A investigação em educação matemática em Portugal
Realizações e perspectivas [1]

João Pedro da Ponte
jponte@fc.ul.pt
Centro de Investigação em Educação e Departamento de Educação
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Portugal

Introdução

Este artigo faz uma reflexão sobre o percurso, a situação e as perspectivas da investigação em educação matemática em Portugal tendo em atenção a sua relação com as práticas sociais de ensino-aprendizagem e com a formação de professores e investigadores. Devo começar por notar que o significado da expressão "educação matemática" varia com o contexto onde é usada. Por um lado, a educação matemática constitui um campo de práticas sociais, cujo núcleo são as práticas de ensino e de aprendizagem de professores e alunos mas que inclui igualmente outras vertentes como as práticas de apoio à aprendizagem extra-escolar e a produção de materiais didácticos. Por outro lado, a educação matemática constitui um campo de investigação académica, onde se produz novo conhecimento sobre o que se passa no campo anterior. E, por outro lado ainda, é um campo de formação, onde se transmite esse conhecimento a novas gerações de professores e de investigadores e também aos professores em serviço (Figura 1).

Os três campos não só se sobrepõem parcialmente como se influenciam uns aos outros. Essa sobreposição acontece porque muitos actores actuam em vários campos e porque os objectos de cada um deles tendem a ser partilhados por todos, embora muitas vezes perspectivados de forma diferente. Estas influências e relações múltiplas entre os três campos não são um simples "ruído" que é preciso eliminar para compreender melhor o que se passa em cada um deles. Pelo contrário, são um elemento constitutivo

[1] Ponte, J. P. (2008). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L. B. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 55-78). Badajoz: SEIEM.

Conferência plenária realizada no XII Simpósio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática / XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática / XVIII Encontro de Investigação em Educação Matemática, realizado em Badajoz, Espanha, 4-6 de Setembro de 2008.

da própria educação matemática, pois nenhum dos campos se pode entender sem perceber a sua relação com os outros.

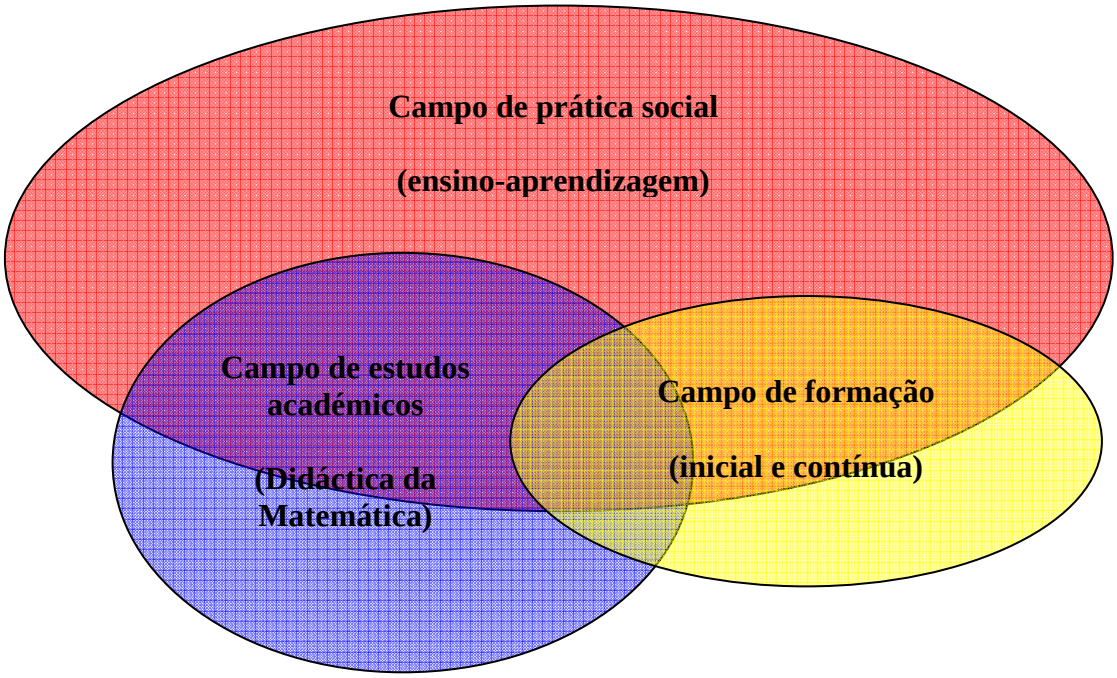

Figura 1 – Campos da educação matemática em Portugal

Dos três campos, o mais antigo é o das práticas sociais de ensino-aprendizagem da Matemática, que existe em Portugal desde há vários séculos. De seguida, com o surgimento de cursos de formação de professores, foi-se constituindo a pouco e pouco, principalmente a partir da década de 1980, a educação matemática como campo de formação. Finalmente, na esteira do anterior, constituiu-se o campo académico da investigação em educação matemática, que procura afirmar-se como um domínio científico de pleno direito, nomeadamente na área da Educação. Por vezes, este campo tende a gerar um discurso autosuficiente, centrado sobre si próprio ou, na melhor das hipóteses, nas suas relações com outras áreas científicas. Ao fazer isso, a educação matemática académica desvirtua-se a si própria e perde relevância social. Contrariando essa tendência, procurarei olhar a educação matemática em Portugal não só como campo de investigação mas também como campo de práticas sociais e como campo de formação.

A educação matemática como campo de práticas sociais e como campo de formação

Como prática social a educação matemática tem lugar, antes mais, nas escolas e nas salas de aula e é protagonizada por professores e alunos. No entanto, a educação matemática – ou, como igualmente se diz, o "ensino da Matemática" – também ocorre em muitos outros locais da escola (salas de estudo, clubes e noutros espaços), bem como fora da escola. Um relevo muito importante assume em Portugal a actividade dos "explicadores", que não são mais do que tutores privados contratados pelos encarregados de educação para dar um apoio directo (individual ou em pequenos grupos) aos seus educandos. Estes explicadores, que hoje em dia trabalham não só individualmente como enquadrados por "empresas de explicações", desenvolvem a sua actividade sobretudo tendo em vista a obtenção de bons resultados por parte dos alunos nos testes escritos e nos exames. Em particular, é de registar a sua influência sobre as concepções dos alunos, nomeadamente, sobre o que significa "aprender Matemática".

A produção de materiais didácticos para o ensino da Matemática, em especial de manuais escolares, representa um outro subcampo importante das práticas sociais da educação matemática/ensino da Matemática em Portugal. Isso acontece em especial pelo grande poder que as editoras assumiram no nosso país na regulamentação do processo de produção de manuais e até na própria dinâmica de mudança curricular. Basta recordar que, por via da legislação negociada com as editoras, o Governo só pode programar mudanças nos programas escolares com larguíssimos meses de antecedência.

Um dado muito importante em Portugal é a existência neste campo de uma Associação de Professores de Matemática (APM) forte e dinâmica. Esta associação promove iniciativas regulares como um encontro anual de professores e encontros regionais em vários pontos do país, dinamiza um centro de formação acreditado e publica uma revista para professores, diversos outros materiais de índole profissional e também a revista de investigação *Quadrante*. Além disso, promove diversos grupos de trabalho sendo os mais activos os de Geometria, do 1.º ciclo, do 3.º ciclo e o de Investigação (GTI) – é precisamente este último grupo que organiza anualmente o SIEM, de que este encontro representa a 19.ª edição.

É importante notar que são vários os discursos que existem sobre a educação matemática como campo de prática social. A educação matemática académica tem um discurso. No entanto, os principais actores deste campo – os professores e os alunos – têm outro discurso. Além disso, há outros actores sociais (encarregados de educação, autarcas, matemáticos…) que também têm o seu discurso sobre a educação matemática, como de resto se torna bem patente na comunicação social. Estes discursos têm, fre-

quentemente, um sentido conservador, defendendo o regresso a conceitos e práticas do passado. É tarefa dos investigadores em educação matemática compreender a origem de todos estes discursos e descobrir como potenciá-los como factor de transformação positiva do ensino da Matemática.

A formação inicial e contínua de professores constitui um outro campo importante da educação matemática. Nas antigas escolas do magistério primário, onde se formavam professores para os primeiros anos, ocasionalmente existiram professores de Didáctica que davam atenção às questões específicas do ensino-aprendizagem da Matemática, mas sempre de forma esporádica e dispersa. Deste modo, foi já depois do 25 de Abril de 1974 que surgiram, primeiro nas universidades e pouco depois nas escolas superiores de educação, pessoas com a missão de ensinar Didáctica da Matemática aos futuros professores dos diferentes níveis de ensino e, por vezes, acompanhá-los na prática profissional supervisionada. Essas disciplinas têm tido uma variedade de designações, incluindo a de Educação Matemática, e o seu conteúdo varia significativamente de instituição para instituição. É entre os docentes destas instituições de formação de professores que se encontra a grande maioria dos que fazem investigação em educação matemática em Portugal. Muitos deles estão igualmente envolvidos em actividades de formação contínua de professores e não são poucos os que têm ocupado lugar de relevo nas respectivas instituições[2].

A educação matemática como campo académico em Portugal

A educação matemática como campo académico pode ser vista de uma variedade de perspectivas que dão maior ou menor expressão aos seus "produtos" – artigos científicos publicados em revistas e livros, comunicações em encontros e teses académicas (de mestrado e doutoramento) – ou aos seus "processos" de trabalho – actividades dos projectos, vivências dos grupos de investigação, actividades específicas como comunidade de investigação (debates em revistas e encontros), inserção institucional e articulação com os outros campos da educação matemática. Neste artigo, procuro ter em atenção tanto os produtos como os processos da educação matemática académica.

1. Grupos de investigação. Em Portugal, a educação matemática como campo de investigação é uma realidade extremamente recente. Os seus primeiros passos foram

[2] Por exemplo, como presidentes e vice-presidentes de órgãos de direcção de Comissões, Departamentos, Escolas, Institutos e Faculdades.

dados nos anos 80, com criação dos primeiros mestrados e grupos de investigação (ver Ponte, 1993). De então para cá, assistiu-se à renovação e consolidação dos grupos e à diversificação de instituições onde se fazem mestrados e doutoramentos em educação matemática.

Tendo por referência o que se tem passado nos últimos dez anos, verificamos que há presentemente quatro grupos principais activos na educação matemática em Portugal, os quais foram responsáveis pela realização de treze projectos de investigação financiados por agências nacionais ou internacionais:

a) Grupo DIFMAT-Didáctica e Formação de Professores de Matemática, coordenado por mim próprio, baseado na FCUL, e reunindo investigadores[3] das Universidades de Évora e Beira Interior e das escolas superiores de educação (ESE) de Lisboa, Setúbal e Bragança (responsável 7 projectos financiados neste período);
b) Um segundo grupo coordenado por José Manuel Matos, baseado na FCT-UNL, e reunindo também investigadores externos, nomeadamente da ESE de Coimbra (3 projectos);
c) Grupo ATMS-Aprendizagem, Tecnologia, Matemática e Sociedade, coordenado por João Filipe Matos, baseado na FCUL, e reunindo investigadores das Universidades do Algarve e da Madeira (2 projectos);
d) Grupo dos Padrões, coordenado por Isabel Vale e Pedro Palhares, reunindo investigadores da ESE de Viana e das Universidades do Minho, Aveiro e Évora (1 projecto).

Os estudos realizados por estes grupos e também, em alguns casos, por outros investigadores, dizem respeito a uma variedade de temas, incluindo estudos que se debruçam sobre o conhecimento profissional do professor e sobre a sua formação e desenvolvimento profissional, estudos focados na aprendizagem da Matemática pelos alunos, em geral e também de conceitos e temas específicos, e trabalhos de desenvolvimento curricular, avaliação e diagnóstico da situação bem como de natureza histórica. Em vez de seguir a via da enumeração exaustiva – procurando referenciar tudo o que existe, independentemente da sua importância – procuro neste artigo apresentar a minha visão – necessariamente subjectiva – sobre quais são os traços mais marcantes desta investigação e as suas perspectivas futuras.

Num trabalho anterior sobre a investigação em educação matemática em Portugal (Ponte, Matos & Abrantes, 1998), foram considerados os estudos realizados até

[3] Seguindo o critério da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia de Portugal, tanto neste grupo como nos seguintes, consideram-se como "investigadores" os investigadores doutorados.

1997. O número dos estudos realizados desde então é certamente muito maior. Por isso, em vez de seguir a mesma estratégia, tomo aqui por base os artigos publicados na revista *Quadrante* num período de dez anos – entre 1998 e a actualidade – bem como os artigos publicados no mesmo período em revistas internacionais sujeitas a processos de revisão científica que me foi possível localizar. Ocasionalmente, farei referência a um ou outro trabalho adicional, publicado como relatório de investigação ou em livros de qualidade científica reconhecida. Este procedimento deixa de fora a investigação mais dispersa (como aquela que é relatada em teses académicas e actas de encontros) e também a investigação em estado ainda nascente. Ao mesmo tempo, pretendo sinalizar que é na publicação de artigos nas revistas científicas sujeitas a revisão pelos pares que se encontra o cerne do processo de divulgação e validação dos resultados da investigação e esse é o caminho a seguir pelos investigadores para verem o seu trabalho reconhecido pela comunidade científica.

2. Estudos centrados no professor. O domínio de investigação mais fecundo e onde possivelmente se produziram os trabalhos mais interessantes e originais na educação matemática em Portugal diz respeito ao conhecimento profissional do professor e à sua formação e desenvolvimento profissional. Dos 37 artigos de autores portugueses identificados na *Quadrante*, entre 1998 e 2006, são 21 (57%) os que dizem respeito a este tema.

A investigação sobre o professor de Matemática centrou-se, no seu início, no professor em serviço, procurando identificar e compreender o seu conhecimento profissional. Muito deste trabalho tem por base as ideias de Schön (1983), Elbaz (1983), e Shulman (1986), e desenvolveu-se ao longo dos anos 90. Um artigo que representa muito bem esta perspectiva, valorizando em especial o conhecimento didáctico, ou seja, o conhecimento do professor sobre a sua prática lectiva de ensino da Matemática, é o de Guimarães (1999). Neste estudo, e em muitos outros realizados em Portugal, conceptualiza-se o conhecimento didáctico como algo próximo, mas qualitativamente distinto do *pedagogical content knowledge* de Shulman. Num outro artigo, Santos e Ponte (2002) descrevem o conhecimento de um grupo de professoras do ensino secundário como estreitamente ligado à resolução de problemas de natureza profissional – sendo alguns desses problemas ligados directamente à Matemática, outros de cunho didáctico e outros remetendo para aspectos de natureza institucional. Nos estudos portugueses o conhecimento didáctico assume um carácter indissociavelmente ligado à prática profissional e daí a recusa em encará-lo como conhecimento declarativo ou formal, como por vezes

acontece nas investigações de outros países. Além disso, o conhecimento didáctico é associado ao exercício profissional e não visto como um conhecimento produzido por especialistas exteriores à profissão (sejam eles educadores matemáticos ou não). Daí o nosso interesse em trabalhar em estreita ligação com profissionais experientes. Assume-se que o conhecimento didáctico já existe associado às práticas desses professores, evolui com as condições sociais e as orientações curriculares e pode ser desenvolvido em projectos de colaboração envolvendo investigadores e professores.

O interesse pelo conhecimento profissional levou naturalmente a considerar os processos de formação e desenvolvimento profissional do professor. Por exemplo, Santos (2000) documenta os problemas com que o professor se depara ao procurar introduzir tecnologias de informação em comunicação (TIC) nas suas práticas. A autora concluiu que o professor necessita de mudar a sua perspectiva sobre o seu trabalho, no sentido de ser sobretudo um dinamizador da actividade dos alunos e desenvolver a sua capacidade de lidar com o imprevisto. Noutro estudo, Ribeiro e Ponte (2000) mostram a reduzida eficácia dos modelos usuais de formação, assentes sobretudo numa perspectiva "escolar" de aprendizagem desligada das práticas e do funcionamento da instituição escolar. E, finalmente, Guimarães (2006) discute em profundidade o conceito de desenvolvimento do professor, articulando as suas vertentes pessoal e profissional num todo integrado. Do conjunto destes trabalhos, emerge uma perspectiva segundo a qual o professor é o agente essencial do seu próprio desenvolvimento profissional. No entanto, este desenvolvimento pode ser significativamente facilitado por um contexto institucional escolar onde esta formação é valorizada e onde se materializam oportunidades de formação ajustadas aos seus interesses e necessidades.

Esta concepção do conhecimento profissional – em particular o conhecimento didáctico – como um conhecimento orientado para a prática levou a investigação a dar uma importância cada vez maior às práticas profissionais. Vários estudos realizados neste domínio procuram conhecer como são as práticas profissionais dos professores no nosso país. Por exemplo, Ponte e Santos (1998) analisam as práticas lectivas de professoras de Matemática do 3.º ciclo e do ensino secundário, num contexto de reforma curricular, mostrando que existem professores que se identificam com as novas orientações curriculares (neste caso, dos programas de 1991) mas prosseguem uma prática muito semelhante à anterior. Na mesma linha, Canavarro (2005) analisa as práticas curriculares de uma professora de Matemática de 2.º ciclo, focando tanto o processo de desenvolvimento curricular no seio do seu grupo disciplinar como o respectivo conteúdo.

Identifica diversos obstáculos sentidos pelo grupo à concretização da inovação curricular que afirmavam desejar, nomeadamente, em lidar com o conceito de "competência matemática". Noutro estudo, Graça (2003) estuda a relação entre as concepções e as práticas de três professores de Matemática na avaliação da resolução de problemas e sublinha que este processo se reveste de grande complexidade, mesmo para professores com reconhecida experiência. O estudo de diagnóstico da situação portuguesa, *Matemática 2001* (APM, 1998), realizado por iniciativa da Associação de Professores de Matemática e que envolveu uma vasta equipa de professores e investigadores, dá importantes indicações sobre as concepções, as práticas profissionais e as condições de trabalho dos professores. Finalmente, num outro artigo, Ponte e Serrazina (2004) passam em revista e integram o conhecimento resultante de diversos estudos sobre práticas profissionais dos professores de Matemática em Portugal. Os autores concluem que as práticas actuais dos professores são ainda marcadas por um estilo de ensino predominantemente expositivo, baseado na resolução de exercícios e que pouco recorre a materiais para além do quadro, giz e manual escolar. Indicam também que prevalece uma comunicação unidireccional, uma preocupação essencialmente sumativa na avaliação, um estilo de trabalho individualista e uma formação desligada das práticas lectivas. No entanto, referem também que existem sinais de novas práticas, incluindo a diversificação de tarefas, uma comunicação mais partilhada, uma maior saliência dos aspectos formativos da avaliação e um reconhecimento do valor da colaboração profissional.

Alguns estudos realizados com professores assumem um cunho colaborativo, com a intenção de conhecer não só as práticas existentes mas também as actividades e dispositivos que podem contribuir para a sua transformação numa perspectiva curricular inovadora. Assim, Serrazina (1999) mostra como um trabalho continuado de reflexão com professoras do 1.º ciclo, num contexto de reforma curricular, pode levar a uma evolução muito significativa no seu conhecimento matemático e didáctico e nas suas práticas lectivas. O mesmo ressalta de um estudo de Menezes e Ponte (2006), que evidencia as potencialidades formativas de um trabalho colaborativo envolvendo um investigador e vários professores do 1.º ciclo, orientado para promover a reflexão e a investigação dos professores sobre a sua própria prática profissional, com ênfase neste caso no processo de comunicação na sala de aula. Saraiva e Ponte (2003) mostram como o trabalho colaborativo envolvendo um investigador e um pequeno grupo de professores de Matemática do ensino secundário, desenvolvido também num contexto de inovação curricular e valorizando a observação e reflexão sobre as aulas, se constitui num factor de

desenvolvimento profissional. E, finalmente, um outro trabalho de índole colaborativa realizado por Boavida (2006) com duas professoras do 3.º ciclo, tendo como foco a argumentação na aula de Matemática, mostra o surgimento de novas perspectivas sobre este processo e sobre o modo de promover as capacidades de argumentação e comunicação dos alunos. Segundo a autora, este trabalho evidencia também o desenvolvimento da capacidade de reflexão crítica das professoras sobre a sua própria prática e o aprofundamento do seu conhecimento teórico, didáctico e de si mesmas.

Dentro das diversas perspectivas curriculares inovadoras, assume particular destaque em Portugal a proposta de tarefas desafiantes, como as investigações e explorações matemáticas. Trata-se de tarefas que propõem a exploração de uma situação onde alguns elementos estão já definidos, mas onde os alunos podem formular as suas próprias questões e seguir as suas estratégias de raciocínio. Os alunos são aqui chamados a formular conjecturas, testá-las e reformulá-las, argumentá-las e mesmo demonstrá-las. Num estudo, Oliveira (1998) mostra como duas professoras valorizam as actividades de investigação pela sua proximidade com a actividade matemática autêntica. No entanto, devido a vários constrangimentos, vêem dificuldade na sua integração curricular e confrontam-se com tensões na sua realização no que se refere ao apoio a conceder ao aluno, ao lugar da justificação e da prova matemáticas e também na condução de discussões na sala de aula. Noutro trabalho, Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1998) discutem as implicações da realização de investigações matemáticas no trabalho do professor numa sala de aula, evidenciando como este é muito mais sofisticado que a condução de actividade rotineira (como apresentação de exemplos e a resolução de exercícios) e como envolve tanto aspectos matemáticos relacionados com as tarefas como aspectos didácticos relacionados com o desafio, o apoio e a avaliação do progresso dos alunos. Um balanço aprofundado do trabalho realizado em Portugal neste campo, e da sua relação com o currículo e as práticas profissionais dos professores encontra-se em Ponte (2007).

Também com uma preocupação de renovação das práticas de ensino, mas numa perspectiva um tanto diferente, Ferreira e Rich (2001), com base numa ampla revisão de literatura, indicam possíveis benefícios da integração da História da Matemática no ensino desta disciplina e referem objecções e possíveis barreiras. Discutem também diversas formas de fazer essa integração e apresentam recursos e referências para os professores que pretendem realizar esse trabalho.

Um outro conjunto de estudos diz respeito à formação inicial dos professores e aos primeiros anos de exercício profissional. Alguns desses estudos têm por foco o conhecimento e as dificuldades dos futuros professores. Assim, por exemplo, Gomes e Ralha (2005) focam-se no conhecimento do conceito de ângulo por parte de futuros professores do 1.º ciclo e, perante as dificuldades evidenciadas, questionam o significado que eles construíram desse conceito. Noutro estudo, Sousa e Fernandes (2004), analisam as dificuldades sentidas na sua prática por professores estagiários de Matemática do 3.º ciclo e secundário, sugerindo que estes têm uma imagem negativa relativamente à sua formação académica anterior, que consideram muito teórica, insuficiente e desajustada da realidade. Os artigos de Delgado e Ponte (2004) e Fidalgo e Ponte (2004) analisam a reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de futuras professoras do 1º ciclo do ensino básico, durante a fase de iniciação à prática profissional. Delgado e Ponte (2004) indicam que as experiências anteriores das futuras professoras com a Matemática influenciam o trabalho que realizam com os seus alunos. As dificuldades que revelam em colocar em prática algumas das suas intenções parecem resultar em grande parte do seu fraco conhecimento matemático, como sobressai nas situações imprevistas que surgem na sala de aula e nos momentos de reflexão sobre a prática. Pelo seu lado, Fidalgo e Ponte (2004) mostram dois casos de formandos que propõem aos alunos tarefas matemáticas não rotineiras, desafiantes e orientadas para a exploração e descoberta. No entanto, os futuros professores não mostram concretizar na prática o que mais valorizam em termos das interacções comunicativas e do uso de novas tecnologias e de materiais manipuláveis, sugerindo que, para além da adesão racional a certas orientações, é necessário que estes cursos se preocupem em dotar os futuros professores da capacidade efectiva de as pôr em prática.

Outros estudos exploram formas de melhorar as práticas de formação inicial. Por exemplo, Ponte e Brunheira (2001) analisam o trabalho realizado numa disciplina frequentada por futuros professores do 3.º ciclo e ensino secundário no ano anterior ao estágio pedagógico, que os levam a identificar aspectos da realidade escolar a observar e questionar, recolher dados, apresentar conjecturas e tirar conclusões. Os autores consideram que isto ajuda os formandos a desenvolverem um discurso profissional e a assumirem uma identidade profissional. Consideram ainda que essas experiências pessoais, vividas na escola favorecem a análise por parte dos futuros professores dos fenómenos relacionados com a prática profissional do ensino da Matemática. Por sua vez, Martins (2004) analisa as potencialidades e limitações do uso de portefólios como instrumentos

de suporte à reflexão na formação inicial de professores de Matemática, mostrando que o uso deste recurso pode ajudar ao desenvolvimento da capacidade de reflexão e favorecer a comunicação entre o estagiário e o supervisor.

Outros estudos, ainda, analisam a fase inicial de inserção dos novos professores. Por exemplo, Serrazina e Oliveira (2002) analisam o modo como os novos professores do 1.º ciclo vivem os primeiros anos de profissão. Consideram que, dada a grande diversidade social dos alunos, é urgente introduzir na formação inicial a análise e discussão de diferentes casos, bem como aspectos referentes às relações escola/família e salientam a importância de que seja dado um apoio efectivo aos novos professores quando entram no sistema. Por sua vez, Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, Menezes, Menino, Pinto, Santos, Varandas, Veia e Viseu (2007) indicam que jovens professores, de diversos níveis de ensino, recém diplomados por instituições de formação inicial tendem a ver a comunicação como um suporte de um ambiente geral que pode favorecer a aprendizagem. No entanto, indicam ser poucos aqueles que identificam a comunicação como um objectivo curricular importante da Matemática e que apontam estratégias consistentes para a promover, tanto na sua vertente oral como na sua vertente escrita e ainda menos são os que apontam a comunicação como um processo fundamental para o desenvolvimento de significados matemáticos por parte dos alunos. Num outro artigo com origem no mesmo projecto, Santos et al. (in press) analisam o conhecimento profissional sobre os alunos de jovens professores e indicam que estes tendem a ter elevadas expectativas sobre o desempenho dos seus alunos. No entanto apontam dificuldades de aprendizagem sobretudo em aspectos de natureza transversal, como a linguagem matemática, o raciocínio e a resolução de problemas. Referenciam a diversidade entre os alunos, que tendem a ver como uma dificuldade para o processo de ensino-aprendizagem. Por outro lado, Oliveira (2004) debruça-se sobre os percursos de identidade do professor de Matemática do 3.º ciclo mostrando que este se vai constituindo através de um processo idiossincrático, complexo e multidimensional, no qual a biografia tem um papel importante. Apresenta os casos de duas professoras com a mesma formação inicial, que ambas valorizam, mas acabam por desenvolver identidades profissionais distintas, em consequência dessa formação ser compreendida e vivida de formas diferentes. A autora indica que a formação inicial pode interpelar significativamente alguns jovens, de formas diversas. Mostra, assim, que o contributo da formação inicial, embora importante, acaba por ser relativizado por numerosos outros factores.

É ainda de referir que as possibilidades e implicações das tecnologias de informação e comunicação na formação de professores de Matemática têm sido objecto de atenção, tanto em termos gerais (Ponte, 2000a), como no que se refere à formação inicial (Ponte, Oliveira & Varandas, 2002) e a programas de formação contínua (Ponte & Santos, 2005). Estes estudos sugerem que tais tecnologias têm de facto grandes potencialidades para a formação de professores, mas são recebidas e apropriadas de forma muito diversa pelos formandos, o que torna particularmente importante o papel do formador.

O percurso das ideias e dos estudos realizados em Portugal sobre formação de professores de Matemática é analisado por Ponte (2005b). Vários artigos de revisão sobre o "estado da arte" em *handbooks* e artigos em livros de referência, sobre o conhecimento e práticas profissionais do professor (Ponte & Chapman, 2006), sobre instrumentos e contextos de desenvolvimento profissional (Ponte, Zaslavsky, Silver, Borba, van den Heuvel-Panhuizen, Gal, Fiorentini, Miskulin, Passos, de La Rocque Palis, Huang & Chapman, in press) e sobre a formação inicial dos professores de Matemática (Ponte & Chapman, in press) ilustram, de algum modo, a dimensão internacional alcançada pelo trabalho realizado neste campo no nosso país.

3. Estudos centrados nas aprendizagens dos alunos. O estudo *Matemática 2001* (APM, 1998) incluía uma vertente sobre o rendimento escolar dos alunos, mostrando uma elevada taxa de insucesso no 3.º ciclo, situação que se viria a revelar ainda mais negativa a partir de 2005 quando se começaram a realizar os exames nacionais de Matemática do 9.º ano. Também no estudo internacional PISA (OCDE, 2004), os resultados dos alunos portugueses (média de 466 pontos) se revelaram bastante insatisfatórios, inferiores à média dos países da OCDE (500), e à média de países como a Espanha (485), os EUA (483), ou a Federação Russa (468). As razões que estão na origem destes resultados colocam um sério desafio aos investigadores em educação matemática portugueses.

Nos estudos realizados em Portugal com foco nas aprendizagens dos alunos podemos reconhecer três grandes tendências. Num primeiro grupo temos estudos de inspiração cognitivista, sociocultural ou antropológica. Assim, por exemplo, Carreira (1998) elaborou modelo teórico semiótico, baseado no triângulo semiótico de Peirce, que se mostrou útil na compreensão dos processos de metaforização envolvidos na resolução de problemas aplicados por alunos do 1.º ano do ensino superior. A autora mostra como tais processos de metaforização podem ser vistos como determinantes na produ-

ção de significado para modelos e conceitos matemáticos. Núñez, Edwards e Matos (1999) discutem a aprendizagem e a cognição como fenómenos situados e dependentes do contexto na perspectiva da cognição incorporada (*embodied cognition*). Na sua perspectiva, o facto da cognição ser dependente do corpo sugere uma reconceptualização da cognição e da Matemática, tese que ilustram com uma discussão sobre a noção de função contínua. Usando metáforas conceptuais os autores mostram como a cognição incorporada fornece uma base para o carácter situado do conhecimento e é útil na análise das dificuldades conceptuais envolvendo a compreensão da continuidade. Num outro artigo de índole teórica, Matos (2000), discute igualmente uma perspectiva situada da aprendizagem, com base na noção de comunidade de prática, tendo em vista a análise da prática escolar em Matemática. Pelo seu lado, Rodrigues (2000) analisa a importância das interacções sociais na aprendizagem da Matemática por alunos do 2.º ciclo e Fernandes (2000) mostra a importância da apropriação de artefactos na Matemática escolar, nomeadamente para a compreensão matemática de alunos do 3.º ciclo. Centrando a sua atenção no exterior da escola, Moreira (2003) analisa a Matemática na educação familiar em grupos domésticos de baixa escolaridade e conclui que a instituição escolar deverá assumir formas de interacção com os grupos sociais que permitam dialogar sobre novas práticas e mudanças pedagógicas bem como sobre os novos tópicos do conhecimento matemático.

Um segundo grupo de estudos foca-se na aprendizagem da Matemática de temas específicos. Destes, alguns dizem respeito à aprendizagem dos Números. É o caso do estudo de Valério (2005), que mostra que os alunos do 3.º ano de escolaridade utilizam representações próprias, nomeadamente elementos icónicos e esquemas, na resolução de situações problemáticas, indicando igualmente que a construção de representações e a sua formalização com compreensão evidencia as influências do professor, dos restantes alunos e de aprendizagens anteriores. Por outro lado, Monteiro e Pinto (2006) utilizam elementos teóricos e empíricos para analisar a aprendizagem dos números racionais, nomeadamente as dificuldades com que os alunos se deparam na sua compreensão das fracções, os diferentes tipos de unidades, e a sua passagem de estratégias informais para estratégias formais na resolução de problemas.

Ainda centrado na aprendizagem da Matemática de conceitos específicos, encontramos também diversos trabalhos dedicados às Probabilidades e à Estatística. É o caso do artigo de Brocardo e Mendes (2000) que analisa os processos usados por um aluno de 7.° ano na resolução de tarefas estatísticas. As autoras concluem que várias das

estratégias do aluno correspondem ao uso de um conjunto de procedimentos que prevalecem após o trabalho em torno do tema Estatística. Identificam, ainda, a tendência para compreender instrumentalmente vários conceitos estatísticos e a dificuldade em analisar, interpretar e comunicar informação. Pelo seu lado, Fernandes (2001) estuda as intuições probabilísticas em alunos dos 8.º e 11.º anos. Os resultados revelaram que os alunos de ambos os anos possuem intuições correctas na classificação de acontecimentos em certos, possíveis e impossíveis. Além disso, possuem intuições mais limitadas e primitivas sobre probabilidades em experiências compostas do que em experiências simples. Os alunos do 8.º ano indicaram as suas respostas com maior confiança do que os do 11.º ano. Os alunos de ambos os anos depositaram maior confiança nas respostas correctas do que nas erradas e a confiança nas respostas correctas é maior nos alunos com melhor desempenho em Matemática. Finalmente, Carvalho e Fernandes (2005), tendo por base uma revisão das teorias psicológicas, analisam o modo como o conceito de probabilidade evolui nos alunos, procurando retirar daí implicações para a sala de aula.

Mais recentemente, começaram a surgir estudos centrados na aprendizagem da Álgebra que mostram como uma abordagem exploratória, incluindo tarefas que promovem o estudo de padrões e regularidades numéricas ou pictóricas, pode constituir uma via importante para o desenvolvimento do pensamento proporcional e a compreensão da noção de variável e da linguagem algébrica por parte dos alunos (Branco & Ponte, in press; Matos & Ponte, 2008; Silvestre & Ponte, 2008). Outros estudos ilustram a grande evolução tem existido no ensino deste tópico no último século (Ponte, 2004b).

Num terceiro grupo, temos diversos estudos que se preocupam sobretudo com a aprendizagem quando o ensino é realizado numa perspectiva inovadora. Por exemplo, Segurado e Ponte (1998) apresentam o caso de um aluno do 6.º ano cujas concepções sobre a Matemática e cujos modos de trabalho são fortemente influenciados pelas suas experiências de trabalho investigativo. Rocha e Ponte (2006) apresentam os casos de dois alunos do 3.º ciclo que também mostram um envolvimento muito significativo em tarefas de investigação realizadas na sala de aula, com reflexos positivos na sua aprendizagem e na sua visão da Matemática. Noutro estudo, Jesus e Serrazina (2005) analisam o modo como actividades de natureza investigativa podem ser inseridas nas práticas escolares nos primeiros anos de escolaridade, promovendo o desenvolvimento nos alunos de capacidades como o raciocínio e a comunicação, e permitindo-lhes aprofundar conhecimentos anteriormente estudados e apropriarem-se de novos conceitos. Pereira e

Saraiva (2005), pelo seu lado, mostram como estas tarefas de investigação podem desempenhar um papel importante no ensino secundário, no ensino-aprendizagem das sucessões, promovendo nos alunos a compreensão que existem diversas estratégias para resolver uma dada questão e levando-os a estabelecerem conexões matemáticas.

Félix (2005) estuda o papel da expressão plástica na aprendizagem da Matemática de alunos do 1.º ano, evidenciando a diversidade de conceitos matemáticos identificados pelos próprios alunos, sendo as figuras geométricas e as linhas rectas e curvas elementos predominantes nas suas composições. César (2000) descreve os resultados de um projecto, concretizado do 5.º ao 12.º ano, cujo objectivo era promover as interacções entre pares na sala de aula de Matemática para desenvolver a autoestima dos alunos, promover uma atitude mais positiva face à Matemática, facilitar o seu desenvolvimento sociocognitivo e atingir sucesso escolar nesta disciplina. Os resultados mostram que é possível concretizar esta abordagem na sala de aula desde que se efectuem diversas mudanças no contrato didáctico. Numa investigação realizada nesta perspectiva, Carvalho e César (2001) analisam o modo como os alunos resolvem problemas envolvendo os conceitos de média e mediana. A análise das respostas de 136 díades a uma tarefa de Estatística revela que a maioria dos alunos não apresenta dificuldades no cálculo da média e da mediana. Contudo, uma análise de tipo qualitativo mostra que os argumentos que os alunos utilizam situam-se em níveis diferentes de compreensão destes dois conceitos, estando a média mais frequentemente associada a um conhecimento relacional do que a mediana. Pelo seu lado, Rocha (2003) analisa a utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica nas aulas de Matemática. Os resultados sugerem que os alunos possuem um conhecimento superficial sobre a calculadora que, de resto, não valorizam. Usam-na essencialmente para traçar gráficos e resolver equações e inequações, com reduzido aproveitamento das potencialidades da tecnologia. A sua grande dificuldade é a interpretação da informação veiculada pela máquina.

4. Outros estudos. Alguns estudos e trabalhos não se enquadram facilmente nas categorias anteriores, mas merecem aqui referência. Alguns deles constituem reflexões teóricas no campo do desenvolvimento curricular. É o caso do artigo de Abrantes (2001), que apresenta e fundamenta uma proposta curricular para o ensino básico centrada nas noções de competência e de Matemática para todos. De registar, também, os artigos de Guimarães (2005), que passa em revista alguns dos marcos que, na sua perspectiva, a orientação curricular da resolução de problemas percorreu em Portugal, Matos (2005), que discute os pressupostos do currículo de Matemática numa perspecti-

va crítica, e Serrazina e Oliveira (2005), que analisam diversas perspectivas sobre a literacia matemática e discutem a sua relação com a noção de competência matemática. Mais focados sobre o papel do professor no desenvolvimento curricular, são igualmente de referir os artigos de Canavarro e Ponte (2005) e Ponte (2005c). Ainda sobre desenvolvimento curricular, outros artigos compararam currículos de vários países, como Ponte e Fonseca (2001) no que se refere ao ensino da Estatística, concluindo que o programa português é dos mais fracos neste domínio, e Ponte, Boavida, Canavarro, Guimarães, Oliveira, Guimarães, Brocardo, Santos, Serrazina e Saraiva (2006), que analisam os programas de Matemática de diversos países europeus, terminando com um conjunto de recomendações para a mudança curricular em Portugal. Evocando o trabalho de Paulo Abrantes, Carreira (2005) analisa o papel das aplicações e da modelação na Matemática escolar, em relação com o ambiente de trabalho na sala de aula e os processos de aprendizagem. Outros estudos debruçam-se sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos, como é o caso dos trabalhos de Santos (2003, 2005), que analisam como a avaliação surge em diversos documentos orientadores em Portugal e nas práticas profissionais. Esta análise evidencia diferentes conceitos de avaliação, acompanhando as grandes tendências nesta área, muito embora a evolução das suas formas e dos instrumentos seja marcada pela diversidade. Finalmente, é ainda de referir que recentemente tem vindo a assistir-se a um interesse crescente pelos estudos sobre a história do ensino da Matemática, que se espera que assuma expressão visível muito em breve em nas revistas científicas de educação matemática.

Balanço e perspectivas

Não se deve perder de vista que a educação matemática em Portugal constitui uma pequena comunidade de investigação, com cerca de 30 investigadores doutorados e outros tantos doutorandos que se organiza sobretudo em torno de três elementos: os grupos de investigação indicados no início deste artigo, a revista de investigação *Quadrante* e os encontros anuais de investigação SIEM e EIEM. Dos grupos investigação já falei no início deste artigo e da *Quadrante* vieram a maior parte das referências feitas na secção anterior. Resta assim falar dos encontros e dos grupos que os organizam.

O GTI inclui professores e investigadores interessados na relação entre a investigação e a prática. Esta organização tem um grupo de estudos envolvendo professores e investigadores, que deu origem a dois livros (GTI, 2002, 2005) e está presentemente a

ultimar o terceiro (GTI, in press). É o GTI que organiza o SIEM (no Outono), com cerca de 100-150 participantes. Trata-se de um encontro com carácter generalista, habitualmente com um ou mais conferencistas internacionais. Por sua vez, a Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação tem uma secção de Educação Matemática (SEM-SPCE) e organiza um encontro anual temático (na Primavera), usualmente com cerca de 100-120 participantes. Temas recentes incluem: Avaliação em Matemática (2007); Currículo e Desenvolvimento Curricular em Matemática (2006); Números e Álgebra no Currículo Escolar (2005); História do Ensino da Matemática (2004); A Formação Matemática do Professor (2003).[4] Este grupo convidou a APM e a SPM (a Sociedade Portuguesa de Matemática) para produzir um estudo conjunto sobre a formação matemática do professor, cuja versão final viria a ser apenas subscrita pela SEM-SPCE e APM (Albuquerque, Veloso, Rocha, Santos, Serrazina & Nápoles, 2006). Existe também uma Rede Intercentros de Didáctica da Matemática com cerca de 40 investigadores e doutorandos de todo o país e que realiza encontros informais para discutir investigações em curso.

Procurando caracterizar a investigação em educação matemática em Portugal, podemos dizer que ela se distingue sobretudo por três ideias fortes, a primeira das quais diz respeito à perspectiva curricular, a segunda ao foco ou objecto de estudo e a última aos aspectos teóricos e às metodologias de investigação.

1. *Assumir uma perspectiva curricular inovadora.* Desde o seu início que a educação matemática em Portugal colocou no primeiro plano as questões de ordem curricular. O nascimento da investigação em educação matemática em Portugal (em simultâneo com a criação da APM e o desenvolvimento do movimento profissional dos professores) incluiu a crítica aos programas e práticas de ensino herdados do passado, na nossa peculiar combinação de Matemática moderna e Matemática tradicional, e na afirmação de uma perspectiva curricular inovadora, fortemente inspirada nas propostas do NCTM (1980, 1989), na perspectiva da resolução de problemas de Pólya (1945), na ideia de "experiência matemática" de Davis e Hersh (1980/1995) e na aprendizagem realística de Freudenthal (1973), e vigorosamente sintetizada no documento APM (1988). Ideias como o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, o uso da Matemática em situações contextualizadas, a valorização do espírito crítico e da autonomia dos alunos têm estado sempre presentes no trabalho realizado no nosso país levando a enfa-

[4] Oradores convidados para este encontro incluem: Kenneth Ruthven, Martin Socas, Christine Keitel, Candia Morgan, Teresa Assude, José Carrillo, Abraham Arcavi, Bernardo Gómez, Gerd Schubring, Pablo Flores, Ole Skovsmose, John Olive, Mike Askew, Jeremy Kilpatrick, Koeno Gravemeijer, Joaquin Giménez, Collete Laborde, Mariolina Bartolini Bussi, Konrad Krainer, Frank Lester e Margaret Brown.

tizar tarefas como as actividades de investigação e exploração, o uso da tecnologia, o trabalho de grupo, a comunicação escrita e a discussão colectiva na sala de aula.

2. *Prioridade a temas de grande relevância prática mas também de grande alcance social, profissional e político*. Os estudos sobre o professor, envolvendo aspectos como o conhecimento profissional, a formação, o desenvolvimento e a identidade profissional do professor de Matemática ajudaram a perspectivar de uma forma muito clara a complexidade do seu papel profissional e dos seus processos de formação. Na educação matemática portuguesa o professor é visto como um actor educativo autónomo com um conhecimento e uma identidade próprias, com o qual há que trabalhar e aprender. Muito do que já se sabe neste domínio tem sido reintroduzido com êxito na formação inicial e contínua dos professores. Os estudos sobre a aprendizagem dos alunos em domínios específicos, com ênfase para os Números, a Estatística e as Probabilidades e, mais recentemente, a Álgebra, deram já origem à produção de importantes materiais para o professor (sobretudo no caso dos Números) e permitiram a incorporação de muitas ideias importantes no novo *Programa de Matemática* de 2007 (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Martins, Menezes, Oliveira & Sousa, 2007) e nas práticas de formação inicial (Ponte, Guerreiro et al., 2007) e contínua (Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela, & Saramago, 2005).

3. *Atenção aos aspectos teóricos e metodológicos*. A investigação em educação matemática em Portugal tem por base sobretudo a tradição de investigação anglo-saxónica, em que se formaram a maior parte dos seus elementos fundadores. Esta tradição de investigação assume a importância da conceptualização teórica dos estudos e da atenção aos aspectos metodológicos, procurando equilibrar rigor e relevância (Guimarães, 2000; Ponte, 2000b). Partindo de uma forte crítica ao positivismo, assumido ou encapotado, esta investigação tem-se desenvolvido sobretudo através de metodologias qualitativas, numa vertente interpretativa, usando *designs* de investigação variados como os estudos de caso (Matos & Carreira, 1994; Ponte, 2006), os estudos colaborativos, as experiências de ensino e de formação e as investigações dos actores educativos sobre a própria prática profissional (Ponte, 2002, 2004a, 2005a; Ponte & Serrazina, 2003).

As características marcantes da investigação em educação matemática como campo académico têm muito a ver com a sua relação com os campos das práticas sociais (em especial na sua vertente profissional) e da formação de professores. Na verdade, o desenvolvimento da educação matemática como campo académico em Portugal

esteve muito dependente da constituição da educação matemática como campo de formação. Foi a partir da constituição deste último, na década de 80, com a estabilização do corpo docente nas universidades (que fazem formação de professores de Matemática para o 3. º ciclo e ensino secundário) e a criação das escolas superiores de educação (responsáveis pela formação de professores de Matemática para os 1. º e 2.º ciclos do ensino básico), e com a criação do primeiro mestrado em educação na FCUL, em 1985, que se criaram os primeiros grupos de investigação. Ainda hoje, os investigadores são igualmente formadores de professores ou mesmo professores. Não existe em Portugal, presentemente, o perfil de investigador *full-time* no campo da educação matemática (a não ser um ou outro raro bolseiro de doutoramento) e isso marca de forma muito forte toda a investigação que se faz no nosso país.

É também importante referir que a maior parte (para não dizer a totalidade) dos investigadores em educação matemática portugueses começaram por ser professores no ensino básico e secundário, alguns por um período de tempo considerável. Isso explica, pelo menos em parte, a grande simbiose que existe entre investigadores e professores, e que se traduz pela forte presença de professores nos encontros de investigação e pela existência de frequentes projectos colaborativos envolvendo investigadores e professores. Esta proximidade ajudou certamente a investigação em educação matemática portuguesa a perspectivar o estudo do conhecimento profissional do professor a partir das práticas profissionais e não a partir de teorias externas, que (inevitavelmente) se revelam desadequadas das situações de prática.

Os investigadores em educação matemática portugueses têm tido, igualmente, uma interacção muito intensa com outras áreas científicas dentro da Educação/Ciências da Educação, chegando a ocupar lugares de responsabilidade na respectiva sociedade científica.[5] Deste modo, o trabalho realizado na educação matemática em Portugal é amplamente reconhecido pela comunidade mais alargada de investigação em educação. Além disso, os investigadores portugueses têm sabido criar oportunidades de interacção e colaboração com as autoridades educativas. Alguns deles desempenharam mesmo cargos de grande responsabilidade política.[6] Outros têm desenvolvido estudos e projectos em alguns casos de grande alcance para o ensino da Matemática, de que merece particular referência a elaboração de um novo programa de Matemática para o ensino básí-

[5] João Pedro da Ponte, na Direcção, José Manuel Matos na Mesa da Assembleia Geral.
[6] Domingos Fernandes foi Secretário de Estado da Educação, Paulo Abrantes foi Director-Geral da Educação Básica, Joana Brocardo é actualmente Subdirectora-Geral da Educação Básica.

co (Ponte, Serrazina et al., 2007) bem como a concepção e condução de um programa nacional de formação contínua de professores dos 1.º e 2.º ciclos no campo da Matemática (Serrazina, 2005; Serrazina et al., 2005).

Este quadro de realizações e sucessos não significa que não existam diversos problemas na educação matemática em Portugal, tanto de ordem externa como de ordem interna. O principal problema de ordem externa é a oposição do movimento do tipo *back to basics*, que pretende voltar atrás no ensino da Matemática, defendendo abertamente a aprendizagem por memorização e sem compreensão e colocando a ênfase no treino de algoritmos e de técnicas repetitivas. Este movimento, que tem conseguido ter eco na comunicação social e influencia alguns meios intelectuais e políticos, elegeu os investigadores em educação matemática como o seu principal alvo, afirmando que os problemas nas aprendizagens dos alunos resultam sobretudo das teorias "românticas" e desajustadas que os investigadores/formadores transmitem aos professores tanto na formação inicial, como na contínua. Entre os problemas de ordem interna é de referir alguma fragilidade organizativa da comunidade de investigação. Tendo duas organizações que promovem encontros e outras iniciativas, o GTI da APM e a SEM da SPCE, e ainda uma Rede Intercentros, a verdade é que nenhuma destas organizações é verdadeiramente representativa da comunidade de investigação da educação matemática portuguesa, que acaba assim por ter algum défice organizativo.

Enfim, mais do que enumerar problemas, importa aqui apontar algumas perspectivas fundamentais no caminho da investigação em educação matemática em Portugal. É com isso que termino este artigo.

1. *Renovação*, que passa pela formação de novos investigadores e possivelmente pela promoção de um novo perfil de investigador, o professor-investigador. Perante a rigidez dos quadros das instituições de ensino superior, poderá estar aqui um importante campo de desenvolvimento de uma nova geração de investigadores da educação matemática portuguesa.

2. *Internacionalização*, que passa pelo estímulo não só à participação em encontros, mas também ao estabelecimento de redes e à participação em projectos comuns com investigadores de outros países trabalhando em áreas afins. Têm existido colaborações importantes de investigadores portugueses com investigadores brasileiros, americanos, canadianos e de vários outros países europeus. Em particular, existe já alguma tradição de colaboração entre grupos portugueses e espanhóis (particularmente das Uni-

versidades de Lisboa e Granada, Lisboa e Barcelona e também Nova de Lisboa e Salamanca) que seria desejável ver aprofundada.

3. *Valorização da revista Quadrante e dos encontros científicos*. A investigação em educação matemática em Portugal necessita, a meu ver, de reforçar as suas práticas de debate científico. Nos encontros de investigação, é talvez a altura de pôr em prática critérios de selecção mais exigentes relativamente às comunicações (distinguindo, por exemplo entre comunicações e *posters*). Por outro lado, a revista de investigação *Quadrante* deveria ter muito mais visibilidade, quer internamente, quer entre os investigadores internacionais de língua portuguesa e castelhana.

4. *Melhor organização*, com a constituição de uma organização verdadeiramente representativa dos investigadores portugueses, capaz de assumir publicamente a defesa da comunidade e de aprofundar o diálogo com os diversos actores sociais e institucionais interessados no ensino da Matemática, mantendo, naturalmente, uma relação privilegiada com os professores desta disciplina.

A investigação em educação matemática em Portugal, em pouco mais de vinte anos, fez certamente um percurso notável. Começando praticamente do zero, foi capaz de transformar conhecimento produzido internacionalmente em conhecimento útil para o nosso país e de produzir novo conhecimento de grande relevância tendo em vista as nossas realidades e problemas. Assume-se como uma força social com efectivo poder transformador. No entanto, embora as realizações sejam já muito importantes, a verdade é que há ainda muito por fazer. Desafio que, com toda a certeza, honraremos com a nossa determinação de sempre.

Agradecimento

Agradeço os comentários e sugestões feitos por diversos colegas, nomeadamente Ana Matos, Ana Paula Canavarro, Cláudia Nunes, Leonor Santos, Márcia Cyrino e Neusa Branco.

Referências

Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics, 47,* 127-143.

Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2006). *A Matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: APM e SPCE.

APM (1988). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.

APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

Boavida, A. (2006). Colaborando a propósito da argumentação na aula de Matemática. *Quadrante, 15*(1-2), 65-94.

Branco, N., & Ponte, J. P. (In press). Das regularidades às equações: Uma proposta pedagógica para a aprendizagem da Álgebra. *Teoria e Prática da Educação*.

Brocardo, J., & Mendes, F. (2002). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante, 10*(1), 33-58.

Canavarro, A. P. (2005). O currículo do ensino básico em Matemática em Portugal: Caminhos e encruzilhadas. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 43-68). Lisboa: APM.

Canavarro, A. P., & Ponte, J. P. (2005). O papel do professor no currículo de Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 63-89). Lisboa: APM.

Carreira, S. (1998). Do triângulo ao trapézio semiótico: Uma análise do pensamento metafórico em problemas de aplicação da matemática. *Quadrante, 7*(1), 44-54.

Carreira, S. (2005). Ecos de Amsterdão: O ambiente de aprendizagem e o potencial da relação entre a Matemática e as situações do mundo real. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 121-138). Lisboa: APM.

Carvalho, C., & César, M. (2001). Interacções entre pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. *Quadrante, 10*(1), 3-32.

Carvalho, C., & Fernandes, J. A. (2005). Revisitando o conceito de probabilidade com um olhar da psicologia. *Quadrante, 14*(2), 71-88.

César, M. (2000). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 5-46). Lisboa: SEM-SPCE.

Davis, P., & Hersh, R. (1980/1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

Delgado, C., & Ponte, J. P. (2004). A reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de três futuras professoras do 1º ciclo do ensino básico. *Quadrante, 13*(1), 31-61.

Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.

Félix, S. (2005). A Matemática na expressão plástica. *Quadrante, 14*(1), 67-88.

Fernandes, E. (2000). Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: A apropriação de artefactos na Matemática escolar. *Quadrante, 9*(1), 59-86.

Fernandes, J. A. (2001). Intuições probabilísticas em alunos do 8.º e 11.º anos de escolaridade. *Quadrante, 10*(2), 3-32.

Ferreira, R. A. T., & Rich, B. S. (2001). Integrating history of mathematics into the mathematics classroom *Quadrante, 10*(2), 67-96.

Fidalgo, A., & Ponte, J. P. (2004). Concepções, práticas e reflexão de futuros professores do 1º ciclo do ensino básico sobre o ensino da Matemática. *Quadrante, 13*(1), 5-29.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrech: Reidel.

Gomes, A., & Ralha, E. (2005). O conceito de ângulo: Experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. *Quadrante, 14*(1), 109-132.

Graça, M. (2003). Avaliação da resolução de problemas: Que relação entre as concepções e as práticas lectivas dos professores? *Quadrante, 12*(1), 53-73.

GTI (Ed.). (2002). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.

GTI (Ed.). (2005). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.

Guimarães, F. (1999). O conteúdo do conhecimento profissional de duas professoras de Matemática. *Quadrante, 8*(1-2), 5-32.

Guimarães, F. (2006). Como se pensa hoje o desenvolvimento do professor? *Quadrante, 15*(1-2), 169-193.

Guimarães, H. M. (2000). Investigação em educação matemática: O que é, e que critérios para a sua apreciação. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 275-279). Lisboa: SEM-SPCE.

Guimarães, H. M. (2005). A resolução de problemas no ensino da Matemática: Alguns passos do seu percurso no discurso curricular em Portugal. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 275-279). Lisboa: APM.

Jesus, A. M., & Serrazina, L. (2005). Actividades de natureza investigativa nos primeiros anos de escolaridade. *Quadrante, 14*(1), 3-35.

Matos, A., & Ponte, J. P. (2008). O estudo de relações funcionais e o desenvolvimento do conceito de variável em alunos do 8.º ano. *RELIME, 11*(2), 195-231.

Matos, J. F. (2000). Aprendizagem e prática social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem Matemática escolar. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 65-94). Lisboa: SEM-SPCE.

Matos, J. F. (2005). Matemática, educação e desenvolvimento social: Questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em Matemática. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 69-81). Lisboa: APM.

Matos, J. F., & Carreira, S. (1994). Estudos de caso em educação matemática: Problemas actuais. *Quadrante, 3*(1), 19-53.

Martins, C. (2004). O uso de *portfolios* na formação inicial de professores de Matemática. *Quadrante, 13*(1), 63-89.

Menezes, L., & Ponte, J. P. (2006). Da reflexão à investigação: Percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática. *Quadrante, 15*(1-2), 3-32.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2006). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante, 14*(1), 89-108.

Moreira, D. (2003). A Matemática na educação familiar: Memórias escolares, ideias sobre a Matemática e relação educativa em grupos domésticos de baixa escolaridade. *Quadrante, 12*(2), 3-24.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (1980). *An agenda for action*. Reston, VA: NCTM.

Núñez, R., Edwards, L. D., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as a grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1-3).

OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. Paris: OCDE.

Oliveira, H. (1998). Vivências de duas professoras com as actividades de investigação. *Quadrante, 7*(2), 71-98.

Oliveira, H. (2004). Percursos de identidade do professor de Matemática: O contributo da formação inicial. *Quadrante, 13*(1), 115-145.

Pereira, M., & Saraiva, M. J. (2005). A integração de tarefas de investigação no ensino e na aprendizagem das sucessões. *Quadrante, 14*(2), 43-69.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (1993). A educação matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante, 2*(2), 95-126.

Ponte, J. P. (2000a). Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios? *Revista Ibero-Americana de Educación, 24*, 63-90.

Ponte, J. P. (2000b). A investigação em Didáctica da Matemática pode ser (mais) relevante? In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 327-336). Lisboa: SEM-SPCE.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2004a). Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. *Educar em Revista, 24*, 37-66.

Ponte, J. P. (2004b). As equações nos manuais escolares. *Revista Brasileira de História da Matemática, 4*(8), 149-170.

Ponte, J. P. (2005a). O interaccionismo simbólico e a pesquisa sobre a nossa própria prática. *Revista Pesquisa Qualitativa, 1*, 107-134.

Ponte, J. P. (2005b). A formação do professor de Matemática: Passado, presente e futuro. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 267-284). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2005c). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *BOLEMA, 25*, 105-132.

Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM, 39*(5-6), 419-430.

Ponte, J. P., Boavida, A. M., Canavarro, A. P., Guimarães, F., Oliveira, H., Guimarães, H. M., Brocardo, J., Santos, L., Serrazina, L., & Saraiva, M. (2006). *Programas de Matemática no 3.º ciclo do ensino básico: Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal*. Lisboa: Centro de Investigação em Educação.

Ponte, J. P., & Brunheira, L. (2001). Analysing practice in preservice mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development, 3*, 16-27.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of*

mathematics education: Past, present and future (pp. 461-494). Roterdham: Sense.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (in press). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 225-263). Mahwah; NJ: Lawrence Erlbaum.

Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante, 10*(1), 93-132.

Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu, L. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação, 20*(2), 39-74.

Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante, 7*(2), 41-70.

Ponte, J. P., Oliveira, H., & Varandas, J. M. (2002). Development of pre-service mathematics teachers' professional knowledge and identity working with information and communication technology. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(2), 93-115.

Ponte, J. P., & Santos, L. (2005). A distance in-service teacher education setting focused on mathematics investigations: The role of reflection and collaboration. *Interactive Educational Multimedia, 11, 1-22*. (retirado de http://www.ub.es/multimedia/iem/ em 21.Fev.2006)

Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante, 7*(1), 3-33.

Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2003). Professores e formadores investigam a sua própria prática. *Zetetiké, 11*(20), 51-84.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). As práticas dos professores de Matemática em Portugal. *Educação e Matemática, 80*, 8-12.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Martins, M. E. G., Menezes, L., Oliveira, P., Sousa, H. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. (Retirado da Internet).

Ponte, J. P., Zaslavsky, O., Silver, E., Borba, M. C., van den Heuvel-Panhuizen, M., Gal, H., Fiorentini, D., Miskulin, R., Passos, C., de La Rocque Palis, G., Huang, R., Chapman, O. (in press). Tools and settings supporting mathematics teachers' learning in and from practice. In D. Ball & R. Even (Eds.), *ICMI 15 STUDY, STRAND II, Chapter 3*.

Ribeiro, M. J. B., & Ponte, J. P. (2000). A formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores de Matemática. *Quadrante, 9*(2), 3-26.

Rocha, A., & Ponte, J. P. (2006). Aprender Matemática investigando. *Zetetiké, 14*(26), 29-54.

Rocha, H. (2002). A utilização que os alunos fazem da calculadora gráfica nas aulas de Matemática. *Quadrante, 11*(2), 3-28.

Rodrigues, M. (2000). Interacções sociais na aprendizagem da Matemática. *Quadrante, 9*(1), 3-48.

Santos, E. (2000). O computador e o professor: Um contributo para o conhecimento das culturas profissionais dos professores. *Quadrante, 9*(2), 55-81.

Santos, L. (2003). A avaliação em documentos orientadores para o ensino da Matemática: Uma análise sucinta *Quadrante, 12*(1), 7-20.

Santos, L. (2005). A avaliação das aprendizagens em Matemática: Um olhar sobre o seu percurso. In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 169-187). Lisboa: APM.

Santos, L., Moreira, D., Menezes, L., Oliveira, I., Ponte, J. P. d., Martins, C., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Pinto, H., Menino, H., Varandas, J. M., Veia, L., Viseu, F. (in press). Conhecimento profissional do jovem professor de Matemática sobre os alunos. *Revista de Educação*.

Santos, L., & Ponte, J. P. (2002). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. *Quadrante, 11*(2), 29-54.

Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante, 12*(2), 25-52.

Segurado, I., & Ponte, J. P. (1998). Concepções sobre a Matemática e trabalho investigativo. *Quadrante, 7*(2), 5-40.

Serrazina, M. L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. *Quadrante, 8*(1-2), 139-168.

Serrazina, L. (2005). A formação para o ensino da Matemática nos primeiros anos: Que perspectivas? In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 305-324). Lisboa: APM.

Serrazina, M. L., Canavarro, A. P., Guerreiro, A., Rocha, I., Portela, J., & Saramago, M. J. (2005). *Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º ciclo*. Documento não publicado.

Serrazina, M. L., & Oliveira, I. (2002). Novos professores: Primeiros anos de profissão. *Quadrante, 11*(2), 55-73.

Serrazina, M. L., & Oliveira, I. (2005). O currículo de Matemática do ensino básico sob o olhar da competência matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 35-62). Lisboa: APM.

Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Aldershot Hants: Avebury.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Silvestre, A. I., & Ponte, J. P. (2008). Tarefas de investigação e novas tecnologias no ensino da proporcionalidade. *Educação e Cultura Contemporânea, 5*(10).

Sousa, M. V., & Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de professores estagiários de Matemática e sua relação com a formação inicial. *Quadrante, 13*(1), 91-144.

Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º ano. *Quadrante, 14*(1), 37-66.