

UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**PRÁTICAS AVALIATIVAS DA CAPACIDADE DE ARGUMENTAÇÃO
MATEMÁTICA DE ALUNOS DO ENSINO SECUNDÁRIO: UM ESTUDO
COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA A**

Maria do Rosário Contente Monteiro

**DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO
(Didática da Matemática)**

2013

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**PRÁTICAS AVALIATIVAS DA CAPACIDADE DE ARGUMENTAÇÃO
MATEMÁTICA DE ALUNOS DO ENSINO SECUNDÁRIO: UM ESTUDO
COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA A**

Maria do Rosário Contente Monteiro

Tese orientada pela Prof.^a Doutora Maria Leonor de Almeida Domingues dos Santos, especialmente elaborada para a obtenção do grau de doutor em Educação (Didática da Matemática)

2013

Apoio do Ministério da Educação, através da concessão de licença sabática no ano letivo 2010/11

Resumo

Esta investigação teve por objetivo estudar, em contexto colaborativo, práticas avaliativas dos professores sobre a argumentação matemática de alunos do ensino secundário, procurando compreender os aspetos que contribuem para a elaboração de tarefas promotoras do desenvolvimento desta capacidade, as dificuldades com que o professor se debate durante o processo de avaliação reguladora, concretizado, em particular, através de escrita avaliativa ou *feedback* dado ao aluno e os processos de articulação usados pelo professor, entre a avaliação formativa e a sumativa.

O quadro de referência teórico integra dois temas: argumentação e avaliação. Procurámos aprofundar e clarificar os conceitos de *argumentação em matemática* e *demonstração*, a partir da perspetiva de vários investigadores e clarificar o significado de duas modalidades de avaliação – formativa e sumativa –, procurando e discutindo o sentido de avaliação com intencionalidade reguladora das aprendizagens dos alunos, bem como a melhor forma de a operacionalizar.

A investigação seguiu uma metodologia de natureza interpretativa, com *design* de estudo de caso. A recolha de dados foi realizada durante o ano letivo 2009/10, através de: (1) observação de reuniões e de aulas das duas participantes Laura e Rita, professoras de Matemática A do 11.º ano de escolaridade; (2) entrevistas às participantes e (3) recolha documental. Durante todo o trabalho de campo, a recolha de dados foi dominante em relação à sua análise, pelo que podemos considerar ter usado um modelo não exclusivamente interativo, mas também não sequencial.

Laura e Rita percebem a argumentação matemática como uma capacidade, a desenvolver ao longo do ano e envolvendo qualquer tópico matemático, configurando-se como a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro. Contudo, ao longo do estudo, registámos alguma evolução no significado deste constructo, por parte de ambas as participantes. O processo argumentativo privilegiado, por Laura e Rita, na seleção ou conceção das sete tarefas implementadas foi, essencialmente, a *justificação*, ainda que perspetivada com sentidos ligeiramente diferentes. Enquanto Rita valoriza, por excelência, a *justificação*, entendida como *prova intelectual*, Laura privilegia a *justificação*, percebida como a fundamentação de uma propriedade ou afirmação, a apresentação das causas ou da razão de ser. As suas práticas avaliativas, sobre a argumentação matemática dos alunos, caracterizam-se pela intencionalidade reguladora das aprendizagens, verificando-se que, por exemplo, no recurso ao *feedback* escrito existe um padrão semelhante para as duas participantes, o que poderá decorrer do facto de se ter iniciado, em contexto colaborativo e de forma sistemática, a análise das primeiras produções, para cada tarefa, e de, por vezes, ser objeto de discussão o registo mais adequado a elaborar. Laura revelou, frequentemente, preocupação em conseguir estabelecer uma estreita relação entre avaliação com intencionalidade reguladora e avaliação sumativa e em usar com fim formativo as tarefas solicitadas para fins sumativos. Rita, apesar de considerar que os dois tipos de avaliação têm natureza diferente, entende que se encontram articulados, sendo a avaliação sumativa subordinada à formativa, defendendo, ainda, que uma avaliação formativa de qualidade irá influenciar, decisivamente, a avaliação sumativa. Porém, a articulação entre os dois tipos de avaliação não é muito visível, nomeadamente no que diz respeito à argumentação matemática.

Palavras-chave: Argumentação matemática, avaliação reguladora, demonstração, práticas avaliativas e processos argumentativos.

Abstract

This research aimed to study in a collaborative context, assessment practices of teachers on mathematical argumentation of secondary school students, seeking to understand both the aspects that contribute to the making of tasks that promote the development of this capacity, and the difficulties that the teacher deals with during the regulating assessment process, particularly accomplished by the evaluative writing or by the feedback given to the student and the articulation processes used by the teacher, between formative and summative assessment.

The theoretical framework integrates two themes: argumentation and assessment. We tried to deepen and clarify the concepts of argumentation in mathematics and demonstration, from the perspective of various researchers and clarify the meaning of two kinds of assessment - formative and summative – searching for and discussing the meaning of intentionality regulated assessment with student learning, as well as the best way to operationalize.

The investigation was guided by an interpretative methodology, with design case study. The data collecting was conducted during the school year 2009/10, by: (1) observation of meetings and classes of both participants Laura and Rita, teachers of Mathematics A of the 11th year of schooling, (2) interviews with the participants and (3) collecting of documents. Throughout all the fieldwork, collecting data was dominant comparing to its analysis. Therefore we can consider to have used a model not exclusively interactive, but also non-sequential.

Laura and Rita understood the mathematical argumentation as an ability to develop throughout the year and involving any mathematical topic, configuring it as the expression of a possible reasoning, an attempt to justify statements, from what is believed to be true. However, during the study, we noted some evolution/improvement in the meaning of this construct, by both participants. The argumentative process privileged by Laura and Rita, in the selection or conception/design of the seven tasks implemented was essentially the justification although it was done with slightly different meanings perspective. While Rita gives full value to justification, understood as intellectual proof, Laura focuses on justification, perceived as the fundamentation of a property or statement, the presentation of the causes or the reason to be. Their assessing practices on students' mathematical argumentation, were featured by the regulated assessment intention of learning, seen that, for example, in the use of written feedback there is a similar pattern for the two participants, which might result from the fact of the starting point being systematically in collaborative context, the analysis of the first issues for each task, and sometimes be a subject of discussion the more appropriate feedback to elaborate. Laura was often concerned with being able to settle / establish a close relationship between intentional and regulatory assessment and summative assessment and with using the requested tasks for summative purposes with a formative aim. In spite of considering that the two types of assessment have a different nature, Rita understands that they are linked, being the summative assessment subjected to the formative one. She even stands up for that quality/valuable formative evaluation will influence decisively summative assessment. However, the relationship between the two types of assessment is not very visible, especially as far as mathematical argumentation is concerned.

Keywords: mathematical argumentation, formative assessment, demonstration, assessment practices and argumentative processes.

Agradecimentos

Curiosamente, de todas as páginas que integram este relato, esta é a que está a ser mais difícil de escrever. De facto, por um lado, não quero imprimir um carácter demasiado intimista a este texto, por outro, não posso deixar de expressar os meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que colaboraram e me apoiaram na concretização deste trabalho.

Em primeiro lugar, agradeço à minha orientadora, Professora Doutora Leonor Santos, por todo o apoio que me deu, pela infinita compreensão e pelas críticas que foi tecendo ao meu trabalho, ao longo destes últimos quatro anos, evidenciando, em contexto real, como se concretiza uma verdadeira *avaliação reguladora da aprendizagem*.

Agradeço também às participantes no estudo que aceitaram prontamente este desafio e partilharam comigo os seus encantos e desencantos, desta nossa profissão, de forma tão honesta. Para elas o meu mais profundo agradecimento.

Por fim, mas não menos importante, quero agradecer aos meus pais, à Lira, ao meu filho, aos meus netos, à minha nora e aos meus amigos: Amélia, Ana, Aurora, Beatriz, Carolina, Célia, Clara, Cláudia, Cuca, Emília, Graça, Joana, Lena, Lúcia, Lucília, Luísa, Manel, Olímpia, Palmira, Pedro, Quim, Rosa Antónia, Teresa, Xana, Xandra, Zé e Zé Alfredo. Para todos eles o meu bem-haja.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO.....	1
Problema e questões de estudo.....	1
Pertinência do estudo.....	7
CAPÍTULO II - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	12
A argumentação.....	12
Argumentação: da antiga à nova retórica, um longo percurso.....	12
A emergência de uma problemática sobre argumentação em Matemática.....	19
Argumentação versus demonstração (prova matemática).....	22
Significados de demonstração: implicações para a Educação Matemática.....	27
Ensino, em Matemática, da argumentação e da demonstração: alguns resultados.....	31
Avaliação.....	42
Evolução das concepções teóricas de avaliação.....	42
Avaliação formativa.....	46
Avaliação reguladora na prática letiva: formas de operacionalizar.....	52
Articulação entre as funções formativa e sumativa da avaliação.....	69
CAPÍTULO III - METODOLOGIA.....	80
Opções metodológicas.....	80
Participantes e contexto do estudo.....	83
Recolha de dados.....	91
Análise de dados.....	97
CAPÍTULO IV - A PROFESSORA LAURA.....	106
Apresentação.....	106
Breve retrato.....	106
Percurso acadêmico e profissional.....	107
Laura e a profissão.....	109
O significado de argumentação atribuído, por Laura, no início do estudo.....	111
Concepções sobre avaliação.....	118

Planificação das aulas dirigidas à argumentação.....	122
Processos argumentativos valorizados nas tarefas.....	123
Dificuldades esperadas e estratégias de superação delineadas.....	135
Estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão.....	149
O feedback escrito e oral.....	150
Ficha de reflexão.....	165
Partilha com os alunos dos critérios de sucesso definidos.....	168
Aula promotora da autorregulação.....	170
Articulação entre a avaliação formativa e sumativa.....	176
CAPÍTULO V - A PROFESSORA RITA.....	184
Apresentação.....	184
Breve retrato.....	184
Percurso académico e profissional.....	185
Rita e a profissão.....	187
O significado de argumentação atribuído, por Rita, no início do estudo.....	189
Conceções sobre avaliação.....	193
Planificação das aulas dirigidas à argumentação.....	196
Processos argumentativos valorizados nas tarefas.....	197
Dificuldades esperadas e estratégias de superação delineadas.....	206
Estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão.....	217
O feedback escrito e oral.....	217
Ficha de reflexão.....	230
Partilha com os alunos dos critérios de sucesso definidos.....	233
Aula promotora da autorregulação.....	236
Articulação entre a avaliação formativa e sumativa.....	239
CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES.....	248
Síntese do estudo.....	248
Conclusões do estudo.....	250
Preparando o desenvolvimento da argumentação matemática dos alunos.....	251

Estratégias de superação delineadas e concretizadas.....	255
Articulação entre a avaliação formativa e sumativa.....	261
Contributos para a construção de um quadro teórico de referência em avaliação.....	263
REFERÊNCIAS.....	265
ANEXOS.....	279

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Padrão complexo do argumento, segundo Toulmin (1993).....	17
Figura 2: Modelo simplificado de Lakatos para a heurística da descoberta matemática (Davis & Hersh, 1995, p. 276, citado por Brocardo, 2002, p. 108)	40
Figura 3: Avaliação <i>para</i> a aprendizagem como um ciclo de acontecimentos (Harlen, 2006, p. 105).....	49
Figura 4: Modelo de <i>feedback</i> para melhorar a aprendizagem (Hattie & Timperley, 2007, p.87)	61
Figura 5: Avaliação das aprendizagens pelos professores (Harlen, 2006, p. 106).....	69
Figura 6: <i>Feedback</i> proporcionado por Laura, a respeito da 1. ^a fase da tarefa 1	151
Figura 7: Exemplo de uma produção que mereceu um <i>feedback</i> curto	160
Figura 8: Exemplo de uma produção que mereceu um <i>feedback</i> médio.....	160
Figura 9: Exemplo de uma produção que mereceu um <i>feedback</i> longo.....	160
Figura 10: Extrato do conteúdo da ficha de reflexão do Pedro, relativa à tarefa 3	167
Figura 11: Extrato da produção de Filipe na primeira fase da tarefa 3 comentada por Rita... ..	229
Figura 12: Extrato da produção de Filipe na segunda fase da tarefa 3.....	229
Figura 13: Extrato do conteúdo da ficha de reflexão da Maria, relativa à tarefa 3	232

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1: Argumentação em Matemática <i>versus</i> Demonstração	26
Quadro 2: Uma possível dimensão das intenções e práticas avaliativas (Harlen, 2006, p. 114)73	
Quadro 3: Reuniões de trabalho colaborativo - calendarização e temas a tratar	89
Quadro 4: Momentos de aplicação e origem das tarefas	91
Quadro 5: Calendário de recolha de dados (Observação de aulas – 1.ª fase da tarefa)	94
Quadro 6: Calendário de recolha de dados (Observação de aulas - 2.ª fase da tarefa)	94
Quadro 7: Esquema síntese de articulação das questões de investigação com a recolha de dados.....	97
Quadro 8: Codificação das siglas utilizadas	100
Quadro 9: Categorias criadas ao longo das fases de recolha de dados	104
Quadro 10: Processos argumentativos valorizados por Laura em cada uma das tarefas	135
Quadro 11: Dificuldades esperadas por Laura e estratégias delineadas	149
Quadro 12: Foco do <i>feedback</i> proporcionado por Laura	150
Quadro 13: Natureza do <i>feedback</i> proporcionado por Laura.....	152
Quadro 14: Tratamento do erro no <i>feedback</i> proporcionado por Laura	154
Quadro 15: Forma sintática do <i>feedback</i> proporcionado por Laura.....	158
Quadro 16: Dimensão do <i>feedback</i> proporcionado por Laura	159
Quadro 17: Contabilização da reação do aluno ao <i>feedback</i> proporcionado por Laura	163
Quadro 18: Processos argumentativos valorizados por Rita em cada uma das sete tarefas ...	206
Quadro 19: Dificuldades esperadas por Rita e estratégias delineadas	215
Quadro 20: Foco do <i>feedback</i> fornecido por Rita	218
Quadro 21: Natureza do <i>feedback</i> fornecido por Rita.....	220
Quadro 22: Tratamento do erro no <i>feedback</i> fornecido por Rita	222
Quadro 23: Forma sintática do <i>feedback</i> fornecido por Rita	223

Quadro 24: Dimensão do <i>feedback</i> fornecido por Rita.....	224
Quadro 25: Contabilização da reação do aluno ao <i>feedback</i>	226

ÍNDICE DE ANEXOS

ANEXO 1.....	280
ANEXO 2.....	281
ANEXO 3.....	283
ANEXO 4.....	284
ANEXO 5.....	286
ANEXO 6.....	288
ANEXO 7.....	289
ANEXO 8.....	290
ANEXO 9.....	291
ANEXO 10.....	293
ANEXO 11.....	295
ANEXO 12.....	296
ANEXO 13.....	298
ANEXO 14.....	301
ANEXO 15.....	302
ANEXO 16.....	303
ANEXO 17.....	304
ANEXO 18.....	305

Capítulo I - Introdução

Problema e questões de estudo

Quando iniciámos este estudo, a avaliação das aprendizagens dos alunos, integradas nos planos de estudo dos cursos do Ensino Secundário, encontrava-se regulamentada pelo Decreto - Lei n.º 74/2004, de 26 de março, com as alterações introduzidas pelo Decreto – Lei n.º 24/2006 de 6 de fevereiro. Atualmente, é o Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho, que se encontra em vigor. Ora, neste normativo, vêm explicitados dois tipos de modalidades de avaliação – formativa e sumativa. A avaliação formativa é, na sua essência, um processo contínuo e sistemático e proporciona, às três partes interessadas – alunos, professores e encarregados de educação –, informação sobre o desenvolvimento das aprendizagens do aluno. Já a sumativa (interna e externa), traduzindo-se na expressão de um juízo globalizante sobre as aprendizagens realizadas pelo aluno, tem como finalidades a classificação e a certificação. Permitindo tomar uma decisão sobre a aprovação do aluno. De facto, sucessivos normativos têm vindo a regulamentar a avaliação das aprendizagens dos alunos, em Portugal, e destacam a importância de uma avaliação ao serviço da aprendizagem, invertendo as tendências do passado. Como referem Barreira e Pinto (2005, p. 88),

Do ponto de vista da própria legislação tem existido um alargamento das conceções de avaliação, das suas modalidades e seus instrumentos na perspetiva de desenvolvimento de uma avaliação mais formativa, interativa e contextualizada e de "boas relações" com a aprendizagem, atribuindo ao aluno um papel importante na sua própria avaliação das aprendizagens.

Tais medidas normativas trouxeram, para os professores, a necessidade de mudança não só nas suas conceções, mas também nas práticas avaliativas. Porém, mudar as práticas representa um grande desafio e levanta múltiplas dificuldades. De facto, os resultados da investigação sugerem que, em geral, as práticas de avaliação são relativamente *pobres* apresentando uma diversidade de *insuficiências* e *problemas* (ver,

por exemplo, Black & Wiliam, 1998; Barreira & Pinto, 2005; Fernandes *et al.*, 1996; Gil, 1997; Jorro, 2000; Santos, 2003a; Stiggins, 2002, 2004). Como refere Fernandes (2005), a investigação, já realizada nesta área, permite perceber que as práticas dominantes assentam ainda numa perspetiva tradicional de avaliação, onde o juízo avaliativo, sobre o desempenho do aluno, é o elemento central.

No entanto, as dificuldades sentidas, pelos professores, na tentativa de mudança das suas práticas avaliativas, não são da sua exclusiva responsabilidade, essa responsabilidade é partilhada pela falta de uma legislação consistente com as perspetivas de uma avaliação mais próxima da aprendizagem dos alunos:

Concomitantemente ao desenvolvimento destas perspetivas têm surgido também no percurso legislativo, outras ideias que têm ganho peso, gerando uma obsessão avaliativa de tipo sumativo, em nome do rigor e da qualidade do ensino, esquecendo que não é por se avaliar muitas vezes que se aprende mais e melhor. Basta olhar a nossa história para perceber o desastre que é uma educação baseada nos exames. Estes zig-zags legislativos frequentes não criam um ambiente favorável a mudanças nas práticas avaliativas nomeadamente ao nível do desenvolvimento de atitudes e práticas mais formativas, ao serviço dos alunos e das suas aprendizagens. (Barreira & Pinto, 2005, p. 88)

Apesar de considerarmos que as práticas não se alteram através de diplomas legais, acreditamos que tais normativos poderão criar um contexto facilitador de tal mudança. Segundo Barreira e Pinto (2005), alguns estudos, nomeadamente os que apontam para consistência entre as conceções e a práticas avaliativas, salientam a necessidade de existir um “trabalho colaborativo, sustentado e com tempo” (Barreira & Pinto, 2005, p. 89).

Face ao exposto, pretendemos, neste estudo, desenvolver um trabalho de investigação, com professores de Matemática A, sobre a sua prática avaliativa, valorizando as funções formativa e sumativa da avaliação. Mais concretamente, pretendemos, em contexto colaborativo, criar um espaço de reflexão sobre a prática avaliativa, privilegiando processos de avaliação reguladora, colocando o foco da ação na aplicação e avaliação de tarefas que proporcionem o desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos de Matemática A.

Esta última opção prende-se com a ênfase que é dada no atual programa de Matemática A àquela componente do saber matemático. De facto, nesse documento, é afirmado que

A aprendizagem matemática dos estudantes passa por fases intuitivas e informais, mas, desde muito cedo, mesmo estas não podem deixar de ser rigorosas ou desprovidas de demonstrações corretas, bem como não podem passar sem um mínimo de linguagem simbólica. (DES 2001, p. 19)

e, mais à frente, refere-se que

O hábito de pensar corretamente, que é o que afinal está em causa, deve ser acompanhado do hábito de argumentar oralmente ou por escrito e, sempre que possível, os estudantes devem realizar exercícios metodológicos de descoberta de justificações (que não são mais do que novos problemas, por vezes dentro de outros problemas cuja resolução carece de ser comprovada) (DES 2001, p. 21).

Na mesma linha, no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática, os trabalhos do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991, 1994, 2007), com o desenvolvimento de princípios e normas para a educação matemática, refletem bem a importância da argumentação e do raciocínio na matemática escolar, especialmente interessantes, devido, tanto à sua relevância internacional, como à influência que teve nos desenhos curriculares de muitos países, como é o caso do modelo português.

Efetivamente, segundo Vicent, Chick e McCrae (2005), o desenvolvimento de diferentes capacidades relativas ao raciocínio, à demonstração, ou à argumentação encontra-se presente nos desenhos curriculares de Matemática, em muitos países. Nesses currículos está subjacente a preocupação em formar cidadãos críticos, reflexivos e capazes de raciocinar, para o que, conseqüentemente, o ensino da Matemática desempenha um papel essencial.

Nas Normas (NCTM, 1991) preconiza-se que, para que os alunos adquiram poder matemático e se tornem cidadãos matematicamente alfabetizados, devem ser implicados em experiências de formulação de conjeturas e construção de argumentos sobre a validade respetiva. Anos mais tarde, no documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), é reforçada esta ideia, salientando-se a importância de todos os alunos reconhecerem o raciocínio e a demonstração como aspetos fundamentais da Matemática; formularem e investigarem conjeturas matemáticas; desenvolverem e avaliarem argumentos e provas matemáticos; bem como selecionarem e usarem diversos tipos de raciocínios e métodos de demonstração.

Efetivamente,

Diversos documentos relacionados com o ensino da Matemática destacam, atualmente, a importância dos alunos se envolverem em atividades de argumentação matemática enquanto experiências particulares de aprendizagem em que a fundamentação de raciocínios, a descoberta do porquê de determinados resultados ou situações, a resolução de desacordos através de explicações e justificações convincentes e válidas de um ponto de vista matemático, a formulação e avaliação de conjeturas e a refutação ou prova dessas conjeturas assumem um papel preponderante. (Boavida, Gomes e Machado, 2002, p.18).

Também na brochura *A Experiência Matemática no Ensino Básico*, publicada em 2008, é referido que, mesmo nos primeiros anos de escolaridade, os alunos são capazes de raciocinar matematicamente, ou seja, poderão vir a ser

capazes de explicar e de justificar os raciocínios usados durante o processo de resolução de uma tarefa matemática, de fazer generalizações a partir da análise de casos particulares, de compreender o que significa um contraexemplo, de refletir sobre o que constitui um argumento aceitável e adequado quando se trabalha em Matemática e de aplicar resultados gerais a exemplos específicos. (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 81)

desde que lhes sejam proporcionadas as condições adequadas. Efetivamente, de acordo com o que é preconizado no documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007), os alunos mais novos devem começar por compreender que deverão justificar sempre as afirmações que proferem, aquando da resolução de tarefas matemáticas, pois, deste modo, estarão a dar “os primeiros passos no sentido de compreender que o raciocínio matemático se baseia em suposições específicas e regras.” (NCTM, 2007, p. 61), podendo, contudo, aprender, também, a formular, aperfeiçoar e testar conjeturas - “suposições informadas” (NCTM, 2007, p. 62). Posteriormente, ao longo da escolaridade e num processo gradual, os alunos poderão ir evoluindo e desenvolver argumentações mais complexas, acabando por conseguir conhecer e utilizar diferentes métodos de demonstração (NCTM, 2007).

Além disso, no âmbito da Educação Matemática, a investigação empírica sobre este tema tem vindo a focar-se na descrição e análise das dificuldades dos alunos para encontrar resposta para questões que exigem demonstração. Existe, assim, um grande corpo de evidências que indica que a maioria dos estudantes tem dificuldades em seguir ou construir, formalmente, uma demonstração, apresentando argumentos dedutivos (Healy & Hoyles, 2000). Ora, segundo Boavida (2005), a compreensão, por parte dos alunos, do valor e necessidade da demonstração bem como a aprendizagem da sua

produção serão emergentes se realizarem tarefas abertas, de forma frequente e sistemática, envolvendo experiências de demonstração, pelo que a seleção das tarefas poderá ser determinante no desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos.

De facto, como defende Fernandes (2006a), as tarefas desempenham um papel decisivo na aprendizagem dos alunos e deverão ser selecionadas de tal forma que facilitem e promovam a integração dos processos de ensino, aprendizagem e avaliação. Importa acrescentar que, nos últimos anos, a ênfase dada à argumentação matemática tem vindo a ser legitimada nas provas de avaliação externa de Matemática A (testes intermédios e exames).

Assim, com este trabalho, pretendemos estudar, em contexto colaborativo, práticas avaliativas dos professores sobre a argumentação matemática dos alunos do ensino secundário, procurando compreender os aspetos que contribuem para a elaboração de tarefas promotoras do desenvolvimento desta capacidade, as dificuldades com que o professor se debate durante o processo de avaliação reguladora, concretizado, em particular, através de escrita avaliativa ou *feedback* dado ao aluno, e os processos de articulação usados pelo professor, entre a avaliação reguladora e a avaliação sumativa. Para tal, foram formuladas as seguintes questões orientadoras:

1 – Como perspetivam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática? Quais os processos argumentativos que privilegiam (explicação, justificação, formulação e validação ou refutação de conjeturas)? Que tipo de tarefas concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos? Quais as principais dificuldades que antecipam nos alunos e como preveem ajudá-los?

2 – Como se caracterizam as práticas avaliativas dos professores quando a atividade dos alunos é sobre tarefas que procuram o desenvolvimento de argumentação matemática? Como evoluem, ao longo do estudo, em contexto colaborativo, as práticas avaliativas dos professores?

3 – Quais as principais dificuldades com que os professores se debatem, durante o processo de avaliação formativa, em particular quando recorrem ao *feedback* escrito, sobre as produções dos alunos em tarefas dirigidas ao desenvolvimento da sua capacidade de argumentação matemática? Como as procuram ultrapassar, nomeadamente em contexto colaborativo de trabalho?

4 – Como articulam os professores a avaliação formativa e a avaliação sumativa, no que respeita a argumentação matemática?

Este estudo decorreu no quadro da atividade desenvolvida por uma equipa colaborativa formada por duas professoras do Ensino Secundário e pela investigadora. A constituição da equipa permitiu conciliar o interesse manifestado pelas professoras, sobre o tema a abordar no estudo, e o da investigadora, na sua opção pela realização deste trabalho. Efetivamente,

Para Lieberman, se os investigadores trabalharem colaborativamente com os professores, é provável que os seus pontos de vista sejam tidos em conta no desenvolvimento do conhecimento diretamente relacionado com a prática de ensino. Esta perspetiva reconhece o papel fundamental dos professores no processo de produção de conhecimento e sublinha que a atividade colaborativa é benéfica quer para os professores quer para os investigadores. Nela, o investigador terá um acesso facilitado à prática orientada para a ação e à reflexão do próprio professor sobre essa mesma prática (Bednarz *et al.*, 1999). Assim, o resultado da investigação reflectirá simultaneamente as perspetivas do professor e do investigador, podendo corresponder às necessidades quer da investigação, através da produção de conhecimento resultante da análise da partilha de comentários e observações sobre a prática, quer do desenvolvimento profissional do professor, graças à reflexão sobre a prática que lhe permite iluminar e desenvolver elementos da sua prática de ensino. (Saraiva & Ponte, 2003, p. 31).

Considerámos, além disso, que a expressão «contexto colaborativo» é adequada a este estudo, uma vez que "os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem" (Boavida & Ponte, 2002, p. 46).

A equipa colaborativa, na negociação e conceção das tarefas a propor aos alunos, foi constituída, apenas, pelas duas participantes. De facto, em virtude do teor da primeira questão orientadora do estudo, a investigadora não participou nas intervenções, aquando da discussão sobre a seleção ou conceção das tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos.

Já nas restantes situações - (1) análise das produções dos alunos, relativas às tarefas dirigidas à argumentação matemática; (2) integração do resultado dessa análise no processo de avaliação dos alunos e (3) reflexão sobre todo o trabalho realizado - a equipa passou a integrar mais um elemento, ou seja, as duas professoras e a investigadora. Estas características prendem-se com o facto de pretendermos aprofundar

o conhecimento de cada elemento da equipa, visando sempre, contudo, uma negociação das propostas apresentadas pelas professoras. Consequentemente, segundo Boavida e Ponte (2002), esta poderá ser entendida como uma forma de colaboração.

Pertinência do estudo

A opção pelas práticas avaliativas surge na sequência do trabalho desenvolvido pela investigadora, enquanto professora de Matemática A, e das dificuldades vivenciadas ao tentar mudar a sua própria prática avaliativa, enfatizando a avaliação para a aprendizagem.

De facto, o conceito de avaliação, nas últimas décadas, tem vindo a sofrer profundas alterações e as funções da avaliação têm vindo a ampliar-se. Assume, na atualidade, uma função pedagógica, de regulação dos processos de ensino e aprendizagem, para além das funções socialmente impostas de certificação, de seleção e de orientação. Porém, esta evolução teórica não foi acompanhada pela mudança das práticas avaliativas, pelo que, atualmente, coexistem nas salas de aula diferentes lógicas de avaliação, muitas vezes antagónicas, gerando, inevitavelmente, conflitos e compromissos (Leal, 1992; Perrenoud, 1999; Pinto & Santos, 2006).

Barreira e Pinto (2005), ao analisarem 43 trabalhos de investigação realizados em Portugal, no período de 1990 a 2005, sobre avaliação da aprendizagem dos alunos do ensino não superior, afirmam que

Os discursos e os debates sobre a avaliação, de uma forma geral, constituem um fenómeno relativamente recente. (...) Mesmo hoje, para quem se dedica ao estudo da avaliação, e em particular ao da avaliação das aprendizagens dos alunos do ensino não superior, tem ainda alguma dificuldade em aceder aos estudos realizados em Portugal. Estes, decorrentes normalmente dos trabalhos empíricos realizados no âmbito da formação pós graduada, não deram origem a publicações acessíveis a um público mais vasto. Na sua maioria continuam nas estantes das bibliotecas das instituições constituindo o que se convencionou chamar de literatura cinzenta. Talvez este facto seja um sinal do pouco interesse que suscita a divulgação dos dados da investigação em avaliação, sobretudo quando esta não adota um modelo de "receituário" de aplicação imediata. (Barreira & Pinto, 2005, p. 24)

Efetivamente, os resultados de tal análise permitiram concluir que

As práticas de avaliação das aprendizagens não evoluem em função das mudanças na legislação, apesar de conceptualmente os professores aderirem às ideias constantes na legislação. Os testes continuam a ser a forma de avaliação mais comum, todavia encontram-se alguns instrumentos de suporte às práticas de avaliação formativa. Embora os professores reconheçam a importância da explicitação dos critérios na avaliação, continuam ainda a formulá-los em termos bastante gerais e a introduzir outros critérios não definidos previamente. (Barreira & Pinto, 2005, p. 23)

Concordamos, pois, com Fernandes (2006b, p. 22), quando refere que

Difícilmente haverá mudanças significativas e consistentes nas práticas de avaliação formativa sem uma teoria que, para além de as enquadrar ao nível dos fundamentos epistemológicos, ontológicos e metodológicos, contribua para a indispensável clarificação conceptual sobre que práticas se deverão apoiar e desenvolver. Mudar e melhorar práticas de avaliação formativa implica que o seu significado seja claro para os professores, tanto mais que são muito fortes e complexas as suas relações com os processos de ensino e de aprendizagem.

Parece não ser polémica a ideia, também defendida por Pinto e Santos (2006), de que a produção de um corpo de saber mais amplo é indispensável não só para conhecermos mais e melhor a nossa realidade, mas também para contribuir para a construção de um quadro teórico de referência em avaliação, nomeadamente em Matemática. Segundo estes autores, apesar de já existirem alguns contributos, como o enunciado de um conjunto de princípios orientadores, são ainda manifestamente insuficientes. Assim, a ausência de tal quadro teórico pode explicar a dificuldade em chegar-se a uma compreensão concertada entre os diversos atores envolvidos nos processos avaliativos. Será, conseqüentemente, necessário que se deem passos para a construção desse quadro teórico. Porém, o quadro a desenvolver não deve ser tratado como uma componente única e isolada, antes deverá fazer parte integrante de uma teoria para a educação matemática, uma vez que a avaliação é uma componente indissociável do currículo.

Além disso, como refere Fernandes (2008a, pp. 350-351),

uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens pode constituir um importante e indispensável ponto de orientação para professores e investigadores. Na realidade, há problemas que têm que ser encarados que vão desde um certo caos terminológico e conceções confusas, ou mesmo erróneas, acerca de conceitos básicos, até à falta de integração do que hoje já conhecemos no domínio da avaliação formativa e da avaliação sumativa. Uma das funções da teoria é a de nos ajudar a discernir onde está o quê, para onde é que

se está a caminhar e como é que se está a progredir. A construção de uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens dos alunos obriga a um esforço de sistematização, de clarificação, de identificação e de compreensão dos seus elementos essenciais e das relações entre eles. Não será fácil apoiar, transformar e desenvolver práticas de avaliação sem uma teoria que as possa enquadrar dos pontos de vista epistemológico, ontológico e metodológico. Mudar e melhorar práticas de avaliação implica que o seu significado seja claro para os diferentes intervenientes e, muito particularmente, para os professores e investigadores.

No seguimento destes princípios, Fernandes (2009), após caracterizar e discutir a investigação realizada em Portugal no âmbito de programas de mestrado e doutoramento sobre avaliação das aprendizagens, nos últimos trinta anos, afirma que

A investigação tem que nos dizer bastante mais acerca de questões críticas e substantivas da avaliação das aprendizagens dos alunos (...) A avaliação dos alunos tem uma profunda dimensão pedagógica e didática e, por isso, tem que estar enraizada nos diferentes contextos das disciplinas escolares. Consequentemente, muita investigação tem que ser feita nas salas de aula e estar mais centrada nas relações entre as práticas de avaliação e as aprendizagens concretas que os alunos têm que desenvolver.

A investigação no domínio da avaliação das aprendizagens deve permitir descrever, analisar e interpretar detalhadamente os ambientes de ensino, aprendizagem e avaliação das salas de aula, devendo ser capaz de estudar com rigor as relações existentes entre os seus elementos constituintes (e.g., tarefas, alunos, professor, processos, resultados). (pp. 95 e 97).

Uma opinião semelhante é manifestada por Santos (2003a) ao reconhecer que, sendo a avaliação uma área complexa e que levanta muitos problemas aos professores, seria de esperar que o interesse por este tema, na investigação em Portugal, tivesse aumentado, o que, na perspetiva da investigadora, não se tem verificado.

Será, então, pertinente realizar um estudo que tenha como finalidade procurar estudar práticas avaliativas dos professores, uma vez que, a compreensão de tais práticas passa, na nossa perspetiva, por aceder, quer a essas práticas, quer aos contextos em que elas se desenvolvem, refletindo sobre as interpretações que são feitas, as dúvidas que se colocam e os problemas ou os desafios que se enfrentam.

Também a escolha da argumentação matemática, como tópico subjacente ao estudo, foi, do mesmo modo, condicionada pela prática profissional da investigadora e pelas atuais exigências curriculares. Efetivamente, pretende-se, hoje em dia, que os alunos construam e reconstruam o conhecimento académico e que, desenvolvendo

raciocínios, consigam relacionar um determinado enunciado com a justificação que o sustenta, isto é, que sejam capazes de argumentar.

No entanto, facultar o desenvolvimento, nos alunos, da competência argumentativa não é tarefa fácil. De acordo com alguns estudos, nomeadamente o PISA 2000, muitos alunos recorrem a informação pouco adequada para fundamentarem as suas opiniões e, nas justificações que produzem, apresentam, por vezes, generalizações sem procederem, previamente, à sua verificação, agindo

como se não fizesse parte do seu papel comprometerem-se com a coerência, avaliação ou justificação dos seus raciocínios, nem com a análise crítica e fundamentada do que ouvem dos colegas. Lidar com esta tendência de modo a alterá-la não é simples. (Boavida, 2005, p. 8)

Esta constatação leva-nos a considerar a necessidade de encontrar estratégias que contibuem para modificar tal situação, uma vez que, a justificação é uma das componentes essenciais da atividade matemática. Esta alteração terá, obviamente, de passar por uma mudança das práticas dos professores. De facto, o processo de aprendizagem da Matemática

é fortemente condicionado pela ação dos professores, que podem potenciar ou limitar as aprendizagens dos seus alunos, em função da sua motivação e do seu conhecimento matemático e didático. (Pimental & Vale, 2012, p. 47)

Além disso, em Portugal, não há muita investigação empírica centrada no trabalho do professor, quando este se foca no desenvolvimento da capacidade de argumentação em Matemática dos alunos (Boavida, 2005). Contudo, existem alguns estudos onde são referidos os papéis desempenhados pelos professores: (1) orientação da atividade dos alunos, quando é focada na formulação e teste de conjecturas; (2) orquestração de discussões dirigidas para a elaboração de justificações (Brocardo, 2002; Fonseca, 2004; Machado, 2005; Ponte, Matos, & Abrantes, 1998).

Face ao exposto, pareceu-nos relevante, para ampliar o conhecimento sobre esta temática, realizar um estudo que: (1) permitisse perceber como perspetivavam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática; (2) evidenciasse os processos argumentativos privilegiados e (3) para além de analisar o tipo de tarefas concebidas para promover o desenvolvimento da capacidade argumentativa dos alunos, revelasse as principais dificuldades que os professores antecipam nos alunos e como prevêm ajudá-los.

Um outro argumento, a favor da realização deste trabalho, prende-se com uma real articulação entre a investigação e as práticas avaliativas, analisadas num contexto colaborativo, que promoverá o conhecimento na área da avaliação, rompendo, assim, com a racionalidade que sustenta os modelos predominantes da formação de professores. Efetivamente, segundo Fernandes (2008a), a partir da partilha de experiências, os professores realizam aprendizagens, analisando e refletindo sobre as suas práticas, facultando, assim, o início, com alguma segurança, de novos percursos, facilitados pela colaboração, que se configura como uma estratégia viável para a investigação de práticas profissionais. Poderemos, então, com este trabalho, compreender os fenómenos avaliativos com base na investigação das experiências vividas pelos seus principais intervenientes.

Assim, este estudo poderá ser mais um contributo para ampliar o conhecimento da realidade das práticas avaliativas dos professores de Matemática, facultando a construção teórica que foi apoiada por uma investigação realizada em contextos reais. Além disso, o facto de se colocar, neste trabalho, o foco da ação, na conceção e avaliação de tarefas, em contexto colaborativo, que proporcionem o desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos de Matemática A, poderá vir a contribuir para encontrar uma possível via que se configure facilitadora do desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de argumentação matemática e, conseqüentemente, da aprendizagem da demonstração.

Este trabalho encontra-se estruturado em duas partes distintas. A primeira, que aborda os temas centrais do estudo: argumentação em matemática e avaliação, inclui uma breve revisão do estado da arte e uma discussão dos resultados de alguns estudos empíricos realizados naquele âmbito. Já na segunda parte, mais especificamente no capítulo III, apresentamos e justificamos as nossas opções metodológicas e descrevemos os procedimentos adotados. Nos capítulos IV e V, analisamos os resultados relativos às duas participantes – os casos. Cada um destes dois capítulos foi iniciado com uma caracterização sumária da participante, seguindo-se uma apresentação e discussão dos dados recolhidos. Por fim, no último capítulo, o VI, apresentamos as principais conclusões deste trabalho.

Capítulo II - Fundamentação Teórica

A argumentação

Há termos que são utilizados em diferentes contextos e, conseqüentemente, com diferentes sentidos e significados. Assim, iremos procurar clarificar o significado de alguns dos conceitos utilizados no trabalho de investigação que realizámos. Começaremos por fazer uma breve exposição sobre o estado da arte no que diz respeito à teorização da argumentação, procurando um quadro de referência que forneça algum suporte à clarificação do conceito de argumentação em Matemática.

Argumentação: da antiga à nova retórica, um longo percurso

A argumentação tem uma história teórica sinuosa. Plenamente reconhecida como objeto de pesquisa, desde o início da civilização greco-romana, atravessou um longo período de latência, entrecortada por alguns sobressaltos, para conhecer um renascimento na época contemporânea. (Breton & Gauthier, 2001, p. 3)

Do ponto de vista da organização clássica das disciplinas, a argumentação surge vinculada à lógica, “a arte de pensar corretamente”, à retórica, “a arte de bem falar”, e à dialética, “a arte de bem dialogar”. A argumentação emerge, assim, ligada ao conjunto de ações humanas cujo objetivo é a adesão do outro, quando se adota um determinado comportamento, ou uma opinião. Segundo Perelman (1993), Aristóteles foi o primeiro filósofo a expor uma teoria da argumentação, nos *Tópicos* e na *Retórica*, encarando a Retórica como uma arte que visava descobrir os meios de persuasão possíveis para os vários tipos de argumentos. Sendo baseada em critérios dialéticos, esta retórica torna-se a técnica de argumentação do verosímil, uma vez que as teses se colocam como discutíveis no seio dos debates públicos.

Qualquer um pode apresentar contra-argumentos à tese do orador, que é forçado a apresentar novos argumentos, a fim de a manter credível. Assim, o que define a retórica aristotélica é a sua oposição a uma outra lógica, a silogística, do domínio do necessário – aliás a que a tradição ocidental mais valorizou e nunca deixou esquecer –, que não pode, contudo, aplicar-se a todos os discursos. Quando os juízos em causa são dialécticos – o que acontece, por exemplo, na área dos valores ou da política –, isto é, escapando a uma lógica bivalente, são do domínio do provável ou do verosímil, aquela lógica revela-se insuficiente e levará o filósofo à criação duma teoria da argumentação, revalorizada muitos séculos mais tarde, nas democracias contemporâneas. De facto, nesta conceção aristotélica, aceita-se o uso social da retórica para o discurso público (com objetivo de gerar consensos, sem recorrer à violência física), distinguindo-se três dimensões de persuasão – relacionadas com: (1) a emoção despertada pelo orador nos ouvintes (*pathos*); (2) o carácter do orador (*ethos*); (3) os argumentos verdadeiros ou prováveis (*logos*) – e três géneros de discurso dependendo dos seus usos: (1) deliberativo ou político; (2) judicial ou forense e (3) demonstrativo ou epidíctico. Enquanto que os discursos deliberativos visam mostrar vantagem ou desvantagem de uma determinada ação (ou são exortações ou dissuasões), os judiciais pretendem mostrar a justiça ou injustiça do que foi feito (ou são acusações ou defesas). Já os epidícticos exaltam ou censuram algo e pretendem evidenciar a virtude ou defeito de uma pessoa ou coisa.

Como refere Júnior (2006), a inovação essencialmente mais relevante de Aristóteles foi ter considerado que o argumento lógico é elemento central na arte da persuasão. Assim, a sua Retórica é uma retórica da prova, do raciocínio, do silogismo retórico, isto é, uma teoria da argumentação persuasiva. Proporciona não só um método de trabalho, mas também um sistema crítico de análise, o qual pode ser usado na construção e na interpretação de qualquer forma de discurso. Aristóteles chama a atenção para esse facto, tratando os argumentos estritamente lógicos nos Analíticos, reservando os argumentos ditos “dialécticos” ou prováveis para os Tópicos e a Retórica. Esta separação dos argumentos levar-nos-á à distinção entre aquilo que é demonstrável, que obedece a uma lógica rigorosa, na qual as conclusões são necessariamente decorrentes das premissas, e aquilo que pertence ao domínio do provável ou do possível, domínio em que as premissas ou os pontos de partida não são verdadeiros ou falsos, antes admitem outros

valores, o que levará a conclusões não necessárias. É o campo privilegiado da retórica, da argumentação persuasiva.

A partir do século IV a. C., ocorreu o declínio da retórica, a par do declínio da democracia, ou da própria cultura grega. De facto, depois de Aristóteles, a retórica viria a assumir-se como a arte de bem falar, promovendo, assim, a tendência para privilegiar a componente estético-linguística, em detrimento da eficácia argumentativa, dominante na discussão política entre os cidadãos de Atenas. A retórica passou, então, a literatizar-se e a dimensão argumentativa de persuasão foi negligenciada: "O que os primeiros retóricos clássicos entendiam como uma das suas partes — a *elocutio* — veio com o tempo a assumir-se como a essência da própria retórica" (Júnior, 2006, p. 30).

Já no século XX, com a consolidação dos ideais democráticos e com a crise das ciências, a retórica surge associada a uma nova conceção de racionalidade e de verdade (verdade agora entendida como possibilidade e plurívoca), como resposta à necessidade de enquadramento dum pensar e dum agir críticos, libertos das tiranias das soluções únicas (Júnior, 2006).

Podemos considerar dois períodos distintos na teorização contemporânea da argumentação: o primeiro, caracterizado pela delimitação do campo da argumentação, com as obras publicadas em 1958 – *The uses of argument* de Toulmin e *Traité de l'argumentation: La nouvelle rhétorique* de Perelman e Olbrechts-Tyteca; e o segundo período, "que se caracteriza pela emergência de múltiplas abordagens teóricas da argumentação, cada uma com um objeto de estudo diferente e recorrendo a pressupostos metodológicos diferentes e por vezes inconciliáveis" (Grácio, 2008, p. 1).

Ainda na opinião de Grácio (2008), a teorização contemporânea da argumentação surge por reação ao que se pode designar "como a imagem matematizada do pensamento" (p. 1). De facto, para este autor, "é a partir do questionamento do ideal matemático do pensar, preconizado por Descartes e refinado, nos séculos XIX e XX, com matematização da lógica (nomeadamente através da obra de Frege) que tanto a obra de Perelman, como a de Toulmin se desenvolverão" (p. 1).

A proposta de Perelman (1993) tem por objetivo descrever os esquemas argumentativos não formais utilizados na persuasão de um auditório; esta nova retórica ocupar-se-á das estratégias discursivas usadas por um orador ao serviço da procura de adesão de um auditório às teses propostas, frisando que não se trata de uma lógica específica dos juízos de valor e que os raciocínios não são, neste âmbito, nem deduções

formalmente corretas, nem induções do particular para o geral, mas argumentações de toda a espécie, visando ganhar a adesão dos espíritos às teses que se apresentam ao seu assentimento (Perelman, 1993). Para este autor, todo o discurso supõe um auditório, pelo que todo o discurso envolve argumentação e retórica.

A adesão de um auditório procura-se por meios retóricos, que Perelman (1993) classifica como associação e dissociação de noções: argumentar será comparar, aproximar-se ou afastar-se de determinados valores ou pressupostos. A retórica situa-se, pois, no quadro da argumentação, que se distingue da demonstração, portadora de univocidade e afastada dos contextos de uso efetivo das línguas naturais; a argumentação joga com a equívocidade das línguas naturais, permitindo ao auditório a descoberta dos conceitos utilizados na argumentação, dando-lhe margem de decisão em favor desta ou daquela tese (Meyer, 1982). Com efeito, Perelman (1993) sustenta que é fundamental conhecer as referências de um auditório, pois serão elas a base da argumentação: para além dos *factos* e das *verdades* (que o orador supõe como aceites pelo seu auditório), também o conhecimento das *presunções* desempenha um papel importante em qualquer ato de argumentar. Por *presunção* entender-se-á aquilo que é aceite como *normal* pelo auditório. Trata-se, então, para o orador, de tentar inverter uma presunção que favorece a tese do seu adversário. Assim, segundo Perelman (1993), a construção do discurso do orador apoia-se na pertinência e na força dos argumentos escolhidos em função da comunhão entre orador e auditório – a adesão às teses propostas é passível de reforço através de argumentos que se vão aduzindo, isto é, depende da amplitude da argumentação e até da ordem dos argumentos. O orador pode ainda basear a sua argumentação em argumentos ligados ao preferível: valores, hierarquias e lugares do preferível (muito próximos dos *topoi* ou lugares-comuns aristotélicos).

Em síntese, a argumentação de Perelman funda-se no verosímil e na importância dos lugares-comuns, inscrevendo-se “numa rutura com a lógica demonstrativa e a evidência cartesiana, alargando o espaço de uma lógica argumentativa não formal” (Breton & Gauthier, 2001, pp. 50-51). Consequentemente, a teoria da argumentação de Perelman fundamenta-se na distinção aristotélica entre raciocínio analítico e raciocínio dialético, valorizando a vertente dialética e, portanto, comunicacional.

Em contra partida, Toulmin, um outro autor de relevo do período contemporâneo, delimita o campo da argumentação, desenvolvendo, porém, uma

direção de trabalho diferente e assumindo até posições distintas, nomeadamente no que toca à questão da relação entre demonstração e argumentação. Efetivamente, Toulmin (1993), sem o explicitar, considera que a demonstração é um caso particular da argumentação.

A teorização deste autor “inscreve-se numa oposição a um certo logicismo (de Aristóteles a Carnap) numa vontade de reforma da lógica com o intuito de a tornar mais aplicável às situações quotidianas da discussão racional” (Breton & Gauthier, 2001, pp. 50-51). De facto, Toulmin (1993) propõe uma reforma da lógica, quando inclui questões que permitem outra abordagem dos raciocínios para além das da validade formal.

Foca o seu trabalho, fundamentalmente, na avaliação prática dos argumentos e, com o objetivo de apreender se a análise formal lógica teórica tem alguma ligação com aquilo que a crítica racional visa obter, muda de modelo, adotando o da jurisprudência: a lógica estuda a solidez dos fundamentos que se produzem para apoiar e suportar as alegações. De facto, para Toulmin, a argumentação

define-se pela presença de uma forma específica e invariável de organizar o raciocínio no discurso, sendo a questão da efetuação e da força concreta desse discurso um outro patamar de abordagem, nível em que surge a noção de «campos de argumentação», isto é, a teoria da articulação entre força da argumentação e contexto (Grácio, 2011, p. 179).

Toulmin (1993) apresentou um esquema em que salienta todos os elementos que considera cruciais na argumentação, estabelecendo relações entre eles (figura 1). Os elementos que constituem esse esquema são seis – três fundamentais ou formais e outros três opcionais – a saber: uma *Tese (Claim)* (5) é afirmada com base em *Dados (data, grounds)* (1); esse passo argumentativo é autorizado por uma *lei de passagem ou garantia (warrant)* (2), ela mesma apoiada num *suporte* (3); esse suporte é matizado pela introdução de um *Qualificador modal* (4), o qual pode ser desenvolvido numa *Refutação* (6). Assim, nesta estrutura, é proposto um padrão para análise de argumentos, a partir de elementos lógicos básicos: a *Tese*, que é a alegação cujos méritos procuramos estabelecer; os *Dados*, que são os factos aos quais recorreremos como fundamentos para a alegação; e a garantia de inferência – *lei de passagem* que, por sua vez, estabelece a relação entre os dados e a tese, sendo de uma natureza hipotética e geral. Entretanto, para que o argumento seja mais completo, pode ser usado um *qualificador modal* para qualificar a conclusão, indicando uma referência explícita ao grau de força que os dados

conferem à tese, em virtude da garantia da inferência. Da mesma maneira, podemos acrescentar uma *refutação* à garantia, indicando em que circunstâncias a sua autoridade não deve ser considerada, ou seja, a refutação especifica em que condições a garantia não é válida para dar suporte à conclusão. Assim, a garantia de inferência é a *ponte* entre o dado e a conclusão, ou seja, ela consiste em mostrar que, tomando os dados como ponto de partida, é legítimo e apropriado passar dos dados à conclusão apresentada, sendo os qualificadores e as refutações agentes complementares dessa *ponte*. Por detrás das garantias há outros suportes, sem os quais nem as próprias garantias teriam vigência ou autoridade. Deste modo, além dos elementos já citados, podemos apoiar a garantia de inferência numa referência categórica baseada, por exemplo, numa lei, ou numa autoridade.

Em síntese, o modelo de Toulmin pode ser representado, esquematicamente, da seguinte forma:

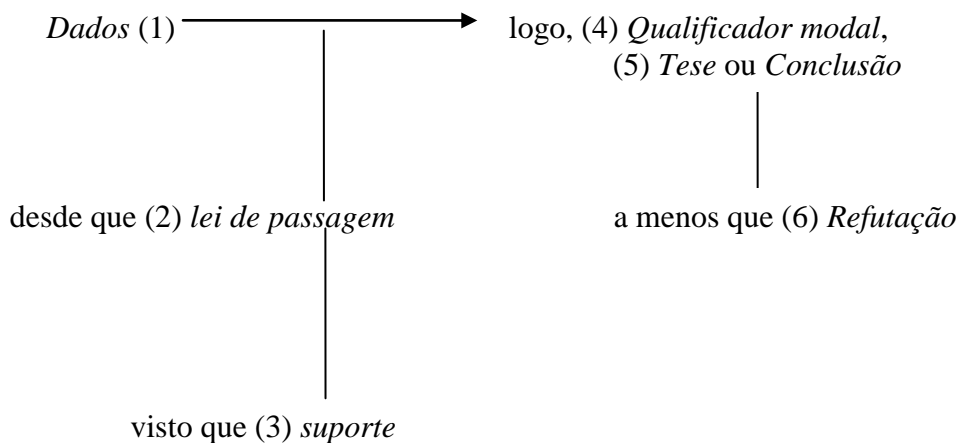


Figura 1: Padrão complexo do argumento, segundo Toulmin (1993)

A análise deste esquema permite concluir que a estrutura da argumentação de Toulmin é formada por enunciados que se entrelaçam entre si. Importa, contudo, referir que

como este padrão deixa claro, o apelo explícito neste argumento vai diretamente da tese para os dados com que os fundamentamos: a garantia é, nesse sentido, incidental e explanatória, sendo a sua tarefa simplesmente registrar a legitimidade da passagem envolvida e remetê-la para uma classe mais lata de passagens cuja legitimidade está a ser pressuposta. (Toulmin, 1993, pp. 99 - 100)

Assim, podemos inferir que o sentido da seta, presente na figura 1, deve ser interpretado como

estrutura do processo de justificação, ou seja, que se desenrola *depois* da tese ter sido desafiada. Em termos comunicacionais, no qual é pressuposto um diálogo entre um proponente e um questionador, a ordem é: tese → desafio da tese → selecção de dados que funcionam como fundamento → explicitação da garantia usada como regra de passagem. (Grácio, 2011, p. 180, destaque no original).

A fim de ilustrar aquele esquema, apresentaremos, de seguida, um exemplo usado por Toulmin e apresentado por Plantin (2008, p. 26).

(1) Harry nasceu nas Bermudas; ora, (2) as pessoas que nasceram nas Bermudas são geralmente cidadãos britânicos, em virtude (3) de leis e decretos sobre a nacionalidade britânica; logo (4) provavelmente (5) Harry é cidadão britânico; a menos que (6) os pais sejam estrangeiros, ou que ele tenha mudado de nacionalidade.

No entanto, nem sempre as garantias e os dados permitem deduzir a conclusão com a mesma força. Segundo Toulmin (1993), há certas garantias que nos autorizam a aceitar, inequivocamente, uma conclusão – conclusão necessária –, outras, porém, só nos autorizam provisoriamente, ou sob condições, a passagem dos dados às conclusões. Estes casos são aqueles em que intervêm os quantificadores modais como “provavelmente” ou é “verosímil que...”. Assim, Toulmin parece considerar a argumentação como uma atividade que se desenvolve a partir de uma ação, cuja validade ou valor é questionada e, como tal, exige a apresentação de elementos justificativos.

Toulmin distingue uma argumentação *analítica* de uma argumentação *substancial*¹. A argumentação *analítica* consiste numa dedução logicamente correta, no sentido clássico e a respeito da qual se pode falar de validade. Por outro lado, a argumentação *substancial* expande o significado das proposições através de um processo argumentativo em que uma afirmação ou decisão é gradualmente suportada e tem a força para transportar uma convicção. Considera, ainda, que uma argumentação *substancial* corresponde a uma apresentação convincente de relações, justificações e

¹ Grácio (2011) afirma que a distinção inicial, que aparece em *The Uses of Argument*, é feita entre argumentos analíticos e argumentos substanciais. No entanto, posteriormente, tais expressões foram substituídas por “argumentos formais” e “argumentação substancial, respetivamente.

explicações. Esta argumentação é, assim, a expressão linguística de uma série de atividades cognitivas desenvolvidas pelo sujeito, isto é,

qualquer pessoa que participa numa argumentação mostra a sua racionalidade, ou a falta dela, através da forma como lida e responde à oferta de razões a favor ou contra as teses. (Toulmin, Rieke & Janik, 1984, p. 14, citado por Grácio, 2011, p. 183).

Nesta perspetiva, o modelo de Toulmin é uma ferramenta importante para a compreensão da argumentação no pensamento científico. Além de mostrar o papel das evidências na elaboração de afirmações, relacionando dados e conclusões através de justificações de carácter hipotético, também realça as limitações de uma dada teoria, bem como a sua sustentação noutras teorias. O uso de qualificadores ou de refutações envolve a capacidade de ponderar, perante diferentes teorias, e a partir das evidências apresentadas por cada uma delas.

De facto, o esquema proposto por Toulmin proporciona uma ferramenta potente para analisar, a partir de uma perspetiva formal, a argumentação. Assim, neste trabalho, estamos particularmente interessados em analisar e avaliar, em contexto matemático, as produções dos alunos, quando realizam tarefas que envolvem a argumentação *substancial*, à semelhança do estudo conduzido por Pedemonte (2007).

A emergência de uma problemática sobre argumentação em Matemática

De acordo com Duval (1990), o interesse pela argumentação surge como um interesse pelas formas de raciocínio que escapam às normas e aos esquemas lógicos, que emergem espontaneamente quando se desenvolve um debate com alguém. Em Matemática, o contexto da argumentação é radicalmente diferente do de outras áreas do conhecimento. De facto, nesta disciplina, a finalidade da argumentação é específica do problema a ser resolvido.

A necessidade de falar de argumentação em matemática deriva da de caracterizar os processos desenvolvidos durante a resolução de um problema, isto é, dos processos de descoberta, usados na formulação e testagem de uma conjectura. Tais processos não são demonstrações. Frequentemente, as justificações em matemática são argumentações. Isto não significa que todas as justificações matemáticas sejam

argumentações, mas, o caráter justificativo é uma particularidade da argumentação em matemática. (Pedemonte, 2012, p. 8)

Centrando-nos no significado de argumentação em Matemática, deparamo-nos com diferentes perspectivas. Por exemplo, Yackel e Cobb (1996) consideram, numa vertente social, que a argumentação se foca, especificamente, nas interações relacionadas com explicações ou justificações intencionais do raciocínio, aquando da resolução de um problema. De igual modo, para Wood (1999), a argumentação é pespetivada como um processo interativo que ocorre numa troca discursiva entre indivíduos com o objetivo de convencer o outro, através de do uso de argumentos. Seguindo estas duas perspectivas, Krummheuer (1995) considera que a argumentação inclui processos de produção de provas matemáticas, embora não a considere equivalente à demonstração. Efetivamente, num estudo empirico, Krummheuer (1995, p. 231), delimitando o conceito de argumentação, afirma, numa vertente social, que

Empiricamente, o conceito de argumentação diz respeito às interações observadas, ao nível da sala de aula, que dizem respeito às explicações intencionais de raciocínio relativas a uma solução enquanto ou depois de ela se desenvolver.

No desenvolvimento de uma argumentação, dirigida à justificação, não é suficiente uma mera produção de argumentos, é necessário, também, submetê-los a um exame de aceitabilidade. Entende-se por argumento o esclarecimento intencional de um raciocínio durante ou após a sua elaboração. (Krummheuer, 1995).

Porém, há que usar critérios para aceitar, ou não, um argumento. Duval (1993) considera que deverão ser a *pertinência* e a *força*. Por *pertinência* entende a relação entre os conteúdos da afirmação e o argumento que a justifica. A *força* de um argumento depende de dois fatores: a resistência que apresente a contra-argumentos e o valor epistémico positivo, isto é, deve ser evidente, necessário e autêntico. Um argumento que cumpra estas duas condições será considerado um argumento forte.

Importa, agora, manifestar a nossa opção quanto ao significado de *raciocínio matemático* usado neste estudo, até porque se trata de um termo “polissémico” (Steen, 1999, citado por Pinto & Santos, 2009, p. 56). Apesar da grande dificuldade em encontrar uma definição para esta expressão, assumimos que as “principais funções do raciocínio são compreender, explicar e convencer.” (Hershkowitz, 1998, p. 29). Consequentemente, partilhamos com Boavida e Menezes (2012) a ideia de que o raciocínio matemático é mobilizado quando apresentamos razões para justificar ideias,

ou argumentamos para nos convenceremos, a nós próprios ou aos outros, da plausibilidade de conjeturas formuladas.

Para concluir a explicitação de algumas das diferentes perspetivas de argumentação em matemática, apresentamos a que foi adotada no estudo. Efetivamente, considerámos, numa vertente dialética, que

a argumentação em Matemática é uma tentativa de justificar um enunciado ou conjunto de enunciados. Por isso, deve ser entendida como uma justificação racional. (Pedemonte, 2012, p. 13)

Assim, a argumentação em matemática é, antes de mais, um raciocínio e os raciocínios desenvolvidos em matemática não podem ser reduzidos aos dedutivos, que permitem a passagem às conclusões, através de regras de inferência previamente explicitadas e partindo das permissas dadas. “Há raciocínios em matemática, específicos da argumentação, que se limitam a apresentar «razões» de aceitação ou refutação de proposições dadas. Tais «razões» permitem a explicitação duma argumentação a partir de um raciocínio.” (Pedemonte, 2012, p. 8, destaque no original)

Também o conceito de *explicação* terá de ser clarificado, uma vez que emerge, de forma recorrente, aquando da apresentação das várias perspetivas apresentadas sobre argumentação. Começamos por referir que Duval (1999), estabelecendo a relação entre *argumentação* e *explicação*, se centra na análise da heterogeneidade entre *explicação* e *raciocínio*, defendendo que a produção de argumentos depende da *explicação*, enquanto que o exame de aceitabilidade depende do raciocínio:

A explicação dá uma ou mais razões para tornar compreensível um dado. As razões têm uma função descritiva, apresentam o sistema de relações, em cujo seio o dado a explicar se produz. Como em toda a descrição, o valor epistémico das razões enunciadas não desempenha qualquer função. O raciocínio dá também uma ou duas razões, mas o papel das razões dadas é muito diferente, é a de comunicar a força de argumento às afirmações que se devem justificar (Duval, 1999, p. 11)

Assim, segundo o autor, a *argumentação* e a *explicação* partilham o esquema básico de passagem dos dados a uma conclusão, mas diferenciam-se através das razões que validam essa passagem, sendo na argumentação onde as razões comunicam força às afirmações, convertendo-as em argumentos e transformando a proposição inicial em conclusão.

Balacheff (1988b) considera que a *explicação* é um discurso, cujo objetivo é tornar inteligível o carácter de verdade, adquirido pelo locutor, duma proposição ou dum

resultado, fazendo, frequentemente, apelo à intuição. As razões avançadas podem ser discutidas, rejeitadas ou aceites. Além disso, na opinião do autor, é a linguagem natural que serve de suporte à *explicação*.

Parece-nos pertinente abordar, ainda, o conceito de *justificação*, a fim de o clarificar, uma vez que, recorrentemente, foi usado no nosso estudo. Na obra *Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive?*, Duval (1993) distingue, no processo justificativo, duas partes essenciais: a produção de argumentos e o exame de aceitabilidade dos argumentos produzidos. Defende que a produção de argumentos emerge da procura de resposta a perguntas do tipo *Porque afirmas que...?* ou *Porque respondes que....?*, enquanto as respostas às questões do tipo *Porque ocorre.....?* requerem, apenas, uma *explicação*. Assim, a *justificação* remete para a questão do “porquê?”. Com a justificação pretende-se apresentar argumentos para mostrar a validade de uma proposição, apresentar razões que legitimam determinada atuação, comportamento ou acontecimento. (Balacheff, 1988b)

Argumentação versus demonstração (prova matemática)

Atualmente acredita-se que não é possível definir regras conducentes ao estabelecimento da verdade, ao contrário do que era defendido pelo formalismo, e, como tal, existe grande controvérsia, inclusivamente no seio da comunidade matemática, acerca da questão da demonstração. Como defende Lakatos (1987, p. 21):

Não deveria existir nenhum desacordo acerca da demonstração matemática. Toda a gente olha com inveja a suposta unanimidade dos matemáticos; mas de facto existe uma controvérsia consideravelmente grande na matemática. Os matemáticos puros negam as demonstrações dos matemáticos aplicados, enquanto que os lógicos, por sua vez, repudiam as dos matemáticos puros. Os logicistas desprezam as demonstrações dos formalistas e alguns intuicionistas rejeitam com desdém as demonstrações de logicistas e formalistas.

Ora, esta controvérsia tem originado discussões e desenvolvimentos interessantes na comunidade matemática, que podemos enquadrar na área da Filosofia da Matemática. Neste trabalho não é nossa intenção entrar nesse campo, mas, apenas,

tentar encontrar uma forma que nos permita distinguir *argumentação* de *demonstração*, através de um significado inteligível para cada um destes termos.

De facto, o termo *demonstração* é utilizado em diferentes contextos com diversos sentidos. Por vezes esses significados são identificados com os termos *explicação*, *argumentação*, *prova*, etc. Ainda que em todos eles se possa reconhecer uma ideia comum – a de justificar ou validar uma afirmação (tese), usando argumentos –, as diferenças entre os tipos de situações em que se usam, as características e os recursos expressivos utilizados em cada caso podem ser, de facto, diferentes. Estas diferenças residem em situações e práticas argumentativas e indicam sentidos distintos do conceito de *demonstração*. Na língua portuguesa, o termo *demonstração* é, normalmente, usado “para referir um tipo de prova caracterizada por regras próprias da Matemática e aceite nesta comunidade.” (Brocardo, 2002, p. 114). De acordo com Pedemonte (2002), durante a construção de uma conjectura, o aluno pode desenvolver uma atividade argumentativa na qual justifique a plausibilidade da opção tomada e, posteriormente, na fase de produção da prova, poderá apoiar-se, com coerência, naquela ação, organizando os argumentos já produzidos e seguindo um encadeamento dedutivo.

Para esta investigadora, a distinção entre *argumentação* e *demonstração* reside na sua finalidade e explicita esta ideia, afirmando que “a demonstração quer validar, a argumentação quer convencer; mas validar é mais do que convencer.” (Pedemonte, 2002, p. 45). Acrescenta, ainda, que, na argumentação em matemática, é necessário convencer o auditório, que poderá ser a comunidade matemática, a turma, ou, inclusivamente, o próprio que argumenta.

Numa outra perspetiva, Hanna (1989) refere que “uma demonstração é um argumento necessário para validar uma afirmação, um argumento que pode assumir várias formas diferentes desde que seja convincente” (p. 20). Já Duval (1991) defende que a demonstração deve ser entendida como prova matemática formal, que permite estabelecer a veracidade de um dado resultado, combinando dedutivamente, segundo as regras da lógica proposicional, outros resultados já demonstrados ou admitidos como axiomas. Assim, para que os argumentos, apresentados em defesa das afirmações matemáticas, possam constituir demonstração devem ser convincentes, gerais, rigorosos, completos e resistentes.

Contrariando esta ideia, Schoenfeld (1988) afirma que a demonstração não terá, necessariamente, de ser formal, devendo, no entanto, poder ser aceite pela comunidade

de matemáticos. E, para ilustrar esta ideia, apresenta a demonstração da seguinte propriedade: os ângulos adjacentes à base de um triângulo isósceles são congruentes. Considere um triângulo $[ABC]$ que é isósceles de base $[BC]$. Trace a mediana $[AD]$. Os lados $[AB]$ e $[AC]$ são congruentes, $[AD]$ é comum, $[BD]$ e $[DC]$ são congruentes, pois D é ponto médio de $[BC]$. Assim, os triângulos $[ABD]$ e $[ACD]$ são congruentes. Então, os ângulos ABD e ACD também são congruentes.

Balacheff (1988b) começa por clarificar alguns termos – *explicar*, *provar* e *demonstrar* – afirmando que, muitas vezes, são considerados como sinónimos, especialmente na Matemática escolar, o que, na opinião do autor, constitui um obstáculo ao estudo sobre este tema. Chama-se *prova* a uma *explicação* aceite por uma dada comunidade, num dado momento. Esta aceitação pode tornar-se objeto dum debate cujo significado é a exigência de determinar um sistema de validação comum aos interlocutores. No seio da comunidade matemática, apenas podem ser aceites como *prova* as explicações que adotem uma forma particular: constituem uma série de enunciados organizada segundo regras determinadas. Um enunciado é reconhecido como verdadeiro, ou então é deduzido a partir dos que o precedem, através de uma regra de dedução tomada de um conjunto bem definido de regras. Estas provas são designadas por *demonstrações*. Esta passagem, da *explicação* à *prova*, "faz referência a um processo social pelo qual um discurso, assegurando a validade de uma proposição, muda de estatuto ao ser aceite por uma comunidade" (Balacheff, 1988b, p. 29). No entanto, o autor chama a atenção para o facto de este estatuto poder não ser definitivo, podendo modificar-se no tempo com a evolução do conhecimento em que se apoia, como foi, por exemplo, o caso da demonstração do *teorema das quatro cores*, uma prova poderá ser aceite por uma comunidade e refutada por outra (Balacheff, 1988b).

Balacheff (1988b), ao pretender clarificar o conceito de prova no âmbito da Matemática escolar, hierarquiza, entre as provas *pragmáticas* e as *intelectuais*, quatro níveis principais que ocupam um lugar privilegiado na génese cognitiva da demonstração: *empirismo naïf*; *experiência crucial*; *exemplo genérico* e *experiência mental*. Os dois primeiros níveis provêm de uma mesma racionalidade empírica (extraídos da experiência) e, conseqüentemente, não permitem estabelecer a veracidade de uma asserção. São, no entanto, fundamentais na validação ou refutação de conjeturas. Uma argumentação pode ser apresentada para um determinado caso particular, o que não significa que se possa aplicar a todos os casos, ainda que no

mesmo contexto; pode ser apresentada com base em alguns exemplos; pode contemplar apenas alguns aspetos do problema. Assim, para formular uma conjectura basta, por vezes, observar alguns casos particulares e notar uma característica que se mantém invariante, baseando-se os argumentos nesses casos particulares. Para a demonstrar, contudo, há maior exigência e especificidade, devendo os argumentos a utilizar ser gerais e resistentes (Balacheff, 1988b). Nas *provas intelectuais*, segundo mesmo autor,

exige-se a explicação sobre as razões que fundamentam a validade de uma dada proposição, baseada numa análise das propriedades dos objetos envolvidos. Essas propriedades não podem ser testemunhadas através dos seus representantes, pelo contrário, devem ser formuladas na sua generalidade. (Balacheff, 2000, p. 74)

Existe, de facto, uma rutura fundamental entre os dois primeiros níveis e os seguintes, mas é o recurso à *experiência mental* que marca a passagem das provas *pragmáticas* às *intelectuais*, uma vez que já não se trata de ações efetivas, mas sim de ações interiorizadas (termo utilizado no sentido piagetiano). Segundo Balacheff (1988b), são estas últimas ações que serão necessárias para a elaboração de provas de um nível mais elevado. Assim, os tipos de prova categorizados por Balacheff (1987) – das *pragmáticas* às *intelectuais* – podem ser relacionados com a pesquisa de Pedemonte (2007), na qual são abordados casos de argumentações.

Segundo Duval (1999), é no trabalho de Nicolas Balacheff, realizado em 1982, sobre a prova e a demonstração, com alunos do ensino não superior, que surge pela primeira vez a ideia de que as interações entre os alunos podiam ser consideradas como fatores de aprendizagem naquele contexto. Esse trabalho propunha uma abordagem à iniciação da prova, partindo das atividades de investigação de um problema. É dentro desta nova perspetiva que se começou a desenvolver um interesse pelas formas de argumentação, relacionadas com a resolução de problemas. Isso conduziu a que se questionasse se não seria a argumentação um caminho para chegar à demonstração.

Duval (1999) acrescenta, ainda, que o discurso dedutivo, próprio da Matemática, e o discurso argumentativo, utilizado na linguagem natural, têm características cognitivas muito diferentes. Relativamente ao ensino, acrescenta que para raciocinar é necessário que os alunos descubram como se organiza o raciocínio dedutivo e por que é que ele não funciona da mesma forma que uma *argumentação* ou uma *explicação* em outras áreas do conhecimento (geologia, botânica, química, mecânica, história). Esta organização, contudo, não está realmente visível nas expressões da linguagem natural.

Todavia, é com as expressões da linguagem natural que o aluno pode tomar consciência desta organização específica e deste processo. Esta é a condição para distinguir raciocínio dedutivo formal de outras formas de raciocínio. E, na opinião do autor, não há nada de formal nesta aprendizagem. A possibilidade de se utilizar a linguagem natural, também no âmbito da demonstração, dificulta a distinção entre estas duas noções: *argumentação* e *demonstração*

No quadro 1, sintetizamos as principais as interpretações de *argumentação* e *demonstração* que mais diretamente influenciaram o nosso trabalho.

Quadro 1: Argumentação em Matemática *versus* Demonstração

	Argumentação em Matemática	Demonstração
Balacheff	É o processo de produção de um discurso logicamente articulado, mas não necessariamente dedutivo.	É uma explicação aceite por uma dada comunidade, num dado momento.
	A argumentação está para a conjectura, assim como a demonstração está para o teorema (Balacheff, 1999)	
Pedemonte	É a expressão de um raciocínio possível, é uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro. A sua finalidade é convencer.	Próximo do significado de argumentação, só difere na finalidade. A finalidade da demonstração é validar.

Em síntese, neste estudo, após a análise dos contributos de vários autores, optámos por adotar as concepções de *argumentação* e de *demonstração* em Matemática advogadas por Pedemonte (2007), isto é, considerámos que a argumentação é a expressão de um raciocínio possível, é uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro e tem por finalidade convencer. Já a demonstração tem significado próximo do de argumentação, difere, contudo, na finalidade, uma vez que, com a demonstração, se pretende validar tal enunciado. Obviamente Obviamente que comunicação matemática é raciocínio matemático são capacidades distintas, mas fortemente interligadas, pelo que é quase impossível isolá-la da argumentação ou da demonstração, ainda que de uma forma, apenas, propedêutica. Assim, neste estudo,

privilegiámos a comunicação, na forma escrita, para a explicitação do raciocínio matemático desenvolvido pelo aluno.

Significados de demonstração: implicações para a Educação Matemática

Desde que Lakatos apresentou, na obra *Proofs and Refutations* (1976), uma perspetiva dialética sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático, a ideia de promover processos dialéticos na sala de aula de Matemática atraiu a atenção de diversos educadores matemáticos. Alguns investigadores analisaram possibilidades de encontrar a prova matemática no contexto da argumentação em sala de aula, isto é, na partilha, entre os alunos, de conjecturas, explicações, justificações e refutações, tendo vindo a registar-se, em Educação Matemática, o crescente interesse pela problemática do ensino e pela aprendizagem da prova (Hanna, 1995; 1996; 2000; Machado, 2005).

As investigações realizadas no âmbito da didática, sobre argumentação, são numerosas e diferem bastante umas das outras. O desacordo provém das diferentes sugestões didáticas para a aprendizagem deste tópico e da análise dos aspetos cognitivos que intervêm na sua construção (Pedemonte, 2002).

Balacheff (1999) sugeriu, no entanto, a existência de dificuldades em utilizar a argumentação no contexto da prova matemática, afirmando que há um salto epistemológico entre a argumentação e a prova matemática. Apesar disso, diversos investigadores (Boero, 1999; Douek, 2000; Duval, 1999) continuam a discutir a relação complexa entre a demonstração, ou prova matemática, e a atividade argumentativa, defendendo que existem muitos aspetos comuns, quer nos processos, quer nos produtos (Douek, 1999).

Esta relação pode ser inferida da análise do extrato seguinte:

A aprendizagem matemática dos estudantes passa por fases intuitivas e informais, mas, desde muito cedo, mesmo estas não podem deixar de ser rigorosas ou desprovidas de demonstrações corretas, bem como não podem passar sem um mínimo de linguagem simbólica. Na aprendizagem da matemática elementar dos ensinos básico e secundário são absolutamente necessárias as demonstrações matemáticas, mas estas não podem confundir-se com demonstrações formalizadas (no sentido de deduções formais em teorias formais). (DES, 2001, p. 19)

De facto, neste contexto, as demonstrações matemáticas, a realizar pelos alunos, prendem-se com o desenvolvimento da capacidade de argumentação e do raciocínio dedutivo, inseridas num processo mais amplo que se aproxima do que se entende por fazer matemática. Este significado, atribuído às demonstrações matemáticas, está de acordo com o que é defendido por Pedemonte (2002). Efetivamente, na opinião desta investigadora, "uma demonstração deve encorajar a compreensão e levar em conta o contexto da aula e a vivência dos alunos." (Pedemonte, 2002, p. 12). Esta ideia é consistente com o que já era defendido por De Villiers (2001), ao considerar que a função da demonstração, a ser utilizada na sala de aula, deveria ser a que se configurasse como mais significativa para os alunos.

Mais tarde, no trabalho de Pedemonte (2007), foram apontados e analisados dois tipos de argumentação em particular – abdução e indutiva – e as relações com a construção da prova. Efetivamente, segundo a autora, alguns estudos sobre argumentação e demonstração destacam a existência de uma continuidade entre a argumentação, entendida como um processo de produção, e a construção da demonstração (Boero, Garuti & Mariotti, 1996). Esta continuidade é designada por *unidade cognitiva*. Segundo aquela investigadora, durante um processo de resolução de problemas, é normalmente desenvolvida uma atividade de argumentação a fim de produzir uma conjectura. A hipótese de *unidade cognitiva* é que, em alguns casos, esta argumentação pode ser utilizada, pelo aluno, na construção da demonstração, organizando, num encadeamento lógico, alguns dos argumentos anteriormente produzidos. A investigação empírica sobre *unidade cognitiva* mostra que a demonstração será mais acessível para os alunos se tiver sido desenvolvida uma atividade argumentativa para a construção de conjecturas. De facto, na opinião de Pedemonte (2007), o ensino tradicional da demonstração, que é principalmente baseado na reprodução (as demonstrações são apresentadas aos alunos, não são eles que as constroem), parece não ter sucesso. Uma consequência didática de um estudo empírico, realizado em 1991 por Arsac, Germain e Mante, é que uma sequência de problemas abertos, que apelem à formulação de conjecturas, deve ser usado para introduzir a aprendizagem da demonstração (Pedemonte, 2007).

Importa acrescentar que, segundo De Villiers (2001, p. 31),

Tradicionalmente, a função da demonstração foi vista exclusivamente como dizendo respeito à verificação da correção das

afirmações matemáticas. A ideia é que a demonstração é usada principalmente para remover a dúvida pessoal ou a de céticos, uma ideia que dominou unilateralmente a prática de ensino e a maior parte das discussões ou da investigação relativa ao ensino da demonstração.

Dodge, Horak, e Masunaga (1998), no início do editorial de um número da revista *Mathematics Teacher* dedicado à demonstração, começam por transcrever um texto de Fawcett, datado de 1938, onde era abordada a relação entre o ensino da Matemática e as funções da demonstração:

O conceito de demonstração é um aspeto sobre o qual os alunos deveriam ter uma crescente e maior compreensão. É um conceito que não só impregna o seu trabalho em Matemática, mas que também está presente em todas as situações em que é necessário chegar a conclusões e tomar decisões. A Matemática fornece uma contribuição única para o desenvolvimento deste conceito e, até agora, os professores de Matemática têm assumido, de uma forma geral, que é melhor prestar este contributo, no 10.º ano, através do estudo da geometria demonstrativa. O resultado prático em vez de mostrar que este conceito também serve para unificar as experiências matemáticas dos alunos. (Dodge, Horak & Masunaga, 1998, p. 649)

Ora, do texto acima transcrito, podemos extrair uma outra ideia, diferente da de De Villiers (2001), que diz respeito, igualmente, à tradição do ensino da demonstração. De facto, para Fawcett, segundo Dodge, Horak & Masunaga (1998), ao limitar o ensino da demonstração, na sala de aula, à geometria, em vez de o alargar a outras áreas da Matemática escolar, correr-se-á o risco de inviabilizar o desenvolvimento da compreensão matemática. E, na opinião de alguns autores, nomeadamente Veloso (1998), a principal razão pela qual se deve valorizar o ensino da demonstração está diretamente relacionada com os objetivos do ensino da Matemática. Esta ideia é fundamentada, pelo autor, do seguinte modo:

Na realidade, se um dos objetivos principais do ensino da matemática nos ensinos básico e secundário é permitir aos alunos adquirir uma compreensão vivida do que é a matemática, incluindo a sua relevância, evolução histórica e características no momento presente — é indispensável que os alunos experimentem e interiorizem o caráter distintivo da matemática como ciência, ou seja, a natureza do raciocínio dedutivo e mesmo a estrutura axiomática das suas teorias. (Veloso, 1998, pp. 360-361)

Esta última ideia, expressa por Veloso, vem fundamentar a posição de estender o ensino da demonstração a outras áreas, para além da Geometria. Segundo Healy e

Hoyles (2000), uma possível causa para que o ensino da demonstração se limite, apenas, à Geometria é a não inclusão, nos programas do ensino secundário de muitos países, da abordagem a outros contextos.

Wu (1996, citado por Knuth, 2002), a este propósito, vai mais longe na crítica a esta lacuna, argumentando, por exemplo, que a escassez da demonstração fora da Geometria é uma deturpação da natureza da demonstração em Matemática e acrescenta:

essa ausência é uma falha gritante no ensino atual da Matemática, do ensino secundário, nomeadamente, o facto de que fora da Geometria não são essenciais as demonstrações. Mesmo considerando as anomalias existentes na educação, esta é, certamente, a mais anormal, na medida em que vai facultar uma imagem totalmente falsificada da própria Matemática (p. 228, citado por Knuth, 2002, p. 61)

Tal como Veloso (1998), também Hanna (2000) e Knuth (2002) defendem que o papel da demonstração, na aula de Matemática, está associado aos objetivos do ensino desta disciplina, isto é, o de promover a compreensão matemática. Para isso, não podemos entender que inclua, apenas, um trabalho em torno do raciocínio dedutivo. É necessário tirar partido das representações visuais, dos argumentos baseados na observação e nos raciocínios e provas exploratórios, de modo a conseguir promover uma compreensão da Matemática em geral e da demonstração em particular. Com estes pressupostos, fará todo o sentido que o início da aprendizagem da demonstração se processe nos primeiros anos de escolaridade.

De facto, para Pedemonte (2002), existe uma continuidade cognitiva entre a atividade de argumentar e a de demonstrar. Esta ideia pressupõe que a exploração, pelos alunos, de problemas que exijam a formulação de conjeturas e o exame da sua plausibilidade pode favorecer o desenvolvimento da atividade argumentativa que, frequentemente, se revela de grande utilidade na construção da prova (Boero, 1999; Bussi, 2000; Pedemonte, 2002). No mesmo sentido vão também estudos levados a cabo por Douek (1998), tal como as conceções sobre a aprendizagem da generalização e da demonstração que emergem de alguns estudos portugueses apresentados por Ponte, Matos e Abrantes (1998).

Concordamos, pois, com Brocardo (2002, p. 118) quando a investigadora defende que:

Discutir a distinção entre termos como argumentação e demonstração tem um valor relativo quando se pensa no processo de ensino

aprendizagem. Defender que a demonstração ou prova matemática deve ser trabalhada ao nível do currículo de matemática implica não poder pensar que isso só pode ser feito quando a maturidade e conhecimentos matemáticos dos alunos lhes permite perceber e usar as regras do raciocínio dedutivo.

Parece, pois, necessário tentar perceber quais as dificuldades dos alunos na construção de argumentações e de demonstrações e descobrir como poderão ser ultrapassadas. Pedemonte (2011) considera que a emergência de tais dificuldades reside no facto de não se encontrar bem definido o papel da demonstração na prática educativa ou os professores não explicitarem, devidamente, alguns aspetos da demonstração (Hemmi, 2008). Através do conceito de *transparência*, presente no relatório elaborado por Hemmi, poderemos encontrar um possível contributo para resolver o dilema de tornar, para os alunos, mais ou menos invisível alguns aspetos importantes ligados à demonstração. De facto, segundo Lave e Wenger (1991), o conceito de *transparência* combina duas características: visibilidade e invisibilidade. Enquanto a visibilidade se relaciona com os caminhos que incidem sobre a importância da demonstração (construção, estrutura lógica e função da demonstração, etc.), a invisibilidade é a forma “não problemática de interpretar e integrar na atividade” (Hemmi, 2008, p. 414, citado por Pedemonte, 2011, p. 2). Trata-se, portanto, de assumir a demonstração como justificação da solução de um problema sem, contudo, a considerar como uma demonstração, o que, na opinião de Hemmi, tem subjacente a conceção de “demonstração como um artefacto que necessita tanto de ser visto (ser visível) como de ser usado e visto através de (ser invisível) a fim de proporcionar o acesso à aprendizagem matemática” (Hemmi, 2008, p. 425, citado por Pedemonte, 2011, p. 2). Para Pedemonte (2011), a falta de visibilidade no ensino da demonstração diz respeito à falta de conhecimento acerca das técnicas de demonstração, ideias-chave e estratégias de demonstração.

Ensino, em Matemática, da argumentação e da demonstração: alguns resultados

Nesta secção são abordados estudos e apresentadas reflexões resultantes de análise das experiências desenvolvidas na sala de aula, destacando características

associadas ao desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de argumentação matemática e ao ensino/aprendizagem da demonstração.

Como defende Pedemonte (2002), uma das capacidades mais importante a desenvolver nos alunos é a da argumentação, uma vez que uma das finalidades do ensino é formar cidadãos críticos, capazes de valorizar os argumentos utilizados por políticos, pelos meios de comunicação e pelos colegas de trabalho (Aleixandre, 1998; Osborne *et al.*, 2001). Ora, tal capacidade, transversal a todos os temas da Matemática escolar, deveria ser desenvolvida aquando do estudo de qualquer tópico matemático integrado no currículo, como, aliás, se encontra expresso no extrato seguinte:

O raciocínio e a demonstração não são atividades especiais reservadas para momentos especiais ou tópicos do currículo especiais, mas antes deverão ser uma parte natural e integrante das discussões de sala de aula, seja qual for o tema em estudo. Em ambientes produtivos de sala de aula de matemática, os alunos deverão esperar ter que explicar e justificar as suas conclusões. (NCTM, 2007, p. 404)

ou no programa de Matemática, em França, do *Collège* (correspondente ao 3.º ciclo português):

A demonstração matemática é um aspeto a que globalmente se dá um certo realce referindo-a tanto a nível global como a nível particular. (Guimarães & Brocardo, 2006, p. 81)

ou, ainda, na Introdução Geral para a Matemática do *Collège*:

Se o domínio da geometria ocupa um lugar particular, a preocupação de provar e de demonstrar não deve aí restringir-se. O trabalho com números, com o cálculo numérico e depois o cálculo literal oferecem igualmente ocasiões para demonstrar. (Guimarães & Brocardo, 2006, p. 87)

No entanto, como refere Pedemonte (2007), os estudos sobre argumentação e demonstração limitam-se, frequentemente, ao domínio da geometria, provavelmente por se tratar do tema onde, normalmente, se faz a introdução à aprendizagem da demonstração. Duval (1998) indica uma outra possível justificação para tal, afirmando que um dos problemas do ensino da demonstração está em confundir o raciocínio dedutivo com a argumentação. Já Mariotti (2006) indica, para tal facto, uma razão histórica: a geometria foi sempre considerada o protótipo da sistematização do conhecimento matemático, já que a álgebra foi sistematizada mais tarde. Também,

Boero *et al.* (1992) e Barallobres (2004) apontam que a álgebra e a aritmética não têm sido indicadas como um contexto usual e possível para esse fim.

Contrariando esta realidade, Boavida (2005) desenvolveu um projeto de investigação, em contexto de colaboração, trabalhando com duas professoras de Matemática do 3.º ciclo, guiado por dois objetivos:

- (a) descrever e analisar o trabalho de duas professoras orientado para o envolvimento dos seus alunos em atividades de argumentação matemática e (b) compreender potencialidades e problemas emergentes do desenvolvimento de um projeto de investigação colaborativa centrado na reflexão sobre as práticas destas professoras. (Boavida, 2005, p. 17)

Efetivamente, o campo empírico configurou-se através de um projeto de investigação colaborativa e decorreu de novembro de 2001 a novembro de 2003. As professoras trabalharam, no primeiro ano do estudo, em turmas de 7.º ano, tendo continuado, no ano letivo seguinte, com os mesmos alunos. Relativamente ao envolvimento dos alunos em argumentação matemática, para a investigadora, seria necessário criar um ambiente, em sala de aula, onde os alunos se envolvessem em processos de argumentação, fundamentassem os raciocínios desenvolvidos, descobrissem justificações para resultados encontrados, formulassem e provassem conjeturas, não se centrado, assim, o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos num tópico matemático específico.

Importa acrescentar que as professoras envolvidas neste estudo incluíram nas suas planificações, de modo mais frequente, a exploração de tarefas de investigação e procuraram propor situações em que os alunos formulassem e testassem conjeturas, produzindo argumentos e interagindo com a turma. Na opinião da investigadora, desenvolver a argumentação, na sala de aula, é um trabalho complexo, mas não impossível, cabendo ao professor criar e garantir uma cultura em que os alunos se envolvam em argumentações. Os desafios encontrados ao longo desse processo, na opinião da investigadora, deverão ser enfrentados dando atenção aos discursos dos alunos e levando em consideração aspetos afetivos e sociais nos quais a turma está inserida. Nas conclusões do estudo, a investigadora apresentou os aspetos do trabalho realizado pelas professoras que, ao longo do projeto, se evidenciaram como tendo influenciado ou possibilitado a emergência e desenvolvimento de episódios de argumentação. Tais aspetos foram organizados em três grupos, a saber: (1) formulação,

avaliação e prova de conjeturas; (2) exploração de situações de desacordo e (3) orquestração de discussões coletivas. Das diferentes estratégias adotadas, associadas à formulação de conjeturas e à avaliação da sua plausibilidade, na opinião das professoras, as que consubstanciaram um melhor contributo para o progresso dos alunos foram as seguintes:

(a) a importância da negociação dos significados de conjetura, contraexemplo e prova, da valorização da atividade de formulação de conjeturas e da partilha e avaliação coletiva de conjeturas; (b) alguns meios de fazer face às complexidades associadas à compreensão da necessidade e importância da prova pelos alunos; e (c) a importância da produção de provas surgir enquadrada por problemas e por atividades de argumentação. (Boavida, 2005, p. 899)

Já relativamente à exploração de situações de desacordo, Boavida (2005) afirma que:

dar visibilidade a situações e explorá-las no sentido da turma chegar a consensos matematicamente fundamentados são aspetos que as professoras destacam, recorrentemente, como podendo facilitar o envolvimento dos alunos em atividades de argumentação matemática. (Boavida, 2005, p. 906)

No entanto, a investigadora refere a existência de "riscos e cuidados que podem surgir durante o processo de exploração de um desacordo" (p. 906). Tais riscos, na sua opinião, prendem-se não só com a atitude dos alunos, mas também com a do professor. Efetivamente, Boavida (2005) salienta que as professoras evidenciaram, por exemplo, "o facto de os alunos não respeitarem opiniões diferentes das suas, de usarem um tom de voz ou palavras constrangedores para os colegas cujas ideias põem em causa" (p. 908) e, relativamente aos riscos associados ao trabalho do professor, "a não consciência do fascínio experienciado face a discussões matematicamente significativas mas restritas, que impede a perceção da necessidade de cuidar, também, da aprendizagem dos outros alunos"(p. 908).

Influenciadas, provavelmente, pelo receio de não conseguir superar as dificuldades atrás referidas, no presente estudo procurámos desenvolver um trabalho de ensino orientado para o envolvimento dos alunos em tarefas de argumentação matemática que não passasse, necessariamente, pela gestão do discurso oral na sala de aula, mas, essencialmente, pelo recurso e à valorização da escrita.

Relativamente à aprendizagem da demonstração, Mariotti (2006), ao refletir sobre os diferentes contributos da investigação sobre o tema, considera que as diferentes

pesquisas poderão ser agrupadas em três categorias: demonstração na escola (*proof at school*); dificuldades dos alunos (*students' difficulties*) e experiências de ensino (*teaching interventions*).

Ora, no nosso trabalho, interessa-nos, particularmente, analisar as investigações que se poderão enquadrar na primeira e segunda categorias propostas por Mariotti (2006), pelo que começaremos por abordar, ainda que de forma breve, o estudo realizado por Healy e Hoyles (2000). Este trabalho privilegiou a demonstração no domínio da Álgebra e estava integrado no projeto *Justifying and Proving in School Mathematics*. As investigadoras pretendiam averiguar, especificamente, quais as conceções de demonstração que os alunos detinham e as características dos argumentos por eles usados aquando do desenvolvimento de tal processo, tentando, desta forma, estudar o modo como o Currículo Nacional, a vigorar em Inglaterra e no País de Gales, estava a ser interpretado. Importa referir que tal Currículo havia sido implementado há pouco tempo e estava a ser alvo de diversos debates, nomeadamente no que diz respeito à aprendizagem da demonstração. Não existiam, porém, evidências de investigação que fundamentasse as respostas às questões então colocadas. A título exemplificativo, referiremos algumas: (1) Seriam os alunos, com o novo currículo, competentes na construção ou avaliação de uma demonstração?; (2) Embora o currículo fosse nacional, houve variações na forma como foi implementado?; (3) Em caso afirmativo, quais as variações na área da demonstração, por que ocorreram e quais as consequências para a aprendizagem do aluno?

Assim, com este projeto, as investigadoras poderiam avaliar a eficácia da implementação do Currículo, relativamente à demonstração, sem, contudo, pretenderem comparar escolas. Os alunos participantes foram selecionados tendo em conta os resultados obtidos num teste² e o facto de terem abordado a demonstração do modo como vinha prescrito no currículo. No estudo, as investigadoras optaram por uma metodologia de natureza quantitativa, obviamente devido não só ao elevado número de participantes - 2459 alunos de 14 ou 15 anos de idade, selecionados de entre 94 turmas de 90 escolas, e respetivos professores de Matemática - mas também aos objetivos do estudo. No entanto, o estudo integrou, ainda, recolha de dados qualitativos. Efetivamente, enquanto que os instrumentos de recolha de dados quantitativos foram

² Trata-se de um teste aplicado a nível nacional, no verão anterior, a todos os alunos que tinham terminado o 9.º ano (13-14 anos de idade). As pontuações são distribuídas por oito níveis. Os alunos selecionados para participar no estudo foram os que obtiveram, naquele teste, as melhores pontuações.

questionários de dois tipos: um dirigido aos alunos, aplicado a nível nacional, e um outro dirigido aos professores, já após a conclusão da análise quantitativa, as investigadoras realizaram algumas entrevistas, com uma amostra de professores e respetivos alunos de 10 das 90 escolas participantes, a fim de "procurarem esclarecer as tendências identificadas" (Healy & Hoyles, 2000, p. 399).

O estudo permitiu evidenciar que a maioria dos alunos participantes (1) não foi capaz de elaborar demonstrações válidas, embora tenha valorizado argumentos explicativos; (2) utilizou, predominantemente, exemplos empíricos para as suas próprias demonstrações, particularmente se não estava familiarizado com o conteúdo matemático que pretendia provar; (3) recorreu, frequentemente, a argumentações informais, redigidas de forma narrativa, ao experimentar ultrapassar a abordagem pragmática, em detrimento da utilização de argumentos algébricos formais; (4) obteve, geralmente, mais sucesso com o recurso a argumentos narrativos do que ao usar argumentos algébricos; e (5) está consciente de que a validade da demonstração depende do seu carácter geral.

Estes resultados são consistentes com o que é afirmado por Mariotti (2006, p. 179):

Os principais resultados destes estudos ilustram a dificuldade recorrente que os alunos revelam face à demonstração: a dificuldade emerge ao controlar a complexa relação entre validação matemática, enraizada no quadro de um sistema teórico e a validação do senso comum, enraizada na verificação empírica (factos versus implicações lógicas). Não só os alunos mais jovens, mas também os do secundário e os universitários não parecem ser capazes de dar respostas matematicamente adequadas.

Já no que diz respeito ao modo como os alunos perspetivam o papel da demonstração, Healy e Hoyles (2000), no estudo acima sintetizado, concluíram que apenas cerca de 1% dos alunos lhe atribui uma função de sistematização, enquanto que metade lhe confere o papel de estabelecimento da verdade de uma afirmação matemática. Curiosamente, mais de um quarto dos alunos não tem qualquer ideia acerca do significado de demonstração ou do seu papel.

Healy e Hoyles (2000, p. 427) consideram, ainda, que

Nós, professores, precisamos de encontrar forma de alterar as conceções [de demonstração] dos alunos. Em Inglaterra e no País de Gales é preciso explorar as potencialidades dos alunos, na argumentação informal e narrativa, com vista ao desenvolvimento de

uma maior competência multifacetada em demonstrar, usando algum raciocínio dedutivo.

Já Mariotti (1998) considera que as situações em que os alunos têm de proceder à formulação de conjeturas se configuram como um contexto favorável à abordagem da demonstração. Efetivamente, a investigadora afirma que

O processo de elaboração de conjeturas é essencial para iniciar os alunos nas práticas de argumentação. Mas, isto não é suficiente, a unidade entre o enunciado, a demonstração e a teoria não deve ser quebrada, o que requer a construção de redes complexas entre princípios estabelecidos e suas consequências. (Mariotti, 1998, p. 4)

Como já referimos, na opinião de Pedemonte (2007), uma sequência de problemas abertos, que apelem à formulação de conjeturas, deve ser usado para introduzir a aprendizagem da demonstração (Pedemonte, 2007).

Além disso, se considerarmos, tal como Veloso (1998), que a demonstração é um processo cujo significado e relevância os alunos vão construindo, através “da prática permanente da argumentação em defesa das suas afirmações” (p. 374), será possível perceber por que razão dedicámos uma atenção especial ao trabalho de Brocardo (2002). Efetivamente, a análise do trabalho de investigação desenvolvido, em Portugal por Brocardo (2002), configurou-se como um precioso contributo para a orientação do estudo que pretendíamos realizar. Por tal motivo, iremos abordar aquela investigação, ainda que de forma muito sucinta, na fundamentação teórica do nosso trabalho, selecionando, no entanto, apenas o que diz respeito à atividade de investigação matemática e, mais especificamente, o que se prende com a demonstração.

O objetivo de tal pesquisa tem algo de semelhante com o do estudo referido anteriormente e levado a cabo pelas investigadoras Healy e Hoyles (2000). Efetivamente, Brocardo (2002), no seu trabalho, pretendeu avaliar os efeitos de um projeto de desenvolvimento curricular, privilegiando uma metodologia centrada na exploração de tarefas de investigação. Este trabalho foi desenvolvido numa turma de 8º ano, ao longo do ano letivo 1997/98, e em colaboração com a professora da turma. Importa referir que, quer a professora quer a investigadora integravam a equipa do projeto de investigação *Matemática para Todos: explorar e investigar para aprender matemática* coordenado pelo CIEFCUL (Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa). No desenvolvimento do estudo, Brocardo (2002) optou por uma abordagem de investigação de natureza qualitativa e

por um *design* de estudo de caso. Foram concebidas e implementadas, ao longo do ano letivo, treze tarefas de investigação que incluíam os tópicos matemáticos Geometria, Funções e Números e pressupunham, essencialmente, o trabalho em pequenos grupos.

Relativamente à atividade de investigação matemática, Brocardo (2002) refere a existência dos seguintes processos: (1) exploração inicial, cuja finalidade é tornar explícita a proposta de trabalho e o aspeto central da investigação; (2) formulação de questões; (3) formulação e teste de conjeturas; (4) desenvolvimento não linear³; e (5) a prova de conjeturas que parecem ser verdadeiras.

Brocardo (2002), ao abordar o modo como apresentou os resultados, afirma

Partindo dos objetivos centrais do estudo as conclusões organizam-se em três pontos: (1) as tarefas de investigação e os alunos; (2) a visão dos alunos sobre a Matemática e sua aprendizagem e (3) o projeto de desenvolvimento curricular (p. 534).

De seguida, passaremos a salientar, apenas, algumas das conclusões, apresentadas pela investigadora, relativas ao primeiro dos três pontos acima enunciados, uma vez que procurámos seleccionar aquelas que, mais diretamente, se encontram relacionadas com o nosso estudo.

Na opinião da investigadora, a análise dos resultados empíricos, durante a exploração inicial, permitiu registar o seguinte:

observaram-se essencialmente duas características iniciais: tendência em transformar num fim em si as experiências iniciais que lhes iriam permitir recolher dados e dificuldade em entender a investigação como um *todo*. A primeira destas características foi sobretudo observada nas três primeiras tarefas e esteve intimamente ligada ao facto dos alunos usarem materiais manipuláveis. Embora a sua utilização tenha cativado o interesse dos alunos, a passagem para uma fase em que concentravam a sua atenção em aspetos mais relevantes da investigação que realizavam, dependeu de várias *chamadas de atenção* da professora. A segunda característica persistiu durante mais tempo. Só a partir da tarefa 8 é que um grande número de alunos conseguiu abandonar uma forma de trabalho marcada por respostas *alínea a alínea* que dificilmente relacionavam entre si. No entanto, a ideia de que era importante ler todo o enunciado e procurar perceber o foco da investigação passou, lentamente, a ser uma preocupação que os alunos manifestavam. (Brocardo, 2002, p. 537, destaque no original)

³ Para a investigadora, um processo é linear se é desenvolvido nas três etapas seguintes: (1) recolha de dados; (2) organização dos dados recolhidos; e (3) análise dos dados para poder tirar conclusões.

Já relativamente ao segundo processo da atividade de investigação matemática - Formulação de questões -, a investigadora afirma que

Os dados recolhidos sugerem uma clara tendência para que a atividade de investigação dos alunos não contemple uma etapa formalmente caracterizada pela formulação de questões. Depois de realizarem várias explorações iniciais, os alunos não usaram o modo interrogativo, mas sim, o modo afirmativo avançando várias conjeturas. (Brocardo, 2002, p. 538)

Tal tendência, na opinião da investigadora, permaneceu ao longo do estudo, mesmo quando os alunos já tinham tomado consciência de que podiam decidir sobre o rumo a dar ao desenvolvimento do seu trabalho. Estes resultados são consistentes com os de várias investigações que apontam a formulação de questões como um dos aspetos que se reveste de particular dificuldade para os alunos (Ponte & Matos, 1992, citado por Brocardo, 2002).

No que diz respeito à formulação e teste de uma conjetura, Brocardo (2002) afirma que a análise dos dados recolhidos no estudo confirma que os alunos assumem, frequentemente, «conjetura» como «conclusão», o que, na sua perspetiva, poderá indiciar uma falta de compreensão efetiva do significado de conjetura. A investigadora observou, contudo, que vários alunos conseguiram "um verdadeiro entendimento do que é uma conjetura" (p. 540), aquando da exploração, em grande grupo, da tarefa11 (antepenúltima tarefa integrada no estudo e explorada já no terceiro período). A este propósito a investigadora acrescentou, ainda, que

De facto, só a partir desta tarefa é que foi visível que todos os alunos da turma entendiam perfeitamente o estatuto das sucessivas afirmações que se propunham investigar. Esta observação parece sugerir que é muito forte nos alunos a ideia de que uma tarefa matemática implica a procura de respostas/conclusões e que a evolução para uma postura realmente investigativa em que formulam conjeturas e desenvolvem vários ciclos de confirmação ou refutação destas, é um processo demorado e que tem de ser objeto de um trabalho explícito por parte do professor. (p. 540)

As duas últimas características, referidas na citação acima transcrita, representam, na nossa opinião, um verdadeiro desafio para o professor, sobretudo quando o aluno não está familiarizado com este processo, ou, como refere Veloso (1998), se não foi habituado a argumentar para defender as suas afirmações.

Efetivamente, da nossa experiência profissional, temos vindo a inferir que desenvolver, nos alunos, competências que lhes permitam lidar com as heurísticas da

descoberta matemática, não se afigura uma tarefa fácil, até porque, como defende Brocardo (2002, p. 112),

Formular uma conjectura não corresponde a adivinhar. Antes de o fazer, antes de formular uma conjectura é necessário aprofundar a compreensão da situação que se explora e conseguir imaginar uma generalização a partir de exemplos significativos.

Curiosamente, já em 1995, Davis e Hersh tinham concebido um modelo simplificado (figura 2), a partir do de Lakatos, para a heurística da descoberta matemática, onde identificaram um conjunto de processos (conjetura; generalização e demonstração) e as relações que deveriam ser estabelecidas entre eles. Importa contudo acrescentar que, neste modelo, todo o processo, precedente à formulação de conjecturas, pode ser retomado num outro nível, sempre que a conjectura formulada não resistir aos primeiros testes.

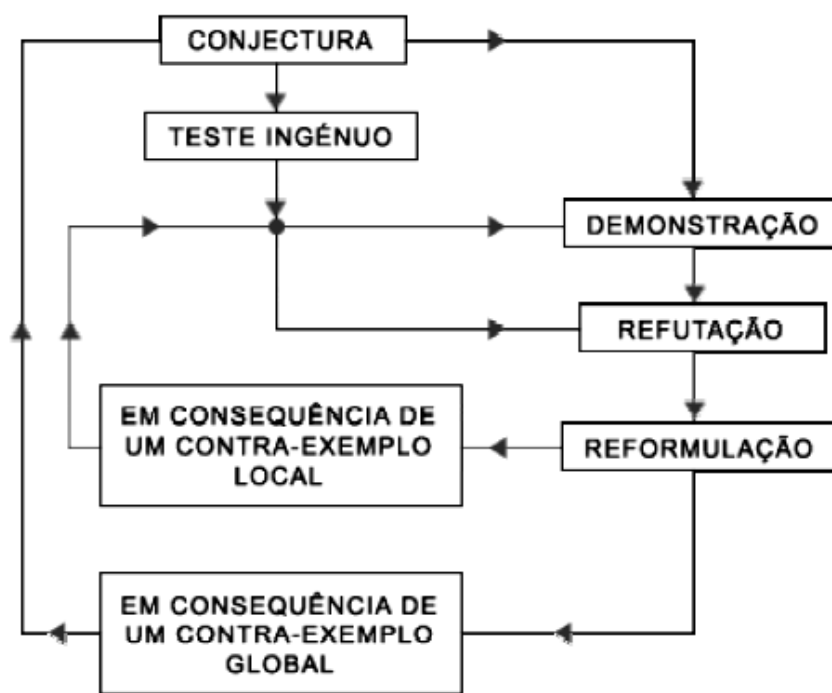


Figura 2: Modelo simplificado de Lakatos para a heurística da descoberta matemática (Davis & Hersh, 1995, p. 276, citado por Brocardo, 2002, p. 108)

Efetivamente, Davis e Hersh (1995) explicitam, do seguinte modo, a aplicação de tal modelo:

Parto de uma afirmação a que chamo «semente». A afirmação *semente* deve ser interessante e bastante simples. O objetivo do

exercício consiste em que o estudante regue a semente, de modo que esta se transforme numa robusta planta. (p. 276, destaque no original)

Acerca da implementação do modelo, os autores referem que "Os melhores estudantes experimentam uma sensação de entusiasmo e liberdade por estarem a controlar o assunto" (p. 275), porém nada acrescentam sobre o que é experienciado pelos alunos com outras características. Assim, nada se pode afirmar acerca da utilização do modelo com alunos que não são "os melhores".

No entanto, no estudo realizado por Brocardo (2002), a investigadora conclui que

Numa fase inicial os alunos da turma encararam a prova das suas conjeturas como uma *complicação* desnecessária introduzida pela professora. De facto, se uma conjetura tinha resistido a sucessivos testes ela parecia-lhes claramente verdadeira, não sentindo pois qualquer necessidade de a provar. (p. 544, destaque no original)

Ainda relativamente à validação de conjeturas, Brocardo (2002) acrescenta que

numa fase em que muitos [alunos] começavam a ter uma maior autonomia conseguindo explorar de uma forma mais independente as tarefas, persistiu uma particular dificuldade em compreender a necessidade de provar as conjeturas que parecem ser verdadeiras. Os dados analisados sugerem que perceber a importância e o significado de estabelecer uma prova para as conjeturas que resistem a sucessivos testes se reveste de particulares dificuldades para os alunos. (...) No entanto, como se referiu anteriormente, os alunos conseguiram evoluir passando a reconhecer a importância e significado de provar as suas conjeturas. Para tal, parece ter sido fundamental a realização de um trabalho continuado em que este aspeto foi sistematicamente retomado. (pp. 545-6)

Efetivamente, "sobretudo nas duas últimas tarefas, a grande maioria dos alunos tinha a clara noção de que deveria pensar na prova das suas conjeturas antes de dar por concluído o seu trabalho." (Brocardo, 2002, p. 544)

Em síntese, após esta análise, pareceu-nos que o estudo que nos propúnhamos realizar se configurava como um verdadeiro desafio para os três elementos constituintes da equipa de trabalho, que, no entanto, poderia ser enfrentado com algum sucesso, através não só do trabalho colaborativo, mas também do desenvolvimento de uma prática avaliativa, que se pretendia reguladora das aprendizagens dos alunos.

Avaliação

O termo avaliação tem sido usado com diferentes sentidos, em diversos contextos, e em função da dimensão em que se aplica – política, social ou histórica. No entanto, e situando-nos exclusivamente no contexto educacional, procuraremos, nesta secção, encontrar consenso sobre alguns conceitos a utilizar no estudo, nomeadamente, *avaliação*, *avaliação formativa* e *avaliação sumativa*, recorrendo, obviamente, à literatura existente sobre o tema.

Evolução das concepções teóricas de avaliação

A avaliação sofreu, ao longo do último século, várias conceptualizações, emergindo em estreita relação com a massificação escolar e com a organização vertical do sistema escolar (Pinto & Santos, 2006).

Segundo os mesmos investigadores, podem ser identificadas, nos trabalhos de vários autores (Pelletier, 1976; Dominicé, 1979; Hadji, 1994; Guba e Lincoln, 1989), quatro ideias estruturantes “que marcaram a avaliação ao longo do último século: a avaliação como uma medida; a avaliação como uma congruência entre os objetivos e os desempenhos dos alunos; a avaliação como um julgamento de especialistas; a avaliação como uma interação social complexa.” (Pinto e Santos, 2006, p. 12).

Na primeira metade do século XX, avaliação e medida eram sinónimos. Isto é, a ideia que prevalecia era de que a avaliação era uma questão essencialmente técnica – através de testes bem construídos, procurando-se medir, com rigor e isenção, as aprendizagens dos alunos. A preocupação central residia no desenvolvimento de instrumentos de medida válidos (que medissem aquilo para que tinham sido elaborados) e fiáveis (o resultado obtido num teste deveria ser independente de quem o avaliava).

Importa referir que a “avaliação está interrelacionada com o modelo pedagógico que assenta nas concepções entre ensinar e aprender e nas relações que estas concepções

determinam.” (Pinto & Santos, 2006, p. 13). Ora, segundo os mesmos autores, o modelo pedagógico que se encontra subjacente a esta conceção de avaliação – avaliação como medida –, é centrado no ensinar. Trata-se de um processo em que o aluno tem um lugar passivo, pois é privilegiado o eixo Saber/Professor. Consequentemente,

a preocupação dominante centra-se na transposição didática, isto é, na passagem do saber instituído ao saber a transmitir aos alunos. Ensinar significa transmitir o saber da forma mais adequada possível. Aprender significa reter o saber transmitido, isto é, ser capaz de reproduzir tal como foi ensinado. Este tipo de processo está centrado no professor e na sua palavra. Assegurar a transposição de uma forma adequada da informação, que constitui o programa, é a sua missão. (Pinto & Santos, 2006, p. 17)

Segundo Fernandes (2005), esta conceção tem, ainda, uma influência considerável nos sistemas educativos de hoje. Em termos práticos, na opinião do autor, pode significar que a avaliação, na sala de aula, se reduz a “pouco mais do que à administração de um ou mais testes e à atribuição de uma classificação em períodos determinados” (p. 57).

Neste contexto, a avaliação: (1) não está ligada ao processo ensino/aprendizagem, pelo que não faz sentido haver regulação pedagógica; (2) surge no final de um período de ensino e num momento especificamente concebido para esse efeito; (3) é da total responsabilidade do professor; (4) utiliza um processo de referência normativa, isto é, a avaliação é referida a um padrão (por exemplo, a média) e, consequentemente, os resultados de cada aluno são comparados com os de outros grupos de alunos; (5) privilegia a quantificação de resultados, na busca da objetividade, e procura garantir a neutralidade do avaliador (professor). Esta constitui a *geração da medida*, a primeira das quatro gerações de avaliação que Guba e Lincoln (1989) identificaram.

Na *segunda geração de avaliação* procurou-se superar algumas das limitações, detetadas na geração anterior. Uma dessas limitações está diretamente relacionada com o facto de se considerarem os conhecimentos dos alunos como os únicos objetos de avaliação. De facto, num sistema educativo há de ter em conta muitos outros elementos para avaliar os alunos. Segundo Fernandes (2005), Tyler, investigador e avaliador norte-americano, é referido como tendo tido grande influência nesta geração, pois terá sido quem, pela primeira vez, referiu a necessidade de se formularem objetivos para que fosse possível definir, mais exatamente, o que se pretendia avaliar. Tais objetivos

seriam, assim, a base da planificação curricular, mas também os termos de referência para a preparação dos exames.

O modelo pedagógico que se encontra associado a esta conceção de avaliação é, segundo Pinto e Santos (2006), o do *formar*. Neste modelo, o eixo privilegiado é o do professor/aluno, assumindo a comunicação, entendida como instrumento de relação, um papel relevante. A principal função do professor é assegurar o desenvolvimento de uma relação que propicie um dado nível de motivação, no aluno, para que o saber possa ser integrado no processo. A avaliação, neste contexto, vai permitir ao professor a recolha de informação sobre os alunos e esta, por sua vez, vai orientá-lo na gestão do processo de ensino/aprendizagem. Consequentemente, é necessária uma “avaliação continuada que seja posta ao serviço da gestão curricular: *a avaliação formativa*” (Pinto & Santos, 2006, p. 23).

É nesta mesma geração, que surge, pela primeira vez, uma dimensão pedagógica na avaliação, configurando-se quer como avaliação diagnóstica, quer como avaliação formativa. Segundo Fernandes (2005), poder-se-á falar numa função reguladora de avaliação, ainda que “sem a sofisticação teórica e prática que hoje lhe é atribuída, e na preocupação em conceptualizar o currículo de forma abrangente” (p. 58). Importa acrescentar que este modelo pedagógico pressupõe um ensino orientado pela taxionomia de Bloom.

Como referem Pinto e Santos (2006), este período apresenta quatro características principais: (1) a aprendizagem é reduzida ao que é possível definir como objetivos dos programas de uma dada disciplina, privilegiando-se os objetivos do domínio cognitivo; (2) a avaliação, ainda que permanecendo como uma medida, procura determinar, também, o afastamento do desempenho relativamente a cada objetivo; (3) é definido um novo referencial, os objetivos, sendo valorizados quer o desenvolvimento e gestão de um programa, quer o desempenho dos alunos; (4) existem duas funções distintas da avaliação: uma de natureza social, que consiste em classificar e certificar as aprendizagens dos alunos, e outra pedagógica, que permite orientar e facilitar a ação do professor.

A *terceira geração de avaliação* nasce, como a segunda, da necessidade de colmatar falhas detetadas na avaliação da geração anterior. A partir dos finais da década de sessenta, passa a considerar-se que a avaliação não se reduz ao processo de recolha de informação, mas inclui, de igual modo, o processo de julgamento sobre a informação

recolhida. De facto, a avaliação passa a ser conceptualizada como um processo de recolha de informação e de tomada de decisão, o que confere ao avaliador o estatuto de “juiz” (Pinto & Santos, 2006). Segundo Fernandes (2005), é no âmbito desta geração que começam a surgir ideias como as que se seguem: (1) a avaliação deve induzir ou facilitar a tomada de decisões; (2) a avaliação deve passar a englobar o contexto e o quadro de relações existente entre os diversos intervenientes no processo de tomada de decisão; (3) o conceito de avaliação formativa tem de ser ampliado, procurando adaptar-se o ensino ao aluno, passando-se, assim, de uma lógica de normalização para uma lógica de diferenciação e (4) a definição de critérios torna-se essencial para se poder produzir um juízo sobre um dado objeto de avaliação.

Estas três *gerações de avaliação* “estão dependentes de modelos teóricos que se adequam com muita dificuldade aos currículos atuais, às novas visões acerca das aprendizagens e às exigências de democratização efetiva de sistemas complexos e cultural e socialmente tão diversos” (Fernandes, 2005, p. 61). Já a *quarta geração*, que se enquadra num paradigma construtivista, considera a avaliação como

uma construção social ao serviço de determinadas finalidades que enformam certos valores. Deste modo, a avaliação já não pode ser vista como a decisão de alguém que espreita “uma certa realidade” para produzir um juízo avaliativo, mas alguém que, pelo facto de agir nessa realidade, também dela faz parte. Esta nova postura não anula a importância da decisão, mas desloca o olhar para as consequências e os significados do próprio processo de avaliação. (Pinto & Santos, 2006, p. 34)

Assim, entende-se, hoje, que a avaliação é uma atividade realizada por pessoas e para pessoas, e tem como principal objetivo encontrar respostas para melhorar o desenvolvimento, quer das ações, quer das relações, de uma determinada situação social. Nesta conceção de avaliação, considerada no contexto pedagógico, o aluno é encarado como protagonista da sua própria avaliação, pelo que a autoavaliação surge como forma privilegiada, visto que a avaliação, centrada no aluno, lhe permitirá refletir sobre o seu percurso de aprendizagem. Porém, esta tarefa, além de exigente, torna-se, por vezes, bastante complexa, nomeadamente quando os critérios de avaliação não foram devidamente apropriados pelo aluno. Acrescente-se que o modelo pedagógico subjacente a esta conceção é, segundo Pinto e Santos (2006), centrado no *aprender*. Neste modelo, o professor desempenha um papel menos ativo, sendo privilegiado o eixo aluno/saber. Considerando que o aluno é o construtor do seu próprio conhecimento, o

professor deixa de ser um transmissor de conhecimentos e passa a desempenhar o papel de organizador de contextos promotores de aprendizagens, pelo que a avaliação desempenha um papel central no próprio processo de aprendizagem.

A avaliação, neste período, segundo Fernandes (2005), é baseada num conjunto de princípios, dos quais destaca os seguintes: (1) os professores partilham o poder de avaliação com os alunos e outros intervenientes, e devem usar diversas estratégias, técnicas e instrumentos de avaliação; (2) a avaliação é indissociável do processo de ensino e aprendizagem; (3) a avaliação formativa deve ser a modalidade privilegiada de avaliação, com a função reguladora das aprendizagens dos alunos; (4) o *feedback*, nas suas diferentes formas, é um processo indispensável para integrar a avaliação no processo de aprendizagem; (5) a avaliação deve estar mais ao serviço do desenvolvimento das aprendizagens do aluno do que da sua classificação; (6) a avaliação é um processo aberto e negociado entre os vários intervenientes e (7) a avaliação deve usar métodos principalmente qualitativos, não se excluindo, no entanto, a utilização de métodos quantitativos.

Como afirmam Pinto e Santos (2006, p. 40),

Embora a avaliação continue a desempenhar uma função de classificação, seleção e certificação que a própria estrutura do sistema educativo impõe, surge uma nova função reguladora, cujo peso se sobrepõe às já existentes.

No estudo que nos propomos realizar, consideramos que a avaliação é indissociável da aprendizagem e tem, sobretudo, uma função reguladora, focando-se, essencialmente, na ação do aluno como principal ator da sua aprendizagem. Nesta conceção, o professor desempenha o papel de facilitador do processo.

Avaliação formativa

Segundo Fernandes (2005), Michael Scriven, em 1967, introduziu a noção de avaliação formativa. Para o autor, tal modalidade de avaliação tinha a função de recolha de informação para facultar alterações em situações de experimentação de currículos, de métodos de ensino ou de manuais (Allal, 1986). Quem transpôs esta noção para a pedagogia foram Bloom, Hastings & Madaus no *Handbook on Formative and*

Summative Evaluation of Student Learning, datado de 1971. Nessa obra, defendiam que cada interação professor/aluno se baseava no pressuposto de que todos podiam aprender desde que quisessem. Para tal, os alunos deviam aceitar os objetivos propostos dependendo o esforço necessário para os alcançar e para se apropriarem do conhecimento.

A educação era entendida como um processo de mudança, incidindo a avaliação sobre objetivos pensados para cada unidade de ensino. O primeiro passo desta pedagogia por objetivos era a verificação, através da avaliação diagnóstica, do domínio dos pré-requisitos necessários à aprendizagem pelo aluno e a sua eventual recuperação. Ao longo da unidade de ensino recorria-se à avaliação formativa para detetar dificuldades, que seriam superadas através de planos de recuperação. No final da unidade de ensino verificava-se o nível de domínio dos objetivos por cada aluno através da avaliação sumativa. (Lagarto, 2009)

Desenvolveu-se, assim, a pedagogia orientada para a maestria (Fernandes, 2005).

Porém, o conceito foi sofrendo evolução ao longo dos anos e, mesmo atualmente, a expressão “avaliação formativa”, também em contexto pedagógico, não tem um significado único e consensual. Aliás, como foi evidenciado por Black e Wiliam (1998), ao analisar 681 artigos e capítulos publicados de estudos sobre práticas de avaliação formativa na sala de aula, desenvolvidos durante o período de 1988 – 1997. Também Taras refere que “as definições de avaliação formativa são múltiplas e descoordenadas” (Taras, 2007, p. 365). Na opinião da autora, surgem na literatura duas definições de avaliação formativa: uma baseada na opinião de Sadler (1989), considerando a avaliação formativa com o foco na avaliação do produto, e a outra centrada na aprendizagem na sala de aula ou no processo ensino/aprendizagem (Taras, 2010). Incluída nesta última categoria, encontramos diferentes definições que, no entanto, podem ser consideradas como tendo o mesmo sentido. Por exemplo, Black e Wiliam (1998) definem avaliação formativa como o conjunto de atividades, desenvolvidas pelos professores ou pelos alunos, que produzem informação a ser usada como *feedback*, de forma a modificar-se o processo de ensino e aprendizagem em que professor e alunos estão envolvidos. Perrenoud (1999) considera que a avaliação será formativa se levar o professor a observar mais e melhor os seus alunos, compreendendo as suas decisões e as suas necessidades, de forma a adequar a intervenção pedagógica, sempre com o objetivo de melhorar a qualidade das aprendizagens dos alunos. Menino (2004), por sua vez, considera que “A avaliação formativa é um processo de regulação

desenvolvido pelo professor, no sentido de dar resposta às necessidades dos alunos, de modo a melhorar o seu nível de competência” (p. 221). Pinto e Santos (2006) sintetizam estas ideias e identificam a avaliação formativa com “um projeto pedagógico de assistência às aprendizagens” (p. 100).

Na mesma linha, Hadji (1994), a propósito da avaliação formativa, refere que

a sua característica essencial é de ser integrada na ação de "formação", de ser incorporada no próprio ato de ensino. Tem por objetivo contribuir para melhorar a aprendizagem em curso, informando o professor sobre as condições em que está a decorrer essa aprendizagem, e instruindo o aprendente sobre o seu próprio percurso, os seus êxitos e as suas dificuldades. Esta função geral de ajuda da aprendizagem recobre um certo número de funções anexas:

- segurança: consolidar a confiança do aprendente em si próprio;
- assistência: marcar as etapas, dar pontos de apoio para progredir;
- *feedback*: dar, o mais rapidamente possível, uma informação útil sobre as etapas vencidas e as dificuldades encontradas;
- *diálogo*: alimentar um verdadeiro diálogo entre professor/aprendente que esteja fundamentado em dados precisos. (pp. 63-64).

Assim, parece haver, apesar das diferenças, um ponto comum a todas as conceções de avaliação formativa – a sua função é colocada ao serviço do ensino e da aprendizagem–, concretizando-se pelo desencadear de uma intervenção pedagógica (Santos, 2008). Wiliam (2009) reforça esta ideia, chamando a atenção para o que considera a característica mais marcante da avaliação formativa, a sustentação das tomadas de decisão:

A prática avaliativa, na sala de aula, é formativa, quando se prova que a consecução é realizada, interpretada e usada, pelo professor, pelo aluno ou pelos colegas, na tomada de decisões acerca das próximas etapas do ensino, que serão provavelmente melhores ou melhor fundamentadas do que as decisões que aqueles tomariam na ausência dessa prova. (Wiliam, 2009, citado por Black & Wiliam, 2009, p. 9)

No sentido de clarificação do significado do conceito, Harlen (2006) descreve o processo como se desenvolve a avaliação formativa, associando-o a um ciclo de acontecimentos, tal como se encontra esquematizado na figura 3. Partindo de uma experiência de aprendizagem, por exemplo A, é recolhida evidência que é interpretada, em termos de progresso, face aos objetivos, e essa evidência, por sua vez, irá ser utilizada para indicar, ao aluno, os próximos passos, regulando, deste modo, o processo

de ensino-aprendizagem, isto é, fornecendo-lhe *feedback*. Tal *feedback* deverá assegurar a participação ativa do aluno na sua própria aprendizagem e conduzi-lo à experiência seguinte. Importa salientar que “As ações indicadas nos círculos, da figura 3, não são patamares (*stages*) de uma aula, nem, necessariamente, decisões conscientes tomadas pelo professor” (Harlen, 2006, p. 105).

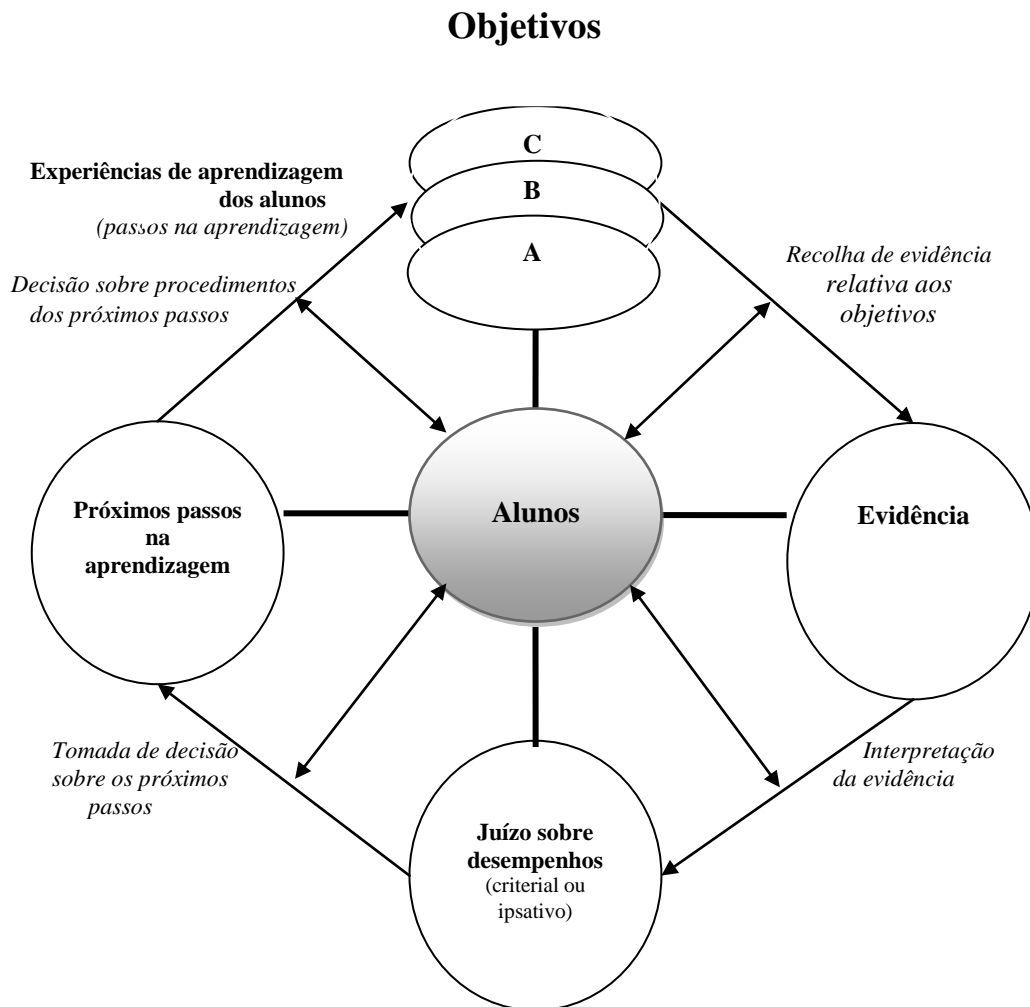


Figura 3: Avaliação para a aprendizagem como um ciclo de acontecimentos (Harlen, 2006, p. 105)

Para ilustrar a função do *feedback* na avaliação, a autora utiliza a metáfora de um regulador de temperatura:

Tal como um termóstato, regulador de um sistema de aquecimento ou arrefecimento, permite manter a temperatura de um quarto dentro de uma determinada amplitude, também a informação, contida no *feedback*, sobre a aprendizagem proporciona segurança para que as

novas experiências não sejam, para o aluno, nem demasiado difíceis, nem demasiado fáceis. (Harlen, 2006, p. 104)

Usualmente, reconhecemos, na avaliação formativa, uma dupla natureza: (1) *criterial*, quando a avaliação da aprendizagem se processa relativamente a um critério, previamente definido, mais ou menos específico, e não há comparação da aprendizagem realizada com um padrão ou uma norma; (2) *ipsativa*, quando o nível de aprendizagem se estabelece tendo como referência o que o próprio é capaz de fazer (Harlen, 2006), isto é, os alunos são comparados consigo mesmos, tendo em conta aspetos como o esforço, o interesse e os progressos alcançados

Neste trabalho, consideramos que a principal finalidade da avaliação formativa é a regulação do processo de aprendizagem do aluno e que tal regulação se configura através da comparação entre as estratégias e os raciocínios desenvolvidos pelo aluno, aquando da realização de uma determinada tarefa. Sendo assim, a principal função da avaliação é “o (re)investimento da informação produzida em função dos dados recolhidos, no processo de ensino e aprendizagem, através dos dispositivos de regulação” (Pinto & Santos, 2006, p. 103). Tal como Black, Harrison, Lee, Marshall e Williams (2003), defendemos que os problemas de fiabilidade e validade não se colocam, com tanta premência, na avaliação formativa, pois, não existe uma função de certificação: o que não impede, contudo, de haver um propósito educacional, quanto a nós, muito importante - o de promover a aprendizagem dos alunos. Ora, isto implica que, para que seja possível desenvolver uma avaliação formativa, terão de existir mudanças profundas nas práticas pedagógicas que subsistem nas salas de aula (Black & Wiliam, 1998; Santos, 2002; Shepard, 2000), pois a avaliação tem de ser vista como uma parte integrante do processo pedagógico (Fernandes, 2005; Santos, 2003a) e tem de ser organizada de forma a proporcionar *feedback* com qualidade, para que seja possível melhorar as aprendizagens dos alunos (Fernandes, 2005). No entanto, a avaliação só é efetivamente formativa se for acompanhada de um dispositivo de regulação e se tiver consequências. De facto, “não é qualquer dizer avaliativo que garante uma ação de natureza reguladora” (Pinto & Santos, 2006, p. 105). A avaliação formativa tem que ser intencional e pressupõe a existência de um projeto pedagógico, no qual o trabalho do professor é não só um meio de ajudar o aluno a aprender, mas, simultaneamente, de o comprometer com a sua própria aprendizagem. O que significa que

a avaliação é planeada, integrada e vivida para que os alunos aprendam. Mas também significa que o *feedback* é o processo que vai permitir ao aluno ativar, entre outros, os processos cognitivos que lhe vão permitir vencer as dificuldades. E, ainda, que a autoestima e a motivação intelectual dos alunos, através desse mesmo *feedback*, é outro elemento essencial.

Ora, se a prática for de avaliação verdadeiramente formativa pode questionar-se se haverá verdadeira necessidade de uma avaliação certificativa feita pelos professores. Na realidade, do ponto de vista da melhoria das aprendizagens, a avaliação certificativa feita pelos professores seria perfeitamente dispensável. Já o é, em alguns países. (Fernandes, 2005, p.74)

Importa, contudo, referir que, por imposição legal, o conceito de avaliação formativa tem vindo, ao longo dos tempos, a integrar o léxico dos professores portugueses e, neste momento, encontra-se, definitivamente, integrado (Harlen, 2006). No entanto, e como ficou atrás explicitado, a evolução do significado atribuído ao termo *avaliação formativa* tem vindo a sofrer diferentes designações, por parte de diferentes autores, para realçar divergências pontuais ou especificidades diversas:

Este é, por exemplo, o caso de Barlow (1992) que utiliza o termo “a comunicação avaliativa”; de Black *et al.* (2003) de “avaliação para a aprendizagem”; de Fernandes (2005) que a designa por “avaliação formativa alternativa”; de Jorro (1996) “avaliação-regulação” de Nunziati (1990) “avaliação formadora”; de Weiss (1994) de “interação formativa”; e ainda Allal (1986) e Pinto & Santos (2006b) de “avaliação reguladora”. (Santos, 2008, pp. 14-15)

Antes de prosseguirmos, importa fazer um parêntesis para expor o que, neste estudo, entendemos avaliação formativa. Efetivamente, quando usarmos a expressão “avaliação formativa” estaremos a referir-nos a “toda a prática avaliativa feita intencionalmente com o objetivo primeiro de contribuir para a aprendizagem”. (Santos, no prelo, p. 5). Tal como Dias e Santos (2010, p. 111), consideramos que se trata do

conjunto de ações que permitem a recolha de informação sobre a aprendizagem para possibilitar, quando necessários, ajustes fundamentados no processo de ensino e para dar feedback aos alunos, sobre o seu progresso. Assume-se, nesta perspetiva, a integração entre os processos de ensino, aprendizagem e avaliação, em que o aluno tem um papel importante na concretização das aprendizagens ao questionar, procurar estratégias, auto-avaliar-se, confrontar as dificuldades com as ferramentas que tem para as ultrapassar e procurar percursos alternativos, empenhando-se com afinco na concretização do que é o seu objetivo.

Avaliação reguladora na prática letiva: formas de a operacionalizar

A avaliação reguladora surge como uma extensão da avaliação formativa, “sublinhando mais o que os alunos fazem e pensam durante o processo e menos o que os professores fazem” (Fernandes, 2005, p. 67). A avaliação reguladora implica, conseqüentemente, uma adequada integração entre avaliação, ensino e aprendizagem. Esta integração será favorecida se as tarefas propostas reunirem três funções, frequentemente incluídas em dimensões pedagógicas distintas: (1) integrem as estratégias de ensino utilizadas pelo professor; (2) constituem-se como meio privilegiado de aprendizagem; e (3) têm associado um processo de avaliação (Fernandes, 2005).

Efetivamente, como refere Fernandes (2005), os alunos precisam de orientações sistemáticas e de avaliação do seu trabalho e dos seus desempenhos que os ajudem a melhorar as aprendizagens, ou seja, necessitam de *feedback* acerca dos processos e produtos do seu trabalho. No entanto, o *feedback*, em si mesmo, não resolve qualquer problema. Ele tem de ser devidamente refletido, estruturado e integrado, adequadamente, no processo de aprendizagem. Não poderá ser uma simples mensagem, antes terá de garantir que desencadeia uma ação, ou conjunto de ações, que o aluno irá desenvolver para poder melhorar a sua aprendizagem. Conseqüentemente, o aluno tem de aprender a interpretar o *feedback*, a relacioná-lo com a qualidade do trabalho que desenvolve e a utilizá-lo, para compreender como poderá melhorar as suas aprendizagens. Segundo Santos (2008, p. 22), o *feedback* “poderá constituir uma estratégia facilitadora para o aluno ser levado a tomar consciência dos seus erros e para os autocorrigir”.

Santos (2008) defende, ainda, que, para que esse processo interativo possa contribuir para a aprendizagem, isto é, seja efetivamente regulador, terá de apresentar as seguintes características: (1) ser intencional; (2) ser participado pelos diferentes elementos da comunidade; (3) ter subjacente uma conceção do erro como fenómeno inerente à aprendizagem, não podendo o erro, conseqüentemente, ter um estatuto diferenciado, isto é, não podendo servir para distinguir os que erram dos que não erram;

(4) privilegiar e respeitar diferentes estratégias de raciocínio e (5) reconhecer a comunidade turma com legitimidade para validar ou corrigir raciocínios e processos.

Ora, tendo em conta que a aprendizagem ocorre entre indivíduos num contexto social, através de processos de mediação e que, nesses processos, a linguagem desempenha um papel central (Vygotsky, 1986), a interação entre professor e alunos, na sala de aula, poderá ser um contexto privilegiado para a regulação da aprendizagem. Além disso, como defende Fernandes (2005), é através da regulação, entendida como processo deliberado e intencional que visa controlar os processos de aprendizagem, que é possível desenvolver ou redirecionar essa mesma aprendizagem. Consequentemente, a regulação não pode consistir numa ação pontual, realizada em determinados momentos do processo de aprendizagem, mas, pelo contrário, deve constituir um processo continuado, exigindo, obviamente, uma planificação adequada. Uma das formas de operacionalizar tal processo será levar os alunos a procederem, de forma recorrente, à sua autoavaliação, tentando, assim, promover a autorregulação das aprendizagens realizadas.

A autorregulação encontra-se relacionada com a capacidade do aluno ir realizando adaptações, no seu processo de aprendizagem, em função do *feedback* recebido e da verificação dos progressos que vai realizando (Zimmerman, 2000). Trata-se, na opinião do autor, de um processo dinâmico e aberto, autor, de um processo dinâmico e aberto, realizado pelo próprio indivíduo, que se desenvolve em três fases orientadas pela prossecução dos objectivos que o próprio indivíduo definiu. Tais fases ocorrem de forma cíclica, mas não necessariamente sequenciais. Efetivamente, segundo o autor, este processo é composto pelas fases: (1) *prévia*; (2) *controlo volitivo* ou *execução*; e (3) *autorreflexão*. A fase *prévia* refere-se à planificação e engloba os processos e crenças que influenciam e precedem os esforços que o aluno realiza para aprender e, segundo o autor, são distinguidos cinco tipos de processos ou crenças: *definição de objectivos*, *análise da tarefa*, *autoeficácia*, *orientação motivacional* e *interesse intrínseco*. Já a fase *controlo volitivo* ou *execução* envolve os processos que ocorrem durante a aprendizagem, afetando a concentração e a realização. São esses processos que, focalizando a *atenção*, a *autoinstrução* e a *auto-monitorização*, permitem que o aluno implemente estratégias que lhe permitem realizar o plano que gizou. Finalmente, a fase de *autorreflexão* integra os processos que ocorrem após os esforços desenvolvidos pelo aluno no processo de aprendizagem. Nesta fase, estão incluídos os

processos como a *autoavaliação*, as *atribuições*, as *autorreacções* e a *adaptação*. A *auto-reflexão* vai influenciar a fase prévia e os esforços posteriores para a aprendizagem, completando, desta forma, o ciclo de *autorregulação* (Zimmerman 2000).

Mas, para que o aluno possa vir a regular a sua própria aprendizagem e, conseqüentemente, possa intervir, verdadeiramente, na sua avaliação, é indispensável que os processos avaliativos sejam transparentes, como é, aliás, referido no documento que inclui as seis normas relativas à avaliação (NCTM, 1995).

Além da existência dessa transparência, será necessário que exista, ainda, uma tomada de consciência, por parte do aluno, dos processos avaliativos desenvolvidos, numa perspectiva reguladora, pelo professor. Lee (2006) defende que os alunos serão mais facilmente envolvidos na sua própria aprendizagem se conhecerem os objetivos de aprendizagem e os critérios de êxito (*sucess criteria*) para cada tarefa. Acrescenta, ainda, que cada objetivo deverá (1) ser planificado com antecedência, mas de tal modo flexível que possa ter em conta a aprendizagem dos alunos a realizar em cada aula; (2) ser partilhado com os alunos, pelo que deverá ser expresso numa linguagem adequada ao nível etário dos alunos; (3) ser referido, com alguma frequência, ao longo da aula; (4) abordar o que os alunos irão aprender e não o que deverão fazer; (5) abordar a aprendizagem a realizar e não o contexto no qual a aprendizagem se irá desenvolver; (6) auxiliar os alunos a perceber as conexões que se estabelecem em cada aula.

Já relativamente aos critérios de êxito, Lee (2006) considera que devem (1) ser previamente planificados; (2) ser partilhados com os alunos, usando uma linguagem adequada; (3) incluir o processo através do qual os alunos conseguem cumprir, com êxito, o objetivo de aprendizagem e (4) ser plenamente compreendidos e utilizados pelos alunos.

Em síntese, se se pretende integrar, um processo regulador das aprendizagens dos alunos, nas práticas dos professores, terão de ser incluídas na prática letiva, mais especificamente no trabalho quotidiano desenvolvido na sala de aula, diferentes atividades, nomeadamente: (1) questionamento oral, que é estabelecido entre professor/turma, professor/aluno, ou ainda, aluno/aluno; (2) escrita avaliativa ou *feedback* escrito em trabalhos produzidos pelos alunos e (3) autoavaliação, que se configura na regulação levada a cabo pelo próprio aluno. (Santos, 2008)

Passaremos a referir, de forma breve, o questionamento oral, a autoavaliação e a apropriação, por parte dos alunos, dos critérios de avaliação, uma vez que, na secção seguinte, nos debruçaremos, mais aprofundadamente, sobre a escrita avaliativa ou *feedback* escrito em produções de alunos.

Questionamento oral. A interação oral está, em geral, associada ao questionamento ao longo do processo de aprendizagem do aluno e “é, sem sombra de dúvida, uma prática muito comum, qualquer que seja o método de ensino adotado” (Santos, 2008, p. 18). No entanto, como refere a mesma autora, trata-se de uma prática complexa e exigente, mas que pode constituir

uma das formas com grandes potencialidade de se levar ao terreno uma avaliação reguladora, uma vez que (i) acontece a par com as experiências de aprendizagem, permitindo uma regulação no momento; (ii) recorre à forma mais habitual de comunicação entre professor e alunos - a forma oral, e (iii) a sua responsabilidade pode deslocar-se do professor para o aluno sem constrangimentos de qualquer espécie, para além naturalmente do nível de desenvolvimento da capacidade dos alunos para o fazerem. (Santos, 2008, p. 22).

A complexidade desta prática prende-se, segundo Gipps (1999), com fatores de diversa natureza, nomeadamente, (1) as diferenças culturais e sociais que se podem encontrar numa mesma sala de aula e que, muito provavelmente, vão influenciar as respostas dos alunos; e (2) a forma como o aluno considera a questão – meio de o guiar na sua aprendizagem, ou processo de evidenciar, perante a turma, a sua imagem – condicionará, necessariamente, a sua resposta. Note-se que, como é referido por Gipps (1999), as questões fechadas, quando repetidas, em particular as de diagnóstico, podem levar o aluno a mudar de opinião, desenvolvendo estratégias para descobrir a resposta que o professor espera ouvir, em vez de analisar a questão e raciocinar para encontrar a resposta correta. Já a formulação de questões abertas, uma vez que permitem mais do que uma resposta correta, irão facultar a validação do conhecimento do aluno. No entanto, as respostas a essas questões, que irão surgir na sala de aula, não podem ser totalmente previsíveis, o que implica, para o professor, não só um conhecimento científico sólido, da área que está a ensinar, mas também dos processos de aprendizagem (Moyer & Mikewicz, 2002, in Santos, 2008).

Autoavaliação. A autoavaliação é um “processo de metacognição, entendido como um processo mental interno através do qual o próprio toma consciência dos diferentes momentos e aspetos da sua atividade cognitiva” (Santos, 2002, p. 79). Hadji (1994) afirma que “a autoavaliação é também uma heteroavaliação, na medida em que o sujeito que avalia introduz uma distância entre o "eu" que aprecia e o "eu próprio" que é apreciado. O próprio sujeito constitui-se, pois, como objeto de apreciação e, ao fazer isto, desdobra-se entre uma instância que julga e um objeto que é julgado.” (p. 53).

A autoavaliação sendo um processo desenvolvido pelo próprio aprendiz, é o cerne da avaliação formativa, na medida em que o aluno, ao refletir sobre a sua própria aprendizagem, vai regulá-la e, conseqüentemente, progredir, isto é, vai “corrigir o desempenho de modo a produzir um trabalho melhor” (Shepard, 2001, p.1093).

Também para Coll e Martín (2001, p. 214),

O ideal seria que os alunos fossem capazes de utilizar mecanismos de autoavaliação suscetíveis de proporcionarem informações relevantes para a regulação do seu próprio processo de construção de significados. Se aprender a aprender implica desenvolver a capacidade de utilizar os conhecimentos adquiridos, em toda a sua capacidade instrumental, para adquirir novos conhecimentos, não há dúvida de que o desenvolvimento e a aquisição de processos de autorregulação do processo de construção de significados é uma componente essencial desta meta educativa.

Mas o caráter regulador da autoavaliação não acontece de forma espontânea, apenas quando se se tornar num procedimento sistemático integrado no processo de ensino - aprendizagem (Nunziati, 1990). Para além disso, a autoavaliação é um processo de aprendizagem que envolve, por parte do aluno, a percepção e tomada de consciência dos seguintes aspetos: (1) os objetivos de aprendizagem; (2) as operações necessárias para desenvolver determinada atividade e (3) os critérios de avaliação. Ora, tal como referem Osborne e Tasker (1991), nem sempre aluno e professor percebem, do mesmo modo, estes três aspetos, podendo tal facto constituir um sério obstáculo à eficácia para a aprendizagem da autoavaliação.

A fim de implementar, na prática, estratégias conducentes a uma verdadeira autoavaliação das aprendizagens realizadas pelos alunos, Santos (2008) defende que teremos de ter em atenção seguintes fases: (1) o aluno deverá tomar consciência do que fez e ser capaz de comparar o seu desempenho com o que se esperava que tivesse feito

e, para isso, terá de perceber a diferença entre as duas situações e (2) o aluno deverá ser capaz de agir no sentido de minimizar, ou inclusivamente anular, aquela diferença.

Face ao exposto, podemos concluir que encontrar um referencial comum para alunos e professor não é tarefa fácil, tratando-se, sim, de “um processo que se inicia antes da ação e se vai progressivamente construindo ao longo do tempo e a partir de diversas experiências de aprendizagem (Santos, 2008, p. 28).

Assim,

é inquestionável a complexidade e exigência inerente ao desenvolvimento da autoavaliação, não só para os alunos, como também para o professor, enquanto construtor de contextos facilitadores para o desenvolvimento de tal competência. (Santos, 2008, p. 30).

Acresce à dificuldade já referida a de as crenças dos alunos sobre a aprendizagem e a confiança nas suas capacidades terem uma enorme influência no seu envolvimento no processo de autoavaliação (Dweck, 2000), Deste modo, o professor deverá promover o desenvolvimento dessa confiança para que os alunos possam desenvolver a capacidade de utilizar a autoavaliação para regular a sua própria aprendizagem.

No entanto, e apesar da complexidade evidenciada, Perrenoud (1999) valoriza esta forma de operacionalizar a avaliação reguladora, ao constatar que os alunos, utilizando adequadamente a autoavaliação, são capazes de regular as suas aprendizagens, necessitando só pontual e esporadicamente da colaboração do professor.

Apropriação, por parte dos alunos, dos critérios de avaliação. Os critérios são sinais com os quais se reconhecerá se a tarefa foi realizada, ou não, com sucesso e constituem um referente para a avaliação (Hadji, 1994) que é indispensável no processo de autoavaliação. Mas, para que o aluno consiga desenvolver aquele processo complexo, deve saber interpretar o que é necessário fazer para corresponder à proposta que lhe foi apresentada, isto é, deve ter acesso a um conjunto de critérios de avaliação. Além disso, se pretendemos desenvolver a capacidade de autoavaliação dos alunos em Matemática, é necessário conseguir que eles criem hábitos de reflexão sobre as suas ações, o que, obviamente, envolve muito mais do que procurar a aprovação do professor (Hadji, 1997). De facto, o aluno tem de estar consciente do que o professor pretende dele e,

além disso, de que ele próprio pode, e deve, regular as suas ações, controlando-as, em função das suas próprias opções, isto é, o aluno terá, em primeiro lugar, de se conseguir apropriar dos critérios de avaliação. De acordo com Gomes (2008, p.104),

a apropriação de critérios implica, em particular, uma construção de significados partilhada entre professor e alunos, que fomente o alinhamento entre as interpretações de todos. Para que tal possa ocorrer, devem ser consideradas pelo professor estratégias complementares à explicitação dos critérios (Santos, 2002). A nomenclatura “autoavaliação regulada” é adotada por Santos (2002) para denominar uma possível abordagem para o desenvolvimento da capacidade de autoavaliação dos alunos, assente numa proposta de contextos facilitadores e num conjunto de estratégias a desenvolver pelo professor. É dentro desse quadro de "autoavaliação regulada" que se conjugam os papéis do professor e do aluno no desenvolvimento dessa capacidade dos alunos.

No entanto, a explicitação dos critérios, acompanhada, ou não, de negociação com os alunos, não é suficiente para que os alunos deles se apropriem (Santos, 2008). Uma das estratégias que pode ser usada para clarificar tais critérios é “o recurso a exemplos ilustrativos de trabalhos realizados por outros alunos, de anos anteriores e guardados pelo professor” (Santos, 2008, p. 28).

Também Lee (2006), defendendo a mesma ideia de Santos (2008), apresenta uma lista de sugestões que o professor deverá ter em conta ao utilizar esta estratégia, designada por *uso de tarefas modelo*: (1) os trabalhos deverão ser anónimos, para que o aluno não se sinta inibido pelo facto de estar a avaliar o trabalho de um colega; (2) os critérios podem provir do professor, dos alunos ou de uma fonte externa, uma vez que o objetivo é apreender o significado dos termos utilizados em tais critérios; (3) os alunos devem avaliar diferentes produções, de uma mesma tarefa, que revelem vários modos de gerir um conjunto de critérios de avaliação definidos para aquela tarefa; (4) os alunos deverão trabalhar em grupo, com um número máximo de quatro elementos, uma vez que a discussão permitirá explicitar o que para cada um dos alunos significa cumprir os critérios; (5) é importante que os alunos analisem tarefas com diferentes níveis de desempenho, uma vez que aquela análise permitirá que os alunos tomem consciência do que deverão fazer; (6) os alunos, depois de, em conjunto, analisarem as produções, poderão deliberar sobre o cumprimento dos critérios e dar opinião sobre o tipo de anotações que deverão ser registadas, a fim de melhorar as produções analisadas.

No entanto, para que o aluno possa apreender os critérios de avaliação, é necessário, em muitos casos, conhecer bem, não só os tópicos que vão ser avaliados, mas, também, as dificuldades que se irão enfrentar ao proceder à sua aplicação na resolução da tarefa. Por tal facto, os alunos só poderão reconhecer, de forma significativa, os critérios de avaliação depois de realizarem a tarefa proposta.

Ora, tradicionalmente, nas aulas, o professor propõe tarefas que os alunos executam (leem textos, escutam explicações, respondem a questões, ...) e, na maioria dos casos, poucos alunos se apercebem das finalidades das ações que desenvolvem. Por vezes, o professor, ao introduzir uma tarefa, explicita o seu objetivo, contudo, essa informação, frequentemente, não se revela significativa para o aluno. Assim, segundo Sanmarti (2007), será necessário que o professor despenda de algum tempo a regular as perceções dos alunos sobre o que presumem que vão aprender, ou já aprenderam, uma vez que, deste modo, poderão ser capazes de reconhecer se a sua atividade permite, ou não, alcançar o objetivo da tarefa.

Escrita avaliativa ou *feedback* escrito. Para Hattie e Timperley (2007), o *feedback* é conceptualizado como a informação dada, ao aluno, por alguém (pais, professor, colegas, ou, inclusivamente, o próprio aluno) ou algo (livro/manual ou a própria experiência), relativamente ao desempenho pessoal ou à compreensão de um determinado assunto:

o professor ou os pais podem fornecer informação para a correção, um colega pode indicar uma estratégia alternativa, o livro/manual pode fornecer informação para clarificação de ideias, um pai pode encorajar e o próprio aluno pode procurar as solução para avaliar da correção da sua resposta. Assim, o *feedback* é uma consequência do desempenho. (p. 81)

O *feedback* ajuda o aluno a perceber o que sabe fazer, o que falta saber, o que fez mal e o que não sabe fazer (Hattie & Timperley, 2007). Neste sentido, o *feedback* não consiste em informar o aluno, apenas, do que ele não sabe, mas dizer-lhe qual poderá ser a causa e dar-lhe indicações de possíveis ações que deverá desenvolver para que possa vir a melhorar os seus conhecimentos.

No entanto, o verdadeiro poder do *feedback* só se revela quando inserido num contexto de aprendizagem (Hattie & Timperley, 2007). Além disso, o *feedback* deve: (1) ser claro, para que o aluno possa tomar consciência do seu estado em relação ao

propósito daquela aprendizagem; (2) incentivar o aluno a analisar a resposta dada e reconhecer o que já está correto e (3) ser elaborado para que, com aquele comentário, o aluno possa melhorar a sua aprendizagem (Fernandes, 2005; Santos, 2003a). Além disso, o *feedback* não deve incluir a correção do erro, mas apontar pistas de ação futura, para que o aluno saiba como deve continuar o trabalho. (Santos, 2003a), De facto, sendo o próprio aluno a identificar e corrigir o erro, a aprendizagem será mais significativa. Um outro aspeto importante é a indicação da incompletude da produção do aluno, sem referência a pistas de ação, o que, muitas vezes, como defende Bruno (2006), não é suficiente para melhorar a segunda fase do trabalho.

Também a utilização de uma caligrafia legível, o recurso à forma interrogativa e a uma linguagem acessível, concreta, contextualizada e diretamente relacionada com a produção foram, na sua investigação, determinantes na melhoria do desempenho dos alunos (Bruno, 2006). A utilização de simbologia, para identificar um erro, parece ser um ponto importante no *feedback* escrito proporcionado aos alunos com bom nível de desempenho, pois, de um modo geral, é bem entendida e torna-se suficiente para melhorar as produções. Já os alunos com um nível inferior de desempenho, apesar de entenderem a simbologia, referem que se essa simbologia fosse acompanhada por um comentário mais explícito, isso os auxiliaria a melhorar as produções (Santos & Dias, 2006).

Apesar de todo o cuidado do professor, no sentido de tornar eficaz o *feedback* proporcionado às produções dos alunos, poderá, mesmo assim, não existir uma melhoria do desempenho dos alunos, ainda que possa gerar efeitos positivos na motivação para a tarefa. Num estudo realizado por Butler (1987, in Black & Wiliam, 1998), foi analisado o efeito de quatro tipos diferentes de *feedback*: comentário, classificação, elogio e ausência de *feedback*. As conclusões do estudo revelaram que os alunos, cujo *feedback* recebido tinha sido do tipo classificações e elogios, se mostraram mais empenhados na tarefa, muito embora esse empenhamento não se tenha traduzido em melhor desempenho. Já os alunos cujas produções receberam *feedback* do tipo comentário evidenciaram melhoria do desempenho na tarefa.

Numa tentativa de tentar perceber quais as características do *feedback* que evidenciariam maior eficácia, Hattie e Timperley (2007) realizaram uma meta-análise sobre diversos estudos, levados a cabo por diferentes investigadores. Nesse trabalho foi utilizado o quadro teórico que se encontra esquematizado na figura 4:

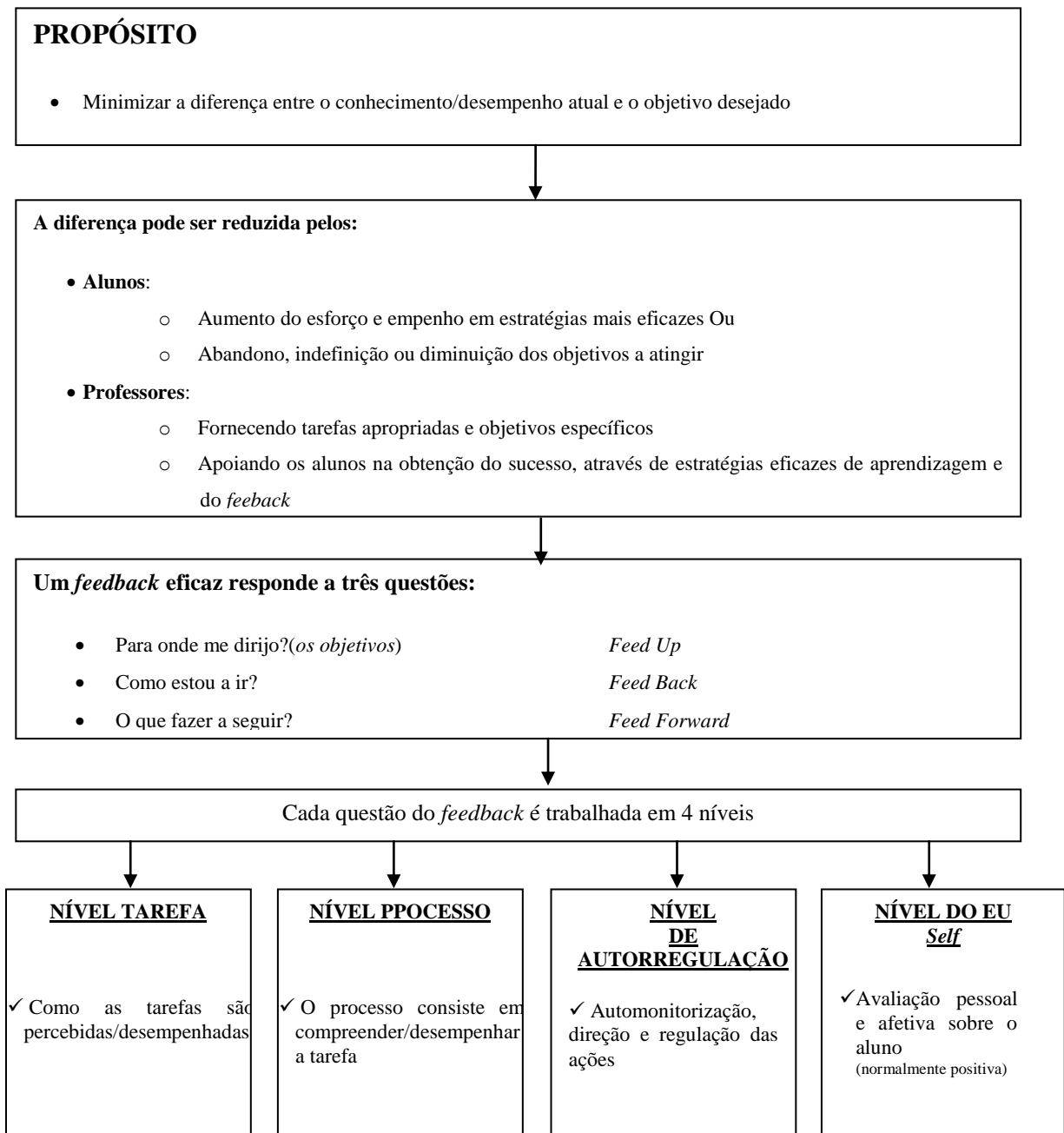


Figura 4: Modelo de *feedback* para melhorar a aprendizagem (Hattie & Timperley, 2007, p.87)

Este quadro passa por aceitar que a principal intenção do *feedback* é minimizar as diferenças entre a compreensão/desempenho atual e o objetivo desejado. Para os autores, a melhoria da aprendizagem é condicionada pelas estratégias utilizadas por professores e alunos, pelo que será necessário compreender as circunstâncias em que se produzem os diferentes resultados. Assim, na opinião dos investigadores, um *feedback* eficaz deve responder às seguintes questões: (1) *Were am I going?* (Para onde me dirijo? Quais são os objetivos?) – conceito de *Feed Up*; (2) *How am I going?* (Como

estou a ir? Que progressos são feitos na prossecução dos objetivos?) – conceito de *Feed Back* e (3) *Where to next?* (O que fazer a seguir? Que atividades deverão ser desenvolvidas para progredir?) – conceito de *Feed Forward*. Tais questões poderão ser colocadas por professores, por alunos ou por ambos. Atendendo a que o *feedback* produz diferentes efeitos, consoante o foco de incidência nos vários níveis (a tarefa, o processo, a autorregulação e o aluno), há que procurar as respostas para aquelas três questões, direcionando-o para o nível ou níveis de incidência adequados.

Quando o foco de incidência é a tarefa ou o produto, o *feedback* indica se o trabalho foi realizado de forma apropriada, se os resultados estão, ou não, corretos e poderá incluir sugestões para os alunos procurarem mais informação, ou a informação correta. Consequentemente, não pode limitar-se a indicar onde se encontra o erro, mas, deve apontar a sua origem e conter indicações das ações a desenvolver, pelo aluno, para encontrar a resposta correta. No entanto, o *feedback* só será eficaz se o erro resultar de falsas interpretações e não da ausência de conhecimento ou compreensão. No segundo nível, o *feedback* incide sobre o processo utilizado pelo aluno para realizar ou melhorar o desempenho numa determinada tarefa. Este tipo de *feedback* centra-se no processamento de informação ou nos processos de aprendizagem necessários para a compreensão de uma tarefa. Já no terceiro nível, o *feedback* é dirigido à capacidade de os alunos autoavaliarem o seu trabalho e de se envolverem mais profundamente na realização da tarefa. Este tipo de *feedback* pode ter implicações importantes no desenvolvimento de capacidades de autorregulação do aluno, uma vez que o pode levar a empenhar-se mais na realização da tarefa, a refletir sobre o trabalho realizado e a agir no sentido de o melhorar. No quarto nível, o *feedback* é pessoal, uma vez que é dirigido ao *self* e assume, frequentemente, a forma de elogios, excepcionalmente relacionados com a tarefa, com o processo de resolução ou com a autorregulação. Consequentemente, revela-se pouco eficaz na melhoria da aprendizagem.

Os três primeiros níveis de incidência estão interligados e são os mais eficientes, contudo o *feedback* a nível do processo será o mais eficaz, se levar o aluno a rejeitar hipóteses erradas, fornecendo-lhe pistas que permitam fazer transferência dos conhecimentos adquiridos, na realização dessa tarefa, para outras mais desafiantes, uma vez que tal *feedback* permite desenvolver, no aluno, competências avançadas (Hattie & Timperley, 2007).

Também Lee (2006) afirma que o *feedback* permite ajudar os alunos a saber como poderão progredir na sua aprendizagem. No entanto, defende que existem três condições que os alunos devem conhecer para que o *feedback* possa ser eficaz: (1) os objetivos de aprendizagem e os critérios de êxito da tarefa; (2) o ponto a que já conseguiram chegar, relativamente aos objetivos e aos critérios e (3) o modo como deverão prosseguir na consecução dos objetivos ou como preencher a lacuna existente entre o que já conseguiram e o que deveriam fazer. Contudo, a mesma autora afirma que tais condições não são de fácil operacionalização, mas que é fundamental que os alunos tenham consciência de que são competentes, uma vez que só partindo deste pressuposto poderão perceber que vale a pena continuar a trabalhar para melhorar o seu desempenho. De qualquer modo, o *feedback*, um conceito central na avaliação formativa (Black & Wiliam, 1998; Fernandes, 2005; Sadler, 1989), utilizado de forma sistemática nas práticas pedagógicas, pode permitir, ao professor, conhecer melhor as dificuldades com que cada aluno se debate, facilitando, desde modo, a alteração das práticas que serão conducentes a uma avaliação mais formativa (Black & Wiliam, 1998), e pode levar o aluno à autocorreção, o que implicará a melhoria das aprendizagens (Fernandes, 2005; Santos, 2008).

No entanto, diversos estudos apontam para o facto de a tarefa de dar *feedback*, além de ser muito exigente para o professor, ser, também, consumidora de muito tempo (Leal, 1992; Menino & Santos, 2004). De facto, o professor tem de (1) começar por conceber e seleccionar as tarefas mais adequadas para serem comentadas; (2) decidir, em função da produção do aluno e com base no conhecimento das suas características, qual o *feedback* mais apropriado a facultar a cada um; e (3) registar, na produção de cada aluno, esse *feedback*.

A forma como o professor elabora o *feedback* vai influenciar os futuros desempenhos do aluno. Santos (2008) considera que o comentário não pode ser culpabilizante, devendo, pelo contrário, incentivar o trabalho do aluno e propiciar um diálogo com o professor. Lee (2006) sugere que os comentários elaborados pelo professor deverão incluir registos que: (1) recordem ao aluno os objetivos de aprendizagem e determinados critérios de êxito e indica alguns exemplos "*lembra-te do que sucede quando multiplicas números negativos, ou esqueceste-te de multiplicar pelos coeficientes de x*"; (2) orientem as respostas dos alunos. O professor deverá decidir que procedimento adotar, podendo optar por colocar questões ou escrever a

resolução, deixando espaços em branco para o aluno preencher, propondo, de seguida, um novo problema. A título exemplificativo, Lee (2006) apresenta os seguintes registos: "*Acreditas que o comprimento deste lado está correto? Deveria ser maior ou menor do que os outros dois lados? Como deverás aplicar o teorema de Pitágoras para calcular o menor lado?*"; *Completa os espaços em branco na igualdade $(2x-3)(3x+4) = __x^2+8x - 9x - __ = ________$. Agora calcula $(2x-4)(3x+2)$ e (3) apresentem um exemplo e depois solicitem, ao aluno, que escolha um modo de o utilizar. *Utiliza uma tabela para calcular os pontos do gráfico. Que números escolherias para x quando desenhas o gráfico?* são alguns dos exemplos apresentados por Lee, que acrescenta tratarem-se de comentários que deverão (1) ser orientados pelos objetivos de aprendizagem; (2) ser claros, quer quanto ao que o aluno já conseguiu, quer ao que ainda lhe falta fazer para melhorar; (3) exigir uma resposta do aluno, colocando a questão de tal modo que ele saiba como responder.*

Após ter sido proporcionado o *feedback* escrito, obviamente, será necessário que o professor, no início da aula seguinte, propicie um espaço para que o aluno possa ler os comentários registados e responder às questões colocadas, para poder vir a melhorar o seu desempenho (Lee, 2006; Santos *et al.*, 2010). Dependendo do tipo de comentário, os alunos deverão (1) verificar se entenderam o comentário do professor e responder, de imediato ou como trabalho de casa, às questões colocadas; (2) descobrir os erros cometidos na realização da tarefa e escrever um texto que demonstre que entenderam onde falharam; (3) ler os comentários e resolver dois ou três problemas semelhantes para mostrar que entenderam as sugestões dadas pelo professor.

Tal como já referimos, a tarefa de dar *feedback* escrito exige bastante dispêndio de tempo, pelo que será necessário que o professor encontre soluções para contornar esta dificuldade. Assim, Lee (2006) sugere que seja (1) dado *feedback* escrito de três em três semanas; (2) realizada uma planificação, precisando as partes da tarefa que devem ser realizadas por escrito e entregues ao professor, para receberem *feedback*, e as que serão corrigidas na aula; (3) registado um comentário, apenas quando for dado, ao aluno, tempo e oportunidade para tomar medidas relativas à sugestão recebida; (4) ocupado o tempo só com os trabalhos que realmente explorem a aprendizagem realizada pelo aluno; (5) analisada e discutida, com os alunos, a qualidade dos trabalhos e (6) avaliado o trabalho em pequenos grupos, confrontando as respostas dadas por cada um dos alunos com respostas modelo.

Lee (2006) defende, ainda, que o *feedback* escrito não deve ser proporcionado num momento formal de avaliação, uma vez que o aluno não o poderá utilizar para melhorar a sua produção. Além disso, a mesma autora é de opinião que o professor não deve proporcionar *feedback* escrito a uma produção de um aluno e, simultaneamente, atribuir classificação, se a sua intenção for melhorar a aprendizagem do aluno. Esta mesma ideia, também defendida por Santos (2008), é consistente com os resultados da investigação, nomeadamente a realizada por Butler (1987, in Black & Wiliam, 1998), que mostraram que aquela prática, além de ocupar demasiado tempo ao professor, não ajudava os alunos a melhorarem o seu desempenho.

Black *et al.* (2003), numa investigação empírica desenvolvida com professores, receberam, dos alunos, alguns pedidos, nomeadamente para os professores: (1) não corrigirem os textos a vermelho; (2) usarem caligrafia legível; e (3) escreverem frases compreensíveis. Neste mesmo estudo Black *et al.* (2003) concluíram que o aumento de tempo de reflexão para a resposta é crucial para ajudar os alunos a desenvolver níveis cognitivos mais complexos.

Também no trabalho desenvolvido por Shepard (2001), a investigadora, para guiar o professor ao potencializar o trabalho do aluno reflexivo, facultou algumas indicações a esse professor, das quais salientamos as seguintes: (1) sintetizar a evolução do aluno; e (2) realçar comportamentos de sucesso, através do uso de três tipos de *feedback*: (a) registar a diferença entre o desempenho do aluno e aquele que seria desejado; (b) atribuir o sucesso ao esforço; e (3) voltar a trabalhar, explicitamente, o que seria suposto ter sido apreendido pelo aluno.

Santos e Semana (2010), num estudo empírico realizado, ao longo de um ano letivo, com o objetivo de caracterizar o *feedback* fornecido a alunos do 8.º ano de escolaridade na disciplina de Matemática e no contexto de elaboração de relatórios escritos, concluíram que:

Os resultados obtidos, no estudo, sugerem a existência de um padrão no *feedback* fornecido que incide especialmente no processo de resolução da tarefa ou na autorregulação pelos alunos, não inclui juízos de valor, nem corrige o erro, mas promove a reflexão e incentiva os alunos a completarem ou melhorarem o seu trabalho, fornecendo ou não pistas, colocadas muitas vezes sob a forma de questões. Apesar do padrão tendencialmente regulador, algum do *feedback* consistiu em simples chamadas de atenção e assinalou o erro. Isto evidencia a grande complexidade da tarefa de dar *feedback* e sugere a necessidade de o professor incorporar na sua prática as

orientações teóricas, ao mesmo tempo que reflete sobre o feedback que fornece e os seus efeitos na aprendizagem dos seus alunos (Santos & Semana, 2010, p. 1)

Em síntese, o *feedback* escrito, apesar de complexo, constituir-se-á num processo de regulação, se for utilizado, pelo aluno, de modo a melhorar a sua própria aprendizagem. Além disso, se na sala de aula se desenvolver uma cultura de avaliação que regule as aprendizagens dos alunos e, simultaneamente, a prática dos professores, então, o conhecimento que o professor terá dos primeiros será maior e mais profundo, pois acompanha o desenvolvimento do processo de aprendizagem, o que irá facilitar a prática de dar *feedback*, o que, por sua vez, contribuirá para o desenvolvimento de uma avaliação cada vez mais reguladora. Além disso, diferentes investigadores, como, por exemplo, Black *et al.* (2003), Fernandes (2005), Perrenoud (1999) e Shepard (2001), defendem que se os professores investirem na avaliação formativa, estarão, igualmente, a melhorar a função sumativa.

Avaliação sumativa

O conceito de avaliação sumativa não é, obviamente, universal e, inclusive, até a própria designação tem variado, sendo referida, recentemente, por alguns autores, como *avaliação das aprendizagens* (Black & Wiliam, 2006a; Harlen, 2006; Sebba, 2006). No entanto, os objetos de avaliação são resultados da aprendizagem dos alunos e, por isso mesmo, a avaliação sumativa, ou a avaliação *das* aprendizagens, ocorre após o desenvolvimento de uma ou mais unidades curriculares, considerando-se que: (1) constitui sempre um balanço que, na generalidade dos casos, não deverá ser entendido como um juízo de valor definitivo, sobre o passado, mas antes como um resultado que determinará a tomada de decisões; (2) tem em conta os objetivos gerais que, uma vez atingidos, certificam o progresso do aluno; e (3) tem visibilidade, pois, além de informar os alunos e os professores da situação de aprendizagem, informa, igualmente, os encarregados de educação e a comunidade em geral (Fernandes, 2008a).

Também para Hadji (1994, p. 64), a avaliação é designada por sumativa

quando se propõe fazer um balanço (uma soma), depois de uma ou várias sequências ou, de uma maneira mais geral, depois de um ciclo de formação. É por isso que muitas vezes ela é pontual, efetuada num

momento determinado (ainda que também se possa realizar num processo cumulativo, quando o balanço final toma em consideração uma série de balanços parciais) e pública.

Efetivamente, as funções da avaliação variam, tal como, aliás, se encontra prescrito, com os momentos em que se realiza. Isto é, se ocorre no decurso do processo de ensino/aprendizagem, tem uma função formativa, uma vez que permite adequar o ensino às necessidades de aprendizagem dos alunos, mas, quer no final de período, quer no final dos primeiro e segundo ciclos, tem já como função fundamentar as decisões sobre a (re)orientação do percurso escolar dos mesmos. Se for realizada no final de um ciclo, tem ainda como função a tomada de decisão sobre retenção/progressão do aluno e, especificamente no final do terceiro ciclo, fundamenta a atribuição de um diploma ou de um certificado.

No Ensino Secundário, o juízo globalizante tem em conta os objetivos fixados para tal nível, não sendo feita referência a objetivos mínimos definidos, quer centralmente, quer na escola. Aqui emerge uma preocupação com a homogeneidade da classificação no Ensino Secundário, que também se encontra na avaliação sumativa externa, da responsabilidade do Ministério da Educação, a que são sujeitos os alunos, na disciplina de Matemática A, no ano último ano do Ensino Secundário.

Provavelmente, será por esta razão que a avaliação sumativa tem sido dominante no agir avaliativo do professor, “confundindo-se com a própria avaliação” (Pinto & Santos, 2006, p. 98). De facto, como refere Fernandes (2005), esta avaliação não é usada para responsabilizar os alunos pelas suas aprendizagens, nem para desenvolver a sua autonomia ou responsabilidade. É, geralmente, concebida como algo que se encontra dissociado da aprendizagem (Shepard, 2000) e que enfatiza aprendizagens superficiais, com insistência em pormenores que os alunos tendem, facilmente, a esquecer (Fernandes, 2005). Assim, na opinião deste autor, a avaliação sumativa, destinada a classificar e a certificar os alunos, deve ocorrer apenas para fazer balanços globais sobre o que os alunos sabem e são capazes de fazer.

No entanto, Black e Wiliam (2006b) defendem que a avaliação formativa poderá contribuir para a sumativa. Esta ideia é partilhada por Fernandes (2008a), quando afirma que a avaliação formativa proporciona, também, informação sobre o desenvolvimento dos processos de aprendizagem dos alunos, advertindo, no entanto, que não se pode considerar que a avaliação formativa se transforme, assim, numa série de pequenas avaliações sumativas. De facto, quando o professor constata que o aluno

não sabe o que deveria saber, dever-se-á recorrer à avaliação formativa para que aquele possa vencer a dificuldade, com o seu esforço, e coadjuvado pelo professor.

Como afirma Fernandes (2008a), “é bom reiterar que não se devem confundir uma com a outra. Têm propósitos distintos, ocorrem em momentos distintos e têm uma inserção pedagógica distinta.” (p. 364). Esta ideia é legitimada pelo papel desempenhado, numa e noutra avaliação, pelos diferentes atores – aluno e professor –, pelo conhecimento que é obtido por cada uma delas e pelos processos que o geram. Por estas razões, Fernandes (2008a) considera que há dificuldade em perspectivá-las como “dimensões distintas de um mesmo constructo” (p. 364), mas que também não podem ser perspectivadas de forma dicotómica. Também Harlen (2005) afirma que os resultados da investigação, realizada com o objetivo de compreender até que ponto a avaliação formativa e sumativa poderão ser articuladas, evidenciam que deverá existir uma distinção entre os efeitos destas duas modalidades de avaliação, uma vez que os propósitos são diferentes. “Se se fundir, ou confundir, o propósito da avaliação formativa com o da sumativa, a experiência sugere fortemente que a ‘boa avaliação’ significará uma boa avaliação *da* aprendizagem, mas não *para* aprendizagem” (p. 220, destaque no original).

Enquanto na avaliação formativa a evidência é recolhida numa lógica de regulação das aprendizagens, já na avaliação sumativa a evidência recolhida é utilizada para registar ou descrever o que foi aprendido no passado (Perrenoud, 2001). Por esta razão, é frequente verificarmos a utilização preferencial das designações *avaliação para a aprendizagem* e *avaliação da aprendizagem*, quando se trata de fazer referência à avaliação com propósito formativo ou sumativo, respetivamente (Harlen, 2006).

Ainda na opinião de Harlen (2006), como está ilustrado na figura 5, na avaliação sumativa a evidência é recolhida a partir de testes, tarefas ou outros instrumentos e a sua interpretação é realizada tendo em conta critérios definidos *a priori* e para todos os alunos, pois, o desempenho de cada aluno está a ser submetido a comparações. Como a avaliação sumativa ocorre no final de um período de aprendizagem, não há lugar a *feedback*, pelo menos entendido da mesma forma que na avaliação para a aprendizagem (Harlen, 2006). Poder-se-á, contudo, considerar a existência de *feedback*, de forma retroativa, se vier a influenciar a aprendizagem do aluno. No entanto, nunca irá alterar o desempenho do aluno naquela tarefa. Neste modelo, os alunos não desempenham qualquer protagonismo (Harlen, 2006). Esta opinião, contudo, é contrariada por alguns

autores (Frederiksen e White, citados por Harlen, 2006), que consideram que os alunos podem e devem ter um papel a desempenhar neste processo.

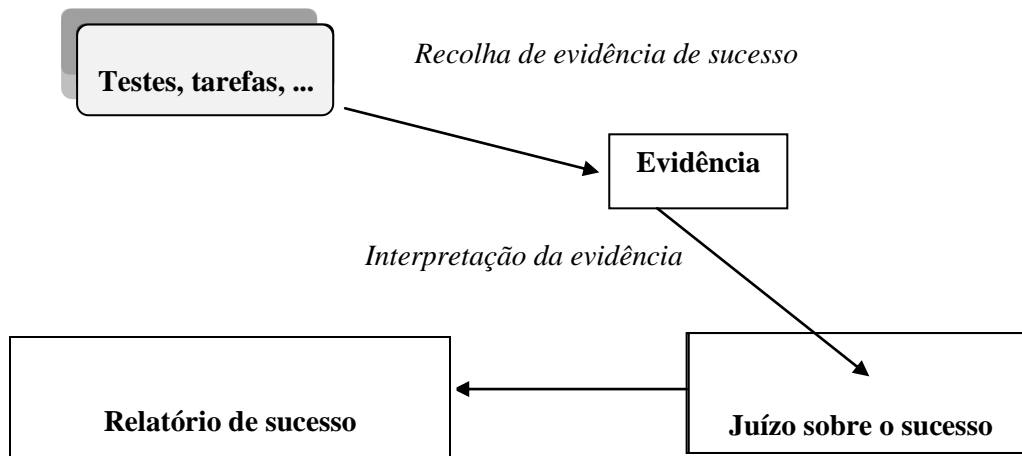


Figura 5: Avaliação das aprendizagens pelos professores (Harlen, 2006, p. 106)

Articulação entre as funções formativa e sumativa da avaliação

Fernandes (2005), ao problematizar a relação entre avaliação formativa e sumativa, formulou as duas questões seguintes: “Que articulações e relações é possível estabelecer entre estas duas modalidades de avaliação?; Qual o papel dos professores no desenvolvimento de cada uma das modalidades?” (Fernandes, 2005, p. 74).

Posteriormente, o mesmo autor apresenta uma resposta à primeira questão:

argumenta-se que os dados recolhidos através da avaliação formativa podem e devem ser utilizados pelos professores nas avaliações sumativas internas que são da sua responsabilidade. A avaliação sumativa interna pode assim ser mais diversificada, mais inteligente, mais contextualizada e mais útil para todos os intervenientes, particularmente para os alunos. (Fernandes, 2008a, p. 363)

Já relativamente à segunda questão, Fernandes (2005) considera que é importante distinguir o papel desempenhado pelos professores nestas duas modalidades de avaliação, uma vez que existem, entre elas, diferenças significativas. Efetivamente,

aquando da avaliação formativa, o professor desempenha um papel que deverá estar fortemente

sustentado e apoiado na didática, nos processos de comunicação, com particular realce para o *feedback*, no desenvolvimento dos processos de interação e na criação de um ambiente de sala de aula que valorize a participação responsável dos alunos. A seleção de tarefas, a clarificação e a transparência relativamente aos objetivos de ensino e de aprendizagem e ao papel da avaliação, as estratégias que facilitem a participação e o envolvimento ativo dos alunos na regulação das aprendizagens, assim como a utilização de uma adequada diversidade de estratégias, técnicas ou instrumentos de recolha de informação, constituem importantes funções do professor. (Fernandes, 2005, p. 75)

e no que diz respeito à avaliação sumativa, o papel desempenhado pelo professor será, nas palavras de Fernandes (2008a), “substancialmente diferente” (p. 76). De facto, o professor tem de proceder a uma análise e interpretação das evidências de aprendizagem recolhidas, para, posteriormente, emitir um juízo global sobre o que considera que o aluno sabe e sabe fazer. Este juízo é traduzido por uma classificação, dentro de uma escala, e acompanhada, por vezes, de uma descrição pormenorizada, ou não, das competências manifestadas pelo aluno.

Fernandes (2008a) refere ainda que, para muitos autores, a avaliação sumativa é *criterial*, tal como acontece com a formativa, mas que também é *normativa*, uma vez que se comparam as aprendizagens realizadas pelos alunos a uma norma ou com as aprendizagens de um outro grupo. Assim, a partir do facto de ambas – formativa e sumativa – terem em comum a sua natureza *criterial*, diversos investigadores defendem que terá, necessariamente, de existir uma articulação entre elas. Fernandes (2008a, p. 359) acrescenta que será importante refletir sobre as quatro questões seguintes:

1. Será que a avaliação formativa terá sempre necessariamente uma natureza criterial? Ou poderá orientar-se antes por referentes mais abrangentes e complexos que definam e enquadrem o que é importante aprender?
2. Quando se considera que a avaliação formativa é de natureza criterial, de que avaliação formativa estaremos realmente a falar? Quais as suas características?

3. Partindo do princípio que a avaliação formativa é criterial haverá ou não diferenças na utilização dos critérios com a avaliação sumativa? Qual será o real sentido deste tipo de conceção?

4. Será que a avaliação formativa não terá também, em certas circunstâncias, uma natureza normativa? Ou seja, será que, nas práticas de avaliação formativa, as comparações com outros alunos, ou com algum tipo de norma, estão irremediavelmente ausentes?

e afirma que a discussão destas questões deve ser aprofundada e, quando possível, a sua sustentabilidade deverá ser dada através da investigação empírica (Fernandes, 2008a). O mesmo investigador, ao analisar as relações entre a avaliação formativa e a avaliação sumativa, afirma que podem ser consideradas, pelo menos, três perspetivas: (1) conceitos dicotómicos e opostos; (2) duas dimensões do mesmo constructo, opinião defendida por Harlen (2006); e (3) dois conceitos distintos, mas complementares.

Relativamente à primeira perspetiva - conceitos dicotómicos e opostos -, Fernandes defende que os dois conceitos têm

relações muito distintas com os diversos intervenientes e com objetos, finalidades e funções de avaliação também diferentes. Produzem tipos de conhecimento diversos e, por isso, estão baseados em diferentes epistemologias, nada tendo de comum entre si. (Fernandes, 2008a, p. 361)

Já no que diz respeito à segunda, advogada por Harlen (2006), Fernandes sustenta que:

Assim, teríamos uma espécie de *continuum* de dimensões de avaliação situadas entre dois pólos extremos: a *avaliação formativa informal* (uma espécie de avaliação formativa *pura* ou *ingénua*) e a *avaliação sumativa formal*. Entre estes dois pólos estão a *avaliação formativa formal* e a *avaliação sumativa informal* cujos propósitos e práticas apresentam semelhanças várias. Este facto pode suscitar um problema que é o de saber quando é que estamos em presença de uma avaliação formativa formal ou de uma avaliação sumativa informal. Harlen não faz esta discussão e é compreensível que assim tenha acontecido porque a questão dificilmente se poderá resolver. Tanto quanto é possível perceber-se haverá um conjunto de práticas de avaliação que não são propriamente formativas nem sumativas, mas que poderão ter características híbridas. Poderão mesmo ser outra coisa, uma outra avaliação. (Fernandes, 2008a, destaque no original, p. 361)

Parece-nos, contudo, importante debruçarmo-nos um pouco mais aprofundadamente sobre esta perspetiva. De facto, para Harlen (2006), num dos extremos situa-se a avaliação *formativa informal*, e no outro extremo avaliação *sumativa formal*. Enquanto que na primeira (avaliação *formativa informal*), a preocupação reside, apenas, nos passos seguintes da aprendizagem – trata-se, conseqüentemente, da avaliação integrada no trabalho quotidiano de sala de aula –, já na última (avaliação *sumativa formal*), a preocupação dirige-se para os resultados atingidos pelos alunos e baseia-se só nos critérios utilizados – acontece em momentos específicos. Além disso, esta avaliação é da exclusiva responsabilidade do professor e o *feedback* é usado para servir os planos de ensino.

A fim de ilustrar esta perspetiva, apresentaremos, de seguida, o quadro 2 elaborado por Harlen (2006).

Quadro 2: Uma possível dimensão das intenções e práticas avaliativas (Harlen, 2006, p. 114)

	Formativa		Sumativa	
	<i>Formativa informal</i>	<i>Formativa formal</i>	<i>Sumativa informal</i>	<i>Sumativa formal</i>
Foco principal	Quais serão os próximos passos na aprendizagem?		Que objetivo foi alcançado até à data?	
Intenção	Informar os próximos passos na aprendizagem	Informar os próximos passos no ensino	Monitorizar o progresso do aluno de acordo com o plano gizado	Registrar o desempenho dos alunos
Modo de recolha das evidências	Parte do normal desenvolvimento da aula	Introduzida dentro do normal desenvolvimento da aula	Introduzida dentro do normal desenvolvimento da aula	Tarefas específicas ou testes
Base do julgamento	Ipsativo	Ipsativo e criterial	Criterial	Criterial
Juízo emitido por	Alunos e professor	Professor	Professor	Professor ou examinador externo
Ação desenvolvida	<i>Feedback</i> para alunos e professor	<i>Feedback</i> introduzido na planificação do ensino	<i>Feedback</i> introduzido na planificação do ensino	Relatórios para os alunos, pais ou outros professores, etc.
Designação	Avaliação para a aprendizagem	Correspondência	Barómetro	Avaliação da aprendizagem

No entanto, na perspetiva advogada por Harlen (2006), coloca-se, segundo Fernandes (2008a), um problema: apesar de ser pacífico aceitar que existe um tipo de avaliação situado entre aquelas duas modalidades, o mesmo não se poderá afirmar a respeito do modo como se deverá proceder para: (1) o investigar; (2) caracterizar os seus propósitos; e (3) identificar as práticas correspondentes.

Ao analisar a perspetiva defendida por Harlen (2006), Fernandes (2008a) comenta, ainda, que, quanto à utilização da avaliação formativa para fins sumativos, a investigadora

vê essa possibilidade, embora sem grande entusiasmo pois, no fundo, argumenta que as avaliações formativas têm problemas vários de validade e de fiabilidade porque são desenvolvidas em contextos muito específicos, faltando-lhes, por isso, consistência para que possam servir propósitos sumativos. Porém, a possibilidade não é completamente posta de lado desde que se faça a distinção entre as evidências de aprendizagem e as interpretações que se fazem a partir delas. Para efeitos de avaliação formativa as evidências são interpretadas localmente, no contexto da sala de aula, e destinam-se a

tomar decisões imediatas que têm a ver com o que fazer a seguir naquele mesmo contexto. Para efeitos de avaliação sumativa as evidências devem ser interpretadas com base em critérios mais gerais, iguais para todos os alunos, tendo em conta que a atribuição de classificações finais deve ser feita da forma mais válida e fiável possível. (Fernandes, 2008a, p. 360)

Já Black (2003) partilha das ideias de Harlen (2006), quando afirma que a avaliação formativa e a sumativa se situam nos dois extremos opostos do espectro configurado pela prática avaliativa na sala de aula. A respeito das três principais funções da avaliação - 1) formativa, para ajudar uma boa aprendizagem; 2) sumativa interna para certificar, fazer progredir; e 3) sumativa externa para prestar contas à sociedade -, o investigador destaca que “enquanto é inevitável algum grau de tensão, também pode haver algumas sinergias” (p. 35), como, por exemplo, a conceção de instrumentos, levada a cabo por peritos, no âmbito da avaliação externa poderá vir a enriquecer as questões usadas pelos professores, no trabalho quotidiano, na sala de aula, que, eventualmente, se consubstanciarão numa avaliação com intenção reguladora das aprendizagens dos alunos.

Também Atkin, Black e Coffey (2001), ao abordar a articulação entre avaliação formativa e sumativa, consideram que a existência da avaliação sumativa externa vem aumentar a tensão, entre aquelas duas modalidades de avaliação, que os professores sentem com muita acuidade e sintetizam, do seguinte modo, alguns pontos-chave (*key points*) para a diminuir:

1. As tensões, entre a avaliação formativa e a sumativa, existem, mas há algumas medidas, através das quais tais tensões podem ser reduzidas. Nomeadamente a diversificação de formas e instrumentos de avaliação, considerando os seus propósitos e a subsequente reflexão sobre os resultados obtidos;
2. Os resultados dos testes devem ser usados adequadamente, isto é, os juízos emitidos não terão outro objetivo senão o de levar os alunos a justificar os resultados obtidos;
3. Um programa de avaliação deve incluir exames referentes a critérios e refletir a qualidade e profundidade do currículo defendido pelas normas;
4. Para responsabilizar os intervenientes no processo, as provas de avaliação externa não devem ser concebidas, em detrimento da aprendizagem, isto é, não podem limitar as atividades curriculares e de ensino;
5. A ação do professor na sala de aula proporciona oportunidades para obter informações que serão úteis, quer na avaliação formativa, quer na sumativa. Estas avaliações devem ser desenvolvidas e exploradas para melhorar as

informações, recolhidas pelos professores, mesmo aquelas que são baseadas no desempenho do aluno e que provêm de testes modelo de papel e lápis;

6. São necessárias mudanças ao nível do sistema para reduzir as tensões entre as avaliações formativa e sumativa. (Atkin, Black & Coffey, 2001, pp. 76-77)

Relativamente à terceira perspetiva da relação entre as duas modalidades de avaliação - dois conceitos distintos, mas complementares -, Fernandes (2008a) considera que será necessário aprofundar as diferenças entre os dois conceitos, para que se possam vir a clarificar “objetos, funções, métodos, processos e produtos de cada uma.” (p. 362). O investigador acrescenta, ainda, que

Desta forma poderão igualmente clarificar-se as suas semelhanças. Porém, [os conceitos] não são dicotómicos porque são emanações do conceito de avaliação na sua aceção mais geral e, nesse sentido, partilham aspetos comuns, tais como a recolha de informação para analisar o que os alunos sabem e são capazes de fazer, a formulação de juízos relativos às suas aprendizagens, a utilização de referenciais comuns ou a necessidade de tomar decisões como consequência das informações obtidas. Poderá ser menos complicado considerá-las como duas dimensões do mesmo constructo mas ainda é necessário um esforço de clarificação que nos ajude a distinguir claramente entre as duas modalidades de avaliação. (p. 362).

Também Perrenoud (1999) defende a coexistência destas duas modalidades, apesar de considerar que é muito difícil conjugar em simultâneo, quer no espaço quer no tempo, a avaliação formativa e sumativa, uma vez que é pressuposto, na primeira, existir transparência e colaboração, enquanto que a segunda pressupõe competição e, inclusivamente, conflito. Acrescenta que o professor, nomeadamente o que prepara os alunos para exame, “tem um papel de *treinador* ao serviço das aprendizagens do aluno que alterna com um papel de juiz ou de árbitro, encarnando o princípio da realidade, ou seja, as exigências do exame final” (Perrenoud, 1999, p.188, destaque no original). Reconhece, contudo, que apesar de não ser fácil desfazer a contradição entre o espírito formativo e o certificativo “ela será tanto mais suportável quanto mais desenvolvermos uma pedagogia diferenciada eficaz” (Perrenoud, 1999, p.192).

Para Shepard (2001), a avaliação, ao nível da sala de aula, é formativa quando se encontra mais orientada para auxiliar o aluno a decidir sobre os novos passos de aprendizagem do que para ajuizar sobre o seu (in)sucesso. Ainda na perspetiva da investigadora, já a avaliação sumativa, sobretudo para os alunos mais velhos, deve também ser uma parte integrante do processo de aprendizagem. Relativamente à articulação entre a avaliação sumativa interna e a externa, a autora defende a existência

de uma compatibilidade substantiva entre dois sistemas de avaliação. No entanto, Shepard (2001) considera que a avaliação sumativa, quer a interna quer a externa, deve ser consistente e de qualidade, isto é, deve estar de acordo com as orientações integradas no currículo e, além disso, tem de implicar os alunos no mesmo tipo de questionamento e na partilha dos critérios de avaliação.

Após a análise todas estas considerações, impõe-se saber de que forma é que será viável concretizar, na prática, a articulação entre estas duas modalidades de avaliação. Porém, tal como é afirmado por Santos (2012, p. 10)

Existem diversas formas de responder à articulação entre avaliação sumativa e formativa, que não nos conduzem a uma resposta clara, pelo menos do ponto de vista de quem tem de concretizar na prática estas duas modalidades de avaliação. Se esta situação não fosse por si só já marcada pela complexidade, acresce ainda a verificação da existência em presença de diversos paradigmas de avaliação que comportam perspetivas teóricas profundamente diferentes do que é ensinar e aprender. Esta questão continua certamente por resolver nos dias de hoje e carece de mais investigação.

De algum modo, as investigações empíricas realizadas em Portugal, nas últimas décadas, neste âmbito, já nos trouxeram alguma evidência sobre a concretização, na prática, destas modalidades de avaliação ainda que não tenha sido objeto de estudo a sua articulação. De facto, nos estudos levados a cabo por Graça (1995), Longle (2008), Martins (1996), Rafael (1998), Varandas (2000) e Véstia (2009), foi abordada a avaliação sumativa. Os resultados destas investigações permitem afirmar que os professores participantes, de um modo geral, consideraram que avaliar é algo complexo e subjetivo, estabelecendo, quase de imediato, uma identificação entre avaliar e classificar. Além disso, os participantes em cada um destes estudos valorizam os testes escritos na atribuição das classificações, apesar de dizerem que também entram com outros aspetos – participação nas aulas, realização de outros trabalhos –, “mas as classificações que atribuem nunca estão muito distantes da média aritmética dos testes”. (Longle, 2008, p. 47). É curioso constatar que os professores, participantes no estudo de Rafael (1998), justificaram o facto de privilegiar as informações recolhidas, através dos testes, com o rigor e a fiabilidade que consideram existir nestes instrumentos, proporcionando, deste modo, dados mais objetivos do que aqueles que são procedentes de outros instrumentos de avaliação. Já no estudo realizado por Varandas (2000), uma das professoras participantes, utilizando os critérios discutidos e aprovados no grupo

disciplinar da sua escola, determina a classificação do aluno através de uma média ponderada. “Assim, 60% da nota depende das classificações dos testes escritos, 25% do trabalho desenvolvido na aula e 15% do trabalho desenvolvido em casa.” (Varandas, 2000, p. 226)

Uma outra questão, relacionada com a problemática de concretizar, na prática, a articulação das duas modalidades de avaliação, prende-se com a seleção dos instrumentos e com a definição de critérios de fiabilidade. De facto,

As práticas de avaliação baseadas na apreciação de uma situação instantânea (por exemplo, os controlos ou exames ‘eliminatórios’) são, portanto, pouco fiáveis e deveriam ser substituídas, se possível, por outras que tivessem em conta o carácter dinâmico do processo de construção de significados e atendessem à sua dimensão temporal. (Coll & Martín, 2001, p. 210)

Apesar de algumas tarefas serem adequadas à observação da evolução dos alunos, por se prolongarem mais no tempo, só permitirão recolher esse tipo de informações se implicarem o domínio de diversos tipos de conhecimento. Coll & Martín (2001, p. 208) acrescentam, ainda, que:

Quando [nós, os professores] planificamos e levamos a cabo uma atividade de avaliação (quaisquer que sejam a sua natureza e características) temos de estar conscientes de que os alunos estão também a atribuir-lhe um sentido; de que este sentido depende, em grande parte, da forma como apresentamos a atividade e de como atuamos no seu desenvolvimento; e de que os resultados da avaliação vão depender, definitivamente, tanto dos significados que eles construíram, e que fomos capazes de suscitar, como do sentido que atribuíram às atividades prévias de ensino e aprendizagem e à própria atividade de avaliação.

A generalidade das investigações realizadas até ao momento em Portugal, no âmbito de teses de mestrado, demonstra a importância concedida, pelos professores, à utilização de testes escritos na avaliação das aprendizagens dos seus alunos:

1. As práticas de avaliação formativa estão longe de fazer parte da vida pedagógica das escolas. A grande maioria dos professores reconhece a sua relevância e importância para ajudar os alunos a aprender, mas utiliza uma diversidade de argumentos que justificam a inconsistência entre as suas conceções e as suas práticas (e.g., falta de formação, necessidade de cumprir o programa) (...)
4. A avaliação tende a ser pouco rigorosa e pouco diversificada. Os testes prevalecem. Foi possível constatar a utilização de formas

alternativas de recolha de informação num reduzido número de casos.

5. A avaliação como medida ou como forma de verificar se os objetivos foram ou não atingidos são as concepções predominantes. Avaliar para aprender ou para melhorar são concepções que apenas uma minoria de professores parece compreender e pôr em prática. (Fernandes, 2009, pp. 89-90)

Já relativamente às investigações realizadas no âmbito de teses de doutoramento, Fernandes (2009) refere que:

Pode dizer-se que os resultados e conclusões das investigações realizadas no âmbito de programas de doutoramento são essencialmente consistentes com os que se encontraram no âmbito dos programas de mestrado. Em todo o caso destacam-se aqui as seguintes:

1. A avaliação das aprendizagens não ocorre de forma contínua e sistemática; a avaliação formativa é pouco frequente e mais baseada na intuição dos professores do que na recolha deliberada e propositada de informação. (...)

3. O objeto de avaliação por excelência é o conhecimento das matérias curriculares avaliado através de testes e outros trabalhos escritos que constituem as estratégias privilegiadas de recolha de informação avaliativa. (Fernandes, 2009, p. 90).

No âmbito dos *significados e valores* subjacentes às decisões classificativas de final de ano letivo, num estudo levado a cabo por Paulo Pais, em 1998, onde foram analisadas as práticas classificativas de quatro professoras de diferentes áreas disciplinares, as conclusões apontaram para a existência de uma “significativa subjetividade na atribuição de classificações, que resulta de uma clara dimensão ética inerente ao processo de avaliação.” (Fernandes, 2005, p. 76).

No entanto, ao aceitar a existência da subjetividade e ao assumir que não é possível eliminá-la, poder-se-á encontrar uma forma de a tentar controlar, procurando descobrir um possível caminho a seguir que poderá ser o de efetuar o confronto entre as diversas subjetividades dos intervenientes no processo de avaliação. (Barbosa *et al.*, 1994).

Avaliar é uma prática social que não pode ser confundida com uma das chamadas ciências exatas e muito menos com uma mera técnica. Por isso mesmo, para que possa ser tão rigorosa quanto possível, para que possa ter a credibilidade que se exige e para que os seus resultados possam ter real significado para todos os envolvidos, é necessário compreender e assumir a sua natureza e os seus aspetos

mais controversos. Penso que, dessa forma, todos ficaremos melhor preparados para fazer da avaliação um processo ao serviço do bem estar das pessoas, das organizações e da própria sociedade. (Fernandes, 2011, p. 84)

Face ao exposto, parece-nos poder concluir que a diversidade de paradigmas de avaliação, que se enquadram em perspetivas teóricas, algumas das quais muito diferentes, torna bastante complexo a análise deste tema e, conseqüentemente, das práticas avaliativas. No entanto, as práticas avaliativas formativas, que ocorrem no dia-a-dia das aulas de Matemática, podem ser de diferente natureza (questionamento oral, *feedback* escrito, autoavaliação, etc), mas, qualquer uma pode refletir intencionalidade, por parte do professor, de regulação das aprendizagens dos alunos e facultar o desenvolvimento da sua capacidade de autorregulação. Além disso, há uma ideia que está subjacente a qualquer uma destas práticas: avaliação ensino e aprendizagem são indissociáveis.

Capítulo III - Metodologia

Opções metodológicas

Um paradigma é, na opinião de Guba e Lincoln (1994), um sistema básico de conceções que um indivíduo detém e que lhe permite perceber o mundo de um determinado modo. Assim, as conceções básicas, que definem um determinado paradigma de investigação, podem ser resumidas a partir das respostas dadas a questões de natureza ontológica (Qual é a natureza da realidade? Haverá uma realidade passível de ser estudada de forma objetiva? O que é que existe que pode ser conhecido?), de natureza epistemológica (Que relação existe entre o sujeito cognoscente e o objeto cognoscível? Como é que o sujeito se relaciona com o conhecimento?) e de natureza metodológica (Que procedimentos são usados, pelo sujeito, para descobrir o que acredita que é possível de ser conhecido?)

As respostas a estes três grupos de questões permitem conceber o acesso ao conhecimento de dois modos distintos – realismo e relativismo. Concordamos com Santos (2000, p. 185), quando afirma

que discutir os paradigmas de investigação em termos de realismo ou relativismo é, em nosso entender, mais claro do que o confronto entre dois tipos de abordagens habitualmente designadas por “investigação quantitativa” e “investigação qualitativa”, uma vez que esta distinção se centra no tipo de tratamento de dados que sugere que o fulcro da questão assenta no tipo de tratamento dos dados.

Consideramos que a realidade é encarada como múltipla, intangível, divergente e holística. Subscrevemos, conseqüentemente, uma perspectiva relativista da realidade, pelo que seguiremos, no estudo que pretendemos realizar, o paradigma interpretativo.

De facto, o paradigma interpretativo interessa-se “pela especificidade do significado e ação na vida social que se desenrola em cenários concretos de interação

face a face, e que tem lugar numa sociedade mais ampla que circunda o cenário da ação” (Erickson, 1986, p. 156).

Tendo presente o objetivo do estudo, optámos pelo *design* de estudo de caso, pois, de acordo com Patton (1990, p. 54), “os estudos de caso são particularmente úteis quando se pretende compreender determinados indivíduos, determinado problema ou uma situação particular, em grande profundidade”. Além disso, trata-se de uma investigação empírica que estuda um fenómeno contemporâneo no seu contexto real e que procura encontrar explicações para questões “como?” e “porquê?” (Yin, 1994). Uma outra justificação, para a opção pelo *design* de estudo de caso, poderá ser encontrada em Schramm (citado por Yin, 1994), quando afirma que “a essência do estudo de caso é iluminar uma decisão ou conjunto de decisões: porque foram tomadas, como foram implementadas e com que resultados” (p. 11). Além disso, como defende Ponte (2006), no estudo de caso, o investigador preocupa-se com a procura daquilo que, nessa situação particular, surge como único e fundamental contribuindo, assim, para uma melhor compreensão dos fenómenos ou situações em análise.

De acordo com Merriam (1988), um “estudo de caso interpretativo”, possui cinco características, consideradas como propriedades essenciais: (1) é particularístico, uma vez que o foco é uma situação, um programa ou um fenómeno particular. Esta é a sua principal característica. Ora, neste estudo, a incidência foi dirigida aos processos e às dinâmicas das práticas das participantes sobre a argumentação matemática de alunos do 11.º ano de escolaridade; (2) é descritivo, pois é apoiado por uma ‘descrição grossa’ (factual, literal e sistemática) do fenómeno em estudo. De facto, no presente estudo, a investigadora relatou com detalhe, quer o contexto, quer as práticas avaliativas das participantes no estudo; (3) é heurístico, porque permite esclarecer a compreensão do fenómeno e proporcionar a descoberta de um novo significado; (4) é indutivo, dado que, na sua maioria, esta modalidade se baseia no raciocínio indutivo, que, neste trabalho, se configurou através de sucessivas reformulações parciais durante a evolução do trabalho, sendo a análise de dados a fazer emergir os conceitos; e (5) é holístico, uma vez que se toma a entidade ou fenómeno em análise como uma totalidade complexa e se procura estudá-la como tal, neste caso, as práticas avaliativas das participantes dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática.

Em síntese, o estudo de caso distingue-se de outros *designs* de investigação por aquilo que Cronbach (1975, citado por Merriam, 1988) designou de *interpretação em*

contexto. O investigador concentra-se num único fenómeno ou entidade (o caso), para desvendar a interação de fatores significativos característicos do mesmo, e faz uma descrição e uma análise intensivas de uma única unidade ou de um sistema limitado. Efetivamente, os estudos de caso interpretativos são indicados se o investigador pretende realizar um estudo para encontrar uma melhor compreensão de um caso específico. Importa acrescentar que não tivemos preocupação com a fidedignidade do estudo, porque se aborda um problema para o qual, num estudo com estas características, não há hipótese de se encontrar uma solução, dada a natureza do saber que se construiu e as influências, já assumidas neste investigação, quer da investigadora, quer da perspetiva teórica (Ponte, 2006). Já o mesmo não podemos afirmar no que diz respeito à validade interna, uma vez que procurámos que as conclusões apresentadas fossem reconhecidas pelas participantes e não se limitassem à liberdade imaginária da investigadora (Ponte, 2006). Procedemos, ainda, à triangulação de dados, procurando, deste modo, compreender o fenómeno em estudo de forma mais aprofundada (Burns, 2000).

No presente estudo, optámos por colocar o foco nas práticas avaliativas das professoras sobre a argumentação matemática dos alunos do 11.º ano de escolaridade, descrevendo, com algum pormenor, o fenómeno em estudo, o que, na nossa perspetiva, permitiria esclarecer e contribuir para a compreensão de tais práticas. Tendo em conta os objetivos da investigação, a nossa opção recaiu sobre dois casos: Laura e Rita, duas das três professoras que se encontravam a lecionar numa mesma escola, durante o ano letivo 2009-2010, Matemática A no 11.º ano de escolaridade.

Consequentemente, logo de início, para cada um dos casos, procurámos, no nosso estudo, proceder a um levantamento das suas conceções e preocupações acerca da avaliação. Tentámos, também, compreender que tipo de expectativas tinham em relação ao projeto. Esta preocupação foi, igualmente, tida em conta já na fase final da investigação, neste momento para averiguar se as expectativas tinham, ou não, sido satisfeitas. Ao longo de todo o estudo, a investigadora pretendeu dar uma atenção particular à participação, no projeto, de cada um dos casos e também à reflexão, levada a cabo, sobre o desenvolvimento de tal projeto. Tendo presentes estas preocupações, foram recolhidos elementos que pudessem vir a contribuir para uma melhor compreensão das práticas avaliativas de cada um dos casos.

Estávamos, no entanto, conscientes de que os valores do investigador exercem influência no processo, tendo em conta que existe dependência derivada do inter-relacionamento sujeito/objeto e, como tal, as questões de ordem ética devem merecer uma especial preocupação, dada a relação de proximidade entre o investigador e os participantes (Creswell, 2012). Assim, nesta investigação, começámos por informar os participantes no estudo acerca dos objetivos pretendidos e dos processos que iriam ser usados ao longo do trabalho. Além disso, e ainda por questões de ordem ética (Fontana & Frey, 1994), foi igualmente assegurado o anonimato de forma a evitar todas as possíveis implicações, para as participantes, decorrentes da publicação do estudo. Foi ainda acordado que daríamos a conhecer versões preliminares dos casos para apreciação das participantes.

Participantes e contexto do estudo

A escolha dos participantes foi orientada por critérios que se prendem com o objetivo da investigação – estudar, em contexto colaborativo, práticas avaliativas dos professores sobre a argumentação matemática dos alunos do ensino secundário, procurando compreender os aspetos que contribuem para a elaboração de tarefas promotoras do desenvolvimento desta capacidade, as dificuldades com que o professor se debate durante o processo de avaliação reguladora, concretizado, em particular, através de escrita avaliativa ou *feedback* dado ao aluno, e os processos de articulação usados pelo professor, entre a avaliação reguladora e a avaliação sumativa. A opção por professores de Matemática A, do 11.º ano de escolaridade, prendeu-se com a intenção de pretender aplicar e avaliar tarefas que proporcionassem o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos. De facto, considerámos que este ano de escolaridade, do Ensino Secundário, seria o mais adequado para levar a cabo este trabalho, (1) uma vez que, da nossa experiência, se tem vindo a inferir que os alunos no 10.º ano de escolaridade, de um modo geral, apresentam muita dificuldade em explicitar, por escrito, os raciocínios desenvolvidos, aquando da realização de uma tarefa. Assim, ao longo do ano, há necessidade de realizar um trabalho continuado, no sentido de desenvolver a capacidade de comunicação escrita. Ora, esta dificuldade acrescida poderia vir a configurar-se como um obstáculo ao desenvolvimento do estudo

e (2) tendo em conta que no final do 12.º ano de escolaridade, os alunos são submetidos a uma prova de avaliação externa – por vezes determinante no seu percurso académico –, também não nos pareceu viável optar por desenvolver o estudo neste último ano de escolaridade, até porque “a pressão exercida pela avaliação externa faz com que os requisitos da avaliação não sejam completamente consistentes com boas práticas de avaliação formativa” (Harlen, 2005, p. 219). Além disso, é no 11.º ano de escolaridade que os alunos estudam o discurso argumentativo, quer na disciplina de Português, quer na de Filosofia, daí poderem estar mais familiarizados com o discurso argumentativo. Como participantes deveriam, então, ser selecionados professores que lecionassem Matemática A no 11.º ano de escolaridade, no ano letivo em que iria ser feita a recolha de dados, de uma mesma escola.

A escolha da escola foi, obviamente, orientada por um critério de conveniência, dada a fácil acessibilidade e a receptividade facultada à investigadora. Essa escola, com cerca de 1600 alunos, está situada nos arredores do Porto. As ofertas educativas vão desde as integradas no Sistema Nacional de Qualificações (os Cursos Profissionais, os Cursos de Educação e Formação, os Cursos de Educação e Formação de Adultos, o Ensino Recorrente no regime modular e o Centro de Reconhecimento Valorização e Validação de Competências) ao ensino regular, do 3º ciclo do Ensino Básico ao Ensino Secundário.

Das três professoras que se encontravam a lecionar, naquela escola e no ano letivo 2009/2010, Matemática A, no 11.º ano de escolaridade, apenas duas manifestaram total disponibilidade para participar no presente estudo. A terceira professora, por razões da sua vida pessoal, não considerou ter disponibilidade de tempo para poder participar. Aliás, exatamente pelas mesmas razões, teve redução de serviço durante aquele ano letivo. Além disso, as duas professoras, participantes no estudo, já tinham anteriormente desenvolvido, com a investigadora, algum hábito de trabalho conjunto.

Considerámos, ainda, que duas professoras seria o número adequado, pois pretendíamos debruçar-nos sobre vários momentos da prática avaliativa de cada uma e, com este número, haveria oportunidade de analisar e compreender, de forma mais aprofundada, as singularidades das práticas avaliativas de cada professora e dos desafios com que se confrontam. Além disso, defendemos, tal como Guimarães (2003), que o recurso a mais do que um caso poderia gerar evidência diversificada e em maior

número, o que possibilitaria, com o confronto entre os dois, a identificação de elementos convergentes ou, pelo contrário, divergentes.

Como já referimos, foi dado a conhecer aos participantes quais os objetivos do estudo e clarificados os papéis que se propunha para cada participante, nomeadamente a conceção e implementação na sala de aula de tarefas que envolvessem argumentação ou demonstração e a elaboração de *feedback* escrito sobre as produções dos alunos, bem como as responsabilidades que caberiam à investigadora. De forma a garantir o anonimato, foi solicitado às participantes que escolhessem-se pseudónimos, tendo a sua opção recaído nas designações Laura e Rita. Após a leitura dos relatos preliminares dos casos, quando questionadas sobre a possibilidade de virem a ser identificadas junto dos colegas, daquela ou de outra escola, as professoras manifestaram a sua total indiferença, pois consideraram que se reviam na interpretação do retrato elaborado pela investigadora.

Também por razões, de natureza ética, isto é, para garantir o anonimato, os nomes verdadeiros dos alunos, que surgem nos extratos dos diálogos de sala de aula, foram substituídos por nomes fictícios.

Tendo presente o propósito do estudo, decidimos proporcionar um espaço de partilha e reflexão sobre o tema a investigar, pelo que, em junho de 2009, foi apresentado um projeto de ação de formação, na modalidade de estágio, ao Conselho Científico-Pedagógico de Formação Contínua. Com esta formação, pretendíamos, essencialmente, que as professoras, em contexto colaborativo, após pesquisa de materiais de apoio para a construção de tarefas que privilegiassem o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos, procedessem à respetiva elaboração e as aplicassem, em ambiente de aula, para, posteriormente, as avaliarem, refletindo, em conjunto, sobre todo o processo. Nesse espaço de reflexão, foram privilegiados os processos de avaliação reguladora, colocando o foco da ação, como já referimos, na aplicação e avaliação de tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos do 11.º ano de Matemática A.

Importa acrescentar que a ideia de apresentar este projeto de formação partiu da necessidade de formação manifestada pela maioria dos professores da área disciplinar de Matemática da escola, incluindo as participantes no estudo, e do interesse da investigadora no desenvolvimento, em contexto colaborativo, do trabalho que nos

propúnhamos realizar. Note-se que, por razões de natureza ética, a investigadora declarou renunciar à remuneração, que lhe seria devida, pela prestação daquele serviço.

Com tal formação pretendíamos, ainda, recompensar as professoras pelo acréscimo de trabalho que a sua participação no estudo iria acarretar. Porém, só no final de abril de 2010, veio, do Conselho Científico-Pedagógico de Formação Contínua, a acreditação daquele projeto de formação. Apesar disso, o estudo já tinha sido iniciado, uma vez que as participantes tinham concordado em desenvolver o projeto do trabalho, mesmo sem que houvesse resposta daquele órgão.

Uma vez que parte da recolha de dados se efetuou em contexto colaborativo, passaremos a clarificar o significado do termo «colaborativo» usado no estudo e a caracterizar o tipo de trabalho desenvolvido naquele contexto. Para tal, recorreremos a alguma da literatura existente, nomeadamente, às opiniões de autores que nos fornecem um conjunto de critérios que permitem distinguir uma verdadeira colaboração de outras modalidades de trabalho conjunto (Boavida & Ponte, 2002; Day, 1999; Fullan & Hargreaves, 2001).

Assim, para Boavida e Ponte (2002), o trabalho colaborativo pressupõe que "os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem" (p. 46). Para Day (1999), "a colaboração envolve negociação cuidadosa, tomada conjunta de decisões, comunicação efetiva e aprendizagem mútua num empreendimento que se foca na promoção do diálogo profissional" (Day, citado por Boavida & Ponte, 2002, p. 47). Fullan e Hargreaves (2001), por sua vez, acrescentam que, numa cultura realmente colaborativa, os professores não necessitam de defender a sua imagem e, além disso, quer os desacordos, que emergem frequentemente, quer as discussões, centradas em objetivos e práticas, são bem aceites no grupo. Assim, o ensino, apesar de pessoal, poderá ser partilhado e analisado pelos restantes elementos do grupo.

Consequentemente, segundo diversos autores, (como por exemplo, Day, 1999; Hargreaves, 1998; e Lafleur & MacFadden, 2001) um dos benefícios do trabalho colaborativo, entendido desta forma, é a possibilidade de desenvolvimento profissional individual para cada um dos participantes. Efetivamente, Fullan e Hargreaves (2001) afirmam que

colaborações eficazes operam no mundo das ideias, analisando criticamente as práticas existentes, procurando melhores alternativas e trabalhando em conjunto, arduamente, para introduzir alterações e avaliar o seu valor. (p. 102)

Importa, contudo, estar consciente de que o trabalho colaborativo não é sinónimo de melhoria na qualidade do trabalho, nem apoia, necessariamente, boas causas (Boavida & Ponte, 2002). No entanto, parece-nos o importante salientar que,

a realização de trabalho colaborativo é uma condição essencial para a melhoria da prática profissional. É através das trocas de ideias e materiais entre professores com afinidades no plano dos seus interesses e perspetivas, ou com problemas e necessidades comuns, que surgem as ideias para a introdução de novas atividades, novos processos ou novos objetivos de trabalho. (Abrantes *et al.*, 1998, p. 57)

Ao optar por trabalhar, neste estudo, em contexto colaborativo, estávamos conscientes de que, como defende Perrenoud (2002), para que a evolução, referida por Abrantes *et al.* (1998), fosse possível, seria necessário encontrar uma dinâmica de trabalho que facultasse o seu desenvolvimento, sendo a confiança um elemento fundamental para que os participantes se pudessem sentir à vontade para questionar abertamente as ideias. Efetivamente,

Aprender a cooperar, a viver em conjunto, não é apenas interiorizar bons sentimentos, também exige competências. Verifica-se isso, por exemplo, quando se convidam os professores a trabalhar em equipa: faltam-lhes, muitas vezes, as competências correspondentes. Ao primeiro conflito, à primeira divergência, cada um se retira para a sua tenda dizendo *Se é assim, volto ao meu domínio*, ou até não dizendo nada... Não se trata de individualismo caracterial, mas mais de uma falta de domínio da cooperação, com a sua parte de conflitos e de jogos de poder (...) Se cada um fosse capaz de fazer ouvir a sua voz e de exprimir a sua diferença, de pôr os problemas como os sente, de dizer *Aquilo não corre bem, quanto a isso não estou de acordo, vamos depressa demais, isso não aceito*, ser-lhe-ia mais fácil colaborar num trabalho de equipa, estaria mais à vontade, menos na defensiva, seria capaz de aceitar que se resolvessem os problemas em vez de fugir logo que as coisas começam a correr mal. (Perrenoud, 2002, p. 109, destaque no original).

Assim, nas reuniões, desenvolvemos uma dinâmica de trabalho que levou a que a maioria das decisões tivesse sido tomada em contexto colaborativo, reconhecendo-se, no entanto, que havia margem de liberdade, específica da personalidade de cada professora, para o desenvolvimento do que iria ser executado na turma, ou seja, em

contexto individual de trabalho. Importa, contudo, esclarecer que, em rigor, a constituição da equipa que desenvolveu o trabalho colaborativo nem sempre foi a mesma. Uma vez que pretendíamos encontrar resposta para as questões: como perspetivam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática? Quais os processos argumentativos que privilegiam (explicação, justificação, formulação e validação ou refutação de conjeturas)? Que tipo de tarefas concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos? Quais as principais dificuldades que antecipam nos alunos e como preveem ajudá-los?, nas ocasiões em que estava a ser selecionada ou discutida a conceção da tarefa, a investigadora procurou não participar na discussão, nem tão pouco exprimir a sua opinião. Assim, nesses momentos, podemos considerar que a equipa foi formada, apenas, pelas duas participantes: Laura e Rita.

O espaço reservado a estas reuniões foi a quarta-feira, ocorrendo, aproximadamente, entre as 14h e as 15h 30 min. e foram todas realizadas num local da escola designado por Clube de Matemática.

A primeira reunião realizou-se no dia 23 de setembro de 2009 e teve por principal objetivo apresentar o projeto de investigação, tendo sido realçado, que, apesar das práticas avaliativas serem objeto de análise, não era nossa intenção emitir juízos de valor sobre tais práticas, mas, apenas, tentar encontrar resposta para as questões de investigação formuladas no estudo. Além disso, ainda nessa sessão, explicitámos os objetivos que pretendíamos atingir no trabalho a desenvolver nas reuniões. A investigadora comprometeu-se, a propósito da análise de dados, a ir dando conhecimento dos diversos produtos que fossem sendo obtidos, invocando, para tal, dois tipos de justificação para esta tomada de decisão. Na sua opinião, por um lado, tratava-se de uma questão de ordem ética e por outro, considerava ser um aspeto que se prendia com a coerência metodológica.

Posto isto, foi acordado que o primeiro passo a dar deveria ser tentar chegar a consenso quanto ao conceito de argumentação matemática, através da análise de documentação sobre o tema e subsequente debate de ideias, uma vez que, posteriormente, iríamos conceber tarefas que, na opinião das professoras, privilegiassem o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos, para, em seguida, após planificação e implementação dessas tarefas em sala de aula, procedermos à avaliação das produções dos alunos.

Naquela primeira sessão ajustámos, ainda, o calendário das reuniões e das aulas observadas, tendo em conta: (1) a proposta da investigadora, (2) a planificação anual, elaborada pelas professoras da escola que lecionavam Matemática A no 11.º ano e aprovada em Conselho Pedagógico; (3) os horários, quer das professoras, quer das duas turmas onde iria decorrer o estudo; (4) o tipo e o número de tarefas a implementar; e (5) o calendário escolar para o ano letivo 2009/10. Após a análise de tais documentos e alguma discussão, ficou acordado o calendário das reuniões que a seguir se apresenta (Quatro 3).

Quadro 3: Reuniões de trabalho colaborativo - calendarização e temas a tratar

Sessão	Assunto	Data
1. ^a	Apresentação do projeto	23 – 09 – 2009
2. ^a	Análise de textos sobre argumentação matemática	07 – 10 – 2009
3. ^a	Conceção tarefa 1	14 – 10 – 2009
4. ^a	Discussão sobre práticas avaliativas com intencionalidade reguladora	21 – 10 – 2009
5. ^a	Análise das produções dos alunos; elaboração dos comentários	28 – 10 – 2009
6. ^a	Análise das produções dos alunos (segunda fase)	04 – 11 – 2009
7. ^a	Conceção tarefa 2	25 – 11 – 2009
8. ^a	Análise das produções dos alunos; elaboração dos comentários	02 – 12 – 2009
9. ^a	Análise dos diferentes elementos de avaliação recolhidos	16 – 12 – 2009
10. ^a	Conceção tarefa 3	06 – 1 – 2010
11. ^a	Análise das produções dos alunos; elaboração dos comentários	20 – 1 – 2010
12. ^a	Análise das produções dos alunos (segunda fase)	27 – 1 – 2010
13. ^a	Conceção tarefa 4	10 – 2 – 2010
14. ^a	Análise das produções dos alunos;	24 – 2 – 2010
15. ^a	Conceção tarefa 5 (a realizar num momento formal de avaliação)	03 – 3 – 2010
16. ^a	Avaliação da tarefa 5	10 – 3 – 2010
17. ^a	Conceção tarefa 6	17 – 3 – 2010
18. ^a	Análise dos diferentes elementos de avaliação recolhidos	25 – 3 – 2010
19. ^a	Análise das produções dos alunos e elaboração segunda fase	21 – 4 – 2010
20. ^a	Análise das produções dos alunos (segunda fase)	05 – 5 – 2010
21. ^a	Conceção tarefa 7 (a realizar num momento formal de avaliação)	12 – 5 – 2010
22. ^a	Avaliação da tarefa 7	26 – 5 – 2010
23. ^a	Análise dos diferentes elementos de avaliação recolhidos	02 – 6 – 2010

Já na segunda reunião, efetuada em 7 de outubro de 2009, procurámos discutir e refletir sobre o significado de argumentação matemática, de modo a ser possível construir um significado partilhado entre o grupo. Para tal, foram analisados dois textos relativos à argumentação matemática: "Argumentação e Demonstração no Contexto da Formação Inicial de Professores" (Fernandes & Fonseca, 2004) e "Argumentação em Matemática" (Boavida *et al.*, 2008).

Ficou, ainda, acordado que as tarefas a implementar deveriam integrar os diferentes tópicos matemáticos abordados durante o ano letivo. Além disso, e apesar de considerarmos que, tal como era referido num dos textos, os alunos, de um modo geral, costumam revelar grandes dificuldades, em Matemática, na produção de argumentos válidos, considerámos que uma abordagem que tivesse em conta o conhecimento das dificuldades e conceções dos alunos e que facultasse a vivência de situações de aprendizagem permitiria, ao aluno, desenvolver aquela capacidade, nomeadamente, realizando ações encadeadas, com diversos objetos, de modo a explicar ou justificar uma afirmação e a formular, validar ou refutar conjecturas.

As reuniões seguintes, como podemos inferir da análise do Quadro 4, foram dedicadas à (1) construção de sete tarefas (anexos 6 a 12); (2) elaboração dos comentários formativos a dar às produções dos alunos; e (3) análise das informações recolhidas pelas professoras, tendo em vista tentar compreender como efetuaram a articulação entre avaliação formativa e sumativa.

Naquelas reuniões foi construído, pelas professoras, um total de sete tarefas. Relativamente à função que as participantes lhe atribuíram, no que diz respeito à avaliação, só duas se configuraram como momentos formais de avaliação e no que concerne à sua origem, podemos constatar que as três primeiras são já conhecidas, pois foram retiradas ou adaptadas a partir de outras incluídas em manuais escolares ou em exames, realizados a nível nacional, de Matemática A do 12.º ano de escolaridade. No entanto, as professoras selecionaram tais tarefas tendo como critério a prossecução dos objetivos previamente definidos. Já as outras quatro tarefas são originais, pois foram concebidas, pelas participantes, sem recurso a qualquer adaptação de outra já existente (Quadro 4).

Quadro 4: Momentos de aplicação e origem das tarefas

Tarefas	Momento de aplicação		Referência à sua origem
	Não formal	Formal	
1	x		Retirada do manual XEQMAT para o 11.º ano.
2	x		Adaptada a partir de uma questão retirada do Exame Nacional 12.º ano Matemática (435) de 2003, 1.ª fase e 1.ª chamada
3	x		Adaptada a partir de uma questão retirada do manual Espaço 11
4	x		Concebida pelas participantes
5		x	Concebida pelas participantes
6	x		Concebida pelas participantes
7		x	Concebida pelas participantes

Nessas reuniões, para além de terem sido concebidas e elaboradas as tarefas, foram analisados e discutidos comentários formativos, registados ou a registar, nas produções dos alunos, após a aplicação dessas tarefas em ambiente de sala de aula, pelo que, procedemos, também, à observação de aulas, apoiada por um guião (anexo 2).

As reuniões de trabalho conjunto, realizadas ao longo de todo o ano letivo de 2009/10, perfizeram um total de vinte e três — nove no 1.º período, nove no 2.º e cinco no 3.º período.

Recolha de dados

O processo de recolha de dados teve início em setembro de 2009, tendo sido antecedido por um pedido de autorização (anexo 1) da investigadora dirigido ao Diretor da escola.

Para instrumentos de recolha de dados foram usadas a observação (reuniões de trabalho conjunto e aulas), a entrevista semiestruturada e a recolha documental, uma vez que, tratando-se de estudo de caso, a principal força do estudo advém da capacidade de lidar com grande diversidade de evidência (Yin, 1994). Também Merriam (1988) aconselha que, nos estudos de caso interpretativos, sejam utilizadas entrevistas, observações diretas e recolha documental – técnicas que são usualmente utilizadas por

investigadores que seguem um paradigma interpretativo (Goetz & LeCompte, 1984; Stake, 1994). De facto, recolher evidências provenientes de diversas fontes possibilita a confrontação dessa informação, ou seja, a triangulação, como é sugerido por Erickson (1986).

Observação. A observação, na opinião de Guimarães (2003), é um ato intencional e deve ser conduzida de forma sistemática, permitindo “uma proximidade continuada no tempo com os fenómenos a estudar” (Santos, 2000, p. 209). Além disso, como refere a mesma autora, a confiança que, ao longo do estudo, se deverá estabelecer entre investigador e participantes facultará, ao investigador, uma melhor interpretação da forma como os participantes percebem a realidade. O investigador será, conseqüentemente, o principal instrumento na recolha de dados. Assim, segundo Johnson e Onwuegbuzie (2004), o investigador deverá estar atento a eventuais enviesamentos e às alterações, cuja introdução poderá ser necessária levar a cabo no decurso da investigação.

Como defende Patton (1990), existe um *continuum* não só relativamente ao papel do observador (poderá ser desde o observador não participar em qualquer atividade até ao seu total envolvimento com a instituição), como à duração da observação (de uma hora a anos), ou ao foco do que vai ser observado (poderá ir de, apenas, um único elemento até a uma visão holística) - se a intenção da observação é focalizar um aspeto particular de uma realidade, neste trabalho especificamente as práticas avaliativas, a imersão na sala de aula torna-se obrigatória -, ou, inclusivamente, à comunicação, do objetivo do estudo, aos participantes (poderá ir desde o total conhecimento até à falsa explicação). Porém, como Merriam (1988) sublinha, os extremos desse *continuum* raramente existem em estudos de caso. Importa, ainda, referir que, tanto Bogdan e Biklen (1994) como Merriam (1988) elegem a observação participante como o melhor processo de recolha de dados em estudos de caso. No entanto, Merriam (1988) distingue dois tipos de observação participante, de acordo com o grau de envolvimento do observador com os observados: o *participante como observador* e o *observador como participante*. De facto, segundo a autora, quando a abordagem ao sistema de recolha de observações é descritivo, - feito a partir de notas de campo e gravações áudio, frequentemente utilizados, pela investigadora durante todo o processo de recolha de dados, o papel do observador tende para o de *participante como*

observador dado que as atividades de observação são de certa forma subordinadas ao seu próprio papel como participante. Se a participação da investigadora é secundária, durante a recolha de dados, o tipo de observação aproximar-se-á mais *observador como participante*.

Ora, neste estudo, a investigadora foi observadora participante, pois os objetivos do estudo são do conhecimento dos participantes e a investigadora interagiu com os intervenientes no estudo, estabelecendo-se uma relação colaborativa entre cada professora e a investigadora. Importa referir que a observação se realizou em dois contextos diferentes – coletivo e individual – reuniões e aulas. De acordo com a classificação de Merriam (1988), o papel da investigadora, no contexto aulas, aproximou-se mais da do *observador como participante*, uma vez que as professoras conheciam aquilo que pretendíamos quando procedíamos à observação, enquanto que no outro contexto, reuniões, o papel do observador aproximou-se do de *participante como observador*, pois as atividades de observação foram, de certa forma, subordinadas ao seu papel de participante, isto é, a observadora podia interagir com os observados, pese embora nas reuniões onde eram discutidas as tarefas a investigadora tinha um papel muito passivo.

Além disso, com a observação, quer das aulas, quer das reuniões, esperávamos, ainda, conseguir complementar informação, recolhida através das entrevistas, acerca da conceção sobre avaliação, de cada um dos casos, e averiguar até que pouco, durante o estudo, tal conceção sofreu evolução.

As vinte e três reuniões foram todas registadas, em áudio, e, posteriormente, transcritas na íntegra, tendo, ainda, sido registadas, pela investigadora, notas de campo. A observação das aulas, orientada por um guião (anexo 2), incidiu sobre aquelas em que: (1) os alunos realizaram a primeira fase da tarefa, para compreender qual o papel do professor e (2) foram entregues, aos alunos, as suas produções já comentadas pelo professor e realizada a segunda fase da tarefa. O nosso objetivo era compreender se o professor teve necessidade de complementar o *feedback* escrito dado ao aluno e, em caso afirmativo, de que modo procedeu para o auxiliar a interpretar a informação dada sob a forma escrita.

Assim, definimos a calendarização das aulas observadas, de cada uma das participantes, onde decorreu a realização da 1.^a fase de cada tarefa (nalguns casos, fase única), que se encontra indicada no Quadro 5.

Quadro 5: Calendário de recolha de dados (Observação de aulas – 1.^a fase da tarefa)

Aula observada	Observação relativa ao papel do professor, aquando da realização da primeira fase da tarefa	Data
1. ^a	tarefa 1	26 – 10 – 2009
2. ^a	tarefa 2	30 – 11 – 2009
3. ^a	tarefa 3	11 – 01 – 2010
4. ^a	tarefa 4	22 – 02 – 2010
5. ^a	tarefa 5	8 – 03 – 2010
6. ^a	tarefa 6	19 – 04 – 2010
7. ^a	tarefa 7	17 – 05 – 2010

Já a calendarização das aulas observadas, em que os alunos desenvolveram a segunda fase da tarefa (num total de quatro), foi igualmente discutida e negociada e encontra-se explicitada no quadro 6.

Quadro 6: Calendário de recolha de dados (Observação de aulas - 2.^a fase da tarefa)

Aula observada	Observação relativa à possível necessidade de complementar o <i>feedback</i> escrito dado ao aluno na primeira fase da tarefa	Data
1. ^a	tarefa 1	02 – 11 – 2009
2. ^a	tarefa 2	16 – 12 – 2009
3. ^a	tarefa 3	25 – 01 – 2010
4. ^a	tarefa 6	03 – 05 – 2010

Importa acrescentar que, em virtude dos horários das turmas, a observação de cada uma das onze aulas, para cada uma das turmas, foi realizada no mesmo dia, mas, obviamente, em horários diferentes, isto é, por exemplo a observação, realizada a 26 de outubro de 2009, teve início às 8h 30 min na turma da professora Rita e às 12h 30 min na turma de Laura.

Os alunos não pareceram revelar sinais de perturbação gerados pela presença da investigadora. Para tal, terá contribuído, provavelmente, a intervenção das professoras. De facto, antes da primeira aula observada, em 26 de outubro de 2009, os alunos já

tinham sido informados de que, nalgumas aulas, ao longo daquele ano letivo, iria estar, na sala, mais uma professora, que se encontrava a realizar um trabalho de investigação. Também as professoras manifestaram grande à vontade nas aulas observadas, não mostrando qualquer tipo de constrangimento face à situação. O facto de haver, naquela escola, já algum hábito de assessoria, nas aulas de Matemática, na sequência da implementação do Plano da Matemática (PM), poderá servir de justificação para tal constatação.

Na observação, quer das reuniões, quer das aulas, recorreremos, também, ao registo de notas de campo, pois, segundo Bogdan e Biklen (1994), estes registos permitem, por um lado, descrever a imagem, captada pelo investigador, do local, das pessoas, das ações e dos diálogos observados e, por outro, facultam a reflexão sobre o que foi observado pelo investigador, isto é, o registo das notas de campo têm dois propósitos: (1) descrever a imagem, captada pelo investigador, do local, das pessoas, das ações e dos diálogos observados e (2) refletir sobre o que foi observado pelo investigador. Assim, as notas de campo mais descritivas podem englobar: relatos dos indivíduos observados, reconstruções do diálogo, descrição do espaço físico, relatos de acontecimentos particulares, descrição de atividades e, mesmo, aspetos relativos aos comportamentos do próprio investigador. Já as notas de campo, com propósito mais reflexivo, contêm registos que refletem um diálogo mais pessoal; a ênfase é colocada nos sentimentos, nas ideias, nas impressões que o investigador experienciou durante aquela ação. O objetivo desta reflexão realizada pelo investigador é, também, melhorar as suas próprias notas.

Em síntese, o campo de observação é bastante amplo e o registo de notas de campo é importante não só como memória auxiliar do investigador, mas também porque pode orientar a condução do estudo e, além disso, dar maior autenticidade ao seu trabalho.

Entrevista. A entrevista, uma outra técnica de recolha de dados, consiste em conversas orais, individuais ou em grupo. Segundo Fontana e Frey (1994) existem três grandes tipos de entrevista: (1) estruturada, com questões pré-estabelecidas, com uma ordem fixa, com categorias de respostas, com perguntas abertas ou fechadas e de fácil quantificação dos resultados; (2) não estruturada, com maior flexibilidade e liberdade e

(3) semiestruturada, com um planeamento prévio de questões, adaptável às características dos entrevistados.

Uma vez que pretendíamos compreender qual a conceção que cada professora tinha das suas práticas avaliativas e, também, recolher a opinião das professoras sobre a existência, ou não, de alteração daquela conceção, decidimos recorrer, conjuntamente, a entrevistas, pois, de acordo com Bruner (1997), se se pretende identificar conceções dos intervenientes num estudo, o *dizer* e o *fazer* constituem uma unidade indissociável. Assim, para complementar a informação recolhida através da observação (na observação de aulas, consideramos o *fazer*), optámos pela realização de duas entrevistas (considerando, assim, o *dizer* e o *dizer sobre o fazer*). Para cada professora, a primeira entrevista foi realizada, no início do estudo e a segunda decorreu no final de junho de 2010.

Estas entrevistas foram semiestruturadas (Fontana & Frey, 1994; Patton, 1990), pois, segundo Goetz e LeCompte (1984), são especialmente adequadas a análises de tipo qualitativo. Pressupõem, contudo, a elaboração prévia de um guião orientador (anexos 3 e 17) e são caracterizadas por permitirem flexibilidade na ordem das questões e na emergência de questões novas, durante a realização da entrevista, o que propicia um ambiente natural de conversa, sem que o investigador deixe, no entanto, de fazer uma recolha sistemática de dados. As entrevistas foram todas realizadas na escola, numa sala designada por “Clube de Matemática”. Cada uma durou cerca de hora e meia e foi gravada em áudio e, posteriormente, transcrita na íntegra.

Recolha documental. Merriam (2001) optou pelo termo *documento* para designar uma vasta gama de materiais escritos, visuais e físicos relevantes para um estudo. Na opinião da autora, documentos pessoais são uma fonte de dados acerca das atitudes e crenças das pessoas, bem como da sua visão do mundo. No entanto, dado o ser carácter muito subjetivo, podem não retratar fielmente uma situação, muito embora reflitam a perspetiva dos participantes, o que, em muitas das investigações qualitativas, constitui o seu principal propósito. Neste estudo, o recurso a tal técnica permitiu complementar informações recolhidas por outros procedimentos e fontes. Efetivamente, pretendíamos, com estes novos dados, clarificar conceitos ou ideias que emergiram com a aplicação das outras técnicas referidas anteriormente.

Assim, a recolha documental recaiu sobre diversos documentos curriculares, nomeadamente, (1) os critérios de avaliação, elaborados pelos professores da área disciplinar e aprovados em Conselho Pedagógico; (2) a planificação de práticas avaliativas; (3) folhas de registo dos participantes, com dados relativos à avaliação dos alunos; e (4) tarefas realizadas pelos alunos e comentadas pelo professor.

Para termos uma perceção global do processo de recolha de dados, levado a cabo neste estudo, apresentamos, de seguida, um esquema síntese (Quadro 7).

Quadro 7: Esquema síntese de articulação das questões de investigação com a recolha de dados

Técnica de recolha de dados	Fonte de recolha de dados	Questão de investigação
Observação	Reuniões de trabalho conjunto com as professoras	1. , 2. e 4.
	Aulas nas quais foram implementadas tarefas dirigidas à argumentação matemática (1. ^a ou 2. ^a fase)	2. , 3. e 4.
Entrevista	Professoras	2. e 3.
Recolha documental	Material pedagógico (planificações, critérios de avaliação, produções comentadas, folhas de registo com dados relativos à avaliação)	1. , 2. , 3. e 4.

Análise de dados

Segundo Lessard-Hébert Goyette e Boutin (1994), o modelo topológico que representa o sistema de uma investigação científica articula-se segundo quatro pólos (epistemológico, teórico, morfológico e técnico), cuja interação configura o aspeto dinâmico da investigação. A análise e a interpretação de dados são duas operações que se inserem, fundamentalmente, no pólo teórico, embora possam também ser

enquadradas, em parte, no pólo morfológico. A análise de dados qualitativos é o processo de procura e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo (descritivas ou reflexivas) e de outros materiais, realizado pelo investigador, com o objetivo de aumentar a compreensão desses mesmos materiais e de permitir apresentar aos outros o que descobriu.

Assim, a análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspetos mais importantes e, ainda, a decisão sobre o que vai ser apresentado aos outros. Em síntese, a análise tem como objetivo interpretar todo o material recolhido, para lhe dar sentido e poder ser comunicado, de forma clara e organizada, a outros elementos da comunidade.

Miles e Huberman (1984) apresentam um modelo interativo de análise de dados na investigação qualitativa, que consiste em três componentes de atividades concorrentes: (1) a redução dos dados; (2) a sua apresentação e (3) a formulação de conclusões/verificação. A análise qualitativa é cíclica e interativa, pois implica um vaivém entre as diferentes componentes. Por exemplo, a recolha e a análise podem ser realizadas em sintonia, podendo, inclusivamente, uma ser reformulada em função da outra.

Neste estudo, optámos pelo modelo proposto por Huberman e Miles (1994). Tendo sido iniciada a recolha de dados em setembro de 2009, tínhamos previsto começar com o primeiro nível de análise, que prosseguiria para o segundo, e que terminaria, apenas, após a conclusão da recolha de dados. No primeiro nível de análise, a organização dos dados teve subjacente o problema em estudo, os pressupostos teóricos e o trabalho empírico desenvolvido. Já o segundo nível consistiu na codificação (Goetz & Le Compte, 1984) e seleção dos dados, que considerámos mais significativos, de cada unidade de análise e na respetiva organização em categorias. Como já referimos, após o segundo nível de análise, que conduziria à organização e sintetização dos dados, seguir-se-ia a formulação de conclusões, que poderia levar a uma nova recolha de dados, iniciando-se de novo o processo. Apesar da nossa preocupação em seguir as recomendações de Huberman e Miles (1994), temos que admitir que, durante todo o trabalho de campo, a recolha de dados foi dominante relativamente à sua análise. Por esta razão, consideramos que utilizámos um modelo não exclusivamente interativo, mas também não sequencial. O modelo utilizado neste estudo foi, tal como no levado a cabo por Santos (2000),

intermédio entre o sequencial e o interativo, tendo havido uma sobreposição parcial entre a recolha e a análise de dados. Numa primeira fase, a recolha de dados tomou uma expressão mais significativa em comparação com o processo de análise, invertendo-se numa segunda fase os respetivos papéis (Santos, 2000, p. 223).

Efetivamente, após a primeira fase da recolha de dados, a análise ganhou profundidade. Elaborámos, para cada uma das reuniões, um relatório pormenorizado que pretendia articular as informações obtidas nas primeiras leituras das transcrições das gravações áudio com as notas de campo resultantes da observação das reuniões. Simultaneamente, fomos analisando esses relatos e procedemos a uma análise mais fina dos registos, focando a atenção nos processos argumentativos valorizados por cada uma das participantes na conceção das tarefas, nas dificuldades esperadas, igualmente por cada participante, aquando da implementação, na sala de aula, da tarefa que estava a ser concebida (categorias *a priori*) e nas estratégias delineadas para a superação de tais dificuldades previstas (categorias *a posteriori*).

À análise das transcrições das gravações áudio das reuniões seguiu-se, com procedimento semelhante, a análise dos registos de observação das aulas de cada uma das professoras, das transcrições relativas às entrevistas e da análise dos documentos.

Foram, assim, redigidos onze relatórios, para cada professora, correspondentes aos dados registados na observação de cada uma das aulas. Cada relatório integrava os dados recolhidos, através das notas de campo registadas durante a observação das aulas, que, em alguns casos, incluía a transcrição de diálogos entre professora e aluno a propósito, sobretudo, da interpretação dos comentários registados pela professora durante a realização da segunda fase das tarefas. Importa ainda referir que, em tais transcrições, por razões de natureza ética, os verdadeiros nomes dos alunos foram substituídos por nomes fictícios.

Após esta categorização prévia, a investigadora elaborou uma tabela, para proceder à construção de um primeiro caso (Laura), onde foram registadas, de acordo com as unidades de análise e categorias definidas, as informações relevantes (excertos retirados dos relatórios, das transcrições ou das notas de campo) para a estruturação do caso. Importa, contudo, referir que esta primeira categorização constituiu-se como um sistema aberto, possibilitando, assim, o refinamento da análise de dados. Efetivamente, a investigadora, após a construção da tabela, procedeu à leitura integral dos diversos registos até então elaborados, assinalando os excertos que pareciam mais significativos

e dando especial atenção às ideias sugeridas pelos dados para proceder ao refinamento da categorização estabelecida até então. Para tornar mais eficaz o registo das informações, na tabela, recorreremos a um processo simples de codificação (Quadro 8) que consistiu na: (1) identificação da técnica de recolha de dados utilizada; e (2) indicação da página em que se encontrava a transcrição. Além disso, na tabela, foram registadas palavras-chave que nos chamavam a atenção para o respetivo trecho das falas das professoras ou da nota de campo elaborada. A construção desta tabela permitiu, de uma forma prática, sistematizar as ideias, apesar de não dispensar a leitura integral das transcrições e das notas de campo.

Já numa fase avançada da análise de dados, procedemos ao relato do primeiro caso (Laura), tendo a sua escrita sido estruturada de acordo com as unidades de análise e categorias definidas. Para simplificação de escrita foram usadas algumas siglas, que a seguir se apresentam (Quadro 8).

Quadro 8: Codificação das siglas utilizadas

Técnica	Identificação de ...	Código utilizado	Exemplo		
Entrevista	Entrevista	E	ER1,7 (Primeira entrevista à Rita, página 7)		
	Entrevistado	R – Rita L - Laura			
	Número da entrevista	1, 2			
	Número de página	1 ou 2 ...			
Observação	Reunião	Reunião	OR21out, 3 (Reunião realizada a 21 de outubro, transcrição na página 3)		
		Data de realização		Dia mês	
		Número de página da transcrição		1 ou 2 ...	
	Aula	Aula		OA2maio, 5, 0, 8 (Aula observada, em 2 de maio, tarefa 5, de fase única, página 8)	
		Número da tarefa			1, 2, ... 7
		Tipo da tarefa			0 – única fase 1 - 1ª fase 2 - 2ª fase

	Número de página da transcrição	1 ou 2 ...	
Recolha documental	Tipo de documento	<p>P - Planificações</p> <p>FR – Ficha de reflexão</p> <p>CA - critérios de avaliação</p> <p>PAC - produções dos alunos comentadas</p> <p>RAL - registo de avaliação elaborado pela professora Laura</p> <p>RAR - registo de avaliação elaborado pela professora Rita</p>	<p>PAC, 2maio, 1</p> <p>(Produção de um aluno comentada na aula observada, em 2 de maio, página 1)</p>

Categorização. Tendo em conta o objetivo do estudo, considerámos, *a priori*, duas unidades de análise – tarefas dirigidas à argumentação matemática e as práticas avaliativas das professoras. Relativamente à primeira, considerámos, *a priori*, três categorias modeladas, obviamente, pelas questões de investigação: (1) processos argumentativos valorizados pelas professoras; (2) dificuldades esperadas pelas professoras aquando da exploração, da tarefa, por parte dos alunos; e (3) estratégias de superação previamente delineadas pelas professoras. Dentro da primeira categoria, definimos quatro subcategorias de análise: (1) explicação; (2) justificação; (3) formulação de conjeturas; e (4) validação ou refutação de conjeturas. Esta categorização foi definida, *a priori*, de modo a destacar o processo matemático valorizado, por cada professora, aquando da conceção de tarefas dirigidas à argumentação matemática. Importa referir que estas categorias foram provenientes da revisão de literatura realizada (Balacheff, 1998; Pedemonte, 2002). Já dentro da segunda categoria - dificuldades esperadas pelas professoras aquando da exploração, da tarefa, por parte dos alunos -, considerámos, as quatro subcategorias seguintes: (1) interpretação do enunciado; (2) identificação dos dados e da tese; (3) descoberta da lei de passagem; (4) competência escrita; e (5) tópicos matemáticos abordados. As três primeiras subcategorias foram definidas *a priori* e decorreram da revisão de literatura, nomeadamente da análise do

nomeadamente da análise do esquema proposto por Toulmim (1993). Já as duas últimas foram definidas *a posteriori* e determinadas pela análise dos dados.

Relativamente à terceira categoria – estratégias de superação previamente delineadas pelas professoras –, considerámos, *a posteriori*, quatro subcategorias: (1) recurso ao *feedback*; (2) a aplicação da ficha de reflexão elaborada pelas professoras e apresentada aos alunos, após a entrega das tarefas já comentadas; (3) partilha, com os alunos, dos critérios de sucesso da tarefa; (4) planificação da segunda fase e (5) aula promotora da autorregulação. A fim de dar alguma inteligibilidade ao significado de "ficha de reflexão", importa referir que, desde 1998 e na sequência dos conhecimentos adquiridos num ProfMat, alguns professores de Matemática, da escola onde decorreu o estudo, após a realização, por parte dos alunos, de uma qualquer tarefa de avaliação, têm vindo a aplicar uma ficha de reflexão, cuja principal finalidade é promover a reflexão do aluno sobre as aprendizagens realizadas, facultando, também, a deteção de possíveis causas responsáveis pelo insucesso do seu desempenho em tal tarefa. Trata-se de um instrumento que, ao longo dos anos, tem vindo a sofrer diversas alterações, de acordo, não só com o tipo de tarefa proposto, mas também com os objetivos do professor que a vai utilizar. Neste caso, a ficha foi adaptada, pelas participantes, a fim de se adequar aos objetivos definidos para as tarefas, apresentadas aos alunos, incluídas no estudo. O documento utilizado encontra-se no anexo 14.

Integradas na segunda unidade de análise, considerámos, *a priori*, duas categorias: (1) concretização das estratégias de superação delineadas; e (2) articulação entre a avaliação formativa e sumativa. Dentro da categoria “concretização das estratégias de superação delineadas”, considerámos a subcategoria *feedback* escrito distinguindo, tal como Semana (2008), as subcategorias seguintes: *foco*; *natureza*; *tratamento do erro*; *forma sintática*; e *dimensão*, que, obviamente, se encontram, ainda, subdivididas, tal como se encontra já registado no Capítulo II – Fundamentação teórica. De facto, o *foco* está subdividido em quatro subcategorias: (1) aluno; (2) produto; (3) processo; e (4) autorregulação. Ao optar por incluir este tipo de *feedback* naquela subcategoria, tivemos em atenção o que é defendido por Hattie e Timperley (2007). De facto, para os autores, quando o *feedback* se centra no processamento de informação ou nos processos de aprendizagem necessários para a compreensão de uma tarefa e poderá ser utilizado, pelo aluno, para realizar ou melhorar o desempenho numa determinada tarefa, a incidência do comentário deverá ser considerada como sobre o *processo*.

Já a *natureza* encontra-se subdividida em cinco: (1) formula juízos de valor; (2) chama a atenção; (3) incentiva a reflexão; (4) dá pistas; e (5) incentiva a reflexão e dá pistas. Também a terceira subcategoria – *tratamento do erro* –, é subdividida em quatro: (1) assinala e corrige; (2) assinala, mas não corrige; (3) não assinala, mas estimula a correção; e (4) incentiva a completar/melhorar. No que diz respeito à categoria *forma sintática*, são consideradas quatro: (1) simbólica; (2) afirmativa; (3) interrogativa; (4) interrogativa e afirmativa. Por último, na *dimensão*, as subdivisões, usadas por Semana (2008) e que também foram consideradas neste trabalho, são as seguintes: (1) curto; (2) médio; e (3) longo.

Relativamente às subcategorias que serviram de suporte à análise da reação, do aluno, ao *feedback* escrito, foram constituídas três divisões: (1) o aluno ignora o *feedback* dado; (2) o aluno utiliza o *feedback*, mas não melhora a sua produção na segunda fase da tarefa; e (3) o aluno utiliza o *feedback* e melhora a sua produção na segunda fase da tarefa.

Importa referir que a investigadora, depois de ter contabilizado as reações dos alunos, para cada tarefa de duas fases e para todos os alunos de cada uma das professoras, determinou a percentagem correspondente e elaborou um quadro para cada participante, para, mais facilmente, se poder aperceber da reação dos alunos ao *feedback* registado pela participante. Além disso, a investigadora teve, ainda, em conta os registos elaborados pelas docentes, relativamente à evolução, de cada aluno, da 1.^a para a segunda fase, que figuravam nas grelhas preenchidas pelas professoras.

Finalmente, em relação à categoria “Articulação entre a avaliação formativa e sumativa”, considerámos: (1) há integração, no processo de avaliação sumativa dos alunos, da análise baseada na avaliação formativa; e (2) não há integração, no processo de avaliação dos alunos, da análise baseada na avaliação formativa.

Quadro 9: Categorias criadas ao longo das fases de recolha de dados

Unidades de análise	Categorias	Subcategorias			
Tarefas dirigidas à argumentação	Processos argumentativos valorizados	explicação			
		justificação			
		formulação de conjeturas			
		validação ou refutação de conjeturas			
	Dificuldades esperadas	interpretação do enunciado			
		identificação dos dados e da tese			
		descoberta da lei de passagem			
		competência escrita			
		tópicos matemáticos abordados			
	Estratégias de superação delineadas	<i>feedback</i>			
		ficha de reflexão			
		partilha dos critérios de sucesso			
		segunda fase da tarefa			
		aula promotora da autorregulação			
	Práticas avaliativas das professoras	Concretização das estratégias de superação delineadas	Feedback escrito	Registado pela professora	foco
natureza do erro					
forma sintática					
tratamento do erro					
dimensão					
Reação do aluno			ignora		
			utiliza e melhora		
			utiliza e não melhora		
Articulação entre a avaliação formativa e sumativa			ficha de reflexão		
			partilha dos critérios de sucesso		
		aula promotora da autorregulação			
		há integração, no processo de avaliação sumativa dos alunos, da análise baseada na avaliação formativa			
não há integração, no processo de avaliação sumativa dos alunos, da análise baseada na avaliação formativa					

Capítulo IV - A professora Laura

O caso da professora Laura está estruturado em três secções: (1) Apresentação; (2) Planificação das aulas dirigidas à argumentação; e (3) Estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão. Enquanto que na primeira procedemos à apresentação da professora, destacando os marcos fundamentais do seu percurso profissional, a visão da profissão e as conceções, no início do estudo, sobre argumentação e avaliação, na secção seguinte analisamos, para cada uma das tarefas incluídas no estudo e apresentadas aos alunos, o processo, ou processos, matemático valorizado, por Laura, na conceção dessas tarefas, as dificuldades esperadas e as estratégias de superação delineadas aquando da planificação. Finalmente, na terceira secção, pretendemos dar conta das práticas avaliativas de Laura, quer formativas, quer sumativas, e o modo como Laura estabelece a articulação entre as duas.

Apresentação

Breve retrato

Laura tem pouco menos de 50 anos de idade, é casada e tem um filho. Tem um ar sereno, não é muito extrovertida, mas simpática, apesar de revelar alguma timidez. Usa roupa muito discreta e informal, mas, quando chega à escola, veste, de imediato, uma bata branca, que só despe quando acaba as aulas. Trata-se de uma peculiaridade, que, atualmente, já não é muito comum na nossa realidade.

Diz ter tido sempre uma boa relação com a Matemática. Enquanto aluna do ensino não superior, a sua relação com a Matemática foi, como refere, "excelente. Sempre gostei muito [de Matemática]!" (EL1, 1).

Percurso académico e profissional

Laura completou os ensinos básico e secundário sem incidentes:

No ensino básico e secundário, pronto, correu sempre tudo muito bem e era a lei do menor esforço para conseguir as notas mínimas..., que no fundo não eram mínimas. (EL1, 2)

Frequentou a Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, onde conclui o curso de Matemática (ramo educacional). No entanto, na faculdade, o seu trajeto académico não foi linear, houve algumas interrupções, pelas quais ainda hoje parece culpabilizar-se:

A nível de... da faculdade, a nível universitário, aí correu mesmo mal, porque eu pensei que não precisava de estudar como era no ensino secundário e depois houve uma certa repulsa em relação à faculdade. E então, era: fazer... parar; fazer... parar, porque... mas como eu achava que não tinha falta de capacidades, era mesmo falta de vontade e de trabalho. Sempre me recusei a deixar a Faculdade de Ciências do Porto, para ingressar numa outra, porque eu era capaz! E, de facto, fui! Mas reconheço que agi muito mal e estou a pagar por isso. (EL1, 2)

Da análise deste episódio, relatado por Laura, parece ser possível inferir, ainda, que a tenacidade é uma das suas características pessoais.

Lamenta o facto de, na formação inicial, relativamente à Didática da Matemática, não ter tido qualquer preparação:

A nível da Didática da Matemática, aquilo que fui aprendendo, foi com a prática! No curso não tive nenhuma cadeira... Havia uma cadeira que se chamava ... Mas não era... Tinha uma cadeira de pedagogia, mas o que dei, foi, de facto, Geometria. (EL1, 3)

No ano letivo 2009/10, Laura completa 21 anos de serviço, dezasseis dos quais exercidos na escola onde decorre o estudo. Ao longo do seu percurso profissional, desempenhou as funções de Diretora de Turma, de Coordenadora dos Diretores de

Turma do 3.º ciclo e, ainda, no biénio 1992-94, de Secretária do Conselho Diretivo de uma escola dos arredores do Porto.

Laura decidiu fazer-se sócia da APM, encarando esta sua decisão como mais uma oportunidade para aprender, contudo não participou em muitos encontros, como refere:

Tornei-me sócia da APM, porque achei que era mais uma oportunidade para aprender mais... Sentia que tinha algumas falhas a nível da didática, como já disse, e fui a alguns ProfMats, não muitos... (EL1, 6)

E justifica este facto, não pela falta de interesse, até porque, como refere, “vinha de lá sempre com ideias para pôr em prática nas minhas aulas... Aprendi coisas novas, como a usar as calculadoras gráficas e *software* de geometria dinâmica...” (EL1, 7), mas, por razões de ordem pessoal, deixou de ter oportunidade de participar naqueles encontros:

a minha vida foi-se complicando (...), e eu deixei de me poder afastar de casa. Deixei de ir ao ProfMat e, posteriormente, de ser sócia da APM. Mas fui aprendendo com o conhecimento dos outros, dos colegas que participavam naqueles encontros. Digamos que fui aprendendo com o conhecimento dos outros, com a boa vontade dos colegas que me ajudavam e eu tinha gosto em aprender e gostava daquilo que fazia. (EL1, 7)

Para continuar a colmatar as faltas que diz deter, Laura procura aprender com os colegas, nomeadamente, com aqueles que participam, de forma mais frequente, no ProfMat, tendo, assim, oportunidade de contactar com assuntos que poderão ser úteis para o desenvolvimento do seu conhecimento didático. Foi só por razões de ordem familiar (entre outras, a assistência a um familiar idoso e dependente), que não tem podido participar, como gostaria, de forma assídua, em tais encontros. Em síntese, Laura parece ter tido um percurso profissional não tão rico como desejava, em virtude de condicionantes diversas da sua vida pessoal.

Laura considera que, ao longo da sua carreira, foi fundamental a interação com os outros, quer colegas, quer alunos. Quando começou, há pouco mais de vinte anos atrás, era uma professora bastante diferente daquela que é hoje – insegura e consciente de deter algumas falhas, sobretudo a nível da Didática da Matemática. Considera, no entanto, que as diferentes experiências que foi vivenciando, durante a sua carreira, quer individual, quer coletivamente e, também, as características específicas da sua

personalidade, permitiram-lhe desenvolver o seu conhecimento profissional, que espera continuar a melhorar:

No início da minha carreira tive sorte, aprendi muito com os colegas e... até com os meus alunos. Eu acho que me sentia muito insegura, tinha consciência da minha ignorância em muitos aspetos (risos), é verdade... Eu acho que já disse, mas na faculdade não aprendi nada sobre Didática e tinha consciência disso. Mas fui aprendendo, eu gosto de aprender! Aqui nesta escola temos tido algumas experiências positivas... Às vezes há coisas que não correm tão bem, mas aprende-se sempre alguma coisa. Eu espero continuar, porque, apesar de tudo, acho que ainda tenho muito para aprender... (EL1, 8)

Laura e a profissão

Laura desde sempre soube que queria ser professora, mas a opção pela área de Matemática, segundo a sua opinião, foi da responsabilidade de uma das suas professoras daquela disciplina:

Eu sempre quis ser professora, mas só a partir do secundário é que me decidi, quer dizer, decidi que ia ser professora de Matemática. Eu no básico e no secundário sempre gostei de Matemática. Mas na escolha da profissão... ser professora de Matemática foi determinante a professora [de Matemática] dos 10.º e 11.º anos. Foi, de facto, a pessoa que me marcou e que me fez seguir esta opção. (EL1, 3)

Como nos explica, interrompeu a sua frequência no ensino superior para experimentar ser professora, experiência que veio confirmar o seu gosto pela profissão: "Parei o curso durante um ano e fui dar aulas para saber se era professora que eu queria ser e, como gostei muito da experiência, eu terminei o curso e enveredei por esta via". (EL1, 4). Profissionalmente, Laura gosta do que faz. O que considera mais gratificante é a relação afetiva que estabelece com os alunos, como afirma:

A relação humana que se cria com os alunos, a afetividade e o gosto de se saber que o que se ensina fica e que os alunos não se esquecem de nós. As nossas experiências, não é?! (EL1, 4)

Laura considera que ser professora de Matemática exige, sobretudo, uma intervenção cuidada no desenvolvimento do gosto dos alunos pela Matemática:

Eu acho que a maior dificuldade que eu sinto com os alunos é fazer-lhes notar que estão errados quando não querem aprender Matemática. Essa é a minha maior dificuldade. De resto, o que eu sinto que é mais motivante, é de facto, fazer com que eles aprendam a gostar da disciplina e que não são incapazes, porque muitos sentem ou acham, que são incapazes de aprender Matemática. (EL1, 5)

Talvez tenha sido este motivo que levou Laura a coordenar um projeto financiado pelo Ciência Viva, de 2001 a 2003, que envolveu alunos de diferentes níveis de ensino, nomeadamente do 1.º ciclo e que tinha como principal objetivo "fomentar o gosto dos alunos pela Matemática", através de campeonatos de jogos.

Deste modo, Laura considera que o trabalho desenvolvido pelo professor não se pode limitar à sala de aula. É participando em atividades extracurriculares que o gosto e a aprendizagem da Matemática poderão ser reforçados, como é evidenciado na transcrição seguinte:

Eu incentivo os alunos a participar em diferentes concursos ... no Campeonato de jogos, no Canguru sem fronteiras, nas Olimpíadas, no EQUAmat etc., pois é mais uma tentativa de lhes despertar o gosto pela Matemática. Isto dá-lhes uma outra visão sobre a Matemática. Junta o aspeto lúdico ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, que é a base para aprenderem Matemática. Eles, quer dizer, muitos gostam de participar nestes campeonatos e querem saber como se resolvem as questões... Penso que é muito importante. (EL1, 5)

Ao longo do ano, Laura trabalha na escola, fora do seu horário letivo, com os seus alunos. Procura encontrar tempos livres, em comum com os alunos, para realizar diversas atividades, que vão desde o esclarecimento de dúvidas ao treino para os diferentes campeonatos, como Laura refere:

Eu, apesar de muitas vezes não ter horas marcadas no horário para trabalhar com eles [alunos], aproveito os tempos que tenho livres em comum com eles, que são poucos... para... conforme... às vezes para dar apoio, quando não tenho tempo na aula de tirar as dúvidas todas..., quer dizer, eles às vezes no fim da aula vêm ter comigo, porque não perceberam qualquer coisa e se eu vejo que precisam de esclarecimentos mais profundo.... são falhas que vêm de anos anteriores. Nessa altura arranjo um tempo em comum para lhes tirar as dúvidas. Quando se aproximam os campeonatos, EQUAmat, por exemplo, eles têm de treinar e eu venho. (EL1, 5)

Laura afirma privilegiar, no ensino da Matemática, o desenvolvimento, nos alunos, de capacidades transversais. Isto é, na opinião de Laura, para que os alunos

aprendam Matemática será necessário que o professor consiga desenvolver capacidades transversais, como seja, o raciocínio e a comunicação:

O raciocínio deveria estar presente em tudo o que é Matemática. Mas, às vezes, ao elaborar a matriz de um instrumento, por exemplo um teste, tenho dificuldade em selecionar as questões onde devo avaliar o raciocínio matemático. Já a caracterização da comunicação parece mais fácil... Depois de [os alunos] terem uma ideia, têm que a mostrar aos outros... explicar e justificar. (EL1, 6)

Valoriza o trabalho de grupo com os colegas, uma vez que acredita que a partir da partilha e discussão de ideias poderá realizar aprendizagens e, além disso, mostra-se disponível para aceitar desafios, como foi o caso da sua participação neste trabalho. Era sua expectativa que este trabalho em equipa contribuísse para o seu aperfeiçoamento profissional:

Para além de ter o fator de aprendizagem [participação no estudo], que eu adiro sempre..., se há qualquer coisa que me ajude a progredir, por pouco que seja, aprendo sempre. Além disso, é a oportunidade de poder colaborar e discutir com quem eu gosto de trabalhar. O tema do estudo também teve influência na aceitação deste desafio. É a tal coisa, a vontade de aprender. (EL1, 7)

O significado de argumentação atribuído, por Laura, no início do estudo

Na primeira entrevista, Laura considera que argumentar, em Matemática, deveria ser entendido como justificar a validade de afirmações:

A argumentação é justificação que eles [alunos] fazem das questões que lhes colocamos. Eu penso que argumentar é justificar. (EL1,7)

Já no início da segunda reunião, realizada a 7 de outubro de 2009, Laura começa por referir um episódio que tinha vivenciado, de onde se poderá inferir que a função principal, por ela atribuída à argumentação, é a justificação. Antes de termos iniciado a análise dos textos, conforme tínhamos planeado na primeira reunião (realizada a 23 de setembro de 2009), Laura faz o seguinte relato:

No final da reunião que nós tivemos [reunião, onde foi apresentado o projeto, realizada a 23 de setembro de 2009], estive, a seguir, no bar com a professora de Filosofia da minha turma... Estava com aquele entusiasmo todo e contei que ia trabalhar com os nossos alunos, da

turma do 11.º ano, em argumentação, nas aulas de Matemática. E pronto, fiquei mesmo... Fiquei surpreendida! (risos) É que achou um absurdo! Perguntou como era possível falar de argumentação em Matemática!... Disse que não podia haver argumentação... Em Matemática ou estava certo ou errado e, por isso, não se entrava no domínio do plausível... não se podia argumentar, só demonstrar. Ora eu que estava toda entusiasmada... Eu tenho consciência de que a demonstração é um processo muito mais rico, usa-se o raciocínio dedutivo e conseguimos validar enunciados que já foram descobertos, não nos limitamos a justificar como na argumentação... (OR7out, 1)

Este relato, no entanto, foi interrompido pela investigadora, tendo alegado, na altura, que, primeiro, tal como tinha sido planeado na reunião anterior, iriam analisar os dois textos, e que depois voltariam à discussão daquele assunto. Assim, provavelmente, iriam encontrar outros argumentos para validar ou refutar a posição defendida pela colega de Filosofia.

Quando aborda a relação entre argumentação e demonstração, Laura parece continuar a reforçar a sua opinião – identificação da argumentação com justificação:

Na faculdade fazíamos muitas demonstrações, eu até cheguei a pensar que “demonstrar” era o mesmo que “aprender Matemática”. Mas, hoje, como professora do ensino secundário, sei que isso não é assim... Nos documentos oficiais, no programa... o que se pretende não é que os alunos aprendam a reproduzir demonstrações formais. Para aprenderem a demonstrar uma afirmação matemática têm de aprender a usar raciocínios válidos. O que para eles não é nada fácil! (risos). Já a argumentação é muito mais importante, mesmo durante o básico e agora até aparece muito mais valorizada no novo programa [NPMEB]... Se eles se habituarem, desde cedo, a justificar, têm mais hipóteses de aprenderem a fazer matemática. (OR7out, 3)

Além disso, Laura, neste extrato, parece criticar a conceção de aprender Matemática que formou durante a licenciatura. Nessa altura, na sua opinião, “aprender Matemática” era sinónimo de “demonstrar”, porém, hoje, enquanto professora de Matemática, considera que “ensinar a justificar é fundamental para que os alunos aprendam a fazer matemática” (OR7out, 3).

Já aquando da análise do texto "Argumentação e Demonstração no Contexto da Formação Inicial de Professores" (Fernandes & Fonseca, 2004), Laura lê, em voz alta, o seguinte excerto:

De forma regular e sistemática foram utilizadas questões tais como: “Porquê?”, “Como sabe que é sempre assim?”, “O que há de semelhante nessas situações?”, “Como explica isso?” ou “Porque é

que isso aconteceu?”. Criou-se um clima de tolerância, de compreensão e de aceitação perante quaisquer dúvidas, incertezas ou mesmo raciocínios erróneos. Fomentou-se sempre a necessidade de persistir para despistar dúvidas e incertezas ou para corrigir os erros. (Fernandes & Fonseca, 2004, p. 256)

Esta leitura permitiu voltar à questão do significado de argumentação em Matemática, ou, mais concretamente, dos processos envolvidos na argumentação, reiniciando, assim, a negociação, no grupo de trabalho, do significado de argumentação. Laura, no entanto, começa por revelar alguma relutância em concordar que há outros processos, para além da justificação, envolvidos na argumentação:

Na argumentação não nos limitamos a justificar, também podemos incluir a formulação e a validação de conjeturas... Nunca tive consciência de que [a argumentação] desempenhasse outro papel para além do da justificação. Quando eu digo a um aluno para ele... por exemplo, quando digo fulano disse.... qualquer coisa e outro aluno disse ... outra coisa qualquer, que até pode ser o contrário do que disse o outro, ... o primeiro, depois pergunto quem tem razão e peço para argumentar de forma convincente. O que lhes estou a pedir é que expliquem cada uma das afirmações, arranjando argumentos que convençam quem vai ouvir ou ler as respostas de cada um deles...e essa pessoa tem de perceber por que é que é esse o que está certo, o que tem razão... Não é? Isto é pedir para eles justificarem as opiniões e que os convençam. Não é? (OR7out, 5)

Na sequência da discussão, Laura parece começar a aceitar que a formulação de uma conjetura, tal como a explicitação e justificação, pode ser entendida como um outro processo matemático integrante da argumentação:

Sim, não posso dizer que a argumentação se reduz à justificação, mas o que eu penso é que eles [os alunos] têm de aprender a formular conjeturas, para depois as justificarem! Quando lhes peço para formular uma conjetura, o que eu quero é encorajá-los a apresentar os raciocínios, as estratégias de raciocínio, as possibilidades..., não é propriamente que adivinhem, quero que eles analisem a situação e proponham estratégias para as justificar, mas que... não fiquem por aí, têm de justificar o que fizeram. (OR7out, 8)

Ainda com o mesmo objetivo - encontrar um significado partilhado de argumentação -, recorremos ao exemplo de uma tarefa de modelação matemática⁴ (trata-se de uma tarefa que as duas professoras costumavam usar, já há alguns anos, quando

⁴ Porque sobem os corvos a 5 metros? - tarefa retirada de <http://www.apm.pt/portal/index.php?id=32544> em janeiro de 2001. Trata-se de uma tarefa de modelação matemática, traduzida por Adelina Precatado e Maria da Paz, onde são utilizadas funções racionais para modelar o comportamento dos corvos ou das gaivotas, quando, para conseguirem comer os moluscos, levantam voo, com os búzios no bico, e, a determinada altitude, deixam caí-los contra as rochas para, assim, abrirem as conchas.

iniciavam o estudo das funções racionais, e que envolve a formulação de conjeturas), e recordámos os processos argumentativos desenvolvidos pelos alunos do 11.º ano de escolaridade de anos anteriores. Do diálogo, então surgido, destacamos o seguinte extrato:

1. **Rita** – Quando lhes dávamos aquela tarefa dos corvos [Porque sobem os corvos a 5 metros?] e pedíamos para formularem conjeturas, eles, alguns, claro... diziam “*stora*, o que são conjeturas?” com estes [alunos da turma de 11.º ano que Rita leciona em 2009/10] não sei o que irá acontecer, quando lá chegarem, veremos.... Esperemos que reajam de maneira diferente. Mas, voltando ao que estávamos a discutir, argumentar é... .. justificar ou... .. validar conjeturas, ou ambas? Eu acho que naquela tarefa quando enunciavam conjeturas, o que faziam era afirmar algo que fosse “do domínio do plausível”, como dizia a colega de Filosofia, que, enquanto lhes dava jeito, aceitavam como verdadeiras, quer dizer, a sua validade [da conjetura] tinha de ser encontrada ou então ia ser refutada e, nesse caso, tratavam de encontrar outra conjetura... É por isso que se diz “validar ou refutar a conjetura formulada”. Há três termos: *formular*, *validar* e *refutar* uma conjetura. Temos de perceber muito bem o significado dos três, porque senão os alunos também não entendem... Eles muitas vezes nem conhecem a palavra *conjetura*...
2. **Laura** – Espera. Sim, alguns, não eram todos, não sabiam o que era *conjeturar*, mas também não era por isso que eles não realizavam a tarefa, até com sucesso... Depois de lhes dizermos o que era... Quer dizer, eu costumava explicar-lhes que *conjeturar* era fazer suposições, que depois precisavam de ser justificadas, claro! Eles até gostavam de a resolver [tarefa de modelação]. Talvez porque acabavam sempre por comer os amendoins [os amendoins eram os modelos dos búzios] (risos)...
3. **Investigadora** – Pois, mas concordas com a Rita? Para nós, o que será *conjeturar*?
4. **Laura** – Acho que sim. Mas é complicado de fazer com que os alunos formulem conjeturas, quando não estão habituados a raciocinar e a justificar os raciocínios. Não sei, acho que se calhar o mais difícil é mesmo conseguir que sintam necessidade de justificar as conjeturas por eles formuladas... Eu quero que eles expliquem, por escrito, o que estão a pensar e que justifiquem por que razão o estão a fazer. E isto às vezes não é nada fácil... (risos).
5. **Rita** – Então concordas comigo? *Conjeturar* é produzir afirmações que nos parecem, à partida, válidas e que precisam de ser provadas. Não?

6. **Laura** – Sim, sim. Mas a justificação também faz parte da argumentação...
7. **Rita** – A justificação vai ser a primeira função da argumentação, as outras vão estar subordinadas. Não é? (OR7out, 10 e 11)

Parece possível inferir, deste diálogo, que Laura começava a aceitar que argumentar envolve não só a justificação, como também a formulação e validação de conjeturas (falas 2 e 6). Além disso, tal como no estudo realizado por Brocardo (2002), Laura considerava que o mais difícil, no trabalho do professor, era conseguir que os alunos sentissem a necessidade de validar as conjeturas que formulavam (fala 4).

Já a propósito da análise do outro texto - "Argumentação em Matemática" (Boavida *et al.*, 2008) -, Laura mostra o seu entusiasmo ao ler, em voz alta, o extrato seguinte:

À primeira vista, pode parecer estranho falar em argumentação em Matemática, ou, mais concretamente, falar em argumentação quando se trabalha em Matemática com os alunos. Afinal, no imaginário de muitos, a Matemática continua a ser uma disciplina em que os resultados a que se chega ou estão certos ou estão errados, consoante se siga, ou não, as indicações dadas pelo professor, pelo manual escolar ou por quem tem autoridade na matéria. Nesta conceção, não há grande lugar para atividades argumentativas, se as entendermos como experiências particulares de aprendizagem cujo foco é a Matemática e que assumem a forma de raciocínios destinados seja a fundamentar ideias associadas à exploração de tarefas matemáticas, seja a convencer alguém a aceitar ou a rejeitar enunciados ou posições pela indicação de razões. (Boavida *et al.*, 2008, p. 81). (OR7out, 14)

e inicia, com Rita, o seguinte diálogo:

1. **Laura** – Está aqui a resposta ao comentário da professora de Filosofia dos meus alunos! Tem a ver com a conceção que ela tem de matemática...
2. **Rita** – Pois. Obviamente!
3. **Laura** – Sim, eu, enquanto aluna, também sempre pensei assim!
4. **Rita** – Pois, e ela só foi aluna, nunca foi professora de Matemática (risos).
5. **Laura** – Muita gente pensa que a matemática é uma ciência onde só se pode aceitar um de dois valores: verdadeiro ou falso. Mas, em matemática, nem sempre estamos no domínio da certeza. A matemática foi evoluindo, através de sucessivas verificações e modificações até se chegar a uma justificação convincente...

6. **Rita** – Sim, mas nós, enquanto professoras, apercebemo-nos disso... Mas será que conseguimos transmitir essa ideia aos nossos alunos?
7. **Laura** – Pois é. Não sei, mas gostava de aprender mais alguma coisa sobre isto.
8. **Rita** – Tens um texto numa das brochuras do DES, acho que é na da Didática, que aborda esta questão... Acho que se chama... qualquer coisa como... Ai, não me lembro... Qual é o título? [interrogando-se] Acho que é “Natureza da Matemática” ou “Da natureza da Matemática”. Tu logo vês...
9. **Laura** – Está bem. Vou procurar. Eu tenho-as lá em casa. Trata-se de um tema interessante e sobre o qual gostava de aprender mais... (OR7out, 15)

Parece possível considerar que, para Laura, faz todo o sentido falar de argumentação em Matemática. Está consciente, contudo, que, para tal, será necessário considerar que o conhecimento matemático pode ser perspetivado segundo uma conceção falibilista (falas 1 e 5). Além disso, neste diálogo, parece emergir, mais uma vez, o gosto de Laura pelo desenvolvimento do seu conhecimento profissional (fala 9).

Já relativamente ao esquema de Toulmin (1993), onde são salientados os elementos que o autor considera cruciais na argumentação, Laura, ao analisar o texto “Argumentação em Matemática” (Boavida *et al.*, 2008), questiona-se sobre a importância deste modelo na análise das argumentações elaboradas pelos alunos, afirmando que:

Este esquema deve ser útil na avaliação das tarefas que vamos apresentar aos alunos, porque, ao interpretar o que eles fizeram [produções dos alunos, aquando da realização das tarefas], podemos ver se identificam os dados, se conseguiram encontrar uma conjectura e se a vão justificar. Acho que na, nossa grelha, de registo podíamos incluir estes parâmetros. (OR7out, 15)

Ainda no mesmo texto, ao analisar o seguinte extrato:

O carácter justificativo é, precisamente, outra das características da argumentação em Matemática. Só que, na sala de aula, é comum que as situações de argumentação envolvam vários protagonistas e, frequentemente, as justificações surgem entrelaçadas com explicações destinadas a clarificar aspetos do pensamento de uns que não são evidentes para outros. (pp. 83-84)

Laura refere, com satisfação, o facto de se rever na opinião das autoras do texto, especificamente quanto ao facto do “carácter justificativo” ser uma das características da argumentação, mas acrescenta que considera extremamente difícil fazer a gestão, na

sala de aula, do discurso oral dos vários alunos, até porque, como afirma, não é viável ouvir a explicação ou justificação de todos os alunos para uma mesma situação. Considera, por isso, que o desenvolvimento da argumentação será mais eficaz quando os alunos comunicam por escrito:

Eu também acho que a justificação tem de estar presente na argumentação, como está no texto [fala visivelmente satisfeita], continuo a achar que a tentativa de justificar, a partir do que se acredita ser verdadeiro, para mim, deve ser o principal a desenvolver. Acho que é..., que é muito difícil, se não impossível... .. gerir aquela diversidade toda dentro da turma... .. Eles às vezes explicam muito bem uns aos outros,... , mas, outras vezes é necessário corrigi-los com alguma frequência. É muito difícil ouvir todos... Eu prefiro a escrita, dá-nos, a nós [professores] e até a eles, muito mais possibilidade de interpretar o que eles escrevem... Podemos ler e reler para ver se as nossas interpretações estão corretas e eles também podem corrigir o que escreveram se pararem para pensar... (OR7out, 16)

No entanto, Laura diz concordar plenamente com o que é referido no extrato seguinte do mesmo texto:

Em particular, importa que o professor proporcione aos alunos experiências de aprendizagem em que tenham oportunidade para explicar e justificar o que dizem ou ouvem, para formular conjeturas e para se envolverem na justificação da sua plausibilidade e prova. (Boavida *et al.*, 2008, p. 102)

e justifica a sua opinião, afirmando que

é necessário que o professor consiga desenvolver, nos alunos, uma atitude de descoberta e de procura das justificações e, para isso, terá de selecionar tarefas que se transformem em verdadeiros desafios para os alunos, levando-os a sentir necessidade de validar as conjeturas. Na minha opinião as tarefas deverão ser escritas, pelo que já disse há pouco... Essas tarefas tanto podem ser de Geometria, como de Funções, ou outro [conteúdo] de Matemática... qualquer um vai servir para que eles [os alunos] se habituem a argumentar, a justificar... a escrever as justificações... que é afinal o que é importante! Não acham? (OR7out, 16)

Laura, recorrentemente, apela para a valorização da justificação, ainda que já comece, também, a considerar a possibilidade de incluir a formulação de conjeturas na argumentação matemática. Do exposto, parece ser possível inferir que Laura privilegia o desenvolvimento, nos alunos, da capacidade *de raciocinar matematicamente* (Ponte *et al.*, 2007), independentemente do tópico matemático que se esteja a estudar.

Em síntese, no final da segunda reunião de trabalho da equipa e após a negociação que teve subjacente à análise dos dois textos atrás referidos, Laura parece entender que a argumentação é perspectivada como a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro, mas privilegiando, sempre, a forma escrita. Consequentemente, constituiria uma capacidade transversal, a desenvolver ao longo do ano e envolvendo qualquer tópico matemático. Acrescente-se que, a ideia de desenvolver a competência comunicativa na forma escrita, parece ter sido, não só para Laura, um objetivo bastante adequado aos alunos da turma onde iria aplicar as tarefas. De facto, já no ano letivo anterior, quando os alunos desta turma se encontravam a frequentar o 10.º ano de escolaridade, havia ficado registado no PCT (projeto curricular de turma), como prioridade educativa, a necessidade de desenvolver, nos alunos, a competência escrita não só para comunicar de forma adequada, mas também para facultar a estruturação do pensamento. Esta decisão, contudo, não parece ter sido bem compreendida pelos alunos. Efetivamente, na primeira aula observada, pudemos constatar que mesmo alguns dos alunos com nível muito bom de aproveitamento, quer em Português, quer em Matemática A, não reagiam muito bem ao facto de ter de explicitar, por escrito, os seus raciocínios, o que pode ser evidenciado pelo diálogo entre Pedro e Laura:

1. **Laura** – Atenção, Pedro não quero só cálculos. Quero poder seguir os seus raciocínios, estamos entendidos?
2. **Pedro** – Mas nós não estamos em Português...
3. **Laura** – Sim, mas a nossa língua, aquela em que comunicamos, é o português, não é?
4. **Pedro** – Pois, mas a *stora* já sabe que eu não gosto de escrever...
5. **Laura** – Aprende a gostar. Como é que aprendemos, não é fazendo? (OA26out,1,1, 2)

Conceções sobre avaliação

Relativamente ao modo como Laura percebe a avaliação, parece poder destacar-se a importância de uma atitude valorativa do professor, no sentido de atender ao que os alunos sabem. Das palavras integradas no extrato que se segue, pode ler-se

que, para Laura, avaliar implica que o professor consiga conhecer o que os alunos sabem para poder reconhecer a evolução, enfatizando, no entanto, a associação avaliação - classificação:

Avaliar... para além de ter que avaliar quantitativamente os alunos, portanto, dando uma classificação, atribuindo uma classificação final, é para mim reconhecer a evolução...! Para mim avaliar é analisar a progressão do aluno. Ver se ele progrediu ou não! Mas claro que nós temos de concretizar sempre isso numa classificação final, portanto, é chegar a essa classificação! É poder analisar no aluno o que é que ele já sabe para depois... ou antes... o que é que ele não sabe que é para poder chegar a esse aluno ... (EL1, 7)

Também em algumas das intervenções de Laura, nas reuniões, emerge a preocupação de atender à evolução do aluno acompanhada do seu respetivo registo quantitativo dos dados da avaliação, parecendo, uma vez mais, enfatizar a classificação. Por exemplo, na reunião de 21 de outubro de 2009, Laura, a propósito da conceção da grelha (anexo 17) onde iria registar a informação sobre o desempenho dos alunos, afirma:

Eu tenho de registar aqui [células da tabela] números... para saber como vou classificar a tarefa no final. Se ele identifica os dados na primeira fase, ponho um e se, na segunda fase ele faz asneira, na evolução tenho de pôr zero. Não acham bem? (OR21 out., 2)

Esta preocupação de Laura – pelo registo numérico nas grelhas de avaliação – tem como principais intenções a procura de objetividade e de justiça que se encontra, de algum modo, legitimada no sistema educativo português, dado que é imposta a existência de uma avaliação/classificação em determinados momentos do ano letivo. Ora, esta situação gera, no professor, angústias e incertezas, que Laura expressa desta forma:

Tenho medo de ser injusta. Sinto sempre dificuldade quando avalio um aluno. Tenho sempre receio de não o ter percebido ou de ter sido eu a falhar, não ter conseguido esclarecer as dúvidas deles [dos alunos], portanto, tenho medo de estar a falhar, também. Como ser humano tenho falhas! (EL1, 9)

Além disso, do extrato anterior, parece ser possível inferir que Laura tende a chamar a si própria a responsabilidade da não aprendizagem de um aluno, não se limitando a atribuir esse facto a causas específicas inerentes ao aluno, desculpabilizando-se, assim, do seu insucesso.

Laura considera, ainda, que ao implicar os alunos na sua própria avaliação, poderá minimizar a situação de “medo de falhar”, que se revela tão desconfortável para o professor. Parece haver, da parte de Laura, preocupação em encarar o aluno como participante ativo no processo de avaliação e, também, uma intenção de orientar a avaliação para regular a aprendizagem dos alunos:

Fazendo a avaliação formativa, tentando... mesmo permitindo que os próprios alunos façam autoavaliação. Isto tem a ver com os instrumentos que usamos...

Fazendo, por exemplo, o que nós chamamos tarefas em duas fases. Eles fazem a 1.^a fase, depois tentam diagnosticar o próprio erro, ultrapassar a dificuldade que tinham e com trabalho prévio chegar a uma resolução mais correta. Eu acho que isso é fundamental para mim e também para eles ... (EL1,10)

Laura afirma que tenta adquirir um conhecimento dos alunos, o mais amplo possível, para procurar superar o medo de não ser justa ao proceder à sua avaliação e, para tal, considera que além de ser vantajoso manter os alunos durante, pelo menos, um ciclo, também é importante, num mesmo ano, utilizar diversas fontes de informação. Para além de usar os instrumentos tradicionais, recorre a outras fontes que lhe permitem monitorizar o trabalho que os alunos desenvolvem durante as aulas:

Uso os testes tradicionais, como os testes intermédios que são externos e outros do mesmo tipo, mas internos, feitos por nós [professoras que lecionam o 11.º ano], tarefas em duas fases... apresentações orais de problemas que [os alunos] resolvem em grupo na aula ou em casa. São momentos formais de avaliação, mas há outros que também são importantes... Eu tento recolher informação sobre todo o trabalho que [os alunos] realizam nas aulas, em grupo ou a pares... ou individual... Eu tento tirar informação de tudo o que acontece nas aulas. É por isso que eu sou pela continuidade, dentro do mesmo ciclo, se não poder ser nos dois. Porque de facto, a gente num segundo ano e nos seguintes já os conhece melhor, já sabe como é que há de lidar com cada um e é completamente diferente do que estar a mudar todos os anos. (EL1,11)

Quando questionada sobre a sua prática avaliativa, nomeadamente se considerava ter havido, ao longo da carreira, alteração dessa prática, Laura refere que houve alteração significativa no registo das informações que vai recolhendo sobre cada aluno, na diversidade de instrumentos utilizados para recolha de informação e também no que diz respeito à ponderação entre o trabalho quotidiano da sala de aula e o

desempenho dos alunos evidenciado nos diferentes instrumentos de avaliação (desde as apresentações orais até aos testes):

Digamos que, no início, o peso da aula era muito inferior ao peso dos testes. Avaliava muito mais a parte escrita, a componente escrita, do que a participação na aula e isso tem vindo..., está completamente alterado. Os instrumentos de avaliação têm vindo a ser muito mais diversificados. Antigamente, eram muito mais formais. Era os testes e acabou-se, quase! Hoje recorro a muitos outros... Tenho um dossiê, com os... registos dos trabalhos de casa, se concretizaram ou não, se tiveram dificuldades ou não, dos trabalhos de grupo e das apresentações orais em grelhas de avaliação.

Quanto melhor nós avaliarmos, melhor eles poderão aprender, não é?
Se calhar, entendemo-los melhor, para aprenderem melhor! (EL1,8)

Do exposto, Laura parece evidenciar uma ideia que é recorrente: o professor precisa de conhecer bem o aluno para o ajudar a aprender. Também no que respeita aos instrumentos de avaliação, Laura parece rejeitar uma prática que assente primordialmente no recurso a testes escritos, levando-a a diversificar os instrumentos.

Relativamente ao modo como os alunos tomam conhecimento do processo de avaliação, Laura considera que explicita, junto dos alunos, os critérios de avaliação definidos pelos professores da área disciplinar, indicando-lhes os instrumentos que irão usar e informando-os, ao longo de cada período letivo, sobre o cumprimento, ou incumprimento, do plano de trabalho gizado no início do ano:

[os alunos] estão informados. Se eu sei como estou a fazer, acho que também conhecem a forma como eu avalio, não é?! No início do ano, forneço, a cada aluno, uma folha que tem os critérios de avaliação (anexo 5), definidos por nós [professores de Matemática da escola] e os instrumentos de avaliação que iremos utilizar e isso é explicado e discutido com eles... Penso que ao longo do período vou fazendo avaliação formativa. Vou comunicando o estado do aluno! Se calhar devia comunicar mais. Mas, por exemplo, a nível de observação de trabalhos, vou-lhes dizendo: “Falhou tantos”; “Atenção, está a falhar”, “Repare que é o único ou um dos poucos que não está a cumprir com o plano de trabalho” – isso vou dizendo! (EL1, 9)

Do extrato que acabámos de transcrever, e colocando-nos na perspetiva de Harlen (2006), parece possível inferir que, para Laura, é prioritária a avaliação *sumativa informal*, o que significará que as suas preocupações, no que diz respeito à avaliação, se caracterizam por: (1) pretender monitorizar o progresso do aluno de acordo com o plano gizado; (3) a base do julgamento ser criterial; (4) o juízo avaliativo ser emitido pela

professora com base numa análise e interpretação das evidências de aprendizagem por ela recolhidas; e (5) este tipo de avaliação poder ser designada por *barómetro*.

No entanto, parece existir alguma preocupação, por parte de Laura, em proceder a uma avaliação com intencionalidade reguladora, atribuindo ao aluno um papel interventivo no processo. O que parece estar evidenciado no extrato seguinte:

Durante as aulas, tenho a preocupação de lhes dar indicações, porque penso que é importante que sejam eles próprios [os alunos] a tomar consciência do que ainda não sabem e das dificuldades que ainda têm... é claro que temos de os ajudar, não é? Esse é o trabalho do professor! Mas... os alunos também têm um papel importante! Juntos temos de trabalhar nesse sentido... Só assim eles podem... vão conseguir... aprender. (EL1, 9)

Laura parece considerar que a regulação das aprendizagens, para ser eficaz, deverá ser realizada pelo aluno, desempenhando o professor um papel secundário, isto é, o aluno, ainda que orientado pelo professor, terá de começar por tomar consciência dos erros cometidos ou das dificuldades sentidas para, a partir de tal tomada de consciência, conseguir realizar aprendizagens.

Planificação das aulas dirigidas à argumentação

A conceção de cada uma das sete tarefas foi iniciada com a definição dos objetivos e dos critérios de sucesso, que originaram, frequentemente, bastante discussão. Nesta fase do trabalho, a investigadora optou por não expressar as suas opiniões ou, quando tal não podia ser evitado, fazia-o com parcimónia, uma vez que pretendia recolher dados para responder às questões: Como perspetivam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática? Quais os processos argumentativos que privilegiam (explicação, justificação, formulação e validação ou refutação de conjeturas)? Que tipo de tarefas concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos? Quais as principais dificuldades que antecipam nos alunos e como preveem ajudá-los?

Processos argumentativos valorizados nas tarefas

Tarefa 1

Tal como tinha sido planeado, a 14 de outubro de 2009 foi concebida a primeira tarefa, a apresentar aos alunos, que abordou tópicos de trigonometria. Tivemos em atenção o tipo de tarefa que pretendíamos – a realizar em duas fases, com *feedback* escrito após a primeira fase. Era consensual que a tarefa deveria privilegiar a interpretação de enunciados e a explicitação, através de argumentos válidos, dos raciocínios desenvolvidos, que levassem os alunos a chegar a uma conclusão, partindo, obviamente, da identificação e seleção dos dados. Tendo em conta o ritmo de trabalho das duas turmas, e uma vez que os alunos se encontravam a iniciar o estudo da Trigonometria, foi decidido que a primeira tarefa deveria integrar o tópico “Ângulos e arcos generalizados: definição de radiano”.

Assim, foram definidos, por consenso, os objetivos seguintes para essa tarefa: (1) selecionar dados, a partir de um enunciado; (2) identificar, num enunciado, a conclusão a obter; (3) estabelecer a passagem dos dados para a conclusão; (4) elaborar justificações, usando argumentos válidos; e (5) aplicar a definição de radiano.

A opção recaiu na tarefa 1 (anexo 6) retirada do manual XEQMAT para o 11.º ano de escolaridade de Matemática A, por considerarmos que iria ao encontro dos objetivos definidos. Importa acrescentar que tinham sido propostas duas tarefas. No entanto, aquando da seleção, Laura teceu, para a escolha da tarefa 1, as opiniões seguintes:

Eu acho que eles podem ver quais são os dados, sem grande problema... Eles já sabem a definição de radiano e facilmente encontram a justificação para chegar à conclusão... que o comprimento do arco correspondente ao lado do triângulo é maior do que um radiano, porque teria que ser igual ao raio, o que, na realidade, é impossível. Para começar, esta tarefa até é boa! E se eles não tiverem dificuldades logo na primeira, vão ficar mais motivados... É que eles na última aula, os alunos realizaram, em grupos de dois, uma tarefa do manual [adotado], com material manipulativo (fio, régua e um copo de plástico), cujo objetivo era que interiorizassem o conceito de radiano... ou que visualizassem um

arco com um radiano ... a definição: o comprimento do arco da circunferência que depois de retificado tem o mesmo comprimento do raio. Portanto, eu penso que não vão ter dificuldades... (OR14out, 1)

Consequentemente, Laura considerou que, a nível do conteúdo matemático, seria uma tarefa que os alunos iriam realizar com sucesso, o que, também a nível de motivação, poderia ser muito importante começar por uma tarefa que fosse, por eles, considerada fácil.

Além disso, Laura é de opinião que esta tarefa será adequada à justificação, pois, não permite ser concretizada, como refere:

Aqui não há números. É que eles [os alunos], quando lhes peço para justificar alguma coisa, são tentados a concretizar... Aqui não, têm de recorrer à definição de radiano, porque não lhes damos a medida do raio. ... Assim, para argumentar, terão mesmo de justificar, não se podem limitar a verificar. Acho estas questões muito interessantes! (OR14out, 2)

Com esta intervenção, Laura parece evidenciar, uma vez mais, a relevância da justificação nas tarefas dirigidas ao desenvolvimento da argumentação matemática dos alunos. Além disso, Laura, nesta intervenção, parece deixar transparecer que, na sua opinião, os conceitos *verificação* e *justificação* não são sinónimos, associando preferencialmente o segundo à argumentação. Face a tal intervenção, a investigadora, com o objetivo de procurar esclarecer a atribuição de diferentes significados àqueles dois termos, questionou Laura acerca das razões que a levaram a fazer tal distinção, tendo obtido como resposta o seguinte:

São termos com significados diferentes, não são? Eu acho que sim! Na verificação, mostramos que o que se afirma é verdade, vamos confirmar e na justificação já vamos ... apresentar as razões para ... vamos fundamentar ... qualquer coisa, não é? (OR14out, 3)

Assim, parece ter ficado esclarecido que, para Laura, os dois termos não são sinónimos. Esta preocupação terá sido motivada pela experiência de trabalho conjunto com outros colegas, inclusivamente de áreas disciplinares diferentes, que, por vezes, solicitam, aos alunos, que justifiquem determinadas afirmações e acabam por aceitar a sua verificação para alguns casos concretos De facto, Laura, nessa mesma reunião, tece, a este propósito, o comentário seguinte:

Já há alguns anos, nos conselhos de turma, discutimos o assunto [chegar a consenso quanto ao significado dos verbos, indicadores de

ação, que introduzem as questões colocadas aos alunos]. Até chegámos a propor fazer uma listagem com os verbos e os significados, não sei se te lembras [voltando-se para Rita]... Lá apareciam, entre outros, os termos verificar e justificar... Mas, não se chegou a consenso! Verificar e justificar eram confundidos e, portanto, alguns professores aceitavam justificações ..., que, para outros, não passavam de verificações... Isto não é nada pacífico! (OR14out, 4)

Tarefa 2

Depois de terem sido acordados os tópicos matemáticos subjacentes à tarefa que os alunos iriam realizar no dia 30 de novembro, discutidos os objetivos - interpretar enunciados; selecionar dados; formular conjecturas; estabelecer a passagem dos dados para a conclusão; validar, ou refutar, a(s) conjectura(s) formulada(s) e decompor o polígono [ABEG] em figuras que permitissem chegar à expressão da área -, e os critérios de sucesso, para a tarefa, Laura e Rita, após alguma pesquisa, decidiram partir de duas questões de trigonometria, incluídas no exame nacional de 12.º ano de Matemática de 2003, 1.ª fase e 1.ª chamada, e fazer as adaptações necessárias para que pudessem vir a constituir uma tarefa que visasse os objetivos previamente definidos (anexo 7).

Laura e Rita, a propósito da elaboração das novas questões, desenvolveram um diálogo, do qual apresentamos o extrato seguinte:

1. **Rita** – Vamos considerar a amplitude x no sistema sexagesimal. Eles trabalham melhor com graus do que com radianos... é que assim, escusamos de ter mais uma coisa a complicar... Não acham? Vamos mudar a primeira questão, não deve ficar assim como está no exame. [Mostre que a área do polígono [ABEG] é dada, em função de x , por....]
2. **Laura** – Sim, eu ainda estou abalada com os disparates que eles fizeram na outra tarefa, com o radiano... nunca pensei que depois de trabalharem com o material manipulativo e tudo, não soubessem o que era um radiano.
3. **Rita** – Pronto, é melhor começar por lhes pedir para formularem uma conjectura... Por exemplo, pedir para conjecturarem, relativamente à área do polígono, quando x é 0° ou 90° ... Vão ser iguais, não é? Será que eles conseguem aperceber-se disso?

4. **Laura** – Sim, eu acho que sim, se conseguirem interpretar a imagem... e ver a variação da área do polígono quando o ângulo varia...se [a amplitude x] for 0° , [a área do polígono] é a área deste triângulo [apontado para a figura] e se [a amplitude x] for 90° , temos a área do quadrado. É fácil! Quer dizer, eu da outra vez também achei que era fácil e eles só fizeram disparates...
5. **Rita** – Pois, e os meus? A desgraça ainda foi maior... Vamos ver se desta vez já leem o enunciado com mais atenção. Obviamente, na aula temos de começar por nos certificar que [os alunos] compreenderam o enunciado, antes de os deixarmos começar a trabalhar nas tarefas.
6. **Laura** – Sim, sim, acho boa ideia.
7. **Rita** – E...vamos deixá-los usar a calculadora gráfica?
8. **Laura** – Para responder à primeira questão... com a calculadora têm de ter a expressão da área... Se a encontrarem, têm a vida facilitada!
9. **Rita** – É verdade. Mas também não tem mal! Vamos lá ver, quais são os nossos objetivos para a tarefa? ... Nós queremos que eles cheguem à expressão que dá a área do polígono, em função de x , ou não? Sim, mas estamos a inverter a ordem das coisas...
10. **Laura** – Nós? Eles é que nos podem trocar as voltas... Mas, o mais que pode acontecer é que eles não respondam à questão... E se lhes pedirmos a seguir a expressão da área, tal como aparece no exame, eles assim vão ter, necessariamente, de justificar os raciocínios que os levam à expressão.
11. **Rita** – E acrescentávamos mais uma questão para eles validarem a conjectura que tivessem formulado na primeira questão ... se tivessem feito alguma coisa...
12. **Laura** – Sim, acho que podia ser. Se não tiverem conjectura para validar, têm a expressão para verificar.
13. **Rita** – Sim, mas vão só verificar a expressão para dois casos... Não vão validar uma conjectura!
14. **Laura** – Não, mas se não tiverem conjectura para validar, têm a expressão e vão ter que justificar [o valor da área para as duas amplitudes: 0° e 90°], o que acho que é muito mais importante. (OR25nov, 1)

Laura, durante o diálogo, parece estar de acordo com Rita (falas 2, 4, 6, 12), exceto, no final (fala 14). De facto, foi proposto, por Rita, que o universo das amplitudes x deixasse de ser o sistema circular, como estava na questão de exame, para passar ao sexagesimal (fala 1). A justificação para esta alteração foi não introduzir mais dificuldades, podendo, assim, impedir que os alunos respondessem corretamente à questão, mas, por motivos diferentes dos que, *a priori*, seriam expectáveis. Laura

concordou com a reformulação da questão. No entanto, na última questão a introduzir na tarefa, Laura não concorda com Rita, parecendo considerar que a justificação tem muito mais pertinência do que a formulação de uma conjectura (fala 14).

Assim, parece ser possível inferir que Laura, apesar de valorizar a formulação de conjecturas, privilegia a justificação na conceção de tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos.

Tarefa 3

No início do segundo período, os alunos encontravam-se, ainda, a estudar o tema Geometria no Plano e no Espaço II, mais especificamente, o produto escalar de dois vetores e suas aplicações, pelo que, na opinião das participantes, a tarefa 3 deveria incidir sobre este tópico matemático. Além disso, as professoras consideraram que, tal como tinha sido previsto, a tarefa deveria ser realizada em duas fases, com *feedback* escrito após a primeira fase, pois os alunos pareciam estar a reagir positivamente a este tipo de estratégia. Ficou, então, acordado que, tal como tinha sido planeado, a primeira fase seria na aula de 25 de janeiro de 2010. Após terem sido definidos os objetivos para a tarefa, foram selecionadas várias questões e, de entre essas, foram escolhidas as que, na opinião das professoras, mais se adequavam à prossecução dos objetivos já definidos: (1) interpretar enunciados; (2) selecionar os dados; (3) identificar a conclusão; (4) explicitar o raciocínio desenvolvido; (5) elaborar justificações, usando argumentos válidos; (6) estabelecer a passagem dos dados para a conclusão; (7) aplicar a definição de produto escalar de dois vetores; e (8) aplicar a propriedade de produto escalar de dois vetores, relativa as coordenadas.

Laura e Rita, depois de analisarem as questões retiradas do manual Espaço 11 e de terem procedido a algumas alterações, desenvolveram o diálogo seguinte:

1. **Laura** – Com estas questões, já adaptadas, podemos ver se eles conseguem atingir os objetivos todos... não é?
2. **Rita** – Acho que sim. As questões não são difíceis... Mesmo que, logo na primeira, não consigam ver que $\sqrt{48}$ é $4\sqrt{3}$, se usarem a calculadora, vão aperceber-se que é o mesmo... que se trata de representações diferentes do mesmo número. Não achas?

3. **Laura** – Sim, mas têm de explicar por escrito o que descobriram...
4. **Rita** – Obviamente, até porque vão ter de mostrar...
5. **Laura** – Claro têm de escrever a justificação. Evidentemente, têm que mostrar, de alguma maneira, como chegaram às coordenadas...
6. **Rita** – Na segunda questão podem usar a definição de produto escalar, mas também podem ir pelas coordenadas...
7. **Laura** – Se forem pelas coordenadas, têm de se lembrar como é que se determinam... têm de calcular as coordenadas dos dois vetores e depois é fácil. Se forem pela definição, têm de se lembrar como é que se marca o ângulo de dois vetores! Será que não se vão esquecer?
8. **Rita** – Se se esquecerem, é porque ainda não tinham aprendido. E vamos ter de insistir...
9. **Laura** – Então, achas bem que fiquem estas questões? Temos os objetivos todos contemplados. Os seis primeiros têm a ver com a argumentação, têm a (pausa) a... justificação e depois os outros já estão mais ligados aos conteúdos... ao que temos andado a estudar. (OR6jan, 2)

Do diálogo acima transcrito, parece ser possível inferir que, na análise das questões que deverão fazer parte da tarefa e tendo em conta os objetivos previamente definidos, as professoras procuram prever quais as estratégias que os alunos iriam usar para lhes responder (falas 2, 3, 6 e 7). É interessante constatar que Laura revela preocupar-se em verificar se a tarefa contempla todos os objetivos definidos (falas 1 e 9). Este modo de trabalho facilitou, posteriormente, a definição dos critérios de êxito, usados para orientar o *feedback* proporcionado aos alunos e registado nas suas produções. Além disso, podemos afirmar que Laura, na conceção da tarefa 3, privilegiou, uma vez mais, a justificação (falas 5 e 9), fazendo questão de assinalar que deveria ser apresentada na forma escrita (fala 3).

Tarefa 4

Antes de iniciar o estudo das funções racionais, Laura e Rita decidiram elaborar uma tarefa que lhes permitisse fazer uma diagnose do conhecimento dos alunos acerca das generalidades sobre funções, tópicos já abordados em anos anteriores, mais

concretamente: conceito de função, injectividade, paridade, sinal, zeros, monotonia, extremos, continuidade e assíntota do gráfico de uma função. Além deste objetivo, as professoras definiram um outro, para esta mesma tarefa, do domínio da argumentação matemática: elaborar justificações, usando argumentos válidos.

Laura e Rita, aquando da elaboração das questões para a tarefa 4, teceram várias considerações, das quais destacamos o diálogo seguinte:

1. **Rita** – Antes de começar com o estudo das funções racionais, devíamos tentar saber quais são os conhecimentos deles nesta área. No 10.º ano é tudo muito intuitivo e depois eles ficam com algumas ideias erradas...
2. **Laura** – Sim, é verdade. Lembraste daquele exercício da função crescente em todo o domínio, que depois não era... Era crescente em cada intervalo do domínio, mas não na reunião [dos intervalos]. Lembram-se disso? Até saiu em exame...
3. **Rita** – Então, talvez fosse melhor chamarmos-lhe a atenção para isso...
4. **Laura** – Sim, eu acho que uma das questões poderá ter a ver com isso... sim... podemos depois, na análise das respostas, usar a definição [de função crescente ou decrescente num intervalo] e, com um exemplo [que inclua um ponto que não pertence ao domínio], mostrar-lhes que é falsa. Também podíamos fazer o mesmo para os outros assuntos...
5. **Rita** – Então, uma das questões pode ser qualquer coisa do género: dar-lhes uma função pelo gráfico, que é mais intuitivo, e depois pedir-lhes para comentar a afirmação: a função é decrescente em todo o seu domínio... ou crescente, depende do gráfico que desenharmos...
6. **Laura** – Sim, até podia ser uma função racional...desenhávamos um gráfico com uma assíntota vertical, que não fosse o eixo das ordenadas, para eles verem melhor... Acham bem?
7. **Rita** – Sim, sim...É boa ideia!
8. **Laura** – Eu acho que o enunciado [para todas as questões] podia ser sempre o mesmo, do género “Comenta as afirmações, justificando as tuas opiniões”.
9. **Rita** – Sim, sim...É boa ideia! Eles assim, têm de justificar as afirmações que fazem. Ficamos a perceber melhor as confusões ou as dúvidas, se existirem... (OR10fev, 2)

Deste extrato, parece possível inferir que Laura, concordando com Rita (fala 2), pretende conceber uma tarefa que tenha como principal objetivo a diagnose dos conhecimentos, dos alunos, sobre funções (fala 4), mas que também possa servir para

desenvolver a capacidade de argumentação dos alunos (fala 8), privilegiando, novamente, a justificação (fala 9).

Ainda a respeito da formulação das questões a incluir na tarefa 4, Laura considera que seria importante verificar se os alunos distinguem zero de uma função da *imagem de zero*, pois, como afirma, “esta confusão vai criar-lhes problemas na resolução de problemas e até mesmo no estudo das funções racionais.” (OR10fev, 5). Já a respeito da elaboração de uma questão referente à assíntota do gráfico de uma função, Laura interroga-se quanto ao facto de se perguntar: “Se o gráfico da função for uma reta, poderemos dizer que existe assíntota?” (OR10fev, 6). No entanto, como Rita considerou “nós pretendemos ver qual o conceito que eles têm de assíntota e... eles só podem ver [o que é uma assíntota] intuitivamente... Eu acho que essa questão poderá ficar para mais tarde” (OR10fev, 6). Laura concordou com a opinião de Rita, e a questão não foi incluída na tarefa, uma vez que a sua conveniente justificação seria difícil, senão impossível, com os conhecimentos matemáticos que os alunos detinham, ou deveriam deter, nessa data.

Importa, contudo, referir que, nas eventuais respostas às diversas questões desta tarefa, Laura privilegiou sempre a justificação dos raciocínios desenvolvidos.

Tarefa 5

Após a análise das produções dos alunos, realizadas aquando da tarefa 4, foi planificada uma sequência de duas aulas de noventa minutos, com o principal objetivo de promover a correção, por parte dos alunos, das conceções erróneas evidenciadas na diagnose (tarefa 4). Posteriormente, e com a finalidade de avaliar o grau de desenvolvimento dos conceitos matemáticos estudados, sobre funções racionais, foi concebida a tarefa 5 (anexo 10). Importa referir que esta tarefa, por decisão unânime das professoras, configurou-se como um momento formal de avaliação:

1. **Rita** – Vamos tentar ver se eles aprenderam com os erros... Será que depois do *feedback* que lhes foi proporcionado e das intervenções deles naquelas duas aulas [aulas a seguir à entrega da tarefa 4 que já continha os registos, elaborados pelas

professoras, sobre as produções dos alunos], não vão cometer os mesmos erros?

2. **Laura** – Eu penso que não. Nas duas aulas que tivemos, a maioria tomou consciência dos disparates que tinha feito... Muita coisa ficou esclarecida. Acho que desta vez não vão fazer os mesmos erros, pelo menos vão pensar antes de escrever... Acho boa ideia avaliar o que aprenderam só relativamente a este tema. Mas, não podemos passar a vida com o mesmo... até porque vamos ter outro teste intermédio no dia 6 de maio...
3. **Rita** – Então, se esta tarefa vai representar um momento formal de avaliação. Temos de os avisar! Vai ser em que dia? Deixa ver (consultando a agenda) vai ser... dia 8 de março. Estamos bem, ainda temos tempo até ao teste intermédio! (OR3mar, 1)

A estrutura desta tarefa bem como o enunciado, comum às nove questões, foram semelhantes aos da tarefa anterior. Efetivamente, era pedido, aos alunos, que, para cada uma das questões, fundamentassem as suas conclusões, recorrendo a argumentos válidos. Consequentemente, nesta tarefa as professoras também pretendiam privilegiar a justificação dos raciocínios desenvolvidos pelos alunos. Já relativamente aos tópicos matemáticos a abordar, Laura e Rita consideraram que deveriam ser também os mesmos (conceito de função, injectividade, paridade, sinal, zeros, monotonia, extremos, continuidade, e assíntota do gráfico de uma função) aplicando-os, contudo, às funções racionais. Esta decisão prendia-se com a vontade, expressa por Laura, de “avaliar até que ponto os alunos corrigiram as suas conceções, depois do trabalho que foi feito.” (OR3mar, 2)

Tarefa 6

Durante a reunião, destinada à conceção da tarefa 6 (anexo 11), Laura e Rita manifestaram-se acerca do tópico matemático que estava a ser abordado nas aulas – operações com funções – e referiram que, da sua experiência no estudo deste tópico, os alunos, de um modo geral, revelavam dificuldades sobretudo na compreensão da função inversa, por confundir *função inversa* com o *inverso de um número*. Laura, a este propósito, relata um episódio, por ela vivenciado ainda no 1.º período com esta turma, aquando do estudo da trigonometria:

Estávamos a trabalhar com a calculadora num exercício de trigonometria, onde era pedido o ângulo, cuja tangente era ... já não me lembro, mas podia ser (pausa) 8. Eu disse-lhes que tinham a tecla com a inscrição TAN e que, por cima, aparecia TAN^{-1} . Se carregassem primeiro em 2ND, depois nessa tecla e depois digitassem 8, tinham uma das amplitudes do ângulo, cuja tangente era 8 mas que tínhamos de ter em atenção ao intervalo a que essa amplitude teria de pertencer. E estava a dar esta explicação, quando uma aluna me diz, “mas se a tangente é 8, TAN^{-1} tem de ser um oitavo. Não é preciso a máquina para nada...”. Na altura expliquei, com exemplos, o significado daquele símbolo [TAN^{-1}] e acho que ela ficou a perceber... Mas eles, de um modo geral, fazem sempre esta confusão... (OR17mar, 1)

Efetivamente, também na opinião de Rita, nas aulas onde foram abordados os tópicos relativos às operações com funções, muitos alunos revelaram bastante dificuldade na compreensão da função inversa. Decidiram, então, conceber e implementar uma tarefa (anexo 11), a realizar em duas fases, que visasse a compreensão da noção de função inversa; proporcionando, além disso, a possibilidade de averiguar se os alunos evidenciavam, ou não, que conseguiam distinguir f^{-1} de $\frac{1}{f}$.

Já no que diz respeito à argumentação matemática, a conceção da tarefa foi orientada pela prossecução dos seguintes objetivos: interpretar enunciados; selecionar os dados; identificar, no enunciado, a conclusão; estabelecer a passagem dos dados para a conclusão; e elaborar justificações, usando argumentos válidos. Estes objetivos, como foi sendo prática integrante da dinâmica da equipa de trabalho, foram definidos antes de se proceder à conceção das questões que iriam constituir a tarefa 6.

A conceção da tarefa iniciou-se, então, com o diálogo seguinte:

1. **Rita** – Eu gostava de encontrar um enunciado que os levasse a explicitar o que entendem por função inversa... o que é para eles uma função inversa... podia ser graficamente, ou não...
2. **Laura** – Dávamos um gráfico e pedíamos o da inversa? Não sei. Isso seria muito... simples e com isso iríamos atingir os nossos objetivos? Eles sabem, quer dizer, deviam [saber] que os dois gráficos [da função e da sua inversa] são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Fizeram a construção na aula...
3. **Rita** – Não sei. Pois, eu preferia algo que não fosse tão óbvio...
4. **Laura** – [O enunciado] Pode ser daquele tipo que já temos feito: o João diz que a inversa de... uma função qualquer é tal e explica as suas razões e a Maria diz que não é nada daquilo, que é outra coisa e também explica por que razão diz aquilo. No fim

perguntamos qual dos dois tem razão e perguntamos porquê?
Qual é a opinião dele, mas fundamentada...

5. **Rita** – Acho boa ideia! Vamos então ver o que escrevemos... Pode ser, como de costume... uma história do género, a professora do António pediu aos alunos para explicarem por que é que se $f(3)$ é 2, então a imagem de 2, pela inversa de f , é 3.
6. **Laura** – Mas eles assim não têm que justificar! Limitam-se a explicar... Fica muito mais simples! Eu acho que para além de eles explicarem têm de fundamentar, dizer os porquês. Não pode ser só mostrar que é assim... (OR17mar, 5)

Laura parece exprimir bem a sua intenção de construir uma tarefa que permita, aos alunos, explicitar os raciocínios desenvolvidos para explicarem o que entendem por função inversa (falas 2 e 4). Efetivamente, Laura parece ter o firme propósito de levar os alunos a construir justificações para uma determinada afirmação, que deverá, necessariamente, deter um grau de complexidade razoável (fala 6), a fim de poder diagnosticar a existência das tais conceções erróneas, da qual Laura já tinha se tinha apercebido, no 1.º período, conforme se encontra registado no episódio acima relatado.

Do exposto, parece possível inferir que Laura, mais uma vez, privilegiou a justificação (falas 4 e 6) e, além disso, continua a frisar a distinção entre *explicação* e *justificação*, parecendo considerar que a *justificação*, sob o ponto de vista cognitivo, é mais exigente (fala 6).

Tarefa 7

Durante a reunião, destinada à conceção da tarefa 7 (anexo 13), Laura e Rita começam por tentar explicitar os objetivos. À semelhança do que já tinha acontecido com a conceção das outras tarefas, pretendiam defini-los no domínio da língua portuguesa (interpretação e construção de textos) e, também, no do raciocínio matemático, mais especificamente, no âmbito da argumentação matemática. No entanto, os objetivos só foram explicitados após alguma discussão:

1. **Laura** – Eu estava a pensar que na próxima tarefa tem de ser alguma coisa que dê para eles mostrarem... se entenderam o que é demonstrar. Não vamos complicar muito...

2. **Rita** – Eles, quando forem fazer a tarefa [tarefa 7], já estudaram a indução matemática e outros processos...
3. **Laura** – Depois de terem visto vários processos de demonstração, já poderão ter uma opinião...
4. **Rita** – Sim, mas a indução... para eles... não é bem uma demonstração... Muitas vezes é só um processo mecânico! Sabem que têm que verificar e de usar a hereditariedade...
5. **Laura** – Sim, mas se já tiverem usado diferentes processos de demonstração...
6. **Rita** – Sim, claro. Até porque esta tarefa vai ser um momento de avaliação das aprendizagens...
7. **Laura** – Vamos ver se conseguimos encontrar um enunciado que não seja complicado para eles fazerem a demonstração. Temos de lhes deixar claro que pretendemos que expliquem e justifiquem por que razão [o enunciado] é verdadeiro. Temos é de o encontrar (risos). (OR12maio,4)

Assim, para esta tarefa, foram definidos os objetivos seguintes: (1) Analisar diferentes processos de demonstração; (2) Selecionar o processo mais adequado à situação apresentada; (3) Interpretar enunciados; (4) Selecionar os dados; (5) Identificar, no enunciado, a conclusão; e (6) Elaborar uma demonstração, privilegiando a explicação e a justificação dos raciocínios desenvolvidos. Laura, a propósito da definição dos objetivos para esta tarefa, parece privilegiar, na demonstração, a *explicação* e a *justificação*.

Síntese

Podemos afirmar que, para Laura, o processo argumentativo predominantemente privilegiado foi a *justificação*. De facto, o que acabamos de afirmar encontra-se bem patente no quadro 10, onde destacámos, para cada uma das sete tarefas, os processos argumentativos valorizado por Laura aquando da sua conceção. É interessante constatar que a explicação surge só na tarefa 3, aparecendo novamente nas duas últimas tarefas.

Quadro 10: Processos argumentativos valorizados por Laura em cada uma das tarefas

Tarefa	Processo valorizado
Tarefa 1	Justificação
Tarefa 2	Justificação
Tarefa 3	Explicação; Justificação
Tarefa 4	Justificação
Tarefa 5	Justificação
Tarefa 6	Explicação; Justificação
Tarefa 7	Explicação; Justificação

Dificuldades esperadas e estratégias de superação delineadas

Antes de começarmos a referir as dificuldades esperadas e a sua articulação com as estratégias concebidas para que os alunos as pudessem vir a superar, importa esclarecer dois aspetos. Primeiro, informar que, tanto as dificuldades, como as estratégias apresentadas, emergiram de reflexão feitas, pelas docentes, aquando das sessões de trabalho colaborativo, que foram registadas pela investigadora a partir da observação de tais reuniões. As sucessivas reflexões tiveram, quase sempre, como objetivo melhorar a avaliação formativa de forma a contribuir para a aprendizagem dos alunos. Além disso, a natureza destas estratégias foi diferindo e, logicamente, foram sendo concebidas as julgadas adequadas à superação da dificuldade esperada.

Tarefa 1

Para Laura, esta seria uma tarefa onde, *a priori*, não esperava que, na sua realização, os alunos revelassem dificuldades. Em particular, a sua expectativa era que os alunos não iriam revelar grandes dificuldades em encontrar *a lei de passagem* referida no modelo de Toulmin (1993):

Como eles fizeram aquela tarefa do manual, com o material manipulativo [tarefa que permite visualizar a definição de radiano], acho que são capazes de ver facilmente que o comprimento do arco com 60° [de amplitude] é maior do que o que tem só um radiano (...) acho que não vão ter grandes problemas a realizar, com sucesso, esta tarefa. (OR14out, 5)

Apenas previa a possibilidade de os alunos revelarem dificuldade na explicitação, por escrito, da justificação: "Se tiverem dificuldades, será só a nível da expressão escrita, nas justificações" (OR14out, 3). Na perspetiva de Laura, trata-se de uma dificuldade transversal a todas as disciplinas e, como tal, já identificada como prioridade educativa para os alunos desta turma. Para ajudar os alunos a evoluírem, é necessário, na perspetiva desta professora, haver um trabalho continuado de todos os professores:

Só com muita persistência, ... com a realização de muitas tarefas onde tenham de explicitar o raciocínio é que vão conseguir melhorar a expressão escrita. Isto tem de ser... devia ser trabalhado por todos os professores. Até o meu melhor aluno, que já conheço há dois anos, neste tipo de tarefas, onde tem de justificar não escreve ou... escreve muito pouco. Não justifica. Mas, isto é geral... aliás, é uma das prioridades do PCT [projeto curricular de turma]. (OR14out, 3)

Contudo, avança com uma estratégia a ser por si desenvolvida nesta aula para ajudar os alunos a elaborarem justificações escritas. Trata-se do fornecimento de *feedback* oral, orientando os alunos, quer em grande grupo, quer individualmente, para a necessidade de elaborarem argumentos convincentes e estarem previstas duas fases para o desenvolvimento da tarefa:

Na aula, durante a realização da tarefa, posso começar por explicar alto, para toda a turma, que têm de explicitar todos os raciocínios.... e até depois, junto deles, individualmente, posso chamar a atenção para as justificações se não forem as ajustadas. Além disso, temos, ainda, a segunda fase... eles depois poderão melhorar a expressão escrita. É como já disse, só com muito trabalho é que eles poderão vir a

melhorar... Tem que ser esforço de ambos, deles e nosso. Não é?
(OR14out, 5)

Efetivamente, Laura revela-se bastante confiante nos conhecimentos dos alunos, quer relativamente aos tópicos matemáticos abordados na tarefa, quer em relação à capacidade de raciocínio dos alunos, denotando, apenas, alguma apreensão, relativamente às dificuldades já evidenciadas, no que diz respeito à expressão escrita, que, no entanto, considera serem passíveis de serem ultrapassadas com recurso a um trabalho de apoio sistemático.

Tarefa 2

Relativamente às dificuldades que Laura considera que poderão surgir aquando da realização da tarefa 2 (anexo 7), parece-nos importante lembrar que, nesta altura, a professora denotava um sentimento de frustração, pelo facto de os alunos, de um modo geral, não terem correspondido, como a docente previa, na realização da tarefa. Efetivamente, Laura, a respeito do grau de dificuldade da tarefa 2, afirma “Quer dizer, eu da outra vez [seleção da tarefa 1] também achei que era fácil e eles só fizeram disparates...” (OR25nov, 1). Ora, este sentimento poderá, de algum modo, ter influenciado a previsão das dificuldades esperadas na realização da tarefa 2, apesar das tentativas de Rita para que Laura ultrapassasse tal sensação.

De facto, Laura, ao analisar o texto da tarefa 2, começa por levantar dúvidas acerca da facilidade com que os alunos irão conseguir interpretar o seu enunciado, de modo a poderem visualizar a variação da área do polígono em função das amplitudes x , como é possível constatar numa parte de um dos diálogos já transcritos, que ocorreu na reunião de 25 de novembro de 2009:

Laura – Sim, eu acho que sim, se conseguirem interpretar a imagem... e ver a variação da área do polígono quando o ângulo varia...se [a amplitude x] for 0° , [a área do polígono] é a área deste triângulo [apontado para a figura] e se [a amplitude x] for 90° , temos a área do quadrado. (OR25nov, 1)

Ao prever as restantes dificuldades esperadas na realização desta tarefa, para além das inerentes à competência escrita, Laura insere uma na resposta à segunda

questão da tarefa 2 – Mostra que a área do polígono [ABEG] é dada, em função de x , por $A(x) = 2(1 + \sin x + \cos x)$. **Sugestão:** Pode ser-te útil considerar o trapézio [ACEG] –, argumentando que os alunos poderão ter dificuldade na seleção de uma estratégia que lhes permita escrever a expressão da área pedida. Esta dificuldade, esperada por Laura, está espelhada no diálogo seguinte:

1. **Laura** – Será que eles vão conseguir decompor a figura, como queremos?
2. **Rita** – Eles têm a sugestão...
3. **Laura** – Sim, mas será que conseguem identificar o trapézio?
4. **Rita** – És capaz de ter razão... Acho que já usámos, noutros anos, esta figura e, quando era pedida a área ou a expressão da área [do quadrilátero], às vezes, para eles verem o trapézio, tínhamos de rodar a folha para as bases ficarem na horizontal... e só aí é que viam o trapézio!
5. **Laura** – A culpa é nossa e dos manuais. Os trapézios aparecem sempre com as bases na horizontal! É isso e o triângulo retângulo com o ângulo reto à direita ou à esquerda, mas sempre com os lados ... um na horizontal e o outro na vertical... (OR25nov, 2)

Neste diálogo, Laura parece evidenciar o receio de os alunos não serem capazes de interpretar o enunciado ou, mais especificamente, revelarem dificuldades na identificação do trapézio, referida na sugestão (fala 3), em virtude de, na figura, aquele quadrilátero não se encontrar desenhado do modo que é tradicional, isto é, com as bases na horizontal, assumindo uma parte da responsabilidade por tal se vir a verificar (fala 5). Efetivamente, já em 1987, Pimm refere que este tipo de questões se configuram como uma dificuldade acrescida para os alunos, na construção do conhecimento matemático, e que, como tal, quer os professores, quer os autores dos manuais, deverão estar atentos a este tipo de situações para as tentar evitar, ou, pelo menos, para as minimizar, eliminando, assim, os problemas que daí poderão advir.

Uma outra dificuldade, apontada por Laura, prende-se com a possibilidade de alguns alunos não conseguirem identificar os dados ou a tese. Efetivamente, na opinião da professora,

Alguns não vão ser capazes de identificar os dados. Se conseguirem identificar os dados e perceberem que o que nós queremos é que poderão chegar à área do quadrilátero [ABEG]. Aí não vão ter dificuldades em concluir. Se não forem decompor a figura, vai ser difícil chegar à expressão... Alguns vão pensar que a área pedida é ... que é a do trapézio... Apesar disso, acho que quase todos vão

conseguir determinar a expressão que dá o comprimento de [CE]. Mas, não sei se muitos conseguirão ver que a expressão é a da área pedida! (OR25nov, 2)

Laura, apesar de estar pouco otimista quanto ao desempenho que os alunos irão revelar na realização da tarefa, considera que irão conseguir exprimir o comprimento do segmento [CE] em função de x , necessário para conseguirem chegar à expressão pedida. Laura é ainda de opinião que poderá vir a minimizar as dificuldades evidenciadas pelos alunos recorrendo ao *feedback* oral, fornecido aquando da realização da tarefa:

Na aula, durante a realização da tarefa, posso começar por explicar alto, para toda a turma, que têm de explicitar todos os raciocínios.... e até depois, junto deles, individualmente, posso chamar a atenção para as justificações...se não forem as ajustadas. (OR14out, 5)

Tal como já havia acontecido em relação à dificuldade prevista na realização da primeira tarefa, Laura considera que o *feedback* oral poderá ser uma boa estratégia de superação das dificuldades e comenta:

Se [os alunos] não conseguirem visualizar o trapézio, não irão conseguir resolver a tarefa! Se não conseguirem, e eu der conta na aula, posso tentar, sem lhes dar a resposta, dar-lhes pistas para eles o [trapézio] verem. Eu espero que, assim, eles consigam melhorar as produções... (OR25nov, 5)

De facto, mais uma vez, Laura, a respeito da superação das dificuldades expectáveis, refere que, recorrendo ao *feedback* oral, poderá levar os alunos a tomarem consciência da necessidade de analisar, convenientemente, o enunciado. No entanto, a aposta no *feedback* oral não deu, segundo as participantes, o resultado que pretendiam, pelo que, após a análise das produções dos alunos na segunda fase da tarefa 2, Laura e Rita decidem que seria necessário dar aos alunos uma ficha de reflexão (anexo 14) para os tentar implicar na sua autoavaliação e, também, para tentar consciencializá-los das dificuldades, por eles evidenciadas, nomeadamente na interpretação dos enunciados, aquando da realização das tarefas. A fim de dar alguma inteligibilidade ao que acabámos de escrever a respeito da "ficha de reflexão", importa referir que, desde 1998 e na sequência dos conhecimentos adquiridos num ProfMat, alguns professores de Matemática, da escola onde foi realizado o estudo, após a realização, por parte dos alunos, de uma qualquer tarefa de avaliação, têm vindo a aplicar uma ficha de reflexão, cuja principal finalidade é promover a reflexão do aluno sobre as aprendizagens realizadas, facultando, também, a deteção de possíveis causas responsáveis pelo

insucesso do seu desempenho em tal tarefa. Trata-se de um instrumento que, ao longo dos anos, tem vindo a sofrer diversas alterações, de acordo, não só com o tipo de tarefa proposto, mas também com os objetivos do professor que a vai utilizar.

Tarefa 3

Laura, já aquando da análise do enunciado da tarefa 3 (anexo 8), tinha levantado a questão do cálculo da ordenada do ponto D. Apesar da intervenção de Rita, mais tarde, quase no final da reunião, Laura inicia uma nova discussão:

1. **Laura** – Ainda a propósito dos radicais [$\sqrt{48}$ e $4\sqrt{3}$]... Parece que poderá ser uma dificuldade acrescida... Eu sei que com a máquina conseguem ver que são o mesmo número...
2. **Rita** – Poderá ser, mas não será o mais importante... se eles chegarem às coordenadas de D e escreverem, por exemplo, que são $(8, \sqrt{48})$... Obviamente que não respondem completamente, não mostram que ... as coordenadas são as que pretendíamos, mas não é grave, pois não? Até porque depois lhe podemos chamar a atenção para a importância de respeitar o que é pedido...
3. **Laura** – Eu penso que vão ter dificuldades aqui. Têm sempre com os radicais... Concordo que podem corrigir este aspeto, mas têm de o fazer! Mas, eu, se eles conseguirem justificar convenientemente como lá chegaram, até lhes perdoo o facto de não serem capazes, na primeira fase, de encontrarem a resposta correta.
4. **Rita** – Eu também gostava..., mas eles continuam com muita dificuldade nas justificações...
5. **Laura** – Apesar do que foi definido no PCT [dar prioridade ao desenvolvimento da expressão escrita], os meus também continuam com muita dificuldade [na expressão escrita], porque na aula, com a minha ajuda, alguns deles já conseguem fazer justificações bastante válidas... só que oralmente... Quando é preciso escrever, ou não escrevem, ou escrevem muito disparate, não só de Matemática. (OR6jan, 10)

Laura prevê algumas dificuldades, que os alunos poderão enfrentar na tentativa de encontrar a resposta para as questões formuladas, nomeadamente, a equivalência entre os radicais $\sqrt{48}$ e $4\sqrt{3}$, na identificação do ângulo dos dois vetores. Ao inventariar duas possíveis estratégias de resolução desta última questão, revela a sua

preocupação, quanto ao possível insucesso no desempenho dos alunos, quer recorram a uma, quer a outra estratégia:

Se forem pelas coordenadas, têm de se lembrar como é que se determinam... têm de calcular as coordenadas dos dois vetores e depois é fácil. Se forem pela definição, têm de se lembrar como é que se marca o ângulo de dois vetores! Será que não se vão esquecer? (OR6jan, 2)

Além disso, Laura prevê outras dificuldades, como por exemplo, logo na primeira questão, a possível falta de capacidade de os alunos encontrarem argumentos válidos, que poderão usar, para fundamentar a conclusão, como, aliás, parece estar subjacente na intervenção seguinte:

Se identificarem o ponto médio da diagonal menor do losango e virem que tem a mesma abcissa de C, podem dizer logo que a abcissa de D é 8. Mas não estão a justificar, não estão a garantir a conclusão. Isto para não falar da ordenada... eles até são capazes de ir considerar o triângulo retângulo e de calcular o cateto desconhecido, mas duvido que sejam capazes de justificar devidamente, por escrito, os processos que utilizarem. (OR6jan, 11)

Nesta intervenção, Laura parece recear que os alunos não consigam tornar inteligível, para os outros, o raciocínio, por eles, desenvolvido. Mais uma vez, Laura expressa a falta de domínio da competência escrita dos alunos.

No entanto, já a respeito da superação das dificuldades dos alunos, Laura considera que a inclusão da ficha de reflexão (anexo 14) poderá configurar-se como uma estratégia de superação de tais dificuldades, uma vez que, como afirma,

Da minha experiência... eu acho que a ficha de reflexão permite que os alunos venham a tomar mais... a ter mais cuidado, mais atenção, na leitura dos enunciados e, portanto, podem vir a melhorar a interpretação... Assim, poderão ser capazes de ter mais sucesso ao distinguir os dados do que é pedido... Não é com todos os alunos, claro... No texto que vão ter de escrever, que é, afinal, uma reflexão sobre o que fizeram, podem vir a criticar o seu desempenho e tomar consciência da causa ou causas e pensar num processo de as ultrapassar. Até porque, agora, podem contar com a ajuda do *feedback* escrito que lhes demos. Acho que vai ser importante... eles vão tomar consciência do que fizeram ou não fizeram! É que vão ser eles! Temos é de adaptar o texto, não acham? (OR6jan, 12)

Das palavras de Laura parece poder inferir-se que o propósito de implementar tal estratégia evidencia uma intencionalidade reguladora das aprendizagens, levando os

alunos a refletir sobre a causa das suas dificuldades e a tomar decisões sobre a forma de as superar.

Importa recordar que o recurso a este instrumento não foi uma novidade e pode ser considerado como fazendo parte da prática avaliativa das participantes no estudo. No entanto, a ficha de reflexão aqui apresentada (anexo 14) resulta das adaptações, julgadas necessárias, realizadas pelo grupo de trabalho colaborativo envolvido no estudo.

Além disso, Laura acrescenta, ainda, a necessidade de apoiar mais os alunos no processo de apropriação dos critérios de sucesso, relacionando esse processo com a eficácia do *feedback*:

Uma das dificuldades que temos encontrado, quer dizer, que já vimos nas outras tarefas... é que eles [os alunos] não tomam consciência do que queremos... deviam perceber o que pretendemos... Para isso, não basta ver os objetivos da tarefa, não é? Se conseguíssemos partilhar com eles os critérios, também o *feedback* que registamos teria mais hipóteses de ser eficaz, não acham? (OR6jan, 15).

Tarefa 4

Laura, durante a fase de conceção da tarefa 4 (anexo 9), levanta, de novo, a questão das dificuldades evidenciadas pelos alunos relativas ao domínio da competência escrita, iniciando, com Rita, uma discussão:

1. **Laura** – O problema vai ser a justificação e o modo como a vão escrever....
2. **Rita** – Mas a nossa ideia é mesmo essa... Ver como eles justificam os comentários.
3. **Laura** – Sim, mas, para podermos ver... é preciso que eles o consigam transmitir, e o consigam por escrito ... transmitam o que estão a pensar... (OR10fev, 3)

Laura, provavelmente depois de ter refletido sobre as dificuldades dos alunos no que diz respeito às deficiências evidenciadas na expressão escrita, considera, pela primeira vez, que tais dificuldades poderão vir a deturpar ou, inclusivamente, a inviabilizar a interpretação das dúvidas ou confusões que os alunos detêm (falas 1 e 3),

prejudicando, deste modo, a diagnose que seria suposto realizar. Porém, ambas as participantes acabam por concordar em aplicar, na forma escrita, a tarefa 4.

Após a conceção das nove questões que viriam a constituir a tarefa 4 (anexo 9), Laura comenta que, após o levantamento das dúvidas ou confusões evidenciadas pelos alunos, teriam de pensar numa estratégia, a implementar nas aulas seguintes, para dar oportunidade aos alunos, que as tivessem revelado, de as esclarecerem ou colmatarem as falhas detetadas:

Depois de lermos as respostas [de todos os alunos], vamos ter muito trabalho... devíamos criar categorias para as diferentes dúvidas... Talvez fosse bom, depois de ler todas as respostas, fazer uma listagem de todas as dúvidas e disparates que escreveram e depois, dependendo do que eles fizerem, agrupá-las em função do que tinham de comum... Temos de pensar numa estratégia para as aulas seguintes ... para eles... identificarem e corrigirem. Afinal são eles é que têm de mudar... e só mudam se acharem que estão errados... não vale a pena nós insistirmos se eles não os assumirem [os erros]. (OR10fev, 9)

Efetivamente, da análise das produções dos alunos, a respeito da tarefa 4, Laura e Rita, na reunião de 24 de fevereiro de 2010, decidiram gizar um plano para a aula onde iriam distribuir aquelas produções já comentadas. Esta decisão teve a ver com a intenção das professoras em proporcionar, aos alunos, a oportunidade de tomar consciência dos *critérios de sucesso* para aquela tarefa e da importância de se responsabilizarem pela sua própria aprendizagem. Importa referir que, com a tarefa 4, as professoras pretendiam realizar uma diagnose em relação ao conhecimento dos alunos sobre generalidades de funções (nomeadamente, conceito de função, injectividade, paridade, sinal, zeros, monotonia, extremos, continuidade, e assíntota do gráfico de uma função). Assim, foi decidido que tal aula deveria integrar dois momentos distintos: o primeiro para a realização de trabalho autónomo (individualmente, cada aluno analisava o *feedback* escrito proporcionado pela professora e registava as alterações que, no seu entender, deveria levar a cabo para melhorar o seu trabalho) e o segundo para uma discussão coletiva com toda a turma. Neste segundo momento, a discussão seria orquestrada por alunos, previamente escolhidos pela professora, apenas indigitados imediatamente antes do seu início. Era fundamental, no entender das professoras, que o primeiro momento fosse limitado no tempo para que, no segundo, houvesse tempo para dar oportunidade a todos os alunos de participarem na discussão coletiva ainda durante essa mesma aula. Cada aluno, após ter refletido sobre as suas respostas e respetivo

feedback deveria confrontá-las, na discussão coletiva, com as resoluções, provavelmente diferentes, dos colegas. Com esta estratégia, as professoras pretendiam que os alunos remediassem as dificuldades diagnosticadas ou consolidassem os seus conhecimentos.

Na sequência desta intervenção e após alguma discussão sobre a organização e dinâmica da próxima aula, ficou acordado que os alunos já teriam na sua posse a tarefa com o *feedback* proporcionado pela professora, passando, assim, a analisar as suas produções, tentando, se fosse o caso, corrigir os erros. Posteriormente, deveria ser formulada uma série de questões, de modo a que, em função das respostas dadas, os alunos pudessem corrigir dos erros cometidos.

Tarefa 5

Laura acreditava que, nesta tarefa, os alunos iriam apenas ter dificuldades relativas ao domínio da competência escrita, embora revelassem uma evolução positiva, como se pode inferir do seguinte extrato:

Eles [os alunos]... de um modo geral... ainda revelam dificuldades na escrita, mas até já se notam progressos... Alguns já começam a conseguir escrever justificações com sentido... que se entendem muito bem e com termos adequados à situação, mas há outros que escrevem muito pouco, justificam com cálculos em vez de escrever texto! Os que me preocupam mesmo são aqueles que, em vez de justificar, explicam como fizeram e apesar das chamadas de atenção continuam... Mas estes já são poucos. Acho que se começa a ver o efeito... da ficha de reflexão e ... do *feedback* que lhes temos dado... começa a dar resultado! Só que é muito lento... Agora, em relação aos conteúdos, penso que não irá haver grandes dificuldades! Eles ... parece-me que aprenderam bem esta parte das funções racionais!
(OR3mar, 4)

Das palavras de Laura podemos inferir que as suas expectativas, quanto ao desempenho dos alunos a respeito da realização da tarefa 5, são francamente positivas. No entanto, revela alguma preocupação relativamente aos alunos que continuam a confundir *explicação* com *justificação*, independentemente do *feedback* que lhes tem sido proporcionado. É de referir que a distinção, evidenciada por Laura, é consistente com as ideias de Duval (1999), quando o autor afirma que enquanto que a *explicação* dá

razões para tornar inteligível um dado, a *justificação* tem por finalidade mostrar a validade de uma afirmação.

Dadas as elevadas expectativas de Laura face à realização, por parte dos alunos, desta tarefa, não são previstas novas formas de apoiar e regular a sua aprendizagem.

Tarefa 6

Laura e Rita, após a definição dos objetivos para cada tarefa, preveem, como foi sendo recorrente ao longo do trabalho de equipa, as estratégias a usar pelos alunos na realização de tais tarefas e, concomitantemente, vão formulando e reformulando o enunciado das questões de tal tarefa, até que, na sua opinião, obtenham a versão que melhor se adequa à prossecução dos objetivos definidos. No caso da tarefa 6 (anexo 11), para além do cuidado a ter na formulação das questões, as outras estratégias previstas foram o recurso ao *feedback* oral, para auxiliar os alunos a descobrirem a lei de passagem, a eventual planificação de uma aula, a acontecer durante a segunda fase da tarefa, para facultar a autorregulação das aprendizagens e, ainda, a necessidade de se continuar com o apoio sistemático ao desenvolvimento da destreza, dos alunos, na manipulação algébrica de expressões racionais:

1. **Rita** – Podemos sempre alterar o enunciado. Ainda não está decidido...
2. **Laura** – Não, pode ser qualquer coisa assim desse género, sim... Mas não sei se iremos conseguir atingir os objetivos que definimos... Temos de ter cuidado na formulação... Se eles optarem por calcular a expressão da inversa... se forem resolver a equação em ordem a x e se se enganarem, como é costume quando têm muitos cálculos, ficamos sem saber se compreendem a noção inversa e se distinguem f^{-1} de $\frac{1}{f}$... É que até podem chegar a nenhuma conclusão. Correm mais riscos de errar, porque eles têm falta de habilidade na manipulação algébrica.
3. **Rita** – Eu ainda não resolvi esses exercícios...
4. **Laura** – Não resolveste nenhum exercício da inversa?
5. **Rita** – Resolvi, mas foi só determinar a inversa de 1 sobre x . Era um exercício do manual!

6. **Laura** – Olha, uma das minhas melhores alunas, que vem com 17 do 10.º [ano] e com 4 ou 5, já não me lembro, do 9.º [ano], ao resolver esse [exercício acima referido], escreveu y igual a 1 sobre x é equivalente a y igual a x ! Têm tantas falhas no cálculo... é impressionante!
7. **Rita** – Temos de nos preocupar com várias coisas...
8. **Laura** – A primeira é, como vimos, a maneira como vamos colocar as perguntas, depois... a segunda é o *feedback* oral que vamos, quase de certeza, ter de dar na aula para ver se descobrem e deixam claro, nos registos escritos, como chegaram à lei de passagem... dos dados para a conclusão... Se na primeira fase eles não reagirem como queremos, temos sempre hipótese de, na segunda fase, pensarmos em dar uma aula em que sejam eles próprios a ver os erros que cometeram e encontrarem a justificação correta, depois de lerem os nossos comentários. Haver uma aula com diálogo orientado, mas sendo eles os principais... a tentar explicitar a forma de remediar os erros cometidos, Que acham? O mais difícil é resolver as falhas no cálculo algébrico... Eu penso que a única estratégia é continuar a insistir! São procedimentos que eles ainda não interiorizaram e é por isso que fazem tanto disparate... (OR17mar, 6)

Do diálogo que acima transcrevemos, parece ser possível afirmar que Laura está preocupada com a formulação das questões (fala 2) a incluir nesta tarefa, pois tem consciência das dificuldades dos alunos reveladas na manipulação de expressões racionais algébricas (falas 2 e 6). Consequentemente, Laura apela para a formulação de um enunciado que não indicie os alunos no cálculo da expressão da função inversa de uma função racional. A razão invocada é o facto de tal dificuldade poder vir a mascarar ou a impedir a diagnose da compreensão da noção de função inversa - um dos principais objetivos definidos para esta tarefa (fala 2). Além disso, Laura, na fala 8, sintetiza as dificuldades previstas e aponta algumas estratégias para as ultrapassar, nomeadamente, a planificação da aula onde os alunos iriam realizar a segunda fase desta tarefa, à semelhança do que já tinha sucedido com a tarefa 4.

Tarefa 7

Para além do constrangimento, não específico da tarefa que se estava a conceber - a incerteza sobre o significado, atribuído pelos alunos, a demonstração -, Laura aponta, ainda, uma outra dificuldade já mais específica para a realização da tarefa 7 (anexo 13):

1. **Laura** – Eu acho que eles não sabem bem o que é uma demonstração. Estás a perceber?
2. **Rita** – Sim, mas se nós lhe dermos vários processos para demonstrar uma afirmação... ... pode ser que eles fiquem a saber...
3. **Laura** – Se calhar tens razão, mas eles continuam com algumas dificuldades na interpretação... Será que conseguem apreender o essencial a partir de todos os exemplos para chegarem ao que é a demonstração... Não sei se iremos atingir o objetivo que definimos para a tarefa!
4. **Rita** – Mas eles têm vindo a melhorar, não achas?
5. **Laura** – Sim, mas não sei se será o suficiente para isto... Eles têm de ser capazes de analisar o texto, selecionar o essencial e depois sintetizar. Tenho receio de estarmos a ser muito exigentes. Não te esqueças que queríamos transformá-la num momento formal de avaliação... (OR12maio, 5)

Do diálogo que acima transcrevemos, parece ser possível inferir que Laura, para além de ter consciência de que os alunos não detêm o conhecimento do que se entende, neste contexto, por demonstração, receia que a falta de domínio da competência escrita dos alunos, a nível da língua materna, nomeadamente, a capacidade de interpretar, selecionar os dados pertinentes e elaborar sínteses venha a comprometer o sucesso da tarefa (falas 3 e 5). Parece interessante constatar que a opinião de Laura, acerca do significado, para os alunos, de demonstração, é consistente com uma das conclusões de um estudo realizado por Healy e Hoyles (2000), onde as evidências mostraram que mais de um quarto dos alunos, participantes naquele estudo, não tem qualquer ideia acerca do significado de demonstração ou do seu papel.

Já relativamente à superação das dificuldades expectáveis aquando da realização da tarefa 7, Laura concorda com Rita quando, num dos diálogos desenvolvidos a respeito deste assunto, a colega propõe um trabalho, antecedendo a implementação daquela tarefa. No entanto, Laura parece revelar algumas reservas quanto ao sucesso dos alunos no desempenho da tarefa, manifestando, ainda, a sua preocupação por se

tratar de um momento de avaliação das aprendizagens realizadas, como se pode inferir do extrato do diálogo acima transcrito (falas 3 e 5).

Apesar do que foi referido por Rita, Laura, procedendo à inventariação das prováveis dificuldades dos alunos, revela alguma falta de confiança nas suas capacidades em realizar, com sucesso, as demonstrações solicitadas, mesmo depois de analisarem os vários processos que têm disponíveis. Manifesta, assim, algum receio pela possibilidade de os alunos não conseguirem realizar, com sucesso, a tarefa 7. Considera, no entanto, que a ficha de reflexão poderá configurar-se, *a posteriori*, como uma estratégia de superação das dificuldades, como, aliás, parece estar evidenciado no extrato seguinte:

É que eu penso que eles, mesmo assim, vão ter dificuldades... Eles não estão habituados a demonstrar... E sei... a culpa é minha! A prova, o demonstrar... não é algo que seja do dia a dia da aula. Tenho receio de que não consigam ver o que se pretende, mesmo depois de analisarem os exemplos, mas não sei o que mudar neste enunciado... para eles conseguirem Eu sei que eles, com a ficha de reflexão, já se habituaram a prestar mais atenção aos objetivos e a ler o enunciado com a intenção de descobrir o que é dado e o que é pedido... Acho que, apesar de não ser muito fácil, acho que a [tarefa 7] devemos aplicar. A ideia é que aprendam... Acho que sim! (OR12maio, 8)

Síntese

Analisando as diferentes estratégias propostas por Laura, em contexto colaborativo, que, na sua opinião, poderiam auxiliar os alunos a ultrapassar as eventuais dificuldades, parece possível concluir que, de todas as apontadas, se destaca o *feedback* oral (Quadro 11). Além disso, em todas as estratégias parece estar subjacente o propósito de Laura em implicar os alunos na avaliação da sua própria aprendizagem, tentando, desta forma, melhorar a sua prática avaliativa.

Quadro 11: Dificuldades esperadas por Laura e estratégias delineadas

Estratégias delineadas	Dificuldades esperadas (categorias)				
	interpretação do enunciado	identificação dos dados e da tese	descoberta da lei de passagem	competência escrita	tópicos matemáticos abordados
recurso ao <i>feedback</i> escrito	proporcionado em cada primeira fase das tarefas 1, 2, 3, 4 e 6				
recurso ao <i>feedback</i> oral para complementar o escrito	tarefas 2, 3 e 7	tarefas 1, 2 e 3	tarefa 6	tarefas 1 e 2	identificação do trapézio (tarefa 2)
ficha de reflexão	tarefa 3 e 7	tarefa 7			
partilha, com os alunos, dos critérios de sucesso definidos	tarefa 3	tarefa 3		tarefa 3	ângulo de dois vetores(tarefa 3) equivalência de radicais.(tarefa 3)
planificação de aula promotora da autorregulação	tarefas 4 e 6			tarefas 4 e 6	
trabalho sistemático	tarefa 6		tarefa 6	tarefa 1	manipulação algébrica de expressões racionais (tarefa 6)

Estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão

De acordo com Dias e Santos (2010), a prática avaliativa é o agir do professor que, para além de permitir a recolha de informação acerca das aprendizagens realizadas pelos alunos, possibilita a eventual adaptação fundamentada das estratégias adotadas e, ainda, fornece informação, aos alunos, sobre o seu progresso. Assim, algumas das estratégias delineadas, em contexto colaborativo e mencionadas no quadro 11, poderão ser consideradas na prática avaliativa de Laura.

O *feedback* escrito e oral

A análise do *feedback* escrito, fornecido por Laura às produções de cada aluno da turma respeitantes a cada uma das primeiras fases das tarefas, teve como suporte as cinco categorias seguintes: *Foco*, *Natureza*, *Tratamento do erro*, *Forma sintática* e *Dimensão*. Dentro de cada categoria, cada *feedback* foi analisado e classificado tendo por base as subcategorias que a seguir explicitamos.

Foco

Apresentamos, de seguida, o resultado da nossa análise, relativa à categorização do *feedback* escrito fornecido por Laura, no âmbito da primeira categoria (Quadro 12). Contudo, é conveniente lembrar que, sobretudo nas primeiras tarefas, uma boa parte do *feedback* escrito, proporcionado por Laura, foi elaborado nas reuniões da equipa do projeto e só após análise e discussão da maioria das produções dos alunos das duas participantes.

Quadro 12: *Foco* do *feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Foco</i>	aluno	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	produto	14%	4	6%	2	3%	1	0%	0	2%	1
	processo	68%	19	78%	25	86%	25	81%	30	80%	27
	autorregulação	18%	5	16%	5	10%	3	19%	7	18%	6
Total		100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

Ora, após a categorização de todos os comentários registados por Laura, podemos inferir que Laura não registou qualquer comentário, nas produções dos alunos relativas à primeira fase de cada uma das cinco tarefas, que tivesse sido dirigido ao aluno. Também o tipo de *feedback* escrito, fornecido por Laura e incidindo sobre o produto, apesar de existente, não teve uma expressão significativa, notando-se, também,

tendência para a redução da sua quantidade, como se pode inferir da leitura dos dados apresentados no quadro 13 (4; 2; 1; 0; e 1). Na primeira fase da tarefa 1, há, contudo, quatro registos que foram considerados com incidência no produto. "Porque não refere a definição de radiano? Assim, a resposta não fica completa!" (PAC, 2nov, 2) é um exemplo do *feedback* proporcionado por Laura e incluído nesta subcategoria, uma vez que se foca no produto apresentado pelo aluno, dando-lhe, apenas, indicação do que deverá acrescentar para melhorar a resposta.

Já o *feedback* com incidência no *processo*, como se pode inferir da análise do quadro 13, foi o que teve maior expressão (68%; 78%; 86%; 81%; e 80%), aumentando, ainda que de forma progressiva, seguido do que se considerou como dirigido à *autorregulação* (18%; 16%; 10%; 19%; e 18%).

A título ilustrativo, apresentamos um comentário de Laura que foi categorizado como tendo incidência no *processo*. Este comentário (figura 6) “Desenhou bem, porque não concluiu a partir do desenho?” (PAC, 2nov, 4) foi registado por Laura a respeito da justificação dada pelo aluno à afirmação «Um ângulo de amplitude um radiano mede um pouco menos de 60° ».

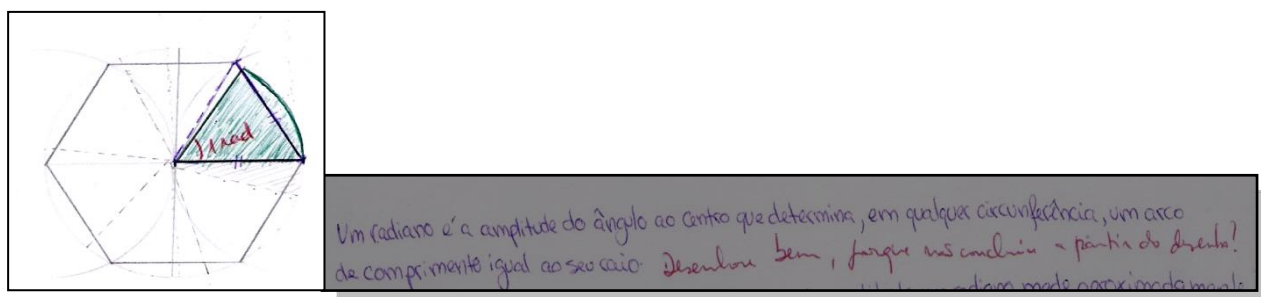


Figura 6: *Feedback* proporcionado por Laura, a respeito da 1.ª fase da tarefa 1

Ainda na mesma tarefa, mas já relativamente à produção de um outro aluno, Laura registou o seguinte:

Desenhou bem, concluiu de forma correta, mas não seria melhor, numa próxima vez, fazer acompanhar a explicação com um esquema? Não acha que ficaria mais completa a sua resposta? Na segunda fase vai ter oportunidade de melhorar. Não se esqueça, portanto, de tornar mais explícito o raciocínio desenvolvido. (PAC, 2nov, 1)

A análise deste registo levou-nos a incluí-lo na subcategoria *autorregulação*, uma vez que se trata de um tipo de *feedback* dirigido à capacidade de os alunos

autoavaliarem o seu trabalho e que procura envolvê-los, mais profundamente, na realização da segunda fase da tarefa.

Natureza

No quadro 13 explicitamos a distribuição, pelas diferentes subcategorias relativas à *Natureza*, da frequência do *feedback* fornecido por Laura às primeiras versões de cada uma das cinco tarefas.

Quadro 13: *Natureza* do *feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Natureza</i>	formula juízos de valor	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	chama a atenção	18%	5	6%	2	3%	1	0%	0	0%	0
	incentiva a reflexão	7%	2	13%	4	14%	4	16%	6	17%	6
	dá pistas	60%	17	63%	20	66%	19	68%	25	68%	23
	incentiva a reflexão e dá pistas	14%	4	18%	6	17%	5	16%	6	15%	5
Total		100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

Parece importante salientar o facto de não existir qualquer *feedback*, fornecido por Laura, que tenha integrado a formulação de juízos de valor. No entanto, apesar de se poder inferir, da análise do quadro 13, que existiu, ao longo do estudo, uma diminuição de registos configurados como simples chamadas de atenção (5; 2; 1; 0; e 0), o mesmo não se poderá referir relativamente ao *feedback* contemplando o incentivo à reflexão (4; 6; 5; 6; e 5).

Fomos, então, procurar uma explicação plausível para que o facto de considerarmos que a maioria dos registos, elaborados por Laura, inclui pistas orientadoras, mas não promotoras da reflexão dos alunos (60%; 63%; 66%; 68%; e 68%). De facto, apesar de na observação das aulas, aquando da realização da segunda fase das tarefas, nos ter parecido que Laura revelava preocupação com o facto de os

alunos refletirem não só sobre as suas produções, mas, também, sobre os comentários por ela elaborados, não fazia, para nós, sentido que, logo na elaboração dos comentários, Laura não registasse um *feedback* que fosse promotor de tal reflexão. Ao questionarmos Laura, no sentido de obter uma explicação para o que acabámos de referir, obtivemos como resposta o seguinte:

No meu entender, ... acho que li isso, ... o *feedback* escrito só será eficaz se for claro para o aluno e, além de não incluir a correção do erro, o vá incentivar a voltar a analisar a sua primeira resposta. Normalmente, foi isto que fiz ou ... tentei fazer. Eu dizia o que estava bem e dava-lhes pistas para melhorar as produções seguintes, porque assim poderia estar a induzi-los a refletir sobre o que tinham feito. Só no caso dos melhores alunos, em casos específicos, onde eu entendia que seria mais difícil, para eles [os melhores alunos], chegarem mais além, ... onde eu queria, para melhorar ao máximo as resoluções, é que registava um comentário que os levasse a refletir... (EL2, 3)

Efetivamente, como se pode inferir da análise do quadro 14, a grande maioria do *feedback* procura *dar pistas*, como, por exemplo, o comentário registado por Laura, na produção de um aluno, aquando da realização da tarefa 2:

Optou por uma estratégia correta para exprimir, em função de x , a área pedida, mas, na segunda fase, deverá usar uma linguagem mais apropriada. Não parece muito adequado dizer “trapézio [ABEG]“, não acha? Os quadriláteros [ABEG] e [ACEG] são do mesmo tipo? Onde estão as bases, isto é, os lados paralelos do quadrilátero [ABEG]? (PAC, 16dez, 2)

Tratamento do Erro

No quadro 14 pretendemos evidenciar a categorização dos diferentes tipos de *feedback*, proporcionado por Laura, no que diz respeito ao *Tratamento do erro no feedback*

Parece-nos pertinente registar que, em relação à categoria *Tratamento do Erro*, nenhum do *feedback*, fornecido por Laura ao longo do estudo, se inclui na subcategoria “*assinala e corrige*”. Contudo, Laura *assinala e não corrige* alguns erros, como parece ser evidente da análise do quadro 15 (1; 4;2;1; e 0) e, além disso, também parece não se tratar de um tipo de *feedback* muito frequente, se comparado com a totalidade dos comentários analisados em cada tarefa (28; 32; 29;37; e 34).

Quadro 14: *Tratamento do erro no feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Tratamento do erro</i>	assinala e corrige	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	assinala, mas não corrige	4%	1	13%	4	7%	2	3%	1	0%	0
	não assinala, mas estimula a correção	11%	3	22%	7	45%	13	38%	14	53%	18
	incentiva a completar/melhorar	85%	24	65%	21	48%	14	59%	22	47%	16
Total		100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

Porém, Laura, quando se trata de erros ortográficos, morfossintáticos ou, ainda, de falhas a nível da linguagem específica da matemática, não deixando de os assinalar, aconselha o aluno a procurar a sua correção ou uma melhor especificação, como se pode constatar no comentário seguinte, a respeito da produção de um aluno aquando da realização da primeira fase da tarefa 2, elaborado por Laura:

Na sua opinião, quando x se aproxima de 90° , o quadrilátero [ABEF] aproxima-se de um retângulo. Não poderá ser um caso particular de um retângulo? É fácil mostrar que os ângulos internos são retos, mas, não será melhor verificar a relação entre os comprimentos dos lados? Serão só iguais dois a dois? (PAC, 16dez, 1)

Da análise que fizemos dos registos elaborados por Laura, concluímos que os deveríamos incluir, na sua maioria, na subcategoria *incentiva a completar/melhorar*, tal como se pode observar no quadro 14 (85%; 65%; 48%; 59%; e 47%). A título ilustrativo, apresentamos um registo elaborado por Laura, aquando da realização da primeira fase da tarefa 6, e incluído, por nós, nesta subcategoria:

Considera, e bem, que $-\frac{3}{2}$ é o inverso de $-\frac{2}{3}$. Mas, não explica por

que razão é que a imagem de 3, pela inversa de f , é $\frac{3}{4}$ e não $-\frac{2}{3}$.

Podia clarificar melhor esta questão, não lhe parece? (PAC3maio, 3)

Após o preenchimento do quadro 14, verificámos que a percentagem deste tipo de registo diminui, tendencialmente, ao longo do ano lectivo, ao contrário do que sucedeu com a de *feedback* categorizado como *não assinala, mas estimula a correção* (11%; 22%; 45%; 38%; e 53%). Depois de termos verificado, com alguma surpresa, esta situação, tentámos encontrar uma possível explicação. Assim, na reunião de 26 de

maio de 2010, a investigadora, dirigindo-se diretamente para Laura, abordou o assunto da seguinte forma:

1. **Investigadora** – Que tipo de *feedback* terá mais vantagem para a aprendizagem do aluno: quando não assinalamos os erros cometidos, mas os levamos a corrigi-los, ou, quando os incentivamos a completar ou melhorar as suas produções?
2. **Laura** – Eu no início... quando começámos este trabalho, pensava que nunca deveria assinalar o erro, quer dizer, os erros de raciocínio e que revelavam faltas de conhecimento ou conceitos errados, porque eles podiam ficar inibidos e noutras situações poderiam retrair-se e... se tivessem dúvidas, não as queriam mostrar e, também, tinha... sentia muita dificuldade em elaborar comentários que, sem assinalar os erros, dessem indicações para os alunos os corrigirem, entendes?
3. **Investigadora** – Sim, continua...
4. **Laura** – Depois, com o tempo, com o desenvolvimento do nosso trabalho, com as nossas discussões, fui aprendendo a escrever comentários que, sem assinalarem os erros, contivessem indicações para os alunos os corrigirem. E apercebi-me que, por vezes, ... com alguns alunos era preferível fazer isso. Mas não sei dizer que tipo de comentário será o melhor para um qualquer aluno. Acho que depende, não é? (OR26maio, 4)

Também durante as aulas observadas, constatámos que os alunos de Laura, à medida que o ano decorria, correspondiam melhor ao seu *feedback* escrito, especialmente quando o comentário estava incluído na categoria *não assinala, mas estimula a correção*. Efetivamente, por exemplo, através dos registos seguintes, parece ser possível apercebermo-nos da evolução de Maria no que diz respeito à sua reação ao *feedback* escrito, proporcionado por Laura e incluído na categoria *não assinala, mas estimula a correção*:

Laura, depois de ter dado tempo para que os alunos lessem todos os comentários, dirigindo-se a Maria questiona-a sobre o *feedback* escrito que lhe havia proporcionado, a fim de averiguar se havia identificado os erros cometidos:

1. **Laura** – Entendeu as minhas indicações? [apontando para o que tinha registado junto da produção da aluna]
2. **Maria** – *Stora*, muito sinceramente, não percebo onde é que errei e com o que a professora me diz para fazer ... acho que fico na mesma...
3. **Laura** – Consegue perceber a minha caligrafia, não consegue? Vamos ler o que escreveu, está bem? Aqui [procurando o texto

escrito pela aluna] quando refere que um radiano é próximo de 57 graus, será que está a atender ao que era pedido no enunciado?

4. **Maria** – Tínhamos de [procurando a frase no enunciado] justificar que um radiano era menor do que 60°, não era? Foi por isso que eu escrevi isto. Eu vi na máquina... e deu mais ou menos 57° !
5. **Laura** – Mas tem de ler o enunciado todo, não é? Ora leia tudo...
6. **Maria** – Temos de usar a definição de radiano para justificar...E eu não usei? É isso que não estou a entender! A *stora* diz aqui ... escreveu, perguntou... qual era a definição [de radiano], e eu já a tinha usado! Um radiano não é aproximadamente 57°?
7. **Laura** – Abra o manual e procure a definição de radiano, depois já vai descobrir porque escrevi isso aí, está bem? (OA2nov,1, 2, 2)

Laura questionou Maria de forma sistemática (falas 1, 3 e 5), tentando que a aluna conseguisse interpretar os comentários registados e, ainda, que tomasse consciência do erro cometido. Mais tarde, aquando da realização da segunda fase da tarefa 3, Laura volta a questionar, novamente Maria, com a intenção de levar a aluna a identificar os erros cometidos na realização da primeira fase daquela tarefa. De facto, Laura, nessa aula, desenvolve, com Maria, o seguinte diálogo:

1. **Laura** – Já descobriu onde errou?
2. **Maria** – Sim, já percebi o que estava errado, agora vou tentar responder às perguntas que a *stora* escreveu. Quero melhorar...
3. **Laura** – Está bem. Não precisa de ajuda?
4. **Maria** – Eu agora já entendi... mas, nas aulas, não me apercebi que havia dois processos para calcular o produto escalar de dois vetores. Usei a definição, porque era aquele que sabia, que me lembrava.
5. **Laura** – Esse foi o primeiro processo que vimos. E assim, consegue determinar o que era pedido?
6. **Maria** – Sim, eu com os comentários da *stora*, já tinha percebido que, assim, não iria conseguir determinar a abcissa de P. Já tinha tomado entendido que teria de usar o outro processo para calcular o produto escalar. (OA25jan,3, 2, 3)

Já na análise da produção da segunda fase de Maria da mesma tarefa, verificámos que, na resposta à alínea c, a aluna usou o processo adequado para calcular o produto escalar dos dois vetores, mas, apesar de ter conseguido determinar, corretamente, as coordenadas de P, ainda não conseguiu encontrar a solução, em virtude de se ter enganado a resolver a equação $(4,4\sqrt{3})(x-4,0) = -18$. (OR27jan, 5).

Contudo, posteriormente, ao analisarmos a ficha de reflexão da aluna, relativa à realização desta tarefa, verificámos que Maria identificou o erro cometido na segunda fase e tomou consciência da sua origem, uma vez que regista

enganei-me na c) a resolver a equação, porque ao calcular o produto escalar só multipliquei o 4 pelo x e fiquei com a equação $x-4+0=-18$. Depois claro, não consegui chegar à solução que devia!” (OR10fev, 1)

Ainda relativamente à reação ao *feedback* escrito, proporcionado por Laura às produções de Maria, no que diz respeito à tarefa 6, parece possível verificar que continuou a existir uma evolução muito positiva. Com o exemplo seguinte pretendemos ilustrar o que acabamos de referir.

Laura, dirigindo-se a Maria (aquando da realização da segunda fase da tarefa6), questiona-a acerca da identificação dos erros cometidos na realização da primeira fase daquela tarefa. Maria responde “fiz confusão entre inverso de um número e função inversa” (OA3maio,6, 2, 2).

Laura interroga-a novamente, procurando saber se com o *feedback* que lhe havia proporcionado, além de ter conseguido que identificasse os erros cometidos também a iria auxiliar a encontrar a resposta correta. Maria informa Laura “na minha opinião, acho que serei capaz de ter um desempenho muito bom nesta segunda fase, porque não só consegui identificar os erros, como, também, com as pistas dadas pela *stora* irei conseguir remediá-los”. (OA3maio,6, 2, 3).

Face ao que acabámos de expor, pareceu-nos possível concluir que o *feedback* categorizado como *não assinala, mas estimula a correção* foi, para muitos alunos, à semelhança do que aconteceu com Maria, uma estratégia reguladora da sua própria aprendizagem.

Forma sintática

Já relativamente à *forma sintática* do *feedback* registado por Laura e após a análise e categorização realizadas, parece que poderemos concluir que se distribuem por três formas: (1) *afirmativa*; (2) *interrogativa* e (3) *interrogativa e afirmativa*, conforme se encontra ilustrado no quadro 15.

Quadro 15: *Forma sintática* do *feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Forma sintática</i>	simbólica	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	afirmativa	21%	6	19%	6	14%	4	11%	4	9%	3
	interrogativa	32%	9	25%	8	31%	9	35%	13	44%	15
	interrogativa e afirmativa	47%	13	56%	18	55%	16	54%	20	47%	16
Total		100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

A fim de ilustrar cada um destes tipos de *feedback*, apresentamos, de seguida, dois comentários registados por Laura, tendo sido o primeiro incluído na subcategoria *interrogativa* e o segundo na forma *interrogativa e afirmativa*:

[ABEF] está a aproximar-se de um retângulo, à medida que x se aproxima de 90° ? Será que não poderá ser um quadrado? Verifique a relação entre os comprimentos dos lados. Serão apenas iguais dois a dois? (PAC, 16dez, 3)

Afirma que o inverso de um número e o de uma função são coisas diferentes. Na próxima fase será que pode esclarecer esta questão? (PAC, 3maio, 3)

Após a análise do quadro 15, concluímos que a segunda subcategoria - *interrogativa e afirmativa* - teve uma maior expressão. Tal como referem Santos e Semana (2010), o *feedback* do tipo indicado em (2) “ao reunir as formas afirmativa e interrogativa, tende, por um lado, a identificar aspetos que devem ser melhorados/completados no trabalho apresentado e, por outro lado, a fornecer orientações/pistas que pretendem ajudar o aluno a consegui-lo” (p. 8).

A título de exemplo, apresentamos um registo, elaborado por Laura, nua produção de um aluno, aquando da realização da tarefa 4 (questão 1.8) (anexo 9) que parece corroborar o que acabámos de afirmar:

Considerou que a função é decrescente em todo o domínio. Sendo assim, a imagem de 2 deveria ser superior à imagem de 4, não lhe parece? Acha que o gráfico lhe permite tirar esta conclusão? Talvez seja melhor recorrer à definição de função estritamente crescente.

Estudámos isso o ano passado, lembra-se? Consulte o manual de 10.º ano ou o seu caderno diário. Vai ver que encontra resposta para as questões que agora lhe coloquei e, assim, encontrará a resposta correta à pergunta 1.8. (PAC24fev, 3)

Além disso, será ainda pertinente registar que Laura nunca utilizou um comentário incluído na subcategoria *simbólica*. Efetivamente, o *feedback* escrito proporcionado por Laura surge só na *afirmativa*, só na *interrogativa*, ou, ainda, na forma mista - *interrogativa e afirmativa*.

Dimensão

No quadro 16 apresentamos a distribuição do *feedback*, registado por Laura, nas produções dos alunos realizadas aquando da primeira fase de cada uma das cinco tarefas, relativamente à sua *dimensão*.

Quadro 16: *Dimensão* do *feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Dimensão</i>	curto	21%	6	50%	16	41%	12	13%	5	26%	9
	médio	54%	15	47%	15	48%	14	68%	25	65%	22
	longo	25%	7	3%	1	10%	3	19%	7	9%	3
Total		100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

Já relativamente à *Dimensão*, o *feedback* escrito elaborado por Laura encontra-se incluído, em maior percentagem, na subcategoria *médio*. A título exemplificativo, apresentamos um comentário de cada um destes três tipos.

Assim, o registo de Laura, na produção de um aluno referente à tarefa 1 que se encontra na figura 7 "Através do desenho, conseguiu mostrar uma estratégia a usar. Faltou completar..." (PAC, 2nov, 1), foi categorizado, em relação à dimensão, como *curto*, por integrar, apenas, uma ação.

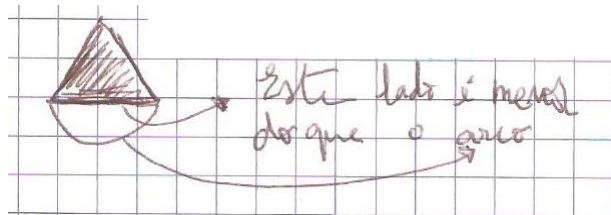


Figura 7: Exemplo de uma produção que mereceu um *feedback* curto

Já na figura 8, apresentamos o único registo de outro aluno, aquando da realização da primeira fase da mesma tarefa 1 (PAC, 2nov, 5).

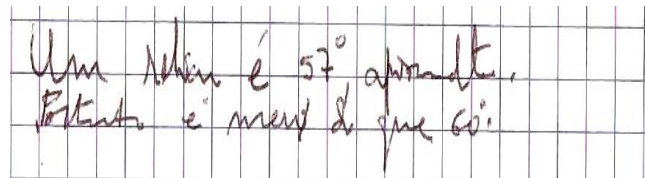


Figura 8: Exemplo de uma produção que mereceu um *feedback* médio

Nesta produção, Laura registou o seguinte *feedback* "No enunciado não era pedido que comparasse as amplitudes dos ângulos, pois não? Na segunda fase, tem de registar a definição de radiano (não o valor aproximado da amplitude) e só depois é que a vai relacionar com a amplitude de um ângulo ou de um arco.

Na figura 9, apresentamos um exemplo de outra produção também realizada aquando da primeira fase da tarefa 1. (PAC, 2nov, 3)

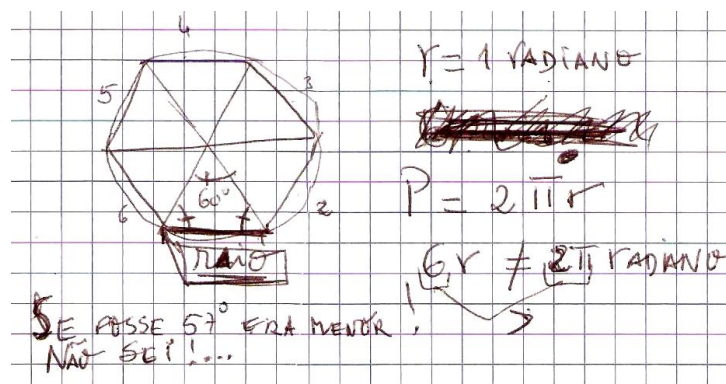


Figura 9: Exemplo de uma produção que mereceu um *feedback* longo

Laura registou, na produção da figura 9, o seguinte comentário:

Fez um esquema que o ajudou a pensar, mas, como não explicou o raciocínio, tenho dificuldade em acompanhá-lo! Na outra fase vai poder melhorar. Comece por escrever o que quer dizer com $r = 1$ radiano e, em seguida, explique por que razão escreveu que $6r$ era diferente de 2π radiano. Por fim, complete o seu raciocínio e justifique por que razão afirma que «Se fosse 57° , era menor! Não se esqueça do que era suposto mostrar». (PAC, 2nov, 7)

Este último comentário foi categorizado, em relação à dimensão, como *longo*, por integrar, mais de duas ações que o aluno deveria realizar na segunda fase.

Laura, ao elaborar um comentário, preocupa-se, essencialmente, em proporcionar a informação necessária, e não demasiada, para que os alunos possam vir a interpretar corretamente a sua mensagem, podendo, assim, ter oportunidade de melhorar o seu desempenho. Aliás, da análise do quadro 16, podemos verificar que a maioria do *feedback* proporcionado por Laura tem uma dimensão incluída na subcategoria *médio*. Já na subcategoria *longo*, nota-se uma diminuição significativa na dimensão do *feedback* proporcionado por Laura, sobretudo da primeira para a segunda tarefa (25% para 3%), ao contrário do que se constatou com o *feedback* categorizado como *curto*. (21% para 50%) nas mesmas duas tarefas.

Reação, do aluno, ao *feedback* escrito

Nas aulas reservadas à realização da segunda fase da tarefa, os alunos começavam por ler os comentários registados por Laura, nas produções da primeira fase, e, após essa leitura, tinham hipótese de pedir esclarecimentos à professora, que poderiam ser relativos à: (1) caligrafia de Laura; ou (2) interpretação de qualquer questão ou afirmação colocada no comentário. No entanto, os esclarecimentos, solicitados pelos alunos, para descodificar a caligrafia de Laura foram manifestamente diminutos, o mesmo, porém, já não aconteceu com o outro tipo - interpretação de qualquer questão ou afirmação colocada no comentário. Com o extrato seguinte, retirado de um episódio de uma das aulas observadas, pretendemos ilustrar o tipo de esclarecimento, solicitado pelos alunos de Laura, relativo à "interpretação de qualquer questão ou afirmação colocada no comentário":

Rodrigo chama a professora e questiona-a sobre o comentário que estava escrito na sua produção - "Afirma que as coordenadas de D são $(8, 4\sqrt{3})$, porque os pontos D e B têm a mesma abcissa. Mas,

parece-lhe que, desta forma, mostrou, claramente, o que é pedido?"
- iniciando o diálogo seguinte:

1. **Rodrigo** – A *stora* escreveu isto, mas eu não entendo... Não era para ver as coordenadas de D? Eu disse, ... eu comparei estas [as coordenadas do ponto D] com as de B
2. **Laura** – Acha mesmo que comparou as ordenadas dos dois pontos, Rodrigo? No enunciado é pedido para comparar as coordenadas (reforçando a palavra "coordenadas") e o Rodrigo limitou-se a comparar as abcissas dos dois pontos, não foi?
3. **Rodrigo** – Ah! Já percebi! (mostrando-se visivelmente satisfeito)
(OA25jan,3,2, 4)

Filipe, um outro aluno, chama a professora e pede-lhe para explicar o comentário “Deve comparar as coordenadas do ponto A com as do ponto B. Acha que se as coordenadas de A são (0, 4), as de B poderão ser ($4\sqrt{3}$, 0)?” Nessa altura, desenvolve, com Laura, o diálogo seguinte:

1. **Filipe** – Eu usei o teorema de Pitágoras, acho que fiz bem... não entendo onde está o erro. Consegui mostrar o que era pedido...
2. **Laura** – Volte a ler o enunciado, Filipe. ... Agora veja o que escreveu e os comentários que registei. Agora já me sabe dizer o que era suposto ter mostrado?
3. **Filipe** – Eu tinha de mostrar ... que as coordenadas do ponto D eram 8 e $4\sqrt{3}$. Mas eu fui ver primeiro as de B...
4. **Laura** – E justificou todos os passos, Rodrigo? ... Porque terá começado por descobrir as coordenadas de B? Qual será a posição de B? Não haverá alguma particularidade? Ora, pense...
5. **Filipe** – Agora, já entendi... (recomeçando a trabalhar)
(OA25jan,3,2, 6)

Os alunos, após tais esclarecimentos, respondiam, por escrito, às questões ou aos comentários colocados por Laura e procediam à realização da segunda fase da respetiva tarefa, tendo, assim, oportunidade de melhorar a sua produção. No final da aula, as produções de todos os alunos (primeira e segunda fases) eram recolhidas e, posteriormente, as informações eram registadas em grelhas elaboradas para o efeito (a título de exemplo, veja-se o anexo 17).

Ora, a análise do quadro 17 sugere que, a partir da tarefa 3, a grande maioria dos comentários registados por Laura deixa de ser ignorada pelos alunos na segunda fase.

Quadro 17: Contabilização da reação do aluno ao *feedback* proporcionado por Laura

Categoria	Primeira fase da tarefa									
	1		2		3		4		6	
ignora	89%	25	75%	24	55%	16	13%	5	9%	3
utiliza e não melhora	7%	2	16%	5	28%	8	22%	25	21%	7
utiliza e melhora	4%	1	9%	3	17%	5	65%	7	70%	24
Total	100%	28	100%	32	100%	29	100%	37	100%	34

Porém, ainda que não seja possível estabelecer uma relação causa-efeito, é necessário ter presente que foi a partir da realização desta mesma tarefa que, cada aluno, após a análise das suas produções já comentadas, começou a preencher a ficha de reflexão (anexo 14). Também nos parece interessante constatar a evolução, no que diz respeito à utilização, por parte do aluno, do *feedback* fornecido por Laura e melhoria das suas produções na segunda fase verificada nas duas últimas tarefas. Parece, deste modo, que, para além da eficácia da estratégia utilizada na penúltima tarefa (ficha de reflexão), há um outro fator que poderá ter sido determinante nesta evolução, como é, aliás, reconhecido por Laura, e que é decorrente da aprendizagem realizada pelas professoras:

À medida que fomos registando os comentários, fomos vendo como os alunos reagem e tentávamos adequar os comentários às características daquele aluno. Fui aprendendo com eles... com as reações deles. Isto do *feedback* não é uma tarefa nada simples... Precisamos de saber com quem estamos a trabalhar, não é? (EL2, 7)

Assim, o *feedback* escrito, fornecido por Laura, foi essencialmente dirigido ao processo, mas, procurou, de um modo geral, questionar, dar pistas de ação futura e, apesar de não incidir muito sobre a promoção da reflexão, tratou o erro como fenómeno inerente à aprendizagem, incentivando os alunos a completar ou melhorar as suas produções. Laura, para que esse *feedback* potenciase a aprendizagem dos alunos, centrou-se nos aspetos a melhorar nas produções apresentadas, fornecendo indicações sobre o modo como os alunos o poderiam fazer, mas sem incluir a resposta ou a correção dos erros. Além disso, sobretudo a partir da tarefa 3, os alunos começam a reagir positivamente ao *feedback* registado por Laura, tendo conseguido melhorar, na

segunda fase, as suas produções. Assim, parece ser possível afirmar que Laura proporcionou um *feedback* com intencionalidade reguladora das aprendizagens dos alunos, como, aliás, é a opinião dos seus alunos, transmitida por Laura na segunda entrevista:

Questionados os alunos, acerca da realização destas tarefas, foram unânimes em considerar que eram muito úteis, pois o *feedback* obrigava-os a refletir, a reorganizar o raciocínio e levava-os, muitas vezes, às conclusões desejadas. (EL2, 5)

No entanto, o *feedback* proporcionado por Laura não teve, obviamente, a mesma eficácia em todos os alunos, nem conseguiu ser apreendido uniformemente, como é, também, reconhecido pela professora:

As características dos alunos eram bastante diferentes, ..., e como era de esperar, eles reagiam de forma diferente... tanto às tarefas, como aos comentários que fui registando. Nas produções dos alunos que tinham Geometria Descritiva o desenho era a forma privilegiada de resolver as questões, no entanto, também eram recetivos à necessidade de utilizar a redação matemática. Também se notou evolução nos outros alunos [que não estavam inscritos na disciplina de Geometria Descritiva], nas reações às tarefas e aos comentários... Por exemplo, nas tarefas 1, 2 e 3 realizadas pelo Bruno. Na primeira tarefa, o aluno responde às questões colocadas no *feedback*, mas não consegue, com as pistas que dei, responder à questão essencial do enunciado. Já nas 2.^a e 3.^a tarefas responde às questões colocadas, reformula as respostas de acordo com as pistas e nas segundas fases consegue responder ao que é pedido no enunciado. No entanto, para alguns alunos, o *feedback* não resultava, ou seja, apesar de parecer, para mim, perceptível aquilo que eu escrevia, não o era para alguns alunos. Precisava de os conhecer cada vez melhor e, à medida que isso foi acontecendo, nas segundas fases, nalguns desses casos, as produções, de facto, melhoraram. (EL2, 6)

Laura considera, ainda, que se o *feedback* for dado com regularidade poderá facultar o desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de interpretação de informação escrita, como pode ser inferido das suas palavras: "Estes alunos, para o ano, já estarão mais habituados às tarefas em duas fases e, com certeza, terão mais facilidade em interpretar os meus comentários." (EL2, 6).

Além disso, segundo Laura, no final do ano letivo 2009/10, na avaliação do PCT ficou registado o seguinte: "as tarefas realizadas em Matemática A, dirigidas, essencialmente, ao desenvolvimento da argumentação matemática e com recurso a

feedback escrito, foram um contributo para o desenvolvimento da competência escrita de uma boa parte dos alunos desta turma” (EL2, 5).

Ficha de reflexão

Este recurso, ainda que usado de forma não sistemática, encontra-se integrado nas práticas avaliativas de Laura e, neste caso, parece ter-se configurado como uma estratégia com intencionalidade reguladora das aprendizagens dos alunos.

Efetivamente, aquando da conceção das tarefas 3 e 7 e da consequente inventariação das possíveis dificuldades dos alunos a evidenciar durante a sua realização, Laura considerou que a inclusão da ficha de reflexão (anexo 14) poderia vir a configurar-se, *a posteriori*, como uma estratégia de superação.

Assim, na aula de 25 de janeiro, tal como planeado, Laura implementou aquela estratégia. Começou por fazer uma breve introdução, explicando o que esperava dos alunos:

Devem começar por ler os comentários e as vossas resoluções, como já têm feito, e, se tiverem dúvidas, podem pôr o dedo do ar que eu irei ter convosco e tentarei esclarecê-las. Quando já estiver tudo percebido e analisado, começam a resolver a segunda fase, respondem aos meus comentários. A ideia é melhorar as vossas produções. No fim devem preencher a ficha de reflexão. Já sabem que devem dar a vossa opinião em relação a três coisas: às dificuldades que tiveram nessa tarefa; às causas... das dificuldades; e a terceira... tentar encontrar uma forma para as remediar... dizer como acham que poderão ultrapassá-las. Perceberam? Têm cerca de 45 minutos para fazer este trabalho. (OA25jan, 3, 2, 1)

Seguidamente, Laura distribuiu as produções dos alunos já com os registos do *feedback*. Os alunos, em silêncio, começaram por analisar não só as suas produções, mas também o *feedback* proporcionado por Laura. Esporadicamente, um aluno chamava a professora, solicitando algum esclarecimento. Passados cerca de 40 minutos, Laura distribuiu as folhas com as fichas de reflexão. Dum modo geral, os alunos realizaram esta segunda tarefa, sem colocarem questões. No entanto, um aluno pediu esclarecimento sobre o que deveria escrever.

1. **Pedro** – Eu não sei o que escrever... A *stora* já sabe que eu não gosto de escrever!
2. **Laura** – Leia, devagar, o que é pedido...
3. **Pedro** – Tenho de escrever um texto onde ponha a minha opinião sobre os erros que dei e o que devo fazer para não voltar a fazer os mesmos...
4. **Laura** – Está a interpretar o que lá [ficha de reflexão] está escrito. E é isso que eu pretendo. Só falta uma coisa. Qual é? Ouviu o que eu disse no início?
5. **Pedro** – Sim... eu entendi que tínhamos de ler os comentários e fazer a segunda fase. Depois é que íamos refletir.
6. **Laura** – Sim, ouviu bem. E na reflexão?
7. **Pedro** – Foi o que eu disse...
8. **Laura** – Eu falei em três coisas, não foi? Ora leia o texto do início. O que é que são esses tópicos [apontando para as marcas que estão no texto]?
9. **Pedro** – [Começando a ler a introdução] refletir "sobre as causas da qualidade do teu desempenho"...
10. **Laura** – São três coisas. Não é? Com os meus comentários e depois da análise que fez, já sabe o que errou, não sabe?
11. **Pedro** – Sim, já vi que além de erros de cálculo, também não vi que era para mostrar...
12. **Laura** – Uma das partes já está: identificou os erros. E agora falta ver
13. **Pedro** – Duas coisas. O que tenho de fazer para não voltar a fazer o mesmo erro e descobrir por que é que errei...
14. **Laura** – Exatamente. Descobrir a causa e encontrar uma forma de não voltar a errar.
15. **Pedro** – Sim, agora... na segunda fase, já expliquei o que tinha feito. Acho que ao explicar já estou a mostrar, não é? Da primeira vez não percebi. Fiz os cálculos e pronto!
16. **Laura** – Sim, é isso. Têm de explicar, justificando, como se chega à conclusão. Agora só tem de passar para o papel... passar a escrito o que estivemos a fazer oralmente... Vá, continue a trabalhar...

Deste diálogo parece possível inferir que o aluno, apesar de inicialmente estar com alguma relutância em redigir o texto solicitado na ficha de reflexão, conseguiu perceber o que era pretendido, com as sucessivas intervenções de Laura. De facto, a professora, sem lhe dizer, explicitamente, o que Pedro deveria fazer, foi-o auxiliando a interpretar o que lhe estava a ser solicitado.

Curiosamente, Pedro foi um dos alunos de Laura que, no início do estudo, mais resistiu à realização de tarefas que envolvessem a explicitação, por escrito, dos raciocínios desenvolvidos. Contudo, como se pode constatar na figura seguinte, após o *feedback* oral proporcionado por Laura, Pedro, neste caso, parece ter conseguido explicitar, por escrito, a sua análise e fundamentá-la com algum rigor.

Elabora um texto que exprima a tua opinião, referindo o que poderás fazer para, na próxima tarefa, não cometeres os mesmos erros.

Eu até não tive muitas dificuldades na primeira fase. Errei cálculos, porque estava desatento. Eu já tinha feito muitos exercícios do produto escalar e estava convencido que já sabia. Afinal só sabia fazer com a definição. Depois também fiz alguns cálculos mentalmente e não expliquei. Eu pensava que não era preciso. Eu não gosto muito de escrever em Matemática. Com os comentários da *stora*, percebi o que tinha feito de errado.

Para a próxima vez já sei o que tenho de fazer quando a *stora* pedir para «mostrar».

Tenho de explicar o que estou a pensar

5

Figura 10: Extrato do conteúdo da ficha de reflexão do Pedro, relativa à tarefa 3

Laura, com esta estratégia, parece ter contribuído para reforçar a prossecução dos objetivos da tarefa 3.

Já a respeito da tarefa 7, Laura ponderou a hipótese de a ficha de reflexão poder constituir, *a posteriori*, uma estratégia de superação das eventuais dificuldades dos alunos, quer a nível da interpretação do enunciado, quer no que respeita à identificação dos dados e da tese. Como se tratava de uma tarefa a realizar num momento formal de avaliação, questionámos Laura acerca da exequibilidade de tal estratégia:

Eu penso que o mais importante é que os alunos aprendam a demonstrar. Eu sei que se o trabalho já tiver sido classificado, os alunos não vão dar grande importância aos nossos comentários. Mas, a minha ideia é pedir o preenchimento da ficha de reflexão antes de eles verem a nota registada na folha. Vão ver os erros cometidos e preencher a ficha [de reflexão]. Só depois, noutra aula, é que lhes vou entregar a tarefa classificada. Esta ficha, com as adaptações que lhe fizemos e com o uso quase sistemático que lhe demos, tem dado bom resultado, não acham? Nós temos tido muito trabalho, é certo,

⁵ Eu até não tive muitas dificuldades na primeira fase. Errei cálculos, porque estava desatento. Eu já tinha feito muitos exercícios do produto escalar e estava convencido que já sabia. Afinal só sabia fazer com a definição. Depois também fiz alguns cálculos mentalmente e não expliquei. Eu pensava que não era preciso. Eu não gosto muito de escrever em Matemática. Com os comentários da *stora*, percebi o que tinha feito de errado. Para a próxima vez já sei o que tenho de fazer quando a *stora* pedir para «mostrar». Tenho de explicar o que estou a pensar.

mas eles têm vindo a melhorar... Parece que estamos a trabalhar todos para o mesmo, não é? Não têm a mesma opinião? (OR26maio,4)

Laura considera que a ficha de reflexão é um instrumento facilitador da autorregulação da aprendizagem, independentemente de ser aplicada após um momento informal ou, inclusivamente, formal da avaliação das aprendizagens realizadas.

Na reunião de 12 de maio, Laura, a respeito da aplicação da ficha de reflexão, comentou o seguinte:

[Os alunos] Têm vindo a preencher a ficha de reflexão e... já... perceberam que têm de descobrir os dados e a tese... isto é essencial quando lhes pedimos... quando têm de fazer uma justificação. Para isso têm de interpretar corretamente o enunciado... Eles, de um modo geral, têm vindo a perceber isso... Esta ficha tem vindo a cumprir, ou melhor, têm ajudado a cumprir a os nossos objectivos, não acham? (OR12maio, 4).

Laura considera que, com o uso da ficha de reflexão, tem vindo a conseguir que os alunos se envolvam mais no processo da sua própria aprendizagem.

Partilha com os alunos dos critérios de sucesso definidos

Quando os alunos realizaram a primeira fase da tarefa 3, as intervenções de Laura parecem deixar transparecer a sua intenção de partilhar, com os alunos, os critérios definidos para essa tarefa. Com efeito, no início da aula, Laura, depois de distribuir as folhas com o enunciado da tarefa, pede a um aluno para ler os objetivos que se encontravam registados na folha e inicia o seguinte diálogo com a turma:

1. **Laura** – Quais são os objetivos da tarefa, Rodrigo?
2. **Rodrigo** – Temos aqui coisas que são de português, ler e interpretar... e depois há outros objetivos que são de matemática!
3. **Laura** – Sim, podemos dividi-los em dois grupos. Ler e interpretar enunciados são relativos ao domínio da língua materna, não é, Pedro?
4. **Pedro** – Sim, temos que saber ler, interpretar e justificar...isto são coisas de português.
5. **Laura** – Estão de acordo? Diga, Bernardo...

5. **Bernardo** – Sim, apesar de que justificar... também pode ser de matemática. Em matemática, a *stora* pede-nos sempre para justificar e aqui até diz que temos de usar argumentos válidos... Não podemos dizer que é só da língua, do português! Estamos a aprender a argumentar e não é só em filosofia, também no português e na matemática...Mas, é diferente!
6. **Laura** – Onde está a diferença? (questionando o mesmo aluno)
7. **Bernardo** – Na matemática, temos de pensar, de procurar os dados e tentar arranjar um caminho para chegar à conclusão...
8. **Maria** – Pois, e isso, se leres bem, está nos objetivos [da tarefa] e também fala do produto escalar... aí já é só da matemática...
9. **Laura** – Sim, mas a minha ideia não era que se limitassem a separar os objetivos...
10. **Maria** – Pois, eu penso que já entendi! Conhecendo o que a *stora* espera de nós, ficamos a entender o que devemos fazer...Além de sermos capazes de ler, interpretar e fazer justificações também temos de usar a definição e as coordenadas dos vetores para calcular o produto escalar, não é?
11. **Laura** – Sim, e vocês já perceberam o que espero com esta tarefa? ... o que pretendo que façam? (OA11jan,3,1, 1)

Nesta aula, Laura, recorrendo a diálogo orientado, solicitou diferentes alunos e promoveu a descodificação de cada um dos objetivos previamente definidos para a tarefa 3 (anexo 8). Esta estratégia terá contribuído para que os objetivos viessem a ser compreendidos pelos alunos, como parece estar evidente nas palavras de Laura:

Com esta estratégia penso que consegui que [os alunos] tomassem consciência... que percebessem o que nós pretendíamos [objetivos da tarefa]. Eu achava que eles já tinham entendido, mas, de facto, isso não é assim tão evidente para eles... Foi importante... fazê-los pensar... refletir sobre isto. E não foi só para eles, para nós também... não acham? Eu não sei se... tenho dúvidas... será que agora... para as outras tarefas ... eles irão refletir sobre os objetivos? (OR27jan, 7)

Apesar da insegurança de Laura, quanto à eficácia, no futuro, desta estratégia, na segunda entrevista, Laura refere:

Uma das aspetos positivos... [do estudo] foi ter tomado consciência de... uma forma mais... intensa, mais forte... da necessidade de fazer com que os alunos entendam o que se espera deles. Numa das tarefas que fizemos, numa aula, tive oportunidade de ver isso! Podia parecer ter sido uma perda de tempo, mas não. Eles entenderam o que se pretendia... É importante que os professores partilhem com os alunos os critérios e os objetivos das tarefas que eles vão realizar. É que não basta dar-lhes um papel onde estão escritos, é preciso mostrar-lhes a importância... é preciso partilhar...(EL2, 7)

Aula promotora da autorregulação

Laura, de acordo com o que tinha ficado decidido na reunião de 10 de fevereiro de 2010, implementou, na aula do de 25 de fevereiro, com a duração de 90 minutos, o plano então gizado. Este consistia em colocar os alunos a esclarecerem as dúvidas uns dos outros, após terem tido oportunidade de tomarem consciência das falhas cometidas na realização da tarefa 4 e de as corrigirem, organizando um debate e selecionando três alunos para o moderar.

Assim, Laura começou por entregar, a cada aluno, as folhas com as suas produções relativas à tarefa 4, onde figuravam, também, os comentários proporcionados pela professora. Informou-os de que teriam cerca de 20 minutos para lerem não só o que tinham escrito, mas também o *feedback* registado. Acrescentou, ainda, que, caso entendessem que alguma resposta merecia ser melhorada, a deveriam reformular, uma vez que a finalidade de tal estratégia seria que fossem eles próprios a tomar consciência das falhas cometidas, procurando, também, num primeiro momento, a sua correção. Deu-lhes, ainda, indicações no sentido de, caso achassem conveniente, consultar o manual ou o caderno diário para, eventualmente, os auxiliar a esclarecer qualquer assunto. O que se encontra evidenciado nas suas palavras:

Laura – Acabaram de receber a tarefa que fizeram na última aula. O que pretendemos é que, durante cerca de 20 minutos, leiam o que fizeram e os comentários que registei, para poderem perceber onde erraram. Leiam e depois corrijam, por escrito, as respostas. Podem abrir o vosso manual e o caderno diário. (OA25fev,4,0,2)

Após estas considerações de Laura, os alunos começaram a trabalhar em silêncio e assim permaneceram, revelando bastante empenho, durante dezoito minutos. Nessa altura, Laura, vendo que quase todos tinham dado por concluído o trabalho, interrompendo o silêncio, informou-os de que iriam passar a uma outra fase de correção do trabalho, e que, por isso, deveriam preparar as suas intervenções, uma vez que iriam ser solicitados para explicar, aos colegas, a resposta dada a uma questão da tarefa (anexo 9). Acrescentou, ainda, que lhes iria dar mais quinze minutos para se poderem preparar.

Laura – Agora que terminaram esta primeira parte, vamos fazer o seguinte: cada um vai preparar o discurso para explicar aos outros como deveriam ter respondido a cada uma das questões. Vamos fazer uma apresentação pública. Está bem? Entenderam? Quero que cada um prepare o seu discurso. Se, por acaso, tiverem dúvidas, também as podem colocar. (OA25fev,4,0,3)

Nesta fase, Laura continuou a circular pela sala, tentando aperceber-se do trabalho desenvolvido por cada um dos seus alunos e realizando alguns registos. No entanto, os alunos trabalharam autonomamente, não solicitando o auxílio da professora.

Quando terminou o tempo destinado a esta segunda fase da aula, Laura informou os alunos que iriam, de seguida, proceder à verificação e eventual correção das respostas às questões da tarefa, através de diálogo orientado. Nomeou três alunos (Rodrigo, Filipe e Mariana) para moderadores do debate. Esta decisão, na opinião de Laura, permitiu-lhe ficar mais disponível para proceder ao registo das intervenções que considerou mais pertinentes. Com o extrato seguinte, pretendemos ilustrar o tipo de interação, estabelecida entre os alunos, durante a terceira fase da aula em discussão.

1. **Rodrigo** – Para responder à primeira questão, precisamos de saber o que é uma função e o que é uma reta vertical. Se tivermos uma reta vertical, todos os pontos [dessa reta] têm a mesma abcissa. Portanto, a equação $x = k$ não pode representar uma função porque um mesmo objeto teria uma infinidade de imagens...
2. **Carolina** – Não concordo! O gráfico de uma função polinomial pode ser uma reta... Nós estudámos as funções polinomiais e vimos que o gráfico podia ser uma reta... Não vimos isso? Então, se é uma reta, pode ser vertical e, então, pode representar uma função polinomial...
3. **Rodrigo** – [não fala, mas olha para a professora, pedindo a sua intervenção]
4. **Laura** – Vamos ver, Carolina, qual era a questão?
5. **Carolina** – Uma recta vertical pode representar [lendo em voz alta, quando foi interrompida pelo colega que se dirige ao quadro para desenhar uma reta vertical]
6. **Rodrigo** – Pronto, é importante ler o enunciado com atenção! Então és capaz de me dizer quais são as imagens de, por exemplo, dá-me um número. Pode ser 2 [apontando para o referencial que acabara de desenhar no quadro]?
7. **Carolina** – Queres que eu vá fazer x igual 2? [dirigindo-se ao quadro]
8. **Rodrigo** – Sim, pode ser...

9. **Carolina** – Pois, não sei! [apontando para vários pontos da reta que tinham abcissa 2] Não posso dizer, porque são uma infinidade... Tens razão, não é função!
10. **Rodrigo** – Pois não, não é uma correspondência unívoca! Neste caso o 2 teria uma infinidade de correspondentes. Agora já entendeste. Estás a ver?
11. **Filipe** – Então, vamos lá ver qual seria a resposta que deveríamos ter dado a esta primeira questão...
12. **Pedro** – Pois, tínhamos de arranjar argumentos para justificar as nossas respostas.
13. **Filipe** – A Carolina não leu o enunciado com atenção...
14. **Carolina** – Sim, isso foi no início, mas depois li e percebi. Até já escrevi a justificação...
15. **Filipe** – Ótimo, lê lá a tua resposta.
16. **Carolina** – Eu escrevi que uma recta vertical não pode representar uma função, apesar de ser uma reta, porque uma reta vertical é uma reta que contém pontos que têm todos a mesma abcissa. Como, por exemplo, 2 e, então, o 2, que seria o objeto, ira ter muitas imagens. Não podia saber qual era a imagem. Logo, uma reta vertical não representa uma função.
17. **Mariana** – Acho que podias melhorar o texto, Carolina. Escreveste muitas vezes a palavra reta, não achas? Podes tirar algumas... não vão fazer falta na justificação. Precisas de ter cuidado com a redacção do texto! Tens de usar argumentos que sejam convincentes, como o do exemplo que tens da reta vertical que tem a ver com a definição de função (OA25fev,4,2, 5)

Nesta aula, Laura, valorizando a participação dos alunos, permitiu, desta forma, que fossem partilhadas dúvidas, ideias ou estratégias de raciocínio, como ilustrado. Efectivamente, Carolina depois de apresentar a sua dúvida (fala 2) consegue, através das sucessivas intervenções de Rodrigo (falas 6, 8 e 10), tomar consciência do seu erro, acerca do conceito de *função*, e, ainda em consequência de tais intervenções, parece ter vivenciado um conflito cognitivo resultando, daí, a remediação do seu erro (fala 9). Além disso, deste extracto parece, ainda, possível inferir que alguns alunos já interiorizaram a necessidade de justificarem as suas afirmações (falas 11 a 16) e que, nomeadamente Carolina, manifestou preocupação com o rigor que deve colocar na construção do texto que envolve tais justificações (fala 17). É ainda de assinalar que Laura deixou os alunos intervirem autonomamente sem os interromper.

Laura, nesta aula, parece ter conseguido colocar os alunos em situação de promotores da regulação das suas próprias aprendizagens e das dos seus colegas. Também na sua opinião, a implementação desta estratégia terá tido muito sucesso:

Olhem, logo na primeira questão, o Rodrigo começa por dizer que uma reta vertical tem de equação $x = k$ e que, portanto, não pode representar uma função, pois não é uma correspondência unívoca. A Carolina, de imediato, interrompe-o e diz que o gráfico de uma função polinomial podia ser uma reta. Ora se era uma reta, podia ser vertical e uma função polinomial. (...)

E foi sempre assim... Eles é que fizeram a correção. Tiveram oportunidade de se ouvirem e de ouvir os colegas. Tomaram consciência dos erros e conseguiram remediá-los. Alguns sozinhos e outros com ajuda dos colegas. Foi uma aula muito interessante!

O problema é que nós não temos tempo para estar sempre a fazer este tipo de aulas! Começamos a ficar atrasadas e depois temos os testes intermédios e não vimos a matéria toda... Os alunos ficam prejudicados e nós também porque não apresentamos os resultados que devíamos... (OR3mar, 11)

Nesta descrição, Laura, além de se mostrar satisfeita com o êxito da implementação desta estratégia, parece, simultaneamente, evidenciar a sua preocupação com a falta de tempo para levar a cabo o cumprimento do programa, o que, na opinião da professora, se configura como um prejuízo, quer para os alunos, quer para o professor. Este parece ser um dilema com que Laura se debate e que lhe cria algum desconforto. Efetivamente, por um lado acredita na valorização da avaliação para a aprendizagem, mas, por outro, considera que a implementação das tarefas, com tal finalidade, são mais morosas, como é o caso das tarefas realizadas em duas fases, o que lhe pode comprometer o cumprimento do programa. Apesar disso, Laura continua a julgar que a dinâmica desenvolvida nesta aula se revelou uma boa estratégia de avaliação reguladora ou, nalguns casos, autorreguladora das aprendizagens. Ainda na opinião de Laura, teria conseguido atingir os objetivos pretendidos. Assim, parece possível inferir que, com este agir avaliativo, houve intencionalidade de promover a autorregulação das aprendizagens dos alunos, após terem sido diagnosticadas as suas dificuldades.

Também na tarefa 6 (anexo 11), a estratégia delineada por Laura, aquando da realização da segunda fase, parece ter resultado eficaz. Importa referir que, para Laura, a segunda fase da tarefa (anexo 12) teve como finalidade ultrapassar as dificuldades evidenciadas pelos alunos, aquando da realização da primeira fase, quer relativamente à

interpretação de enunciados, quer ao desenvolvimento da expressão escrita. A inclusão dos descritores e dos critérios de sucesso da tarefa funcionaram como estratégia para atingir os objectivos definidos, pelas professoras, para esta tarefa.

Efetivamente, na aula de 3 de maio de 2010, aquando da realização da segunda fase da tarefa 6, Laura, depois de distribuir a cada aluno as suas produções realizadas na fase anterior, informou-os de que deveriam começar por ler o que tinham escrito e ainda o *feedback* por ela proporcionado. Acrescentou que dispunham de um quarto de hora para levarem a cabo esse empreendimento e que depois passariam à realização da segunda fase. Os alunos começaram, de imediato, a trabalhar, tendo a grande maioria terminado dentro do tempo previsto. Laura, à medida que os alunos iam concluindo esta primeira parte, entregava-lhes as folhas com o enunciado da segunda fase da tarefa 6 (anexo 12), para que pudessem analisar as questões que a integravam e iniciar a sua resolução.

O ambiente desta aula, como habitualmente, era calmo. A serenidade de Laura parecia transmitir-se aos seus alunos, que realizavam as tarefas propostas, colocando oralmente as suas dúvidas, mas num tom que não prejudicava o trabalho dos colegas. Importa, contudo, referir que as questões colocadas pelos alunos foram em número muito reduzido. A fim de caracterizar o tipo dessas interacções pontuais, passamos a relatar o seguinte episódio:

1. **André** – [Colocando o dedo no ar para chamar Laura, diz, num tom bastante baixo] Eu já identifiquei os meus erros e, com as observações que a *stora* fez, já conseguia responder corretamente. Só que na segunda fase, nesta tabela, [apontando para a listagem de vários erros cometidos, na primeira fase (anexo 12)] não consigo encontrar o que eu fiz. Posso acrescentar e explicar qual foi o meu erro?
2. **Laura** – Sim, claro! Não vê as linhas em branco da tabela? Foi por isso mesmo que as acrescentámos... para poderem colocar outros erros diferentes dos que já lá estão.
3. **André** – Só que, depois no 2, [segunda questão da segunda fase da tarefa 6] eu não vou poder responder, porque não vou fazer a equação...
4. **Laura** – Explique como vai fazer...
5. **André** – Vou usar a máquina!
6. **Laura** – Sim, mas não se esqueça que, na composição, deverá escrever como procedeu e indicar quem tem razão, usando argumentos que sejam convincentes [referindo-se à primeira fase

da tarefa (anexo 11)]. Não sei se dizendo, apenas, que usou a máquina irá conseguir convencer alguém...

7. **André** – Mas posso usar gráficos, não posso?
8. **Laura** – Claro que pode incluir gráficos no texto. Só tem que explicar para que os está a usar... tem que convencer, quem for ler o seu texto, de que o André sabe justificar o que afirma... para mostrar quem tem razão, se é o António ou o Francisco. Entende?
9. **André** – Sim, tenho de escrever um texto onde explique para que usei os gráficos, e depois, tenho de pegar no 3 e mostrar para a função que a imagem é $y = 0.75$, não -1.5 , como disse o Francisco. O meu problema é a escrita... às vezes não consigo dizer bem o que estou pensar!
10. **Laura** – Mas o André já está muito melhor... Como se costuma a dizer, aprende-se a escrever, escrevendo... (OA3maio,6, 2, 7)

Laura, neste diálogo, tenta chamar a atenção do aluno para a necessidade de ler e interpretar os enunciados (fala 2). Além disso, frisa bem a importância de responder ao que é pedido, que, neste caso, seria elaborar uma composição onde se explicitassem os procedimentos usados e os raciocínios desenvolvidos. (falas 4, 6 e 8) e incentiva o aluno a melhorar a sua expressão escrita, dando-lhe reforço positivo. (fala 10)

Com este tipo de intervenções, Laura tenta que os alunos venham a poder transferir as aprendizagens para outras atividades.

Laura, fazendo um balanço das estratégias delineadas para superar as dificuldades dos alunos, considera que a estratégia implementada após a realização da primeira fase da tarefa 6 terá sido a que surtiu melhor efeito:

De todas tarefas [realizadas em duas fases], esta [tarefa 6] foi onde eles [alunos] tiveram... revelaram uma melhoria mais significativa da primeira para a segunda fase. Talvez porque a segunda fase fosse bastante diferente! É que depois de termos feito um apanhado dos erros cometidos pelos alunos, pedimos para eles se identificarem com o nível que tinham escrito na primeira fase e depois de explicados os descritores tornou-se mais fácil corresponderem a uma composição de nível superior ao realizado na primeira fase, tendo eles identificado o nível atingido na fase 1. (EL2, 8)

Articulação entre a avaliação formativa e sumativa

No discurso de Laura perpassa a ideia de que o foco principal da avaliação é averiguar o que já foi alcançado, pelo aluno, até um determinado momento, sendo o propósito principal da avaliação monitorizar o seu progresso, de acordo com o plano previamente gizado pelo professor. De facto, uma das preocupações de Laura é conseguir estabelecer uma estreita relação entre avaliação formativa, com intencionalidade reguladora, e avaliação sumativa. Em seu entender, esta relação passa por, conhecendo melhor os alunos através da avaliação formativa, poder ser mais justa na avaliação sumativa, como parece emergir das afirmações seguintes:

Nós [professores] precisamos de os conhecer bem [aos alunos], só assim os podemos ajudar e eles poderão vir a aprender melhor. É importante saber como... como podemos ajudá-los... Eu acho que avaliar também passa muito por nós. Temos de aprender a conhecer os nossos alunos. Só assim é que poderá haver justiça na avaliação final. (OR10fev, 9)

A este respeito Laura, ainda acrescentou o seguinte:

Ao longo do ano temos oportunidade de os [aos alunos] irmos conhecendo, vamos acompanhando nas várias fases, durante o processo [aprendizagem]. Eles vão-se acostumando à nossa maneira de ensinar e nós aos modos de aprendizagem. Cada aluno é um caso, não aprendem todos do mesmo modo. Temos de aprender com eles... a conhecê-los, a ver como aceitam as nossas sugestões... no fundo temos de ter consciência que estamos ambos a trabalhar para o mesmo fim... temos o mesmo objetivo... que aprendam Matemática, não é? Trata-se de um processo que requer investimento de ambas as partes... da nossa e da dos alunos. (OR10fev, 10)

Poderemos extrair do comentário acima transcrito que, para Laura, a avaliação parece ser entendida como uma prática social que não se reduz a uma técnica, mas que consiste num processo interativo que acompanha a aprendizagem e que proporciona informação em relação ao desenvolvimento de tal processo.

No entanto, Laura, ao procurar desenvolver uma avaliação reguladora, sente algum desconforto com a obrigatoriedade de, simultaneamente, ter de atribuir, aos alunos, uma classificação. A articulação entre estas duas funções, que a avaliação tem, necessariamente, de desempenhar, leva Laura, por vezes, a problematizar as funções da avaliação. Por um lado, considera que avaliar é algo essencial e indissociável à

aprendizagem, mas, por outro, é de opinião que poderá estar a prejudicar os alunos se não trabalhar para que eles venham a atingir bons resultados:

Eu tenho sempre duas preocupações... E não me esqueço... não me posso esquecer disso. Não posso! Por um lado, quero saber se eles estão a acompanhar... quais são as dificuldades deles, se estão a perceber..., mas, por outro, eu não posso deixar de ... de me desligar do final do período, quer dizer eles têm que me mostrar o que aprenderam. Eu tenho que os classificar. Não é? (OR17mar, 5)

Sinto-me sempre dividida... eu quero que eles aprendam, mas também tenho que trabalhar para que eles possam vir a ter uma boa nota! Eu acho que se conseguirmos ajudá-los a aprender, ... a que eles sejam capazes de tomar consciência das dúvidas, das dificuldades, ... a serem eles mesmos a resolverem os seus problemas... penso que lhes estou a dar hipótese de virem a ter melhores resultados. Mas o resultado também é importante. Tenho que ter isso presente! É que muitas vezes o que nós trabalhámos durante três anos não é valorizado no exame, não acham? Nos critérios de exame não é costume dar grande importância às justificações, pois não? Mesmo as redações que costumam sair não têm uma cotação muito exigente... É sempre aí que vamos buscar uns pontos quando queremos subir de nove vírgula qualquer coisa para dez ou outra pontuação do género. Eu (EL2, 6)

Nas palavras de Laura, parece estar subjacente a tensão provocada pela dupla função da avaliação - pedagógica e certificativa - que todo o professor tem de gerir, dado que, como é referido pela professora, o que os alunos aprendem, durante as tarefas acompanhadas de uma prática avaliativa formativa, nem sempre é valorizado nas provas usadas para a certificação. O professor que tem de decidir o que é preferível: seguir as orientações do programa ou treinar os alunos para uma prova que será a mesma para todos, sabendo que a cultura que o rodeia privilegia uma avaliação externa, dada a sua pretensa validade, em detrimento do julgamento profissional do professor. Este dilema é visível nas seguintes palavras de Laura:

Existe, nesta escola... e se calhar em toda a sociedade portuguesa, uma cultura de aprendizagem que valoriza, ou, na minha opinião, até sobrevaloriza, os resultados, a melhoria das classificações, não é? Os desvios que existem entre as classificações internas e externas dos alunos são sempre da responsabilidade dos professores. Isto cria muito mal estar, sobretudo quando queremos implementar uma avaliação formativa... eu acredito que assim [com a avaliação formativa] estamos a contribuir para uma aprendizagem mais verdadeira ou eficaz, mas isto exige tempo, não é?... Às vezes temos de fazer opções e apostar mais em momentos formais de avaliação. Eu, para os avaliar, tento analisar as informações todas que tenho

sobre cada aluno, recolhidas, quer nos momentos formais de avaliação, quer durante o trabalho desenvolvido no quotidiano da sala de aula. (EL2, 10).

Laura considera, ainda, que a relação entre a avaliação formativa, realizada ao nível da sala de aula, e a avaliação sumativa externa é um aspeto crítico com que os professores se debatem. De facto, numa das últimas reuniões e ao fazer um balanço do trabalho realizado durante o ano, Laura foca a dificuldade em desenvolver, nos alunos, as competências transversais e, simultaneamente, proporcionar a aprendizagem dos tópicos matemáticos integrados no programa de modo a que os alunos possam vir a ficar preparados para as avaliações externas, que se vão realizando ao longo do ano. Salienta a pressão do tempo, pois, por um lado, considera que deveria estar a trabalhar de forma a que proporcionasse uma avaliação verdadeiramente reguladora e, por outro, não pode ultrapassar o *timing*, prescrito superiormente, para serem trabalhados os conteúdos matemáticos a incluir em tais provas. Laura, como se pode inferir do diálogo seguinte, expõe este constrangimento e alega não poder prejudicar os alunos ao dedicar mais tempo a tarefas de avaliação formativa:

Pois eu também vi. E tive de fazer alguns ajustes, porque os testes intermédios não coincidem com minhas aulas e no dia 30 de abril [a aula de Matemática] coincidiu com os testes intermédios de outras disciplinas, percebes? FQ, todos os meus alunos têm, os de FQ – os teus, de Economia, não têm Biologia... e os de Geometria já não têm Biologia. [a turma de Rita integra alunos de dois cursos - Ciências e Tecnologias e Ciências Socioeconómicas]. Eu estive a ver pelo calendário e vi que, de facto, isto batia-me assim e batia mesmo muito à justa... Já não tive tempo para investir em mais tarefas formativas, ainda que tenha usado também as aulas de apoio! Eles tinham de ter a matéria sabida para o teste intermédio... Isto foi muito complicado... termos de conciliar tudo! (OR12maio, 1)

Parece interessante constatar que a dificuldade mencionada por Laura é consistente com o que é referido na literatura a respeito da existência de avaliações externas. Efetivamente, para alguns autores, tais avaliações “acabam por determinar de forma muito relevante o que os alunos devem saber e *o que*, e *como*, os professores devem ensinar (Barksdale-Ladd & Thomas, 2000; Bishop, 1998; Crooks, 1988; Natriello, 1987)”. (Fernandes, 2008b, p. 281, destaque no original).

Ao analisar as diferentes intervenções de Laura, podemos concluir que, apesar de considerar que “avaliar” não se identifica com “classificar”, é enfatizada uma associação entre dois constructos - avaliação formativa e avaliação sumativa - ,

reconhecendo que a avaliação do aluno, realizada pelo professor, exige um conhecimento profundo do que aquele sabe para poder confirmar, ou infirmar, a sua evolução, isto é, Laura considera prioritária a avaliação *sumativa informal* (Harlen, 2006). O que acabamos de afirmar parece estar também evidenciado nas seguintes palavras de Laura:

A avaliação, no caso dos alunos... consiste em analisar o que é que eles já sabem para depois... ou antes... o que é que eles não sabem, que é para poder depois virem a aprender ... o que não sabem, sendo o professor responsável por essa ajuda... Assim, depois [os alunos] já podem mostrar aquilo que aprenderam. Não é? (EL1,8)

Também ao analisar os procedimentos, utilizados por Laura para articular os dois tipos de avaliação, pudemos verificar que a sua prática é consistente com o que inferimos das suas palavras. De facto, Laura, habitualmente, regista, em documento próprio, muitas das informações que recolhe sobre cada um dos alunos e é ao analisar os registos por ela elaborados que propõe as questões a incluir num momento formal de avaliação. A este propósito, referimos, a título de exemplo, o episódio respeitante à conceção da tarefa 5 (anexo 10):

1. **Laura** – Esta tarefa deveria ter os mesmos tópicos da anterior [tarefa 4], não acham?
2. **Rita** – Sim, claro! Mas, na outra [tarefa 4] estivemos a fazer a diagnose...
3. **Laura** – E agora queremos avaliar até que ponto os alunos corrigiram as suas conceções, depois do trabalho que foi feito. Eles na outra [tarefa 4] até não tiveram grandes dificuldades... Mas, por exemplo, no que diz respeito à monotonia havia algumas confusões na primeira e... mesmo... na segunda fase! (olhando para o registo relativo ao desempenho dos alunos na tarefa 4)
4. **Rita** – Pois, mas, agora é um pouco diferente... até porque vamos usar funções racionais...
5. **Laura** – Sim, agora têm que mostrar o que aprenderam, se é que aprenderam... (OR3mar, 2)

Importa lembrar que esta tarefa constituiu um momento formal de avaliação do segundo período. Laura, como parece estar evidenciado nas falas 3 e 5, apela para a necessidade de proceder à avaliação das aprendizagens realizadas pelos alunos, depois de lhes ter dado a oportunidade de corrigirem algumas conceções erróneas. Consequentemente, Laura parece pretender usar os dados da avaliação formativa na

avaliação sumativa. Efetivamente, Laura parece considerar que, enquanto a avaliação realizada no quotidiano da sala de aula tem intencionalidade formativa e está orientada para a promoção das aprendizagens, a avaliação sumativa, realizada em momentos formais, deverá ser destinada a certificar as aprendizagens realizadas pelos alunos.

Ainda a propósito da nossa interpretação sobre a articulação entre avaliação formativa e sumativa, levada a cabo por Laura, parece ser possível afirmar que o agir avaliativo desta professora é consistente com o que é referido por Black (2003): “enquanto é inevitável algum grau de tensão, também pode haver algumas sinergias” (p. 35). Efetivamente, a seleção de duas questões de trigonometria, incluídas no exame nacional de 12.º ano de Matemática (código 435) de 2003, 1.ª fase e 1.ª chamada, para, após as adaptações necessárias, virem a integrar o enunciado da tarefa 2 (anexo 7) pode ser considerado um exemplo de tal sinergia – um instrumento de avaliação externa proporcionou o enriquecimento da conceção de um outro a ser usado com vista a uma avaliação com intenção reguladora das aprendizagens dos alunos.

Ao analisar os procedimentos de Laura, que suportaram as suas tomadas de decisão acerca das propostas de classificação que teria de levar, no final de cada período, para o conselho de turma, constatámos que as diversas fontes utilizadas, para além das que foram concebidas em contexto colaborativo, lhe dão indicações de diferente natureza. De facto, Laura, pegando nos critérios de avaliação (anexo 5), desenvolveu um conjunto de documentos onde registou aspetos relativos não só a avaliações informais como formais. A título ilustrativo, apresenta-se a análise desses registos, a respeito de um aluno, realizada, em contexto colaborativo, no final do 1.º período:

1. **Laura** – Eu estou com dúvidas aqui... não sei que nota vou dar ao Filipe ... Olhem para aqui! Ele, na apresentação oral do grupo dele, não esteve muito bem. Teve 12, isto foi inferior à nota do grupo e... eles concordaram, acharam todos isto. Ele não esteve muito bem. Ele tem dificuldade em se expor. É tímido, talvez por isso é melhor na escrita do que na oral! Nas tarefas que fizemos, nestas da argumentação ... ele esteve melhor e faz sempre o trabalho de casa, é cumpridor... é muito cumpridor, responsável... eu aqui dei-lhe 17. Se olhar para estes registos todos, é que não falhou um... há alguns que realiza com menos sucesso, mas interessa-se e não o posso penalizar. Ele está a aprender, não é?
2. **Investigadora** – Deste classificação a todos os trabalhos e fizeste a média aritmética?

3. **Laura** – Tive de atribuir uma nota se fazia ao que fazia, mas, se não fazia dava zero. É que temos de ter números para calcular a nota... Como está nos critérios... temos de calcular uma média ponderada 20% para o saber ser/estar e 80% para o resto. Eu acho isto muito difícil. Não é fazer o cálculo...
4. **Investigadora** – Fizeste média ponderada, como?
5. **Laura** – Depois de ter as notas para cada um dos instrumentos, decidi onde ficava... em cada uma das competências, como está nos critérios... Colocava a nota para cada competência, ou como está nos critérios... [procurando a folha com os critérios de avaliação aprovados, que tinha no dossiê, (anexo 5)] «os elementos constitutivos do saber», entendes? Para depois poder calcular a média ponderada. Mas, não sei... isto é muito complicado. Eu queria ser justa! Depois destas contas todas, acho que o Filipe vai sair prejudicado... É que a nota, assim, é 15 e eu acho que ele merece mais...
6. **Investigadora** – Porque dizes isso?
7. **Laura** – É que quando eu conheço bem os alunos, normalmente, as notas que eu lhe dou... com os cálculos... a média que obtenho é uma nota igual ou muito próxima do que eu considerei antes de fazer os cálculos. (OR16dez, 4)

Dos procedimentos adotados por Laura, parece possível inferir que, apesar de gerir, com alguma liberdade, a forma de recolha de evidências (falas 1 e 3), tenta cumprir os critérios de avaliação (fala 3). No entanto, considera que a operacionalização encontrada, nomeadamente no que diz respeito à diferenciação dos elementos constitutivos do saber para a posterior aplicação dos coeficientes de ponderação, é bastante complexa (fala 5). Mas, Laura tenta assumir como objeto de avaliação a globalidade dos elementos considerados, atribuindo-lhes, contudo, uma menção quantitativa, inclusivamente quando se trata de dados provenientes da avaliação formativa (fala 1). Esta constatação vem corroborar o que já tínhamos inferido na secção anterior, ou seja, para Laura é prioritária a avaliação *sumativa informal* (Harlen, 2006).

Já no final da fala 5, Laura faz um comentário, explicitado na fala 7, que poderá ser a causa do seu pedido de ajuda (fala 1). O facto de não haver coincidência, entre a classificação por ela perspectivada e a que resultou do cálculo da média ponderada, poderá ter trazido alguma insegurança a Laura. De facto, parece possível inferir que Laura situa os seus alunos numa determinada escala, tendo por base o seu conhecimento dos seus alunos e que a ponderação, presente no documento que define os critérios a

usar (anexo 5), será um fator relevante na aferição da classificação a atribuir aos alunos. Ora, esta nossa inferência é consistente com os resultados de outros estudos realizados no âmbito das práticas avaliativas de professores (Lobo, 2010; Longle, 2008).

Síntese

Podemos afirmar que, para Laura, a avaliação é perspetivada como uma prática social, que se configura num processo interativo, proporcionando informação relevante em relação ao desenvolvimento de tal processo. Efetivamente, parece possível inferir da análise que acabamos de relatar que o agir avaliativo de Laura é marcado por uma intencionalidade reguladora, não se tratando de acções esporádicas, mas, pelo contrário, têm um carácter sistemático e com algum impacto no desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos. Laura, para além do cuidado e ponderação que colocou na seleção ou conceção das tarefas, dirigidas ao desenvolvimento daquela capacidade transversal, e no *feedback* proporcionado às produções dos alunos, desempenhou um papel de orientadora na concretização da aprendizagem do aluno - processo marcado por progressos e retrocessos e requerendo uma reflexão constante sobre o desenvolvimento de tais acções.

Efetivamente, Laura assumiu, ao longo do estudo, uma prática avaliativa intencional e submetida ao propósito de identificar as dificuldades de aprendizagem dos alunos, no que diz respeito ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática, dando-lhes, simultaneamente, oportunidades para serem eles próprios a identificarem e tomarem consciência dos erros cometidos e procurarem estratégias para os remediar. Apesar de, no início do estudo, o papel que Laura pretendia que os alunos desempenhassem, no desenvolvimento do processo da sua própria aprendizagem, não ter sido, por eles, devidamente interiorizado, as diferentes estratégias adotadas ao longo do ano, de forma sistemática, facultaram vivência de um processo, com avanços e recuos, mas que os colocaram no centro da sua própria aprendizagem. Para isso terá contribuído o facto de não se tratar, apenas, de uma acção isolada, bem pelo contrário, o agir avaliativo de Laura teve um carácter sistemático e incluiu estratégias diversificadas, nomeadamente, a implementação de tarefas em duas fases, o *feedback* oral e escrito proporcionado às produções dos alunos e, também, o uso da ficha de reflexão.

No entanto, para Laura, a avaliação *sumativa informal* (Harlen, 2006) parece desempenhar uma função prioritária, isto é, o agir avaliativo desta professora pode ser caracterizado da seguinte forma: (1) pretende monitorizar o progresso do aluno de acordo com o plano gizado; (3) a base do julgamento é criterial; e (4) o juízo avaliativo é emitido com base numa análise e interpretação das evidências de aprendizagem por ela recolhidas.

Capítulo V - A professora Rita

Este capítulo é dedicado ao caso da professora Rita, considerando, tal como no de Laura, três secções – Apresentação; planificação das aulas dirigidas à argumentação; e estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão. À semelhança dos procedimentos adotados no caso de Laura, também os dados relativos à primeira secção foram obtidos, essencialmente, a partir de entrevistas. Nas outras duas secções, os dados foram recolhidos através das notas de campo registadas pela investigadora - quer nas reuniões, quer nas aulas observadas -, das transcrições das gravações, em áudio, das reuniões e da recolha documental.

Apresentação

Breve retrato

Rita, apesar de aparentar menos idade, tem cerca de 40 anos, é casada e tem dois filhos ainda pequenos. Tem um ar gaiato, é muito simpática, mas revela saber bem o que quer. Não usa maquilhagem e veste-se de forma prática, normalmente com calças.

A capacidade de organização é uma das suas principais características. É extremamente metódica e gosta de ter tudo devidamente organizado. Mesmo nos apontamentos que vai tirando, durante as reuniões, tem especial cuidado com a caligrafia e a organização do texto e do caderno.

Rita é muito determinada, evidenciando um dinamismo e uma capacidade de trabalho invulgares. Na opinião dos colegas, Rita lidera o grupo de professores de departamento da escola, levando-os a aderir e a participar em diferentes projetos e

consegue gerir conflitos, com diplomacia e bom senso, o que lhe confere um estatuto de líder bem aceite. Provavelmente, esta opinião, partilhada pelos cerca de 50 professores daquele departamento, terá contribuído para a sua eleição para desempenhar funções de delegada de grupo durante o biénio 1995-1997 e, posteriormente, para exercer o cargo de coordenadora do departamento de Ciências e Tecnologias, acumulando as funções inerentes ao desempenho de tal cargo com as de subcoordenadora da área disciplinar de Matemática, desde 2002-2003 até ao presente.

Além disso, Rita revela um forte sentido de responsabilidade profissional, denotando, também, um espírito muito crítico. Parece, além disso, deter uma atitude, quase sistemática, de questionamento, quer em relação ao modo de estar na vida e na profissão, quer, inclusivamente, relativamente às posições que assume. Como ela refere "gosto de me colocar sempre na posição contrária e ver se encontro resposta para algumas das questões que então faria. Assim posso sempre argumentar (risos) comigo mesma.... tento encontrar respostas válidas e colocar outras questões..." (ER1, 5).

Percurso académico e profissional

Rita viveu sempre no distrito do Porto, onde realizou todos os seus estudos. Teve, desde sempre, uma boa relação com a Matemática, apesar de não considerar esta disciplina como a sua preferida:

Fiz o ensino básico e secundário todo, sem interrupções... e com boas notas (risos). Sempre gostei de Matemática, mas também gostava de outras disciplinas... Eu gostava de estudar! (ER1, 3)

No ano letivo 1990/91, Rita concluiu a licenciatura em Matemática (ramo educacional), na Faculdade de Ciências da Universidade de Porto com 14 valores. Fez estágio numa escola do centro do Porto, tendo, no início do estudo, 18 anos de serviço. Em julho de 1998, Rita concluiu o mestrado em Matemática, numa Universidade do Porto, com a menção de Muito Bom com Distinção (18 Valores).

Na escola onde se encontra a exercer funções, Rita foi delegada de grupo durante o biénio 1995-1997. Atualmente, é a coordenadora do Departamento de Ciências e Tecnologias e, simultaneamente, subcoordenadora da área disciplinar de Matemática, cargos que exerce desde o ano letivo 2002/03. O exercício destes cargos,

como ela própria afirma, deu-lhe "um maior conhecimento do funcionamento da escola", o que, para si, "foi um enriquecimento" (ER1, 4). Durante este período, tem conseguido promover uma dinâmica de trabalho entre os professores do Departamento, apesar dos atuais constrangimentos de horários.

Com os nossos horários sobrecarregados é mais difícil levar a cabo aquelas atividades que fazíamos antigamente... Mas, apesar disso, os professores desenvolvem um trabalho menos isolado, mais colaborativo, ainda que muitas vezes seja via correio electrónico, até porque assim rentabilizam recursos... (ER1, 5)

É supervisora da Classificação dos Exames Nacionais do Ensino Secundário de Matemática A, desde o ano letivo de 2007/08. Além disso, foi professora acompanhante do Plano da Matemática I (PM I) e continuou com o mesmo cargo no PM II e na antecipação da generalização do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico, pois, como refere, considera que "as oportunidades não se devem perder, pois, por cada uma que se abraça, surge uma nova" (ER1, 3).

No ano letivo 1997/98, com a colaboração dos colegas, Rita fundou um Clube de Matemática, procurando introduzir um novo conceito de *aprender Matemática*.

associar a ideia de prazer à aprendizagem da Matemática. A designação que escolhemos foi O prazer da Matemática. Quando fundámos o Clube, o objetivo era que eles [os alunos] comessem a ver a Matemática de uma outra forma, como uma coisa que se faz com prazer. Os meus colegas aderiram à ideia e o Presidente do Conselho Diretivo da altura, que também era professor de Matemática, disponibilizou uma sala pequena e três computadores, que se encontravam já desatualizados para as aulas de Informática. Abrimos as inscrições aos alunos, privilegiando os do Ensino Básico. Havia dossiês com as tarefas, elaboradas por alguns dos professores de Matemática, que os alunos realizavam com recurso a papel e lápis, ao material manipulável e informático existente e a alguns jogos - Abalone, Tangram, Torres de Hanöi e outros... No que diz respeito aos alunos, a sua adesão superou todas as expectativas. Foi uma experiência extremamente gratificante! (ER1, 5)

Começou, em 1993, a participar no ProfMat, por acreditar que se "trata de um espaço que proporciona a partilha de experiências e permite a reflexão sobre elas" (ER1, 4). Dinamizou uma sessão prática no ProfMat de 1997 e uma outra, em colaboração com mais três colegas no ProfMat 98, sobre uma experiência desenvolvida com o portefólio de evidências de aprendizagem.

Na escola onde exerce funções, a nível da área disciplinar, tem sido, em diversos momentos, promotora e corresponsável pela dinamização de sessões de formação no âmbito do ensino/aprendizagem da Matemática.

Na opinião de Rita, tem vindo a realizar aprendizagens significativas sobretudo ao ultrapassar as dificuldades com que se vai confrontando, a partir das experiências que vai vivenciado. Esta ideia está patente, por exemplo, no extrato seguintes:

Estava a preparar a tese de mestrado e decidi, por conselho de outras pessoas, apresentar uma parte do trabalho no ProfMat. Nessa primeira apresentação senti-me muito mal... não me senti bem, porque ... tinha de me expor! Hoje já não é bem assim. Estou muito melhor. Mas, por vezes, nas sessões de acompanhamento, ainda me sinto muito... não é mal, mas ... nervosa, ansiosa..., Custa-me. Ainda me custa! Mas eu penso que aprendi, aprendi com as dificuldades. Aprendi a controlar-me. Penso que cresci. Obviamente que foi com algum sacrifício que ultrapassei as dificuldades, mas isso fez-me crescer. (ER1, 5)

Este modo de estar na vida, aliado com as características da personalidade de Rita, terá, certamente, determinado o percurso profissional desta professora. De facto, tem um percurso profissional muito rico, gosta de investir na sua formação e procura partilhar com os colegas as aprendizagens que vai realizando. A sua atividade profissional ultrapassa a atividade de lecionação, muito embora a maioria das funções que exerceu tenha uma relação muito estreita com aquela atividade e, na sua opinião, o facto de ter desempenhado tais funções contribuiu para a melhorar: "Penso que aprendi muito com todas estas atividades em que participei e isso tem-se refletido nas minhas aulas, no trabalho com os meus alunos." (ER2, 6)

Rita e a profissão

Rita é professora de Matemática por opção. Na sua opinião esta escolha foi influenciada não só pelo gosto que desenvolveu, ao longo do percurso académico, pela Matemática, mas, sobretudo, pela relação que estabeleceu com uma sua professora, pois, como Rita refere,

a professora de Matemática do 9.º e 11.º anos marcou-me muito! A professora foi decisiva para a escolha da Matemática, de facto! A

relação com a Matemática foi sempre muito positiva, sempre gostei muito, mas também gostava de muitas outras áreas e acho que aquilo que... realmente... determinou a decisão final, foi mais por... pela relação que tinha com esta professora de Matemática. (ER1, 4)

A relação com os alunos é, na sua opinião, o aspeto mais gratificante desta profissão. Gosta de ensinar e está na profissão, sentindo uma grande satisfação pessoal:

Eu gosto de ensinar (risos). A relação que conseguimos estabelecer com os alunos, vê-los crescer... Obviamente, é o que mais aprecio. Quando vejo antigos alunos sinto que, de alguma forma, eu dei um contributo para se transformarem naquelas pessoas. É bom sentir que eles nos reconhecem e gostam de nos ver. (ER1, 6)

Para Rita, ser professor de Matemática requer conhecimento científico e didático e, além disso, um desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a própria prática:

Ser professor exige, para além do conhecimento dos conteúdos que vamos dar, que se saiba como os vamos apresentar... aos alunos. Pensar como é que eles vão realizar aprendizagens. Para isso, é necessário, obviamente, estar sempre atento... temos de refletir sobre as nossas opções... as que tomámos ... e reajustá-las se for necessário. O professor tem de ser capaz de aceitar desafios... tem de estar sempre em formação. Esta é a parte mais motivadora desta profissão. Nunca há monotonia... (OR7out, 3)

Para além disso, Rita refere que a função de professor não se deve confinar à sala de aula, pois considera também importante a participação ativa na gestão da escola, nomeadamente, no que diz respeito ao desempenho das funções de coordenadora e na consequente intervenção no Conselho Pedagógico. Esta ideia parece transparecer nas suas palavras a propósito de uma das questões colocadas na primeira entrevista:

Há todo um conjunto de decisões a tomar... a definição de estratégias para gerir melhor, o planeamento, a articulação de procedimentos... eu acho que também é importante! É que, obviamente, a gestão disto tudo vai ter influência na nossa prática... no nosso dia a dia com os nossos alunos. Penso que o coordenador de departamento pode ter um papel muito importante nas reuniões do Pedagógico, sobretudo quando consegue levar a opinião dos seus colegas... (ER1, 10)

O que lhe parece menos agradar é a carga burocrática. De facto, questionada sobre o aspeto menos gratificante da profissão, Rita responde:

a parte da burocracia... da Escola. A estrutura da Escola! Há sempre papéis para preencher, relatórios para fazer, às vezes parece que estou a ficar sufocada... É curioso como os alunos se apercebem disto... Uma aluna minha, há uns anos, identificou-me como a

professora de Matemática que anda sempre com muitos papéis na mão. (ER1, 1)

O significado de argumentação atribuído, por Rita, no início do estudo

Rita, na primeira entrevista, considera que argumentar, em Matemática, deveria ser “explicar como é que se chega a determinada conclusão ou resultado, explicar por que é que é assim” (ER1, 8). Já na segunda reunião de trabalho da equipa, Rita, a propósito de um comentário de Laura, afirma que, para si, a argumentação matemática estava associada à explicação e à justificação, ou seja, considerava que os alunos deveriam “explicar como é que chegam a determinada conclusão ou resultado, explicar por que é que é assim” (OR7out, 2). Considerava, ainda, que o significado deveria ser abrangente, pois, na sua opinião, incluía outros processos como a *explicação*, a *formulação* e o *teste de conjeturas*:

O que importa, obviamente, é que eles sejam capazes de formular conjeturas e de... justificarem os raciocínios que fazem. Sim, argumentar tem a ver com a explicação, a formulação e o teste de conjeturas. Têm, também, de saber justificar. (OR7out, 16)

Passado cerca de um mês, e após várias discussões sobre o tema, Rita, apesar de continuar a incluir, na argumentação, a *explicação*, a *formulação* e o *teste de conjeturas*, considera que a *justificação* é a primeira função da argumentação matemática.

Rita parece entender, ainda, que não é possível dissociar os diferentes processos quando se pretende ensinar os alunos a argumentar em Matemática. Considera, a este propósito, que tal ação se prende com a necessidade de os ouvir, de os deixar explicitar os raciocínios desenvolvidos e de os formular e testar conjeturas, recorrendo à justificação:

os alunos têm, obviamente, que aprender a justificar os raciocínios que fazem... acho que a formulação de conjeturas deve ser privilegiada... se queremos desenvolver a argumentação. Não é só formular, pois não? Depois tem que se validar... convencer os outros de que está correto... o que afirmaram. E aí, obviamente, entra a justificação! Estão interligadas, não se podem separar. Mas, devemos começar por aí, por formular conjeturas. (OR7out, 22)

No entanto, considera que traduzir estas intenções em ações práticas, que originassem, com eficácia e eficiência, o envolvimento dos alunos no desenvolvimento da sua capacidade de argumentação em Matemática, constituía uma fonte de dificuldades. Rita explicita a tomada de consciência de tais dificuldades, questionando a sua ação, aquando de um episódio vivenciado, há algum tempo, em contexto de sala de aula:

Eu sinto dificuldade em saber como devo proceder para eles [os alunos] se habituarem a formularem conjeturas e encontrarem justificações que possam vir a convencer os outros. Quando estão a trabalhar em grupo, não sei quando devo interferir... É que já me aconteceu de os questionar, sobre a validade da conjetura que tinham feito, e até estavam a pensar bem... e, com a minha intervenção, estraguei tudo! Pensaram que lhes estava a dizer que estavam errados e, em vez de continuarem, convenceram-se que não podia ser assim, e desistiram de procurar justificações, de procurar validá-la. Eu acho que é difícil encontrar... as palavras certas! (OR7out, 23e 24)

Rita, refletindo sobre outro tipo de dificuldades que poderiam emergir, aquando da implementação das tarefas na forma escrita, pondera tal forma, conforme se encontra expresso no seguinte extrato:

É difícil gerir... fazer a gestão do discurso na sala de aula... ou fazer a orquestração da discussão, não é? (risos)... e é importante que eles aprendam a comunicar matematicamente... e de forma correta, mas,... será que... será a escrita a melhor forma? Eles têm tanta dificuldade em escrever... Por outro lado, pode ser uma boa oportunidade para os corrigir... (OR7out, 17)

No entanto, Rita considera que, para desenvolver nos alunos a capacidade de argumentar, o professor deverá criar oportunidades para que os alunos justifiquem, expliquem, formulem e validem ou refutem conjeturas, como está evidenciado no comentário seguinte:

E o professor, para que eles venham a saber o que devem fazer, tem de, por exemplo, pedir-lhes que justifiquem ou expliquem como fizeram... Nos testes, devemos pedir para justificarem os raciocínios. Mesmo quando resolvem, uma tarefa qualquer, um exercício,... devem ser habituados a justificar. Os alunos têm que aprender a justificar os raciocínios que fazem (...) acho que a formulação de conjeturas deve ser privilegiada... se queremos desenvolver a argumentação. Não é só formular, pois não? Depois tem que se validar... convencer os outros de que está correto ... o que afirmaram. E aí, obviamente, entra a justificação! Estão interligadas, não se

podem separar. Mas, devemos começar por aí, por formular conjecturas. (OR7out, 25)

Rita acrescenta, ainda, que tem vindo a procurar realizar, com os seus alunos, tarefas onde eles possam "argumentar ou convencer os outros de uma determinada propriedade" (OR7out, 12), no que, como refere, nem sempre com sucesso. A título de exemplo, relata um episódio vivenciado, já há algum tempo, numa aula de Matemática A do 11.º ano de escolaridade:

Tinha pensado nos conteúdos que iria introduzir e nas estratégias a que deveria... recorrer... e tinha adaptado um enunciado ... já não me lembro muito bem..., mas sei que era para eles [alunos] argumentarem, para formularem conjecturas e encontrarem justificações que pudessem vir a convencer os outros do que tinham afirmado, mas, eles ... uma parte da turma... os que conseguiram encontrar uma conjectura... depois deu a volta à situação. Eu, provavelmente, não deveria ter interferido... É que questionei-os sobre a validade do que tinham afirmado... e alguns limitaram-se a dizer que, afinal, aquilo estava errado, porque não podia ser assim, ou qualquer outra coisa do género. Não consegui que eles arranjassem justificações. (OR7out, 13)

Importa referir, ainda, que, nesta mesma reunião, Rita, após a análise do texto "Argumentação e Demonstração no Contexto da Formação Inicial de Professores" (Fernandes & Fonseca, 2004), comenta com Laura:

1. **Rita** – A justificação vai ser a primeira função da argumentação, as outras vão estar subordinadas. Não é?
2. **Laura** – Sim, eu concordo contigo.
3. **Rita** – Então, será necessário começar por conseguir que os alunos elaborem argumentos válidos. Certo? Mas, temos que ter em conta o rigor dos argumentos quando explicitam os raciocínios... o rigor tem que estar sempre presente no raciocínio dos alunos. Concordas comigo? Não?
4. **Laura** – Sim, sim. (OR7out, 21)

Rita, apesar de concordar com Laura em relação à importância dada à justificação, parece entender que, na argumentação, seria também de privilegiar o rigor na explicitação dos raciocínios. Rita continua, explicitando a sua opinião acerca da aprendizagem da argumentação:

Eu penso... para os ensinar... para que eles [os alunos] aprendam a argumentar, temos de os deixar defender os seus pontos de vista (...) têm de ser capazes de explicar, justificar e defender o raciocínio. (OR7out, 21 e 22)

Tal como Laura, também Rita defende que a argumentação, em Matemática, deve ser encarada como transversal às experiências de aprendizagem a proporcionar aos alunos, como parece estar patente na seguinte resposta dada a Laura:

Concordo contigo! As tarefas podem ter como pano de fundo um conteúdo qualquer. Eu também acho. ... O que importa, obviamente, é que eles sejam capazes de formular conjecturas e de... justificarem os raciocínios que fazem. (OR7out, 26)

Já relativamente à forma (escrita ou oral), através da qual, a comunicação desses raciocínios deve ser feita, Rita não parece estar muito segura e questiona-se, falando mais para si do que para as colegas, acerca da forma mais adequada aos objetivos que se propunham atingir com as tarefas a conceber e implementar neste estudo:

Eu não estou assim tão certa... Não sei se devemos apostar só na parte escrita! Eu concordo contigo. Eu sei... É difícil gerir... fazer a gestão do discurso na sala de aula ... ou fazer a orquestração da discussão, não é? (risos)... e é importante que eles aprendam a comunicar matematicamente... e de forma correta, mas, ... será que... será a escrita a melhor forma? Eles têm tanta dificuldade em escrever... Por outro lado, pode ser uma boa oportunidade para os corrigir... És capaz de ter razão... (...) Vai ser um bom desafio, para nós e para eles... (OR7out, 27)

Na sequência deste comentário, Rita traz para o grupo a discussão sobre os critérios que irão presidir à seleção ou conceção de tarefas a propor aos alunos no âmbito do estudo e afirma:

As tarefas que vamos aplicar... têm de ter... , isto é, não podem ser quaisquer. Podem ter como suporte um conteúdo [tópico matemático] qualquer, isso já vimos. Ficou acordado. Mas, que tipo de tarefas vamos aplicar? Têm que ser... quer dizer, têm que dar hipótese, ... temos de pedir para formularem conjecturas, o que pode não ser com estas palavras, ou, então, apresentamos conjecturas e pedimos para as validarem. Obviamente que podemos usar estas ou outras palavras. Mas, ... não acham que terá de ser qualquer coisa deste género? (OR7out, 27)

Rita parece, assim, ser de opinião que a argumentação matemática se configuraria, neste estudo, como uma capacidade transversal, a desenvolver ao longo do ano e envolvendo qualquer tópico matemático e iria ser entendida como a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro.

Conceções sobre avaliação

Rita parece ter uma concepção de avaliação marcada pela preocupação em emitir juízos de valor, sobre o desempenho dos alunos, que, simultaneamente, possam desempenhar duas funções: certificativa e reguladora da aprendizagem. Como nos explica, procura a objetividade, tendo consciência de que se tratará de uma utopia e, provavelmente por este motivo, encontra muitas dificuldades na sua prática avaliativa que lhe trazem bastante desconforto.

Quando avalio os meus alunos, pretendo ser coerente, ser objetiva ser justa (risos). Gostaria de conseguir isto, não é? ... para mim era..., era ótimo! Nunca se consegue isto na totalidade...

Sinto sempre dificuldades quando avalio... De natureza ética, provavelmente... Ou seja, estou sempre com problemas se realmente estou a agir corretamente ou não. Pronto! Tenho... tenho... muitos medos sempre quando avalio um aluno. Não sei se utilizo os instrumentos corretos; não sei se, para determinadas competências nem sequer utilizei instrumentos, nem sequer estou a avaliá-las, quando podiam ser predominantes e, nesse caso, a avaliação poderia ficar completamente alterada. Portanto...

Avaliar é dar um juízo de valor sobre um determinado... assunto. Neste caso, para ver se eles [os alunos] adquiriram determinadas competências ou não e dizer se realmente adquiriram ou não. Agora, como é que nós sabemos que adquiriram ou não, é outro assunto... A avaliação não pode ser uma atividade esporádica, pelo contrário, tem de ser uma tarefa sistemática e na qual se investe muito... A avaliação pode dar aos professores informação sobre a qualidade do que ensina, identificando os conceitos que os alunos dominam e os que ainda não aprenderam. E ... obviamente que, como professora, um dos objetivos principais é conseguir que eles aprendam mais e melhor, que aprendam Matemática! A avaliação é conhecer para melhorar. (ER1, 10)

Deste extrato parece possível inferir que Rita concebe dois tipos de avaliação, apesar de não a categorizar, parece distinguir a função de cada um deles. Primeiro parece deixar transparecer a função certificativa, ao afirmar “Avaliar é dar um juízo de valor sobre um determinado... assunto. Neste caso, para ver se eles [os alunos] adquiriram determinadas competências ou não e dizer se realmente adquiriram ou não.”. No entanto, na sequência da entrevista, refere-se, também, à função formativa da avaliação, quando afirma “A avaliação não pode ser uma atividade esporádica, pelo contrário, tem de ser uma tarefa sistemática e na qual se investe muito... A avaliação

pode dar aos professores informação sobre a qualidade do que ensina, identificando os conceitos que os alunos dominam e os que ainda não aprenderam (...) A avaliação é conhecer para melhorar.” Esta última inferência pode ser confirmada através da perspectiva de Rita face à importância do erro na aprendizagem:

Os alunos têm de mostrar os erros, tomar consciência deles e acreditar que poderão corrigi-los. Eu costumo dizer-lhes que errar é humano e que os grandes avanços da Ciência, inclusivamente os da matemática, se fizeram através do erro. A Matemática não nasceu assim prontinha... foi sendo construída. Às vezes é difícil fazê-los perceber isto... O erro é uma fonte de informação para o professor, mas quando um aluno revela um desconhecimento muito grande, sobretudo quando os raciocínios deles me parecem absurdos, eu sinto muita dificuldade... Aí não sei como hei-de orientá-los. Sinto que tenho de voltar ao início... (ER1, 11)

Rita parece considerar, ainda, que aprendizagem e avaliação são indissociáveis, uma vez que, quando questionada sobre a eventual influência da avaliação na aprendizagem dos alunos, afirma:

A avaliação vai sempre influenciar a forma de aprendizagem do próprio aluno. Então, se nós [grupo de professores de Matemática com quem trabalha habitualmente] ... basta utilizar instrumentos de avaliação, como já utilizámos em anos anteriores, como o Portfólio. Lembro-me que um dos alunos dizia: “Pela primeira vez eu senti que fui um dos principais agentes da minha avaliação”. Nós entretanto desistimos do portfólio, porque, de facto, era impraticável, pelo menos nos moldes em que estávamos a fazer... Portanto... se [o aluno] sentir que é um dos protagonistas, ou um dos principais, da sua própria avaliação, é muito diferente de estar a fazer, num período, os dois testes tradicionais. (ER1, 12)

Rita, relativamente ao portefólio, acentua o gosto por enfrentar desafios e por realizar experiências que lhe proporcionem aprendizagens na área da avaliação. Considera, no entanto, que se trata de um processo extremamente exigente para o professor, pelo número de horas e trabalho minucioso necessário para o levar à prática:

Considerei uma experiência [uso do portefólio] muito positiva. Acontece que é impraticável a quantidade de trabalho. Atualmente, com o nosso horário, era impossível... Ainda por cima, a forma como nós [grupo de professores que trabalhou na experiência] o concebemos. Tínhamos de criar várias tarefas para cada secção, para os alunos terem oportunidade de seleccionar as obrigatórias, e tínhamos de as corrigir... Nos dois últimos anos ainda reduzimos o número de secções, porque no primeiro ano, já não sei bem, mas acho que eram umas cinco e, em cada período, os alunos tinham de

selecionar duas ou três tarefas, conforme os casos, para cada uma das secções... Era um trabalho enorme! E para utilizar um portefólio corretamente, teríamos de o fazer nas várias turmas. Na altura, nós aplicámo-lo numa turma durante vários anos consecutivos e..., de facto, foi muito complicado, mesmo só numa turma. É o excesso de trabalho! Para ser corretamente aplicado! Mas com esta experiência aprendi muito... (ER1, 12)

Rita, apesar de ter deixado de usar o portefólio, não se limita a avaliar os alunos através de testes tradicionais e parece ter consciência de que a utilização de instrumentos diversificados permite avaliar diferentes competências e de que é importante, para os alunos, proporcionar-lhes *feedback* sobre todo o trabalho realizado, ajudando-os, deste modo, a terem consciência do seu percurso de aprendizagem:

Hoje, apesar de não usar o portefólio, uso diferentes instrumentos. Obviamente que, para nós, os instrumentos... um instrumento... no secundário, num 11.º ano, um instrumento muito importante, não vamos poder fugir a algo escrito, sejam relatórios, sejam tarefas em duas fases, seja um teste, algo escrito. E algumas das competências não conseguimos avaliá-las com os testes tradicionais, ou com os exames a nível nacional. Tenho grelhas de observação. Vou registando sempre em grelhas tudo, seja de observação da aula, seja de um trabalho de casa, [o registo] pode ser só se realizou, ou não, ... pode ter mais informação. Trabalho de grupo também tenho em grelhas, apresentações orais, também. Tento... tento registar, porque nós não conseguimos decorar aquilo tudo. No fim das apresentações orais costumo fazer um comentário, de cada uma e no fim, do global, costumo fazer o comentário global de cada ... do grupo... dos grupos, dos diferentes grupos, caso seja em grupo, ou individualmente. Mando por email, muitas vezes, mesmo o registo de cada um. No caso dos... dos... dos... trabalhos... de algo escrito, costumo colocar lá informação para eles se aperceberem do que não está correto e da próxima vez poderem melhorar. Eles [os alunos] têm oportunidade para poder perceber como estão a aprender. É por isso que acho que a avaliação influencia a aprendizagem. Eles, obviamente, têm hipótese de ver se estão ou não a aprender... (ER1, 13)

Rita diz ter necessidade de aprofundar os conhecimentos sobre avaliação, muito embora considere que tenha vindo a aprender a avaliar melhor, como é evidenciado no extrato seguinte:

Geralmente considera-se que qualquer pessoa, por ser professor, está apto para avaliar. Mas a avaliação é processo complexo que requer grande conhecimento específico. É muito complicado... Na Faculdade, no 4.º ano tive uma cadeira. A professora era uma professora do ensino secundário que estava requisitada na Faculdade

e, no fundo, deu-nos ali muita ajuda sobre alguns aspetos da prática letiva e inclusivamente sobre avaliação, porque a sensação com que estávamos... era que iríamos ser lançados aos lobos e sem ajuda quase nenhuma!

No início, tal como foi no estágio, nós fazíamos dois testes. Embora dissessem que a avaliação era contínua, não se percebia muito bem como era. Fazíamos os testes e a média dos testes era avaliação... era... e neste momento, acho que as coisas evoluíram muito e já, em termos de avaliação formativa, já se fala em avaliação formativa, mas já se... a palavra já foi de alguma maneira... não sei... já percebi um bocadinho mais a palavra. E, é... portanto, durante... todas as aulas, digamos que tem de haver alguma avaliação. Em termos de instrumentos, agora já são muito mais diversificados...

Eu tenho vindo a estudar e a aprender, mas considero que ainda estou muito longe de avaliar com segurança. Vou experimentando e refletindo sobre o que vou fazendo... (ER1, 15)

Apesar de, como refere, fornecer aos alunos indicações sobre o processo de avaliação, Rita parece considerar que não conseguiu, ainda, criar uma cultura que permita aos alunos participar, de forma ativa e consciente, no processo de avaliação, apontando como possível causa a complexidade na operacionalização de tal processo:

Acho que não! Se eles tomam consciência? Acho que não! Eu informo-os. Os papéis estão lá. Mas, acho que a maioria não percebe o que está por trás. Então, se nós [professores] temos tantos problemas na prática, nós... como é que eles vão perceber, também? (ER1, 16)

Assim, a dificuldade apontada por Rita parece situar-se ao nível da operacionalização dos conhecimentos teóricos que foi adquirindo acerca de avaliação, pois, refletindo sobre o tema, considera que não conseguiu, ainda, implementar práticas avaliativas adequadas ao desenvolvimento da autonomia do aluno e da responsabilidade pela sua própria aprendizagem. Parece, contudo, que, para Rita, a avaliação se encontra ao serviço da aprendizagem e contribui não só para a desenvolver mas, também, para auxiliar o professor a tomar decisões sobre o ensino.

Planificação das aulas dirigidas à argumentação

Nesta secção, dando voz a Rita, pretendemos, particularmente, encontrar resposta para as questões seguintes: Como perspetivam os professores, em contexto

colaborativo, a argumentação matemática? Quais os processos argumentativos que privilegiam (explicação, justificação, formulação e validação ou refutação de conjecturas)? Que tipo de tarefas concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos? Quais as principais dificuldades que antecipam nos alunos e como preveem ajudá-los?

Importa, contudo, lembrar que a fase do estudo a que nos iremos reportar foi realizada em contexto colaborativo.

Processos argumentativos valorizados nas tarefas

Nesta subsecção procuramos analisar, essencialmente, as intervenções de Rita, focando-nos nos processos argumentativos por ela privilegiados, aquando da conceção de cada uma das sete tarefas.

Tarefa 1

Na reunião realizada a 14 de outubro de 2009, destinada à elaboração da primeira tarefa a propor aos alunos, no âmbito do estudo, foi selecionada uma de entre as duas tarefas apresentadas. Esta decisão foi consensual, tendo Rita referido que, das duas, esta tarefa (anexo 6) era a mais adequada aos objetivos previamente definidos. Acrescentou, ainda, que se deveria optar por esta, uma vez que permitiria que os alunos desenvolvessem a construção de argumentos válidos:

Os meus [alunos] não fizeram essa! [tarefa do manual adotado, realizada pelos alunos de Laura, que permite visualizar a definição de radiano] mas, aqui o que está em causa é eles saberem ver... interpretarem o enunciado. (...) É que... assim podem arranjar argumentos..., o que é que eles têm de ver? Sim, têm de... a definição de radiano, mas depois também têm de relacionar com o comprimento do lado do triângulo. Acho que... o que importa é que procurem articular isto tudo para serem capazes de argumentar.. de justificar ... de conseguirem convencer. Sim, também penso que vai ao encontro dos nossos objetivos... (OR14out, 6)

Além disso, Rita considera que, dada a simplicidade da tarefa, a justificação emerge de forma evidente:

é que [a resolução da tarefa] não é nada difícil..., os alunos poderão encontrar, facilmente, uma justificação para chegar à conclusão ... ao que se pretende [Um ângulo de amplitude um radiano mede um pouco menos de 60°] isto se desenharem o hexágono inscrito na circunferência... e pensarem um bocadinho... assim, devem ver (risos) devem encontrarem uma razão que os convença e conseguir justificar o que se pretende. (OR14out, 7)

Ora, nas palavras de Rita, parece, ainda, estar subjacente a ideia de que, nesta tarefa, o raciocínio é a primeira fonte de legitimidade de asserções e que os alunos se sentiriam confortáveis não só para explicarem ideias emergentes, mas também para as justificarem.

Tarefa 2

Já aquando da elaboração da segunda tarefa (anexo 7), Rita pretende incluir a formulação de conjecturas, como é evidente no extrato do diálogo seguinte:

1. **Rita** – E acrescentávamos mais uma questão para eles validarem a conjectura que tivessem formulado na primeira questão... se tivessem feito alguma coisa...
2. **Laura** – Sim, acho que podia ser. Se não tiverem conjectura para validar, têm a expressão para verificar.
3. **Rita** – Sim, mas vão só verificar a expressão para dois casos... Não vão validar uma conjectura!
4. **Laura** – Não, mas se não tiverem conjectura para validar, têm a expressão e vão ter que justificar [o valor da área para as duas amplitudes: 0° e 90°], o que acho que é muito mais importante.
5. **Rita** – Mas isso, obviamente, não impede que não tenham outra questão onde tenham de formular uma conjectura... não vos parece?
6. **Laura** – Sim. O que propunhas, então?
7. **Rita** – Eu acho que as tarefas têm que ter alguma abertura para que eles possam desenvolver um certo raciocínio matemático... e, por isso, acho que devemos colocar uma questão que os leve a formular conjecturas. Considero que... para eles aprenderem a argumentar ... a formulação e a validação de conjecturas é quase tão importante como a justificação. Tu não achas?

8. **Laura** – Sim. Fica a questão da formulação e depois vão ter de justificar. Acho que sim, fica assim! (OR25nov, 1 e 2)

Ao longo do diálogo, Rita insiste para se incluir a formulação e validação de conjeturas (falas 1, 3, 5, 7), alegando que, quer este processo, quer a justificação são importantes no desenvolvimento das práticas argumentativas dos alunos, e acaba por convencer Laura (fala7). Assim, a tarefa 2 (anexo 7) acabou por integrar a formulação e validação de uma conjetura.

Tarefa 3

Na pesquisa realizada para a conceção da terceira tarefa, Rita, ao analisar algumas das tarefas apresentadas e discutindo a definição dos objetivos, afirma:

Eu penso que... interpretar enunciados, selecionar os dados e identificar a conclusão são objetivos que teremos, obviamente, de ter, de considerar... mas, se queremos trabalhar a argumentação... temos de ter... de incluir as justificações, usando argumentos válidos e de tentar que eles [os alunos] consigam fazer a passagem dos dados para a conclusão. Quer dizer, eu achava que eles deveriam também ser capazes... de conseguir formular conjeturas, mas, na outra [tarefa 2] eles reagiram tão mal... Se calhar temos de ir mais devagar... (OR6jan, 1)

Das palavras de Rita parece ser possível inferir que, apesar de considerar que a formulação e validação de conjeturas devem estar presente nas questões a colocar nas tarefas que facultem o desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de argumentação matemática, a *justificação* deveria ser privilegiada. Além disso, Rita, ponderando a inclusão da formulação de conjeturas, considera que o trabalho a realizar com os alunos, neste âmbito, deverá ser realizado com um ritmo menos rápido, a fim de poder vir a conseguir que os alunos tenham um maior sucesso.

Nesta discussão, Rita questiona ainda qual o modo de conseguir que os alunos estabeleçam, com eficácia, a passagem dos dados para a conclusão:

1. **Rita** – Não sei como fazer, mas queria que eles conseguissem encontrar a passagem dos dados para a conclusão, depois de os terem selecionado, obviamente...
2. **Laura** – Sim, já na outra [tarefa 2] tínhamos esse objetivo...

3. **Rita** – Pois, mas eles não conseguiram. Não sei, se lhes colocássemos parte do percurso [argumentativo]... talvez eles conseguissem ... quer dizer, talvez tivessem mais consciência do que é necessário fazer... Estão a perceber?
4. **Investigadora** – Acho que sim. Queres traçar um percurso argumentativo que esteja incompleto, para depois eles completarem, é isso?
5. **Rita** – Sim, estava a pensar naquele modelo que vimos [procurando nos apontamentos do seu caderno], quando lemos o texto que está na experiência matemática. Está aqui... [lendo] "o esqueleto mínimo de uma argumentação é formado pelos três elementos: *dados – garantia – conclusão*". O que podíamos fazer era arranjar uma questão onde tivéssemos os dados e a conclusão e eles teriam de encontrar a garantia...
6. **Laura** – Na outra [tarefa 2] eles já deviam ter feito isso....
7. **Rita** – Sim, mas temos que ser persistentes, não acham?

Rita, ao pretender incluir, na tarefa 3, uma questão com um percurso argumentativo incompleto para os alunos completarem, parece estar, uma vez mais, a pretender valorizar a justificação, induzindo os alunos a procurar a fundamentação dos seus raciocínios.

Ainda aquando da elaboração da tarefa 3 (anexo 8), Rita, a respeito da distinção entre *explicação* e *justificação*, comenta com Laura:

1. **Rita** – Quando lhes pedimos para *explicar o raciocínio efetuado*, queremos que eles descrevam os procedimentos de forma a que os outros os compreendam. Aqui, obviamente, não há justificação!
2. **Laura** – Sim, têm de explicar...
3. **Rita** – Obviamente, mas, eu queria... quero que fique claro ... para nós ..., o que é *justificar* e o que é *explicar*. É que não é o mesmo, pois não?
4. **Laura** – Não, não é. Acho que para eles justificarem têm de..., de dizer os porquês. *Justificar* é mais forte do que *explicar*....
5. **Rita** – É que... pensando bem... acho que às vezes não usamos os termos de forma correta... estou a pedir para justificar e o que quero... o que deveria era dizer *explicar*... ou o contrário. Temos de fazer bem a diferença.
6. **Laura** – Nós já tínhamos visto isso, [significado dos dois termos] já tínhamos chegado a acordo...
7. **Rita** – Eu sei, tenho isso escrito aqui... [folheando o caderno de apontamentos] foi no outro período, no dia 14 de outubro... quando vimos a primeira tarefa. Mas, tenho necessidade de...

refletir sobre isto. Acho que temos de pensar bem para não cometermos erros e podermos envolver os alunos na argumentação... no processo argumentativo. Não vos parece? (OR6jan, 2)

Do exposto, é possível afirmar que a discussão iniciada por Rita, quanto ao significado da terminologia usada, permitiu não só a reflexão sobre o modo como cada participante perspetivava a argumentação matemática, mas também a sua interiorização e conseqüente inclusão no património de saberes partilhados pelo grupo de trabalho.

Tarefa 4

Ao elaborarem a tarefa 4 (anexo 9), Laura e Rita optaram por conceber um conjunto de questões cujas respostas lhes permitisse diagnosticar dificuldades, ou ausência de conhecimentos, dos alunos acerca de funções e respetivas propriedades, privilegiando, contudo, a justificação. Efetivamente, como Rita argumenta,

Precisamos de saber quais são as conceções que eles têm... e as que não estão corretas, isto é, se não há confusões... Podemos pedir-lhes que justifiquem algumas afirmações que até podem ser erradas. Parece-me que poderá ser um bom meio de diagnosticar as dificuldades deles. (OR10fev, 2)

No entanto, Rita coloca a questão da eventual falta de conhecimento necessária para os alunos procederem à justificação de determinadas afirmações, dado na sua perspetiva os conhecimentos que os alunos trazem do ano letivo transato ser pouco formal:

(...) não nos podemos esquecer que eles não têm grandes conhecimentos sobre funções... no 10.º ano era tudo intuitivo... não demos definições, nem nada disso... deu-se tudo de uma forma intuitiva... e eles assim não vão ter as ferramentas que precisam para justificar... (OR10fev, 2 e 3)

Deste extrato, parece, ainda possível, inferir que Rita, nesta tarefa de diagnose, privilegia a justificação, mas considera que a construção dessa justificação só poderá ser sustentada por argumentos já validados pela comunidade científica, isto é, argumentos provenientes da teoria. Assim, Rita parece revelar uma conceção de *justificação*

próxima do que Balacheff (1988b) designa por *prova intelectual* (baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas).

Tarefa 5

Na conceção da tarefa 5 (anexo 10), a principal finalidade prendeu-se com a avaliação das aprendizagens realizadas, pelos alunos, no âmbito do tópico "estudo de propriedades de funções racionais". Assim, por decisão unânime das professoras, esta tarefa foi apresentada, aos alunos, num momento formal de avaliação. Parece pertinente acrescentar que foi preocupação de Rita informar, previamente, os alunos deste facto, como se pode constatar no comentário seguinte: "Então, se esta tarefa vai representar um momento formal de avaliação. Temos de os avisar! Vai ser em que dia? Deixa ver (consultando a agenda) vai ser... dia 8 de março" (OR3mar, 1).

À semelhança do que já tinha acontecido, aquando da conceção da tarefa anterior, também nesta Rita privilegia a justificação. De facto, por decisão das duas professoras, quer a estrutura das duas tarefas, quer os enunciados das questões são muito semelhantes e Rita considera que o domínio de conceitos, definições e propriedades, por parte do aluno, vai permitir realizar a tarefa com sucesso, como parece estar evidenciado no diálogo seguinte:

1. **Rita** – Com esta tarefa podemos também verificar se já aprenderam a justificar. É que agora, supostamente, eles já têm as definições a aplicar... já lhes demos ferramentas... eles só têm de as usar.
2. **Laura** – Eu espero... Não, não vão ter grandes problemas...
3. **Rita** – É que assim... com esta tarefa, quer dizer, ao fazerem justificações, vão mostrar se aprenderam estes tópicos, se não confundem os conceitos... isto por um lado, e... por outro, vão ter de ser rigorosos. Esta tarefa vai permitir ver se compreenderam, porque aqui eles vão ter de usar o que aprenderam, para justificar. (OR3mar, 2)

Neste diálogo, Rita parece corroborar a interpretação de *justificação* acima referida, isto é a de *prova intelectual*, no sentido que lhe é atribuído por Balacheff (1988b).

Tarefa 6

A tarefa 6 (anexo 11) foi elaborada com a intenção de ser implementada aquando da abordagem do tópico matemático *operações com funções*. Atendendo a que, da experiência das professoras, era do seu conhecimento que os alunos, de um modo geral, revelavam dificuldades sobretudo na compreensão do conceito de função inversa, decidiram conceber uma tarefa que proporcionasse a possibilidade de averiguar se os alunos, efetivamente, confundiam, ou não, função inversa com o cálculo do inverso de um número. Na opinião de Rita, deveriam pensar numa tarefa que permitisse, aos alunos, a explicitação do conceito de função inversa, como parece estar patente no seu comentário: "Eu gostava de encontrar um enunciado que os levasse a explicitar o que entendem por função inversa... o que é para eles uma função inversa ... podia ser graficamente, ou não ..." (OR17mar, 1).

Além disso, para Rita, no que diz respeito à argumentação matemática, a tarefa deveria propiciar, preferencialmente, não só o estabelecimento da passagem dos dados para a conclusão (objetivo de aprendizagem já por si destacado na Tarefa 3), mas, também, a elaboração de justificações, usando argumentos válidos (fala 5):

1. **Rita** – Acho boa ideia! Vamos então ver o que escrevemos... Pode ser, como de costume, ... uma história do género, a professora do António pediu aos alunos para explicarem por que é que se $f(3)$ é 2, então a imagem de 2, pela inversa de f , é 3.
2. **Laura** – Mas eles assim não têm que justificar! Limitam-se a explicar... Fica muito mais simples! Eu acho que para além de eles explicarem têm de fundamentar, dizer os porquês. Não pode ser só mostrar que é assim...
3. **Rita** – Sim, mas a minha ideia não era essa. Não queria que eles se limitassem a explicar... às vezes acontece isso, pensamos... uma coisa e sai outra. Eu também quero que eles justifiquem!
4. **Laura** – Está claro, então eles vão ter de justificar! Agora só falta encontrar a afirmação. O que é que vão justificar? O que é que vamos escrever?
5. **Rita** – Temos de encontrar uma afirmação que eles possam justificar, partindo do que já sabem... quer dizer, os argumentos que vão arranjar têm de ser válidos, mas têm de vir dos

conhecimentos... do que acabaram de estudar. Isto é o que eu penso, entendem? (OR17mar, 5 e 6)

Ora, neste diálogo, Rita provocou, novamente, o questionamento sobre o significado dos termos *explicação* e *justificação* (falas 1 e 3) e revelou, uma vez mais, o modo como entende a *justificação* (fala 5) - baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas. Assim, parece que podemos concluir que, também nesta tarefa, o processo argumentativo privilegiado por Rita é a *justificação*.

Tarefa 7

Na conceção da tarefa 7, Rita, concordando com Laura, decide incluir a demonstração. A ideia de incluir a demonstração nesta tarefa poderá ter sido induzida pelo facto de os alunos se encontram a estudar o tópico *sucessões* e de o programa de Matemática nele contemplar a demonstração de alguns teoremas. Rita propõe, ainda, a apresentação de diferentes técnicas de demonstração, conforme parece estar evidenciado na fala seguinte: "Eu também gostava de ver com eles a demonstração. Eles já estudaram, quando forem fazer a tarefa [tarefa 7], a indução matemática e gostava que eles vissem outros processos de demonstração... (OR12maio,4).

Ainda a respeito do teor das questões para a tarefa 7, Rita faz o seguinte comentário:

Nós [a equipa de trabalho envolvida neste estudo] não temos valorizado a formulação de conjeturas, temos insistido na validação, quer dizer nas justificações... eles [os alunos] têm, sobretudo, feito justificações. Eu não sei... mas, mesmo depois disto, será que conseguem fazer demonstrações? Eu não sei... acho que eles precisam de perceber... que uma demonstração não é mais do que um raciocínio... um raciocínio que vai tentar justificar... uma conclusão e que... deverá ser suficientemente rigoroso. Agora, nesta última tarefa, era necessário que eles vissem... que compreendessem... (OR12maio, 4)

Deste comentário, podemos concluir, uma vez mais, que, para Rita, a *justificação* é um processo a privilegiar nas tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos seus alunos e que terá de estar presente, também, nas questões relativas à demonstração. É pertinente referir a importância do

rigor, que continua a estar subjacente à noção de *justificação* conforme está patente na expressão "suficientemente rigoroso".

Continuando a discussão com Laura sobre a formulação das questões, Rita expressa as suas opiniões do seguinte modo:

1. **Rita** – Eu estava a pensar pôr isso na própria tarefa... em si. Só que, num textozinho... “Utilizando o raciocínio dedutivo, podemos... o João, ou o Manel mostrou que... daqui tirou os dados, e justificando chegou à conclusão...” Estás a perceber? Depois, outra questão: “Para mostrar que não era não sei quantos..... utilizou um contraexemplo, uma vez que basta um exemplo para mostrar que não é. Por redução ao absurdo, não sei quê, não sei quantos mais...” E assim por diante...
2. **Laura** – Para eles utilizarem o método que achassem mais adequado? Estou a gostar!
3. **Rita** – Sim, só temos de escolher muito bem o que é que eles vão ter de justificar...
4. **Laura** –Eles vão ter de saber interpretar o que está... E têm de procurar o que precisam e o que lhes é dado...
5. **Rita** – Sim, têm que saber justificar muito bem, qualquer que seja o processo... têm de aplicar com... rigor... o raciocínio necessário para fazerem a passagem dos dados para a conclusão... o que é pedido. É que assim ficamos também a saber o que eles entendem por demonstração, como tu querias...(OR12maio, 5 e 6)

Também deste diálogo podemos inferir que a *justificação* é o processo argumentativo privilegiado por Rita na conceção desta tarefa. De facto, a professora afirma, por diversas vezes (falas 1, 3 e 5) da necessidade de os alunos justificarem com rigor os raciocínios que terão de desenvolver na realização da tarefa.

Síntese

Podemos afirmar que Rita, na elaboração das sete tarefas, valoriza, por excelência, a *justificação*, percecionada, no entanto, como *prova intelectual*. O quadro 18 apresenta o processo argumentativo que Rita valorizou na conceção de cada uma das sete tarefas.

Quadro 18: Processos argumentativos valorizados por Rita em cada uma das sete tarefas

Tarefa	Processo valorizado
Tarefa 1	Justificação
Tarefa 2	Justificação Validação de conjeturas
Tarefa 3	Justificação
Tarefa 4	Justificação (<i>prova intelectual</i>)
Tarefa 5	Justificação (<i>prova intelectual</i>)
Tarefa 6	Justificação (<i>prova intelectual</i>)
Tarefa 7	Justificação (<i>prova intelectual</i>)

Dificuldades esperadas e estratégias de superação delineadas

Nas sessões de trabalho colaborativo, destinadas à conceção de cada uma das sete tarefas, a dinâmica adotada pela equipa seguiu sempre a mesma ordem: em primeiro lugar procedia-se à definição dos objetivos que as professoras pretendiam que os alunos atingissem com a realização dessa tarefa e, posteriormente, eram seleccionadas ou adaptadas as questões que constituiriam essa tarefa. Aquando deste procedimento, eram levantadas eventuais dificuldades que poderiam vir a ser manifestadas pelos alunos e, conseqüentemente, os enunciados das questões poderiam então ser reformulados. Além disso, após alguma reflexão, eram apontadas algumas estratégias possíveis para superar as dificuldades que os alunos pudessem, ainda, vir a sentir.

Importa, contudo, informar que as dificuldades expetáveis bem como as estratégias delineadas apresentadas nesta secção, apesar de terem sido emergentes no

contexto de trabalho colaborativo, são aquelas em que Rita teve um papel mais preponderante.

Tarefa 1

Para Rita, esta seria uma tarefa onde os alunos poderiam revelar alguma dificuldade em encontrar argumentos válidos que lhes permitisse justificar a *passagem* dos dados para a conclusão, conforme parece estar evidenciado no comentário seguinte:

A principal dificuldade [dos alunos] pode estar na descoberta da passagem... dos dados para a conclusão... eles têm que saber, obviamente, a definição de radiano ... Aí acho que não vai haver problema... mas têm de interpretar o enunciado! A dificuldade vai estar em encontrarem a justificação para... mostrarem que o comprimento do arco igual ao raio [da circunferência circunscrita ao hexágono] terá de ser... igual ao lado do hexágono e, portanto maior do que um radiano... Acho que vão ter dificuldades em encontrar argumentos válidos para essa justificação... Deram isto no 9.º ano, mas... já não se devem lembrar! (OR14out, 7)

Rita apenas antevia, como dificuldade, a possibilidade de os alunos não conseguirem encontrar uma justificação conveniente, com base nos conhecimentos adquiridos no 9.º ano de escolaridade, para fundamentarem as afirmações, construindo, assim, um percurso argumentativo plausível. Assim, apesar de considerar que se trata de uma tarefa que não iria oferecer grandes dificuldades, Rita, pondera, caso os alunos revelem muita dificuldade na construção da justificação, proporcionar-lhes *feedback* oral. Efetivamente, Rita revela não estar muito segura dos conhecimentos que os alunos deveriam deter e necessários para que possam realizar, com sucesso, esta tarefa:

Para os ajudar, penso que poderia optar por recordar as propriedades da circunferência estudadas no 9.º ano. Mas,... acho que não vou fazer isso! Por mim, dava assim... Depois, de acordo com o desempenho deles na 1.ª fase da tarefa, poderia fazer... recordar algumas dessas propriedades... É que esta é uma tarefa simples... a realizar em duas fases... O enunciado está bem, não há alterações a fazer, percebe-se bem, não acham? Na aula, poderei, eventualmente, dar-lhes algumas pistas, caso eles fiquem bloqueados. Mas, só nesse caso... (OR14out, 8)

Tarefa 2

Aquando da conceção da tarefa 2 (anexo 7), Rita, concordando com Laura a respeito da identificação do trapézio representado na figura, comenta: "És capaz de ter razão... Acho que já usámos, noutras anos, esta figura e, quando era pedida a área ou a expressão da área [do quadrilátero], às vezes, para eles verem o trapézio, tínhamos de rodar a folha para as bases ficarem na horizontal... e só aí é que viam o trapézio!" (OR25nov, 2). Relativamente a esta dificuldade exetável, Rita, no sentido de a ultrapassar, avança com a proposta de, antes de apresentar a tarefa, levar os alunos a identificarem as bases de um trapézio em diferentes representações do que é habitual, ou seja, com as bases na horizontal:

Na aula, antes de lhes darmos a folha [enunciado com as questões], podíamos começar por ver se eles sabem o que é um trapézio... independentemente da posição... podemos desenhar vários trapézios com as bases em diferentes posições, para ver se eles veem o trapézio e podemos perguntar ... como é que se pode ter a certeza de que é um trapézio. Com isto não estamos a diminuir o grau de dificuldade [da tarefa] e é um modo de darmos a volta, não estão de acordo comigo? (OR25nov, 3)

Rita aponta, ainda, uma outra dificuldade, a respeito da formulação de uma conjectura que constitui a primeira questão da tarefa:

Penso que [a formulação de conjecturas] é importante... apesar de, ... no início, [os alunos] poderem mostrar dificuldades. Mas, nós temos de insistir... Se os alunos mais pequenos conseguem fazer..., estes também vão ser capazes... Temos de insistir! ... Aqui a conjectura que eles têm de formular não é muito complicada... eles já têm alguma coisa, não vão partir do nada... poderão ter dificuldade em visualizar a alteração da figura... as sucessivas passagens... desde o triângulo até ao quadrado... Mas, na expressão da área já não devem ter problemas. Não me parece que seja necessário reformular o enunciado... Eu deixava ficar assim e... via como eles reagiam. Deixava para ver... temos duas fases... Que acham? (OR25nov, 4)

Neste comentário, Rita, além de evidenciar a sua opinião acerca da importância de promover a formulação de conjecturas, não parece valorizar a dificuldade que os alunos poderão enfrentar e opta por deixar para a segunda fase a remediação, se for caso

disso, das eventuais dificuldades reveladas pelos alunos. Rita parece ter presente que a compreensão da não linearidade do processo de formular conjecturas se reveste, para os alunos, de alguma dificuldade, pelo que será necessário proceder, antes de qualquer intervenção, à diagnose dessas potenciais dificuldades.

Tarefa 3

Rita começa por referir as dificuldades dos alunos em explorar adequadamente as duas tarefas realizadas anteriormente:

Temos vindo a observar que eles falham na interpretação de enunciados, na seleção dos dados... Os meus [alunos] ainda não entenderam o que se pretende... Na outra tarefa eles não reagiram muito bem... Agora, com esta tarefa, provavelmente, também vamos ter o mesmo... eles vão ter que justificar... explicar os raciocínios... e as dificuldades deles situam-se precisamente aí! (OR6jan, 2)

Depois de fazer o balanço das dificuldades sentidas pelos alunos, Rita exprime o desejo de que o preenchimento da ficha de reflexão (anexo 14)⁶ possa vir a ajudar os alunos a ultrapassarem aquelas dificuldades, dizendo "Eu espero... que com a ficha de reflexão comecem a tomar consciência do que se pretende e passem a corresponder melhor...". (OR6jan, 2)

Já relativamente ao eventual desempenho dos alunos na terceira tarefa, Rita considera que "eles [os alunos] continuam com muita dificuldade nas justificações..." (OR6jan, 10) e acrescenta que, na resposta à última questão da tarefa 3 (anexo 8),

se não interpretarem corretamente o enunciado... e se não conseguirem interpretar os dados... vão ter problemas a responder à questão... Às vezes até parece que não sabem interpretar. Nesta questão, os conhecimentos de matemática não são nada de especial... só têm de saber ou que perceber que o ponto P tem ordenada zero... e calcular o produto escalar... o resto é até demasiado fácil. Não acham? (OR6jan, 10 e 11)

⁶ Estratégia delineada na reunião de 16 dezembro de 2009, após a análise das produções dos alunos, na segunda fase da tarefa 2, para os implicar na reflexão sobre as dificuldades evidenciadas e, essencialmente, no seu comprometimento com a procura de formas para as ultrapassar.

Rita, uma vez mais, manifesta a sua preocupação com questões que se prendem com o domínio da língua materna e que, por vezes, comprometem o sucesso dos alunos na aprendizagem da Matemática. Para ultrapassar as potenciais dificuldades dos alunos, acima referidas, Rita considera que o trabalho sistemático e a partilha com os alunos dos critérios de sucesso definidos para cada tarefa poderão ser estratégias conducentes à superação das potenciais dificuldades dos alunos:

com trabalho sistemático, partilhando com eles os nossos critérios, os nossos objetivos... o que nós pretendemos deles em cada uma das tarefas, pode ser que assim eles comecem a evoluir... Eu sei que neste tipo de tarefas [realizadas em duas fases] eles têm sempre uma segunda hipótese... podem sempre melhorar! (OR6jan, 11)

Tarefa 4

Na conceção da tarefa 4 (anexo 9), Rita, a respeito da finalidade da tarefa - diagnose dos conhecimentos dos alunos no âmbito do tema funções -, comenta que é necessário deixar emergir as conceções erróneas dos alunos ou, inclusivamente, a ausência de conhecimento e acrescenta que, conseqüentemente, as dificuldades expetáveis se situarão, apenas, ao nível da interpretação do enunciado das questões e que, como tal, deverá ser colocado grande cuidado na sua formulação. A título de exemplo, apresentamos, a seguir, parte de um diálogo que vem corroborar o que acabamos de referir:

1. **Rita** – (...) Podemos começar pelo conceito de função...
2. **Laura** – Podemos pedir-lhes, por exemplo, que arranjam argumentos para dizerem se uma reta vertical poderá representar uma função. Não é?
3. **Rita** – Sim, é boa ideia. Eles sabem, ou deviam saber o que é uma função e o que é uma reta vertical... Mas... temos de pensar bem como vamos escrever o enunciado. Queremos que eles sejam rigorosos... nós também temos que ser. Pode ficar assim... do género «Recorrendo a argumentos válidos para fundamentar as tuas conclusões, comenta a afirmação: uma reta vertical pode representar graficamente uma função.»
4. **Laura** – Ok. Vamos pedir um comentário...

5. **Rita** – Pois, mas às vezes não percebem muito bem o que têm de fazer quando se pede um comentário. Limitam-se a dizer se é verdadeiro e ou falso... Temos de ter cuidado! Eles muitas vezes sabem os conteúdos, mas não conseguem interpretar corretamente o enunciado! (OR10fev, 2 e 3)

Rita, ao propor estratégias para ultrapassar as eventuais dificuldades dos alunos na interpretações das questões, afirma "na aula, podemos, obviamente, resolver ou, pelo menos, ajudar a resolver este problema! (OR10fev, 3). Donde podemos inferir que o *feedback oral* será uma estratégia que Rita pondera para ultrapassar aquela dificuldade.

Tal como Laura, Rita estava consciente da necessidade de gizar um plano, a aplicar numa das aulas subsequentes à realização da tarefa 4, que facultasse a eventual identificação e posterior remediação dos erros cometidos, pelos alunos, durante a realização da tarefa. De facto, a tarefa 4 configurava-se, essencialmente, como uma diagnose no que diz respeito ao tópico “Generalidades sobre funções”. Assim sendo, seria necessário criar um espaço onde fosse dada oportunidade, aos alunos, para encontrarem um processo de ultrapassarem as dificuldades diagnosticadas. Após alguma discussão sobre a definição do plano, ficou acordado que os alunos já teriam na sua posse a tarefa com o *feedback* proporcionado pela professora, passando, assim, a analisar as suas produções, tentando, se fosse o caso, corrigir os erros. Posteriormente, deveria ser formulada uma série de questões, de modo a que, em função das respostas dadas, os alunos pudessem corrigir os erros cometidos.

Tarefa 5

Com a tarefa 5 (anexo 10), as professoras pretendiam avaliar as aprendizagens realizadas pelos alunos, isto é, avaliar qual o grau de desenvolvimento dos conceitos matemáticos, estudados nas últimas aulas, relativos ao tópico *funções racionais*. Efetivamente, esta tarefa constituiu um momento formal de avaliação. Assim, foi concebido um conjunto de questões com um enunciado muito semelhante ao das questões da tarefa 4, pois, como Rita refere,

[O enunciado das questões] podia ser... semelhante ao que escrevemos para a outra [tarefa], obviamente, agora com o que estivemos a estudar... tínhamos de fazer adaptações... aos conteúdos

que queremos avaliar... é que assim era menos uma dificuldade que eles tinham... Eu acho que, finalmente, parece que eles ficaram a entender o que pretendíamos com estas tarefas. Vocês não acham? ... Devemos insistir... sempre que possível, claro... com os mesmos tópicos e podemos manter a estrutura... e insistir com alguns conteúdos... devíamos incluir a questão da monotonia [das funções] que na outra levantou tanta polémica... (OR3mar, 3)

Além disso, também na conceção desta tarefa, Rita reforça a necessidade de se construírem enunciados que não levantem ambiguidades ou interpretações menos corretas, para, deste modo, não acrescentar mais dificuldade:

Agora... nesta tarefa,... não podemos dar pistas para eles chegarem à resposta, por isso, temos de ter os enunciados bem formulados... Temos de pensar bem... para evitar que haja mais do que uma interpretação... (OR3mar, 3)

Rita, face ao futuro desempenho dos alunos nesta tarefa, espera que não sejam reveladas grandes dificuldades.

Tarefa 6

Durante a conceção desta tarefa, Laura e Rita não parecem definir estratégias de superação das dificuldades reveladas eventualmente pelos alunos, para além da formulação e reformulação das questões a incluir na tarefa. De facto, manifestam a intenção de analisar o conceito de função inversa demonstrado pelos alunos:

1. **Rita** – Eu gostava de encontrar um enunciado que os levasse a explicitar o que entendem por função inversa... o que é para eles uma função inversa... podia ser graficamente, ou não...
2. **Laura** – Dávamos um gráfico e pedíamos o da inversa? Não sei. Isso seria muito... simples e com isso iríamos atingir os nossos objetivos? Eles sabem, quer dizer, deviam [saber] que os dois gráficos [da função e da sua inversa] são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Fizeram a construção na aula...
3. **Rita** – Não sei. Pois, eu preferia algo que não fosse tão óbvio...
4. **Laura** – [O enunciado] Pode ser daquele tipo que já temos feito: o João diz que a inversa de... uma função qualquer é tal e explica as suas razões e a Maria diz que não é nada daquilo, que é outra coisa e também explica por que razão diz aquilo. No fim

perguntamos qual dos dois tem razão e perguntamos porquê?
Qual é a opinião dele, mas fundamentada...

5. **Rita** – Acho boa ideia! Vamos então ver o que escrevemos... Pode ser, como de costume, ... uma história do género, a professora do António pediu aos alunos para explicarem por que é que se $f(3)$ é 2, então a imagem de 2, pela inversa de f , é 3.

Do diálogo, parece possível inferir que, sobretudo, Rita está preocupada em descobrir, através da análise das produções escritas dos alunos, se existem concepções erróneas relativamente ao tópico matemático “função inversa de uma função”. No entanto, estando consciente das dificuldades dos alunos com a manipulação algébrica de expressões racionais, opta por colocar questões que não os obrigue a realizar muitos cálculos, mas que vá implicar uma correta interpretação dos enunciados, bem como a construção de justificações adequadas, como parece estar evidenciado no diálogo seguinte:

1. **Rita** – Os meus [alunos] também fazem disso [erros de cálculo]...
Às vezes até parece impossível... tanto disparate junto...
2. **Laura** – Se colocarmos a expressão de uma função e eles forem calcular a da inversa, vai sair disparate...
3. **Rita** – Sim, mas podemos dar a volta a isso... Podemos dar-lhes os objetivos da tarefa e explicar-lhes o que pretendemos...
4. **Laura** – Acho bem... [lendo o enunciado que Rita escreveu (anexo 11)]. De facto, eles assim só têm de interpretar...
5. **Rita** – Pois, e esse é o risco... Se não interpretarem convenientemente... se não identificarem ou distinguirem os dados da tese lá vai o sucesso da tarefa... (OR17mar, 6 e 7)

Do diálogo acima transcrito, parece ser possível afirmar que Rita, ao propor a reformulação do enunciado (tarefa 6), pensa ter conseguido contornar a potencial dificuldade, diagnosticada nos alunos, relativamente à falta de destreza na manipulação de expressões racionais algébricas (falas 1 e 3), apesar de manifestar, por outro lado, a sua preocupação com as eventuais dificuldades dos alunos no que diz respeito à interpretação do enunciado e à identificação dos dados e da tese (fala 5). No entanto, Rita acrescenta que poderá auxiliar os alunos a ultrapassar esta dificuldade, pois, como ela mesmo afirma:

Trata-se de uma tarefa que não vai ser realizada num momento formal de avaliação... É sempre possível ver como [os alunos] estão a reagir... Posso chamar-lhes a atenção para a necessidade de responderem ao que é pedido. E com isto não estou a dizer que os

vou induzir... que lhes vou dizer como é que devem responder. Continuo a achar que, nestas tarefas, eles têm de ser ajudados a tomar consciência das dificuldades e nós temos oportunidade para os ajudar... tem de haver alguma interação... Estão a entender o que quero dizer? (OR17mar, 7)

Rita parece privilegiar o *feedback* para ajudar os alunos não só a consciencializar-se das suas dificuldades, mas também para as ultrapassar.

Tarefa 7

Recordamos que a intenção de Rita era de criar uma tarefa onde fossem apresentadas várias técnicas de demonstração:

Eu estava a pensar pôr isso na própria tarefa... em si. Só que, num textozinho... “Utilizando o raciocínio dedutivo, podemos... o João, ou o Manel mostrou que... daqui tirou os dados, e justificando chegou à conclusão...” Estás a perceber? Depois, outra questão: “Para mostrar que... não era não sei quantos..... utilizou um contraexemplo, uma vez que basta um exemplo para mostrar que não é. Por redução ao absurdo, não sei quê, não sei quantos mais...” E assim por diante... Assim, tínhamos hipótese de avaliar o que aprenderam sobre a... demonstração... (OR12maio, 5)

No entanto, concorda com Laura quanto a possíveis dificuldades de interpretação do enunciado, por parte dos alunos:

Sim, és capaz de ter razão... eles [os alunos] irão conseguir ter dificuldade em interpretar o enunciado... É, vai ser muito texto para interpretarem... e eles têm... continuam com dificuldade na interpretação... (OR12maio, 7)

Porém, na opinião de Rita, esta dificuldade expetável poderá ser ultrapassada pelo facto de terem vindo a utilizar, de forma sistemática, a ficha de reflexão (anexo 14). Esta inferência parece estar evidenciada nas palavras de Rita, ao discutir com Laura estratégias de superação das potenciais dificuldades dos alunos:

Sim, também acho que o facto de eles [os alunos] terem vindo a preencher sempre a ficha de reflexão... lhes fez tomar consciência do que nós pretendíamos. Acho que foi uma boa ideia... Pode ser que como... mais uma vez irão ter de preencher a ficha... se lembrem que têm que fazer... que têm de ler com atenção o enunciado da tarefa e descobrir o que é pedido, relacionando-o com o que é dado... E, se

não o fizerem, nós, mais uma vez, temos de lhes lembrar o que deveriam ter feito... o que nós pretendíamos... (OR12maio, 7)

Síntese

Analisando as diferentes estratégias propostas por Rita, para superar as dificuldades expetáveis, um aspeto que se destaca é a intencionalidade da professora, ao longo do estudo, na planificação de atividades que pudessem vir a promover a autorregulação das aprendizagens dos alunos. Na planificação das ações a desenvolver ao longo do estudo, Rita, para auxiliar os alunos a ultrapassar as dificuldades expetáveis aquando da realização das sete tarefas, pretende usar, de forma mais sistemática, o recurso ao *feedback* oral, a ficha de reflexão e, ainda, partilhar, com os alunos, os critérios de sucesso definidos para a tarefa em questão. A fim de se poder ter uma perspetiva das dificuldades expetáveis e respetivas estratégias delineadas para as ultrapassar, elaborámos o quadro 19 que a seguir se apresenta.

Quadro 19: Dificuldades esperadas por Rita e estratégias delineadas

Estratégias delineadas	Dificuldades esperadas (categorias)				
	interpretação do enunciado	identificação dos dados e da tese	descoberta da lei de passagem	competência escrita	tópicos matemáticos abordados
recurso ao <i>feedback</i> escrito	proporcionado em cada primeira fase das tarefas 1, 2, 3, 4 e 6				
recurso ao <i>feedback</i> oral para complementar o escrito	tarefas 2, 3, 4 e 6	tarefas 3 e 6	tarefa 1		identificação do trapézio (tarefa 2)
ficha de reflexão	tarefas 3 e 7	tarefa 7			
partilha, com os alunos, dos critérios de sucesso definidos	tarefas 3 e 6	tarefa 3			

Capítulo V - A Professora Rita

planificação de aula promotora da autorregulação	tarafa 4				
trabalho sistemático	tarefas 3				manipulação algébrica de expressões racionais.(tarafa 6)

Estratégias de superação delineadas: concretização e reflexão

Algumas das estratégias delineadas, em contexto colaborativo e mencionadas no quadro 19, foram consideradas na prática avaliativa de Rita. De facto, tal como Dias e Santos (2010), entendemos por prática avaliativa a ação desenvolvida pelo professor que tem como finalidades permitir, não só, a recolha de informação acerca das aprendizagens realizadas pelos alunos mas, também, facultar a eventual adaptação fundamentada das estratégias adotadas e, ainda, fornecer informação, aos alunos, sobre o seu progresso.

O *feedback* escrito e oral

Tal como já foi estruturado para o caso de Laura, nesta secção iremos apresentar a análise do *feedback* escrito, registado por Rita nas produções dos seus alunos respeitante à primeira fase de cada uma das cinco tarefas realizadas em duas fases, bem como o *feedback* oral necessário ao esclarecimento de alguns dos comentários registados por Rita. A análise do *feedback* escrito, fornecido às produções de cada aluno respeitantes a cada uma das primeiras fases das cinco tarefas, teve como suporte as mesmas cinco categorias - *Foco*, *Natureza*, *Tratamento do erro*, *Forma sintática* e *Dimensão* - e, dentro de cada categoria, as subcategorias respetivas já mencionadas. Para além disso, pretendi ainda estudar as reações dos alunos ao *feedback* fornecido.

É pertinente começar por informar que, apesar da escrita dos dizeres avaliativos ter sido, sempre, iniciada em contexto colaborativo, o desenvolvimento deste trabalho ocorria posteriormente e de forma sistemática em momentos de trabalho individual, tendo este último sido enriquecido pelo primeiro e vice versa. De facto, as decisões tomadas nos dois contextos não colidiram, pelo contrário, reforçaram-se e complementaram-se.

Foco

Em relação à categoria *Foco* é de salientar o facto de nenhum *feedback* escrito fornecido por Rita incidir diretamente sobre o aluno (Quadro 20). Efetivamente, no conjunto das produções dos alunos relativas à primeira fase de cada uma das cinco tarefas, a incidência do *feedback* escrito, proporcionado por Rita, dirige-se, essencialmente ao *processo*, notando-se, ainda, uma tendência para o aumento na quantidade ao longo do tempo (18; 25; 26; 29; e 26).

Quadro 20: *Foco* do feedback fornecido por Rita

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Foco</i>	aluno	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	produto	12%	3	6%	2	3%	1	0%	0	3%	1
	processo	72%	18	78%	25	87%	26	81%	29	81%	26
	autorregulação	16%	4	16%	5	10%	3	19%	7	16%	5
Total		100%	25	100%	32	100%	30	100%	36	100%	32

Importa, ainda, salientar que, segundo o quadro 20, após a categorização de todos os comentários registados por Rita, constatámos que o *feedback* incidindo sobre o *produto*, apesar de existente, teve uma expressão muito pouco significativa e, além disso, foi tendencialmente diminuindo ao longo do estudo (12%; 6%; 3%; 0%; 3%). Constatamos, também, que o *feedback* dirigido à *autorregulação* teve alguma expressão, mantendo-se, ao longo das tarefas, em quantidade estável, nunca chegando a representar 20% dos *feedbacks* fornecidos por Rita (16%; 16%; 10%; 19%; e 16%).

Apresentamos, de seguida, três comentários registados por Rita, tendo sido cada um deles incluído numa das três subcategorias (*produto*, *processo* e *autorregulação*) da categoria *Foco*. Numa produção de um aluno realizada aquando da primeira fase da tarefa 1, Rita registou o seguinte comentário: "O processo que utilizaste foi adequado, mas ainda podes tornar mais claro o teu raciocínio. Não és da mesma opinião?" (PAC, 2nov, 7): Este *feedback* foi considerado como *feedback* focado no *processo*. Esta nossa opção deve-se ao facto de termos considerado que, neste último registo, existe uma

intenção de levar o aluno a completar, na segunda fase, o processo utilizado na realização da tarefa.

Já numa produção de um outro aluno, após a realização da primeira fase da mesma tarefa, o comentário "Podias ter acrescentado o desenho do hexágono. Não achas que ficaria mais claro?" (PAC, 2nov, 6) foi categorizado como tendo incidência no *produto*, uma vez que Rita se limitou a sugerir uma indicação para que o trabalho do aluno ficasse mais completo. Finalmente, relativamente ao *feedback* com incidência na autorregulação, isto é, dirigido à capacidade de o aluno autoavaliar o seu trabalho, procurando, com um comentário, envolvê-lo, mais profundamente, na realização da segunda fase da tarefa, apresentamos, a título ilustrativo, um registo elaborado por Rita e incluído nesta subcategoria:

Foi importante mostrares que o lado do hexágono era igual ao raio da circunferência, mas não conseguiste explicar muito bem por que razão o comprimento do arco, com a amplitude de 60° , teria de ser superior a um radiano. Não concordas comigo? Na segunda fase poderás melhorar o teu trabalho. Lê as respostas que deste e os meus comentários e tenta apresentar as justificações de todas as descobertas que já fizeste. (PAC, 2nov, 10)

Importa acrescentar que, na opinião de Rita, o *feedback* deveria permitir o desenvolvimento, nos alunos, de competências metacognitivas e, além disso, facultar a aceitação do erro como um elemento natural e inerente à aprendizagem. De facto, como ela própria afirma,

O *feedback* escrito será mais eficaz se incentivar a autorregulação das aprendizagens [do aluno] porque se ele se habituar a... pensar sobre... e vir o erro como algo que não está a ser reprimido, obviamente que irá fazer com que vá melhorar... o seu desempenho e até transfira para outras tarefas o que aprendeu com aquela... qualquer que ela seja... (ER2, 3)

No entanto, Rita lamenta o facto de não ter conseguido, ao longo do estudo, proporcionar, aos alunos, *feedback* cujo foco tivesse sido, essencialmente, colocado na *autorregulação*, conforme parece ser evidenciado no extrato seguinte:

A autorregulação [das aprendizagens] parece ser uma das competências avançadas que mais influência terá no futuro escolar do aluno. É que se ele conseguir... se for capaz, em cada momento, de saber diagnosticar o que precisa de fazer para aprender... eu acho que é determinante... Eu gostava de ter dado um maior contributo a esse nível... gostava de ter sido capaz de dar indicações de tal modo que fossem eles..., de acordo com os objetivos e os critérios [da

tarefa], ... a procurarem e a autoavaliarem o trabalho... mas, não é fácil... não é nada fácil! (ER2, 4)

Natureza

No quadro 21, registámos a percentagem do *feedback*, fornecido por Rita às primeiras versões de cada uma das cinco tarefas, respeitante às diferentes subcategorias relativas à *Natureza do feedback*.

Quadro 21: Natureza do feedback fornecido por Rita

		Primeira fase da tarefa									
Categoria	Subcategoria	1		2		3		4		6	
<i>Natureza</i>	formula juízos de valor	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	chama a atenção	12%	3	6%	2	3%	1	0%	0	0%	0
	incentiva a reflexão	12%	3	13%	4	13%	4	14%	5	12%	4
	dá pistas	60%	15	62%	20	64%	19	69%	25	69%	22
	incentiva a reflexão e dá pistas	16%	4	19%	6	20%	6	17%	6	19%	6
Total		100%	25	100%	32	100%	30	100%	36	100%	32

Tal como Laura, também Rita não proporcionou qualquer *feedback* contendo a formulação de juízos de valor. Além disso, como se poder inferir da análise do quadro 21, existiu, ao longo do estudo, uma diminuição do número de registos configurados como simples chamadas de atenção (12%; 6%; 3%; 0%; e 0%), tendo-se mantido estável e com uma percentagem baixa (sempre inferior a 15%) o *feedback* que incentiva à reflexão. De facto, a maioria dos registos elaborados por Rita incluem pistas orientadoras, mas não promotoras de reflexão, como o comentário seguinte proporcionado junto da produção de um aluno na primeira fase da tarefa 6.

Determinaste, correctamente, $f^{-1}(3)$, mas, depois, esqueceste-te de completar a resposta, não foi? Lê, de novo, o enunciado para descobrir o que terás ainda de fazer para que a tua resposta fique concluída. (PAC, 3maio, 9)

Quando confrontada com estes dados, Rita explica que

A minha grande preocupação... quando registava os comentários nas produções... foi sempre o conteúdo, quer dizer, eu queria dar um *feedback* claro... sem lhes explicar como fazer, mas queria que, com as indicações que eu lhe dava, ele conseguisse realizar a tarefa... com sucesso, obviamente. Mas, por outro lado, eu sabia que as anotações teriam também de servir para que ele as pudesse usar mais tarde ... quer dizer, elas deveriam servir também para os levar a refletir. E isso eu não consegui fazer como gostaria. Mas, algumas vezes fui-lhes dando pistas para que eles, a partir delas e no futuro, conseguissem saber como deveriam fazer... quando estivessem em situações semelhantes. (ER2, 2)

Efetivamente, da análise do quadro 21, podemos, ainda, inferir que Rita teve preocupação em proporcionar, aos alunos, *feedback* que além de dar pistas também incentivava a reflexão, como é o caso do comentário seguinte, registado na produção de um aluno, aquando da realização da primeira fase da tarefa 2:

Conseguiste ver o trapézio [ACEG], mas não entendi como obtiveste a figura [ABEG]. Dizes que foi por decomposição, mas não mostras quais são as figuras que a compõem, não é? Não irás precisar de considerar essas figuras para calcular a expressão da área que é pedida? (PAC, 2dez, 2)

Tratamento do Erro

A categorização dos diferentes tipos de *feedback* proporcionado por Rita, no que diz respeito ao *Tratamento do erro*, encontra-se sintetizada no quadro 22 que a seguir se apresenta.

Rita, apesar de, ao longo do estudo, não ter registado qualquer *feedback* que se pudesse incluir na subcategoria *assinala e corrige*, apresenta alguns registos que foram incluídos na categoria *assinala e não corrige* (Quadro 22).

Quadro 22: Tratamento do erro no *feedback* fornecido por Rita

Categoria	Subcategoria	Primeira fase da tarefa									
		1		2		3		4		6	
<i>Tratamento do erro</i>	assinala e corrige	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	assinala, mas não corrige	4%	1	9%	3	7%	2	3%	1	0%	0
	não assinala, mas estimula a correção	20%	5	19%	6	23%	7	17%	6	22%	7
	incentiva a completar/melhorar	76%	19	72%	23	70%	21	80%	29	78%	25
Total		100%	25	100%	32	100%	29	100%	36	100%	32

De facto, Rita assinala e não corrige erros ortográficos, morfossintáticos ou de incorreções a nível da linguagem específica da matemática, como é o caso da seguinte situação:

Procura ser mais rigoroso. Quando escreveste «uma função só pode ser positiva quando está no primeiro quadrante», o que pretendias dizer com “está no primeiro quadrante”? Tens de ter mais cuidado para que o teu discurso possa ser perceptível... (PAC, 16dez, 1)

Rita, quando assinala um erro, sem, no entanto, o corrigir, procede de forma explícita, sublinhando, com um risco ondulado, o termo ou expressão incorretos. Contudo, este tipo de *feedback* não tem grande expressão na totalidade dos comentários registados e analisados, como está evidenciado no quadro 22 (4%; 9%; 7%; 3%; 0%).

Da análise dos registos elaborados por Rita, concluímos, ainda, que a grande maioria do *feedback* está incluída, na subcategoria *incentiva a completar/melhorar* (76%; 72%; 70%; 80%; e 78%). A título ilustrativo, apresentamos um comentário elaborado por Rita, aquando da realização da primeira fase da tarefa 3, e incluído nesta subcategoria:

Foste calcular o produto escalar, usando a definição, mas, abandonaste essa estratégia, porquê? Depois, usaste as coordenadas dos dois vetores. Foi uma boa opção, mas não terás algum erro? Qual é o ângulo dos dois vetores? Que relação tem o ângulo dos vetores com o sinal do produto escalar? (PAC, 25jan, 3)

Ainda relativamente ao *Tratamento do erro*, os dados recolhidos permitem inferir que a grande maioria do *feedback* proporcionado por Rita, ao longo do estudo, parece ter o propósito de incentivar, os alunos, a completar ou melhorar as suas

produções. Este dado parece ser consistente com a preocupação de Rita em "dar um *feedback* que lhes [aos alunos] permitisse, a partir dele, melhorar as suas produções, mas, sem lhes explicar como fazer." (ER2, 2).

Forma sintática

Após a análise e subsequente categorização, no que diz respeito à *forma sintática* do *feedback* proporcionado por Rita, pareceu-nos possível concluir que a forma *interrogativa e afirmativa* terá sido a mais utilizada. Efetivamente, como se pode inferir da observação do quadro 23, as outras formas têm muito pouca expressão (as suas percentagens variam entre 0 e 7%). É, ainda, de salientar o facto de Rita não ter usado, em qualquer *feedback*, a forma *simbólica*.

Quadro 23: Forma sintática do *feedback* fornecido por Rita

		Primeira fase da tarefa									
Categoria	Subcategoria	1		2		3		4		6	
<i>Forma sintática</i>	simbólica	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0
	afirmativa	4%	1	6%	2	7%	2	3%	1	3%	1
	interrogativa	4%	1	6%	2	7%	2	5%	2	3%	1
	interrogativa e afirmativa	92%	23	88%	28	86%	14	92%	33	94%	30
Total		100%	25	100%	32	100%	30	100%	36	100%	32

Na opinião de Rita, usar, simultaneamente, as formas *interrogativa e afirmativa* tinha como objetivo facultar a interpretação do comentário como um texto que incluía sugestões para o aluno melhorar as suas produções, dando-lhe, apenas, as orientações julgadas necessárias e suficientes para que o conseguisse realizar, com êxito, na segunda fase.

Indicar-lhes [aos alunos] o que deveriam melhorar e também dar-lhes sugestões... dar pistas de como poderiam fazer para melhorar o desempenho. É que , muitos alunos... se eu colocava só perguntas no comentário... que eu escrevia para lhes dar pistas, limitavam-se a responder e às vezes só com um "sim" ou um "não"! Não pegavam no que lhes dava, não procuravam novos processos... Isto depende

muito das suas características [dos alunos], obviamente! É preciso conhecê-los. Ao colocar perguntas e fazendo, ao mesmo tempo, quer dizer... no mesmo comentário,... afirmações, eles assim já iam... entendendo o comentário como um todo e, se calhar, por isso, já não se limitavam a responder às minhas perguntas... (ER2, 3)

Assim, parece possível concluir que o facto de Rita ter usado maioritariamente a mistura das duas formas - interrogativa e afirmativa -, num mesmo registo, será consistente com a sua principal preocupação, a da promoção da autorregulação das aprendizagens dos seus alunos, aquando da escrita dos dizeres avaliativos.

Dimensão

Após o processo de análise relativo à *dimensão* do *feedback* registado por Rita, nas produções dos alunos, verificámos que a subcategoria *médio* apresentava a maior percentagem em cada uma das cinco tarefas, o que, aliás, se encontra expresso no quadro 24.

Quadro 24: Dimensão do *feedback* fornecido por Rita

		Primeira fase da tarefa									
Categoria	Subcategoria	1		2		3		4		6	
<i>Dimensão</i>	curto	24%	6	22%	7	13%	4	11%	4	6%	2
	médio	64%	16	69%	22	74%	22	78%	28	85%	27
	longo	12%	3	9%	3	13%	4	11%	4	9%	3
Total		100%	25	100%	32	100%	30	100%	36	100%	32

A distinção entre as três subcategorias foi marcada pelo número de ações que se encontravam registada nesse *feedback*. Assim, um comentário que incluísse apenas uma ação foi considerado curto. Tal é o caso do *feedback*

Não explicaste o teu raciocínio, pois não? Limitaste a apresentar cálculos! Procura, no teu caderno, o que registaste sobre o significado do termo explicação, na aula de 16 de dezembro (PAC, 25jan, 6).

Já uma unidade de *feedback* que integrasse mais de duas ações foi considerado longo.

Formulaste uma conjectura e chegaste à conclusão que não era válida. Porque riscaste o que fizeste e consideraste “sem efeito”? O trabalho que fizeste foi importante! Agora vê se consegues descobrir outra conjectura. Analisa, com atenção, o que acontece ao polígono [ABEG], quando o x se aproxima de 0° ou de 90° . Se te ajudar, podes fazer desenhos dos polígonos que se vão obter ao variar o valor de x . Depois tenta encontrar argumentos para te convencer a ti e aos outros de que tens uma afirmação correta. (PAC, 16dez, 4).

Rita, ao elaborar um comentário, como ela própria afirma, revelava alguma ansiedade e, na maioria dos casos, procurou optar por um comentário que não fosse demasiado longo, para que não se perdessem, nem tão pouco reduzido demais de forma a faltar a informação necessária para a compreensão dos alunos:

a minha grande preocupação... ou melhor, uma das minhas preocupações... não sei seria a maior, era que eles conseguissem interpretar corretamente o que lhes queria dizer... e não podia escrever nem demais, porque eles depois desligavam, nem de menos, porque eles podiam não conseguir melhorar. Tinha de encontrar um meio-termo... (ER2, 4)

A preocupação que Rita refere, no extrato acima transcrito, parece resultar da sua intenção em produzir um *feedback* que, simultaneamente, tenha as características seguintes: (1) incida no processo ou na autorregulação; (2) permita dar pistas ou incentivar a reflexão e dar pistas; e (3) não valorize o erro, mas incentive a completar ou melhorar. Estas características terão, ainda, de se conciliar com uma dimensão que não venha a configurar-se como uma dificuldade acrescida para o aluno. De facto, como afirma Rita " (...) não podia escrever nem demais, porque eles depois desligavam", isto é, se o registo fosse longo, se contivesse demasiadas ações, o aluno poderia sentir dificuldade em dificuldade não só na sua interpretação, como na sua articulação.

Fazendo uma síntese da categorização do *feedback* escrito, fornecido por Rita, parece possível afirmar que o foco foi colocado, geralmente, no processo. O erro, não sendo valorizado, foi considerado como inerente à aprendizagem e configurou-se como ponto de partida para incentivar ou melhorar as produções dos alunos, potenciando, assim, a sua aprendizagem. Além disso, a maioria do *feedback* foi registada usando uma forma mista - interrogativa e afirmativa - e com uma dimensão média.

Reação, do aluno, ao *feedback* escrito

Durante a observação das aulas, aquando da realização da segunda fase de cada uma das cinco tarefas, tínhamos como objetivo perceber quais as interações existentes entre a professora e os alunos, no sentido de esclarecer ou complementar o *feedback* escrito registado pela professora, para, posteriormente, confrontarmos os dados, assim recolhidos, com as produções dos alunos respeitantes à segunda fase da tarefa.

Após o cruzamento destes dados, elaborámos o quadro 25 que a seguir apresentamos:

Quadro 25: Contabilização da reação do aluno ao *feedback*

Categoria	Primeira fase da tarefa									
	1		2		3		4		6	
ignora	68%	17	63%	20	57%	17	11%	4	6%	2
utiliza e não melhora	16%	4	22%	7	23%	7	17%	6	16%	5
utiliza e melhora	16%	4	15%	5	20%	6	72%	26	78%	25
Total	100%	25	100%	32	100%	30	100%	36	100%	32

Ora, a análise do quadro permite concluir que, sobretudo nas três primeiras tarefas, há uma percentagem muito elevada de alunos que *ignora* o *feedback* proporcionado por Rita (68%; 63%; 57%; 17%; 6%). Apesar de ser algo um pouco frustrante, essencialmente para a professora, temos de reconhecer que se tratava de uma estratégia nova e um pouco complexa e que, conseqüentemente, seria necessário dar tempo para que os alunos compreendessem este processo e se adaptassem a esta estratégia com a qual não estavam muito familiarizados.

Na aula onde foi realizada a segunda fase da tarefa 1, constatámos que Rita, depois de informar os alunos sobre o objetivo da tarefa e de lhes indicar o tempo disponível para a sua realização, chamou a atenção para a necessidade de lerem e interpretarem o *feedback* que se encontrava registado junto das respetivas produções, o que se encontra evidenciado no extrato seguinte:

Hoje vamos realizar a segunda fase da tarefa que têm aí já comentada, o que se pretende, obviamente, é que melhorem as vossas resoluções... Vão ter 30 minutos para fazer isso. Não se esqueçam...

têm que ler com muita atenção não só o que fizeram, mas também o que eu escrevi. Se não perceberem alguma coisa, a minha letra ou o significado do que escrevi, digam... ok? Bom, se não houver dúvidas podem começar a trabalhar... Se tiverem dúvidas, para não interromperem o trabalho dos outros, podem pôr o dedo no ar... chamam-me que eu vou ao vosso lugar. (OA2nov,1,2, 1)

No entanto, o discurso de Rita não foi muito conseqüente. De facto, os alunos, na sua maioria, realizaram a segunda fase da tarefa sem terem solicitado a professora, mas, como se pode verificar no quadro 25, a maioria do *feedback* proporcionado por Rita foi ignorado. Quando questionados acerca deste facto, um dos alunos referiu que "pensava que estava a ser avaliado e não queria mostrar que não estava a entender..." (OA30nov,2,1, 2). Esta resposta provocou algum desconforto, em Rita, que, chamando a atenção de toda a turma, comunicou:

Ainda não entenderam o que se pretende com estas tarefas, pois não? Eu, obviamente, quero que me digam quando não entendem os comentários que fiz... Se tenho esse trabalho todo, é para lerem e pegarem nas minhas sugestões... a minha ideia é que melhorem. Ninguém está aqui para vos castigar. Se não mostrarem as vossas dúvidas, não vou adivinhar... (OA30nov,2,1, 2)

Rita, com esta intervenção, pretendeu, por um lado, esclarecer os alunos sobre o objetivo das tarefas realizadas em duas fases e, ainda, sobre a finalidade do *feedback* escrito. Por outro lado, tentou responsabilizar os alunos pela concretização das suas aprendizagens. No entanto, só a partir da realização da tarefa 3 é que a situação melhorou, isto é, a percentagem de *feedback* que foi ignorado sofreu uma diminuição significativa e, em oposição, a percentagem de *feedback* utilizado, pelos alunos na realização da segunda fase das tarefas, aumentou bastante.

De facto, aquando da resolução da segunda fase da tarefa 3, Rita foi solicitada por alguns alunos para que lhes fossem prestados alguns esclarecimentos sobre os comentários registados nas suas produções da primeira fase. A título exemplificativo, apresentamos o extrato seguinte de um diálogo entre Rita e a aluna Ana:

1. **Ana** – Não percebo o que fiz de errado! Eu não entendo o que a *stora* quer dizer com isto, (apontando para o comentário "No cálculo do produto escalar decidiste usar as coordenadas. Fizeste bem, mas, não terás complicado demais?"). É que eu fui calcular as coordenadas dos vetores, mas não tinha os dados todos...
2. **Rita** – Estás a referir-te a que dados?

3. **Ana** – Às coordenadas dos pontos, tinha de ter os pontos B, C e D para achar as [coordenadas] dos vetores, não é?
4. **Rita** – Exatamente! Mas ainda não me disseste quais os dados que te faltam...
5. **Ana** – Não sei as coordenadas de D e fiz o cálculo com x e y.
6. **Rita** – Complicaste demasiado, não achas? Olha bem para a figura, não és capaz de dizer nada do ponto D?
7. **Ana** – Ah! Já percebi, tem a mesma abcissa do B. Obrigada.
(OA25jan,3,2, 4)

Neste episódio, o *feedback* oral proporcionado por Rita incentivou a aluna a reanalisar a resposta e o enunciado. Além disso, Rita, sem lhe indicar o erro, apontou uma pista para que a aluna pudesse prosseguir e realizar, com sucesso, a segunda fase da tarefa. Efetivamente, o *feedback* oral revelou-se, neste caso, esclarecedor e complementou as orientações de Rita, que, desta forma, foram levadas, pela aluna, em consideração.

O *feedback* escrito, a partir da tarefa 3, deixou de ser tão ignorado pelos alunos e houve um aumento significativo em relação à percentagem daquele que, não sendo ignorado, foi utilizado e permitiu melhorar as suas produções na segunda fase (16%; 15%; 20%; 72%; e 78%). De facto, nas tarefas 4 e 6, grande percentagem do *feedback* escrito foi utilizado, pelos alunos, na segunda fase e permitiu melhorar o seu desempenho.

A título ilustrativo apresentamos as produções, de um mesmo aluno, Filipe, realizadas respetivamente na primeira e segunda fases da tarefa 3 e o comentário que Rita elaborou sobre a produção realizada na primeira fase.

Eu sei que a ordenada de D é a mesma de B. Posso calcular a ~~abscissa~~ ordenada de B, vou usar o teorema de Pitágoras.

$$8^2 = 4^2 + y^2 \Leftrightarrow y^2 = 48 \quad y = \sqrt{48}$$

$$\Leftrightarrow y = 4\sqrt{3} \text{ (vi na máquina)}$$

Só falta ~~afirmar~~ ver se a abcissa é 8. Se eu sei a de C, a de D vai ser o dobro. Portanto o ponto D tem as coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$ c. q. m.

Filipe, conseguiste explicar o teu raciocínio, embora de forma muito sintética... Mas, precisas justificar as afirmações que fazes. Por exemplo, comesas por dizer que as ordenadas dos pontos B e D são iguais, mas não fazes qualquer justificação para esta afirmação! Para mostrar que alguma coisa é verdadeira, tens de justificar, apresentar razões. Entendeste? Na segunda fase poderás melhorar o teu trabalho...

⁷ (PAC, 11jan, 3)

Figura 11: Extrato da produção de Filipe na primeira fase da tarefa 3 comentada por Rita

As ordenadas de B e D são iguais porque porque o lado [BD] está na horizontal. Eu calculei a ordenada de B, porque vi que ~~era~~ o triângulo [OBC] era retângulo e portanto, podia aplicar o teorema de Pitágoras. Como a hipotenusa era 8, porque o triângulo era equilátero, escrevi $8^2 = 4^2 + y^2$ e o y é a ordenada que eu tenho de calcular. Descobri, depois dos cálculos, que o y valia $4\sqrt{3}$. Na fim, bastava descobrir a abcissa de D. Mas eu sabia que a de C era 4 e que o triângulo [BCD] era equilátero. Portanto a de D era o dobro de de C, tinha de ser 8. Conclusão - As coordenadas do ponto D são $(8, 4\sqrt{3})$. c. q. m.

⁸ (PAC, 25jan, 7)

Figura 12: Extrato da produção de Filipe na segunda fase da tarefa 3

⁷ Eu sei que a ordenada de D é a mesma de B. Posso calcular a ordenada de B, vou usar o teorema de Pitágoras.

$$8^2 = 4^2 + y^2 \Leftrightarrow y^2 = 48, \quad y = \sqrt{48} \Leftrightarrow y = 4\sqrt{3} \text{ (vi na máquina).}$$

Só falta ver se a abcissa é 8. Se eu sei a de C, a de D vai ser o dobro. Portanto o ponto D tem as coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$ c. q. m.

⁸ As ordenadas de B e D são iguais porque o lado [BD] está na horizontal. Eu calculei a ordenada de B, porque vi que o triângulo [OBC] era retângulo e portanto, podia aplicar o teorema de Pitágoras. Como a hipotenusa era 8, porque o triângulo era equilátero, escrevi $8^2 = 4^2 + y^2$, e o y é a ordenada que eu tenho de calcular. Descobri, depois dos cálculos, que o y valia $4\sqrt{3}$. Por fim, bastava descobrir a abcissa de D. Mas eu sabia que a de C era 4 e que o triângulo [BCD] era equilátero. Portanto, 4 era metade da de D. Conclusão o ponto D tinha de ter as coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$. c. q. m.

Nestes exemplos parece haver evidência de que o aluno aproveitou o *feedback* de Rita para elaborar pequenas justificações para alguns dos raciocínios desenvolvidos na resposta dada, em vez de se limitar a apresentar uma explicação algo sincopada e pouco convincente.

Ao questionar Rita sobre a possível causa para os alunos terem demorado, tanto tempo, a ultrapassar a dificuldade sentida no uso e na interpretação do *feedback* por ela proporcionado, obtivemos como resposta:

Trata-se de um trabalho [proporcionar *feedback* escrito] que demora o seu tempo... demora a dar frutos... No início, foi complicado, para eles [alunos] e para mim. Eles, no início, não reagem muito bem, porque acho que não entenderam o que se pretendia... Estavam com medo de serem penalizados por escreverem disparates... Mas, depois mudaram... Claro que não foi como queria, a mudança é lenta. (ER2, 12)

Rita, fazendo um balanço do trabalho realizado, tece o seguinte comentário:

Mas, ficámos a conhecer melhor os alunos, o que é importante, só que, por outro lado, o volume de trabalho, para nós, aumenta... É muito complicado, sobretudo quando se tem várias turmas...é mesmo muito complicado! E não é só isso, é que é muito complexo, é um desafio e eu gosto de desafios... mas, nem sempre sabemos se o caminho que seguimos é certo... Foi importante estarmos todas juntas a trabalhar nisto. A leitura das produções deles não é fácil, por vezes é difícil descodificar o que eles dizem e mesmo depois, também não é fácil decidir que comentários devemos fazer. Não podemos escrever nem de mais, nem de menos. (ER2, 12)

Rita, neste comentário, parece deixar transparecer não só as vantagens que reconhece nesta prática avaliativa, como também aponta algumas das causas para que este trabalho, proporcionar *feedback*, seja considerado tão complexo. No entanto, considera que o trabalho desenvolvido colaborativamente poderá contribuir para minimizar algumas das dificuldades.

Ficha de reflexão

O recurso a este instrumento poderá ser considerado como uma ação integrante da prática avaliativa de Rita, ainda que não tenha sido usado no estudo, de forma sistemática. Esta consideração prende-se, essencialmente, com a intencionalidade

subjacente à aplicação desta ficha. De facto, Rita parece ter como finalidade levar os alunos a autorregular a sua própria aprendizagem, como, aliás, parece possível inferir das suas palavras, aquando da adaptação deste recurso:

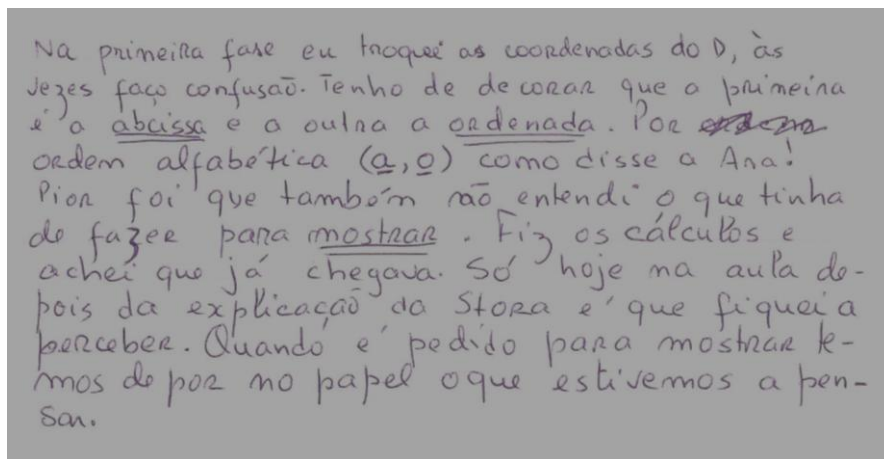
A ficha de reflexão pode ser um meio... de eles [alunos] virem a ter mais cuidado na interpretação dos enunciados. Ao responderem às questões que lhes vamos fazer, deverão ser obrigados a ler de novo o enunciado e a descobrirem quais as dificuldades que sentiram... obviamente que também vão ter os nossos comentários... e isso também os vai ajudar. Penso que podíamos acrescentar uma frase incompleta do tipo “Não percebi o enunciado das questões, porque...” Assim, ao procurarem a resposta para esta ou a outra questão do género, poderão descobrir as suas dificuldades e o que deveriam ter feito... se não tiveram o sucesso esperado. (OR6jan, 3)

Na aula de 25 de janeiro, depois de terem recebido as produções relativas à tarefa 3, os alunos, tal como planeado, analisaram os comentários registados por Rita e preencheram a ficha de reflexão. Pudemos verificar que, após a leitura e eventual explicação dos comentários registados por Rita, os alunos recebiam a folha com a ficha de reflexão e, de um modo geral, elaboraram o texto solicitado, de forma atenta e empenhada. Curiosamente, a redação, produzida pelos alunos, do texto que deveria envolver a análise dos comentários relativos à primeira questão – Mostra que D tem como coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$ – e a consequente reflexão, por eles realizada, foi a que suscitou algumas dúvidas. A título exemplificativo, apresentamos o seguinte episódio vivenciado nessa aula entre Rita e uma aluna:

1. **Maria** – Eu percebi o que a *stora* escreveu aqui [*feedback* registado na resposta dada à questão 1]. Mas, não sei o que escrever...
2. **Rita** – Era suposto teres mostrado que as coordenadas eram aquelas, não era? [apontando para o enunciado]
3. **Maria** – Sim e eu fui aplicar o teorema de Pitágoras e deu-me...
4. **Rita** – E descobriste as coordenadas de D?
5. **Maria** – É que... eu entendi agora, depois de ler o comentário... da *stora*, troquei a abcissa com a ordenada... às vezes troco...
6. **Rita** – Será que chegaste a responder à questão?
7. **Maria** – Sim, só que troquei...
8. **Rita** – O que era pedido?
9. **Maria** – Mostra que D tem como coordenadas $(8, 4\sqrt{3})$ [lendo o enunciado].

10. **Rita** – Será que chegaste a mostrar?
11. **Maria** – Eu pensava que sim... tinha calculado! Consegui descobrir o 8 e o $4\sqrt{3}$
12. **Rita** – Apesar de teres trocado a abcissa com a ordenada, só te limitaste a fazer cálculos, não foi?
13. **Maria** – Só calculei, não expliquei? É isso!... Como está escrito no comentário da *stora*.
14. **Rita** – Sim, é isso. Para mostrar não basta apresentar cálculos! Temos de explicar o caminho usado para lá chegar e justificar as afirmações. E agora já sabes o que deves escrever? Ajudei-te na tua reflexão? (OA25jan,3,2, 2)

Tal como mais alguns alunos, também Maria parece não ter entendido o significado de “mostrar”, mesmo depois de ter lido e, aparentemente, percebido o *feedback* registado por Rita. A ficha de reflexão parece ter agido como um reforço para a compreensão dos objetivos da tarefa 3.



(PAC, 25jan, 11)⁹

Figura 13: Extrato do conteúdo da ficha de reflexão da Maria, relativa à tarefa 3

Também aquando da conceção da tarefa 7, Rita considera que, *a posteriori*, a ficha de reflexão se poderia configurar como uma estratégia de superação das eventuais

⁹ Na primeira fase eu troquei as coordenadas do D, às vezes faço confusão. Tenho de decorar que a primeira é a abcissa e a outra a ordenada. Por ordem alfabética (a, o), como disse a Ana! O pior foi que também não entendi o que tinha de fazer para mostrar. Fiz os cálculos e achei que já chegava. Só hoje na aula depois da explicação da *stora* é que fiquei a perceber quando é pedido para mostrar, temos de pôr no papel o que estivemos a pensar.

dificuldades dos alunos, quer a nível da interpretação do enunciado, quer no que respeita à identificação dos dados e da tese:

[Os alunos] Têm vindo a preencher a ficha de reflexão e... já... já tiveram oportunidade de perceber que têm de ser eles a descobrirem os dados e a tese... isto é essencial Para isso têm de interpretar corretamente o enunciado... Parece que esta ficha tem vindo a cumprir os nossos objetivos... Os alunos têm vindo a melhorar... (OR12maio, 4).

Rita, a este propósito e na entrevista realizada no final do estudo, afirma

A ficha de reflexão, tal como nós a usámos, permitiu-nos ter um conhecimento... mais... diferenciado do modo como os alunos pensam. Não foi só com a ficha, obviamente... mas ela permitiu-me tomar conhecimento mais aprofundado dos diversos processos que os alunos usaram na interpretação das tarefas e do modo como procuraram resolver as dificuldades. Eu julgo que consegui compreender melhor as atitudes dos alunos. Além disso, levou-os a refletir sobre a sua própria aprendizagem. ... (ER2, 8)

Assim, parece possível afirmar que este recurso, integrado nas práticas avaliativas de Rita, se configurou como uma estratégia com intencionalidade autorreguladora das aprendizagens dos alunos.

Partilha com os alunos dos critérios de sucesso definidos

Rita considera que se conseguisse que os alunos, antes de iniciarem a realização de uma tarefa, tomassem consciência dos critérios previamente definidos, teriam mais probabilidade de sucesso. Esta opinião parece estar evidenciada no extrato seguinte:

Nós damos-lhes os critérios e se eles os interpretarem, se os entenderem, poderão corresponder melhor... ficam a saber o que pretendemos. Podemos começar por tentar clarificá-los, para nós... e depois, na aula, partilhá-los com os alunos. Assim, eles deverão realizar a tarefa com sucesso... (OR6jan, 6).

Na aula de 11 de janeiro, durante a realização da primeira fase da tarefa 3 (anexo 8), Rita age com intenção de concretizar a estratégia delineada em contexto colaborativo - partilhar, com os alunos, os critérios de sucesso definidos para a tarefa. Assim, no início da aula, começa por distribuir as folhas com o enunciado, dá indicações aos

alunos para lerem o enunciado e, após alguns minutos, pede a um aluno para lhe dizer quais seriam os critérios que definiria para aquela tarefa, iniciando o seguinte diálogo:

1. **Rita** – Mário, se fosses o professor, o é que esperavas que os teus alunos soubessem para responder corretamente às questões que aí estão?
2. **Mário** – Esperava... eles tinham de saber a definição de produto escalar...
3. **Rita** – Sim, tinham de saber o que era o produto escalar. E mais? Não esperavas que eles aplicassem mais nenhum conhecimento?
4. **Ana** – Eles tinham de saber o que eram as coordenadas... Temos de calcular o produto escalar.
5. **Rita** – Espera. Vamos por partes. Que coordenadas?
6. **Ana** – Do ponto! Temos de calcular as coordenadas de D. É logo a primeira pergunta...
7. **Rita** – Sim, temos de mostrar (frisando bem esta palavra) que as coordenadas de D são aquelas, os valores que são dados. E para calcular o produto escalar?
8. **Mário** – Temos de saber a definição de produto escalar... Já tinha dito....
9. **José** – Sim, mas é mais fácil se descobirmos as coordenadas dos vetores...
10. **Rita** – Ok. Então temos de saber calcular as coordenadas dos vetores e...
11. **Beatriz** – Temos de saber justificar o que afirmamos...
12. **Rita** – Acho que já entenderam! Vamos fazer uma síntese das vossas descobertas. João, queres dizer?
13. **João** – Sim, temos de saber determinar as coordenadas dos pontos e dos vetores e calcular o produto escalar de dois vetores quando sabemos as coordenadas.
14. **Ana** – Mas também temos de mostrar que as coordenadas do D são aquelas. Basta calcular e ver que são aquelas, não é?
15. **João** – Temos justificar e explicar como é que fizemos para lá chegar. Não te esqueças... pôr o nosso pensamento no papel...
16. **Rita** – Pronto, agora que já vimos alguns critérios e já perceberam o que se pretende com esta tarefa? Então, individualmente vão realizar a 1.^a fase da tarefa. Não se esqueçam do que se pretende! Leiam com atenção os objetivos e o enunciado das questões. Vamos lá, concentrem-se. Bom trabalho. (OA11jan,3,1, 1)

Rita, solicitando diferentes alunos, tentou promover a apropriação dos critérios de sucesso definidos, previamente, para esta tarefa. Esta estratégia terá ainda facultado a correta interpretação do enunciado das questões.

Também na aula de 19 de abril, aquando realização da primeira fase da tarefa 6 (anexo 11) e na sequência da intervenção de uma aluna, Rita tem a oportunidade de clarificar e partilhar o significado de "elaborar justificações, usando argumentos válidos", como pode ser inferido do extrato seguinte:

1. **Ana** – É preciso explicar quem tem razão, certo? Não basta dizer qual é a imagem de 3?
2. **Mário** – Isso já entendi! Se nós temos de justificar, não nos podemos limitar a calcular...
3. **Rita** – Obviamente! O que é que se pretende, Ana?
4. **Ana** – Temos de analisar as respostas do António e do Francisco e depois temos de dizer quem tem razão, não é?
5. **Rita** – E para isso terás de convencer o leitor de que um está errado e porquê, não te parece?
6. **João** – Para convencer, temos de justificar, pronto! É como fazemos em filosofia...
7. **Rita** – Sim, temos de construir um texto onde, para além de dizer quem tem razão,... devemos de apoiar as nossas justificações... devemos garantir o que estamos a afirmar, colocando no papel o que estamos a pensar...
8. **Ana** – Eu entendi as respostas do António e do Francisco, o meu problema vai ser encontrar as palavras certas! (OA19abril,6,1, 1)

Efetivamente, aquando da realização da 1.^a fase das tarefas 3, 6 e 7, Rita implementa esta estratégia. Trata-se de uma ação que considera importante e que, como parece evidente nas suas palavras, deverá ser sistemática:

O meu objetivo foi levá-los a analisar o enunciado para que o interpretassem corretamente e, ao mesmo tempo, fazer com que [os alunos] percebessem o que se pretendia... Eu acho que é um trabalho que tem de ser repetido.... Os alunos têm de saber interpretar e de se habituar a extrair do enunciado os critérios. Esta é uma forma de o conseguir. Mas, obviamente, é um trabalho que requer tempo... (ER2, 7)

Aula promotora da autorregulação

A aula promotora da autorregulação ocorreu após o registo do *feedback*, nas produções dos alunos elaboradas aquando da realização da tarefa 4. Conforme tinha sido decidido, na reunião de 24 de fevereiro de 2010, a estrutura desta aula integrou três partes. A primeira teve como objetivo a análise, realizada individualmente, dos comentários registados por Rita nas produções dos alunos respeitantes à tarefa 4. De facto, durante cerca de 20 minutos, os alunos leram o *feedback* proporcionado por Rita, tentaram aperceber-se dos erros cometidos e procuraram encontrar possíveis causas para tais erros. Neste processo, puderam consultar o manual adotado e o caderno diário. Rita começou por informar os alunos acerca dos objetivos desta ação:

A ideia é tomarem consciência dos erros que cometeram e descobrir a resposta correta. Para isso, devem ler os comentários que aí registados e, para vos ajudar, poderão consultar o manual ou o vosso caderno diário. (OA25fev,4,2, 1)

Já na segunda parte da aula, Rita deu indicações no sentido de os alunos prepararem as suas intervenções para, seguidamente, poderem apresentar, aos colegas, a resposta correta para cada uma das questões da tarefa. Durante esta fase, Rita circulou pela sala de modo a conhecer o que cada aluno ia realizando e, sempre que tal se justificava, incentivava a prossecução dos objetivos delineados, dando, por vezes, orientações que pudessem vir a otimizar as suas intervenções.

Finalmente, na terceira parte da aula, através de diálogo orientado, procedeu-se à correção das respostas às questões da tarefa e, ainda, foram esclarecidas muitas das dúvidas evidenciadas pelos alunos. Importa referir que foram os alunos que desempenharam o papel principal nesta fase da aula. A fim de ilustrar a terceira fase daquela aula, transcrevemos parte do diálogo que então se estabeleceu:

1. **Rita** – Estão prontos? Podemos começar?
2. **Catarina** – Stora, eu estou confusa! Uma função polinomial não pode ser uma reta? Mas, nós vimos funções polinomiais que davam retas, não vimos?
3. **Rita** – Prestem atenção, a Catarina está com dúvidas. Vamos ver... Qual era a primeira questão?
4. **Paulo** – Queríamos saber se uma reta vertical poderia representar uma função... E até podia ser uma reta, não é? Se o polinómio

fosse de grau um ou zero, ia ter uma reta. Mas no caso da vertical, não!

5. **Catarina** – Sim, porquê?
6. **Ana** – Se for uma reta vertical, não pode ser função, pois não, Catarina? Tu não vês que os pontos têm todos ordenadas diferentes,,,
7. **Mário** – Claro! Olha, eu justifiquei assim. Eu disse que a reta vertical não podia representar a função, porque assim um número tinha uma infinidade de correspondentes... Sabes o que é uma função, não sabes? Tem de haver uma correspondência unívoca, não é? Agora já entendeste?
8. **Rita** – Estamos todos convencidos de que as retas verticais não podem representar funções? Se quisermos convencer alguém, temos de encontrar uma justificação, não é? A justificação pode servir para nós termos a certeza absoluta que, de facto, as retas verticais não podem representar funções
9. **João** – É preciso ser rigoroso!
10. **Rita** – Sim, tinham de construir um texto onde apoiassem as vossas justificações... teriam de dar sentido ao que estavam a afirmar. Filipe, o que preparaste para apresentar?
11. **Filipe** – Eu escrevi o seguinte [lendo o texto que acabara de escrever]: uma reta vertical tem de equação $x = \text{número}$, uma constante. Se a reta representasse uma função polinomial, teríamos um mesmo objeto com uma infinidade de imagens. Portanto, uma reta vertical não pode representar uma função. É que assim não teríamos uma correspondência unívoca.
12. **Rita** – Concordam com o que leu o Filipe? Acrescentavam mais alguma coisa? Ana, não te importas resumir o que dissemos?
13. **Ana** – Uma reta vertical não pode representar uma função, porque cada ponto dessa reta tem sempre a mesma abcissa e diferentes ordenadas. Ora, se pensarmos em termos de gráfico de uma função, teríamos um mesmo objeto com uma infinidade de imagens e isto contradiz a definição de função.
14. **Rita** – Agora a Catarina vai reescrever a resposta a esta questão, pode ser?
15. **Catarina** – Sim, claro. Agora é fácil! Basta dizer que uma função polinomial pode ser representada por uma reta, só que nunca poderá ser uma reta vertical.
16. **Rita** – Sim, está bem, mas tens de dizer porquê... tens de justificar. Recorrer a argumentos válidos para fundamentar as tuas conclusões... como está no enunciado. (OA25fev,4,2, 4)

Neste extracto, Rita, dirigindo-se a toda a turma, permitiu que uma aluna expressasse a sua dúvida e que os colegas interviessem no sentido de a esclarecer.

Efetivamente, após intervenção de Catarina (fala 2), Rita, suscitando o contributo dos alunos, deixa de que sejam eles a orquestrar a discussão (falas 4 a 13). Além disso, ao longo do diálogo, Rita tentou que os alunos tomassem consciência da necessidade de justificar as suas descobertas e de como deveriam proceder para levarem a cabo essa tarefa (falas 8, 10, 14 e 16).

De facto, nesta aula, Rita, com esta estratégia, revelou intencionalidade de promover a regulação das aprendizagens dos alunos, não só no que diz respeito aos tópicos matemáticos abordados, mas também relativamente ao desenvolvimento da justificação, um dos processos argumentativos privilegiados.

Assim Rita, parece ter conseguido concretizar, nesta aula, uma estratégia que se configurou como promotora da autorregulação das aprendizagens dos alunos.

Eu penso que o facto de se tratar de algo que foi... mais ou menos sistemático e de lhes termos dado a ficha de reflexão, a partir da terceira tarefa, deverá ter contribuído para que eles mudassem e começassem a ver este trabalho como uma coisa que os iria ajudar. Houve, de facto, a partir daí uma mudança... uma mudança significativa no modo como eles encararam isto. ... Depois, na segunda fase da tarefa 4, também usámos uma estratégia que poderá... ter vindo reforçar esta ideia. É que aquela ideia de termos feito um apanhado dos erros cometidos [pelos alunos], pedirmos para os identificarem e lhes darmos a possibilidade de se autoavaliarem... de atribuírem o nível à composição matemática que tinham feito na primeira fase.. foi, na minha opinião, muito eficaz. Como para fazer essa autoavaliação lhes demos e explicámos os descritores, eles, obviamente, conseguiram redigir um texto com nível superior ao da primeira fase. Eu penso, também, que se trata de um trabalho [proporcionar *feedback* escrito] que demora o seu tempo... a dar frutos. E... estes fatores todos devem estar na origem da melhoria acentuada que notámos. Não te parece? (ER2, 10)

Rita considera que a reação dos alunos ao *feedback* que lhes foi proporcionado sofreu, ao longo do ano letivo, uma melhoria acentuada, em virtude da conjugação de vários fatores, nomeadamente, a implementação de duas estratégias com intencionalidade autorreguladora das aprendizagens dos alunos (ficha de reflexão e segunda fase da tarefa 4) e, também, de não ter sido um trabalho esporádico, mas que foi realizado com alguma regularidade e continuado no tempo, ao longo do ano letivo.

Articulação entre a avaliação formativa e sumativa

Ao pretendermos analisar a natureza da relação entre a avaliação formativa e a avaliação sumativa, estávamos conscientes de que não se tratam de dois conceitos dicotómicos. Também Rita, ponderando a existência de tal dicotomia, refere que

não podemos considerar que [avaliação formativa e sumativa] são disjuntas (risos). Eu penso que uma tem de influenciar a outra... têm de estar interligadas. Avaliar é ajudar os alunos a aprender, mas, também, nos ajuda, a nós professores, a tomar decisões..., quer seja sobre o que eles [os alunos] aprenderam, quer sobre o ensino que lhes estamos a dar. Temos de ter presente *O para quê?* A avaliação mais formal, a que é organizada com o propósito... com a intenção de produzir um juízo, também está sujeita a critérios, mas vai ter em conta algumas informações recolhidas através de diferentes processos usados na avaliação formativa. Não estou a falar só dos testes tradicionais, pode ser com diferentes instrumentos! (ER1, 11)

Efetivamente, Rita parece considerar que, apesar destes dois tipos de avaliação - formativa e sumativa - terem natureza diferente, encontram-se articulados, sendo a avaliação sumativa subordinada à formativa. Além disso, Rita defende que uma avaliação formativa de qualidade irá influenciar, decisivamente, a avaliação sumativa. Rita considera, ainda, que a avaliação formativa lhe permite adquirir um conhecimento mais profundo sobre cada aluno:

Nós, através do que se faz no dia-a-dia, quer dizer, com a avaliação formativa, vamos poder conhecer melhor os nossos alunos. Temos mais consciência dos erros que cada um dá, se estão a conseguir remediá-los e do modo como o fazem... Obviamente que isso, este conhecimento, nos vai ajudar a avaliá-los melhor! (ER2, 7)

Um outro aspeto, subjacente a esta conceção e que parece preocupar Rita, é a construção de uma cultura de avaliação, na sala de aula, colocada ao serviço da aprendizagem, isto é, a implementação de uma avaliação com intencionalidade reguladora. Na opinião de Rita, a criação de tal cultura passa, necessariamente, pela apropriação, por parte dos alunos, dos critérios de êxito, o que considera uma tarefa fácil:

Na minha opinião, para que possa haver uma verdadeira avaliação formativa, é preciso que nós [professores] sejamos capazes de conseguir criar tarefas para que os alunos aprendam, estás a entender? Não podemos dar-lhes tarefas só para verificar se aprenderam ou não. Obviamente, que, para isso, é preciso transmitir

esta ideia [avaliação formativa] aos alunos e também aos pais. Eu, logo na primeira aula, tento fazer passá-la. Mas tenho consciência de que isso não basta. É preciso insistir ao longo do ano e isso consegue-se, através do trabalho sistemático, com a prática... Olha, por exemplo, nós, na primeira aula entregamos-lhe os critérios de avaliação em papel e até lhes pedimos que os mostrem aos pais... Mas, apesar de os discutirmos com os alunos, não certo que eles os interpretem correctamente... Eu acho que os alunos não tomam consciência dos critérios. E, se tomam, por vezes, numa mesma turma, a apropriação faz-se de modo diferente! Eles são todos informados, obviamente... Mas, a interpretação que fazem não é a mesma... (ER1, 16)

Esta constatação parece consistente com a grande preocupação de Rita, evidenciada ao longo do estudo, em ensinar os alunos a aprender. Nestas circunstâncias, justifica-se a sua intenção de, junto dos alunos, tornar transparentes e clarificar os critérios de êxito e de avaliação.

Para além destes pontos, Rita refere, ainda, a importância dos registos, que servem as duas funções da avaliação:

Às vezes, esses registos condicionam até as aulas seguintes. São ainda importantes, na construção dos instrumentos que lhes damos nos momentos formais e mesmo no final do ano ou de um período, porque me ajudam a tomar decisões para poder classificar melhor os meus alunos. Eu sei que a avaliação não é objetiva! Isto, obviamente, na minha opinião (risos). Mas, com os registos que faço tento ter sempre presente as informações que fui recolhendo. (OR16dez, 6)

No comentário anterior, Rita parece deixar transparecer a ideia de que os dispositivos que usa, para registar e tratar a informação recolhida, lhe permitem melhorar a objetividade da avaliação. Quando questionámos Rita no sentido de explicitar esta ideia, desenvolveu-se o diálogo seguinte:

1. **Investigadora** – Não te importas de explicar melhor o que quiseste dizer com "os registos condicionam até as aulas seguintes"?
2. **Rita** – Por vezes, ao ver os registos, percebo que tenho de insistir mais num determinado assunto, porque os alunos, a maioria deles ainda não entendeu. Percebes? Por exemplo, na tarefa 2 eles tiveram dificuldade em interpretar o enunciado e muitos não perceberam muito bem o que se pretendia com «conjeturar»...
3. **Investigadora** – E foram os registos que te fizeram tomar consciência disso?
4. **Rita** – Não só, eu na aula [em que os alunos realizaram a 1.ª fase da tarefa 2] apercebi-me de algumas das dificuldades deles, mas

depois, quando registei os comentários e analisei e depois analisei os registos, é que tive consciência da necessidade de voltar a ver com eles o que se pretendia com estas tarefas de argumentação matemática. Depois disso, na aula seguinte, já não fiz o que era para fazer, comecei por tentar explicar-lhes os nossos objetivos e o que pretendíamos desenvolver relativamente à argumentação matemática. Comecei por ver com eles o que era uma conjectura e a diferença entre explicação e justificação e em que consistiam cada uma, entendes?

5. **Investigadora** – Sim, claro. Os teus registos permitiram que refletisses sobre a necessidade de trabalhar mais esses aspetos. Mas, e relativamente ao facto de te ajudarem a tomar decisões quanto à conceção de instrumentos e na classificação dos alunos, o que é que podes acrescentar?
6. **Rita** – Sim, às vezes também ajudam na avaliação sumativa, por exemplo na elaboração dos instrumentos que aplicamos nos momentos formais. Eu, estás a ver... [mostrando umas grelhas, coladas no seu caderno diário, com diversos registos elaborados ao longo do período] eu vou registando, registo, para cada aluno, o que acho mais pertinente. Às vezes, por exemplo, quando foi da realização da primeira tarefa (anexo 6), a propósito da justificação com a definição de radiano, já depois de lhes ter entregue a segunda fase da tarefa, coloquei uma questão, uma questão de aula, que me permitiu ver quem já tinha compreendido como fazer uma justificação, usando o que estava indicado no enunciado. Agora, classificar... a classificação é mais complicado... eu tenho os registos da avaliação, digamos, formativa e, obviamente, também tenho os resultados dos momentos formais. Depois, de acordo com os critérios que temos, [critérios de avaliação da área disciplinar, aprovados em Conselho Pedagógico (anexo 5)] tento arranjar uma proposta de classificação (risos). Mas este processo é muito penoso... nestas alturas [momentos que antecedem os conselhos de avaliação no final de período] sinto-me sempre muito mal! Eu tenho consciência que dei o meu melhor, mas, terá sido mesmo o melhor para os alunos? (OR16dez, 6 e 7)

Rita, no diálogo que acabámos de transcrever, parece evidenciar que faz a distinção entre as funções formativa e sumativa da avaliação, mas também parece revelar que considera a existência de alguma interdependência entre elas na sua prática avaliativa. Ao explicar por que motivo “os registos condicionam até as aulas seguintes”, valoriza a função formativa da avaliação (falas 2 e 4), mas, logo no início da fala 6, refere a relação que por vezes estabelece entre tal recolha de informação e a construção de instrumentos usados em momentos formais de avaliação, isto é, com a função sumativa da avaliação.

De facto, enquanto que com a realização da tarefa 2, Rita refere a função reguladora da avaliação formativa (fala 4), já na fala 6, ao aludir a um episódio ocorrido após a realização da 2.^a fase da tarefa 1, Rita, referindo-se à avaliação sumativa, verbaliza a necessidade que sentiu de verificar ou avaliar as aprendizagens realizadas pelos alunos, ou seja, evidencia a função certificativa da avaliação. Desta forma, Rita, na sua prática avaliativa, parece ter presente estes dois tipos de avaliação, revelando não só intencionalidade reguladora, mas, também, a existência de implicações na adaptação do processo de ensino. Ainda nesta mesma intervenção (fala 6), Rita parece revelar que concebe *avaliação* e *classificação* como dois construtos diferentes, referindo, ainda, um certo desconforto gerado pela necessidade de levar a cabo a classificação dos alunos. Parece pertinente acrescentar que, ao longo do estudo e em diferentes episódios, Rita deixou emergir, de forma recorrente, tal distinção. A título ilustrativo, passamos a transcrever extratos de dois diálogos desenvolvidos em duas das reuniões de trabalho (uma no final do segundo período e outra já no final do ano letivo):

1. **Rita** – Esta tarefa [tarefa 5 - anexo 10] foi de avaliação das aprendizagens. Foi realizada numa só fase e em tempo limitado. Lembras-te que decidimos considerá-la como um momento formal de avaliação... Entrei com os resultados deles [alunos] no cálculo da classificação... Obviamente de acordo com os critérios que temos [anexo. 5]. Mas, esta tarefa também serviu para ver em que medida os alunos, cada um deles, tinha conseguido remediar os erros cometidos na tarefa anterior. Percebes? Este instrumento serviu as duas finalidades!
2. **Investigadora** – A mesma tarefa, isto é, os resultados do desempenho dos alunos nessa tarefa serviram, simultaneamente, para avaliar e classificar, foi isso?
3. **Rita** – Obviamente! Permitiu ver se [os alunos] tinham desenvolvido algumas das competências... e avaliar as aprendizagens que já realizadas. Na avaliação, o fundamental aqui é a aprendizagem do aluno ver se ele consegue melhorar e na classificação o que interessa é o resultado. A classificação é feita tendo em conta os resultados de diversos instrumentos, quer dizer, a nota final, a classificação, vem de um cálculo de uma média ponderada como está nos critérios... Mas, apesar de lidarmos com números, isto [classificação] não tem nada de objetivo... Prefiro avaliar a classificar! (OR25mar, 5)
4. **Rita** – No processo de avaliação, eu tenho de diagnosticar para poder orientar tendo em vista a melhoria da aprendizagem. Estamos a falar de uma coisa que não é seletiva, é qualitativa. No outro [processo classificativo], tenho de selecionar [os alunos] de

os encaixar numa escala. No caso do secundário, esta escala tem uma grande amplitude... Isto não é um processo nada fácil! Apesar da diversidade de instrumentos que utilizamos e, conseqüentemente, da diversidade de dados recolhidos, nem sempre consigo ver bem a realidade, entendem?

5. **Investigadora** – Porque dizes isso?

6. **Rita** – Porque eu penso que há aqui uma mistura muito grande... os instrumentos de avaliação que usamos são de natureza diferente... uns estão ao serviço da aprendizagem e outros são para qualificar essa aprendizagem, certo? Ora, nós o que fazemos, no final de cada período, é quantificar. É uma imposição, temos de atribuir um número que vamos buscar a um conjunto de dados que foram recolhidos a partir de diferentes fontes e de natureza diferente! Eu tenho sempre muita dificuldade em fazer isto esta transposição do qualitativo para o quantitativo e sobretudo agora, nesta altura, no final do ano. Eu precisava de ter mais conhecimento sobre o tema e de mais tempo para refletir sobre este assunto! Temos vindo a reformular os critérios, mas acho que ainda não estão de forma a poderem ser aplicados... postos em prática. Pelo menos de uma maneira... que seja mais viável... não sei! Isto é muito confuso... (OR2jun, 3)

Ao analisar os dois extratos anteriores, mais uma vez parece possível inferir que, para Rita, a distinção entre *avaliação* e *classificação* é clara. No entanto, nas suas intervenções, também se encontra bem patente a situação de desconforto, por ela vivenciada, no final de cada período, quando tem de tomar uma decisão classificativa. Levanta, ainda, um problema pertinente proveniente, provavelmente, da sua reflexão sobre a aplicabilidade dos critérios de avaliação (anexo 5). Efetivamente, Rita, na fala 6, evidencia ter consciência da existência de dados qualitativos que terão de ser convertidos em quantitativos e da sua dificuldade em encontrar um procedimento para realizar, com eficácia, tal ação.

No sentido de tentar perceber como Rita toma as suas decisões classificativas, começámos por analisar os procedimentos gerais. A este propósito, constatámos que Rita, para cada aluno, utilizou todas as informações recolhidas relacionadas não só com os diferentes aspetos da aprendizagem (conceitos e procedimentos, raciocínio matemático, resolução de problemas e comunicação), mas, também, com os elementos constitutivos do saber, mencionados nos critérios de avaliação (anexo 5):

Eu vou ao meu caderno e passo os meus registos... as informações... para uma folha de *Excel*, para depois poder aplicar os coeficientes de ponderação que estão nos critérios [anexo 5]. Estás a ver?

Obviamente, e aí é que está o meu problema, muitas destas informações não são quantitativas, porque não podiam ser! Aquelas que foram realizadas no quotidiano e que estão mais ligadas à aprendizagem, obviamente que não estão quantificadas! Mas, tenho outros registos que já são quantitativos... os que resultaram das tarefas que foram realizadas em momentos formais... esses já são informações quantitativas... já têm um número... Tanto faz que seja um problema, como uma composição, ou um outro tipo qualquer de experiência, percebes? (OR16dez, 8)

Quando questionada acerca do procedimento para ultrapassar o "problema" que é referido no extrato acima transcrito, Rita informa:

crio uma coluna [na folha de *Excel*] com o título *informação qualitativa* e registo, para cada aluno, uma menção: «muito insuficiente», «insuficiente», «suficiente», «bom» ou «muito bom», de acordo, obviamente, com os dados que fui recolhendo ao longo do período. Isto não é muito objetivo, eu sei... (OR16dez, 9).

Na sua opinião, a informação contida nesta coluna serve, essencialmente, para a ajudar a tomar decisões acerca de uma classificação que lhe suscita mais dúvidas., como nos explica:

1. **Rita** – Eu não sei que nota devo dar à Marta...
2. **Investigadora** –Porquê?
3. **Laura** – Já registaste tudo?
4. **Rita** – Não, ainda está aqui tudo no caderno. Ainda não tive tempo de passar para a folha de *Excel*. Só fiz isso para a outra turma... a reunião desta [turma] é a última. Ainda tenho tempo... mas já estive a ver os casos que me preocupavam mais e gostava de ter a vossa opinião relativamente a este.
5. **Laura** – Então, diz lá...
6. **Rita** – A Marta teve sempre um desempenho insuficiente, isto nos momentos formais... Mas, durante as aulas e mesmo nas tarefas de duas fases foi das alunas que mais evoluiu... Esteve empenhada na correção dos erros e tenho aqui vários registos que me permitem dar-lhe suficiente nas informações qualitativas! E mesmo nas outras tarefas, apesar de não ter tido nenhuma positiva, tem vindo a melhorar... No saber ser/estar tem positiva, mas não muito alta... Ela não revela autonomia na realização das tarefas, também não manifesta criatividade nem confiança pessoal. Além disso, autoavaliou-se com 8! Não sei... Será justo dar-lhe um 10? Assim, não vou respeitar os critérios... Mas, por outro lado, se lhe der um 9 também não estou a valorizar o trabalho sistemático e as aprendizagens que ela já conseguiu realizar... Acho que não é justo dar-lhe 9... Isto é sempre tão penoso... Acho que lhe vou dar 10!

7. **Laura** – Sim, até porque ainda estamos no primeiro período...
Podes sempre corrigir no segundo período, caso estejas enganada, não é? (OR16dez, 11)

Do exposto, parece possível inferir que os critérios de avaliação nortearam, ainda que de forma não muito rígida, os procedimentos utilizados por Rita na tomada de decisão classificativa dos alunos. Por vezes, Rita sentia-se dividida entre o cumprimento preciso dos critérios de avaliação e a opção por atribuir uma classificação considerada justa/merecida. Efetivamente, tais deliberações, em alguns casos, não tiveram o foco numa questão meramente técnica, mas emergiram, especialmente, de considerações pedagógicas, sobretudo quando Rita considerava que a aplicação dos critérios conduziria a uma classificação que, no seu entender, não contemplaria as aprendizagens já realizadas pelo aluno (fala 6). Além disso, na sua opinião, tal documento não se configurava como um instrumento de fácil operacionalização.

Um aspeto polémico, para Rita, e que se prende, ainda, com o tema da avaliação, está relacionado com a existência da avaliação externa (testes intermédios). Efetivamente, na sua opinião, trata-se de uma condicionante do trabalho do professor, pois influencia não só a natureza das tarefas a propor aos alunos, como também, por vezes, obriga a uma nova planificação e a uma redefinição da gestão do tempo para que se possa viabilizar a realização, por parte dos alunos, de tais provas:

Os testes intermédios, ainda que sejam considerados como formativos, vêm provocar... vêm interferir no processo... não só na aprendizagem, mas também no ensino. Olha, por exemplo, estamos a trabalhar num sentido... com as tarefas de argumentação, mas temos de estar... temos de dar atenção aos *timings*. É que nem sempre a data da realização dos testes intermédios é oportuna. Obviamente que se são a nível nacional... nós é que temos de nos adaptar! E depois ainda há outro problema... Nem sempre os testes valorizam as mesmas competências. Por exemplo, nós andamos a trabalhar a argumentação matemática com os nossos alunos, mas isso não é privilegiado nesses testes... Vê o que saiu no teste intermédio deste período, no que eles fizeram em janeiro... Basicamente, o que foi avaliado? Cálculo e procedimentos... (OR25mar, 3)

Rita, a este propósito, refere, ainda, a razão pela qual a lógica da quantificação parece permanecer, até agora, nas práticas avaliativas dos professores:

Há ainda outro problema: é que são também estas provas [de avaliação externa] que fazem a comunicação com o exterior... E o trabalho do professor... ou a sua consequência tem, assim, mais visibilidade e é avaliado, pela opinião pública, através dos resultados

dos seus alunos! É que a classificação, um número, é considerada como uma informação objectiva e, inclusivamente, aferida por se tratar de uma prova nacional. Mas, não se deviam esquecer que o trabalho do professor não é o único fator a influenciar os resultados dos alunos. (OR25mar, 3)

Rita, no entanto, acredita que a avaliação formativa, com intencionalidade reguladora, terá uma influência positiva nos resultados que os alunos irão obter nas provas de avaliação externa, como aliás parece possível inferir das suas palavras:

O trabalho sistemático que o professor realiza durante as aulas, no sentido de ajudar o aluno a aprender, tem de dar frutos... O que tem de acontecer é existir coerência entre os objectivos que [os professores] definem para a aprendizagem dos seus alunos e o que vai ser avaliado nessas provas. (OR25mar, 4)

Síntese

Podemos afirmar que, tal como para Laura, também Rita considera que a avaliação é uma prática social que se configura num processo interativo, tendo o cuidado de proporcionar informação relevante, durante todo o ano letivo, aos seus alunos, para que eles possam desenvolver a capacidade de autoavaliação. Este agir avaliativo, na opinião da professora, teve como finalidade tentar corresponsabilizá-los pela sua própria aprendizagem. De facto, sobretudo no que concerne ao trabalho desenvolvido no âmbito da argumentação matemática, Rita usou, de forma sistemática, diferentes recursos, tentando que os alunos desenvolvessem a sua capacidade de argumentação, tentando que fossem os próprios a detetar as suas lacunas e a encontrar formas de as colmatar. Na eficácia deste último processo, provavelmente, terá sido decisivo o *feedback* escrito e oral proporcionado por Rita, mas, também, a conjugação de todas as outras estratégias usadas.

Além disso, também parece possível inferir que, para Rita, existe uma dicotomia entre *avaliação* e *classificação*. No entanto, entre avaliação formativa e sumativa não existe oposição, mas sim alguma complementaridade. Enquanto que a primeira, com intencionalidade reguladora, faculta e evidencia os progressos realizados, pelos alunos, a nível da aprendizagem, a segunda, implementada de uma forma bem refletida, permite verificar ou certificar as aprendizagens realizadas.

Capítulo VI - Conclusões

Neste capítulo começamos por apresentar uma síntese dos principais aspetos da presente investigação, para, de seguida, explicitarmos, de forma sistematizada e organizada, as práticas avaliativas sobre a argumentação matemática. Finalmente, num terceiro momento, são discutidos eventuais contributos para a construção de um quadro teórico de referência em avaliação.

Síntese do estudo

A presente investigação tinha como finalidade estudar, em contexto colaborativo, práticas avaliativas dos professores sobre a argumentação matemática dos alunos do ensino secundário, procurando compreender os aspetos que contribuem para a elaboração de tarefas promotoras do desenvolvimento desta capacidade, as dificuldades com que o professor se debate durante o processo de avaliação reguladora, concretizado, em particular, através de escrita avaliativa ou *feedback* dado ao aluno, e os processos de articulação usados pelo professor, entre a avaliação reguladora e a avaliação sumativa. Para tal, foram formuladas as seguintes questões orientadoras: (1) Como perspectivam os professores, em contexto colaborativo, a argumentação matemática? Quais os processos argumentativos que privilegiam (explicação, justificação, formulação e validação ou refutação de conjecturas)? Que tipo de tarefas concebem para promover o desenvolvimento desta capacidade nos alunos? Quais as principais dificuldades que antecipam nos alunos e como preveem ajudá-los?; (2) Como se caracterizam as práticas avaliativas dos professores quando a atividade dos alunos é sobre tarefas que procuram o desenvolvimento de argumentação matemática? Como evoluem, ao longo do estudo, em contexto colaborativo, as práticas avaliativas dos professores?; (3) Quais as

principais dificuldades com que os professores se debatem, durante o processo de avaliação formativa, em particular quando recorrem ao *feedback* escrito, sobre as produções dos alunos em tarefas dirigidas ao desenvolvimento da sua capacidade de argumentação matemática? Como as procuram ultrapassar, nomeadamente em contexto colaborativo de trabalho?; e (4) Como articulam os professores a avaliação formativa e a avaliação sumativa, no que respeita a argumentação matemática?

Para responder a estas questões, procuramos, na revisão de literatura, encontrar um significado para os conceitos chave mobilizados neste trabalho. Assim, entendemos por argumentação em Matemática a expressão de um raciocínio possível, uma tentativa de justificar enunciados, a partir do que se acredita como verdadeiro, que tem por finalidade convencer. Já a demonstração tem significado próximo do de argumentação, difere, contudo, na sua finalidade, uma vez que, com a demonstração, se pretende validar tal enunciado (Pedemonte, 2012). Em relação à prática avaliativa considerámos que se deve identificar com o agir do professor que, para além de permitir a recolha de informação acerca das aprendizagens realizadas pelos alunos, possibilita a eventual adaptação fundamentada das estratégias adotadas e, ainda, fornece informação, aos alunos, sobre o seu progresso (Dias & Santos, 2010). Já a expressão “avaliação formativa” foi perspectivada como “toda a prática avaliativa feita intencionalmente com o objetivo primeiro de contribuir para a aprendizagem” (Santos, no prelo, p. 5).

Tendo presente o objetivo do estudo, optámos pelo *design* de estudo de caso interpretativo. A escolha da escola, situada nos arredores do Porto, foi orientada por um critério de conveniência, dada a fácil acessibilidade e a receptividade facultada à investigadora. Já a seleção dos casos prendeu-se com o propósito do estudo e recaiu sobre duas das três professores que se encontravam a lecionar, naquela escola e no ano letivo 2009-2010, Matemática A, no 11.º ano de escolaridade, uma vez que a terceira professora, por razões da sua vida pessoal, não considerou ter disponibilidade de tempo para poder participar no estudo. De forma a garantir o anonimato, foi solicitado às participantes que escolhessem-se pseudónimos, tendo a sua opção recaído nas designações Laura e Rita.

O processo de recolha de dados teve início em 23 de setembro de 2009, sendo a investigadora observadora participante. Importa referir que a observação se realizou em dois contextos diferentes – coletivo e individual – reuniões e aulas, respetivamente. Para instrumentos de recolha de dados foram usadas a observação (de 23 reuniões de

trabalho conjunto — nove no 1.º período, nove no 2.º e cinco no 3.º período — e de onze aulas por participante), a entrevista semiestruturada (duas por participante — a primeira realizada em 23 setembro de 2009 e a segunda em 25 de junho de 2010) e a recolha documental, uma vez que, tratando-se de estudo de caso, a principal força do estudo advém da capacidade de lidar com grande diversidade de evidência (Yin, 1994). Na observação das reuniões e nas entrevistas recorreremos ao registo áudio que, posteriormente, foi transcrito na íntegra. Também procedemos ao registo de notas de campo aquando da observação das aulas e das reuniões.

Após uma categorização prévia das unidades de análise, a investigadora procedeu à construção de um primeiro caso - Laura. Importa, contudo, referir que esta primeira categorização se constituiu como um sistema aberto, possibilitando, assim, o refinamento da análise de dados. Após tal procedimento, foi construído o caso de Rita com estrutura semelhante ao de Laura.

Conclusões do estudo

Nesta secção procuraremos sistematizar as principais ideias que se evidenciaram, aquando da análise das práticas de Laura e de Rita sobre a argumentação matemática. Importa referir que não tivemos qualquer intenção de estabelecer generalizações para o universo dos professores de Matemática e muito menos de avaliar o conhecimento profissional ou o desempenho das participantes. Assim, estruturámos esta secção em três partes principais. A primeira, intitulada “Preparando o desenvolvimento da argumentação matemática dos alunos“, diz respeito aos seguintes aspetos: (1) significado de argumentação matemática, atribuído pelas participantes, não só no início do estudo, mas também ao longo do seu desenvolvimento; (2) planificação das aulas dirigidas ao desenvolvimento, nos alunos, da argumentação; e, ainda, (3) processos argumentativos valorizados na seleção ou conceção das tarefas propostas aos alunos. Na segunda e terceira partes, centrámos a nossa atenção nos desafios enfrentados pelas participantes, quando o seu agir avaliativo se reportava, essencialmente, à argumentação matemática dos alunos.

Preparando o desenvolvimento da argumentação matemática dos alunos

Importa lembrar que foi nossa opção metodológica tentar chegar a consenso quanto ao conceito de argumentação matemática, através da análise de documentação sobre o tema e subsequente debate de ideias. Estávamos, no entanto, conscientes de que a apropriação deste construto não seria realizada de igual forma, por ambas as participantes, apesar da análise dos textos e subsequente discussão sobre o tema efetuada em contexto de trabalho colaborativo. Efetivamente, ao defendermos uma perspectiva relativista da realidade, consideramos que as concepções que um indivíduo detém lhe permitem perceber o mundo de um determinado modo muito próprio e, conseqüentemente, a construção do conhecimento baseia-se nos seus conhecimentos passados e atuais. (Bruner, 1976)

Efetivamente, no início do estudo, as participantes detinham significados um pouco diferentes de argumentação matemática e, à medida que o trabalho ia avançando, a significação daquela expressão foi sofrendo, ainda, algumas transformações, passando por diferentes fases. No início, Laura associava-lhe o significado de *justificação*, enquanto que para Rita a argumentação matemática estava associada à *explicação* e à *justificação*. Passado algum tempo, Rita passou a considerar que o significado daquela expressão deveria ser mais abrangente e incluir também a *formulação* e o *teste de conjeturas*, continuando, no entanto, a valorizar a *justificação*. Porém, tanto Laura como Rita sempre consideraram que a argumentação matemática deveria ser entendida como uma capacidade transversal, a desenvolver ao longo do ano e envolvendo qualquer tópico matemático. Rita, no final do estudo e em relação ao significado de argumentação, parece entender que não é possível dissociar os diferentes processos quando se pretende ensinar os alunos a argumentar em Matemática. Considera, a este propósito, que tal ação se prende com a necessidade de os ouvir, de os deixar explicitar os raciocínios desenvolvidos e de lhes dar oportunidade de formular e validar conjeturas, recorrendo à justificação, perspectivada, todavia, como *prova intelectual* (Balacheff, 1988b).

No entanto, traduzir estas intenções em ações práticas, que originassem, com eficácia e eficiência, o envolvimento dos alunos no desenvolvimento da sua capacidade

de argumentação em Matemática, constituía, para ambas as participantes, uma fonte de dificuldades. Provavelmente, motivada pela tomada de consciência de tais dificuldades, Laura, em relação ao modo como se deveria proceder para desenvolver, nos alunos, a argumentação matemática, considerou que seria mais eficaz levar os alunos a explicitarem, por escrito, os seus raciocínios, tendo Rita acabado por concordar com esta decisão, pese embora ter revelado alguma apreensão.

Curiosamente, com o passar do tempo, Laura constatou que a opção pela comunicação escrita, para além de se ter configurado como um imenso desafio, se revelou uma dificuldade acrescida que, por vezes, parecia comprometer o sucesso do desempenho dos alunos, aquando da realização das tarefas implementadas e dirigidas ao desenvolvimento da sua capacidade de argumentação em Matemática. Importa lembrar que a recolha de dados, deste estudo, teve a duração de um ano letivo, o que não pode ser considerado como pontual nem muito limitado no tempo; contudo, com um trabalho mais prolongado, desenvolvido com as mesmas professoras e os mesmos alunos ao longo de mais um ano, permitiria compreender, de forma mais aprofundada, as dificuldades evidenciadas por estes atores e analisadas no estudo.

Aquando da preparação das aulas, tanto Laura como Rita recorriam, habitualmente, à análise do texto curricular, não se limitando ao uso exclusivo do manual escolar adotado, prática que não será muito comum nos professores portugueses de Matemática. De facto, tal como se encontra evidenciado nos dados recolhidos no estudo que deu origem ao relatório “Matemática 2001. Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática” realizado pela Associação de Professores de Matemática (APM,1998) e no que diz respeito às práticas profissionais dos professores, no item “materiais usados na preparação das aulas pelos professores dos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico e do ensino secundário”, concluiu-se que 87% dos professores utiliza *sempre ou muitas vezes* o manual adotado na escola e 68% outros manuais. Mais tarde, e a respeito das práticas profissionais dos professores de Matemática, Ponte e Serrazina (2004, p. 26) referiram também “o papel predominante que o manual escolar assume na preparação das aulas”.

Ora, a planificação de uma aula, realizada por estas professoras em contexto colaborativo, de um modo geral contemplava, para além da definição dos objetivos e dos tópicos matemáticos a abordar, a metodologia a adotar, os recursos a utilizar e os processos de avaliação a usar para regular as aprendizagens realizadas pelos alunos.

Havia a preocupação de selecionar tarefas que facultassem o envolvimento dos alunos na sua própria aprendizagem. Essas tarefas, provenientes de diversas fontes - essencialmente de manuais escolares ou de provas de avaliação externa -, eram, depois de selecionadas, por vezes adaptadas antes de serem apresentadas aos alunos. Outras, originais, foram criadas a partir dos objetivos definidos e dos tópicos matemáticos a abordar nessas aulas. A conceção das tarefas dirigidas ao desenvolvimento da capacidade de argumentação não trouxe alteração a estas práticas das participantes, para além da intensificação e acréscimo da complexidade deste trabalho.

Foi construído, pelas participantes, um conjunto de sete tarefas. Relativamente à sua origem, podemos constatar que as três primeiras são já conhecidas, pois foram retiradas ou adaptadas a partir de outras incluídas em manuais escolares ou em exames, realizados a nível nacional, de Matemática A do 12.º ano de escolaridade. No entanto, as professoras selecionaram tais tarefas tendo como critério a prossecução dos objetivos previamente definidos. Já as outras quatro tarefas são originais, pois foram concebidas, pelas participantes, sem recurso a qualquer adaptação de outra já existente.

Ora, a análise do conjunto dos objetivos, definidos, em contexto colaborativo, para cada uma das sete tarefas implementadas pelas participantes, permite afirmar que integram dois focos de ação: um, mais dirigido aos tópicos matemáticos abordados no momento em que a tarefa iria ser aplicada, está centrado na compreensão dos conteúdos incluídos no currículo prescrito para o 11.º ano; um outro foco mais diretamente relacionado com processos argumentativos a serem usados pelos alunos: (1) *explicação*; (2) *formulação e teste de conjeturas*; e (3) *justificação*. Centrando-nos na análise dos resultados respeitantes a este último foco, e cruzando-os com os que acima referimos, constatámos a sua coerência. De facto, parece possível concluir que os resultados indiciam a existência de uma evolução, ainda que não muito notória e mais evidente no caso de Rita, do significado construído, ao longo do estudo, de argumentação matemática por parte de ambas as participantes. Tal transformação parece ter emergido das sucessivas discussões que se foram desenvolvendo, essencialmente, entre as participantes, durante as reuniões de trabalho realizadas ao longo do estudo e, provavelmente, também da apropriação dos conceitos presentes nos textos analisados, que, obviamente, não se concretizaram de forma homogénea. Em Laura, a transformação de perspetivas parece menos significativa do que a que é evidenciada por

Rita. No entanto, na segunda entrevista, ambas destacam o contributo de tais transformações no seu desenvolvimento profissional.

Esta conclusão é, também, consistente com os resultados obtidos, no que diz respeito aos processos argumentativos valorizados, pelas participantes, na conceção das sete tarefas. Efetivamente, o processo argumentativo privilegiado, quer por Laura, quer por Rita, na conceção das setes tarefas, foi a *justificação*, ainda que, por vezes, Laura tenha valorizado também a *explicação*. No entanto, para Rita, as tarefas dirigidas à argumentação deveriam incluir experiências de prova. Tais experiências poderiam ser enquadradas não nas *provas pragmáticas*, mas nas *intelectuais* (Balacheff, 1988b), isto é, a *justificação*, na perspetiva de Rita, deveria ser baseada na formulação de propriedades e das relações entre elas no que diz respeito aos objetos matemáticos presentes.

Ao longo do estudo, verificou-se que as dificuldades, que as participantes anteviam que os alunos poderiam enfrentar durante a realização das tarefas, se enquadravam em duas áreas: uma centrada no domínio da linguagem e da expressão escrita e outra mais diretamente relacionada com o raciocínio matemático a ser desenvolvido pelos alunos, que envolvia a argumentação, nomeadamente dificuldades que se prendiam com a: (1) identificação dos *dados* e da *tese*; e (2) descoberta da *lei de passagem*. Esta última dificuldade é referida por ambas as participantes, porém, na planificação de tarefas diferentes. De facto, enquanto para Laura só seria previsível na tarefa 6, Rita considerou que poderia emergir logo na tarefa 1. Esta constatação poderá ser explicada pela diferente confiança, revelada pelas duas professoras aquando da listagem das prováveis reações, ao especularem sobre o sucesso das previsíveis produções dos seus alunos. Efetivamente, na tarefa 1, enquanto Laura se encontrava muito confiante com o expectável sucesso do desempenho dos seus alunos, Rita, em virtude de não ter realizado nas aulas interiores à apresentação daquela tarefa uma questão onde os alunos pudessem verificavaram a definição de radiano, com recurso a material manipulável, previa que os seus alunos revelassem dificuldades não só na identificação dos dados e da tese, constantes do enunciado da tarefa, mas, também, na descoberta da lei de passagem.

As dificuldades reveladas pelos alunos, sobretudo aquando da realização das primeiras tarefas dirigidas à argumentação, consubstanciaram-se, para as participantes, como constrangimentos que, no entanto, foram, em parte, ultrapassados pela definição

das estratégias a adotar e, posteriormente concretizadas. Para tal terá contribuído não só a persistência das professoras que os entenderam como desafiantes, mas também o facto de o trabalho se ter realizado em contexto colaborativo, facultando, deste modo, não só a discussão e a reflexão sobre as causas de dificuldades previsíveis e a definição de estratégias a implementar. No final do estudo, ambas as participantes, apesar de considerarem que o desenvolvimento da argumentação matemática se tinha configurado como uma tarefa bastante complexa, foram de opinião que gostariam de continuar a realizar com os seus alunos este tipo de trabalho, pois entendiam que os alunos tinham conseguido aprender Matemática com compreensão.

aprendendo a argumentar estão a aprender Matemática (Boavida, 2005; Pedemonte, 2012; Pimentel & Vale, 2012; Whitenack e Yackel, 2008).

Estratégias de superação delineadas e concretizadas

Com o desenvolvimento do estudo, fomos tomando cada vez mais consciência de que as tarefas, por si só, não garantiam o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática dos alunos. Efetivamente, tão importante quanto as tarefas foram as estratégias adotadas pelas professoras, o que vem corroborar o que é referido por Boavida (2005, p. 896):

Tão importante como a tarefa, são os meios que o professor usa para fazer surgir contribuições dos alunos. (...) atividades de carácter argumentativo podem surgir mesmo no âmbito da resolução de exercícios, se o professor estiver atento aos acontecimentos da aula e os rentabilizar incentivando a apresentação de explicações e justificações e delegando nos alunos a responsabilidade de avaliarem ideias que surgem e de se posicionarem relativamente a elas.

De facto, as professoras, além de terem previsto eventuais dificuldades com as quais os alunos se poderiam deparar aquando da realização das tarefas, ponderaram estratégias que, posteriormente, permitiram que os alunos ultrapassassem algumas das dificuldades esperadas, desenvolvendo a sua capacidade de argumentação matemática. Na definição e concretização de tais estratégias, Laura e Rita tiveram sempre presente a necessidade de criar situações que envolvessem os alunos na construção da sua

aprendizagem, nomeadamente no que diz respeito ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática. Esta conclusão parece ir ao encontro do que é preconizado por Black e Wiliam (2009); Dias e Santos (2010); Fernandes (2008) e Wiliam (2009) quando defendem que para que as práticas avaliativas possam promover a autorregulação das aprendizagens dos alunos deverão ser intencionais, sistemáticas e interativas. De facto, ao longo do estudo, houve intencionalidade e sistematicidade, por parte das professoras, na planificação e concretização do seu agir avaliativo e, em alguns casos, conseguiram ter sucesso na autorregulação das aprendizagens dos alunos, nomeadamente, com (1) o recuso ao *feedback* oral e escrito; (2) a aplicação da ficha de reflexão, cuja finalidade era a autorreflexão do aluno sobre o seu desempenho numa determinada tarefa e (3) a partilha, com os alunos, dos critérios de sucesso definidos para as tarefas dirigidas à argumentação matemática.

Proporcionar *feedback* escrito

No presente estudo, ambas as participantes dedicaram especial atenção ao *feedback* escrito, procurando, de forma sistemática, melhorar a sua qualidade, tentando ajustá-lo às características específicas de cada aluno. Com esta prática, pretendiam, essencialmente, que os alunos desenvolvessem os processos argumentativos privilegiados e se envolvessem na compreensão dos tópicos matemáticos abordados, sendo-lhes dada a oportunidade de melhorarem as suas produções, elaborando uma segunda versão, após terem recebido *feedback* sobre as primeiras produções. Tal como é descrito noutros estudos (e.g., Dias & Santos, 2010; Hattie & Timperley, 2007; Semana & Santos, 2010a), e apesar do trabalho desenvolvido pelas professoras no sentido de melhorarem o *feedback* proporcionado aos alunos, conclui-se que a reação, por parte destes, não foi homogénea, tendo, por vezes, sido entendido de diferentes modos por diferentes alunos.

Efetivamente, no que diz respeito à prática de proporcionar *feedback* escrito e de acordo com a categorização de *feedback* proposta por Hattie e Timperley (2007), os resultados indicam que Laura e Rita, na totalidade das produções dos alunos, elaboraram registos que, na sua maioria, tinham incidência no *processo*. Conclui-se, também, que este tipo de registo aumentou, de forma progressiva, ao longo do estudo. Esta constatação contraria os resultados de um outro estudo (Airasian, 1997 in Hattie &

Timperley, 2007), cujas evidências mostraram que cerca de 90% do *feedback*, elaborado pelos participantes em tal investigação empírica, se focava no *produto*. Tal diferença de resultados poderá ser explicada pela reflexão das participantes sobre a eficácia do *feedback* a elaborar, no sentido de lhes desenvolver a capacidade de argumentação matemática, insistindo, de forma sistemática, na necessidade de clarificar os seus raciocínios. Na opinião daqueles autores, o tipo de *feedback* proporcionado pode ter implicações importantes no desenvolvimento de capacidades de autorregulação do aluno, uma vez que o pode levar a empenhar-se mais na realização da tarefa, a refletir sobre o trabalho realizado e a agir no sentido de o melhorar. Porém, o *feedback* a nível do *processo* só será eficaz, se levar o aluno a rejeitar hipóteses erradas, fornecendo-lhe pistas que permitam fazer transferência dos conhecimentos adquiridos, na realização dessa tarefa, para outras mais desafiantes, uma vez que tal *feedback* permite desenvolver, no aluno, competências avançadas (Hattie & Timperley, 2007).

Também nas restantes categorias não existiram diferenças significativas no padrão do *feedback* proporcionado pelas duas participantes. Efetivamente, os registos elaborados por Laura e por Rita nunca integraram juízos de valor e evidenciaram alguma tendência para promover a autorreflexão do aluno, dando pistas na maioria dos casos (William, 2007). Além disso, tal como é referido por Bruno (2006), tal recurso permitiu que os alunos adquirissem um melhor conhecimento das suas dificuldades e que corrigissem os seus erros, nomeadamente quando se limitavam a fazer verificações em vez de encontrar argumentos válidos para justificar determinada propriedade ou afirmação.

Uma outra conclusão que podemos salientar é que a maioria do *feedback* proporcionado pelas participantes teve por objetivo incentivar o aluno a completar ou melhorar as suas produções, sobretudo as que se prendiam com o desenvolvimento de processos argumentativos. Relativamente à forma sintática usada no registo do *feedback*, podemos verificar que nenhuma participante recorre à forma simbólica, contudo verifica-se uma ligeira diferença. De facto, enquanto Laura, de um modo geral, se divide pela forma interrogativa e mista (interrogativa e afirmativa), Rita utiliza, preferencialmente, a forma mista. Já no que diz respeito à dimensão do *feedback*, concluímos que, ambas as participantes utilizaram uma dimensão média. Esta conclusão é coerente com o que é defendido por Santos e Pinto (2009). Efetivamente, registou-se que, quer Laura, quer Rita, ao proporcionarem *feedback* escrito, tiveram a preocupação

em esclarecer e orientar os alunos, mas de modo que a dimensão do registo não constituísse uma dificuldade acrescida.

Ainda em relação ao *feedback*, importa referir que se identificaram características que lhe conferem potencialidades na regulação das aprendizagens, contudo, tal como é defendido por Santos (2003) e Wiliam (2007) só poderemos confirmar que se trata de um *feedback* verdadeiramente regulador se tiver sido usado pelos alunos para melhorarem a sua aprendizagem. Os resultados do estudo indicam que, na segunda fase, muitos dos alunos procuraram interpretar os registos das participantes e responder ao que lhes era solicitado, o que, na generalidade, implicou uma melhoria do seu desempenho, especialmente no que concerne à concretização de processos argumentativos, quando comparado com o da primeira versão. Porém, por vezes, foi necessário recorrer ao *feedback* oral para esclarecer ou complementar a informação escrita. O facto de se ter proporcionado *feedback* na forma oral, em simultâneo com a vivência das experiências de aprendizagem, permitiu uma maior eficácia, uma vez que foi dirigido a cada aluno, proporcionando uma regulação mais interativa que facultou a melhoria das suas produções na segunda fase (Santos, 2008).

Do exposto, podemos concluir que não existem, de facto, diferenças significativas no padrão de *feedback* proporcionado pelas duas participantes. Uma possível justificação para esta conclusão pode, eventualmente, decorrer do facto de se ter iniciado, em contexto colaborativo e de forma sistemática, a análise das primeiras produções, para cada tarefa, de alguns dos alunos das duas professoras, tendo sido, por vezes, objeto de discussão o registo mais adequado a elaborar e, conseqüentemente, de terem sido partilhados os problemas e as dúvidas que iam surgindo ao longo do desenvolvimento desta ação. Tal constatação vem corroborar a assunção de que a existência de um trabalho de natureza colaborativa poderá facilitar a concretização de práticas avaliativas (Santos & Pinto, 2009).

Além disso, as conclusões permitem evidenciar a complexidade de proporcionar *feedback* escrito, tal como é referido por Gipps (1999), e corroboram a ideia de que não basta conhecer as orientações teóricas de uma escrita reguladora para que a prática de dar *feedback* seja totalmente eficaz. É necessário, como reconheceram as participantes no estudo, que exista uma reflexão sistemática sobre todo o processo de proporcionar *feedback* e os resultados que se vão obtendo com os alunos, realizando, deste modo, novas aprendizagens neste âmbito (Santos & Pinto, 2010).

Uma outra conclusão importante a retirar do estudo é que o *feedback* contribuiu para que os alunos tivessem conseguido desenvolver a sua capacidade de argumentação matemática, em consequência das orientações recebidas. Por vezes, o *feedback* oral permitiu esclarecer o escrito, registado, pelas participantes, aquando da análise da primeira versão das produções dos alunos. Tal resultado vem reforçar a importância de existir, para alguns alunos, *feedback* oral como completo ao *feedback* escrito, resultado já evidenciado num estudo com alunos do 3.º ciclo em Matemática (Semana & Santos, 2010b).

Ficha de reflexão

O recurso a uma ficha de reflexão encontrava-se, há já alguns anos, integrado nas práticas avaliativas de Laura e de Rita, apesar de não ser usado de forma sistemática. No entanto, neste estudo configurou-se como uma estratégia com intencionalidade reguladora das aprendizagens dos alunos. Efetivamente, Laura e Rita consideraram que a inclusão da ficha de reflexão, aplicada *a posteriori*, se tinha transformado numa estratégia de superação das dificuldades evidenciadas pelos alunos. Foi um instrumento que propiciou a reflexão sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos o que foi essencial para que eles pudessem tomar consciência dos processos seguidos (Santos *et al.*, 2002). Além disso, os alunos, com o preenchimento desta ficha, foram induzidos na realização de um conjunto de operações metacognitivas, que lhes facultou o desenvolvimento de uma atitude crítica e interveniente na sua aprendizagem, sobretudo no que dizia respeito à elaboração de justificações. Curiosamente, esta conclusão é consistente com a opinião de Perrenoud (1988), quando afirma que o aluno, ao assumir tal atitude, irá melhorar a interação professor-aluno e, naturalmente, a atuação do professor, uma vez que tal interação contribuirá para que o seu conhecimento sobre o aluno seja reforçado.

O uso desta ficha foi concretizado por ambas as participantes nas tarefas 3 e 7, a fim de tentar ultrapassar as prováveis dificuldades dos alunos aquando da sua realização. Esta coincidência não será de estranhar, uma vez que se trata de uma decisão tomada, em contexto colaborativo, após alguma discussão entre os elementos da equipa de trabalho.

Partilhar, com os alunos, os critérios de sucesso

O investimento na apropriação dos critérios de sucesso das tarefas foi uma das estratégias das duas participantes que, progressivamente, facultou a tomada de consciência, por parte dos alunos, dos objetivos a atingir em cada tarefa e das exigências inerentes ao sucesso na sua realização. Trata-se de uma estratégia que desempenha um papel central no processo de autorregulação das aprendizagens dos alunos, dado que, como defende Jorro (2000), pressupõe uma situação de confronto entre a ação levada a cabo pelo aluno, aquando da realização da tarefa, e os seus critérios de sucesso. No entanto, o modo como Laura e Rita a operacionalizaram foi diferente. Enquanto Laura, só aquando da realização da primeira fase da tarefa 3, decide partilhar, com os alunos, os critérios de sucesso, recorrendo a diálogo orientado com toda a turma, promovendo, assim, a descodificação de alguns termos usados no enunciado da tarefa e a superação de algumas das possíveis dificuldades, nomeadamente as que se prendiam com a interpretação do enunciado e a identificação dos dados e da tese, Rita implementou esta estratégia durante a realização da primeira fase das tarefas 3, 6 e 7. A justificação para o modo de agir desta participante poderá estar na sua convicção de que tal ação deverá ser sistemática para que possa vir a surtir o efeito desejado.

Os resultados deste estudo permitiram, ainda, concluir que o contexto de trabalho colaborativo facultou uma reflexão mais aprofundada, por parte das professoras, sobre as suas próprias práticas avaliativas. Estes resultados são consistentes com os obtidos noutros estudos que abordaram o mesmo tema. (e. g. Menino, 2004; Varandas, 2000)

Em síntese, no cômputo geral, todo o agir avaliativo, desenvolvido por Laura e por Rita, pretendeu envolver os seus alunos na sua própria aprendizagem, provocando apetência pelo saber e promovendo a clarificação dos critérios de sucesso para a realização das tarefas, isto é, teve como finalidade torná-los agentes ativos da sua própria aprendizagem (Santos *et. al.*, 2010).

Do estudo foi possível concluir, ainda, que, ao integrar uma nova proposta, neste caso o *feedback* escrito, nas práticas avaliativas habituais das professoras, quer as participantes, quer os alunos são confrontados com dificuldades acrescidas que, neste

estudo, exigiu, da parte das professoras, uma reflexão constante sobre a sua própria prática e, por parte dos alunos, uma nova forma de trabalho na sala de aula, contrária à usual, e, conseqüentemente, suscitou alguns desafios (Santos, 2009).

Articulação entre a avaliação formativa e sumativa

Ao longo do estudo fomos procurando perceber se Laura e Rita estabeleciam algum tipo de articulação entre avaliação formativa e sumativa no que respeita a argumentação matemática. E, em caso afirmativo, como se processaria tal articulação.

Os resultados apontam para que, sobretudo no caso de Laura, os dados recolhidos aquando da avaliação formativa eram utilizados nas avaliações sumativas internas, nomeadamente no que dizia respeito ao desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática, aliás, tal como é referido por Fernandes (2005). Efetivamente, Laura revelou, frequentemente, preocupação em conseguir estabelecer uma estreita relação entre avaliação com intencionalidade reguladora e avaliação sumativa e em usar com fim formativo as tarefas solicitadas para fins sumativos (e.g., Harlen, 2006; Shepard, 2001).

No entanto, Laura evidencia, por diversas vezes, um constrangimento por ela vivenciado - ensinar para aprender ou o ensinar para preparar os alunos para exame. Este dilema é discutido por Santos (no prelo) que refere, a este propósito,

os exames, enquanto prática de avaliação externa, não se faz sentir apenas no final de um ciclo, quando se realiza, mas sim ao longo de todos os anos que o constituem, pelas implicações redutoras que determina nas práticas de ensino dos professores, bem como no modo como os alunos entendem o que é ou não importante aprender.
(p.4)

Também Rita, apesar de considerar que os dois tipos de avaliação têm natureza diferente, entende que se encontram articulados, sendo a avaliação sumativa subordinada à formativa, defendendo, ainda, que uma avaliação formativa de qualidade irá influenciar, decisivamente, a avaliação sumativa. Porém, a articulação entre os dois tipos de avaliação não é muito visível, nomeadamente no que diz respeito à argumentação matemática. Podemos concluir, ainda, que, para Rita, existe uma dicotomia entre avaliação e classificação e que avaliação formativa e sumativa têm

propósitos diferentes, mas são complementares. Na sua opinião, a primeira, com intencionalidade reguladora, faculta e evidencia os progressos realizados pelos alunos, a nível da aprendizagem, a segunda, implementada de uma forma bem refletida, permite verificar ou certificar as aprendizagens realizadas.

Assim, podemos concluir que, para ambas as participantes, a avaliação formativa e a sumativa se complementaram, uma vez que com o auxílio da primeira as professoras consideraram conseguir emitir o juízo de valor mais adequado ao desempenho dos alunos, em cada momento de classificação. Efetivamente, Laura e Rita, ao longo do estudo, (1) proporcionaram, aos alunos, momentos de reflexão crítica; (2) usaram tarefas que motivaram para a aprendizagem; (3) forneceram *feedback* aos alunos, dando-lhes orientações para melhorarem as suas aprendizagens; (4) usaram evidências, quer para analisar o processo de ensino-aprendizagem, quer para classificar os alunos.

No entanto, apesar do trabalho ter sido realizado em contexto colaborativo, integrado num grupo, cada participante teve oportunidade de pensar e refletir, individualmente ou em conjunto, mas, no fim, tinha liberdade para tomar as decisões que considerava mais adequadas não só aos seus alunos, como também às suas características pessoais e profissionais. Efetivamente, confirmámos o que já tinha sido referido noutros estudos realizados neste âmbito:

Não há uma forma única de desenvolver práticas avaliativas ao serviço da aprendizagem. Cabe a cada um escolher a sua via, tendo sempre presente aquilo que é possível em cada momento. Estando integrado num grupo, embora este nem sempre tenha a solução dos problemas, está sempre aberto a pensar e a reflectir em conjunto e a apoiar no que for capaz. (Santos *et al.*, 2010, p. 110)

Quando iniciámos esta experiência, estávamos consciente de que o estudo das práticas avaliativas dos professores, quando a atividade dos alunos é dirigida ao desenvolvimento da sua capacidade de argumentação matemática, vivenciadas em situações reais de trabalho, seria um grande desafio, minimizado, apenas, pelo contexto colaborativo. Chegadas ao final do estudo e analisando todo o percurso, concluímos que se tratou de um trabalho extremamente gratificante, pois proporcionou a oportunidade de desenvolver, em equipa, processos de reflexão sobre as nossas práticas avaliativas, problematizando-as, num ambiente de diálogo, o que contribuiu para a produção de conhecimento relevante sobre o tema. Efetivamente, esta investigação permitiu encontrar algumas respostas a algumas das questões que se podem colocar quando o

trabalho do professor passa pelo desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos. No entanto, este trabalho, tendo como foco principal a incidência nas práticas avaliativas do professor, não se pode dissociar, obviamente, do trabalho do aluno, pelo que poderíamos ter incluído, nesta investigação, a voz dos alunos, as suas interpretações e as suas conceções não só sobre avaliação e estratégias usadas pelas professoras, mas também sobre o desenvolvimento da sua capacidade de argumentação em Matemática.

Contributo para a construção de um quadro teórico de referência em avaliação

Em virtude das nossas crenças e opções metodológicas, com estas conclusões não pretendemos fazer inferências sobre as práticas avaliativas dos professores portugueses de Matemática, mas pensamos ter dado mais um contributo, ainda que pontual, para a construção de um quadro teórico de referência em avaliação, de modo a que se venha conseguir adquirir mais conhecimento neste domínio, não só porque alguns dos resultados obtidos neste estudo são consentâneos com conclusões obtidas por outros investigadores, mas, também, pelas razões que poderão justificar que alguns dos resultados sejam contrários aos de outras investigações realizadas nesta área. Efetivamente, a avaliação é, ainda, um domínio muito complexo da educação e, continuando a estudá-lo, em contexto real, poder-se-á chegar a encontrar soluções para os problemas com que hoje o professor se debate no seu quotidiano profissional, quando pretende desenvolver uma prática avaliativa verdadeiramente reguladora das aprendizagens dos alunos.

Conforme é referido por Pinto e Santos (2006), a construção de um conjunto de conhecimentos consistentes e mais amplo é fundamental para que se possa ampliar o que foi evidenciado, através das investigações já realizadas, e para que seja possível construir um quadro de referência em avaliação, mais especificamente na avaliação em Matemática.

Chegados ao final do trabalho, estamos conscientes de que, apesar das nossas expectativas iniciais, conseguimos, apenas, com este estudo dar um micro passo que possa vir a contribuir para viabilizar a construção de tal quadro teórico. Efetivamente, o problema é bastante complexo, até porque, como podemos inferir da revisão de

literatura efetuada, a avaliação não poderá ser abordada como uma componente única e isolada, uma vez que se trata de uma componente indissociável do currículo.

Finalmente, no que concerne ao trabalho colaborativo, consideramos ter sido criado um contexto muito rico que propiciou não só a inventariação e análise das dificuldades com que as participantes se defrontavam no seu quotidiano profissional ao longo do estudo, mas, ainda contribuiu, de forma muito positiva, para o desenvolvimento profissional das participantes e da investigadora nos domínios subjacentes a este estudo: desenvolvimento da capacidade de argumentação dos alunos e práticas avaliativas reguladoras das aprendizagens dos alunos.

Referências

- Aleixandre, M. P. J. (2010). *10 ideas clave. Competencias en argumentación y uso de pruebas*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Arsac, G., Germain, G; Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème*. Presses Universitaires de Lyon: França.
- Atkin, J., Black, P. & Coffey, J. E. (2001). The Relationship Between Formative and Summative Assessment - In the Classroom and Beyond. *Classroom assessment and the National Science Education Standards*. National Research Council. (Acedido em 28 agosto de 2010 de http://books.nap.edu/html/classroom_assessment/ch4.html.)
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational studies in Mathematics*, 18 (2), 147-176.
- Balacheff, N. (1988a). Aspects of Proof in Pupils' Practice of School Mathematics. In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, Teachers and Children* (pp. 216-235). London: Hodder and Stoughton.
- Balacheff, N. (1988b). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège*. Thèse d'état. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Balacheff, N. (1991a). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 175-192). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Balacheff, N. (1991b). Treatment of refutations: Aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 89-110). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Balacheff, N. (1999). *L'Argumentation est-elle un obstacle? Invitation à un débat...* (Acedido em 1 julho de 2009 de <http://www-didactique.imag.fr/preuve>.)
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de Matemáticas*. Una empresa docente, Universidad de los Andes. Bogotá: Colombia.
- Barallobres, G. (2004). La validation intellectuelle dans l'enseignement introductif de l'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques*, 24, 285-349.

- Barbosa J., Carvalho A., Cavaco H., Dantas C., Ferraz M. J., Tourais L., Neves N. (1994). Instrumentos de avaliação: diversificar é preciso. In D. Fernandes (Coord.), *Pensar avaliação, melhorar a aprendizagem*. Lisboa: IIE
- Barreira, C. & Pinto, J. (2005). A investigação em Portugal sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos (1990-2005). *Investigar em Educação*, 4, 21-105.
- Black, P. (2003). *Testing: Friend or Foe?* Londres: Routledge Falmer.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles Policy and Practice*, 5(1), 7-73.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. & Wiliams, D. (2003). *Assessment for learning. Putting it into practice*. Maidenhead: Open University Press.
- Black, P. & Wiliam, D. (2006a). Assessment for learning in the classroom. In J. Gardner (Ed.), *Assessment and Learning* (pp. 9-25). London: Sage Publications.
- Black, P. & Wiliam, D. (2006b). Developing a theory of formative assessment. In J. Gardner (Ed.), *Assessment and Learning* (pp. 81-100). London: Sage Publications.
- Black, P. & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5-31.
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Boavida, A. M., Gomes, A., Machado, S. (2002). A argumentação na aula de Matemática. *Educação e Matemática*. 70, 18-26.
- Boavida, A. M. & Menezes, L. (2012). Ensinar matemática desenvolvendo as capacidades de resolver problemas, comunicar e racionar: contornos e desafios. (EIEM) *Encontro de Investigação em Educação Matemática*, Castelo de Vide (17 e 18 de abril de 2012) (Acedido em 20 de janeiro de 2013 de http://www.essev.ipv.pt/mat1ciclo/textos/Boavida_Menezes.pdf.)
- Boavida, A. M.; Paiva, A.; Cebola, G.; Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico. Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos*. Lisboa: Ministério da Educação - DGIDC.
- Boavida, A. M. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Ed.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Boero, P.; Chiaapini, G; Garuti R. & Sibilla. A. (1992). Towards statements and proofs in elementary arithmetic: an exploratory study about the role of teachers and the behaviour of students. *Proceedings of PME-XIX, Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. (Acedido em 23 de junho de 2009 de <http://www-didactique.imag.fr/preuve/Resumes/Boero/Boero95.html>.)
- Boero, P.; Garuti, R. & Mariotti M. (1996) Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. In Á. Gutiérrez, & L. Puig (Eds.), *Proceedings of PME-XX, Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, 121 – 128. Valencia, Spain.

- Boero, P. (1999). *Argomentazione e dimostrazione: una relazione compressa, produttiva e inevitabile nella matematica e nella didattica della matematica*. (Acedido em 23 de junho de 2009 de <http://www-didactique.imag.fr/preuve>.)
- Borko, H. & Elliott, R. (1998). *Tensions between Competing Pedagogical and Accountability Commitments for Exemplary Teachers of Mathematics in Kentucky*. National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST) – UCLA, 1-13. (Acedido em 15 novembro de 2009 de http://www.cse.ucla.edu/ressources/justforteachers_set.htm.)
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Breton, P. & Gauthier, G. (2001). *História das Teorias da Argumentação*. Lisboa: Editorial Bizâncio.
- Brocardo, J. (2002). *As investigações na aula de Matemática: Um projecto curricular no 8º ano*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Burns R.B. (2000) *Introduction to Research Methods*. (4th ed). London: Sage Publications.
- Bruner, J. (1976). *Uma nova teoria de aprendizagem*. Rio de Janeiro: Edições Bloch. (Trabalho original em inglês, publicado em 1966)
- Bruner, J. (1997). *Actos de significado*. Lisboa: Edições 70. (Trabalho original em inglês, publicado em 1990)
- Bruno, I. (2006). *Avaliação das aprendizagens: O processo de regulação através do feedback – um estudo em Físico-Química no 3º ciclo do ensino básico*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa).
- Butler, R. (1987). Task-involving and ego-involving properties of evaluation: Effects of different feedback conditions on motivational perceptions, interest and performance. *Journal of Educational Psychology*, 79, 474-482.
- Cardoso, C. (1994). Instrumentos de avaliação diversificar é preciso. In D. Fernandes (Coord.), *Pensar avaliação, melhorar a aprendizagem*. Lisboa: IIE.
- Carrilho, M. M. (1990). *Verdade, suspeita e argumentação*. Lisboa: Presença.
- Carrilho, M. M. (1992). Argumentação e contexto. *Caderno de Filosofias: Argumentação, Retórica, Racionalidades*, 5, 21-37.
- Capecchi, M. & Carvalho, A. (2004). Argumentação numa aula de Física. In A. M. P. Carvalho (Org), *Ensino de Ciências: Unindo a Pesquisa e a Prática* (pp. 59-76). São Paulo: Ed. Thomson.
- Coll, C. & Martín, E. (2001). A avaliação da aprendizagem no currículo escolar: uma perspectiva construtivista. In A. Zabala, & C. Coll (Eds.), *O construtivismo na sala de aula. Novas perspectivas para a acção pedagógica*. (pp. 196-215). Porto: Edições Asa.
- Creswell, J. (2012). *Educational research. Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research*. Boston: Pearson Education Inc.

- Davis, P. & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva. (Trabalho original em inglês, publicado em 1981).
- Day, C. (1999). *Developing teachers: The challenges of lifelong learning*. London: Falmer.
- De Villiers, M. D. (2001). Papel e funções da demonstração no trabalho com o *Sketchpad*. *Educação e Matemática*, 63, 31-36. (Trabalho original em inglês, publicado em 1990)
- DES (2001). *Matemática A – Programas 10.º, 11.º e 12.º anos*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Dias, S. & Santos, L. (2010). A intencionalidade de uma professora no desenvolvimento da autor-regulação das aprendizagens matemáticas. *Actas do XXI SIEM* (pp. 109 - 125). Aveiro: APM.
- Dodge, W., Horak, V. e Masunaga, D. (1998). Welcome to our focus issue on the concept of proof (Editorial). *Mathematics teacher*, 91(8), 646-647.
- Duval, R. (1990). *Pour une approche cognitive de l'argumentation*. In *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 3 (pp.195-221). Strasbourg: IREM de Strasbourg.
- Duval, R. (1991). Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 233-261.
- Duval, R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive? *Petit x*, 31, 37-61.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana e V. Villani (Eds.). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century* (37-52). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Duval, R. (1999). *L'Argumentation en question*. (Acedido em 12 agosto de 2009 de <http://www.lettredelapreuve.it/OldPreuve/Newsletter/991112Theme/991112ThemeES.html>.)
- Dweck, C. (2000). *Self Theories: their role in motivation, personality and development*. Lillington, NC: Psychology Press, Taylor & Francis.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). Nova Iorque: MacMillan.
- Fernandes, D., Neves, A., Campos, C., e Lalanda, J. (1996). *Das Concepções, Práticas e Organização da Avaliação das Aprendizagens à Formação de Professores*. (Relatório do 1.º ano do Projecto PI/12/94 financiado pelo Instituto de Inovação Educacional). Documento policopiado não publicado.
- Fernandes, D. & Fonseca, L. (2004). A argumentação e demonstração no contexto da formação inicial de professores. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Eds.), *A Matemática na formação do professor* (pp. 249-272). Lisboa: SEM-SPCE.
- Fernandes, D. (2005). *Avaliação das Aprendizagens: Desafios às Teorias, Práticas e Políticas*. Cacém: Texto Editores.

- Fernandes, D. (2006a). Avaliação para as aprendizagens e a formação de professores. *A Página da Educação*, 154(15), 31.
- Fernandes, D. (2006b). Para uma teoria da avaliação formativa. *Revista Portuguesa de Educação*, 19 (2), 21-50.
- Fernandes, D. (2008a). Para uma teoria da avaliação no domínio das aprendizagens. *Estudos em avaliação educacional*, 19 (41), setembro / dezembro, 347-372.
- Fernandes, D. (2008b). Algumas reflexões acerca dos saberes dos alunos em Portugal. *Revista Educação & Sociedade*, 29 (102), janeiro / abril, 275-296. (Acedido em 3 de maio de 2009 de <http://www.cedes.unicamp.br>.)
- Fernandes, D. (2009). Avaliação das aprendizagens em Portugal: investigação e teoria da actividade. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação*, 09, pp.87-100. (Acedido em 12 fevereiro de 2010 em <http://sisifo.fpce.ul.pt>.)
- Fernandes, D. (2011). Avaliar para melhorar as aprendizagens: Análise e discussão de algumas questões essenciais. In I. Fialho e H. Salgueiro (Eds.), *Turma Mais e sucesso escolar: Contributos teóricos e práticos* (pp. 81-107). Évora: Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora.
- Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de matemática: A demonstração em geometria*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Fontana, A. & Frey, J. (1994). Interviewing: The art of science. In Norman Denzin & Yvonna Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 361-376). Londres: Sage Publications.
- Fullan, M., & Hargreaves, A. (2001). *Por que é que vale a pena lutar? O trabalho de equipa na escola*. Porto: Porto Editora.
- Gipps, C. (1999). Socio-cultural aspects of assessment. *Review of Research in Education*, 24, 355-392.
- Gipps, C. e Stobart, G. (2003). Alternative Assessment. In Kellaghan & Stufflebeam (Eds.), *International handbook of educational evaluation* (pp. 549-576).. Dordrecht: Kluwer.
- Goetz, J., & LeCompte, M. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. San Diego, CA: Academic Press.
- Gomes, A. (2008). Auto-avaliação das aprendizagens dos alunos e investimento na apropriação de critérios de avaliação. In L. Menezes; L. Santos; C. Rodrigues (Orgs.), *Avaliação em matemática. Problemas e desafios* (pp. 101-116). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Graça, M. (1995). *Avaliação da resolução de problemas: Contributo para o estudo das relações entre as concepções e as práticas pedagógicas dos professores*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Grácio, R. (1991). *A 'nova retórica' ou o discurso do método da racionalidade argumentativa. Um estudo sobre o pensamento de Chaïm PERELMAN*. (Dissertação de Mestrado, Universidade de Coimbra).

- Grácio, R. (1992). Argumentação e contexto. *Caderno de Filosofias: Argumentação, Retórica, Racionalidades*, 5, 21-37.
- Grácio, R. (1993). *Racionalidade argumentativa*. Porto: Edições ASA.
- Grácio, R. (2008). *Teorias da argumentação — o estado da arte*. Comunicação apresentada no 6.º Encontro Nacional de Professores de Filosofia. (Acedido em 12 agosto de 2009 de <http://www.ruigracio.com/Teoriasdaarg.htm>.)
- Grácio, R. (2011). Para uma teoria geral da argumentação: questões teóricas e aplicações didáticas. (Tese de doutoramento, Universidade do Minho). (Acedido em 12 agosto de 2012 de <http://hdl.handle.net/1822/12486>.)
- Gronlund, N. & Linn, R. (1990). *Measurement and evaluation in teaching*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Guba, E. & Lincoln, Y. (1989). *Fourth generation of evaluation*. San Francisco: Jossey Bass.
- Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research In D. N. L. Yvonna (Ed) *Handbook of Qualitative Research*. Thousand (pp.105-117). Oaks, CA: Sage Publications.
- Guimarães, H. (2003). *Concepções sobre a Matemática e a actividade matemática: um estudo com matemáticos e com professores do ensino básico e secundário*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Colecção Teses.
- Guimarães, F., & Brocardo, J. (2006). O caso da França. In Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa e Associação de Professores de Matemática (Eds.), *Programas de Matemática no 3º ciclo do ensino básico: Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal* (pp. 47-87). Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo*. Porto: Porto Editora. (Trabalho original em francês, publicado em 1989).
- Hadji, C. (1997). *L'évaluation démystifiée*. Paris: ESF Éditeur.
- Hanna, G. (1995). Challenges to the importance of proof. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 42-49.
- Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. In Á. Gutiérrez, & L. Puig (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of PME, Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, 21 – 34. Valencia, Spain: PME.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2).
- Hanna, G. (2000). Proofs and its classroom role: a survey. (Paper não publicado, apresentado no IX Encontro de Investigação em Educação Matemática, Fundão).
- Hanna, G., & Jahnke, N. (1993) Proof and application. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 421-438.
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempo de mudança*. Alfragide: McGrawHill.

- Harlen, W. (2005). Teachers' summative practices and assessment for learning: tensions and synergies. *The Curriculum Journal*, 16(2), 207 – 223.
- Harlen, W. (2006). On the relationship between assessment for formative and summative purposes. In J. Gardner (Ed.), *Assessment and learning* (1ª ed.). London: Sage Publications.
- Hattie, J. & Timperley, H. (2007). The power of feedback, *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.
- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.
- Hemmi, K. (2008) Students' encounter with proof: the condition of transparency. *The International Journal on Mathematics education*, 40, 413-426.
- Hershkowitz, R. (1998). About reasoning in geometry. In C. Mammana & V. Villani, (Eds.). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI Study*, (pp. 29-37). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Johnson, B. & Onwuegbuzie, A. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher*, 33 (7), 14-26. (Acedido em 22 março de 2011 de http://www.aera.net/pubs/er/pdf/vol33_07/03ERv33n7_johnson.pdf.)
- Jorba, J.; Gómez,I.; Prat, A. (1998). *Parlar i escriure per aprendre. Ús de la llengua en situació d'ensenyament-aprenentatge de les arees curriculars*. Bellaterra: ICE UAB.
- Júnior, M. A. (2006). *Aristóteles obras completas, Retórica*. Lisboa: I.N.C.M.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Lafleur, C., & MacFadden, J. (2001). The angst, ecstasy and opportunities of collaborative inquiry. In R. Ravid & M. G. Handler (Eds.), *The many faces of school-university collaboration: Characteristics of successful partnerships* (pp. 207-221). Colorado: Teacher Ideas Press.
- Lagarto, M. (2009). *Avaliação formativa e exames nacionais: análise de práticas de ensino e avaliação de uma professora da disciplina de História*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). (Acedido em 3 de julho de 2012 de <http://hdl.handle.net/10451/3063>.)
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lakatos, I. (1987). ¿Que es lo que prueba una prueba matemática?. *Matemáticas, ciencia y epistemología*, 91 – 102.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Leal, M^a. L. (1992). *Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular* (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.

- Lee, C. (2006). *Language for Learning Mathematics. Assessment for learning in Practice*. Buckingham: Open University Press.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin G. (1994). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lobo, A. (2010). *Avaliação formativa, avaliação sumativa e exames na prática de três professoras de português de 12.º ano*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). (Acedido em 3 de julho de 2011 de <http://hdl.handle.net/10451/2020>)
- Longle, N. (2008). *Avaliação sumativa em diferentes contextos de prática na disciplina de Matemática: um estudo de caso*. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Machado, S (2005). *A demonstração matemática no 8.º ano no contexto de utilização do Geometer's Sketchpad*. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Machado, S. & Santos (2011). *A demonstração matemática no 8.º ano no contexto de utilização do Geometer's Sketchpad*. (Acedido em 29 de julho de 2012 de <http://hdl.handle.net/10451/4881>)
- Mariotti, M. A., & Bartolini Bussi, M. G. (1998). From drawing to construction: teachers mediation within the Cabri environment. *Proceedings of the 22nd PME Conference* (Vol. 1, pp. 180–195). Stellenbosch, South Africa: IGPME.
- Mariotti M. A. (1996). *Interaction between images and concepts in geometrical reasoning*, Doctoral thesis, Università di Tel Aviv, Pre-Print Dipartimento di Matematica di Pisa.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2), 25–53.
- Mariotti, M. A. (2001). Justifying and proving in the cabri environment. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 6(3), 257–281.
- Mariotti, M. A. (2002). Influence of technologies advances on students' math learning. In L. English (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 757-786). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates publishers.
- Mariotti, M. A. (2004) Reasoning, proof and proving in mathematics education. *Proceedings ICME10*, 182-204, Copenhagen, Denmark.
- Mariotti, M. A. (2005): Proof and proving in algebra. (Acedido em 12 agosto de 2010 de <http://www.lettredelapreuve.it/Newsletter/06Hiver/Mariotti-Garme.pdf>.)
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 173-204). Rotterdam: Sense Publishers.
- Martins, M. (1996). *A avaliação das aprendizagens em Matemática: Concepções dos professores*. (Dissertação de mestrado, Universidade Católica Portuguesa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Matos, J. F. (2002). Educação matemática e cidadania. *Quadrante*, 11(1), 1-6.

- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA.: Jossey-Bass.
- Merriam, S. (2001). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Meyer, M. (1982). *Lógica, linguagem e argumentação*. Lisboa, Editorial Teorema.
- Miles, M., & Huberman, A. (1984). Drawing valid meaning from qualitative data: Toward a shared craft. *Educational Researcher*, 13(3), 20-30.
- National Council of Teachers of Mathematics (1985). *Uma agenda para acção*. Lisboa: APM. (Trabalho original em inglês, publicado em 1980).
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1989).
- National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1991).
- National Council of Teachers of Mathematics (1999). *Normas para a avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1995).
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM (trabalho original em inglês, publicado em 2000).
- Nunziati, G. (1990). Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. *Cahiers Pédagogiques*, 280, 47-62.
- Osborne, R. & Tasker, R. (1991). Presentar las ideas de los niños a los profesores. In Osborne, R. & Freyberg, P. (Ed), *El aprendizaje de las ciencias*. (pp. 226-245). Madrid: Narcea.
- Osborne, J., S. Erduran, S. Simon & M. Monk. (2001). Enchancing the quality of argument in school science, *School Science Review*, 82(301), 63-69.
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods*. E.U.A.: Sage Publications.
- Pais, P. (1998). *Práticas classificativas de professores do ensino secundário: Significados e valores*. (Dissertação de mestrado, Universidade Católica Portuguesa)
- Pedemonte, B. (2000). Some cognitive aspects of the relationship between argumentation and proof in mathematics. In M. van den Heuvel-Panhuizen (org.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 33-40). Utrecht, Holland.
- Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapport de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. (Tese de doutoramento, Université de Génova).

- Pedemonte, B. (2005) Quelques outils pour l'analyse cognitive du rapport entre argumentation et démonstration. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(3), 313-347.
- Pedemonte, B. (2007) . How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41.
- Pedemonte, B. (2011). Conjecturing and proving in AlNuSeT. (Acedido em 1 de março de 2011 de <http://www.cerme7.univ.rzeszow.pl/index.php?id=wg1>)
- Pedemonte, B. (2012). L'argumentation en mathématiques et sa relation avec la démonstration. *Quadrante*, 21 (2), 27-50.
- Perelman, C. (1992). Lógica formal e lógica informal. *Caderno de Filosofias: Argumentação, Retórica, Racionalidades*, 5, 11-20.
- Perelman, C. (1993). *O império retórico: Retórica e argumentação*. Porto: Edições Asa.
- Perrenoud, Ph. (1998). From formative evaluation to a controlled regulation of learning processes: Towards a wider conceptual field. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5 (1), 85-102.
- Perrenoud, Ph. (1999). *L'évaluation des élèves. De la fabrication de l'excellence à la brégulation des apprentissages. Entre deux logiques*. Bruxelas: DeBoeck Université.
- Perrenoud, Ph. (2001). Évaluation formative et évaluation certificative: postures contradictoires ou complémentaires? *Formation Professionnelle Suisse*, 4, 25-28.
- Perrenoud, Ph. (2002). *A escola e a aprendizagem da democracia*. Porto: Edições Asa.
- Pimentel, T. & Vale, I., (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, 21(2), 29-50.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul Limited.
- Pinto, J. & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Pinto, J. & Santos, L. (2009). Auto-avaliação Regulada em Matemática: Dizer antes de Fazer. *Bolema*, 33, 51-68.
- Plantin, J. (2008). *A argumentação. História, teorias e perspectivas*. São Paulo: Parábola Editorial
- Pólya, G. (1990). *Mathematics and plausible reasoning*. New Jersey: Princeton University Press.
- Ponte, J. P. & Matos, J. F. (1992). Cognitive processes and social interactions in mathematical investigations. In J. P. Ponte, J. F. Matos, J. M. Matos e D. Fernandes (Eds.), *Mathematical problem solving and new information technologies: research in contexts of practice* (pp. 239-254). Berlin: Springer-Verlag.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.

- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H. e Varandas, J. (1998). Investigating mathematical investigations. In P. Abrantes, J. Porfírio e M. Baía (Orgs.). *Proceedings of CIEAEM 49* (pp. 3-14). Setúbal: ESE de Setúbal.
- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P.; Ferreira, C.; Varandas, J.; Brunheira, L. e Oliveira, H. (1999). *A relação professor aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Grupo de Trabalho sobre Investigação), *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional* (pp. 5 -28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, M. E.; e Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação – DGIDC.
- Rafael, M. (1998). *Avaliação em Matemática no ensino secundário: Concepções e práticas de professores e expectativas de alunos*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Colecção Teses.
- Reason, P. (1988). The cooperative inquiry group. In P. Reason (Ed.), *Human inquiry in action. Developments in new paradigm research* (pp. 18-38). London: Sage Publications.
- Ribas, N. (2003). Exposar: relacionar les idees entre sí. In N. Sanmartí (Coord.), *Aprender Ciències: tot aprenent a escriure ciència* (pp.149-168). Barcelona: Edicions 62.
- Ricoeur, P. (1975). *La méthaphore vive*. Paris: Seuil.
- Rodríguez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas. Una Integración de Perspectivas*. Educación Matemática en Secundaria. Guzmán & Rico (Directores) Madrid: Editorial Síntesis, S. A.
- Sadler, R. (1989) Formative assessment and the design of instructional systems. *Instructional Science*, 18, 119-144.
- Sanmarti, N. (2007). *10 ideas clave. Evaluar para aprender*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Santos, L. (2000). *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário*. (Tese de Doutoramento,

- Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Colecção Teses.
- Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In P. Abrantes & F. Araújo (Orgs.), *Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas* (pp. 75-84). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico.
- Santos, L., Brocardo, J., Pires, M. & Rosendo, A. (2002). Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In J. Ponte, C. Costa, A. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. Dionísio (Orgs). *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.* (pp. 83 – 106) Lisboa: SPCE.
- Santos, L. (2003a). A investigação em Portugal na área da avaliação pedagógica em Matemática. *Actas do XIV SIEM* (Seminário de Investigação em Educação Matemática) (pp. 9-27). Lisboa: APM.
- Santos, L. (2003b). Avaliar competências: uma tarefa impossível? *Educação e Matemática*, 74, 16-21.
- Santos, L. (2005). A avaliação das aprendizagens em Matemática: Um olhar sobre o seu percurso. In L. Santos, A. Canavarro & J. Brocardo (Org.) *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas – Actas do encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes* (pp. 169-187). Lisboa: APM.
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes; L. Santos; C. Rodrigues (Orgs.), *Avaliação em matemática. Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Santos, L. (no prelo). *Impacto da avaliação externa nas práticas docentes.* Lisboa: Conselho Nacional de Educação.
- Santos, L.; Pinto, J.; Rio, F.; Pinto, F.; Varandas, J.; Moreirinha, O.; Dias, P.; Dias, S. & Bondoso, T. (2010). *Avaliar para aprender. Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário.* Porto: Porto Editora e Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Santos, L. & Pinto, L. (2009). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. *Proceedings of the 33rd PME*, 5, 49-56.
- Santos, L. & Pinto, J. (2010). The evolution of feedback' practice of a mathematics teacher. *Proceedings of the 34th PME*, 4, 145-152.
- Saraiva, M. J. & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12 (2), 24-52.
- Schoenfeld, A. (1988). When Good Teaching Leads to Bad Results: The Disasters of “Well-Taught” *Mathematics Courses.* *Educational Psychologist*, 23 (2), 145-166.
- Sebba, J. (2006). Policy and practice in assessment for learning: the experience of selected OECD countries. In J. Gardner (Ed), *Assessment and learning* (pp. 185-196). London: Sage Publications.
- Semana, S. (2008). *O relatório escrito enquanto instrumento de avaliação reguladora das aprendizagens dos alunos do 8.º ano de escolaridade em Matemática.* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

- Semana, S. & Santos, L. (2010a). O feedback em relatório escritos na aula de matemática. (EIEM) *Encontro de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa (17 e 18 de abril de 2010) (Acedido em 20 de janeiro de 2011 de http://area.fc.ul.pt/pt/Encontros%20Nacionais/Semana&Santos_EIEM.pdf.)
- Semana, S. & Santos, L. (2010b). Written report in learning geometry: explanation and argumentation. *CERME6*, Lyon, França. (<http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/working-group-5>)
- Shepard, L. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational Researcher*, 29 (7), 4-14.
- Shepard, L. (2001). The Role of Classroom Assessment in Teaching and Learning . In Richardson (Ed.) *The Handbook of Research on Teaching* (4.^a ed., pp. 1066-1101). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Stake, R.E. (2007). *A arte de investigação com estudos de caso*. Lisboa: Gulbenkian. (trabalho original em inglês, publicado em 1997).
- Steen, L. (1999). Twenty questions about mathematical reasoning. In L. Stiff, & F. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 270-288). Reston, VA: NCTM.
- Tall, D. & Mejia-Ramos, J. P. (2009). *The Long-Term cognitive development of different types of reasoning and proof*. (Acedido em 12 abril de 2009 de <http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2009x-mejia-tall-proof.pdf>.)
- Taras, M. (2005). Assessment—summative and formative—Some theoretical reflections. *British Journal of Educational Studies*, 53 (4), 466–478.
- Taras, M. (2007). Assessment for Learning: understanding theory to improve practice. *Journal of Further and Higher Education*, 31 (4), 363–371.
- Taras, M. (2010). Assessment for learning: assessing the theory and evidence. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 3015–3022.
- Toulmin, S. (1993). *Les usages de l' argumentation*. Paris: P.U.F.
- Toulmin, Rieke & Janik (1984). *An Introduction to Reasoning*. New York. NY: Macmillan Publishing Company.
- Vala, J. (2005). A análise de conteúdo. In A. Silva e J. Pinto (Orgs.), *Metodologia das ciências sociais* (13^a Ed.) (pp. 101-128). Porto: Edições Afrontamento.
- Varandas, J. (2000). *Avaliação de investigações matemáticas. Uma experiência*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais*. Lisboa: IIE.
- Véstia, I. (2009). Ensino, avaliação, exames e classificações: Um estudo com alunos e professores de Matemática do 12.º ano. (Dissertação de mestrado, Universidade de Évora)
- Vicent, J.; Chick H. & McCrae, B. (2005). Argumentation profile charts as tools for analysing students' argumentations. In H.Chick & J. Vincent (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 4, 281-288. Melbourne: PME.

- Vygotsky, L.S. (1986). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Whitenack, J., & Yackel, E. (2008). Construindo argumentações matemáticas nos primeiros anos: A importância de explicar e justificar ideias. *Educação e Matemática*, 100, 85–88
- Wiliam, D. (2000). Integrating formative and summative functions of assessment. Texto apresentado no 10.º Grupo de trabalho do ICME Congresso Internacional sobre Educação Matemática, Makuhari, Tokyo, agosto 2000, 1-13. (Acedido em 30 abril de 2007 de www.kcl.ac.uk/depsta/education/publications/ICME9%3dwga10.pdf.)
- Wiliam, D. (2007). Keeping learning on track. In F. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1053-1098). Charlotte: Information Age Publishing.
- Wiliam, D. (2009). An integrative summary of the research literature and implications for a new theory of formative assessment. In H. L. Andrade & G. J. Cizek (Eds.), *Handbook of formative assessment* (pp. 18-41). New York, NY: Taylor & Francis.
- Wood, T. (1999). Creating a context for argument in a mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 171–191.
- Yackel, E. & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 227-236). Reston: NCTM.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods*. (2nd Ed.). London: Sage Publications.
- Zimmerman, B. (2000). Attaining self-regulation: a social-cognitive perspective. In M. Boekarts, P. Pintrich & M. Zeidner (Org.) *Handbook of self-regulation* (pp. 13-39). New York: Academic.

ANEXOS

Anexo 1

Exmo. Senhor Director da

Eu, Maria do Rosário Contente Monteiro, [REDACTED]
[REDACTED] encontrando-me a preparar a dissertação de Doutoramento em Didáctica da Matemática (Práticas avaliativas da capacidade de argumentação matemática de alunos do ensino secundário: um estudo com professores de Matemática A), no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, venho, por este meio, solicitar autorização para realizar a recolha de dados empíricos nessa escola, a fim de levar a cabo um estudo, em contexto colaborativo, sobre as práticas avaliativas dos professores de Matemática A.

Mais informo que o anonimato dos professores participantes no estudo será respeitado, sendo as suas práticas avaliativas objecto de análise apenas na tentativa de encontrar explicação para as questões de investigação formuladas.

, 11 de Setembro de 2009

(Maria do Rosário Contente Monteiro)

Anexo 2

Guião de observação de aulas

Introdução da tarefa

Qual o modo como a tarefa é dada aos alunos (oralmente; escrita numa folha; escrita no quadro)?

Qual o papel do professor na apresentação da tarefa (distribui apenas a tarefa e nada diz; explica oralmente os aspectos essenciais do que há a fazer, explica tudo o que alunos têm de fazer)?

Como reagem os alunos (ouvem; colocam dúvidas; fazem outras actividades; ...)?

Que objectivos parecem estar subjacentes? De que modo a argumentação matemática está presente na tarefa?

Os objectivos são explicitados aos alunos?

Desenvolvimento da tarefa

O que fazem os alunos depois da apresentação da tarefa (revelam interesse, empenhamento, persistência)?

Quais os principais aspectos que utilizam na argumentação matemática?

Quais as principais dificuldades que enfrentam, nomeadamente na argumentação matemática? Quais os erros que mais frequentemente cometem?

Qual o papel do professor no acompanhamento da realização da tarefa (valoriza os raciocínios dos alunos; incentiva-os; valida os resultados ou reencaminha para os alunos)?

Como reage e responde face às dificuldades encontradas pelos alunos (atitude face ao erro, responde às dúvidas, coloca uma nova questão)?

Conclusão da tarefa

Como termina, o professor, esta sequência da aula (promove uma discussão; faz ele próprio a síntese dos principais resultados)?

Como regista, o professor, as informações recolhidas durante a aula?

Aspectos gerais da aula

Qual o ritmo da aula (é dado tempo para os alunos realizarem a tarefa; o tempo é demasiado, a maior parte não concluiu)?

Como estão os alunos organizados no trabalho (trabalham individualmente, em pares, em pequenos grupos)?

Qual o ambiente de trabalho (como interagem entre si os alunos: há sobrevalorização de uns sobre os outros, discutem entre si; há tensões; solicitam o professor para prosseguirem; perante qualquer dúvida, precisam da validação do professor; revelam ter autonomia; ocupam-se com outras actividades)

Anexo 3

Guião da primeira entrevista

Dados pessoais

Como foi o seu percurso escolar?

Houve algum professor marcante neste percurso?

Como era a sua relação com a Matemática?

Que razões o levaram a escolher esta carreira?

Qual a sua formação inicial?

Quantos anos tem de serviço? E de permanência nesta escola?

O que considera mais gratificante na profissão docente? Quais os principais problemas?

Participação no estudo

Que razões o levaram a aderir a este trabalho?

O tema do estudo teve alguma influência na aceitação deste desafio?

Que expectativas tem em relação ao trabalho que nos propusemos desenvolver neste estudo?

Concepção sobre avaliação

O que é para si avaliar?

Que objectivos tem quando avalia os alunos?

A sua prática avaliativa tem vindo a alterar-se ao longo da sua carreira?

As práticas avaliativas do professor podem influenciar as aprendizagens do aluno?

Porquê?

Sente dificuldades quando avalia um aluno? Quais? Porquê?

Considera que os seus alunos estão informados acerca das suas práticas avaliativas?

Quais os elementos que costuma privilegiar no processo de avaliação dos alunos?

Faz registos das informações que recolhe dos alunos? Em caso afirmativo, descreva como procede.

O que entende por avaliação formativa? Costuma desenvolver esta avaliação nas suas aulas? Em caso afirmativo, descreva como procede.

Anexo 4

Primeiro nível de análise dos dados (excerto da tabela então criada)

(EL1, 1).	“excelente. Sempre gostei muito [de Matemática]!”
(EL1,2)	No ensino básico e secundário, pronto, correu sempre tudo muito bem e era a lei do menor esforço para conseguir as notas mínimas..., que no fundo não eram mínimas.
(EL1, 3)	A nível da Didática da Matemática, aquilo que fui aprendendo, foi com a prática! No curso não tive nenhuma cadeira... Havia uma cadeira que se chamava ... Mas não era... Tinha uma cadeira de pedagogia, mas o que dei, foi, de facto, Geometria.
(EL1, 3)	Eu sempre quis ser professora, mas só a partir do secundário é que me decidi, quer dizer, decidi que ia ser professora de Matemática. Eu no básico e no secundário sempre gostei de Matemática. Mas na escolha da profissão... ser professora de Matemática foi determinante a professora [de Matemática] dos 10.º e 11.º anos. Foi, de facto, a pessoa que me marcou e que me fez seguir esta opção.
(EL1, 4)	"Parei o curso durante um ano e fui dar aulas para saber se era professora que eu queria ser e, como gostei muito da experiência, eu terminei o curso e enveredei por esta via".
(EL1, 4).	A relação humana que se cria com os alunos, a afetividade e o gosto de se saber que o que se ensina fica e que os alunos não se esquecem de nós. As nossas experiências, não é?!
(EL2, 3)	No meu entender, ... acho que li isso, ... o <i>feedback</i> escrito só será eficaz se for claro para o aluno e, além de não incluir a correção do erro, o vá incentivar a voltar a analisar a sua primeira resposta. Normalmente, foi isto que fiz ou ... tentei fazer. Eu dizia o que estava bem e dava-lhes pistas para melhorar as produções seguintes, porque assim poderia estar a induzi-los a refletir sobre o que tinham feito. Só no caso dos melhores alunos, em casos específicos, onde eu entendia que seria mais difícil, para eles [os melhores alunos], chegarem mais além, ... onde eu queria, para melhorar ao máximo as resoluções, é que registava um comentário que os levasse a refletir...
(EL2, 5)	Questionados os alunos, acerca da realização destas tarefas, foram unânimes em considerar que eram muito úteis, pois o <i>feedback</i> obrigava-os a refletir, a reorganizar o raciocínio e levava-os, muitas vezes, às conclusões desejadas.
(EL2, 5).	as tarefas realizadas em Matemática A, dirigidas, essencialmente, ao desenvolvimento da argumentação matemática e com recurso a <i>feedback</i> escrito, foram um contributo para o desenvolvimento da competência escrita de uma boa parte dos alunos desta turma”
(EL2, 6)	As características dos alunos eram bastante diferentes, ..., e como era de esperar, eles reagiam de forma diferente... tanto às tarefas, como aos comentários que fui registando. Nas produções dos alunos que tinham Geometria Descritiva o desenho era a forma privilegiada de resolver as questões, no entanto, também eram recetivos à necessidade de utilizar a redação matemática. Também se notou evolução nos outros alunos [que não estavam inscritos na disciplina de Geometria Descritiva], nas reações às tarefas e aos comentários... Por exemplo, nas tarefas 1, 2 e 3 realizadas pelo Bruno. Na primeira tarefa, o aluno responde às questões colocadas no <i>feedback</i> , mas não consegue, com as pistas que dei, responder à questão essencial do enunciado. Já nas 2.ª e 3.ª tarefas responde às questões colocadas, reformula as respostas de acordo com as pistas e nas segundas fases consegue responder ao que é pedido no enunciado. No entanto, para alguns alunos, o <i>feedback</i> não resultava, ou seja, apesar de parecer, para mim, perceptível aquilo que eu escrevia, não o era para alguns alunos. Precisava de os conhecer cada vez melhor e, à medida que isso foi acontecendo, nas segundas fases, nalguns desses casos, as produções, de facto, melhoraram.

(OR7out, 1)	No final da reunião que nós tivemos [reunião, onde foi apresentado o projeto, realizada a 23 de setembro de 2009], estive, a seguir, no bar com a professora de Filosofia da minha turma... Estava com aquele entusiasmo todo e contei que ia trabalhar com os nossos alunos, da turma do 11.º ano, em argumentação, nas aulas de Matemática. E pronto, fiquei mesmo... Fiquei surpreendida! (risos) É que achou um absurdo! Perguntou como era possível falar de argumentação em Matemática!... Disse que não podia haver argumentação... Em Matemática ou estava certo ou errado e, por isso, não se entrava no domínio do plausível... não se podia argumentar, só demonstrar. Ora eu que estava toda entusiasmada... Eu tenho consciência de que a demonstração é um processo muito mais rico, usa-se o raciocínio dedutivo e conseguimos validar enunciados que já foram descobertos, não nos limitamos a justificar como na argumentação...
(OR7out, 3)	Na faculdade fazíamos muitas demonstrações, eu até cheguei a pensar que “demonstrar” era o mesmo que “aprender Matemática”. Mas, hoje, como professora do ensino secundário, sei que isso não é assim... Nos documentos oficiais, no programa... o que se pretende não é que os alunos aprendam a reproduzir demonstrações formais. Para aprenderem a demonstrar uma afirmação matemática têm de aprender a usar raciocínios válidos. O que para eles não é nada fácil! (risos). Já a argumentação é muito mais importante, mesmo durante o básico e agora até aparece muito mais valorizada no novo programa [NPMEB]... Se eles se habituarem, desde cedo, a justificar, têm mais hipóteses de aprenderem a fazer matemática.
(OR7out, 3)	“ensinar a justificar é fundamental para que os alunos aprendam a fazer matemática”
(OR7out, 5)	Na argumentação não nos limitamos a justificar, também podemos incluir a formulação e a validação de conjecturas... Nunca tive consciência de que [a argumentação] desempenhasse outro papel para além do da justificação. Quando eu digo a um aluno para ele... por exemplo, quando digo fulano disse... qualquer coisa e outro aluno disse ... outra coisa qualquer, que até pode ser o contrário do que disse o outro, ... o primeiro, depois pergunto quem tem razão e peço para argumentar de forma convincente. O que lhes estou a pedir é que expliquem cada uma das afirmações, arranjando argumentos que convençam quem vai ouvir ou ler as respostas de cada um deles...e essa pessoa tem de perceber por que é que esse o que está certo, o que tem razão... Não é? Isto é pedir para eles justificarem as opiniões e que os convençam. Não é?
(OR7out, 8)	Sim, não posso dizer que a argumentação se reduz à justificação, mas o que eu penso é que eles [os alunos] têm de aprender a formular conjecturas, para depois as justificarem! Quando lhes peço para formular uma conjectura, o que eu quero é encorajá-los a apresentar os raciocínios, as estratégias de raciocínio, as possibilidades..., não é propriamente que adivinhem, quero que eles analisem a situação e proponham estratégias para as justificar, mas que... não fiquem por aí, têm de justificar o que fizeram.
(OR12maio, 1)	Pois eu também vi. E tive de fazer alguns ajustes, porque os testes intermédios não coincidem com minhas aulas e no dia 30 de abril [a aula de Matemática] coincidiu com os testes intermédios de outras disciplinas, percebes? FQ, todos os meus alunos têm, os de FQ – os teus, de Economia, não têm Biologia...e os de Geometria já não têm Biologia. [a turma de Rita integra alunos de dois cursos - Ciências e Tecnologias e Ciências Socioeconómicas]. Eu estive a ver pelo calendário e vi que, de facto, isto batia-me assim e batia mesmo muito à justa... Já não tive tempo para investir em mais tarefas formativas, ainda que tenha usado também as aulas de apoio! Eles tinham de ter a matéria sabida para o teste intermédio... Isto foi muito complicado... .. termos de conciliar tudo!
(OR12maio, 8)	É que eu penso que eles, mesmo assim, vão ter dificuldades... Eles não estão habituados a demonstrar... E sei... a culpa é minha! A prova, o demonstrar... não é algo que seja do dia a dia da aula. Tenho receio de que não consigam ver o que se pretende, mesmo depois de analisarem os exemplos, mas não sei o que mudar neste enunciado... para eles conseguirem Eu sei que eles, com a ficha de reflexão, já se habituaram a prestar mais atenção aos objetivos e a ler o enunciado com a intenção de descobrir o que é dado e o que é pedido... Acho que, apesar de não ser muito fácil, acho que a [tarefa 7] devemos aplicar. A ideia é que aprendam... Acho que sim!

Anexo 5

CrITÉrios de avaliaÇão definidos pela área disciplinar

DOMÍNIOS	COMPETÊNCIAS	ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DO SABER (1)	ASPECTOS DA APRENDIZAGEM
SABER	COMPETÊNCIAS ELEMENTARES (CE) (implicam processos de simples memoriza�o e execu�o)	CE1 – Reconhecimento de factos e terminologia específica; CE2 – Aptidão para identificar e compreender conceitos; CE3 – Capacidade de execu�o de procedimentos; CE4 – Capacidade para usar cáculo mental, algoritmos ou procedimentos, nomeadamente com a calculadora gráfica;	Conceitos e Procedimentos
		CE5 – Compreensão de textos matemáticos simples; CE6 – Aptidão para elaborar, analisar e descrever modelos matemáticos; CE7 – Capacidade para comunicar oralmente e por escrito situa�es problemáticas simples e os seus resultados.	Comunica�o
SABER FAZER	COMPETÊNCIAS INTERMÉDIAS (CI) (implicam processos com certo grau de complexidade, mas não exigem muita criatividade)	CI 1 – Aptidão para compreender argumenta�es matemáticas; CI 2 – Aptidão para usar a matemática, em combina�o com outros saberes, na compreensão de situa�es da realidade;	Conceitos e Procedimentos
		CI 3 – Aptidão para resolver problemas (nem triviais, nem muito complexos); CI 4 – Aptidão para fazer e investigar matemática, recorrendo � modela�o ;	Resolu�o de Problemas
		CI 5 – Compreensão de rela�es matemáticas (teoremas, proposi�es); CI 6 – Capacidade para criticar a matematiza�o de situa�es da realidade;	Raciocínio Matemático
		CI 7 – Capacidade de apresentar de forma clara, organizada e com aspecto gráfico cuidado os trabalhos escritos, individuais ou de grupo, quer sejam pequenos relatórios, monografias.	Comunica�o
		CA 1 – Capacidade de explorar ou investigar situa�es; CA 2 – Aptidão para formular e a testar conjeturas; CA 3 – Capacidade para elaborar pequenas demonstra�es;	Raciocínio Matemático
		CA 4 – Aptidão para resolver problemas complexos	Resolu�o de Problemas
COMPETÊNCIAS AVANÇADAS (CA) (implicam uma capacidade significativa de lidar com situa�es novas)			

SABER SER/ESTAR	COMPETÊNCIAS	CSE 1 – Realiza as actividades de forma autónoma e responsável;
	SABER	CSE2 – Manifesta criatividade na realização das tarefas propostas;
	SER/ESTAR	CSE 3 – Revela gosto e confiança pessoal na realização das tarefas propostas;
	(CSE)	CSE 4 – Evidencia capacidade de auto – avaliação.

Classificação inferior a 5 / Nível 1

Manifestou total desinteresse pela actividade desenvolvida na sala de aula e evidenciou comportamento prejudicial ao bom ambiente de trabalho, não desenvolvendo as competências elementares nem as do saber ser/estar.

Classificação de 5 a 9 / Nível 2

Evidenciou falta de empenho nos trabalhos individuais e de grupo, não desenvolvendo as competências elementares.

Classificação de 10 a 13 / Nível 3

Desenvolveu as competências elementares e as competências do saber ser/estar.

Classificação de 14 a 17 / Nível 4

Desenvolveu as competências elementares e intermédias, para além das do saber ser/estar.

Classificação de 18 a 20 / Nível 5

Desenvolveu as competências elementares, intermédias e avançadas, para além das do saber ser/estar.

REGISTOS DE AVALIAÇÃO DO ALUNO

- Domínio de conceitos e procedimentos
- Comunicação oral e escrita
- Aptidão para resolver problemas
- Raciocínio matemático
- Saber ser e saber estar

TAREFAS / INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

- Apresentações orais;
- Grelhas de especificação;
- Redacções matemáticas;
- Resolução de problemas;
- Testes, de resposta aberta ou fechada, realizados numa ou em duas fases.

As tarefas /instrumentos aplicados em momentos formais de avaliação deverão ser diversificados, tal como é preconizado no programa de Matemática A, e concebidos de modo a poderem avaliar o desenvolvimento de todas as competências do aluno, referentes a cada um dos domínios do Saber e explicitadas neste documento.

Atendendo a que, por decisão do Conselho Pedagógico, o coeficiente de ponderação a atribuir à valoração do domínio do Saber ser/estar é 20%, à valoração dos restantes domínios será atribuído o coeficiente de 80%.

(1) Adaptação de "Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação", Artigo publicado em 1992, em J. P. Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de investigação* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Anexo 6

Tarefa 1 (realizada em duas fases)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Seleccionar dados (definição de radiano; comprimento do lado do hexágono igual ao do raio)

Identificar a conclusão

Estabelecer a passagem dos dados para a conclusão (aplicar a definição de radiano e a propriedade "uma corda tem comprimento inferior ao do arco que lhe corresponde")

Elaborar justificações, usando argumentos válidos

Desenha um hexágono regular inscrito numa circunferência. Tendo em atenção a definição de radiano e o facto do lado do hexágono ser igual ao raio da circunferência, justifica a afirmação:

«Um ângulo de amplitude um radiano mede um pouco menos de 60° ».

Apresenta os teus argumentos por escrito e de forma convincente.

Tarefa retirada do manual XEQUEMAT 11.º ano

Anexo 7

Tarefa 2 (realizada em duas fases)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Interpretar enunciados

Seleccionar dados

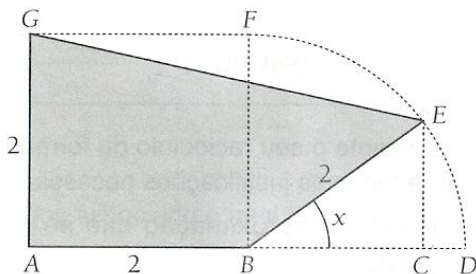
Formular uma conjectura

Estabelecer a passagem dos dados para a conclusão

Validar, ou refutar, a conjectura formulada

Decompor o polígono [ABEG] em figuras que permitam chegar à expressão da área

Na figura está representado a sombreado um polígono [ABEG].



Tem-se que [ABFG] é um quadrado de lado 2.

- FD é um arco de circunferência de centro B; o ponto E move-se ao longo desse arco;
- Em consequência, o ponto C desloca-se sobre o segmento [BD], de tal forma que se tem sempre $[EC] \perp [BD]$.
- x designa a amplitude, em graus, do ângulo CBE ($0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

1. Conjectura se a área do polígono [ABEG] é menor para x mais próximo de 0° ou para x mais próximo de 90° .

2.

2.1. Mostra que a área do polígono [ABEG] é dada, em função de x , por

$$A(x) = 2(1 + \operatorname{sen} x + \cos x)$$

(Sugestão: Pode ser-te útil considerar o trapézio [ACEG])

2.2. Confirma a tua conjectura, recorrendo à fórmula encontrada na questão anterior.

Retirado Exame Nacional 12.º ano Matemática de 2003, 1.ª fase e 1.ª chamada

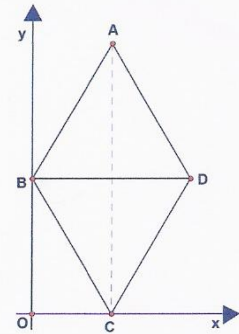
Anexo 8

Tarefa 3 (realizada em duas fases)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Interpretar enunciados
Seleccionar os dados
Identificar a conclusão
Explicitar o raciocínio desenvolvido
Elaborar justificações, usando argumentos válidos
Estabelecer a passagem dos dados para a conclusão
Aplicar a definição de produto escalar de dois vectores
Aplicar a propriedade de produto escalar de dois vectores, relativa as coordenadas

1. Na figura está representado um losango [ABCD] dividido em dois triângulos equiláteros geometricamente iguais. Sabe-se que $C(4,0)$.
- Mostre que D tem como coordenadas $(8; 4\sqrt{3})$.
 - Calcule $\overline{BC} \cdot \overline{CD}$.
 - Sabe-se que P pertence ao eixo das abcissas e que $\overline{CD} \cdot \overline{CP} = -18$. Determine as coordenadas de P, explicando o raciocínio efectuado.



Tarefa adaptada a partir de uma questão do manual Espaço 11

Anexo 9

Tarefa 4 (diagnose)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Interpretar enunciados

Elaborar justificações, usando argumentos válidos

Diagnosticar dificuldades dos alunos, relativamente a generalidades sobre funções, nomeadamente,

conceito de função

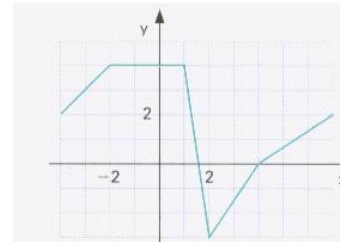
injectividade, paridade, sinal, zeros, monotonia, extremos e continuidade

assíntota do gráfico de uma função

1. Recorrendo a argumentos válidos para fundamentar as tuas conclusões, comenta as afirmações seguintes:

1.1. uma recta vertical pode representar graficamente uma função;

1.2. analisando o gráfico seguinte, posso concluir que a função tem três zeros;



1.3. uma função de domínio \mathbb{R} , positiva em todo o seu domínio, não tem zeros;

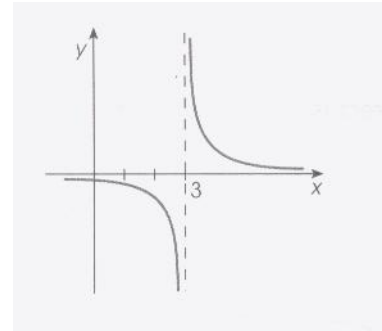
1.4. se $g(0) = 3$, então posso concluir que g tem, pelo menos, um zero;

1.5. se uma função é contínua em todo o domínio, o contradomínio só pode ser \mathbb{R} ;

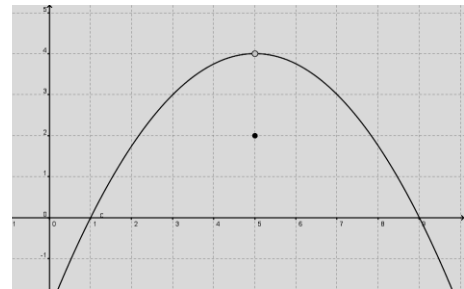
1.6. se $f(-2) = f(2)$, então podemos afirmar que f é injectiva;

1.7. se $f(-2) = f(2)$, então podemos afirmar que f é par;

- 1.8. O gráfico de uma função h está representado na figura. Sabemos que $x = 3$ é uma equação da assíntota vertical do gráfico da função. Com estes dados podemos afirmar que h é decrescente em todo o seu domínio;



- 1.9. O domínio de j é \mathbb{R} e $j(5) = 2$. Podemos afirmar que 4 é um máximo de j .



Anexo 10

Tarefa 5 (momento formal de avaliação)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Avaliar o grau de desenvolvimento dos conceitos matemáticos do tema funções racionais, (nomeadamente, função, injectividade, paridade, sinal, zeros, monotonia, extremos, continuidade, e assíntota do gráfico de uma função), com base na capacidade de explicitação do raciocínio.

1. Recorrendo a argumentos válidos para fundamentar as tuas conclusões, comenta as afirmações seguintes:

1.1. toda a função é polinomial é racional;

1.2. acerca de uma função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{3\}$, sei que ela é crescente em $]-\infty, 3[$ e em $]3, +\infty[$, então posso afirmar que g é crescente em todo o domínio;

1.3. uma função racional, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ e contradomínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ encontra-se representada graficamente na figura 1. O referencial deverá ser marcado de tal modo que as rectas de equação $x=2$ e $y=1$ representem, respectivamente, a assíntota vertical e a assíntota horizontal do gráfico da função.

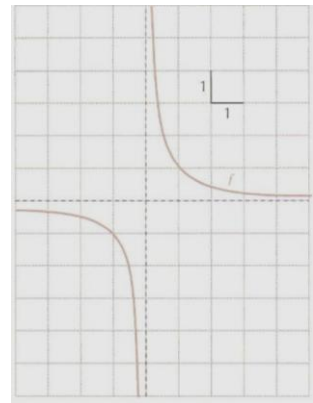


Fig. 1

1.4. se uma função é par e tem zeros, então podemos afirmar que eles são em número par;

1.5. uma função racional não tem máximos;

1.6. o gráfico, da figura 2, não pode representar uma função racional;

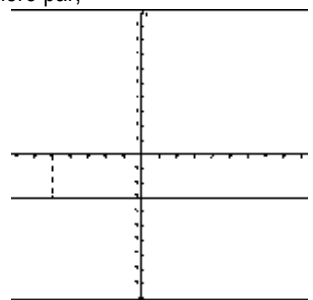


Fig. 2

1.7. se f é uma função racional, então podemos afirmar que não é par;

- 1.8. admitindo que na figura 3 está representada parte do gráfico de uma função racional h , a equação $h(x) = k$, com $k \in \mathbb{R}$, ou é impossível, ou, no caso de ser possível, terá, obrigatoriamente duas soluções;

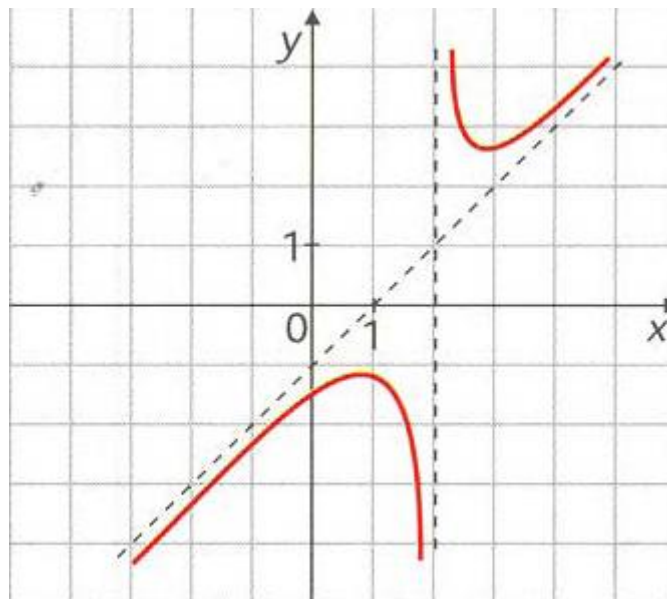


Fig. 3

- 1.9. considerando que na figura 4 está representada, em referencial o.n. $x O y$, parte do gráfico de uma função f , bem como as duas assíntotas deste gráfico e que, tal como a figura sugere,

- a origem do referencial pertence ao gráfico de f
- uma das assíntotas é paralela ao eixo $O x$ e tem de equação $y = 3$
- a outra assíntota é paralela ao eixo $O y$ e intersecta o eixo $O x$ no ponto de abscissa 2.

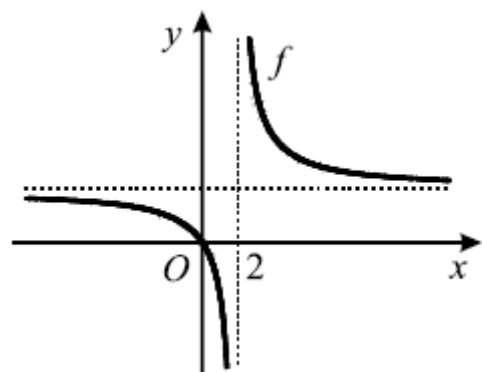


Fig. 4

Nestas condições, podemos afirmar que a função pode ser definida por $f(x) = 6 + \frac{3}{x-2}$

Anexo 11

Tarefa 6 (realizada em duas fases)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Interpretar enunciados

Seleccionar os dados

Identificar a conclusão

Estabelecer a passagem dos dados para a conclusão

Elaborar justificações, usando argumentos válidos

Compreender a noção de função inversa

Distinguir f^{-1} de $\frac{1}{f}$, apresentando exemplos e contra-exemplos

Numa aula de Matemática do 11.º X, os alunos estavam a estudar o tema das operações com funções. A professora pretendia que os alunos percebessem o significado de «função inversa» e, escrevendo no quadro $f(x) = \frac{x}{1-x}$, pediu que determinassem $f^{-1}(3)$.

Ao andar pela sala, a professora ouviu o seguinte diálogo:

Francisco: Se $f(3) = -\frac{3}{2}$, então $f^{-1}(3) = -\frac{2}{3}$.

António: A tua resposta está errada. $f^{-1}(3) = \frac{3}{4}$.

Francisco: Porque é que $f^{-1}(3) = \frac{3}{4}$? O inverso de $-\frac{3}{2}$ não é $-\frac{2}{3}$?

Atendendo aos objetivos da tarefa, investiga quem tem razão. Deverás elaborar uma composição, com cerca de 8 linhas, onde explicites, convenientemente, a análise das respostas dadas pelos dois alunos do 11.º X.

Anexo 12

Tarefa 6 (segunda fase)

1. Identifica, na tua resolução, se cometeste os seguintes erros

Erros	Indicação se houve erro
$f(x) = y \Leftrightarrow y = yx + x$	
$f^{-1}(x) = xy + x$ ou $f^{-1}(x) = y - yx$	
$y = x + yx \Leftrightarrow y = yx^2$ ou $y = x + yx \Leftrightarrow \frac{y}{y} = x$	
$-yx - x = -y \Leftrightarrow -2x = -y$	

2. Analisando a tua resposta, quanto à expressão escrita, indica, na tabela em que situação te encontras

Níveis	Descritores
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuações ou ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade ou sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade ou de sentido.

	Nível 1	Nível 2	Nível 3
3 pontos			
2 pontos			
1 ponto			
0 pontos			

3. Atendendo ao que acabaste de fazer, elabora uma composição que se possa situar no nível 3, contemplando os três pontos seguintes:

- Escreveu a equação $\frac{x}{1-x} = y$ (na tentativa de encontrar a expressão $f^{-1}(x)$) ou escreveu a equação $\frac{x}{1-x} = 3$ (na tentativa de encontrar $f^{-1}(3)$).
- Resolveu correctamente a equação em ordem a x .
- Conclui qual a resposta correcta, apresentando argumentos para mostrar que a resposta do outro aluno está errada.

Anexo 13

Tarefa 7 (momento formal de avaliação)

OBJECTIVOS DA TAREFA

Analisar diferentes processos de demonstração
Selecionar o processo mais adequado à situação apresentada;
Interpretar enunciados;
Selecionar os dados;
Identificar, no enunciado, a conclusão
Elaborar uma demonstração, privilegiando a explicação e a justificação dos raciocínios desenvolvidos

1. Considera os seguintes métodos de demonstração e analisa cada um dos exemplos apresentados.

DEMONSTRAÇÃO POR DEDUÇÃO

Recorrendo ao raciocínio dedutivo, a partir de uma proposição infere-se uma outra.

Exemplo Cálculo da soma dos n termos de uma progressão aritmética

Seja:

$$S_1 = u_1$$

$$S_2 = u_1 + u_2$$

.

.

.

$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + u_n$ (1) representa a soma dos n primeiros termos consecutivos de uma progressão aritmética.

Por outro lado, e uma vez que a adição é comutativa, se trocarmos a ordem dos termos a somar, tem-se: $S_n = u_n + u_{n-1} + \dots + u_2 + u_1$ (2). Adicionando, termo a termo as expressões (1) e (2), obtém-se

$$2S_n = \underbrace{(u_1 + u_n) + (u_2 + u_{n-1}) + \dots + (u_{n-1} + u_1)}_{n \text{ parcelas iguais a } u_1 + u_n}$$

n parcelas iguais a $u_1 + u_n$

(Numa progressão aritmética, a soma dos termos igualmente distanciados dos extremos é igual à soma dos extremos)

$$2S_n = n \cdot (u_1 + u_n) \qquad S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n$$

Logo,

$$\boxed{S_n = \frac{u_1 + u_n}{2} \times n} \text{ Soma dos } n \text{ termos consecutivos de uma progressão aritmética.}$$

DEMONSTRAÇÃO POR INDUÇÃO MATEMÁTICA

Demonstram-se casos particulares, generalizando para todas as situações.

Exemplo Prova, por indução matemática, que:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

O processo de demonstração por indução matemática apoia-se nos dois passos seguintes:

1) Verificamos para $n = 1$

$$\text{Se } n = 1, \text{ vem } 1 = \frac{1 \times 2}{2} \Leftrightarrow 1 = 1$$

A propriedade é verdadeira para $n = 1$

2) Supomos que é verdadeira para p e provamos que também é verdadeira para $p + 1$, ou seja,

$$\text{Se } 1 + 2 + 3 + \dots + p = \frac{p(p+1)}{2} \quad (*), \text{ então } 1 + 2 + 3 + \dots + p + p + 1 = \frac{(p+1)(p+2)}{2} \quad (**)$$

Partindo de (*), e adicionando aos dois membros $p + 1$, vem

$$1 + 2 + 3 + \dots + p + p + 1 = \frac{p(p+1)}{2} + (p+1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + p + p + 1 = \frac{p(p+1) + 2(p+1)}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + p + p + 1 = \frac{(p+1)(p+2)}{2} \quad (**)$$

Concluimos então, que se for verdadeira para o inteiro p , também é verdadeira para $p + 1$.

De 1) e 2), e pelo princípio da indução matemática, ficou demonstrado que

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

DEMONSTRAÇÃO POR REDUÇÃO AO ABSURDO

Demonstra-se o teorema através de uma contradição, ou seja, para provar que o teorema é verdadeiro, admitimos que a tese é falsa e, através de um raciocínio lógico, chega-se a uma contradição com a hipótese. Pode assim concluir-se que a tese é verdadeira.

Exemplo Teorema da unicidade do limite. (Uma sucessão não pode tender para dois limites diferentes)

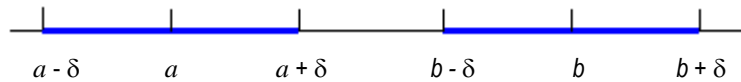
Suponhamos que $u_n \rightarrow a$ e $u_n \rightarrow b$, com $a < b$

Então $u_n - a \rightarrow 0$ e $u_n - b \rightarrow 0$

Seja $\delta < \frac{|a-b|}{2}$ (δ é um número menor do que metade da distância entre a e b)

Existe uma ordem p_1 , a partir da qual $|u_n - a| < \delta$

Existe também uma ordem p_2 , a partir da qual $|u_n - b| < \delta$



Para a maior das ordens p_1 e p_2 , os termos da sucessão (u_n) distam de a e de b menos do que δ , o que é absurdo, pois $\delta < \frac{|a-b|}{2}$.

Ora, o absurdo resulta de se ter considerado $a \neq b$.

Logo, $a = b$.

DEMONSTRAÇÃO ATRAVÉS DE UM CONTRA-EXEMPLO

Sabe-se que se (u_n) é uma sucessão convergente, então (u_n) é limitada. No entanto, o recíproco não é verdadeiro. De facto, se (u_n) é limitada, pode não ser convergente.

Esta última afirmação é verdadeira, como pode ser facilmente demonstrado pelo contra-exemplo seguinte: A sucessão (u_n) definida por $(-1)^n$, que é limitada, não é convergente. No entanto, se além de limitada, a sucessão for monótona, a afirmação recíproca já é válida.

2. Escolhendo o método de demonstração mais adequado, prova que **não é monótona** a sucessão de termo geral

$$u_n = n^3 - 450n^2 + 45000n.$$

1. Demonstra, por redução ao absurdo, que a sucessão de termo geral $u_n = \frac{n+1}{2n}$ não é uma progressão aritmética.
2. Demonstra, por indução matemática, que a sucessão definida por recorrência por
$$\begin{cases} Q_1 = 1 \\ Q_{n+1} = Q_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$$
 tem termo geral $Q_n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}$.
3. Demonstra, utilizando um contra-exemplo, que não é verdade que qualquer progressão geométrica é monótona.
4. Demonstra, por dedução, que a sucessão definida por recorrência
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n, n \geq 1 \end{cases}$$
 é uma progressão geométrica.

Anexo 14

FICHA DE REFLEXÃO

TAREFA _____

Nome: _____ Nº _____ Data _____

Analisando os comentários registados pela tua professora, no trabalho que acabaste de receber, e tendo por base os itens seguintes, reflecte sobre as causas da qualidade do teu desempenho.

- Nas aulas não percebi a matéria, mas também não questioneei a professora
- Nas aulas não percebi a matéria, mesmo depois de pedir que a professora voltasse a explicar
- Não estive atento nas aulas
- Não participei activamente nas aulas
- Não estudei o assunto
- Não realizei os trabalhos propostos pela professora para consolidar os conhecimentos
- Li mal o enunciado das questões
- Não compreendi o enunciado das questões
- Não relacionei os conhecimentos
- Não apresentei os cálculos
- Errei os cálculos
- Não estruturei as respostas
- Não apresentei a conclusão
- Sabia responder, mas não tive tempo
- Não respondi às questões, pois não sabia
- ...
- ...
- ...

Elabora um texto que exprima a tua opinião, referindo o que poderás fazer para, na próxima tarefa, não cometeres os mesmos erros.

Anexo 15

GRELHA DE REGISTO PARA A TAREFA 1

Identificação do aluno	___ª fase da tarefa 1															Clareza e rigor da linguagem	Observações
	Argumentação																
	Dados					Passagem					Conclusão						
...																	

A Identifica os dados; **B** Desenha o hexágono regular inscrito na circunferência; **C** Sabe o que é um radiano; **E** relaciona os dados com o que se pretende;

F usa argumentos válidos que lhe permitem estabelecer a passagem.

Anexo 16

GRELHA DE REGISTO PARA A TAREFA 2

Identificação do aluno	___ ^a fase da tarefa 2															Clareza e rigor da linguagem	Observações
	Argumentação																
	Dados					Passagem					Conclusão						
...																	

A Identifica os dados; **B** Relaciona os dados com o que se pretende; **C** Formula a conjectura; **D** Usa argumentos válidos que lhe permitem estabelecer a passagem; **E** Decompõe o polígono [ABEG] em figuras, que permitem efectuar o cálculo da área pretendida; **F** Valida, ou refuta, a conjectura;

Anexo 17

GRELHA DE REGISTO PARA A TAREFA 3

Identificação do aluno	Tarefa 3																																			
	Argumentação												Clareza e rigor da linguagem						Observações																	
	1.ª fase						2.ª fase																		Evolução											
...																																				
	A	B	C	D	E	F	A	B	C	D	E	F																								

A Identifica os dados; **B**; Explica e justifica as coordenadas; **C** Calcula vectores BC, CD e ângulo entre eles; **D** Identifica P, calcula CD e CP, aplica definição de produto escalar pelas coordenadas; **E** usa argumentos válidos que lhe permitem chegar à conclusão; **F** chega à conclusão.

Anexo 18

Guião da segunda entrevista

Participação no estudo

Considera que, durante a realização deste trabalho, aprendeu algo de novo?

Este trabalho permitiu alguma alteração na sua prática avaliativa? Dê alguns exemplos.

Em relação às expectativas que colocou ao aceitar a realização deste trabalho, o que gostaria de dizer?

Concepção sobre avaliação

Se tivesse que completar a frase “Para mim avaliar é....” o que diria?

Que objetivos tem quando avalia os alunos?

Quais os principais aspectos a ter em conta na avaliação dos alunos?

Na sua opinião, a avaliação pode influenciar o desempenho do aluno? Porquê?

Como concretiza, na sua prática, a avaliação dos alunos?

Como articula os registos, das diversas informações qualitativas recolhidas de forma sistemática no quotidiano da aula de Matemática, de cada aluno com os dados quantitativos, nomeadamente o dos momentos formais de avaliação, para atribuir uma classificação, no final do período, a esse aluno? Se substituíssemos, na questão anterior, “período” por “ano”, modificaria a sua resposta?

Qual a função dos tradicionais testes escritos na avaliação dos alunos? Na sua opinião esses instrumentos avaliam a competência matemática de um aluno? Explícite as razões que a levaram a dar essa resposta.

Como interpreta, no contexto da avaliação, a existência do *teste intermédio*? Que influência teve, a sua realização, na sua prática avaliativa?

Se tivesse poder para alterar a legislação, que modificações faria a nível da avaliação dos alunos? Como levaria, à prática, a avaliação que, então, regulamentaria?