/investigadora e com os colegas, contribuindo assim para a construção do próprio conhecimento matemático, pois a aprendizagem é um processo ativo e social, criando desta forma um ambiente de aprendizagem colaborativa.

A metodologia é comum a todas as tarefas de funções, tendo sido solicitado aos alunos que as resolvessem em grupo e a distância, recorrendo ao *GeoGebra* e às *applets* indicadas em cada uma das tarefas, as quais tinham em anexo as instruções de utilização. Sempre que tivessem dúvidas e não as conseguissem esclarecer no seio do seu grupo de trabalho, os mesmos deveriam colocá-las no fórum de dúvidas sobre funções ( $F_2$ ), de modo a partilhá-las com os demais colegas, visando sempre o esclarecimento das mesmas. A professora procurava não responder diretamente às questões que estes iam colocando, mas antes devolver-lhas, de modo a poderem continuar a desenvolver o seu raciocínio. No fim de cada tarefa os alunos tinham de mencionar, em grupo, o que aprenderam em

---

cada uma, no sentido de refletirem sobre o trabalho desenvolvido e as estratégias utilizadas. Concluída a resolução de cada tarefa, esta deveria ser submetida no AVA.

### **Tarefa 1 – Tarifário de telemóveis**

Os alunos acederam a esta tarefa (Anexo A) na plataforma *Moodle*, numa aula de Matemática de 90 minutos, a qual apresentava uma situação do dia-a-dia.

Objetivos: Com esta tarefa pretendia-se que os alunos, em grupo, interpretassem, compreendessem e utilizassem estratégias adequadas à resolução do problema; compreendessem o conceito de função como relação entre variáveis e utilizassem as suas várias notações; identificassem e representassem pares ordenados num referencial cartesiano; analisassem uma função a partir das suas representações; representassem algebricamente situações de proporcionalidade direta; justificassem a existência ou não de uma relação de proporcionalidade direta no problema da vida real apresentado; representassem gráfica e algebricamente uma função linear e uma função afim; relacionassem as funções linear e afim; relacionassem a função linear com a proporcionalidade direta; relacionassem as representações algébrica e gráfica das funções estudadas e resolvessem problemas da vida real que envolvessem funções lineares e afins.

Resultados: As participações dos diferentes grupos na resolução da tarefa foi bastante produtiva, tendo os mesmos colaborado e contribuído de forma positiva para a sua realização.

Todos os grupos com base na interpretação do problema, que envolvia duas relações, uma de proporcionalidade direta (função linear) e outra que representava uma função afim, completaram uma tabela com os dados referentes a cada situação. Posteriormente, a maioria dos grupos, representou graficamente cada uma das situações com recurso à *applet* <http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit/>, cujas instruções de utilização se encontravam em anexo à tarefa. Nessa *applet*, os alunos introduziram as coordenadas dos pontos representados na tabela, definiram a escala dos eixos coordenados para cada uma das relações separadamente, e decidiram se fazia ou não sentido unir os pontos no contexto do problema, como se pode observar nas figuras 56, 57 e 58.

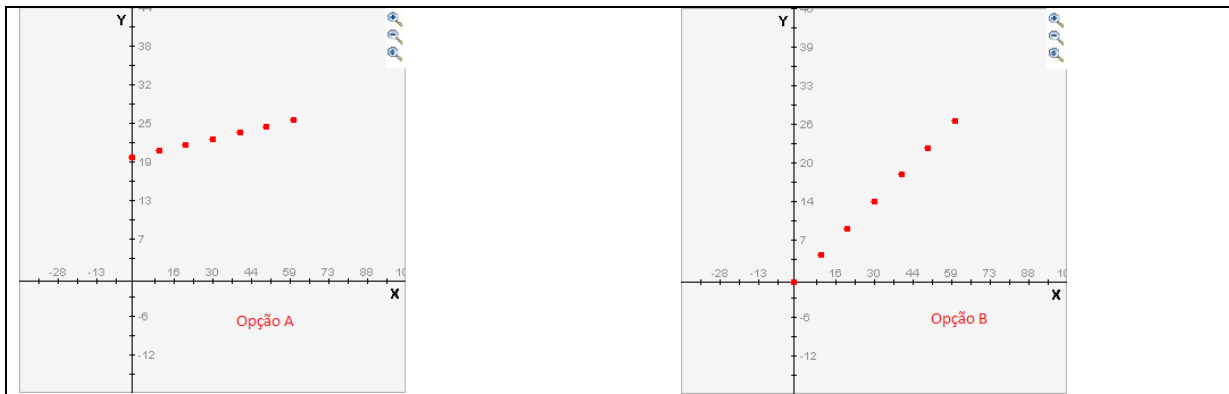


Figura 56: Resolução da questão 1.2 apresentada pelo grupo G<sub>5</sub>.

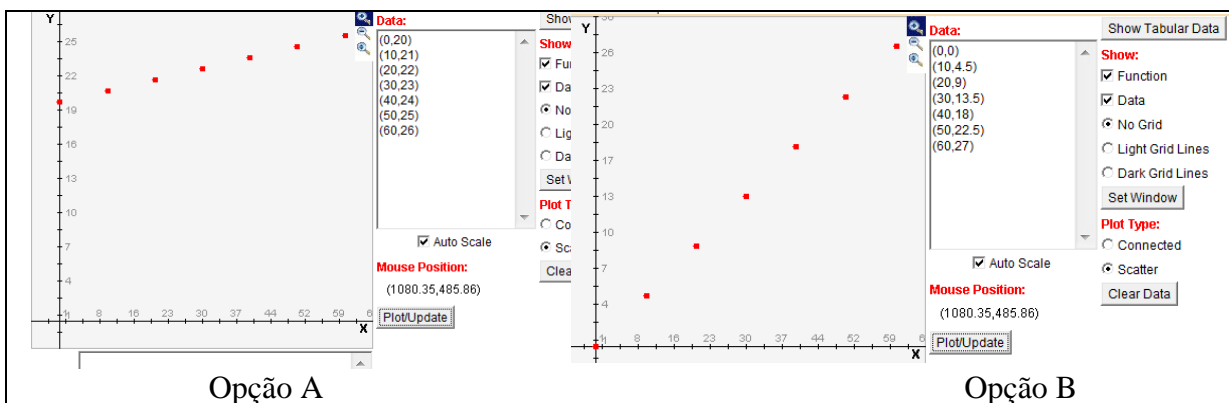


Figura 57: Resolução da questão 1.2 apresentada pelo grupo G<sub>2</sub>.

1.4. Sim, porque a variável independente  $t$  pode tomar qualquer valor e cada valor de  $t$  corresponde sempre um e um só determinado preço da chamada.

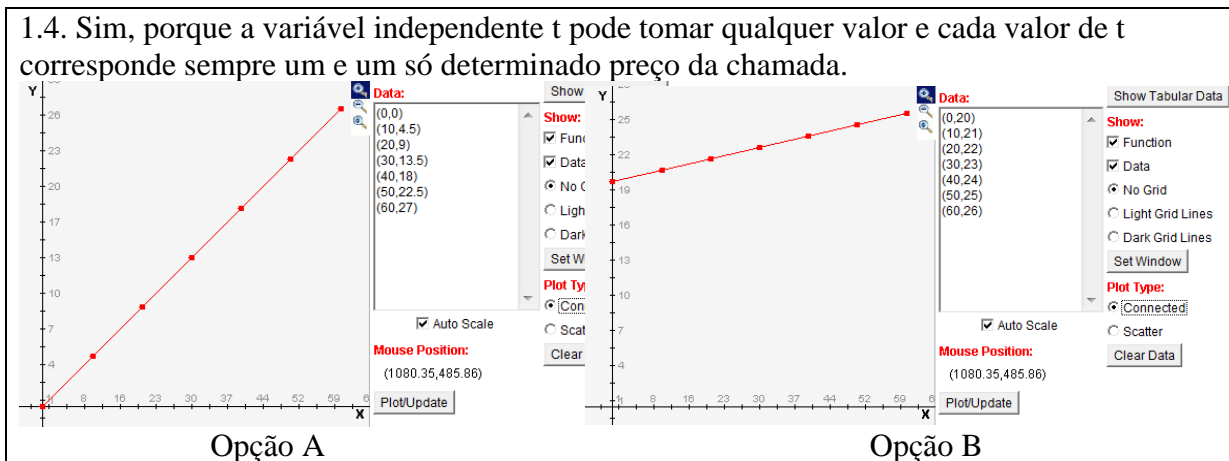


Figura 58: Resolução da questão 1.4 apresentada pelo grupo G<sub>6</sub>.

Dez grupos conseguiram perceber que a correspondência entre o tempo (em minutos) de uma chamada e seu custo (em euros) é função nas duas opções. Contudo, apenas 4 grupos indicaram em qual das opções estavam perante uma função de proporcionalidade direta (função linear) e explicaram a sua resposta (figura 59).

**1.6** Ambas são funções porque a cada imagem corresponde um único objecto. E na opção B existe proporcionalidade direta (função linear) porque se unirmos os pontos a reta passa na origem do referencial.

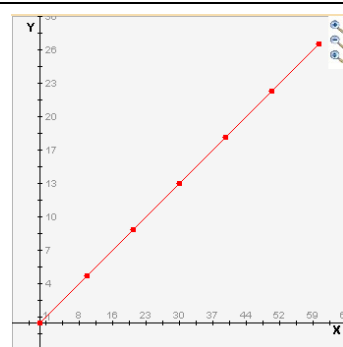


Figura 59: Resolução da questão 1.6. apresentada pelo grupo  $G_6$ .

Dos 13 grupos 5 encontraram uma expressão geral que permitia à Maria calcular o custo mensal y para qualquer quantidade x de minutos de chamadas, no plano correspondente a cada uma das opções, 4 fizeram-no apenas para uma das opções e 4 não responderam.

## Tarefa 2 – Azulejos

Objetivos: Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos, além de reverem os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e de constante de proporcionalidade direta, identificassem regularidades; determinassem termos de uma sequência; dado um termo determinassem a sua ordem; justificassem a existência ou não de uma relação de proporcionalidade direta; dada uma relação de proporcionalidade direta, indicassem a sua constante e interpretassem o seu significado no contexto do problema; representassem graficamente uma função linear e uma função afim; determinassem o termo geral (ou lei de formação) de uma sequência que representa uma função linear e uma função afim; relacionassem a representação gráfica de uma função linear com a representação gráfica de uma função afim; relacionassem o termo geral de uma função linear com o termo geral de uma função afim e desenvolvessem a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas.

Resultados: Todos os grupos resolveram bem as questões 1.1 (figura 60) e 1.2, o que evidencia terem compreendido o modo como as figuras seguintes da sequência eram construídas. Quando se contavam isoladamente os azulejos cinzentos, surgia uma nova sequência numérica, e os

alunos tinham de preencher uma tabela com os primeiros termos dessa sequência. Os 13 grupos preencheram-na corretamente.

1.1-

Para construir a figura 4, sendo o número dos azulejos cinzentos a ordem da figura vezes 2, seriam precisos 8 azulejos cinzentos, sendo o número de azulejos verdes desta sequência mais dois do que os azulejos cinzentos, seriam precisos 10 azulejos verdes. Para construir a figura 5 seriam precisos 10 azulejos cinzentos e 12 azulejos verdes.

Figura 60: Resolução da questão 1.1 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo  $G_1$

Da análise da resposta do grupo  $G_1$  à questão 1.1. verifica-se que identificaram as regularidades existentes na sequência e explicaram o seu raciocínio por escrito, usando notação e vocabulário próprios.

Na questão seguinte os alunos tinham de justificar que a relação entre a ordem da figura e o número de azulejos cinzentos representava uma situação de proporcionalidade direta. Justificaram-no bem (figuras 61 e 62) 30,8% dos grupos. Tinham ainda de indicar a constante de proporcionalidade direta e o seu significado no contexto do problema. A constante de proporcionalidade foi bem calculada por 92,3% dos grupos, já o seu significado foi apenas indicado por 15,4%. Um grupo não respondeu a esta questão. Na aula de Matemática em que foi feita a correção e reflexão conjunta sobre a tarefa, um dos grupos que não tinha atribuído significado à constante de proporcionalidade atribuiu-lhe o seguinte: “representa o número de azulejos cinzentos que aumenta da figura anterior para a seguinte”.

1.3. É proporcionalidade direta, porque  $2/1=4/2=6/3=8/4=2$ .  
A constante de proporcionalidade direta é 2 e significa o número de azulejos cinzentos necessários acrescentar para construir a figura a seguir.

Figura 61: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo  $G_5$

1.3. É proporcionalidade direta, porque a reta passa na origem do referencial, a constante é 2 e indica que a cada fig. acrescenta-se 2 azulejos cinzentos.

Figura 62: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo  $G_{13}$

Na questão 1.4 a maioria dos grupos exploraram a sequência utilizando como estratégias: (i) analisar as propriedades geométricas de cada figura, verificando que era possível decompô-la relacionando o número de azulejos cinzentos com a ordem da figura na sequência; ou (ii) analisar as

figuras consecutivas e concluindo que de uma figura para a seguinte, o número de azulejos cinzentos aumenta 2 unidades, como se observa nas figuras 63, 64 e 65.

1.4. A fig. 100 terá 200, porque cada fig. tem o dobro dos azulejos do nº da fig.

Figura 63: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>9</sub>

1.4-

A figura 100 terá 200 azulejos cinzentos porque o número de azulejos cinzentos é sempre a ordem da figura vezes 2.

$$100 \times 2 = 200$$

Figura 64: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>1</sub>



1.4

Visto que a expressão geral é  $2n$  temos que substituir o  $n$  por 100 obtendo assim o calculo  $2 \times 100$  tendo assim a figura 100, 200 azulejos cinzentos.

Figura 65: Resolução da questão 1.4 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>5</sub>

Pela resposta do grupo G<sub>5</sub> à questão 1.4, constata-se que os alunos analisaram a sequência, identificaram regularidades e generalizaram, pois determinaram primeiro o termo geral e só depois calcularam o número de azulejos da figura 100.

Na questão 1.5 surgiram algumas dificuldades, como se pode observar nos *posts* no fórum de dúvidas de “Funções” (F<sub>2</sub>), conforme figura 66.

	<p>tarefa 2 - 1.5 por [REDACTED] - Sexta, 20 Janeiro 2012, 14:35</p>
	<p>professora , não percebemos o que temos que fazer .</p> <p><a href="#">Editar</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: tarefa 2 - 1.5</b> por Prof - Sexta, 20 Janeiro 2012, 15:21</p>
	<p>Têm de pensar numa expressão geral, que vos permita calcular o nº de azulejos cinzentos em cada figura. Será <math>5n</math>? <math>3n+2</math>? Claro que não... pensem qual será a expressão 🤔</p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>

**Re: tarefa 2 - 1.5**  
 por [redacted] - Sexta, 20 Janeiro 2012, 19:30

Olá professora, então será  $n+1$  ou  $2n$ ?!

Obrigada,  
 [redacted]

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

**Re: tarefa 2 - 1.5**  
 por Prof - Sexta, 20 Janeiro 2012, 22:52

Calculem o 1º, 2º, 3º e 4º termos e observem qual das expressões vos dá o número de azulejos cinzentos em cada uma das situações.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

**Re: tarefa 2 - 1.5**  
 por [redacted] - Sábado, 21 Janeiro 2012, 10:41

Ah, stora então será  $2n$ ?!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 66: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.5 da Tarefa 2- Azulejos.

Após o esclarecimento das dúvidas, 92,3% dos grupos determinaram o termo geral que representa o número de azulejos cinzentos em qualquer figura da sequência e aproximadamente 7,7% não o determinaram.

Dos 13 grupos 11 responderam corretamente à questão 1.6 e explicaram o raciocínio desenvolvido, como se pode observar nas figuras 67, 68 e 69.

1.6-  
 É possível ter uma figura com 52 azulejos cinzentos porque quando dividimos o número de azulejos por dois dá 26, ou seja, 52 é divisível por 2.  
 $52:2=26$

Figura 67: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo  $G_1$

1.6 Sim é possível porque 52 é múltiplo de 2.

Figura 68: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo  $G_{11}$

1.6. Sim porque se dividirmos 52 por 2 dá-nos 26 o que indica que na fig. 26 haverá 52 azulejos.

Figura 69: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>12</sub>

Na questão 1.7 a partir dos dados da tabela da pergunta 1.2, os alunos tinham de representar graficamente a relação entre o número de quadrados cinzentos e a ordem da figura, recorrendo ao *applet* disponível em <http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit/>. Os discentes não colocaram qualquer dúvida quanto ao acesso e à exploração da *applet*, tendo marcado corretamente as coordenadas dos pontos nas representações gráficas 69,2% dos grupos. Contudo, estes uniram os pontos, o que não fazia sentido no contexto do problema, pois as grandezas, número de quadrados cinzentos e a ordem da figura, são representadas por números naturais (figura 70), no entanto definiram corretamente a escala nos dois eixos coordenados. Apenas 23,1% dos grupos resolveram bem esta questão e a 1.8, explicando o raciocínio e revelando sentido crítico face ao problema apresentado, conforme a figura 71. Um grupo não respondeu à questão.

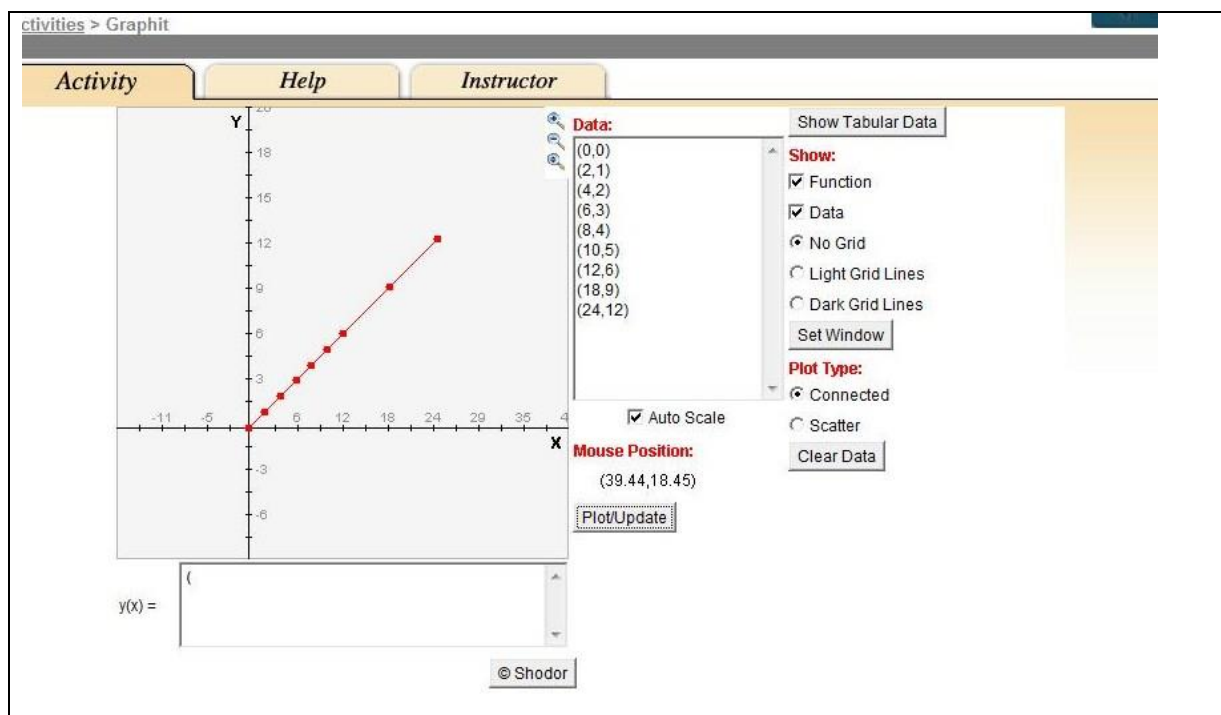


Figura 70: Resolução da questão 1.7 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>6</sub>

1.8. Não, porque nos azulejos nós não podemos utilizar só metade, ou um terço, tem que ser inteiro. Enquanto que se fosse tarifários nós não eramos obrigados a falar 1, 2, etc. minutos, podiamos também falar 1,23 min. (exemplo)

Figura 71: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 2 – Azulejos pelo grupo G<sub>12</sub>

Na questão 1.9 todos os grupos completaram a tabela, indicando bem os cinco primeiros e o nono termos, mas só 38,5% dos grupos indicaram a expressão algébrica para representar a sequência pictórica.

Mais uma vez o fórum de dúvidas, F<sub>4</sub>, foi útil, tendo voltado a ser usado para esclarecer dúvidas na questão 1.10, como se observa na figura 72.

	<p><b>tarefa 2 - 1.10</b> por [redacted] - Terça, 24 Janeiro 2012, 19:41</p>
	<p>Em relação ao problema 1.10 a solução será <math>4n</math>?!</p> <p>Eu tenho estado a estudar os dois problemas, sobre os quais a questioneei, e acho que será esta a solução 😊</p> <p>Obrigada</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: tarefa 2 - 1.10</b> por Prof - Terça, 24 Janeiro 2012, 22:59</p>
	<p>Se utilizarem a expressão <math>4n</math>, o 1º termo será <math>4 \times 1 = 4</math>, o que não corresponde ao número de azulejos na figura 1 que tem 6 (verdes+cinzentos) e não 4. Então quanto deverão somar ao <math>4n</math> para obter 6?</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: tarefa 2 - 1.10</b> por [redacted] - Quarta, 25 Janeiro 2012, 14:03</p>
	<p>Então deveremos somar 2 e fica <math>4n+2</math>? Porque <math>4 \times 1 + 2 = 6</math>, é isto professora?</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: tarefa 2 - 1.10</b> por Prof - Quarta, 25 Janeiro 2012, 15:16</p>
	<p>É isso mesmo!</p> <p>Continuação de bom trabalho!</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>

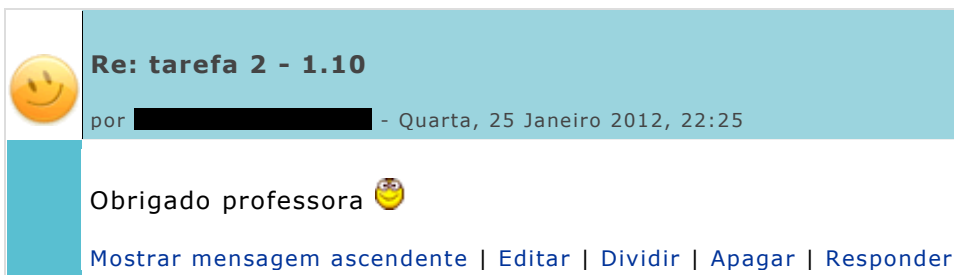


Figura 72: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.10 da Tarefa 2- Azulejos.

Aproximadamente 38,5% dos grupos escreveram a expressão geral que representa o número total de azulejos e representaram-na graficamente, contudo apenas 23,1% demonstrou sentido crítico e não uniu as coordenadas, pois estas grandezas são representadas por números naturais, não fazendo assim sentido, no contexto do problema, unir os pontos.







### Tarefa 3 – Função Afim

**Objetivos:** Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos representassem gráfica e algebricamente uma função linear e uma função afim; representassem algebricamente situações de proporcionalidade direta; relacionassem a função linear com a proporcionalidade direta; analisassem situações de proporcionalidade direta como funções do tipo  $y=kx$ , ( $k \neq 0$ ); estudassem o efeito da variação do parâmetro  $k$  na representação gráfica de funções definidas por  $y = kx$ ,  $k > 0$  ou  $k < 0$ ; representassem informação, ideias e conceitos representados de diversas formas; formulassem e testassem conjecturas; interpretassem informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos; compreendessem o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos, e utilizassem as suas várias notações; analisassem uma função a partir das suas representações; compreendessem os conceitos de razão, proporção e constante de proporcionalidade; interpretassem a variação de uma função representada por um gráfico, indicando intervalos onde a função é crescente, decrescente ou constante; relacionassem as funções linear e afim e estudassem o efeito da variação dos parâmetros  $k$  e  $b$  na representação gráfica de funções afins definidas por  $y = kx + b$ , sendo  $k$  e  $b$  números reais; representassem informação,

ideias e conceitos representados de diversas formas e determinassem a expressão algébrica que define uma função afim dados dois pontos do seu gráfico.

Resultados: Todos os grupos a partir das representações gráficas preencheram corretamente a tabela na questão 1.1, revelando ter: (i) interpretado e analisado as funções lineares a partir das suas representações e (ii) compreendido o conceito de razão, proporção e constante de proporcionalidade.


Mais uma vez, o fórum de dúvidas de funções revestiu-se de importância na ajuda aos alunos durante a realização das tarefas, em particular na questão 1.2 (i), como se verifica na figura 73.

	<p>Dúvida na tarefa 3</p> <p>por [redacted] - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:01</p> <p>Não sabemos como resolver a pergunta 1.2 (i) da tarefa 3 😊</p> <p><a href="#">Editar</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Dúvida na tarefa 3</b></p> <p>por Prof - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:04</p> <p>Qual é a expressão algébrica de uma função de proporcionalidade direta?</p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Dúvida na tarefa 3</b></p> <p>por [redacted] - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:05</p> <p><math>y=kx</math></p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Dúvida na tarefa 3</b></p> <p>por [redacted] - Terça, 31 Janeiro 2012, 11:06</p> <p><math>y= kx</math></p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Dúvida na tarefa 3</b></p> <p>por [redacted] - Sexta, 3 Fevereiro 2012, 11:08</p> <p>Boa [redacted] esclareceste-me ! --'</p> <p><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Dúvida na tarefa 3</b></p> <p>por Prof - Sexta, 3 Fevereiro 2012, 13:25</p>

Ok, agora é só determinarem o k. Como o determinam?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Dúvida na tarefa 3**


por [redacted] - Sexta, 3 Fevereiro 2012, 21:17

$k=y:x$

$k=3:3=1$

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

---

 **Re: Dúvida na tarefa 3**

por [redacted] - Sábado, 4 Fevereiro 2012, 11:21

Muito obrigada stora querida por nos ter esclarecido esta dúvida 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 73: Interação alunos-professora para esclarecimento de dúvidas na questão 1.2 (i) da Tarefa 3 –Função Afim.

Aproximadamente 76,9% dos grupos indicaram uma expressão algébrica para três das funções de proporcionalidade direta representadas, conforme figuras 74 e 75. A constante de proporcionalidade direta foi determinada por 61,5% dos grupos, mas só 38,5% indicaram o seu significado no contexto do problema (figura 74 e 75).

1.2. (i)- Farinha:  $f(x)= 0.5x$ .  
 Arroz:  $f(x)= 1,5x$ .  
 Café:  $f(x)= 8x$ .

(ii)- Farinha  $K = 2 : 4= 0,5$ .  
 O significado é o preço € por 1kg.  
 Arroz  $K = 6 : 4 = 1,5$ .  
 O significado é o preço € por 1kg.  
 Café  $K = 4 : 0,5 = 8$ .  
 O significado é o preço € por 1kg.

Figura 74: Resolução da questão 1.2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>9</sub>

1.2  
 (i)  
 $Y=kx / k=\frac{y}{x}$   
 Presunto:  
 $K=\frac{6}{0.5} = 12$   
 Açúcar-  $f(x)=1x$   
 Café-  $f(x)= 8x$   
 Farinha-  $f(x)=0,5x$

(ii)

Açúcar- A constante de proporcionalidade é 1 e significa que cada kg de açúcar custa 1€

Café- A constante de proporcionalidade é 8 e significa que cada kg de Café custa 8€

Farinha- A constante de proporcionalidade é 0,5 e significa que cada kg de Farinha custa 0,5€

Figura 75: Resolução da questão 1.2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>3</sub>

Na questão 1.3 aproximadamente 69,2% dos grupos escreveram um pequeno texto sobre a relação entre a inclinação das retas e o valor de  $k$  nas funções do tipo  $y=kx$  ( $k > 0$ ) e ilustraram com alguns exemplos, recorrendo ao *GeoGebra* (figuras 76 e 77).

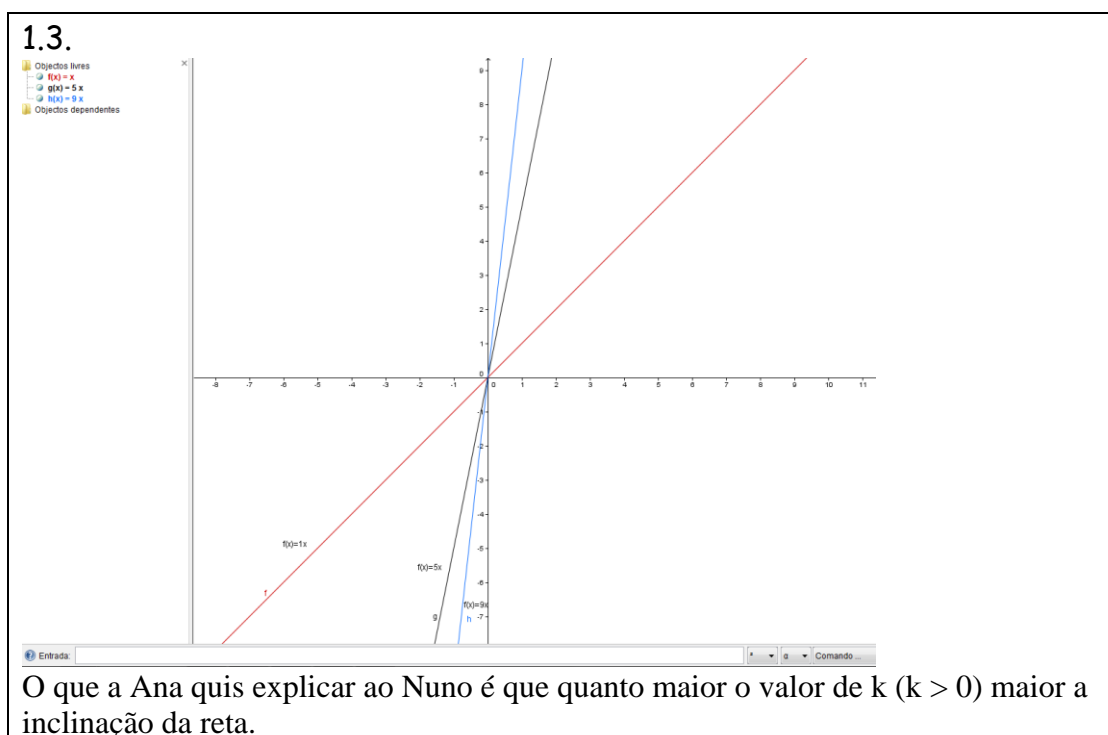


Figura 76: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>12</sub>

1.3-

Ao valor de  $k$  chama-se declive. Quando o declive é positivo, á medida que os valores de  $x$  aumentam, os correspondentes valores de  $y$  também aumentam, e a função diz-se crescente. Quando o declive é negativo, á medida que os valores de  $x$  aumentam, os correspondentes valores de  $y$  diminuem, e a função diz-se decrescente. A inclinação da recta é tanto maior quanto maior for o valor absoluto do declive. De um modo geral:  
 $y = kx$ ,  $k \neq 0$

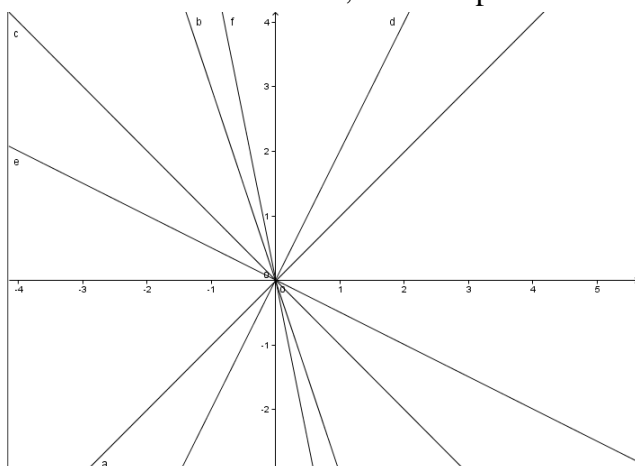
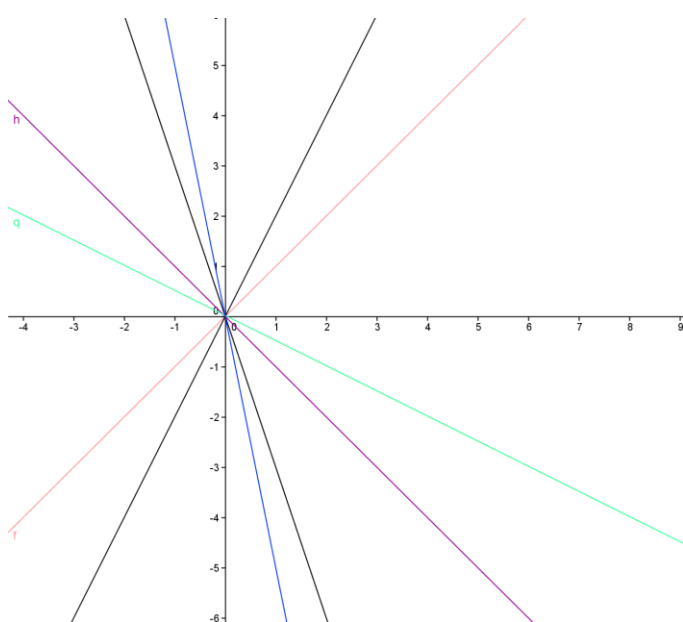


Figura 77: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_{12}$

Aproximadamente 61,5% dos grupos revelaram ter compreendido, num contexto puramente matemático, a influência do parâmetro  $k$  na representação gráfica de uma função linear. Escreveram textos com as suas conclusões, nos quais integraram representações gráficas das funções utilizando o *GeoGebra* (figuras 78 e 79).

2-Quando o declive é positivo ( $k > 0$ ) à medida que  $K$  aumenta, aumenta também a inclinação da reta e esta aproxima-se mais do eixo vertical. Por exemplo, a reta relativa ao presunto tem um  $K$  igual a 12 e a sua inclinação é superior à reta do arroz que tem

um  $k$  igual a  $\frac{3}{2}$ .



Os amigos concluíram que as retas que têm declive negativo ( $k < 0$ ) têm a sua inclinação da esquerda para a direita, e, à medida que o  $k$  diminui a inclinação da reta aumenta.

Figura 78: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_9$

2-

A partir deste gráfico podemos concluir que todas as funções passam na origem do referencial, ou seja, são lineares (proporcionalidade directa). Podemos concluir também que a inclinação da recta varia consoante o declive, se o declive for positivo a função é crescente, se o declive for negativo a função é decrescente.

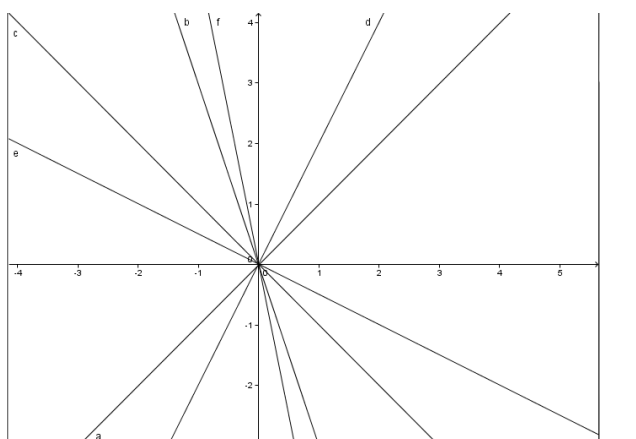


Figura 79: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_1$

2-

Quando o declive é positivo, a função é crescente e passa no 1º e no 3º quadrante e quando o declive é negativo, a função é decrescente e passa no 2º e no 4º quadrante.

Figura 80: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Linear e Função Afim pelo grupo  $G_6$

Da análise das respostas às questões 1.3 e 2 e das figuras 78, 79 e 80 pode inferir-se que os alunos revelam ter compreendido, num contexto puramente matemático, o efeito da variação do parâmetro  $k$  na representação gráfica de funções lineares definidas por  $y = kx$ ,  $k > 0$  ou  $k < 0$ , em particular relacionaram a inclinação da reta com o valor de  $k$ , formularam e testaram conjecturas e escreveram utilizando linguagem matemática os seus raciocínios e as conclusões a que chegaram, o que poderá evidenciar um desenvolvimento da capacidade de comunicar em Matemática. O recurso a um *software* interativo como o *GeoGebra*, permitiu-lhes a visualização de múltiplas representações, nomeadamente ao inserirem uma função do tipo  $y=kx$  com  $k \neq 0$  era-lhes apresentado em simultâneo o gráfico na janela de geometria e a expressão algébrica correspondente, na janela algébrica. Esta possibilidade de se mover entre a janela algébrica e geométrica, permitiu aos alunos investigar, explorar e conjecturar sobre a inclinação das retas e o valor de  $k$  nas funções lineares, relacionando, através da visualização e manipulação proporcionadas pelo *GeoGebra*, as representações gráficas com as respectivas expressões algébricas. Parece, poder inferir-se das respostas dos alunos que o *GeoGebra* os apoiou na investigação matemática desta alínea e contribuiu para a exploração de conjecturas e generalizações, o que é corroborado por Hoyles & Noss (2009).

Os alunos revelaram autonomia durante a utilização/exploração do *GeoGebra*, podendo ter contribuído para essa autonomia, o facto de não só já terem usado este *software* no ano letivo anterior à investigação, como também da *interface* ter uma linguagem simples, pois sempre que se selecciona uma ferramenta, é dada uma informação de como utilizá-la.

Na questão 3 todos os grupos representaram graficamente num mesmo referencial, recorrendo ao *GeoGebra*, as funções afins de declive igual a 3, e concluíram que todas as retas, que representavam as funções, eram paralelas. Concluíram também que tinham o mesmo declive 76,9% dos grupos. Aproximadamente 46,2% dos grupos indicaram as coordenadas dos pontos de intersecção de cada uma das retas com o eixo das ordenadas e apenas 30,8% explicaram que o valor do parâmetro  $k$  fixa o ponto onde a reta intersesta o eixo das ordenadas. A figura seguinte ilustra uma das respostas a esta questão.

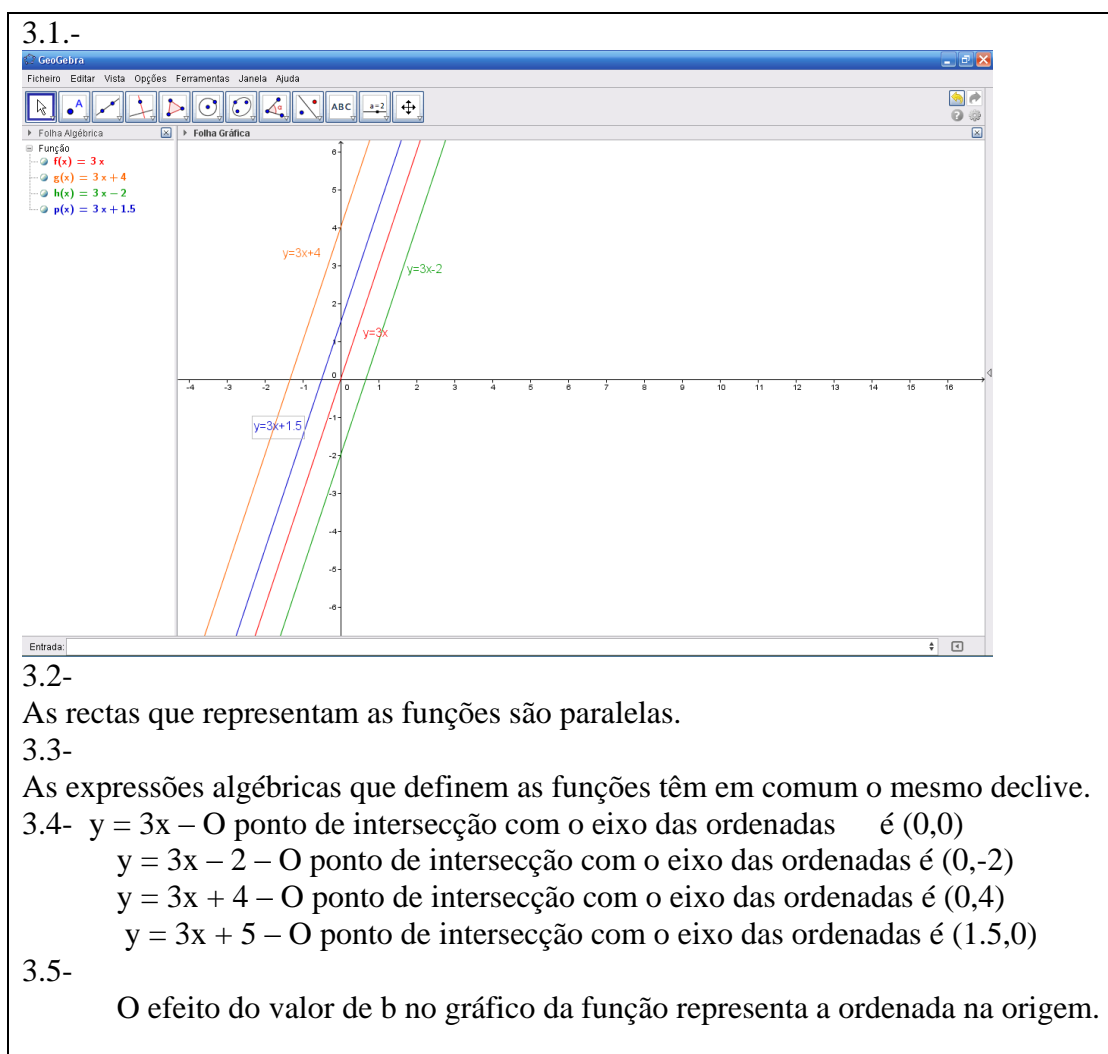


Figura 81: Resolução da questão 2 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_2$

Na questão 4 todos os grupos consideraram as funções afins do tipo  $y = kx + 2$  e escreveram três exemplos de funções desse tipo atribuindo valores a  $k$ . Posteriormente, representaram-nas, num mesmo referencial, utilizando o *GeoGebra*. Aproximadamente 61,5% dos grupos concluíram: (i) que os gráficos se intersectavam no ponto de coordenadas (0, 2), (ii) quando o declive é positivo a função é crescente, (iii) quando o declive é negativo a função é decrescente e (iv) se o declive é zero a função é constante. Recorrendo ao *GeoGebra*, os alunos observaram o efeito da variação dos parâmetros  $k$  e  $b$  no gráfico das funções, sintetizando as suas principais conclusões.

Da análise das resoluções à questão 5, conforme figuras 82, 83 e 84 verificou-se que 53,9% dos grupos compreenderam que o gráfico não representa uma situação de proporcionalidade direta e explicaram o porquê. Dada a representação gráfica de uma função afim, indicaram uma expressão analítica e explicaram o porquê da resposta 38,5% dos grupos, os quais revelaram espírito crítico.

5-

5.1- Não pode representar uma função de proporcionalidade directa porque não passa na origem do referencial

5.2 A partir deste gráfico consigo perceber que função é do tipo  $y=kx+b$ , função afim, ou seja não passa na origem do referencial. Visto que a inclinação da recta é decrescente posso saber que o declive é negativo. Logo pode ser:  $y=-2x+4$ .

Figura 82: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_1$

5.1- Não, porque não passa na origem do referencial.

5.2-  $y = -2x + 4$ , porque a função é decrescente então  $K = -2$  e  $b = 4$ , porque a ordenada na origem tem de ser positiva.

Figura 83: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_6$

5-

5.1- Não porque a reta nao passa na origem.

5.2-  $f(x)=-Kx+b$ . Porque o declive é negativo e a ordenada na origem é positiva.

Figura 84: Resolução da questão 5 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo  $G_{10}$

Conseguiram fazer corretamente a correspondência entre as expressões algébricas e os respetivos gráficos 76,9% dos grupos, contudo apenas 15, 4% justificaram as respostas (figura 85).

6-  $Y = 0,5x + 1 = I$ , porque o 1 equivale a b (ordenada na origem) e a reta passa pelo ponto b (1).  
 $Y = -3x + 2 = III$ , porque o 2 equivale a b (ordenada na origem) e a reta passa pelo ponto b (2).  
 $Y = 5x - 1 = II$ , porque o -1 equivale a b (ordenada na origem) e a reta passa pelo ponto b (-1).  
 $Y = -3x = IV$ , porque não existe valor de b então a reta passa na origem do referencial.

Figura 85: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>6</sub>

Na questão 7 são apresentadas graficamente duas funções de proporcionalidade direta. Aproximadamente 84,6% dos grupos identificaram que os gráficos diziam respeito a funções de proporcionalidade direta, uma com declive positivo e outra com declive negativo. Para escreverem uma expressão algébrica que as representasse determinaram a constante de proporcionalidade. Uma vez que são dados um objeto não nulo, -1 e a sua imagem através desta função, 4, sabe-se que a constante de proporcionalidade é -4. Assim, a função pode ser definida algebricamente por  $y = -4x$ . Procederam de modo análogo para a outra função conforme a figura 86.

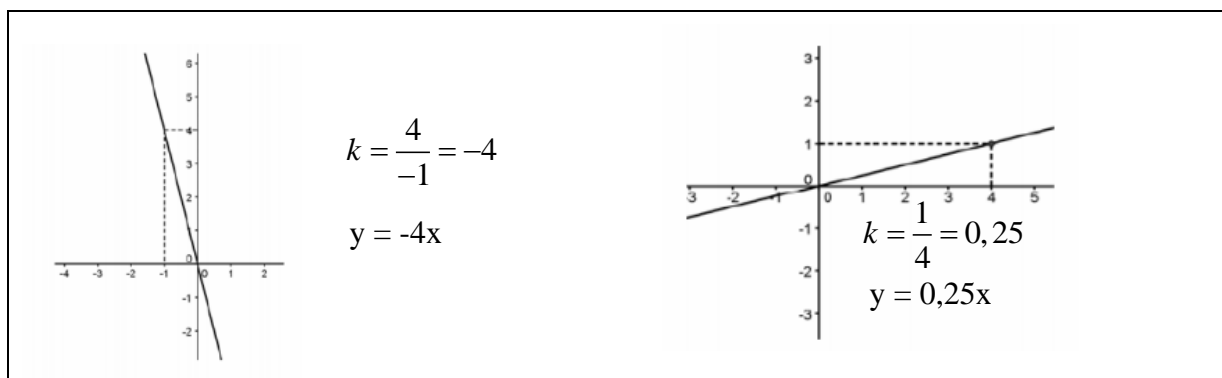


Figura 86: Resolução da questão 7 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>2</sub>

Os alunos revelaram dificuldades em escrever a expressão algébrica que define uma função afim, dados dois pontos, tendo recorrido ao fórum de dúvidas. Apesar de já terem visto um exemplo semelhante em sala de aula, não conseguiram resolver a questão, pelo que foi disponibilizada, no fórum, a resolução, passo-a-passo, da alínea 8.3, para que pudessem modelar e resolver as outras alíneas. Após este esclarecimento, 46,2% dos grupos realizaram corretamente as outras alíneas, tendo alguns grupos utilizado o que foi escrito na ajuda que lhes foi proporcionada, conforme as figuras 87 e 88. Aproximadamente 30,8% dos grupos cometeram erros de cálculo nalgumas alíneas e 23,1% não realizaram a questão.

8.1-

Primeiro é necessário determinar o  $k$ , se  $k = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$  então neste caso vai ser

$$k = \frac{7-5}{2-0} = \frac{2}{2} = 1$$

Depois substituímos o valor de  $k$  na função, ou seja,  $f(x) = x + b$

Para determinar o valor de  $k$ , isto é, o valor da ordenada na origem escolhemos o ponto A (0,5) e substituímos os valores da abcissa e da ordenada na função.

$$f(x) = x + b$$

$$5 = 1 \times 0 + b \Leftrightarrow 5 = 0 + b \Leftrightarrow 5 = b$$

Logo a expressão algébrica da função afim cujo gráfico passa nos pontos A (0, 5) e B (2,7)

$$\text{é } f(x) = x + 5$$

Figura 87: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>1</sub>

$$8.3 - K = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \Leftrightarrow K = \frac{-8 - 2}{-1 - 1} \Leftrightarrow K = \frac{-10}{-2} \Leftrightarrow K = 5$$

$$f(x) = 5x - 3$$

Figura 88: Resolução da questão 6 da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>9</sub>

De referir a importância atribuída ao fórum de dúvidas, pelos alunos, durante a resolução desta tarefa, tendo isto mesmo sido referido por alguns grupos nas questões que tinham de responder após cada tarefa, como se verifica na figura 89.

Que dificuldades sentiste durante a realização desta tarefa?

No exercício oito, tivemos de recorrer ao fórum de dúvidas que achamos que é muito útil e dá uma grande ajuda.

Figura 89: Referência à importância atribuída ao fórum de dúvidas na resolução da Tarefa 3 – Função Afim pelo grupo G<sub>6</sub>

#### Tarefa 4 – Consumo de Água

Objetivos: Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos consolidassem os conhecimentos já adquiridos, através de um problema da realidade, mobilizando os conhecimentos relativos a funções lineares ou de proporcionalidade direta e a funções afins.

Resultados: Inicialmente alguns grupos revelaram dificuldade em interpretar o enunciado da situação apresentada, tendo sido esclarecidos em contexto de sala de aula. Após esses esclarecimentos todos os grupos preencheram a tabela na questão 1.1, conforme a figura 90, revelando ter conseguido interpretar o enunciado expresso em linguagem natural, que envolvia uma função de

proporcionalidade direta e outra afim, retirando a informação necessária para a resolução do problema.

Consumo mensal em $m^3$	0	1	5	10	...	30
Custo mensal a pagar pela Joana	4	$0.60\text{€}+4\text{€}=\text{€}4.60$	$0.60\text{€}\times 5+4\text{€}=\text{€}3+4\text{€}=\text{€}7$	$0.60\text{€}\times 10+4\text{€}=\text{€}6+4\text{€}=\text{€}10$		$0.60\text{€}\times 30+4\text{€}=\text{€}18+4\text{€}=\text{€}22$
Custo mensal a pagar pelo João	0	0.80€	$0.80\text{€}\times 5=\text{€}4$	$0.80\text{€}\times 10=\text{€}8$		$0.80\text{€}\times 30=\text{€}24$

Figura 90: Resolução da questão 1.1 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>2</sub>

Aproximadamente 61,5% dos grupos indicaram que as grandezas - consumo mensal em metros cúbicos e o custo mensal a pagar - são diretamente proporcionais na cidade do João e calcularam a constante de proporcionalidade direta, mas apenas 46,2% explicaram o seu significado no contexto do problema.

A análise da figura 91 permite verificar que a estratégia utilizada pelos alunos, para determinar o custo mensal a pagar pela Joana, consistiu em: ter em conta que na sua cidade o preço de cada  $m^3$  de água era de 0,60 €, acrescida de uma taxa mensal fixa de 4 €. Assim, efetuaram a multiplicação do preço (em euros), pelo respetivo consumo de água (em  $m^3$ ), seguida da adição da taxa mensal fixa de 4 €. Já na cidade do João não existia uma taxa fixa, sendo o preço de cada  $m^3$  de água de 0,80 €. Portanto, efetuaram a multiplicação do preço (em euros), pelo respetivo consumo de água (em  $m^3$ ).

1.3 João- 20€ ( $0.80\text{€}\times 25=20\text{€}$ ).  
 Joana- 19€ ( $0.60\text{€}\times 25=15\text{€}+4\text{€}=19\text{€}$ ).

Figura 91: Resolução da questão 1.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>4</sub>

A análise das respostas a estas alíneas, permite verificar que parece haver evidência de alguma evolução, por parte dos grupos, ao nível da justificação dos seus raciocínios, resolvendo problemas da vida real envolvendo funções lineares e afins.

A partir dos dados registados na tabela, todos os grupos representaram graficamente, no *GeoGebra*, a relação entre o consumo mensal em metros cúbicos e o respetivo custo em cada uma das cidades. Aproximadamente 61,5% dos grupos justificaram, que no contexto do problema, fazia sentido unir, sequencialmente, os pontos de cada um dos gráficos (figuras 92 e 93). Contudo, ao unirem os pontos, prolongaram erradamente a reta para valores negativos, o que não faz sentido, no contexto do problema, pois esta apenas pode tomar valores racionais não negativos.

1.5 Sim, porque a cada consumo corresponde sempre um determinado valor do custo da água.

Figura 92: Resolução da questão 1.5 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_5$

1.5. Sim, porque nós ao consumirmos água não somos obrigados a usar só 3 ou 2 m<sup>3</sup>, podemos também usar 1.5, enquanto que se fosse em azulejos, tínhamos que os usar inteiros. Aí não valia a pena.

Figura 93: Resolução da questão 1.5 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_6$

Aproximadamente 53,9% dos grupos consideraram que a zero metros cúbicos consumidos corresponde uma taxa fixa de 4 euros (figura 94).

1.6 O número que corresponde ao 0 no gráfico da Joana é o 4, que significa que ela tem sempre a taxa adicional de 4€ mesmo que não gaste nada ela tem sempre que pagar 4€.

Figura 94: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_9$

Conseguiram escrever as expressões algébricas correspondentes ao custo mensal a pagar pela Joana 84,6% dos grupos, e ao custo mensal a pagar pelo João 92,3%, para qualquer consumo mensal em metros cúbicos (figura 95), às quais correspondem uma função afim e uma função linear, respetivamente.

1.7  
Joana -  $f(x)=0,60x+4$   
João -  $g(x)=0,80x$

Figura 95: Resolução da questão 1.6 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_{13}$

Na questão 1.8, 61,5% dos grupos determinaram um objeto correspondente a uma certa imagem e vice-versa, tendo apresentado o raciocínio desenvolvido (figuras 96 e 97).




<p>1.8  1.8.1 - A Joana usou 40m<sup>3</sup> de água em março. 28-4=24      24:0.60=40  1.8.2 – O João pagou 13.6€ em março. 0.80x17=13.6</p>
---

Figura 96: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>13</sub>

<p>1.8.1 Joana-&gt; <math>f(x)=28 \Leftrightarrow 0.60x+4= 28 \Leftrightarrow 0.6x =28-4 \Leftrightarrow 0.6x=24 \Leftrightarrow x=\frac{24}{0.6} \Leftrightarrow x= 40</math></p> <p>1.8.2 João -&gt; <math>g(17) =0.8x17=13.6</math></p>
--

Figura 97: Resolução da questão 1.8 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>12</sub>

Durante a resolução desta tarefa, mais uma vez, os discentes colocaram dúvidas, no fórum F<sub>2</sub>, procurando ajuda para a resolução de algumas questões, como foi o caso da questão 1.9, conforme a figura 98.

	<p>tarefa 4  por [redacted] - Domingo, 11 Março 2012, 20:08</p>
	<p>professora nao entendo o ex 1.9 e o 2 da tarefa 4</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Editar</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: tarefa 4</b>  por Prof - Domingo, 11 Março 2012, 23:28</p>
	<p>Podem resolver a questão 1.9. de duas formas diferentes, ou graficamente ou analiticamente.</p> <p>Para a resolverem graficamente representam as duas <b>funções</b>, no mesmo referencial, e determinam o ponto de interseção.</p> <p>Para a resolverem analiticamente, igualam as duas <b>funções</b> e determinam o valor de x, posteriormente substituem este numa das <b>funções</b> à vossa escolha.</p> <p>Na questão 2 devem começar por determinar uma expressão algébrica para representar o custo em função do consumo, na cidade onde habita a tia da Joana. Posteriormente comparem as duas <b>funções</b> que representam os custos em função dos consumos na cidade da Joana e na da sua tia, representando as duas <b>funções</b> no mesmo referencial.</p> <p style="text-align: right;"><a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a></p>
	<p><b>Re: Consumo da Agua</b>  por [redacted] - Terça, 20 Março 2012, 16:09</p>
	<p>Professora, na 1.9 como descobrimos o valor se a diferença entre o consumo da Joana para o consumo do João é um valor muito alto sendo que o consumo da joana é sempre maior? Temos de fazer alguma equação?</p>

Obrigada.

Mostrar mensagem ascendente | Editar | Dividir | Apagar | Responder



**Re: Consumo da Agua**

por Prof - Terça, 20 Março 2012, 16:38

Podem representar as funções no Geogebra e determinar o ponto de interseção e, a partir das coordenadas do ponto respondem à questão. Outra opção será igualar as funções e determinar o valor de x, isto é,  $f(x)=g(x)$

$$0,6x+4=0,8x \dots$$

Bom Trabalho! 😊

Mostrar mensagem ascendente | Editar | Dividir | Apagar | Responder

Figura 98: Interação professora-alunos no esclarecimento de dúvidas nas questões 1.9 e 2 da Tarefa 4- Consumo de Água

Após o esclarecimento das dúvidas no fórum, 53,8% dos grupos determinaram corretamente o consumo e o respetivo valor pago, no mês de junho, pela Joana e pelo João, tendo resolvido graficamente a questão 38,5% dos grupos e analiticamente 15,4%, conforme as figuras 99 e 100.

$$1.9. 0,80x=0,60x + 4 \Leftrightarrow 0,80x - 0,60x=4 \Leftrightarrow 0,20x=4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{0,20} \Leftrightarrow x=20m^3$$

Figura 99: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>12</sub>

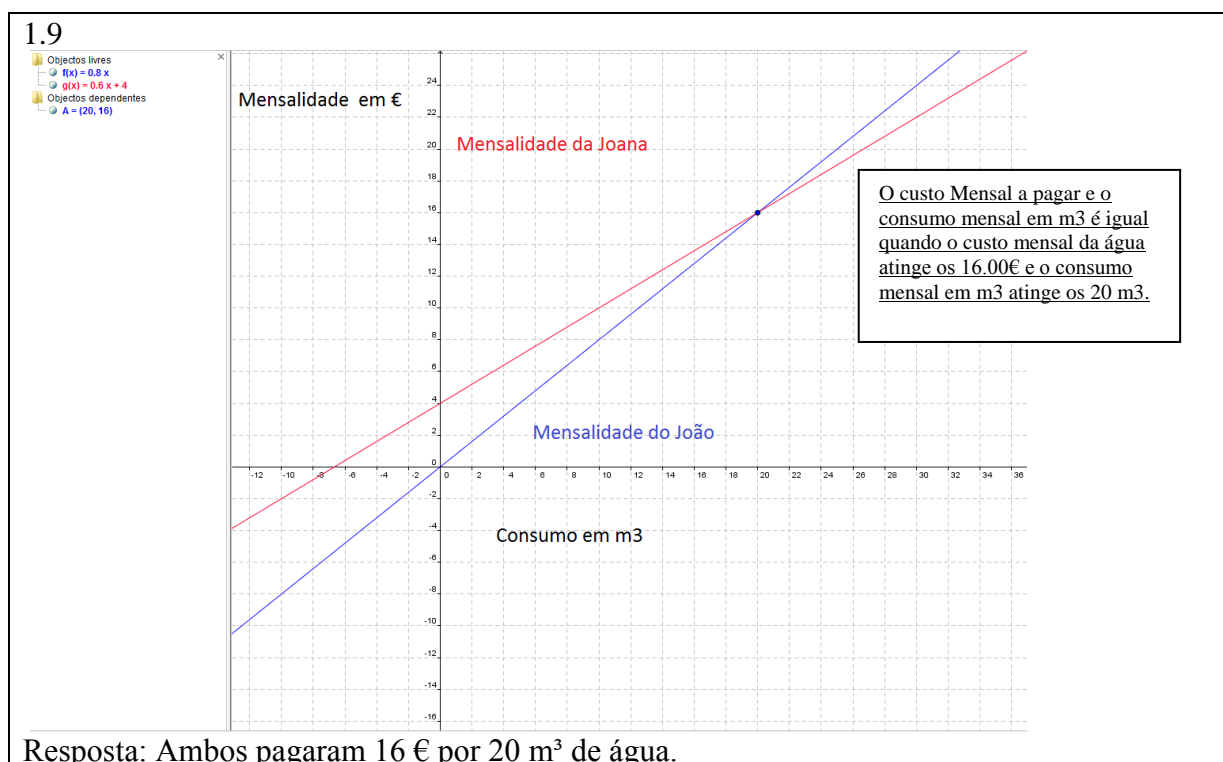


Figura 100: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo G<sub>13</sub>

A análise das respostas à questão 2, como ilustram as figuras 101 e 102, permite verificar que os alunos se limitaram a calcular o custo mensal na cidade da Joana para  $5 \text{ m}^3$  e para  $15 \text{ m}^3$ , comparando-os com os preços na cidade da tia da Joana para esses consumos. Não houve nenhum grupo a considerar consumos inferiores a  $5 \text{ m}^3$ , nem a representar graficamente as funções, a determinar as coordenadas do ponto de interseção e a indicar para que valores de consumo o custo é menor na cidade da tia da Joana e a partir de que valores é maior.

2.

Sim o consumo da Tia da Joana é superior porque onde a tia vive ela gasta 20€ por cada  $15\text{m}^3$  e o consumo da Joana é inferior porque ela gasta 13€ por cada  $15\text{m}^3$ .

Figura 101: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_8$

2. O preço é superior ao da cidade da Joana, porque  $0,60 \times 5 = 3 \text{ €}$  e  $0,60 \times 5 = 9 \text{ €}$ .

Figura 102: Resolução da questão 1.9 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_2$

Na questão 3 colocou-se uma nova situação que tinha implícita uma função constante. Assim, na cidade onde vive a tia do João, durante o mês de dezembro, fizeram uma promoção especial. Cada habitante pagava 40 euros e durante esse mês consumia o número de metros cúbicos de água que quisesse. Apenas 38,5% dos grupos elaboraram uma tabela (figura 103) com os dados relativos a esta situação e representaram-na graficamente no *GeoGebra*, marcando no referencial as coordenadas dos pontos (figura 104). Contudo, ao unirem os pontos, prolongaram a reta, consideraram números racionais não positivos, o que não faz sentido no contexto do problema.

### 3.1

<b>Consumo mensal em <math>\text{m}^3</math></b>	<b>0</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>...</b>	<b>30</b>
<b>Custo mensal a pagar pela tia do João</b>	40 €	40 €	40 €	40 €	...	40 €
<b>Custo mensal a pagar pelo habitante A</b>	40 €	40 €	40 €	40 €	...	40 €

Figura 103: Resolução da questão 3.1 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_3$

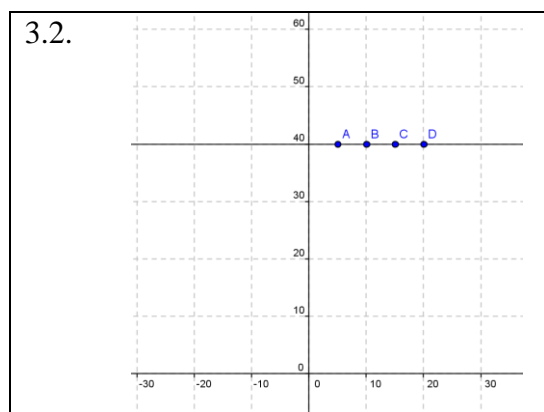


Figura 104: Resolução da questão 3.2 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_7$

Os grupos que resolveram as alíneas 3.1 e 3.2 não revelaram dificuldade em determinar a expressão algébrica desta relação, tendo esta sido determinada por 38,5% dos grupos (figuras 105 e 106). No entanto, revelaram dificuldades em justificar em que condições, essa promoção era vantajosa, como se pode confirmar na figura 107.

### 3.3

A expressão geral é do tipo:  $Y = Kx + b$ , para um declive  $K=0$ .

A reta fica constante,  $y = b \Leftrightarrow y = 40$

Figura 105: Resolução da questão 3.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_9$

$$3.3 - f(x) = 0x + 40$$

Figura 106: Resolução da questão 3.3 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_{11}$

### 3.4

Esta promoção é mais vantajosa para quem consome muita água porque o valor do preço da água é sempre constante.

Esta promoção é menos vantajosa para quem consome pouca água porque o valor a pagar poderá ser um pouco mais elevado.

Figura 107: Resolução da questão 3.4 da Tarefa 4 – Consumo de Água pelo grupo  $G_3$

## Síntese

A análise dos artefactos produzidos pelos alunos e submetidos no AVA, permite verificar que parecem existir evidências de que os alunos desenvolveram: (i) competências tecnológicas, nomeadamente ao nível da destreza e autonomia na exploração/utilização das *applets* e do *GeoGebra*, bem como sentido crítico na sua utilização; (ii) competências do conhecimento geométrico e

---

algébrico e (iii) competências transversais nomeadamente da resolução de problemas, do raciocínio matemático e da comunicação matemática.

A utilização do *GeoGebra* e das *applets* na resolução das tarefas libertou os alunos de tarefas rotineiras e morosas, permitindo-lhes concentrarem-se na reflexão, no raciocínio, nas decisões a tomarem e na resolução de problemas, facilitando a aprendizagem da Matemática. A interação entre os alunos e o *GeoGebra* e as *applets* possibilitou-lhes manipular as variáveis das tarefas, fez com que refletissem sobre essa mudança e procurassem justificações para as mesmas, o que parece ter potenciado o desenvolvimento da aprendizagem matemática. O *feedback* dado por estas ferramentas em relação às tarefas realizadas, permitiu também ao aluno uma maior autonomia no seu percurso de aprendizagem, o que é corroborado por Almeida (2010). Neste contexto, os alunos tiveram uma participação mais ativa na resolução das tarefas e na construção do seu próprio conhecimento.

Ao nível do raciocínio os alunos formularam e testaram conjeturas, argumentaram e justificaram os processos utilizados durante a resolução das tarefas. Nas competências transversais, parece haver evidências de terem desenvolvido ainda a comunicação matemática, na medida em que interpretaram e representaram a informação e ideias matemáticas apresentadas de diversas formas, discutiram com os elementos do grupo resultados, processos e ideias matemáticas e exprimiram-nas por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

## Reflexões dos alunos sobre as tarefas desenvolvidas

No sentido de ajudar os alunos a refletirem sobre a sua aprendizagem, foi-lhes pedido que após cada tarefa escrevessem sobre o que aprenderam durante a realização de cada uma delas.

A seguir apresentam-se alguns exemplos das reflexões dos grupos sobre o que aprenderam em cada tarefa.

Mencionem o que aprenderam com esta tarefa: Nesta tarefa aprendemos que um friso apresenta simetria de reflexão de eixo vertical, na maior parte dos casos, podem ser desenhados diferentes eixos de simetria axial. Os frisos também podem ter simetria de rotação, mas a única simetria de rotação possível é a de  $180^\circ$ . Quando falamos de um friso devemos sempre imaginar que se prolonga indefinidamente para a esquerda e para a direita.

Figura 108: Reflexão do grupo  $G_{12}$  sobre o que aprenderam na Tarefa 2 – Frisos

**Aprendemos que as rosáceas diedrais são construídas a partir de reflexões, e as rosáceas cíclicas a partir de rotações.**

**A rosácea diedral tem quatro eixos de simetria, enquanto a rosácea cíclica não tem eixos de simetria.**

**A amplitude mínima de uma rotação no sentido positivo que transforma a rosácea diedral nela própria é  $90^\circ$  porque  $\frac{360}{4} = 90^\circ$ . No caso da rosácea cíclica é  $45^\circ$  porque  $\frac{360}{8} = 45^\circ$ .**

Figura 109: Reflexão do grupo  $G_4$  sobre o que aprenderam na Tarefa 3 – Rosáceas

Que o pentágono regular não pavimenta porque a amplitude do ângulo interno é 108 graus, que não é divisor de 360 graus.

Quando se preenche uma região plana infinita sem deixar espaços vazios e sem sobreposições, diz-se que se realiza uma pavimentação.

Os polígonos regulares pavimentam um plano se os seus ângulos internos forem divisor de 360 graus.

Aprendemos também a trabalhar com as plataformas online “Tessellate” e “Tessellations”.

Figura 110: Reflexão do grupo  $G_3$  sobre o que aprenderam na Tarefa 4 - Pavimentações

Aprendemos a completar tabelas, a representar gráficos no geogebra, a identificar funções lineares e afim, a identificar as ordenadas e as abcissas e a ver quando faz sentido unir os pontos nos gráficos.

Figura 111: Reflexão do grupo  $G_5$  sobre o que aprenderam na Tarefa 4 – Função Afim

Com esta tarefa recordamos as sequências e trabalhamos também funções, começamos a compreender melhor as tabelas e a fazê-las, conseguimos através de uma tabela escrever funções lineares e funções afins, descobrir a constante de uma sequência e através de uma tabela fazer um gráfico de uma função.

Figura 112: Reflexão do grupo  $G_8$  sobre o que aprenderam na Tarefa 2 - Azulejos.

1) Mencionem o que aprenderam com esta tarefa.

Com esta tarefa podemos aprender, em relação ao  $k$ , que ao valor de  $k$  chama-se declive. Quando o declive é positivo, à medida que os valores de  $x$  aumentam, os correspondentes valores de  $y$  também aumentam, e a função diz-se crescente. Quando o declive é negativo, à medida que os valores de  $x$  aumentam, os correspondentes valores de  $y$  diminuem, e a função diz-se decrescente. A inclinação da recta é tanto maior quanto maior for o valor absoluto do declive. Nas funções lineares praticamos também a indicar expressões algébricas, as constantes e explicar o que significam. Quanto às funções afins aprendemos a representar as funções do tipo  $y = kx + b$  num gráfico e também que a partir de um gráfico podemos determinar o tipo da função e qual a inclinação da recta (decrescente, crescente), em relação às rectas e ao declive pudemos perceber que quando as rectas são paralelas o declive é o mesmo, pudemos também aprender a escrever expressões algébricas através de gráficos ou através de pontos que passam nas funções.

Figura 113: Reflexão do grupo  $G_1$  sobre o que aprenderam na Tarefa 3 – Função Afim.

---

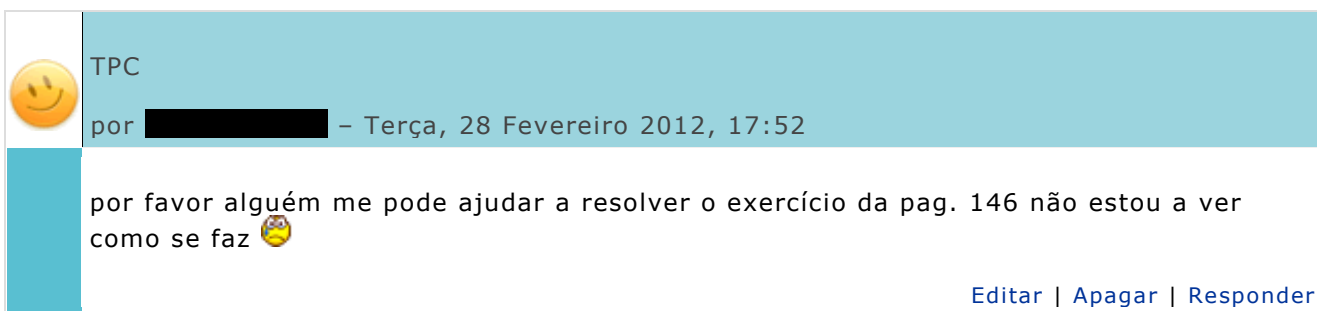
Ao observar as figuras acima constata-se que os alunos nas suas reflexões mencionam ter aprendido, quer competências específicas de cada um dos temas, quer competências tecnológicas.

As reflexões escritas pelos diferentes grupos, sobre o que aprenderam em cada uma das tarefas apontam no sentido de uma evolução positiva na comunicação e expressão das suas ideias matemáticas, utilizando notação, simbologia e vocabulário próprios. Parece, então, haver evidências de que as reflexões dos alunos contribuíram para o desenvolvimento da comunicação matemática. Neste processo, parecem ter sido essenciais os momentos de reflexão, discussão e análise crítica envolvendo os alunos, pois estes aprendem, não só a partir das tarefas que realizam, mas principalmente da reflexão que fazem sobre elas (PMEB, 2007). Parece haver também evidências do desenvolvimento do raciocínio matemático, ao refletirem e discutirem com os colegas de grupo sobre o que aprenderam durante a realização das tarefas.

## **Fórum de dúvidas de Isometrias e de Funções**

**Objetivos:** Com estes fóruns pretendia-se que os alunos esclarecessem as dúvidas que iam surgindo, durante a realização das tarefas, e que não eram esclarecidas no seio do grupo. Pretendia-se igualmente apoiar os alunos durante o seu estudo, esclarecendo eventuais dúvidas na resolução dos trabalhos de casa e nos conceitos não compreendidos nas aulas presenciais.

**Resultados:** A maioria dos *posts* nestes fóruns de discussão prendiam-se essencialmente com o esclarecimento de dúvidas nas diferentes tarefas. Porém, alguns estavam relacionados com dúvidas nos trabalhos de casa e com a dificuldade de compreensão de conteúdos matemáticos já lecionados nas aulas presenciais, como ilustra a figura 115.



The screenshot shows a forum post interface. On the left, there is a yellow smiley face icon. To its right, the text reads 'TPC' followed by 'por [redacted] - Terça, 28 Fevereiro 2012, 17:52'. Below this, the main body of the post says 'por favor alguém me pode ajudar a resolver o exercício da pag. 146 não estou a ver como se faz' followed by a yellow smiley face icon. At the bottom right of the post area, there are three links: 'Editar', 'Apagar', and 'Responder'.



**Re: TPC**

por Prof - Terça, 28 Fevereiro 2012, 18:47

██████████ a equação que traduz a relação entre os dados do enunciado é

$$13+x = \frac{1}{3}(43+x)$$

Se tiveres alguma dificuldade, podes pensar em casos particulares e depois tenta generalizar.

Bom estudo!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: TPC**

por ██████████ - Terça, 28 Fevereiro 2012, 19:00

ai obrigada stora salvou-me a vida 😊 é que não estava mesmo a chegar lá, obrigada stora'zinha :D então depois fica 2 no final de tudo

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: TPC**

por Prof - Terça, 28 Fevereiro 2012, 20:22

Exactamente ██████████, dá 2. Estou a gostar do teu empenho! 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Sistemas**

por ██████████ - Quinta, 12 Abril 2012, 20:53

Professora amanhã pode rever os sistemas é que eu já tive a tentar fazer sistemas e não consigo fazer bem 😞

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Sistemas**

por Prof - Sexta, 13 Abril 2012, 00:22

Posso... 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)




**Dúvida num exercício do livro**

por ██████████ - Domingo, 29 Janeiro 2012, 18:08

Professora ██████████, poderia-me explicar o exercício 13-a) da pag. 21 da parte 2 do manual, se faz davor? 😊


[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Dúvida num exercício do livro**  
por Prof – Domingo, 29 Janeiro 2012, 23:08

██████, constróis a tabela e colocas as classes. Na classe [20, 25[ vais ao exercício 9 da pag. 20 e contas os resultados entre 20 e 25 exclusive, ou seja, existe o 20, 21, 24 e 24 logo a frequência absoluta é 4. A frequência relativa vai ser  $4/21 = 0,19$ , i. é, é a frequência absoluta dessa classe a dividir pelo número total de resultados. Posteriormente fazes o mesmo para cada uma das outras classes.


Bom estudo!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: Dúvida num exercício do livro**  
por ██████ – Segunda, 30 Janeiro 2012, 14:27


Já consegui realizar o exercício, obrigado professora. 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 equações  
por ██████ – Domingo, 26 Fevereiro 2012, 18:11

Olá s'tora a minha dúvida não tem nada a ver com as tarefas propostas no moodle mas sim com o trabalho de casa. Se eu tiver por exemplo:  $-5(2a-1)$ , primeiro desembaraço-me de parêntesis não é? E depois qual é o sinal que fica a seguir ao 5? 😊

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

 **Re: equações**  
por Prof – Domingo, 26 Fevereiro 2012, 20:42

É isso mesmo, primeiro desembaraças de parêntesis e tens de aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração. Quando não existe nenhum sinal entre o número e o parêntesis está lá sempre a multiplicação.

$-5(2a-1) - (-11a+6) = 7 \Leftrightarrow -10a+5+11a-6=7 \dots$

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 114: Interação professora-alunos no esclarecimento de dúvidas.

## Fórum “A influência dos parâmetros $k$ e $b$ no gráfico de uma função afim”

Objetivo: Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos, em grupo, investigassem a influência da variação dos parâmetros  $k$  e  $b$  na representação gráfica de funções afins definidas por  $y = kx + b$ , sendo  $k$  e  $b$  números reais.

Para esta tarefa foi construído um ficheiro interativo no *GeoGebra* sendo posteriormente exportado como HTML, isto é, transformado numa página *Web* interativa, recorrendo para isso à opção do programa “Exportar como HTML”. Obteve-se assim, um ficheiro que pôde ser consultado e manipulado pelo aluno. A *applet* foi integrada no AVA, como ilustra a figura 115.

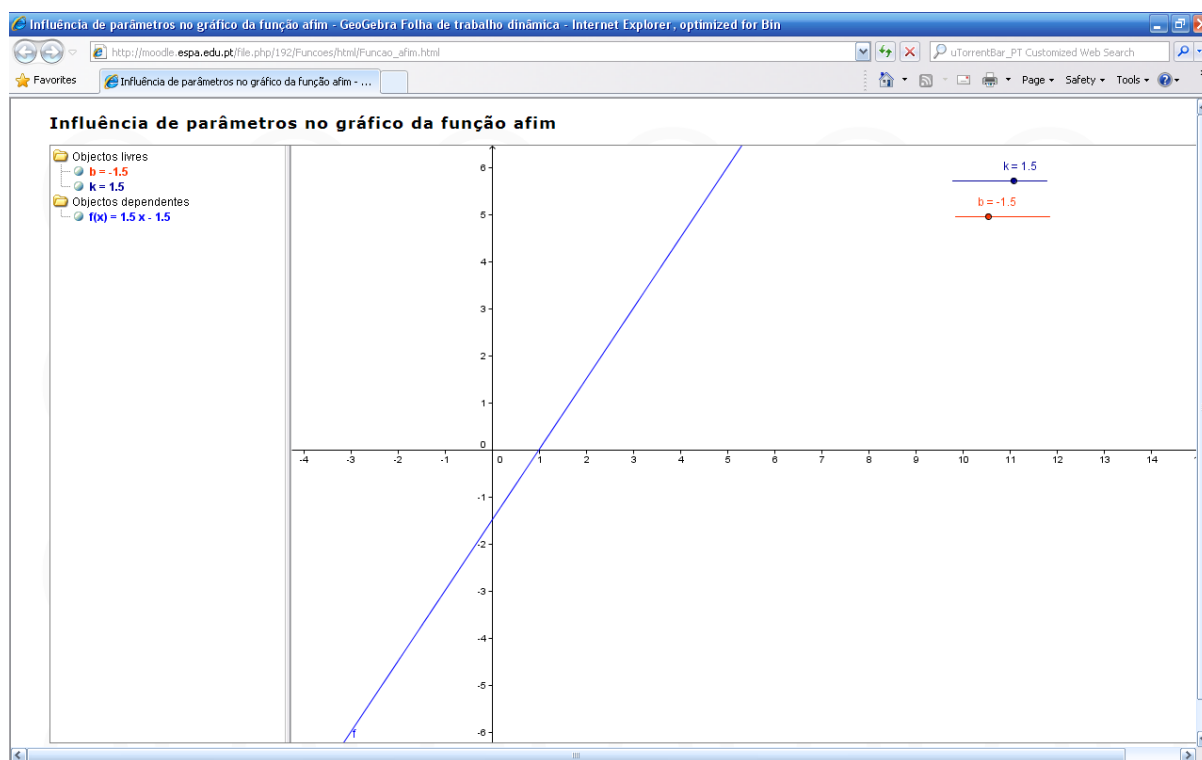


Figura 115: *Applet* integrada no fórum “A influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  no gráfico de uma função afim”

Resultados: As imagens seguintes mostram algumas das interações desenvolvidas durante a investigação da influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  no gráfico de uma função afim, no fórum de discussão.



Respostas á 1.1

por [REDACTED] - Quinta, 19 Janeiro 2012, 15:02

1.1.1-A medida que deslocamos o seletor K apenas com valores positivos a única coisa que muda é a inclinação da reta.

As outras questões não compreendemos 🤔

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Respostas á 1.1**

por Prof - Quinta, 19 Janeiro 2012, 15:01

Na 1.1.2. depois de colocarem o seletor k, no zero, qual é a imagem do objeto 2? do 4? e do 10?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Respostas á 1.1**

por [REDACTED] - Quinta, 19 Janeiro 2012, 15:05

storazinha quando colocamos o seletor K no 0 a imagem de todos os objetos é 1.5

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Respostas á 1.1**

por Prof - Quinta, 19 Janeiro 2012, 15:06

Exactamente, então o que concluem?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Respostas á 1.1**

por [REDACTED] - Quinta, 19 Janeiro 2012, 18:27

Posso concluir que :

$k=0$

$y = f$  a função é constante . E que  $f(x)=0x-1.5$

Todos os objectos têm a mesma imagem.

Acho que é isto 😊

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: Respostas á 1.1**

por Prof - Quinta, 19 Janeiro 2012, 20:34

É isso mesmo, a função é constante, sendo a sua expressão algébrica  $f(x) = -1,5$

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



Influência dos parâmetros k e b na função afim  $y = kx + b$

por [redacted] - Sexta, 17 Fevereiro 2012, 17:34



[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



Re: Influência dos parâmetros k e b na função afim  $y = kx + b$

por Prof - Sexta, 17 Fevereiro 2012, 17:53

Ok [redacted], relacionaste bem o sinal do declive com a função ser crescente ou decrescente. Agora verifica em que quadrantes se encontra a reta quando  $k > 0$  e quando  $k < 0$ . E quando atribuis a k valores positivos, cada vez maiores, o que acontece ao declive? Aumenta? Diminui?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: respostas**

por [redacted] - Segunda, 20 Fevereiro 2012, 14:45

1.1.1- Quando x aumenta o valor de y também aumenta logo a função é crescente.

1.1.2-Observamos que o valor de y é sempre o mesmo. O nome que se dá a esta função é constante.

1.1.3-Quando x diminui o valor de y também diminui logo a função é decrescente.

1.2-À medida que a inclinação da reta muda, o valor de x também muda.

1.3- À medida que os valores de k aumentam, o declive também aumenta.

; ) obrigada!!!

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: respostas**

por Prof - Sábado, 20 Fevereiro 2012, 22:32

[redacted], na 1.1.3. à medida que os valores de x aumentam os correspondentes valores de y diminuem, então a função diz-se decrescente.

Na 1.2. quando  $k > 0$  e  $k < 0$  o que acontece à inclinação da reta?

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



**Re: respostas**

por [redacted] - Terça, 28 Fevereiro 2012, 11:25

em relação á 1.3., á medida que os valores de k aumentam os valores de x também aumentam.

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



### Re: respostas

por [REDACTED] - Terça, 28 Fevereiro 2012, 11:17

isso mesmo isso mesmo

[Mostrar mensagem ascendente](#) | [Editar](#) | [Dividir](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



### Influência dos parâmetros k e b na função afim $y=kx+b$

por [REDACTED] - Quinta, 1 Março 2012, 13:12

1.1.1 - Quando **K** toma valores positivos o X aumenta e o Y também. A isso chama-se Função Crescente e a reta passa no 1º e 3º quadrantes.

1.1.2 - Função Constante.

1.1.3 - Quando **K** toma valores negativo o X aumenta e o Y diminui. A isso chama-se Função Decrescente e a reta passa no 2º e 4º quadrantes.

1.2 - O **K** é a inclinação da reta.

1.3 - Quanto maior o valor de **K** maior a inclinação da reta.

2.1 - A ordenada na origem altera-se.

2.2 - A posição relativa da reta

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



### Re:Influência dos parâmetros k e b na função afim $y=kx+b$

por [REDACTED] - Quinta, 1 Março 2012, 13:18

Na 1.1.2. quando k é zero a função é constante. Eu observo que todos os objetos têm a mesma imagem.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



### Re:Influência dos parâmetros k e b na função afim $y=kx+b$


por [REDACTED] - Sábado, 3 Março 2012, 14:12

[REDACTED], na 2.2. eu respondia antes que todas as rectas obtidas são paralelas pois o k permanece constante, isto é, têm o mesmo declive.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

[REDACTED], na 1.1.2 o gráfico é uma recta paralela ao eixo Ox, isto é, paralela ao eixo das abcissas. A função obtida é constante.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)



Re:Influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  na função afim  $y=kx+b$   
 por [REDACTED] - Domingo, 4 Março 2012, 14:56

Quando o seletor  $b$  é zero a reta passa pela origem do referencial cartesiano logo é uma função linear.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 116: Interação entre os alunos durante investigação no fórum “A Influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  na função afim  $y=kx+b$ ”

Através dos *posts* da figura 117 podem observar-se as interações e a colaboração, entre os alunos. A professora surge aqui no papel de dinamizadora da discussão, não só questionando os alunos para que façam conjeturas de forma a conseguirem atingir os objetivos da tarefa, como também argumentem e justifiquem os seus raciocínios, incentivando-os a comunicar matematicamente e envolvendo-os na construção do seu conhecimento.

A *applet* pelo facto de ser móvel, permite o arrastamento de objetos, mantendo invariantes as relações matemáticas estabelecidas entre eles. Neste contexto, foi possível aos alunos investigar a influência dos parâmetros  $k$  e  $b$  na função afim  $y=kx+b$ , pois ao moverem o seletor com o rato, verificavam, de imediato e simultaneamente, uma alteração na representação gráfica da função e na sua expressão algébrica. Esta interação entre os alunos e o *software GeoGebra* ao permitir-lhes mover os parâmetros  $k$  e  $b$  na tarefa, e ao facilitar a compreensão através da visualização, fez com que refletissem sobre essa mudança e procurassem justificações para as mesmas, o que parece ter potenciado o desenvolvimento da aprendizagem matemática. “This encourages the investigation of the connection between variables in the equations and graphs in a bidirectional experimental way” (Hohenwarter & Preiner, 2007b).

A professora, no sentido de envolver ao máximo os alunos na construção do seu conhecimento, incentivou-os a comunicar de forma clara e coerente os seus raciocínios matemáticos aos colegas e à docente, pelo que solicitou a dois grupos para fazerem uma síntese dos assuntos tratados no fórum  $F_3$ , como ilustram as figuras 118 e 119.



### Síntese das funções

por [REDACTED] - Quinta, 8 Março 2012, 16:42

Podemos concluir que existem três tipos de **funções**:

- Função linear: Função linear é uma função do tipo  $f(x)=kx$  e a sua representação gráfica é uma reta que passa pela origem do referencial.

- Função Afim: Função afim é uma função do tipo  $f(x)=kx+b$  e a sua representação gráfica é uma reta que não passa pela origem do referencial.

Em relação ao declive, estas **funções** podem ser crescentes, quando o  $k>0$  ou seja o declive é positivo, ou podem ser decrescentes, quando o  $k<0$  ou seja o declive é negativo.

- Função constante: Função constante é uma função do tipo  $y=kx+b$  com  $k=0$ , é uma reta paralela ao eixo das abcissas, em que o declive é sempre nulo.

Além do que referimos antes podemos também dizer que quando duas retas têm o mesmo declive são paralelas.

Exemplo:  $f(x)=3x+1$  //  $f(x)=3x+4$

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 117: Síntese do assunto discutido no fórum F<sub>3</sub> pelo grupo G<sub>6</sub>.



### Síntese

por [REDACTED] - Domingo, 11 Março 2012, 23:21

#### **Influência do parâmetro K no gráfico da função afim**

- Se **K** tem **valores positivos** a reta passa no **1º e 3º Quadrantes**.
- Se **K** tem **valores negativos** a reta passa no **2º e 4º Quadrantes**.
- Se **K** tem valor **0** chama-se **função constante**.
- O **K** é a inclinação da reta ou declive da reta.
- Quando **K** aumenta a inclinação da reta também aumenta.

#### **Influência do parâmetro b no gráfico da função afim**

- Se alterarmos o **b** mas mantermos o **k** a reta é paralela à inicial.
- Se **b** é **positivo** encontra-se em **números positivos** no eixo dos Y.
- Se **b** é **negativo** encontra-se em **números negativos** no eixo dos Y.
- Se **b** é **0**, a reta **passa na origem do referencial**, obtendo assim uma **função linear** ou de proporcionalidade direta.

[Editar](#) | [Apagar](#) | [Responder](#)

Figura 118: Síntese do assunto discutido no fórum F<sub>3</sub> pelo aluno G<sub>13</sub>.

Da observação das figuras 118 e 119, verifica-se que os alunos conseguiram interpretar e compreender as ideias publicadas pelos colegas no fórum, sintetizando e expressando por escrito as suas ideias matemáticas e a dos colegas, justificando procedimentos e raciocínios, bem como os

resultados e conclusões a que chegaram. Assim, parecem existir evidências, não só de um desenvolvimento da comunicação matemática por parte destes alunos, como também da construção colaborativa do seu conhecimento matemático, pois foi também com base nos *posts* dos colegas que elaboraram as suas sínteses.


Da análise dos *posts* neste fórum de discussão, conforme a figura 117, verifica-se que os grupos conseguiram levantar e testar conjeturas a partir da exploração da *applet*, relativamente ao comportamento do gráfico da função afim, quando se altera o valor do declive e da ordenada na origem. Pode então afirmar-se, ter-se notado, ao longo da discussão, que os alunos evidenciaram ter desenvolvido competências do conhecimento, transversais e tecnológicas, o que é corroborado por Inácio (2006) e Almeida (2010).

## Fórum “Investigando Dízimas”

Objetivo: Com esta tarefa (Anexo A) pretendia-se que os alunos, em grupo, investigassem, dízimas.

Antes do início da realização desta tarefa, a professora já tinha esclarecido em contexto de sala de aula, o conceito de dízima finita e infinita periódica, deixando claro que se trata da representação decimal de um número racional.

Resultados: A figura seguinte ilustra exemplos de algumas discussões no fórum.

	<p><b>Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:15</p>
	<p style="text-align: right;">  1.docx  <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:21</p> <p>Nós na 1.2 não concordamos que a fração <math>5/13</math> esteja colocada no grupo 1. Porque esta fração dá uma dízima infinita periódica.</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>

	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:23</p>
	<p>Ok Obrigado pela critica 😊.</p> <p>Foi um lapso</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:24</p>
	<p>Nós achamos que erraram ao colocar o cinco trezeavos no grupo das dízimas finitas. 😊</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Terça, 8 Novembro 2011, 11:27</p>
	<p>Na 1.4 não explicaram o vosso raciocínio.</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando dízimas</b> por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 13:08</p>
	<p>Obrigado por todas as criticas construtivas.</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 14:21</p>
	<p><math>2/11=0,(18)</math>; <math>3/11=0,(27)</math> e <math>4/11=0,(36)</math></p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Quinta, 10 Novembro 2011, 14:24</p>
	<p><math>5/11=0,(45)</math>; <math>6/11=0,(54)</math> porque a parte decimal anda de 9 em 9.</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>
	<p><b>Re: Investigando Dizimas</b> por [redacted] - Sábado, 11 Novembro 2011, 15:08</p>
	<p><math>13/11=0,(18)</math>; <math>24/11=2,(18)</math> porque o período repete-se de 11 em 11.</p> <p style="text-align: right;"> <a href="#">Mostrar mensagem ascendente</a>   <a href="#">Editar</a>   <a href="#">Dividir</a>   <a href="#">Apagar</a>   <a href="#">Responder</a> </p>

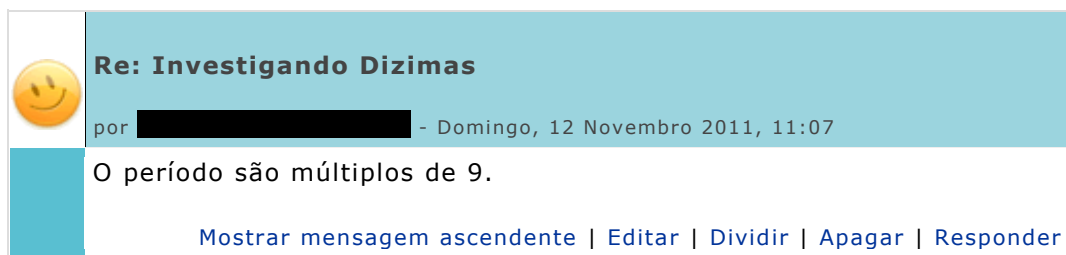


Figura 119: Interação e colaboração dos grupos no fórum “Investigando Dízimas”

A observação da figura 120, e a análise dos *posts* dos grupos, permite verificar que os alunos conseguiram dividir os números racionais, escritos na forma fracionária, em duas classes tendo em conta o tipo de dízima, e interagiram entre si explicando o critério que usaram para agrupar os números e a existência de regularidades nas dízimas infinitas periódicas. Posteriormente investigaram as regularidades dos números racionais escritos na forma fracionária com denominador 11.

Na resolução desta tarefa surgiram algumas dificuldades com a comunicação matemática, nomeadamente em termos de simbologia, quando alguns alunos queriam recorrer ao editor de equações e o fórum de discussão não o suportava. No sentido de resolver esta situação, os mesmos realizaram as suas contribuições no *Word* e posteriormente publicaram esse documento no fórum.

As discussões iniciadas nos fóruns continuavam muitas vezes em sala de aula, por iniciativa dos próprios alunos, abordando frequentemente a professora relativamente aos temas que estavam a ser tratados nos fóruns, quer para solicitar esclarecimentos quanto à exatidão das suas respostas quer para esclarecer dúvidas. Assim, facilitou, muitas vezes, a ligação entre os conteúdos abordados nas aulas e nas respetivas tarefas do AVA.

No decorrer dos fóruns notaram-se melhorias, dos alunos, ao nível da comunicação matemática escrita, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

Da análise dos *posts* parece poder inferir-se que, a participação dos alunos em fóruns, contribuiu para promover a autonomia na aprendizagem criando hábitos de trabalho colaborativo, partilha e troca de ideias. Os fóruns de discussão, enquanto espaços de comunicação assíncrona, através da flexibilização dos tempos de interação, promovem a reflexão, permitindo uma maior profundidade da contribuição e pertinência do *feedback* (Pedro & Matos, 2009).

---

## Implicações do AVA na aprendizagem da Matemática

A aprendizagem da Matemática no AVA pressupõe a existência de interações dos alunos entre si, com a professora e com os conteúdos.

A colaboração e interação entre os alunos no AVA e em particular nos fóruns de discussão, permitiu o contacto com diferentes perspetivas do saber, pois os alunos partilharam, debateram, aprenderam e trabalharam com vista a atingir um objetivo comum, promovendo oportunidades de aprendizagem reflexivas e autênticas. Assim, nesta comunidade de prática a construção de novos saberes emergiu da interação social, o que sugere a confirmação da conceção de Lave & Wenger (1991) no que respeita à aprendizagem.

O AVA constituiu-se, para todos, como uma poderosa ferramenta de trabalho, pois permitiu que alunos menos participativos em sala de aula, por questões de personalidade, por serem inibidos ou inseguros, participassem com regularidade nas discussões *online*. No caso específico de três alunos, a confiança que ganharam no plano virtual impulsionou-os a uma participação mais ativa nas aulas presenciais. Verificou-se também nesta investigação, que a relação presencial entre os alunos e a professora foi fortalecida devido à interação virtual, como se confirma nos *posts* dos alunos nos fóruns.

No ensino presencial, o ritmo em que decorrem as aulas deixa muitas vezes dúvidas por esclarecer, tanto para os alunos que sentem dificuldades em acompanhar, como para os que acompanhando, não têm tempo para refletir, o que é fundamental para os saberes fazerem sentido para os alunos. Esse tempo não é igual para todos. Neste contexto, a existência de alunos com ritmos de aprendizagem diferentes, faz com que, os mais lentos sejam obrigados a acompanhar o ritmo dos mais rápidos, com prejuízos na sua aprendizagem e os mais rápidos, às vezes, desmotivam-se por terem de aguardar pelos colegas. O AVA com as propostas de trabalho que integrava envolvia os alunos de forma ativa, num contexto de aprendizagem rico, com respeito pelas diferenças individuais, permitindo aprenderem em função das suas necessidades e ritmos de aprendizagem.

O ensino presencial, com o seu tempo limitado, não permite regularmente à professora interagir com cada um dos alunos da turma, privilegiando-se muitas vezes a interação com o grupo turma, não se verificando um acompanhamento do aluno tão individualizado como se desejaria. Já o AVA como complemento ao ensino presencial, com a flexibilização do tempo e do espaço, possibilitou à professora interagir com cada um dos alunos e conhecer melhor as suas dificuldades na aprendizagem da Matemática, quer através do raciocínio que desenvolviam durante a resolução das tarefas, quer através das ferramentas de comunicação, como os fóruns de dúvidas, aos quais recorriam com frequência, solicitando ajuda tanto à professora como aos colegas.

A utilização do AVA, integrando o *Geogebra*, *applets* e os fóruns de discussão, favoreceu a aprendizagem da matemática, o trabalho de grupo, pois os alunos participaram em grupo na realização das tarefas, com vista à aquisição de conceitos ou à consolidação dos conteúdos lecionados nas aulas presenciais e à construção do conhecimento matemático. Durante a realização das tarefas em grupo e nas discussões nos fóruns, os alunos ao explicarem o seu raciocínio aos colegas e ao utilizarem diferentes estratégias para o fazerem, desenvolveram a comunicação matemática, a forma de pensar, o raciocínio e o seu próprio conhecimento, bem como conseguiram olhar e pensar para além da sua própria perspetiva, sendo confrontados com a dos colegas, pondo em causa procedimentos e resultados. Raposo (2010) também refere, no seu estudo, que a integração do *GeoGebra* no *Moddle* contribuiu para a aprendizagem matemática.

Os alunos colaboraram na construção do glossário, considerando-o importante, referindo na entrevista em grupo focado, recorrerem-lhe frequentemente para estudarem e tirarem dúvidas. Os *posts* nos fóruns também se revelaram de grande utilidade, tendo vários alunos mencionado, serem importantes no esclarecimento de dúvidas e no estudo dos conteúdos. Na análise da tabela 8 verifica-se que o número de interações dos alunos com os *posts* (4119) e com o glossário dos diversos temas (598), poderá evidenciar interesse pelos conteúdos abordados e pela aprendizagem colaborativa da Matemática.

---

O envolvimento e desempenho dos alunos nas tarefas propostas no AVA, refletiu-se na aprendizagem em sala de aula, tendo-se observado um grande empenho e envolvimento na resolução das tarefas. Mesmo depois de as submeterem no AVA, os alunos continuavam a pensar e trocar ideias com os outros grupos sobre as mesmas e, nos momentos de correção e discussão na aula presencial, respondiam acertadamente a questões que não tinham conseguido fazer. Os alunos interagiam frequentemente nas aulas presenciais, com a professora e com o grupo turma sobre as tarefas que estavam a desenvolver no AVA, não só para esclarecer dúvidas ou aferir sobre a exatidão do seu trabalho mas também fazendo referência aos materiais disponíveis no AVA, como se pode verificar no diário de bordo no dia dezasseis de fevereiro

“O aluno A<sub>6</sub> disse: Stora deixe-me responder. Estive a ver o *PowerPoint* no *Moodle* e agora já percebo isto. Quer ver?”

Da análise dos resultados obtidos parece poder inferir-se que o AVA pode motivar para a aprendizagem da Matemática, quer através das interações entre os alunos, destes com a professora e com os conteúdos, quer através de propostas de trabalho colaborativo que incentivem o debate, a partilha e a troca de ideias. Inácio (2006), Jorge (2009) e Santos (2006) obtiveram os mesmos resultados nos estudos que desenvolveram sobre o impacto da utilização de um AVA. Os registos automáticos do AVA, o diário de bordo e a observação participante da professora no AVA, permitiram verificar que quanto mais ativa foi a participação dos alunos na comunidade de prática, sobretudo nas interações com os colegas, professora e conteúdos, mais possibilidades tiveram de melhorar o seu aproveitamento a Matemática, o que é corroborado por Inácio (2006). Neste caso particular, quatro alunos obtiveram nível três a Matemática no final do ano letivo devido ao trabalho desenvolvido no AVA.

## CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES

Este estudo apontou para a análise dos processos que conduzem à aprendizagem dos alunos a Matemática, quando utilizam um AVA como complemento ao ensino presencial. Os resultados obtidos decorreram, por um lado, da análise das transcrições das entrevistas, dos artefactos produzidos pelos alunos, dos *posts* nos fóruns de discussão, dos registos automáticos do AVA e, por outro, da análise estatística dos questionários, inicial e final, sobre as percepções dos alunos.

### **Como colaboram e interagem os alunos entre si, com a professora e com os conteúdos no ambiente virtual de aprendizagem?**

Os registos automáticos do AVA, permitiram observar que as ferramentas de comunicação síncrona não foram relevantes para a interação entre os alunos. Esta foi essencialmente suportada por ferramentas de comunicação assíncrona, tendo os alunos privilegiado os fóruns de discussão. Nestes, os discentes interagem entre si para: (i) debater assuntos relacionados com as tarefas propostas, (ii) esclarecer as suas próprias dúvidas e as dos colegas, (iii) trocar ideias, e (iv) partilhar informação, o que contribuiu para o desenvolvimento da comunicação matemática. Durante o estudo, verificou-se que os alunos se envolveram na resolução das tarefas de uma forma empenhada, e a interação entre eles foi rica em conteúdos matemáticos, sobretudo, nos que foram abordados nas tarefas.

Podemos então concluir que uma das vantagens da interação entre os alunos consistiu na colaboração entre eles, o que contribuiu para a construção do seu próprio conhecimento, proporcionando-lhes “(...) a oportunidade de aprenderem uns com os outros através de debates, troca de ideias, partilha de experiências e conhecimentos.” (Duggleby, 2002).

Os alunos privilegiaram como meio de interação com a professora, as ferramentas de comunicação assíncrona, as quais promoveram, segundo estes, uma maior interação com a docente.

Os alunos atribuíram importância ao papel da professora na validação dos conteúdos tratados no AVA, nomeadamente nos fóruns, no que às suas contribuições diz respeito, o que contribuiu para a construção do conhecimento partilhado.

---

A partir dos registos automáticos do AVA e dos *posts* dos alunos, verificou-se que, durante a resolução das tarefas estes interagiram frequentemente com a professora/investigadora, nos fóruns de discussão, com vista a esclarecerem dúvidas para poderem progredir na sua resolução ou indagar sobre a exatidão do seu trabalho.

No decorrer da investigação verificou-se também uma participação mais ativa dos alunos, o que permitiu à professora apoiá-los, dando-lhes um reforço positivo e um *feedback* constante, motivando-os durante o processo de ensino aprendizagem, o que segundo Moore & Kearsley (1996) é um reflexo deste tipo de interação.

A interação dos alunos com a professora no AVA foi considerada por estes, significativa, nomeadamente no que diz respeito ao seu papel na orientação dos processos cognitivos que conduziram à aprendizagem, na conceção do AVA como ambiente propício à interação e partilha de informação e na moderação da comunicação matemática. Anderson et al. (2003) corroboram isto mesmo quando referem que as ferramentas de comunicação assíncrona, em particular os fóruns de discussão, constituem um poderoso instrumento de aprendizagem quando o professor assume um papel ativo.

No que concerne à interação com os conteúdos, percebe-se, pela análise dos dados recolhidos através dos registos automáticos do AVA, do questionário final e dos artefactos produzidos pelos alunos, que a sua utilização promoveu uma maior interação entre estes e os conteúdos, sendo que, interagiram mais com os presentes nos fóruns de discussão, em particular no de funções. Ao interagirem com os conteúdos, os alunos foram-nos compreendendo, o que contribuiu para a construção do seu próprio conhecimento matemático. Neste contexto, o nível de conhecimento que se atinge, depende da profundidade com que esse processo é realizado (Moore, 1989, em Swan, 2002).

Os alunos mencionaram, na entrevista em grupo focado, que a interação com os conteúdos os ajudou na compreensão e aquisição de conceitos matemáticos.

A análise dos diferentes fóruns, possibilitou verificar que a presença social conseguida no AVA incentivou a formulação de questões, contribuindo, desta forma, para que os alunos desenvolvessem o sentido crítico face à informação apresentada e consolidassem os conteúdos em estudo.

Os artefactos produzidos pelos alunos, nomeadamente as resoluções das tarefas, os *posts* e o glossário, bem como as entrevistas, evidenciam amplamente o desenvolvimento do espírito crítico e da comunicação matemática dos alunos.

Os resultados obtidos indicam que o AVA com as ferramentas e as propostas de trabalho colaborativo que integrou, fomentou o trabalho em grupo e contribuiu para: a partilha e troca de ideias, a interação e comunicação matemática entre os alunos, a negociação da aprendizagem, e o desenvolvimento da autonomia e do espírito crítico, tendo os discentes tido uma participação ativa na resolução das tarefas. Foi com base nesta perspetiva construtivista que a aprendizagem ocorreu no AVA, pois valorizou a componente cognitiva e social.

### **Qual a perceção dos alunos sobre o impacto da utilização do AVA na aprendizagem da Matemática?**

A partir do questionário final, verificou-se que os alunos gostaram de utilizar o AVA para realizar trabalhos em grupo a distância porque segundo eles, ajudou-os a perceber melhor a matéria, ajudou na avaliação e foi uma forma de aumentar a sua classificação, constituindo uma maneira mais divertida de aprender e adquirir automatismos nas matérias. Contudo, três alunos não gostaram de utilizar o AVA para realizar as tarefas em grupo pois “dava muito trabalho fazer as tarefas”.

Durante a realização das tarefas a distância, os problemas de acesso ao AVA, para os alunos, quase sempre se prenderam com a falta de tempo.

A maioria dos alunos considerou importante a utilização do AVA como complemento ao ensino presencial, para a partilha de informação, para a construção de conhecimento partilhado e como forma de estimular e favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Os alunos referiram ainda

---

que, a utilização do AVA aumentou a motivação para desenvolver e construir os seus conhecimentos, referentes às unidades didáticas abordadas.

Através do questionário final, conclui-se também que, para a maioria dos alunos, a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, contribuiu para a aprendizagem da Matemática pois: (i) proporcionou um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte da professora, (ii) apoiou o seu estudo de forma a superar as dificuldades, (iii) permitiu a aprendizagem de novos conhecimentos, (iv) permitiu o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias, (v) ajudou na aprendizagem dos conteúdos da disciplina, (vi) permitiu que os seus resultados escolares melhorassem, (vii) facilitou a comunicação entre os alunos e a professora, (viii) facilitou a partilha de opiniões, (ix) incentivou a relação entre os alunos e a professora, (x) permitiu a troca de ideias entre alunos, (xi) promoveu a colaboração entre alunos, (xii) contribuiu para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas e (xiii) estimulou a auto-aprendizagem.

Estas afirmações vão ao encontro das ideias defendidas por Jonassen (2007), de que os AVA's se constituem como excelentes instrumentos para a aprendizagem, pois ao navegarem neles, os alunos interagem, visualizam, participam e colaboram.

O estudo revelou que o AVA permitiu que o aluno tivesse um papel fundamental na construção do seu próprio conhecimento, podendo escolher quando, onde e como estudar, em função do seu ritmo de aprendizagem e dos seus interesses. Os alunos tiveram mais autonomia na forma como aprenderam e na seleção das inúmeras fontes de informação disponibilizadas (BECTA, 2007).

Neste estudo, o AVA constituiu-se como uma ferramenta poderosa no apoio aos alunos, sobretudo ao facilitar a interação, a comunicação, a aquisição, a construção e a consolidação de conhecimentos, a promoção dos processos de aprendizagem colaborativa, e o desenvolvimento das capacidades de autonomia, o que é corroborado por Lacerda (2007), Lopes & Gomes, (2007), Flores & Flores (2007), Ramos (2005) entre outros. A construção do conhecimento resultou, assim, de um processo de discussão e reflexão colaborativa efetuado pelo aluno, em comunidade de aprendizagem, o que é corroborado pelas correntes do construtivismo social. Neste sentido, a utilização do AVA, e a

sua abordagem construtivista da aprendizagem, que assentou em modelos orientados para processos participativos e centrados nos alunos, contribuiu para que estes construíssem o seu próprio conhecimento a partir da sua interpretação individual e de processos de interação social (Dias, 2004).

A maioria dos alunos atribuiu importância ao papel da professora no AVA para: (i) dinamizar as atividades, (ii) promover a discussão e a partilha de ideias, (iii) corrigir a informação apresentada e (iv) esclarecer dúvidas. Assim, os alunos valorizaram a importância do papel da professora no AVA, o qual foi essencialmente de facilitadora das aprendizagens, ao estimular e orientar os alunos para questionarem, responderem, argumentarem, justificarem, refletirem e colocarem em causa escolhas, procedimentos, resultados e efeitos, incentivando a comunicação matemática (Matos 2010, p.21).

### **Como é que a utilização do AVA, como complemento ao ensino presencial, integrando um ambiente de geometria dinâmica e *applets*, contribui para a aprendizagem da Matemática?**

Os resultados do estudo evidenciaram que os alunos ao utilizarem o AVA, como complemento ao ensino presencial, com a flexibilização do tempo e do espaço e, com as propostas de trabalho colaborativo e as ferramentas de comunicação assíncrona e síncrona que integrava, permitiu-lhes desenvolver: (i) competências do conhecimento geométrico e algébrico, (ii) competências transversais, sobretudo da resolução de problemas, do raciocínio matemático e da comunicação matemática e (iii) competências tecnológicas, designadamente a destreza, sentido crítico e autonomia na exploração/utilização das *applets*, do *GeoGebra* e do AVA.

A utilização do *GeoGebra* e das *applets* integradas no AVA mostrou ser um contributo importante no processo de aprendizagem matemática, constituindo-se, como ferramentas importantes de investigação que, permitiram aos alunos manipular as variáveis das tarefas, visualizar, explorar, analisar, conjecturar, argumentar, compreender e descobrir conceitos matemáticos da geometria e da álgebra. Existem assim evidências, por um lado do papel facilitador do *GeoGebra* e das *applets* na construção e compreensão de significados matemáticos, e por outro da sua utilização contribuir ainda para o desenvolvimento de competências matemáticas e tecnológicas. O *feedback* dado por estas

---

ferramentas aos alunos durante a realização das tarefas, possibilitou-lhes mais autonomia no seu percurso de aprendizagem. Neste contexto, os discentes tiveram uma participação mais ativa no seu processo de aprendizagem e na construção do seu próprio conhecimento.

Com a utilização deste AVA, a tecnologia serviu para permitir que o currículo se centrasse no aluno, procurando proporcionar-lhes, desta forma, aprendizagens significativas (Jonassen, 2007).

A professora desempenha um papel fundamental na utilização de um AVA, pois cabe-lhe explorar as potencialidades pedagógicas deste ambiente, decidir se, quando e como o utilizar, percebendo o seu potencial pedagógico, integrando-o no processo de ensino aprendizagem e construindo tarefas pedagogicamente desafiantes.

Os resultados evidenciaram que os alunos, no decorrer do estudo, foram superando as dificuldades reveladas inicialmente, ao nível da utilização das *applets*, da interpretação de enunciados, da comunicação matemática e da mobilização de conhecimentos matemáticos, notando-se uma evolução positiva no seu desempenho durante a resolução das diferentes tarefas.

Neste estudo constatou-se que, quando os discentes revelavam dificuldades durante a resolução das tarefas ou ao estudarem, estes recorriam ao AVA, em particular aos fóruns de dúvidas, podendo assim ser esclarecidos pela professora ou por um colega, conseguindo, desta forma, superar as suas dificuldades.

Ao proceder à análise dos artefactos produzidos pelos alunos e publicados no AVA, nomeadamente das resoluções das tarefas, das reflexões escritas, dos *posts* nos fóruns de discussão e das contribuições no glossário, verificou-se uma evolução positiva no desenvolvimento da comunicação matemática, do raciocínio matemático e do próprio conhecimento dos alunos. Para tal, contribuíram a utilização não só de diferentes estratégias, pelos discentes, para explicarem o seu raciocínio aos elementos do grupo e/ou da comunidade de aprendizagem, como também o facto de ao serem confrontados com outras ideias matemáticas, sentirem necessidade de argumentar e justificar os processos que utilizaram. Tal evidencia uma melhoria, tanto ao nível da comunicação matemática

escrita, recorrendo a notação, simbologia e vocabulário próprios, como ao nível do raciocínio e da resolução de problemas.

O glossário, os fóruns de discussão e o material didático disponibilizados no AVA, revelaram-se de grande utilidade, pois vários alunos mencionaram na entrevista em grupo focado, serem importantes para estudarem e para o esclarecimento de dúvidas. A análise da frequência de interações dos alunos com os fóruns e com o glossário evidenciou interesse pelos conteúdos em estudo e pela aprendizagem colaborativa da Matemática.

Em geral, o AVA com as ferramentas que integrava contribuiu para a conceção de contextos que permitiram a interação social que sustenta a aprendizagem, o que está de acordo com o referido por BECTA (2007), Jorge (2009) e Lave & Wenger (1991), relativamente ao impacto da utilização das TIC na aprendizagem. O AVA também com as propostas de trabalho colaborativo que integrava envolveu os alunos de forma ativa, num contexto de aprendizagem rico, com respeito pelas diferenças individuais, permitindo aprenderem em função das suas necessidades e ritmos de aprendizagem, o que vai ao encontro dos resultados obtidos por Inácio (2006).

Conclui-se, que o envolvimento e desempenho dos alunos nas tarefas propostas no AVA se refletiu na aprendizagem em sala de aula, verificando-se frequentemente que as discussões iniciadas nos fóruns continuavam na aula presencial, por iniciativa dos próprios alunos. Tal permitiu à professora relacionar os conteúdos abordados nas aulas com os das tarefas no AVA, com mais facilidade. Desta forma, este estudo evidencia que a utilização do AVA pode favorecer a aprendizagem da Matemática e ampliar os conteúdos curriculares lecionados na aula presencial. É também importante referir que parece ter contribuído para o sucesso das aprendizagens, o facto da avaliação final ter espelhado a participação do trabalho desenvolvido pelos alunos no AVA.

Os resultados obtidos evidenciam que, o AVA motivou e contribuiu para a aprendizagem da Matemática, tanto através das interações entre os alunos, destes com a professora e com os conteúdos, como através de propostas de trabalho colaborativo que proporcionaram a discussão, a reflexão, a partilha e a troca de ideias. Inácio (2006), Jorge (2009) e Santos (2006) obtiveram os mesmos

---

resultados nos estudos que desenvolveram sobre o impacto da utilização de um AVA. Dos registos automáticos do AVA, do diário de bordo e da observação participante da professora no AVA, verificou-se que quanto mais ativa foi a participação dos alunos na comunidade de prática, sobretudo nas interações com os colegas, professora e conteúdos, mais possibilidades tiveram de melhorar o seu aproveitamento a Matemática.

## **Limitações do Estudo**

Constrangimentos de várias ordens condicionaram este estudo, desde logo, o facto de a amostra não ser aleatória e da sua dimensão ser reduzida, o que não permite a generalização dos resultados. Também o facto do estudo ser essencialmente descritivo, impossibilita que se estabeleçam relações de causa-efeito, devido à inexistência de um grupo de controlo.

Outro dos constrangimentos deste estudo, reside no facto de este ter sido desenvolvido pela professora dos alunos participantes, tendo esta assumido um duplo papel, pelo que existiu constantemente uma preocupação em ser isenta na interpretação dos dados recolhidos. Esse duplo papel de docente e investigadora pode ter condicionado as respostas dos alunos aos questionários e à entrevista, podendo estes ter dado respostas de conveniência, que seriam as esperadas pela investigadora.

A inexperiência da autora em procedimentos de investigação constituiu outra limitação.

No final do ano letivo, em que decorreu a investigação, a escola mudou de servidor, deixando de se ter acesso ao AVA e a toda a informação nele disponível. Esta situação obrigou a investigadora a ter de recolher todos os dados do AVA até à data fixada pela escola, o que também, constituiu uma limitação ao estudo.

## **Sugestões para futuras investigações**

A partir da investigação realizada, dos dados recolhidos, dos resultados encontrados, e das conclusões produzidas, entende-se como pertinente desenvolver um estudo, também, com alunos do oitavo ano de outras escolas, que permita aprofundar os resultados encontrados e/ou ampliar as conclusões da presente investigação.

Seria também pertinente realizar uma investigação com uma amostra representativa dos alunos, quer do terceiro ciclo, quer do ensino secundário na disciplina de Matemática, a nível nacional, e posteriormente comparar os resultados, em cada ano de escolaridade, no desenvolvimento de competências dos discentes, após a utilização do AVA. Assim, considera-se que o envolvimento dos alunos num ambiente de aprendizagem desta natureza e a posterior reflexão relativamente às competências que permitiu desenvolver, deverá constituir-se como um foco de investigações futuras, de forma a aumentar o conhecimento sobre as potencialidades e dificuldades da implementação destas metodologias de trabalho nos referidos níveis de ensino.

Comunicar e aprender em AVA's reflete-se não só numa mudança nos tempos, nos espaços e nos processos da educação, como também na conceção e desenvolvimento de novas abordagens para a realização das aprendizagens. Neste contexto, seria então relevante investigar os diversos tipos de abordagens à aprendizagem num AVA, com vista à melhoria das aprendizagens dos alunos.



## Bibliografia

- Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de Projecto e a relação dos alunos com a Matemática a experiência do Projecto MAT789*. (Tese de Doutoramento), Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Almeida, L. (2010). *Web 2.0 e padrões na aprendizagem da matemática*. (Dissertação de Mestrado), Universidade de Aveiro, Aveiro.
- Almeida, L., & Freire, T. (1997). *Metodologia da investigação em psicologia e educação*. Coimbra: Associação dos Psicólogos Portugueses.
- Almeida, L., & Freire, T. (2008). *Metodologia da investigação em Psicologia e Educação* (5 ed.). Braga: Psiquilíbrios Edições.
- APM. (1990). *Renovação do Currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- APM. (1998). *Matemática 2001 - Diagnóstico e recomendações para o ensino e a aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM.
- Audino, D., & Nascimento, R. (2010). Objectos de aprendizagem - diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 5, 128-148. Obtido em 20 de junho de 2012, de [http://www.educacao.ufrj.br/artigos/n10/objetos\\_de\\_aprendizagem.pdf](http://www.educacao.ufrj.br/artigos/n10/objetos_de_aprendizagem.pdf)
- Barcelos, G., Batista, S., Bechar, P., & Passerino, L. (2009). Applets em ambientes de geometria dinâmica: accções para a formação de professores de matemática. CINTED-UFRGS. *RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação*, 7(3).
- Bardin, L. (2009). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Barnes, S. (2000). What does electronic conferencing afford distance education? *Distance Education*, 21(2), 236-247.
- BECTA. (2007). The impact of ICT in Schools - a landscape review. *Becta Annual Review*. Obtido em 9 de maio de 2012, de [https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/becta\\_annual\\_review\\_2007.pdf](https://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/becta_annual_review_2007.pdf)

- 
- Boavida, A. (2005). *A argumentação em matemática : investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. (Tese de doutoramento), Universidade de Lisboa.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Lisboa: Porto Editora.
- Bonk, C., & Cunningham, D. (1998). Searching for constructivist, learner-centered and socio cultural components for collaborative educational learning tools. In C. Bonk, C., & C. King (Edits.), *Electronic Collaborators: Learner-Centered Technologies for Literacy, Apprenticeship, and Discourse* (pp. 25-50). Lawrence Erlbaum.
- Bottentuit Junior, J. (2007). *Laboratórios Baseados na Internet: desenvolvimento de um laboratório virtual de química na plataforma MOODLE*. (Dissertação de Mestrado), Universidade do Porto, Porto.
- Brandão, L. O., Isotani, S., & Moura, J. G. (2006). Imergindo a geometria dinâmica em sistemas de educação à distância: iGem e SAW. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 14(9), 41-40.
- Braviano, R., & Rodrigues, M. H. (2002). Geometria Dinâmica: uma nova Geometria. *Revista do Professor de Matemática*(49), 22-26.
- Brown, K. G. (2001). Using computers to deliver raining: Which employees learn and why?, (pp. 271-296).
- Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction*. President and Fellows of Harvard College.
- Bryman, A. (2006). *Social research methods*. Oxford: Oxford University Press.
- C, Coutinho, C., & Alves, M. (2010). Educação e Sociedade da aprendizagem: um olhar sobre o potencial educativo da internet. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, 3(4), 206-225.
- Cakir, M., Zemel, A., & Stahl, G. (2009). The joint organization of interaction within a multimodal CSCL medium. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 4(2), pp. 115-149.
- Caldas, M. (2011). *A Integração Curricular das TIC: Estudo de Caso tomando como exemplo a Geometria no Ensino Básico*. (Dissertação de Mestrado), Universidade do Minho, Braga.

- Canário, M. (2011). *Modelação e Utilização das Tecnologias no Estudo da Função Afim. Um Estudo de Caso*. (Dissertação de Mestrado), Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Candeias, N. (2005). *Aprendizagem em Ambientes de Geometria Dinâmica (8º Ano)*. (Dissertação de Mestrado), Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Carrilho, C. (2006). *A WWW na aprendizagem da matemática no âmbito do Estudo Acompanhado*. (Dissertação de Mestrado), Universidade de Aveiro, Aveiro.
- Carrilho, C., & Cabrita, I. (2007). A WWW na aprendizagem de matemática no âmbito do Estudo Acompanhado. In P. Dias, C. V. Freitas, & B. Silva (Edits.), *Acta da V Conferência Internacional de tecnologias de Informação e Comunicação na Educação - Challenges 2007*. [CD-ROM]. Braga: Centro de Competências da Universidade do Minho.
- Carrilho, C., & Cabrita, I. (2008). A Matemática em Ambiente Virtual-Potencialidades dos Blogues. In A. Canavarró, D. Moreira, & M. Rocha, *Tecnologias e Educação Matemática*. Seccão de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Carvalho, A. (2007). Rentabilizar a Internet no Ensino Básico e Secundário: dos Recursos e Ferramentas Online aos LMS. *Sísifo - Revista de Ciências da Educação*, 3, 25-40. Obtido em 18 de abril de 2001, de <http://sisifo.fpce.ul.pt>
- Castells, M. (2002). *A sociedade em rede. A era da informação: economia, sociedade e cultura*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Castells, M. (2002). *La Sociedad en Red en Catalunya IN3-UOC*. IN3-UOC.
- Castells, M. (2004). *A galáxia internet*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Clark, R. E., & Craig, T. G. (1992). Research and Theory on Multi-Media Learning Effects. In M. Giardina (Ed.), *Interactive Multimedia Learning Enviroments: Human Facts and Technical Considerations on Design Issues*. Berlin: Springer-Verlag.
- Cohen, E. C. (1996). *A sociologist looks at talking and working together in the mathematics classroom*. New York: American Educational Research Association.
- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Research methods in education*. London/New York: Routledge.
- Cohen, L., Manion, C., & Morrison, K. (2000). *Research Methods in Education* (5 ed.). London: Routledge Falmer.

- 
- Commission of The European Communities. (2005). *Recomendation of the European Parliament and of the Council on Key Competences for Lifelong Learning*. Obtido em 2 de maio de 2011, de [http://eu2006.bmbwk.gv.at/en/downloads/education\\_keycomp.pdf](http://eu2006.bmbwk.gv.at/en/downloads/education_keycomp.pdf)
- Conceição, A., & Almeida, M. (2011). *Matematicamente falando 8*. Lisboa: Areal Editores.
- Coutinho, C. P. (2008). *A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade*. Obtido em 10 de junho de 2011, de [http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7884/1/005a015\\_ART01\\_Coutinho%5Brev\\_OK%5D.pdf](http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7884/1/005a015_ART01_Coutinho%5Brev_OK%5D.pdf)
- Coutinho, C. P., & Bottentuit\_Junior, J. B. (2007). A Educação à distância para formação ao longo da vida na sociedade do conhecimento. In A. Barca, & al (Edits.), *"Congreso Internacional Galego-Portugués de Psicopedagogía: libro de actas"* (pp. 613-623). A Coruña: Universidade, 2007. Obtido em junho de 2012, de <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/7056/1/EAD.pdf>
- Creswell, J. (2007). *Educational Research: Planing, Conducting and Evaluating Quantitative and Qualitative Research* (3 ed.). Pearson Education.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Cuoco, A., & Goldenberg, P. (2003). Geometria Dinâmica: uma ponte entre a geometria euclidiana e a análise. In J. King, & D. Schattschneider (Edits.), *Geometria Dinâmica: selecção de textos do livro Geometry Turned On!* (pp. 55-68). Lisboa: APM.
- Davidson, N. (1990). *Cooperative Learning in Mathematics*. Menlo Park: Addison-Wesley.
- D'EÇA, T. (1998). *Net Aprendizagem: a Internet na Educação*. Porto: Porto Editora.
- De'Corte. (1994). Learning Theory and Instructional Science. In P. Reimann, & H. Spada (Edits.), *Learning in Humans and Machines. Towards and interdisciplinary Learning Science (in press)*.
- Delors, J. (1996). *Educação: Um tesouro a descobrir - Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre educação para o século XXI* (7 ed.). Porto: Edições ASA.

- Dias, C., & Subtil, M. (2006). *Ambientes virtuais de aprendizagem. Revisão da literatura das novas tendências tecnológicas*. Obtido em 20 de março de 2011, de <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2006/anaisEvento/docs/CI-100-TC.pdf>
- Dias, P. (2001). Ambientes e processos colaborativos nas comunidades de aprendizagem na Web. *Comunidades de Aprendizagem na Web. Revista Inovação, 14(3)*, pp. 27-44.
- Dias, P. (2004a). Aprendizagem colaborativa. In A. A. Dias, & M. J. Gomes, *E-learning para E-formadores* (pp. 20-31). Braga: Universidade do Minho-TecMinho.
- Dias, P. (2004b). Desenvolvimento de objectos de aprendizagem para plataformas colaborativas. *Actas do VII Congresso Iberoamericano de Informática Educativa*, (pp. 3-12). Monterrey, México.
- Dias, P. (2008). Da e-moderação à mediação colaborativa nas comunidades de aprendizagem. *Educação, Formação & Tecnologias, 1(1)*, 4-10. Obtido de <http://eft.educom.pt/uncional>
- Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning? In P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches* (pp. 1-19). Oxford: Elsevier.
- Duarte, J., Portela, J., & Torres, C. (2008). A internet no ensino e aprendizagem da matemática. In A. Canavarro, D. Moreira, & M. Rocha, (orgs.) *Tecnologias e educação matemática* (pp. 369-378). SPCE-SEM.
- Duggleby, J. (2002). *Como ser um Tutor Online*. Lisboa: Monitor – Projectos e Edições, Lda.
- Durmus, S., & Karakirik, E. (2006). Virtual Manipulatives in Mathematics Education: A Theoretical Framework. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET January 2006, 5 Article 12 Issue 1*, 117-122.
- Educação, M. d. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.
- Engestrom, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work, 14*, 133-156.
- Fenton, W. E., Reynolds, B. E., & Davidson, N. A. (2001). Classroom Strategies for Cooperative Learning. In *Cooperative Learning In Undergraduate mathematics* (pp. 23-53). USA: The Mathematic Association of America.

- 
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of Technologies for the teaching of algebra and calculus. In Gutiérrez, & P. Boero (Edits.), *Handbook of research on the psychology Mathematics Education: past, present and future* (pp. 237-273). Roterdão: Sense.
- Flores, P. Q., & Flores, A. (2007). Inovar na Educação: o Moodle no processo de ensino-aprendizagem. In P. Dias, C. V. Freitas, B. Silva, A. Osório, & A. Ramos, (orgs.) *Actas da V Conferência Internacional de Tecnologias e Comunicação na Educação - Challenges 2007* (pp. 492-502). Braga: Centro de Competência da Universidade do Minho.
- Fontes, C. (2005). *Escolas, Saberes e Tecnologias*. Obtido em 21 de março de 2011, de [www.netprof.pt/PDF/parte2.pdf](http://www.netprof.pt/PDF/parte2.pdf)
- Garofalo, J., & Summers, T. (2004). *Macromedia flash as a tool for mathematics teaching and learning*. Obtido em 6 de junho de 2012, de <http://www.highbeam.com/doc/1G1-114485708.html>
- Garrison, D., & Anderson, T. (2003). *E-Learning in the 21 st Century. A Framework for Research and Practice*. Routledge Falmer.
- Garrison, D., Anderson, T., & Archer, W. (2000). Critical inquiry in a text-based environment: computer conferencing in higher education. *The internet and Higher education*, 2(2-3), 1-14. Obtido em 20 de julho de 2012, de [http://communitiesofinquiry.com/documents/CogPresPaper\\_June30\\_.pdf](http://communitiesofinquiry.com/documents/CogPresPaper_June30_.pdf)
- Gibbs, A. (1997). *Focus Groups. Social Research Update*. Obtido em 15 de junho de 2011, de <http://sru.soc.surrey.ac.uk/SRU19.html>
- Gil, C. R. (2008). Descartes, avances y novedades. In *Congreso Nacional Internet en el Aula, jan 2008* (pp. 1-4). Barcelona: Governo da Espanha. Obtido em 20 de julho de 2012, de [http://descartes.cnice.mec.es/heda/difusion/materiales/ia08/Consolacion\\_Ruiz.pdf](http://descartes.cnice.mec.es/heda/difusion/materiales/ia08/Consolacion_Ruiz.pdf)
- Goos, M. (2002). Undersatnding metacognitive failure. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 283-302.
- Grégoire, R., Bracewell, R., & Laferrière, T. (1996). *The contribution of new technologies to learning and teaching in elementary and secondary schools*. Obtido em 26 de maio de 2012, de <http://www.tact.fse.ulaval.ca/fr/html/apport/impact96.html>
- Guerra, M. S. (2000). *A escola que aprende*. Porto: Asa.

- Harasim, L. (1995). *Learning Networks: A Field Guide to Teaching and Learning Online*. Massachusetts London: The MIT Press.
- Hathorn, L. G., & Ingram, A. L. (2002). Cooperation and collaboration using computer mediated communication. *Journal of Educational Computing Research*, 26(3), 325-347.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potencilas and pitfalls. *International journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3).
- Heath, G. D. (2002). *Using applets in teaching mathematics*. Obtido em 20 de maio de 2012, de HighBeam Research: <http://www.highbeam.com>
- Henri, F., & Rigault, C. (1996). Collaborative Learning and Computer Conferencing. In T. Liao, *Advanced Educational Technology: Research Issues and Future Potencial*. Berlin: Springer-Verlag.
- Hill, M., & Hill, A. (2005). *Investigação por questionário*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Hohenwarter, J., & Hohenwarter, M. (2009). Introducing dynamics mathematics software to secondary school teachers: The case of Geogebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28, 135-146.
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. Obtido em 12 de maio de 2012, de [http://www.geogebra.org/publications/pecs\\_2004.pdf](http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf)
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). *Ways of Linking Geometry and Algebra: The Case of GeoGebra*. Paper presented at the Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 27,3, University of Northampton. Obtido em 12 de maio de 2012, de <http://www.geogebra.org/publications/2007-BSRLM-Hohenwarter-Jones-Northampton.pdf>
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007a). *Dynamic mathematics with GeoGebra*. Paper presented at the International Conference for Technology in Collegiate Mathematics. Boston, USA: ICTCM.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007b). *Mathematics teacher development with ICT: Towards an International GeoGebra Institute*. Paper presented at the Proceedings of the British Society for Research Learning mathematics, University of Northampton, UK.

- 
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2009). *The strength of the community: how GeoGebra can inspire technology integration in mathematics teaching*. Obtido em 12 de maio de 2012, de <http://www.geogebra.org/awards/tech-awards/Hohenwarter-Lavicza-MSOR-GeoGebra.pdf>
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007a). Dynamic Mathematic with Geogebra. *Journal of Online mathematics and Its Applications*, 7(march 2007). Obtido de <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html>
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007b). *Dynamic mathematics with GeoGebra*. Boston, USA: ICTCM.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). *Teaching and Learning Calculus with Free Dynamic Mathematics Software GeoGebra*. Paper presented at the 11th International Congress on Mathematical Education. Obtido de <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip27-3/BSRLM-IP-27-3-22.pdf>
- Holyes, C., & Noss, R. (2003). What can digital Technologies take from and bring to research in mathematics education? In M. Bishop, C. Clements, J. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Edits.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 323-349). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hoyle, C., & Noss, R. (2009). The Technological Mediation of Mathematics and Its Learning. *Human Development (special issue: 'Giving Meaning to Mathematical Signs: Psychological, Pedagogical and Cultural Processes')*, 52(2), 129-147. Obtido em 8 de julho de 2012, de <http://eprints.ioe.ac.uk/1722/1/Hoyle2009thetechnological129.pdf>
- Inácio, R. (2006). *Comunidade Virtual de Aprendizagem de matemática - Uma Experiência com Alunos do 10º ano de Escolaridade*. (Dissertação de Mestrado), Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação. Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Inácio, R. (2009). Comunidades Virtuais de Aprendizagem: um exemplo. In G. Miranda, (org.) *Ensino Online e Aprendizagem multimédia* (pp. 154-200). Relógio D'Água.
- Johnson, B., & Turner, L. A. (2003). Data collection strategies in mixed methods research. In A. Tashakkori, & C. Teddlie (Edits.), *Handbook of Mixed Methods in Social & Behavioral Research* (pp. 297-320). Thousand Oaks: Sage.

- Johnson, D., & Johnson, R. (2000). Cooperation, conflict, cognition, and metacognition. In A. Costa (Ed.), *Developing minds: a resource book for teaching thinking* (pp. 455-458). Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum development.
- Jonassen, D. H. (1994). *Computers in Schools: Mindtools for Critical Thinking*. Pennsylvania State University Press.
- Jonassen, D. H. (2007). *Computadores, ferramentas cognitivas desenvolver o pensamento crítico nas escolas*. Porto: Porto Editora.
- Jonassen, D., Davidson, M., Collins, M., Campbell, J., & Haag, B. (1995). Constructivism and computer-mediated communication in distance education. *American journal of distance education*, 9(2), pp. 7-26.
- Jorge, N. R. (2009). *Contextos de aprendizagem 2.0. A utilização de ferramentas Web 2.0 para uma aprendizagem em contexto*. (Dissertação de Mestrado), Universidade Aberta, Lisboa.
- Kamthan, P. (2004). *Java Applets in Education*. Obtido em 20 de julho de 2012, de <http://teach.irt.org/articles/js151/index.htm>
- Kaput, J. J., & Roschelle, J. (2013). The Mathematics of Change and Variation from a Millennial Perspective: New Content, New Context. In H. Stephen, & J. Roschelle (Edits.), *The SimCalc Vision and Contributions* (pp. 13-26). Netherlands: Springer.
- Krueger, R. A., & Casey, M. A. (2000). *Focus groups: a practical guide for applied research*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with cabry-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283-317.
- Lacerda, T. (2007). As Plataformas de aprendizagem de b-learning: Uma experiência na Biologia e Geologia de 10º Ano. In P. Dias, C. V. Freitas, B. Silva, A. Osório, & A. Ramos, (orgs.) *Actas da V Conferência Internacional de Tecnologias e Comunicação na Educação - Challenges 2007* (pp. 314-325). Braga: Centro de Competência da Universidade do Minho.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning, Legitimate Peripheral Participation*. USA: Cambridge University Press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1995). *Situated Learning, Legitimate Peripheral Participation* (4 ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

- 
- Lee, H. S., & Hallebrands, K. F. (2006). Students use of technological features while solving a mathematics problem. *Journal of Mathematical behavior*, 25(3), 252-266.
- Lin, R. (1986). Quantitative Methods in Research on Teaching. In M. C. Wittrock, *Handbook on Research on Teaching* (pp. 92-118). New York: Mcmillan.
- Little, C. (2009). *Differentiation in three easy, geoGebra-style, lessons*.
- Lopes, A. M., & Gomes, M. J. (2007). Ambientes virtuais de aprendizagem no contexto do ensino presencial: uma abordagem reflexiva. In P. Dias, C. V. Freitas, B. Silva, A. Osório, & A. Ramos, (orgs.) *Actas da V Conferência Internacional de Tecnologias e Comunicação na Educação - Challenges 2007* (pp. 814-824). Braga: Centro de Competência da Universidade do Minho.
- Loureiro, C. (1999). Computadores no ensino da geometria. In P. Abrantes, H. Fonseca, J. P. Ponte, & E. Veloso (Edits.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 43-50). Lisboa: DEFCUL.
- Maçada, D. L. (2001). *Rede virtual de aprendizagem: interação em uma ecologia digital*. (Tese de Doutoramento), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.
- Maio, V., Campos, F., Monteiro, M. E., & Horta, M. J. (2008). Com os outros aprendemos, descobrimos e ... construímos - Um projecto colaborativo na plataforma Moodle. *Educação, Formação & Tecnologias*, 1(2), 21-31. Obtido de <http://eft.educom.pt>
- Marmelo, C. (2004). *Oficina de design: sistema colaborativo de gestão de aprendizagem*. (Dissertação de Mestrado em Tecnologia Multimédia), Universidade do Porto. Obtido em 10 de junho de 2011, de <http://repositorio-aberto.up.pt/handle/10216/10999>
- Marques, M., & Ferreira, P. (2011). *Matemática 8º ano* (Vol. 1). Santillana.
- Mason, R. (1998). *Using communications media in open and flexible learning*. London: Kogan Page.
- Mathematical Association. (2002). *ICT and mathematics: a guide to learning and teaching mathematics 11-19*. MA.
- Matos, J. (2007). Comunicação e colaboração na construção de conhecimentos com utilização das TIC no Projecto Weblabs. In F. Costa, H. Peralta, & F. Viseu (Edits.), *As TIC na Educação em Portugal. Conceções e Práticas* (pp. 284-298). Porto Editora.

- Matos, J. F. (2000). Educação (,) Matemática e Sociedade. (APM, Ed.) *Revista Educação e Matemática*, 60, 30-32.
- Matos, J. F. (2004). *As Tecnologias de informação e comunicação e a Formação Inicial de Professores em Portugal*. Obtido em 15 de março de 2012, de <http://www.educ.fc.ul.pt/recentes/mpfip/pdfs/jfmatos.pdf>
- Matos, J. F. (2008). Mediação e colaboração na aprendizagem em Matemática com as TIC. In A. Canavarro, D. Moreira, R. Maria, & S. d. Educação (Ed.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 76-90). Lisboa.
- Matos, J. F. (2010). *Princípios orientadores para o desenho de Cenários de Aprendizagem*. Projecto Learn - Aprender: Matemática, Tecnologia e Sociedade. Lisboa: FCT. Obtido de <http://nonio.fc.ul.pt/atms/learn/produtos/cenarios/cenariosaprendizagemA.pdf>
- Mattos, F., Guimarães, L. C., Barbastefano, R., & Moraes, T. (2008). *Funcionalidades e características para compor roteiros de colaboração com o Tabuae Colaborativo*. Comunicação apresentada no IV Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro. Obtido em 4 de junho de 2012, de <http://limc.ufrj.br/htem4/papers/76.pdf>
- Meira, L., & Lerman, S. (2001). The zone of proximal development as a symbolic space. *Social Science Research Papers*, 1(13), 1-15. Obtido de <http://pdf.edocr.com/56cfdca322e369aba2f663963796b0849e4debf9.pdf>
- Ministério da Ciência e Tecnologia. (1997). *Sociedade da Informação: legislação 1995/99*. Lisboa: MCT.
- Ministério da Educação. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.
- Ministério da Educação. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido de <http://sitio.dgicd.minedu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>
- Ministério da Educação. (2010). *Funções e Equações - 8º ano. Proposta de conjunto de tarefas para o 3º ciclo*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido de [http://area.dgicd.minedu.pt/materiais\\_NPMEB/045\\_sequencia\\_funcoeseequacoes\\_TP\\_3C\\_Julho2010.pdf](http://area.dgicd.minedu.pt/materiais_NPMEB/045_sequencia_funcoeseequacoes_TP_3C_Julho2010.pdf)

- 
- Ministério da Educação. (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. Obtido de <http://www.dgicd.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=50&ppid=3>
- Miranda, G. (2009). Concepção de conteúdos e cursos online. In G. Miranda (Ed.), *Ensino online e aprendizagem multimédia*. Relógia D'Água.
- Missão para a Sociedade da Informação. (1997). *Livro Verde para a Sociedade da Informação em Portugal* (2 ed.). Lisboa: Ministério da Ciência e Tecnologia.
- Monereo, C. (2005). Internet, un espacio idóneo para desarrollar las competencias básicas. In C. Monereo (Ed.), *Internet y competencias básicas. Aprender a colaborar, a comunicarse, a participar, a aprender* (pp. 5-26). Barcelona: Graó.
- Moore, M., & Kearsley, G. (1996). *Distance Education - A Systems View*. Belmont (CA): Wadsworth Publishing Company.
- Morais, N., & Cabrita, I. (2007). Ambiente Virtual de Aprendizagem num Contexto de b-learning. *Actas da V Conferência Internacional de tecnologias de Informação e Comunicação na Educação, Challenges' 2007*, (pp. 481-491). Universidade do Minho, Braga.
- Morais, N., & Cabrita, I. (2008). Ambientes Virtuais de Aprendizagem: comunicação (as) síncrona e interação no ensino superior. *Revista Prisma*, 6, 158-179. Obtido em 20 de junho de 2012, de [http://prisma.cetac.up.pt/158\\_Ambientes\\_Virtuais\\_Aprendizagem\\_Nidia\\_Morais\\_e\\_Isabel\\_Cabrita.pdf](http://prisma.cetac.up.pt/158_Ambientes_Virtuais_Aprendizagem_Nidia_Morais_e_Isabel_Cabrita.pdf)
- Moran, J. (2000). Ensino e Aprendizagem inovadores com tecnologias. *Informática na Educação: Teoria & Prática*, 3(1), 137-144.
- Morgan, D. L. (1996). Focus Groups. *Annual Review of Sociology*, 22, pp. 129-152.
- Morse, J. M. (2003). Principles of mixed methods and multimethod research design. In A. Tashakkori, & C. Teddlie (Eds.), *Handbook of Mixed methods in Social & Behavior Research*. Thousand Oaks: SAGE.
- Nason, R., & Wooddruff, E. (2004). Online Collaborative Learning in Mathematics: Some necessary innovations. In T. Roberts (Ed.), *Online Collaborative Learning: Theory and Practice* (pp. 103-131). London.

- NCTM. (1991). *Normas para o currículo e avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. (M. Rebelo, Trad.) Lisboa: APM.
- Núcleo Minerva - Centro de Competência Nónio Século XXI da Universidade de Évora. (março 2000). *Aprendizagem Colaborativa Assistida por Computador: CSCL-Computer Supported Collaborative Learning*. Obtido em 5 de junho de 2012, de Aprendizagem Colaborativa, Área de Projecto: <http://www.minerva.uevora.pt/cscl/>
- OCDE/CERI. (2007). *Giving knowlegge for free: the emergence of open educational resources*. Paris: OECD Publishing.
- Olive, L. (2000). Implications of Using Dynamic Geometry Technology for Teaching and Learning. *paper presented at the Encontros 2000 - Ensino e Aprendizagem da Geometria, Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática – SPIEM*. Fundão. Obtido de [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2000/2000\\_01\\_JOlive.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2000/2000_01_JOlive.pdf)
- Oliveira, I., Guimarães, S., & Andrade, J. (2012). As potencialidades do Geogebra em processos de investigação matemática: uma análise do desenvolvimento de objectos de aprendizagem da EaD no ensino presencial. *in 1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra*, (pp. 165-179).
- Onrubia, J. (s.d.). Ensinar: Criar Zonas de Desenvolvimento Próximo e Intervir nelas. In 2001, *O Construtivismo na sala de aula. Novas perspectivas* (1 ed., pp. 120-149). Edições Asa.
- Paiva, J. (2002). *As Tecnologias de Informação e Comunicação: Utilização pelos professores*. Ministério da Educação - Departamento de Avaliação, Prospectiva e Planeamento.
- Paiva, J. (2003). *As Tecnologias de Informação e Comunicação: Utilização pelos alunos*. Lisboa: Ministério da Educação - Departamento de Avaliação, Prospectiva e Planeamento.
- Pallof, R. M., & Pratt, K. (2002). *Construindo comunidades de aprendizagem no ciberespaço: estratégias eficientes para a sala de aula on-line*. (F. Vinicius, Trad.) Porto Alegre, Brasil: Artmed.
- Papert, S. (1994). *A máquina das crianças: Repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Papert, S. (1997). *A família em rede*. Lisboa: Relógio D'Água Editores.

- 
- Patton, M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, Calif.: Sage Publication.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods*. Thousand Oaks : Sage Publications.
- Paulus, T. M. (2005). Colaborative and cooperative approaches to online group work: the impact of task type. *Distance Education*, 26(1), 111-125.
- Pedro, N., & Matos, J. F. (2009). Social Network Analyses como ferramenta de monitorização da comunicação e interação online: o exemplo de uma iniciativa de e-learning no ensino superior. In C. Carvalho, R. Silveira, & M. Rodriguez (Edits.), *TICAI2009: TICs para a Aprendizagem da Engenharia* (pp. 179-186). TICAI.
- Pedro, N., Soares, F., Matos, J. F., & Santos, M. (2008). *Utilização de Plataformas de Gestão de aprendizagem em contexto escolar - Estudo Nacional*. (n. editado, Ed.)
- Pereira, R. (2009). *Aprendizagem da Matemática em Ambientes Online*. (Dissertação de Mestrado em Estudos da Criança), Universidade do Minho, Instituto de Estudos da Criança.
- Piteira, C. G., & Matos, J. F. (2000). Ambientes Dinâmicos de Geometria como Artefactos Mediadores para a aprendizagem da geometria. *Paper presented at the Ensino e Aprendizagem da Geometria*.
- Piteira, G. (2000). *Actividade matemática emergente com os ambientes dinâmicos de geometria dinâmica*. (Dissertação de Mestrado), Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. (1994). *O projecto MINERVA: Introduzindo as NTI na educação em Portugal*. Obtido em 24 de março de 2012, de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm>
- Ponte, J. (1995). Novas tecnologias na aula de matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. (1997a). *As novas tecnologias e a educação*. Lisboa: Texto Editora.
- Ponte, J. (1997b). O Ensino da Matemática na Sociedade da Informação (Editorial). *Educação e Matemática*, 45, 1-2.
- Ponte, J. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: que desafios? *Revista Ibero-Americana de Educação*, 24, 63-90.

- Ponte, J. (2002a). *A Formação para a Integração das TIC na Educação Pré-Escolar e no 1º Ciclo do Ensino Básico. Cadernos de Formação de Professores*. Porto: Porto Editora.
- Ponte, J. (2002b). Investigar a nossa própria prática. In GTI(Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2000). A Internet como recurso para o ensino da matemática. *Revista NOESIS*, 55, pp. 41-45.
- Ponte, J., & Canavarro, A. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J., & Oliveira, H. (2001). Comunidades virtuais no ensino, na aprendizagem e na formação. In D. Moreira, C. Lopes, I. Oliveira, J. Matos, & L. Vicente (Edits.), *Matemática e comunidades: A diversidade social no ensino aprendizagem da matemática (Actas do XI Encontro de Investigação em Educação Matemática da SPCE)* (pp. 65-70). Lisboa: SEM-SPCE e IIE.
- Ponte, J., Branco, N., & Matos, A. (2009a). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação DGIDC. Obtido em 12 de janeiro de 2012, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_NPMEB/003\\_Brochura\\_Algebra\\_NPMEB\\_\(Set2009\).pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/003_Brochura_Algebra_NPMEB_(Set2009).pdf)
- Ponte, J., Matos, A., & Branco, N. (2009b). *Sequências e Funções*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC. Obtido em 12 de janeiro de 2012, de [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais\\_NPMEB/023\\_Sequencia\\_Sequencias\\_e\\_Funcoes\\_NPMEB\\_3c7.pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/023_Sequencia_Sequencias_e_Funcoes_NPMEB_3c7.pdf)
- Ponte, P. J., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2003). O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 159-192). Campinas: Mercado de Letras.
- Ponte, P., & al. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Pope, C., Zieblend, S., & Mays, N. (2006). *Analysing qualitative data*. (C. Pope, & N. Mays, Edits.) London: Wiley-Blackwell. Obtido em 9 de maio de 2011, de [http://books.google.com.br/books?id=3mxo7eHIPcsC&pg=PP4&lr=&hl=pt-PT&source=gbs\\_selected\\_pages&cad=5](http://books.google.com.br/books?id=3mxo7eHIPcsC&pg=PP4&lr=&hl=pt-PT&source=gbs_selected_pages&cad=5)
- Pozo, J. (2002). *Aprendizes e mestres: a nova cultura da linguagem*. Porto Alegre: Artmed.

- 
- Programa Nónio Século XXI. (2001). *Estratégias para Acção - As TIC na Educação*. Lisboa: Ministério da Educação-Departamento de Avaliação , Prospectiva e Planeamento.
- Puga, M. (2005). *Integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en una Escuela de Primaria de Galicia. Estudio de caso*. (Tese de Doutoramento), Faculdade de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica y Organización Escolar, Santiago de Compostela.
- Quivy, R., & Campenhoudt. (2008). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. (5ª ed.). Lisboa: Gradiva.
- Ramos, J. (2005). Experiências educativas enriquecedoras no âmbito das tecnologias de informação e comunicação em Portugal. Contributos para uma reflexão. In R. V. Silva, & A. V. Silva, (orgs.), *Educação, aprendizagem e tecnologia. Um desafio para professores do século XXI* (pp. 175-217). Lisboa: Edições Sílabo.
- Resolução do Conselho de Ministros n.º 137/2007. (de 18 de Setembro). *Diário da República, n.º 180/2007 - I série*. Plano Tecnológico da Educação.
- Roulet, G. (2010). *Geogebra as a component of online collaborative mathematics investigations: present work toward realizing a dream*. Ithaca, NY, USA. Obtido em 8 de julho de 2012, de Geogebra Institute of Ithaca: [http://geogebraithaca.wikispaces.com/file/view/z10\\_os3-1-1.pdf](http://geogebraithaca.wikispaces.com/file/view/z10_os3-1-1.pdf)
- Russel, B. (1957). *The Study of Mathematics, Mysticism and Logic*. Doubleday & Co., Inc.
- Sagor, R. (2004). *The action research guidebook: a four-step process for educators and school teams*. Thousand Oaks: Corwin Press.
- Salmon, G. (2000). *E-Moderating, the key to teaching and learning online*. London: Koogan Page.
- Santos, I. (2006). *A Escola Virtual na Aprendizagem e no Ensino da Matemática: um estudo de caso no 12º ano*. (Dissertação de Mestrado, na Área de especialização em Tecnologia Educativa), Instituto de Educação e Psicologia - Universidade do Minho, Braga.
- Santos, M., & Carvalho, A. (2008). Refletir e inovar com a escola virtual nas práticas pedagógicas da Matemática. In A. Canavarro, D. Moreira, R. Maria, & S. d. Educação (Ed.), *Tecnologias e Educação Matemática* (pp. 447-461).

- Santos, P. (2008). *Mathlets: possibilidades e potencialidades para uma abordagem dinâmica e questionadora no ensino da matemática*. (Dissertação de Mestrado), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, and sensemaking in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: Mac Millan.
- Silva, B., & Silva, A. (2002). *Programa Nónio Século XXI: Os Desenvolvimentos dos Projetos das Escolas do Centro de Competências da Universidade do Minho*. Instituto de Educação e Psicologia - Universidade do Minho.
- Simões, M. (2002). *Internet na aula de Matemática. Um estudo de caso*. (Dissertação de Mestrado), Universidade do Minho, Braga.
- Simões, M. (2008). *Laboratórios Virtuais de Matemática como um espaço de apoio à actividade do professor do século XXI: um estudo de caso*. (Tese de Doutoramento em Educação), Universidade do Minho, Braga.
- Simpson, G., Hoyles, C., & Noss, R. (2005). Designing a programming-based approach for modelling scientific phenomena. *Journal of Computer Assisted Learning*, 21(2), pp. 143-158.
- Stahl, G. (2009). *Studyng Virtual Math Teams*. New York: Springer Press.
- Stahl, G. (2011a). *Essays in Computer-Supported Collaborative learning*. Obtido de [www.lulu.com](http://www.lulu.com)
- Stahl, G. (2011b). *Essays in Group Cognition*. Obtido de [www.lulu.com](http://www.lulu.com)
- Stahl, G. (2011c). How a virtual math team structured its problem solving. *Paper presentes at the international conference on CSCL-Computer-Supported Collaborative Learning*, (pp. 256-263). Hong Kong.
- Stake, R. (1995). *The Art of Case Study Research*. Thousans Oaks, CA: Sage Publications.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1998). *Basic of qualitative research: techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Swan. (2002). Building learning Communities in Online Courses: The importance of interaction. *Education, Communication & Information*, 2(1), 23-44. Obtido em 20 de julho de 2012, de [http://portfolio.educ.kent.edu/daltone/cmc/articles/dg\\_swan.pdf](http://portfolio.educ.kent.edu/daltone/cmc/articles/dg_swan.pdf)

- 
- Swan, K. (2003). *Learning effectiveness: What the research tells us*. Obtido de Kent University: <http://www.kent.edu/rcet/Publications/upload/learning%20effectiveness4.pdf>
- Swan, K. (2004). *Relationships Between Interactions and Learning In Online Environments*. Kent State University: The Sloan Consortium. Obtido em 2 de julho de 2012, de <http://sloanconsortium.org/publications/freedownloads>.
- Tall, D. (2012). The Evolution of Technology and the Mathematics of Change and Variation. In J. Roschelle, & S. Hegedus (Edits.), *Democratizing Access to Important Mathematics through Dynamic Representations: Contributions and Visions form the SimCalc Research Program*. Springer.
- Tergan, S. O. (1997). Tergan, S.-O. (1997). Multiple views, contexts, and symbol systems in learning with hypertext/hypermedia: A critical review of research. *Educational Technology*, 37(4), 5-18.
- Thomas, D., Li, Q., Knott, L., & Li, Z. (2008). The Structure of Student Dialogue in Web-Assisted Mathematics Courses. *Journal of Educational Technology Systems*, 36(4), 415-431.
- Tuckman, B. (2002). *Manual de Investigação em Educação* (2ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Uddin, R. (2011). *Geogebra, tool for mediating knowledge in the teaching and learning of transformation of functions in mathematics*. (Dissertação de Mestrado), University of KwaZulu-Natal, , Edgewood.
- Underwood, J., Hoadley, C., Lee, H. S., Hollebrands, K. F., Digiano, C., & Renninger, K. A. (2005). Idea: identifying design principles in educational applets. *Educational Technology Research and Development*, 53(2), 99-112.
- UNESCO. (1996). *Educação, um tesouro a descobrir. Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre a Educação para o século XXI*. Porto: Asa.
- Varandas, J. M. (2003). Avaliação da Actividade Investigativa: uso de uma tabela de descritores. *Educação e matemática*, 74.
- Vavassorib, F, & Raabe, A. (2003). Organização de atividades de aprendizagem utilizando ambientes virtuais: um estudo de caso. In M. Silva (Ed.), *A educação online* (pp. 311-326). São Paulo: Loyola.

- Veloso, E. (1998). *Geometria-Temas Actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wenger, E. (1998a). *Communities of practice. Learning, meaning and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998b). *Communities of practice. Learning as a social system. Systems Thinker*. Obtido em 10 de maio de 2012, de <http://www.coil.com/coil/knowledgegarden/cop/lss.shtml>
- Wenger, E. (2007). *Communities of practice. A brief introduction*. Obtido em 14 de junho de 2012, de Wenger-Trayner: <http://www.ewenger.com/theory/>
- Wenger, E., McDermott, R., & Snyder, W. M. (2002). *Cultivating communities of practice*. Cambridge, MA: HBS press.
- Wie, C. R., & Na, I. (1998). Development of Java Applet Resources for Solid State Materials. *Journal Mater. Edu*, 20(1-2), 49-55.
- Wiley, D. (2002). Connecting Learning Objects to Instructional Design Theory: a Definition, a Metaphor and a Taxonomy. In David Wiley (Ed.). *The Instrumental Use of Learning Objects*. Bloomington, Indiana: Agency for Instructional Technology and Association for Educational Communications and Technology.
- Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive mathematical textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10, 217-249.
- Yin, R. (2003). *Case Study Research: Design and methods* (3<sup>a</sup> ed.). Thousand Oaks / London: Sage Publication.

---

## **Anexos**



---

## **Anexo A: Tarefas**

## Tarefa 1 – Simetrias de figuras

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

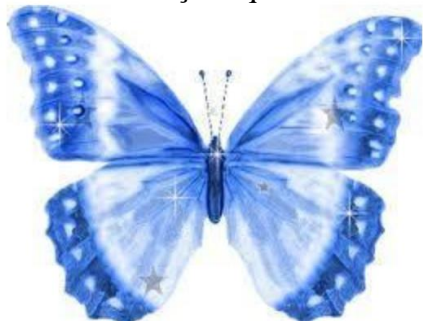
Considera-se que uma figura tem **simetria** quando, sujeita a uma transformação, fica invariante, isto é, a figura que se obtém coincide com a figura inicial. As transformações que vamos considerar são:

- reflexão segundo um eixo – **simetria de reflexão**
- rotação com centro em um ponto da figura e com uma determinada amplitude – **simetria de rotação**

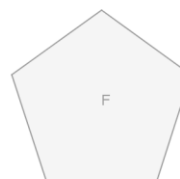
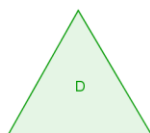
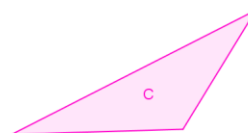
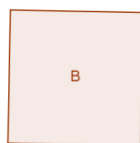
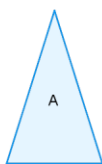
Deverás resolver as questões recorrendo ao *software GeoGebra*.

1. Abre o ficheiro **sim1** e traça, os eixos de simetria de cada figura, caso existam.

Grava as construções que fizeres.



2. Vamos identificar simetrias nos polígonos desenhados em baixo.



Para te ajudar a responder às questões recorre ao applet:

[http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view\\_all?id=32732p1nem8emp\\_p1\\_eixossimetriahtml](http://brip.escolavirtual.pt/page.php/resources/view_all?id=32732p1nem8emp_p1_eixossimetriahtml)

2.1. Desenha em cada um dos polígonos todos os seus eixos de simetria (caso existam), para isso abre o ficheiro **sim2**. Grava todas as construções que fizeres.

2.2. Indica todas as simetrias de rotaç3o de cada uma das figuras. N3o te esqueças que, para cada simetria de rotaç3o, tens de identificar o seu centro e a sua amplitude.

**Nota:** Para descobrires as **simetrias de rotaç3o de uma figura** podes utilizar um bocado de acetato ou papel vegetal com a figura desenhada e rod3o-lo em torno de um ponto da figura em estudo at3e que a figura do acetato coincida com ela.

3. Abre o ficheiro [sim3](#) e para cada uma das figuras , indica, sempre que existam, as simetrias de rotaç3o indicando o centro e a amplitude da rotaç3o.



Figura 1



Figura 2

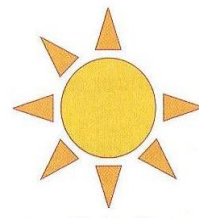


Figura 3



Figura 4

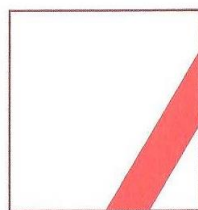
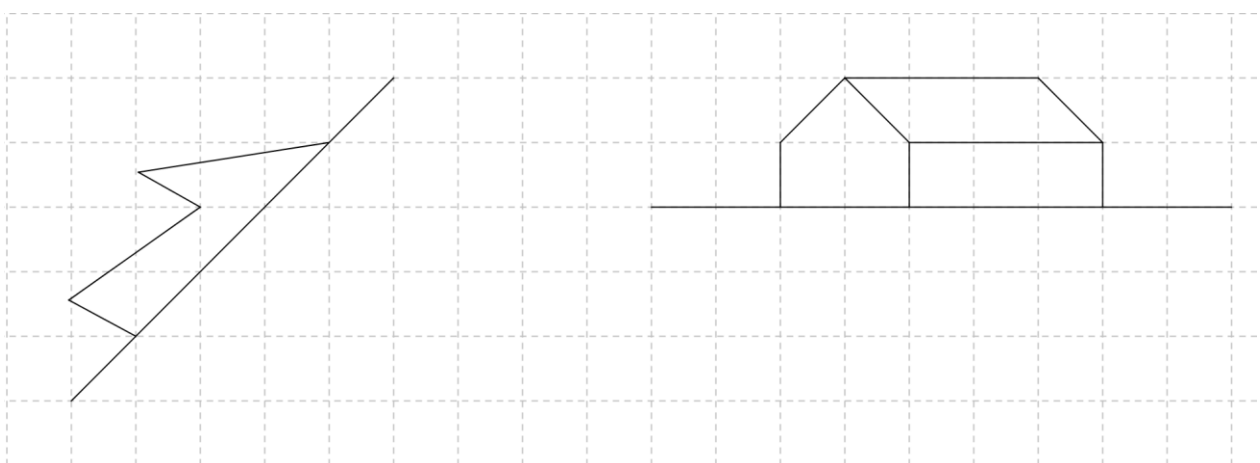


Figura 5



Figura 6

4. Abre o ficheiro [sim4](#) e completa cada uma das tr3es figuras, sabendo que as retas a tracejado s3o eixos de reflex3o. Grava as tuas construções.



**Bom Trabalho!**

## Tarefa 2 – Frisos




Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

- ◇ As bandas horizontais decorativas que, por vezes, se encontram nos edifícios, nos gradeamentos, em tecidos ou em peças de cerâmica são designadas por **frisos**. Em Geometria, chama-se friso a uma figura constituída por um motivo que se repete indefinidamente numa mesma direção, através de translações.

Deverão resolver a tarefa recorrendo ao *software* “GeoGebra”

1. **Abram o programa *GeoGebra* e no menu *Exibir* retirem a seleção de “eixos coordenados” e de “zona algébrica”.** Depois selecionem “quadriculados”.
2. No menu *Opções*, em *Captura de pontos*, selecionem “*Ativada (quadriculado)*”: desta forma, os pontos criados ficam sempre nas interseções da rede quadriculada.
3. Ainda no menu *Opções*, em *Rotular*, escolham “*Nenhum objeto novo*”.
4. Observem o polígono apresentado na figura 1 e reproduzam-no o mais à esquerda possível na zona gráfica:

- Selecionem 
- Marquem os vértices do polígono sempre no mesmo sentido e, no fim, cliquem novamente no primeiro vértice para fecharem o polígono.
- Para esconder os pontos, cliquem no pequeno triângulo presente no canto inferior direito do ícone  e selecionem . Depois, cliquem nos pontos a esconder.

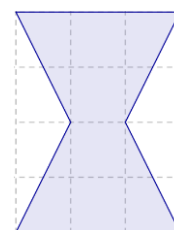






Figura 1

5. Construam um vetor com direção horizontal, sentido da esquerda para a direita e com 3 unidades de comprimento:

- Cliquem no triângulo presente no canto inferior direito do ícone  e selecionem a opção 
- Marquem a origem e a extremidade do vetor na zona gráfica.

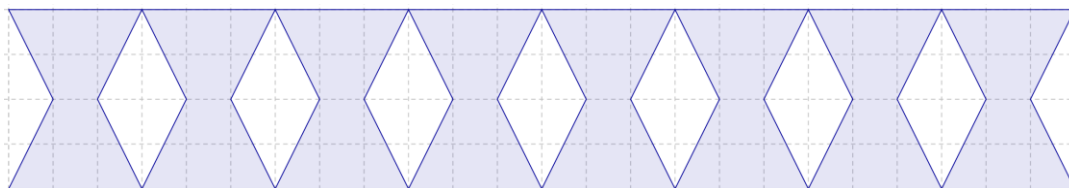
6. Construam a imagem do polígono através da translação associada ao vetor construído:

- Cliquem no triângulo presente no canto inferior direito do ícone  e selecionem a opção 
- Cliquem no polígono e, depois, no vetor, para obterem a imagem segundo a translação associada ao vetor.

---

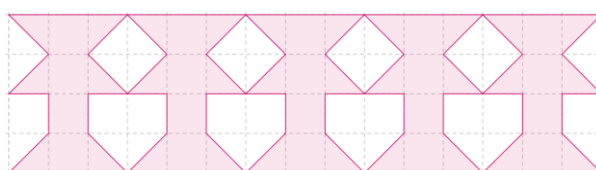
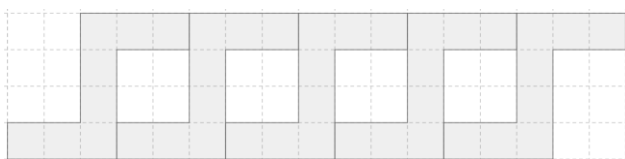
7. De forma análoga, construam a imagem desse novo polígono, e assim sucessivamente.

Deverão obter o seguinte friso:



8. Guardem a vossa construção com o nome “Friso1”

9. Segundo o mesmo processo, construam e guardem os seguintes frisos (“Friso2” e “Friso3”):



10 **Construam ainda dois novos frisos usando a vossa criatividade e guardem-nos (“Friso4” e “Friso5”).**

11 Enviem todos os vossos frisos pelo Moodle.

**Bom Trabalho!**

## Tarefa 3 – Rosáceas

Matemática - 8º Ano

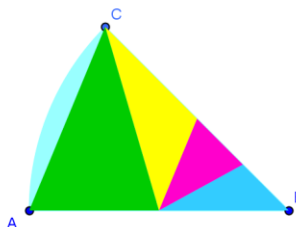
Ano Letivo 2011/2012



- ◇ As **rosáceas** são elementos como os frisos, com a particular diferença (para além de outras) de serem figuras limitadas. Contudo, podem classificar-se, à semelhança dos frisos, pelo tipo e quantidade de simetrias que apresentam.
- ◇ Existem dois tipos de **rosáceas** - as **cíclicas** e as **diedrais**. As primeiras não têm eixos de simetria enquanto as segundas têm pelo menos um eixo de simetria. Ambas têm simetria rotacional.

**Deverão resolver as questões recorrendo ao software GeoGebra.**

1. Observem com atenção o motivo M representado na figura abaixo.



Considerem as transformações:

- I. Rotação de centro B e  $90^\circ$  de amplitude, no sentido positivo;
- II. Reflexão de eixo BC;
- III. Rotação de centro B e  $180^\circ$  de amplitude (meia volta).

Ao motivo M foram aplicadas as transformações I, II e III, obtendo-se as seguintes figuras:

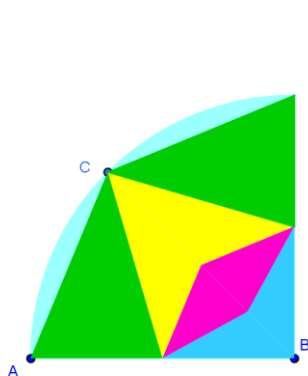


Figura 1

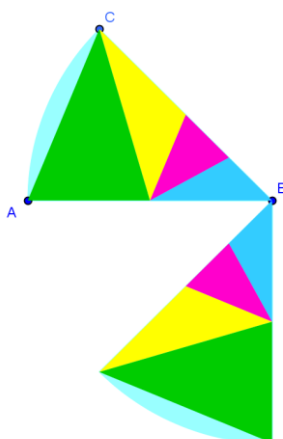


Figura 2

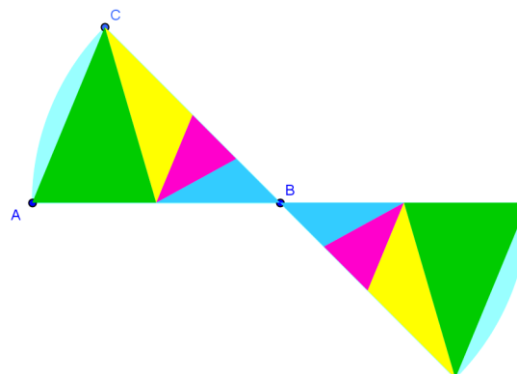


Figura 3

**Estabeleçam uma correspondência entre as transformações referidas e as figuras apresentadas.**

---

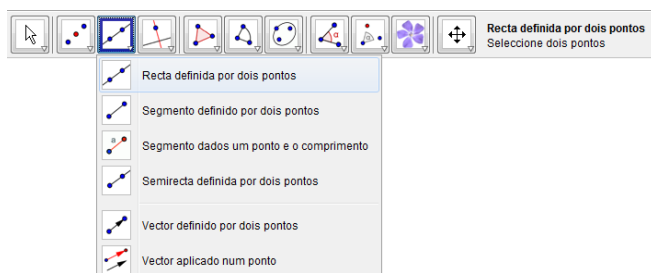
2. Agora, com o motivo M vão construir no *GeoGebra* uma rosácea diedral (obtida por reflexões) e outra cíclica (obtida por rotações).

- Para construírem a rosácea diedral, abram o ficheiro [ros1](#) e realizem reflexões sucessivas do motivo M relativamente às retas que contêm os raios exteriores representados, os quais servirão de eixos de reflexão, até obterem a rosácea.

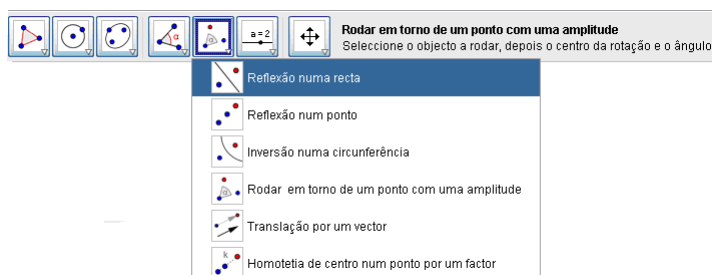
---

### Sugestão:

- Criem a reta que contém um dos raios presentes no motivo inicial na ferramenta *Reta definida por dois pontos* (por exemplo, a reta AB);



- Utilizem a ferramenta *Reflexão numa reta*, seleccionem o motivo M e depois a reta para obterem a imagem da reflexão em causa;



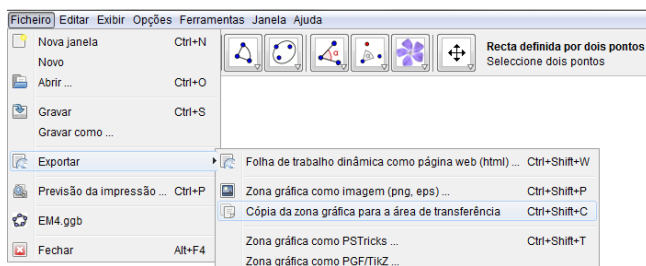
- Repitam os dois passos anteriores até obterem a rosácea diedral.

- 
- Guardem o vosso trabalho.

---

### Sugestão:

- No menu *Ficheiro*, vão a *Exportar* e depois cliquem em *Cópia da zona gráfica para área de transferência*;



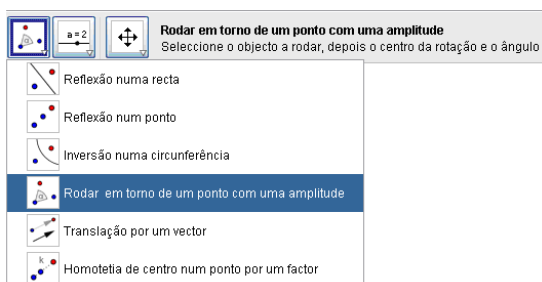
- Abram um documento novo no *Microsoft Word*, executem o comando **Ctrl+V** (deverá aparecer a imagem da vossa rosácea), e guardem o vosso trabalho.

- Para construírem a rosácea cíclica, abram novamente o ficheiro [ros1](#) e repitam sucessivamente rotações de centro B e amplitude  $45^\circ$  do motivo M até obterem a rosácea.

---

### Sugestão:

- Acedam à ferramenta *Rodar em torno de um ponto com uma amplitude*, seleccionem o motivo M, depois o centro de rotação, o ponto B e, finalmente, indiquem a amplitude do ângulo da rotação,  $45^\circ$  (sentido horário ou anti-horário);



- Repitam o passo anterior com as novas imagens obtidas, até obterem a rosácea cíclica.

- 
- Guardem o vosso trabalho e acrescentem a imagem desta nova rosácea ao documento *word* previamente criado.

### 3. Respondam agora às seguintes questões:

- a. A rosácea diedral contém quantos eixos de simetria? E a rosácea cíclica?
  - b. Qual a amplitude mínima de uma rotação no sentido positivo que transforma a rosácea diedral nela própria? E no caso da rosácea cíclica?
- No documento *word* que criaram, incluam as respostas às perguntas 1, 3a) e 3b), identifiquem o vosso trabalho e enviem-no através do *Moodle*.

## Tarefa 4 – Pavimentações

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

Quando se preenche uma região plana infinita sem deixar espaços vazios e sem sobreposições, diz-se que se realiza uma **pavimentação**.

Observem os exemplos seguintes:



1.1. Quais das figuras seguintes permitem pavimentar um plano? Para responderem a esta questão recorram ao *applet* [pav1](#).



1.2. Inventem três novas figuras que permitam pavimentar o plano. Para responderem à questão, recorram ao *applet*: <http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate/>

As instruções de utilização deste *applet* encontram-se em anexo.

Após fazerem cada uma das pavimentações guardem-nas num ficheiro *Word* fazendo um *print screen* das mesmas. Para tal devem seguir os seguintes passos:

1º Abram um ficheiro *Word*;

2º Voltem à pavimentação e façam um *print screen* da mesma, clicando na tecla

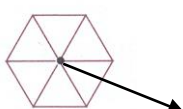
**PrtSc**  
**Sys Req**

3º Regressem novamente ao ficheiro *Word* e colem a pavimentação;

4º No final gravem a pavimentação com o número da alínea.

1.3. Investiguem, quais são os polígonos regulares (com todos os lados e ângulos iguais) que, sozinhos, permitem pavimentar o plano. Em cada pavimentação quantos polígonos são necessários para formar um vértice (\*)? Qual a amplitude de cada ângulo interno de cada um dos polígonos? Porque não pavimentam alguns dos polígonos?

(\*)



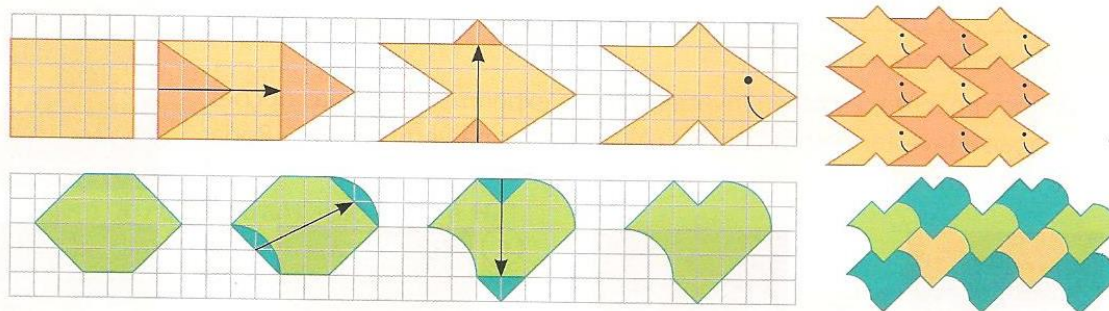
vértice

Para vos ajudar nesta investigação, recorram ao *applet*:

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_163\\_g\\_1\\_t\\_3.html?open=activities&from=topic\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_163_g_1_t_3.html?open=activities&from=topic_t_3.html)

Durante a vossa investigação, sempre que conseguirem pavimentar o plano com um polígono regular, devem guardar essa pavimentação num ficheiro de *Word* fazendo um *print screen* da mesma. Para tal devem seguir os passos atrás descritos:

1.4. Os polígonos que permitem pavimentar o plano podem ser alterados para criar figuras irregulares que também pavimentam. Uma técnica consiste em “cortar” parte da figura e deslocá-la para o lado oposto por translação. Observa os exemplos:



Inventem uma figura com a mesma técnica e pavimentem uma folha quadriculada.

Tirem uma fotografia e anexem ao trabalho.

Nesta questão também poderão recorrer ao *applet* <http://www.tessellations.org/tesselmania0.htm>

Bom Trabalho!

## Anexo: Instruções de utilização dos applets

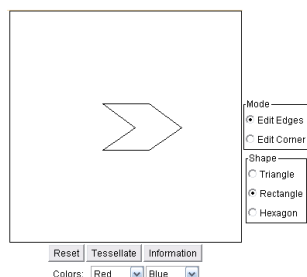
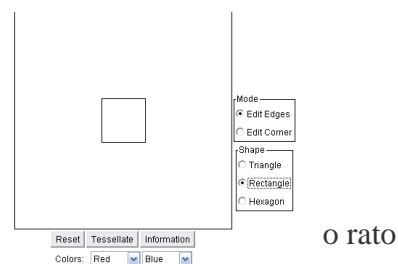
- **Instruções de utilização do applet:**

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate/>

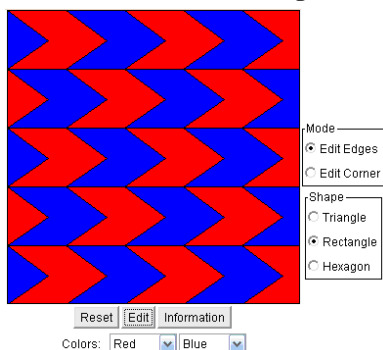
Este applet permite-vos desenhar um polígono à vossa escolha, deformando um triângulo, um quadrado ou um hexágono, de forma a poderem fazer uma pavimentação.

Para fazerem a pavimentação, devem seleccionar *edit edges* e um dos polígonos

Posteriormente deformam o polígono que escolheram, clicando com o rato sobre a linha do polígono e arrastam-no até obterem o polígono que desejam.



Por fim clicam em *Tessellate* e obtém uma pavimentação.

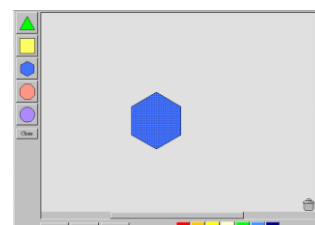


- **Instruções de utilização do applet:**

[http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_163\\_g\\_1\\_t\\_3.html?open=activities&from=topic\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_163_g_1_t_3.html?open=activities&from=topic_t_3.html)

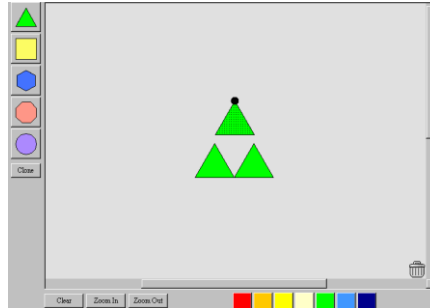
Este applet permite fazer pavimentações aplicando rotações, translações e reflexões.

Para fazerem uma pavimentação comecem por escolher um polígono regular, clicando sobre ele. A seguir, para replicarem o polígono selecionem-no e cliquem em *clone*, depois desloquem-no para iniciar a vossa pavimentação. Também podem seleccionar um grupo de polígonos e replicá-los clicando, igualmente, em



*clone*. Para selecionarem o grupo de polígonos deve com o rato fazer um retângulo à volta do grupo.

Para fazerem rotações devem colocar o rato sobre o vértice do polígono, que aparece um ponto preto (ver figura em baixo), clicando sobre este, devem rodá-lo de maneira a que consigam continuar a vossa pavimentação.



Para mudar a cor seleccionam um polígono ou um grupo de polígonos e depois clicam sobre a cor pretendida.

---

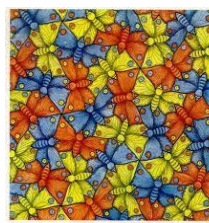
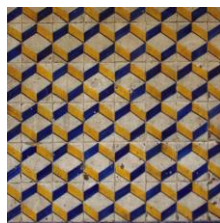
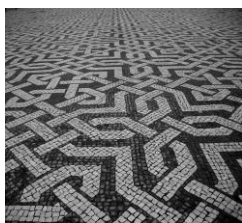
## Trabalho de Projeto – Arte e Isometrias

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

---

### Trabalho de Projeto – Arte e Isometrias



As **transformações** geométricas **reflexão**, **rotação** e **translação** são **isometrias** pois conservam os comprimentos dos segmentos e as amplitudes dos ângulos, transformando uma figura noutra congruente.

As **reflexões**, as **rotações** e as **translações** são usadas nas construções de **frisos**, na **pavimentação artística**, na elaboração de **tapeçarias** e em muitas outras **composições artísticas**.

As **isometrias** estão presentes nos **painéis de azulejos**, **pavimentos da calçada portuguesa**, **vitrais de igrejas**, **tapetes**, **estampagem de tecidos** e em **quadros** como os de M.C.Escher formando efeitos visuais.

No projeto “**Arte e Isometrias**” vais procurar e registar através de fotografias, vídeo ou desenho, exemplos de **isometrias** na tua região, em paisagens, fachadas de monumentos ou prédios, pormenores em igrejas ou monumentos, calçadas, azulejos, tapetes, painéis, jardins, natureza entre outros.

1. O projeto “Arte e Isometrias” deve compreender as seguintes etapas:

1.1. Pesquisa sobre os conteúdos envolvidos no trabalho;

1.2. Construção de pequenos textos explicativos relacionados com os conteúdos;

1.3. Exemplificação dos conteúdos através de recolha fotográfica, ou de imagem, ou de vídeo ou construção geométrica.

2. Apresentação do projeto:

2.1. O trabalho deve ser identificado, com os elementos que constituem o grupo;

2.2. O formato de entrega do trabalho deverá ser em PowerPoint ou vídeo;

2.3. Toda a pesquisa deverá ser identificada (indicar endereço dos sites, referências bibliográficas,...)

## Tarefa 1 – Tarifário de telemóveis

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

### Tarifário de telemóveis

1. A Maria está a fazer um estudo sobre os tarifários de telemóveis. Ao de alguma pesquisa, está indecisa entre duas opções. Nas duas opções custo das chamadas é calculado sobre o tempo exato de utilização.

Vão ajudar a Maria a tomar uma decisão!

fim  
o

1.1. Completem a tabela, registando o custo das chamadas ao fim de 0, 20, 30, 40, 50 e 60 minutos nas duas opções.

10,

Tempo (min)	Opção A	Opção B
0	20	0
10		
20		
30		
40		
50		
60		

1.2. A partir dos dados da tabela da questão 1.1, marquem num referencial cartesiano, os pontos correspondentes ao tempo de conversação e ao custo (tempo, custo) para cada uma das opções.

Para fazerem a marcação dos pontos referentes a cada uma das opções, recorram ao *applet*:

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit/>

As instruções de utilização deste *applet* encontram-se em **anexo**.

Depois de fazerem a marcação dos pontos para cada uma das opções guardem-nas num ficheiro *Word* fazendo um *print screen* da mesma. Para tal devem seguir os seguintes passos:

1º Abram um ficheiro *Word*;

2º Voltem à representação gráfica e façam um *print screen* da mesma, clicando na tecla

3º Regressem novamente ao ficheiro *Word* e colem a representação.

4º No final gravem a representação com o número da alínea.

---

1.3. Qual o custo das chamadas, em cada uma das opções, se a Maria, num mês, falar 15 minutos? E se falar 100 minutos?

1.4. Faz sentido unir os pontos de coordenadas (tempo, custo) correspondentes a cada opção? Justifiquem a vossa resposta. Caso faça, unam-nos.

1.5. Qual a ordenada do ponto cuja abcissa é 0 em cada um dos gráficos? O que representam esses valores?

1.6. A correspondência entre o tempo (em minutos) de uma chamada e o custo (em euros) dessa chamada é função nas duas opções? Se sim, em alguns dos casos estão perante uma função de proporcionalidade direta (função linear)? Expliquem a vossa resposta.

1.7. Encontrem uma expressão geral que permita à Maria, calcular o custo mensal y para qualquer quantidade x de minutos de chamadas, no plano correspondente a cada uma das opções.

1.8. Se a Maria não puder gastar mais de 35 € por mês, qual a opção que lhe permite falar mais minutos? Justifiquem a vossa resposta.

1.9. Entre a tabela e o gráfico cartesiano que representam as variações do custo em função do tempo, qual delas evidencia melhor o ponto a partir do qual as opções invertem as suas posições.

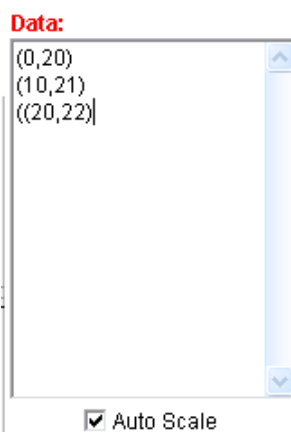
Bom Trabalho!

### **Anexo: Instruções de utilização do applet**

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit>

Este applet permite-vos a partir dos dados de uma tabela fazer a representação gráfica de uma determinada situação.

Para fazerem a representação gráfica comecem por introduzir os dados da tabela (as coordenadas dos pontos) em



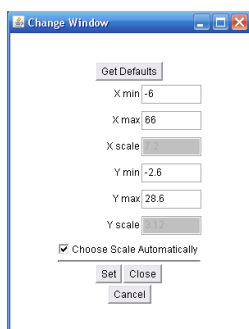
Posteriormente, tracem o gráfico clicando em  
 Optem pelo tipo de grelha que pretendem em

Plot/Update

**Show:**

- Function
- Data
- No Grid
- Light Grid Lines
- Dark Grid Lines

Para definirem a janela de visualização do vosso gráfico cliquem em **Set Window** e  
 aparecer-vos-á a janela

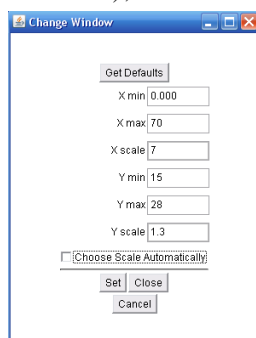


Onde terão de definir o Xmin, Xmax, Ymin e o Ymax.

**Nota:** Na escrita de números racionais de representação decimal, a parte inteira é separada da parte decimal por um ponto. Exemplo: 1.2 (em vez de 1,2)

Para definirem as escalas (Xscale e Yscale), deverão desseleccionar a opção *choose Scale*

*Automatically* surgindo a janela:



Depois de definirem todos os parâmetros clicam em *set*

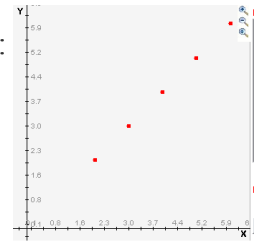
**Nota:** A escala poderá, também, ser definida automaticamente seleccionando a opção *Auto scale*  
 (Contudo, nem sempre se revela a melhor opção, sendo preferível serem vocês a defini-la

Dependendo do contexto da situação, irão unir ou não os pontos em *plot type*

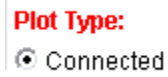
- Se não fizer sentido unir os pontos, clicam em



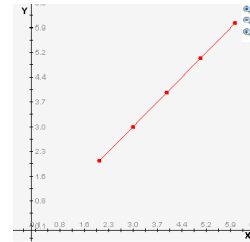
**Plot Type:**



- Se fizer sentido uni-los, clicam em



e o gráfico será do tipo:



Para eliminarem as coordenadas introduzidas, cliquem em *clear data* . O gráfico será, igualmente, eliminado.

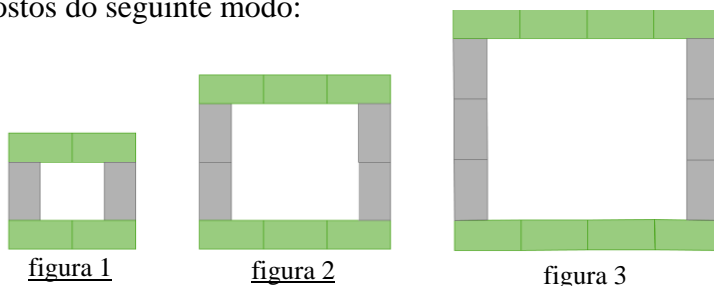
## Tarefa 2 – Azulejos

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

### Tarefa 2 – Azulejos

1. A Maria construiu uma sequência de figuras utilizando pequenos azulejos verdes e cinzentos, dispostos do seguinte modo:



Respondam às perguntas seguintes, apresentando o vosso raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuarem e todas as justificações necessárias.

1.1. Para construir a figura 4 desta sequência, quantos **azulejos cinzentos** são necessários? E para construir a figura 5?

1.2. Completem a tabela.

Ordem da figura	1	2	3	4	5	...		...	150
Nº de azulejos cinzentos							32	...	

1.3. A relação entre a ordem da figura e o número de **azulejos cinzentos** representa uma situação de proporcionalidade direta. Justifiquem.

Indiquem a constante de proporcionalidade direta e o seu significado no contexto do problema.

1.4. Quantos azulejos cinzentos terá a figura 100? Expliquem o vosso raciocínio.

1.5. Determinem uma expressão geral que represente o número de **azulejos cinzentos** em qualquer figura da sequência.

1.6. É possível ter uma figura com 52 azulejos cinzentos? Expliquem o vosso raciocínio.

---

1.7. A partir dos dados da tabela da questão 1.2, representem graficamente a relação entre o número de quadrados cinzentos e a ordem da figura.

Para responderem à questão, recorram ao *applet*:

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit/>

As instruções de utilização deste *applet* encontram-se em **anexo**.

Depois de fazerem a representação gráfica guardem-na num ficheiro *Word* fazendo um *print screen* da mesma. Para tal devem seguir os seguintes passos:

1º Abram um ficheiro *Word*;

2º Voltem à representação gráfica e façam um *print screen* da mesma, clicando na

**PrtSc**  
**Sys Req**

3º Regressem novamente ao ficheiro *Word* e colem a representação.

4º No final gravem a representação com o número da alínea.

1.8. No contexto do problema, faz sentido unir os pontos de coordenadas (nº da figura, nº de azulejos cinzentos)? Justifiquem a vossa resposta.

1.9. Ajudem a Maria a completar a tabela que fez para organizar os dados, considerando que  $f$  representa o número total de azulejos cinzentos e verdes. Reparem que na última linha da tabela devem escrever a expressão algébrica:

Número da figura	Nº total de azulejos (verdes e cinzentos)
1	6
2	10
3	14
4	
5	
...	...
9	
...	...
$f$	

1.10. Escrevam a expressão geral que representa o número total de azulejos (cinzentos e verdes) qualquer que seja o número da figura.

1.11. A partir dos dados da tabela, façam a representação gráfica desta relação entre o número de cada figura e o número total de azulejos verdes e cinzentos.

Para responderem à questão, recorram ao *applet*:

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit/>

Depois de fazerem a representação gráfica guardem-na no ficheiro Word, seguindo os passos indicados na questão 1.7.

Esta relação representa uma situação de proporcionalidade direta (função linear)? Justifiquem a vossa resposta.

Bom Trabalho!

### Anexo: Instruções de utilização do applet

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/Graphit>

Este applet permite-vos a partir dos dados de uma tabela fazer a representação gráfica de uma determinada situação.

Para fazerem a representação gráfica comecem por introduzir os dados da tabela (as coordenadas dos pontos) em

**Data:**

```
(0,20)
(10,21)
((20,22)
```

Auto Scale

Posteriormente, tracem o gráfico clicando em

Plot/Update

Optem pelo tipo de grelha que pretendem em

**Show:**

- Function
- Data
- No Grid
- Light Grid Lines
- Dark Grid Lines

Para definirem a janela de visualização do vosso gráfico cliquem em **SetWindow** e aparecer-vos-á a janela

Onde terão de definir o Xmin, Xmax, Ymin e o Ymax.

Change Window

Get Defaults

X min: -6

X max: 66

X scale: 10

Y min: -2.6

Y max: 28.6

Y scale: 10

Choose Scale Automatically

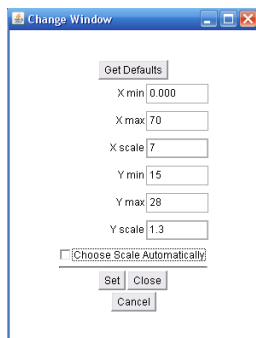
Set Close

Cancel

**Nota:** Na escrita de números racionais de representação decimal, a parte inteira é separada da parte decimal por um ponto. Exemplo: 1.2 (em vez de 1,2)

Para definirem as escalas (Xscale e Yscale), deverão desselecionar a opção **choose Scale**

**Automatically** surgindo a janela:



Depois de definirem todos os parâmetros clicam em **set**

**Nota:** A escala poderá, também, ser definida automaticamente selecionando a opção **Auto scale**

(Contudo, nem sempre se revela a melhor opção, sendo preferível serem vocês a defini-la

Dependendo do contexto da situação, irão unir ou não os pontos em **plot type**

- Se não fizer sentido unir os pontos, clicam em

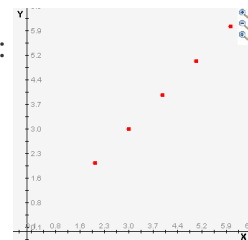
**Plot Type:**

Connected

Scatter

e o gráfico será do tipo:

**Plot Type:**

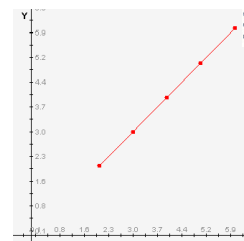


- Se fizer sentido uni-los, clicam em

**Plot Type:**

Connected

e o gráfico será do tipo:



Para eliminarem as coordenadas introduzidas, cliquem em **clear data**. O gráfico será, igualmente, eliminado.

## Tarefa 3 – Função Afim

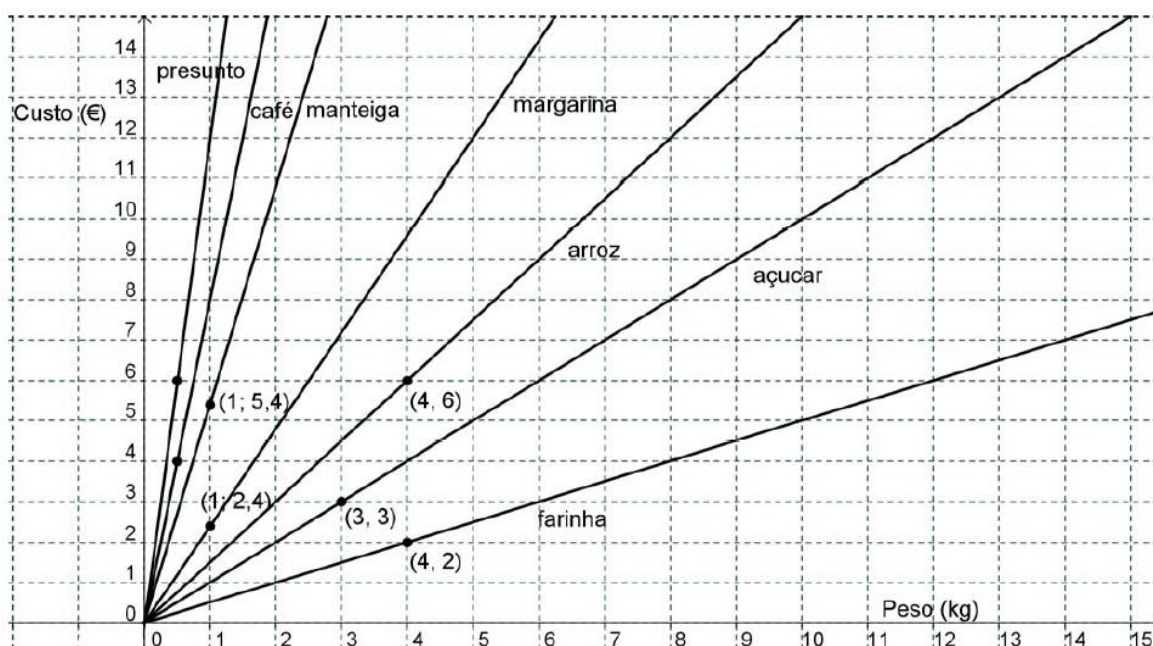
Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

Nesta tarefa vão construir gráficos de funções definidas por expressões algébricas do tipo  $f(x) = kx$  e  $f(x) = kx + b$ , recorrendo ao software **GeoGebra**.

### Função Linear

1. Na figura a Ana representou graficamente as relações entre o *peso* e o *custo* de alguns produtos de alimentação.



1.1. De acordo com as representações preencham a tabela:

Produtos	Peso (kg)	Custo (€)	Preço (€ por kg)
açúcar	3	3	1
Café	0,5	4	
farinha			
arroz			
margarina			
	0,5	6	

1.2. Indiquem:

- (i) Uma expressão algébrica para três das funções de proporcionalidade direta representadas.
- (ii) A constante de proporcionalidade, de cada uma das funções que escolheram, e o seu significado no contexto da situação.

---

1.3. A Ana quis explicar ao Nuno que apesar de todas as expressões serem do tipo  $y=kx$  ( $k > 0$ ) as retas tinham inclinação diferente e que isso tinha a ver com o valor de  $k$ .

Escrevam um pequeno texto sobre a relação entre a inclinação das retas e o valor de  $k$  de cada uma das funções e ilustrem-na com alguns exemplos.

2. O Nuno achou interessante o que a Ana descobrira e propôs-lhe estudarem, de seguida, as funções do tipo  $y=kx$  ( $k < 0$ )

Consideraram, para isso, as seguintes funções:

$$y=x$$

$$y=-3x$$

$$y=-x$$

$$y=2x$$

$$y=-0,5x$$

$$y=-5x$$

Representaram-nas graficamente e tiraram uma conclusão.

**Descrevam as prováveis conclusões dos dois amigos, elaborando um pequeno texto onde integrem as representações gráficas das funções.**

## Função Afim

3. Considerem as funções do tipo  $y=kx+b$ , com  $k=3$

$$y=3x$$

$$y=3x-2$$

$$y=3x+4$$

$$y=3x+1,5$$

3.1. Representem-nas graficamente num mesmo referencial.

3.2. Qual a posição relativa das retas que representam as funções?

3.3. O que há de comum entre as expressões algébricas que definem as funções?

3.4. Indiquem as coordenadas dos pontos de interseção de cada uma das retas com o eixo das ordenadas.

3.5. Expliquem o efeito do valor de  $b$  no gráfico da função.

4. Considerem as funções do tipo  $y=kx+b$ .

Agora considerem  $b=2$ , ou seja as funções do tipo  $y=kx+2$

4.1. Escrevam três exemplos de funções deste tipo atribuindo valores a  $k$  (escolham valores de sinais diferentes).

4.2. Representem, num mesmo referencial, os gráficos das funções consideradas na alínea anterior.

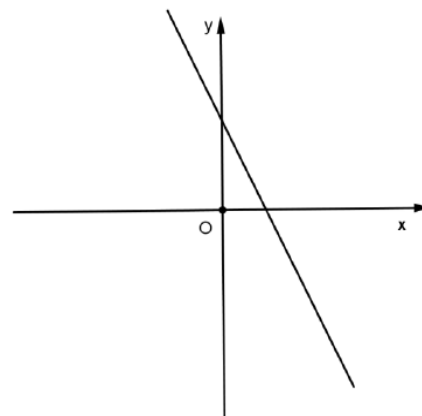
4.3. O que há de comum entre os gráficos?

4.4. Descrevam o efeito do valor de  $k$  no crescimento e no decrescimento das funções.

5. Observem o gráfico seguinte:

5.1. Este gráfico pode representar uma função de proporcionalidade direta? Expliquem a vossa resposta.

5.2. Indiquem a expressão analítica de uma função que possa ser representada por este gráfico, explicando o porquê da vossa resposta.



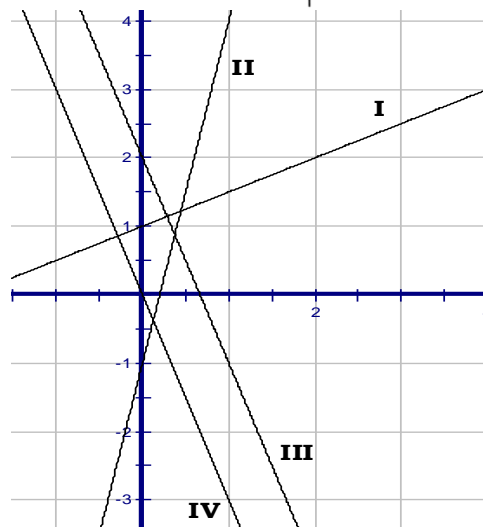
6. Façam corresponder as expressões algébricas a cada um dos gráficos. Justifiquem a vossa resposta.

$$y = 0,5x + 1$$

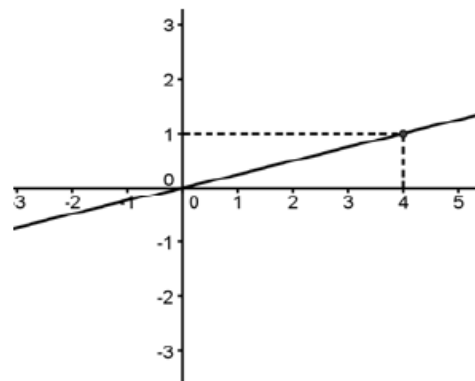
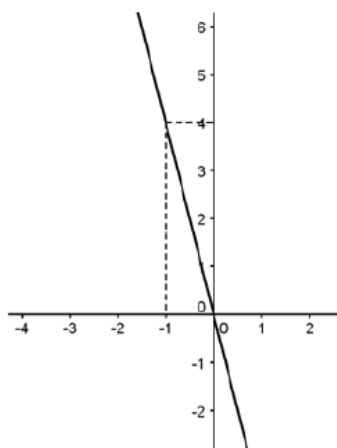
$$y = -3x + 2$$

$$y = 5x - 1$$

$$y = -3x$$



7. Escrevam a expressão algébrica que define cada uma das funções a seguir representadas graficamente:



8. Escrevam a expressão algébrica que define cada uma das funções afins cujo gráfico passa pelos pontos:

8.1. A(0,5) e B(2, 7)

8.2. A(0, -3) e B(1,0)

8.2. A(1, 2) e B(-1, -8)

8.4. A(-2, -3) e B(4,6)

Bom Trabalho!

## Tarefa 4 – Consumo de Água

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

1. A Joana e o João, são dois amigos, que vivem em cidades diferentes, nas quais o custo mensal do consumo de água da rede pública é calculado de forma diferente. Na cidade da Joana o preço de cada  $m^3$  de água é de 0,60 €, acrescida de uma taxa mensal fixa de 4 €. Já na cidade do João não existe uma taxa fixa, sendo o preço de cada  $m^3$  de água de 0,80 €.

1.1. O preço a pagar depende do consumo mensal em metros cúbicos. Comparem o preço a pagar, em cada uma das cidades, para alguns casos concretos, preenchendo a seguinte tabela:

<b>Consumo mensal em <math>m^3</math></b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>...</b>	<b>30</b>
<b>Custo mensal a pagar pela Joana</b>						
<b>Custo mensal a pagar pelo João</b>						

1.2. As grandezas - consumo mensal em metros cúbicos e o custo mensal a pagar - são diretamente proporcionais em alguma das cidades?

Em caso afirmativo, indiquem em qual.

Calculuem a constante de proporcionalidade direta e expliquem o seu significado no contexto do problema.

1.3. Quanto pagaria a Joana e o João, durante o mês de junho, se o consumo de ambos foi de  $25 m^3$ . Expliquem o vosso raciocínio.

1.4. A partir dos dados registados na tabela, representem graficamente a relação entre o consumo mensal em metros cúbicos e o respetivo custo em cada uma das cidades.

Recorram ao software GeoGebra.

Após fazerem as representações gráficas guardem-nas no ficheiro Word.

1.5. No contexto do problema, faz sentido unir, sequencialmente, os pontos de cada um dos gráficos? Justifiquem a vossa resposta.

1.6. Observem o gráfico relativo ao custo mensal a pagar na cidade da Joana. Que significado tem, na realidade, o valor que marcaram correspondente a zero metros cúbicos consumidos? Que conclusões podem tirar.

1.7. Em cada uma das situações, o custo é função do consumo.

Seja  $x$  o consumo mensal em metros cúbicos e  $f(x)$  e  $g(x)$  o custo mensal a pagar, respetivamente, pela Joana e pelo João. Indiquem uma expressão algébrica da função  $f$  e  $g$ .

1.8. No mês de março a Joana pagou 28 € e o consumo de água na casa do João foi de  $17 \text{ m}^3$ .

1.8.1. Qual foi o consumo em março em casa da Joana? Apresentem o vosso raciocínio.

1.8.2. Quanto teve de pagar o João no mês de março? Apresentem o vosso raciocínio.

1.9. No mês de julho, a Joana e o João pagaram o mesmo valor e tiveram o mesmo consumo.

Determinem o consumo efetuado no mês de julho e o valor pago.

2. Na cidade onde habita a tia da Joana o preço praticado é diferente. Na tabela seguinte estão representados os consumos e os preços relativos a dois meses.

Consumo	Custo total mensal
$5 \text{ m}^3$	8 €
$15 \text{ m}^3$	20 €

O preço da água na cidade onde habita a tia da Joana é inferior ao da cidade da Joana?

Façam um estudo e apresentem as conclusões.

3. Na cidade onde vive a tia do João, durante o mês de dezembro, fizeram uma promoção especial. Cada habitante pagava 40 euros e durante esse mês consumia o número de metros cúbicos de água que quisesse.

3.1. Elaborem uma tabela que traduza alguns casos concretos da relação existente entre o preço total a pagar e o número de metros cúbicos de água consumidos, nesse mês, por vários habitantes.

---

3.2. A partir dos dados da tabela, façam a representação gráfica da relação entre o consumo mensal em metros cúbicos e o respetivo custo nessa cidade.

Recorram ao software GeoGebra.

Após fazerem a representação gráfica guardem-na no ficheiro Word.

3.3. Encontrem uma expressão geral que permita determinar o preço total a pagar por qualquer consumo mensal em metros cúbicos de água, nesta situação.

3.4. Numa pequena composição, justifiquem se esta promoção é ou não vantajosa. Caso seja vantajosa, refiram em que condições.

BomTrabalho!

## Tarefa – Investigando a influência do parâmetro $k$ e $b$ no gráfico da função afim $y=kx+b$

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

---

### 1. A influência do parâmetro $k$ no gráfico da função afim $y=kx+b$

1.1.1. Desloquem o seletor  $k$  de modo que este apenas tome valores positivos. Descrevam o que observam.

1.1.2. Desloquem o seletor  $k$  de modo que este tome o valor zero. O que observam? Como se chama a função obtida?

1.1.3. Desloquem o seletor  $k$  de modo que tome apenas valores negativos. Descrevam o que observam.

1.2. Qual a relação entre a inclinação da reta e o sinal de  $k$ ?

1.3. Desloquem o seletor  $k$  de modo que este tome valores positivos cada vez maiores. Que se pode dizer acerca da inclinação da reta à medida que o valor de  $k$  aumenta?

### 2. A influência do parâmetro $b$ no gráfico da função afim

2.1. Desloquem o seletor  $b$  e descrevam o que observam.

2.2. Desloquem o seletor  $b$  de modo que este tome apenas valores positivos. Que podem dizer sobre a posição relativa das retas obtidas, em relação à reta original?

Quando  $b$  é positivo, onde se encontra o ponto de interseção da reta com o eixo  $Oy$ ?

2.3. Desloquem o seletor  $b$  de modo que este tome apenas valores negativos. Que podem dizer sobre a posição relativa das retas obtidas, em relação à reta original?

Quando  $b$  é negativo, onde se encontra o ponto de interseção da reta com o eixo  $Oy$ ?

2.4. Façam com que o seletor  $b$  tome o valor **zero**. Observem a reta obtida e escrevam as vossas conclusões. Como se chama a função obtida?

3. Observem a figura 2.

3.1. Que nome dão a este tipo de função afim? Escrevam a expressão algébrica da função  $f$ .

3.2. Qual é a ordenada de  $P$  quando a abcissa é 1? Confirmem a resposta, deslocando o ponto  $P$  para a posição em que abcissa é 1.

3.3. Determinem, em cada caso,  $\frac{\text{Ordenada de } P}{\text{Abcissa de } P}$

4. Na função linear  $y=kx$ , a que é igual o quociente entre a ordenada e a abcissa de qualquer ponto diferente da origem?

---

## Tarefa – Investigando Dízimas

Matemática - 8º Ano

Ano Letivo 2011/2012

---

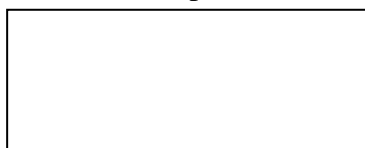
1. Considera os números escritos na forma fracionária.

$$\frac{3}{8} \quad -\frac{22}{14} \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{5}{13} \quad \frac{4}{11} \quad \frac{23}{12} \quad -\frac{14}{5} \quad \frac{25}{32}$$

1.1. Usando a calculadora, representa-os na forma de dízima.

1.2. Tendo em conta o tipo de dízima encontrado na alínea anterior, forma dois grupos com esses números:

Grupo 1



Grupo 2



1.3. Explica o critério que usaste para agrupar os números.

1.4. Para cada um dos números do grupo 2, indica qual o próximo algarismo da dízima que é desconhecido. Para cada caso, explica o teu raciocínio.

2. Vamos estudar frações com denominador 11.

2.1. Usando a calculadora, representa na forma de dízima cada uma das seguintes frações:

$$\frac{1}{11} \quad \frac{2}{11} \quad \frac{3}{11} \quad \frac{4}{11}$$

2.2. Sem usar a calculadora, conjetura como ficarão representados, na forma de

dízima, as seguintes frações:  $\frac{5}{11}$  e  $\frac{6}{11}$ . Explica o teu raciocínio.

2.3. Usando a calculadora, representa na forma de dízima a fração  $\frac{12}{11}$ .

2.4. Sem usar a calculadora, conjetura como ficarão representadas, na forma de

dízima, as frações  $\frac{13}{11}$  e  $\frac{24}{11}$ . Explica o teu raciocínio.

2.5. De um modo geral como se escreve na forma de dízima uma fração de denominador 11?

**Bom Trabalho!**

## **ANEXO B - GRELHA DE AVALIAÇÃO COM ESCALAS DE DESCRITORES**

**Tabela de Descritores para a Avaliação das Tarefas**

	<b>Nível 4</b>	<b>Nível 3</b>	<b>Nível 2</b>	<b>Nível 1</b>	<b>Nível 0</b>
<b>Conhecimento Matemático</b>	Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos envolvidos na situação. Usa terminologia e notação apropriada. Utiliza representações adequadas. Executa completa e corretamente algoritmos.	Mostra compreender conceitos e princípios matemáticos da situação. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada. Utiliza representações corretas mas não muito adequadas. Executa completamente algoritmos. Os cálculos estão na generalidade corretos mas podem conter erros menores.	Mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos da situação. A resposta pode ter erros computacionais. Utiliza representações com algumas incorreções.	Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos da situação. Pode trocar ou falhar no uso dos termos matemáticos. A resposta pode ter graves erros computacionais.	Mostra não compreender os conceitos e princípios matemáticos da situação.
<b>Processos</b>	Pode usar informação exterior relevante de uma natureza formal ou informal. Identifica os elementos importantes da situação mostrando compreensão de relações entre eles. Formula questões que orientam/viabilizam uma estratégia de investigação. Formula e testa conjeturas. A procura de soluções é feita de uma forma organizada e sistemática.	Pode usar informação exterior relevante de uma natureza formal ou informal. Identifica elementos importantes da situação mostrando compreensão de relações entre eles. Formula algumas questões que orientam/viabilizam uma estratégia de investigação. Formula conjeturas. A procura de soluções é feita de uma forma organizada e sistemática.	Pode usar informação exterior com alguma relevância. Identifica alguns elementos importantes da situação mas mostra uma compreensão limitada de relações entre eles. É identificável a procura de soluções mas este processo pode estar incompleto ou pouco sistematizado.	Informação exterior, quando usada, é irrelevante. Não identifica elementos importantes da situação nem relações entre eles. Pode refletir uma estratégia inadequada. O processo de procura de soluções está incompleto ou é difícil de identificar.	O trabalho relatado, se existente, é inadequado e/ou irrelevante.
<b>Comunicação</b>	Apresenta uma resposta completa com uma descrição ou explicação clara e não ambígua; pode incluir um diagrama completo e apropriado. Comunica de forma eficaz, apresenta argumentos fortes, lógicos e completos como suporte e pode incluir exemplos e contra-exemplos; mostra organização na resolução.	Apresenta uma resposta completa com uma descrição ou explicação razoável e não ambígua. Pode apresentar diagramas apropriados. Em geral comunica eficazmente. Apresenta argumentos que podem conter pequenas imperfeições.	Apresenta uma resposta satisfatória mas a descrição ou explicação pode ser por vezes ambígua ou pouco clara. Pode incluir diagramas pouco claros ou precisos. A comunicação pode ser por vezes vaga ou de difícil interpretação. Os argumentos podem ser incompletos ou baseados em premissas pouco importantes.	Apresenta alguns elementos satisfatórios omitindo partes significativas da resolução ou contendo incorreções. Pode incluir diagramas que representam de uma forma incorreta a situação, pouco claros ou de difícil interpretação. A explicação ou descrição pode não existir ou ser de difícil leitura.	Comunica de forma ineficaz. Pode integrar desenhos que não representam de todo a situação.

(Varandas, J. (2003). Avaliação de actividades investigativas: Uso de uma tabela de descritores. Revista da Educação 73, p. 78.)

**Anexo C:**

**Guião da entrevista em grupo focado**

**Questionário Inicial**

**Questionário Final**

## GUIÃO DA ENTREVISTA EM GRUPO FOCADO

### **Relação com a matemática**

- 1- Que opinião tens da disciplina de matemática?
- 2- Gostas da disciplina de matemática?
- 3- De que temas da matemática mais gostaste este ano?
- 4- Quais foram as tuas dificuldades nesta disciplina?
- 5- Relativamente ao teu desempenho, até este momento, em matemática como o caracterizas?

### **Utilização do AVA**

- 6- O que achaste do facto de teres tido um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) matemática como complemento ao ensino presencial?
- 7- Gostaste de trabalhar no AVA?
- 8- O que te levava a aceder ao AVA? Acedias porque era obrigatório para resolver as tarefas propostas ou porque gostavas?
- 9- Consideras que o AVA te ajudou de alguma forma a compreender melhor alguns assuntos da matemática?
- 10- De que forma a utilização do AVA te ajudou no estudo da matemática? De que modo estudavas no AVA? Visionavas os powerpoints? Resolvias as questões de escolha múltipla no hotpatotoes?
- 11- Como concilias o teu material de estudo (caderno diário e manual) com o AVA?
- 12- Das tarefas que realizaste no AVA, quais gostaste mais de fazer? Porquê?
- 13- O que aprendeste com a realização das diferentes tarefas no AVA?
- 14- Tiveste dificuldades na resolução das tarefas em grupo ? Se sim, quais as dificuldades sentidas?
- 15- Gostaste de realizar as tarefas em grupo? Porquê?
- 16- Houve algum elemento do grupo com quem não gostasses de trabalhar? Porquê?
- 17- Como consideras que foi a tua colaboração no grupo?
- 18- De que forma comunicavas com os teus colegas, durante a realização das tarefas? Via Skype? Facebook? Messenger? Chat? E-mail? Telemóvel? Ou presencialmente?
- 19- Gostaste de utilizar o *GeoGebra* na resolução de tarefas? Tiveste dificuldades na sua utilização? Se sim, quais as dificuldades sentidas?

- 
- 20- Consideras que a utilização do *GeoGebra* te motivou para a aprendizagem destas unidades didáticas?
- 21- Tiveste dificuldades em explorar os *applets*? Algum em particular? Se sim, quais as dificuldades sentidas?
- 22- Consideras que a exploração dos *applets* te motivou para a aprendizagem destas unidades didáticas?
- 23- Quais foram as maiores dificuldades sentidas na realização das tarefas?
- 24- Como consideras a tua participação/ envolvimento com o grupo na realização das tarefas?
- Se o aluno responder que foi fraco, colocar a seguinte questão:  
21.1- Que factores condicionaram a tua participação/envolvimento?
- 25- Consideras que desenvolveste autonomia com a realização das tarefas no AVA? Porquê?
- 26- Depois de teres utilizado o AVA no âmbito das duas unidades didáticas, quais são os aspectos positivos a assinalar?
- 27- Depois de teres utilizado o AVA no âmbito das duas unidades didáticas, quais são os aspectos negativos a assinalar?
- 28- O AVA é importante para te auxiliar na aprendizagem da Matemática? Porquê?
- 29- O que aprendeste?
- 30- Desejas acrescentar alguma coisa que não tenha sido abordado e que consideres importante?

## QUESTIONÁRIO INICIAL

### QUESTIONÁRIO

Este questionário faz parte de um trabalho de dissertação de mestrado em TIC e Educação e tem como objetivo recolher dados sobre a relação que tens com a disciplina de Matemática, sobre a utilização que fazes da *internet*, quer nas aulas quer fora delas, e sobre a tua opinião quanto ao uso do computador e da internet a Matemática.

Este questionário é anónimo e a informação recolhida é confidencial.

Código \_\_\_\_\_

### DADOS BIOGRÁFICOS

1. Idade	
2. Género	Feminino <input type="checkbox"/> Masculino <input type="checkbox"/>

### RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

1. Quanto tempo, por semana, dedicas ao estudo da Matemática?					
Menos de 1 hora <input type="checkbox"/> 1 a 3 horas <input type="checkbox"/> 3 a 5 horas <input type="checkbox"/> Mais de 5 horas <input type="checkbox"/>					
2. O que pensas da disciplina de Matemática?					
Muito difícil <input type="checkbox"/> Difícil <input type="checkbox"/> Aceitável <input type="checkbox"/> Fácil <input type="checkbox"/> Muito fácil <input type="checkbox"/>					
3. Em relação a cada uma das afirmações abaixo, indica a que se devem as tuas dificuldades a Matemática					
	Nunca 1	Raramente 2	Às vezes 3	Muitas vezes 4	Sempre 5
3.1. A falta de estudo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.2. A falta de bases	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.3. A falta de interesse pela disciplina	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.4. Aos métodos de ensino utilizados pelos professores	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.5. A falta de apoio fora da aula	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.6. Outros					
4. Que nível obtiveste à disciplina de Matemática no ano letivo anterior?					
1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4 <input type="checkbox"/> 5 <input type="checkbox"/>					
5. À disciplina de Matemática consideras-te um aluno:					
Muito fraco <input type="checkbox"/> Fraco <input type="checkbox"/> Razoável <input type="checkbox"/> Bom <input type="checkbox"/> Muito bom <input type="checkbox"/>					
6. Gostas de Matemática?					
Gosto muito <input type="checkbox"/> Gosto <input type="checkbox"/> Gosto pouco <input type="checkbox"/> Não gosto <input type="checkbox"/>					

### USO DO COMPUTADOR E DA INTERNET FORA DA AULA

7. Tens computador em casa?	Sim <input type="checkbox"/>	Não <input type="checkbox"/>
	Se não, não respondas à questão 8.	
8. O computador que tens em casa tem ligação à Internet?	Sim <input type="checkbox"/>	Não <input type="checkbox"/>
9. Gostas de utilizar o computador?	Gosto muito <input type="checkbox"/>	Gosto <input type="checkbox"/>

	Gosto pouco <input type="checkbox"/>	Não gosto <input type="checkbox"/>		
10. Onde e com que frequência costumavas usar o computador? (Podes escolher mais que uma opção)				
	Nunca 1	Raramente 2	Às vezes 3	Todos os dias 4
Em casa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em casa de familiares	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em casa de amigos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em locais públicos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Na escola:	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Noutro(s) local(ais). Qual (ais)?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

11. Durante o ano letivo, com que objetivo e frequência usas o computador? (Podes escolher mais que uma opção)				
Para:	Nunca 1	Raramente 2	Às vezes 3	Sempre 4
Fazer trabalhos escolares	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fazer apresentações em PowerPoint	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fazer pesquisas na internet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Comunicar com amigos/colegas (Messenger/Skype/ Facebook, ...)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aceder a sites educativos (sites educativos são aqueles que permitem a construção do teu conhecimento)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aceder ao site da escola	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Aceder à plataforma de ensino e aprendizagem da escola o Moodle	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Trocar e-mails	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ver filmes ou ouvir música	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Jogar	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Outra (s). Qual (ais)? _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

12. Onde e com que frequência costumava aceder a sites educativos? (Podes escolher mais que uma opção)				
	Nunca	Raramente	Às vezes	Todos os dias
	1	2	3	4
Em casa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em casa de familiares	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em casa de amigos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Em locais públicos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Na escola	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Noutro(s) local(ais). Qual (ais)? _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

13. A que tipo de sites educativos costumava aceder e com que frequência? (Podes escolher mais que uma opção)				
	Nunca	Raramente	Às vezes	Todos os dias
Sites informativos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sites de jogos didáticos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Blogues	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Wikis	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Webquests	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Outro(s) Qual (ais)? _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____				

14. Com que objetivo e frequência acesdes a sites educativos? (Podes escolher mais que uma opção)				
	Nunca	Raramente	Às vezes	Todos os dias
Para estudar	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Para esclarecer dúvidas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Para realizar tarefas propostas pelos professores	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Por curiosidade/gosto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Outro(s) Qual (ais)? _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____				

15. Estás registado na plataforma de ensino aprendizagem Moodle da escola?	Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Se não, passa para a questão 18.
16. Com que frequência acedes à plataforma?	Nunca acedi após o meu registo <input type="checkbox"/> Raramente <input type="checkbox"/> Semanalmente <input type="checkbox"/> Diariamente <input type="checkbox"/>
Se nunca acedeste à plataforma após o teu registo não respondas à próxima questão	
17. Para que fim (s) e com que frequência utilizas a plataforma? (Podes escolher mais que uma opção)	
	Nunca Raramente Diariamente Semanalmente
Aceder a informações	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Aceder a recursos	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Esclarecer dúvidas	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Entregar trabalhos	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Participar em fóruns de discussão	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Participar em Chats	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Colaborar na construção de glossários	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Realizar trabalhos no Wiki	
Outro(s). Qual (ais)?	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

### O USO DO COMPUTADOR E DA INTERNET NAS AULAS

	Nunca Raramente Às vezes Sempre
18. Costumas usar computadores nas aulas das diferentes disciplinas?	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
19. Gostas de utilizar o computador nas aulas?	Gosto pouco <input type="checkbox"/> Não gosto <input type="checkbox"/> Gosto muito <input type="checkbox"/> Gosto <input type="checkbox"/> Porquê? _____
20. Para que fim costumavas utilizar o computador/internet nas aulas? (Podes escolher mais que uma opção)	
	Nunca Raramente Quase sempre Sempre
Realizar tarefas, individuais e em grupo, propostas pelos professores	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Realizar trabalho em grupo	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Apresentar trabalhos em grupo e/ou individuais	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Pesquisar informação	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Aceder a: Sites educativos	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Jogos didáticos Blogues Wikis Plataforma Moodle	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Outro(s) Qual (ais)? _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
_____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

21. Consideras o uso do computador, da internet e das tecnologias na disciplina de Matemática:	Nada importante <input type="checkbox"/> Pouco importante <input type="checkbox"/> Importante <input type="checkbox"/> Muito importante <input type="checkbox"/>
--	---

Muito obrigada pela tua colaboração!

# QUESTIONÁRIO FINAL

## QUESTIONÁRIO

Este questionário faz parte de um trabalho de dissertação de mestrado em TIC e Educação e tem como objectivo recolher dados sobre a relação que tens com a disciplina de Matemática, sobre a utilização que fazes do ambiente virtual de aprendizagem (AVA) Matemática, assim como da tua opinião relativamente à utilização do AVA e das tecnologias nele integradas na aprendizagem da Matemática.

Este questionário é anónimo e a informação recolhida é confidencial.

Código \_\_\_\_\_

### DADOS BIOGRÁFICOS

1. Idade	
2. Género	Feminino <input type="checkbox"/> Masculino <input type="checkbox"/>

### RELAÇÃO COM A MATEMÁTICA

1. Quanto tempo, por semana, dedicas ao estudo da Matemática?					
Menos de 1 hora <input type="checkbox"/> 1 a 3 horas <input type="checkbox"/> 3 a 5 horas <input type="checkbox"/> Mais de 5 horas <input type="checkbox"/>					
2. O que pensas da disciplina de Matemática?					
Muito difícil <input type="checkbox"/> Difícil <input type="checkbox"/> Aceitável <input type="checkbox"/> Fácil <input type="checkbox"/> Muito fácil <input type="checkbox"/>					
3. Em relação a cada uma das afirmações abaixo, indica a que se devem as tuas dificuldades a Matemática					
	Nunca	Raramente	Às vezes	Muitas vezes	Sempre
3.1. A falta de estudo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.2. A falta de bases	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.3. A falta de interesse pela disciplina	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.4. Aos métodos de ensino utilizados pelos professores	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.5. A falta de apoio fora da aula	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.6. Outros					
4. À disciplina de Matemática consideras-te um aluno:					
Muito fraco <input type="checkbox"/> Fraco <input type="checkbox"/> Razoável <input type="checkbox"/> Bom <input type="checkbox"/> Muito bom <input type="checkbox"/>					
5. Gostas de Matemática?					
Gosto muito <input type="checkbox"/> Gosto <input type="checkbox"/> Gosto pouco <input type="checkbox"/> Não gosto <input type="checkbox"/>					
6. Gostaste de utilizar a plataforma Moodle para realizar trabalhos em grupo a distância?	Não gostei <input type="checkbox"/>		Gostei pouco <input type="checkbox"/>		<input type="checkbox"/>
	Gostei <input type="checkbox"/>		Gostei muito <input type="checkbox"/>		
Porquê? _____					
_____					

7. Durante a realização das tarefas a distância, com que frequência acedeste ao ambiente virtual de aprendizagem? (Podes escolher mais que uma opção)				
	Nunca	Raramente	Semanalmente	Diariamente
Em casa				
Em casa de familiares				
Em casa de amigos				
Em locais públicos				
Na escola:				
Noutro(s) local(ais). Qual (ais)? _____ _____				

8. Durante a realização das tarefas a distância que tipo de problemas tiveste no acesso ao AVA? (Podes escolher mais que uma opção) Se não tiveste nenhum problema no acesso à plataforma avança para a próxima questão.				
	Nunca	Raramente	Quase sempre	Sempre
Falta de tempo				
Dificuldade na ligação à Internet				
Lentidão no acesso à plataforma				
Esquecimento do “nome do utilizador”				
Esquecimento da “palavra-passe”				
Outro (s) problema (s). Qual (ais)? _____				
9. Consideras importante a utilização do AVA como complemento ao ensino presencial, como forma de estimular e favorecer o processo de ensino?	Nada importante Importante		Pouco importante Muito Importante	

10. Consideras que a utilização do AVA aumentou a tua motivação para desenvolver e construir os teus conhecimentos relativos às unidades didáticas abordadas?	Não aumentou Aumentou	Aumentou pouco Aumentou muito
11. Consideras que a utilização do AVA foi importante para a partilha de informação e construção de conhecimento partilhado?	Nada importante Importante	Pouco importante Muito Importante
12. Em termos gerais, consideras importante a utilização do AVA no processo de aprendizagem?	Nada importante Importante	Pouco importante Muito Importante

## INTERAÇÃO

13. Consideras que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas, no AVA, promoveu uma maior interação entre aluno (s) /aluno (s)?	Não promoveu <input type="checkbox"/> Promoveu <input type="checkbox"/>	Promoveu pouco <input type="checkbox"/> Promoveu muito <input type="checkbox"/>
14. Consideras que o recurso às ferramentas de comunicação utilizadas, no AVA, promoveu uma maior interação professor-aluno?	Não promoveu <input type="checkbox"/> Promoveu <input type="checkbox"/>	Promoveu pouco <input type="checkbox"/> Promoveu muito <input type="checkbox"/>
15. Consideras que a utilização do AVA promoveu uma maior interação com os conteúdos?	Não promoveu <input type="checkbox"/> Promoveu <input type="checkbox"/>	Promoveu pouco <input type="checkbox"/> Promoveu muito <input type="checkbox"/>

**O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM**

16. Para cada uma das seguintes afirmações, assinala a tua opinião:					
O ambiente virtual de aprendizagem Matemática como complemento ao ensino presencial:	Discordo totalmente	Discordo	Não concordo nem discordo	Concordo	Concordo totalmente
Proporciona um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Apoia o meu estudo de forma a superar as dificuldades	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite a aprendizagem de novos conhecimentos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Contribui para uma visão mais positiva e dinâmica da matemática.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ajuda na aprendizagem dos conteúdos da disciplina	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite que os meus resultados escolares melhorem	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Promove o meu interesse pela disciplina	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite o acesso a informação variada e pertinente.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Torna a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Contribui para uma aprendizagem mais autónoma e responsável.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Facilita a comunicação entre os alunos e os professores	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Facilita a partilha de opiniões	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Incentiva a relação entre alunos - professor	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Incentiva a relação entre alunos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Motiva para o trabalho na disciplina	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Contribui para desenvolver o pensamento crítico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Contribui para desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de argumentação	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Promove a comunicação matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Promove a valorização das contribuições e opiniões dos vários intervenientes	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite a troca de ideias entre alunos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Promove a colaboração entre alunos	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permite perceber as diferentes aplicações e a importância da matemática na vida quotidiana	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Contribui para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Estimula a auto-aprendizagem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

17. Para cada uma das seguintes afirmações, assinala a tua opinião					
O papel do professor no AVA foi importante para:	Discordo totalmente	Discordo	Não concordo nem discordo	Concordo	Concordo totalmente
dinamização das atividades	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
promoção da discussão e partilha de ideias	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
correção da informação apresentada	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
esclarecimento de dúvidas	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Muito obrigada pela tua colaboração!

**ANEXO D:  
PEDIDOS DE AUTORIZAÇÃO**

---

## PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO À DIRETORA DA ESCOLA

Pedido de Autorização – Diretora da Escola

Exmo(a). Sr(a).  
Diretora da Escola Secundária .....

---

Eu, Liliana Teresa Neto Carvalho, professora do grupo 500, venho solicitar autorização para concretizar, nesta escola, o projeto de investigação em educação intitulado “Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática em contexto Educativo: uma abordagem reflexiva”. Este projeto visa dar novos contributos sobre o modo como a implementação e utilização de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) como complemento ao ensino presencial da Matemática, em alunos do 8.º ano de escolaridade, pode contribuir para melhorar as suas aprendizagens. Integra-se no âmbito do curso de Mestrado em Educação, na área de especialização em Tecnologias de Informação e Comunicação e Educação, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

A concretização deste projeto implicará a recolha de dados de alunos do 8.º ano, referentes à disciplina que leciono. O trabalho empírico terá por base o desempenho dos alunos do 8.º ano, ao longo do 1º Período nas diversas tarefas propostas no AVA e na sala de aula. Serão objeto de análise, nesta investigação: i) materiais produzidos no AVA e na sala de aula pelos alunos; ii) transcrições de algumas das interações geradas entre eles; e iii) transcrições de entrevistas que lhes sejam realizadas, fora da sala de aula. A recolha de dados envolverá a gravação em áudio de alguns destes momentos. Em todo o processo serão salvaguardados os direitos de privacidade e anonimato que assistem aos participantes e à própria escola, enquanto instituição. Os encarregados de educação serão informados sobre este estudo, sendo essencial o seu consentimento, para possibilitar a participação dos alunos que nele pretendam vir a colaborar.

19 de Setembro de 2011  
Pede deferimento,

---

(Liliana Teresa Neto Carvalho)

## **PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS ENCARREGADOS DE EDUCAÇÃO**

Exmo. Sr.  
Encarregado de Educação

Eu, Líliliana Teresa Neto Carvalho, professora de Matemática do 8.º 2ª, venho comunicar que pretendo realizar com esta turma, durante o 1.º Período, um projeto de investigação em educação intitulado “Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática em contexto Educativo: uma abordagem reflexiva”. Este projecto visa dar novos contributos sobre o modo como a implementação e utilização de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) como complemento ao ensino presencial da Matemática, em alunos do 8.º ano de escolaridade, pode contribuir para melhorar as suas aprendizagens.

Deste trabalho não resultará qualquer prejuízo para os alunos, podendo com grande probabilidade resultar benefícios para a sua compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, nomeadamente no campo da Geometria. No entanto, o interesse dos alunos em participar voluntariamente neste estudo e o consentimento dos respetivos encarregados de educação (preenchendo e assinando a ficha anexa), são duas condições essenciais para que se efetive a sua participação neste projeto. O trabalho a realizar terá por base o desempenho dos alunos do 8.º 2ª, devidamente autorizados, sendo objeto de análise, nesta investigação: i) materiais produzidos no AVA e na sala de aula pelos alunos; ii) transcrições de algumas das interações geradas entre eles; e iii) transcrições de entrevistas que lhes sejam realizadas, fora da sala de aula. A realização destas entrevistas decorrerá, ocasionalmente, em tempos relativos às áreas curriculares não disciplinares ou em outro horário previamente acordado com os alunos e respetivos encarregados de educação. A recolha de dados envolverá a gravação em áudio de alguns destes momentos. Em todo o processo serão salvaguardados os direitos de privacidade e anonimato que assistem aos participantes e à própria escola, enquanto instituição.

Os alunos participantes e os respetivos encarregados de educação serão informados, ao longo do 1º Período ou sempre que considerem necessitar de algum esclarecimento adicional, sobre o modo como estão a decorrer as actividades. Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

3 de outubro de 2011  
A professora de Matemática,  

---

  
(Líliliana Teresa Neto Carvalho)

---

**ANEXO E: *LAYOUTS* DOS DIFERENTES TEMAS DO  
AVA**



Figura 3.2. Layout dos desafios e do glossário do AVA



Figura 3.3. Layout da história da mMatemática e do cantinho da partilha do AVA

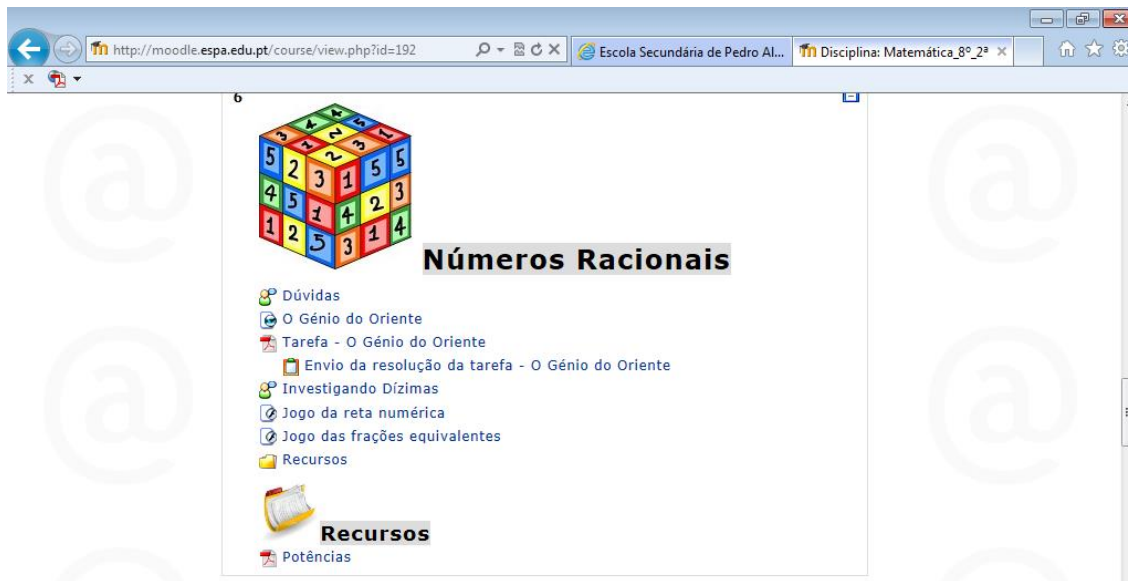


Figura 3.5. *Layout* do tema números racionais

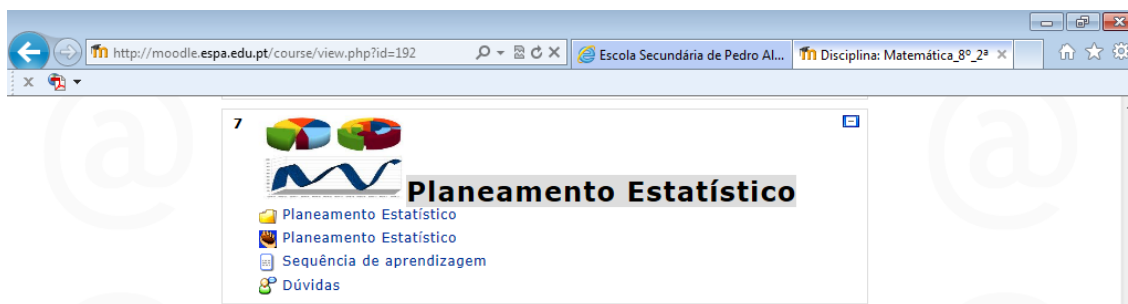


Figura 3.6. *Layout* do tema planeamento estatístico



Figura 3.8. *Layout* do tema teste intermédio

## **Anexo F: Artefactos produzidos pelos alunos**

## Índice

- ✓ Capa
- ✓ Introdução
- ✓ Translação
- ✓ Rotação
- ✓ Reflexão
- ✓ Reflexão deslizante

## Trabalho de projeto Artes e Isometrias

## Introdução

Neste trabalho vamos apresentar as diferentes isometrias que aprendemos e que podemos observar ao longo da visita de estudo á Baixa Chiado.

Iremos apresentar várias fotos com textos que indicaram todas a isometrias presentes nessa mesma foto.

## Translação- texto

Numa translação efectua-se uma transformação em que todos os pontos da figura original se deslocam segundo a mesma direção, o mesmo sentido e percorrendo a mesma distância. Numa translação podemos ver que o objeto desliza para uma nova posição sem rodar, move-se na direção indicada pelo vector, segue o sentido da seta e faz um deslocamento igual ao comprimento da seta



## Translação-Fotos



## Rotação- textos

Todos os pontos do transformado são obtidos rodando a figura inicial em torno de um ponto fixo, o centro de rotação, segundo

um ângulo orientado no sentido positivo (contrário ao dos ponteiros do relógio) ou no sentido negativo (no sentido do ponteiro do relógio).

Uma rotação define-se indicando o centro, a amplitude e o sentido.

Rotação de centro  $O$ , com rotação de 90 graus e pode ter sentido negativo ou positivo.




### Rotação- fotos



### Reflexão- textos

Se colocarmos um espelho sobre uma reta exterior a uma figura podemos vê-la refletida no espelho.  
Cada ponto das figuras estão á mesma distancia o eixo de simetria.

Todos os pontos estão á mesma distancia

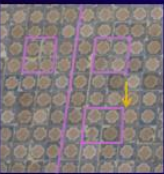


### Reflexão- fotos



### Reflexão deslizante- textos

Numa reflexão deslizante ocorre uma reflexão associada a um vetor qualquer.



### Reflexão deslizante- fotos



Figura: Trabalho Projeto realizado pelo grupo  $G_5$

## ANEXO G: ANÁLISE ESTATÍSTICA DO ITEM 17 DO QUESTIONÁRIO FINAL

<b>O ambiente virtual de aprendizagem Matemática como complemento ao ensino presencial:</b>	<b>Discordo totalmente</b>	<b>Discordo</b>	<b>Não concordo nem discordo</b>	<b>Concordo</b>	<b>Concordo totalmente</b>
<b>Proporciona um maior acompanhamento, para além da sala de aula, por parte do professor</b>	0%	0%	14,63%	63,41%	21,95%
<b>Apoia o meu estudo de forma a superar as dificuldades</b>	0%	2,44%	21,95%	63,41%	12,2%
<b>Permite a aprendizagem de novos conhecimentos</b>	0%	4,88%	17,07%	65,85%	12,2%
<b>Contribui para uma visão mais positiva e dinâmica da matemática.</b>	0%	2,44%	29,27%	56,1%	12,2%
<b>Permite o desenvolvimento de competências de utilização das tecnologias</b>	0%	2,44	9,76%	68,29%	19,51%
<b>Ajuda na aprendizagem dos conteúdos da disciplina</b>	0%	0%	14,63%	73,17%	12,20%
<b>Permite que os meus resultados escolares melhorem</b>	4,88%	2,44%	19,51%	58,54%	14,63%
<b>Promove o meu interesse pela disciplina</b>	9,76%	7,32%	34,15%	41,46%	7,32%
<b>Permite o acesso a informação variada e pertinente.</b>	2,44%	2,44%	19,51%	65,85%	9,76%
<b>Torna a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela</b>	2,44%	9,76%	31,71%	46,34%	9,76%
<b>Contribui para uma aprendizagem mais autónoma e responsável.</b>	0%	4,88%	36,59%	46,34%	12,2%
<b>Facilita a comunicação entre os alunos e os professores</b>	2,44%	2,44%	19,51%	43,90%	31,71%
<b>Facilita a partilha de opiniões</b>	4,88%	2,44%	12,2%	56,10%	24,39%
<b>Incentiva a relação entre alunos - professor</b>	2,50%	2,50%	20%	60,00%	15,00%
<b>Incentiva a relação entre alunos</b>	2,50%	0,00%	32,50%	50,00%	15,00%

<b>Motiva para o trabalho na disciplina</b>	1,69%	3,39%	22,03%	37,29%	35,59%
<b>Contribui para desenvolver o pensamento crítico</b>	4,88%	0,00%	36,59%	53,66%	4,88%
<b>Contribui para desenvolver o raciocínio matemático e a capacidade de argumentação</b>	2,44%	2,44%	29,27%	56,10%	9,76%
<b>Promove a comunicação matemática</b>	2,44%	7,32%	19,51%	68,29%	2,44%
<b>Promove a valorização das contribuições e opiniões dos vários intervenientes</b>	2,44%	2,44%	31,71%	48,78%	14,63%
<b>Permite a troca de ideias entre alunos</b>	5%	2,5%	12,5%	60,00%	20,00%
<b>Promove a colaboração entre alunos</b>	2,44%	4,88%	9,76%	73,17%	9,76%
<b>Permite perceber as diferentes aplicações e a importância da matemática na vida quotidiana</b>	2,44%	0%	36,59%	51,22%	9,76%
<b>Contribui para o desenvolvimento de competências de resolução de problemas.</b>	2,63%	0%	15,79%	63,16%	18,42%
<b>Estimula a auto-aprendizagem.</b>	2,44%	0%	24,39%	60,98%	12,2%