



LISBON  
SCHOOL OF  
ECONOMICS &  
MANAGEMENT  
UNIVERSIDADE DE LISBOA

**MESTRADO**  
**DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
**DISSERTAÇÃO**

**APLICAÇÃO DA LEI DE BENFORD PARA O  
CONTROLO DAS DEMONSTRAÇÕES  
FINANCEIRAS DE ENTIDADES BANCÁRIAS**

**ANA RITA GENEROSO PRUDÊNCIO**

**OUTUBRO - 2015**

**MESTRADO EM**  
DECISÃO ECONÓMICA E EMPRESARIAL

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
DISSERTAÇÃO

APLICAÇÃO DA LEI DE BENFORD PARA O  
CONTROLO DAS DEMONSTRAÇÕES  
FINANCEIRAS DE ENTIDADES BANCÁRIAS

ANA RITA GENEROSO PRUDÊNCIO

**ORIENTAÇÃO:**

PROF.º DOUTOR JOÃO AFONSO BASTOS

OUTUBRO - 2015

- *Ao Tomás*

*«A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém  
ainda pensou sobre aquilo que todo o mundo vê» - Arthur Schopenhauer*

## AGRADECIMENTOS

---

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, me ajudaram na realização deste trabalho de investigação e que, por conseguinte, facilitaram o alcance dos objectivos a que me propus, deixo aqui o meu mais profundo agradecimento.

Inicialmente, gostaria de agradecer ao meu orientador, *Prof.º Doutor João Afonso Bastos*, por toda a disponibilidade e compreensão prestada e, também, por todo o conhecimento partilhado, que contribuiu de uma forma preciosa para a realização desta dissertação.

Às *coordenadoras do Mestrado* em Decisão Económica e Empresarial, que demonstraram confiança e apoio desde do início desta etapa. O meu mais sincero agradecimento.

Aos meus amigos, que por muitas vezes demonstrei falta de paciência, má disposição e alguma impertinência, agradeço o facto de nunca terem desistido de me apoiar. À *Mariana*, à *Sofia* e à *Mafalda* um agradecimento especial, por sempre acreditarem em mim e por terem me terem ajudado quando mais precisei. Muito Obrigada!

Aos meus pais, que possibilitaram que este desafio se concretizasse com sucesso e, acima de tudo, agradecer por todo o carinho e apoio que me deram constantemente.

Ao meu sobrinho, *Tomás*, porque apesar da sua tenra idade, conseguiu dar-me a força necessária para acabar esta etapa da minha vida. A ele, dedico este trabalho.

## RESUMO

---

A fraude é um problema que existe desde que foram criadas as primeiras organizações. Este problema, quando praticado em pequena escala, pode passar muitas vezes despercebido aos auditores. Mas, por outro lado, quando realizado em grandes proporções, pode até levar à falência de grandes organizações.

Este trabalho expõe a utilidade do uso da Lei de Benford no sistema de controlo das demonstrações financeiras das organizações. Assim, foram analisadas as demonstrações financeiras de algumas entidades bancárias com o auxílio desta mesma lei.

A Lei de Benford pode ser considerada uma mais valia, devido à relação custo/benefício, ou seja, ao facto de apresentar baixos custos e conseguir analisar um grande grupo de dados de forma simples e eficaz.

Desta forma, este trabalho pretende mostrar que a Lei de Benford pode ser uma ferramenta fulcral para a prevenção e detecção de fraude, ou simplesmente para a identificação de erro humano nas contas das empresas.

**Palavras chave:** Fraude, Lei de Benford, Demonstrações Financeiras

## ABSTRACT

---

Fraud is a problem that has existed since the first organizations were created. This problem, when practiced on a small scale can often go unnoticed by the auditors. On the other hand, when carried out on a large scale, it can even lead to the failure of large organizations.

This paper exposes the usefulness of Benford's Law in the control system of the financial statements of organizations. The financial statements of banks were analyzed with the help of this law.

Benford 's Law can be considered an asset , because of the cost / benefit ratio , so it has low costs and is able to analyze a large group of data simply and effectively .

Thus, this text aims to show that Benford's Law can be a key tool for the prevention and detection of fraud, or simply for identifying human error in company accounts.

**Keywords:** Fraud, Benford's Law, Financial Statements

# ÍNDICE

---

Agradecimentos .....	i
Resumo.....	ii
Abstract.....	iii
Índice de tabelas .....	vi
Índice de figuras .....	vii
CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO .....	1
Contexto do caso de estudo .....	1
Objetivos do estudo .....	1
Estrutura da dissertação .....	2
CAPÍTULO II: ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....	3
Lei de Benford.....	3
Lei de Benford na Auditoria.....	7
Testes Estatísticos .....	11
CAPÍTULO III: DADOS E HIPÓTESES A TESTAR .....	15
Dados.....	15
Hipóteses a Testar .....	15
CAPÍTULO IV: ESTUDO DE CASO .....	18
Banco Espírito Santo (BES).....	18
Banco Comercial Português – Millennium BCP .....	23

Banco Português de Investimento (BPI) .....	27
CAPÍTULO V: CONCLUSÃO .....	33
Considerações finais.....	33
Limitações .....	34
Trabalho futuro.....	34
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	36
ANEXOS .....	39
Anexo 1 - <i>BES</i> .....	39
Anexo 2 – <i>Millennium BCP</i> .....	40
Anexo 3 - <i>BPI</i> .....	42

## ÍNDICE DE TABELAS

---

Tabela I: Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford.....	4
Tabela II: Frequência esperada dos segundos dígitos pela Lei de Benford.....	7
Tabela III: Pontos críticos do Teste do Qui quadrado .....	16
Tabela IV: Pontos críticos do Teste Z .....	17
Tabela V: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2008 .....	19
Tabela VI: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009 ....	20
Tabela VII: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2011 ...	21
Tabela VIII: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2013 ..	22
Tabela IX: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2007 .....	24
Tabela X: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009 .....	25
Tabela XI: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2010 .....	26
Tabela XII: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2008 ....	27
Tabela XIII: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009 ...	28
Tabela XIV: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2010 ...	29
Tabela XV: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2011 ....	30
Tabela XVI: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos para a totalidades dos anos .....	31

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura I - Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford .....	4
Figura II - Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford .....	8
Figura III: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1 <sup>os</sup> e 2 <sup>os</sup> dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2008 .....	19
Figura IV: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009 .....	20
Figura V: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2011 .....	21
Figura VI: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2013 .....	23
Figura VII: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2007 .....	24
Figura VIII: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009 .....	25
Figura IX: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2010 .....	26
Figura X: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2008 .....	28
Figura XI: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009 .....	29

Figura XII: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2010 .....	30
Figura XIII: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2011 .....	31
Figura XIV: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford para a totalidade dos anos .....	32

# CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO

---

## Contexto do caso de estudo

A crise económica e financeira atravessada nestes últimos anos veio demonstrar que existem muitas fraquezas no que diz respeito à gestão das organizações.

A fraude é um conjunto de ações que visam prejudicar uma pessoa ou uma organização. No caso das organizações, a fraude pode ser cometida através de desvios de dinheiro, despesas fictícias, desvios de mercadorias, adulteração e falsificação de documentos, entre outros (Odueke e Weir 2012). Este tipo de fraudes pode estar representado nas contas das organizações e apresentam diversos malefícios que podem conduzir à sua falência.

## Objetivos do estudo

A principal motivação para a realização deste trabalho, prende-se com a possibilidade de analisar os balanços consolidados de entidades bancárias portuguesas. Esta análise irá ser auxiliada pela Lei de Benford, para verificar se os valores presentes nos balanços consolidados estão, ou não, de acordo com esta lei.

Desta forma, o principal objetivo deste estudo consiste na análise das contas consolidadas de determinadas entidades bancárias para verificar se estas apresentam ou não evidência de fraude contabilística.

## Estrutura da dissertação

No capítulo II é abordada a componente teórica em que a dissertação se baseia, para facilitar a compreensão do tema em questão. Assim, numa primeira parte é introduzida a Lei de Benford numa perspectiva mais ampla e, na segunda parte, aborda-se a Lei de Benford num prisma focado na auditoria. Ou seja, é neste capítulo que se esclarece a importância da Lei de Benford para a detecção de possíveis fraudes nas contas consolidadas das empresas. Este capítulo apresenta uma terceira secção onde se definem os testes estatísticos que irão ser utilizados para verificar a veracidade das demonstrações financeiras utilizadas.

No capítulo III, que está dividido em duas secções, onde são abordados os dados e as hipóteses a testar. Na primeira secção são definidos os dados que irão ser utilizados, tanto no que respeita ao nome das instituições em que se irá focar este estudo, como também aos períodos a que os dados se reportam. Na segunda secção é abordada a hipótese que se irá testar e, também, o papel dos testes estatísticos para apoiar ou rejeitar a hipótese em estudo.

O quarto capítulo refere-se ao estudo de caso, ou seja, diz respeito aos resultados obtidos na elaboração dos testes estatísticos, para se verificar se os dados em estudo estão ou não de acordo com a Lei de Benford.

Finalmente, o capítulo V destina-se às conclusões e considerações finais resultantes da elaboração do presente estudo.

## CAPÍTULO II: ENQUADRAMENTO TEÓRICO

---

Neste capítulo irá ser abordado toda a componente teórica relativa à Lei de Benford, bem como os testes estatísticos adjacentes a esta lei.

### Lei de Benford

A Lei de Benford, também designada por lei do primeiro dígito, está relacionada com a frequência relativa do primeiro dígito (ou dos dois primeiros dígitos) de um determinado grupo de dados.

Segundo Nye e Moul (2012), esta lei foi descoberta em 1938, quando Frank Benford detetou algo atípico nas páginas de um livro de tabelas logarítmicas. Neste livro, as primeiras páginas mostravam que eram mais utilizadas que as últimas, indicando que as páginas cujo dígito inicial começava por 1, eram mais procuradas do que as páginas iniciadas com os restantes dígitos (Benford, 1938). Contudo, Simon Newcomb, já tinha evidenciado tal acontecimento em 1881. Este autor publicou, no mesmo ano, a primeira discussão e solução para esta questão de distribuição dos dígitos.

Esta lei analisa os primeiros dígitos de um determinado grupo de dados, começando na esquerda do número e ignorando o seu sinal, os pontos decimais e os zeros. Isto é, o primeiro dígito do número 78,9 é o 7, o primeiro dígito de 0,35 é o 3 e o primeiro dígito de -0,933 é o 9.

Segundo Asllani (2014), um conjunto de dados satisfaz a Lei de Benford se o primeiro dígito  $d$  ( $d \in \{1, \dots, 9\}$ ) ocorrer com uma probabilidade estimada de:

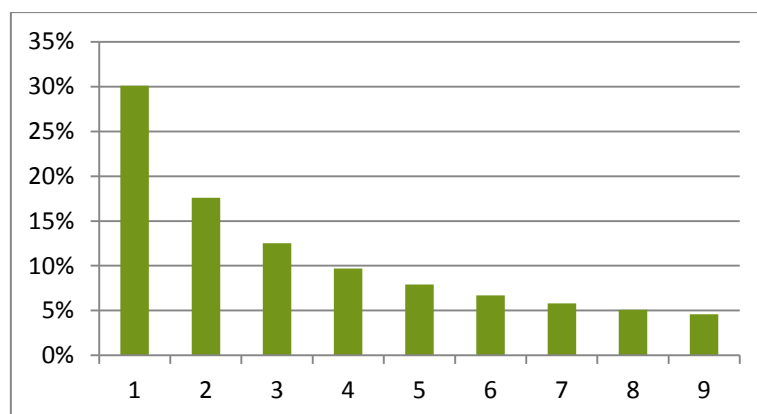
$$P(d) = \log_{10}(d + 1) - \log_{10}(d) (=) \text{Log}_{10}\left(\frac{d+1}{d}\right) (=) \log_{10}\left(1 + \frac{1}{d}\right) \quad (1)$$

Assim sendo, a probabilidade de ocorrência dos dígitos é (aproximadamente) a seguinte:

Dígitos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Probabilidade	30,1%	17,6%	12,5%	9,7%	7,9%	6,7%	5,8%	5,1%	4,6%

**Tabela I: Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford**

A quantidade de  $P(d)$  é proporcional entre o intervalo de  $d$  e  $d + 1$ , ou seja, um número  $x$  inicia com o dígito 1 quando o  $\log_{10} 1 \leq \log_{10} x \leq \log_{10} 2$  e inicia com o dígito 9 quando  $\log_{10} 9 \leq \log_{10} x \leq \log_{10} 10$ . Como o intervalo entre o  $\log_{10} 1$  e o  $\log_{10} 2$  é maior do que o intervalo entre o  $\log_{10} 9$  e o  $\log_{10} 10$ , existe uma maior probabilidade de um número  $x$  iniciar com o dígito 1, do que com o dígito 9.



**Figura I - Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford**

A Figura I representa graficamente a informação apresentada na Tabela I, ou seja, a distribuição das frequências esperadas dos primeiros dígitos.

A fórmula geral para qualquer base ( $b \geq 2$ ) é a seguinte:

$$P(d) = \text{Log}_b(d + 1) - \text{Log}_b(d) (=) \text{Log}_b\left(1 + \frac{1}{d}\right) \quad (2)$$

Para  $b = 2$ , o Lei de Benford continua a ser verdadeira, contudo torna-se exotérica, uma vez que todos os números binários, exceto o zero, irão começar com o número 1. Desta forma, Benford demonstrou que este padrão logarítmico dos dígitos iniciais era bastante comum na natureza e na atividade humana. Furlan (1948), confirmando o que já tinha sido afirmado por Benford, considerou que a Lei de Benford estava em pleno acordo com a natureza.

Em 1938, Benford publicou os resultados obtidos em grupos de dados diferenciados, tais como:

- Contas de energia elétrica;
- Endereços;
- Estatísticas de basebol;
- Números em artigos de revistas;
- Preços de ações;
- Números de população;
- Taxas de mortalidade;
- Comprimentos de rios;
- Constantes matemáticas e físicas;
- Processos descritos por leis de potência.

Muitos não acreditaram na veracidade deste padrão inesperado de números. Segundo Pinkham (1961) e Raimi (1969), a Lei de Benford pode ser aplicada a um conjunto de dados que advêm de diferentes fontes de dados.

Porém, nem todos os grupos de dados estão em concordância com a Lei de Benford. De acordo com Pimbley (2014), existem vários exemplos de dados que também não seguem a distribuição da Lei de Benford, tais como:

- Dados que seguem uma distribuição uniforme;
- Dados que seguem uma distribuição normal.

De acordo com Boyle (1994), a explicação para que muitos dos conjuntos de dados existentes sigam a Lei de Benford deve-se ao facto de alguns grupos de dados serem gerados a partir de duas distribuições distintas. Ou seja, são valores que foram multiplicados, divididos ou levantados a potências inteiras (Nigrini 2012). Um exemplo deste caso são as contas a receber de uma empresa, uma vez que estas são a combinação de duas distribuições distintas: o número de itens vendidos a multiplicar pelo preço de cada item.

Segundo Diaconis e Freedman (1979), Frank Benford manipulava os valores obtidos, em termos de arredondamentos, para obter um melhor ajuste relativamente a Lei de Benford. Para Hill (1995), até os dados que não sofriam qualquer tipo de manipulação, apresentavam um bom ajuste.

## Lei de Benford na Auditoria

Hal Varian, em 1972, propôs que a Lei de Benford pudesse ser utilizada para averiguar se existe evidência de fraude nos dados sócio-económicos das empresas. Para Durtschi (2004), esta lei é considerada uma ferramenta simples e eficaz para auxiliar os auditores na deteção de fraude.

Neste caso, para a deteção de fraudes, é necessário analisar para além do primeiro dígito. Deste modo, irão observar-se os primeiros dois dígitos do grupo de dados. Matematicamente, para calcular o valor da probabilidade do segundo dígito, é necessário realizar pequenas alterações na fórmula original (Asllani 2014), ou seja:

$$P(D_2 = d_2) = \sum_{d_1=1}^9 \log \left( 1 + \frac{1}{d_1 d_2} \right) \quad (3)$$

Onde:

- $d_1$  representa o primeiro dígito de um número;
- $d_2$  representa o segundo dígito de um número.

Desta forma, a tabela de probabilidades é a seguinte:

Dígitos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Probabilidade (aprox.)	11,97%	11,39%	10,88%	10,43%	10,03%	9,67%	9,34%	9,04%	8,76%	8,50%

**Tabela II: Frequência esperada dos segundos dígitos pela Lei de Benford**

Como se pode ver pela Figura II e pela tabela II, a distribuição de probabilidades dos segundos dígitos é muito mais uniforme do que na distribuição das frequências esperadas do primeiro dígito. Assim, a

probabilidade de um número ter como segundo dígito o 0 é de 11,968% e o 9 é de 8,5%.

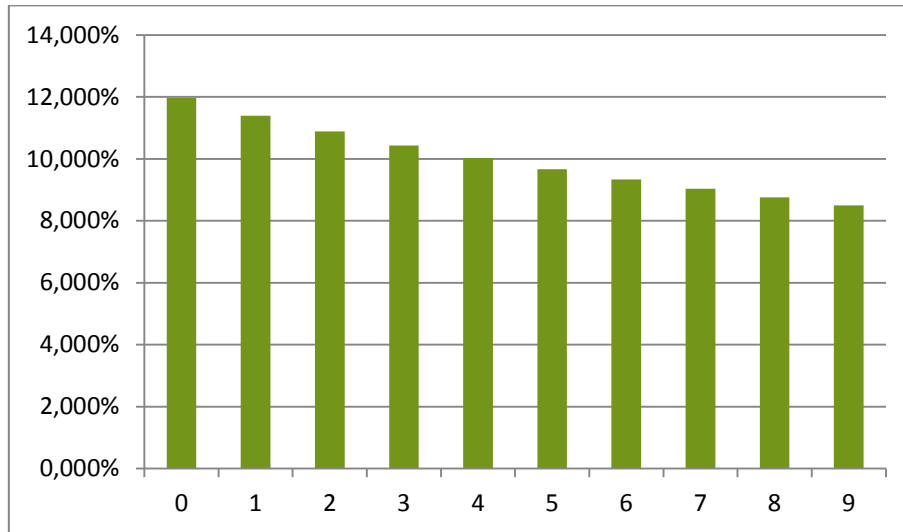


Figura II - Frequência esperada dos primeiros dígitos pela Lei de Benford

Nigrini e Mittermaier (1997) indicaram a lógica de usar a Lei de Benford para ajudar a descobrir padrões incomuns nas atividades económicas/financeiras, uma vez que é muito provável que um indivíduo, ao fazer entradas fraudulentas, irá utilizar os mesmos números ou valores muito idênticos. Desta forma, a variação do primeiro e segundo dígitos, relativamente à distribuição de probabilidades da Lei de Benford, pode levar o auditor a encontrar transações fraudulentas, que tanto podem ser intencionais, como causadas por erro humano (Gonçalves).

O auditor terá sempre que considerar a realização de testes adicionais quando um determinado grupo de dados não está em conformidade com a distribuição de Benford e, também, se deverá ter em conta os custos associados aos possíveis erros que possam ocorrer. Podem-se, assim, considerar dois tipos de erros:

- Erro tipo 1 – quando se conclui que há evidência de actividade fraudulenta e, na verdade, não existe.
- Erro tipo 2 – quando ocorre actividade fraudulenta mas não se consegue detetar.

No que diz respeito à contabilidade, existe um certo grupo de dados em que se pode aplicar a Lei de Benford, e outros tantos em que não se deve aplicar esta lei. As distribuições que possam vir a seguir a Lei de Benford são:

- Quando a média é superior à mediana;
- Quando os grupos de dados são derivados de duas distribuições distintas (por exemplo: contas a receber de uma empresa onde se efetua o multiplicação entre a quantidade de um bem/serviço e o seu preço);
- Quando se trata de grupos de dados transacionados (por exemplo: as vendas e despesas de uma empresa).

Segundo Nigrini (1999), todos os dados que de alguma forma sejam manipulados, não devem ser analisados de acordo com a lei de Benford.

Assim, as distribuições que não evidenciam seguir a Lei de Benford são:

- Os dados que seguem uma determinada sequência, como é o caso do número de faturas;
- Os grupos de dados que são influenciados pelo pensamento humano (por exemplo: os preços fixados);
- As contas que apresentam uma elevada quantidade de números específicos;

- As contas que têm um valor máximo ou mínimo específico;
- Os dados que não apresentam qualquer transação.

Na fase de estudo de uma análise, tendo por base a Lei de Benford, o auditor tem que testar a seguinte hipótese nula:

*H<sub>0</sub>: os primeiros dígitos do grupo de dados estão distribuídos de acordo com a Lei de Benford.*

Ao rejeitar a hipótese nula, significa que os valores não estão a seguir a distribuição de Benford, ou seja, há evidência que possa existir algum tipo de manipulação no conjunto de dados. Existem, assim, cinco possíveis explicações:

1. Os dados, no seu todo, seguem a Lei de Benford, mas devido ao acaso, um conjunto específico de observações não segue (Erro tipo1);
2. Quando as ordens de magnitude não são cumpridas;
3. Pode existir uma explicação plausível para que exista uma abundância de certos dígitos (por exemplo, quando uma empresa tem um acordo com um determinado fornecedor, em que transfere para o mesmo, todos os meses, 50€, isto significa que o dígito 5 poderá vir a estar sobrevalorizado);
4. Podem existir algumas entradas fraudulentas;
5. Erro humano.

Quando se rejeita a hipótese nula, a presença de entradas fraudulentas é apenas umas das possíveis explicações (Lourenço, 2008a). Assim, como já foi

referido anteriormente, o auditor terá que realizar testes adicionais para poder determinar qual a razão da sua existência. Por outro lado, quando não se rejeita a hipótese nula e esta é falsa significa que ocorreu algum tipo de actividade fraudulenta e não se conseguiu detetar (Erro tipo 2). Segundo Lourenço (2008b), a ocorrência de um maior ou menor número de irregularidades passa pela presença de um controlo interno minimamente forte.

Se a hipótese nula for verdadeira, é possível calcular o número de observações que esperamos para cada dígito e compará-los com o número verdadeiramente observado.

## Testes Estatísticos

No que respeita aos testes estatísticos, estes irão verificar se existe conformidade entre as frequências observadas e as frequências esperadas de acordo com a Lei de Benford. Neste caso, os testes estatísticos vão ser realizados para os primeiros dígitos da amostra, para os segundos dígitos e, também, para os dois primeiros dígitos.

O fator mais importante de se compreender, é que não se pode apenas averiguar quantos números são iniciados pelo dígito 1. Ou seja, num determinado grupo de dados, se 30,1% dos números iniciam com o dígito 1 (o que está de acordo com a Lei de Benford) não significa que este conjunto de dados, no seu todo, siga a Lei de Benford. Por exemplo, 30,1% dos valores podem iniciar com o dígito 1 e, os restantes, 69,9% podem iniciar com o dígito 2 e, assim, é verificado que o conjunto de dados não segue a Lei de Benford.

## I. Teste do Qui Quadrado

O teste do qui quadrado é o teste mais utilizado para verificar se um determinado conjunto de dados está em conformidade com a Lei de Benford.

Este teste de hipóteses tem como objetivo comparar as frequências obtidas com a contagem dos dígitos com os valores esperados de acordo com a Lei de Benford. Assim, neste caso poderá ser calculado através do teste do qui quadrado ( $\chi^2$ ):

$$\chi_{calculado}^2 = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{(p_o - p_e)^2}{p_e} \quad (4)$$

Onde:

$p_o$  – frequência observada da contagem do dígito  $i$ ;

$p_e$  – frequência esperada do dígito  $i$ , com  $i=1,2,3...$  até  $k=9$  para o primeiro dígito. E para os segundos dígitos, de  $i=0,1,2,3...$  até  $k=10$ .

O valor obtido  $\chi_{calculado}^2$  irá ser, posteriormente, comparado com o valor  $\chi_{tabelado}^2$ . Quando o valor do  $\chi_{calc}^2$  for superior ao valor do  $\chi_{tabelado}^2$  rejeita-se a  $H_0$  de que os primeiros dígitos do conjunto de dados estejam distribuídos de acordo com a Lei de Benford.

Contudo, pode apresentar um baixo poder estatístico, quando é utilizado em pequenas amostras. Em alternativa, pode-se utilizar o teste de Kolmogorov-Smirnov e o teste de Kuiper, visto que estes têm um maior poder estatístico quando a amostra é reduzida. Estes testes comparam os dados de uma

amostra com uma distribuição de probabilidades de referência, que neste caso seria a Lei de Benford.

Porém, é importante referir que a rejeição da hipótese nula não nos indica os valores que estão sub ou sobrevalorizados. Assim, para saber quais são os valores, é necessário analisá-los individualmente com o auxílio do teste estatística *Z*.

## II. Teste Estatística *Z*

O teste de estatística *Z* é um teste que tem como objetivo verificar se a diferença entre a média da amostra e a média da população é estatisticamente significativa. O Teorema do Limite Central diz-nos, que mesmo desconhecendo a distribuição estatística de uma determinada população em estudo, esta irá tender para uma distribuição normal à medida que aumenta o número de observações. Contudo, quando a amostra é inferior a 30, é mais adequada a utilização da Distribuição *t-Student*.

Este teste irá nos informar que dígitos estão ou não de acordo com a Lei de Benford. Quando os dígitos não estão de acordo com esta mesma lei, este teste diz-nos que dígitos estão sub ou sobrevalorizados. Contudo, quando um ou mais dígitos não estão de acordo com a lei, não significa que o grupo de dados no seu todo não esteja em conformidade com a lei.

Desta forma, segundo Nigrini (2000), o teste *Z* pode ser calculado através da seguinte fórmula:

$$Z_{calculado} = \frac{|p_o - p_e| - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{n}}} \quad (5)$$

Onde:

$p_o$  – frequência observada;

$p_e$  – frequência esperada;

$n$  – dimensão da amostra;

$\frac{1}{2n}$  – termo de correcção que apenas é utilizado quando for menor do que

$|p_o - p_e|$ .

O valor crítico para  $Z$  é conseguido através da tabela da Distribuição Normal, para um determinado nível de significância.

Neste caso, para que seja rejeitada a hipótese nula de que os primeiros dígitos de um conjunto de dados estejam em concordância com a Lei de Benford, o valor  $Z_{calculado}$  tem de ser superior ao valor presente na tabela da Distribuição Normal, para um nível de significância adequado.

## CAPÍTULO III: DADOS E HIPÓTESES A TESTAR

---

Neste capítulo são definidos os dados que irão ser utilizados e, também, como irá ser realizado o tratamento dos mesmos.

### Dados

Os dados utilizados para análise foram retirados do *site* da *CMVM* (Comissão do Mercado de Valores Mobiliários), de onde foram recolhidas as contas de três grandes bancos: Banco Espírito Santo (BES), Banco Comercial Português (Millennium BCP) e Banco Português de Investimento (BPI). Desta forma, irão ser analisados os balanços consolidados dos respetivos bancos, desde do primeiro trimestre de 2007 até ao quarto trimestre de 2013.

O principal objetivo desta investigação é averiguar se os bancos portugueses em estudo estão ou não de acordo com a Lei de Benford, ou seja, se os grupos de dados analisados estão distribuídos de acordo com esta mesma Lei.

O primeiro passo a realizar é a contagem de todos os primeiros dígitos (primeiros dígito e os primeiros dois dígitos) do grupo de dados. O segundo passo será, conseqüentemente, a realização de uma análise estatística que será feita, tal como já foi referido, através do teste do qui quadrado e do teste *Z*.

### Hipóteses a Testar

Tal como já foi referido anteriormente, a hipótese em estudo é:

$H_0$ : os primeiros dígitos do grupo de dados estão distribuídos de acordo com a Lei de Benford.

Para se verificar se os dados da amostra estão ou não de acordo com a Lei de Benford, é necessário realizar os testes estatísticos que foram definidos anteriormente.

### I. Teste Qui Quadrado

No teste do qui quadrado, para que seja rejeitada a hipótese nula de que os primeiros dígitos do grupo de dados estejam distribuídos de acordo com a Lei de Benford, o valor obtido neste teste tem de ser superior ao valor tabelado.

Quando se efetua esta análise, para que se possa rejeitar ou não a hipótese nula, é fundamental identificar o ponto crítico do qui quadrado, sendo necessário determinar os  $(k - 1)$  graus de liberdade subjacentes. Assim, para a análise do primeiro dígito temos  $k = 9$  e, para a análise dos segundos dígitos temos que  $k = 10$ . Desta forma, para a análise dos primeiros dígitos são 8 graus de liberdade e, para os segundos dígitos, 9 graus de liberdade.

Graus de liberdade	Nível de Significância		
	0,05	0,025	0,01
8	15,507	17,535	20,09
9	16,919	19,023	21,666

Tabela III: Pontos críticos do Teste do Qui quadrado

De acordo com a tabela III, quanto menor for o nível de significância maior é o valor do ponto crítico e menor é a potência do teste, uma vez que se torna mais vulnerável a gerar erros do tipo II. Por norma, é utilizado um nível de significância  $\alpha=5\%$ .

## II. Teste estatística Z

No teste Z, quando se rejeita a hipótese nula de que um determinado dígito não está em consonância com a Lei de Benford, o valor de  $Z_{calculado}$  tem que ser superior ao valor tabelado.

$\epsilon$	Nível de Significância		
	0,10	0,05	0,01
$Z_{\epsilon}$	1,282	1,645	2,326
$Z_{\epsilon/2}$	1,645	1,960	2,576

Tabela IV: Pontos críticos do Teste Z

Neste caso, como está a ser realizado um teste bilateral, o valor crítico mais utilizado é 1,960 para um nível de significância de 5%.

## CAPÍTULO IV: ESTUDO DE CASO

---

Neste capítulo irão ser analisados os resultados obtidos da realização dos testes estatísticos acima referidos. Ou seja, irá verificar-se que bancos e, que respectivas contas, apresentam desvios relativamente à Lei de Benford. Estes desvios podem estar relacionados com erro humano, falta de controlo por parte dos auditores, podem ter sido causados por entradas fraudulentas ou, simplesmente, este conjunto de dados pode não seguir a Lei de Benford. Assim, nos grupos de dados onde existe discrepância entre os valores obtidos e os valores esperados pela Lei de Benford, deveriam ser analisados mais detalhadamente por uma autoridade externa. Desta forma, este capítulo encontra-se dividido em 3 secções, que dizem respeito às entidades bancárias em estudo.

### **Banco Espírito Santo (BES)**

Neste banco, nos anos de 2007, 2010 e 2012 não parece haver discrepância entre os valores obtidos e os valores esperados pela lei de Benford. Para a totalidade dos anos estudados, o conjunto de dados também se encontra consonância com a Lei de Benford, como se pode verificar no anexo 1. Contudo, é importante referir, que podemos estar perante de um *Erro tipo 2*. Os restantes anos não estão de acordo com a lei de Benford.

I. 2008

	Valores Esperados (pe)		Valores obtidos (po)		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,107142857	0	0,183867	0	0,326827
1	0,301	0,11389	0,228571	0,064285714	2,43995	3,02469	1,77620	1,714531
2	0,176	0,10882	0,25	0,1	4,35591	0,100082	<b>2,18823 *</b>	0,19942
3	0,125	0,10433	0,107143	0,1	0,35714	0,025159	0,51110	0,029362
4	0,097	0,10031	0,078571	0,114285714	0,49016	0,272604	0,59398	0,409787
5	0,079	0,09668	0,1	0,142857143	0,78152	3,087774	0,76451	1,705857
6	0,067	0,09337	0,121429	0,1	6,19023	0,065909	<b>2,40679 *</b>	0,124384
7	0,058	0,09035	0,05	0,085714286	0,15448	0,033299	0,22418	0,043926
8	0,051	0,08757	0,028571	0,1	1,38090	0,24701	1,01420	0,370809
9	0,046	0,085	0,035714	0,085714286	0,32199	0,00084	0,37924	0,030305
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>16,47229 *</b>	<b>7,041235</b>		

\*desvio significativo 5%

Tabela V: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2008

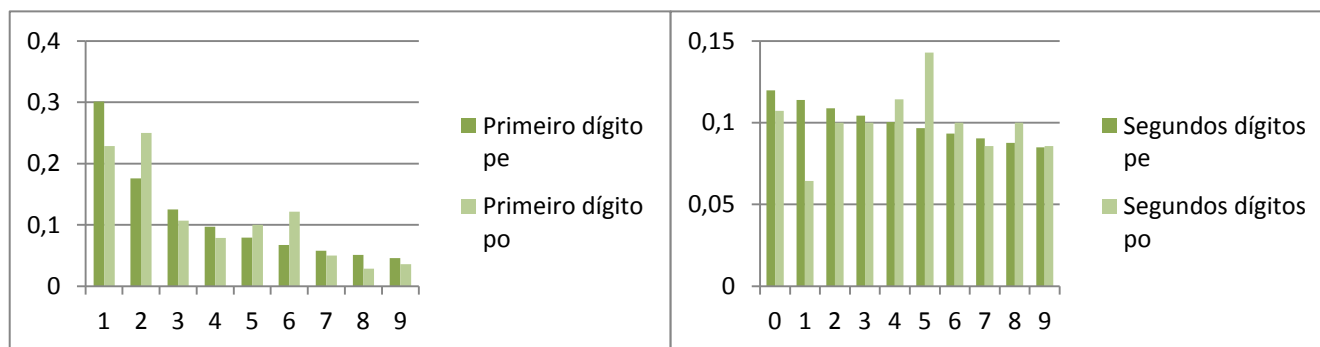


Figura III: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1<sup>os</sup> e 2<sup>os</sup> dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2008

Com base na tabela V, podemos verificar que para o primeiro dígito do grupo de dados, o valor do qui quadrado é superior ao valor tabelado (para  $\alpha=5\%$  e com 8 graus de liberdade), ou seja, o grupo de dados não está distribuído de acordo com a Lei de Benford. Com a complementaridade do teste Z, para o primeiro dígito, podemos verificar que os dígitos 2 e 6 apresentam um desvio estatisticamente significativo para um nível de significância de 5%. Como podemos apurar na tabela III, após comparação entre os valores esperados e os valores obtidos, constata-se que ambos os dígitos encontram-se

sobrevalorizados. Para os dois primeiros dígitos do grupo de dados não existe uma discrepância significativa entre os valores esperados e os valores obtidos.

II. 2009

	Valores Esperados (pe)		Valores obtidos (po)		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,128571429	0	0,09248	0	0,19393
1	0,301	0,11389	0,242857	0,092857143	1,57237	0,5438	1,40769	0,650365
2	0,176	0,10882	0,207143	0,071428571	0,77149	1,798719	0,85665	1,284992
3	0,125	0,10433	0,142857	0,085714286	0,35714	0,465027	0,51110	0,582314
4	0,097	0,10031	0,1	0,071428571	0,01299	1,164183	0,11994	0,996868
5	0,079	0,09668	0,042857	0,171428571	2,31497	8,090907	1,42875	2,849807 **
6	0,067	0,09337	0,128571	0,107142857	7,92158	0,284426	2,74482 **	0,414865
7	0,058	0,09035	0,085714	0,128571429	1,85399	2,263673	1,22212	1,430099
8	0,051	0,08757	0,028571	0,107142857	1,38090	0,612465	1,01420	0,6698
9	0,046	0,085	0,021429	0,035714286	1,83752	4,00084	1,18612	1,939528 *

**TOTAL**      **1**      **1**      **18,02295 \***      **19,31652 \***

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela VI: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009

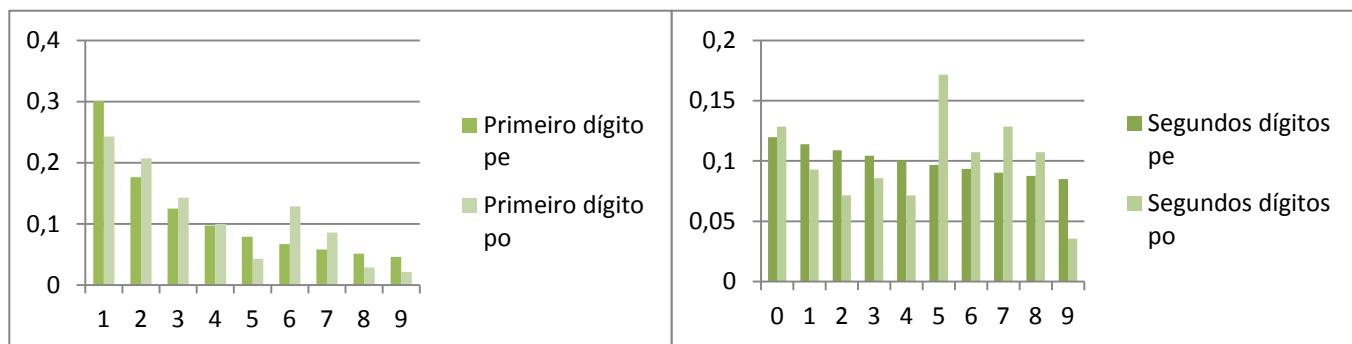


Figura IV: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009

No ano de 2009 verificou-se que, tanto para o primeiro dígito como para os dois primeiros dígitos, o conjunto de dados não está distribuído de acordo com a Lei de Benford, como se pode verificar pela tabela VI. Indica-nos, assim, que existe uma forte possibilidade de existir algum tipo de alteração no conjunto de dados, contudo, há que ter em consideração o facto da possibilidade de ocorrência de erros do tipo 1.

Após a utilização do teste Z, para o primeiro dígito do conjunto de dados, este leva-nos a suspeitar do dígito 6 para um nível de significância de 1%, uma vez que apresenta um desvio significativo entre o valor esperado e o valor obtido, indicando uma possível alteração no conjunto de dados.

Para os segundos dígitos, este teste leva-nos a suspeitar que os dígitos 5 e 9 não apresentam uma concordância com a Lei de Benford para um nível de significância de 1% e 5%, respetivamente. Neste caso, como podemos verificar pela figura IV, o dígito 5 encontra-se sobrevalorizado e o dígito 9 subvalorizado.

III. 2011

	Valores Esperados (pe)		Valores obtidos (po)		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,205479452	0	8,980496	0	<b>3,066477 **</b>
1	0,301	0,11389	0,280822	0,102739726	0,19749	0,159382	0,44132	0,293848
2	0,176	0,10882	0,19863	0,082191781	0,42483	0,951324	0,60937	0,900314
3	0,125	0,10433	0,136986	0,109589041	0,16781	0,038704	0,31281	0,072508
4	0,097	0,10031	0,082192	0,089041096	0,33006	0,18483	0,46476	0,315507
5	0,079	0,09668	0,068493	0,068493151	0,20402	1,199801	0,31725	1,012457
6	0,067	0,09337	0,068493	0,089041096	0,00486	0,029302	0,07216	0,037553
7	0,058	0,09035	0,041096	0,04109589	0,71930	3,920213	0,69680	1,931612
8	0,051	0,08757	0,034247	0,082191781	0,80351	0,048225	0,73206	0,083508
9	0,046	0,085	0,089041	0,130136986	5,87979	3,499444	<b>2,28507 *</b>	1,807261
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>8,731655</b>	<b>19,01172 *</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela VII: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2011

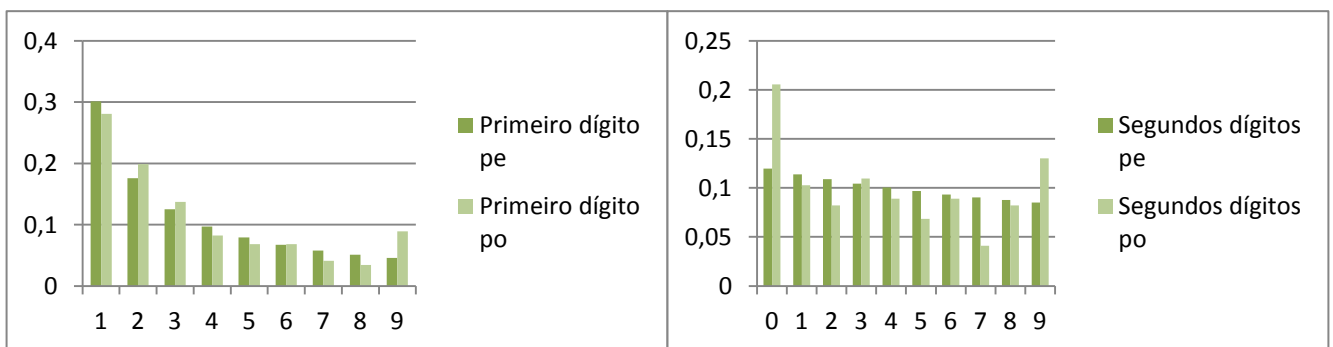


Figura V: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2011

Neste ano constata-se que, para o primeiro dígito do conjunto de dados, não existem desvios significativos entre os valores obtidos e os valores esperados pela Lei de Benford, para que seja rejeitada a hipótese nula de que o conjunto de dados não esteja distribuído de acordo com esta lei. Por outro lado, os dois primeiros dígitos não se encontram em consonância com esta lei, para um nível de significância de 5%, como se pode verificar na tabela VII. Para o primeiro dígito do grupo de dados, o teste Z indica-nos que o dígito 9 não está de acordo com a Lei de Benford para um nível de significância 5% contudo, não é suficientemente significativo para que a totalidade do conjunto de dados não siga a Lei de Benford. Para os segundos dígitos, o teste leva-nos a suspeitar do dígito 0, uma vez que este apresenta uma não conformidade com a Lei de Benford, para um nível de significância de 1%. Como se pode visualizar na figura V, o dígito 0 encontra-se sobrevalorizado.

#### IV. 2013

	Valores Esperados (pe)		Valores obtidos (po)		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,160714286	0	2,363641	0	1,519745
1	0,301	0,11389	0,363095	0,06547619	2,15208	3,4575	1,67055	1,853888
2	0,176	0,10882	0,10119	0,107142857	5,34208	0,004343	<b>2,44490 *</b>	0,069805
3	0,125	0,10433	0,172619	0,125	3,04762	0,687988	1,74964	0,750235
4	0,097	0,10031	0,077381	0,071428571	0,66664	1,397019	0,72887	1,117696
5	0,079	0,09668	0,107143	0,125	1,68430	1,393667	1,20931	1,111571
6	0,067	0,09337	0,029762	0,077380952	3,47704	0,459989	1,77618	0,579707
7	0,058	0,09035	0,017857	0,095238095	4,66765	0,044428	<b>2,06096 *</b>	0,086441
8	0,051	0,08757	0,053571	0,077380952	0,02178	0,199169	0,15150	0,330738
9	0,046	0,085	0,077381	0,095238095	3,59653	0,207171	1,75749	0,337509
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>24,65572 **</b>	<b>10,21491</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela VIII: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2013

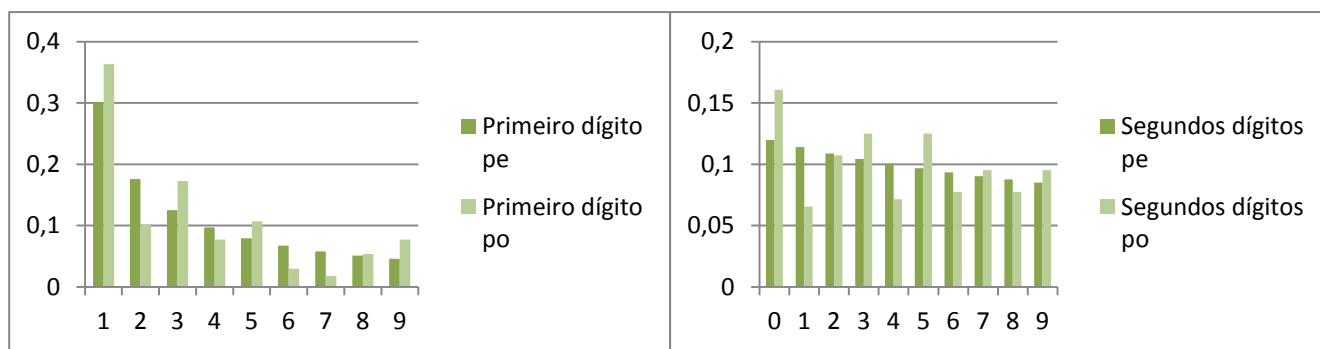


Figura VI: Bes - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2013

No ano de 2013, como se pode constatar pela tabela VIII, o teste do qui quadrado leva-nos a suspeitar que os primeiros dígitos do conjunto de dados possam ter sofrido algum tipo de alteração, uma vez que o valor do  $\chi^2_{calculado}$  é superior ao valor tabelado para um nível de significância de 1%. O teste Z leva-nos a desconfiar que os dígitos 2 e 7 não estão em concordância com a Lei de Benford para um para um nível de significância de 5%. Como se pode verificar pela figura VI, o dígito 2 encontra-se subvalorizado e o dígito 7 sobrevalorizado.

### Banco Comercial Português – Millennium BCP

No Banco Millennium BCP, dos 7 anos em análise, apenas 3 desses anos apresentam valores que não aparentam estar em consonância com a Lei de Benford. Para os restantes anos e para a totalidade dos mesmos, parece não haver desvios significativos entre os valores esperados e os valores obtidos, como se pode verificar no anexo 2.

I. 2007

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,153846	0	1,267985	0	1,06505
1	0,301	0,11389	0,207692	0,076923	3,76021	1,559855	<b>2,22375 *</b>	1,188736
2	0,176	0,10882	0,176923	0,1	0,00063	0,092933	0,02764	0,182107
3	0,125	0,10433	0,2	0,146154	5,85000	2,179627	<b>2,45308 *</b>	1,416516
4	0,097	0,10031	0,061538	0,084615	1,68534	0,319228	1,21798	0,449692
5	0,079	0,09668	0,1	0,061538	0,72570	1,660536	0,72509	1,207432
6	0,067	0,09337	0,092308	0,1	1,24272	0,061202	0,97871	0,109093
7	0,058	0,09035	0,061538	0,084615	0,02806	0,047318	0,17260	0,075107
8	0,051	0,08757	0,076923	0,138462	1,71296	3,844848	1,14417	1,897629
9	0,046	0,085	0,023077	0,053846	1,48502	1,484389	1,03831	1,116443
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>16,49063 *</b>	<b>12,51792</b>		

\*desvio significativo 5%

Tabela IX: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2007

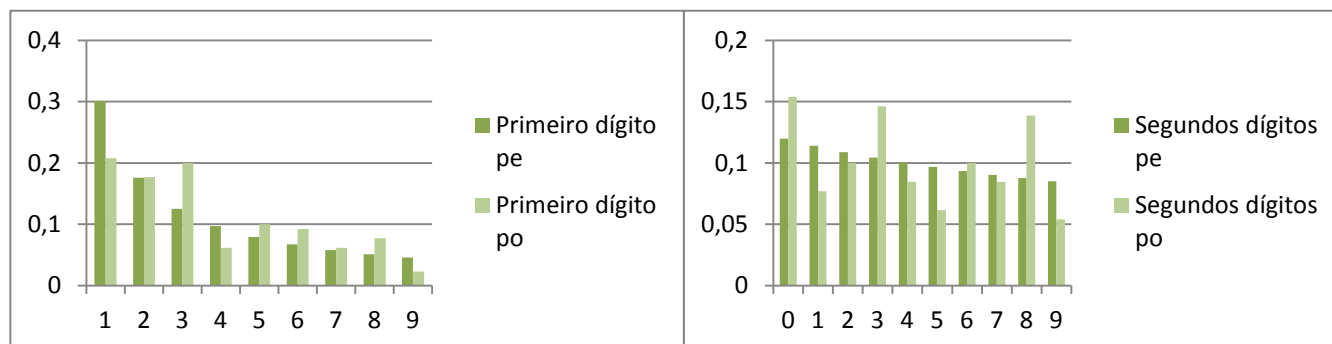


Figura VII: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2007

De acordo com a tabela IX, no ano de 2007, os primeiros dígitos do conjunto de dados apresentam uma discrepância significativa entre os valores esperados pela Lei de Benford e os valores obtidos da contagem dos dígitos. Desta forma, o conjunto de dados pode ter sofrido alguma alteração visto que o valor do  $x^2_{calculado}$  é superior ao valor tabelado para um nível de significância de 5%. Com o auxílio do teste Z, podemos verificar que os dígitos 1 e 3 não apresentam uma conformidade com a Lei de Benford para um nível de

significância de 5%. De acordo com a figura VII, verificou-se que o dígito 1 encontra-se subvalorizado e o dígito 3 sobrevalorizado.

Para os dois primeiros dígitos não existe uma discrepância significativa entre os valores esperados e os valores obtidos.

II. 2009

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,150685	0	1,172716	0	1,026701
1	0,301	0,11389	0,273973	0,054795	0,35432	4,476883	0,62175	<b>2,117471 *</b>
2	0,176	0,10882	0,19863	0,123288	0,42483	0,280829	0,60937	0,428476
3	0,125	0,10433	0,116438	0,205479	0,08562	14,31762	0,18768	<b>3,862803 **</b>
4	0,097	0,10031	0,130137	0,109589	1,65275	0,125318	1,21306	0,235472
5	0,079	0,09668	0,075342	0,075342	0,02472	0,687551	0,01043	0,732407
6	0,067	0,09337	0,061644	0,089041	0,06252	0,029302	0,09335	0,037553
7	0,058	0,09035	0,075342	0,054795	0,75709	2,042856	0,71946	1,354244
8	0,051	0,08757	0,047945	0,09589	0,02671	0,115422	0,16778	0,209276
9	0,046	0,085	0,020548	0,041096	2,05608	3,310886	1,27053	1,753844
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>5,44464</b>	<b>26,55938 **</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela X: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009

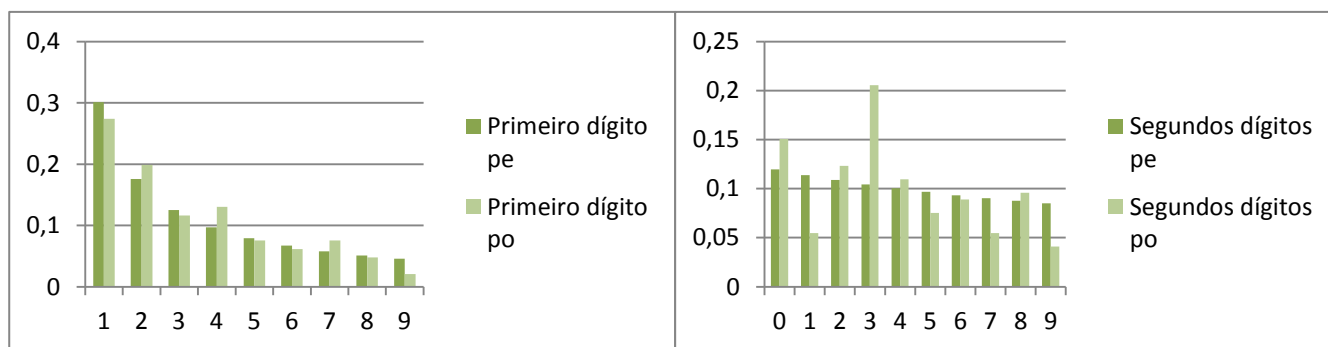


Figura VIII: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009

No ano de 2009, o conjunto de dados apresentou uma conformidade com a Lei de Benford para o primeiro dígito mas, para os dois primeiros dígitos, não aparenta estar distribuído de acordo com a esta lei. Como se pode verificar na tabela X, existe uma grande discrepância entre os valores esperados e o

valores obtidos para os dois primeiros dígitos, o que levou a que o valor do  $\chi^2_{calculado}$  fosse superior ao valor tabelado para um nível de significância de 1%. Com o apoio do teste Z verificou-se que os dígitos 1 e 3 não estão em consonância com a Lei de Benford para um nível de significância de 5 e 1%, respectivamente. De acordo com a figura IX, verifica-se que o dígito 1 encontra-se subvalorizado e o dígito 3 sobrevalorizado.

### III. 2010

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,167785	0	2,881041	0	1,68287
1	0,301	0,11389	0,302013	0,134228	0,00051	0,541159	0,02697	0,652541
2	0,176	0,10882	0,147651	0,060403	0,68038	3,209807	0,80112	1,766293
3	0,125	0,10433	0,087248	0,087248	1,69883	0,416714	1,26953	0,548097
4	0,097	0,10031	0,208054	0,087248	18,94439	0,253419	<b>4,44192 **</b>	0,394379
5	0,079	0,09668	0,053691	0,09396	1,20809	0,011404	0,99345	0,112361
6	0,067	0,09337	0,080537	0,114094	0,40752	0,685369	0,49707	0,72867
7	0,058	0,09035	0,040268	0,080537	0,80770	0,158807	0,75074	0,274947
8	0,051	0,08757	0,040268	0,080537	0,33647	0,084163	0,40925	0,158801
9	0,046	0,085	0,040268	0,09396	0,10641	0,14072	0,13844	0,245286
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>24,19028 **</b>	<b>8,382605</b>		

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XI: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2010

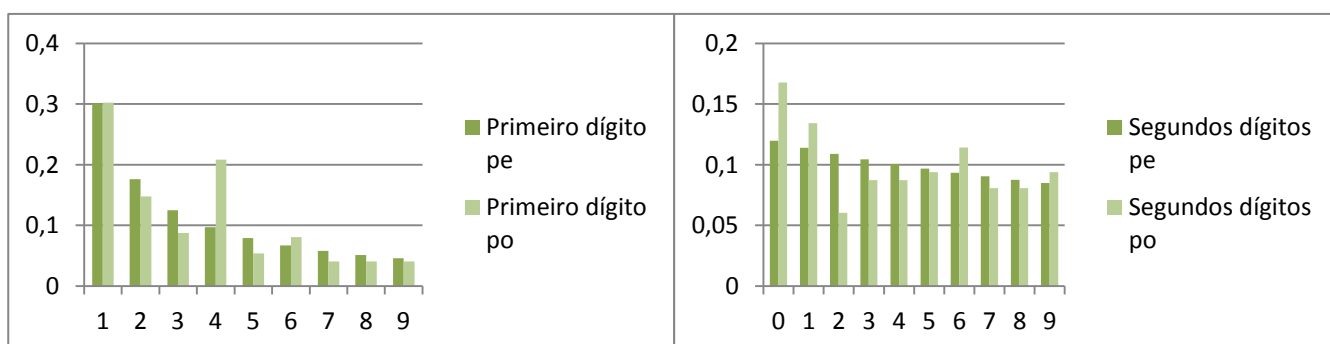


Figura IX: Millennium BCP - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2010

Os dados representativos do ano de 2010 apresentaram um desvio significativo entre os valores esperados pela Lei de Benford e os valores obtidos com a contagem dos primeiros dígitos, como se pode constatar através da tabela XI.

Como se pode verificar também, o valor do  $\chi^2_{calculado}$  foi superior ao valor presente na tabela para um nível de significância de 1%. Com o auxílio do teste Z, reconheceu-se que o dígito 4 não se encontra em consonância com a Lei de Benford para um nível de significância de 1%. Como se pode comprovar pela figura IX, o dígito 4 encontra-se sobrevalorizado.

## Banco Português de Investimento (BPI)

No BPI, dos sete anos em análise, quatro não apresentam uma concordância com a Lei de Benford. Apenas os anos de 2007, 2012 e 2013 não aparentam ter sofrido algum tipo de alteração no conjunto de dados, como se pode verificar no anexo 3. Assim, como era de esperar, para a totalidade dos anos o conjunto de dados também não se encontra distribuído de acordo com a Lei de Benford.

### I. 2008

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,111111	0	0,071782	0	0,143141
1	0,301	0,11389	0,17094	0,102564	6,57515	0,131779	<b>2,96623 **</b>	0,240128
2	0,176	0,10882	0,316239	0,128205	13,07413	0,404031	<b>3,86192 **</b>	0,524888
3	0,125	0,10433	0,094017	0,08547	0,89850	0,398893	0,87357	0,516134
4	0,097	0,10031	0,094017	0,08547	0,01073	0,256865	0,10902	0,380454
5	0,079	0,09668	0,068376	0,145299	0,16716	2,860644	0,25466	1,623135
6	0,067	0,09337	0,051282	0,076923	0,43142	0,33896	0,49512	0,452571
7	0,058	0,09035	0,08547	0,076923	1,52222	0,233459	1,07344	0,345362
8	0,051	0,08757	0,017094	0,128205	2,63735	2,206144	1,45694	1,391422
9	0,046	0,085	0,102564	0,059829	8,13785	0,872099	<b>2,70000 **</b>	0,810524
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>33,45453 **</b>	<b>7,774654</b>		

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XII: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2008

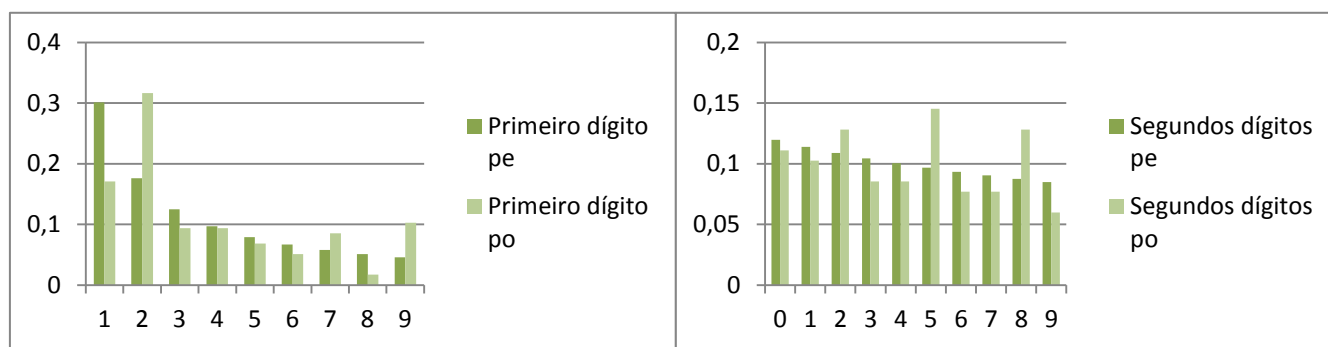


Figura X: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2008

De acordo com a tabela XII, no ano de 2008, o conjunto de dados não está em concordância com a Lei de Benford para os primeiros dígitos. Como se pode verificar, o valor do  $\chi^2_{calculado}$  para os primeiros dígitos é muito superior ao valor tabelado para um nível de significância de 1%. Desta forma, é de esperar que alguns dos dígitos não estejam distribuídos de acordo com esta mesma Lei. Assim, após a realização do teste Z, verificou-se que os dígitos 1, 2 e 9 não estão em consonância com a Lei de Benford para um nível de significância de 1%. De acordo com a figura X, os dígitos 2 e 9 encontram-se sobrevalorizados, enquanto o dígito 1 encontra-se subvalorizado. Para os dois primeiros dígitos não existe evidência de alteração do conjunto de dados.

II. 2009

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,170732	0	2,678577	0	1,605448
1	0,301	0,11389	0,276423	0,089431	0,24683	0,646101	0,49596	0,711983
2	0,176	0,10882	0,276423	0,089431	7,04785	0,424925	<b>2,80620 **</b>	0,545745
3	0,125	0,10433	0,04065	0,073171	7,00102	1,144644	<b>2,69231 **</b>	0,982994
4	0,097	0,10031	0,073171	0,089431	0,72004	0,145127	0,74063	0,251559
5	0,079	0,09668	0,056911	0,138211	0,75971	2,194428	0,74109	1,406063
6	0,067	0,09337	0,04878	0,065041	0,60940	1,057234	0,62787	0,924915
7	0,058	0,09035	0,04065	0,105691	0,63835	0,320396	0,63032	0,436221
8	0,051	0,08757	0,089431	0,04878	3,56202	2,113384	1,73245	1,362419
9	0,046	0,085	0,097561	0,130081	7,10869	2,940892	<b>2,51452 *</b>	1,63113
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>27,6939 **</b>	<b>13,66571</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XIII: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2009

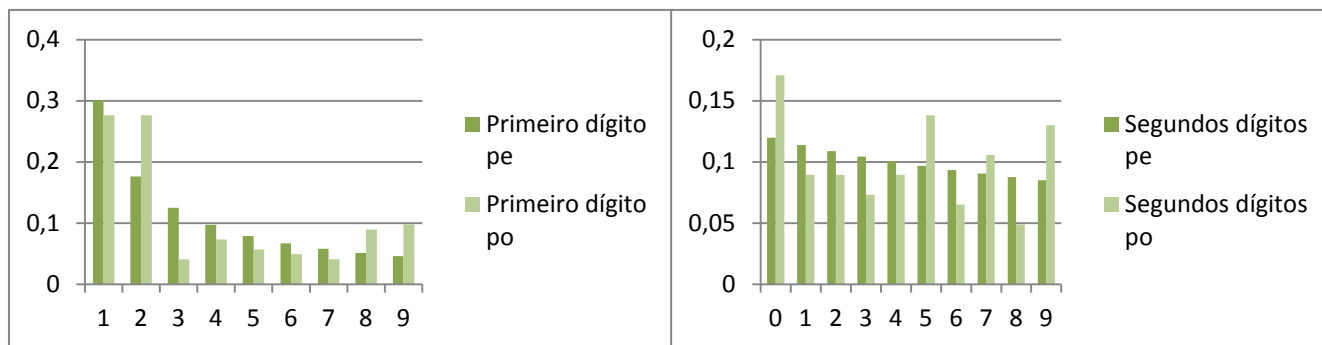


Figura XI: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2009

O grupo de dados representativo do ano de 2009 não se encontra em conformidade com a Lei de Benford, no que respeita aos primeiros dígitos do mesmo, ou seja, existe uma discrepância entre a contagem dos primeiros dígitos comparativamente com os valores esperados por esta mesma lei. Como se pode verificar na tabela XIII, o valor do  $\chi^2_{calculado}$  é superior ao valor tabelado o que indica que pode ter ocorrido alguma alteração neste conjunto de dados. A realização do teste Z informa-nos que os dígitos 2,3 e 9 não estão em concordância com a Lei de Benford, visto que apresentam um valor superior ao tabelado para um nível de significância de 1% (dígitos 2 e 3) e de 5% (dígito 9). Neste caso, como se pode verificar pela figura XI, os dígitos 2 e 9 encontram-se sobrevalorizados, enquanto o dígito 3 está subvalorizado.

### III. 2010

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,153226	0	1,165941	0	1,012514
1	0,301	0,11389	0,266129	0,080645	0,50094	1,203329	0,74866	1,023986
2	0,176	0,10882	0,193548	0,129032	0,21696	0,465525	0,39522	0,578565
3	0,125	0,10433	0,104839	0,104839	0,40323	0,000308	0,54308	0,018531
4	0,097	0,10031	0,120968	0,096774	0,73435	0,015454	0,75008	0,131063
5	0,079	0,09668	0,040323	0,096774	2,34806	1,14E-05	1,43024	0,003549
6	0,067	0,09337	0,056452	0,056452	0,20593	1,810088	0,29022	1,25865
7	0,058	0,09035	0,032258	0,08871	1,41669	0,003693	1,03425	0,063715
8	0,051	0,08757	0,048387	0,104839	0,01660	0,422266	0,13226	0,521441
9	0,046	0,085	0,137097	0,08871	22,37020	0,020076	<b>4,62806 **</b>	0,148125
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>28,21296 **</b>	<b>5,106691</b>		

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XIV: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2010

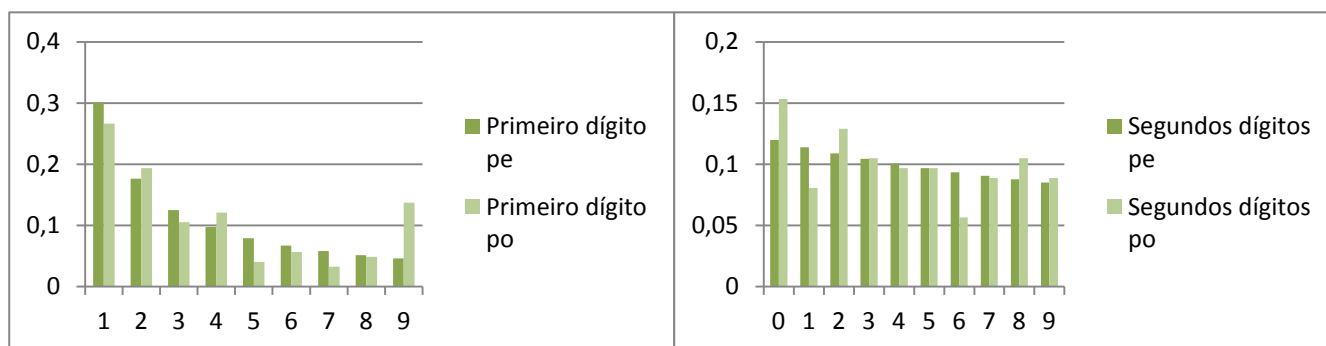


Figura XII: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2010

De acordo com a tabela XIV, é possível apurar que para os primeiros dígitos do conjunto de dados, estes não se encontram em consonância com a Lei de Benford, ou seja, o valor do  $\chi^2_{calculado}$  é superior ao valor tabelado para um nível de significância de 1%. Assim, com o auxílio do teste Z, verifica-se que o dígito 9 não está em conformidade com Lei de Benford, uma vez que existe uma grande discrepância entre os valores esperados e os valores obtidos. Como é possível verificar pela figura XII, este dígito encontra-se sobrevalorizado. Por outro lado, para os dois primeiros dígitos não existe um desvio significativo entre os valores esperados e os valores obtidos.

#### IV. 2011

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,144	0	0,617754	0	0,699919
1	0,301	0,11389	0,224	0,136	2,46221	0,53654	1,77933	0,637363
2	0,176	0,10882	0,272	0,104	6,54545	0,026687	<b>2,70099 **</b>	0,02944
3	0,125	0,10433	0,064	0,064	3,72100	1,948755	1,92695	1,328745
4	0,097	0,10031	0,096	0,112	0,00129	0,170292	0,03778	0,286195
5	0,079	0,09668	0,032	0,08	3,49525	0,359721	1,78230	0,479717
6	0,067	0,09337	0,104	0,088	2,55410	0,038606	1,47568	0,052645
7	0,058	0,09035	0,064	0,096	0,07759	0,044165	0,09566	0,064348
8	0,051	0,08757	0,048	0,08	0,02206	0,081799	0,15246	0,141204
9	0,046	0,085	0,096	0,096	6,79348	0,177941	<b>2,45505 *</b>	0,280629
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>25,67243 **</b>	<b>4,002259</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XV: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2011

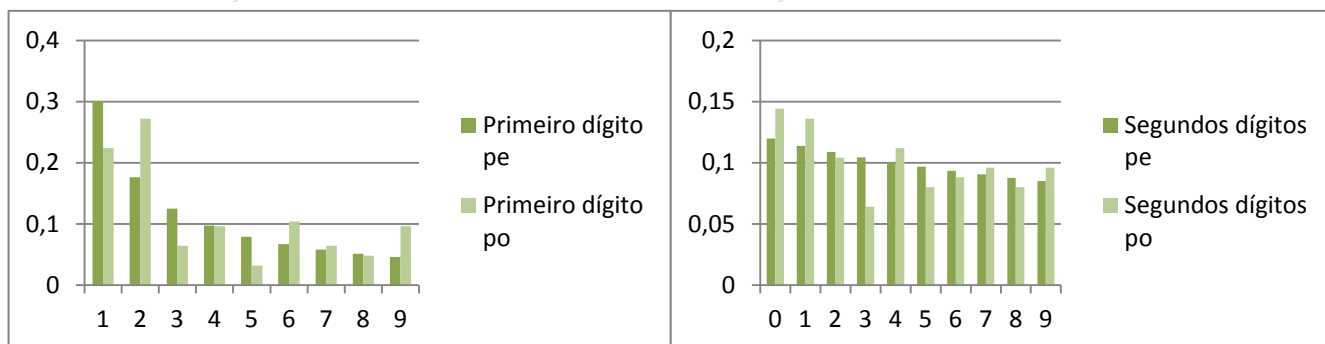


Figura XIII: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford no ano de 2011

Neste ano, para os primeiros dígitos do grupo de dados, verifica-se que este não aparenta estar em concordância com a Lei de Benford, como se pode comprovar pela tabela XV, visto que o valor do  $\chi^2_{calculado}$  é superior ao valor tabelado para um nível de significância de 1%. Após a realização do teste Z verificou-se que os dígitos 2 e 9 não se encontram em conformidade com a Lei de Benford, uma vez que apresentam uma grande discrepância entre os valores obtidos da contagem dos primeiros dígitos com os valores esperados por esta mesma lei, para um nível de significância de 1 e 5% respetivamente. Pela análise da figura XIII, verifica-se que ambos os dígitos encontram-se sobrevalorizados.

V. Totalidade dos anos

	Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	0,11968	0	0,122093	0	0,041841	0	0,165484
1	0,301	0,11389	0,273256	0,115116	2,19926	0,011355	1,73661	0,059531
2	0,176	0,10882	0,240698	0,106977	20,45329	0,026851	<b>4,93739 **</b>	0,118829
3	0,125	0,10433	0,088372	0,087209	9,23023	2,416196	<b>3,19634 **</b>	1,586674
4	0,097	0,10031	0,089535	0,094186	0,49408	0,321527	0,68209	0,541054
5	0,079	0,09668	0,054651	0,111628	6,45398	1,987571	<b>2,58397 **</b>	1,425645
6	0,067	0,09337	0,065116	0,086047	0,04555	0,494	0,15275	0,679556
7	0,058	0,09035	0,05	0,102326	0,94897	1,365097	0,93075	1,165551
8	0,051	0,08757	0,051163	0,087209	0,00045	0,001278	0,02170	0,037421
9	0,046	0,085	0,087209	0,087209	31,74908	0,049384	<b>5,68749 **</b>	0,171182
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>1</b>			<b>71,57488 **</b>	<b>6,7151</b>		

\*desvio significativo 5%

\*\*desvio significativo 1%

Tabela XVI: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos para a totalidades dos anos

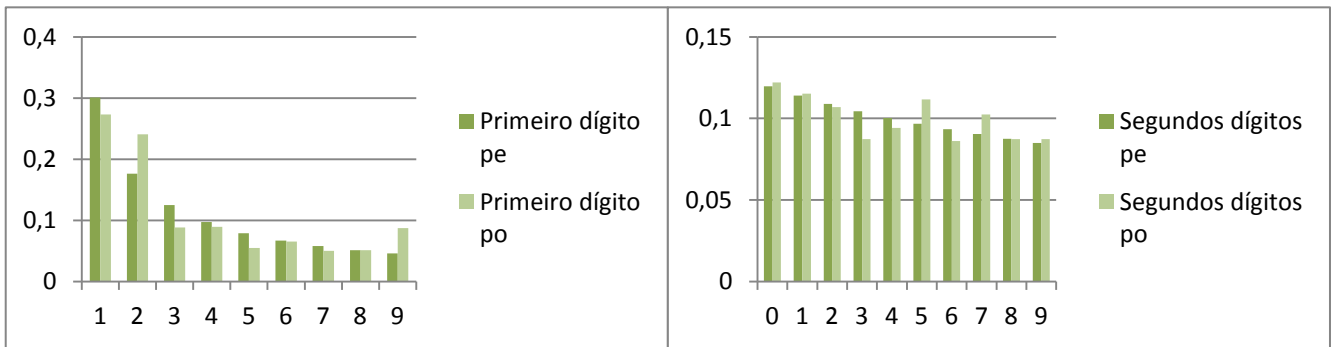


Figura XIV: BPI - Frequências esperadas e observadas dos 1os e 2os dígitos conforme a Lei de Benford para a totalidade dos anos

Para a totalidade dos anos, tal como aconteceu nos restantes anos, os primeiros dígitos do conjunto de dados não se encontram distribuídos de acordo com a Lei de Benford, uma vez que apresenta um valor de  $\chi^2_{calculado}$  muito superior ao valor que está presente na tabela, para um nível de significância de 1%. Como se pode analisar da tabela XVI, o teste Z informa-nos que os dígitos 2, 3, 5 e 9 não se encontram em conformidade com a Lei de Benford visto que todos os dígitos apresentam valores superiores aos valores tabelados para um nível de significância de 1%. De acordo com a figura XIV, os dígitos 2 e 9 encontram-se sobrevalorizados e os dígitos 3 e 5 encontram-se subvalorizados.

## CAPÍTULO V: CONCLUSÃO

---

### Considerações finais

Com a realização deste trabalho verificou-se que a Lei de Benford é uma ferramenta influente para a deteção de possíveis fraudes contabilísticas. Neste caso, para se testar a adequabilidade da Lei de Benford, esta foi aplicada aos dados dos Balanços Consolidados de três grandes bancos portugueses: BES, Millennium BCP e BPI.

No que diz respeito ao banco BES, este apresenta desvios relativamente aos valores esperados pela Lei de Benford nos anos 2008, 2009, 2011 e 2013. Contudo, no ano de 2009 deveria ser analisado mais profundamente, uma vez que os valores obtidos apresentam um grande desvio dos valores esperados, tanto quando se é analisado o primeiro dígito do grupo de dados, como quando se analisam os dois primeiros dígitos.

No caso do banco Millennium BCP, os anos de 2007, 2009 e 2010 apresentam ligeiros desvios comparativamente com os valores esperados pela Lei de Benford. Porém, o ano de 2009 também deveria ser analisado mais pormenorizadamente visto que apresenta um grande desvio, no que respeita a análise dos dois primeiros dígitos do grupo de dados.

Por último, no que diz respeito ao banco BPI, os anos de 2008, 2009, 2010 e 2011 apresentam desvios significativos em comparação com os valores esperados pela Lei de Benford. Apesar dos desvios serem relativos à análise do primeiro dígito do grupo de dados, estes anos que apresentam desvios deveriam ser analisados mais detalhadamente uma vez que o teste do qui

quadrado rejeita a hipótese nula de que os valores estejam de acordo com a Lei de Benford, para um nível de significância de 1%.

Nestes três bancos seria interessante uma análise mais pormenorizada nos anos referidos para se poder concluir se os desvios que existem entre os valores esperados e os valores obtidos se devem a erro contabilístico, a falta de controlo ou se existia mesmo intenção de fraude.

## Limitações

A principal limitação deste trabalho deve-se ao facto dos dados recolhidos terem como apoio os balanços consolidados das empresas nos anos de 2007 a 2013 e, como tal, estes dados coincidem com os anos da grande crise económica e financeira. Desta forma, tanto os dados como os resultados obtidos podem não ser os mais corretos e, por conseguinte, podem não traduzir a verdadeira condição das organizações.

## Trabalho futuro

Devido à principal limitação encontrada, a sugestão primordial para um possível trabalho futuro seria a realização deste estudo mas para dados referentes à década de 80 do século passado, uma vez que também nesses anos houve a uma grande crise no nosso país. Assim, seria interessante uma comparação entre os resultados obtidos deste possível trabalho futuro e com os resultados que foram obtidos com este estudo.

Outra sugestão para um possível trabalho futuro seria a realização deste mesmo estudo, mas para todas as entidades bancárias existentes em Portugal, para que fosse possível verificar se também existem algum tipo de desvios, como os que foram encontrados nestas três organizações. E, assim, seria mais fácil entender se os desvios encontrados nestas três organizações são os mais corretos ou se, por mero acaso, apresentaram estes resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- Asllani, A. (2014). Using Benford's Law for Fraud Detection in Accounting Practices. *Journal of Social Science Studies*, 129-141.
- Benford, Frank. The Law of Anomalous Numbers. Proceeding of The American Philosophical Society. Vo. 78, nº 4, Março 1938.
- Boyle, J. 1994. An application of Fourier series to the most significant digit problem. *American Mathematical Monthly*. 101(9):879-886.
- Diaconis, P. and D. Freedman. 1979. On rounding percentages. *Journal of the American Statistical Association*. 74(June):359-364.
- Durtschi, C., Hillison, W., & Pacini, C. (2004). The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data. *Journal of Forensic Accounting*, 17-34.
- Furlan, L. V. 1948. Das Harmoniegesetz der Statistik: Eine Untersuchung uber die metrische Interdependenz der sozialen Erscheinungen, Basel, Switzerland: Verlag fur Recht und Gesellschaft A. -G xiii:504.
- Gonçalves, Susana. Fraude de Relato Financeiro: Procedimentos de auditoria em resposta aos riscos avaliados de distorção material das demonstrações financeiras em virtude do reconhecimento inadequado do rédito (ISA 240, NCRF 20). Disponível em: <http://www.oroc.pt/fotos/editor2/Revista/Auditoria.pdf> [Obtido a 5 de Junho de 2015]

Hill, T. P. (1995). A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law. *Statistical Science*, pp. 354- 363.

Lourenço, M., Sarmiento, M. (2008a). A fraude contabilística e o ambiente empresarial. Disponível em:

[http://www.otoc.pt/downloads/files/1224596074\\_34a37\\_contabilidade.pdf](http://www.otoc.pt/downloads/files/1224596074_34a37_contabilidade.pdf)

[Obtido em 3 de Junho de 2015]

Lourenço, M., Rebelo, B. e Sarmiento, M. (2008b). A Análise SWOT e a Propensão para a Fraude Contabilística. Disponível em:

<http://www.oroc.pt/fotos/editor2/Revista/JulSetembro2008/Contabilidade.pdf> [Obtido em 3 de Junho de 2015]

NIGRINI, Mark J. Digital Analysis Using Benford's Law: Tests Statistics for Auditors. Global Audit Publication. Canadá, 2000.

Nigrini, M. J. and L. J. Mittermaier. 1997. The use of Benford's law as an aid in analytical procedures. *Auditing: A Journal of Practice & Theory*. 16(2):52-67.

Nigrini, M. J. 1999. Adding value with digital analysis. *The Internal Auditor*. 56 (1):21-23.

Nigrini, M. (2012). *Benford's Law: Applications for Forensic Accounting, Auditing, and Fraud Detection*, 1a Ed. New Jersey: Wiley Corporate F&A.

Nye, J., & Moul, C. (s.d.). *The Political Economy of Numbers: On the Application of Benford's Law to International Macroeconomic Statistics*. Disponível em:

<http://www.fsb.muohio.edu/moulcc/benford.pdf> [Obtido a 19 de Maio de 2015]

Odueke, A. e Weir, G. (2012). Triage in Forensic Accounting using Zipf's Law.

Disponível em:

[http://www.academia.edu/1581037/Triage\\_in\\_Forensic\\_Accounting\\_using\\_Zipfs\\_Law](http://www.academia.edu/1581037/Triage_in_Forensic_Accounting_using_Zipfs_Law). [Obtido a 20 de Maio de 2015].

Pimbley, J. (Maio de 2014). Benford's Law and the Financial Fraud.

Pinkham, R. (1961). On the distribution of first significant digits. *Annals of Mathematical Statistics* (32), 1223–1230.

Raimi, R. (1969). On the Distribution of First Significant Figures. *The American Mathematical Monthly* 76 (4), 342-348.

## ANEXOS

### Anexo 1 - BES

Neste anexo estão apresentados o grupo de dados que está de acordo com a Lei de Benford, ou seja, os desvios existentes entre os valores esperados e os valores obtidos não são estatisticamente significativos.

#### I. 2007

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	17	0	0,11968	0	0,122302158	0	0,007986	0	0,095243
1	33	18	0,301	0,11389	0,23741	0,129496403	1,86735	0,297259	1,54200	0,445695
2	34	16	0,176	0,10882	0,244604	0,115107914	3,71711	0,050503	2,01256	0,101871
3	10	16	0,125	0,10433	0,071942	0,115107914	3,13040	0,154766	1,76322	0,27695
4	13	13	0,097	0,10031	0,093525	0,09352518	0,01730	0,063789	0,13842	0,125102
5	12	12	0,079	0,09668	0,086331	0,086330935	0,09456	0,153986	0,16320	0,269369
6	13	18	0,067	0,09337	0,093525	0,129496403	1,45968	1,942929	1,08118	1,318145
7	12	11	0,058	0,09035	0,086331	0,079136691	1,92357	0,193444	1,24755	0,313216
8	8	11	0,051	0,08757	0,057554	0,079136691	0,11707	0,11289	0,15846	0,201713
9	4	7	0,046	0,085	0,028777	0,050359712	0,89635	1,96227	0,76687	1,312361
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>13,22338</b>	<b>4,939821</b>		

Tabela A: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2007

#### II. 2010

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	21	0	0,11968	0	0,15	0	1,075387	0	0,975065
1	30	18	0,301	0,11389	0,214286	0,128571429	3,49738	0,264959	2,14470	0,413801
2	38	12	0,176	0,10882	0,271429	0,085714286	7,24390	0,686844	2,85402	0,742206
3	14	14	0,125	0,10433	0,1	0,1	0,70000	0,025159	0,76665	0,029362
4	13	16	0,097	0,10031	0,092857	0,114285714	0,02477	0,272604	0,02285	0,409787
5	14	16	0,079	0,09668	0,1	0,114285714	0,78152	0,448847	0,76451	0,561908
6	9	15	0,067	0,09337	0,064286	0,107142857	0,01539	0,284426	0,12845	0,414865
7	7	8	0,058	0,09035	0,05	0,057142857	0,15448	1,708689	0,22418	1,223146
8	7	6	0,051	0,08757	0,05	0,042857143	0,00275	3,196226	0,05378	1,72213
9	8	14	0,046	0,085	0,057143	0,1	0,37789	0,370588	0,42765	0,484882
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>12,79808</b>	<b>8,333729</b>		

Tabela B: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2010

### III. 2012

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	20	0	0,11968	0	0,125786164	0	0,049535	0	0,115048
1	54	22	0,301	0,11389	0,339623	0,13836478	0,78798	0,836275	0,97529	0,846653
2	24	10	0,176	0,10882	0,150943	0,062893082	0,56719	3,081932	0,72554	1,732309
3	22	13	0,125	0,10433	0,138365	0,081761006	0,22720	0,776269	0,38967	0,801247
4	13	16	0,097	0,10031	0,081761	0,100628931	0,38066	0,000161	0,51529	0,013387
5	15	16	0,079	0,09668	0,09434	0,100628931	0,47359	0,025646	0,57008	0,034317
6	11	14	0,067	0,09337	0,069182	0,088050314	0,01130	0,048191	0,11007	0,094264
7	4	8	0,058	0,09035	0,025157	0,050314465	2,95698	2,820722	1,60209	1,622618
8	7	21	0,051	0,08757	0,044025	0,132075472	0,15167	3,596405	0,21953	1,845059
9	9	19	0,046	0,085	0,056604	0,119496855	0,38865	2,226062	0,44899	1,417577
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>5,945222</b>	<b>13,4612</b>		

Tabela C: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2012

### IV. Totalidade dos anos

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	148	0	0,11968	0	0,143410853	0	4,856069	0	2,300719
1	285	106	0,301	0,11389	0,276163	0,102713178	2,11504	1,131959	1,70555	1,081248
2	206	92	0,176	0,10882	0,199612	0,089147287	3,26924	3,670283	1,95100	1,979417
3	130	106	0,125	0,10433	0,125969	0,102713178	0,00775	0,025858	0,04706	0,118996
4	89	96	0,097	0,10031	0,08624	0,093023256	1,23171	0,546264	1,11532	0,727401
5	89	119	0,079	0,09668	0,08624	0,115310078	0,68481	3,704865	0,80459	1,972521
6	83	102	0,067	0,09337	0,080426	0,098837209	2,77665	0,330372	1,66287	0,550157
7	51	79	0,058	0,09035	0,049419	0,076550388	1,31029	2,17513	1,11281	1,492051
8	44	92	0,051	0,08757	0,042636	0,089147287	1,41571	0,029319	1,15064	0,124194
9	55	92	0,046	0,085	0,053295	0,089147287	1,19377	0,208828	1,04433	0,421922
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>14,00497</b>	<b>16,67895</b>		

Tabela D: BES- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos para a totalidade dos anos

## Anexo 2 - Millennium BCP

Neste anexo estão presentes o grupo de dados do banco *Millennium BCP* que estão concordância com a Lei de Benford.

I. 2008

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	19	0	0,11968	0	0,136691	0	0,336074	0	0,487213
1	38	18	0,301	0,11389	0,273381	0,129496	0,35225	0,297259	0,61743	0,445695
2	25	7	0,176	0,10882	0,179856	0,05036	0,01174	4,36544	0,00802	2,07707
3	20	18	0,125	0,10433	0,143885	0,129496	0,39658	0,843816	0,54499	0,831887
4	16	16	0,097	0,10031	0,115108	0,115108	0,46987	0,303439	0,57805	0,43958
5	14	13	0,079	0,09668	0,100719	0,093525	0,83001	0,01431	0,79210	0,125861
6	13	9	0,067	0,09337	0,093525	0,064748	1,45968	1,219555	1,08118	1,014045
7	9	6	0,058	0,09035	0,064748	0,043165	0,10913	3,4252	0,15894	1,792533
8	3	17	0,051	0,08757	0,021583	0,122302	2,35857	1,914798	1,38372	1,298612
9	1	16	0,046	0,085	0,007194	0,115108	4,55040	1,482372	1,98154	1,120753
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>10,53824</b>	<b>14,20226</b>		

Tabela E: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2008

II. 2011

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	23	0	0,11968	0	0,160839	0	2,024172	0	1,387548
1	46	17	0,301	0,11389	0,321678	0,118881	0,20314	0,031279	0,44794	0,056261
2	22	9	0,176	0,10882	0,153846	0,062937	0,39877	2,766494	0,58587	1,627638
3	16	10	0,125	0,10433	0,111888	0,06993	0,19668	1,621967	0,34768	1,208916
4	12	14	0,097	0,10031	0,083916	0,097902	0,25237	0,008266	0,38738	0,095849
5	17	11	0,079	0,09668	0,118881	0,076923	2,87901	0,577348	1,61303	0,657977
6	9	12	0,067	0,09337	0,062937	0,083916	0,03523	0,136884	0,02709	0,244854
7	9	18	0,058	0,09035	0,062937	0,125874	0,06010	1,997352	0,07370	1,335954
8	5	12	0,051	0,08757	0,034965	0,083916	0,72094	0,021802	0,68154	0,006659
9	7	17	0,046	0,085	0,048951	0,118881	0,02707	1,931224	0,16846	0,108952
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>4,773319</b>	<b>11,11679</b>		

Tabela F: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2011

III. 2012

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	14	0	0,11968	0	0,097222	0	0,60684	0	0,701897
1	46	15	0,301	0,11389	0,319444	0,104167	0,16275	0,119538	0,39169	0,23613
2	20	20	0,176	0,10882	0,138889	0,138889	1,12683	1,196433	1,05999	1,024876
3	21	13	0,125	0,10433	0,145833	0,090278	0,50000	0,272548	0,62994	0,415325
4	13	16	0,097	0,10031	0,090278	0,111111	0,06708	0,167477	0,13178	0,292753
5	10	18	0,079	0,09668	0,069444	0,125	0,16644	1,194572	0,27063	1,008973
6	13	12	0,067	0,09337	0,090278	0,083333	1,16458	0,155358	0,95058	0,270745
7	9	16	0,058	0,09035	0,0625	0,111111	0,05028	0,686966	0,05276	0,723681
8	3	13	0,051	0,08757	0,020833	0,090278	2,56949	0,012057	1,45608	0,114952
9	9	7	0,046	0,085	0,0625	0,048611	0,85226	2,243268	0,74627	1,416371
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>6,659711</b>	<b>6,655059</b>		

Tabela G: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2012

#### IV. 2013

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	12	0	0,11968	0	0,085714	0	1,349547	0	1,107962
1	50	10	0,301	0,11389	0,357143	0,071429	1,46606	2,216316	1,35610	1,448489
2	17	16	0,176	0,10882	0,121429	0,114286	2,36890	0,038434	1,58458	0,071973
3	16	15	0,125	0,10433	0,114286	0,107143	0,12857	0,010617	0,25555	0,108876
4	14	14	0,097	0,10031	0,1	0,1	0,01299	0,000134	0,11994	0,01221
5	15	20	0,079	0,09668	0,107143	0,142857	1,40358	3,087774	1,07783	1,705857
6	9	12	0,067	0,09337	0,064286	0,085714	0,01539	0,08788	0,12845	0,166097
7	6	16	0,058	0,09035	0,042857	0,114286	0,55350	0,887754	0,58575	0,840489
8	4	11	0,051	0,08757	0,028571	0,078571	1,38090	0,129455	1,01420	0,227174
9	9	14	0,046	0,085	0,064286	0,1	1,01764	0,370588	0,83109	0,484882
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>8,347522</b>	<b>8,1785</b>		

Tabela H: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2013

#### V. Totalidade dos anos

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	135	0	0,11968	0	0,136226	0	2,266939	0	1,555788
1	292	98	0,301	0,11389	0,294652	0,09889	0,13268	1,957808	0,40105	1,436421
2	158	92	0,176	0,10882	0,159435	0,092836	1,54507	2,326816	1,32763	1,564837
3	129	118	0,125	0,10433	0,130172	0,119072	0,21203	2,064222	0,44424	1,466155
4	113	100	0,097	0,10031	0,114026	0,100908	2,96169	0,003535	1,75736	0,009812
5	88	95	0,079	0,09668	0,088799	0,095863	1,20456	0,006846	1,08474	0,033309
6	77	88	0,067	0,09337	0,077699	0,088799	1,69320	0,221744	1,28362	0,439961
7	58	87	0,058	0,09035	0,058527	0,08779	0,00474	0,071877	0,00299	0,225695
8	38	97	0,051	0,08757	0,038345	0,097881	3,11186	1,203134	1,73863	1,092115
9	38	81	0,046	0,085	0,038345	0,081736	1,26239	0,124238	1,07451	0,31153
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>12,12822</b>	<b>10,24716</b>		

Tabela I: Millennium BCP- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos para a totalidade dos anos

### Anexo 3 - BPI

Por fim, neste anexo, estão apresentados os grupos de dados, correspondentes ao banco *BPI*, que estão de acordo com a Lei de Benford.

I. 2007

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	14	0	0,11968	0	0,12069	0	0,000988	0	0,033502
1	20	9	0,301	0,11389	0,172414	0,077586	6,37207	1,342383	2,91806	1,23082
2	25	11	0,176	0,10882	0,215517	0,094828	1,02924	0,208706	0,99572	0,483932
3	18	13	0,125	0,10433	0,155172	0,112069	0,84483	0,066591	0,84223	0,272667
4	14	10	0,097	0,10031	0,12069	0,086207	0,67113	0,230008	0,70524	0,505621
5	10	11	0,079	0,09668	0,086207	0,094828	0,07627	0,004117	0,11566	0,067512
6	8	18	0,067	0,09337	0,068966	0,155172	0,00669	4,745276	0,08467	2,287788
7	7	15	0,058	0,09035	0,060345	0,12931	0,01100	1,948837	0,10804	1,463695
8	8	8	0,051	0,08757	0,068966	0,068966	0,73412	0,458498	0,66851	0,708874
9	6	7	0,046	0,085	0,051724	0,060345	0,08263	0,829574	0,07269	0,952176
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>9,827961</b>	<b>9,834978</b>		

Tabela J: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2007

II. 2012

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	11	0	0,11968	0	0,086614	0	1,160222	0	1,011332
1	47	22	0,301	0,11389	0,370079	0,173228	2,01338	3,92635	1,60044	1,96533
2	28	12	0,176	0,10882	0,220472	0,094488	1,42716	0,239716	1,19955	0,376167
3	10	7	0,125	0,10433	0,07874	0,055118	2,17421	2,948048	1,44217	1,669093
4	9	9	0,097	0,10031	0,070866	0,070866	0,89421	1,097612	0,84521	0,956842
5	3	15	0,079	0,09668	0,023622	0,11811	4,93004	0,603283	2,14915	0,667087
6	7	11	0,067	0,09337	0,055118	0,086614	0,26761	0,06208	0,35811	0,109182
7	6	13	0,058	0,09035	0,047244	0,102362	0,25332	0,202825	0,32876	0,317434
8	8	13	0,051	0,08757	0,062992	0,102362	0,35812	0,317332	0,41263	0,432775
9	9	14	0,046	0,085	0,070866	0,110236	1,70711	0,951554	1,12590	0,860687
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>14,02516</b>	<b>11,50902</b>		

Tabela L: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2012

III. 2013

	Frequências obtidas		Valores Esperados		Valores obtidos		Teste Qui-Quadrado		Teste Z	
	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos	1º Dígito	2º Dígitos
0	0	9	0	0,11968	0	0,070313	0	2,606578	0	1,584584
1	53	18	0,301	0,11389	0,414063	0,140625	5,43601	0,803313	2,69235	0,813019
2	25	14	0,176	0,10882	0,195313	0,109375	0,27125	0,000362	0,45770	0,020163
3	11	15	0,125	0,10433	0,085938	0,117188	1,56250	0,202821	1,20268	0,331291
4	7	15	0,097	0,10031	0,054688	0,117188	2,36252	0,363481	1,46817	0,488504
5	10	14	0,079	0,09668	0,078125	0,109375	0,00124	0,213373	0,03670	0,336467
6	9	10	0,067	0,09337	0,070313	0,078125	0,02096	0,318609	0,14989	0,440912
7	3	15	0,058	0,09035	0,023438	0,117188	2,63628	1,020389	1,48383	0,904964
8	3	10	0,051	0,08757	0,023438	0,078125	1,90668	0,130394	1,21656	0,221687
9	7	8	0,046	0,085	0,054688	0,0625	0,21001	0,762353	0,25822	0,754314
<b>TOTAL</b>			<b>1</b>	<b>1</b>			<b>14,40746</b>	<b>6,421673</b>		

Tabela M: BPI- Lei de Benford dos primeiros e segundos dígitos de 2013