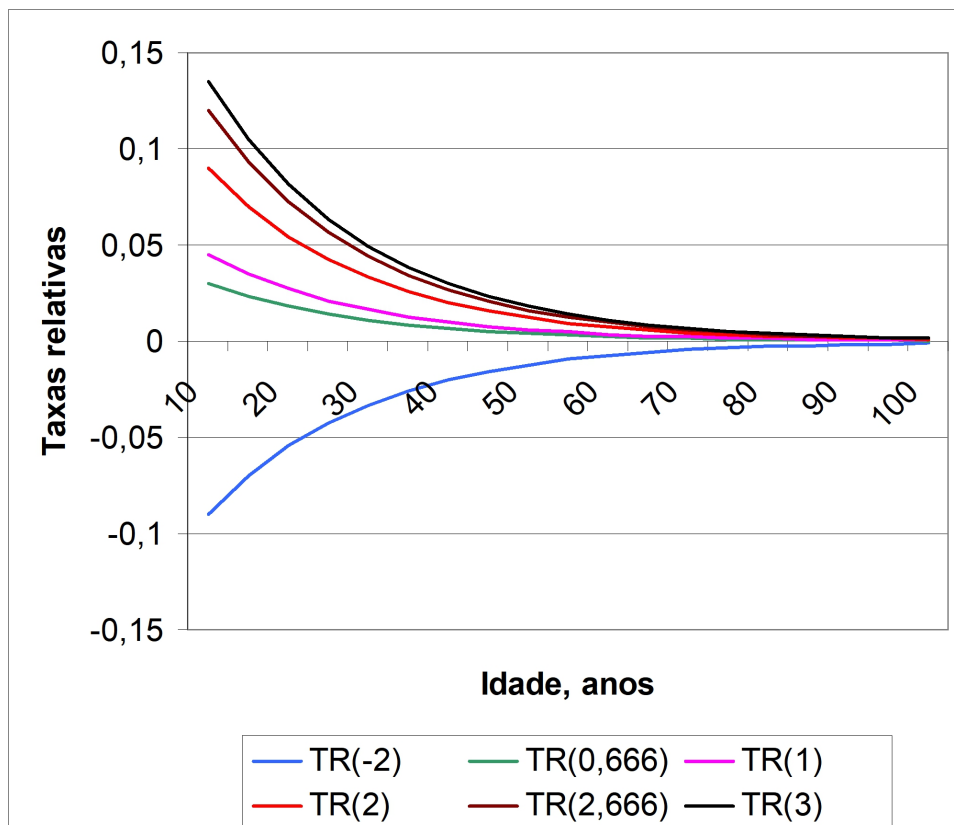


**Luís Soares Barreto**

# **Pinhais-bravos**

## **Ecologia e Gestão**

**Segunda edição**



**Costa da Caparica**  
**2021**

Página sem texto

© Luís Soares Barreto, 2004, 2021

## Pinhais-bravos. Ecologia e Gestão

Segunda edição

Edição do autor

<http://hdl.handle.net/10400.5/14258>

Prof. Doutor Luís Soares Barreto  
Av. do Movimento das Forças Armadas, 41 – 3D  
2825-372 Costa de Caparica  
Portugal

**Este software é freeware, mas não é do domínio público. Pode ser divulgado livremente, respeitada a sua autoria e direitos conexos, desde que o seja na sua totalidade, mas não pode ser comercializado. Quem o utilizar fá-lo totalmente por sua conta e risco, e não me pode ser imputada nenhuma responsabilidade, de nenhuma natureza e a qualquer título, por pretensos inconvenientes resultantes da sua utilização, nomeadamente dos simuladores inseridos.**

## Alguns outros textos do autor

***The Simulative Identification of Overyielding, and Total Effects in Mixed Forests.*** 2020.

<http://hdl.handle.net/10400.5/20525>

***Overyielding in Forests with More Than Two Species. Theoretical and Simulative Inquiry.***

2020. <http://hdl.handle.net/10400.5/20347>

***Overyielding in Mixed Forests Revisited. A Theoretical and Simulative Inquiry.*** 2020.

<http://hdl.handle.net/10400.5/20148>

***A Simulação de Plantações Auto-desbastadas de Pinheiro Manso (Pinus pinea) para a Produção de Pinhão.*** Quarta versão. 2020, <http://hdl.handle.net/10400.5/18757>

***O Ecossistema. Uma Síntese Formal.*** 2019. <http://hdl.handle.net/10400.5/18476>

***The Explanation of Scientific Theories. Structure DAL.*** 2019.

<http://hdl.handle.net/10400.5/18275>

***The Analysis of Complex Adaptive System. Method SBCANAL.*** Second edition. 2019.

<http://hdl.handle.net/10400.5/15100>

***Theoretical Ecology. A Unified Approach.*** Second edition. 2017.

<http://hdl.handle.net/10400.5/14175>

***Ecologia Teórica. Uma outra Explicação.***

***I. Populações Isoladas.*** 2013.

***II. Interações entre Populações.*** 2014.

***III. Comunidade e Ecossistema.*** 2016.

<http://hdl.handle.net/10400.5/14231>

***From Trees to Forests. A Unified Theory.*** 2011. <http://hdl.handle.net/10400.5/14230>

***Iniciação ao Scilab.*** Segunda edição. 2011. <http://hdl.handle.net/10400.5/14259>

***Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica.*** 2010. <http://hdl.handle.net/10400.5/14229>

***Ética Ambiental. Uma Anotação Introdutória.*** 1994. Publicações Ciência e Vida, Lda, Lisboa.

***O Ambiente e a Economia.*** 1977. Secretaria de Estado do Ambiente, Lisboa.

Dezassete textos publicados na revista *Silva Lusitana*, entre 2001 e 2013, encontram-se na URL:

<http://www.scielo.mec.pt/cgi-bin/wxis.exe/iah/>

À memória de

Joaquim Elias Barreto  
(1898-1968)

e de

Maria da Conceição Soares Barreto  
(1907-1989)

## O Autor

Luís Soares Barreto nasceu em 1935, no Chinde, uma localidade situada no delta do rio Zambeze, em Moçambique. Neste País, frequentou e concluiu o ensino liceal, em Lourenço Marques (atual Maputo). É licenciado em engenharia silvícola pelo Instituto Superior de Agronomia de Lisboa, onde também frequentou com aproveitamento o Curso Superior de Silvicultura Tropical e o Curso Livre de Tecnologia da Pasta para Papel. No período de Agosto de 1959 a Abril de 1962 prestou duas vezes serviço militar, no Continente. Em Moçambique, de 1962 a 1974, realizou investigação florestal e docência no Instituto de Investigação Científica de Moçambique e na Universidade de Lourenço Marques (atual Universidade Eduardo Mondlane, Maputo), onde nesta iniciou o ensino superior florestal. Enquanto docente desta universidade, de 1967 a 1970, através do Programa Fulbright, na Graduate School of Forestry, da Duke University, Durham, Carolina do Norte, E. U. A., foi mestrando (bolsa *Tuition and fees*) e doutorando (bolsa *Department Award*). Aqui, obteve o grau de Mestre em ecologia florestal (M.F., 1968) e o de Doutor em investigação operacional aplicada à silvicultura (Ph. D., 1970), sendo o primeiro engenheiro silvicultor português a doutorar-se (Abril, 1970). De 1975 a 2005, foi docente do Instituto Superior de Agronomia, Universidade de Lisboa. De 1975 a 1983 deu colaboração graciosa à Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. Aqui, a pedido do Prof. Doutor J. F. Santos Oliveira que se ausentou para Marrocos, assumiu a direção do Departamento do Ambiente (criado por aquele docente) e foi também presidente do Conselho que geria a mesma Faculdade, na fase de instalação da Universidade. É o único português que estabeleceu uma teoria científica, e foi o primeiro português a obter um grau formal em ecologia. Estabeleceu a relação entre o espaço físico e as variáveis biológicas e ecológicas, e as relações espaciais entre estas, que são o fundamento das relações alométricas. Foi o primeiro europeu a elaborar o plano de estudo de impacte ambiental de um grande projeto, barragem Cahora Bassa, Moçambique, 1972, que foi aceite pela UNESCO, então sede da agência ambiental das Nações Unidas. Começou por criar uma teoria, de carácter sintático, dedutivo-matemático, abrangendo de forma unificada povoamentos florestais puros e mistos, tanto regulares como irregulares, sendo a única disponível, com esta abrangência, neste domínio. Em 2005, apresentou uma construção do mesmo tipo no âmbito da ecologia teórica, de que a primeira passou a ser um caso particular. Como contribuição pessoal para o Ano Internacional da Floresta • 2011, neste ano, apresentou uma versão melhorada da sua teoria para os povoamentos florestais. Em 2013, 2014 e 2016, ao longo de três livros, apresentou uma versão mais abrangente da sua teoria ecológica de 2005, de que disponibilizou uma explanação em inglês no ano seguinte. Elaborou um método de análise para os sistemas complexos, SBCANAL, que abre uma via para um novo paradigma para o estudo destes sistemas. Este método aplicado aos ecossistemas deteta as espécies angulares e fatores controladores do ecossistema. Propôs uma estrutura, DAL, para a explanação de teorias científicas. É sócio honorário da Associação Portuguesa de Engenheiros do Ambiente por ter concebido, instalado, e consolidado a primeira licenciatura em engenharia do ambiente, em Portugal, e também na Europa, na Faculdade de Ciências e Tecnologia, da Universidade Nova de Lisboa, em 1977. A sua lista de textos didáticos, científicos, técnicos e de comunicações a várias reuniões científicas ultrapassa as duas centenas. Exerceu atividade de consultoria no âmbito da ecologia e das engenharias do ambiente e florestal. Por exemplo, foi consultor do Secretário de Estado das Florestas Senhor Prof. A. Azevedo Gomes e conselheiro científico do Secretário de Estado do Ambiente Senhor Eng<sup>o</sup>. Carlos Pimenta. Atualmente é professor catedrático jubilado do Instituto Superior de Agronomia, da Universidade de Lisboa.

## ÍNDICE

Capa.....	1
Dedicatória.....	2
Citação e Autor.....	3
Alguns outros textos do autor.....	4
O Autor.....	6
ÍNDICE.....	7
PREFÁCIO À SEGUNDA EDIÇÃO.....	11
PREFÁCIO À PRIMEIRA EDIÇÃO.....	12
Parte I.....	14
Lista dos símbolos e acrónimos mais frequentemente usados.....	15
1.....	16
POVOAMENTOS PUROS AUTO-DESBASTADOS REGULARES:.....	16
CONCEITOS E MODELOS BÁSICOS.....	16
1.1. Introdução.....	16
1.2. Uma Breve Incursão pela Análise dimensional.....	17
1.3. Os Conceitos Fundamentais.....	19
1.4. As Fases do Crescimento dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares.....	21
1.5. A Modelação das Variáveis Florestais.....	21
1.6. O Ajustamento da Equação de Gompertz.....	27
1.7. A Alometria.....	29
1.8. O Cálculo Numérico Associado à EGP.....	32
1.9. Outros Aspectos da Dinâmica dos PPAR.....	33
Bibliografia.....	34
Apêndice A.1.....	36
2.....	40
O PINHEIRO-BRAVO.....	40
2.1. Introdução.....	40
2.2. A Espécie <i>Pinus pinaster</i> Ait.....	40
2.3. A Estratégia Bionómica do Pinheiro-bravo.....	42
Bibliografia.....	47
3.....	48
PINHAIS-BRAVOS REGULARES.....	48
3.1. Introdução.....	48
3.2. Os PPAR de Pb.....	48
3.3. O Auto-desbaste no Pinhal-bravo Regular.....	52
3.4. Estrutura Modular dos PPAR de Pb.....	60
3.5. A Produção Total de um PPAR de Pb.....	63
3.6. O Coeficiente de Forma da Árvore.....	63
3.7. Os Simuladores em R e Scilab Relativos a este Capítulo.....	67
Bibliografia.....	79
4.....	80
A ECONOMIA E A SILVICULTURA.....	80
DOS PINHAIS-BRAVOS REGULARES.....	80
4.1. Introdução.....	80
4.2. As Estratégias Bionómicas dos Pinheiro-Bravo e Pinheiro-da-Córsega.....	83

4.3. O Método SB-BARTHIN.....	85
4.4. Os Povoamentos de Pinheiro-bravo Ensaçados.....	85
4.5. O Desbaste do Pinhal-bravo.....	87
4.6. O Limite da Resposta do Pinhal-bravo ao Desbaste.....	95
4.7. O Loteamento Mercantil do Volume em Pé do PBR.....	97
4.8. A Análise Económica do PBR.....	100
4.9. Uma Reflexão sobre os Resultados já Alcançados.....	105
4.10. A Aplicação da Simulação à Gestão do Pinhal Bravo.....	107
4.11. Simuladores para a Gestão do Pinhal Bravo.....	109
Bibliografia.....	120
5.....	123
DUAS SILVICULTURAS EXPEDITAS PARA O PINHAL BRAVO.....	123
5.1. Introdução.....	123
5.2. O Método SOBA.....	123
5.3. O Método FID.....	139
5.4. Comentários Conclusivos.....	153
Bibliografia.....	154
6.....	155
PINHAIS-BRAVOS JARDINADOS.....	155
6.1 Introdução.....	155
6.2. A Estrutura e Dinâmica dos Pinhais-bravos Jardinados.....	156
6.3 Modelos Matemáticos para os PAPI de pinheiro-bravo.....	160
6.4. Uma Anotação sobre Terminologia.....	165
6.5. A Gestão dos Pinhais-bravos Jardinados.....	165
6.6. A Escolha de uma Rotação.....	169
6.7. Exemplos de Aplicação das NG.....	170
6.8. Pinhais-bravos Jardinados para Proteção.....	170
6.8. Ilustração da Análise e Projeção da Matriz de Leslie.....	172
6.9. Simuladores em Scilab e R.....	175
Bibliografia.....	181
7.....	183
A BIOMASSA DO PINHAL-BRAVO.....	183
6.1 Introdução.....	183
6.2. Método I para Estimção Indireta das Biomassas do PBR.....	183
6.3. Método II para Estimção Indireta das Biomassas do PBR.....	184
6.4. Método Para Estimção Indireta das Biomassas da Árvore de Pb.....	184
6.5. Simuladores Associados a este Capítulo.....	186
Bibliografia.....	200
8.....	201
ENERGIA E BIOGEOQUÍMICA NOS PINHAIS-BRAVOS.....	201
8.1 Introdução.....	201
8.2 A Produtividade Primária Líquida do Pinhal-bravo.....	201
8.3 A Energia no Pinhal-bravo.....	207
8.4 Os Ciclos Biogeoquímicos Intra-Sistema no Pinhal-bravo.....	208
8.5.A Eficiência do Pinhal-bravo no Uso dos Nutrientes.....	215
Bibliografia.....	216
9.....	217

PINHAIS-BRAVOS EM AMBIENTES VARIÁVEIS.....	217
9.1. Introdução.....	217
9.2. Modelo Anual com Ciclo de Variação de Seis Anos do Valor de $c$ .....	217
9.3. Modelo Anual com Variação Cíclica e Estocástica de $c$ .....	217
9.4. Modelo Discreto Estocástico.....	219
9.5. Modelo com variação estocástica do valor final do dap ( $y_{11f}$ ).....	221
9.6. Modelação da Dinâmica Intra Anual de um Pinhal Bravo Jardinado.....	221
9.6. Modelação Estocástica de um Pinhal-bravo Jardinado.....	224
9.7. O Modelo SB-KHRONOSKHABA.....	225
9.8. Simulação Estocástica no R.....	232
Bibliografia.....	233
Parte II.....	235
10.....	236
POVOAMENTOS MISTOS AUTO-DESBASTADOS:.....	236
CONCEITOS E MODELOS BÁSICOS.....	236
10.1. Introdução.....	236
10.2. Simbologia.....	236
10.3. O Modelo Conceptual para a Competição entre Plantas.....	238
10.3. O Modelo BACO2 para a Competição entre Árvores.....	238
10.4. A Lei dos 3/2 nos PAMR.....	240
10.5. Coexistência, Dominância e Hierarquias Competitivas em PAMR.....	241
10.6. A Alometria e Produção Total dos PAM.....	241
10.7. Os Modelos BACO3, SB-BACO4 e SB-BACO5.....	243
Bibliografia.....	245
11.....	246
POVOAMENTOS MEDITERRÂNICOS MISTOS.....	246
11.1. Introdução.....	246
11.2. Coexistência e Sobreprodução.....	246
11.3. Simuladores em Scilab.....	254
11.4. Simuladores em R.....	256
11.5. Efeitos Totais em Florestas Mistas.....	259
Bibliografia.....	266



## **PREFÁCIO À SEGUNDA EDIÇÃO**

A primeira edição deste livro foi publicada há 17 anos e por outro lado os simuladores nela mencionados estavam inacessíveis. Face aos progressos, sistematização e aplicações da minha teoria para as florestas impunha-se pois atualizá-la e inserir nela listagens de programas de apoio ao texto e simuladores. Foi o que foi feito. Esta segunda edição tem pouco mais de cem páginas do que a primeira.

No que respeita ao texto, eliminámos o capítulo referente aos simuladores inacessíveis e criámos mais dois capítulos. O capítulo 9 é dedicado a procedimentos expeditos para ordenamento de pinhais bravos regulares auto-desbastados e o capítulo 11 aos povoamentos mistos de pinheiro bravo, pinheiro de Alepo e pinheiro manso. Os capítulos pré existentes foram revistos e atualizados, mantendo a ortografia original.

As linguagens utilizadas são o Scilab e o R.

Costa de Caparica, Outono de 2021

L. S. B.

## PREFÁCIO À PRIMEIRA EDIÇÃO

O propósito principal deste livro é pôr à disposição de técnicos, empresários e estudantes, diversa informação e instrumentos úteis para a gestão dos povoamentos de pinheiro-bravo (*Pinus pinaster* Ait.), a nossa principal espécie florestal, como se sabe. No entanto, dada abrangência dos aspetos abordados, ele servirá também a estudantes e profissionais de arquitetura paisagista, biologia, conservação da natureza, engenharia do ambiente, gestores de recursos naturais, e a todos aqueles interessados por temas da natureza, mormente os atinentes ao meu património natural.

Grande parte do material aqui apresentado já foi por mim divulgado em documentos do Departamento de Engenharia Florestal do Instituto Superior de Agronomia, e em artigos publicados na revista *Silva Lusitana*, da Estação Florestal Nacional, a maioria deles escritos em inglês. Assim, foi meu entendimento revestir-se de interesse promover a sua maior divulgação, numa forma mais acessível. Isto quer dizer que este texto será quase exclusivamente preenchido com aplicações de resultados da minha investigação teórica ao pinhal bravo, evitando-se, tanto quanto possível, incluir material de outras origens e disponível noutras fontes. Certamente que isto não significa que as elaborações aqui apresentadas não beneficiam de contribuições de outros autores, devidamente assinaladas, com apreço.

Embora mais rico em informação e instrumentos para gestão, o presente livro tem por paradigma aquele que dedicamos ao pinhal manso (Barreto, 2000b), sendo por isso a sua perspectiva de gestão dominante a da produção lenhosa, enquadrada pelas conceções do ordenamento adaptativo (Barreto, 1995a, PP. 37-39) e de uma silvicultura ambientalmente sã.

É meu entendimento que a informação aqui presente constitui um sistema integrado, coerente e, que saibamos, único, para a caracterização e gestão de pinhais-bravos regulares e irregulares, quer puros, quer mistos.

A posição hegemónica do pinhal bravo na nossa silvicultura, já mencionada, a deficiente condução a que tem sido submetido, e a necessidade de alterar esta situação justificam cabalmente a elaboração e divulgação deste texto, mormente quando, agora, se pretende, empenhadamente, melhorar a prática florestal portuguesa.

Com já afirmei noutro local, afigura-se-me que a transição do atual estado de incipiente gestão do nosso arvoredo, para uma situação tecnicamente mais evoluída, só poderá ser empreendida com sucesso através de um processo gradualista, tendo início em procedimentos simples mas eficientes, por cientificamente fundamentados. Os progressos da minha investigação tornam agora possível iniciar a abordagem deste problema nestes termos, como tentarei ilustrar nas páginas que se seguem, repassadas desta perspectiva metodológica (gradualista).

O livro consta de duas partes: uma dedicada aos povoamentos puros de pinheiro-bravo, a segunda aos mistos. Cada parte é iniciada com uma sùmula da minha teoria para os povoamentos do tipo em questão (puros ou mistos). Passo a ocupar-me da Parte I.

Insiro aqui um capítulo sobre a espécie *Pinus pinaster*, enfatizando a sua auto-ecologia e estratégia bionómica. No capítulo 3 abordo a estrutura e dinâmica dos pinhais-bravos regulares. No capítulo seguinte concentro-me em simulações de desbastes do pinhal bravo, e na análise do valor de expectativa do solo da sua cultura. O capítulo cinco aborda os povoamentos jardinados de pinheiro-bravo. Trato aqui da estrutura, modelos, e normas de gestão para este tipo de pinhal puro. Retorno à ecologia do pinhal bravo, e no capítulo seis analiso a estrutura da biomassa dos pinhais-bravos puros. No capítulo sétimo, caracterizo o

fluxo de energia, a eficiência energética e os ciclos biogeoquímicos do pinhal bravo. Concluo a primeira parte com um capítulo, o oitavo, onde abordo a simulação do pinhal bravo em ambientes variáveis. No final de cada capítulo abordo os simuladores, em ficheiro Excel, que lhe são conexos.

Na Parte II, dedicada aos povoamentos mistos de pinheiro-bravo, no capítulo 9, exponho resumidamente a minha teoria para os povoamentos mistos auto-desbastados, que suporta os simuladores em Excel, abordados no capítulo seguinte.

Nas mais recentes décadas, surgiu uma pública preocupação, e interesse por uma gestão ambientalmente adequada das florestas. Este tipo de silvicultura é muito mais exigente em conhecimento sobre os ecossistemas florestais que o ordenamento florestal clássico. Por isso, também abordei os importantes aspetos estruturais e funcionais, mencionados, dos povoamentos puros de pinheiro-bravo. Esta mesma sensibilidade justifica o tratamento que dedico aos povoamentos mistos de pinheiro-bravo.

De modo semelhante ao do meu livro dedicado aos pinhais mansos, admito que este texto, mais uma vez, e de forma cabal, ilustra não só a íntima inter penetração da ecologia e da silvicultura, mas também a extrema fecundidade da associação de uma teoria coerente e adequada, aquela que estabelecemos e aqui aplicamos, aos métodos de simulação, recorrendo, com apreço pelo trabalho dos autores compulsados, a alguns poucos dados empíricos pontuais, que de outro modo seriam de utilidade mais restrita.

O texto que apresento foi reescrito a partir de uma versão original que conclui no Verão de 1997, mas não consegui encontrar quem o quisesse publicar, mesmo com a cedência gratuita do original para o efeito.

Para apresentar os simuladores, escolhi ficheiros Excel por dois principais motivos: a) depois do processador de texto, a folha de cálculo deve ser a aplicação com que as pessoas estão mais familiarizadas; b) a maioria das folhas de cálculo abre os ficheiros do Excel.

Costa de Caparica, Outono de 2004

L. S. B.

#### Bibliografia

Barreto, L. S., 1995. *Povoamentos Jardinados. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.

Barreto, L. S., 2000. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.

Lakatos, I., 1998. *História da Ciência e suas Reconstruções Racionais*. Edições 70, Lda., Lisboa.

## **Parte I**

### **Povoamentos Puros**

- **1. Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares: Conceitos e Modelos Básicos**
- **2. O Pinheiro-Bravo**
- **3. pinhais-bravos Regulares**
- **4. A Economia e Silvicultura do Pinhal Bravo Regular**
- **5. pinhais-bravos Jardinados**
- **6. A Biomassa do Pinhal Bravo**
- **7. Energia e Biogeoquímica nos pinhais-bravos**
- **8. pinhais-bravos em Ambientes Variáveis**

### Lista dos símbolos e acrónimos mais frequentemente usados

**CBQ** Ciclos biogeoquímicos

**CQ** Classe de qualidade

**dap** Diâmetro do tronco ou fuste da árvore, à altura do peito

**E =  $\exp(-c(t-t(0)))$** , em que **c** é uma constante característica da espécie. Para o pinheiro-bravo será  $E=\exp(-0,05(t-10))$

**EN** Existência normal nos pinhais jardinados, irregulares ou disetâneos

**f(i)** Frequência da classe **i** (árvores/hectare), nos pinhais jardinados

**Fw** Factor de Wilson (espaçamento relativo referido à altura dominante).  $F=100/(\text{densidade}^{1/2} \times \text{altura dominante})$ , para o compasso quadrado

**G** Área basal (metros quadrados/hectare)

**I** Aumento do peso de um nutriente acumulado na biomassa total de um povoamento, quilogramas por hectare e por ano ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )

**MACA** Máximo acréscimo corrente anual. Se referido ao volume em pé exprime-se em metros cúbicos por hectare por ano, ( $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )

**MAMA** Máximo acréscimo médio anual

**Mg** Megagrama (= 1 tonelada)

**NG** Norma de gestão para um povoamento jardinado

**PAPI** Povoamento auto-desbastado puro e irregular ou jardinado

**Pb** Pinheiro-bravo

**PB** Possibilidade de um povoamento jardinado

**PBJ** Pinhal bravo jardinado

**PBR** Pinhal bravo regular

**PJ** Povoamento jardinado

**PPAR** Povoamento puro auto-desbastado e regular

**PPL** Produtividade primária líquida, toneladas de matéria seca/hectare/ano

**R** Nutrientes restituídos ao solo, ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )

**R<sub>i</sub> =  $y_{i0}/y_{if}$** . Este valor é constante para uma dada variável florestal, de uma dada espécie

**S** Nutrientes acumulados na biomassa, ( $\text{kg ha}^{-1}$ )

**t<sub>0</sub>** Idade em que um povoamento regular entra na linha dos 3/2, ou na fase de competição intra-específica dominante

**TR<sub>y-21t</sub>** Taxa relativa de mortalidade na idade **t**. No pinheiro-bravo  $\text{TR}_{y-21t}=-0,08974 E$

**TR<sub>y<sub>i</sub></sub>** Taxa relativa de crescimento da variável **y**, idade **t**. Para o pinheiro-bravo será  $\text{TR}_y(t)=-0,05 \ln(Ry) E$

**U** Nutrientes absorvidos do solo, pelas árvores, ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )

**x** Qualquer variável florestal com dimensão linear

**y<sub>ijt</sub>** Variável florestal (**VAF**) com a potência da dimensão linear **i**, de ordem **j**, na idade **t**. Ver quadros 1.1 e 1.2

**y<sub>ijf</sub>** Valor final ou assintótico da variável **y<sub>ij</sub>**

**y<sub>ijo</sub>** Valor da variável **y<sub>ij</sub>** na idade **t<sub>0</sub>**

**y<sub>t</sub>** Valor de uma qualquer variável florestal, **y**, na idade **t**

1

## POVOAMENTOS PUROS AUTO-DESBASTADOS REGULARES: CONCEITOS E MODELOS BÁSICOS

### 1.1. Introdução

O propósito deste capítulo é apresentar os conceitos e relações nucleares da minha teoria para povoamentos puros auto-desbastados regulares (PPAR). Este material será expandido e aprofundado em capítulos seguintes, tendo o pinheiro-bravo (Pb; *Pinus pinaster* Ait.) como motivo de particular ilustração.

Esta apresentação tem como principais referências Barreto (2010, 2011), livros livremente acessíveis na internet, onde a minha teoria para a estrutura e dinâmica das florestas puras e mistas, tanto regulares como irregulares, é detalhadamente apresentada.

A teoria que elaborámos assenta nos seguintes pressupostos:

1. Embora os povoamentos auto-desbastados, na realidade, não tenham um comportamento que não é rigorosamente previsível (é aleatório ou estocástico, dentro de certos limites) para tentar identificar as leis ou regularidades das suas estruturas e dinâmicas podemos ignorar esta aleatoriedade, e numa primeira aproximação admitir que são determinísticos. O texto que adiante se apresenta está assente nesta conjectura simplificativa.
2. Uma consequência desta atitude é que os simuladores determinísticos dos povoamentos auto-desbastados não dão predições exatas da futura dinâmica dos mesmos, mas só valores indicativos das futuras magnitudes das variáveis simuladas.
3. Os povoamentos auto-desbastados são entidades complexas, mas desta riqueza estrutural emergem regularidades simples que podem ser detetadas e descritas por equações igualmente simples.
4. O crescimento das árvores é condicionado por leis eco-fisiológicas, químicas e físicas.
5. A ocupação do espaço pelas árvores respeita restrições de ordem física.
6. Os crescimentos das árvores e a dinâmica dos PPAR são alométricos.
7. Na realidade, os povoamentos auto-desbastados são estocásticos, entidades mais complexas e ricas. Concentremo-nos na descrição da sua estrutura e dinâmica recorrendo só a alguma das suas propriedades quantificáveis ligadas ao arvoredo, conhecidas como variáveis florestais.

Neste capítulo, em benefício da facilidade de compreensão, na introdução de conceitos fundamentais, usaremos uma simbologia menos usual, mas de maior inteligibilidade conceptual e operacional. Uma representação esquemática do processo de inquirição apresenta-se na figura 1.1. Na figura 1.2 insere a conceptualização de base dos povoamentos puros auto-desbastados regulares.

## 1.2. Uma Breve Incursão pela Análise dimensional

Na situação de o leitor não estar familiarizado com a análise dimensional, vou apresentar aqui alguns conceitos básicos que nos serão úteis.

A dimensão de um comprimento (extensão linear) é representada pelo símbolo da variável,  $y$ , entre parêntesis rectos:

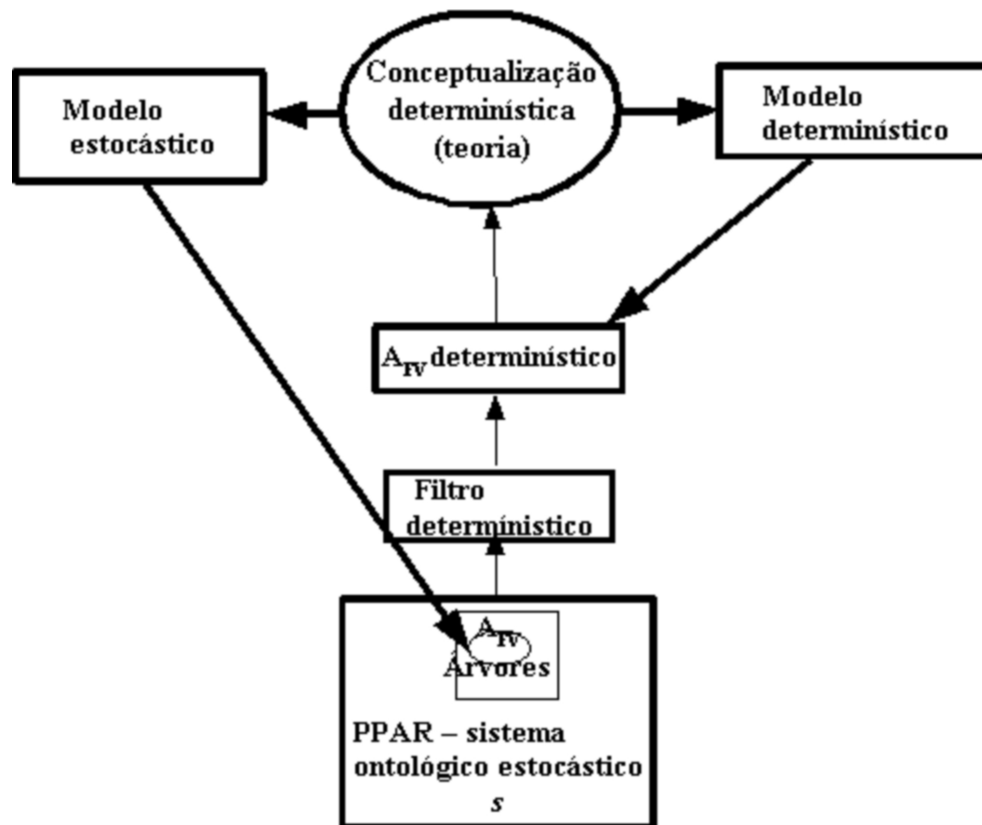


Figura 1.1. Descrição figurativa do sistema analítico em que se inserem as elaborações deste capítulo.  $A_V$  representam as propriedades da população de árvores descritas pelas variáveis florestais. PPAR = povoamento puro auto-desbastado regular. As setas apontando para cima representam *abstracção*; as que apontam para baixo significam *subsunção*

$$[y]=L^1=L \quad (1.1)$$

em que  $L$  representa a dimensão linear.

Um quadrado de lado  $y$  tem a área  $A$   $A=y \times y=y^2$ . A dimensão da área vem:

$$[A]=L^1 \times L^1= L^{1+1} = L^2 \quad (1.2)$$

O volume de um cubo de aresta  $y$ ,  $V$ , virá:

$$[V]=L \times L \times L= L^3 \quad (1.3)$$

O volume por unidade de área,  $VA$ , tem a dimensão:

$$[VA]=L^3 / L^2 =L^{3-2} = L \quad (1.4)$$

Se consideramos o número de árvores adimensional, a dimensão da densidade,  $\gamma_{-21}$ , número de árvores por unidade de área, será:

$$[\gamma_{-21}]= L^{-2} \quad (1.5)$$

### Abstração determinística

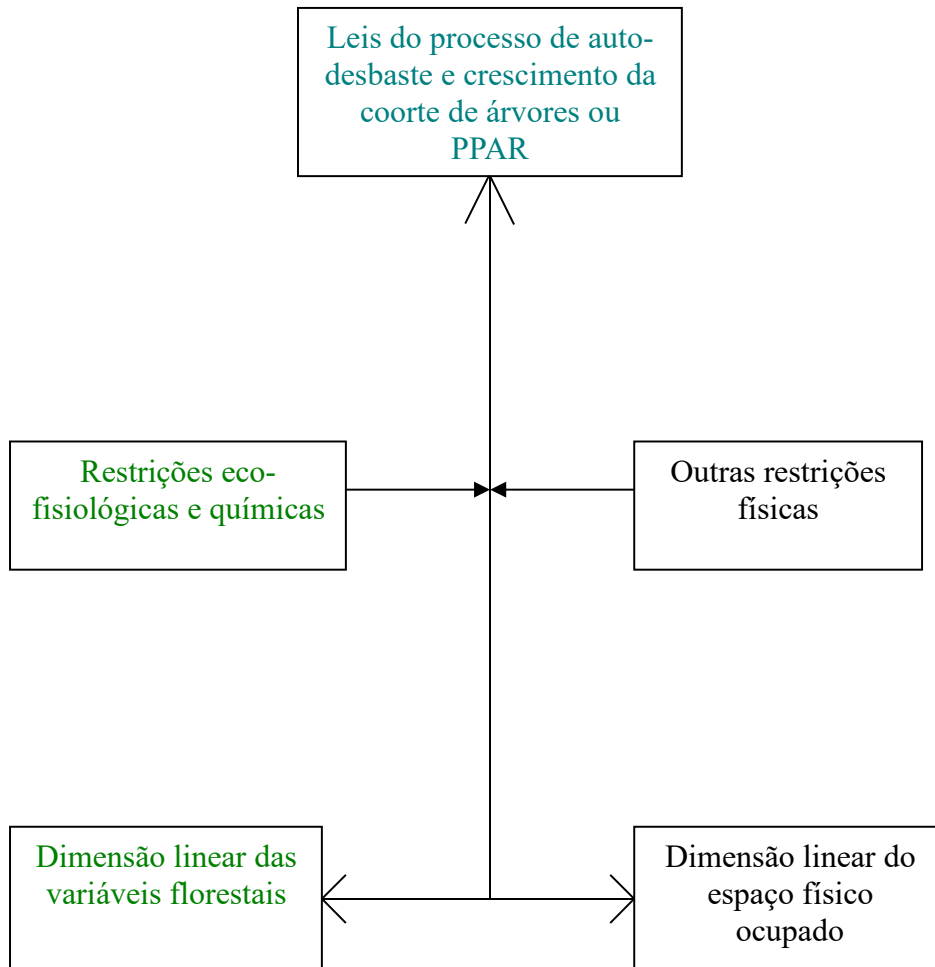


Figura 1.2. Organização do espaço conceptual das hipóteses de base em que assenta o esforço de pesquisa nomológica ou de identificação das leis da dinâmica de uma coorte de árvores

Variáveis com expoente igual a dois, como a área foliar da árvore, referidas à unidade de área, o chamado índice área foliar, **IAF**, serão constantes, pois temos:

$$[IAF]= L^2 / L^2 = L^{2-2} = L^0 \quad (1.6)$$

O mesmo se passa com a área basal de um PPAR.

### 1.3. Os Conceitos Fundamentais

Para descrever o comportamento dos PAP demos que recorrer a conceitos que os caracterizem e descrevam. Neste contexto, além de outros, os principais conceitos de que nos serviremos são conceitos métricos designados por variáveis florestais (VAF). Estas dizem respeito quer à árvore só, quer ao conjunto das árvores, isto é, ao PAP. Vou considerar as **VAF** classificadas de acordo com o expoente da dimensão linear que lhe está associado. Uma variável florestal será genericamente representada pela notação:

$$Y_{i,j,t}$$

**i = expoente da dimensão linear**

**j = identifica a variável entre todas com a mesma dimensão linear**

t = idade a que se reporta o valor da variável. Quando não necessário pode ser omitido

No quadro 1.1 inserimos as variáveis descritoras da árvore agrupadas de acordo com este critério.

Quadro 1.1. Variáveis florestais descritoras da árvore

i=1		i=2		i=2,6666		i=3	
j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável
1	Diâmetro à altura do peito (dap)	1	Biomassa das folhas ou agulhas	1	Biomassa total da árvore	1	Volume do tronco
2	Altura	2	Biomassa dos ramos vivos			2	Biomassa da madeira do tronco
2d	Altura dominante	3	Biomassa dos ramos mortos			3	Biomassa da casca do tronco
		4	Biomassa total da copa			4	Biomassa total do tronco
		5	Área foliar			5	Biomassa total da raiz
		6	Área basal				
		7	Área ocupada pela árvore				

Como o leitor verifica, o valor de **i** de uma **VAF** referida ao povoamento é igual ao correspondente à árvore menos 2. Genericamente,

$$i_{\text{povoamento}} = i_{\text{árvore}} - 2,$$

como se mostrou na secção anterior.

O expoente associado à raiz é minha melhor estimativa no actual momento, requer confirmação, mas supomos que é a correcta. A estimativa da biomassa da raiz é uma tarefa difícil e sujeita a erros por defeito.

Quadro 1.2. Variáveis descritoras do povoamento

i=-2		i=0		i=0,6666		i=1	
j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável
1	Densidade, árvores ha <sup>-1</sup>	1	Biomassa das folhas ou agulhas ha <sup>-1</sup>	1	Biomassa total da árvore ha <sup>-1</sup>	3	Volume do tronco ha <sup>-1</sup>
		2	Biomassa dos ramos vivos ha <sup>-1</sup>			4	Biomassa da madeira do tronco ha <sup>-1</sup>
		3	Biomassa dos ramos mortos ha <sup>-1</sup>			5	Biomassa da casca do tronco ha <sup>-1</sup>
		4	Biomassa total da copa ha <sup>-1</sup>			6	Biomassa total do tronco ha <sup>-1</sup>
		5	Área foliar ha <sup>-1</sup>			7	Biomassa da raiz ha <sup>-1</sup>
		6	Área basal ha <sup>-1</sup>			8	Espaçamento entre as árvores
						9	Biomassa total ha <sup>-1</sup>

Sugiro ao leitor que imprima os quadros 1.1 e 1.2, e tenha essa folha à mão, enquanto prossegue a leitura, e ainda não se tenha familiarizado com esta notação.

As florestas existem no espaço, mantêm relações com as dimensões do espaço físico, e através destas relacionam-se entre si. Por isso a dimensão linear é aqui importante (fig. 1.2).

Os expoentes fraccionários da dimensão linear para as biomassas ou volumes da árvores (2,6666) e dos PPAR (0,6666) levam-nos a considerar estas duas entidades como *fractais*. Esta propriedade será explorada em devido tempo.

Além destes conceitos métricos, recorreremos a conceitos puramente descritivos e comparativos, alguns já mencionados (por exemplo, competição, classe de qualidade), que sempre que possível nos esforçamos por quantificar, numa busca de rigor.

Uma proposta de padronização da simbologia florestal para Portugal é apresentada em Soares e Tomé (2008). Esta simbologia é puramente descritiva, não tem nenhum suporte nomológico como a que proponho, e reflete uma situação circunstancial: o actual domínio da lingua inglesa. Já antes, o grego, o latim e o francês tinham sido línguas dominantes, na Europa. Na simbologia proposta por estas autoras, a identificação dos símbolos apresentados é por isso mais fácil para quem saiba inglês e na minha simbologia eles são facilmente reconhecíveis, em qualquer canto do mundo, por qualquer pessoa que saiba silvicultura. De qualquer modo, a correspondência entre a simbologia que proponho e a inserida em Soares

e Tomé (2008) pode ser feita sem dificuldade. Este comentário não belisca minimamente o mérito e a qualidade do texto das Professoras Paula Soares e Margarida Tomé.

No entanto, convém ainda anotar não serem as duas simbologias irreconciliáveis. Pelo menos dois procedimentos diferentes podem ser utilizados para as conciliar, como ilustramos:

$$y_{2g} \quad \text{ou} \quad g_2$$

para a área basal da árvore.

Duas questões surgem agora:

*Questão 1.* No seu crescimento as **VAF** de um PAP seguem um padrão básico?

*Questão 2.* Como estão as dinâmicas das diversas **VAF** relacionadas durante o crescimento da floresta?

As respostas a estas questões são a minha teoria para os PPAR, de cuja apresentação resumida me ocuparei até ao fim deste capítulo.

## 1.4. As Fases do Crescimento dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Do ponto de vista da competição, e assim da sua dinâmica, durante a sua vida, os PPAR passam por três fases. Na **fase I**, as plantas, que com o crescimento serão árvores, competem entre si e com a outra vegetação (herbáceas e arbustos) presente. É claramente uma situação de competição inter-específica.

Na **fase II** (FII), atingida uma maior altura, com a idade, as árvores passam a competir predominantemente entre si, isto é, estão sobretudo sujeitas à competição intra-específica. Neste texto preocupamo-nos, quase exclusivamente, com a FII.

*Esta competição intra-específica, por espaço e recursos para o crescimento das árvores, é a responsável pelas mudanças que o PPAR sofre na FII: diminuição do número de árvores (auto-desbaste), crescimento das árvores que sobrevivem, aumento do volume em pé e biomassa total. **A teoria que estabeleci aplica-se a esta fase.***

Quando as árvores atingem a maturidade, o seu crescimento quase se anula, o mesmo se passa com a competição intra-específica, e o auto-desbaste cessa. Estamos na **fase III**.

Usando uma terminologia mais divulgada, podemos dizer que a fase I corresponde ao nascedio e novedio. A FII coincide com o bastio e o fustadio. A fase III é o estágio denominado alto fuste.

## 1.5. A Modelação das Variáveis Florestais

Reportando-nos à *Questão 1*, dizemos que as variáveis florestais observam a equação de Gompertz nas suas dinâmicas. Importa pois caracterizar esta equação, mas antes façamos uma breve incursão retrospectiva pelo tema.

Segundo Zeide (1993b), citando Fernow (1913), a primeira tabela de produção conhecida foi apresentada por Paulen, em 1787, isto é, há mais de duzentos anos.

Desde então, o número de curvas de crescimento para as variáveis florestais não tem parado de crescer. Um investigador da Estónia compilou e analisou 75 destas curvas (Kiviste, 1988). Sem dúvida um número impressionante.

Cada árvore, cada povoamento, mesmo numa dada espécie, ao longo da sua vida, é o resultado da combinação única de fatores genéticos, ecológicos e ambientais, pelo que seria possível estabelecer tantas curvas de crescimento quantas as entidades destas que considerássemos. Fica, assim, sugerido que estabelecer curvas de crescimento sobre curvas de crescimento é uma busca ilusória, infrutífera no que respeita a capacidade de generalização, embora fácil com o atual recurso ao computador e aos programas de estatística disponíveis. Trata-se de meros exercícios de computação que duvidamos que cheguem a ser ciência. Quiçá proto-ciência.

Os físicos, para um dado fenómeno, à escala newtoniana, têm uma única equação que é válida para condições (ideais) pressupostas, raramente satisfeitas na realidade. No entanto, realizam repetidas experiências idênticas, obtêm resultados diferentes, não coincidentes com os fornecidos pela equação disponível, mas não a abandonam, e estabelecem outra ou outras. Sabem que cada repetição é um acontecimento único, sujeito a diversos fatores, variáveis e incontroláveis, impossível de serem incluídos na equação teórica, para o fenómeno em causa.

É legítimo indagar se o crescimento das variáveis biológicas (no centro do meu interesse as florestais) não é constrangido pelas leis físicas e químicas aplicáveis (e.g., Pennycuik, 1992), e assim a variedade de padrões encontrados não são, tão somente, a expressão aleatória, embora condicionada, de uma única regularidade latente, conceptual-determinística.

Nesta linha de raciocínio, nos últimos 15 anos, verifica-se um esforço para detetar o padrão, ou os poucos padrões fundamentais da variação das variáveis florestais (e. g., Zeide, 1993b).

Inserida nesta perspectiva da investigação florestal, surge a formulação do meu modelo KHABA (Khilmi, Hara e Barreto) que passará a ser mencionado pela sigla MKB. O conceito base do MKB, cuja fundamentação explanaremos, resume-se ao seguinte: a **dinâmica das variáveis florestais segue a equação de Gompertz**.

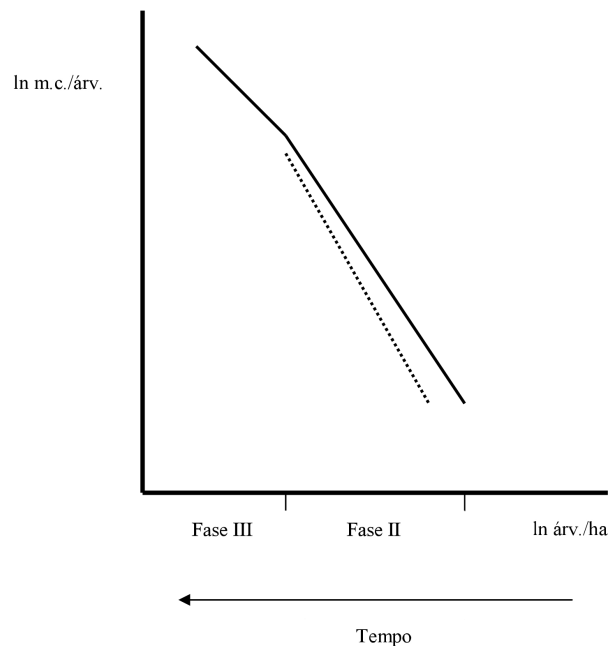


Figura 1.3. A linha contínua representa graficamente a forma logarítmica da lei da potência dos 3/2 (eq. (1.24)). Durante o seu crescimento, o PPAR não está sempre sobre a linha dos 3/2, mas move-se no espaço entre ela e a recta a tracejado (amplitude). O PPAR move-se da direita para a esquerda (das maiores densidades e menores árvores para as menores densidades e maiores árvores)

Antes de passarmos à subsecção seguinte, vou referir algumas contribuições dedicadas à modelação do auto-desbaste.

Shinozaki e Hira (1956) devem ter sido dos primeiros autores a propôr um modelo para o auto-desbaste, mais tarde recuperado e elaborado por Shinozaki (1962).

Em 1957, Khilmi deduziu a aplicação da equação de Gompertz à dinâmica da densidade dos PPAR e estabeleceu dedutivamente uma equação para o volume em pé.

Tadaki (1963) propôs um modelo que relaciona o volume médio da árvore com a densidade, a partir da análise de tabelas de *Pinus strobus* e *Pinus densiflora*. Segundo Hozumi (1977) os modelos de Shinozaki e de Tadaki têm boa aderência à fase I.

Hozumi (1977; 1980; 1983) propôs modelos complexos baseados nos de Tadaki, Shinozaki, L3/2 e curva logística num esforço de integração destas três contribuições num modelo único.

Agora, abordemos a equação de Gompertz.

A equação de Gompertz (EGP) foi estabelecida por Benjamin Gompertz, em 1825, num artigo publicado na *Philosophical Transactions of the Royal Society*, em Londres. A equação foi proposta no âmbito da demografia humana, para descrever a estrutura etária das populações.

O conceito chave desta equação é o seguinte. Partamos da equação exponencial, e admitamos, do mesmo modo, que o crescimento da população é proporcional ao seu tamanho. Agora, enquanto para o crescimento exponencial a proporcionalidade é constante, na EGP ela decai com a idade.

Para a população  $y$ , escrevo a forma diferencial da equação exponencial:

$$dy/dt=r y \quad (1.7)$$

Na EGP,  $r$  não é constante, mas decai exponencialmente, com o fundamento de que, com a idade, os indivíduos tornam-se menos eficientes. Então a variação de  $r$  será dada por:

$$dr/dt=-c t \quad (1.8)$$

onde  $c$  é uma constante e  $t$  representa o tempo ou idade.

Num apêndice final a este capítulo, deduzimos das eqs. (1.7) e (1.8) a forma integral seguinte, da EGP:

$$y_t = y_f R \exp(-c(t-t_0)) \quad (1.9)$$

em que  $y_f$  é o valor final ou assintótico de  $y$ ;  $R=y_0/y_f$ , sendo  $y_0$  o valor de  $y$  na idade  $t_0$ , tendo-se ainda  $\exp(-c(t-t_0))=e^{-c(t-t_0)}$ . O subscrito  $i$  é o valor do expoente da dimensão linear associado à variável  $y$ . Vou assumir que a idade  $t_0$ , em termos teóricos, é aquela em que o PPAR entra na FII, ou passa a deslocar-se na linha de 3/2 (ver texto adiante e fig. 1). Na fig. 1.4, apresenta-se uma ilustração do comportamento da eq. (1.9).

Para uma dada espécie florestal  $c$  é constante. Para uma dada espécie e mesmo valor de  $i$  (ver quadros 1.1 e 1.2)  $R_i$  é constante.

O **ponto de inflexão** da EGP ocorre quando (Apêndice A.1):

$$y^* = y(f)/e=0,368 y(f) \quad (1.10)$$

e na idade  $t^*$ :

$$t_i^*=(\ln(-\ln(R_i)/c))+t_0 \quad (1.11)$$

A EGP não é pois simétrica, como a sigmóide, em que o ponto de inflexão ocorre quando a população é igual a metade do valor assintótico, convencionalmente designado por capacidade de sustentação (**K**).

Uma **forma diferencial** da EGP pode ser a seguinte (Apêndice A.1):

$$dy/dt=c y (\ln y_f - \ln y) \quad (1.12)$$

Enquanto o crescimento na equação sigmóide é proporcional à diferença entre o valor final e actual, a variação na EGP é proporcional à diferença dos logaritmos naturais destes valores.

Por diferenciação da eq. (9) também se obtém o **acrécimo corrente**:

$$dy/dt = -c y \ln R EP \quad (1.13)$$

em que EP=

Com um curto script em R, obtemos o gráfico da figura 1.4:

```
c=0.04;R=0.02;f=10/R
t=seq(10,300, by=5)
g=f*R^exp(-c*(t-10))
plot(t,g,type='l',xlab='Tempo',ylab='Variável',lwd=2)
title("Dinâmica de Gompertz")
```

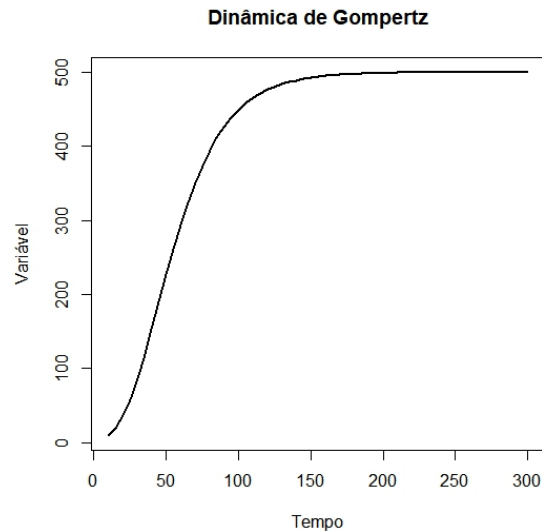


Figura 1.4. A curva de Gompertz (eq. (1.9)). Os valores assumidos são:  $t(0)=10$ ,  $y(0)=10$ ,  $R_y=0,02$ ,  $c=0,04$ . O ponto de inflexão ocorre em  $t=44$

Para obter o acréscimo corrente da mesma variável escrevemos, no R:

```
ac=g*(-c)*log(R)*exp(-c*(t-10))
plot(t,ac,type='l',xlab='Tempo',ylab='Acréscimo
corrente',lwd=2)
title("Acréscimo corrente da dinâmica de Gompertz")
```

Podemos saber o valor do acréscimo máximo:

```
> max(ac)
[1] 7.352894
```

As equações (1.10) e (1.12) permitem-nos obter um resultado mais preciso:

```
maxg=0.368*f
maxac=c*maxg*(log(f)-log(maxg))
maxac
[1] 7.357588
```

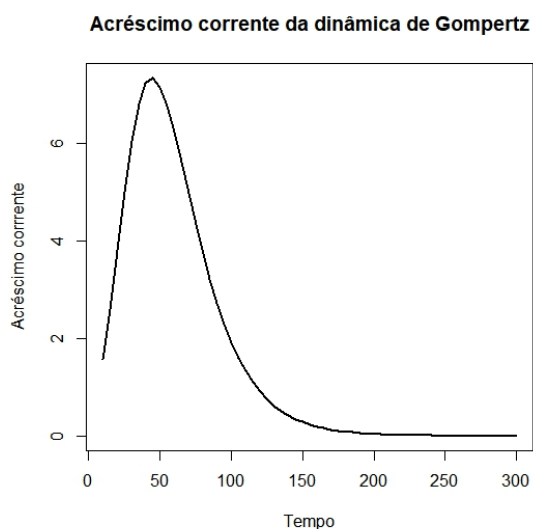


Figura 1.5. Os acréscimos correntes (eq. (1.13)) correspondentes à curva de Gompertz da fig. 1.4. Veja-se a ocorrência do máximo quando  $t=44$

A expressão da **taxa relativa de crescimento (Try)** é pois:

$$1/y \, dy/dt = -c \ln R \, EP \quad (1.14)$$

Na fig. 1.5, ilustra-se o comportamento da eq. (1.13), para a curva de Gompertz da fig. 1.4.

Da eq. (1.12) também se pode obter uma **forma alternativa** da taxa relativa de crescimento:

$$1/y \, dy/dt = c \ln y(f) - c \ln y \quad (1.15)$$

Podemos avançar duas **formas discretas** para a EGP. Eis a primeira:

$$y_{t+1} = y_t (y_f/y_t)^c \quad (1.16)$$

A segunda forma discreta é a seguinte:

$$y_{t+1} = y_t \exp(a - c \ln y_t) \quad (1.17)$$

encontrando-se aqui:

$$y_f = \exp(a/c) \quad (1.18)$$

Na eq. (1.17),  $a$  é uma constante que varia com o tamanho da população.

Um século após a introdução da EGP, C. P. Winsor (1932) sugeriu, pela primeira vez, o seu uso como curva de crescimento.

Em 1940, P. B. Medawar, prêmio Nobel, provou teoricamente que o crescimento biológico deve ocorrer de acordo com a EGP.

Sob uma perspectiva empírica, como referem Causton e Venus (1981), entre outros, a EGP é considerada como a mais adequada de entre as curvas do tipo sigmóide, para descrever o crescimento biológico (plantas e animais).

Como já referimos, em 1957, G. F. Khilmi provou que a dinâmica da densidade dos PPAR segue a EGP.

S. Nokoe (1978) ilustrou ser a EGP um dos melhores modelos para a dinâmica do volume em pé dos povoamentos puros e regulares.

Hara (1984) ajustou, com êxito, curvas de Gompertz à densidade, volume em pé por unidade de área, e volume da árvore média de PPAR e a tabelas de produção de diversos países.

Posteriormente, nós mostrámos que  $y_{-2,1}$ ,  $y_{3,1}$ ,  $y_{1,3}$ ,  $y_{1,1}$ ,  $y_{1,2}$  dos PPAR obedecem à EGP (Barreto, 1990), estabelecendo, assim, o MKB. Após isto, em Barreto (1993), estendemos a prova de Khilmi para a densidade,  $y_{-2,1}$ , às outras quatro variáveis florestais. Ainda em Barreto (1994b), mostrámos que a dinâmica da biomassa dos PPAR e das componentes das suas árvores também obedecem à EGP. A mesma estratégia de prova é facilmente extensível às VAF relativas à biomassa.

Em Barreto (1990, 1993, 2004) estabelecemos o MKB.

## 1.6. O Ajustamento da Equação de Gompertz

Vamos apresentar um método expedito de ajustar uma equação de Gompertz a uma série temporal de dados. Pretendemos obter os parâmetros da equação (1.9).

Vejamos como isto pode ser feito no R.

Criemos uma série de dados com a equação (1.9), correspondente ao crescimento do volume em pé ( $m^3 ha^{-1}$ ) de um PPAR de pinheiro-bravo:

```
> t<-c(0:90)
> y0<-c(400*0.4076^exp(-0.05*t))
> x<-log(y0[-91])
> y<-log(y0[-1])
>
> modelo<-lm(y~x)
> summary(modelo)
```

```

Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.123e-15 -4.081e-16 -1.320e-17  2.317e-16  4.031e-15

Coefficients:
            Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) 2.922e-01  1.607e-15  1.819e+14  <2e-16 ***
x           9.512e-01  2.773e-16  3.430e+15  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

1

```

Residual standard error: 6.065e-16 on 88 degrees of freedom
Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1
F-statistic: 1.177e+31 on 1 and 88 DF, p-value: < 2.2e-16

```

```

> cf<-coef(modelo)
> a<- cf[1]
> b<-cf[2]
>
> c<--(b-1)
> k<-exp(a/c)
> R<-y0[1]/k
> c
      x
0.04877058
> k
(Intercept)
      400
> R
(Intercept)
      0.4076

```

Obtenhamos um gráfico (figura 1.6) dos dados e dos valores ajustados (linha a cor verde). A sobreposição das representações dos dados atesta a boa qualidade do ajustamento.

```

>
> windows()
> plot(t,y0)
> y=k*R^exp(-c*t)
> lines(t,y, col=3, lwd=2)
>

```

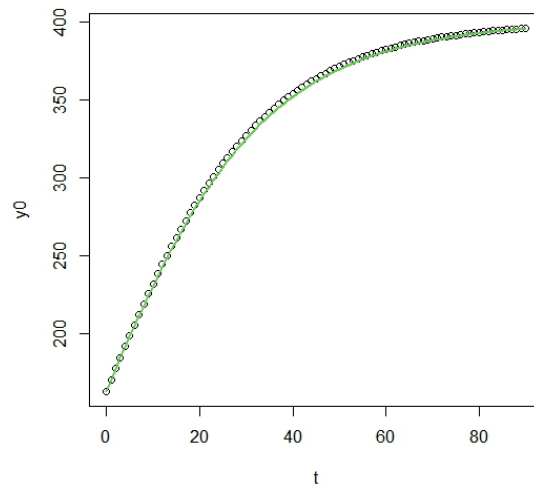


Figura 1.6. Ajustamento da equação de Gompertz. Dados originais (o) e ajustados (—)

A curva ajustada é  $y=400*0,4076^{\exp(-0,049*t)}$ .

## 1.7. A Alometria

Ao caminharmos na rua, por vezes, algumas pessoas chamam a nossa atenção pela falta do que entendemos ser a proporcionalidade que afecta uma ou outra parte do seu corpo. Por exemplo, ou têm as pernas curtas para o tamanho do tronco, ou uma cabeça grande demais relativamente ao tamanho do tronco. De facto, durante o crescimento dos seres vivos, as suas dimensões relativas das partes do corpo seguem um padrão de dimensões relativas das suas partes, que é a emergência da ação simultânea de restrições de natureza física, química e biológica.

A **alometria** estabelece relações entre os tamanhos de componentes do corpo, entre funções e tamanho de componentes do corpo, e entre tamanhos da componente do corpo e atributos da população em que os indivíduos estão inseridos.

A alometria foi introduzida por D'Arcy Thompson (Thompson, 1917), que recorreu ao princípio da semelhança geométrica. Este princípio justifica-se pelo facto da maioria dos **organismos serem incompressíveis**, e a sua massa por unidade de volume ser aproximadamente a da água do mar. Isto permite, *nesta particular situação*, usar indistintamente a biomassa ou o volume do corpo, ou duma sua parte, nas equações alométricas.

Uma equação alométrica simples assume a forma:

$$Y_{aj} = \beta_0 Y_{bh}^{\beta_1} \quad (1.19)$$

que pode ser linearizada do seguinte modo:

$$\log (y_{aj}) = \log (\beta_0) + \beta_1 \log (y_{bh}) \quad (1.20)$$

Para a eq. (1.19) ter *homogeneidade dimensional*, é preciso que o expoente da dimensão linear associada ao primeiro membro da igualdade seja igual ao do segundo, isto é,  $\beta_1 b = a$ , do que resulta:

$$\beta_1 = a/b \quad (1.21)$$

Esta relação permite estabelecer as equações alométricas que desejarmos, recorrendo a duas quaisquer variáveis dos quadros 1 e 2.

Uma relação alométrica muito famosa é a chamada *lei dos 3/2* (figura 1.3), que relaciona as dinâmicas do crescimento do volume ou biomassa médios do tronco com a densidade. Escreve-se:

$$y_{31} = \beta_0 y_{-21}^{-3/2} \quad (1.22)$$

O expoente de **valor absoluto** maior de que 1 ( $3/2 = 1,5 > 1$ ) assegura que o volume do povoamento cresce com a idade, por o crescimento da árvore sobre compensar a perda de volume provocado pelo auto-desbaste. Se o mesmo valor fosse igual a 1, o volume seria constante. Decresceria se fosse inferior a 1.

*Verificamos assim, que não só o crescimento da árvore obedece a um padrão, não é desordenado ou caótico, como também o seu crescimento e o do povoamento, considerados interativamente. Do mesmo modo, as variáveis florestais referidas ao povoamento não crescem desordenadamente, mas de acordo com padrões que a alometria permite detetar. A alometria permitiu-nos responder afirmativamente à Questão II, atrás formulada.*

Recorrendo a operações elementares de cálculo é possível estabelecer as **importantes relações** seguintes:

$$R_a = R_b^{\beta_1} \quad (1.23)$$

$$TRy_a = \beta_1 TRy_b \quad (1.24)$$

Na perspectiva do ordenamento para a produção de material lenhoso, destacamos as seguintes relações:

$$R_1 = R_{-2}^{-1/2} \quad (1.25)$$

$$TRy_1 = -1/2 TRy_{-2} \quad (1.26)$$

$$R_3 = R_1^3 \quad (1.27)$$

$$TRy_3 = 3 TRy_1 \quad (1.28)$$

$$R_3 = R_{-2}^{-3/2} \quad (1.29)$$

$$TR_{Y_3} = -3/2 TR_{Y_{-2}} \quad (1.30)$$

Se a biomassa total das árvores estiver no centro do meu interesse:

$$\text{Biomassa total da árvore média} = \beta_0 y_{-21}^{-1,333} \quad (1.31)$$

(2,666/-2=-1,333)

Existe evidência conceptual e empírica que suporta esta equação (Enquist, West e Brown, 2000:185-186). Esta relação implica que na relação alométrica entre a taxa de metabolismo das plantas e a sua biomassa total, o expoente desta é  $\frac{3}{4}$ , como para os *animais*. Isto ilustra a capacidade unificadora da minha teoria.

Salvo se registre alteração, daqui em diante assumindo  $t_0=10$  anos. Nestes termos, para o Pb, temos:

$$R_1 = 0,407637$$

Recorrendo aos valores dos quadros 1.1 e 1.2, e à eq. (1.23), escrevemos:

$$R_{-2} = R_1^{-2} = 0,407637^{-2} = 6,01801$$

Do mesmo modo obtemos:

$$R_0 = R_1^0 = 1 ; \quad R_{0,666} = R_1^{0,666} = 0,54977 ; \quad R_2 = R_1^2 = 0,16617 ;$$

$$R_{2,666} = R_1^{2,666} = 0,09135 ; \quad R_3 = R_1^3 = 0,06774 ;$$

O valor de  $c$  para o Pb foi por estimado em **0,05** (Barreto, 1987, 2004). Vejamos o que nos diz o valor de  $R$ :

- Se  $R_i > 1$ , significa que  $y_0 > y_f$ , logo a variável decresce com a idade;
- Obviamente, se  $R_i = 1$  a variável mantém-se constante;
- Se  $R_i < 1$ , a variável cresce com a idade.

Os valores das taxas relativas das variáveis, para o Pb, são exibidos na figura 1.7.

Durante anos, a alometria foi considerada pouco mais do que uma curiosidade numérica, de pouco valor teórico e explicativo. Hoje, admite-se que as relações alométricas permitem aprofundar o conhecimento em diversos ramos da biologia, e estabelecer sínteses frutuosas e unificadoras entre elas.

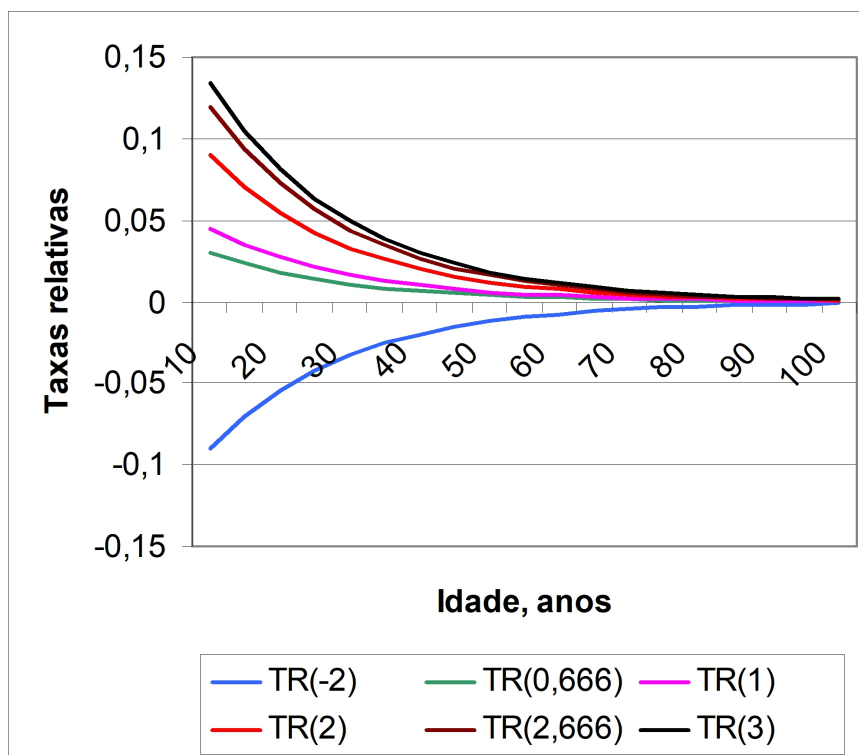


Figura 1.7. Taxas relativas de crescimentos dos vários grupos de variáveis, discriminados pelo expoente da dimensão linear, para o pinheiro-bravo. Ver quadro 1.3.

As relações alométricas (West, Brown, e Enquist, 2000:91):

- Permitem pôr em evidência uma simplicidade sistemática no mais complexo de todos os sistemas – os seres vivos.
- Constituem as poucas leis quantitativas de carácter universal disponíveis, e têm subjacente a existência de um conjunto de princípios fundamentais para toda a forma de vida.
- As suas clarificações e interpretações abrem um campo vasto e fecundo à investigação em biologia.

O leitor interessado no aprofundamento deste tema (alometria), e à sua exploração em vários domínios da biologia, pode recorrer à obra colectiva organizada por Brown e West (2000). Em Niklas (1994), além de aspetos teóricos, pode encontrar-se uma vasta compilação sobre informação empírica relativa à alometria das plantas.

## 1.8. O Cálculo Numérico Associado à EGP

Para o leitor menos familiarizado com a aplicação numérica de equações sob a forma simbólica, vou ilustrar a utilização de algumas das equações atrás apresentadas, considerando exemplos explicitados da sua utilização.

**Exemplo 1.3.** Conhecidos  $c$ ,  $R_i$ ,  $y_{it}$ , estimar o valor de  $y_{it}$ . Seja  $c=0,038$ ,  $R_i=0,085$ ,  $y_{it}=300$ ,  $t_0=10$  e  $t=40$ .

Temos:

1.  $E=\exp(-0,038 \times (40-10))=0,31982$
2.  $y_{it}=300 \times 0,085^{0,31982} = 136,373$

**Exemplo 1.4.** Conhecidos  $c$ ,  $R_i$ ,  $y_{it}$ , estimar o valor de  $y_{it}$ . Seja  $c=0,038$ ,  $R_i=0,085$ ,  $y_{it}=30$ ,  $t_0=10$ ,  $T=15$  e  $t=40$ .

Temos :

1.  $\exp(-0,038 \times (15-10))= 0,82696$
2.  $m_T=0,085^{0,82696} =0,13022$
3.  $y_{it}=30/m_T = 30/0,13022 = 230,38174$
4.  $\exp(-0,038 \times (40-10))= 0,31982$
5.  $y_{i40}= 230,38174 \times 0,085^{0,31982} = 104,72607$

**Exemplo 1.5.** Conhecidos  $c$ ,  $R_i$ ,  $y_{it}$ , estimar o valor de  $y_{it+1}$ , usando a taxa relativa de crescimento. Seja  $c=0,038$ ,  $R_i=0,085$ ,  $y_{it}=30$ ,  $T=25$ .

Temos:

1.  $TR_i=-0,038 \times \ln(0,085) \times \exp(-0,038(25-10)) = 0,052975$
2.  $y_{i26} = 30 \times (1+0,052975) = 31,58925$

## 1.9. Outros Aspectos da Dinâmica dos PPAR

- O coeficiente de forma de um PPAR mantém-se constante durante a sua vida.
- O espaçamento relativo de um PPAR referido ao dap, altura média ou altura dominante (factor de Wilson, **Fw**) é constante. Na situação de compasso quadrado, o factor de Wilson escreve-se  $Fw=100 y_{1,2d}^{-1} y_{2,1}^{-1/2}$ . Se o compasso for triangular, multiplique-se o valor de **Fw** do compasso quadrado por 1,074, para obter o valor correcto; se for irregular multiplique-se por 1,035, para uma estimativa mais precisa.
- Para uma dada e qualquer variável florestal, nos PPAR de uma dada espécie, a idade do seu máximo acréscimo corrente anual (MACA; eq. (1.13)) é a mesma. As idades dos MACA de variáveis com o mesmo valor de  $i$  são iguais em todos os PPAR de uma dada espécie.
- O auto-desbaste é um desbaste neutro.
- Uma consequência da neutralidade do auto-desbaste é serem os PPAR entidades auto-semelhantes, formadas por módulos semelhantes, no que se refere ao auto-desbaste.
- As árvores e os PPAR são entidades fractais, e também por este motivo são auto-semelhantes.
- Existe uma simetria tempo-espaço entre os PPAR e os povoamentos auto-desbastados puros irregulares (PAPI). Em termos factuais, isto significa o seguinte: as árvores que ocupam, sucessivamente, um hectare, num PPAR, da idade  $t_0$  até ao termo da longevidade da espécie, **w**, coexistem num PPAR com **u** hectares ( $u=w-t_0$ ), existindo a regeneração e recrutamento sob o coberto desta árvores.
- Os PAPI são também entidades auto-semelhantes.

Quadro 1.3. Taxas relativas das variáveis de um PPAR de pinhal bravo

Idade	TR <sub>y-2</sub>	TR <sub>y<sub>0,666</sub></sub>	TR <sub>y<sub>1</sub></sub>	TR <sub>y<sub>2</sub></sub>	TR <sub>y<sub>2,666</sub></sub>	TR <sub>y<sub>3</sub></sub>
10	-0,0897	0,02991	0,04487	0,08974	0,11965	0,1346
15	-0,0699	0,0233	0,03494	0,06989	0,09319	0,10483
20	-0,0544	0,01814	0,02721	0,05443	0,07257	0,08164
25	-0,0424	0,01413	0,02119	0,04239	0,05652	0,06358
30	-0,033	0,011	0,01651	0,03301	0,04402	0,04952
35	-0,0257	0,00857	0,01286	0,02571	0,03428	0,03856
40	-0,02	0,00667	0,01001	0,02002	0,0267	0,03003
45	-0,0156	0,0052	0,0078	0,01559	0,02079	0,02339
50	-0,0121	0,00405	0,00607	0,01214	0,01619	0,01822
55	-0,0095	0,00315	0,00473	0,00946	0,01261	0,01419
60	-0,0074	0,00246	0,00368	0,00737	0,00982	0,01105
65	-0,0057	0,00191	0,00287	0,00574	0,00765	0,0086
70	-0,0045	0,00149	0,00223	0,00447	0,00596	0,0067
75	-0,0035	0,00116	0,00174	0,00348	0,00464	0,00522
80	-0,0027	0,0009	0,00135	0,00271	0,00361	0,00406
85	-0,0021	0,0007	0,00106	0,00211	0,00281	0,00317
90	-0,0016	0,00055	0,00082	0,00164	0,00219	0,00247

Estas propriedades serão ilustradas e aprofundadas para o caso concreto do Pb.

Daqui em diante, vou assumir terem os povoamentos abordados espaçamento quadrado. Isto não retira generalidade aos meus resultados pois existem relações fixas entre este espaçamento e os triangular e irregular.

Sabida a densidade de um povoamento numa dada idade, com compasso quadrado, a densidade de compasso triangular obtém-se multiplicando a densidade do espaçamento quadrado por 1,155. Para obter os espaçamento triangular multiplicamos o quadrado por 1,075 ( $1,155^{0,5}$ ). Para obter um valor aproximado da densidade irregular, multiplica-se a do compasso quadrado por 1,072. Para obter um valor aproximado do espaçamento irregular multiplico o espaçamento quadrado por 1,035 ( $1,072^{0,5}$ ).

## Bibliografia

Banks, R. B., 1994. *Growth and Diffusion Phenomena. Mathematical Frameworks and Applications*. Springer-Verlag, Berlin.

Barreto, L. S, 1987. *Um Novo Método para Elaboração de Tabelas de Produção. Aplicação ao Pinhal*. Serviço Nacional de Parques, Reservas e Conservação da Natureza, Lisboa

Barreto, L. S, 1989. The 3/2 power law: a comment on the specific constancy of K. *Ecological Modelling*, 45:237-242.

Barreto, L. S, 1990. *KHABA - An Extended Model for Stands Following the 3/2 Power Law*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1993. *An Alternative Proof for Model KHABA*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1994a. The Clarification of the 3/2 Power Law Using Simulators SANDRIS and PINASTER. *Silva Lusitana*, 2(1):17-30.

Barreto, L. S., 1994b. The Dynamics of the Biomass of Maritime Pine Trees and Stands. *Silva Lusitana*, 2(2):239-248.

Barreto, L. S., 2003a. *The Reconciliation of the r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies*. Research Paper SB-01/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Submetido à *Silva Lusitana*.

Barreto, L. S., 2003b. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.5/18275>

Barreto, L. S., 2010. *Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica*. <http://hdl.handle.net/10400.5/14229>.

Barreto, L. S., 2011. *From Trees to Forests. A Unified Theory*. <http://hdl.handle.net/10400.5/14230>

Barreto, L. S., 2013. *Ecologia Teórica. Uma outra Explicação. I. Populações Isoladas*. <http://hdl.handle.net/10400.5/14231>

Brown, J. H., and G. B. West, 2000. *Scaling in Biology*. Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, Oxford University Press, Oxford.

Causton, D. D., 1977. *A Biologist's Mathematics*. Edward Arnold, London.

Causton, D. R. e J. C. Venus, 1981. *The Biometry of Plant Growth*. Edward Arnold, London.

Enquist, B. J., G. B. West, and J. H. Brown, 2000. Quarter-Power Allometric Scaling in Vascular Plants: Functional Basis and Ecological Consequences. In J. H. Brown, and G. B. West, 2000. *Scaling in Biology*. Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, Oxford University Press, Oxford. Pp. 167-198.

Fernow, B. E., 1913. *A Brief History of Forestry*. Univ. Press Toront e Am. For. Assoc., Washington, D. C. Por citação.

France, J. e J. H. M. Thornley, 1984. *Mathematical Models in Agriculture*. Butherworths, London

Hara, T., 1984. Modelling the Time Course of Self-Thinning in Crowded Plant Populations. *Annals of Botany*, 53:181-188.

Hozumi, K., 1977. Ecological and Mathematical Considerations on Self-Thinning in Even-Aged Pure stands. I. Mean Plant Weight-Density Trajectory During the Course of Self-Thinning. *Bot. Mag. Tokyo* 90: 165-179.

Hozumi, K., 1980. Ecological and Mathematical Considerations on Self-Thinning in Even-Aged Pure Stands. II. Growth Analysis of Self-Thinning. *Bot. Mag. Tokyo* 93:149-166.

Hozumi, K., 1977. Ecological and Mathematical Considerations on Self-Thinning in Even-Aged Pure Stands. III. Effect of the Linear Growth Factor on Self-Thinning and its Model. *Bot. Mag. Tokyo* 96: 171-191.

Khilmi, . G. F., 1962. *Theoretical Forest Biogeophysics*. National Science Foundation, Washington, D. C.

Kiviste, A. K., 1988. *Mathematical Functions of Forest Growth*. Estonian Agriculture Academy, Tartu. 2 volumes em russo. Por citação.

Medawar, P. B., 1940. Growth, Growth Energy, and Ageing of the Chicken's Heart. *Proc. Roy. Soc. B. London* 129:332-355. Por citação.

Nakashizuka, T., 1984. Regeneration Process of Climax Beech (*Fagus crenata* Blume) Forests. Gap Formation. *Jap. J. Ecol.*, 34:75-85.

Niklas, K. J., 1994. *Plant Allometry. The Scaling of Form and Process*. The University of Chicago Press, Chicago.

Nokoe, S., 1978. Demonstrating the Flexibility of the Gompertz Function as a Yield Model Using Mature Species Data. *Commonw. For. Rev.*, 57:35-42.

Shinozaki, T., 1962. *Logistic Theory of Plant Growth*. Kyoto University. Em japonês. Por citação.

Shinozaki, T. e T. Kira, 1956. Intraespecific Competition Among Higher Plants. VII. Logistic Theory of the C-D Effect. *Inst. Polytech. Osaka City Univ.*, D7:35-72. Por citação.

Soares, P. e M. Tomé, 2008. *Símbolos usados na inventariação e modelação de recursos florestais*. 2ª versão. Centro de Estudos Florestais, Lisboa. Publicações ForChange – RT5/2008. Documento disponível no sítio deste centro de investigação.

Spurr, S. H. *et al.*, 1957. Nine Successive Thinnings in a Michigan White Pine Plantations. *J. For.*, 55:7-23.

Tadaki, Y., 1963. The Pre-Estimating of the Stem Yield Based on the Competition-Density Effect. *Bull. Gov. For. Expt. Stn., Tokyo*, 154:1-19. Em japonês. Por citação.

Tadaki, Y. *et al.*, 1979. Growth Analysis of the Natural Stands of Japanese Red Pine (*Pinus densiflora* Sieb et Zucc.). III. Results of Experiment. *Bulletin of the Forest Products Research Institute*, 305:125-144. Em japonês. Por citação.

Thompson, D. W., 1917. *On Growth and Form*. Cambridge University Press, Cambridge, MA. Por citação.

Winsor, C. P., 1932. The Gompertz Curve as Growth Curve. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1-8. Por citação.

Yoda, K. *et al.*, 1963. Self-thinning in Overcrowded Pure Stands Cultivated and Natural Conditions. (Intraspecific Competition Among Higher Plants. XI). *J. Biol. Osaka City Univ.*, 14:107-126. Por citação.

Zeide, B., 1993a. Analysis of Growth Equations. *For. Sci.*, 39:594-616.

Zeide, B., 1993b. A Parsimonious Number of Growth Curves. *Northern Journal of Applied Forestry*, 10:132-136.

## Apêndice A.1

### Dedução e análise da equação de Gompertz

Vários pressupostos alternativos de crescimento podem conduzir à EGP. Vou manter os introduzidos na secção dedicada a esta equação.

Admitimos assim que o crescimento é proporcional ao tamanho da população, mas a constante de proporcionalidade decai exponencialmente, com a idade do organismo. Isto leva-nos às duas equações seguintes:

$$dy/dt = r y \quad (1a)$$

$$dr/dt = -c r \quad (2a)$$

Por comodidade, admitamos uma escala de tempo, tal que  $t(0)=0$ .

Integrando a eq. (2a), obtemos:

$$r=r(0) \exp(-c t) \quad (3a)$$

Substituindo a eq. (3a) na eq. (1a), encontramos:

$$dy/dt=r(0) \exp (-c t) dt \quad (4a)$$

Integrando o primeiro membro desta equação de  $y(0)$  a  $y$ , e o segundo de  $0$  a  $t$ , temos:

$$\ln (y/y(0))= \exp(r(0)(1-\exp(-c t))/c) \quad (5a)$$

equação que pode ser escrita sob a forma:

$$y=y(0) \exp(r(0)(1-\exp(-c t))/c) \quad (6a)$$

Para valores baixos de  $t$ , o crescimento é praticamente exponencial, dado que se verifica

$$\exp(-c t) \approx 1-c t \quad (7a)$$

$$1-\exp(-c t) \approx c t \quad (8a)$$

escrevendo-se a eq. (6a):

$$y=y(0) \exp(r(0)t) \quad (9a)$$

Procuramos o ponto de inflexão da EGP. O valor assintótico  $y(f)$ , quando  $t$  tende para infinito, da eq. (6a) será:

$$y(f)=y(0) \exp(r(0) /c) \quad (10a)$$

Diferenciando a eq. (4a) obtemos:

$$1/r(0) d^2y/dt^2 = dy/dt \exp(-c t) -c y \exp(-c t) \quad (11a)$$

Para obter a idade em que ocorre o ponto de inflexão,  $t^*$ , substituímos  $dy/dt$  pela eq. (4a) na eq. (11a), e igualamos esta a zero:

$$r(0) \exp (-c t) - c=0 \quad (12a)$$

$$\ln (r(0)) - c t = \ln c \quad (13a)$$

$$t^* = 1/c \ln (r(0)/c) \quad (14a)$$

A eq. (6a) pode rescrever-se da seguinte forma:

$$y=y(0) \exp(r(0)/c) \exp(-(r(0) \exp(-c t))/c) \quad (15a)$$

Atendendo à eq. (10a), escrevemos:

$$y= y(f) \exp(-r(0) \exp(-c t)/c) \quad (16a)$$

Substituindo agora a eq. (14a) na eq. (16a), obtemos:

$$y^*= y(f) \exp(-1) \quad (17a)$$

$$y^*= 0,368 y(f) \quad (18a)$$

Se atendermos à eq. (16a), é fácil verificar que ela pode rescrever-se:

$$y=y(f) \exp((-r(0)/c) \exp(-c t)) \quad (19a)$$

mas

$$\exp(-r(0)/c)=1/\exp(r(0)/c) \quad (20a)$$

Multiplicando e dividindo o segundo membro da eq. (20a), e atendendo à eq. (10a) temos:

$$y(0)/(y(0) \exp(r(0)/c))=y(0)/y(f) \quad (21a)$$

Substituindo a eq. (21a) na eq. (19a), e lembrando-nos que  $Ry=y(0)/y(f)$ , encontramos a equação de Gompertz como pretendíamos:

$$y=y(f) Ry^{\exp(-c t)} \quad (22a)$$

Da eq. (22a), obtemos:

$$dy/dt= -c y \ln Ry \exp(-c t) \quad (23a)$$

Atendendo à eq. (4a) obtemos da eq. (23a) o valor de  $r(0)$ :

$$r(0)= -c \ln (y(0)/y(f)) \quad (24a)$$

Queremos, agora, estabelecer a eq. (1.12). A eq. (22a) pode ser logaritimizada, encontrando-se:

$$\ln y= \ln y(f) + \exp(-c t) \ln Ry \quad (25a)$$

Da eq. (23a) podemos chegar a:

$$1/y \, dy/dt = TRy = -c \ln Ry \exp(-c t) \quad (26a)$$

$$\ln TRy = \ln(-c \ln Ry) - c t \quad (27a)$$

Esta equação diz-nos que o logaritmo da taxa relativa de crescimento é uma função linear do tempo, com o gradiente  $-c$ , e o ponto de intercepção  $\ln(-c \ln Ry)$ .

A eq. (26a), permite escrever:

$$TRy/c = -c \ln Ry \exp(-c t) \quad (28a)$$

A eq. (25a) também se pode escrever:

$$\ln Ry \exp(-c t) = \ln y - \ln y(f) \quad (29a)$$

Mas dada a eq. (28a), escrevemos:

$$- TRy/c = \ln y - \ln y(f) \quad (30a)$$

$$TRy = c \ln y(f) - c \ln y \quad (31a)$$

A eq. (31a) diz-nos que a taxa relativa de crescimento é uma função linear do logaritmo do tamanho da população, com o gradiente  $-c$ , e o ponto de intercepção  $c \ln y(f)$ .

A eq.(31a) permite escrever a eq. (1.12), a saber:

$$dy/dt = c y (\ln y(f) - \ln y) \quad (32a)$$

A elaboração deste apêndice beneficiou da consulta de Caustion (1977) e de France e Thornley (1984). Significativamente, a equação de Gompertz serve de ilustração para a capa do livro deste dois últimos autores, dedicado à modelação matemática em agricultura.

Esta explanação justifica-se para a aplicação da equação de Gompertz ao nível do povoamento (população de árvores). Uma dedução que legitima a sua aplicação ao nível do indivíduo (árvore) pode ser encontrada na subsecção 4.3.2 de Barreto (2010).

## O PINHEIRO-BRAVO

### 2.1. Introdução

Neste capítulo, em benefício da completude deste texto, vou caracterizar o Pb. A minha atenção concentrar-se-á, sobretudo, na estratégia bionómica da espécie, pois ela condiciona a sua resposta às intervenções culturais, e a economia da sua cultura.

### 2.2. A Espécie *Pinus pinaster* Ait.

Embora não seja difícil encontrar, mormente através da internet, textos monográficos sobre o Pb, na literatura especializada, quer nacional, quer mediterrânica, e não só, em benefício da completude deste livro, inserimos uma breve nota sobre a espécie que nos ocupa. Para elaborar esta secção, as minhas principais fontes são as compilações de Loureiro (1994), Pavari (1954) e Salinas (1982), que podem ser consultadas para mais informação e outras referências bibliográficas. Veja-se também Correia e Oliveira (2003).

O Pb é uma resinosa europeia que tem duas subespécies: a *pinaster* e a *atlântica*.

Actualmente, a primeira destas subespécies espraia-se pelas zonas de influência mediterrânica da França, Espanha, Itália, Córsega, Sardenha, Sicília e Norte de África. A subespécie *atlântica* ocorre nas regiões de influência atlântica da Espanha, França e Portugal. É dela que nos ocuparemos aqui, sob uma restrita perspectiva nacional.

O Pb foi introduzido noutros países europeus, tais como o Reino Unido e a Bélgica, e na Austrália, Nova Zelândia, África do Sul, América do Sul e Estados Unidos da América.

Na França, Inglaterra e Itália, o Pb é designado por pinheiro marítimo, o que já dá indicação sobre a auto-ecologia da espécie.

De facto, em Portugal, o Pb privilegia **zonas** de influência atlântica e assim de elevada humidade atmosférica, o que lhe permite subir até aos 800-1000 metros na vizinhança do mar, mas só até aos 700 metros nas zonas mais continentais. Como espécie pioneira, além de frugal na absorção de nutrientes, tolera uma grande diversidade de **solos**, desde que não tenham pH elevado (calcários), não sejam hidromórficos ou revelem má drenagem.

A **pluviosidade** mais favorável ao Pb é de 800 mm anuais, com pelo menos 100 mm ocorrendo no Verão. Onde a humidade atmosférica seja elevada, pode suportar só 500-600 mm anuais.

A **temperatura** média anual, adequada ao Pb, situa-se entre os 13<sup>o</sup>-15<sup>o</sup> C, sendo a do mês mais quente cerca de 20<sup>o</sup> C e a do mais frio de 8<sup>o</sup> a 10<sup>o</sup> C.

Essência florestal importante no Centro e Norte do País, tem-se que o Pb, entre nós, encontra a melhor zona para vegetar nas baixas altitudes litorâneas destas regiões, com algumas excepções nas dunas entre o Porto e a Nazaré.

Segundo Alves (1978), deve-se ao engenheiro silvicultor J. Lince de Oliveira a mais válida contribuição no sentido de adaptar a conhecida zonagem ecológica do território nacional continental, elaborada pelo engenheiro agrónomo e silvicultor J. de Pina Manique e Albuquerque (1954), aos propósitos da arborização.

Neste quadro de referência, o pinheiro-bravo tem melhor comportamento nas seguintes **regiões silvo-ecológicas**: basal atlântica (corresponde à zona AxMA, da carta de Albuquerque); basal mediterrâneo-atlântica (MA e MAxAM, de Albuquerque); basal atlante-mediterrânica (AM, de Albuquerque); submontana subatlântica (SAxMA e SAxAM, de Albuquerque); basal submediterrânea (AMxSM, SM, SMxÃM, SMxSÃ, de Albuquerque). Uma carta com os limites destas regiões pode ser encontrada em Alves (1978, 1988), ou ainda reproduzida em Loureiro (1994).

De forma genérica, podemos dizer que as zonas onde o pinheiro-bravo apresenta maior **produtividade** são na região norte litoral (Minho) na Serra da Gardunha (Oleiros, Mação e Sertã), em áreas da região central (Lousã, Tábua, Góis e Pampilhosa da Serra). Na costa ocidental central (Mira, Tocha, Figueira da Foz e Marinha Grande) o Pb é abundante mas revela baixa produtividade dada a natureza dunar dos solos (Santos e Almeida, 2014:215).

Na figura 2.1 inserimos uma carta da distribuição do Pb em Portugal.



Figura 2.1. A ocorrência do Pb em Portugal. Mapa reproduzido, com apreço e agradecimento, de ICNF (2016:3)

A fileira do pinhal-bravo, infelizmente não é imune às características menos apreciadas do nosso sector florestal, nomeadamente, propriedades muito pequenas, absentismo dos proprietários e baixa proporção da área da floresta produtota de lenho efetivamente sujeitas ao ordenamento florestal.

No *Relatório Final do 6º Inventário Florestal Nacional (2015)*, disponível no sítio do Instituto da Conservação da Natureza e das Florestas e daqui em diante referido por **RFIF6**, na secção **2 Principais Conclusões** da sua *Introdução*, página 4, pode ler-se que entre 1995 e 2010 a área de pinhal bravo decresceu, voltando a aumentar entre 2010 e 2015. Da leitura quadro 106.PTC, referente ao Continente, do **RFIF6**, podemos obter um quadro da evolução da área de floresta de pinhal bravo. Destacamos aqui que a área de pinhal bravo em 2015 era de 713,3 mil hectares o que representa 22,1 % da área florestal total (3224,2 mil hectares) e evidencia um decréscimo de cerca de 85 mil hectares relativamente à área de 2005. A diminuição da área deve-se sobretudo aos incêndios e pragas sendo a mais devastadora o nemátodo *Bursaphelenchus xylophilus*, que causa a doença da murchidão dos pinheiros.

Ainda no **RFIF6**, na Tabela 412.PTC, página 49, verifica-se que só **8%** (oito por cento, não é engano) dos povoamentos de pinheiro-bravo tinham sinais de terem sido recentemente desbastados.

Simultaneamente aos fatores atrás mencionados, passou a verificar-se outra situação que não favorece o ordenamento das florestas. A emergência da escassez de mão-de-obra em todos os níveis de formação profissional. Em corroboração desta asserção, cito, por exemplo, Gonçalves, Teixeira e Carneiro (2020:31):

*A extração de resina é uma operação influenciada pela disponibilidade e custo da mão-de-obra....*

O texto dos parágrafos destacados com fundo amarelo passam a ser designados pelo diagnóstico do sector florestal (**DSF**), para comodidade de futura referência.

Apesar dos meritórios esforços já concretizados no sentido de difundir o ordenamento pelo nosso património florestal (e.g., ZIF, PROF), no *Perfil Florestal de Portugal* (gráfico na secção 2.b), disponível no sítio do Instituto da Conservação da Natureza e das Florestas, pode-se verificar que os Planos de Gestão Florestal cobrem só cerca de 25% da área de pinhal bravo.

Além de ser fornecedor de lenho que empregamos em diversas utilizações (cf. Salinas, 1982, p. 59, para uma listagem exaustiva), o Pb é também resinado.

O Pb, estratégia r, espécie pioneira após o fogo, e com longevidade relativamente breve (100-120 anos), tem um crescimento inicial rápido, para poder sobreviver à competição interespecífica com outras invasoras, é de luz e frugal no que se refere à fertilidade do solo. Do mesmo modo, frutifica relativamente cedo (10-15 anos), anual e abundantemente. As pinhas amadurecem no Outono do segundo ano, dispersando-se as sementes na Primavera seguinte. A estratégia bionómica do Pb será objecto de tratamento específico, mais adiante.

Em Loureiro (1994) e em Correia e Oliveira (2003), pode-se encontrar informação sobre as operações florestais praticadas nos pinhais-bravos, em Portugal, onde estes povoamentos, como já anotámos, infelizmente e de acordo com o panorama geral, não são bem conduzidos e estão sub lotados. No capítulo 4, ocupar-me-ei do desbaste do pinhal bravo regular (PBR).

Um sítio de consulta obrigatória para quem se interessa pelo nosso recurso florestal pinhal bravo é o sítio do Centro Pinus (<https://centropinus.org/>) onde se encontra informação vária e actualizada sobre este tipo de floresta, e documentação sobre a espécie e a sua silvicultura.

No sítio deste Centro, em complemento da informação conexas à matéria deste capítulo sugiro a leitura do texto, ali disponível, dedicado à fitossanidade do pinhal bravo de Sousa, Naves, Bonifácio, Inácio e Carneiro (s.d.). Igualmente disponível, está também um texto com informação sobre o aproveitamento do pinhal bravo e as suas perspectivas económicas futuras, da autoria de Gonçalves, Teixeira e Carneiro (2020).

### 2.3. A Estratégia Bionómica do Pinheiro-bravo

As estratégias bionómicas estabelecem relações entre as características do meio (físico+biológico) e os atributos das espécies. Genericamente, podem expressar-se sob a forma de uma regularidade ou lei, como: “Os meios com as características  $m_1, m_2, \dots, m_r$  são povoados por espécies com os atributos  $e_1, e_2, \dots, e_s$ ”. Agora, atente na figura 2.1. Nela, exibimos uma descrição gráfica, muito esquemática, das estratégias bionómicas de espécies arbóreas.

Os estratēgias r e K s̃o arquétipos ideais, de estratēgias puros, sem existēncia real. Na reinterpretat̃o de Barreto (2003a) do contínuo r-K, podemos, aqui, distinguir trēs estratēgias b́asicas ou priḿarias (r-3, r↔K, K-3) e quatro estratēgias de transiç̃o ou secund́arias. A estratēgia r-3 é t́pica dos locais de baixa estabilidade (isto é, sujeitos a perturbaç̃es naturais frequentes, como o fogo) e média a boa produtividade. As espécies evidenciam porte menor que os outros estratēgias, curta longevidade, intolerância à sombra, baixos índices de crescimento e sobrevivēncia, elevado índice de regeneraç̃o, produzem sementes cedo. Estas sementes tamb́em s̃o mais leves, mais facilmente dispersáveis e capazes de germinar mais rapidamente. Privilegiam a atitude “instala-te e safa-te”. Os estratēgias r↔K ocorrem em locais de estabilidade e produtividade altas, e para os atributos em consideraç̃o, genericamente, têm posiç̃o intermediária entre os r-3 e os K-3. A competiç̃o entre as espécies é elevada e procuram monopolizar rapidamente os recursos disponíveis. Os estratēgias K-3 ocupam os habitats de estabilidade alta e produtividade baixa, onde vivem em constante tens̃o eco-fisioĺgica devido à exiguidade dos meios necesśrios à sua sobrevivēncia e crescimento. Revelam longevidade longa, tolerância à sombra, elevados índices de crescimento e sobrevivēncia, índice de regeneraç̃o baixo, e a primeira produç̃o de sementes ocorre tardiamente.

Em referēncia ao habitat, a transiç̃o de r-3 para r↔K é caracterizada por um acentuado aumento da estabilidade. A passagem de r↔K para K-3 traduz-se num vincado declínio da produtividade.

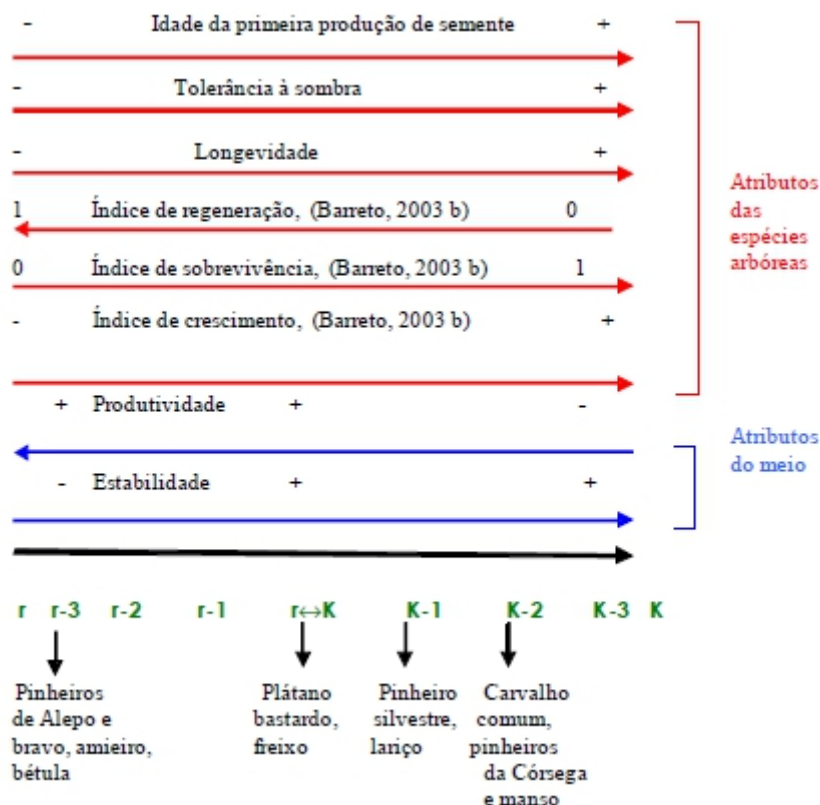


Figura 2.2. Reinterpretat̃o do contínuo r-K, das estratēgias biońmicas das espécies arbóreas, por Barreto (2003a).

Para situar as espécies mencionadas na figura 2.2, no contínuo r-K, utilizei os quatro atributos seguintes: longevidade, índice de crescimento, tolerância à sombra e idade da

primeira produção de sementes, e o método TOPSIS (Yooni e Hwang, 1995), incorporado na minha aplicação em Visual Basic 6 denominada COMPTO, incluída no software UMBELA & MULTAT, que divulguei em Fevereiro de 2002 (Barreto, 2002).

Para melhor situarmos a estratégia bionômica do Pb, elaborei o quadro 2.1, onde a comparo com a do freixo (*Fraxinus excelsior* L.;  $r \leftrightarrow K$ ) e o carvalho-comum (*Quercus robur*; K-2).

Na elaboração do quadro 2.1 beneficiei de informação colhida em Brzeziecki e Kienast (1994) e Sala (1957).

Quadro 2.1. Caracterização das árvores e PPAR do Pb, freixo e carvalho-comum. IPS= idade da primeira produção de sementes; NSQ= número de sementes num quilograma; GS= germinabilidade da semente, 1= imediata, 2= próxima época de germinação, 3= depois de prazo alargado; TS= tolerância à sombra, 5= muito intolerante, 1= muito tolerante; IC= índice de crescimento; IR =índice de regeneração; IS= índice de sobrevivência

Característica	Pinheiro-bravo	Freixo	Carvalho- - comum
c	0,05	0,038	0,041
Estratégia bion.	r-3	$r \leftrightarrow K$	K-2
Longevidade	100-120	300	500
Altura máxima	30 m	40 m	42 m
IPS	15	35	40
NSQ	18000-20000	14000	250-300
GS	1	3	2
TS	5	4	4
IC	0,743	6,695	16,279
IR	0,138	0,001	0,000
IS	0,862	0,999	1,000
R <sub>-2</sub>	6,018	87,767	125,937
R <sub>0,66666</sub>	0,5498	0,2250	0,1995
t <sub>0,666</sub> *	0	20	22
R <sub>1</sub>	0,4076	0,1067	0,0891
t <sub>1</sub> *	8	31	32
R <sub>2</sub>	0,1662	0,0114	0,0074
t <sub>2</sub> *	21	49	49
R <sub>2,6666</sub>	0,0914	0,0026	0,0016
t <sub>2,666</sub> *	27	58	55
R <sub>3</sub>	0,0677	0,0012	0,0007
t <sub>3</sub> *	30	60	58

O valor de t<sub>0,666</sub>\* igual a zero, correspondente ao MACA da biomassa por unidade de área, reflecte o crescimento explosivo inicial do Pb, típico de um r-3. A mesma idade para o pinheiro de Aleppo (*Pinus halepensis* Mill.) e amieiro (*Alnus glutinosa* (L.) Gaertner) é de 3 anos. Numa zona de ocorrência de fogos, isto é uma boa característica para cobrir rapidamente o solo de vegetação, após a sua destruição pelo incêndio.

Uma árvore, num povoamento de Pb, no termo da sua longevidade, pressupõe a existência de seis ( $R_2=6,018$ ) aos dez anos. O mesmo número para o freixo é de 87 e para o carvalho-comum 125 árvores. Do mesmo modo, um metro cúbico de madeira aos dez anos gera  $2,45 \text{ m}^3$  ( $1/R_1$ ) de madeira no fim da longevidade. A mesma existência final para o freixo é de  $9,37 \text{ m}^3$  e para o carvalho-comum  $11 \text{ m}^3$ .

Um metro cúbico de madeira aos 10 anos, num Pb, gera  $2 \text{ m}^3$  aos 40 anos. Num freixal este valor é de  $4,58 \text{ m}^3$ , e no carvalhal de  $5,53 \text{ m}^3$ .

Nas figuras 2.3, 2.4, 2.5, apresentamos as variações dos ACA e AMA do volume em pé por hectare, num pinhal-bravo, num freixal e num carvalhal.

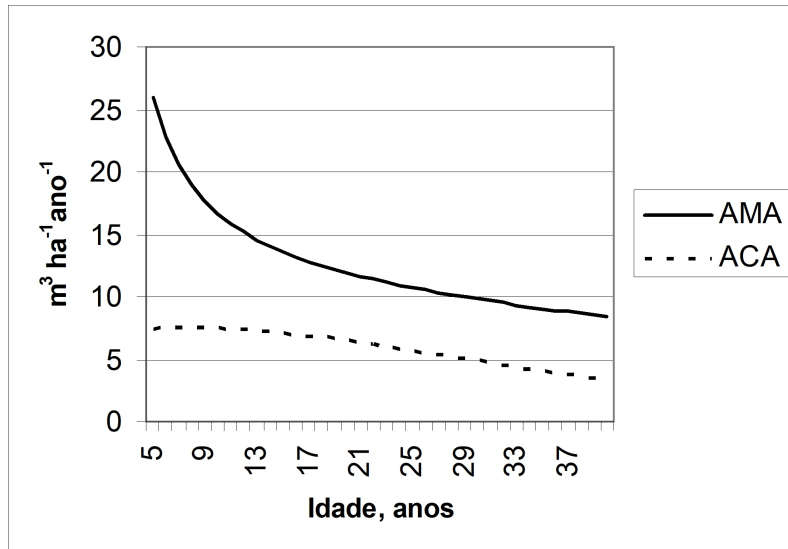


Figura 2.3. Acréscimos médios anuais e correntes anuais de um povoamento de pinheiro-bravo, com valor final do volume em pé igual a  $409,7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$

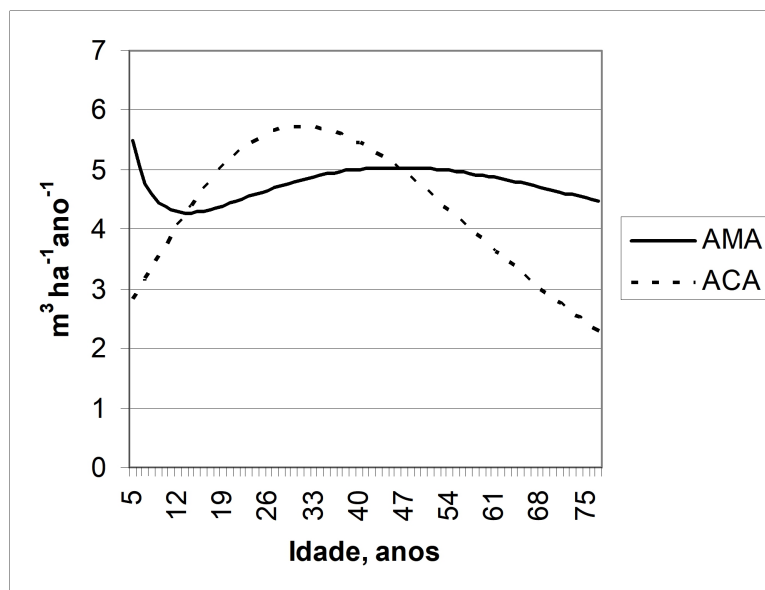


Figura 2.4. Acréscimos médios anuais e correntes anuais de um povoamento de freixo, com valor final do volume em pé igual a  $409,7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$

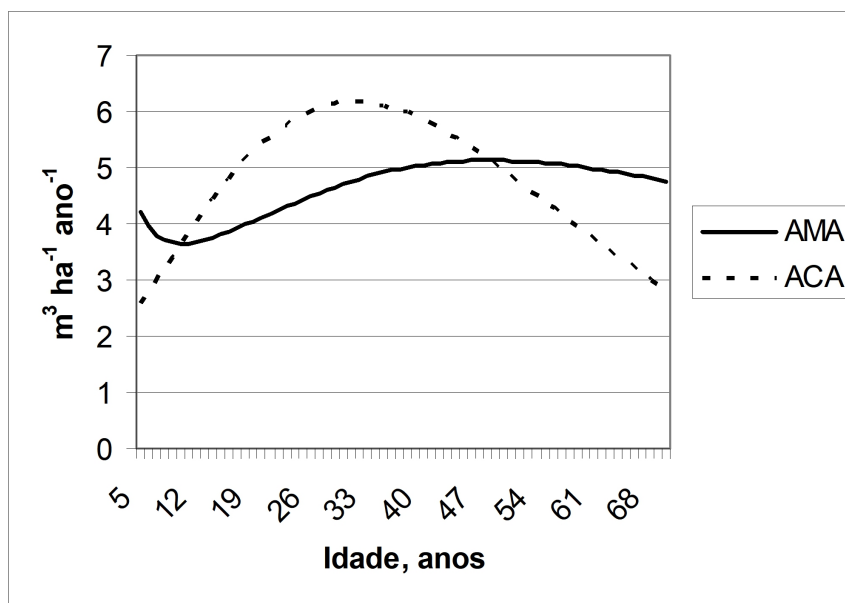


Figura 2.5. Acréscimos médios anuais e correntes anuais de um povoamento de carvalho-comum, com valor final do volume em pé igual a  $409,7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$

O crescimento inicial explosivo dos estrategas r-3 tem como consequência  $ACA < AMA$  durante a sua vida, e um rápido declínio das suas taxa relativas de crescimento. Recomendamos aqui ao leitor a utilização do meu software CRESCER (Barreto, 2003), para ilustração mais completa deste ponto. Estas características, como veremos em devido tempo, influenciam a resposta dos seus povoamentos aos desbastes e a economia das suas culturas.

Em Barreto (2010: capítulos 8 e 9) podem ser encontradas as definições dos índices de crescimento, regeneração e sobrevivência das espécies arbóreas e a sua aplicação a várias espécies florestais.

No quadro 2.2, apresentamos os índices de crescimento (IC), regeneração (IR) e sobrevivência (IS) do pinheiro-bravo, freixo e carvalho-comum.

Quadro 2.2. Índices de crescimento (IC), regeneração (IR) e sobrevivência (IS) do pinheiro-bravo, freixo e carvalho-comum

Espécies	IC	IR	IS
Pinheiro-bravo	0,743	0,137657	0,862343
Freixo	6,995	0,001218	0,998782
Carvalho-comun	16,279	0,000259	0,999741

Em Barreto (2010: secção 9.7) pode encontrar-se uma comparação mais abrangente, contemplando as três anteriores espécies e o abeto branco (*Abies alba*).

## Bibliografia

Alves, A.M., 1978. *Curso de Reciclagem sobre o Planeamento da Arborização*. Instituto Politécnico de Vila Real.

Alves, A. M., 1988. *Técnicas de Produção Florestal*. 2ª edição. I.N.I.C.

Barreto, L. S., 2002. *Software UMBELA e MULTAT*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2003a. *The Reconciliation of the r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies*. Research Paper SB-01/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Submetido à *Silva Lusitana*.

Barreto, L. S., 2003b. *Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species*. Research Paper SB-02/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Submetido à *Silva Lusitana*.

Barreto, L. S., 2003c. *Software SB-CRESCER*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2010. *Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica*.

<http://hdl.handle.net/10400.5/14229>.

Brezeziecki, B., Kienast, F., 1994. Classifying the Life-History Strategies of trees on the Basis of the Grimean Model. *Forest Ecology and Management* 69:167-187.

Correia, A. V., A. C. Oliveira, 2003. *Principais Espécies Florestais com Interesse para Portugal. Zonas de Influência Atlântica*. Direção-Geral de Florestas, Lisboa.

Gonçalves, J., P. Teixeira e S. Carneiro, 2020. *Valorizar o Pinheiro-bravo. A Perspetiva do Mercado*. Centro Pinus.

ICNF, 2016. *Espécies Arbóreas Indígenas em Portugal Continental. Guia de Utilização*. Instituto da Conservação da Natureza e das Florestas, I. P., Lisboa.

Loureiro, A., 1994. *Apontamentos de Silvicultura Especial*. Série Didáctica. Ciências Aplicadas, 39. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real.

Pavari, A., 1954. Pinastro. Pino marítimo. *Monti e Boschi*, nº 11-12:549-554.

Sala, G., 1957. *Vivai Forestali*. Ramo Editoriale degli Agricoltori, Roma.

Salinas, F., 1982. *Súmulas Monográficas de Diversas Espécies com Interesse para a Arborização*. Direcção-Geral de Fomento Florestal, Lisboa.

Santos, C. e J. A. Almeida, 2014. Spatial Characterization of Maritime Pine Productivity in Portugal. Em Fernando Reboredo, Compilador, *Forest Context and Policies in Portugal. Present and Future Challenges*. Springer, páginas 185-233.

Sousa, E., P. Naves, L. Bonifácio, M. L. Inácio, e S. Carneiro, s. d.. *Boas práticas fitossanitárias em pinhal*. Centro Pinus. <https://centropinus.org/>

Yoon, K. P. e C.-L. Hwang, 1995. *Multipli Attribute Decision Making. An Introduction*. Sage Publications, Thousand Oaks, California.

## PINHAIS-BRAVOS REGULARES

### 3.1. Introdução

Neste capítulo vou ilustrar a dinâmica das várias VAF durante a vida de um PPAR de Pb, introduzir algumas manipulações numéricas associadas à utilização da EGP, servindo-me para isto de algoritmos que proporei. Por fim, apresentarei os instrumentos de simulação que estabeleci para os pinhais-bravos regulares.

### 3.2. Os PPAR de Pb

Considerarei três classes de qualidade (CQ) para o Pb, na esteira de Oliveira (1985). A CQ boa que corresponde à altura dominante de 24 m aos 40 anos (CQ24;  $Sl_{40}=24$ ); a CQ média que corresponde à altura dominante de 20 m aos 40 anos (CQ20;  $Sl_{40}=20$ ); a CQ pobre ou fraca em que a mesma altura dominante é de 16 m (CQ16;  $Sl_{40}=16$ ).

Um atributo *importantíssimo* de um povoamento é o espaçamento das árvores. Como índice de espaçamento, usarei o fator de Wilson, Fw. Como se sabe: a) o Fw é uma medida relativa de espaçamento, sendo a sua referência a altura dominante,  $y_{12d}$ ; b) na Fase II, Fw é constante.

Posto isto, a melhor maneira de referir um PPAR, é mencionando a CQ do local onde se encontra, e o seu Fw. Por isso mencionarei os PPAR pela dupla “**CQ/Fw**”. Por exemplo, um PPAR, na CQ 20 com  $Fw=0,22$ , será sinteticamente referido por 20/0,22.

O leitor, das figuras 2.2 a 2.4, e do exposto no capítulo 2, depreendeu que a estrutura inicial de um PPAR depende da espécie, mormente da sua estratégia bionómica. Vou, pois, no quadro 3.2., propor seis estruturas iniciais de PPAR de Pb, que servirão propósitos ilustrativos a explanar no resto do texto. Os aspetos relativos à biomassa dos pinhais-bravos serão tratados em capítulo específico. Daqui em diante, como usualmente, referiremos os diâmetros em centímetros, as alturas em metros, a densidade em árvores/hectare, o volume em pé em metros cúbicos por hectare. Salvo informação em contrário, o volume refere-se ao fuste com casca.

A estrutura aos 40 anos, inserida no quadro 3.1. decorre do facto de a partir desta idade a taxa relativa do volume em pé por hectare ( $TR_{y_1}$ ), passar a ser inferior a 1%. Senão verifiquemos que  $-0,05 \times \ln(0,4076) \times \exp(-0,05 \times (40-10)) = 0,01$ . Por isso escolhemos esta idade como limite para algumas elaborações a apresentar adiante. Raramente os pinhais-bravos, em Portugal, são cortados depois desta idade.

Antes de apresentar o quadro 3.2, para mais fácil referência, sistematizo os valores de  $R_i$  do Pb, num quadro (3.1).

Quadro 3.1. Valores de  $R_i$  para o Pb

$R_2$	$R_1$	$R_{0,66666}$	$R_2$	$R_{2,66666}$	$R_3$
6,01801	0,40764	0,54977	0,16617	0,09135	0,06774

Quadro 3.2. Estruturas dimensionais dos PPAR das CQ 24 e 16. Na linha "Total" os valores das variáveis  $y_{11}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{31}$  referem-se a médias ponderadas

## 3.2.1. PPAR 24/0,19

10 anos					
Classes	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{12}$	$y_{31}$	$y_{13}$
I	7,0	18	5,29	0,01132	0,204
II	10,5	358	7,99	0,03471	12,426
III	14,1	1119	10,69	0,08156	91,266
IV	17,6	442	13,29	0,13985	61,814
V	21,1	6	15,98	0,23121	1,387
Total	14,2	1943	10,75	0,08600	167,097
40 anos					
I	14,1	4	10,62	0,09169	0,367
II	21,2	88	16,05	0,28115	24,741
III	28,2	277	21,47	0,66063	182,994
IV	35,3	109	26,69	1,13277	123,472
V	42,4	1	32,09	1,87278	1,873
Total	28,5	479	21,59	0,69613	333,447
Produção total		674			

## 3.2.2. PPAR 20/0,19

10 anos					
Classes	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{12}$	$y_{31}$	$y_{13}$
I	5,6	25	4,34	0,00628	0,157
II	8,4	508	6,55	0,01928	9,794
III	11,2	1586	8,75	0,04530	71,846
IV	14,0	626	10,88	0,07767	48,621
V	16,8	8	13,09	0,12841	1,027
Total	11,3	2753	8,80	0,04775	131,446
40 anos					
I	11,3	6	8,72	0,05087	0,305
II	16,9	125	13,15	0,15617	19,521
III	22,6	393	17,57	0,36693	144,202
IV	28,2	155	21,85	0,62912	97,514
V	33,7	1	26,29	1,04011	1,040
Total	22,7	680	17,67	0,38615	262,582
Produção total		530			

## Quadro 3.2. Continuação

## 3.2.3. PPAR 16/0,19

10 anos					
Classes	Y <sub>11</sub>	Y <sub>-21</sub>	Y <sub>12</sub>	Y <sub>31</sub>	Y <sub>13</sub>
I	4,2	39	3,50	0,00298	0,116
II	6,3	779	5,32	0,00913	7,112
III	8,4	2435	7,07	0,02145	52,231
IV	10,5	961	8,78	0,03679	35,355
V	12,6	13	10,57	0,06082	0,791
Total	8,5	4227	7,11	0,02653	95,605
40 anos					
I	8,4	9	7,03	0,02414	0,217
II	12,7	193	10,68	0,07395	14,273
III	16,9	603	14,20	0,17374	104,767
IV	21,1	236	17,63	0,29800	70,923
V	25,3	3	21,23	0,49264	1,478
Total	17,0	1046	14,29	0,21469	191,658
Produção total		387			

## 3.2.4. PPAR 24/0,23

10 anos					
Classes	Y <sub>11</sub>	Y <sub>-21</sub>	Y <sub>12</sub>	Y <sub>31</sub>	Y <sub>13</sub>
I	7,6	12	5,50	0,01336	0,160
II	11,4	244	8,20	0,04099	10,002
III	15,2	762	11,00	0,09631	73,388
IV	19,0	300	13,70	0,16514	49,542
V	22,7	4	16,50	0,27302	1,092
Total	15,3	1322	11,1	0,10150	134,184
40 anos					
I	15,3	2	11,04	0,10821	0,216
II	22,9	60	16,47	0,33202	19,921
III	30,5	188	22,09	0,78010	148,659
IV	38,2	74	27,51	1,33762	98,984
V	45,8	0	33,13	2,21144	0,000
Total	30,8	324	22,2	0,82031	265,781
Produção total		539			

## Quadro 3.2. Continuação

## 3.2.5. PPAR 20/0,23

10 anos					
Classes	$y_{11}$	$Y_{-21}$	$Y_{12}$	$Y_{31}$	$Y_{13}$
I	6,1	17	4,50	0,00866	0,147
II	9,1	352	6,80	0,02656	9,349
III	12,1	1098	9,10	0,06240	68,515
IV	15,2	434	11,30	0,10700	46,438
V	18,2	5	13,60	0,17690	0,885
Total	12,2	1906	9,1	0,06576	125,334
40 anos					
I	12,2	4	9,04	0,07015	0,281
II	18,3	87	13,66	0,21513	18,717
III	24,3	272	18,27	0,50543	137,478
IV	30,5	107	22,69	0,86669	92,736
V	36,5	1	27,31	1,43287	1,433
Total	24,5	471	18,4	0,53215	250,644
Produção total		506			

## 3.2.6. PPAR 16/0,23

10 anos					
Classes	$y_{11}$	$Y_{-21}$	$Y_{12}$	$Y_{31}$	$Y_{13}$
I	4,5	28	3,50	0,00349	0,098
II	6,8	562	5,28	0,01071	6,019
III	9,1	1755	7,07	0,02517	44,173
IV	11,3	692	8,79	0,04316	29,867
V	13,5	9	10,57	0,07135	0,642
Total	9,1	3046	7,1	0,02653	80,799
40 anos					
I	9,1	6	7,03	0,02827	0,170
II	13,6	139	10,60	0,08675	12,058
III	18,2	435	14,20	0,20387	88,686
IV	22,7	171	17,65	0,34959	59,780
V	27,2	2	21,23	0,57793	1,156
Total	18,3	753	14,3	0,21494	161,850
Produção total		327			

As estruturas dimensionais do quadro 3.2 foram estabelecidas a partir dos valores médios de referência do quadro 3.3. Os valores médios ponderados do quadro 3.2 dependem da maneira como distribuímos as árvores pelas classes de diâmetro.

Quadro 3.3. Estruturas média de PPAR de Pb, aos 10 anos

PPAR	$y_{-21}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{12d}$	$y_{13}$
24/0,19	1943	14,31	10,89	11,82	167
20/0,19	2753	11,46	8,92	9,85	131
16/0,19	4227	8,58	7,20	7,88	96
24/0,23	1353	15,37	11,12	11,82	134
20/0,23	1949	12,31	9,16	9,85	108
16/0,23	3047	9,23	7,20	7,88	81

Em complemento do quadro 3.3, insiro a figura 3.1, onde se ilustra a influência da CQ e de Fw na magnitude de várias variáveis.

### 3.3. O Auto-desbaste no Pinhal-bravo Regular

Nesta secção, vou abordar de maneira mais explicita o processo de auto-desbaste nos PPAR de Pb, e ilustrar a observância de algumas regularidade ou leis inseridas no capítulo 1. Dissemos neste capítulo que o auto-desbaste atua como um desbaste neutro, isto significa morrerem iguais proporções de árvores de todos os tamanhos. Ainda podemos dizer que a taxa relativa de mortalidade, em cada ano, é a mesma para todos os grupos de árvores, independentemente do seu tamanho.

Para melhor satisfação dos propósitos desta secção, vou apresentar o seguinte:

- a) A projecção da estrutura média do PPAR 24/0,19 do quadro 3.2.1.
- b) As variáveis projectadas são a densidade ( $y_{-21}$ ), o dap médio ( $y_{11}$ ), a altura média ( $y_{12}$ ), a área basal da árvore ( $y_{26}$ ), a área ocupada pela árvore ( $y_{27}$ ), o volume do tronco da árvore ( $y_{31}$ ), o volume em pé por hectare ( $y_{13}$ ).
- c) Escolher uma variável independente de cada valor de  $i$ , e estabelecer as relações alométricas pertinentes.
- d) Explorar estas relações no sentido de ganhar maior inteligibilidade sobre o processo de crescimento e, concomitantemente, de auto-desbaste do PPAR de Pb.

O quadro 3.4 foi calculado usando a variante da eq. (1.21) seguinte:

$$y_t = y_0 R^{EP-1} \quad (3.1)$$

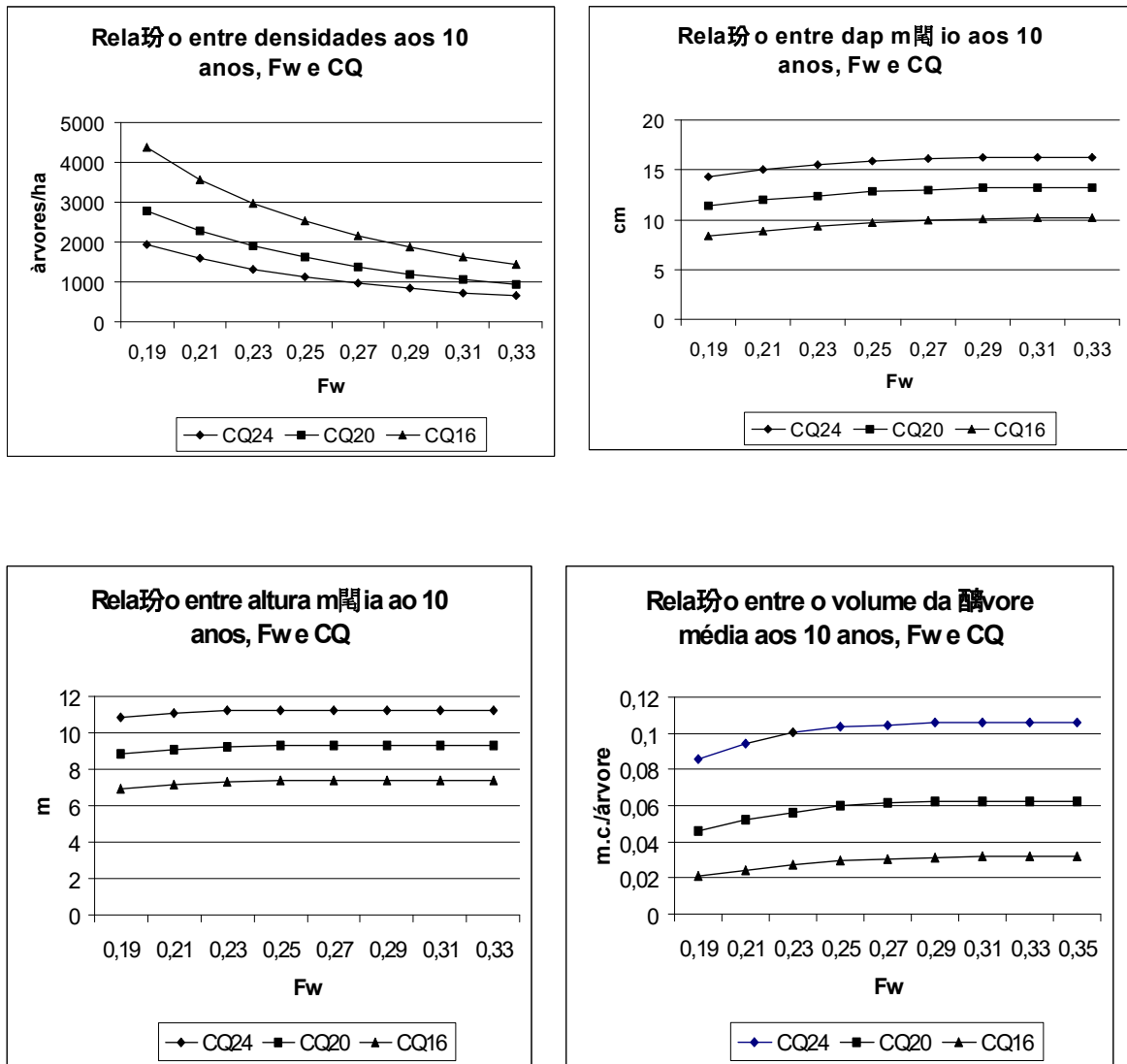
pois como  $R = y_0 / y_f$  tem-se  $y_f = y_0 R^{-1}$ .  $EP = \exp(-0,05(t-10))$ .

Vou agora dar satisfação ao proposto na alínea c).

Para isto, vou fazer quatro grupos de ajustamentos da eq. (1.23), tomando como variável independente, sucessivamente,  $y_{-21}$ ,  $y_{11}$ ,  $y_{26}$ ,  $y_{31}$ . Estes ajustamentos exibem-se nos quadros 3.5 a 3.8.

Os ajustamentos dos Quadros 3.5 a 3.8, confirmam as relações alométricas apresentadas no capítulo 1, e exibem um elevado nível de aderência das regressões aos dados, como seria de esperar, pois os valores do quadro 3.3 são determinísticos, isentos de erros, e com um claro e comum padrão gompertziano.

Anotemos ainda o seguinte: a) a eq. (3.7) é a mesma que a eq. (1.24), isto é, a lei dos 3/2; b) a eq. (3.13) é conhecida como equação de Berckout, sendo usada para estabelecer tabelas do volume do fuste, de simples entrada.



a

Figura 3.1. Relações entre a classe de qualidade e Fw, com a densidade, e valores médios do dap, altura e volume da árvore aos 10 anos, em PPAR de Pb

As equações alométricas, atrás estabelecidas, podem ser usadas para estabelecer processos expeditos de estimação de variáveis, no tempo, facilitando a medição dos PPAR. Vejamos.

Consideremos duas idades T1 e T2. Nestas idades temos (eq. (1.21):  $y_{ajT1} = \beta_0 y_{bhT1}^{\beta_1}$  e  $y_{ajT2} = \beta_0 y_{bhT2}^{\beta_1}$ . Pelo que podemos escrever  $y_{ajT1} / y_{bhT1}^{\beta_1} = y_{ajT2} / y_{bhT2}^{\beta_1}$ , donde se obtém

$$y_{ajT2} = y_{ajT1} (y_{bhT2} / y_{bhT1})^{\beta_1} \quad (3.26)$$

**Exemplo 3.1.** Exemplifiquemos a aplicação da eq. (3.26), usando os quadros 3.3 e 3.4. Aos 10 e 30 anos temos, respectivamente, 1943 e 625 árvores por hectare.  $625/1943=0,32167$ .

Usando os valores de  $\beta_1$  do quadro 3.5 encontramos:

$$0,32167^{-0,5}=1,76318 \quad 0,32167^{-1}=3,10878 \quad 0,32167^{-1,5}=5,48131$$

Quadro 3.4. Projecção da estrutura média do PPAR do quadro 3.2.1

Idade	$y_{-21}$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{26}$	$y_{27}$	$y_{31}$
Anos	árv. ha <sup>-1</sup>	cm	m	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>	m <sup>2</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>2</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>
10	1943	14,2	10,75	167	0,01588	5,14668	0,08600
15	1306	17,3	13,11	204	0,02362	7,65563	0,15602
20	959	20,2	15,30	238	0,03218	10,4301	0,24810
25	754	22,8	17,26	268	0,04095	13,2705	0,35606
30	625	25,1	18,96	295	0,04940	16,0084	0,47175
35	540	27,0	20,39	317	0,05717	18,5263	0,58731
40	482	28,6	21,59	336	0,06405	20,7586	0,69659
45	441	29,8	22,57	351	0,06999	22,6818	0,79560
50	412	30,9	23,36	363	0,07499	24,3022	0,88236
55	390	31,7	23,99	373	0,07913	25,644	0,95643
60	374	32,4	24,50	381	0,08251	26,74	1,01840
65	362	32,9	24,90	387	0,08524	27,626	1,06943
70	353	33,4	25,22	392	0,08744	28,3362	1,11093
75	346	33,7	25,47	396	0,08918	28,902	1,14437
80	341	34,0	25,67	399	0,09057	29,3504	1,17111

Quadro 3.5. Valores das estatísticas dos ajustamentos da equação  $y_{aj} = \beta_0 y_{-21}^{\beta_1}$

$y_{aj}$	$\beta_0$	$\beta_1$	$R_{aj}^2$	Equação
$y_{11}$	627,033	-0,500	1	(3.2)
$y_{12}$	473,092	-0,500	1	(3.3)
$y_{13}$	7368,725	-0,500	1	(3.4)
$y_{26}$	30,077	-1,000	1	(3.5)
$y_{27}$	10006,598	-1,000	1	(3.6)
$y_{31}$	7376,098	-1,500	1	(3.7)

Vamos ilustrar o ajustamento da lei dos -3/2 (equação (3.7)).

```
> t=10:90 # Idades na simulação
> Nf=1943/6.018 #Valor final da densidade
> vf=0.086/0.06774 #Valor final do volume da árvore
> E=exp(-0.05*(t-10)) #Expoente da curva de Gompertz
> N=Nf*6.018^E # Projecção da densidade
```

```
> v=vf*0.06774^E # Projeção do volume da árvore
> fit=lm(log(v)~log(N)) # Ajustamento da forma logaritmizada da
equação alométrica
> summary(fit)
```

Call:

```
lm(formula = log(v) ~ log(N))
```

Residuals:

```
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.194e-14 -3.335e-16  4.290e-17  4.989e-16  1.904e-15
```

Coefficients:

```
      Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept)  8.904e+00  2.205e-15  4.038e+15  <2e-16 ***
log(N)      -1.500e+00  3.533e-16 -4.246e+15  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 1.486e-15 on 79 degrees of freedom

Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1

F-statistic: 1.803e+31 on 1 and 79 DF, p-value: < 2.2e-16

Quadro 3.6. Valores das estatísticas dos ajustamentos da equação  $y_{aj} = \beta_0 y_{11}^{\beta_1}$

$y_{aj}$	$\beta_0$	$\beta_1$	$R_{aj}^2$	Equação
$y_{-21}$	392778,061	-2,000	1	(3.8)
$y_{12}$	0,756	1,000	1	(3.9)
$y_{13}$	11,752	1,000	1	(3.10)
$y_{26}$	0,00009	2,000	1	(3.11)
$y_{27}$	0,025	2,000	1	(3.12)
$y_{31}$	0,00003	3,000	1	(3.13)

Quadro 3.7. Valores das estatísticas dos ajustamentos da equação  $y_{aj} = \beta_0 y_{26}^{\beta_1}$

$y_{aj}$	$\beta_0$	$\beta_1$	$R_{aj}^2$	Equação
$y_{-21}$	30,877	-1,000	1	(3.14)
$y_{11}$	112,843	0,500	1	(3.15)
$y_{12}$	85,285	0,500	1	(3.16)
$y_{13}$	1326,103	0,500	1	(3.17)
$y_{27}$	324,083	1,000	1	(3.18)
$y_{31}$	42,948	1,500	1	(3.19)

Quadro 3.8. Valores das estatísticas dos ajustamentos da equação  $y_{aj} = \beta_0 + \beta_1 x_{31}$ 

$y_{aj}$	$\beta_0$	$\beta_1$	$R_{aj}^2$	Equação
$y_{-21}$	378,418	-0,667	1	(3.20)
$y_{11}$	32,201	0,333	1	(3.21)
$y_{12}$	24,361	0,333	1	(3.22)
$y_{13}$	378,418	0,333	1	(3.23)
$y_{26}$	0,081	0,667	1	(3.24)
$y_{27}$	26,417	0,667	1	(3.25)

:

Se agora multiplicarmos as variáveis na idade 10 anos, do quadro 3.3, pelos correspondentes valores acabados de calcular obtemos:

$i=1$

$$y_{1130} = 1,76318 \times 14,2 = 25,04 \quad y_{1230} = 1,76318 \times 10,75 = 18,95 \quad y_{1330} = 1,76318 \times 167 = 294$$

$i=2$

$$y_{2630} = 3,10878 \times 0,01588 = 0,0494 \quad y_{2730} = 3,10878 \times 5,14668 = 16,00$$

$i=3$

$$y_{3130} = 5,48131 \times 0,086 = 0,47143$$

Se comparar estes valores com os inseridos no quadro 3.3, na idade 30 anos, o leitor vê que são praticamente iguais. As pequenas diferenças que se verificam quer dizer que devíamos ter considerado mais casas decimais nos valores em que o erro é por defeito.

***O Exemplo 3.1 mostra que depois de caracterizar um PPAR, de uma qualquer espécie, numa dada idade, no futuro, só precisamos de contar o número das árvores, para poder voltar a estabelecer a sua caracterização, sem mais medições adicionais.***

Verifiquemos, agora, que o auto-desbaste atua uniformemente sobre o PPAR, ao longo da sua vida.

Para melhor contextualizar o desbaste uniforme ou neutro, lembremos que o desbaste pode ser neutro, pelo alto e pelo baixo. No desbaste neutro, a árvore média do material desbastado é igual à árvore média do povoamento antes e depois do desbaste. No desbaste pelo alto, retiram-se as maiores árvores, pelo que após o desbaste, a árvore média do povoamento é menor do que antes do desbaste. No desbaste pelo baixo, em que se retiram as árvores mais pequenas, a mesma árvore média passa a ser maior do que antes do desbaste. Na figura 3.2, ilustra-se a trajectória do povoamento, na linha dos 3/2 (ver figura 1.3), após um desbaste, de cada um dos três tipos mencionados, suficientemente intenso para o fazer saltar para outra linha dos 3/2.

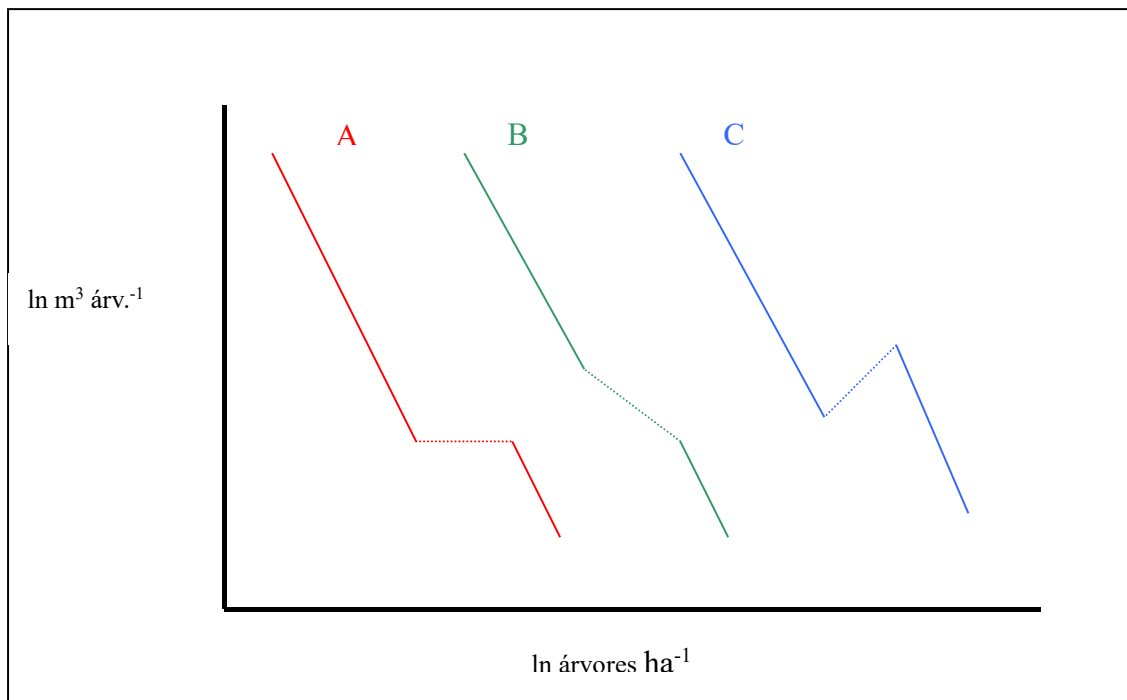


Figura 3.2. Trajectórias de povoamentos desbastados no espaço  $\ln y_{21}-\ln y_{31}$ . A. Desbaste neutro. B. Desbaste pelo baixo. C. Desbaste pelo alto

Consideremos um PPAR de Pb, aos 30 anos, com a seguinte caracterização:

$$y_{-2130}=885 \text{ árv. ha}^{-1}; y_{1330}=231 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}; y_{3130}=0,261017 \text{ m}^3$$

De acordo com o quadro 1.3, aos 30 anos, temos:

$$\text{TRY}_{-2130}=-0,033013; \text{TRY}_{1330}(30)=0,016506; \text{TRY}_{3130}(30)=0,049519.$$

Se projectarmos  $y_{1330}$  para o ano 31 teremos:

$$231+231 \times 0,016506=234,813 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}.$$

Para simplificar a minha análise, vou assumir que o auto-desbaste é um processo discreto que ocorre no início de cada ano.

Aos 31 anos, a densidade será:

$$885-885 \times 0,033013=856 \text{ árv. ha}^{-1}$$

isto é, dos 30 para os 31 anos morreram 29 árvores, no hectare.

Como o auto-desbaste actua uniformemente, após a morte destas árvores, o volume que fica em pé é dado por:

$$231-29 \times 0,261017=223,430$$

sendo o volume médio das árvores sobreviventes o mesmo que antes do desbaste, já que se verifica:

$$223,430/856=0,261017$$

Aos 31 anos, o volume desta árvore média é:

$$0,261017+0,261017 \times 0,049519=0,273942$$

mas como aos 31 anos temos 856 árvores, nesta idade o volume em pé será:

$$0,273942 \times 856=234,494 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$$

Vimos atrás que o volume em pé, aos 31 anos, devia ser de  $234,813 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ . A diferença de  $0,319 \text{ m}^3$  deve-se a aspectos de computação, e por isso aceitamos que o auto-desbaste actua uniformemente, isto é, como um desbaste neutro.

No processo do auto-desbaste, morrem relativamente mais árvores pequenas porque nos PPAR, em geral, estas são mais numerosas, e não por terem maior taxa relativa de mortalidade.

A fechar esta secção, inserimos o ajustamento de várias equações alométricas no R, que confirmam os resultados atrás exibidos.

```
> r1=0.4076
> r2=0.4076^-2
>
> #Dados de um PPAR SI(40)=24, Fw=0,19, aos 10 anos
> t=seq(10,90, by=5)
> ex=(exp(-0.05*(t-10))-1)
> d=14.31*r1^ex;
> h=10.89*r1^ex;
> hd=11.82*r1^ex;
> V=167*r1^ex;
> N=1943*r2^ex;
>
> fitN=lm(log(N)~log(d))
> summary(fitN)
```

Call:

```
lm(formula = log(N) ~ log(d))
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-1.691e-15	-4.206e-16	-8.637e-17	5.007e-16	1.190e-15

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.289e+01	2.324e-15	5.548e+15	<2e-16 ***
log(d)	-2.000e+00	6.973e-16	-2.868e+15	<2e-16 ***

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 7.332e-16 on 15 degrees of freedom

Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1

F-statistic: 8.227e+30 on 1 and 15 DF, p-value: < 2.2e-16

>

```
> fith=lm(log(h)~log(d))
> summary(fith)
```

Call:

```
lm(formula = log(h) ~ log(d))
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-6.361e-16	-2.004e-16	3.937e-17	1.307e-16	4.277e-16

Coefficients:

```
          Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.731e-01  9.565e-16 -2.855e+14  <2e-16 ***
log(d)       1.000e+00  2.870e-16  3.484e+15  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 3.018e-16 on 15 degrees of freedom
Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1
F-statistic: 1.214e+31 on 1 and 15 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
>
> fithd=lm(log(hd)~log(d))
> summary(fithd)
```

```
Call:
lm(formula = log(hd) ~ log(d))
```

```
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.688e-16 -2.254e-16  6.010e-17  1.278e-16  3.569e-16
```

```
Coefficients:
          Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.912e-01  7.409e-16 -2.580e+14  <2e-16 ***
log(d)       1.000e+00  2.223e-16  4.499e+15  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 2.337e-16 on 15 degrees of freedom
Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1
F-statistic: 2.024e+31 on 1 and 15 DF, p-value: < 2.2e-16
```

```
>
> fitV=lm(log(V)~log(d))
> summary(fitV)
```

```
Call:
lm(formula = log(V) ~ log(d))
```

```
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.542e-15 -2.518e-16  3.193e-17  2.423e-16  1.204e-15
```

```
Coefficients:
          Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) 2.457e+00  1.858e-15  1.323e+15  <2e-16 ***
log(d)       1.000e+00  5.574e-16  1.794e+15  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 5.861e-16 on 15 degrees of freedom  
 Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1  
 F-statistic: 3.219e+30 on 1 and 15 DF, p-value: < 2.2e-16

### 3.4. Estrutura Modular dos PPAR de Pb

Como consequência do auto-desbaste ser neutro, as árvores de cada classe de diâmetro comportam-se de acordo com as mesmas leis que regem todo o povoamento; é como se fossem pequenos povoamentos dentro do grande povoamento que, como dissemos, tem uma dinâmica regida pelas mesmas leis. Por isso dizemos que os PPAR são auto-semelhantes no tempo. Desta auto-semelhança deriva a natureza fractal da geometria dos PPAR (Barreto, 1995a).

Os PPAR de Pb podem ser considerados como formados por módulos de 6 árvores, aos 10 anos, de que no fim da vida do PPAR só resta uma árvore em cada um, como já vimos. Assim, o número de módulos de um PPAR é igual à sua densidade final,  $y_{-21f}$ . Aos 10 anos, todos os módulos de PPAR de Pb têm 6 árvores, ocupando cada um deles aproximadamente a mesma área média, em povoamentos homogêneos. No entanto, os PPAR mais densos tem módulos de mais pequena área, como seria de esperar. Por isso, por hectare, os PPAR mais densos têm mais módulos que os menos densos. Aos 10 anos, suponhamos um PPAR com 3600 árv. ha<sup>-1</sup> e outro com 2400 árv. ha<sup>-1</sup>. O PPAR mais denso tem 600 (3600/6) módulos ha<sup>-1</sup> e o outro PPAR 400 (2400/6) módulos ha<sup>-1</sup>. O módulo do primeiro PPAR ocupa 16,667 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup> (10000/600) e do segundo 25 m<sup>2</sup> ha<sup>-1</sup>.

Podemos ser mais genéricos na abordagem da modularidade dos PPAR de Pb (Barreto, 1995a). Para este efeito convém introduzir o conceito de **índice de performance** de um PPAR. O comportamento de um PPAR depende dos recursos localmente disponíveis para o seu crescimento, aferidos pela CQ ( $y_{12d40}$ ), e pelo número de árvores existentes capazes de aproveitar os mesmos recursos. Para estimar o nível de ocupação do local, vou recorrer ao fator de Wilson, Fw.

O índice de performance  $s$  é dado pela expressão:

$$s = Fw \quad y_{12d40} \quad (3.27)$$

É fácil de provar que o índice de performance é igual ao espaçamento das árvores aos 40 anos. Como Fw é constante, posso referi-lo a qualquer idade. Seja a idade dos 40 anos. Então tenho:

$$Fw = 100 \quad y_{-2140}^{-0,5} \quad y_{12d40}^{-1} \quad (3.28)$$

Substituindo a eq. (3.28) na (3.27), obtenho o compasso quadrado:

$$s = 100 \quad y_{-2140}^{-0,5} = y_{1840} \quad (3.29)$$

Isto quer dizer que nos PPAR, mormente nos naturais, a sua característica fundamental, para além da espécie, é o espaçamento das árvores, assim, a densidade. Como se sabe, nos PPAR naturais, a estações de qualidade piores correspondem espaçamentos menores (maiores densidades e indivíduos mais pequenos). Nos PPAR naturais, o espaçamento reflecte a classe

de qualidade da estação. As equações seguintes, onde surge  $s$ , ilustram a relevância do espaçamento, em algumas características dos PPAR, aqui de Pb.

.É possível estabelecer uma relação entre a densidade aos 10 anos,  $y_{-2110}$ , e o índice de performance  $s$  (Barreto, 1995a).

$$y_{-2140} = y_{-2110} R_{-2}^{-1} R^{E(40)} \quad (3.30)$$

$$y_{-2110} = y_{-2140} R_{-2}^{1-E(40)} \quad (3.31)$$

Sendo  $E(40) = \exp(-c(40-10))$ . Como a densidade aos 40 anos é igual a 10000 m<sup>2</sup> divididos por um quadrado de lado  $s$ , isto é, o espaçamento aos 40 anos, obtém-se

$$y_{-2110} = 10^4 R_{-2}^{1-E(40)} s^{-2} \quad (3.32)$$

N o caso do Pb,  $10^4 R_{-2}^{1-E(40)} = 40320$ , pelo que escrevo:

$$y_{-2110} = 40320 s^{-2} \text{ árvores ha}^{-1} \quad (3.33)$$

Seja  $Me$  o numero de módulos ha<sup>-1</sup>;  $Ae$  a área por módulo (m<sup>2</sup>). Então, para o Pb, escrevemos

$$Me = 6697,674 s^{-2} \text{ módulos ha}^{-1} \quad (3.34)$$

$$Ae = 1,493 s^2 \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1} \quad (3.35)$$

**Exemplo 3.2.** Ilustremos, considerando um PPAR de Pb 24/0,2.

$$s = 0,2 \times 24 = 4,8$$

$$y_{-2110} = 40320 \times 4,8^{-2} = 1750 \text{ árvores ha}^{-1}$$

$$Me = 6697,674 \times 4,8^{-2} = 290,7 \text{ módulos ha}^{-1}$$

$$Ae = 1,493 \times 4,8^2 = 34,4 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$$

Se multiplicarmos  $Ae$  por  $Me$ , obtemos 10000 m<sup>2</sup>, como se esperaria. Se dividirmos 1750 árvores por 6,018 também obtemos 290,7 módulos ha<sup>-1</sup>.

Como  $s$  também representa o espaçamento aos 40 anos, considerando o compasso quadrado, para a densidade na mesma idade teremos:

$$y_{-2140} = 10000 \times 4,8^{-2} = 434 \text{ árvores ha}^{-1}$$

Da eq. (3.33) também se obtém:

$$s^{-2} = y_{-2110} / 40320$$

donde se verifica nos PPAR de Pb a relação:

$$y_{-2140} = 0,24801 y_{-2110} \quad (3.36)$$

Se nós conhecermos a densidade aos 10 anos, de um PPAR de Pb, conhecemos a sua densidade aos 40 e, assim, o seu índice de performance que é dado por:

$$s=200,8 y_{-2110}^{-1/2} \quad (3.37)$$

Da neutralidade do auto-desbaste resulta ainda que, em qualquer idade, o número de árvores de uma qualquer classe de dap é uma proporção constante do número total das árvores do PPAR. O leitor pode verificar isto, recorrendo ao quadro 3.2. Por exemplo, no quadro 3.2.1 a classe I tem 18 árvores, aos 10, anos, sendo a densidade total 1943 árvores ha<sup>-1</sup>. Tenho 18/1943=0,00926. Se multiplicar este valor pela densidade total aos 40 anos, 479 árvores ha<sup>-1</sup>, obtenho as 4 árvores ha<sup>-1</sup> da classe I, aos 40 anos.

Isto também significa que a razão entre o diâmetro médio de uma classe e a anterior é constante. Ainda no quadro 3.2.1, o diâmetro da classe III é sempre igual ao da classe II, multiplicado por 1,33333. O diâmetro da classe II, como todos os outros, cresce com a idade, por isso a diferença entre os diâmetros médios das duas classes aumenta com a idade, isto é, divergem. Na figura 3.3 ilustramos o crescimento dos diâmetros médios dum PPAR de Pb 24/0,19, a que se refere o quadro 3.2.1.

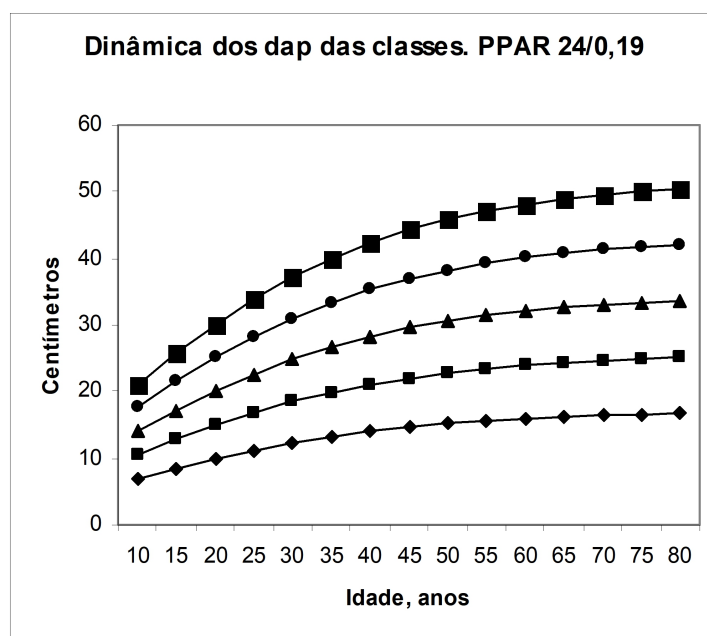


Figura 3.3. Dinâmica dos diâmetros médios das classes do PPAR 24/0,19, descrito no quadro 3.2.1.

A maneira como as curvas se comportam lembra a difusão de uma pluma de fumo saindo de uma chaminé. De facto, as curvas vão-se afastando com a idade, como o crescimento dos valores da amplitude comprovam, na última linha do quadro 1.4. Assim, dizemos que os valores dos dap das respetivas classes têm um padrão de "difusão". Se em vez de classes de diâmetro tivéssemos classes de altura, ou de volumes das árvores médias das classes, encontraríamos o mesmo padrão de variação. Anote-se, a propósito, que a ecologia tem recorrido aos modelos de difusão da física para estudar diversos fenómenos que aborda, tais como a dinâmica das populações e dispersão de propágulos e nutrientes (Okubo, 1980).

### 3.5. A Produção Total de um PPAR de Pb

No quadro 3.2 exibo as produções totais dos PPAR tabelados, dos 10 aos 40 anos. Nesta secção vou desenvolver a equação que utilizei.

Numa dada idade T, a produção total é igual ao volume do auto-desbaste, dos 10 anos à idade T, **VAD**, mais o volume em pé na idade T.

Como o desbaste é neutro, **VAD<sub>t</sub>** será igual ao numero das árvores auto-desbastadas durante o ano t vezes o volume da árvore média ( $y_{31t}$ ). Por seu lado, o número de árvores auto-desbastadas é igual a  $y_{-21t}$  vezes a taxa relativa de mortalidade na idade t (eq. (1.14)). Estes auto-desbaste anuais devem ser somados dos anos 10 ao ano T.

Então, o volume do auto-desbaste no ano t será:

$$VAD_t = -y_{31t} y_{-21t} c \ln(R_{-2}) \exp(-c(t-10)) \quad (3.38)$$

Mas  $y_{31t}$  vezes  $y_{-21t}$  é o volume em pé  $y_{13t}$ , isto é, a taxa relativa de mortalidade também é a fracção de volume perdida no auto-desbaste.

VAD dos 10 anos até ao início do ano T será, então:

$$VAD_T = \sum_{t=10}^{T-1} -y_{13t} c \ln(R_{-2}) e^{-c(t-10)} \quad (3.39)$$

No caso do Pb, teremos:

$$VAD_T = \sum_{t=10}^{T-1} -0,08975 y_{13t} e^{-c(t-10)} \quad (3.40)$$

No PPAR de Pb, a produção total do volume do fuste ( $PT_{13}$ ) será igual ao valor absoluto dado pela eq. (3.40) mais o valor de  $y_{13}$ , no início do ano T. O sinal menos nas eq. (3.39) e (3.40) significa que o VAD é retirado ao PPAR.

Este conceito poder estendido à produção total de biomassa ( $PT_{0,66661}$ ), basta substituir a variável  $y_{13t}$ , pela variável  $y_{0,66661t}$ , na eq. (3.39).

**Exemplo 3.3.** Desejamos saber o volume do auto-desbaste do PPAR descrito no quadro 3.4, dos 30 aos 31 anos. Aos 30 anos temos  $y_{1330}=295 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ . Pelo que temos:

$$VAD_{30}=295 \times 0,08975 \times \exp(-0,05 \times 30)$$

$$VAD_{30}=5,908 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$$

### 3.6. O Coeficiente de Forma da Árvore

Esta secção fundamenta-se em Barreto (2004). Aqui, pretendo estabelecer uma equação para o conhecido coeficiente de forma (**f**), e tirar dele as conclusões que me parecem correctas e relevantes.

O coeficiente de forma é a fracção do volume de um cilindro de diâmetro e alturas iguais aos da árvore que iguala o volume da árvore. Então, temos a conhecida equação:

$$y_{31t} = f \pi 4^{-1} y_{11t}^2 y_{12t} \quad (3.41)$$

$$y_{31t} = f 0,7854 y_{11t}^2 y_{12t} \quad (3.42)$$

Durante a fase em que o PPAR está na mesma linha dos 3/2 verifica-se a equação alométrica já estabelecida (eq.(39)):

$$y_{12t} = \beta_0 y_{11t} \quad (3.43)$$

sendo, novamente,  $\beta_0$  uma constante adimensional.

Pelo que ( $k = \beta_0 0,7854$ ) temos a eq. (3.13), ou seja a conhecida como equação de Berckout:

$$V_t = f k d_t^3 \quad (3.44)$$

Como  $y_{11t}$  e  $y_{31t}$  crescem de acordo com equações de Gompertz e  $R_3 = R_1^3$  encontramos:

$$f = k^{-1} y_{31f} R_1^{3E} y_{11f}^{-3} R_1^{-3E} \quad (3.45)$$

onde  $E = \exp(-c(t-t_0))$ . Obtenho, assim, a equação que pretendia:

$$f = k^{-1} y_{31f} y_{11f}^{-3} \quad (3.46)$$

Comprova-se que  $f$  é uma constante adimensional.

Na figura 3.3, esclareço as relações entre classe de qualidade,  $F_w$ , e  $f$ . Elas sustentam o que vou passar e expender até ao fim desta secção.

A eq. (3.46) permite-me formular as seguintes proposições:

**P1.** Durante a vida de um povoamento puro auto-desbastado regular (PPAR) que permaneça sempre na mesma linha dos 3/2,  $f$  é constante. Uma prova alternativa pode ser encontrada em Barreto (1988).

**P2.** Quando um PPAR passa de uma linha de 3/2 para outra (causas de mortalidade diferentes do auto-desbaste) são alterados  $y_{31f}$ ,  $y_{11f}$  e  $k^{-1}$ , e portanto  $f$ . Isto implica alteração dos parâmetros da sua EVA.

**P3.** Quando oscilações ambientais de grande amplitude ocorrem,  $y_{31f}$ ,  $y_{11f}$  e  $k^{-1}$ , e  $f$  mudam, e do mesmo modo ocorrem alterações dos parâmetros da equação de volume da árvore.

**P4.** Árvores crescendo em PPAR da mesma CQ e com o mesmo  $F_w$  têm geometria idêntica modelada pela mesma equação de volume da árvore. com homogeneidade dimensional.

**P5.** Árvores crescendo em PPAR com a mesma CQ e valores de  $F_w$  não muito díspares poderão, sem grandes desvios, ser modeladas por uma equação de volume da árvore com homogeneidade dimensional.

**P6.** Árvores crescendo em PPAR com o mesmo valor de  $F_w$  também poderão, sem grandes desvios, ser modeladas por uma mesma equação de volume da árvore com homogeneidade dimensional.

**P7.** As equações para o perfil da árvore só são válidas para árvores que possam ser modeladas por uma mesma equação de volume da árvore com homogeneidade dimensional.

Ainda, sobre este assunto, proponho as seguintes recomendações de ordem prática, ao se pretender ajustar uma equação de volume da árvore a medições feitas:

- Recomendo a utilização da equação de Schumacher e Hall.
- Numa dada região ecológica, se em cada CQ os valores do Fw não forem muito díspares, utilizar grupos homogêneos de árvores provenientes de classes de qualidade boa, média e pobre, e ajustar a ESH a cada um deles.
- Se os valores de Fw tiverem uma grande amplitude de variação, considerar a possibilidade de discriminar, em cada CQ, povoamentos de baixo, médio e alto valores de Fw.
- Não misturar árvores provenientes de povoamentos submetidos a silviculturas marcadamente diferentes. Os desbastes e as desramações afetam a forma da árvore.

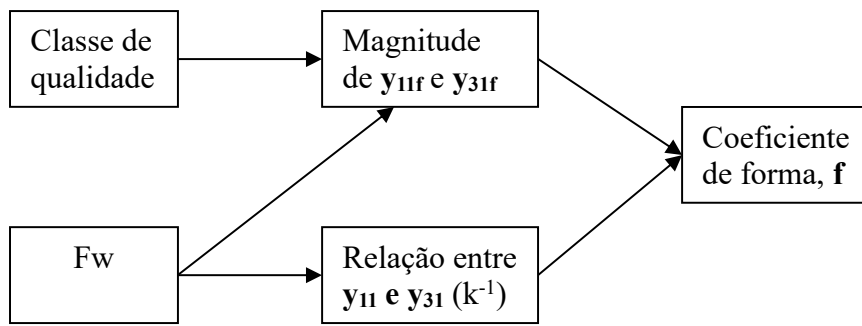


Figura 3.4. Relações entre as características dos PPAR e o coeficiente de forma

- Evitar, pois, utilizar amostras de árvores geometricamente heterogêneas. O risco de se ajustar uma EVA que sirva todos os povoamentos em geral, e nenhum em particular, não pode ser ignorado.

- Não esquecer que mesmo utilizando amostras de árvores com a mesma geometria do fuste, os testes de capacidade de predição só são válidos para árvores com a mesma geometria. O que aqui expendi e illustrei não deixam margem para dúvidas quanto a este ponto. Infelizmente, não me lembro de ter encontrado na literatura, um estudo em que depois fosse validada a capacidade preditiva da EVA, estimando rigorosamente  $v$  noutros locais, e depois se comparassem estes valores com os calculados pela equação que se pretende utilizar. Em 1995, pronunciei-me sobre esta questão (Barreto, 1995b: 218-219). Esta necessidade ocorre porque as florestas são **sistemas abertos**, por isso, cada povoamento tem uma história que se reflete na árvore.

Em Barreto (2004) esclareço a inteligibilidade do volume da árvore.

**Exemplo 3.4.** Suponhamos um PPAR 24/0,23, aos 20 anos, em que se verifica  $y_{1120}=21,90$  cm;  $y_{3120}=15,82$  m. Recorrendo à equação de Schumacher e Hall que estabeleci no quadro 3.9, calculo o volume da árvore em:

$$y_{3120}=4,10056 \times 10^{-5} \times 21,9^{1,743456} \times 15,82^{1,256836}= 0,286414 \text{ m}^3$$

Temos também:  $y_{11f}=0,3774$  m;  $y_{31f}= 1,466486$  m<sup>3</sup>. Agora, calculo:

$$\beta_0=15,82/0,219= 72,237443$$

$$k^{-1}= (72,237443 \times 0,7854)^{-1}= 0,017626$$

Donde obtenho  $f$  (eq. (3.46)):

$$f=0,017626 \times 1,466486 \times 0,3774^{-3}= 0,480860$$

Vou calcular o volume do cilindro ( $v_c$ ) com os mesmos dap e altura da árvore, e dividir o volume da árvore pelo volume do cilindro, para obter o valor teórico do coeficiente de forma  $f_{te}$ .

$$v_c= 0,7854 \times 0,219^2 \times 15,82= 0,595915$$

$$f_{te}= 0,286414/0,595915= 0,480629$$

Posso escrever a igualdade:

$$f = f_{te} = 0,481$$

*O resultado do exemplo 3.4 comprova tanto a coerência interna como a externa, da minha teoria para os povoamentos auto-desbastados.*

O coeficiente de forma aumenta com a densidade dos povoamentos. Quanto maior for a densidade, menor é a profundidade da copa e maior a fração do fuste mais próxima da forma cilíndrica.

Simulei a dinâmica do dap, altura e volume da árvore dos PPAR descritos no quadro 3.3, para as idades 10,12,14...100. A estes dados ajuste a equação de Schumacher e Hall:

$$y_{31} = \beta_0 y_{11}^{\beta_1} y_{12}^{\beta_2} \quad (3.47)$$

de acordo com a informação do quadro 3.9.

Quadro 3.9. Ajustamento da eq. (3.47) ao volume da árvores dos PPAR descritos no quadro 3.3

Sl <sub>40</sub> /Fw	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	R <sup>2</sup> <sub>ajus</sub> t
24/0,19	7,372E-05	-0,3869779	3,38727001	1
24/0,23	4,101E-05	1,7434562	1,25683594	1
20/0,19	4,775104	1,5634158	1,43687636	1
20/0,23	2,929E-05	3,0523726	-0,0520805	1
16/0,19	5,515E-05	1,0182	1,9831	1
16/0,23	4,514E-05	1,6950	1,3057	1

A boa qualidade dos ajustamentos alcançados, no R, e a homogeneidade dimensional das equações obtidas ( $\beta_1 + \beta_2 = 3,000$ ) atestam a elevada coerência externa da minha teoria para os povoamentos auto-desbastados.

### 3.7. Os Simuladores em R e Scilab Relativos a este Capítulo

No texto do DSF (secção 2.2) não se mencionam restrições decorrentes da falta de instrumentos para apoiar a gestão ou ordenamento dos pinhais-bravos. De facto, elas não ocorrem.

O primeiro instrumento de qualidade que surgiu, para este propósito, foi uma tabela de produção elaborada pelo Professor F. A. Santos Hall (Hall, 1931). Depois dela surgiram, até 2011, mais trinta *modelos de crescimento e produção* para o pinhal bravo, segundo tabela compilada pela Professora Teresa Fonseca (Fonseca, 2011). Após esta data, surgiu pelo menos a tabela de produção proposta pela professora Margarida Tomé (Tomé, 2012).

A conclusão óbvia é que esta meritória, e de valia curricular, produção de modelos e tabelas tem tido um impacto muito residual no panorama atual do ordenamento dos pinhais-bravos.

Deixando de lado outros comentários a expender adiante, podemos sucintamente dizer que na esmagadora maioria das situações, modelar e projetar pinhais-bravos em Portugal é fazê-lo para povoamentos auto-desbastados e, quanto muito, minimamente intervencionados, isto é, sem que a intensidade da intervenção não torne a homeostasia do sistema incapaz de o fazer regressar à mesma linha dos -3/2. Neste contexto de verificações factuais, vou apresentar simuladores para PPAR de pinheiro-bravo, tanto escritos em linguagem R, como linguagem Scilab.

A simbologia que usaremos é a seguinte:

- t** - idade, anos
- N** – densidade, número de árvore por hectare
- d** - dap médio do povoamento, cm
- h** - altura média do povoamento, m
- hd** – altura dominante, m
- V** – volume em pé, m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>

#### 3.7.1. Simuladores em linguagem R

A função **tabPb** estabelece um tabela de produção de um PPAR de Pb a partir da seguinte entrada:

**tabPb(tabu<-c(N, d, h, hd, V, t))**

Eis um exemplo de aplicação da função **tabPb**, utilizando dados de um PPAR medido aos 30 anos:

```
> tabPb<- function(tabu) {  
+  
+ nT<-tabu[1]; hT<-tabu[2]; hdT<-tabu[3]  
+ dT<-tabu[4]; vT<-tabu[5]
```

```

+ c1<-0.05;
+ r1<-0.4076
+ T<-tabu[6]
+ T0<-T-10
+
+ E0<-exp(-c1*T0)
+ z0T<-r1^E0
+ r_2<-r1^(-2)
+ nf<-nT/r_2^E0
+ df<-dT/z0T
+ hf<-hT/z0T
+ hdf<-hdT/z0T
+ vf<-vT/z0T
+
+ t<-seq(0,80,5)
+ E<-exp(-c1*t)
+ z<-r1^E
+ Id<-matrix(seq(10,90,5),17,1)
+
+                                     tb<-cbind(floor(nf*r_2^E),
round(hf*z,2),round(hdf*z,2),round(df*z,1),round(vf*z,3))
+ tb<-cbind(Id,tb)
+
+ split.screen(figs=c(1,3))
+ screen(1)
+
plot(t,tb[,2],type='l',col=1,main="Densidade",xlab='Idade,anos',ylab='Árvores/ha')
+ screen(2)
+       plot(t,tb[,6],type='l',col=1,main="Volume em
pé",xlab='Idade,anos',ylab='M.c./ha')
+ hsdap<-cbind(tb[,3],tb[,4],tb[,5])
+
+ r<-c('h','hd','dap')
+ screen(3)
+       matplot(t,hsdap,type='l',col=1,main="Alturas e
dap",xlab='Idade,anos',ylab='m e cm')
+ legend('bottomright',paste(rev(r)),lty=3:1,col=1, bty='n')
+ cab<-c('Idade','Árv/ha','h','hd','d','M.c./ha')
+ tb<-rbind(cab,tb)
+ tb
+ }
>
>
> tabPb(tabu<-c(624,19.2,20.84,25.25,293,30))
  [,1]  [,2]  [,3]  [,4]  [,5]  [,6]
cab "Idade" "Árv/ha" "h"    "hd"   "d"   "M.c./ha"
"10"  "1940"  "10.89" "11.82" "14.3" "166.146"
"15"  "1304"  "13.28" "14.41" "17.5" "202.63"
"20"  "957"   "15.5"  "16.82" "20.4" "236.51"
"25"  "752"   "17.48" "18.97" "23"   "266.773"

```

"30"	"624"	"19.2"	"20.84"	"25.2"	"293"
"35"	"539"	"20.65"	"22.42"	"27.2"	"315.199"
"40"	"481"	"21.86"	"23.73"	"28.8"	"333.646"
"45"	"440"	"22.85"	"24.81"	"30.1"	"348.757"
"50"	"411"	"23.66"	"25.68"	"31.1"	"360.998"
"55"	"389"	"24.3"	"26.38"	"32"	"370.829"
"60"	"373"	"24.81"	"26.93"	"32.6"	"378.67"
"65"	"361"	"25.22"	"27.38"	"33.2"	"384.891"
"70"	"352"	"25.54"	"27.73"	"33.6"	"389.807"
"75"	"345"	"25.8"	"28"	"33.9"	"393.678"
"80"	"340"	"26"	"28.22"	"34.2"	"396.72"
"85"	"336"	"26.15"	"28.39"	"34.4"	"399.106"
"90"	"333"	"26.28"	"28.52"	"34.6"	"400.973"

>

Obtemos também os gráficos da figura 3.5.

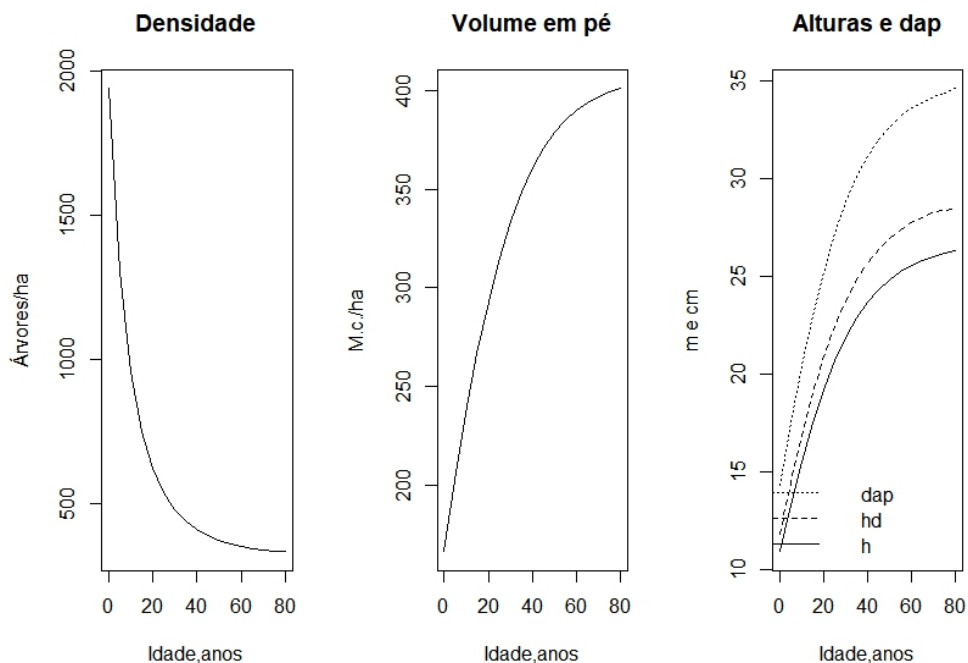


Figura 3.5. Gráficos gerados pela função `tabPb`

A abordamos agora a projeção da estrutura dimensional de um PPAR de Pb. Vamos apresentar um programa para este efeito e usamos a estrutura , aos 10 anos, do Quadro 3.2.5., para caso ilustrativo. O programa tem a designação de **ESTRUT**.

```
> #Programa ESTRUT
> #Projecta a estrutura de um pinhal bravo dos 10 aos 90 anos
> #de 5 em 5 anos
> #As classes de diâmetro preservam a sua individualidade
> t=seq(10,100, by=5);
> n=seq(0,90, by=5)
> i=10;#Idade das árvores
> fri=c(17, 352, 1098, 434, 5); #árvores/classe
> di=c(6.1, 9.1, 12.1, 15.2, 18.2);#dap médio das classes
> hi=c(4.5, 6.8, 9.1, 11.3, 13.6);#alturas médias das classes
```

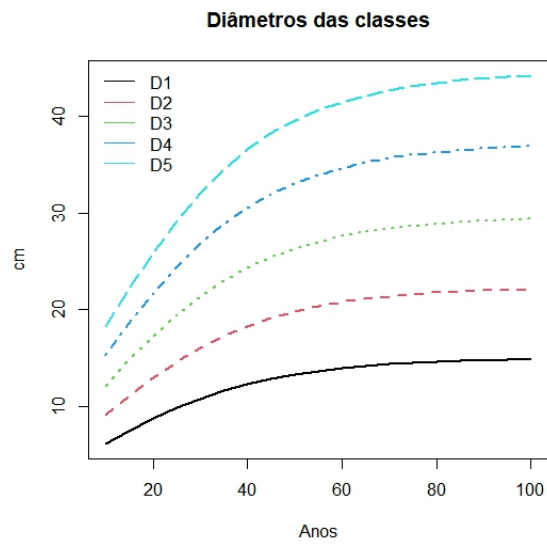
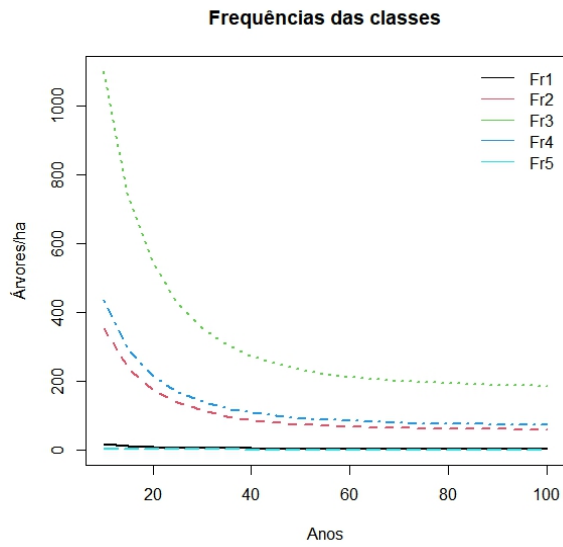
```

> Vi=c(0.147, 9.349, 68.315, 46.438, 0.885);# m.c./classe
> #Valores finais
> ep=exp(-0.05*(i-10));
> frf=fri/6.018^ep;g=1/0.4076^ep;
> ddf=g*di;hf=g*hi;Vf=g*Vi;
> print("Estrutura medida do pinhal-bravo")
[1] "Estrutura medida do pinhal-bravo"
> print(" Árv./ha cm      m      m.c./ha")
[1] " Árv./ha cm      m      m.c./ha"
> esi=cbind(fri,di,hi,Vi);
> esi
      fri  di  hi  Vi
[1,]  17  6.1  4.5  0.147
[2,] 352  9.1  6.8  9.349
[3,]1098 12.1  9.1 68.315
[4,] 434 15.2 11.3 46.438
[5,]   5 18.2 13.6  0.885
> F=c();D=c();H=c();VP=c();
> #Projeção
> E=exp(-0.05*n);m=0.4076^E;
> #frequencias
> F1=frf[1]*6.018^E;F2=frf[2]*6.018^E;
> F3=frf[3]*6.018^E;F4=frf[4]*6.018^E;F5=frf[5]*6.018^E;
> F=cbind(F1,F2,F3,F4,F5)
> #Diametros
> D1=ddf[1]*m;D2=ddf[2]*m;
> D3=ddf[3]*m;D4=ddf[4]*m;D5=ddf[5]*m;
> D=cbind(D1,D2,D3,D4,D5)
> #Alturas
> H1=hf[1]*m;H2=hf[2]*m;
> H3=hf[3]*m;H4=hf[4]*m;H5=hf[5]*m;
> H=cbind(H1,H2,H3,H4,H5)
> #Volumes em pé
> V1=Vf[1]*m;V2=Vf[2]*m;
> V3=Vf[3]*m;V4=Vf[4]*m;V5=Vf[5]*m;
> V=cbind(V1,V2,V3,V4,V5)
>
> #Gráficos
> windows()
> matplot(t,F,type='l', lwd=2, xlab="Anos", ylab="Árvores/ha")
> title("Frequências das classes")
> r<-c('Fr1','Fr2','Fr3','Fr4','Fr5')
> legend('topright',paste(r),lty=1,col=1:5, bty='n')
>
> windows()
> matplot(t,D,type='l', lwd=2, xlab="Anos", ylab="cm")
> title("Diâmetros das classes")
> r<-c('D1','D2','D3','D4','D5')
> legend('topleft',paste(r),lty=1,col=1:5, bty='n')
>
> windows()
> matplot(t,H,type='l', lwd=2, xlab="Anos", ylab="m")
> title("Alturas das classes")
> r<-c('H1','H2','H3','H4','H5')
> legend('topleft',paste(r),lty=1,col=1:5, bty='n')
>
> windows()
> matplot(t,V,type='l', lwd=2, xlab="Anos", ylab="m.c./ha")

```

```
> title("Volumes das classes")  
> r<-c('V1','V2','V3','V4','V5')  
> legend('topleft',paste(r),lty=1,col=1:5, bty='n')
```

Obtemos os quatro gráficos da figura 3.6.



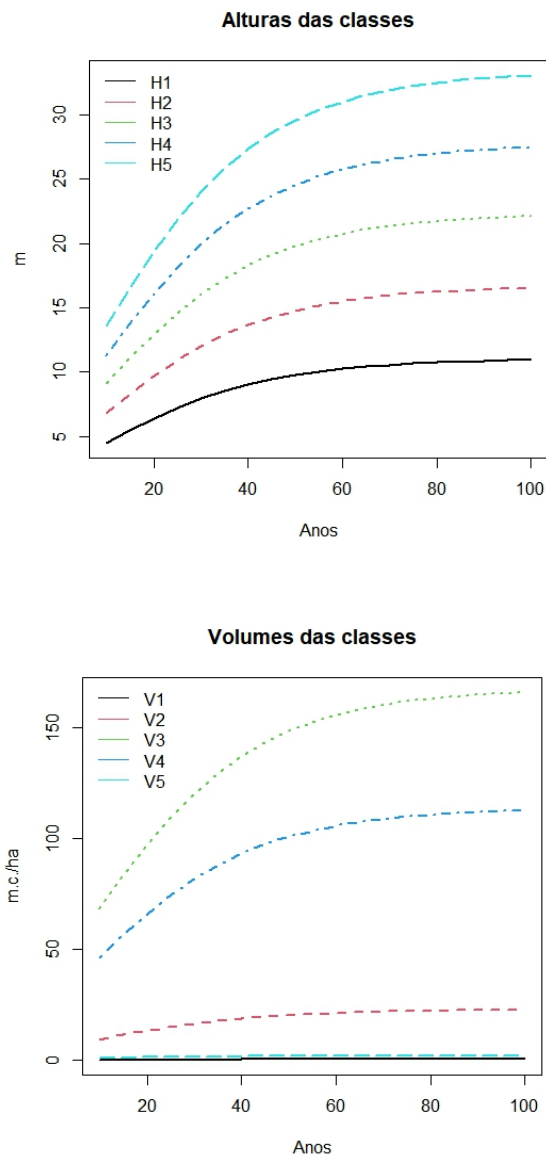


Figura 3.6. Gráficos gerados pela função **ESTRUT**

### 3.7.2. Simuladores em linguagem Scilab

Para obter uma tabela de produção de um PPAR de Pb propoms o simulador **fut**, com a seguinte listagem:

```

////////// Entrada de dados  //////////
function []=fut(t,N,d,h,hd,V)

////////// Parâmetros característicos da espécie //////////
t=10;N=1943;d=14;h=10;hd=11;V=167;
R2=6.018;R1=0.4076;
c=0.05;
    
```

```

//Valores finais
ex=exp(-c*(t-10));
Nf=N/6.019^ex;
ex1=0.4076^ex
df=d/ex1;
hf=h/ex1;
hdf=hd/ex1;
Vf=V/ex1;

//Projeção da idade 10 a 90 anos
tt=10:10:90;
ex2=exp(-c*(tt-10));
N=int(Nf*R2^ex2)';
rex=R1^ex2;
d=df*rex';
h=hf*rex';
hd=hdf*rex';
V=Vf*rex';
tb=tt';
format(6)
G=%pi*(d(1)/200)^2*N(1);
G=diag(G*eye(9,9));
TAB=matrix([tb,N,d,h,hd,G,V],9,7)
disp(TAB)
disp("Acréscimo corrente anual máximo aos 8 anos, m.c./ha/ano")
disp(0.0169*Vf)
scf(0)
    plot2d(tt,N)
    xtitle("Número de árvores","Anos","N")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2];

    M=TAB(:,3:5);
    scf(1)
    plot2d(tt,M)
    xtitle("Diâmetro e alturas","Anos","cm, m")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    hl=legend(['d';'h';'hd'],a=4)
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2,2,2];

scf(2)
    plot2d(tt,V)
    xtitle("Volume em pé","Anos","m.c.")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;

```

```

b.y_label.font_size=3;
xgrid()
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children;
poly1.thickness = [2];
endfunction

```

O simulador fornece uma tabela com as colunas idade, N, d, h, hd, área basal do PPAR e V. Vamos ensaiar o simulador com o povoamento do quadro 3.3 caracterizado pela classe de qualidade 20 e Fw=0,19 (20/0,19):

```
-->exec('D:\3pbproj\EXCELB\PUROS\REGULARES\scilab\futabprod.sce', -1)
```

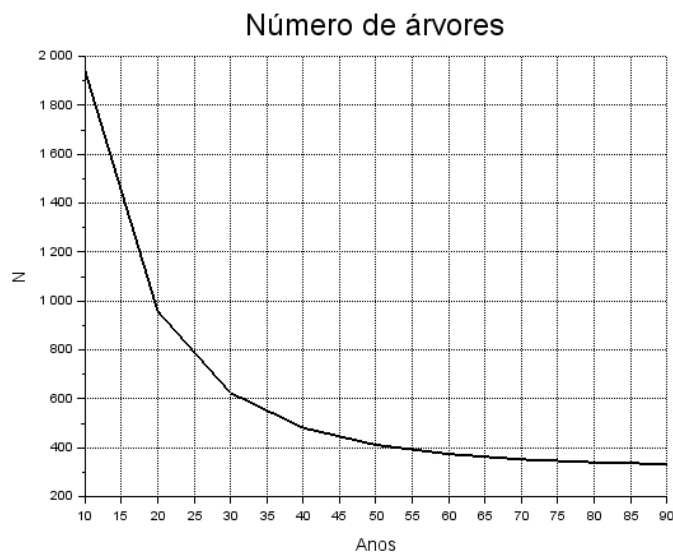
```
-->fut(10,2753,11.46,8.92,9.85,131)
```

10.	1942.	14.	10.	11.	29.89	167.
20.	958.	19.93	14.24	15.66	29.89	237.7
30.	624.	24.69	17.64	19.4	29.89	294.5
40.	481.	28.11	20.08	22.09	29.89	335.4
50.	411.	30.42	21.73	23.9	29.89	362.9
60.	374.	31.91	22.79	25.07	29.89	380.6
70.	352.	32.85	23.46	25.81	29.89	391.8
80.	340.	33.43	23.88	26.27	29.89	398.8
90.	333.	33.79	24.13	26.55	29.89	403.

Acréscimo corrente anual máximo aos 8 anos, m.c./ha/ano

6.924

Obtemos também os gráficos da figura 3.7.



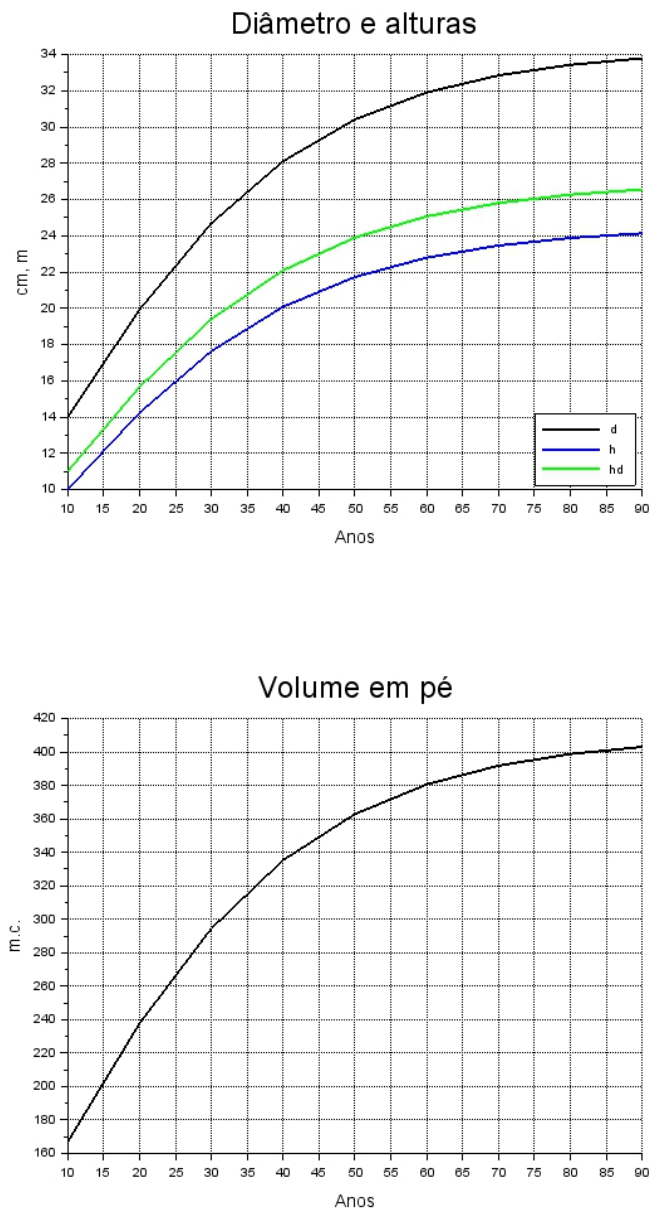


Figura 3.7. Gráficos gerados pela função fut

Ocupemo-nos agora da projeção da estrutura do PPAR de Pb do quadro 3.2.2.2. Começemos por apresentar a listagem do programa **ESTRUT**:

```
//Programa ESTRUT
//Projecta a estrutura de um pinhal bravo dos 10 aos 90 anos
//As classes de diâmetro preservam a sua individualidade
//
//estrutura na idade i no ha
i=10;//idade do povoamento medido
fri=[25 508 1586 626 8]; //árvores/classe
di=[5.6 8.4 11.2 14.0 16.8]; //dap médios das classes
hi=[4.34 6.55 8.75 10.88 13.09]; //alturas médias das classes
Vi=[0.157 9.794 71.816 48.621 1.027]; // m.c./classe
```

```

//
t=10:5:90;
n=0:5:80;
//Valores finais
ep=exp(-0.05*(i-10));
frf=fri/6.018^ep;g=1/0.4076^ep;
df=g*di;hf=g*hi;Vf=g*Vi;
disp("Estrutura de entrada")
disp("  Árv./ha  cm      m      m.c./ha")
disp([fri;di;hi;Vi]')
F=[];D=[];H=[];VP=[];
E=exp(-0.05*n);m=0.4076^E;
//Projeção
F=[frf(1)*6.018^E;frf(2)*6.018^E;frf(3)*6.018^E;frf(4)*6.018^E;frf(5)*6.018^E]';
//Diametros
D=[df(1)*m;df(2)*m;df(3)*m;df(4)*m;df(5)*m]';
//Alturas
H=[hf(1)*m;hf(2)*m;hf(3)*m;hf(4)*m;hf(5)*m]';
//Volumes em pé
V=[Vf(1)*m;Vf(2)*m;Vf(3)*m;Vf(4)*m;Vf(5)*m]';
//fazer gráficos
scf(0)
plot2d(t,[int(F)])
xlabel("Frequências das classes","Idade, anos","Árvores/ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['F[,1]';'F[,2]';'F[,3]';'F[,4]';'F[,5]'],a=1)
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children;
poly1.thickness = [2,2,2,2,2];
scf(1)
plot2d(t,[D])
xlabel("Diâmetros das classes","Idade, anos","cm")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['D[,1]';'D[,2]';'D[,3]';'D[,4]';'D[,5]'],a=2)
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children;
poly1.thickness = [2,2,2,2,2];
scf(2)
plot2d(t,[H])
xlabel("Alturas das classes","Idade, anos","m")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['H[,1]';'H[,2]';'H[,3]';'H[,4]';'H[,5]'],a=2)
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children;
poly1.thickness = [2,2,2,2,2];

```

```
scf(3)
plot2d(t,[V])
xtitle("Volume em pé das classes","Idade, anos","M.c./ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['VP[,1]';'VP[,2]';'VP[,3]';'VP[,4]';'VP[,5]'],a=2)
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children;
poly1.thickness = [2,2,2,2,2];

-->exec('D:\3pbproj\EXCELB\PUROS\REGULARES\scilab\estrutura.sci', -1)
```

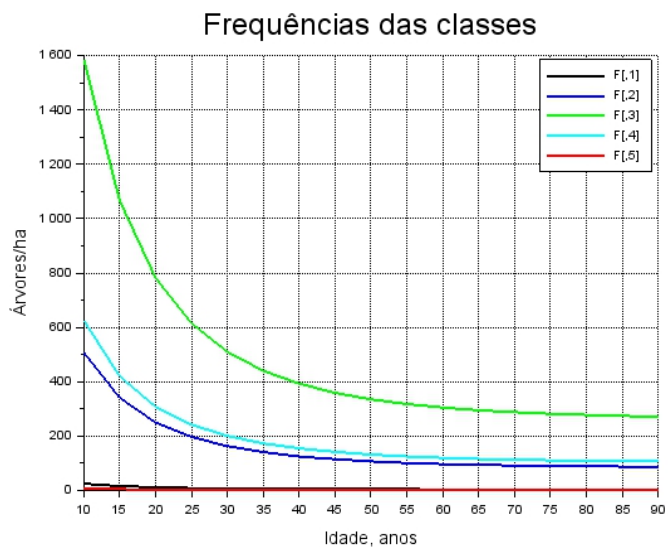
**Estrutura de entrada**

Árv./ha cm m m.c./ha

```
-->disp(['fri;di;hi;Vi'])
```

25.	5.6	4.34	0.157
508.	8.4	6.55	9.794
1586.	11.2	8.75	71.82
626.	14.	10.88	48.62
8.	16.8	13.09	1.027

Obtemos os quatro gráficos da figura 3.7.



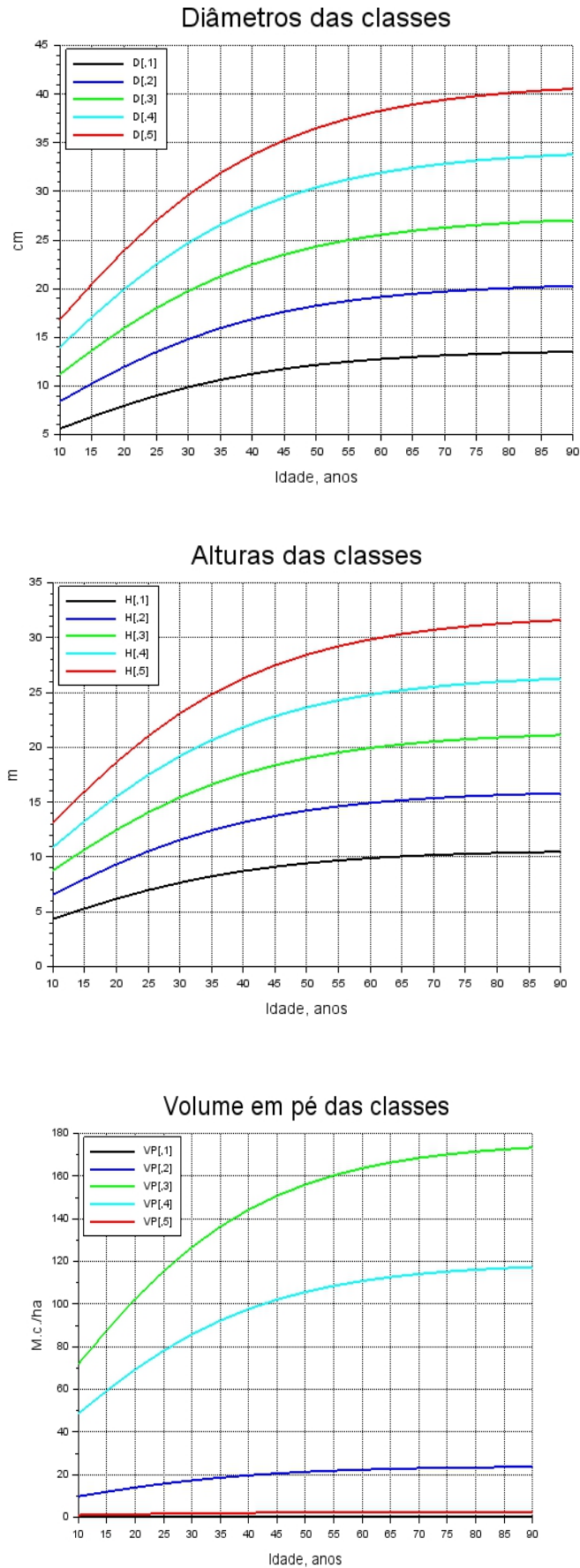


Figura 3.7. Gráficos gerados pela função **ESTRUT**

Repito que todos estes simuladores admitem que os PPAR de Pb se comportam deterministicamente, o que não acontece na realidade, por isso não dão com rigor os futuros valores das variáveis projetadas. Não é possível estabelecer um simulador que faça isto.

## Bibliografia

Alves, A. A. M., 1966. *Planeamento da Empresa Florestal. Teoria da Explorabilidade*. Dissertação para a conquista do título de Professor Agregado pelo Professor A. A. Monteiro Alves, que teve a gentileza de me enviar um exemplar recebido em Durham, Carolina do Norte, E.U.A., em 29.07.1968.

Barreto, L. S. 1988. *The Form Factor of Stands Following the "3/2 Power Law"*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S. 1995a. The Fractal Nature of the Geometry of Self-Thinned Pure Stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-52.

Barreto, L. S., 2003 *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S. 2004. *A Inteligibilidade da Equação do Volume da Árvore*. Research Paper SB-04/04, Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2010. *Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica*.

<http://hdl.handle.net/10400.5/14229>

Fonseca, T. F., 2011. A Utilização de Modelos de Crescimento e Produção como Suporte à Gestão Florestal. *PinusPress* nº 26, Junho 2011, Centro Pinus.

Hall, F. A. S., 1931. Tabela de Produção Lenhosa para o Pinhal Bravo. *Bol. Minist. Agricultura*, XIII (1). Referência extraída de Alves (1966).

Tomé, M., 2012. *Tabela de produção geral para o pinheiro-bravo em Portugal*. Publicações técnico científicas do GIMREF nº 7/2001, Centro de Estudos Florestais, Instituto Superior de Agronomia.

## A ECONOMIA E A SILVICULTURA DOS PINHAIS-BRAVOS REGULARES

### 4.1. Introdução

Este capítulo aproveita, em grande extensão, de Barreto (2004c).

Juntei neste capítulo a silvicultura e a economia do pinhal bravo regular porque entendo estarem elas intimamente ligadas: só vale a pena ao empresário florestal (EF) fazer intervenções no seu arvoredo, se a valorização dos produtos melhorados pelo mercado (preço) for compensatório. De outra maneira o EF perde dinheiro.

Nos capítulos anteriores, apresentei instrumentos para caracterizar a população do Pb, e depois caracterizei-a no capítulo 3. Este capítulo tem um cariz diferente: pretende utilizar o conhecimento atrás exposto para intervir no PBR (=pinhal bravo regular, lembrando).

Posto este esclarecimento preliminar, explano sumaria e graficamente, na figura 4.1, o esquema de gestão em que se insere a análise deste capítulo. Este diagrama tem implícito o seguinte: a) o EF deve instalar o uso do computador na gestão do seu património florestal; b) as simulações para serem fiáveis têm de se apoiar num sólido edifício teórico. Esta estratégia de abordagem tem implicações na organização do capítulo.

No meu entender, na perspectiva deste livro, encaramos dois tipos de intervenção no PBR: as que visam predominantemente a prevenção do risco do fogo, e as que procuram melhorar a qualidade final do produto lenhoso. As primeiras não caem dentro do escopo deste livro, mas entendo que o EF deve fazer tudo que lhe seja *racionalmente* possível, para proteger o seu património florestal deste flagelo.

Dois textos sobre a condução silvícola do pinhal bravo são Oliveira (1999) e Soares, Calado e Carneiro (2020). Oliveira (1999) detalha as intervenções a que se deve submeter o pinhal bravo e Soares, Calado e Carneiro (2020) enfatizam a regeneração do pinhal bravo.

Quanto ao segundo tipo de intervenções - limpezas, desramações, e desbastes - só me ocuparei dos últimos. Em relação às limpezas e desramações, antes de aplicadas devem também ser submetidas à análise económica.

No pinhal bravo, Oliveira (1999:7), recomenda a seguinte sequência de desbastes:

**Dos 15 aos 20 anos executar o primeiro desbaste.**

Retirar 20 a 40% das árvores em pé poupando as melhores árvores. Estas devem ser desramadas.

**Dos 25 aos 30 anos executar o segundo desbaste.**

Retirar 20 a 30% das árvores em continuando a poupar as melhores.

**Dos 35 aos 40 anos executar o terceiro desbaste.**

Retirar 20 a 30% das árvores em continuando a poupar as melhores.

O corte final deve ocorrer passados pelo menos 10 anos após o último desbaste.

Como a taxa percentual de crescimento do volume do pinhal bravo aos 40 anos passa a ser inferior a 1% (secção 3.2) nós vamos assumir dois desbaste aos 20 e 30 anos e o corte final aos 40 anos. Não vale a pena estar a incorrer no risco de um fogo consumir o pinhal a troco de uma tão baixa taxa decrescimento do volume da madeira. Por isso sugerimos a seguinte condução do pinhal bravo, em que se pretende aproveitar o maior crescimento inicial da espécie, e obter um primeiro desbaste com material comercialisável:

**Aos 20 anos executar o primeiro desbaste.**

Retirar 20 a 40% das árvores em pé poupando as melhores árvores. Estas devem ser desrramadas.

**Aos 30 anos executar o segundo desbaste.**

Retirar 20 a 30% das árvores em continuando a poupar as melhores.

**Aos 40 anos executar o corte final.**

Esta sugestão é feita admitindo o resultado positivo da sua análise económica. Ver final da secção 4.5.

Este texto é uma convergência de trabalhos meus, já divulgados, nos propósitos deste capítulo: o desbaste e a economia do pinhal bravo.

Os seus vetores principais são

1. A caracterização da dinâmica do pinhal bravo com o modelo KHABA (Barreto, 1990).
2. A minha reinterpretação do modelo  $r$ - $K$ , para as estratégias bionómicas, enriquecida pelos índices de crescimento, regeneração e sobrevivência, que estabeleci quase simultaneamente (Barreto, 2003a,b). É aqui pertinente assinalar a conveniência do leitor recorrer à capacidade ilustrativa do meu software SB-CRESCER, divulgado em Maio de 2003 (Barreto, 2003e), para melhor contextualização de parte do que adiante exporei.
3. O método SOBA (Barreto, 1995), e os simuladores atinentes já divulgados, no software BRAVO 1 e BRAVO 2, divulgado em Janeiro de 2002.
4. As minhas anteriores abordagens da condução do pinhal bravo, sobretudo os artigos dedicados ao desbaste (Barreto, 1994, 2001). Em complemento a estes textos, divulguei uma disquete com o simulador SB-BARTHIN (Abril de 2002), programado em Visual Basic 6. O método SB-BARTHIN (MBT) culmina uma preocupação inquisidora que durou uma década. Só depois de dispor do simulador SOBA (Barreto, 2000), e posteriormente o ter aperfeiçoado, alcancei uma solução para o problema que me atenazava (é o termo): esclarecer de forma abrangente o efeito de desbaste sobre o crescimento das árvores, derivar daqui instrumentos de aplicação e ensaiá-los com o Pb.
5. Para melhor perspectivar a análise do Pb, cotejo-a com a dos povoamentos puros auto-desbastados regulares (PPAR) de pinheiro-da-Córsega ou pinheiro-larício (PC; *Pinus nigra ssp. laricio*), beneficiando de Barreto (1988a,b; 1993; 1998; 1999; 2004b) e do software NIGRA, que divulguei em Março de 2003 (Barreto, 2003d).

6. Menos vincadamente, merecem também referência Barreto (1969a,b; 1970a,b; 1971; 1972; 1994).

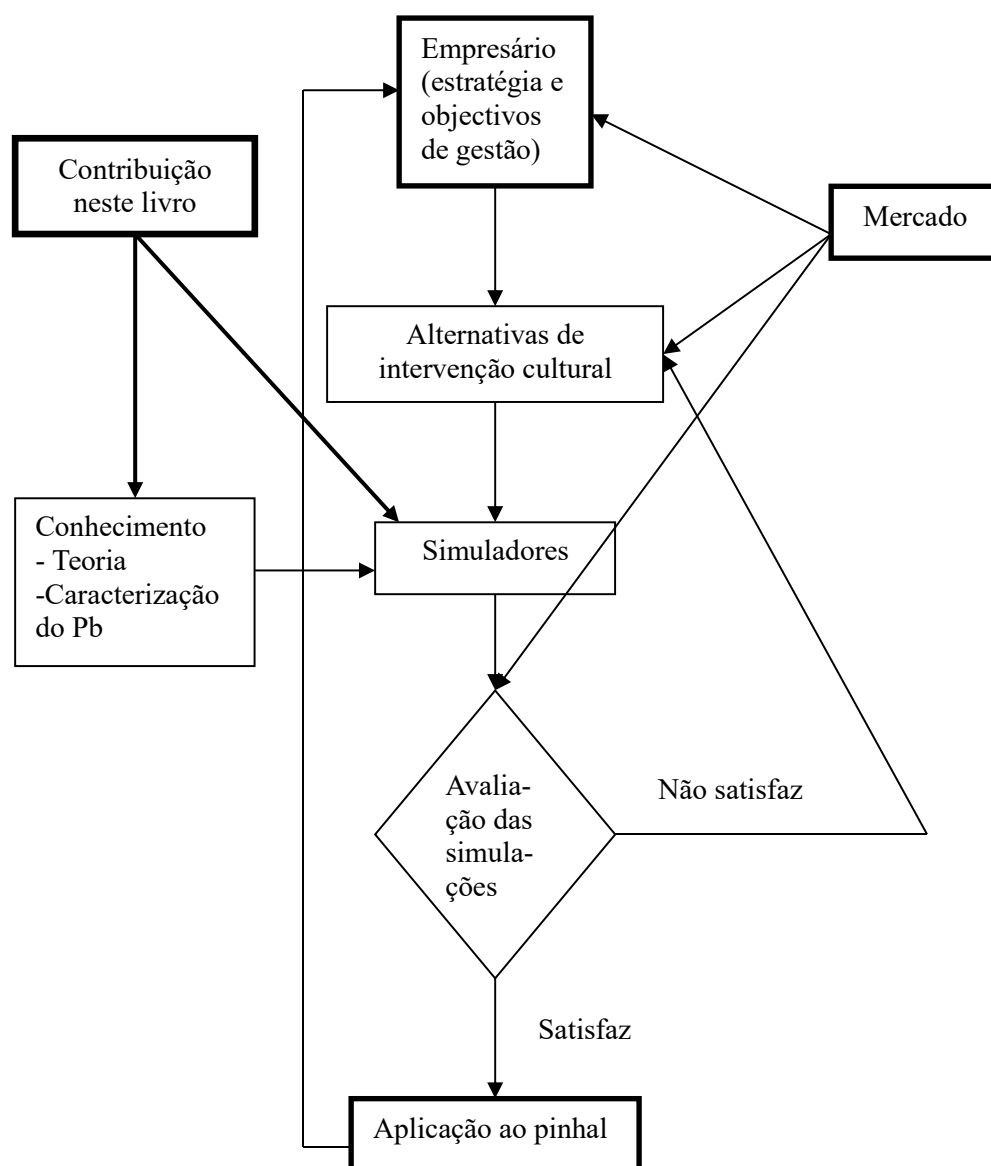


Figura 4.1. Esquema conceptual onde se insere a análise expandida neste capítulo

Em extensão digna de registo, a análise que se apresenta, pelo enquadramento e pelas conclusões, diverge do discurso habitual neste domínio. São elaborações com fundamento teórico, e argumentativo coerentes, que pretendem chamar a tenção para a necessidade de se continuar a aprofundar a economia da silvicultura do Pb, sob esta nova perspectiva, mormente quando se procura levar os proprietários rurais a intensificá-la. Como não tenho dados empíricos exaustivos que suportem os meus resultados, com humildade e prudência, encaro esta análise como um acervo de conjecturas a que darei o devido enquadramento no fim do capítulo.

## 4.2. As Estratégias Bionómicas dos Pinheiro-Bravo e Pinheiro-da-Córsega

A gestão do pinhal bravo, ou de arvoredo de qualquer espécie não escapa à seguinte asserção, que denomino de Hipótese Fundamental:

*O padrão de crescimento de uma essência florestal, e assim, a sua estratégia bionómica, condicionam a especificidade da sua resposta ao desbaste, e a economia da sua cultura.*

No capítulo 2, devotei uma secção às estratégias bionómicas das espécies arbóreas florestais. Comparei as estratégias **r-3**, **r↔K** e **K-2**. Na figura 2.1 classifico o PC como um estratégia **K-2**, por isso com comportamento comparável ao carvalho-comum. No entanto para melhor clarificação deste ponto, insiro o quadro 4.1, e a figura 4.2.

Quadro 4.1. Caracterização bionómica sumária do Pb e do PC. R= razão “volume em pé final ou assintótico por ha / volume em pé aos 10 anos por ha”

Atributos	Pb	PC
Estratégia bionómica	r-3	K-2
Longevidade (anos)	100	300
IC	0,743	15,982
IR	0,138	0,0003
IS	0,862	0,9997
Idade da primeira produção de sementes	15	25
R	2,45	9,02

O melhoramento do Pb, aumentando a sua produção, e assim os seu acréscimos, não altera o constante padrão ACA<AMA, pois a sua estratégia bionómica não pode ser alterada. Se isto ocorresse, já não se tratava do Pb, mas sim de outra espécie, que teríamos criado. Aumentar o ACA do Pb significa simplesmente uma translação das curvas dos acréscimos para cima, no espaço acréscimos-idade, mas as suas posições relativas não se alteram, como se ilustra na figura 4.3. Compare-se esta figura com a figura 2.2.

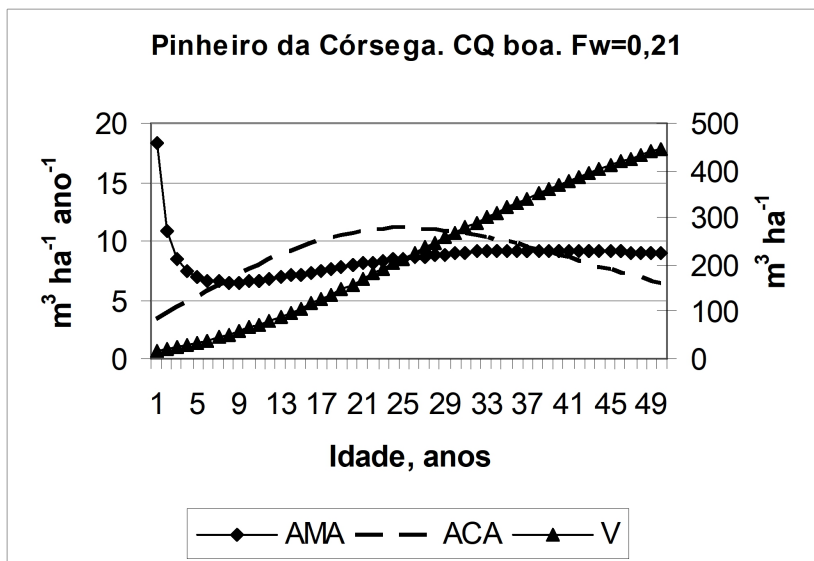


Figura 4.2. PPAR de PC. Dinâmicas do volume em pé por hectare (V), acréscimos correntes anuais (ACA) e acréscimos médios anuais (AMA) do mesmo volume. Fw=factor de Wilson. Compare esta figura com a figura 2.2.

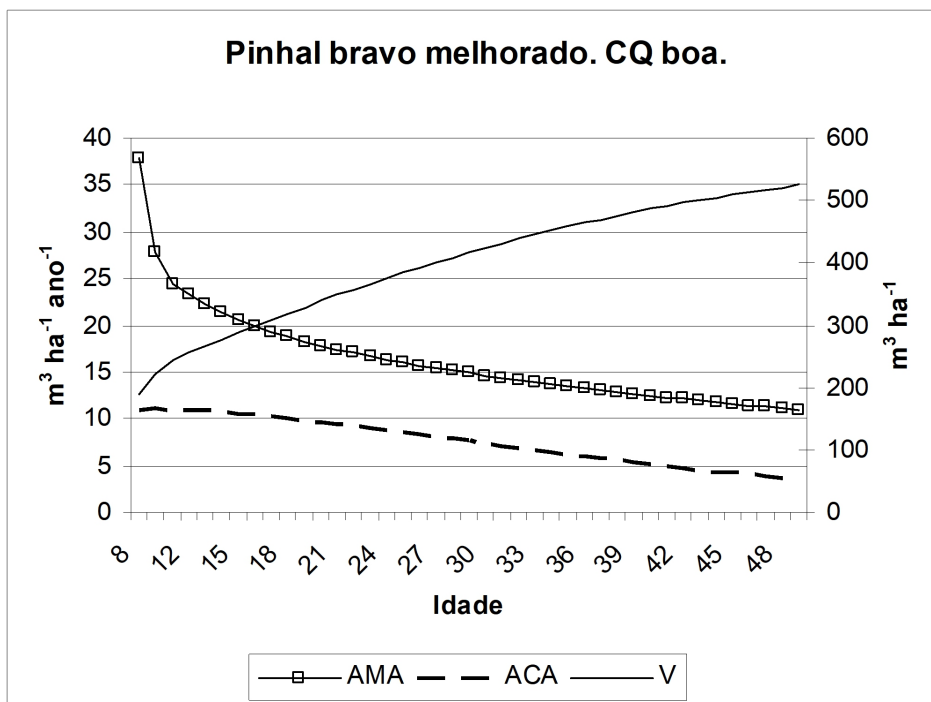


Figura 4.3. Hipotético PPAR de Pb melhorado. Dinâmicas do volume em pé por hectare (V), acréscimos correntes anuais (ACA) e acréscimos médios anuais (AMA) do mesmo volume.

### 4.3. O Método SB-BARTHIN

Atendendo à estratégia de abordagem deste capítulo, convém mencionar os instrumentos que vou utilizar na análise dos efeitos do desbaste, e o seu suporte teórico.

Primeiro, lembremo-nos que para simular desbastes é preciso ter dados sobre a estrutura dimensional do PBR a desbastar. Depois, precisamos de dois simuladores: o que simule a dinâmica (crescimento) da estrutura do pinhal, outro que simule o efeito, ou resposta do pinhal ao desbaste.

O simulador BARTHIN é sustentado pelo método com o mesmo nome (Barreto, 2001), que vou resumir, nos seguintes termos:

Parte I. Efeito do desbaste no crescimento da altura e do dap

*Passo 1.* Projectar o povoamento como auto-desbastado, da idade do desbaste,  $t$ , até à idade  $t+10$ .

*Passo 2.* Para a idade  $t+10$ , Multiplicar os dap das classes pelo factor  $R_d$  correspondente, e as alturas pelo factor  $R_h$  respectivo.

*Parte II.* Estimar o efeito do desbaste no número de árvores.

Basicamente, neste passo é aplicada a eq. (3.26), cujo emprego foi ilustrado no Exemplo 3.1, para ver se o número das árvores depois do crescimento, na década subsequente ao desbaste, ocupam mais de um hectare. Se assim suceder, o auto-desbaste actua e elimina as árvores em excesso.

O aspecto crucial do método é a estimativa dos multiplicadores  $R_d$  e  $R_h$ . Este procedimento é descrito em pormenor em Barreto (2001), e não o vou repetir aqui. Os valores destes multiplicadores dependem da CQ e de Fw.

Na figura 4.4, ilustramos a resposta dum PPAR 24/0,19, a um desbaste neutro ao 30 anos, em que se removem 30% das árvores mais pequenas. A curva inferior corresponde ao crescimento do PPAR não desbastado (PPAR1), a curva intermédia ao povoamento desbastado, a curva superior à de um PPAR que tivesse a densidade aos 10 anos, que conduziria à do povoamento após o desbaste aos 30 anos (PPAR2). Como se vê, há uma diferença entre a dimensão da variável do PPAR2 e do povoamento desbastado. A fracção da diferença entre os dois PPAR, que o crescimento do povoamento desbastado alcança é o factor de recuperação. Também se ilustra que a resposta da altura ao desbaste é muito pequena.

### 4.4. Os Povoamentos de Pinheiro-bravo Ensaiados

Nesta inquirição simulatória, utilizamos quatro dos PBR descritos no quadro 3.2, a saber 24/0,19 (3.2.1), 16/0,19 (3.2.3), 24/0,23 (24/0,23) e 16/0,23 (3.2.6), que correspondem, aos 10 anos de idade, aos povoamentos de quatro tabelas de produção apresentadas por Oliveira (1985).

Para facilitar as comparações entre as simulações das acções que vou infligir aos PBR mencionados, as suas estruturas dimensionais são isomorfas.

Os desbastes foram simulados com a minha aplicação em Visual Basic 6, SB-BARTHIN, divulgado em Abril de 2002. Simulei os povoamentos em auto-desbaste com a minha aplicação em Visual Basic 6 SOFTHARD, disponibilizada em Janeiro de 2002. Os

povoamentos desbastados são submetidos ao corte final aos 40 anos. No fim do capítulo apresentam-se simuladores do efeito do desbaste.

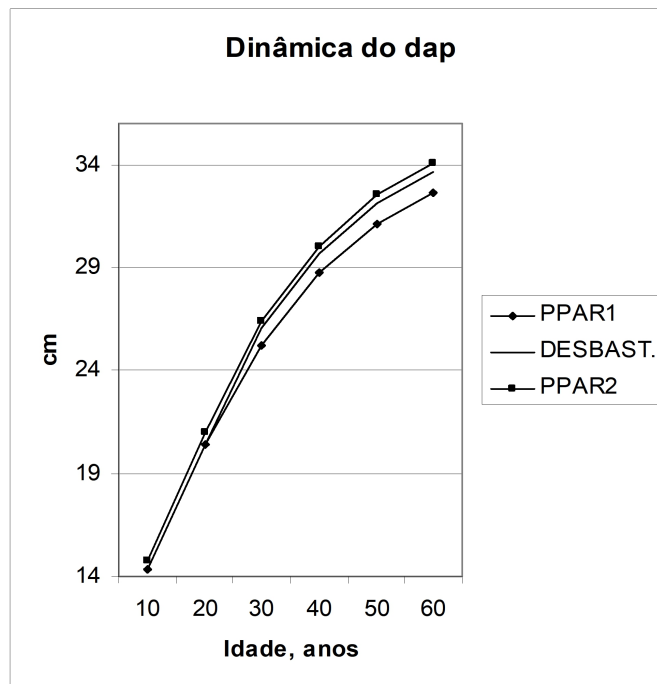


Figura 4.4a. Comparação entre o crescimento do dap dos PPAR1 e PPAR2 e do povoamento desbastado. Ver o texto

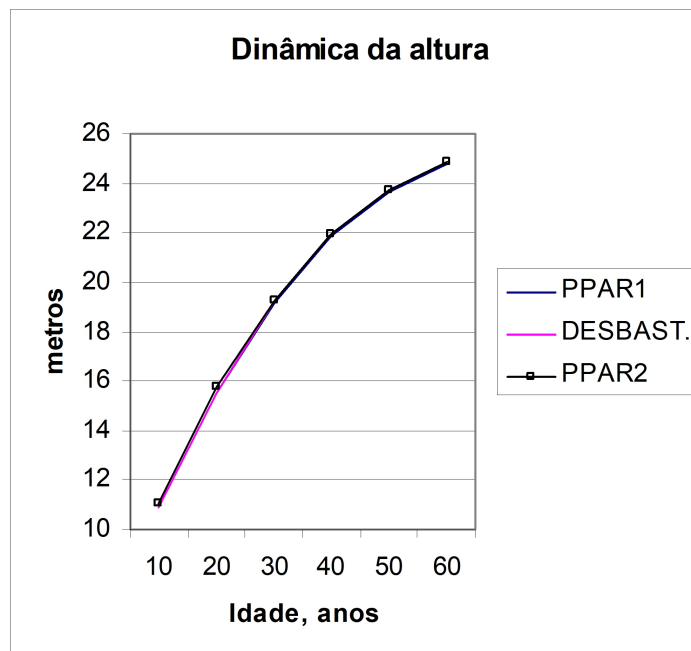


Figura 4.4b. Comparação entre o crescimento da altura dos PPAR1 e PPAR2 e do povoamento desbastado. Ver o texto

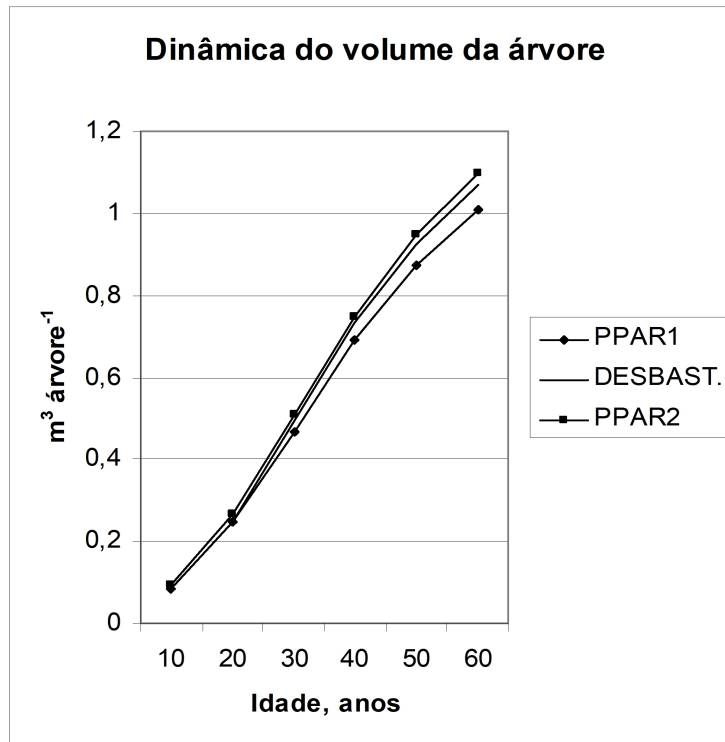


Figura 4.4c. Comparação entre o crescimento do volume da árvore dos PPAR1 e PPAR2 e do povoamento desbastado. Ver o texto

#### 4.5. O Desbaste do Pinhal-bravo

Nesta secção vou ensaiar a simulação de alguns desbastes nos quatro povoamentos atrás caracterizados, e analisar os resultados obtidos.

Os povoamentos são submetidos a um único desbaste, pelo baixo, aos 10 e 30 anos. Considerarei duas intensidades de desbaste (id), em que removem 30% e 40% das árvores mais pequenas (desbaste pelo baixo).

Os povoamentos mais densos,  $F_w=0,19$ , serão submetidos a dois desbastes de 30%, aos 20 e 30 anos.

A idade do corte final é sempre a mesma: 40 anos. Como as estruturas são isomorfas, os desbastes  $id=30\%$  removem 18% do volume em pé, e os  $id=40\%$  retiram 27% do mesmo volume, em todos os povoamentos. Nos povoamentos submetidos a dois desbastes, o desbaste aos 20 anos remove, igualmente, 18% do volume em pé, e aos 30 anos 23%. Os resultados dos desbastes inserem-se nos quadros 4.2 a 4.4, e resumem-se no quadro 4.5.

## Quadro 4.2. Estruturas dos pinhais desbastados aos 40 anos. Fw=0,19

## 4.2.1. CQ 24, id=30%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	29,8	250	22,01	0,73141	182,852
IV	37,1	121	27,23	1,41885	171,681
V	44,4	1	32,73	2,67387	2,674
Total	d <sub>p</sub> =32,2	372	h <sub>p</sub> =23, 7	v <sub>p</sub> =0,96023	357,207
Produção total		601			

## 4.2.2. CQ 24, id=40%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	30,2	216	22,01	0,74983	182,852
IV	37,7	133	27,23	1,45423	171,681
V	45,3	2	32,73	2,26021	4,520
Total	d <sub>p</sub> =33,1	372	h <sub>p</sub> =24	v <sub>p</sub> =1,02534	359,896
Produção total		618			

## 4.2.3. CQ 24, id=30%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	28,8	297	21,7	0,68854	204,496
IV	36,0	108	27,0	1,33269	143,931
V	43,2	1	32,4	1,755	1,755
Total	d <sub>p</sub> =30,8	406	h <sub>p</sub> =23, 1	v <sub>p</sub> =0,86119	349,642
Produção total		660			

## 4.2.4. CQ 24, id=40%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	30,2	216	21,9	0,74742	161,444
IV	37,7	134	27,3	1,44525	193,664
V	45,3	1	32,8	2,361	2,361
Total	d <sub>p</sub> =33,1	351	h <sub>p</sub> =24	v <sub>p</sub> =1,01843	357,469
Produção total		695			

## Quadro 4.2. Continuação

## 4.2.5. CQ 16, id=30%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	18,1	524	14,67	0,20273	106,230
IV	22,6	253	18,20	0,39371	99,610
V	27,1	3	22,01	0,66623	1,999
Total	d <sub>p</sub> =32,2	780	h <sub>p</sub> =15,8	v <sub>p</sub> =0,26646	207,838
Produção total		348			

## 4.2.6. CQ 16, id=40%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	18,5	448	14,95	0,21337	95,591
IV	23,1	275	18,48	0,41388	113,817
V	27,6	3	22,29	0,76129	2,284
Total	d <sub>p</sub> =20,3	726	h <sub>p</sub> =16,3	v <sub>p</sub> =0,29159	211,692
Produção total		363			

## 4.2.7. CQ 16, id=30%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	18,0	524	14,7	0,20253	106,128
IV	22,5	254	18,3	0,39215	99,699
V	27,1	3	22,0	0,746	2,238
Total	d <sub>p</sub> =19,5	782	h <sub>p</sub> =15,9	v <sub>p</sub> =0,26607	208,065
Produção total		385			

## .2.8. CQ 16, id=40%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	y <sub>11</sub>	Árv. ha <sup>-1</sup>	y <sub>12</sub>	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	18,5	448	14,8	0,21192	94,941
IV	23,1	276	18,4	0,41070	113,353
V	45,327,7	4	22,2	0,636	2,544
Total	d <sub>p</sub> =20,3	728	h <sub>p</sub> =24	v <sub>p</sub> =0,28961	210,838
Produção total		404			

Quadro 4.3. Estruturas dos pinhais desbastados aos 40 anos. Fw=0,23

## 4.3.1. CQ 24, id=30%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	31,5	177	22,15	0,80553	142,579
IV	39,2	85	27,51	1,56286	132,843
V	46,8	1	33,15	3,06322	3,063
Total	$d_p=34,0$	263	$h_p=23,7$	$v_p=1,05892$	278,485
Produção total		468			

## 4.3.2. CQ 24, id=40%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	31,5	158	22,15	0,79920	126,273
IV	39,4	98	27,51	1,55727	149,498
V	47,0	1	33,15	2,29671	2,297
Total	$d_p=34,5$	255	$h_p=24,43$	$v_p=1,09046$	278,068
Produção total		481			

## 4.3.3. CQ 24, id=30%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	31,4	178	22,1	0,80097	142,573
IV	39,2	86	27,5	1,55602	133,818
V	46,9	1	33,1	2,394	2,394
Total	$d_p=34,0$	265	$h_p=23,9$	$v_p=1,05202$	278,785
Produção total		528			

## 4.3.4. CQ 24, id=40%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	31,5	158	22,1		126,425
IV	39,3	97	27,5		150,42
V	47,0	1	33,1		2,691
Total	$d_p=34,5$	256	$h_p=24,2$	$v_p=1,01843$	279,536
Produção total		551			

4.3.5. CQ 16, id=30%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	19,0	395	14,39	0,21520	85,003
IV	23,7	191	17,77	0,41690	79,627
V	28,4	2	21,44	0,71147	1,423
Total	$d_p=20,6$	588	$h_p=15,5$	$v_p=0,28240$	166,053
Produção total		279			

4.3.6. CQ 16, id=40%, desbaste aos 10 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	19,2	348	14,39	0,21676	75,433
IV	24,0	213	17,77	0,42066	89,601
V	28,6	3	21,44	0,66730	2,002
Total	$d_p=21,0$	564	$h_p=15,7$	$v_p=0,29616$	167,036
Produção total		288			

4.3.7. CQ 16, id=30%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	19,1	396	14,3	0,21649	85,731
IV	23,7	191	17,8	0,41652	79,555
V	28,4	2	21,4	0,61650	1,233
Total	$d_p=20,6$	589	$h_p=15,5$	$v_p=0,28271$	166,519
Produção total		316			

4.3.8. CQ 16, id=40%, desbaste aos 30 anos

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	19,2	349	14,3	0,21778	76,004
IV	23,9	214	17,8	0,41879	89,622
V	28,6	2	21,4	0,69450	1,389
Total	$d_p=21,0$	565	$h_p=15,7$	$v_p=0,29560$	167,015
Produção total		330			

Quadro 4.4. Estruturas aos 40 anos de PBR desbastados aos 20 e 30 anos. Fw=0,19. id=30%

#### 4.4.1. CQ 24

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	30,5	173	22,0	0,76017	131,509
IV	38,1	152	27,3	1,47560	224,292
V	45,7	1	32,8	2,453	2,453
Total	$d_p=34,0$	326	$h_p=24,5$	$v_p=1,09894$	358,254
Produção total		468			

#### 4.4.2. CQ 16

40 anos					
Classes	$y_{11}$	Árv. ha <sup>-1</sup>	$y_{12}$	m <sup>3</sup> árv. <sup>-1</sup>	m <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>
III	18,9	350	14,8	0,22144	77,503
IV	23,7	306	18,4	0,43057	131,755
V	28,2	4	22,2	0,68525	2,741
Total	$d_p=21,2$	660	$h_p=16,5$	$v_p=0,32121$	211,999
Produção total		360			

Para facilidade de comparação, para os valores de  $d_p$ , volume em pé e produção total, vou estabelecer a razão,  $R_i$ , “valor aos 40 anos no povoamento desbastado/valor no povoamento auto-desbastado”, criando os índices, respectivamente,  $R_d$ ,  $R_v$ ,  $R_{pt}$ . Estes valores inserem-se no quadro 4.5.

Passo a analisar os resultados das simulações, resumidos no quadro 4.5. Início pelas situações em que ocorre um só desbaste, distinguindo o plano dos indivíduos, a árvore ( $R_d$ ), do da população, o arvoredo ( $R_v$ ,  $R_{pt}$ ).

#### A Árvore

Os valores de  $R_d$ , inseridos no quadro 4.5.1, confirmam a asserção seguinte: *a resposta, sempre positiva ( $R_d > 1$ ), das árvores ao desbaste, satisfaz a lei dos rendimentos decrescentes*. Quanto menos recursos a árvore tiver disponíveis (pior CQ e povoamentos mais densos, isto é, menor Fw), maior é a resposta relativa do seu crescimento, ao desafogo criado pelo desbaste.

Sistematizo o efeito de quatro atributos:

1. *A densidade*. Como se disse, povoamentos mais densos têm maior  $R_d$ .
2. *A classe de qualidade*. Os povoamentos na pior CQ têm maior  $R_d$ .
3. *A idade do desbaste*. Para uma mesma id, se Fw é baixo, quanto mais precoce é o desbaste, maior é  $R_d$ . Para valores mais elevados de Fw (menos densos) a influência da idade praticamente anula-se. Isto tem a ver com a estratégia de crescimento do Pb.
4. *A intensidade do desbaste*. Numa mesma idade, CQ e Fw, quanto maior é id, maior é  $R_d$ .

## O Arvoredo

As respostas do arvoredo, aferidas através de  $R_v$  e  $R_{pt}$ , são mais complexas. *Têm a ver não só com o padrão de crescimento do Pb, mas também com a particular estrutura do povoamento em causa.* Tem aqui relevância a maneira como está distribuído o volume em pé pelas árvores, com duas situações a extremarem um gradiente de possibilidades: uniformemente distribuído por todas as árvores, concentrado em poucas delas. Obviamente, não podemos ignorar as próprias características do desbaste, neste intrincado tecido de inter-relações. Por isso, a nível de arvoredo, os resultados aqui apresentados são condicionados pelas particulares situações dos três factores mencionados, e as regularidades que se detectarem só são válidas neste contexto. A estratégia bionómica da espécie influenciou a caracterização dos desbastes simulados, nomeadamente a curta longevidade,  $ACA < AMA$ , e o rápido declínio da taxa relativa de crescimento do volume em pé, *que aos 40 anos já só é de 1%.*

Passando ao lado de uma discrepância, que provavelmente reflecte a necessidade de reforçar a base empírica a que o método SB-BARTHIN recorre, como anotei em Barreto (2001:214), vou procurar identificar algumas regularidades do comportamento de  $R_v$  e  $R_{pt}$ .

Vejamos o que se passa com  $R_v$ .

1.  $R_v$  é sempre maior do que 1.
2.  $R_v$  também satisfaz a lei dos rendimentos decrescentes.
3. Para uma mesma id,  $R_v$  diminui com a idade do desbaste.
4. Quanto maior é id, maior é  $R_v$ .

Sobre  $R_{pt}$  anotamos o seguinte:

1. Só os desbastes aos 30 anos, com  $id=40\%$ , revelam  $R_{pt} > 1$ .
2.  $R_{pt}$  satisfaz a lei dos rendimentos decrescentes.
3. Para uma mesma id,  $R_{pt}$  aumenta com a idade do desbaste.
4. Quanto maior é id, maior é  $R_{pt}$ .

Vejamos, por fim o regime com dois desbastes. Aqui, os índices também são maiores na CQ 16 do que na CQ 24 (*lei dos rendimentos decrescentes*).

$R_d$  nas situações de um só desbaste é sempre inferior aos proporcionados por dois desbastes. Os valores de  $R_v$  e  $R_{pt}$  são comparáveis aos encontrados com um só desbaste aos 10 anos, com  $id=40\%$ .

Importa agora interpretar estes resultados do desbaste. O esquema básico desta análise insere-se na Figura 4.5.

O *cenário de referência*, para o intervalo de idades 10-40 anos, num PPAR de Pb, é assim descrito:

a) Em termos de árvores perdidas, dos 10 aos 20 anos são eliminadas 71% das auto-desbastadas; dos 10 aos 30 anos, 91%; obviamente, dos 10 aos 40, 100%. Aos 10 anos o PPAR perde 9,0% das árvores e do volume em pé; aos 20 anos este valor desce para 5,4%; aos 30 anos para 3,3%.

b) Referindo-me ao volume auto-desbastado, dos 10 aos 20 anos perde 45% do auto-desbaste; dos 20 aos 30 anos, mais 33%; dos 30 aos 40 anos eliminam-se mais 22% ( $45+33+22=100$ ).

Quadro 4.5. Valores dos índices comparativos  $R_d$ ,  $R_v$ ,  $R_{pt}$ .

## 4.5.1. Um só desbaste

Fw=0,19	Idade dos desbaste:10			Fw=0,23	Idade dos desbaste:10		
	Id=30%				Id=30%		
	$R_d$	$R_v$	$R_{pt}$		$R_d$	$R_v$	$R_{pt}$
CQ 24	1,130	1,071	0,891	CQ 24	1,105	1,048	0,867
CQ 16	1,153	1,084	0,900	CQ 16	1,125	1,026	0,854
	Id=40%				Id=40%		
CQ 24	1,161	1,079	0,916	CQ 24	1,120	1,046	0,891
CQ 16	1,194	1,104	0,939	CQ 16	1,147	1,032	0,881
	Idade dos desbaste:30				Idade dos desbaste:30		
	Id=30%				Id=30%		
CQ 24	1,081	1,052	0,979	CQ 24	1,104	1,049	0,979
CQ 16	1,147	1,089	0,996	CQ 16	1,126	1,029	0,967
	Id=40%				Id=40%		
CQ 24	1,161	1,072	1,031	CQ 24	1,120	1,052	1,021
CQ 16	1,194	1,100	1,044	CQ 16	1,147	1,032	1,010

## 4.5.2. Dois desbastes aos 20 e 30 anos, id=30%. Fw=0,19

CQ 24			CQ 16		
$R_d$	$R_v$	$R_{pt}$	$R_d$	$R_v$	$R_{pt}$
1,193	1,074	0,910	1,247	1,106	0,930

Passo a elaborar a *tentativa de interpretação*.

a) Desbaste aos 10 anos. Comparando com o auto-desbaste, a eliminação do triplo e quádruplo das árvores ainda jovens diminui o auto-desbaste posterior de árvores de maior dimensão e o volume total auto-desbastado é menor do que no PPAR. O desafogo das maiores árvores deixadas em pé proporciona  $R_v > 1$ , mas não é suficiente para sobre compensar a perda de volume do auto-desbaste e ocorre  $R_{pt} < 1$ .

b) Desbaste aos 30 anos. Quando o desbaste é feito, já ocorreu 78% do volume do auto-desbaste, por isso a produção total é maior que no desbaste anterior (maior  $R_{pt}$ ). No entanto, só no caso de id=40%, o desafogo criado às árvores deixadas, aliado a um maior volume do desbaste, permite verificar-se  $R_{pt} > 1$ . Aqui, também valores elevados de  $R_d$  induzem valores altos de  $R_v$ .

c) Desbaste aos 20 e 30 anos. O auto-desbaste dos 10 aos 20 anos não é afectado (45% do volume), mas isto não é suficiente para permitir  $R_{pt} > 1$ . Os dois desafogos permitem dos maiores  $R_d$  e valores elevados de  $R_v$ .

Será a análise económica destas operações silvícolas, no contexto de toda a revolução, que clarificará a escolha do EF.



## CQ 20

Fw	id					
	25%	30%	35%	40%	45%	50%
0,21	1,042	1,050	1,057	1,064	1,069	1,073
0,22	1,037	1,043	1,049	1,053	1,056	1,058
0,23	1,032	1,036	1,039	1,041	1,042	1,043
0,24	1,026	1,028	1,029	1,030	1,029	1,027
0,25	1,020	1,020	1,019	1,017	1,014	1,010
0,26	1,013	1,011	1,009	1,005	1,000	1,000
0,27	1,006	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000
0,28	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

## CQ 16

Fw	id					
	25%	30%	35%	40%	45%	50%
0,19	1,057	1,069	1,083	1,096	1,108	1,120
0,21	1,048	1,058	1,068	1,076	1,084	1,092
0,22	1,044	1,052	1,060	1,067	1,073	1,079
0,23	1,040	1,047	1,054	1,059	1,063	1,066
0,24	1,036	1,042	1,047	1,050	1,053	1,054
0,25	1,033	1,038	1,042	1,043	1,043	1,042
0,26	1,029	1,033	1,037	1,036	1,034	1,032
0,27	1,026	1,029	1,032	1,029	1,026	1,021
0,28	1,023	1,025	1,028	1,023	1,018	1,011
0,29	1,020	1,022	1,024	1,018	1,010	1,002
0,30	1,017	1,018	1,021	1,013	1,003	1,000
0,31	1,015	1,015	1,019	1,008	1,000	1,000
0,32	1,012	1,012	1,017	1,005	1,000	1,000
0,33	1,010	1,010	1,016	1,001	1,000	1,000
0,34	1,008	1,008	1,015	1,000	1,000	1,000
0,35	1,007	1,006	1,015	1,000	1,000	1,000
0,36	1,005	1,004	1,015	1,000	1,000	1,000
0,37	1,004	1,002	1,000	1,000	1,000	1,000
0,38	1,003	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000
0,39	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,40	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,41	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Do quadro 4.6, podemos concluir o seguinte:

1. A resposta ao desbaste depende da classe de qualidade, de Fw e da intensidade dos desbastes;
2. Para a mesma CQ e Fw, quanto maior é id, maior é Rd.
3. Para os mesmos valores de id e CQ, quanto maior é Fw (menor densidade) menor é Rd.
4. Para os mesmos valores de id e Fw, quanto melhor é a CQ, menor é Rd.
5. Inversamente, para os mesmos valores de id e Fw, quanto pior é a CQ, maior é Rd.
6. Para os mesmos valores de CQ e Fw, depois de um valor crítico de id, Rd, mantêm-se constante, isto é, o povoamento deixa de responder ao desbaste.
7. Para povoamentos com uma densidade abaixo de um certo valor crítico a altura do povoamento deixa de responder ao desbaste.

Os valores do quadro 4.6 indicam-nos o que a experiência nos confirma: os desbastes mais intensos devem ser aplicados aos povoamentos mais densos (menor Fw).

Estas verificações podem resumir-se numa asserção verificada em vários domínios, e não só no biológico: **os efeitos do desbaste são conforme a lei dos rendimentos decrescentes.** Esta conclusão confirma a curialidade do quadro 4.6, numa perspectiva macroscópica

Para a resposta do crescimento da altura ao desbaste ver Barreto (2010: subsecção 10.3.2).

Nessa mesma subsecção ajustei a seguinte equação:

$$Rd = \beta_0 + \beta_1 Fw + \beta_2 id + \beta_3 Fw id + \beta_4 id^2 \quad (4.1)$$

com os ajustamentos descritos no quadro 4.7.

Quadro 4.7. Valores do ajustamento da equação 4.1.

CQ	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$R_{aj}^2$	F	p
24	0,902345	0,433278	0,922878	-3,406667	-0,158167	0,991	734	0
20	0,939074	0,269111	0,916969	-3,331667	-0,126412	0,996	1707	0
16	0,935513	0,287778	0,880601	-3,106667	-0,070188	0,996	1702	0

Uma conclusão revelante também é a seguinte:

**Propor esquemas de desbaste genéricos, sem atender à classe de qualidade nem ao Fw do povoamento antes de desbastado, deverá ser simplista em excesso. Devemos ser mais rigorosos e detalhados em formular e propor esquemas de desbaste para os povoamentos de uma dada espécie. Obviamente que a resposta dos povoamentos de uma dada espécie ao desbaste depende também do padrão de crescimento da espécie, isto é, da sua estratégia bionómica.**

#### 4.7. O Loteamento Mercantil do Volume em Pé do PBR

É sabido que o preço da madeira varia com a sua qualidade. A mais elementar graduação da madeira refere-se ao diâmetro dos toros. Maiores diâmetros beneficiam de melhores preços. Para podermos recorrer a um gradiente da variação do preço da madeira em pé, na análise económica da cultura, temos que lotear o lenho existente no PBR, por lotes que correspondam a classes de utilização e preço. Considero os seguintes lotes, inspirados na informação contida em Centro Pinus (2001):

Lote A: Diâmetro inferior a 7 cm. Emprego: lenha.

Lote B: Diâmetro de 7 a 14 cm. Emprego: trituração.

Lote C: Diâmetro de 14 a 20 cm. Emprego: madeira serrada para caixotaria.

Lote D: Diâmetro de 20 a 35 cm. Emprego: madeira serrada.

Lote E: Diâmetro superior a 35 cm. Emprego: madeira serrada. Se sem defeitos é aproveitável para desenrolamento e folha.

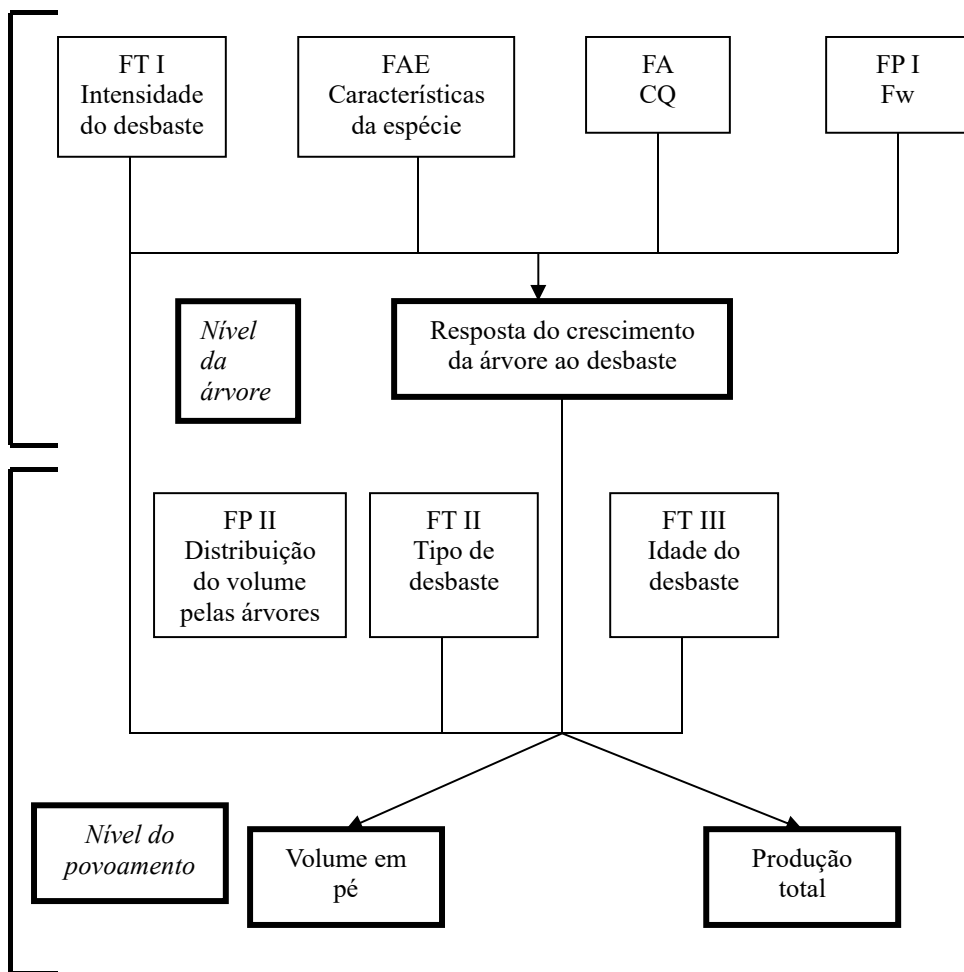


Figura 4.5. Esquema básico da interpretação dos efeitos dos desbastes. FA= factor ambiental; FAE= factor auto-ecológico; FP= factor populacional; FT= factor técnico

Para estabelecer os loteamentos que apresento, recorri ao modelo de Kozak, Munro e Smith, ajustado a árvores de Pb por Palma (1998). Para os propósitos da minha análise, este rigor é suficiente.

No quadro 4.8, apresento o loteamento, em percentagem do volume em pé, dos PBR 24/0,19, 20/0,19, 16/0,19. Salvo indicação em contrário, todos os volumes e dap referem-se a material com casca.

Com recurso ao modelo de Kozak, Munro e Smith utilizado, e a várias simulações, estabeleci a seguinte regressão para as percentagens dos lotes (y), tendo como variável independente o dap médio do povoamento (d; cm):

$$y = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2 + \beta_3 d^3 \quad (4.2)$$

Os valores das constantes inserem-se no quadro 4.9.

Quadro 4.8. Loteamento percentual do volume em pé de três PPAR de PBR. Fw=0,19

Lotes	CQ 24				
	Idades				
	10	20	30	40	50
A	3,351	1,592	0,902	0,832	0,835
B	30,771	19,620	9,878	6,514	4,500
C	<b>65,676</b>	<b>55,257</b>	27,314	20,219	12,850
D	0,202	23,392	<b>61,794</b>	<b>72,150</b>	<b>69,909</b>
E	0,000	0,138	0,112	0,285	11,906
Total	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000

Lotes	CQ 20				
	Idades				
	10	20	30	40	50
A	32,55553	7,300458	2,044178	0,664747	0,596726
B	<b>57,84799</b>	30,31172	14,46647	10,07293	9,607265
C	9,596478	<b>33,52701</b>	16,88614	12,02074	11,60844
D	0	28,86082	<b>66,60321</b>	<b>77,24158</b>	<b>75,09139</b>
E	0	0	0	0	3,096173
Total	100	100	100	100	100

Lotes	CQ 16				
	Idades				
	10	20	30	40	50
A	37,96379	22,81563	9,412936	4,814012	4,814012
B	<b>60,9367</b>	<b>49,49452</b>	30,5579	20,8433	20,8433
C	1,099507	24,08143	27,22322	21,47669	21,47669
D	0	3,608422	<b>32,80594</b>	<b>52,866</b>	<b>52,866</b>
E	0	0	0	0	0
Total	100	100	100	100	100

As influências dos factores que globalmente afectam o perfil da árvore ainda não estão esclarecidas, em extensão e profundidade satisfatórias. No entanto, a eq. (4.1) e os valores inseridos no quadro 4.8 podem ser utilizados para estimar os lotes mercantis do volume em pé de um pinhal, conhecidos este e o dap médio. Basta calcular os diversos valores dados pela eq. (4.1), para cada lote, dividi-los por cem e multiplicar pelo volume em pé.

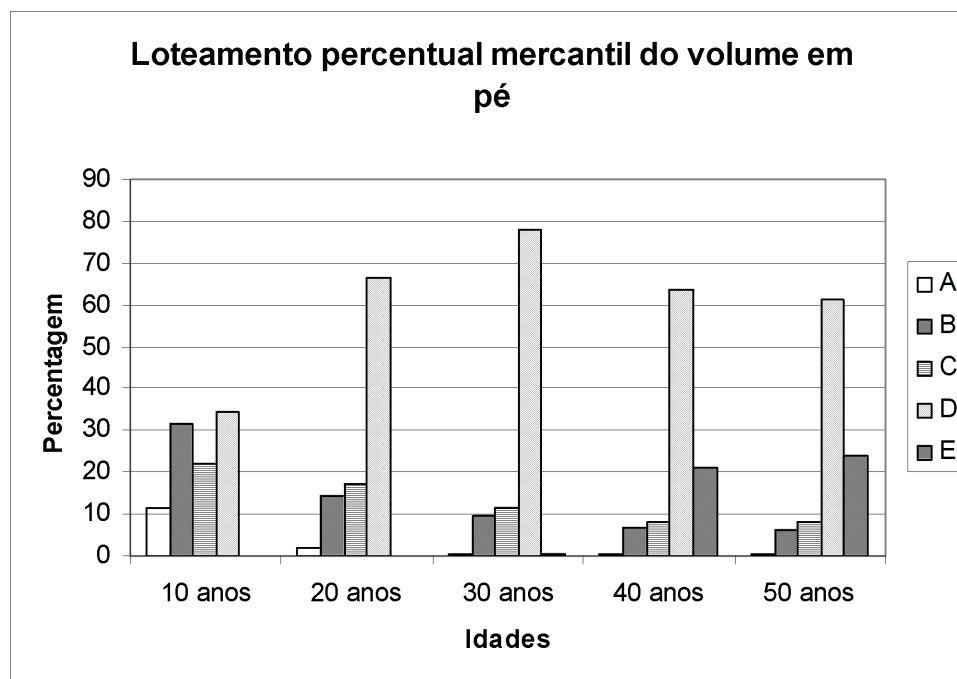


Figura 4.6. Loteamento percentual do volume em pé do pinhal bravo. Classe de qualidade 24. Lote A: diâmetro ( $d$ )  $\leq 7$  cm; B:  $7 < d \leq 14$ ; C:  $14 < d \leq 20$ ; D:  $20 < d \leq 35$ ; E:  $d > 35$

#### 4.8. A Análise Económica do PBR

##### *O cenário*

Nesta secção, vou tentar discernir como o padrão de crescimento do PBR, associado à estratégia r-3, (cf. figs. 2.2, 4.2, 4.3 e quadro 4.1) afecta a economia desta cultura. Para melhor destacar a sua peculiaridade, sob esta perspectiva, fazemos uma comparação com a cultura do PC (cf. fig. 4.2 e quadro 4.1).

Na análise económica do PC, recorro às equações (4) e (5), ao quadro 2, apresentados por Penzo e Bernetti (1989). Esta informação, depois de alguma manipulação, permitiu-me estabelecer dois lotes de volume em pé, com casca, tendo o  $dap=20$  cm, como valor separador, nos seus povoamentos que simulei, recorrendo ao software NIGRA, atrás referenciado. Nas comparações, que adiante farei, entre as economias dos PPAR de Pb e PC, considerarei também estes dois lotes nos povoamentos de Pb,

Dada a finalidade desta análise, e para fins comparativos, recorri à informação de preços e custos inserida em Hall e Martins (1993), que presumo referirem-se a 1991, e a uma taxa média de inflação, nos últimos 13 anos de 3,5%. Para o propósito comparativo desta análise estes valores podem ser mantidos.

Assumi como  $dap$  médios dos lotes A a E, respectivamente, 5; 10,5; 17,0; 27,5; 37,0 cm.

À variação do preço,  $p$  ( $\text{€ m}^{-3}$ ), com o  $dap$  ajustei a equação seguinte:

$$p = 0,451825 d^{1,419298} \quad (4.3)$$

$r^2 = 0,954$

Quadro 4.9. Constantes da equação (4.1).

CQ 24					
Lote	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	R <sup>2</sup>
A	-0,000194	0,026063	-1,018423	13,15477	1,000
B	0,004904	-0,292748	3,810414	21,83842	0,999
C	0,028057	-1,951666	40,17353	-191,5559	0,990
D	-0,052136	3,446567	-68,0838	421,3664	0,999
E	0,019369	-1,228216	25,11828	-164,8037	0,914
CQ 20					
Lote	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	R <sup>2</sup>
A	-0,022111	1,481354	-33,24227	250,9225	1,000
B	0,009784	-0,256173	-4,311284	125,1779	1,000
C	0,094605	-5,464083	100,732	-567,3662	0,982
D	-0,0926	4,755637	-71,5165	334,4319	0,999
CQ 16					
Lote	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	R <sup>2</sup>
A	0,058266	-2,127799	20,84967	-21,28644	1,000
B	0,12900	-4,935088	58,9871	-159,3777	1,000
C	0,065941	-3,293688	53,21004	-253,8014	0,990
D	-0,247107	10,35658	-133,0468	534,4655	0,999

Ao expoente de d, na eq. (4.3), passo a atribuir a designação genérica de **m** ( $p=0,451825 d^m$ ).

As outras variáveis económicas têm os seguintes valores: regeneração, R: 1100 € ha<sup>-1</sup>; custos anuais, e: 28 € ano<sup>-1</sup>; taxa de interesse, i: 3%. Ignorei os chamados juros do capital terra, o que no contexto da minha análise não revela inconveniência assinalável.

O critério analítico que adoptei foi o do valor de expectativa do solo (VES, € ha<sup>-1</sup>), usando a seguinte conhecida equação (assumpção de PPAR):

$$VES_t = (\sum p_i V_{it} - R) ((1+i)^t - 1)^{-1} - R - e i^{-1} \quad (4.4)$$

onde:

t é a idade do povoamento

$p_i$  é preço do lote i, i=A,B...E

$V_{it}$  é o volume em pé (m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>), na idade t, do lote i.

Assumo que a eq. (4.4) não é uma novidade para o leitor. Como se sabe, esta equação pode revestir-se de um carácter prescritivo: a idade do corte final, isto é, a revolução óptima,  $t_{op}$ , deve coincidir com a ocorrência do máximo valor de expectativa do solo,  $VES_{max}$ .

Na eq. (4.3), o factor  $((1+i)^t-1)^{-1}$  diminui com a idade, pelo que causa o concomitante decréscimo de VES. Fica-se, pois, a dever ao padrão de crescimento do volume em pé e do preço com a dimensão, (ou idade) uma dinâmica que contrarie esta tendência decrescente. O padrão de crescimento de V condiciona assim a magnitude e o tipo de comportamento de VES. Com o crescimento do PPAR temos maior volume de madeira, e também material de maiores dimensões (confira-se o quadro 4.8). Maiores taxas de juro,  $i$ , reduzem as magnitudes de  $t_{op}$  e  $VES_{max}$ .

#### As simulações

Para os PPAR 24/0,19, 20/0,19, 16/0,19 estimei os valores de VES, para os loteamentos atrás definidos, assumindo a eq. (1), outro valor de  $m$  igual a 1,09, e preços constantes para todos lotes e idades, no valor de 80 €/m<sup>3</sup>. Os resultados destas simulações inserem-se no quadro 4.10.

Quadro 4.10. Valor máximo de expectativa do solo e revolução óptima em nove simulações efectuadas

Preço	PPAR 24/0,19 (Figura 4.7)		PPAR 20/0,19 (Figura 4.8)		PPAR 16/0,19 (Figura 4.9)	
	VES <sub>max</sub>	$t_{op}$	VES <sub>max</sub>	$t_{op}$	VES <sub>max</sub>	$t_{op}$
80€ m <sup>-3</sup>	33625	10	25269	10	16956	10
$m=1,419$	5405	25	1825	31	-486	29
$m=1,090$	41	28	-1083	35	-1817	33

Como já disse, simulei povoamentos de Pb e PC só com dois lotes de volume mercantil, nas respectivas melhores classes de qualidade e  $F_w=0,21$ . Estas simulações resumem-se no quadro 4.11e fig. 4.9.

Quadro 4.11. Valor máximo de expectativa do solo e revolução óptima em seis simulações comparativas efectuadas

Preço	PBR		PC	
	VES <sub>max</sub>	$t_{op}$	VES <sub>max</sub>	$t_{op}$
80€ m <sup>-3</sup>	33625	10	25207	27
$m=1,419$	4732	29	9532	42
$m=1,090$	-293	29	1683	42

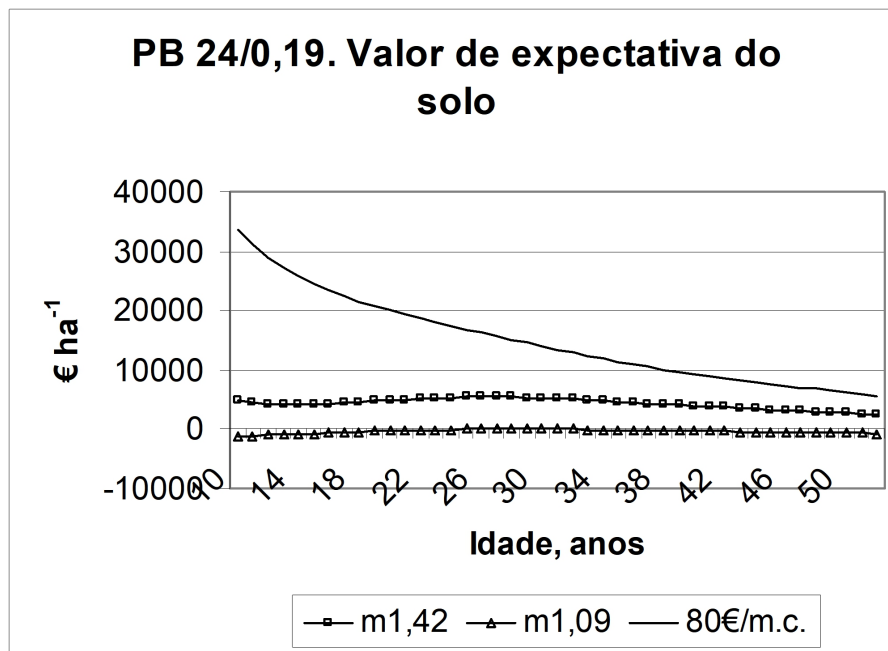


Figura 4.7. Valor de expectativa do solo para as três simulações descritas no quadro 4.9. A interpretação das referências dos preços é imediata.

O panorama do quadro 4.10, e das figuras atinentes, não contunde, genericamente, com os resultados apresentados por Hall e Martins (1993). Só trás duas novidades, a saber: a) a elevada sensibilidade do VES do PBR ao gradiente dos preços; b) o padrão decrescente de VES quando o preço é constante (máximo aos 10 anos, idade inicial da análise), o que se deve ao facto do crescimento do volume em pé não ser capaz, só por si, de contrariar o efeito decrescente de  $((1+i)^t - 1)^{-1}$ , mesmo para um baixo valor de  $i$  (3%).

O quadro 4.11 contrasta as economias dos PPAR de Pb e PC. Este quadro revela que os  $VES_{max}$  do PBR são aqui menores, que quando se consideram 5 lotes mercantis. Cotejando os comportamentos dos dois pinhais, verifica-se: a) maior valor do VES do PC, quando o preço não é constante; b) nos PPAR de PC, o padrão de VES constantemente decrescente não existe; c) maiores revoluções ocorrem nos PPAR de PC. Todas estas constatações são coerentes e reflectem as estratégias bionómicas das espécies.

#### *O Comentário*

O ensino e a prática florestais portuguesas sofreram uma influência dominante, nos séculos XVIII e XIX, das ciências florestais francesa e alemã. Algumas das mais importantes figuras da silvicultura portuguesa do séc. XIX formaram-se em Nancy e Tharand (Neves, 1983-1984:161).

As mais importantes espécies florestais destes países eram predominantemente estratégias  $r \leftrightarrow K$  e  $K$ . Os resultados relacionados com o seu estudo e a sua exploração foram extrapolados, entre nós, com a eficiência que a ciência da época permitia, para o Pb. O conceito de estratégia bionómica ainda não se elaborara, embora se reconhecesse que os crescimentos e produções das essências florestais podem ser muito diversos. A

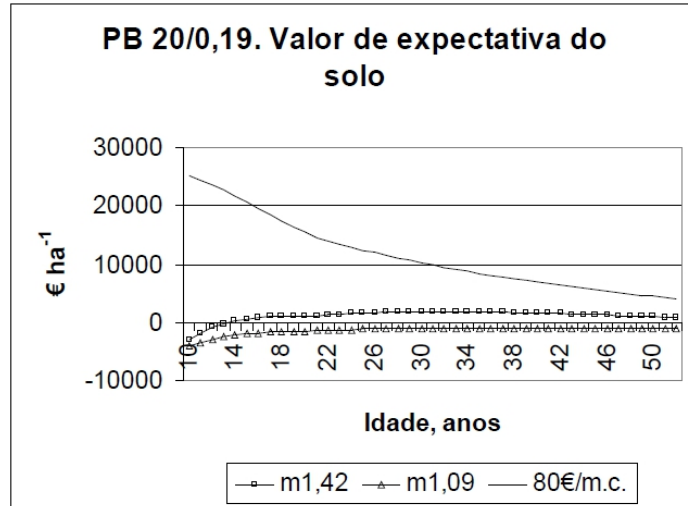


Figura 4.8. Valor de expectativa do solo para as três simulações descritas no quadro 4.9. A interpretação das referências dos preços é imediata

analogia com o crescimento dos estrategas  $r \leftrightarrow K$  e  $K$ , estudados na Europa Central, berço da Ciência Florestal europeia, impôs como tese inevitável a dinâmica do ACA a culminar antes do AMA, enquanto lhe era superior, e este a culminar quando igualava aquele.

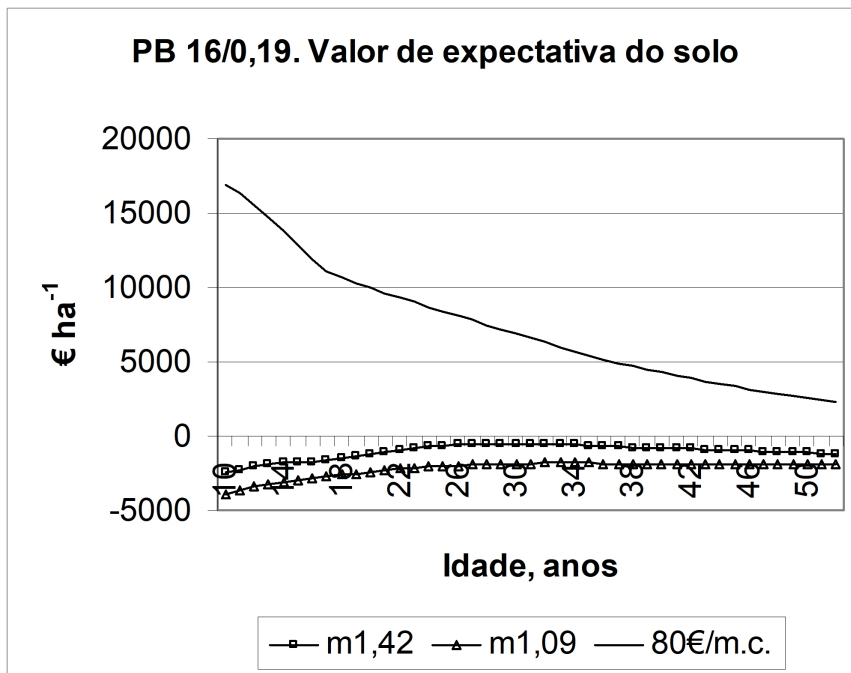


Figura 4.9. Valor de expectativa do solo para as três simulações descritas no quadro 4.9. A interpretação das referências dos preços é imediata

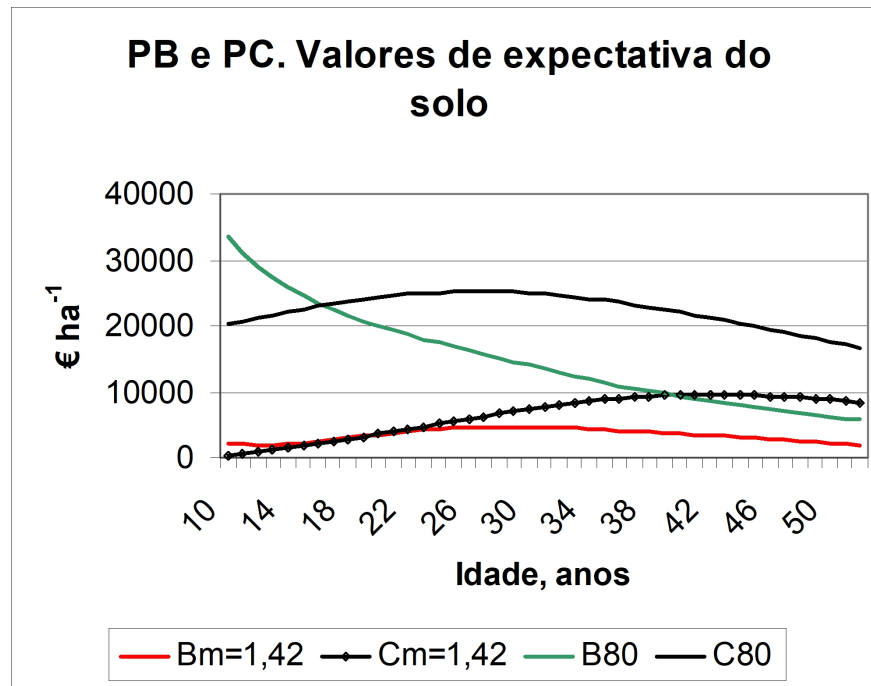


Figura 4.10. Valor de expectativa do solo para dois pares de simulações descritas no quadro 4.11. Os valores de VES respeitantes ao Pb estão associados a indicações do sistema de preços iniciadas por B

Esta divulgada dinâmica, transposta para a fórmula de Faustmann (eq. (3)), consagrou uma dinâmica do VES, inicialmente crescente, atingindo a apogeu, geralmente, numa idade intermédia das dos máximos dos acréscimos mencionados, e declinando depois. Este figurino foi extrapolado a todas as essências florestais. A estimativa do volume em pé dos povoamentos de qualquer espécie, para estar correcta, tinha, assim, que permitir a emergência deste padrão do VES.

Pelo menos nos estratégias r-3, entre os quais o Pb, este padrão não se verifica, como já illustrei. O crescimento do seu volume em pé não permite anular e reverter o efeito decrescente de  $((1+i)^t - 1)^{-1}$  sobre o VES (ver Apêndice no final do capítulo). Então, só um vigoroso gradiente do preço da madeira pode contrariá-lo. É isto que a minha análise sustenta, e o seguidismo acrítico do modelo das análises da Europa Central, entre nós instalado, não permitiu pôr a descoberto, associado à minha penúria em esquemas de parcelas permanentes para o estudo das espécies florestais. Para não incorrer no sacrilégio de violar o figurino descrito, já vi publicadas projecções do volume em pé do PBR que dos dez aos quarenta anos multiplicam a existência por 11 (onze!), quando, por exemplo, o mesmo multiplicador para os povoamentos de pseudotsuga é cerca de cinco.

#### 4.9. Uma Reflexão sobre os Resultados já Alcançados

O exposto até agora suscita as seguintes considerações:

1. O quadro 4.5, a interpretação conexas, e a relação entre as figuras 4.6 a 4.9 com as figuras 2.2, 4.2 e 4.4 sustentam a curialidade da *hipótese fundamental*.

2. Os resultados das simulações dos desbastes, no meu entendimento, têm robusta coerência interna, por isso a questão que se põe é a da aderência do método SB-BARTHIN à realidade do desbaste do PBR. Aqui, o elemento decisivo é o da exactidão do factor de recuperação (Barreto, 2001). Se existir uma eventual sobre estimação deste factor, a correcção dos resultados das simulações do desbaste implica uma translação no sentido de valores inferiores de  $R_d$ ,  $R_v$ ,  $R_{pt}$  (quadro 4.5); se o erro for por defeito, a translação será em sentido inverso.
3. A minha tentativa de resposta à questão sobre o limite da reacção do PBR ao desbaste (quadro 4.6) é fortemente dependente da correcção dos valores que atribui ao factor de recuperação, no método SB-BARTHIN.
4. A extrema sensibilidade do VES ao gradiente do preço quase torna, *na perspectiva desta explorabilidade*, o PBR numa cultura de risco (mesmo ignorando o flagelo do fogo).
5. Num enquadramento menos refinado de ordenamento, se o proprietário rural olha para o PBR como um “mealheiro”, com o actual panorama dos fogos, deve “parti-lo” (cortar) logo que o valor da liquidez da madeira o satisfaça. Segue um critério de satisfação e minimização do risco.
6. *Qualquer modelo de condução do pinhal bravo, antes de proposto aos proprietários florestais, deve passar pelo crivo de uma criteriosa análise económica, pois a margem de manobra desta cultura não é das mais desafogadas, como mostrei.* Quando queremos instalar e promover uma silvicultura tecnicamente mais evoluída, no meu País, dada a relevância do pinhal bravo entre nós, esta afirmação assume extrema importância. Ignorá-la pode comprometer a credibilidade e sucesso deste esforço.
7. *Por isso, a minha atitude tem sido a de fornecer instrumentos que permitam a formulação flexível de modelos de gestão do pinhal bravo e também viabilizem uma sua fácil análise económica.* Naturalmente que isto só pode ser feito quando assente numa rigorosa e adequada teoria para os povoamentos florestais, como a que estabeleci e depois compilei em Barreto (2003c, 2004a). Com maior simplicidade, direi que comecei pelo princípio, o que é metodologicamente correcto e previne contra eventuais surpresas desagradáveis.
8. Na minha opinião, a principal conclusão a tirar das elaborações em apreciação, articula-se em duas asserções:
  - 8.a. Ter como principal espécie florestal produtora de madeira um estratega r-3, não deverá ser a melhor escolha.
  - 8.b. Consequentemente, devemos reanalisar a minha atitude face ao Pb, e considerar o fortalecimento da nossa capacidade de produção lenhosa promovendo um/vários estratega(s)  $r \leftrightarrow K$  e/ou  $K$ , *sem abandonar o Pb*. Um candidato a considerar pode ser o PC.

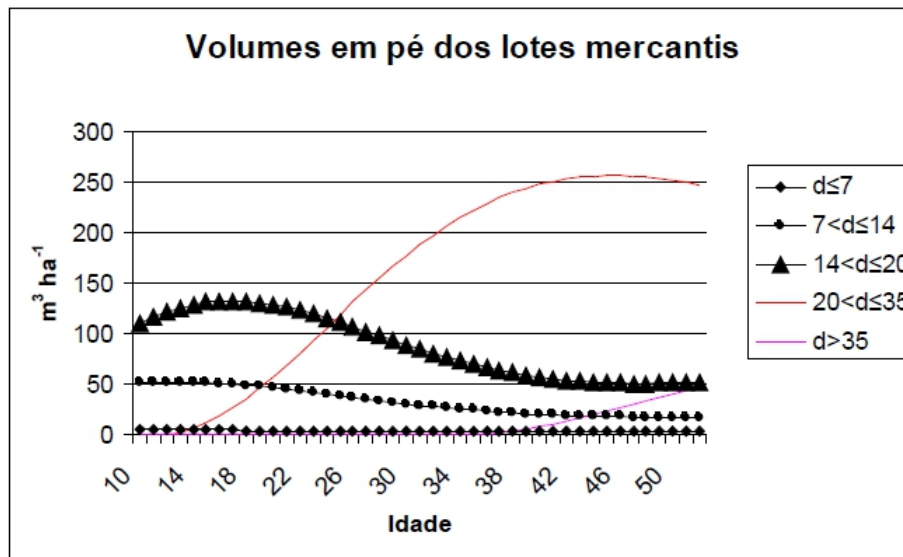


Figura 4.11. Relação entre a variação dos lotes mercantis e o comportamento do VES, no PPAR 24/0,19,  $m=1,419$ . Ver o quadro 4.9

#### 4.10. A Aplicação da Simulação à Gestão do Pinhal Bravo

Esta secção sugere um método integrado de análise, utilizando os instrumentos atrás desenvolvidos, e observando o esquema analítico da figura 4.1. O método é proposto sob a forma de um fluxograma, na figura 4.12.

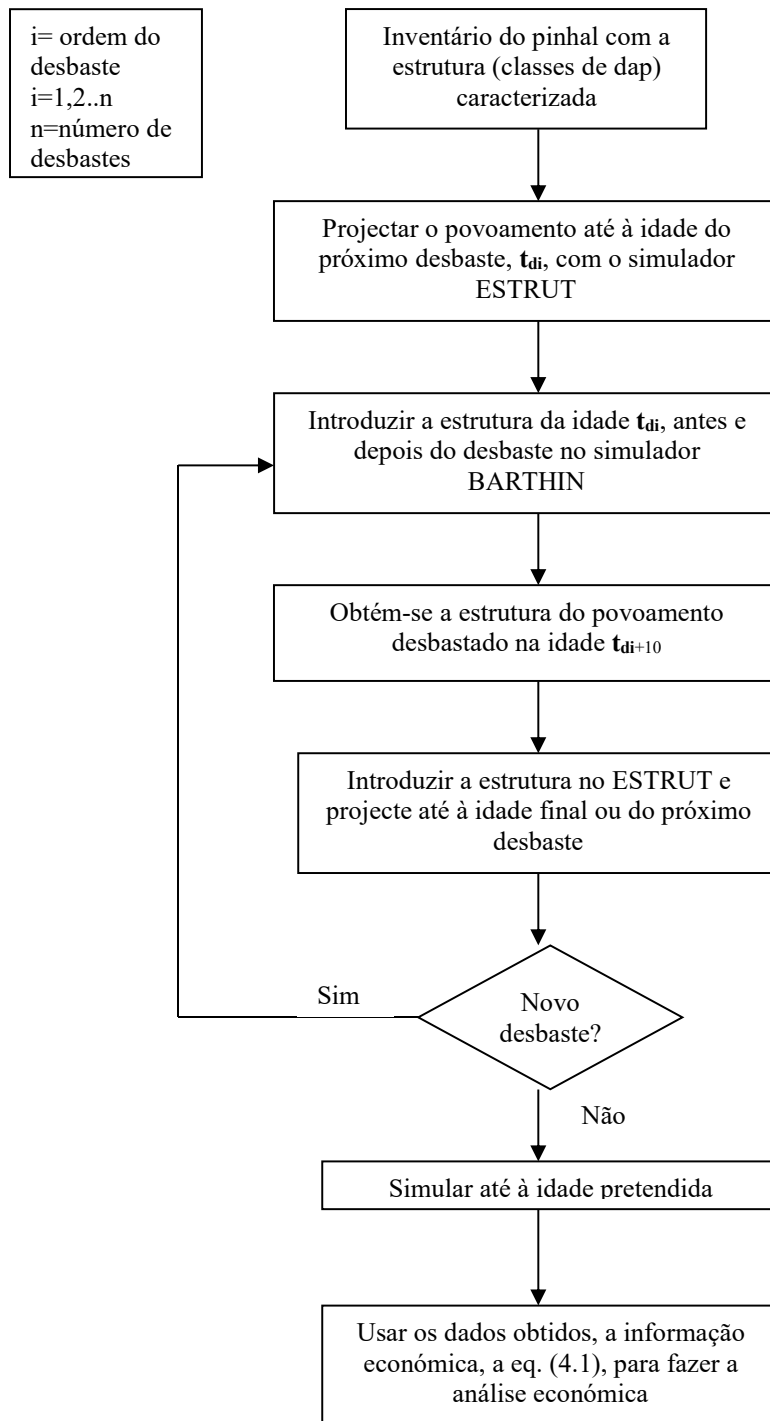


Figura 4.12. Método para a aplicação dos simuladores propostos, e outra informação apresentada, na análise económica dos desbastes

## 4.11. Simuladores para a Gestão do Pinhal Bravo

Nesta secção, apresento simuladores em linguagens R e Scilab. Introduzo simuladores que além da tabela de produção calculam o valor de expectativa do solo e o efeito do desbaste no crescimento do pinhal bravo.

### 4.11.1. Simuladores em linguagem R

Começamos por apresentar o simulador **tabprodVES**, que tem a seguinte listaem e saída:

```
> ##tabprodVES
> #Vetor de dados do povoamento aos 10 anos
> ##pela ordem indicada em baixo
> #('Árv/ha', 'h', 'hd', 'dap', 'M.c./ha')
> tabu=c(1970,10,11,14, 167)
> c=0.05
> r1=0.4076
> t<-seq(10,80,10)
> E<-exp(-c*(t-10))
>
> den<-floor(c(tabu[1]*(r1^(-2))^(E-1)))
>
> mo<-list(hd=tabu[2],hd=tabu[3],dap=tabu[4],vd=tabu[5])
> mes<- function(mo){
+ round(c(mo*r1^(E-1)),2)
+ }
>
> M<-sapply(mo,mes)
> #M
> Y<-cbind(den,M)
>
> cab<-c('Idade','Árv/ha','h','hd','dap','M.c./ha')
> x<-seq(10,80,10)
> #_____
> id<-as.matrix(x,8,1)
>
> tabela<-cbind(id,Y)
>
> tabprod<-rbind(cab,tabela)
>
> #print(tabprod)
>
> ##_____
>
> i=0.03;#input("Taxa de interesse")
> R=400;#Custo de regeneração, euros/unidade de área
> e=50;#Custos anuais, euros/area/ano
> V=tabu[5]*r1^(exp(-c*(t-10))-1);
> d=tabu[4]*r1^(exp(-c*(t-10))-1);
> p= 0.451825*d^1.419298;#Variação do preço da madeira com o diâmetro
> re= rep((R-e*i),1,8);
> tt=seq(10,80,10)
> R=rep(R,1,8);
> D=(1+i)^tt;
> ves=(p*V-R)/D-re
> ##### Gráfico
>
> windows()
> split.screen(figs=c(1,2))
```

```

> screen(1)
>
plot(x,Y[,1],type='l',col=1,main="Densidade",xlab='Idade,anos',ylab='Árv
ores/ha')
> hsdap<-cbind(Y[,2],Y[,3],Y[,4])
> r<-c('h','hd','dap')
> screen(2)
>
matplot(x,hsdap,type='l',col=1,main="Alturas e
dap",xlab='Idade,anos',ylab='m e cm')
> legend('bottomright',paste(rev(r)),lty=3:1,col=1, bty='n')
>
>
> windows()
> split.screen(figs=c(1,2))
> screen(1)
>
plot(x,Y[,5],type='l',col=1,main="Volume em
pé",xlab='Idade,anos',ylab='M.c./ha')
>
> screen(2)
>
matplot(t,ves,type='l',col=1,main="Valor de expectativa do
solo",xlab='Idade,anos',ylab='Euros/ha')
>
> cV=c("VES")
> vesi<-as.matrix(floor(ves),8,1)
>
> vest=rbind(cV,vesi)
> tabv=cbind(tabprod,vest)
> print(tabv)

```

cab	den	hd	hd	dap	vd		
"Idade"	"Árv/ha"	"h"	"hd"	"dap"	"M.c./ha"	"VES"	
"10"	"1970"	"10"	"11"	"14"	"167"	"1680"	
"20"	"972"	"14.24"	"15.66"	"19.93"	"237.73"	"3535"	
"30"	"633"	"17.64"	"19.4"	"24.69"	"294.51"	"4628"	
"40"	"488"	"20.08"	"22.09"	"28.11"	"335.36"	"4768"	
"50"	"417"	"21.73"	"23.9"	"30.42"	"362.86"	"4273"	
"60"	"379"	"22.79"	"25.07"	"31.91"	"380.62"	"3511"	
"70"	"357"	"23.46"	"25.81"	"32.85"	"391.81"	"2726"	
"80"	"345"	"23.88"	"26.27"	"33.43"	"398.76"	"2029"	

```

>

```

Produz também as janelas de gráficos inseridos a baixo.

Para os valores usados nas entradas do programa, a revolução ótima ocorre aos 40 anos.

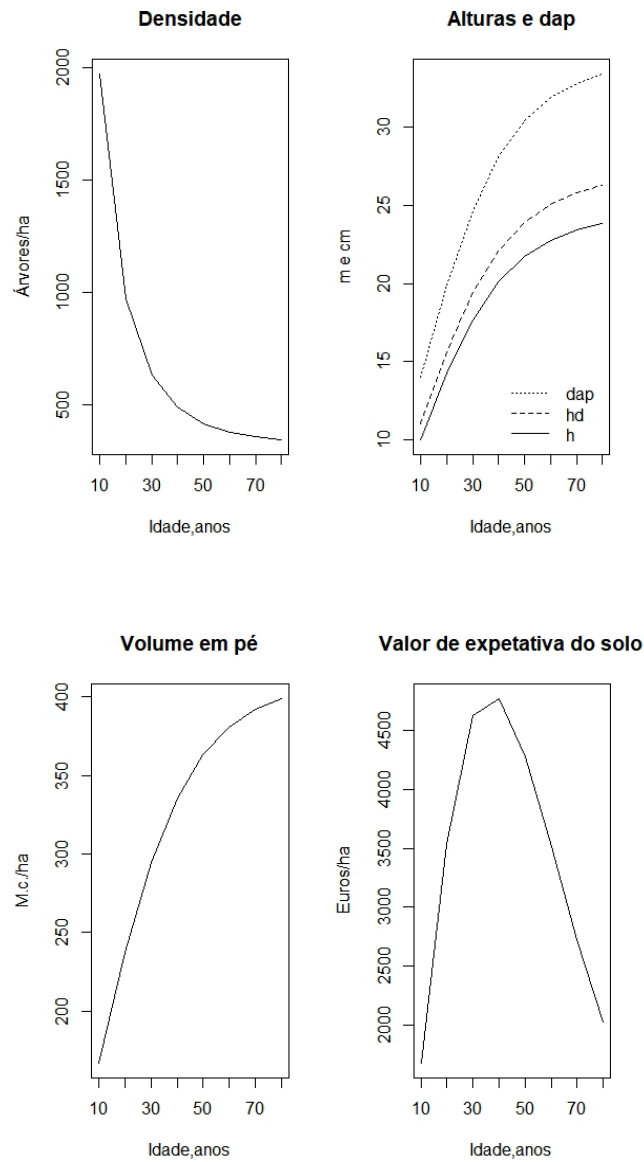


Figura 4.13. Gráficos gerados pelo simulador **tabprodVES**

Vamos agora apresentar um simulador para o efeito do desbaste, que usa um procedimento de cálculo diferente do método SB-BARTHIN. Vem descrito na secção 10.5 de Barreto (2010), cuja leitura sugerimos que faça.

Eis a listagem do simulador **SB-ALODESB**:

```
> #(c) Luis Soares Barreto, 2010
> #Programa SB-ALODESB
> #Reproduz simulações obtidas com o simulador SB-BARTHIN
>
> A=20;#idade dos dados
> r1=0.4076;
> r2=6.019;
> c=0.05;
> #Classes de dap
> db=c(10, 15, 20, 25, 30);da=db;dba=db;
>
> nb=c(9, 177, 552, 218, 3);nba=nb;
> #Frequências das classes após o desbaste
> na=c(6, 123, 386, 152, 2);
>
> hb=c(7.6, 11.4, 15.2, 19.0, 22.8);hba=hb;ha=hb;
>
> #dap dez anos após o desbaste
> nfT=na/(r2^exp(-c*(A-10)));
> kd=da*sqrt(nba);
> df=dba/(r1^exp(-c*(A-10)));
> #Valor sobre estimado
> dfT=kd/sqrt(nfT);
> #vetor de correção
> crd=c(0.7483, 0.7648, 0.7664, 0.7653, 0.7483);
> fd=(df+(dfT-df)*0.7)/df*crd;
> d10=(dfT*fd)*r1^exp(-c*20);
> #Alturas 10 anos após o desbaste
> kh=ha*sqrt(nba);
> #Valor sobre estimado
> hfT=kh/sqrt(nfT);
> #vetor de correção
> crh=c(0.8809, 0.8985, 0.9013, 0.9003, 0.8800);
> hf=hba/(r1^exp(-c*10));
> fh=(hf+(hfT-hf)*0.7)/hfT*crh;
> h10=(hfT*fh)*r1^exp(-c*20);
> #Frequências das classes 10 anos após o desbaste
> mdb=sum(db*nb)/sum(nb);
> mearb=10000/sum(nb);
> areaat=mearb*(d10/mdb)^2;
> aclass=areaat*na;
> art10=sum(aclass);
> exc=art10-10000;
> frex=aclass/art10;
> exclas=exc*frex;
> selft=exclas/areaat;
> n10=(na-selft);
> n10=floor(na)
> print("Povoamento 10 anos após o desbaste")
[1] "Povoamento 10 anos após o desbaste"
> print("Por classe: frequência dap médio altura média")
[1] "Por classe: frequência dap médio altura média"
```

```
> print(cbind( n10, d10, h10))
      n10      d10      h10
[1,]   6 13.13983  9.598661
[2,] 123 19.43050 14.462248
[3,] 386 25.82092 19.298589
[4,] 152 32.31118 24.122246
[5,]   2 39.41948 28.766562
```

#### 4.11.2. Simuladores em linguagem Scilab

Eis a listagem do programa **tabprodVES**, na sua versão Scilab:

```
t=input("Meta a idade da floresta")
N=input("Meta o número de árvores") //Número de árvores
d=input("Meta o dap médio") //Dap médio, cm
h=input("Meta a altura média das árvores") //altura média, m
hd=input("Meta a altura dominante do povoamento") // m
V=input("Meta o volume em pé do povoamento") //m.c.
//p=input("Preço da madeira, euros/m.c.")
i=input("Taxa de interesse")
R=input("Custo de regeneração, euros/unidade de área")
e=input("Custos anuais, euros/area/ano")
////////////////////////////////////

//////// Parâmetros característicos da espécie //////////
R2=6.019;R1=0.4076;
c=0.05;

//Valores finais
ex=exp(-c*(t-10));
Nf=N/6.019^ex;
ex1=0.4076^ex
df=d/ex1;
hf=h/ex1;
hdf=hd/ex1;
Vf=V/ex1;

//Projeção da idade 10 a 90 anos
tt=10:10:90;
ex2=exp(-c*(tt-10));
N=int(Nf*R2^ex2)';
rex=R1^ex2;
d=df*rex';
h=hf*rex';
hd=hdf*rex';
V=Vf*rex';
tb=tt';

format(6)
G=%pi*(d(1)/200)^2*N(1);
G=diag(G*eye(9,9));
p= 0.451825* d.^1.419298;
re= diag((R-e*i)*eye(9,9));
R=diag(R*eye(9,9));
D=(1+i).^tt';
ves=(p.*V-R)./D-re;
TAB=matrix([tb,N,d,h,hd,G,V,ves],9,8)
disp(TAB)
disp("Acréscimo corrente anual máximo aos 8 anos, m.c./ha/ano")
```

```

disp(0.0169*Vf)
scf(0)
    plot2d(tt,N)
    xtitle("Número de árvores", "Anos", "N")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2];

scf(1)
    M=TAB(:,3:5);
    scf(1)
    plot2d(tt,M)
    xtitle("Diâmetro e alturas", "Anos", "cm, m")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    hl=legend(['d'; 'h'; 'hd'],a=4)
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2,2,2];

scf(2)
    plot2d(tt,V)
    xtitle("Volume em pé", "Anos", "m.c.")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2];
scf(3)
    plot2d(tt,ves)
    xtitle("Valor de expectativa do solo", "Anos", "Euros/ha")
    b=get("current_axes");
    b.title.font_size=5;
    b.x_label.font_size=3;
    b.y_label.font_size=3;
    xgrid()
    b.children // list the children of the axes.
    poly1= b.children.children;
    poly1.thickness = [2]

```

Agora a saída:

```

-->exec('D:\3pbproj\Scilab\tabprodVES.sce', -1)
Meta a idade da floresta 10
Meta o número de árvores1943
Meta o dap médio14
Meta a altura média das árvores10
Meta a altura dominante do povoamento11
Meta o volume em pé do povoamento167
Taxa de interesse0.03

```

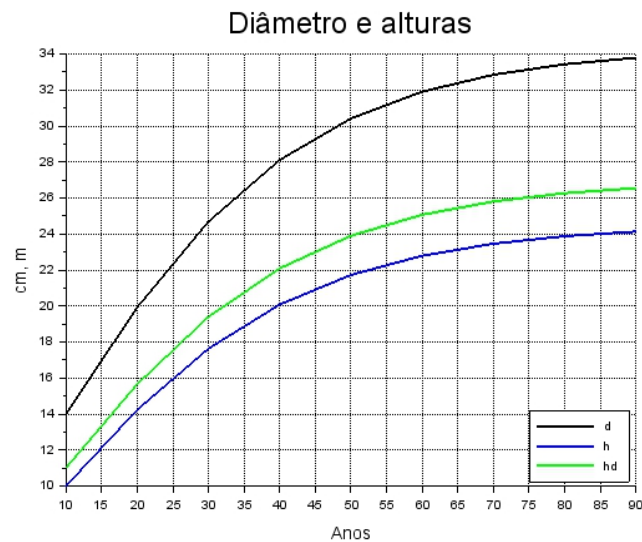
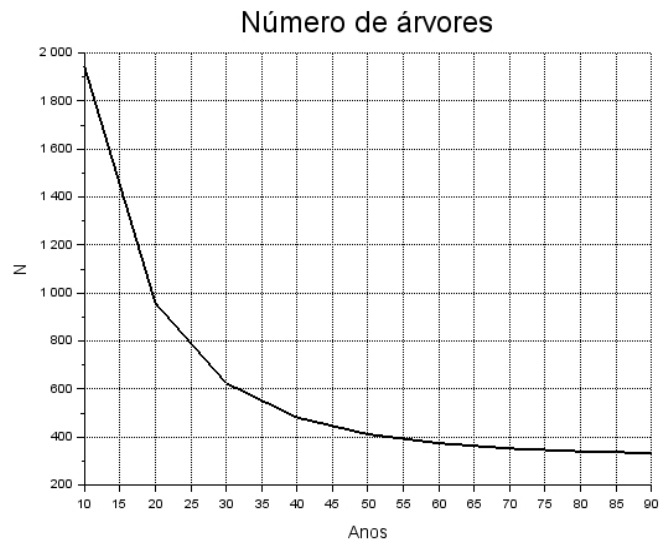
Custo de regeneração, euros/unidade de área200  
 Custos anuais, euros/area/ano35

10.	1943.	14.	10.	11.	29.91	167.	2029.
20.	958.	19.93	14.24	15.66	29.91	237.7	3846.
30.	624.	24.69	17.64	19.4	29.91	294.5	4911.
40.	481.	28.11	20.08	22.09	29.91	335.4	5030.
50.	411.	30.42	21.73	23.9	29.91	362.9	4518.
60.	374.	31.91	22.79	25.07	29.91	380.6	3745.
70.	352.	32.85	23.46	25.81	29.91	391.8	2951.
80.	340.	33.43	23.88	26.27	29.91	398.8	2248.
90.	333.	33.79	24.13	26.55	29.91	403.	1670.

Acréscimo corrente anual máximo aos 8 anos, m.c./ha/ano

6.924

Obemos os gráficos da figura 4.14.



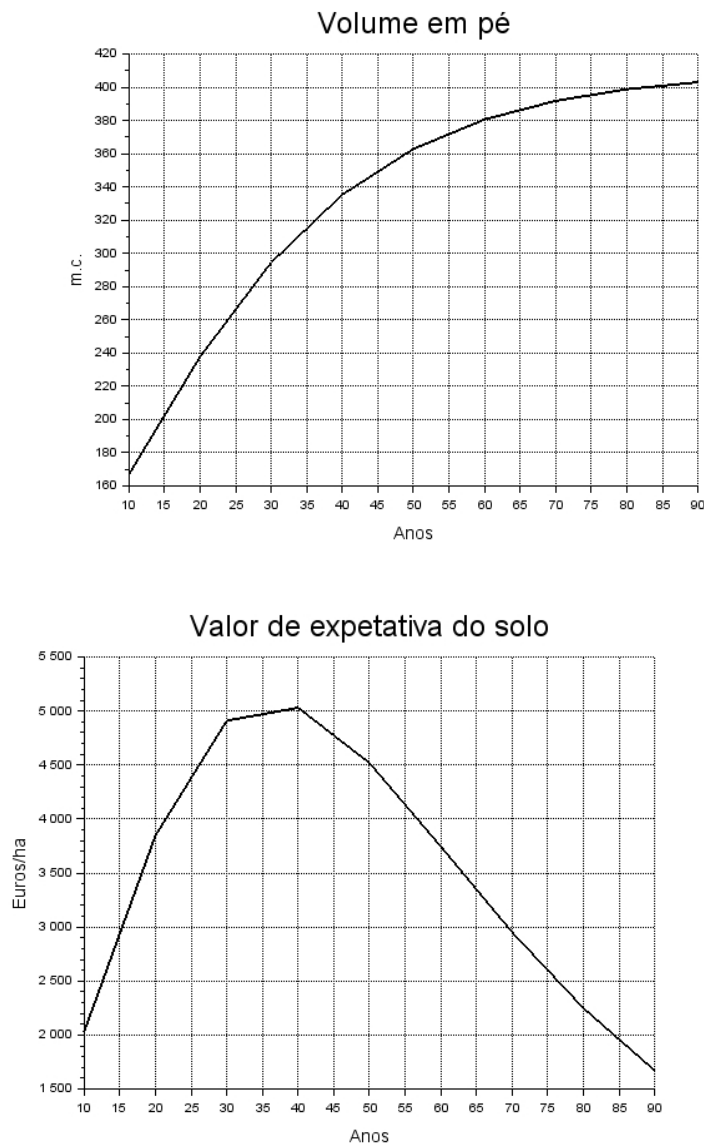


Figura 4.14. Gráficos gerados pelo simulador, em linguagem Scilab, [tabprodVES](#)

Na caixa 10.1, de Barreto (2010), pode ser encontrada um listagem em Scilab de aplicação do método SB-BARTHIN ao pinhal pravo. É simulado um desbaste neutro de intensidade 20%, aos 20 anos num pinhal pravo de 10 ha, com  $Sl_{40}=24$  m. Esta listagem pode ser facilmente copiada para o SciNotes e modificada para simular um desbaste com outras características.

Por isso vou apresentar um listagem que usa o método SB-ALODESB para executar dois desbastes, aos 20 e 30 anos, assumindo que nas classes que não são totalmente extraídas, ele atua de forma neutra, para prevalecer o dap médio da classe.

Eis a listagem e a saída gerada pelo simulador:

```

//(c) Luís Soares Barreto, 2010
//Programa SB-ALODESB
//Reproduz simulações com o SB-BARTHIN
clear
A=20;
r1=0.4076;
r2=6.019;
c=0.05;
cq=24;//SI40
db=[10 15 20 25 30];da=db;dba=db;

nb=[9 177 552 218 3];nba=nb;
na=[6 123 386 152 2];//Estrutura depois do primeiro desbaste

hb=[7.6 11.4 15.2 19.0 22.8];hba=hb;
ha=hb;
//dap dez anos após o desbaste
nfT=na./(r2^exp(-c*10));
kd=da.*sqrt(nba);
df=dba/(r1^exp(-c*10));
//Valor sobre estimado
dfT=kd./sqrt(nfT);
//vetor de correcção
crd=[0.7483 0.7648 0.7664 0.7653 0.7483];
fd=(df+(dfT-df)*0.7)/df.*crd;
d10=(dfT.*fd)*r1^exp(-c*20);//<---
//Alturas 10 anos após o desbaste
kh=ha.*sqrt(nba);
//Valor sobre estimado
hfT=kh./sqrt(nfT);
//vetor de correcção
crh=[0.8809 0.8985 0.9013 0.9003 0.8800];
hf=hba/(r1^exp(-c*10));
fh=(hf+(hfT-hf)*0.7)/hfT.*crh;
h10=(hfT.*fh)*r1^exp(-c*20);//<-----
//Frequências das classes 10 anos após o desbaste
mdb=sum(db.*nb)/sum(nb);
mearb=10000/sum(nb);
areaat=mearb*(d10./mdb).^2;
aclass=areaat.*na;
art10=sum(aclass);
exc=art10-10000;
frex=aclass/art10;
exclas=exc*frex;
selft=exclas./areaat;
n10=int(na-selft);//<-----
disp("Povoamento 10 anos após o desbaste")
disp("Por classe: dap médio frequência altura média")
disp([d10; n10; h10]')//<----- desbastado ao 30 anos
hdf=24/(r1^exp(-c*30));
hd30=hdf*r1^exp(-c*20);
Fw=100/(sqrt(sum(n10))*hd30)
disp(Fw)

///+++++++ novo desbaste aos 30 anos

nb2=n10(1,3:5);nba2=nb2;
//classes 1 e 2 eliminadas e desbaste neutro na classe 3

```

```

na2=[250 124 1]; // Povoamento após desbaste aos 30 anos

db2=d10(1,3:5); da2=db2; dba2=db2;

hb2=h10(1,3:5); hba2=hb2;
ha2=hb2;
///
//dap dez anos após o desbaste
nfT2=na2./(r2^exp(-c*20));
kd2=da2.*sqrt(nba2);
df2=dba2/(r1^exp(-c*20));
//Valor sobre estimado
dfT2=kd2./sqrt(nfT2);
//vetor de correcção
crd2=[0.7664 0.7653 0.7483];
fd2=(df2+(dfT2-df2)*0.7)/df2.*crd2;
d210=(dfT2.*fd2)*r1^exp(-c*30); //<--- dap aos 40 anos
//Alturas 10 anos após o desbaste
kh2=ha2.*sqrt(nba2);
//Valor sobre estimado
hfT2=kh2./sqrt(nfT2);
//vetor de correcção
crh2=[0.9013 0.9003 0.8800];
hf2=hba2/(r1^exp(-c*20));
fh2=(hf2+(hfT2-hf2)*0.7)/hfT2.*crh2;
h210=(hfT2.*fh2)*r1^exp(-c*30); //<----- alturas aos 40 anos

//-----

//Frequências das classes 10 anos após o desbaste
mdb2=sum(db2.*nb2)/sum(nb2);
mearb2=10000/sum(nb2);
areaat2=mearb2*(d210./mdb2).^2;
aclass2=areaat2.*na2;
art210=sum(aclass2);
exc2=art210-10000;
frex2=aclass2/art210;
exclas2=exc2*frex2;
selft2=exclas2./areaat2;
n210=int(na2-selft2); //<-----
disp("Povoamento aos 40 anos após o segundo desbaste")
disp("Por classe: dap médio frequência altura média")

disp([d210; n210; h210]') //<----- desbastado ao 40 anos a cortar
Fw=100/(24*sqrt(sum(n210)));
disp('Fw:')
disp(Fw)
b0=0.7520;b1=2.0706;b2=0.8031; //Tomé et al tabela 4 Publicações FORCHANGE
PT 9/2007
V=[];
d210=d210/100;
V(1,1)=n210(1,1)*(b0*d210(1,1)^b1*h210(1,1)^b2);
V(1,2)=n210(1,2)*(b0*d210(1,2)^b1*h210(1,2)^b2);
V(1,3)=n210(1,3)*(b0*d210(1,3)^b1*h210(1,3)^b2);
d210=100*d210;
disp('Povoamento para corte aos 40 anos')
disp(['d' 'N' 'h' 'V'])
disp([d210; n210; h210; V]')

```

```
//
//Primeiro povoamento secundário
ps1=nb-na;
V1=[];
db=db/100;
V1(1,1)=ps1(1,1)*(b0*db(1,1)^b1*hb(1,1)^b2);
V1(1,2)=ps1(1,2)*(b0*db(1,2)^b1*hb(1,2)^b2);
V1(1,3)=ps1(1,3)*(b0*db(1,3)^b1*hb(1,3)^b2);
V1(1,4)=ps1(1,4)*(b0*db(1,4)^b1*hb(1,4)^b2);
V1(1,5)=ps1(1,5)*(b0*db(1,5)^b1*hb(1,5)^b2);
disp('Árvores do primeiro desbaste')
disp(ps1)
disp('Volumes retirados no primeiro desbaste')
disp(V1)

//
//Segundo povoamento secundário
na2=[0 0 na2]
ps2=n10-na2;
V2=[];
db2=d10/100;

V2(1,1)=ps2(1,1)*(b0*db2(1,1)^b1*h10(1,1)^b2);
V2(1,2)=ps2(1,2)*(b0*db2(1,2)^b1*h10(1,2)^b2);
V2(1,3)=ps2(1,3)*(b0*db2(1,3)^b1*h10(1,3)^b2);
V2(1,4)=ps2(1,4)*(b0*db2(1,4)^b1*h10(1,4)^b2);
V2(1,5)=ps2(1,5)*(b0*db2(1,5)^b1*h10(1,5)^b2);
disp('Árvores do segundo desbaste')
disp(ps2)
disp('Volumes retirados no segundo desbaste')
disp(V2)
```

Eis a saída do simulador:

```
-->exec('D:\3pbproj\Scilab\alodesb20_30.sci', -1)
```

Povoamento 10 anos após o desbaste

Por classe: dap médio frequência altura média

13.019049	4.	9.6296022
19.549294	101.	14.430438
26.038697	317.	19.240279
32.54888	124.	24.058571
39.057146	1.	28.859291

0.2028679      Este valor de acordo com o Quadro 4.6-CQ 24 legitima  
o desbaste aos 30 anos

Povoamento aos 40 anos após o segundo desbaste

Por classe: dap médio frequência altura média

26.058012	313.	22.04971
28.885153	155.	24.457925
33.890904	1.	28.676812

Fw:

0.1923988

Povoamento para corte aos 40 anos

!d N h V !

26.058012	313.	22.04971	174.29987
28.885153	155.	24.457925	116.10804
33.890904	1.	28.676812	1.1850893

Árvores do primeiro desbaste

3. 54. 166. 66. 1.

Volumes retirados no primeiro desbaste

0.0977508 5.6419138 39.643978 29.92977 0.7657775

Árvores do segundo desbaste

4. 101. 67. 0. 0.

Volumes retirados no segundo desbaste

0.2721833 22.068491 33.390584 0. 0.

Encerro aqui este capítulo.

## Bibliografia

Barreto, L. S., 1969a. Modelo para a optimização do abate e toragem em condições restritivas de mercado. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 2:79-84.

Barreto, L. S., 1969b. Comment on Weingartner's model for capital budgeting when technical substitution is possible. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 2:23-24.

Barreto, L. S., 1970a. Scheduling independent projects in forestry. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 3:3-24.

Barreto, L. S., 1970b. Mathematical model for the management of the forest enterprise: a new approach and generalisation. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 3:25-32.

Barreto, L. S., 1971. Estratégias óptimas para as explorabilidades mista, florestal e do lucro líquido descontado. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 4:3-10.

Barreto, L. S., 1972. Estratégia óptima para a explorabilidade do lucro líquido descontado com substituição do tipo de floresta. *Revista de Ciências Agronómicas* (Lourenço Marques) Série A, 5:25-28.

Barreto, L. S., 1988a. *O pinheiro negro. Caracterização da dinâmica dos seus povoamentos*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988b. *O pinheiro negro em Portugal*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1990. *KHABA - An extended model for stands following the 3/2 power law*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1993. *CORSICAN - an integrated simulator for self-thinned even-aged, pure stands of Corsican pine*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1994a. *Alto fuste regular. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.

Barreto, L. S., 1994b. *The clarification of self-thinning and thinning. A simulation approach*. *Silva Lusitana*, 2(2):233-238.

Barreto, L. S., 1998. *CORSICANA. A program to support the management of uneven-aged stands of Corsican pine*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1999. *Model CORSO and the dynamics of the biomass of Corsican pine trees and stands*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2000. *SB-SOBA.MP. A program to apply method SOBA to maritime pine stands*. *Silva Lusitana*, 8(1):91-97.

Barreto, L. S., 2001. *Method SB-BARTHIN to Evaluate the Effects of Thinning. An Application to Pinus pinaster Ait.* *Silva Lusitana*, 9(2):205-215.

Barreto, L. S., 2002a. *Software BRAVO 1 e BRAVO 2*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2002b. *Software BRAVO 3*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2002c. *Software SB-BARTHIN*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2003a. *The Reconciliation of the r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies*. Research Paper SB-01/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2003b. *Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species*. Research Paper SB-02/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2003c. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2003d. *Software NIGRA*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2003e. *Software SB-CRESCER*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2004a. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2004b. *SB-CORSICA. A Program to Support the Management of Corsican Pine Stands*. *Silva Lusitana* 12(1):105-121.

Barreto, L. S., 2004c. *Conjecturas Heréticas sobre o Pinhal Bravo*. Research Paper SB-03/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Centro Pinus, 2001. *Pinus Press*. Nº 8. Centro Pinus, Porto.

Hall, A. S. e Martins, L. S. S., 1993. *Produção de Madeira de pinheiro-bravo. Uma Análise Económica*. Estudos e Informação, nº 304. Direcção Geral de Florestas, Lisboa.

Lakatos, I., 1998. *História da Ciência e suas Reconstruções Racionais e outros Ensaios*. Edições 70, Lisboa.

Neves, C. M. B., 1983-1964. O Ensino Superior Florestal em Portugal: antecedentes históricos, origem e evolução até à actualidade. *An. Inst. Sup. Agron.*, XLI: 153-174.

Oliveira, A. C., 1985. *Tabela de Produção Geral para o pinheiro-bravo das Regiões Montanas e Submontanas*. Direcção Geral das Florestas / Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Oliveira, A. C., 1999. *Silvicultura do Pinheiro-bravo. Manual*. Centro Pinus.

Palma, A., 1998. Influência da Idade na Forma do Perfil do Tronco do pinheiro-bravo (*Pinus pinaster* Aiton). Dunas do Litoral. *Silva Lusitana*, 6(2):161-193.

Penzo, M. e Bernetti, G., 1989. Indagine dendrometrica e alsometrica sulle masse assortimentali del pino laricio in Toscana. *Annali dell'Istituto Sperimentale per la Selvicoltura*, XX: 551-566.

Soares, P., N. Calado e S. Carneiro, 2020. *Manual de Boas Práticas para o Pinheiro-bravo*. Centro Pinus.

Vandermeer, J. H. e Goldberg, D. E., 2003. *Population Biology. First Principles*. Princeton University Press, Princeton.

## 5

### DUAS SILVICULTURAS EXPEDITAS PARA O PINHAL BRAVO

#### 5.1. Introdução

Há cerca de um quarto de século atrás, mais precisamente há 26 anos, em Barreto (1995), depois de caracterizar o sector florestal, em termos que no essencial não diferem, infelizmente, do DSF, e admitir que provavelmente a melhor maneira de alcançarmos a prevalência duma silvicultura tecnicamente avançada em nas nossas floresta seria adotar uma estratégia gradualista, escrevi (Barreto, 1995:214):

'É nosso entendimento, que no início deste percurso (devemos começar já a prepará-lo) interessa privilegiar intervenções de fácil aplicação mas, mesmo assim, cientificamente fundamentadas e eficientes.

O método de intervenção cultural, simples e expedito, aqui proposto, designado por método SOBA (MSB), enquadra-se nesta perspetiva gradualista da evolução das nossas florestas, tem um sólido fundamento teórico, e afigura-se-nos suficientemente eficaz, mas só a experiência permitirá decidir, em definitivo.'

Mantendo esta atitude, acrescento agora ao MSB (já mencionado no capítulo anterior) o método FID (**MID**), que permite a **simulação de pinhais-bravos auto-desbastados com imposição do dap médio, numa idade escolhida.**

#### 5.2. O Método SOBA

Esta secção alicerça-se em Barreto (1995, 2000).

O MSB requer que se conheça a estação de qualidade onde se situa o pinhal, definida pela altura dominante aos 40 anos ( $y_{12d40}$ ) e se escolha o factor de Wilson que se queira para o pinhal ( $F_w$ ).

Posto isto, para o  $P_b$ , o MSB compreende os seguinte passos:

1. Calcular o índice de performance,  $s = y_{12d40} / F_w$ ;
2. Estabelecer a densidade final,  $y_{21f} = 6700,12 / s^2$
3. Obter o parâmetro  $k$ ,  
Se  $y_{12d40} > 22$  m temos  $k = (-1625 - F_w + 939,75) / 100$ ;  
Se  $18 \leq y_{12d40} < 22$  m vem  $k = (-1450 - F_w + 876,5) / 100$ ;  
Se  $18 > y_{12d40}$  temos  $k = (-1225 - F_w + 790,75) / 100$
4. Obter o diâmetro final,  $y_{11f} = 1,221883 k s$
5. Obter o volume em pé final,  $y_{13f} = 32,388 + 37.311731 (y_{12f} / 200)^2 y_{21f}$ ,  $m^3 ha^{-1}$ .
6. Posteriormente, quando estabelecia o método SB-BARTHIN, estabeleci o procedimento para obter a altura média final,  $y_{12f}$ .  
Se  $y_{12d40} > 22$  m então  $k_h = -95 - F_w + 0,9405$ ;  
Se  $18 \leq y_{12d40} < 22$  m então  $k_h = -0,875 - F_w + 0,99275$ ;  
Se  $18 > y_{12d40}$  então  $k_h = 0,925 - F_w + 0,99275$ .  
A altura média final é dada por  $y_{12f} = k_h y_{11f}$

### 5.2.1. Simulador SOBA em linguagem R

A **função SOBA** reescreve em linguagem R, um simulador que estabeleci em 1996, em linguagem Scilab. Antecipa o uso de informação sobre a biomassa e ciclos biogeoquímicos, que será introduzida adiante, em capítulo específico.

Requere como entrada a altura dominante da estação aos 40 anos, o Fw que se deseja para o povoamento e a escolha do espaçamento. São três as opções: 1= quadrado, 2= triangular, 3=irregular. O programa tem um texto inicial que explicita a saída que fornece.

Eis a listagem do simulador e um exemplo da sua aplicação:

```
> rm(list=ls(all=TRUE))
>
>
> soba=function(hd40,f,sp) {
+   h=hd40;
+   #-----
+   #                               apresentação
+   #-----
+   print ("                               Programa SOBA-PB")
+   print ("                               (c) Luís Soares Barreto, 1996. 2021")
+   print ("Este programa permite aplicar o método SOBA a povoamentos")
+   print ("regulares de pinheiro bravo. Conhecidos um valor do factor")
+   print ("de Wilson e a classe de qualidade expressa como a altura")
+   print ("dominante aos 40 anos, o programa estabelece:")
+   print (" - A tabela de produção do povoamento, com a periodicidade de
5 anos")
+   print ("   dos 10 aos 60 anos;")
+   print (" - A tabela de biomassa do povoamento;")
+   print ("   - Os pesos (S) de N, P, K, Ca, Mg, Na acumulados na
biomassa")
+   print ("   - Os limites inferiores dos pesos dos mesmos nutrientes
absorvidos")
+   print ("   (U), e restituídos (R), pelas árvores, no ano em causa")
+   print ("Para mais informação sobre o método SOBA, consultar SILVA
LUSITANA,")
+   print ("3(2), Dezembro de 1995, pp. 213-227")
+
+   #-----
+   #                               estabelecer o dap e volume em p,
+   #-----
+   s = h * f; pf = 6700.12 / s ^ 2
+   if (h >= 22) k = (-1625 * f + 939.75) / 100;
+   if (h>=18 & h < 22) k = (-1450 * f + 876.5) / 100;
+   if (h < 18) k = (-1225 * f + 790.75) / 100;
+   df = k * s * 1.221883
+   #-----
+   #                               Consequências do espaçamento das árvores
+   #-----
+   if (sp==1) vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * pf * 24 *
1.221883;
+   if (sp==2) pf = pf * 1.155; df = df * .93;
+   if (sp==2) vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * pf * 24 *
1.221883
```

```

+   if (sp==3) pf = pf * 1.071; df = df * .966
+   if (sp==3) vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * pf * 24 *
1.221883;
+
+
+   #-----
+   #           cálculo e impressão das biomassas da copa
+   #-----
+   a = .07851 * vf ^ .87848; rv = .14369 * vf ^ .8789; rm = .04001 * vf
^ .85503;
+   print ("As unidades utilizadas são as seguintes:")
+   print ("Densidade N: árvores/ha; d: centímetros;")
+   print ("Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/")
+   print ("Volume em pé: metros cúbicos/ha;")
+   print ("Nutrientes: Acumulado: kg/ha, Absorvido e Restituído:
kg/ha/ano")
+   print("Biomasa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos")
+   print (c(a,rv,rm))
+   cp = a + rv + rm;
+   print(c("Copa:", cp))
+   #-----
+   #           projeção do povoamento
+   #-----
+   q = seq(0,50, by=5);
+   e = exp(-.05 * q); z = .4076 ^ e; d = df * z;
+   v = vf* z; p = pf * 6.018 ^ e;
+   mt = .42029 * v ^ .98692; ct = .0769 * v ^ .9731;
+   r = .176 * v ^ .93056; t = mt + ct + r + cp
+   #-----
+   # cálculo dos nutrientes acumulados, absorvidos e restituídos
+   #-----
+   sn = 276.367 * exp(.00192 * v); sp = 29.391* exp(.00179 * v);
+   sk = 163.222 * exp(.00216 * v); sc = 199.157 * exp(.00176 * v);
+   sm = 54.855 * exp(.00191* v); sa = 36.68* exp(.00226* v);
+   un = 120.508* exp(-.00102* v); up = 13.166* exp(-.00118* v);
+   uk = 71.344* exp(-.00132 * v); uc = 77.189* exp(-.00157* v);
+   um = 25.41* exp(-.00155* v); ua = 23.565* exp(-.00209* v);
+   rn = 109.508* exp(-.00082 * v); rp = 12.119* exp(-.00101* v);
+   rk = 63.377* exp(-.00107* v); rc = 69.578* exp(-.00136* v);
+   rm = 23.003* exp(-.00135 * v); ra = 21.469* exp(-.00191* v);
+   #-----
+   idade=seq(10,60, by=5);
+   p=floor(p);
+
+   print("idade, N,d,V")
+   print(round(cbind(idade, p, d, v),3))
+   print("Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco,
raízes, total:")
+   cps=cp*rep(1,11);
+   tt=mt+ct+r+cps;
+   print(round(cbind(idade,cps,mt,ct,r,tt),3))
+
+   #Nutriente
+
+   #N
+   print("Acumulado, Absorvido, Restituído")
+   print("N",)
+   print(cbind(idade, sn, un, rn))

```

```

+
+ #P
+ print("P",)
+ print(cbind(idade, sp, up, rp))
+
+ #K
+ print("K",)
+ print(cbind(idade, sk, uk, rk))
+
+
+ print("Ca",)
+ print(cbind(idade, sc, uc, rc))
+
+ print("Mg",)
+ print(cbind(idade, sm, um, rm))
+
+ print("Na",)
+ print(cbind(idade, sa, ua, ra))
+
+
+ print(idade, N,d,V")
+ print(cbind(idade, p, d, v))
+
+ print(" Volume do auto-desbaste, m.c./ha")
+ rmr=0.05*log(6.019)*e;
+ av=v*rmr;
+ tav=sum(av);
+ print(tav)
+
+ print(" Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha")
+ ab=tt*rmr;
+ tabi=sum(ab);
+ print(tabi)
+
+ }
>
>
>
>
> soba(20,0.22,1)
[1] "
[1] "          Programa SOBA-PB"
[1] "          (c) Luís Soares Barreto, 1996. 2021"
[1] "Este programa permite aplicar o método SOBA a povoamentos"
[1] "regulares de pinheiro bravo. Conhecidos um valor do factor"
[1] "de Wilson e a classe de qualidade expressa como a altura"
[1] "dominante aos 40 anos, o programa estabelece:"
[1] " - A tabela de produção do povoamento, com a periodicidade de 5 anos"
[1] "   dos 10 aos 60 anos;"
[1] " - A tabela de biomassa do povoamento;"
[1] " - Os pesos (S) de N, P, K, Ca, Mg, Na acumulados na biomassa"
[1] " - Os limites inferiores dos pesos dos mesmos nutrientes absorvidos"
[1] "   (U), e restituídos (R), pelas árvores, no ano em causa"
[1] "Para mais informação sobre o método SOBA, consultar SILVA LUSITANA,"
[1] "3(2), Dezembro de 1995, pp. 213-227"
[1] "As unidades utilizadas são as seguintes:"
[1] "Densidade N: árvores/ha; d: centímetros;"
[1] "Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/"
[1] "Volume em pé: metros cúbicos/ha;"
[1] "Nutrientes: Acumulado: kg/ha, Absorvido e Restituído: kg/ha/ano"

```

[1] "Biomassa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos"

[1] 12.545866 23.017372 5.583703

[1] "Copa:" "41.1469408461101"

[1] "idade, N,d,V"

	idade	p	d	v
[1,]	10	2082	10.975	131.411
[2,]	15	1400	13.386	160.268
[3,]	20	1027	15.624	187.064
[4,]	25	807	17.623	211.001
[5,]	30	669	19.355	231.744
[6,]	35	578	20.822	249.302
[7,]	40	516	22.040	263.893
[8,]	45	472	23.039	275.845
[9,]	50	441	23.847	285.527
[10,]	55	418	24.497	293.302
[11,]	60	401	25.015	299.504

[1] "Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco, raízes, total:"

	idade	cps	mt	ct	r	tt
[1,]	10	41.147	51.816	8.863	16.483	118.309
[2,]	15	41.147	63.031	10.751	19.827	134.756
[3,]	20	41.147	73.421	12.497	22.895	149.960
[4,]	25	41.147	82.686	14.050	25.609	163.492
[5,]	30	41.147	90.703	15.393	27.944	175.188
[6,]	35	41.147	97.482	16.526	29.910	185.065
[7,]	40	41.147	103.111	17.467	31.535	193.260
[8,]	45	41.147	107.718	18.236	32.862	199.964
[9,]	50	41.147	111.449	18.859	33.934	205.389
[10,]	55	41.147	114.444	19.358	34.793	209.742
[11,]	60	41.147	116.831	19.757	35.478	213.213

[1] "Acumulado, Absorvido, Restituído"

[1] "N"

	idade	sn	un	rn
[1,]	10	355.6823	105.39102	98.32133
[2,]	15	375.9453	102.33411	96.02207
[3,]	20	395.7937	99.57494	93.93517
[4,]	25	414.4079	97.17326	92.10941
[5,]	30	431.2460	95.13881	90.55589
[6,]	35	446.0317	93.45012	89.26146
[7,]	40	458.7034	92.06967	88.19988
[8,]	45	469.3514	90.95405	87.33968
[9,]	50	478.1580	90.06024	86.64901
[10,]	55	485.3496	89.34883	86.09833
[11,]	60	491.1632	88.78542	85.66160

[1] "P"

	idade	sp	up	rp
[1,]	10	37.18529	11.274836	10.612684
[2,]	15	39.15655	10.897374	10.307833
[3,]	20	41.08051	10.558190	10.032597
[4,]	25	42.87888	10.264148	9.792961
[5,]	30	44.50096	10.015956	9.589922
[6,]	35	45.92178	9.810577	9.421358
[7,]	40	47.13692	9.643116	9.283539
[8,]	45	48.15624	9.508070	9.172145
[9,]	50	48.99810	9.400061	9.082890
[10,]	55	49.68480	9.314213	9.011842
[11,]	60	50.23942	9.246301	8.955572

[1] "K"

	idade	sk	uk	rk
[1,]	10	216.7962	59.98241	55.06376
[2,]	15	230.7395	57.74056	53.38953
[3,]	20	244.4890	55.73389	51.88046
[4,]	25	257.4621	54.00046	50.56858
[5,]	30	269.2604	52.54189	49.45853
[6,]	35	279.6682	51.33816	48.53803
[7,]	40	288.6225	50.35887	47.78615
[8,]	45	296.1707	49.57061	47.17892
[9,]	50	302.4298	48.94112	46.69268
[10,]	55	307.5518	48.44139	46.30583
[11,]	60	311.6993	48.04646	45.99958

[1] "Ca"

	idade	sc	uc	rc
[1,]	10	250.9807	62.79921	58.19097
[2,]	15	264.0569	60.01753	55.95145
[3,]	20	276.8087	57.54492	53.94910
[4,]	25	288.7192	55.42252	52.22115
[5,]	30	299.4548	53.64662	50.76850
[6,]	35	308.8530	52.18799	49.57057
[7,]	40	316.8868	51.00611	48.59664
[8,]	45	323.6233	50.05791	47.81309
[9,]	50	329.1852	49.30275	47.18764
[10,]	55	333.7208	48.70457	46.69130
[11,]	60	337.3833	48.23266	46.29915

[1] "Mg"

	idade	sm	um	rm
[1,]	10	70.50527	20.72740	19.26366
[2,]	15	74.50041	19.82072	18.52763
[3,]	20	78.41273	19.01433	17.86936
[4,]	25	82.08082	18.32181	17.30117
[5,]	30	85.39820	17.74208	16.82338
[6,]	35	88.31064	17.26574	16.42931
[7,]	40	90.80628	16.87966	16.10886
[8,]	45	92.90309	16.56983	15.85103
[9,]	50	94.63709	16.32302	15.64519
[10,]	55	96.05299	16.12748	15.48183
[11,]	60	97.19752	15.97320	15.35275

[1] "Na"

	idade	sa	ua	ra
[1,]	10	49.36390	17.90562	16.70346
[2,]	15	52.69058	16.85762	15.80772
[3,]	20	55.98014	15.93946	15.01902
[4,]	25	59.09184	15.16168	14.34783
[5,]	30	61.92809	14.51840	13.79048
[6,]	35	64.43485	13.99529	13.33568
[7,]	40	66.59498	13.57496	12.96917
[8,]	45	68.41834	13.24006	12.67646
[9,]	50	69.93192	12.97483	12.44419
[10,]	55	71.17161	12.76570	12.26075
[11,]	60	72.17615	12.60130	12.11638

[1] "idade, N,d,V"

	idade	p	d	v
[1,]	10	2082	10.97543	131.4105
[2,]	15	1400	13.38558	160.2677
[3,]	20	1027	15.62364	187.0643
[4,]	25	807	17.62280	211.0006
[5,]	30	669	19.35532	231.7443

```

[6,] 35 578 20.82176 249.3022
[7,] 40 516 22.04036 263.8927
[8,] 45 472 23.03860 275.8448
[9,] 50 441 23.84724 285.5268
[10,] 55 418 24.49662 293.3019
[11,] 60 401 25.01459 299.5036
[1] " Volume do auto-desbaste, m.c./ha"
[1] 74.21951
[1] " Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha"
[1] 58.71061
>

```

### 5.2.2. Simulador SOBA em linguag em Scilab

Da listagem apresentada anteriormente, a versão em Scilab só difere na sintaxe das duas linguagens. Eis a listagem do simulador para o método SOBA, em Scilab:

```

function tab=soba(h, f, sp)
//-----
//
//                               Apresentação
//-----
disp ("                               Programa SOBA-PB")
disp ("                               (c) Luís Soares Barreto, 1996")
disp ("Este programa permite aplicar o método SOBA a povoamentos")
disp ("regulares de pinheiro bravo. Conhecidos um valor do factor")
disp ("de Wilson, a classe de qualidade expressa como a altura")
disp ("dominante aos 40 anos, e o tipo de espaçamento, o programa
estabelece:")
disp (" - A tabela de produção do povoamento, com a periodicidade de 5
anos")
disp ("   dos 10 aos 50 anos;")
disp (" - A tabela de biomassa do povoamento;")
disp (" - Os pesos (S) de N, P, K, Ca, Mg, Na acumulados na biomassa")
disp (" - Os limites inferiores dos pesos dos mesmos nutrientes
absorvidos")
disp ("   (U), e restituídos (R), pelas árvores, no ano em causa")
disp ("Para mais informação sobre o método SOBA, consultar SILVA
LUSITANA,")
disp ("3(2), Dezembro de 1995, pp. 213-227")

//-----
//
//                               meter os dados para iniciar
//-----
//disp("Classe de qualidade (altura dominante aos 40 anos, em metros)")
//disp "                               Programa SOBA-PB"
//h=input("Classe de qualidade" )
//f=input("Factor de Wilson a ensaiar")
//h=24;f=0.21;sp=1;
//-----
//
//                               estabelecer o dap e volume em p,
//-----
s = h * f; Nf = 6700.12 / s ^ 2
if h >= 22 then k = (-1625 * f + 939.75) / 100;
elseif h>=18 & h < 22
k = (-1450 * f + 876.5) / 100;
else h < 18
k = (-1225 * f + 790.75) / 100;
end
df = k * s * 1.221883
//-----

```

```

//          escolher o espaçamento das árvores
//-----
//sp=input("Meter o espaçamento (1=quadrado; 2=triangular;
3=irregular) ")
disp("-----")
select sp
case 1 then
  disp("espaçamento quadrado")
  Vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * Nf * 24 * 1.221883
case 2 then
  Nf = Nf * 1.155; df = df * .93
  Vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * Nf * 24 * 1.221883
  disp( "espaçamento triangular")
case 3 then
  Nf = Nf * 1.071; df = df * .966
  Vf = 32.388 + .405 * (df / 200) ^ 2 * 3.14159 * Nf * 24 * 1.221883
  disp("espaçamento irregular" )
end
//-----
//          cálculo e impressão das biomassas da copa
//-----
a = .07851 * Vf ^ .87848; rv = .14369 * Vf ^ .8789; rm = .04001 * Vf
^ .85503;
disp ("As unidades utilizadas são as seguintes:")
disp ("Densidade N: árvores/ha; d: centímetros;")
disp ("Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/")
disp ("Volume em pé: metros cúbicos/ha;")
disp "Nutrientes: Acumulado: kg/ha; Absorvido e Restituído: kg/ha/ano"
disp(      "Biomassa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos")
disp (a,rv,rm)
cp = a + rv + rm;
disp("Copa:"+string(cp))
//-----
//          projeção do povoamento
//-----
q = 0:5:50;
e= exp(-.05.*q);z=.4076.^e;d=df.*z;V=Vf.*z;N=Nf.*6.018^e;
mt=.42029.*V^.98692;ct =.0769.*V^.9731;
r= .176.*V^.93056;t=mt+ct+r+cp
//-----
// cálculo dos nutrientes acumulados, absorvidos e restituídos
//-----
sn=276.367.*exp(.00192.*V);sp =29.391.*exp(.00179.*V);
sk=163.222.*exp(.00216.*V);sc=199.157.*exp(.00176.*V);
sm=54.855.*exp(.00191.*V);sa=36.68.*exp(.00226.*V);
un=120.508.*exp(-.00102.*V);up=13.166.*exp(-.00118.*V);
uk=71.344.*exp(-.00132.*V);uc=77.189.*exp(-.00157.*V);
um=25.41.*exp(-.00155.*V);ua=23.565.*exp(-.00209.*V);
rn=109.508.*exp(-.00082.*V);rp=12.119.*exp(-.00101.*V);
rk =63.377.*exp(-.00107.*V);rc=69.578.*exp(-.00136.*V);
rm= 23.003.*exp(-.00135.*V);ra=21.469.*exp(-.00191.*V);
//-----
time=10:5:60;

disp("time, N,d,V")
disp([time' N' d' V'])
disp("Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco,
raízes, total:")
cps=cp*ones(1,11);
tt=mt+ct+r+cps;
disp([time' cps' mt' ct' r' tt'])

```

```

//Nutriente

//N
disp("Acumulado, Absorvido, Restituído")
disp("N",)
tabN=[time' sn' un' rn'];disp(tabN)

//P
disp("P",)
tabP=[time' sp' up' rp'];disp(tabP)

disp("K",)
tabK=[time' sk' uk' rk'];disp(tabK)

disp("Ca",)
tabCa=[time' sc' uc' rc'];disp(tabCa)

//P
disp("Mg",)
tabMg=[time' sm' um' rm'];disp(tabMg)

disp("Na",)
tabNa=[time' sa' ua' ra'];disp(tabNa)

disp("time, N,d,V")
tab=[time' N' d' V']

disp(" Volume do auto-desbaste, m.c./ha")
rmr=0.05.*log(6.019).*e;
av=V.*rmr;
tav=sum(av);
disp(tav)

disp(" Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha")
ab=tt.*rmr;
tabi=sum(ab);
disp(tabi)
//_____gráficos_____
scf(0)
clf(0)
subplot(2,2,1)
plot2d(t,N)
xlabel("Densidade","Anos","Árvores/ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()

subplot(2,2,2)
plot2d(t,d)
xlabel("Dap","Anos","cm")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['d';'h';'hd'],a=4)

subplot(2,2,3)

```

```

plot2d(t,V)
xtitle("Volume em pé","Anos","m.c./ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()

//----- Biomassas
scf(1)
clf(1)
//subplot(2,2,1)
B=[cps; mt; ct; r; tt]';
plot2d(t,B)
xtitle("Biomassas da floresta","Anos","Mg/ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['copa'; 'Madeira do fuste'; 'Casca do
fuste'; 'Raiz'; 'Total'],a=2)

//-----Nutrientes
scf(2)
clf(2)
subplot(2,2,1)
A=[sn;un;rn]';
plot2d(t,A)
xtitle("N","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado'; 'Absorvido'; 'Restituído'],a=2)

subplot(2,2,2)
P=[sp;up;rp]';
plot2d(t,P)
xtitle("P","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado'; 'Absorvido'; 'Restituído'],a=2)

subplot(2,2,3)
K=[sk;uk;rk]';
plot2d(t,K)
xtitle("K","Anos","Kg/ha, kg (ha/ano)")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado'; 'Absorvido'; 'Restituído'],a=2)

subplot(2,2,4)

```

```
Ca=[sc;uc;rc]';
plot2d(t,Ca)
xlabel("Ca","Anos","Kg/ha, kg (ha/ano)")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

scf(3)
clf(3)
subplot(1,2,1)
Mg=[sm;um;rm]';
plot2d(t,Mg)
xlabel("Mg","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

subplot(1,2,2)
Na=[sa;ua;ra]';
plot2d(t,Na)
xlabel("Na","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

//_____
plot2d(t,Ca)
xlabel("Ca","Anos","Kg/ha, kg (ha/ano)")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

scf(3)
clf(3)
subplot(1,2,1)
Mg=[sm;um;rm]';
plot2d(t,Mg)
xlabel("Mg","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

subplot(1,2,2)
Na=[sa;ua;ra]';
plot2d(t,Na)
```

```
xtitle("Na","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituído'],a=2)

disp("Idade  N  d  V")
format(6)
```

endfunction

```
--> exec('D:\Apollo_D\3pbproj\scilab_exped\soba_PB2.sce', -1)
```

```
--> soba(19,0.22,2)
```

```
"                Programa SOBA-PB"

"                (c) Luís Soares Barreto, 1996"

"Este programa permite aplicar o método SOBA a povoamentos"
"regulares de pinheiro bravo. Conhecidos um valor do factor"
"de Wilson, a classe de qualidade expressa como a altura"
"dominante aos 40 anos, e o tipo de espaçamento, o programa estabelece:"
" - A tabela de produção do povoamento, com a periodicidade de 5 anos"
"   dos 10 aos 50 anos;"
" - A tabela de biomassa do povoamento;"
" - Os pesos (S) de N, P, K, Ca, Mg, Na acumulados na biomassa"
" - Os limites inferiores dos pesos dos mesmos nutrientes absorvidos"
"   (U), e restituídos (R), pelas árvores, no ano em causa"

"Para mais informação sobre o método SOBA, consultar SILVA LUSITANA,"
"3(2), Dezembro de 1995, pp. 213-227"

"-----"

"espaçamento triangular"

"As unidades utilizadas são as seguintes:"

"Densidade N:  árvores/ha;  d: centímetros;"

"Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/"

"Volume em pé: metros cúbicos/ha;"

"Nutrientes: Acumulado: kg/ha; Absorvido e Restituído: kg/ha/ano"
```

"Biomasa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos"

12.54

23.00

5.579

"Copa:41.11"

"time, N,d,V"

10.	2665.	10.79	131.3
15.	1792.	13.16	160.1
20.	1315.	15.36	186.9
25.	1034.	17.33	210.8
30.	857.1	19.03	231.5
35.	740.7	20.48	249.1
40.	661.	21.68	263.6
45.	605.	22.66	275.6
50.	564.7	23.45	285.3
55.	535.1	24.09	293.
60.	513.2	24.6	299.2

"Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco, raízes, total:"

10.	41.11	51.77	8.855	16.47	118.2
15.	41.11	62.97	10.74	19.81	134.6
20.	41.11	73.35	12.49	22.87	149.8
25.	41.11	82.61	14.04	25.59	163.3
30.	41.11	90.62	15.38	27.92	175.
35.	41.11	97.39	16.51	29.88	184.9
40.	41.11	103.	17.45	31.51	193.1
45.	41.11	107.6	18.22	32.83	199.8
50.	41.11	111.3	18.84	33.9	205.2
55.	41.11	114.3	19.34	34.76	209.6
60.	41.11	116.7	19.74	35.45	213.

"Acumulado, Absorvido, Restituído"

"N"

10.	355.6	105.4	98.33
15.	375.8	102.3	96.03
20.	395.7	99.59	93.95
25.	414.3	97.19	92.12
30.	431.1	95.16	90.57
35.	445.8	93.47	89.28
40.	458.5	92.09	88.22
45.	469.1	90.98	87.36
50.	477.9	90.08	86.67
55.	485.1	89.37	86.12
60.	490.9	88.81	85.68

"P"

10.	37.18	11.28	10.61
15.	39.15	10.9	10.31
20.	41.07	10.56	10.03
25.	42.86	10.27	9.795
30.	44.48	10.02	9.592
35.	45.9	9.813	9.424
40.	47.12	9.646	9.286
45.	48.13	9.511	9.175
50.	48.97	9.403	9.085
55.	49.66	9.317	9.014
60.	50.21	9.249	8.958

"K"

10.	216.7	59.99	55.07
15.	230.7	57.75	53.4
20.	244.4	55.75	51.89
25.	257.4	54.01	50.58
30.	269.1	52.56	49.47
35.	279.5	51.35	48.55
40.	288.5	50.38	47.8
45.	296.	49.59	47.19
50.	302.3	48.96	46.71
55.	307.4	48.46	46.32
60.	311.5	48.06	46.01

"Ca"

10.	250.9	62.81	58.2
15.	264.	60.03	55.96
20.	276.7	57.56	53.96
25.	288.6	55.44	52.24
30.	299.3	53.66	50.78
35.	308.7	52.21	49.59
40.	316.7	51.03	48.61
45.	323.5	50.08	47.83
50.	329.	49.32	47.2
55.	333.6	48.73	46.71
60.	337.2	48.25	46.32

"Mg"

10.	70.49	20.73	19.27
15.	74.48	19.83	18.53
20.	78.39	19.02	17.87
25.	82.05	18.33	17.31
30.	85.36	17.75	16.83
35.	88.27	17.27	16.43
40.	90.76	16.89	16.11
45.	92.86	16.58	15.86
50.	94.59	16.33	15.65
55.	96.	16.13	15.49
60.	97.15	15.98	15.36

"Na"

10.	49.35	17.91	16.71
15.	52.67	16.86	15.81
20.	55.96	15.95	15.02
25.	59.07	15.17	14.35
30.	61.9	14.52	13.8
35.	64.4	14.	13.34
40.	66.56	13.58	12.98
45.	68.38	13.25	12.68
50.	69.89	12.98	12.45
55.	71.13	12.77	12.27
60.	72.13	12.61	12.12

"time, N,d,V"

" Volume do auto-desbaste, m.c./ha"

74.15

" Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha"

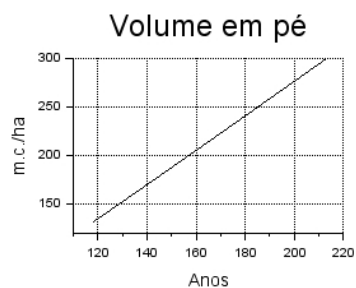
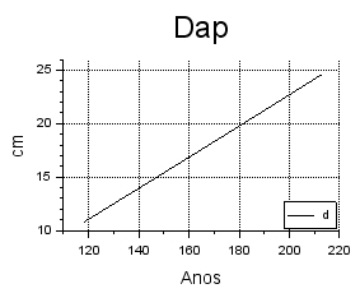
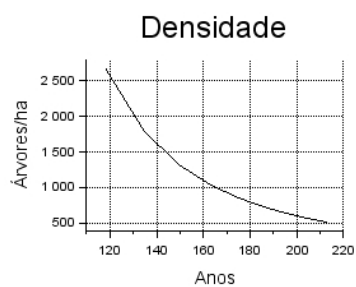
58.66

"Idade N d V"

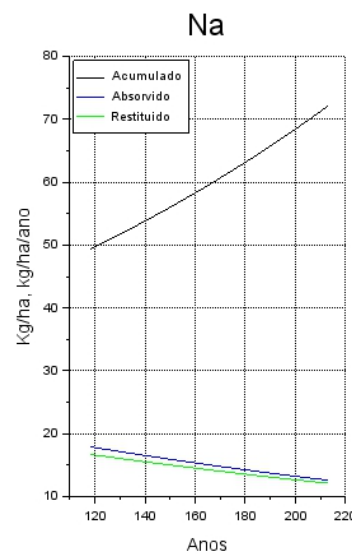
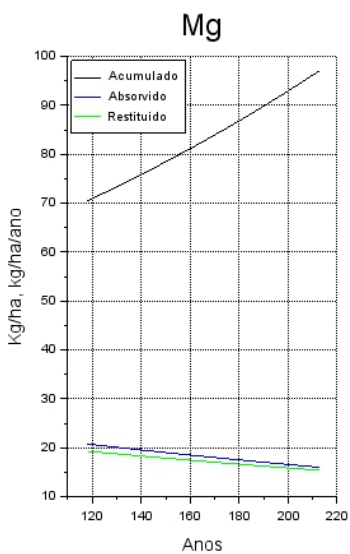
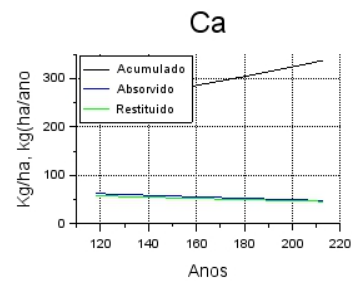
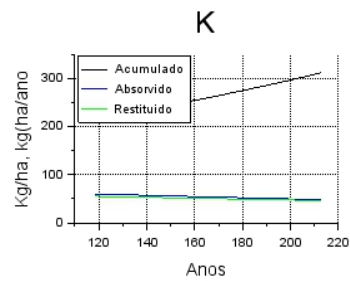
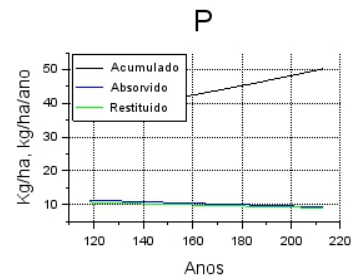
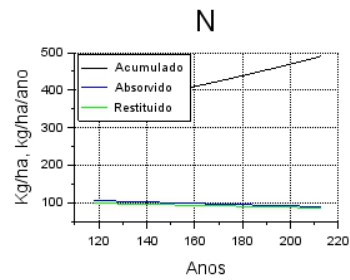
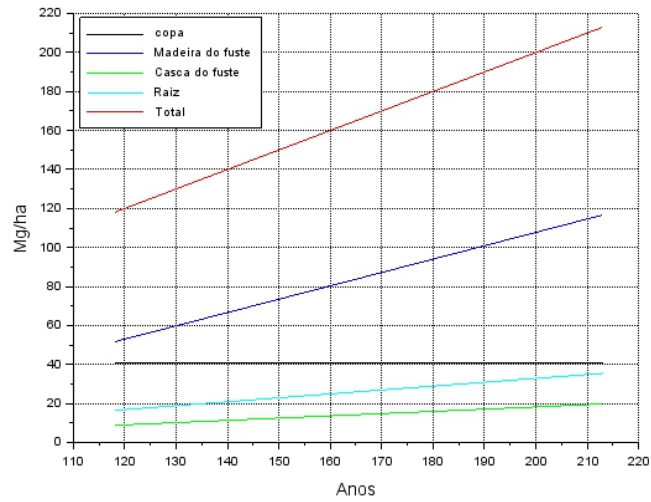
ans =

10.	2665.	10.79	131.3
15.	1792.	13.16	160.1
20.	1315.	15.36	186.9
25.	1034.	17.33	210.8
30.	857.1	19.03	231.5
35.	740.7	20.48	249.1
40.	661.	21.68	263.6
45.	605.	22.66	275.6
50.	564.7	23.45	285.3
55.	535.1	24.09	293.
60.	513.2	24.6	299.2

O simulador também produz as seguintes quatro janelas de gráficos:



### Biomassas da floresta



### 5.3. O Método FID

O simulador fid, requer como input:

- O dap médio de um pinhal bravo  $d_i$ ;
- A sua idade de ocorrência  $i$ ;
- Um de dois tipos de silvicultura  $f$  ( $1=C/D$  e  $2=C$ ) homólogos das tabelas de Oliveira (1985);
- A classe de qualidade do local (altura dominante aos 40 anos,  $Sl_{40}$ ,  $hd_{40}$ ).

A partir desta informação o MID estabelece uma tabela de produção de um povoamento auto-desbastado, dos 10 aos 50 anos, que exiba aquele dap médio na idade escolhida, uma tabela de biomassas, e os ciclos intra sistema de seis nutrientes (N, P, K, Ca, Mg, Na).

Para realizar isto:

- De  $d$  obtemos  $N$  ( $d \rightarrow d_f \rightarrow N_f$ ). Isto é, do dap desejado na idade  $i$  obtemos o seu valor final, e deste o valor final da densidade;
- De  $hd$  obtemos  $h$ . Isto é, da altura dominante obtemos a altura média.
- De  $d$  e  $h$  obtemos  $v$ . Dos valores médios do dap e da altura obtemos o volume do tronco da árvore média.
- De  $v$  e  $N$  obtemos  $V$ , ou seja conhecidos o volume da árvore média e a densidade estimamos o volume em pé do povoamento.

A partir dos povoamentos principais das tabelas de produção de Oliveira (1985) construímos seis povoamentos auto-desbastados de pinheiro bravo descritos, aos 10 anos, no quadro 5.1.

Quadro 5.1. Estruturas aos 10 anos de idade dos pinhais bravos auto-desbastados tipo

$Sl_{40}/Fw$	N	d	h	hd	V
24/0,19	1943	14,31	10,89	11,82	167
20/0,19	2753	11,46	8,92	9,85	131
16/0,19	4227	8,58	7,20	7,88	96
24/0,23	1353	15,37	11,12	11,82	134
20/0,23	1949	12,31	9,16	9,85	108
16/0,23	3047	9,23	7,20	7,88	81

Para calcular  $N_f$  primeiro estabelecemos  $d_f$  ( $=d_i/(0.4076^{\exp(-0,05(i-10))})$ ). Depois recorremos à equação alométrica (facilmente deduzível recorrendo à análise dimensional):

$$N_f = C d_f^{-2} \quad (5.1)$$

Generalizando e logaritmizando teremos

$$\log(N) = \log(C) - 2 \log(d) \quad (5.2)$$

Na literatura, são vários os exemplos de equações ajustadas a dados em que o expoente de  $d$  é muito próximo de  $-2$ . Por exemplo, para o pinheiro bravo, Tomé (2001:8) ajustou a seguinte equação:

$$\log(N) = 13.19981 - 1.95603 \log(dg) \quad R^2 = 0.9718 \quad R^2_{\text{ajust}} = 0.9443 \quad (5.3)$$

A constante  $C$ , da equação (5.1), é calculada para os seis povoamentos tipo do quadro, os seus valores inserem-se no quadro 5.2.

Obtemos o valor assintótico da altura dominante:

$$hd_f = hd_{40} / r_1^{\exp(-c \cdot (40-10))} \quad (5.4)$$

Os dados do quadro 1 permitem-nos obter a equação alométrica para obter  $h_f$ , no R:

```
> hd=c(11.82, 9.85, 7.88, 11.82, 9.85, 7.88)/0.4076;
>
> h=c(10.89, 8.92, 7.20, 11.12, 9.16, 7.20)/0.4076;
>
> fit=lm(log(h)~log(hd));
> summary(fit)
```

Call:

```
lm(formula = log(h) ~ log(hd))
```

Residuals:

```
      1      2      3      4      5      6
-0.008267 -0.017243  0.001784  0.012634  0.009307  0.001784
```

Coefficients:

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.22607    0.09721  -2.326  0.0806 .
log(hd)      1.04526    0.03061  34.147 4.39e-06 ***
```

---

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 0.01243 on 4 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9966, Adjusted R-squared: 0.9957

F-statistic: 1166 on 1 and 4 DF, p-value: 4.388e-06

Temos pois:

$$h_f = 0,7976623 \, hd_f^{1,04526} \quad R^2 = 0,9966 \quad R^2_{\text{ajust}} = 0,9957 \quad (5.5)$$

sendo o expoente esperado da equação (5) igual a 1.

Dispondo dos valores de  $d$  e  $h$  a equação do volume da árvore é:

$$v = \beta_0 \, d^{\beta_1} \, h^{\beta_2} \quad (5.6)$$

Os valores dos parâmetros da equação (5.6) e da constante da equação (5.1) inserem-se no quadro 5.2.

À semelhança do que acontece no simulador SOBA, também aqui se antecipa o uso de informação sobre a biomassa e ciclos biogeoquímicos, que será introduzida adiante, em capítulo específico, sendo igualmente as respetivas equações alométricas facilmente identificáveis nas listagens em R e Scilab.

Quadro 5.2. Parâmetros das equações (1) e (6)

$Sl_{40}/Fw$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$R^2_{ajust}$	C
24/0,19	7,372E-05	-0,3869779	3,38727001	1	397879,96
24/0,23	4,101E-05	1,7434562	1,25683594	1	319628,53
20/0,19	4,775104	1,5634158	1,43687636	1	361555,89
20/0,23	2,929E-05	3,0523726	-0,0520805	1	295343,86
16/0,19	5,515E-05	1,0182	1,9831	1	259582,77
16/0,23	4,514E-05	1,6950	1,3057	1	311176,52

À

O programa para executar o algoritmo fid está assim estruturado:

- Calcular a altura dominante e densidade finais;
- Projeção de N, d, h, hd;
- Calcular v e projetar v e V;
- Obter tabela de produção e imprimi-la;

A partir daqui, complementarmente, as listagens fornecem informações diferentes que nelas são descritas.

### 5.3.1. Simulador FID em linguagem R

Eis a listagem em R e a sua saída:

```
> rm(list=ls(all=TRUE))
>
>
> fid=function(di,i,w,cq){
+
+   #di= dap médio desejado
+   #i = idade em que ocorre di
+   #w=1 silvicultura C/D
+   #w=2 silvicultura C
+   #cq= altura dominante aos 40 anos
+   #dq=Espaçamento quadrado, distância à árvore mais próxima
+   #dt=Espaçamento triangular, distância à árvore mais próxima
+   c=0.05;r1=0.4076;r2=r1^(-2);
+   df=di/r1^exp(-0.05*(i-10));
+
+   # _____
+}
```

```

+   if (w==1 & cq>=22) b0=4.101E-05;
+   if (w==1 & cq>=22) b1=1.7434562;
+   if (w==1 & cq>=22) b2=1.25683594;
+   if (w==1 & cq>=22) C =319628.53
+
+   if (w==2 & cq>=22) b0=7.372E-05;
+   if (w==2 & cq>=22) b1=-0.3869779;
+   if (w==2 & cq>=22) b2=3.38727001;
+   if (w==2 & cq>=22) C =397879.96
+
+   if (w==1 & cq=18 & cq<=22) b0=2.929E-05;
+   if (w==1 & cq=18 & cq<=22) b1=3.0523726;
+   if (w==1 & cq=18 & cq<=22) b2=-0.0520805;
+   if (w==1 & cq=18 & cq<=22) C =295343.86
+
+   if (w==2 & cq=18 & cq<=22) b0=4.775104E-05;
+   if (w==2 & cq=18 & cq<=22) b1=1.5634158;
+   if (w==2 & cq=18 & cq<=22) b2=1.43687636;
+   if (w==2 & cq=18 & cq<=22) C =361555.89;
+
+   if (w==1 & cq<18) b0=5.515297E-05;
+   if (w==1 & cq<18) b1=1.0182;
+   if (w==1 & cq<18) b2=1.9831;
+   if (w==1 & cq<18) C =259582.77;
+
+   if (w==2 & cq<18) b0=4.514189E-05;
+   if (w==2 & cq<18) b1=1.6950;
+   if (w==2 & cq<18) b2=1.3057;
+   if (w==2 & cq<18) C=311176.52;
+
+   # _____
+   hdf=cq/r1^exp(-c*(40-10));
+   Nf=C*df^(-2);
+
+   # _____
+   t=seq(10,80, by=10);
+   e=exp(-c*(t-10));
+   d=df*r1^e;
+
+   hf=0.7976623*hdf^1.04526
+   h=hf*r1^e;
+   N=Nf*r2^e;
+   N=floor(N);
+
+   hd=hdf*r1^e;
+   # _____
+   m=rep(1,8);
+   b0=b0*m;
+   dp=d^b1;hp=h^b2;
+   v=b0*dp;v=v*hp;
+   V=v*N;
+   dq=(10000/N)^0.5/2;
+   dt=1.075*dq;
+   dd=100*rep(1,8);
+   Fw=dd/(sqrt(N)*hd)
+   tab=cbind(t,N,d,h,hd,v,V,Fw,dq,dt);
+   print(round(tab,3))
+   windows()

```

```

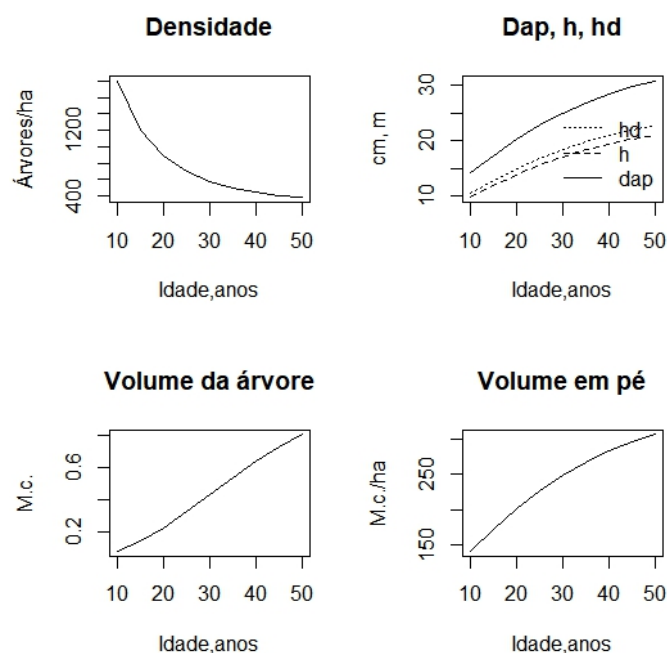
+ split.screen(figs=c(2,2))
+ screen(1)
+
plot(t,N,type='l',col=1,main="Densidade",xlab='Idade,anos',ylab='Árvores/ha')
+ screen(2)
+ hsdap<-cbind(tab[,3],tab[,4],tab[,5])
+ matplot(t,hsdap,type='l',col=1,main="Dap, h, hd",xlab='Idade,anos',ylab='cm, m')
+ r<-c('hd','h','dap')
+ legend('bottomright',paste(r),lty=3:1,col=1, bty='n')
+
+ screen(3)
+ plot(t,tab[,6],type='l',col=1,main="Volume da árvore",xlab='Idade,anos',ylab='M.c. ')
+
+ screen(4)
+ plot(t,tab[,7],type='l',col=1,main="Volume em pé",xlab='Idade,anos',ylab='M.c./ha')
+
+ }

```

```
> fid(25,30,2,21)
```

	t	N	d	h	hd	v	V	Fw	dq	dt
[1,]	10	1799	14.176	9.661	10.457	0.078	141.168	0.225	1.179	1.267
[2,]	20	887	20.180	13.753	14.886	0.226	200.796	0.226	1.679	1.805
[3,]	30	578	25.000	17.037	18.442	0.430	248.795	0.226	2.080	2.236
[4,]	40	446	28.468	19.401	21.000	0.636	283.478	0.225	2.368	2.545
[5,]	50	381	30.802	20.991	22.722	0.805	306.746	0.225	2.562	2.754
[6,]	60	346	32.310	22.019	23.834	0.929	321.515	0.226	2.688	2.890
[7,]	70	326	33.260	22.666	24.535	1.014	330.455	0.226	2.769	2.977
[8,]	80	315	33.850	23.068	24.970	1.069	336.600	0.226	2.817	3.028

Eis a janela de gráficos criada:



### 5.3.2. Simulador FID em linguagem Scilab

A listagem do MID em Scilab é como segue:

```
function tab=fun(di,i,f,cq)

//di= dap médio desejado
//i= idade de ocorrência de di
//f=1 silvicultura C/D
//f=2 silvicultura C
//cq= altura dominante aos 40 anos
//di=30;i=35;f=2;cq=20;
c=0.05;r1=0.4076;r2=r1^(-2);
df=di/r1^exp(-0.05*(i-10));

//_____ Parâmetros da equação do volume da árvore e
// da equação alométrica da densidade final Nf

if f==1 & cq>=22 then;
    b0=4.101E-05
    b1=1.7434562
    b2=1.25683594
    C =319628.53
end
if f==1 & cq>=18 & cq<=22 then;
    b0=2.929E-05;b1=3.0523726;b2=-0.0520805;
    C =295343.86
end
if f==1 & cq<18 then;
    b0=5.515297E-05; b1=1.0182; b2=1.9831;
    C =259582.77;
end

if f==2 & cq>=22 then;
    b0=7.372E-05
    b1=-0.3869779
    b2=3.38727001
    C =397879.96
end
if f==2 & cq>=18 & cq<=22 then;
    b0=4.775104E-05; b1=1.5634158; b2=1.43687636;
    C =361555.89;
end
if f==2 & cq<18 then;
    b0=4.514189E-05; b1=1.6950; b2=1.3057;
    C=311176.52;
end
//_____ Altura dominante e densidade finais
hdf=cq/r1^exp(-c*(40-10));
Nf=C*df^(-2);

//_____ Projeção de N, d, h, hd
t=10:5:50;
e=exp(-c*(t-10));
d=df*r1^e;
hdf=cq/r1^exp(-c*(40-10));
```

```

hf=0.965736* hdf-0.4308333;
h=hf*r1^e;
N=Nf*r2^e;
N=floor(N);

hd=hdf*r1^e;
//_____ Calcular v e projetar v e V
[m]=ones(1,9);
b0=b0.*m;
dp=d.^b1;hp=h.^b2;
varv=b0.*dp;varv=varv.*hp;
V=varv.*N;
Vf=V(1)/0.4076;

//_____ Obter tabela
tab=[t',N',d',h',hd',varv',V'];
disp(['Idades' 'N' 'dap' 'h' 'hd' 'varv' 'V'])
disp(tab)

//_____
a = .07851 * Vf ^ .87848; rv = .14369 * Vf ^ .8789; rm = .04001 * Vf
^ .85503;
disp ("As unidades utilizadas são as seguintes:")
disp ("Densidade N: árvores/ha; d: centímetros;")
disp ("Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/")
disp ("Volume em pé: metros cúbicos/ha;")
disp "Nutrientes: Acumulado: kg/ha; Absorvido e Restituído: kg/ha/ano"
disp("Biomasa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos")
disp (a,rv,rm)
cp = a + rv + rm;
disp("Copa:"+string(cp))
q = t;
e = exp(-.05. * q); z = .4076 .^ e; d = df .* z; V = Vf .* z; p =
Nf .* 6.018.^ e;
mt = .42029 .* V .^ .98692; ct = .0769 .* V. ^ .9731;
r = .176 .* V .^ .93056; tb = mt + ct + r + cp;

time=10:5:60;

disp("idade, densidade, dap médio, volume em pé")
disp([t' N' d' h' hd' V'])
disp("Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco,
raízes, total:")
cps=cp*ones(1,9);
tt=mt+ct+r+cps;

disp([t' cps' mt' ct' r' tt'])

//-----
// cálculo dos nutrientes acumulados, absorvidos e restituídos
//-----
sn = 276.367. * exp(.00192. * V); sp = 29.391. * exp(.00179. * V);
sk = 163.222. * exp(.00216. * V); sc = 199.157. * exp(.00176. * V);
sm = 54.855. * exp(.00191. * V); sa = 36.68. * exp(.00226 .* V);
un = 120.508. * exp(-.00102. * V); up = 13.166. * exp(-.00118. * V);
uk = 71.344. * exp(-.00132 .* V); uc = 77.189. * exp(-.00157. * V);
um = 25.41. * exp(-.00155 .* V); ua = 23.565. * exp(-.00209. * V);

```

```

rn = 109.508. * exp(-.00082. * V); rp = 12.119. * exp(-.00101. * V);
rk = 63.377. * exp(-.00107. * V); rc = 69.578. * exp(-.00136. * V);
rm = 23.003. * exp(-.00135. * V); ra = 21.469. * exp(-.00191. * V);

//_____

//Nutrientes

//N
disp("Acumulado, Absorvido, Restituído")
disp("N",)
tabN=[t' sn' un' rn'];disp(tabN)

//P
disp("P",)
tabP=[t' sp' up' rp'];disp(tabP)

disp("K",)
tabK=[t' sk' uk' rk'];disp(tabK)

disp("Ca",)
tabCa=[t' sc' uc' rc'];disp(tabCa)

//Mg
disp("Mg",)
tabMg=[t' sm' um' rm'];disp(tabMg)

disp("Na",)
tabNa=[t' sa' ua' ra'];disp(tabNa)

disp(" Volume do auto-desbaste, m.c./ha")
rnr=0.05.*log(6.019).*e;
av=V.*rnr;
tav=sum(av);
disp(tav)

disp(" Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha")
ab=tt.*rnr;
tabi=sum(ab);
disp(tabi)

//_____gráficos_____
scf(0)
clf(0)
subplot(2,2,1)
plot2d(t,N)
xtitle("Densidades","Anos","Árvores/ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()

subplot(2,2,2)
l=[d;h;hd]';
plot2d(t,l)
xtitle("Dap e alturas","Anos","cm e m")

```

```

b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['d'; 'h'; 'hd'],a=4)

subplot(2,2,3)
plot2d(t,varv)
xtitle("Volume da árvore", "Anos", "m.c.")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()

subplot(2,2,4)
plot2d(t,V)
xtitle("Volume em pé", "Anos", "m.c./ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()

//----- Biomassas
scf(1)
clf(1)
//subplot(2,2,1)
B=[cps; mt; ct; r; tt]';
plot2d(t,B)
xtitle("Biomassas da floresta", "Anos", "Mg/ha")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['copa'; 'Madeira do fuste'; 'Casca do
fuste'; 'Raiz'; 'Total'],a=2)

//-----Nutrientes
scf(2)
clf(2)
subplot(2,2,1)
A=[sn;un;rn]';
plot2d(t,A)
xtitle("N", "Anos", "Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado'; 'Absorvido'; 'Restituído'],a=2)

subplot(2,2,2)
P=[sp;up;rp]';
plot2d(t,P)
xtitle("P", "Anos", "Kg/ha, kg/ha/ano")

```

```

b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituido'],a=2)

```

```

subplot(2,2,3)
K=[sk;uk;rk]';
plot2d(t,K)
xtitle("K","Anos","Kg/ha, kg(ha/ano)")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituido'],a=2)

```

```

subplot(2,2,4)
Ca=[sc;uc;rc]';
plot2d(t,Ca)
xtitle("Ca","Anos","Kg/ha, kg(ha/ano)")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituido'],a=2)

```

```

scf(3)
clf(3)
subplot(1,2,1)
Mg=[sm;um;rm]';
plot2d(t,Mg)
xtitle("Mg","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituido'],a=2)

```

```

subplot(1,2,2)
Na=[sa;ua;ra]';
plot2d(t,Na)
xtitle("Na","Anos","Kg/ha, kg/ha/ano")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
xgrid()
hl=legend(['Acumulado';'Absorvido';'Restituido'],a=2)

```

```
// _____
```

```
disp("Idade N d h hd v V")
```

```
format(6)

endfunction

-->clear

-->exec('D:\3pbproj\scilab_exped_6\fuv45BNUT6.sce', -1)

-->fun(30,35,2,20)

!Ídades N dap h hd varv V !

    10.  1445.  15.81  9.443  9.959  0.090  130.2
    15.   972.  19.29  11.52  12.15  0.163  158.8
    20.   713.  22.51  13.44  14.18  0.260  185.3
    25.   560.  25.39  15.16  15.99  0.373  208.9
    30.   464.  27.89  16.65  17.56  0.494  229.3
    35.   401.  30.    17.91  18.89  0.615  246.7
    40.   358.  31.76  18.96  20.    0.730  261.2
    45.   328.  33.19  19.82  20.91  0.833  273.3
    50.   306.  34.36  20.52  21.64  0.924  282.8
```

As unidades utilizadas são as seguintes:

Densidade N: árvores/ha; d: centímetros;

Biomassa: toneladas de matéria seca/ha/

Volume em pé: metros cúbicos/ha;

Nutrientes: Acumulado: kg/ha; Absorvido e Restituído: kg/ha/ano

Biomasa da copa , agulhas, ramos vivos, ramos mortos

5.539

22.83

12.44

Copa:40.81

idade, densidade, dap médio, volume em pé

```
    10.  1445.  22.51  9.443  9.959  185.3
    15.   972.  25.39  11.52  12.15  209.
    20.   713.  27.89  13.44  14.18  229.6
    25.   560.  30.    15.16  15.99  246.9
    30.   464.  31.76  16.65  17.56  261.4
    35.   401.  33.19  17.91  18.89  273.2
    40.   358.  34.36  18.96  20.    282.8
    45.   328.  35.29  19.82  20.91  290.5
    50.   306.  36.04  20.52  21.64  296.7
```

Biomassas: idade, copa, madeira do tronco, casca do tronco, raízes, total:

10.	40.81	72.74	12.38	22.69	148.6
15.	40.81	81.91	13.92	25.38	162.
20.	40.81	89.86	15.25	27.7	173.6
25.	40.81	96.57	16.37	29.65	183.4
30.	40.81	102.1	17.31	31.26	191.5
35.	40.81	106.7	18.07	32.57	198.2
40.	40.81	110.4	18.69	33.64	203.5
45.	40.81	113.4	19.18	34.49	207.9
50.	40.81	115.7	19.57	35.17	211.3

Acumulado, Absorvido, Restituído

N

10.	394.5	99.75	94.07
15.	412.8	97.37	92.26
20.	429.4	95.35	90.72
25.	444.	93.67	89.43
30.	456.5	92.3	88.38
35.	467.	91.2	87.53
40.	475.7	90.31	86.84
45.	482.8	89.6	86.29
50.	488.5	89.04	85.86

P

10.	40.95	10.58	10.05
15.	42.73	10.29	9.813
20.	44.33	10.04	9.611
25.	45.73	9.838	9.444
30.	46.93	9.672	9.307
35.	47.93	9.537	9.196
40.	48.76	9.43	9.108
45.	49.44	9.345	9.037
50.	49.99	9.277	8.981

K

10.	243.6	55.86	51.98
15.	256.4	54.14	50.68
20.	268.	52.69	49.57
25.	278.2	51.5	48.66
30.	287.1	50.52	47.91
35.	294.5	49.74	47.31
40.	300.7	49.12	46.83
45.	305.7	48.62	46.44
50.	309.8	48.23	46.14

Ca

10.	275.9	57.7	54.08
15.	287.7	55.6	52.36
20.	298.3	53.83	50.92
25.	307.6	52.38	49.73

30.	315.5	51.21	48.76
35.	322.1	50.26	47.98
40.	327.6	49.51	47.36
45.	332.1	48.92	46.87
50.	335.7	48.45	46.48

**Mg**

10.	78.15	19.07	17.91
15.	81.77	18.38	17.35
20.	85.04	17.8	16.87
25.	87.91	17.33	16.48
30.	90.37	16.95	16.16
35.	92.44	16.64	15.91
40.	94.15	16.39	15.7
45.	95.55	16.2	15.54
50.	96.67	16.04	15.41

**Na**

10.	55.76	16.	15.07
15.	58.83	15.22	14.4
20.	61.62	14.58	13.85
25.	64.09	14.06	13.4
30.	66.22	13.65	13.03
35.	68.02	13.31	12.74
40.	69.51	13.05	12.51
45.	70.73	12.84	12.33
50.	71.72	12.68	12.18

Volume do auto-desbaste, m.c./ha

50.74

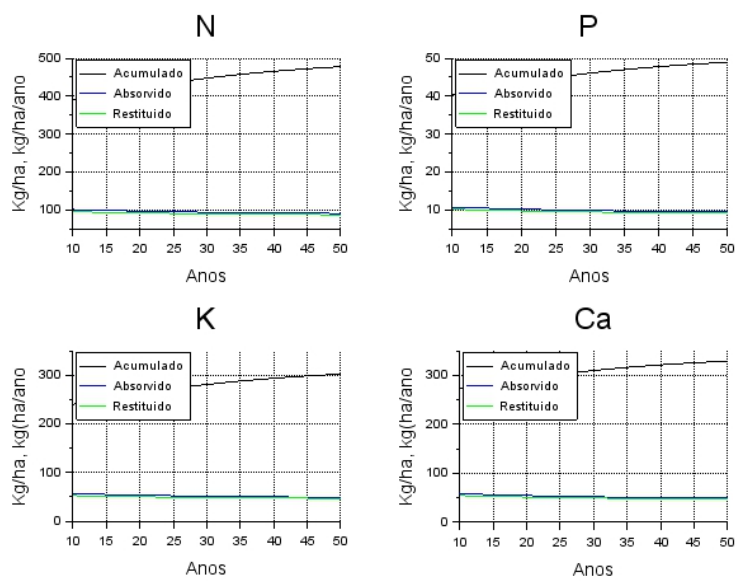
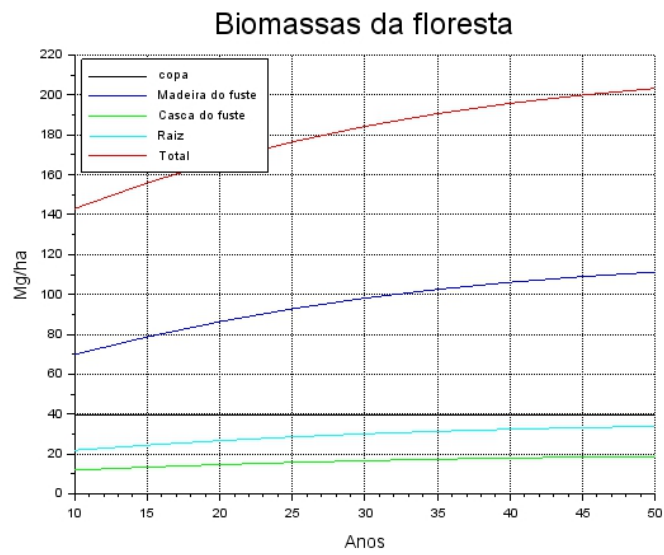
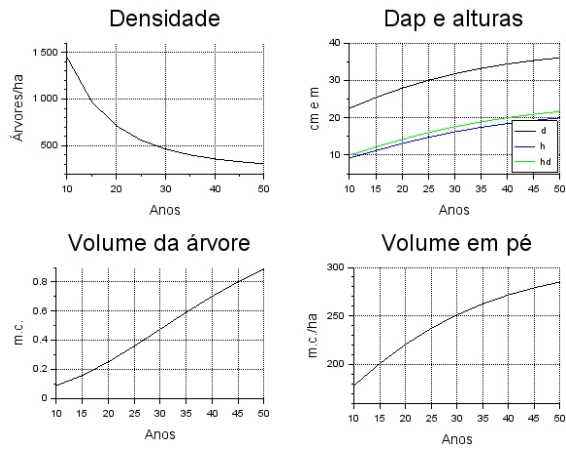
Biomassa do auto-desbaste, Mg/ha

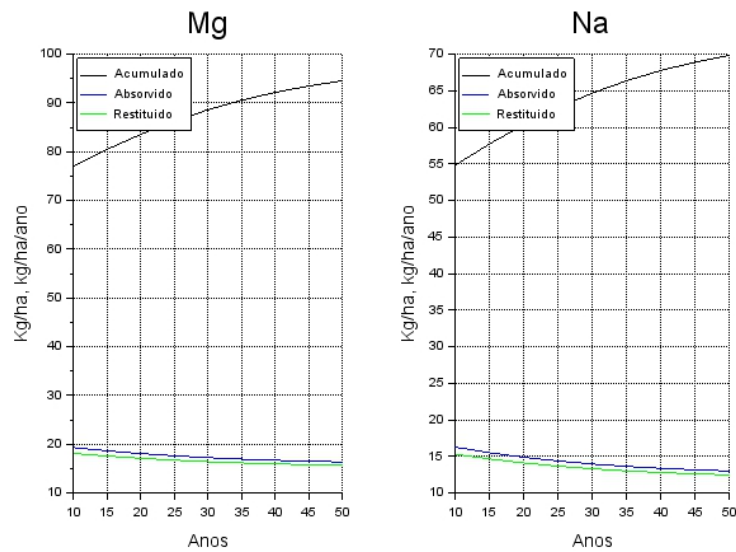
38.33

Idade N d h hd v V  
ans =

10.	1445.	15.81	9.443	9.959	0.090	130.2
15.	972.	19.29	11.52	12.15	0.163	158.8
20.	713.	22.51	13.44	14.18	0.260	185.3
25.	560.	25.39	15.16	15.99	0.373	208.9
30.	464.	27.89	16.65	17.56	0.494	229.3
35.	401.	30.	17.91	18.89	0.615	246.7
40.	358.	31.76	18.96	20.	0.730	261.2
45.	328.	33.19	19.82	20.91	0.833	273.3
50.	306.	34.36	20.52	21.64	0.924	282.8

Eis as quatro janelas de gráficos egradas pelo simulador:





#### 5.4. Comentários Conclusivos

Os métodos aqui apresentados, no contexto de uma abordagem heurística suportada sobretudo por modelos empíricos, muito provavelmente, só seria possível depois de obtidos dados em talhões experimentais. Isto é, requereria dados de obtenção cara e demorada. Este texto mostra a vantagem, multifacetada, de se dispor de uma teoria coerente para a estrutura e dinâmica dos arvoredos, como explicitarei na secção 8 de Barreto (2020).

O procedimento proposto de se reduzir a densidade de povoamentos de pinhal-bravo definitivamente para o valor final de  $F_w$ , que, presumidamente, se obteria com dois ou três desbastes revela os seguintes atributos favoráveis:

1. No actual contexto da fileira florestal (lembremos o DSF), é mais fácil de vir a ser aplicado do que as detalhadas silviculturas que são propostas na literatura;
2. Os desbastes são caros e se não executados com procedimentos corretos (o que requer pessoal bem qualificado) têm impactes indesejáveis sobre o solo e habitat do bravo. Estes inconvenientes são minimizados;
3. Um desbaste intenso inicial tem efeito muito positivo na atenuação dos riscos de fogo e dos prejuízos que causa (Piqué e Domènech, 2018) pois reduz o material combustível e atenua a ocorrência dos fogos de copa, mormente quando associado às limpezas impostas pela lei.

Considero que o potencial interesse do MID justifica que o apresente como documento individualizado, o que vou fazer, disponível para aqueles a quem todos os tópicos abordados neste livro possam não interessar.

Este capítulo é baseado em Barreto (2021).

## Bibliografia

Barreto, L. S., 1995. O Método SOBA. Uma Silvicultura Expedita Aplicada ao Pinhal Bravo Regular. *Silva Lusitana*, 3(2):213-227.

Barreto, L. S., 2000. SB-SOBA.MP. A program to apply method SOBA to maritime pine stands. *Silva Lusitana*, 8(1):91-97.

Barreto, L. S., 2020. *The Simulative Identification of Overyielding, and Total Effects in Mixed Forests*. <http://hdl.handle.net/10400.5/20525>

Barreto, L. S., 2021. *A Simulação de Pinhais-Bravos Auto-desbastados com Imposição do dap Médio numa Idade Escolhida*. <http://hdl.handle.net/10400.5/21236>

Piqué, M, e R. Domènech, 2018. Effectiveness of mechanical thinning and prescribed burning on fire behavior in *Pinus nigra* forests in NE Spain. *Science of the Total Environment*, Vol. 18:1539-1546.

Tomé, M., 2001. *Tabela de produção geral para o pinheiro bravo em Portugal* . Instituto Superior de Agronomia, Centro de Estudos Florestais. Publicações técnico científicas do GIMREF nº 7/2001.

## 6

### PINHAIS-BRAVOS JARDINADOS

#### 6.1 Introdução

Por motivos ambientais, verifica-se um interesse crescente pelos povoamentos irregulares ou jardinados (PJ). Isto deve-se ao facto de alguns sectores de opinião acreditarem que uma floresta com árvores de todas as idades está mais perto de uma "floresta natural". A verdade é ocorrerem na natureza, sem intervenção do homem, tanto PJ como povoamentos regulares. Na sua defesa dos PJ, onde esta linha de opinião tem razão, é na circunstância de a silvicultura jardinada promover a cobertura permanente do solo com arvoredos, pois, nos PJ, o corte das árvores a explorar só incide sobre algumas das existentes e distribuí-se por toda a área da floresta, permitindo assim evitar os custos de regeneração.

Além da proteção do solo, os PJ podem revelar outras características com interesse para o proprietário. Comparativamente aos povoamentos regulares, tem-se que os jardinados se adaptam melhor a situações de uso múltiplo, são paisagisticamente mais atrativos, permitem ordenar arvoredos de pequena área e a melhor revelação das chamadas influências benéficas da floresta ou serviços do ecossistema.

Os PJ também são considerados como mais resistentes do que os regulares, aos agentes físicos e bióticos de destruição das florestas.

Não existe unanimidade de opinião sobre os méritos económicos relativos dos PJ e dos povoamentos regulares. No entanto, convém não ignorar que se admite requererem os PJ maior capacidade técnica para a sua gestão, eventualmente melhor rede de acessos e podem também incorrer em maiores encargos de exploração e de mão-de-obra, por unidade de volume de lenho obtida. A vocação dos PJ para proporcionarem árvores de grandes dimensões, lenhos de boa qualidade com melhores preços, pode sobre compensar o reflexo das últimas características mencionadas, no preço da madeira.

Em Barreto (1995a, caps. 1 e 2) pode-se encontrar uma introdução, que admitimos como clara, à nossa teoria para os povoamentos auto-desbastados puros e irregulares (PAPI), ilustrada com exemplos de pinhais-bravos jardinados (PBJ). Para contrastar com a sigla PBJ, vou usar a sigla PPAR de Pb para designar os pinhais-bravos regulares.

A proposição fundamental da nossa teoria para os PJ é a seguinte: existe uma simetria espaço-tempo entre os PJ e os povoamentos regulares. Suponhamos uma tabela de produção dos 10 aos 99 anos, com valores anuais, de um PPAR de Pb. No PJ simétrico, com 90 hectares (tantos como os anos constantes da tabela de produção) existem misturadas as árvores que ocorrem das idades 10 a 99, no PPAR de Pb e constantes da tabela. Para obter os valores do PJ referidos ao hectare, dividimos por noventa os valores anuais da densidade e do volume em pé, da tabela.

Uma consequência desta simetria é terem as classes de idade com o mesmo número de anos a mesma área. Vários florestais do fim do século XIX, analisando florestas pouco perturbadas, tais como Burel (1888), Perona (1885) e Puton (1890) verificaram esta constância.

Ainda em Barreto (1995a), inserimos uma clarificação do ordenamento adaptativo, e propomos 48 normas de gestão para os PBJ. Como hoje provavelmente não será fácil ter acesso a este livro, se trata de um possível de encontrar na internet, de preço acessível, não

me vou repetir aqui, sugerindo no entanto a sua leitura, como fundamental complemento ao que aqui se exara sobre a gestão dos PBJ. Cedi gratuitamente os direitos de edição ao editor e por isso não retiro nenhum benefício financeiro da venda do livro.

Este capítulo desenvolve-se de acordo com o seguinte plano: apresentamos uma caracterização genérica dos PBJ, após o que só abordamos normas de gestão para PBJ simétricos de PPAR de Pb sujeitos à silvicultura D (Fw=0,23), nas CQ24 e CQ20. Devotamos uma secção aos PBJ de função protetora dominante, e a encerrar abordamos os simuladores associados a este capítulo.

Este capítulo, inevitavelmente, bebe na obra que vimos a referir (Barreto, 1995a).

Um aviso que deve pairar sobre todo este capítulo: **o Pb é uma espécie de luz e PBJ muito densos podem ter problemas de regeneração.**

## 6.2. A Estrutura e Dinâmica dos Pinhais-bravos Jardinados

Para os nossos objetivos de gestão do PBJ, vou considerar a sua estrutura etária, formada por seis classes de 11 anos, começando na idade 10. Assim a classe I abarca as árvores com idades que vão dos 10 aos 20 anos; a classe II, as árvores com as idades 21-31; a classe III com as idades 32 a 42; a classe IV com as idades 43-53; a classe V com as idades 54-64; a classe VI com as idades 65-75. Admite-se que as árvores de idade superior a 75 anos são extraídas.

Esta estrutura etária também assume que as árvores de idade inferior a 10 anos estão sob o coberto das mais idosas, competindo entre si e com as outras plantas (herbáceas e arbustos), no que designaremos por fase I da vida das árvores do PBJ. As plantas com idades iguais e superiores a 10 anos competem predominantemente só entre si, e encontram-se na fase II.

Nos quadros 6.1 e 6.2, de acordo com o exarado na secção anterior, apresentamos as estruturas dos PBJ simétricos dos PPAR de Pb sujeitos a desbastes do tipo D (Fw=0,23), PPAR 24/0,23, PPAR 20/0,23.

- Aos 10 anos, o PPAR de Pb simétrico na CQ24 tem  $y_{-2110}=1353$  árvores  $ha^{-1}$ ,  $y_{1110}=15,48$  cm e  $y_{1310}=135$   $m^3 ha^{-1}$ ;
- O PPAR de Pb simétrico na CQ20 exhibe  $y_{-2110}=1950$  árvores  $ha^{-1}$ ,  $y_{1110}=12,38$  cm e  $y_{1310}=109$   $m^3 ha^{-1}$ .

A estrutura do PBJ descrito no quadro 6.1 é ilustrada na figura 4.1.

Quadro 6.1. Estrutura do PAPI de pinheiro-bravo, na CQ24. Cl(i)=Classe de idade i;  $y_{-21}(i)$ =frequência da classe i, árvores  $ha^{-1}$ ;  $y_{13}(i)$ =volume em pé da classe i,  $m^3 ha^{-1}$ ;  $yy_{11}(i)$ =limites dos dap da classe i, cm;  $y_{31}(i)$ =volume da árvore média da classe i,  $m^3$ ;  $y_{26}(i)$ =área basal da árvore média da classe i,  $m^2$ ;  $y_{11}(i)$ =dap da árvore média da classe i, cm;  $y_{27}(i)$ =área ocupada pela árvore média da classe i,  $m^2$

Cl(i)	$y_{-21}(i)$	$y_{13}(i)$	$yy_{11}(i)$	$y_{31}(i)$	$y_{26}(i)$	$y_{11}(i)$	$y_{27}(i)$
I	158	27,374	15,1-22,2	0,1724	0,0267	18,4	10,548
II	85	36,782	22,3-27,8	0,4280	0,0494	25,1	19,608
III	60	43,514	27,9-31,6	0,7214	0,0699	29,8	27,778
IV	48	48,021	31,7-34,1	0,8482	0,0874	33,4	34,722
V	43	50,836	34,2-35,5	1,1562	0,0976	35,2	38,760
VI	40	52,536	35,6-36,5	1,2164	0,1049	36,4	41,667

Nos quadros 6.1 e 6.2, anote-se que, aproximadamente, se verificam, as seguintes igualdades:

$$\begin{array}{ll}
 y_{-21}(2)/y_{-21}(1)=0,5 & y_{13}(2)/y_{13}(1)=1,3 \\
 y_{-21}(3)/y_{-21}(2)=0,7 & y_{13}(3)/y_{13}(2)=1,1 \\
 y_{-21}(4)/y_{-21}(3)=0,8 & y_{13}(4)/y_{13}(3)=1,1 \\
 y_{-21}(5)/y_{-21}(4)=0,9 & y_{13}(5)/y_{13}(4)=1,0 \\
 y_{-21}(6)/y_{-21}(5)=0,9 & y_{13}(6)/y_{13}(5)=1,0
 \end{array}$$

Quadro 6.2. Estrutura do PAPI de pinheiro-bravo na CQ20. Para os símbolos e unidades ver a legenda da figura 6.1

Cl(i)	$y_{-21}(i)$	$y_{13}(i)$	$yy_{11}(i)$	$y_{31}(i)$	$y_{26}(i)$	$y_{11}(i)$	$y_{27}(i)$
I	228	22,099	12,0-17,7	0,0965	0,0170	14,7	7,310
II	123	29,689	17,8-22,2	0,2394	0,0314	20,0	13,550
III	87	35,237	22,3-25,3	0,4032	0,0445	23,8	19,157
IV	69	38,911	25,4-27,3	0,5441	0,0560	26,7	24,154
V	62	41,208	27,4-28,4	0,6466	0,0624	28,2	26,882
VI	57	42,595	28,5-29,2	0,6804	0,0665	29,1	29,240

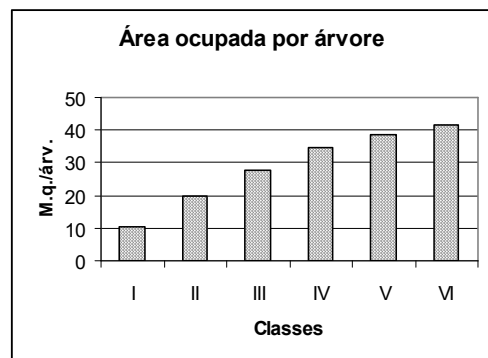
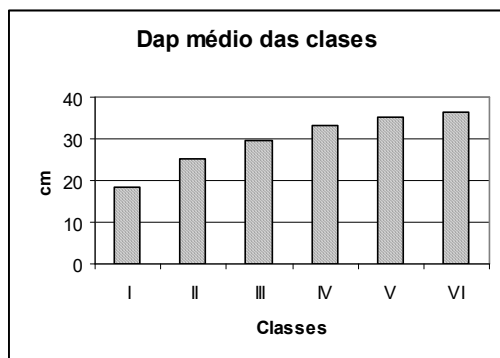
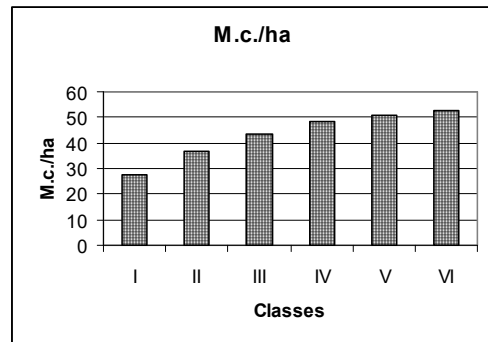
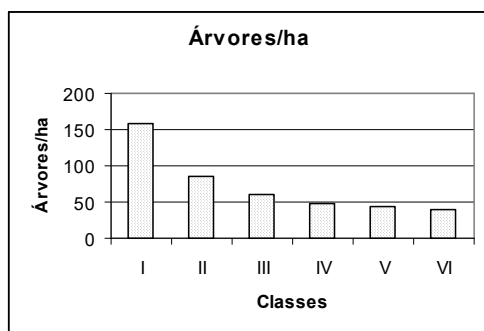


Figura 6.1. Visualização de alguns aspectos da estrutura do PBJ descrito no quadro 6.1.

Estas relações refletem a variação das taxas relativas de variação, inseridas no quadro 1.3 e ilustradas na figura 1.6. As razões convergem para a unidade por a variação das taxas relativas em apreço passar a ser muito pequena, com o avançar da idade.

Conhecido o valor de  $y_{-2110}$  de um PPAR de Pb, o valor de  $y_{-21}(1)$ , do seu PAPI homólogo, obtém-se multiplicando  $y_{-2110}$  por 0,11683. Depois, os valores de  $y_{-21}(2)$  a  $y_{-21}(6)$  calculam-se recorrendo às relações anteriores.

As estruturas dos quadros 6.1 e 6.2, desde que continuamente se retirem as árvores de 76 anos, por definição, mantêm-se indefinidamente, pois representam o estado de equilíbrio dinâmico, do respetivo PBJ. Há quem as designe por estruturas normais dos respetivos PBJ.

Para comprovar a simetria entre os PBJ e os regulares, o leitor, para várias combinações das variáveis médias das classes de idade estabelecidas, pode verificar a eq. (3.26).

**Exemplo 6.1.** Vou ilustrar a alometria do PBJ descrito no quadro 6.1, recorrendo à eq. (3.26). Pretendo estimar as áreas ocupadas pela árvore média de cada classe, recorrendo aos diâmetros médios das classes. Vou utilizar a forma particular da eq. (3.26) seguinte, em que a classe I serve de referência:

$$y_{27}(i) = y_{27}(1) (y_{11}(i) / y_{11}(1))^2$$

Escrevo, pois:

$$y_{27}(2) = 10,548 \times (25,1/18,4)^2 = 19,628; \quad y_{27}(3) = 10,548 \times (29,8/18,4)^2 = 27,667; \quad y_{27}(4) = 10,548 \times (33,4/18,4)^2 = 34,756; \quad y_{27}(5) = 10,548 \times (35,2/18,4)^2 = 38,602; \quad y_{27}(6) = 10,548 \times (36,4/18,4)^2 = 41,280$$

As diferenças, inferiores a 1 m.q., devem-se aos erros (inevitáveis) associados ao processamento numérico do cálculo das estruturas etárias do quadro 6.1.

Clarificada a estrutura dos PBJ, vejamos como se pode caracterizar a sua dinâmica.

Esta dinâmica, fundamentalmente, é desencadeada por três tipos de fenómenos: a regeneração, o auto-desbaste das árvores, e a transição de árvores sobreviventes para a classe de idade seguinte, devido ao envelhecimento.

Admitamos um período de 5 anos e consideremos, por exemplo, a classe III:

- Durante estes cinco anos, as árvores, que não são auto-desbastadas, com idades iniciais 38-42 transitam para a classe IV.
- No mesmo período, as árvores, sobreviventes ao desbaste, com idades iniciais 32-37 permanecem na classe III.
- Nesta classe III, no mesmo período de tempo, entram as árvores sobreviventes de idades iniciais 27-31, da classe II. Este é o esquema geral da dinâmica das classes II a V.

A Classe I recebe árvores da regeneração, o chamado recrutamento, e as árvores da classe VI não transitam para nenhuma classe pois não existe Classe VII, admitindo-se que são extraídas.

Para as estruturas normais serem estáveis, no período de 5 anos, numa dada classe de idade, as proporções das árvores que transitam de classe (T), morrem (M) e permanecem na classe (P) são constantes ao longo do tempo. Como nenhuma das árvores da classe pode escapar a um destes três destinos, também teremos  $T+M+P=1$ .

No quadro 6.3, para o período de 5 anos, inserimos os valores de P, T e M, para os PAPI de Pb em análise.

Antes de passar à secção seguinte, vejamos o que se acontece com a estrutura modular dos PAPI de Pb. Um módulo de PBJ deve ter árvores de todas as idades e regeneração para o manter indefinidamente, com uma estrutura etária estável. Neste módulo, as árvores presentes satisfazem, no espaço, a lei dos 3/2 meios.

Quadro 6.3. Parâmetros da dinâmica dos PAPI de pinheiro-bravo, para períodos de 5 anos.  $Cl(i)$ =classe  $i$ ;  $P(i)$ =fracção das árvores da classe  $i$  que permanece na classe durante o período;  $T(i)$ =fracção das árvores da classe  $i$  que transita para a classe  $i+1$  durante o período;  $M(i)$ =fracção das árvores da classe  $i$  que morre durante o período.

$Cl(i)$	$P(i)$	$T(i)$	$M(i)$
I	0,347	0,304	0,349
II	0,434	0,364	0,202
III	0,482	0,402	0,116
IV	0,507	0,426	0,067
V	0,525	0,436	0,039
VI	0,535	0,443	0,022

A dinâmica da classe  $i$  pode ser agora esquematizada de acordo com a figura 6.2.

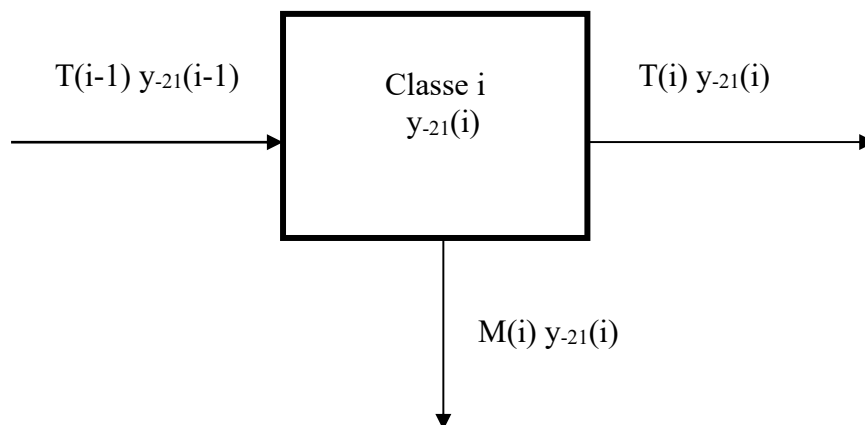


Figura 6.2. Diagrama da dinâmica da classe  $i$  do pinhal bravo jardinado. Para os símbolos ver o texto.

Seja, no PBJ,  $p_u$ =número de árvores  $ha^{-1}$ ,  $N_u$ =número de árvores/módulo,  $M_u$ =número de módulos  $ha^{-1}$ ,  $A_u$ =área de um módulo ( $m^2$ ), e o índice de performance do PPAR homólogo do PAPI de Pb. Então, verificam-se seguintes equações (Barreto, 1995b):

$$p_u = 11346 \text{ s}^{-2} \text{ árvores } ha^{-1}$$

$$M_u = 73,601 \text{ s}^{-2} \text{ módulos } ha^{-1}$$

$$A_u = 135,868 \text{ s}^2 \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1}$$

$$N_{triu}/m_u = 154 \text{ árvores módulo}^{-1}$$

No PAPI homólogo de um PPAR de Pb com  $y_{-2110} = 1750$  (secção 3.4), onde  $s = 4,8$ , verificar-se-á:  $p_u = 492 \text{ árvores } ha^{-1}$ ;  $M_u = 3 \text{ módulos/ha}$ ;  $A_u = 3130 \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1}$ .

Se multiplicarmos  $A_u$  por  $M_u$ , obtemos  $9391 \text{ m}^2$ , que é cerca da área do hectare ( $10000 \text{ m}^2$ ). O desvio deve-se aos arredondamentos nos cálculos.

### 6.3 Modelos Matemáticos para os PAPI de pinheiro-bravo

Os valores inseridos no quadro 2.3 permitem-nos estabelecer três modelos matemáticos alternativos, para os PBJ de que nos ocupamos.

Consideremos a classe i. Ao fim de 5 anos, de acordo com o exposto na secção anterior, podemos afirmar que as árvores que a classe tem são as que permaneceram  $[P(i) y_{-21}(i)]$  mais as que entraram  $[T(i-1) y_{-21}(i-1)]$ . Ao fim de um ano, o dinheiro que uma conta bancária tem é o dinheiro que não foi levantado mais o que lá foi depositado. então, para o nosso modelo com periodicidade de 5 anos, podemos escrever:

$$y_{-21}(i) = T(i-1)f(i-1) + P(i) y_{-21}(i) \quad (6.1)$$

Nós verificámos atrás que  $M+P+T=1$ , pelo que podemos escrever:

$$T(i) y_{-21}(i) + P(i) y_{-21}(i) + M(i) y_{-21}(i) = y_{-21}(i) \quad (6.2)$$

pelo que da eq. (6.1) obtemos:

$$T(i-1) y_{-21}(i-1) = T(i) y_{-21}(i) + M(i) y_{-21}(i) \quad (6.3)$$

Como a estrutura do PBJ é estável, este resultado seria de esperar, visto o primeiro membro da eq. (6.3) representar as árvores que entram na classe, e o segundo as que saiem. Se o dinheiro da nossa conta bancária se mantém constante, é porque os depósitos igualam os levantamentos.

Voltemos à eq. (6.1). Vou particularizá-la, para obter cinco equações do modelo matemático que pretendemos estabelecer:

$$y_{-21}(2) = 0,304 y_{-21}(1) + 0,434 y_{-21}(2) \quad (6.4)$$

$$y_{-21}(3) = 0,364 y_{-21}(2) + 0,482f y_{-21}(3) \quad (6.5)$$

$$f y_{-21}(4) = 0,402 y_{-21}(3) + 0,507 y_{-21}(4) \quad (6.6)$$

$$y_{-21}(5) = 0,426 y_{-21}(4) + 0,525 y_{-21}(5) \quad (6.7)$$

$$y_{-21}(6) = 0,436 y_{-21}(5) + 0,535 y_{-21}(6) \quad (6.8)$$

Salvo pequenas discrepâncias, associadas a arredondamentos de valores nos processos de cálculo, se aplicarmos as equações anteriores, encontraremos os mesmos valores de que partimos, para cada classe, já que a estrutura é estável. Vejamos o que se passa com a classe IV da CQ24 (quadro 6.1), em que  $y_{-21}(4)=48$ . Temos, então:

$$0,402 \times 60 + 0,507 \times 48 = 48,4$$

A classe I recebe as árvores vindas da regeneração e que já designámos por recrutamento. Admitamos que o recrutamento depende da densidade do povoamento expressa pela área basal das árvores na fase II. Dado este pressuposto, escrevemos:

Recrutamento = constante - área basal da árvores das classes I-VI o que nos permite estabelecer:

$$y_{-21}(1) = \text{constante} - \text{área basal} + \text{árvores que permanecem}$$

Os valores inseridos no quadro 6.1 permitem-nos escrever:

$$y_{-21}(1) = 128,3736 + 0,3203 y_{-21}(1) - 0,0494 y_{-21}(2) - 0,0699 y_{-21}(3) - 0,0874 y_{-21}(4) - 0,0976 y_{-21}(5) - 0,1049 y_{-21}(6) \quad (6.9)$$

A constante associada a  $y_{-21}(1)$  obtém-se subtraindo a  $P(1)$  a área basal da árvore média da classe I ( $0,347 - 0,0267 = 0,3203$ ).

Analogamente, para os PBJ descritos no quadro 6.2, escreve-se:

$$y_{-21}(1) = 172,017 + 0,3300 y_{-21}(1) - 0,0314 y_{-21}(2) - 0,0445 y_{-21}(3) - 0,0560 y_{-21}(4) - 0,0624 y_{-21}(5) - 0,0665 y_{-21}(6) \quad (6.10)$$

Passemos ao segundo modelo. Uma equação geral para a frequência da classe I, de qualquer PBJ, em qualquer CQ, com a estrutura etária dos quadros 6.1 e 6.2, é a seguinte:

$$y_{-21}(1) = 0,4832 y_{-21}(1) + 0,17 y_{-21}(2) + 0,232 y_{-21}(3) + 0,4 y_{-21}(4) + 0,4 y_{-21}(5) + 0,4 y_{-21}(6) \quad (6.11)$$

Clarifiquemos esta equação. Ela sintetiza a contribuição das diversas classes de idade para a regeneração e presença de árvores na classe I. A classe I contribui com as árvores que permaneceram e com e alguma regeneração originada em sementes providas de árvores desta classe. As outras classes contribuem para a regeneração com as sementes que produzem. Assume-se que esta contribuição aumenta com a idade, até cerca dos 40 anos, estabilizando a partir daqui.

As eqs. (6.4)-(6.8) e (6.11) formam um modelo geral para os PBJ com a estrutura etária aqui adoptada. Os coeficientes destas equações formam a matriz de Leslie seguinte:

$$\begin{bmatrix} 0,4832 & 0,1700 & 0,2320 & 0,4000 & 0,4000 & 0,4000 \\ 0,304 & 0,434 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,364 & 0,482 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,402 & 0,507 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,426 & 0,525 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,436 & 0,535 \end{bmatrix}$$

Para o modelo matricial de Leslie para populações estruturadas temos disponível um vasto edifício analítico que vou aproveitar (Barreto, 1979; Barreto, 2013: secção 8.7; Caswell, 1989), em alguma extensão. Permita-se-nos, então, uma digressão para aqueles familiarizados com a álgebra linear.

A matriz associada ao modelo geral (último grupo de equações mencionado) tem os seguintes valores próprios direitos:

$$0,999779, \quad 0,119684, \quad 0,624493 + 0,3444946i, \quad 0,624493 - 0,3444946i, \quad 0,298875 + 0,281177i, \quad 0,298875 - 0,281177i$$

O primeiro valor próprio, dito **dominante**, é praticamente igual a 1. É este valor real igual à unidade que garante a invariância da estrutura de equilíbrio. Esta estrutura etária diz-se estacionária.

O vetor próprio (direito) associado ao valor próprio 1,  $\mathbf{w}$ , e o vetor próprio esquerdo associado ao valor próprio esquerdo real e dominante  $\mathbf{v}$ , são os seguintes:

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0.774 \\ 0.416 \\ 0.292 \\ 0.238 \\ 0.214 \\ 0.201 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0.316 \\ 0.536 \\ 0.686 \\ 0.702 \\ 0.515 \\ 0.272 \end{pmatrix}$$

O vetor próprio  $\mathbf{w}$  também se pode escrever como [1, 0,537, 0,377, 0,307, 0,276, 0,260].

As frequências (estrutura estável) dos quadros 6.1 e 6.2 respeitam as proporções deste valor próprio, para além de pequenas diferenças associadas ao cálculo numérico e ao facto de termos considerarmos frequências inteiras.

Verifiquemos para a CQ24:

$$158/158=1; 85/158=0,538; 60/158=0,380; 49/158=0,310; 43/158=0,272; 41/158=0,259.$$

Se somarmos os elementos do vetor  $\mathbf{w}$  e dividirmos cada um dos seus elementos por este total, encontramos o vetor [0,362, 0,195, 0,137, 0,111, 0,100, 0,094]. Este vetor é o das proporções das várias classes na distribuição etária estável, é por isso, em termos fracionário a própria **estrutura estável**. A soma das frequências da CQ24 é 436. Se dividimos cada uma das frequências por 436, obtemos praticamente os valores deste último vetor. Vejamos:

$$158/436=0,362, 85/436=0,195, 60/436=0,138, 49/436=0,112, 43/436=0,099, 41/436=0,092.$$

O vetor  $\mathbf{v}$  também pode assumir a forma:

$$\mathbf{RV} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.699 \\ 2.174 \\ 2.223 \\ 1.633 \\ 0.861 \end{pmatrix}$$

O **valor reprodutivo** de uma classe estima a contribuição dos indivíduos da classe para o tamanho da população.

Os elementos do vetor  $\mathbf{RV}$  são os valores reprodutivos de cada classe. Estes valores crescem até à classe IV, e depois decrescem. Este padrão de variação é comum em muitas populações biológicas etariamente estruturadas.

Um aspeto importante da matriz de Leslie é a **sensibilidade** dos seus valores próprios relativamente a variações dos elementos da matriz. **Devemos concentrar o nosso esforço em avaliar com o maior rigor possível os seus elementos, que apresentem maior sensibilidade.**

Os vetores  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$  permitem calcular as sensibilidades e elasticidades do valor próprio  $\lambda_i$  relativamente ao elemento  $a_{ij}$  da matriz de Leslie.

A sensibilidade  $s_{ij}$  é dada por:

$$s_{ij} = \frac{\partial \lambda}{\partial a_{ij}} = v_i w_j \quad (6.12)$$

A elasticidade  $e_{ij}$  estima-se como:

$$e_{ij} = \frac{a_{ij}}{\lambda} s_{ij}$$

Nas matrizes  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{E}$  omitimos os valores não ligados aos elementos da matriz de Leslie diferentes de zero. A matriz  $\mathbf{S}$ , cujos elementos são os valores  $s_{ij}$ , é a seguinte:

$$\mathbf{S} := \begin{pmatrix} 0,244 & 0,415 & 0,531 & 0,543 & 0,399 & 0,210 \\ 0,131 & 0,232 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & 0,157 & 0,201 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & 0,164 & 0,167 & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,150 & 0,110 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,103 & 0,055 \end{pmatrix}$$

As sensibilidades das contribuições para a regeneração (linha 1) têm um padrão de variação semelhante aos dos valores reprodutivos, e apresentam os maiores valores. Todo o florestal sabe da importância da regeneração na condução de um povoamento jardinado de espécies de luz.

A matriz  $\mathbf{E}$ , cujos elementos são os valores  $e_{ij}$ , escreve-se:

$$\mathbf{E} := \begin{pmatrix} 0,063 & 0,071 & 0,123 & 0,217 & 0,160 & 0,084 \\ 0,040 & 0,097 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & 0,057 & 0,097 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & 0,066 & 0,085 & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,64 & 0,058 & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,45 & 0,029 \end{pmatrix}$$

O vetor dos módulos dos valores próprios direitos da nossa matriz de Leslie é o seguinte:

$$|w| = [1, 0,71, 0,71, 0,12, 0,41, 0,41]'$$

A razão  $1/0,71$  chama-se a **razão de amortecimento**, e fornece um meio de estimar a rapidez com que uma população atinge a distribuição estacionária. Quanto maior for, mais rapidamente isto acontece. Atendendo à longevidade da população, e ao intervalo entre os

seus indivíduos mais novos (10 anos) e mais velhos (75 anos), o valor encontrado não indicia uma longa fase de transição para a distribuição etária estável. Uma população que se inicie só com árvores da classe I, leva um pouco mais de 100 anos a atingir a distribuição estacionária.

Apresentamos, agora, a **terceira formulação de um modelo para os PBJ**.

Voltemos à analogia da conta bancária. Se tivermos no início de um mês 1000 € numa conta, e durante o mês depositarmos 100 € e levantarmos 70 €, o saldo no fim do mês será igual aos 1000 € mais o balanço dos depósitos e levantamentos, isto é, mais (100-70=) 30 €. Teremos um novo saldo de 1030 €.

É possível utilizar este raciocínio para estabelecer um modelo de equações diferenciais para um PJ. Vejamos, mais uma vez, o caso do PBJ do quadro 6.1.

Genericamente, a frequência no início do período  $t+1$ , da classe  $i$ ,  $y_{-21}(i, t+1)$ , é igual à frequência no início do período  $t$ , da classe, mais a variação que sofreu durante o período  $t$  ( $y_{-21}(i, t+1) = y_{-21}(i, t) + d y_{-21}(i)/dt$ ).

Para as classes II a VI, os balanços de cada período são as diferenças entre as árvores que transitaram da classe anterior, menos as que morreram mais as que transitaram para a classe seguinte, isto é, menos  $M+T$ , da classe, vezes a sua frequência.

Isto permite-nos, recorrendo à informação do quadro 4.3, escrever as seguintes equações diferenciais:

$$d y_{-21}(2)/dt = 0,304 y_{-21}(1) - 0,566 y_{-21}(2) \quad (6.14)$$

$$d y_{-21}(3)/dt = 0,364 y_{-21}(2) - 0,518 y_{-21}(3) \quad (6.15)$$

$$d y_{-21}(4)/dt = 0,402 y_{-21}(3) - 0,493 y_{-21}(4) \quad (6.16)$$

$$d y_{-21}(5)/dt = 0,426 y_{-21}(4) - 0,475 y_{-21}(5) \quad (6.17)$$

$$d y_{-21}(6)/dt = 0,436 y_{-21}(5) - 0,465 y_{-21}(6) \quad (6.18)$$

Quando existe uma estrutura etária em equilíbrio, ela mantém-se constante, isto é os diversos valores de  $d y_{-21}(i)/dt$  são iguais a zero.

Isto quer dizer que quando temos 158 árvores na classe I, saem e morrem 103(.174) árvores e devem entrar do recrutamento igual número, pelo que escrevemos:

$$d y_{-21}(1)/dt = 103.174 - 0,653 y_{-21}(1) \quad (6.19)$$

Se igualarmos a zero as eqs. (6.14)-(6.19) e resolvermos este sistema de equações, a solução revelará as frequências do quadro 6.1.

Para os mais familiarizados com equações diferenciais podemos dizer que os valores próprios do jacobiano do mesmo sistema são todos reais e negativos (-0,465, -0,475, -0,493, -0,518, -0,566, -0,306) pelo que o equilíbrio das frequências é estável.

## 6.4. Uma Anotação sobre Terminologia

Esta secção é sobretudo dirigida ao leitor menos familiarizado com a terminologia florestal.

Os PJ são explorados através de **cortes de realização**, em que se retira o material que satisfaz um critério de explorabilidade previamente definido. Nós assumiremos como **explorabilidade** uma dimensão mínima de dap. Por exemplo, uma explorabilidade de 35 cm significa que ao se efetuar o corte de realização, se extraem todas as árvores de dap igual ou superior a 35 cm.

O volume extraído num corte de realização denomina-se **possibilidade (PB)**.

O número fixo de anos que decorre entre dois cortes de realização consecutivos denomina-se **rotação (NG)**, que adiante apresentaremos, contemplam rotações de 5, 10, 15 e 20 anos.

Após o corte de realização, o arvoredo deixado no terreno é a existência normal (**EN**). Uma das decisões fulcrais do ordenamento dos PJ é a definição da existência normal e da possibilidade. A existência normal é o conjunto de árvores que vai dar origem à possibilidade. Usando uma imagem comum, diremos que a existência normal é o "capital lenhoso" que, deixado a render pelo período da rotação, vai gerar o "juro lenhoso" incorporado na possibilidade.

O acréscimo médio anual (**AMA**) é igual ao volume da possibilidade (**VP**) dividido pelos anos da rotação (n):

$$AMA = VP/n$$

Representando-se por **VE** o volume da EN, a taxa média percentual anual de crescimento (TC) é o valor que satisfaz a relação seguinte, multiplicado por cem:

$$(1+TC)^n VE = VE+VP$$

De acordo com a nossa perspectiva gradualista, o corte de realização tem aqui o estatuto de quase exclusividade, embora não se elimine totalmente a possibilidade de se realizarem **cortes culturais**, com o propósito de remover as árvores em mau estado sanitário, mortas, ou em bosquetes localizados, de elevada densidade. Os cortes culturais podem, ou não, coincidir com a execução do corte de realização.

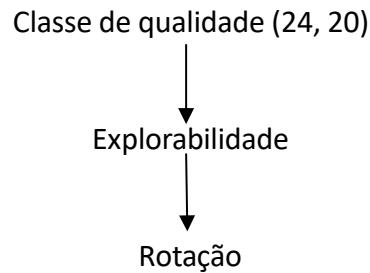
## 6.5. A Gestão dos Pinhais-bravos Jardinados

Vou, agora, propor NG para a condução dos PBJ descritos nos quadros 6.1 e 6.2.

Como medida cautelar contra a eventual degradação do lenho dos fustes, com a idade, as árvores mais idosas constantes das estruturas normativas apresentadas não ultrapassam os 69 anos.

Sendo o Pb uma espécie de luz, importa não ignorar o efeito da densidade do PBJ na regeneração. Muito provavelmente, nos PBJ considerados, homólogos de PPAR de Pb que têm um factor de Wilson de 0,23, a regeneração não deve ser afectada por densidade excessiva.

As normas aqui propostas organizam-se de acordo com a seguinte hierarquia:



Dada esta sistematização, por exemplo, a NG para um PBJ na CQ24, com explorabilidade de 30 cm e rotação de 10 anos, será identificada por: NG:24/30/10

Para cada classe de idade mencionada, a sua estrutura, sempre referida ao hectare, será descrita do seguinte modo: frequência da classe/volume em pé da classe

Para cada NG:

a) As classes de idade da NG serão agrupadas na existência normal (EN) e na possibilidade (PB).

b) Também se indicará informação sobre o AMA, a TC e o volume do auto-desbaste durante a rotação (VAD, m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>).

Vou passar a descrever as NG que elaborámos, para os PBJ descritos nos quadros 6.1 e 6.2.

Classe de qualidade 24

NG:24/31,7/5

EN

I:273/47,065 II:147/62,916 III:103/74,304

PB

IV:41/34,775

VAD=39 AMA=6,955 TC=3,52

NG:24/31,7/10

EN

I:240/41,376 II:129/55,212 III:90/64,926

PB

IV:73/71,007

VAD=74 AMA=7,101 TC=3,71

NG:24/31,7/15

EN

I:223/38,445 II:120/51,360 III:84/60,598

PB

IV:60/58,362 V:25/26,609

VAD=107 AMA=5,633 TC=3,02

NG:24/31,7/20

EN

I:176/30,342 II:95/40,660 III:67/48,334

PB

IV:51/49,608 V:71/82,076  
VAD=120 AMA=6,584 TC=3,79

NG:24/34,2/5  
EN  
I:214/36,894 II:115/49,220 III:81/58,443 IV:66/64,198  
PB  
V:28/29,802  
VAD=34 AMA=5,960 TC=2,70

NG:24/34,2/10  
EN  
I:193/33,273 II:104/44,512 III:73/52,662 IV:59/57,389  
PB  
V:50/57,800  
VAD=64 AMA=5,780 TC=2,72

NG:24/34,2/15  
EN  
I:181/31,204 II:97/41,516 III:68/49,055 IV:56/54,471  
PB  
V:43/49,708 VI:18/21,895  
VAD=92 AMA=4,786 TC=2,30

NG:24/35,6/5  
EN  
I:175/30,170 II:94/40,232 III:66/47,612 IV:53/51,553  
V:48/55,488  
PB  
VI:21/25,544  
VAD=30 AMA=5,109 TC=2,17

Classe de qualidade 20

NG:20/25,4/5  
EN  
I:393/37,924 II:211/50,513 III:148/59,674  
PB  
IV:59/27,945  
VAD=30 AMA=5,589 TC=3,51

NG:20/25,4/10  
EN  
I:343/33,009 II:184/44,050 III:130/52,416  
PB  
IV:104/56,586  
VAD=56 AMA=5,658 TC=3,69

NG:20/25,4/15

EN

I:319/30,783 II:171/40,937 III:121/48,787

PB

IV:85/46,248 V:36/21,433

VAD=79 AMA=4,512 TC=3,01

NG:20/25,4/20

EN

I:253/24,214 II:136/32,558 III:94/37,901

PB

IV:73/39,719 V:102/65,953

VAD=87 AMA=5,284 TC=3,81

NG:20/27,4/5

EN

I:306/29,529 II:164/39,262 III:115/46,368 IV:94/51,145

PB

V:40/23,814

VAD=27 AMA=4,763 TC=2,71

NG:20/27,4/10

EN

I:276/26,634 II:148/35,431 III:104/41,933 IV:85/46,248

PB

V:72/46,555

VAD=51 AMA=4,655 TC=2,73

NG:20/27,4/15

EN

I:260/25,090 II:140/33,516 III:98/39,514 IV:80/43,528

PB

V:61/39,443 VI:26/17,690

VAD=74 AMA=3,809 TC=2,31

NG:20/28,5/5

EN

I:250/24,125 II:134/32,080 III:94/37,901 IV:77/41,896

V:69/44,615

PB

VI:30/20,412

VAD=24 AMA=4,082 TC=2,16

O padrão das TC deve-se ao facto de numa dada idade, as taxas relativas de crescimento serem constantes. As pequenas discrepâncias que se verificam (da ordem de algumas centésimas) devem-se ao processamento numérico.

A análise das NG descritas permite isolar alguns seus aspetos capazes de contribuir para a escolha de uma rotação. Em cada CQ:

a) Na menor explorabilidade, o maior AMA ocorre na rotação de 10 anos e a maior TC na de 20 anos.

b) Na explorabilidade média, o maior AMA verifica-se na rotação de 5 anos e a maior TC na de 10 anos.

c) A maior explorabilidade tem a menor TC.

Na figura 6.3, exibimos a estrutura e dinâmica do número de árvores e volume em pé do PBJ associado à NG:20/25,4/5.

Em Barreto (1996), podem encontrar-se NG para a faia e o pinheiro-da-Córsega. NG para o pinheiro manso inserem-se em Barreto (2000).

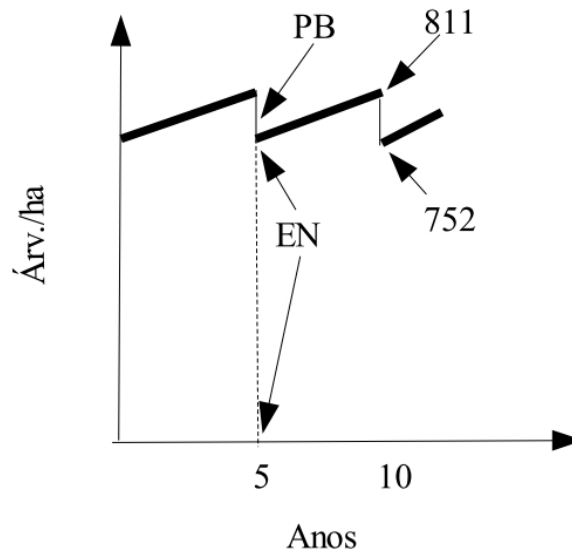


Figura 6.3. Estrutura e dinâmica do número de árvores e volume em pé do PBJ associado à NG:20/25,4/5.

## 6.6. A Escolha de uma Rotação

A escolha de uma rotação é afetada por vários fatores:

- Vocação dominante da floresta (produção ou proteção?);
- Objetivos do proprietário;
- Procura dos produtos lenhosos;
- Preços prevalentes no mercado;
- Estrutura dos custos de exploração.

Apesar desta múltipla dependência da rotação, é possível, genericamente, estabelecer algumas considerações a não serem ignoradas:

- Se for adotada a explorabilidade **económica-social**, em que se pretendem árvores de grandes dimensões, a explorabilidade maior é a selecionada;
- Se se adotar a explorabilidade **absoluta**, em que se pretende o maior AMA, as NG propostas

- indicam que, em cada classe de qualidade, para a explorabilidade de menor dimensão se pratique a rotação de dez anos, e para a explorabilidade de dimensão média a rotação de cinco anos;
- Na situação em que o proprietário procura a maior taxa de capitalização do investimento na existência normal e simultaneamente todo o material lenhoso tiver o mesmo valor líquido médio por  $m^3$ , para a explorabilidade de menor dimensão deve escolher a rotação de 20 anos ( $TC=3,79$ ); para a explorabilidade de dimensão média a rotação de 10 anos ( $TC=2,75$ ). Assume-se aqui que o volume das classes que se mantêm em pé, a EN, representam um capital a render a juro composto com uma taxa igual a TC, durante o período de rotação.

## 6.7. Exemplos de Aplicação das NG

Suponhamos um proprietário florestal com um pinhal jardinado estendendo-se por mil hectares, com densidade homóloga da silvicultura D, numa região de classe de qualidade média ( $SI_{40}=20$ ). Esta informação situa-nos no contexto das NG: 20/.../....

Para o nosso propósito ilustrativo, consideremos cinco eventuais situações.

**S1. Pretende-se a produção de material lenhoso da maior dimensão possível.**

Deve-se aplicar a NG 20/28,5/5. A floresta deve ser dividida em 5 áreas de 200 hectares, cada uma delas explorada de 5 em 5 anos. O corte anual será  $4,082 \times 1000 = 4082 m^3$  (AMA x área).

**S2. Pretende-se adoptar a explorabilidade absoluta.**

Adotamos a NG 20/25,4/10, e consideramos 10 blocos de 100 hectares. O corte anual será de  $5658 m^3$ .

**S3. Pretende-se adotar a maior TC.**

Aplicamos a NG 20/25,4/20 estabelecendo 20 blocos de 50 hectares. O corte anual fixa-se em  $5284 m^3$ .

**S4. Explorar anualmente 100 hectares, obtendo-se anualmente o material de maior dimensão possível.**

Escolher a NG 20/27,4/10 e explorar em cada ano 100 hectares. O corte anual será de  $4655 m^3$ .

**S5. Deseja-se obter anualmente cerca de  $4250 m^3$  da maior dimensão possível.**

Selecionamos a NG 20/27,4/5, estendendo o corte por 200 hectares, em cada ano. A produção anual será de  $4763 m^3$ .

## 6.8. Pinhais-bravos Jardinados para Proteção

No início deste capítulo, enfatizei o papel protetor dos PJ. Até aqui, assumi a atitude de aliar à capacidade protetora a de da produção lenhosa. Nesta secção, apoiando-me em Barreto (2002), vou propor PBJ quase exclusivamente ordenados sob a perspectiva da protecção.

Os povoamentos têm as seguintes características:

- ✓ Ocorrem em CQ 20 e 16;
- ✓ A população está estruturada em classes de 10 anos de amplitude;
- ✓ Como anteriormente, pelas mesmas razões, a amplitude da Classe I vai dos 10 aos 19 anos;
- ✓ As árvores de idade igual e superior aos 80 anos, nas CQ 20 e 16, já atingiram um estado de decrepitude que podem ser ignoradas para efeitos de modelação;

✓ A população dos Pb estrutura-se pois em sete classes de idade, dos 10 aos 79 anos. A matriz de Leslie para este povoamento, de periodicidade de 5 anos, insere-se no quadro 6.4.

A distribuição etária estável, em termos de proporções, é a seguinte:

Classe I: 0,327184; Classe II: 0,18257; Classe III: 0,128589; Classe IV: 0,10406; Classe V: 0,091579; Classe VI: 0,084921; Classe VII: 0,081095.

Ainda recorrendo a Barreto (2002), vou explicar o algoritmo SB-MARPROT.

É sempre relevante conhecer a estrutura estável de um PBJ, para sabermos se a atual estrutura se manterá, ou se trata de uma situação transiente.

Quadro 6.4. Matriz de Leslie dos PBJ para protecção. Periodicidade de 5 anos

0,423	0,2166	0,2734	0,3238	0,3238	0,3238	0,2878
0,3612	0,353	0	0	0	0	0
0	0,4126	0,4145	0	0	0	0
0	0	0,4459	0,4493	0	0	0
0	0	0	0,4667	0,49	0	0
0	0	0	0	0,4797	0,483	0
0	0	0	0	0	0,4876	0,4897

O leitor pode simular estruturas associadas a uma população total de um PBJ para protecção, N, recorrendo ao seguinte procedimento:

1. Multiplicar N pelas proporções das sete classes, atrás inseridas.
2. Estimar os dap médios das classes usando as seguintes equações:

CQ 16

$$y_{11}(i) = \beta_{0i} + \beta_{1i} N \quad (6.20)$$

CQ 20

$$y_{11}(i) = \beta_{0i} + \beta_{1i} N + \beta_{2i} N^2 \quad (6.21)$$

Os valores de  $\beta_{ji}$  inserem-se nos quadros 6.5 e 6.6

Quadro 6.5. Valores das constantes associadas à eq. (6.20)

Classes	$\beta_0$	$\beta_1$	$r^2$
I	13,142441	-0,002336	0,996
II	17,675588	-0,003170	0,997
III	21,079031	-0,003763	0,996
IV	23,459511	-0,004211	0,996
V	24,989659	-0,004463	0,996
VI	25,971085	-0,004628	0,996
VII	26,603604	-0,004761	0,996

Quadro 6.6. Valores das constantes associadas à eq. (6.21)

Classes	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	R <sup>2</sup>
I	14,35566	0,006975	-0,000012	0,998
II	19,18367	0,009919	-0,000016	1,000
III	22,89688	0,011749	-0,000019	0,998
IV	25,48877	0,013014	-0,000021	0,999
V	27,20890	0,013722	-0,000022	0,999
VI	28,21964	0,014593	-0,000023	0,998
VII	29,89545	0,014868	-0,000024	0,998

Recomendo a leitura dos comentários finais da referência que tenho vindo a utilizar (Barreto, 2002).

A variação intra-anual de um pinhal bravo estruturado é abordada e simulada em Barreto (2013: secção 9.6).

## 6.8. Ilustração da Análise e Projeção da Matriz de Leslie

Recorro à biblioteca **popbio**, do software R, para analisar e projetar expeditamente a matriz de Leslie para proteção, com a periodicidade de 10 anos- Eis a listagem que analisa a matriz:

```
> #Pb proteção 10 anos periocidade
>
>
> library(popbio)
>
> L<-matrix(c(0.1981,0.3010,0.3800,0.45,0.45,0.45,0.4,
+ 0.5584, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
+ 0, 0.7042, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
+ 0, 0, 0.8093, 0, 0, 0, 0, 0,
+ 0, 0, 0, 0.8794, 0, 0, 0, 0,
+ 0, 0, 0, 0, 0.9258, 0, 0, 0,
+ 0, 0, 0, 0, 0, 0.9551, 0),nr=7,byrow=TRUE)
> L
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7]
[1,] 0.1981 0.3010 0.3800 0.4500 0.4500 0.4500 0.4
[2,] 0.5584 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0
[3,] 0.0000 0.7042 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0
[4,] 0.0000 0.0000 0.8093 0.0000 0.0000 0.0000 0.0
[5,] 0.0000 0.0000 0.0000 0.8794 0.0000 0.0000 0.0
[6,] 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.9258 0.0000 0.0
[7,] 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 0.9551 0.0
>
> eigen.analysis(L)
$lambda1
[1] 1.00009

$stable.stage
```

```
[1] 0.32725578 0.18272318 0.12866208 0.10411685 0.09155211 0.08475132
0.08093870
```

**\$sensitivities**

```
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 0.2796442 0.15613927 0.10994338 0.08896917 0.07823244 0.07242108
[2,] 0.4016330 0.22425168 0.15790382 0.12778006 0.11235967 0.10401322
[3,] 0.4508609 0.25173807 0.17725799 0.14344198 0.12613152 0.11676205
[4,] 0.4258454 0.23777068 0.16742304 0.13548327 0.11913326 0.11028365
[5,] 0.3411916 0.19050422 0.13414100 0.10855054 0.09545075 0.08836035
[6,] 0.2326446 0.12989706 0.09146527 0.07401618 0.06508397 0.06024932
[7,] 0.1118476 0.06245009 0.04397339 0.03558446 0.03129016 0.02896582
      [,7]
[1,] 0.06916314
[2,] 0.09933408
[3,] 0.11150940
[4,] 0.10532243
[5,] 0.08438537
[6,] 0.05753894
[7,] 0.02766277
```

**\$elasticities**

```
      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]
[1,] 0.05539253 0.04699369 0.04177472 0.04003252 0.03520143 0.03258655
[2,] 0.22425168 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[3,] 0.00000000 0.17725799 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[4,] 0.00000000 0.00000000 0.13548327 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[5,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.09545075 0.00000000 0.00000000
[6,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.06024932 0.00000000
[7,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.02766277
      [,7]
[1,] 0.02766277
[2,] 0.00000000
[3,] 0.00000000
[4,] 0.00000000
[5,] 0.00000000
[6,] 0.00000000
[7,] 0.00000000
```

**\$repro.value**

```
[1] 1.0000000 1.4362286 1.6122662 1.5228115 1.2200916 0.8319307 0.3999640
```

**\$damping.ratio**

```
[1] 1.388493
```

A interpretação da saída é a seguinte:

**lambda1** valor próprio dominante da matriz

**stable.stage** distribuição etária estável em termos proporcionais

**sensitivities** matriz das sensibilidades dos valores próprios

**elasticities** matriz das elasticidades dos valores próprios

**repro.value** valores reprodutivos escalados para o primeiro ser igual a 1

**damping.ratio** razão de amortecimento

Estimemos agora a duração média de uma geração:

```
>
```

```
> generation.time(L)
```

```
[1] 4.459416
```

O tempo médio de uma geração é de 44 anos (4,4 x 10).

Calculemos agora a matriz fundamental.

```
> fundamental.matrix(L)
```

```
$N
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]
[1,]	1.2470383	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000	0
[2,]	0.6963462	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000	0
[3,]	0.4903670	0.7042000	1.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000	0
[4,]	0.3968540	0.5699091	0.8093000	1.0000000	0.0000000	0.0000	0
[5,]	0.3489934	0.5011780	0.7116984	0.8794000	1.0000000	0.0000	0
[6,]	0.3230981	0.4639906	0.6588904	0.8141485	0.9258000	1.0000	0
[7,]	0.3085910	0.4431574	0.6293062	0.7775933	0.8842316	0.9551	1

```
$var
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]
[1,]	0.3080662	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0
[2,]	0.2114482	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0
[3,]	0.2499072	0.2083024	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0
[4,]	0.2393609	0.2451127	0.1543335	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0
[5,]	0.2271970	0.2499986	0.2051838	0.1060556	0.0000000	0.0000000	0
[6,]	0.2187057	0.2487033	0.2247538	0.1513107	0.06869436	0.0000000	0
[7,]	0.2133626	0.2467689	0.2332799	0.1729420	0.10236609	0.04288399	0

```
$cv
```

	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,5]	[,6]	[,7]
[1,]	0.4450843	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
[2,]	0.6603539	0.0000000	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
[3,]	1.0194553	0.6481135	0.0000000	NaN	NaN	NaN	NaN
[4,]	1.2328091	0.8687151	0.4854233	0.0000000	NaN	NaN	NaN
[5,]	1.3657905	0.9976467	0.6364664	0.3703228	0.0000000	NaN	NaN
[6,]	1.4474237	1.0748097	0.7195159	0.4777836	0.2831023	0.0000000	NaN
[7,]	1.4968418	1.1209524	0.7674969	0.5348078	0.3618362	0.2168197	0

```
$meaneta
```

```
[1] 3.811288 3.682435 3.809195 3.471142 2.810032 1.955100 1.000000
```

```
$vareta
```

```
[1] 6.62974463 4.96071029 2.75241403 1.10327016 0.30228042 0.04288399
0.00000000
```

A interpretação da saída é a seguinte:

**N** matriz fundamental ou dos tempos médios passados em cada classe referido a 10 anos

**var** variância do tempo passado em cada classe

**cv** coeficiente de variação

**meaneta** tempo médio de sobrevivência (ou até à morte) referido a 10 anos

**vareta** variância do tempo de sobrevivência

Vamos agora projetar um povoamento que só tem 1000 árvores da classe I, para os próximos 200 anos (20 x 10).

```
n<-c(1000,0,0,0,0,0,0)
```

```
p<-pop.projection(L,n, 20)
```

```
M<-t(p$stage.vectors)
```

```
matplot(M, type='l', lwd=2, main='Pinhal bravo para proteção, periodicidade  
de 10 anos', xlab='Anos', ylab='Árvores/classe')  
legend('topright', legend=c('Cla 1', 'Cl 2', 'Cl 3', 'Cl 4', 'Cla 5', 'Cl  
6', 'Cl 7'), lty=1:3, col=1:7, bty='n')
```

Obtemos o gráfico da figura 6.4.

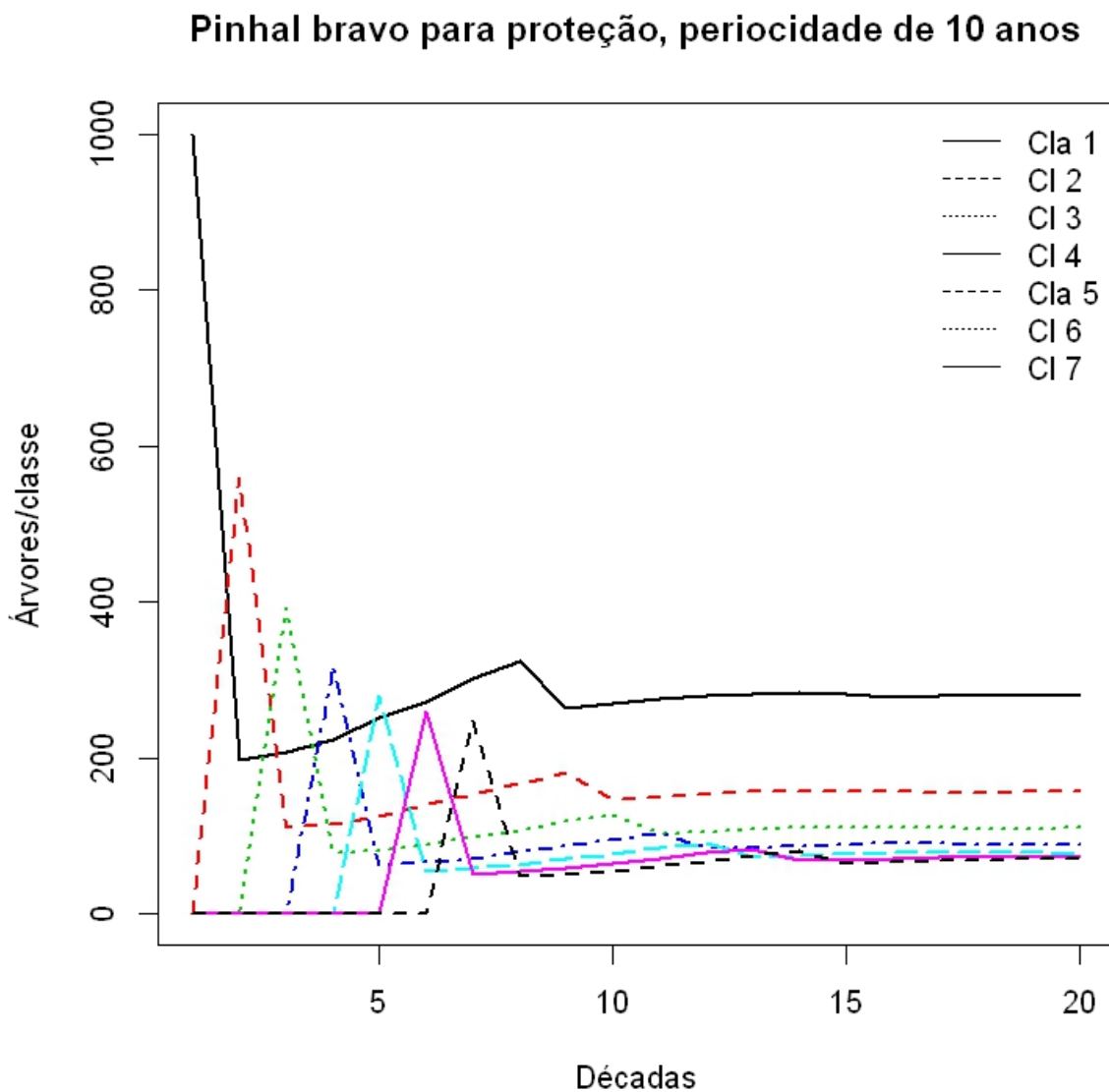


Figura 6.4. Projeção da matriz de proteção com periodicidade de 10 anos, por 20 períodos (200 anos)

## 6.9. Simuladores em Scilab e R

Vou apresentar listagens, em Scilab, de vários simuladores para apoiar a silvicultura jardinada do Pb, Serão apresentadas as seguintes listagens:

Simulador **PJPBgeralCD**. Introduzidas a densidade, dap médio, altura média e volume em pé, aos 10 anos, de um pinhal-bravo regular, dá uma tabela com a descrição de seis classes de idade, do povoamento jardinado homólogo. Este programa cria uma tabela com dados sobre as classes de idade, de onze anos, estando presentes árvores dos 10 aos 75 anos.. As suas colunas, da esquerda para a direita são: número de árvores em cada classe, dap médio das classes (cm), altura média (m), volume em pé ( $m^3$ ), volume da árvore média da classe ( $m^3$ ), área basal da classe, área ocupada pela árvore média da classe, área ocupada pela classe.

```
clear
//Programa PJPBgeralCD
//Este programa gera a estrutura de um PJ de Pb
//simétrica de um PB regular cuja estrutura aos 10 anos é conhecida
//O caso ilustrado é de SI40=24, Fw=0,23
//+++++ Dados a introduzir +++++
N=1353;//densidade
d0=15.37;//dap médio
h0=11.12;// altura média
V0=134;//volume em pé
//+++++
p=N/65/6.018;d=d0/0.4076;VF=V0/65/0.4076;h=h0/0.4076;arv=10000/N/0.1661;
t=10:1:75;
F=[p*6.018^exp(-0.05*(t-10))];
D=[d*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
H=[h*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
V=[VF*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
ARV=[arv*0.1661^exp(-0.05*(t-10))];
f1=F(1,1:11);f2=F(1,12:22);f3=F(1,23:33);f4=F(1,34:44);
f5=F(1,45:55);f6=F(1,56:66);
F2=[sum(f1) sum(f2) sum(f3) sum(f4) sum(f5) sum(f6)];
//dap médio das classes
d1=D(1,1:11);d2=D(1,12:22);d3=D(1,23:33);d4=D(1,34:44);
d5=D(1,45:55);d6=D(1,56:66);
dm1=sum(f1.*d1)/sum(f1);dm2=sum(f2.*d2)/sum(f2);dm3=sum(f3.*d3)/sum(f3);
dm4=sum(f4.*d4)/sum(f4);dm5=sum(f5.*d5)/sum(f5);dm6=sum(f6.*d6)/sum(f6);
D2=[dm1 dm2 dm3 dm4 dm5 dm6];
//alturas médias das classes
h1=H(1,1:11);h2=H(1,12:22);h3=H(1,23:33);h4=H(1,34:44);
h5=H(1,45:55);h6=H(1,56:66);
hm1=sum(f1.*h1)/sum(f1);hm2=sum(f2.*h2)/sum(f2);hm3=sum(f3.*h3)/sum(f3);hm
4=sum(f4.*h4)/sum(f4);
hm5=sum(f5.*h5)/sum(f5);hm6=sum(f6.*h6)/sum(f6);
H2=[hm1 hm2 hm3 hm4 hm5 hm6];
//área média ocupada por árvore
A1=ARV(1,1:11);A2=ARV(1,12:22);A3=ARV(1,23:33);
A4=ARV(1,34:44);A5=ARV(1,45:55);A6=ARV(1,56:66);
Am1=sum(f1.*A1)/sum(f1);Am2=sum(f2.*A2)/sum(f2);Am3=sum(f3.*A3)/sum(f3);Am
4=sum(f4.*A4)/sum(f4);
Am5=sum(f5.*A5)/sum(f5);Am6=sum(f6.*A6)/sum(f6);
TA2=[Am1 Am2 Am3 Am4 Am5 Am6];
F3=[sum(f1) sum(f2) sum(f3) sum(f4) sum(f5) sum(f6)];
TA3=F3.*TA2;
//volumes em pé das classes
V1=V(1,1:11);V2=V(1,12:22);V3=V(1,23:33);V4=V(1,34:44);
V5=V(1,45:55);V6=V(1,56:66);
TV1=sum(V1);TV2=sum(V2);TV3=sum(V3);TV4=sum(V4);
TV5=sum(V5);TV6=sum(V6);
```

```

VC=[TV1 TV2 TV3 TV4 TV5 TV6 ];// Volume total das classes
//volume das arvores médias
v=VC./F2;
//áreas basais da classes
D3=1/200*[dm1 dm2 dm3 dm4 dm5 dm6];
ab=3.14159*D3.*D3;
//área basal das 6 classes >10 anos AB
AB=[F3.*ab];
//Área ocupada pela árvore média dae cada classe TA2 (Av)
//área ocupada por todas as árvores de cada classe TA3 (Acl)
disp('trees/a dap h V v AB Av Acl');
format(6)
disp([int(F2);D2;H2;VC;v;AB;TA2;TA3]')

--> exec('D:\Apollo_D\3pbproj\jardinados\PJPBgeralCD.sci', -1)

"trees/a dap h V v AB Av Acl"

160.  18.23  13.19  27.59  0.172  4.195  10.53  1692.
86.   24.91  18.02  37.06  0.427  4.231  19.5   1693.
61.   29.73  21.51  43.99  0.72   4.243  27.7   1693.
49.   32.89  23.8   48.58  0.972  4.247  33.87  1693.
44.   34.86  25.22  51.44  1.155  4.248  38.03  1693.
41.   36.04  26.07  53.18  1.277  4.249  40.64  1693.

```

**Simulador PJPBdinâmica.** Estabelece os parâmetros da dinâmica de um pinhal-bravo jardinado (permanência, transição, mortalidade) para a periodicidade de 5 anos, com a estrutura semelhante à utilizada no simulador Simulador **PJPBgeralCD**. A coluna mais à direita da tabela produzida é a primeira idade das classes. Eis a listagem:

```

//Programa PJPBdinâmica
// Parâmetros da dinâmica do pinhal bravo
//a=número de anos em cada classe
//h=periodicidade de projecção;
//w+10=longevidade da espécie assumida
//Parâmetros da eq. de Gompertz
//10 anos de idade escalonada para os 0 anos
//para simplificar a escrita das equações
//Exemplo usado é de um pinhal regular na SI40=24 e Fw=0.23
clear
//Meter o número de árvore por hectare do seu pinhal regular
//*****
p0=1353;
//*****
R = 6.018; c = 0.05;
a=11;b=a-1;h=5;w=65;
//número inicial de indivíduos para fins de simulação
n0 = p0/w;
//Valor final da densidade
f = n0/R;
//criar um numerador para as classes
num = 1;
disp(" Classe Freqüência permanência transição mortalidade Idade inicial")
for j = 0:a:w //ciclo para cada classe
    t = 0; //variável para criar um somatório

```

```

m = 1; //variável para criar um produto
for i = j:1:j+b //ciclo para cada ano da classe
  g = exp(-c * i); //cálculo da exponencial
  p = f * R ^ g; //cálculo da densidade do ano
  t = t + p; //acumular as densidades
  //criar produto das taxas de mortalidade
  m = c * log(R) * g * m;
end
gg = exp(-c * (j+a));
//número de árvores na primeira idade da classe seguinte
q = f * R ^ gg;
//multiplicar a média anual geométrica pelo número de anos da
periodicidade
m = h * m^(1/a) ;
//calcular a fracção anual das que transitam pela periodicidade
tr = h * q / t;
//subtrair á unidade a taxa de mortalidade e a fracção
//que transita para obter a fracção das que permanecem
pr = 1 - m - tr;

disp([num,int(t),pr,tr,m,j+10])
num = num + 1;
end

```

```
--> exec('D:\Apollo_D\3pbproj\jardinados\Pb6clas51.sci', -1)
```

```
" Classe Freqüência permanência transição mortalidade Idade inicial"
```

```

1. 160. 0.347369 0.3031918 0.3494391 10.
2. 86. 0.436326 0.3620651 0.2016088 21.
3. 61. 0.4842275 0.3994543 0.1163182 32.
4. 49. 0.5107091 0.4221812 0.0671098 43.
5. 44. 0.5256012 0.4356798 0.038719 54.
6. 41. 0.5340645 0.4435966 0.0223389 65.

```

Apresentemos agora dois simuladores em linguagem R. Começemos com uma listagem para estimar os parâmetros da dinâmica de um PBJ (permanência, transição e mortalidade).

```

> # Parâmetros da dinâmica do pinhal bravo
> #a<-número de anos em cada classe
> #h<-periodicidade de projecção;
> #Parâmetros da eq. de Gompertz
> #10 anos de idade escalonada para os 0 anos
> #para simplificar a escrita das equações
> #árvore mais idosa tem 79 anos (69=79-10)
>
> r<-6.019;c<-0.05
> a<-10;b<-a-1;h<-5;w<-69
> #número inicial de indivíduos para fins de simulação
> n0<- 1943/w;
> #Valor final da densidade

```

```

> f<-n0/r;
> #anos em cada classe
> t1<--10:-1;t2<-0:9;t3<-10:19;t4<-20:29;t5<-30:39;t6<-40:49;t7<-50:59;t8<-
60:69
>
> #mortalidades médias para periodicidade a
> m1<-h*(prod(c*log(r)*exp(-c*t1)))^(1/a);m2<-h*(prod(c*log(r)*exp(-
c*t2)))^(1/a)
> m3<-h*(prod(c*log(r)*exp(-c*t3)))^(1/a);m4<-h*(prod(c*log(r)*exp(-
c*t4)))^(1/a)
> m5<-h*(prod(c*log(r)*exp(-c*t5)))^(1/a);m6<-h*(prod(c*log(r)*exp(-
c*t6)))^(1/a)
> m7<-h*(prod(c*log(r)*exp(-c*t7)))^(1/a);m8<-h*(prod(c*log(r)*exp(-
c*t8)))^(1/a)
> M<-c(m1,m2,m3,m4,m5,m6,m7,m8)
> M
[1] 0.59076718 0.35831841 0.21733110 0.13181798 0.07995164 0.04849312
0.02941257
[8] 0.01783962
>
> #frequências das classes
> f1<-sum(f*r^exp(-c*t1));f2<-sum(f*r^exp(-c*t2));f3<-sum(f*r^exp(-c*t3))
> f4<-sum(f*r^exp(-c*t4));f5<-sum(f*r^exp(-c*t5));f6<-sum(f*r^exp(-c*t6))
> f7<-sum(f*r^exp(-c*t7));f8<-sum(f*r^exp(-c*t8))
> F<-floor(c(f1,f2,f3,f4,f5,f6,f7,f8))
> F
[1] 540 203 113 79 64 56 52 50
>
> #frequências da primeira idade da classe seguinte/f*h=fração transita
> t21<-t2[1];t31<-t3[1];t41<-t4[1];t51<-t5[1];t61<-t6[1];t71<-t7[1];t81<-
t8[1];t9<-70
> ft1<-h*(f*r^exp(-c*t21))/f1;ft2<-h*(f*r^exp(-c*t31))/f2;ft3<-h*(f*r^exp(-
c*t41))/f3
> ft4<-h*(f*r^exp(-c*t51))/f4;ft5<-h*(f*r^exp(-c*t61))/f5;ft6<-h*(f*r^exp(-
c*t71))/f6
> ft7<-h*(f*r^exp(-c*t81))/f7;ft8<-h*(f*r^exp(-c*t9))/f8
> T<-c(ft1,ft2,ft3,ft4,ft5,ft6,ft7,ft8)
> T
[1] 0.2606252 0.3415518 0.3988729 0.4367927 0.4609710 0.4760726 0.4853933
[8] 0.4911060
>
> #Fração que permanece na classe
> p1<-1-m1-ft1;p2<-1-m2-ft2;p3<-1-m3-ft3;p4<-1-m4-ft4;p5<-1-m5-ft5
> p6<-1-m6-ft6;p7<-1-m7-ft7;p8<-1-m8-ft8
> P<-c(p1,p2,p3,p4,p5,p6,p7,p8)
> P
[1] 0.1486076 0.3001298 0.3837960 0.4313893 0.4590774 0.4754343 0.4851941
[8] 0.4910544
>
> C1<-floor(c(1:8));idin<-c(10,20,30,40,50,60,70,80)
> resumo<-cbind(C1,F,P,T,M,idin)
> resumo
      C1  F      P      T      M idin
[1,]  1 540 0.1486076 0.2606252 0.59076718 10
[2,]  2 203 0.3001298 0.3415518 0.35831841 20
[3,]  3 113 0.3837960 0.3988729 0.21733110 30
[4,]  4  79 0.4313893 0.4367927 0.13181798 40
[5,]  5  64 0.4590774 0.4609710 0.07995164 50

```

```
[6,] 6 56 0.4754343 0.4760726 0.04849312 60
[7,] 7 52 0.4851941 0.4853933 0.02941257 70
[8,] 8 50 0.4910544 0.4911060 0.01783962 80
```

As colunas da tabela de saída, da esquerda para a direita, referem-se a número da classe, frequência (nº de árvores, F), fração que permanece (P), que transita (T), morre (M) e a idade inicial de cada classe.

Agora, a versão em R do programa **PJPBgeralCD**, aplicado a um PB na classe de qualidade 20, mantendo Fw=0,23. Eis a listagem:

```
> ##Programa PJPBgeralCD
> ##Este programa gera a estrutura de um PJ de Pb
> ##simétrica de um PB regular cuja estrutura aos 10 anos é conhecida
> ##O caso ilustrado é de SI40=20, Fw=0,23
> ##+++++ Dados a introduzir +++++
> N=1906;##densidade
> d0=12.2;##dap médio
> h0=9.1;## altura média
> V0=125;##volume em pé
> ##+++++
> p=N/65/6.018;d=d0/0.4076;VF=V0/65/0.4076;h=h0/0.4076;arv=10000/N/0.1661;
> t=seq(10,75,by=1);
> F=p*6.018^exp(-0.05*(t-10));
> D=d*0.4076^exp(-0.05*(t-10));
> H=h*0.4076^exp(-0.05*(t-10));
> V=VF*0.4076^exp(-0.05*(t-10));
> ARV=arv*0.1661^exp(-0.05*(t-10));
> f1=c(F[1:11]);f2=c(F[12:22]);f3=c(F[23:33]);f4=c(F[34:44]);
> f5=c(F[45:55]);f6=c(F[56:66]);
> F2=c(sum(f1), sum(f2), sum(f3), sum(f4), sum(f5), sum(f6));
>
> ##dap médio das classes
> d1=c(D[1:11]);d2=c(D[12:22]);d3=c(D[23:33]);d4=c(D[34:44]);
> d5=c(D[45:55]);d6=c(D[56:66]);
> dm1=sum(f1*d1)/sum(f1);dm2=sum(f2*d2)/sum(f2);dm3=sum(f3*d3)/sum(f3);
> dm4=sum(f4*d4)/sum(f4);dm5=sum(f5*d5)/sum(f5);dm6=sum(f6*d6)/sum(f6);
> D2=c(dm1, dm2, dm3, dm4, dm5, dm6);
>
> ##alturas médias das classes
> h1=c(H[1:11]);h2=c(H[12:22]);h3=c(H[23:33]);h4=c(H[34:44]);
> h5=c(H[45:55]);h6=c(H[56:66]);
> hm1=sum(f1*h1)/sum(f1);hm2=sum(f2*h2)/sum(f2);hm3=sum(f3*h3)/sum(f3);
> hm4=sum(f4*h4)/sum(f4);hm5=sum(f5*h5)/sum(f5);hm6=sum(f6*h6)/sum(f6);
> H2=c(hm1, hm2, hm3, hm4, hm5, hm6);
>
> ##área média ocupada por árvore
> A1=c(ARV[1:11]);A2=c(ARV[12:22]);A3=c(ARV[23:33]);A4=c(ARV[34:44]);
> A5=c(ARV[45:55]);A6=c(ARV[56:66]);
> Am1=sum(f1*A1)/sum(f1);Am2=sum(f2*A2)/sum(f2);Am3=sum(f3*A3)/sum(f3);
> Am4=sum(f4*A4)/sum(f4);Am5=sum(f5*A5)/sum(f5);Am6=sum(f6*A6)/sum(f6);
> TA2=c(Am1, Am2, Am3, Am4, Am5, Am6);
> TA3=F2*TA2;
>
> ##volumes em pé das classes
> V1=c(V[1:11]);V2=c(V[12:22]);V3=c(V[23:33]);V4=c(V[34:44]);
```

```

> V5=c(V[45:55]);V6=c(V[56:66]);
> TV1=sum(V1);TV2=sum(V2);TV3=sum(V3);TV4=sum(V4);
> TV5=sum(V5);TV6=sum(V6);
> VC=c(TV1,TV2,TV3,TV4,TV5,TV6);## Volume total das classes
>
> ##volume das arvores médias
> v=VC/F2;
>
> ##áreas basais da classes
> D3=1/200*D2;
> ab=3.14159*D3*D3;
> ##área basal das 6 classes >10 anos AB
> AB=c(F2*ab);
> ##Área ocupada pela árvore média dae cada classe TA2 (Av)
> ##área ocupada por todas as árvores de cada classe TA3 (Acl)
> print('trees/a dap h V v AB Av Acl');
[1] "trees/a dap h V v AB Av Acl"
> tab=cbind(F2,D2,H2,VC,v,AB,TA2,TA3);
> print(round(tab, 5))

```

	F2	D2	H2	VC	v	AB	TA2	TA3
[1,]	226.31570	14.47357	10.79586	25.73237	0.11370	3.72353	7.47829	1692.455
[2,]	122.29191	19.77313	14.74881	34.57174	0.28270	3.75524	13.84136	1692.686
[3,]	86.09025	23.59999	17.60327	41.03396	0.47664	3.76589	19.66332	1692.820
[4,]	70.40350	26.10943	19.47507	45.31340	0.64362	3.76946	24.04564	1692.897
[5,]	62.71749	27.66748	20.63722	47.98794	0.76514	3.77066	26.99313	1692.941
[6,]	58.67969	28.60512	21.33660	49.60409	0.84534	3.77107	28.85099	1692.967

## Bibliografia

Barreto, L. S., 1979. *Modelos Matriciais em Ecologia*. Série Estudos, n.º 10, Direcção Geral do Fomento Florestal, Lisboa.

Barreto, L. S., 1995a. *Povoamentos Jardinados. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa. Entreguei um exemplar deste livro na Biblioteca do então Departamento de Engenharia Florestal, e outro na Biblioteca do Instituto Superior de Agronomia (BISA).

Barreto, L. S., 1995b. The fractal nature of the geometry of self-thinned pure stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-52.

Barreto, L. S., 1996. Modelling and managing uneven-aged pure forests of Corsican pine and beech. *Silva Lusitana*, 4(2):185-198.

Barreto, L. S., 2000. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.

Barreto, L. S., 2002. *Uneven-aged Stands of Pinus pinaster Ait. for Protection*. Research Paper SB-01/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.5/18275>.

Barreto, L. S., 2013. *Ecologia Teórica. Uma outra Explicação. I. Populações Isoladas*. <http://hdl.handle.net/10400.5/14231>.

Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

Burel, A., 1888. *Étude sur la Constitution Normal des Forêts Jardinées*. Paris. Referido por Patronne (1944:99).

Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

Patronne, G., 1944. *Lezioni de Assestamento Florestale*. Tipografia Mariano Rici, Firenze.

Perona, V., 1885. Di alcuni metodi per determinar ela ripresa dei boschi de taglio saltuario. *Ecco dei Campi e dei Boschi*, pp. 5 e seguintes. Mentioned in Patronne (1944:99).

Puton, A., 1890. *Traité d'Économie Forestière (Aménagement)*. Paris, page 201, and next. Mentioned in Patronne (1944:99).

## 7

**A BIOMASSA DO PINHAL-BRAVO****6.1 Introdução**

Os estudos da biomassa de populações e comunidades são de grande interesse ecológico, pois, de uma maneira mais ou menos directa, relacionam-se com muitos dos aspectos funcionais destes subsistemas. No caso das florestas, são ainda relevantes para a construção de modelos de combustível e de propagação do fogo, para além do facto de alguns aproveitamentos da floresta requererem a quantificação da biomassa.

Depois do exposto nos capítulos 1 e 2, desde que se conheçam as biomassas das componentes de um PB, numa dada idade, é possível projectá-las recorrendo a equações de Golpearia, e utilizar os valores assim estimados para ajustar equações alométricas (eq. (1.19)), cujos expoentes podem ser previstos, sendo os valores das constantes não previamente conhecidos.

A questão reside, pois, em obter um valor inicial das biomassa do PBR. Estes valores podem ser provenientes de medições directas, na floresta, feita de acordo com procedimentos recomendados, ou obtê-las por estimativa indirecta, a partir de VAF facilmente medidas (e. g., o dap).

Vou aqui propor alguns métodos a utilizar, para este efeito.

As unidades de biomassa que utilizaremos são o quilograma (kg) para a árvore, e o Megagrama (Mg=1 tonelada) para o povoamento. Referem-se sempre a matéria seca, como é usual.

Todas as minhas elaborações no domínio da biomassa do Pb, neste livro, têm como base um artigo de Lemoine *et al.* (1986). Abordei, anteriormente, a biomassa do Pb em Barreto (1981, 1985, 1991a,b, 1994a,b).

**6.2. Método I para Estimação Indireta das Biomassas do PBR**

Expus este procedimento em Barreto (1995). Estima a biomassa em Mg ha<sup>-1</sup>. Este procedimento recorre a dois tipos de relações alométricas. Para as biomassas das copas recorre ao valor do volume em pé final ( $y_{13f}$ ) para as estimar, visto estas biomassas serem constantes. Para as biomassas do fuste e da raiz utiliza o dap ( $y_{11t}$ ) como variável independente.

As equações a utilizar são as seguintes:

Copa

$$\text{Agulhas: } y_{01} = 0,7851 y_{13f}^{0,87848} \quad (r^2 = 0,892) \quad (6.1)$$

$$\text{Ramos vivos: } y_{02} = 0,14369 y_{13f}^{0,87890} \quad (r^2 = 0,893) \quad (6.2)$$

$$\text{Ramos mortos: } y_{03} = 0,04001 y_{13f}^{0,85503} \quad (r^2 = 0,898) \quad (6.3)$$

Tronco

$$\text{Madeira: } y_{14t} = 0,42029 y_{11t}^{0,98692} \quad (r^2 = 0,993) \quad (6.4)$$

$$\text{Casca: } y_{15t} = 0,07690 y_{11t}^{0,97310} \quad (r^2 = 0,999) \quad (6.5)$$

$$\text{Raiz} \\ y_{17t} = 0,17600 y_{11t}^{0,93056} \quad (r^2 = 0,989) \quad (6.6)$$

Como habitualmente, o volume em pé é expresso em  $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$  e o dap em cm, sendo as biomassas  $\text{Mg ha}^{-1}$ .

### 6.3. Método II para Estimação Indireta das Biomassas do PBR

Descrevo agora o segundo procedimento. Só recorre ao dap como variável independente, e recorre às seguintes equações:

$$\text{Copa} \\ \text{Agulhas: } y_{01} = \beta_{001} y_{11f} \quad (6.7)$$

$$\text{Ramos vivos: } y_{02} = \beta_{002} y_{11f} \quad (6.8)$$

$$\text{Ramos mortos: } y_{03} = \beta_{003} y_{11f} \quad (6.9)$$

$$\text{Tronco} \\ \text{Madeira: } y_{14t} = \beta_{014} y_{11t} \quad (6.10)$$

$$\text{Casca: } y_{15t} = \beta_{015} y_{11t} \quad (6.11)$$

$$\text{Raiz} \\ y_{17t} = \beta_{017} y_{11t}^{0,903} \quad (6.12)$$

Os valores das constantes das equações anteriores, para PBR com  $F \geq 0,21$  e  $F < 0,23$ , inserem-se no quadro 6.1. As unidades são as mesmas da secção anterior.

Quadro 6.1. Constantes das equações (6.7) a (6.12)

Fw	$\beta_{001}$	$\beta_{002}$	$\beta_{003}$	$\beta_{014}$	$\beta_{015}$	$\beta_{017}$
Fw < 0,21	0,42506	0,78049	0,18941	4,40927	0,74570	1,86209
Fw > 0,21	0,35173	0,64573	0,15746	3,39222	0,58483	1,44462

### 6.4. Método Para Estimação Indireta das Biomassas da Árvore de Pb

Este método o recorre à relação alométrica seguinte (eq. (1.19)):

$$y_{ijt} = \beta_{0ij} y_{11t}^{\beta_{1ij}} \quad (6.13)$$

Os valores de  $\beta_{0ij}$  e  $\beta_{1ij}$  são dados pelas seguintes equações em que a variável independente é a densidade aos 10 anos ( $R^2 > 0,970$ ):

Agulhas:

$$\beta_{021} = (-30,760406 + 0,58157013 \times y_{1110} - 2,50380386E-04 \times y_{1110}^2 + 3,07544565E-08 \times y_{1110}^3) / 10000$$

$$\beta_{121} = 2,013$$

Ramos vivos

$$\beta_{022} = (-59,521553 + 1,068209 \times y_{1110} - 4,5891371E-04 \times y_{1110}^2 + 5,62875901E-08 \times y_{1110}^3) / 10000$$

$$\beta_{122} = 2,013$$

Ramos mortos

$$\beta_{023} = (-17,410039 + 0,262031 \times y_{1110} - 1,1243324E-04 \times y_{1110}^2 + 1,38169184E-08 \times y_{1110}^3) / 10000$$

$$\beta_{123} = 2,013$$

Madeira do tronco

$$\beta_{032} = 0,0106954395 - 1,7137397E-06 \times y_{1110} + 1,24478887E-09 \times y_{1110}^2 - 1,61411191E-13 \times y_{1110}^3$$

$$\beta_{132} = 3,013$$

Casca do tronco

$$\beta_{033} = 0,00140314721 + 1,64055766E-07 \times y_{1110} + 6,2215863E-11 \times y_{1110}^2 - 1,19820809E-14 \times y_{1110}^3$$

$$\beta_{133} = 3,013$$

Raíz

$$\beta_{035} = (50,9542233 - 0,011073713 \times y_{1110} + 5,93639447E-06 \times y_{1110}^2 - 7,04139482E-10 \times y_{1110}^3) / 10000$$

$$\beta_{135} = 2,911$$

**Exemplo 6.1.** Vou ilustrar a aplicação do material introduzido, até agora. Suponhamos, um PPAR 24/0,19, que aos 10 anos tem 1943 ha<sup>-1</sup>, e um diâmetro médio de 14,31 cm (quadro 3.3). Os métodos I e II conduzem-nos aos valores do quadro E6.1.

Quadro E6.1. Biomassas do PPAR 24/0,19, estimadas com os Métodos I e II. Mg ha<sup>-1</sup>

Método	Y <sub>0110</sub>	Y <sub>0210</sub>	Y <sub>0310</sub>	Y <sub>1410</sub>	Y <sub>1510</sub>	Y <sub>1710</sub>
I	15,5	28,4	6,8	65,6	11,2	20,6
II	14,9	27,4	6,6	63,1	10,7	26,6

As projecções dos valores iniciais, aos 10 anos, obtêm-se facilmente recorrendo às particularizações da EGP:

$$Y_{ijt} = Y_{ij10} R_i^{(E-1)} \tag{E6.1.1}$$

Sendo  $E = \exp(-0,05(t-10))$ , como já se sabe.

**Exemplo 6.2.** Ilustro agora a aplicação do algoritmo para obter a biomassa da árvore (secção 6.4), ao mesmo povoamento. Obtenho os valores inseridos no quadro E6.2.

Quadro E6.2. Aplicação do método da secção 6.4, ao PPAR 24,0,19, aos 10 anos. kg árvore<sup>-1</sup>

Método	Y <sub>2110</sub>	Y <sub>2210</sub>	Y <sub>2310</sub>	Y <sub>3210</sub>	Y <sub>3310</sub>	Y <sub>3510</sub>
Da árvore	8,0	15,4	3,5	33,2	5,7	10,8

Estes valores multiplicados por 1943 dão as biomassas do PPAR, que se exibem no quadro E6.3.

Quadro E6.3. Biomassas do PPAR 24/0,19, aos 10 anos, estimadas a partir da árvore média do quadro E6.2. Mg ha<sup>-1</sup>

Método	Y <sub>0110</sub>	Y <sub>0210</sub>	Y <sub>0310</sub>	Y <sub>1410</sub>	Y <sub>1510</sub>	Y <sub>1710</sub>
Árvore média	15,5	29,9	6,7	64,4	11,1	21,1

Os valores dos quadros E6.1 e E6.3 são consistentes. Revelam diferenças, pequenas mas aceitáveis, devido ao processamento numérico dos dados iniciais (simulados) para estabelecer os respectivos logaritmos.

Nas figuras 6.1 e 6.2, ilustro as projecções das biomassas da árvore média e do PPAR 24/0,19.

Como para o volume em pé, existe uma simetria tempo-espaço entre os PPAR e os PPAI. Servi-me desta simetria na elaboração de alguns dos simuladores propostos no capítulo 5.

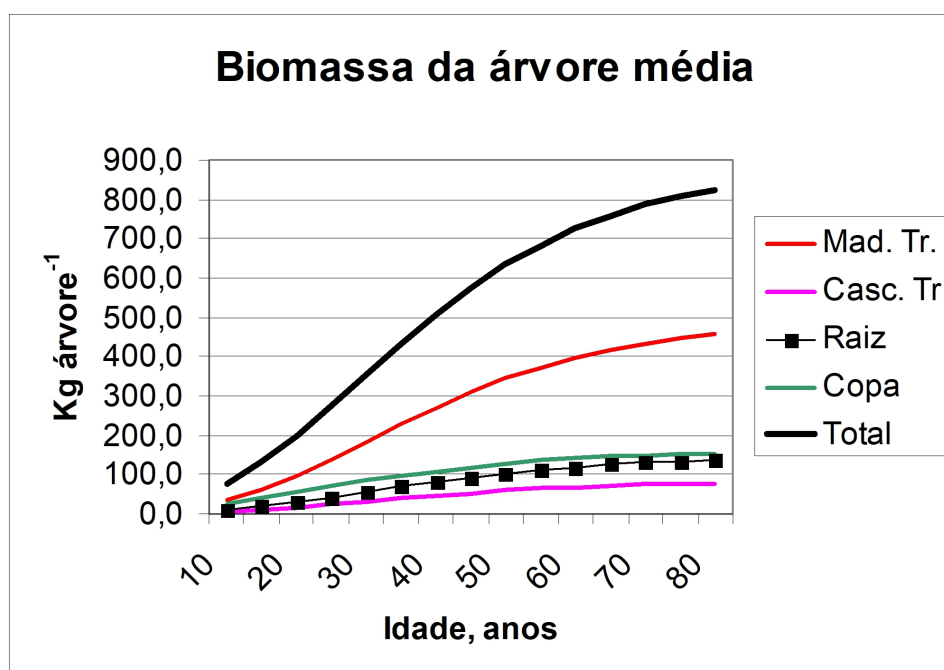


Figura 6.1. Projecção da árvore do quadro E6.2.

## 6.5. Simuladores Associados a este Capítulo

Simulador **BIOMACIC**. A entrada deste simulador, escrito em Scilab, é a idade dos dados, densidade e dap médio. Fornece duas tabelas de biomassas: uma da árvore média e outra do povoamento. Estabelece igualmente os ciclos intra-sistema (armazenamento, absorvido e restituído) de seis nutrientes: N, P, K, Ca, Mg, Na.

```

// Programa BIOMACIC
// Cacula tabelas de biomassas da árvore média (kg/árv.)
// e do povoamento (Mg/ha)
// Estabelece os ciclos biogeoquímicos intra-sistema
// de N, P, K, Ca, Mg, Na

clear
////////// Entrada de dados //////////
// Alterar estes valores com os seus dados
A9=10;//Entrada da idade
B9=1353//Número de árvores
C9=15//Dap médio
////////////////////////////////////

////////// Parâmetros característicos da espécie //////////

R2=6.018;R1=0.4076;
c=0.05;

//VALORES FINAIS
E9=exp(-0.05*(A9-10));
F9=B9/(6.018^E9);
G9=C9/0.4076^E9;
H9=F9*6.018;

//BIOMASSAS
A13=(-30.760406+0.58157*H9-0.0002503804*H9^2+0.00000003*H9^3)/10000;
B13=(-59.521553+1.068209*H9-0.0004589137*H9^2+0.00000006*H9^3)/10000;
C13=(-17.410039+0.262031*H9-0.000112433*H9^2+0.000000013*H9^3)/10000;
D13=(0.010695-0.00000171374*H9+0.0000000124479*H9^2-
0.00000000000016141*H9^3);
E13=(0.001403147+0.000000164*H9+0.0000000006221*H9^2-
0.00000000000001198*H9^3);
F13=(50.954223-0.011074*H9+0.0000059364*H9^2-
0.000000000704139*H9^3)/10000;

T=10:5:80;
to=T-10;

//***** PROJECÇÃO ARVORE KG/ÁRVORE
N=F9*R2^exp(-(c*to));
N=int(N)
d=G9*R1^exp(-(c*to));
h=H9*R1^exp(-(c*to));

AGU1=A13.*d^2.013;
RVI1=B13.*d^2.013;
RM1=C13.*d^2.013;
MT1=D13.*d^3.013;
CT1=E13.*d^3.013;
RZ1=F13.*d^2.911;
c1=matrix([AGU1,RVI1,RM1], 15, 3);

COP1=sum(c1,'c');
res1=matrix([T',N',d',c1,COP1,MT1',CT1',RZ1'], 15, 10);
TOT1=sum(matrix([COP1,MT1',CT1',RZ1'], 15,4),'c');
res1=matrix([res1,TOT1],15,11);
format(8)

disp('Tabela da árvore média, kg/árvore')

```

```

disp('Idade      Árv./ha dap      Agulhas Ramos vivos      Ramos mortos ad. Tr.
Casc. Tr Raiz Copa Total')
disp(res1)

//PROJEÇÃO POVOAMENTO Mg/HA
AGU2=N(1).*AGU1(1)/1000;
RVI2=N(1).*RVI1(1)/1000;
RM2=N(1).*RM1(1)/1000;
TOTCOPA=AGU2+RVI2+RM2;
CP2=TOTCOPA*ones(15,1);
MT2=MT1.*N/1000;
CT2=CT1.*N/1000;
RZ2=RZ1.*N/1000

res2=matrix([MT2',CT2',RZ2',CP2], 15, 4)
totar=sum(matrix([MT2',CT2',RZ2'],15,3),'c')
totot=sum(matrix([totar,CP2],15,2),'c')
res22=matrix([T',MT2',CT2',RZ2',totar,CP2,totot],15,7)

disp('Tabela do povoamento')
disp('Biomassas da madeira do tronco, casca do tronco, raiz, parte aérea,
copa. total')
format(6)

disp(res22)

//Ciclos biogeoquímicos
//N R=retido; AB=absorvido; RS=restituído
tt=totot;
//N
NR=2.289*tt;
NAB=0.41*tt;
NRS=0.391*tt;
NC=matrix([NR,NAB,NRS], 15,3);
disp('Colunas nos ciclos: Armazenado, absorvido, restituído')
disp('Ciclo do N')

disp(NC)

//P
PR=0.23*tt;
PAB=0.427*tt;
PRS=0.408*tt;
PC=matrix([PR,PAB,PRS], 15,3);
disp('Ciclo do P')
disp(PC)

// K
KR=1.427*tt;
KAB=0.2257*tt;
KRS=0.212*tt;
KC=matrix([KR,KAB,KRS], 15,3);
disp('Ciclo do K')
disp(KC)

// Ca
CR=1.541*tt;
CAB=0.2211*tt;
CRS=0.2087*tt;
CC=matrix([CR,CAB,CRS], 15,3);

```

```

disp('Ciclo do C');
disp(CC)

// Mg
MR=0.444*tt;
MAB=0.0738*tt;
MRS=0.0697*tt;
MC=matrix([MR,MAB,MRS], 15,3);
disp('Ciclo do Mg')
disp(MC)

// Na
SR=0.33*tt;
SAB=0.0573*tt;
SRS=0.0541*tt;
SC=matrix([SR,SAB,SRS], 15,3);
disp('Ciclo do Na')
disp(SC)

-->
exec('D:\Apollo_D\3pbproj\EXCELB\PUROS\REGULARES\scilab\biomasas\biomacic.
sce', -1)

```

"Tabela da árvore média, kg/árvore"

"Idade Árv./ha      dap      Agulhas      Ramos vivos Ramos mortos ad. Tr.  
Casc. Tr Raiz Copa Total"

column 1 to 8

10.	1353.	15.	8.6713	16.1811	3.81046	28.6629	35.8517
15.	909.	18.2939	12.9311	24.1302	5.68238	42.7437	65.2045
20.	667.	21.3527	17.6522	32.94	7.75699	58.3492	103.893
25.	524.	24.0849	22.4939	41.9748	9.88458	74.3533	149.329
30.	435.	26.4527	27.1672	50.6954	11.9382	89.8008	198.084
35.	375.	28.4569	31.4696	58.724	13.8288	104.022	246.838
40.	335.	30.1223	35.287	65.8474	15.5063	116.641	292.98
45.	307.	31.4866	38.578	71.9886	16.9525	127.519	334.811
50.	286.	32.5918	41.3522	77.1654	18.1716	136.689	371.485
55.	271.	33.4793	43.6503	81.4536	19.1814	144.285	402.807

60.	260.	34.1872	45.5281	84.9577	20.0066	150.492	429.018
65.	252.	34.7488	47.0463	87.7908	20.6737	155.511	450.608
70.	245.	35.1926	48.2636	90.0624	21.2087	159.535	468.172
75.	241.	35.5422	49.2335	91.8722	21.6349	162.741	482.324
80.	237.	35.8168	50.0023	93.3069	21.9727	165.282	493.641

column 9 to 11

5.97542	11.9598	82.4497
10.8677	21.3156	140.132
17.3159	33.4316	212.99
24.8887	47.4658	296.036
33.0148	62.3638	383.263
41.1407	77.1367	469.138
48.8311	91.0262	549.478
55.8032	103.554	621.687
61.9156	114.493	684.582
67.136	123.807	738.035
71.5048	131.582	782.598
75.1031	137.974	819.197
78.0305	143.167	848.904
80.3892	147.346	872.799
82.2754	150.685	891.883

"Tabela do povoamento"

"Biomassas da madeira do tronco, casca do tronco, raiz, parte aérea, copa. total"

10.	48.51	8.085	16.18	72.77	38.78	111.6
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------

15.	59.27	9.879	19.38	88.53	38.78	127.3
20.	69.3	11.55	22.3	103.1	38.78	141.9
25.	78.25	13.04	24.87	116.2	38.78	154.9
30.	86.17	14.36	27.13	127.7	38.78	166.4
35.	92.56	15.43	28.93	136.9	38.78	175.7
40.	98.15	16.36	30.49	145.	38.78	183.8
45.	102.8	17.13	31.79	151.7	38.78	190.5
50.	106.2	17.71	32.75	156.7	38.78	195.5
55.	109.2	18.19	33.55	160.9	38.78	199.7
60.	111.5	18.59	34.21	164.3	38.78	203.1
65.	113.6	18.93	34.77	167.2	38.78	206.
70.	114.7	19.12	35.08	168.9	38.78	207.7
75.	116.2	19.37	35.51	171.1	38.78	209.9
80.	117.	19.5	35.71	172.2	38.78	211.

"Colunas nos ciclos: Armazenado, absorvido, restituído"

"Ciclo do N"

255.3	45.74	43.62
291.4	52.2	49.78
324.9	58.19	55.49
354.7	63.53	60.58
381.	68.24	65.08
402.2	72.04	68.7
420.7	75.35	71.86
436.	78.1	74.48
447.4	80.15	76.43

457.1	81.87	78.08
465.	83.28	79.42
471.6	84.47	80.56
475.4	85.15	81.2
480.5	86.06	82.07
482.9	86.5	82.5

"Ciclo do P"

25.66	47.63	45.51
29.28	54.36	51.94
32.64	60.6	57.91
35.64	66.16	63.22
38.28	71.07	67.91
40.41	75.02	71.69
42.27	78.47	74.98
43.81	81.34	77.72
44.96	83.47	79.76
45.93	85.27	81.47
46.72	86.74	82.88
47.39	87.97	84.06
47.77	88.68	84.73
48.28	89.63	85.64
48.53	90.09	86.08

"Ciclo do K"

159.2	25.18	23.65
-------	-------	-------

181.7	28.73	26.99
202.5	32.03	30.09
221.1	34.97	32.85
237.5	37.56	35.28
250.7	39.66	37.25
262.3	41.48	38.96
271.8	42.99	40.38
278.9	44.12	41.44
285.	45.07	42.33
289.9	45.85	43.06
294.	46.5	43.68
296.4	46.87	44.03
299.5	47.38	44.5
301.1	47.62	44.73

"Ciclo do C"

171.9	24.66	23.28
196.2	28.15	26.57
218.7	31.38	29.62
238.8	34.26	32.34
256.5	36.8	34.74
270.8	38.85	36.67
283.2	40.63	38.36
293.5	42.12	39.76
301.2	43.22	40.8
307.7	44.15	41.67
313.	44.91	42.39

317.5	45.55	43.
320.	45.92	43.34
323.5	46.41	43.81
325.1	46.65	44.03

"Ciclo do Mg"

49.53	8.233	7.775
56.52	9.395	8.873
63.02	10.47	9.892
68.79	11.43	10.8
73.9	12.28	11.6
78.01	12.97	12.25
81.6	13.56	12.81
84.58	14.06	13.28
86.79	14.43	13.62
88.66	14.74	13.92
90.19	14.99	14.16
91.48	15.2	14.36
92.21	15.33	14.48
93.2	15.49	14.63
93.68	15.57	14.71

"Ciclo do Na"

36.81	6.392	6.035
42.01	7.295	6.887
46.84	8.132	7.678

51.13	8.878	8.382
54.92	9.537	9.004
57.98	10.07	9.505
60.65	10.53	9.943
62.86	10.92	10.31
64.51	11.2	10.58
65.9	11.44	10.8
67.03	11.64	10.99
67.99	11.81	11.15
68.53	11.9	11.24
69.27	12.03	11.36
69.63	12.09	11.41

Apresento agora a listagem do simulador BIOMACIC na linguagem R.

```
> ##### Entrada de dados #####
> # Alterar estes valores com os seus dados
>
> A9=20 ##Entrada da idade
> B9=959 ##Número de árvores
> C9=20.4 ##Dap médio
> #####
>
> ##### Parâmetros característicos da espécie #####
>
> R2=6.019;R1=0.4076
> c=0.05
>
> #VALORES FINAIS
> E9=exp(-0.05*(A9-10))
> F9=B9/(6.018^E9)
> G9=C9/0.4076^E9
> H9=F9*6.018
>
> #BIOMASSAS
> A13=(-30.760406+0.58157*H9-0.0002503804*H9^2+0.00000003*H9^3)/10000
> B13=(-59.521553+1.068209*H9-0.0004589137*H9^2+0.00000006*H9^3)/10000
> C13=(-17.410039+0.262031*H9-0.000112433*H9^2+0.000000013*H9^3)/10000
>
> D13=(0.010695-0.00000171374*H9+0.00000000124479*H9^2-
0.00000000000016141*H9^3)
>
> E13=(0.001403147+0.000000164*H9+0.0000000006221*H9^2-
0.00000000000001198*H9^3)
>
> F13=(50.954223-0.011074*H9+0.0000059364*H9^2-
0.000000000704139*H9^3)/10000
```

```

>
> T=seq(10,80, by=5)
> to=T-10
>
> #PROJEÇÃO ARVORE KG/ÁRVORE
> N=F9*R2^exp(-(c*to))
> N=round(N,0)
> d=G9*R1^exp(-(c*to))
> h=H9*R1^exp(-(c*to))
>
> AGU1=A13*d^2.013
> RVI1=B13*d^2.013
> RM1=C13*d^2.013
> MT1=D13*d^3.013
> CT1=E13*d^3.013
> RZ1=F13*d^2.911
> c1=cbind(AGU1,RVI1,RM1)
>
> COP1=rowSums(c1)
> res1=cbind(T,N,d,c1,COP1,MT1,CT1,RZ1)
> TOT1=rowSums(cbind(COP1,MT1,CT1,RZ1))
> res1=cbind(res1,TOT1)
> print(round(res1,3))
      T    N     d  AGU1  RVI1  RM1  COP1  MT1  CT1  RZ1
[1,] 10 1943 14.331  7.952 15.384  3.457 26.793 33.151  5.694 10.841
[2,] 15 1307 17.478 11.859 22.942  5.155 39.956 60.293 10.356 19.322
[3,] 20  959 20.400 16.188 31.318  7.038 54.543 96.068 16.500 30.304
[4,] 25  754 23.010 20.628 39.907  8.968 69.504 138.081 23.716 43.026
[5,] 30  625 25.273 24.914 48.199 10.831 83.944 183.164 31.459 56.530
[6,] 35  540 27.187 28.859 55.832 12.546 97.237 228.246 39.202 69.921
[7,] 40  482 28.778 32.360 62.604 14.068 109.033 270.912 46.530 82.512
[8,] 45  441 30.082 35.378 68.443 15.380 119.202 309.593 53.174 93.867
[9,] 50  412 31.138 37.922 73.365 16.486 127.774 343.504 58.998 103.783
[10,] 55  390 31.986 40.030 77.442 17.403 134.874 372.467 63.973 112.226
[11,] 60  374 32.662 41.752 80.773 18.151 140.676 396.705 68.136 119.274
[12,] 65  362 33.198 43.144 83.467 18.757 145.367 416.668 71.564 125.068
[13,] 70  353 33.622 44.260 85.627 19.242 149.129 432.909 74.354 129.775
[14,] 75  346 33.956 45.150 87.347 19.629 152.126 445.995 76.601 133.563
[15,] 80  341 34.219 45.855 88.711 19.935 154.501 456.460 78.399 136.590
      TOT1
[1,]  76.480
[2,] 129.926
[3,] 197.415
[4,] 274.327
[5,] 355.097
[6,] 434.607
[7,] 508.987
[8,] 575.836
[9,] 634.059
[10,] 683.540
[11,] 724.791
[12,] 758.668
[13,] 786.167
[14,] 808.285
[15,] 825.949
>
> #PROJEÇÃO POVOAMENTO Mg/HA
> AGU2=N[1]*AGU1[1]/1000

```

```

> RVI2=N[1]*RVI1[1]/1000
> RM2=N[1]*RM1[1]/1000
> TOTCOPA=AGU2+RVI2+RM2
> CP2=rep(TOTCOPA,15)
> MT2=MT1*N/1000
> CT2=N*CT1/1000
> RZ2=N*RZ1/1000
>
> res2=cbind(MT2,CT2,RZ2,CP2)
> totar=rowSums(cbind(MT2,CT2,RZ2))
> totot=rowSums(cbind(totar,CP2))
> res22=cbind(MT2,CT2,RZ2,totar,CP2,totot)
>
> print('Tabela do povoamento')
[1] "Tabela do povoamento"
> print('Biomassas da madeira do tronco, casca do tronco, raiz, parte aérea,
copa. total')
[1] "Biomassas da madeira do tronco, casca do tronco, raiz, parte aérea,
copa. total"
> print(round(res22,3))
      MT2   CT2   RZ2  totar   CP2  totot
[1,]  64.413 11.063 21.064  96.540 52.059 148.600
[2,]  78.803 13.535 25.254 117.592 52.059 169.651
[3,]  92.129 15.824 29.062 137.014 52.059 189.074
[4,] 104.113 17.882 32.441 154.437 52.059 206.496
[5,] 114.478 19.662 35.331 169.471 52.059 221.530
[6,] 123.253 21.169 37.757 182.180 52.059 234.239
[7,] 130.580 22.428 39.771 192.778 52.059 244.837
[8,] 136.531 23.450 41.396 201.376 52.059 253.435
[9,] 141.524 24.307 42.759 208.590 52.059 260.649
[10,] 145.262 24.949 43.768 213.980 52.059 266.039
[11,] 148.368 25.483 44.608 218.459 52.059 270.518
[12,] 150.834 25.906 45.275 222.015 52.059 274.074
[13,] 152.817 26.247 45.811 224.875 52.059 276.934
[14,] 154.314 26.504 46.213 227.031 52.059 279.091
[15,] 155.653 26.734 46.577 228.964 52.059 281.023
>
> ##Ciclos biogeoquímicos
> ##N R=retido; AB=absrvido; RS=restituido
> tt=as.vector(c(t(totot)))
> ##N
> NR=2.289*tt
> NAB=0.41*tt
> NRS=0.391*tt
> NC=cbind(NR,NAB,NRS)
> print('Ciclo do N')
[1] "Ciclo do N"
> print(NC)
      NR      NAB      NRS
[1,] 340.1448  60.92590  58.10250
[2,] 388.3313  69.55693  66.33356
[3,] 432.7896  77.52019  73.92779
[4,] 472.6692  84.66334  80.73992
[5,] 507.0831  90.82747  86.61839
[6,] 536.1735  96.03806  91.58752
[7,] 560.4327 100.38332  95.73141
[8,] 580.1129 103.90839  99.09312
[9,] 596.6259 106.86615 101.91382

```

```
[10,] 608.9634 109.07602 104.02127
[11,] 619.2161 110.91245 105.77260
[12,] 627.3562 112.37049 107.16307
[13,] 633.9017 113.54290 108.28116
[14,] 638.8384 114.42715 109.12443
[15,] 643.2621 115.21950 109.88006
```

```
>
```

```
> ##P
```

```
> PR=0.23*tt
```

```
> PAB=0.427*tt
```

```
> PRS=0.408*tt
```

```
> PC=cbind(PR,PAB,PRS)
```

```
> print('Ciclo do P')
```

```
[1] "Ciclo do P"
```

```
> print(PC)
```

	PR	PAB	PRS
[1,]	34.17794	63.45209	60.62870
[2,]	39.01974	72.44100	69.21763
[3,]	43.48694	80.73444	77.14204
[4,]	47.49407	88.17377	84.25035
[5,]	50.95199	94.59349	90.38441
[6,]	53.87501	100.02013	95.56959
[7,]	56.31259	104.54555	99.89364
[8,]	58.29007	108.21678	103.40152
[9,]	59.94931	111.29719	106.34485
[10,]	61.18898	113.59868	108.54394
[11,]	62.21918	115.51126	110.37141
[12,]	63.03710	117.02975	111.82234
[13,]	63.69480	118.25078	112.98903
[14,]	64.19084	119.17169	113.86897
[15,]	64.63533	119.99690	114.65746

```
>
```

```
> ## K
```

```
> KR=1.427*tt
```

```
> KAB=0.2257*tt
```

```
> KRS=0.212*tt
```

```
> KC=cbind(KR,KAB,KRS)
```

```
> print('Ciclo do K')
```

```
[1] "Ciclo do K"
```

```
> print(KC)
```

	KR	KAB	KRS
[1,]	212.0518	33.53896	31.50315
[2,]	242.0921	38.29024	35.96602
[3,]	269.8081	42.67392	40.08361
[4,]	294.6697	46.60614	43.77714
[5,]	316.1239	49.99941	46.96445
[6,]	334.2593	52.86778	49.65871
[7,]	349.3829	55.25979	51.90552
[8,]	361.6519	57.20030	53.72824
[9,]	371.9463	58.82851	55.25762
[10,]	379.6377	60.04502	56.40028
[11,]	386.0294	61.05595	57.34985
[12,]	391.1041	61.85858	58.10376
[13,]	395.1847	62.50398	58.70999
[14,]	398.2623	62.99075	59.16721
[15,]	401.0201	63.42693	59.57691

```
>
```

```
> ## Ca
```

```
> CR=1.541*tt
> CAB=0.2211*tt
> CRS=0.2087*tt
> CC=cbind(CR,CAB,CRS)
> print('Ciclo do C')
[1] "Ciclo do C"
> print(CC)
      CR      CAB      CRS
[1,] 228.9922 32.85540 31.01277
[2,] 261.4323 37.50985 35.40618
[3,] 291.3625 41.80418 39.45967
[4,] 318.2103 45.65626 43.09571
[5,] 341.3784 48.98037 46.23340
[6,] 360.9626 51.79028 48.88572
[7,] 377.2944 54.13354 51.09756
[8,] 390.5435 56.03450 52.89190
[9,] 401.6603 57.62953 54.39748
[10,] 409.9662 58.82124 55.52235
[11,] 416.8685 59.81157 56.45714
[12,] 422.3486 60.59784 57.19932
[13,] 426.7552 61.23009 57.79611
[14,] 430.0786 61.70694 58.24621
[15,] 433.0567 62.13423 58.64954
>
>
> ## Mg
> MR=0.444*tt
> MAB=0.0738*tt
> MRS=0.0697*tt
> MC=cbind(MR,MAB,MRS)
> print('Ciclo do Mg')
[1] "Ciclo do Mg"
> print(MC)
      MR      MAB      MRS
[1,] 65.97829 10.96666 10.35740
[2,] 75.32507 12.52025 11.82468
[3,] 83.94870 13.95363 13.17843
[4,] 91.68420 15.23940 14.39277
[5,] 98.35950 16.34894 15.44067
[6,] 104.00220 17.28685 16.32647
[7,] 108.70779 18.06900 17.06516
[8,] 112.52518 18.70351 17.66443
[9,] 115.72822 19.23591 18.16725
[10,] 118.12134 19.63368 18.54292
[11,] 120.11006 19.96424 18.85512
[12,] 121.68901 20.22669 19.10298
[13,] 122.95866 20.43772 19.30229
[14,] 123.91623 20.59689 19.45262
[15,] 124.77429 20.73951 19.58732
>
> ## Na
> SR=0.33*tt
> SAB=0.0573*tt
> SRS=0.0541*tt
> SC=cbind(SR,SAB,SRS)
> print('Ciclo do Na')
[1] "Ciclo do Na"
> print(SC)
```

	SR	SAB	SRS
[1,]	49.03792	8.514766	8.039246
[2,]	55.98485	9.721006	9.178122
[3,]	62.39430	10.833920	10.228884
[4,]	68.14367	11.832218	11.171431
[5,]	73.10504	12.693693	11.984795
[6,]	77.29893	13.421905	12.672340
[7,]	80.79633	14.029181	13.245701
[8,]	83.63358	14.521831	13.710838
[9,]	86.01422	14.935196	14.101119
[10,]	87.79289	15.244038	14.392713
[11,]	89.27099	15.500691	14.635033
[12,]	90.44454	15.704461	14.827423
[13,]	91.38819	15.868313	14.982124
[14,]	92.09990	15.991892	15.098802
[15,]	92.73765	16.102628	15.203354

>

## Bibliografia

Barreto, L. S., 1981. Biomass and net primary productivity of Portuguese forests. Em N. S. Margaris e H. A. Mooney(ed.), *Components of Productivity of Mediterranean-climate Regions. Basic and Applied Aspects*. Dr. Jung Publishers, The Hague, pp. 221-227. Em colaboração com António Fabião.

Barreto, L. S., 1985. Simulação da dinâmica da biomassa do pinhal. Primeira contribuição. *Anais do Instituto Superior de Agronomia*, Vol. XLII:15-23.

Barreto, L. S., 1991a. *SANDRIS - an integrated simulator for pure, even-aged, self-thinned stands of maritime pine*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 1991b. LUMAR - um simulador da dinâmica da biomassa do pinhal. *Revista Florestal*, V(2):25-28.

Barreto, L. S., 1994a. The clarification of the 3/2 power law using simulators SANDRIS and PINASTER. *Silva Lusitana*, 2(1):17-30.

Barreto, L. S., 1994b. The dynamics of the biomass of maritime pine trees and stands. *Silva Lusitana*, 2(2):239-248.

Lemoine, B., J. Gelpe, J. Ranger, C. Nys, 1986. Biomasses et Croissance du Pin Maritime. Étude de Variabilité dans un Peuplement de 16 ans. *Ann. Sci. For.*, 43(1):67-84.

## 8

# ENERGIA E BIOGEOQUÍMICA NOS PINHAIS-BRAVOS

## 8.1 Introdução

Em consonância com o título deste livro, continuo a tratar da *ecologia* do pinhal bravo. Vou abordar os seguintes aspectos funcionais do pinhal bravo: produtividade primária líquida (PPL), fluxo de energia e ciclos biogeoquímicos (CBQ).

Há uma estreita relação entre a PPL e os CBQ, pois aquela, nos ecossistemas terrestres, é geralmente condicionada pelos recursos que as plantas encontram disponíveis no solo (e.g., Chapin III, Matson e Mooney, 2002:132). Por isso, na perspectiva de uma silvicultura sustentada, os CBQ dos ecossistemas florestais são um processo ecológico relevante, e estão intimamente relacionados com os diversos aspectos da dinâmica da biomassa, e esta com o fluxo de energia no pinhal bravo.

Esta abordagem reveste-se de cariz exploratório, mas rigoroso, ilustrativo da capacidade preditiva da minha teoria, devendo por isso os valores apresentados ser entendidos como primeiras estimativas das variáveis abordadas. Dada a dominância esmagadora do Pb no seu pinhal, como aproximação à globalidade do ecossistema, os valores dos aspectos funcionais associados à população de árvores podem ser tomadas como grandezas de referência dos valores globais.

As principais fontes deste capítulo são os textos Barreto (1995, 2000b), embora alguns dos valores agora apresentados, das variáveis calculadas, não sejam exactamente os mesmos, por ter sido possível obter estimativas mais precisas.

## 8.2 A Produtividade Primária Líquida do Pinhal-bravo

Dado não dispor de estimativas da fotossíntese e da respiração do Pb, vou avaliar a PPL dos PPAR de Pb, através da avaliação das variações da biomassa das suas componentes.

Interessa-me, assim, estabelecer valores com o maior rigor possível das grandezas constantes do segundo membro da equação seguinte:

$$\text{PPL} = \text{variação da biomassa em pé (DB)} + \text{perda de biomassa (PRB)} + \text{consumo de biomassa pelos herbívoros (C)} \quad (8.1)$$

Não serei capaz de calcular o valor de C. Este valor, nos povoamentos de resinosas representa cerca de 2% da PPL (Waring e Schleninger, 1985, p. 46), pelo que esta omissão não afectará grandemente a nossa avaliação da PPL do PPAR de Pb.

Como a biomassa da copa do PPAR de Pb é constante, o valor de DB, genericamente, é dado pela soma dos acréscimos anuais de das biomassas da madeira do tronco ( $y_{14}$ ), da casca do tronco ( $y_{15}$ ) e da raiz ( $y_{16}$ ), do PPAR, pelo é que lícito escrever:

$$\text{DB} = (y_{14} + y_{15} + y_{16}) \text{TRY}_1 \quad (8.2)$$

Por seu lado, para PRB terei:

$$\text{PRB} = \text{biomassa da mortalidade} + \text{biomassa da queda de folhada} + \text{biomassa dos detritos da raiz} \quad (8.3)$$

Como o auto-desbaste é neutro, a biomassa da componente  $i$ , na mortalidade,  $PBi$ , é dada por:

$$PBi = y_{-21} TRy_{-2} [y_{ij} \text{ da árvore média}] \quad [i=2, j= 1,2,3], [i=3, j=2,3,5] \quad (8.4)$$

Vou aplicar as eqs. (8.1)-(8.4) ao PPAR 24/0,19.

Volto, então, à eq. (8.1). Para calcular DB, o recurso à eq. (8.2) é directo e não oferece qualquer dificuldade. Como vou ignorar  $C$ , resta-me estimar PRB, de acordo com a eq. (8.3).

A aplicação da eq. (8.4) é igualmente trivial, pelo que só tenho de elaborar estimativas das biomassas da queda de folhada e dos detritos das raízes. Vou assumir que para as idades dos 8 aos 50 anos estas biomassas não variam com a idade. A idade de 8 anos foi escolhida por ser a do MACA da biomassa do tronco do PPAR de Pb. O limite dos cinquenta anos deve-se à circunstância de depois desta idade: a) algumas variáveis dos ciclos biogeoquímicos já terem pouca variação; b) provavelmente, a hipótese da constância da queda da folhada e dos detritos radiculares já poder introduzir erros de grandeza inadmissível.

Seja então a folhada. Para estimar a biomassa da queda da folhada, as minhas suposições são as seguintes:

a) Num ano cai um terço da biomassa das agulhas, por ser de três anos a vida destas.

b) A biomassa da folhada caída tem a seguinte composição percentual:

Agulhas: 70%

Ramos mortos: 26%

Casca do tronco: 4%

Recorrendo ao simulador BIOMACIC, estimo a seguinte composição da queda de folhada:

Agulhas: 5,2 Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Ramos mortos: 1,9 Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Casca: 0,3 Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Total: 7,4 Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Falta-nos estimar a biomassa dos detritos radiculares. A perda de detritos pelas raízes é fortemente condicionada pelo solo, mormente a sua fertilidade. Admitamos que o solo onde cresce o PPAR de Pb em apreço é suficientemente fértil para a biomassa dos detritos radiculares ser igual à da folhada caída, isto é, 7,4 Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>. Como o peso dos detritos radiculares pode ser até cinco vezes maior que o da folhada, esta estimativa é conservadora. Por este motivo, os valores da PPL estimados e outros calculados a partir deles, devem ser tomados como limites inferiores dos seus valores de referência.

O recurso ao método descrito permite-nos estimar as perdas de biomassa do PPAR 24/0,19 de acordo com os valores inseridos no quadro 8.1 e a sua PPL como se exhibe no quadro 8.2.

Os valores da quase totalidade dos quadros deste capítulo representam, dados padronizados, isentos de erros de medição e de variações estocásticas, pelo que podem ser utilizados para estabelecer algumas equações com interesse prático, embora algumas das constantes destas equações possam ter alguma sensibilidade à CQ e a Fw.

Para os valores totais anuais da perda de biomassa (PRB(t)), constantes do quadro 8.1, ajustámos as seguintes equações:

$$\text{PRB}(t) = 31,33391 - 0,19528 t - 0,010013 y_{13t} \quad R^2 = 1,000 \quad (8.5)$$

$$\text{PRB}(t) = 39,73957 \exp(-0,00207 y_{13t}) \quad R^2 = 0,953 \quad (8.6)$$

Quadro 8.1. Perda de biomassa pelas árvores do PPAR 24/0,19. Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Componentes	Idades				
	8	20	30	40	50
Folhada e detritos radiculares	14,8	14,8	14,8	14,8	14,8
Mortalidade					
Copa	5,0	2,8	1,8	1,2	0,6
Tronco	6,6	5,8	4,7	3,4	2,0
Raiz	1,9	1,6	1,2	0,9	0,5
Total (PRB)	28,3	25,0	22,5	20,3	17,9

Quadro 8.2. Produtividade primária líquida do PPAR 24/0,19. Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>

Componentes	Idades				
	8	20	30	40	50
Copa	12,1	9,9	8,9	8,3	7,7
Tronco	10,0	9,0	7,2	5,2	3,3
Raiz	11,1	10,7	9,7	9,0	8,3
Total	33,5	29,6	25,8	22,5	19,3

Para os valores totais da biomassa da PPL, constantes do quadro 8.2, estabelecemos as equações:

$$\text{PPL}(t) = 36,75005 - 0,32117 t - 0,00400 y_{13t} \quad R^2 = 0,999 \quad (8.7)$$

$$\text{PPL}(t) = 51,13169 \exp(-0,00251 y_{13t}) \quad R^2 = 0,936 \quad (8.8)$$

Na figura 8.1A, exibimos as variações dos valores percentuais das biomassas das componentes da PPL.

Na figura 8.1B, ilustramos a variação dos valores da razão PPL y<sub>19</sub><sup>-1</sup>.

A figura 8.1A requer um comentário. Nela verifica-se que a fracção de PPL atribuída à copa e raiz aumenta com a idade. De acordo com a minha simulação, a respiração como fracção da produtividade primária bruta, dos 8 aos 50 anos, cresce de 0,51 até 0,60. Este valor é coerente, pois nos ecossistemas terrestres, surpreendentemente, a PPL é uma fracção de variação muito pequena (40 a 52%) da produtividade primária bruta (PPB), o que permite

assumir que estas duas produtividades são controladas pelos mesmos factores (Chapin III, Matson e Mooney, 2002:132). Esta ocorrência leva-nos a hipotetizar que esta estratégia de atribuição da PPL é uma resposta ao aumento relativo das perdas com a respiração. Interessa ter órgãos fotossintetizadores e de absorção eficientes. Por outro lado, o teor de nutrientes dos solos pouco férteis, onde o Pb, se instala, vai decrescendo com o crescimento do pinhal, mormente na rizoesfera das árvores. As plantas, para maximizar a produção, atribuem o novo crescimento aos tecidos que adquirem os recursos mais limitantes (Chapin III, Matson e Mooney, 2002:149) o que justifica o aumento percentual do crescimento da raiz.

O padrão de variação da figura 4.1B é o esperado.

Procuremos, agora, uma estimativa do peso da folhada acumulada no solo. Para a queda de biomassa no solo,  $z(t)$ , (folhada+mortalidade), recorrendo ao quadro 8.1, podemos ajustar as equações seguintes:

$$z(t)=23,93390-0,19528 t-0,01013 y_{13t} \quad R^2=1,000 \quad (8.9)$$

$$z(t)=34,89667 \exp(-0,00308 y_{13t}) \quad R^2=0,937 \quad (8.10)$$

O recurso ao programa NEOSALU mostra que o PBJ simétrico do PPAR 24/0,19 tem o volume em pé de  $320.6 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ . Recorrendo às eqs. (8.6, 8.8, 8.10), estimamos, assim,  $PRB=20,4 \text{ Mg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ ,  $PPL=22,9 \text{ Mg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ ,  $z=13,0 \text{ Mg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ , isto é, valores próximos do PPAR aos 40 anos.

Admitamos que em cada ano, a biomassa caída chega ao solo instantaneamente, no Outono. Se tomarmos 0,51 como valor da taxa de decomposição, no centro do País (Barreto, 1981), recorrendo à simulação, podemos estimar a dinâmica do peso da folhada no solo mesmo antes e mesmo depois da queda outonal de acordo com a figura 8.2.

Esta figura indicia que o peso da folhada acumulada no solo deve atingir um máximo cerca dos 15 anos de idade do PPAR de Pb. Se extrapolarmos a eq. 8.9) para os 100 anos, o peso da folhada no solo, justamente antes da queda outonal, será de  $11 \text{ Mg ha}^{-1}$  e após esta de  $27 \text{ Mg ha}^{-1}$ . Este padrão de variação mantém-se para os outros valores da taxa de decomposição passíveis de ocorrer no território continental.

Referindo-nos ao povoamento regular em apreço, para a variação, com a idade, do peso da folhada acumulada no solo (FL,  $\text{Mg ha}^{-1}$ ), propomos o seguinte modelo:

Mesmo antes da queda:

$$\text{Idade igual ou inferior a 15 anos: FL} = -8,314286+3,014286 t \quad (8.11a)$$

$$\text{Idade superior a 15 anos: FL} = 41,427222-0,296435 t \quad R^2=0,998 \quad (8.11b)$$

Justamente após a queda:

$$\text{Idade igual ou inferior a 15 anos: FL} = 19,942857+2,757143 t \quad (8.12a)$$

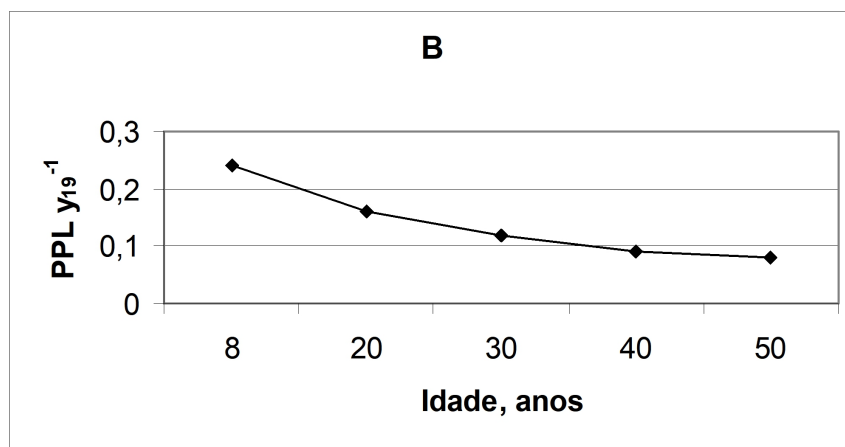
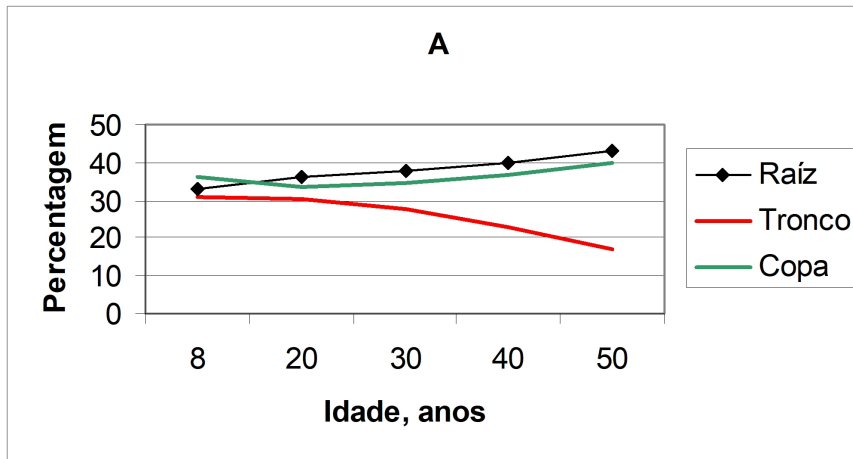
$$\text{Idade superior a 15 anos: FL} = 68,749660-0,502041 t \quad R^2=0,999 \quad (8.12b)$$

Provavelmente, esta dinâmica do peso da folhada no solo, além de estar de acordo com o padrão de crescimento do Pb, favorece o estabelecimento da sua regeneração, quando o PPAR atinge o limite da sua longevidade.

Utilizamos a equação de Gompertz para a biomassa total  $y_{19t}$  do PPAR que nos ocupa, e os valores de FL que serviram para elaborar a figura 8.2, para ajustar as regressões seguintes, para idades iguais ou superiores a 15 anos:

Mesmo antes da queda:

$$FL = 22,61706 + 0,21145 y_{19t} - 0,00076 y_{19t}^2 \quad R^2 = 1,000 \quad (8.13)$$



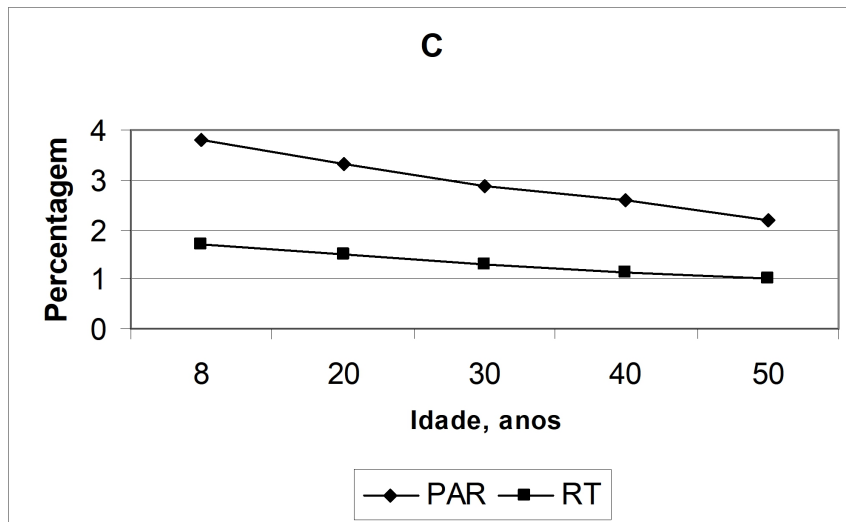


Figura 8.1. PPAR 24/0,19. Variações das percentagens da PPL atribuídas à copa, tronco e raiz. B. Variação da razão PPL/biomassa total. C. Variação da eficiência energética da PPL em percentagem da radiação fotossinteticamente ativa (PAR) e da radiação total (RT).

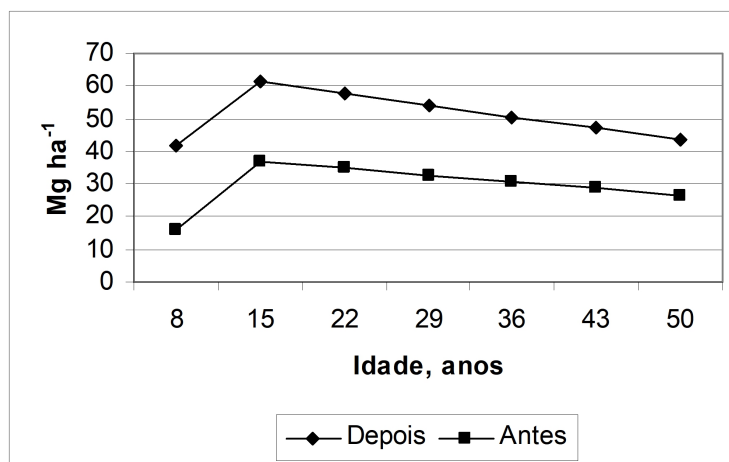


Figura 8.2. PPAR 24/0,19. Dinâmica da biomassa da folhada no solo, justamente antes e depois da queda da folhada e da mortalidade

Justamente após a queda:

$$FL = 43,25585 + 0,29741 y_{19t} - 0,00114 y_{19t}^2 \quad R^2 = 1,000 \quad (8.14)$$

A biomassa total do PBJ simétrico do PPAR de Pb é de 232,9 Mg ha<sup>-1</sup>, pelo que com recurso a estas duas últimas equações estimamos FL antes da queda em cerca de 30,6 Mg ha<sup>-1</sup>, e mesmo depois da queda em cerca de 50,7 Mg ha<sup>-1</sup>.

### 8.3 A Energia no Pinhal-bravo

Como é frequentemente afirmado, nenhum ser vivo pode passar sem matéria e energia. No capítulo 6, ocupamo-nos da matéria (biomassa) no pinhal bravo e na secção anterior debruçamo-nos sobre um aspecto da interface entre a biomassa do PPAR de Pb e a energia do meio. Nesta secção, vou procurar esquiçar um quadro mais abrangente das relações energéticas do PPAR de Pb com o meio físico. Deste modo, estabeleceremos estimativas preliminares do balanço da radiação do PPAR 24/0,19 e a sua eficiência energética.

Não dispomos de determinações do valor energético da biomassa do Pb, pelo que, após consulta de bibliografia vária, estabelecemos como valores aproximados, a utilizar este livro, os seguintes:

Copa:  $3,1394 \times 10^4$  kJ kg<sup>-1</sup>; tronco:  $3,0557 \times 10^4$  kJ kg; raiz:  $2,8882 \times 10^4$  kJ kg

Estes valores e a informação da saída do BIOMACIC permitem-me expressar em termos energéticos a estrutura do PPAR em referência assim como a sua PPL, como fazemos, respectivamente, nos quadros 8.3 e 8.4.

Quadro 8.3. Estrutura energética do PPAR 24/0,19.  $10^8$  kJ ha<sup>-1</sup>

Componentes	Idade				
	8	20	30	40	50
Copa	15,99	15,99	15,99	15,99	15,99
Tronco	20,89	32,61	40,35	45,88	49,60
Raiz	5,57	8,33	10,04	11,30	49,60
Total	42,44	56,93	66,39	73,17	77,73

Quadro 8.4. PPL do quadro 8.2 expressa em termos energéticos.  $10^8$  kJ ha<sup>-1</sup>ano<sup>-1</sup>

Componentes	Idade				
	8	20	30	40	50
Copa	3,809	3,097	3,223	2,595	2,428
Tronco	3,139	2,763	2,177	1,591	1,005
Raiz	3,181	3,097	2,804	2,595	2,356
Total	10,13	8,958	7,785	6,781	5,818

Assumamos um local no centro do País, com a radiação solar incidente de  $586$  kJ cm<sup>-2</sup> ano<sup>-1</sup>, dos quais 45% são a radiação fotossinteticamente activa (PAR). A eficiência energética do PPAR de Pb, relativamente à PAR, atendendo aos valores do quadro 8.4 assume os seguintes valores:

8 anos:3,8%; 20:3,3%; 30:2,9%; 40:2,6%; 50:2,2%.

Na figura 8.1C, representamos a variação da eficiência energética, do PPAR em apreço, referida tanto à PAR como a radiação total.

A eficiência energética do PBJ simétrico é cerca de 2,9%.

De acordo com o propósito desta secção, temos agora de estabelecer uma estimativa provisória do balanço da radiação do PPAR de Pb. Os principais pressupostos em que esta elaboração assenta são os seguintes:

a) Para produzir um quilograma de biomassa de PPL, o PPAR de Pb transpira 250 quilogramas de água. A semelhança do que se passa com as eficiências do uso da radiação solar e dos nutrientes (secção 8.5), a eficiência do uso da água também deve variar com a idade do PPAR.

b) A transpiração das árvores representa 90% da evapotranspiração real de todo o povoamento. Este valor percentual deve variar com a idade do PPAR.

c) O PPAR de Pb reflecte 17% de toda a radiação solar incidente.

d) É lícito aplicar o gráfico 3.3 de Waring e Schlesinger (1985).

e) Os resultados de Chung e Barnes (1978) podem ser extensíveis ao Pb, sem grandes distorções.

Na figura 8.3, ilustramos a nossa estimativa preliminar do balanço da radiação para o PPAR de Pb em estudo, na idade de 30 anos.

#### **8.4 Os Ciclos Biogeoquímicos Intra-Sistema no Pinhal-bravo**

As trocas de elementos químicos entre os seres vivos e o meio físico são um dos aspetos funcionais mais importantes dos ecossistemas. Assim, na nossa caracterização do PPAR de Pb, não devemos ignorar estas trocas, genericamente designadas por ciclos biogeoquímicos (CBQ).

Os estudos dos CBQ, dado serem uma actividade trabalhosa e cara, são geralmente estáticos, isto é, são só referidos a uma dada idade do ecossistema em estudo. Este procedimento pode ser aceite para os ecossistemas tidos em equilíbrio dinâmico, como os PBI não perturbados, mas quando ocorram variações da biomassa e da PPL, atrás ilustradas para o PPAR de Pb, é de prever que as quantidades de nutrientes acumuladas na biomassa e incorporadas nos fluxos de troca variem ao longo da vida do ecossistema. Nestes casos, ganha interesse procurar-se obter uma visão dinâmica dos CBQ. É o que vou fazer para o PPAR de Pb.

A acumulação dos nutrientes na biomassa ( $S$ ,  $\text{kg ha}^{-1}$ ) pode ser mais facilmente estimada, mas a aferição dos nutrientes absorvidos ( $U$ ,  $\text{kg ha}^{-1} \text{ano}^{-1}$ ) e restituídos ao solo ( $R$ ,  $\text{kg ha}^{-1} \text{ano}^{-1}$ ) pelos pinheiros requer alguma elaboração mais. O recurso ao simulador BIOMACIC e aos resultados já expostos, tanto no capítulo 6 como nas duas últimas secções, vão servir para estabelecer um quadro dinâmico dos CBQ intra-sistema ( $N$ ,  $P$ ,  $K$ ,  $Na$ ,  $Mg$ ,  $Ca$ ) associados só às árvores do PPAR 24/0,19. Concentrar-nos-emos, então, no cálculo de  $S$ ,  $R$ ,  $U$  e no do incremento anual de  $S$  ( $I$ ,  $\text{kg ha}^{-1} \text{ano}^{-1}$ ). Como as minhas aferições são intra-sistema ignorarei as entradas e saídas de nutrientes do PPAR de Pb, muito afetadas pela situação concreta em que o povoamento existe.

O conhecimento dos ciclos intra-sistema é importante porque, excluindo o carbono, os ecossistemas revelam ciclos relativamente fechados de nutrientes, em que as entradas e saídas anuais têm importância relativamente pequena (Chapin III, Matson e Mooney, 2002:222). Por isso é relevante que a prática silvícola não favoreça a saída de nutrientes, já que a sua entrada, em condições naturais é pequena. A maioria dos nutrientes essenciais ao crescimento dos pinheiros é obtida pela decomposição da manta morta produzida localmente.

Para satisfazer o meu desiderato, tenho que estabelecer, preliminarmente, alguns pressupostos, que passo a descrever:

a) A absorção de nutrientes para a produção da biomassa da copa só tem em conta a queda da folhada e substituição da copa das árvores auto-desbastadas.

b) A absorção de nutrientes para a produção da biomassa da madeira do tronco engloba a substituição das árvores auto-desbastadas, mais o crescimento líquido desta biomassa.

c) A absorção para a produção de biomassa da casca do tronco, além das duas componentes referidas em b), inclui a substituição da biomassa da queda de folhada.

d) A absorção para a produção de biomassa da raiz tem também três componentes: detritos das raízes + substituição das raízes das árvores mortas + crescimento líquido da biomassa da raiz.

e) Os nutrientes restituídos são os incorporados nas biomassas da queda de folhada, árvores mortas e detritos das raízes.

A biomassa das árvores mortas é sobretudo formada por biomassa do lenho (quadro 8.1), componente relativamente pobre em nutrientes, pelo que a contribuição do auto-desbaste para a restituição é menos importante do que para a perda de biomassa.

O cálculo das biomassas agregadas, referidas de a) a e), e a informação sobre os seus teores em nutrientes inserida em Lemoine *et al.* (1988) permitiram-me calcular os valores de S, R, U e I constantes do quadro 8.5.

Na figura 8.4, ilustramos os CBQ internos do PPAR 24/0,19, aos 30 anos de idade.

Provavelmente, o quadro 8.5, que é reproduzido de (Barreto, 1996a) com ligeiras modificações, constitui a única estimativa da dinâmica dos CBQ de um PPAR de Pb. Como se disse, o estudo dos CBQ é caro e trabalhoso, e o que se faz é estudar um dado tipo de ecossistema, numa dada idade, ficando as estimativas obtidas a servir de valores de referência, para o ecossistema em apreço. Esta atitude tem maior justificação para os complexos ecossistemas que são as florestas, e a longevidade destas sustenta o recurso à simulação para escrutinar a dinâmica dos CBQ.

Ao se utilizar a informação do quadro 8.5, não se deve esquecer o comentário sobre a natureza dos valores aqui inseridos, exposto na secção 8.2.

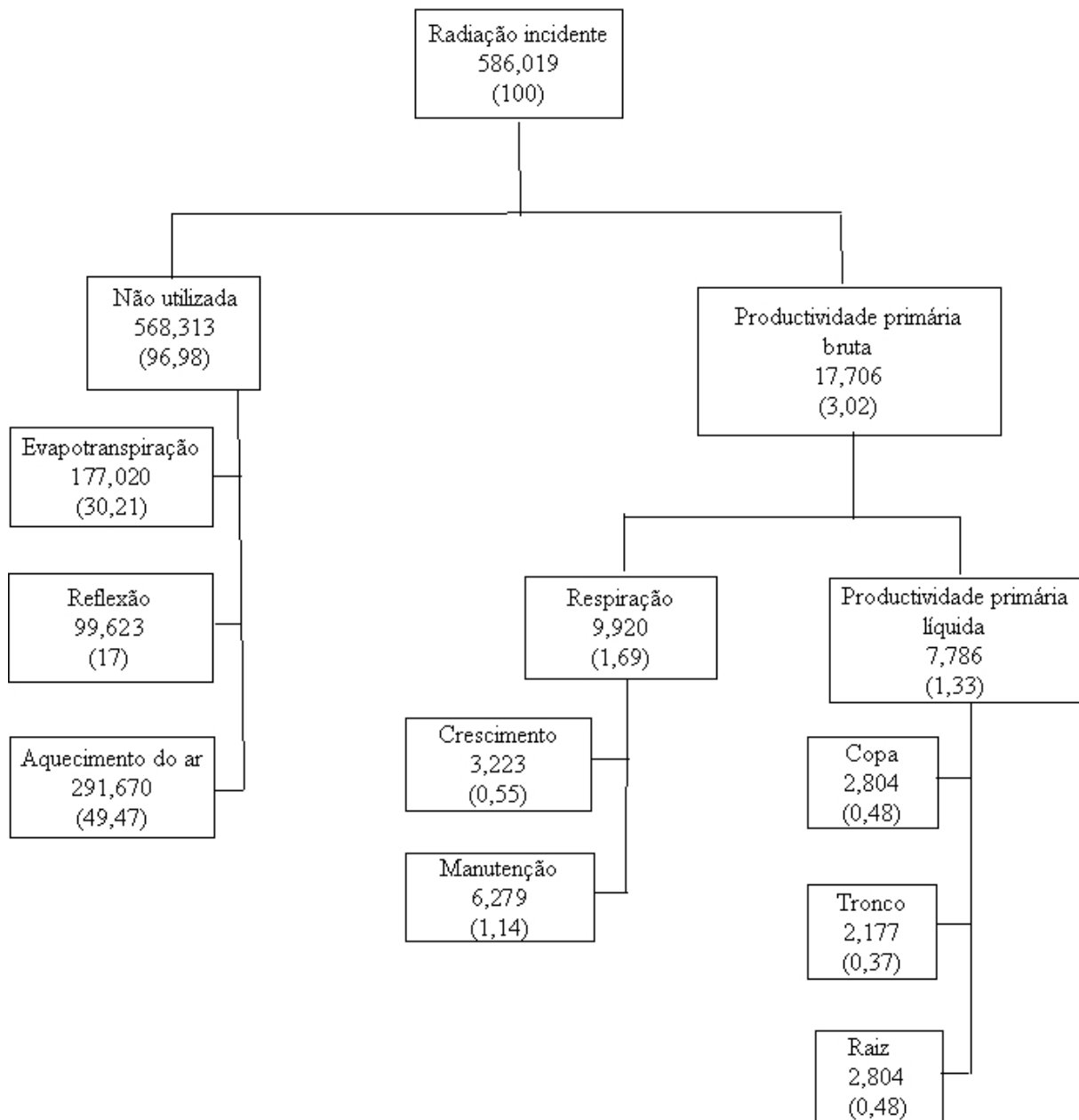


Figura 8.3. PPAR 24/0,19, aos 30 anos. Primeira estimativa do balanço da radiação. Valores referidos a  $10^8 \text{ kJ ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ . Os valores entre parêntesis são a correspondente percentagem referida à radiação solar incidente.

A informação do quadro 8.5 permite destacar alguns aspectos relevantes dos CBQ intra-sistema do PPAR de Pb, como passo a fazer.

Os CBQ do PPAR de Pb têm padrão nítrico-cálcico, característico das zonas temperadas (Rodin e Bazilevich, 1968) e evidenciam a frugalidade do Pb, em consonância com a sua estratégia r-3.

Para efeitos comparativos, na figura 8.5, ilustramos a variação, com a idade, do peso dos seis nutrientes considerados acumulados numa tonelada de biomassa de pinheiro manso e

do PPAR de Pb CQ24/0,19. A relativa pobreza da biomassa do Pb é consistente com a sua maior frugalidade.

No quadro 8.5, os valores de S têm a seguinte ordenação:

$N > Ca > K > Mg > Na > P$

Esta ordenação também é válida para R, até aos 20 anos.

Depois desta idade K e Ca trocam de posição.

A mesma ordenação de S verifica-se para U só para os 8 anos, depois verifica-se a mesma permuta de Ca e K.

Os valores de I para K e Ca são muito próximos e trocam de posição unicamente na idade 20. Para as outras idades a ordenação dos valores de I é a seguinte:

$N > K > Ca > Mg > Na > P$

As variações relativas de S, R, U e I estão relacionadas com os teores de nutrientes das diversas componentes da biomassa e a variação das suas proporções na PPL (figura 4.1A).

Os valores do quadro 8.5, de S,R,U e do volume em pé, permitem estabelecer algumas equações que podem ser utilizadas em estimativas exploratórias, não ignorando todos os pressupostos assumidos e ainda o facto das constantes das eqs. (8.11)-(8.14) deverem ter alguma sensibilidade às variações da CQ e de Fw.

Assim, para S, com os valores das constantes inseridos no quadro 8.6, ajustamos a seguinte equação:

$$S = \beta_0 \exp(\beta_1 y_{13}) \quad (8.15)$$

Para R ajustamos a equação seguinte:

$$R = \beta_0 \exp(\beta_1 y_{13}) \quad (8.16)$$

cujos valores das constantes se exibem no quadro 8.7.

Do mesmo modo, para U encontramos:

$$U = \beta_0 \exp(\beta_1 y_{13}) \quad (8.17)$$

apresentando-se no quadro 8.8, os valores das constantes.

Para calcular o peso de nutrientes absorvidos dos 8 anos até à idade t, TU(t), propomos a seguinte equação:

$$TU(t) = \beta_0 \exp(\beta_1 y_{13t}) \quad (8.18)$$

inserindo-se no quadro 8.9 os valores das constantes.

O peso dos nutrientes restituídos desde os 8 anos até à idade t (TR(t)) pode ser estimado recorrendo à relação:

$$TR(t) = TU(t) + S(8) - S(t) \quad (8.19)$$

No quadro 8.10, para as idades 8, 30 e 50, inserimos os pesos dos nutrientes retidos na copa, como percentagem do total acumulado nas árvores

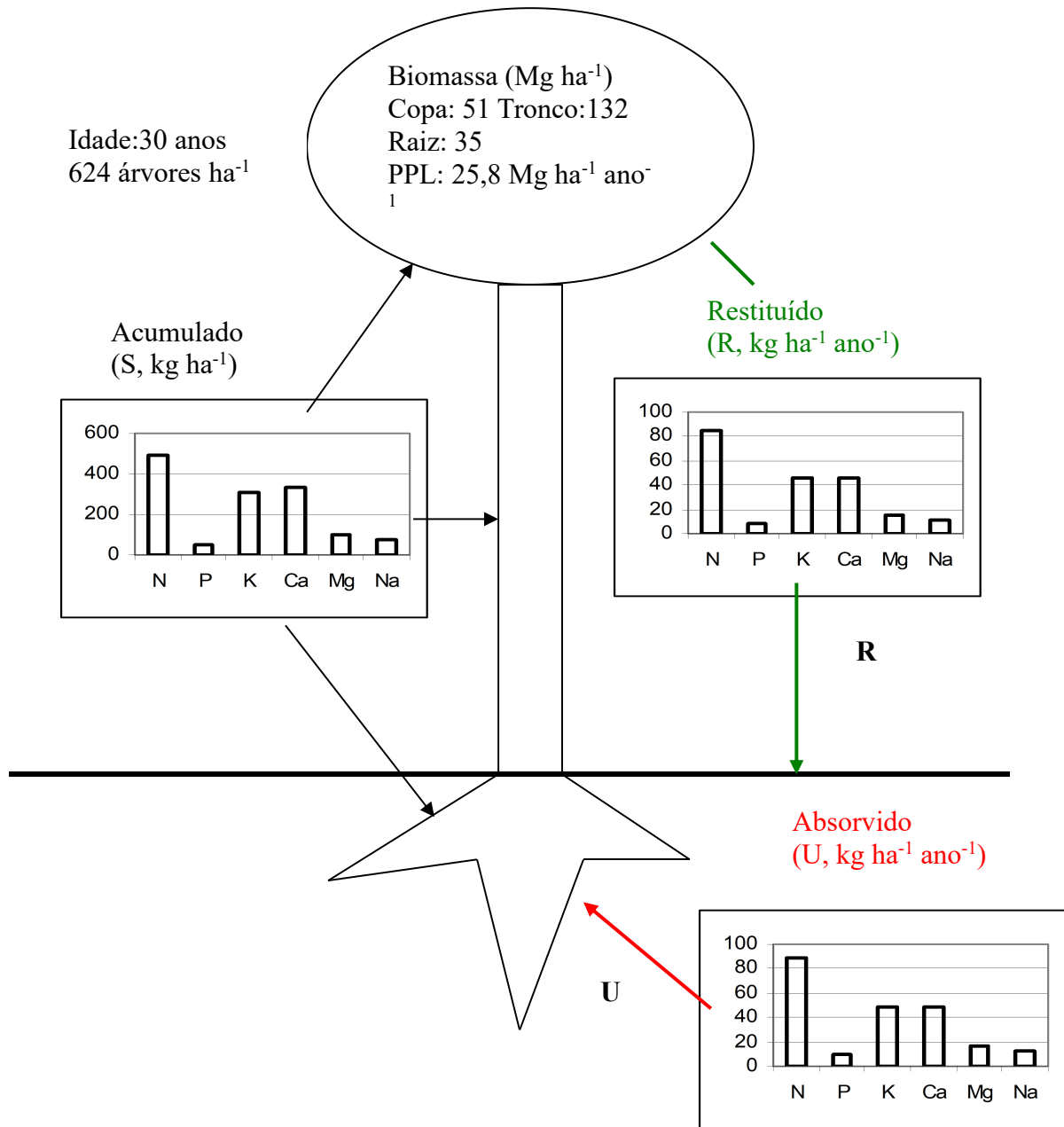


Figura 8.4. PPAR 24/0,19, aos 30 anos. Ilustração dos CBQ intra-sistema, de acordo com o quadro 8.5

Quadro 8.5. PPAR 24/0,19. Dinâmica dos CBQ intra-sistema. S=Acumulado, kg ha<sup>-1</sup>; R=Restituído, kg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>; U= Absorvido, kg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>; I=Acréscimo da acumulação, kg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>; PPL em Mg ha<sup>-1</sup> ano<sup>-1</sup>; y<sub>19</sub> em Mg ha<sup>-1</sup>; y<sub>13</sub> em m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup>; y<sub>11</sub> em cm; y<sub>-21</sub> em árvores ha<sup>-1</sup>

Idade: 8	y <sub>-21</sub> =2346	y <sub>11</sub> =13,0	y <sub>19</sub> =139	PPL=33,5	y <sub>13</sub> =150	
	N	P	K	Ca	Mg	Na
S	367,8	38,2	224,0	257,9	72,6	51,3
R	104,6	11,0	57,5	59,3	19,0	14,3
U	111,1	11,6	62,2	63,5	20,3	15,5
I	6,5	0,6	4,7	4,2	1,3	1,2
Idade: 20	y <sub>-21</sub> =958	y <sub>11</sub> =20,3	y <sub>19</sub> =187	PPL=29,6	y <sub>13</sub> =237	
S	440,5	45,5	276,6	305,1	87,3	63,9
R	92,8	9,7	50,7	50,8	16,7	12,8
U	98,4	10,2	54,8	54,4	17,8	13,8
I	5,6	0,5	3,5	3,6	1,1	1,0
Idade: 30	y <sub>-21</sub> =624	y <sub>11</sub> =25,1	y <sub>19</sub> =218	PPL=25,8	y <sub>13</sub> =293	
S	488,1	0,2	311,1	336,0	96,8	72,0
R	85,3	8,9	46,2	45,5	15,2	11,8
U	89,5	9,3	49,2	48,2	16,1	12,5
I	4,2	0,4	3,0	2,7	0,9	0,7
Idade: 40	y <sub>-21</sub> =481	y <sub>11</sub> =28,6	y <sub>19</sub> =241	PPL=22,5	y <sub>13</sub> =334	
S	522,1	53,5	335,7	357,9	103,7	78,0
R	79,7	8,4	42,7	41,7	14,1	11,0
U	82,6	8,6	44,7	43,5	14,7	11,5
I	2,9	0,2	2,0	1,8	0,6	0,5
Idade: 50	y <sub>-21</sub> =411	y <sub>11</sub> =30,9	y <sub>19</sub> =256	PPL=19,3	y <sub>13</sub> =361	
S	545,0	55,8	352,3	372,8	108,3	81,9
R	75,5	7,9	40,0	38,8	13,3	10,4
U	77,4	8,1	41,3	40,0	13,7	10,7
I	1,9	0,2	1,3	1,2	0,4	0,3

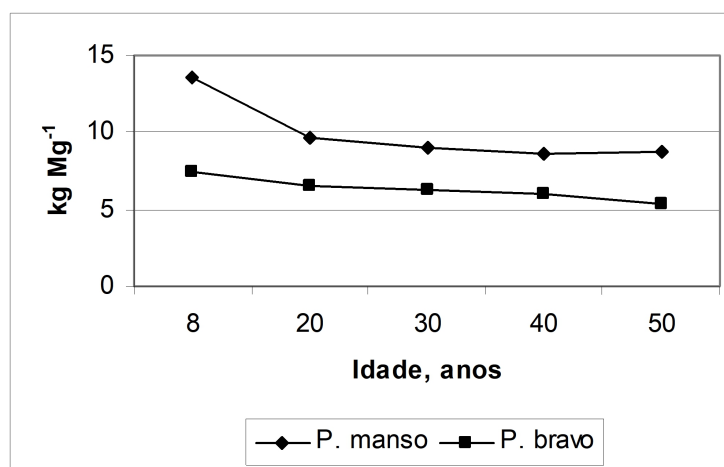


Figura 8.5. Variação do peso total dos seis nutrientes em consideração, acumulado num Mg de biomassa de pinheiro manso e P. bravo

Quadro 8.6. Valores das constantes, na eq. (8.15)

Elementos	$\beta_0$	$\beta_1$	$R^2$
N	280,341467	0,001865	0,997
P	29,431840	0,001795	0,997
K	164,092994	0,002147	0,996
Ca	199,898583	0,001747	0,997
Mg	55,432005	0,001868	0,995
Na	37,216965	0,022180	0,996

Quadro 8.7. Valores das constantes, na eq. (8.16)

Elementos	$\beta_0$	$\beta_1$	$R^2$
N	132,432268	-0,001528	0,996
P	13,909024	-0,001535	0,996
K	74,958434	-0,001695	0,992
Ca	80,605974	-0,001985	0,996
Mg	24,629887	-0,001676	0,996
Na	18,050523	-0,001489	0,992

Quadro 8.8. Valores das constantes, na eq. (8.17)

Elementos	$\beta_0$	$\beta_1$	$R^2$
N	145,013142	-0,001692	0,990
P	15,070683	-0,001684	0,994
K	84,485023	-0,001914	0,983
Ca	89,274306	-0,002163	0,990
Mg	27,139653	-0,001840	0,989
Na	20,426524	-0,001731	0,984

Quadro 8.9. Valores das constantes, na eq. (8.18)

Elementos	$\beta_0$	$\beta_1$	$R^2$
N	156,993338	0,008889	0,997
P	16,830907	0,008783	0,997
K	93,322672	0,008643	0,997
Ca	97,413044	0,008493	0,997
Mg	30,083204	0,008688	0,997
Na	22,761741	0,008754	0,997

Quadro 8.10. Nutrientes na copa como percentagem do total acumulado, no PPAR 24/0,19

Idades	Nutrientes					
	N	P	K	Ca	Mg	Na
8	63	65	56	66	62	5
30	47	49	41	51	47	39
50	43	44	36	46	42	34

A informação deste quadro conjugada com a da saída do BIOMACIC permite concluir que a copa é uma componente relativamente rica em nutrientes, atendendo à sua biomassa. Dada esta verificação, a extração dos despojos da copa, da floresta, pode conduzir, a longo prazo, ao declínio da fertilidade local, pelo que esta operação deve ser evitada. Dispomos de outros procedimentos que permitem minimizar os riscos de fogo e fitossanitários associados à presença dos despojos na floresta, e assim, dispensar a sua remoção.

No PBJ simétrico do PPAR 24/0,19, como está em equilíbrio dinâmico, verifica-se  $U=R$  e  $I=0$ . O valor de  $U$  pode ser tido como o do PPAR aos 40 anos (quadro 8.5).

Os nutrientes acumulados na biomassa deste PBJ são os seguintes ( $\text{kg ha}^{-1}$ ; Barreto, 1996a)

N: 511,0 P:52,2 K:326,3 Ca:349,5 Mg:101,0 Na:75,7

No PBJ, a queda de biomassa para o solo é constante e estimado em  $12,9 \text{ Mg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ . Se admitirmos que esta biomassa cai pontualmente no Outono, para valores, em equilíbrio dinâmico, dos pesos da folhada no solo, antes da sua queda e depois desta, apuramos, respetivamente, 19,3 e  $32,3 \text{ Mg ha}^{-1}$ .

### 8.5.A Eficiência do Pinhal-bravo no Uso dos Nutrientes

No quadro 8.11, para o PPAR 24/0,10, exibimos as eficiências no uso dos nutrientes, expressos em termos de quilograma de PPL por quilograma de nutriente absorvido, nas idades 8, 30 e 50 anos.

Quadro 8.11. Eficiência no uso dos nutrientes. PPL ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )  $U^{-1}$  ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ ano}^{-1}$ )

Idades	Nutrientes					
	N	P	K	Ca	Mg	Na
8	301	2888	538	527	1650	2161
30	288	2774	524	535	1602	2064
50	249	2383	467	482	1409	1804

Da informação constante do quadro 8.11, destaco o seguinte:

a) A eficiência no uso dos nutrientes declina com a idade.

b) Aos 8 anos, a eficiência dos nutrientes pode ser assim ordenada:

$P > Na > Mg > K > Ca > N$

trocando Ca e K de posição, nas outras duas idades.

Comparado ao pinheiro manso, as eficiências do Pb são superiores, o que é coerente com a sua maior frugalidade.

## Bibliografia

Barreto, L. S., 1994. The dynamics of the biomass of maritime pine trees and stands. *Silva Lusitana*, 2(2):239-248.

Barreto, L. S., 1995. *The Intrasystem Cycles of Nutrients in a Stand of Pinus pinaster. A Simulative Dynamical Evaluation*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1995. A note on the simulative appraisal of the nutrients retained in uneven-aged stands of *Pinus pinaster*. *Silva Lusitana*, 4(1):117-120

Barreto, L. S., 2000a. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.

Barreto, L. S., 2000b. Evaluating the use of energy in self-thinned pure stands of *Pinus pinaster*. A simulation approach. *Silva Lusitana*, 8(2):245-251.

Chapin III, F. S., P. A. Matson, H. A. Mooney, 2002. *Principles of Terrestrial Ecosystem Ecology*. Springer, Berlin.

Chung, H. H., R. L. Barner, 1977. Photosynthate allocation in *Pinus taeda*, 1, Substrate requirements for synthesis of biomass. *Can. J. For. Res.* 7:16-111.

Lemoine, B., J. Gelpe, J. Ranger, C. Nys, 1986. Biomasses et croissance du pin maritime. Étude de variabilité dans un peuplement de 16 ans. *Ann. Sci. For.*, 43(1):67-84.

Lemoine, B., J. Ranger, e J. Gelpe, 1988. Distribution qualitative et quantitative des éléments nutritifs dans un jeune peuplement de pin maritime (*Pinus pinaster* Ait.). *Ann. Sci. For.*, 45(2) :95-116.

Waring, R. H., W. H. Schlesinger, 1985. *Forest Ecosystems. Concepts and Management*. Academic Press, Orlando.

## 9

### PINHAIS-BRAVOS EM AMBIENTES VARIÁVEIS

#### 9.1. Introdução

Até aqui, tenho assumido um estrito determinismo na dinâmica do pinhal bravo, e uma só unidade de tempo, associada aos valores apresentados da sua dinâmica – o ano. Na verdade, podemos elaborar modelos com maior ou menor resolução temporal, por exemplo, no primeiro caso, utilizar a estação de crescimento e a de repouso vegetativo, o trimestre, o mês ou a semana. Nesta circunstância, temos de assumir variações intra anuais. Podemos assumir variações do ambiente inter anuais, como, por exemplo, a pluviosidade ter um padrão cíclico de 5 anos. Estes modelos por sua vez, podem ser determinísticos ou estocásticos. Desta panóplia de possíveis modelos, vou reter oito situações que analisaremos neste capítulo. Abordaremos pinhais-bravos tanto regulares, como irregulares. Nas secções 9.2 a 9.5, o PPAR simulado é o 24/0,19. Nas secções 9.6 e 9.7 abordarei pinhais jardindos. Na secção 9.8, introduzirei o modelo KHRONOSKHAPA.

#### 9.2. Modelo Anual com Ciclo de Variação de Seis Anos do Valor de $c$

Neste modelo, a variação do cíclica do ambiente é interirizada pelo PPAR através de  $c$ , que passa a ter a seguinte expressão:

$$c=0,05 + 0,02 \times \text{seno}(t \times 2\pi/6) \quad (9.1)$$

Este valor de  $c$  é introduzido na equação de Gompertz, e o dap ( $y_{11}$ ) é projectado, de modo a eliminar diminuições do dap. As árvores não podem encolher, nos maus anos não crescem, nos bons crescem. As equações alométricas do quadro 5.4 são utilizadas para estimar as outras variáveis. Na figura 9.1, ilustro a variação de  $c$ , e dap e do volume em pé ( $y_{13}$ ).

#### 9.3 Modelo Anual com Variação Cíclica e Estocástica de $c$

Ao modelo da secção anterior, vou adicionar estocacidade à variação de  $c$ . Há muitas maneiras de fazer isto. Escolhi a mais simples. À eq. (9.1) adiciono um termo associado a uma variável aleatória de distribuição uniforme, que varia entre 0 e 1. Escrevo, pois:

$$c= 0,05 + 0,02 \times \text{seno}(t \times 2\pi/6)) + z \times 0,005 \quad (9.2)$$

em que  $z$  é um número aleatório gerado pela linguagem de programação que estejamos a utilizar. O resto do procedimento é igual ao do modelo anterior. Na figura 9.2, ilustro a variação de  $c$ , e dap.

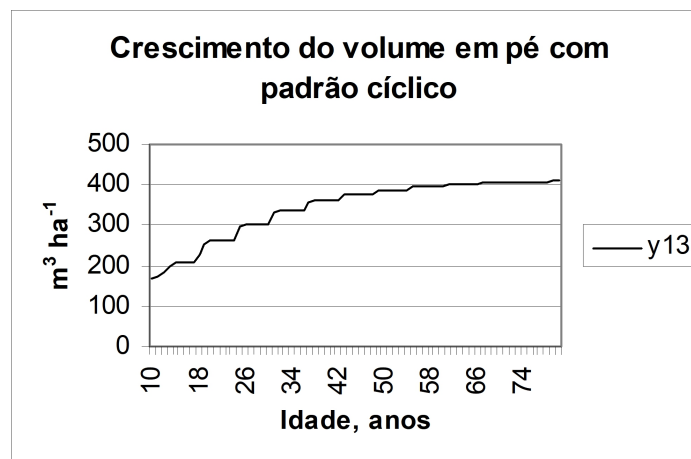
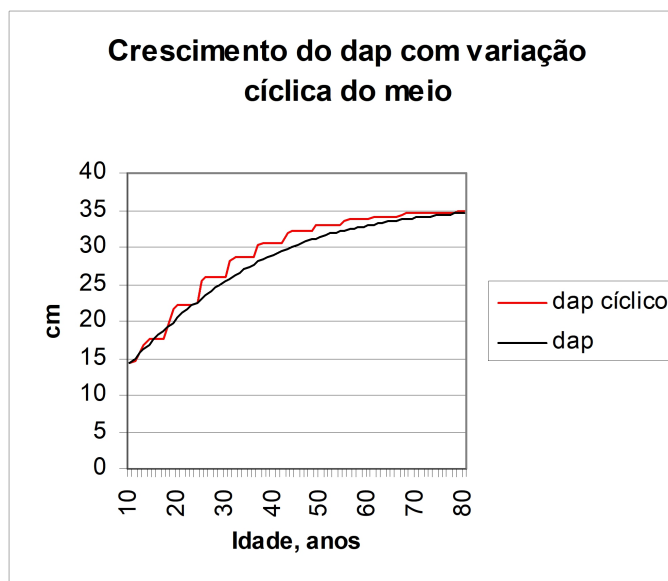
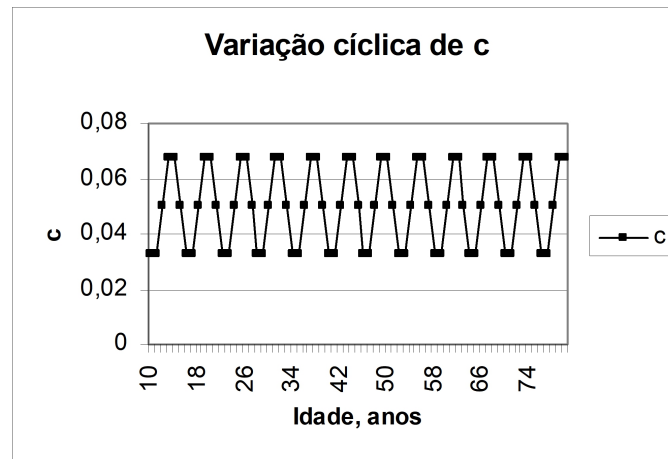


Figura 9.1. PPAR 24/0,19. Simulação de  $c$ ,  $y_{11}$  e  $y_{31}$ , com o modelo da secção 9.2

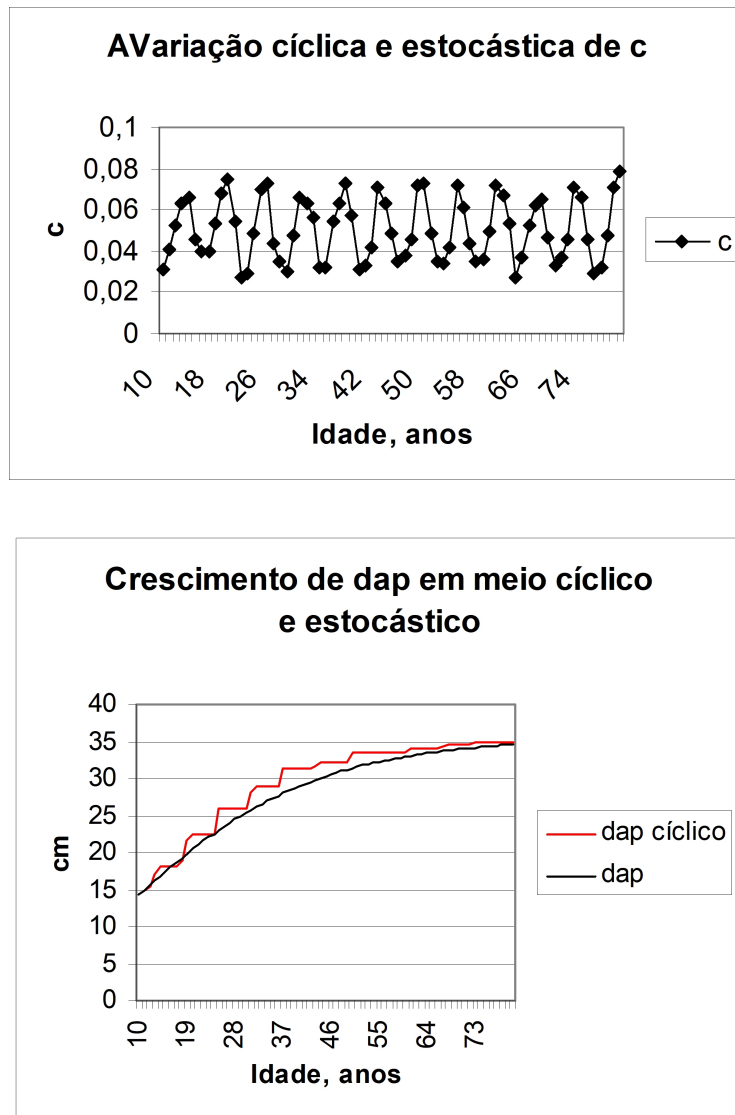


Figura 9.2. PPAR 24/0,19. Simulação de  $c$  e  $y_{11}$ , com o modelo da secção 9.3

### 9.4. Modelo Discreto Estocástico

O modelo que agora apresento, é uma aplicação da eq. (1.17), uma das formas discretas da EGP (equação de Gompertz, lembre-se). Para  $y_{11}$ , o dap, do PPAR 24/0,19, escrevo:

$$y_{11t+1} = y_{11t} \times \exp(0,174527 - 0,05 \times \ln(y_{11t}) + z \times 0,005) \tag{9.3}$$

em  $z$  é uma variável de distribuição normal, de média zero e variância 1 ( $N(0,1)$ ). O resto do modelo é igual ao da secção 9.1. Na figura 9.3, ilustro a dinâmica do dap, altura, densidade e volume em pé, nas unidades usuais. Se mudar 0,005 para um valor maior, o efeito da estocacidade é ampliado.

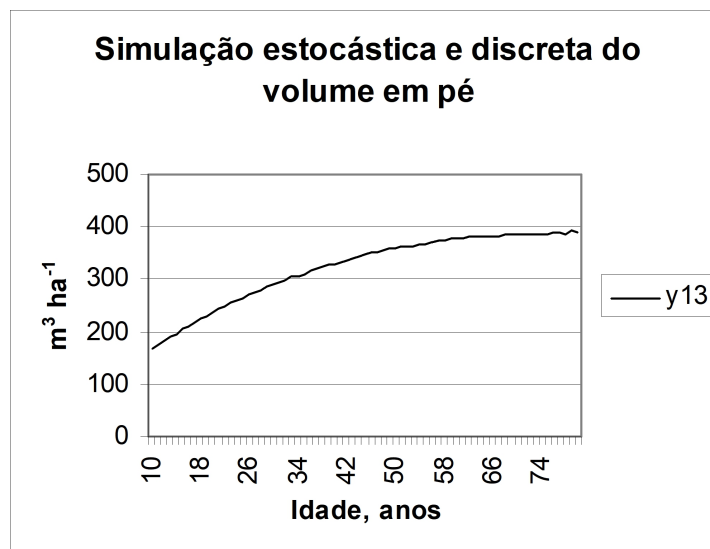
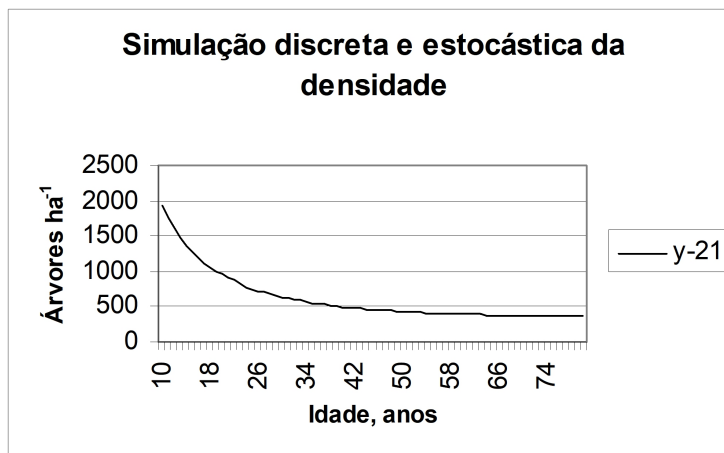
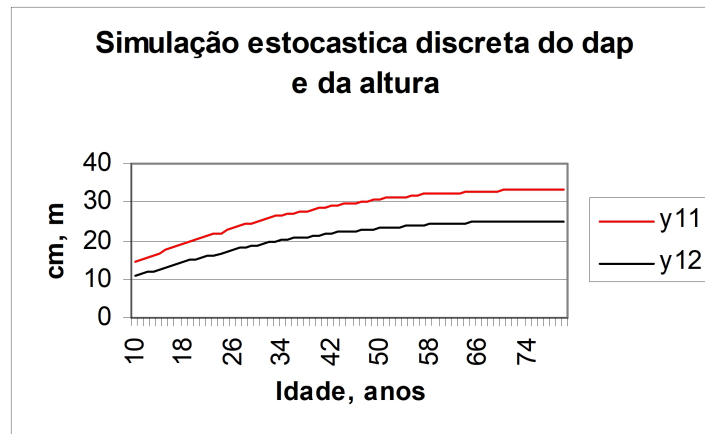


Figura 9.3. PPAR 24/0,19. Simulação de  $y_{11}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{-21}$ ,  $y_{13}$  com o modelo da secção 9.4

## 9.5. Modelo com variação estocástica do valor final do dap ( $y_{11f}$ )

Os valores finais das VAF associadas ao tamanho da árvore são maiores nas melhores CQ, ou seja, quando as condições para o crescimento são mais favoráveis. Outra maneira de simular o efeito das variações do ambiente em que o PPAR se localiza, no seu crescimento, para além de  $c$ , é fazendo variar o valor final das variáveis. É isto que fazemos no modelo desta secção. O dap final,  $y_{11f}$ , é uma variável com uma distribuição lognormal de média 3,558427 ( $=\ln(14,31/0,4076)$ ), sendo 14,31 o dap médio, aos 10 anos, do PPAR 24/0,19) e desvio padrão 0,05. Usei a função LOGINV (ou INVLOG), na simulação com este modelo, no Excel.

Obtido um número aleatório, a função LOGINV calcula um valor final do dap, que é introduzido na EGP. As outras variáveis são estimadas através das equações alométricas. Inserir instruções para evitar o encolher da árvore, nos piores anos. Os resultados exibem-se na figura 9.4.

## 9.6. Modelação da Dinâmica Intra Anual de um Pinhal Bravo Jardinado

As simulações que dão valores anuais deixam na obscuridade toda a dinâmica fina do povoamento. Sabemos que nas zonas temperadas, as árvores têm um período de metabolismo e crescimento, na estação dita, mesmo, de crescimento, e outra de repouso vegetativo. Nesta secção, vou propor uma abordagem à variação trimestral do número de árvores do PBJ para protecção, proposto na secção 5.6.

Para este efeito, vou considerar que o PBJ está em equilíbrio, prevalecendo a seguinte estrutura etária estável ( $n^{\circ}$  de árvores  $ha^{-1}$ ): classe I: 282, II: 157; III: 111; IV: 90; V:79; VI: 73; VII: 69. A matriz de projecção anual deste PBJ é a inserida no quadro 5.4.

Para alcançar o meu propósito, estabeleço uma matriz de projecção para cada trimestre, de tal modo que o produto das quatro matrizes seja igual à matriz do quadro 6.4, para no fim do ano as estruturas desagregadas e agregadas serem idênticas.

Vou estabelecer as frequências das classes em 1 de Janeiro (igual à de 31 de Dezembro do ano anterior), 1 de Abril (igual à de 31 de Março), 1 de Julho (igual à de 30 de Junho), 31 de Dezembro. Tenho pois que ter uma matriz para a transição de cada um destes períodos para o trimestre seguinte.

As minhas conjecturas sobre a dinâmica intra anual do número de árvores das classes do PBJ são as seguintes:

*CONJ 1.* O número de árvores mantém-se estável de 1 de Janeiro a 1 de Abril.

*CONJ2.* No período de 1 de Abril a 30 de Junho, as condições são favoráveis ao crescimento, os recursos abundam. Neste período, não só as árvores crescem bem, como também a competição se atenua, o auto-desbaste é menor, e ocorre uma sobre lotação do pinhal (existem mais árvores que as da estrutura estável). Nas classes de qualidade 20 e 16, hipotetizo que este excesso não deve ultrapassar os 15% da existência estável. O PBJ atravessa um estado *transiente*.

*CONJ3.* De 1 de Julho a 30 de Setembro, as árvores continuam a ter algum crescimento, mas os recursos já não são tão abundantes, e como há um excesso anormal de árvores, a competição agudiza-se e o auto-desbaste é intenso. Assim, o número de árvores é reduzido à estrutura estável atrás descrita (282, 157, 111, 90, 79, 73, 69).

*CONJ4.* De 1 de Outubro a 31 de Dezembro, a densidade mantém invariável.

A densidade constante, obtém-se recorrendo a uma matriz identidade de ordem 7 ( $I_7$ ).

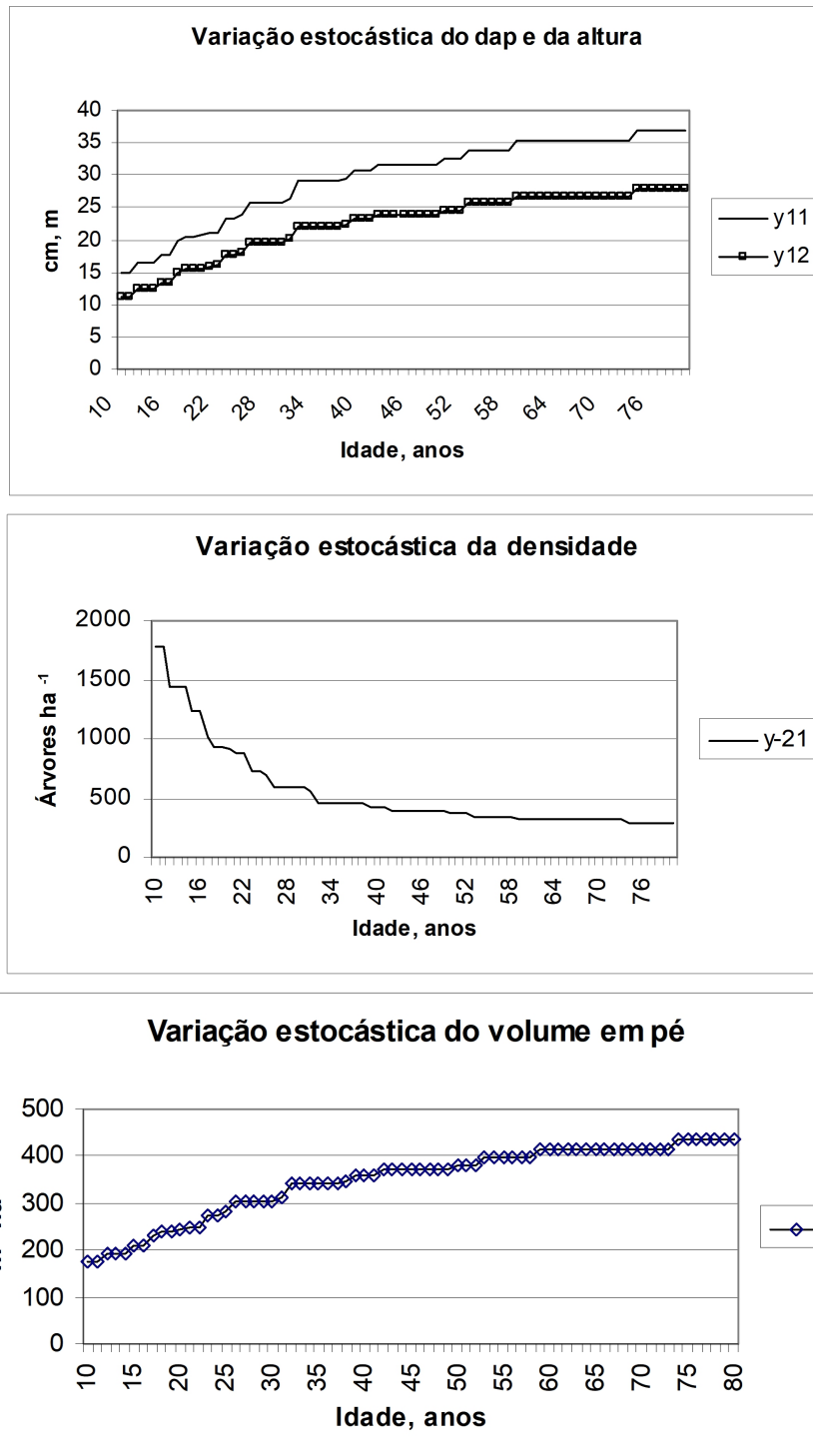


Figura 9.4. PPAR 24/0,19. Simulação de  $y_{11}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{-21}$ ,  $y_{13}$  com o modelo da secção 9.5

O que se passa pode ser esquematizado na figura 9.5.

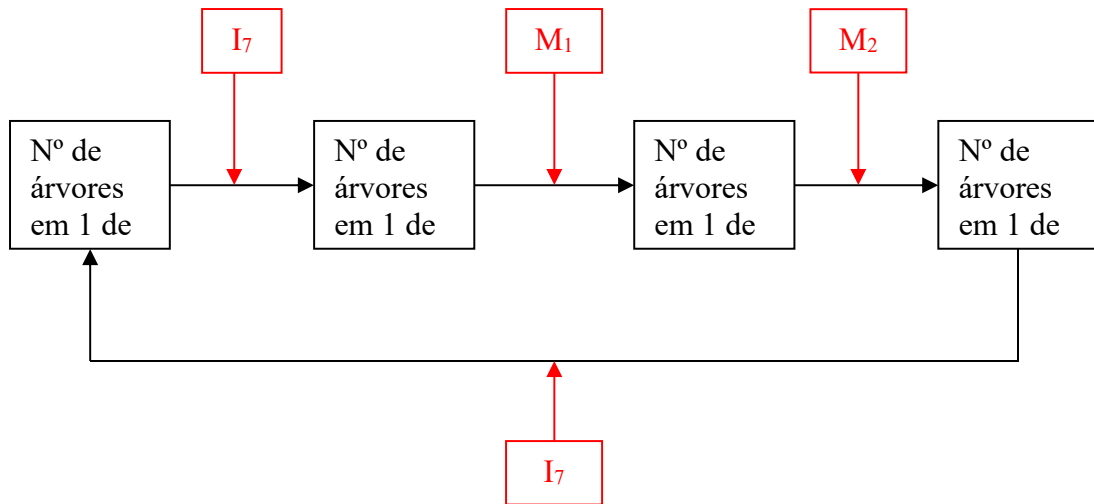


Figura 9.5. Esquema da modelação intra anual do número de árvores ha<sup>-1</sup>, de um PBJ

As matrizes mencionadas na figura 9.5 implicam:

$$I_7 \times M_1 \times M_2 \times I_7 = \text{Matriz do quadro 5.4} \quad (9.4)$$

Ou seja:

$$M_1 \times M_2 = \text{Matriz do quadro 5.4} \quad (9.5)$$

A minha estimação da matriz  $M_1$  é a seguinte:

$$M_1 = \begin{vmatrix} 1.124 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.124 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.124 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.124 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.124 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.124 & 0 \end{vmatrix} \quad (9.6)$$

Esta matriz multiplicada pelo vetor da estrutura etária estável dá-nos a seguinte população em 1 de Junho:

$$y_{-21T2} = [317, 176, 125, 101, 89, 82, 77]' \quad (9.7)$$

Multiplicando o vetor  $y_{-21Tr2}$  pela matriz  $M_2$  seguinte:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0.376 & 0.193 & 0.243 & 0.288 & 0.288 & 0.288 & 0.256 \\ 0.321 & 0.314 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.367 & 0.369 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.397 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.415 & 0.418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.427 & 0.43 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.434 & 0.436 \end{pmatrix} \quad (9.8)$$

obtemos a estrutura etária estável. Em número total de árvores por hectare, a dinâmica que se observa é a seguinte:

861(1/Jan) → 861(1/Abr) → 967(1/Jul) → 861(1/Out) → 861(31/Dez)

Na figura 9.6, ilustro a pulsação da dinâmica trimestral da densidade total do PBJ para protecção, em três anos consecutivos.

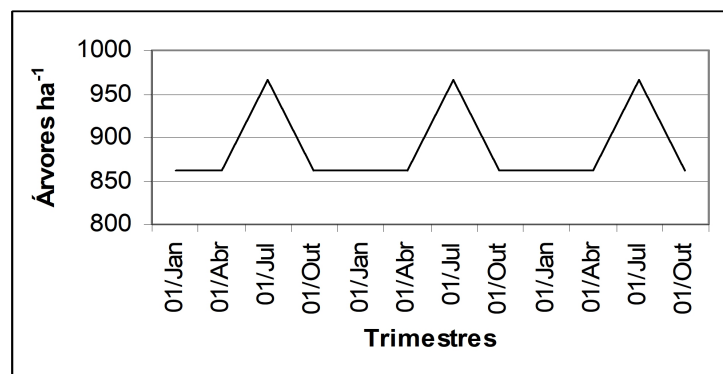


Figura 9.6. Ilustração da dinâmica trimestral da densidade total do PBJ para protecção, em três anos consecutivos

## 9.6. Modelação Estocástica de um Pinhal-bravo Jardinado

Abordo, agora, a simulação escolástica do número total de árvores por hectare, no PBJ para protecção, da secção 5.6.

Os diâmetros médios das classes são os seguintes:

[11,12; 14,93; 17,82; 19,81; 21,12; 21,96; 22,48]

O procedimento de simulação que vou utilizar é o "Algorithm 2", descrito em Barreto (2002:9), cujos passos são os seguintes:

*Passo 1.* Achar um valor aleatório do dap da classe I. Uso uma distribuição lognormal (2,408745, 0,05).

*Passo 2.* Calcular o dap médio das outras classes recorrendo às seguintes equações:

$y_{11}(II) = 1,342626 y_{11}(I)$ ;  $y_{11}(III) = 1,602518 y_{11}(I)$ ;  $y_{11}(IV) = 1,781475 y_{11}(I)$ ;  
 $y_{11}(V) = 1,899280 y_{11}(I)$ ;  $y_{11}(VI) = 1,974820 y_{11}(I)$ ;  $y_{11}(VII) = 2,021853 y_{11}(I)$ .

*Passo 3.* Calcular a área ocupada pela árvore média da classe *i*, de acordo com a seguinte equação alométrica:  $y_{27}(i) = 0,0409678 y_{11}(i)^2$ .

*Passo 4.* Calcular a frequência da classe *i*, recorrendo à equação:  $y_{21}(i) = 1428,57152 / y_{27}(i)$  (10000 m<sup>2</sup>/7=1428,57152).

*Passo 5.* Adicionar o número de árvores das classes para obter a densidade total.

Na figura 9.7, exibo uma simulação do número de árvores por hectare, do PBJ em análise, que se estende por 71 anos. Em Barreto (2002b), pode-se encontrar um tratamento mais pormenorizado e extenso, da simulação escolástica de povoamentos auto-desbastados puros.

Caswell (2000) dedica os capítulos 14 e 15, do seu livro, às simulações estocásticas de populações, utilizando modelos matriciais.

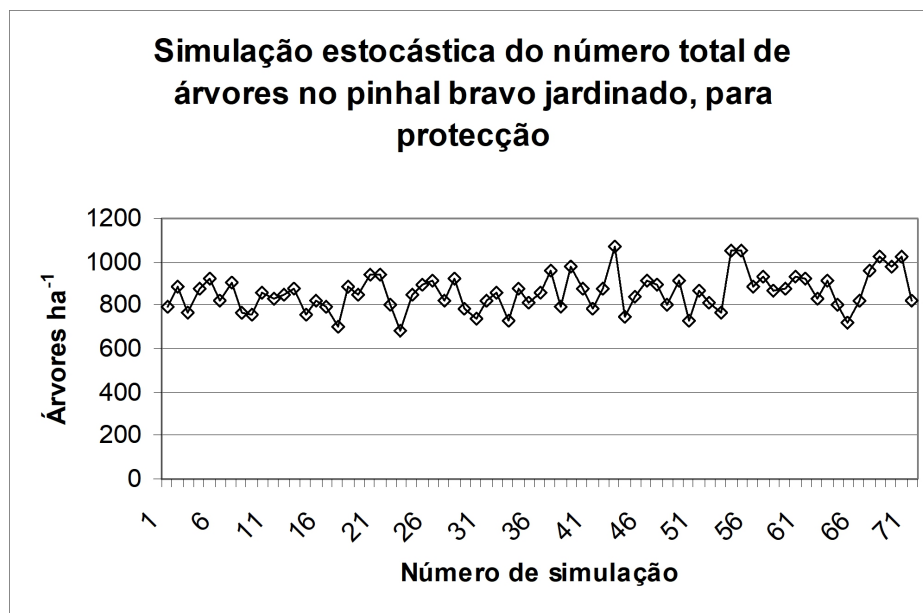


Figura 9.7. Simulação escolástica do número total de árvores do PBJ para protecção, de acordo com o algoritmo descrito na secção 9.6

## 9.7. O Modelo SB-KHRONOSKHABA

### *O Modelo SB-KHRONOSKHABA*

O modelo SB-KHRONOSKHABA (SKK) foi introduzido por mim em Barreto (2004), e é uma aplicação da EGP, em que se recorre à taxa relativa de crescimento das variáveis simuladas, e à unidade de tempo que quisermos. Eu vou considerar aqui a variação intra anual e recorro ao mês e à semana. Começo por considerar o mês.

Não pretendo simular nenhuma situação específica do Pb, mas tão só ilustrar a capacidade de simulação do modelo SKK.

Não surpreende que a equação básica do modelo seja a seguinte:

$$y_{ijt+d} = y_{ijt} (1 + f(-c_t \ln R_i \exp(-c_t(t-t_0))) \tag{9.9}$$

$d=1/12$ ;  $f=1/(\text{número de meses da estação de crescimento})$ .

#### *Aplicação ao pinhal bravo*

Começo por relembrar os valores característicos (anuais) da dinâmica da espécie. Temos:  $c=0.05$   $R_{-2}=6.019$ ;  $R_{0.666}=0.5497$ ;  $R_1=0.4076$ ;  $R_2=0.1661$ ;  $R_{2.666}=0.0913$ ;  $R_3=0.0677$ . Recorro ao PPAR 24/0,19.

Assumo que a estação de crescimento decorre de Março a Julho. Nestes meses, os valores de  $c_t$  são, respectivamente, 0.03, 0.06, 0.08, 0.05, 0.03. A média dos valores é 0,05. O crescimento tem um máximo em Maio.

Nos quadros 9.1 e 9.2, respectivamente para a árvore e para o povoamento, inscrevo os resultados das simulações para as idades 14-15, 19-20, 24-25, 29-30, 34-35, 39-40 anos. Nos quadros 9.3 e 9.4, exibio os valores calculados com o modelo contínuo da EGP (eq. (1.9)), para comparação. Na figura 9.8 ilustro o crescimento mensal do volume em pé, dos 10 aos 12 anos.

A comparação do quadro 9.1 com o 9.3, e o 9.2 com o 9.4, dá-nos conta de pequenas discrepâncias devido à discretização do processo contínuo, e arredondamento de valores. Posso concluir que o comportamento da versão mensal do modelo SKK é aceitável.

#### *Variantes do Modelo SB-KHRONOSKHABA*

O SKK pode ser adaptado às seguintes situações::

1. Mudar a extensão da estação de crescimento.
2. Mudar o padrão intra sazonal de crescimento.
3. Simulação não sincrónica de variáveis (e.g., o dap e a altura).
4. Como já mencionei, usar unidades de tempo diferentes do mês (e.g., semana, dia).
5. Introduzir estocacidade, recorrendo ao modelo seguinte:

$$y_{ijt+d} = y_{ijt} (1 + f(-c_t \ln R_i \exp(-c_t(t-t_0)) + w Z(t)) \quad (9.10)$$

sendo  $Z(t)$  uma variável aleatória de distribuição, média e variâncias conhecidas, e  $w$  uma constante positiva.

Para ilustrar as sugestões cabadas de formular, na figura 9.9, exibio o crescimento semanal em Abril e Maio, da biomassa total da árvores, aos 20 anos de idade, da mesma árvore simulada no quadro 9.1. A figura 9.10 exhibe uma versão estocástica, da mesma simulação com  $Z(t)=N(0,1)$ ,  $w=0.005$ .

Quadro 9.1. A simulação do crescimento da árvore

Idade	Mês	c	Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>24</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>34</sub>	Y <sub>35</sub>	Y <sub>2,61</sub>
10,00	Jan	0	7,97	14,62	3,53	26,12	32,94	5,66	38,60	10,81	75,53
14,00	Jan	0	10,99	20,16	4,86	36,02	38,71	6,65	45,36	12,70	94,08
14,08	Fev	0	10,99	20,16	4,86	36,02	38,71	6,65	45,36	12,70	94,08
14,17	Mar	0,03	10,99	20,16	4,86	36,02	38,71	6,65	45,36	12,70	94,08
14,25	Abr	0,06	11,10	20,36	4,91	36,36	38,89	6,68	45,58	12,76	94,70
14,33	Maio	0,08	11,28	20,70	4,99	36,97	39,22	6,74	45,96	12,87	95,79
14,42	Jun	0,05	11,51	21,12	5,09	37,72	39,62	6,81	46,42	13,00	97,14
14,50	Jul	0,03	11,68	21,42	5,16	38,26	39,90	6,86	46,76	13,09	98,11
14,58	Ago	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
14,67	Set	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
14,75	Out	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
14,83	Nov	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
14,92	Dez	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
15,00	Jan	0	11,79	21,62	5,21	38,62	40,09	6,89	46,98	13,15	98,75
19,00	Jan	0	15,04	27,59	6,65	49,29	45,30	7,79	53,09	14,87	117,25
19,08	Fev	0	15,04	27,59	6,65	49,29	45,30	7,79	53,09	14,87	117,25
19,17	Mar	0,03	15,04	27,59	6,65	49,29	45,30	7,79	53,09	14,87	117,25
19,25	Abr	0,06	15,17	27,82	6,71	49,69	45,49	7,82	53,31	14,93	117,93
19,33	Maio	0,08	15,36	28,16	6,79	50,31	45,77	7,87	53,64	15,02	118,97
19,42	Jun	0,05	15,56	28,55	6,88	50,99	46,08	7,92	54,00	15,12	120,12
19,50	Jul	0,03	15,74	28,87	6,96	51,57	46,34	7,96	54,31	15,21	121,08
19,58	Ago	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
19,67	Set	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
19,75	Out	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
19,83	Nov	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
19,92	Dez	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
20,00	Jan	0	15,87	29,10	7,02	51,98	46,53	8,00	54,53	15,27	121,78
24,00	Jan	0	19,12	35,07	8,45	62,65	51,09	8,78	59,87	16,76	139,28
24,08	Fev	0	19,12	35,07	8,45	62,65	51,09	8,78	59,87	16,76	139,28
24,17	Mar	0,03	19,12	35,07	8,45	62,65	51,09	8,78	59,87	16,76	139,28
24,25	Abr	0,06	19,26	35,32	8,51	63,09	51,27	8,81	60,08	16,82	139,99
24,33	Maio	0,08	19,43	35,64	8,59	63,67	51,50	8,85	60,36	16,90	140,92
24,42	Jun	0,05	19,61	35,97	8,67	64,25	51,74	8,89	60,63	16,98	141,86
24,50	Jul	0,03	19,78	36,28	8,75	64,81	51,97	8,93	60,90	17,05	142,76
24,58	Ago	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48
24,67	Set	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48
24,75	Out	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48
24,83	Nov	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48
24,92	Dez	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48
25,00	Jan	0	19,92	36,53	8,81	65,26	52,15	8,96	61,11	17,11	143,48

Quadro 9.1. Continuação

Idade	Mês	c	Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>24</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>34</sub>	Y <sub>35</sub>	Y <sub>2,61</sub>
29,00	Jan	0	23,00	42,19	10,17	75,37	56,05	9,63	65,68	18,39	159,44
29,08	Fev	0	23,00	42,19	10,17	75,37	56,05	9,63	65,68	18,39	159,44
29,17	Mar	0,03	23,00	42,19	10,17	75,37	56,05	9,63	65,68	18,39	159,44
29,25	Abr	0,06	23,14	42,45	10,23	75,83	56,22	9,66	65,88	18,45	160,15
29,33	Mai	0,08	23,30	42,74	10,30	76,34	56,41	9,69	66,10	18,51	160,95
29,42	Jun	0,05	23,44	43,00	10,37	76,81	56,58	9,72	66,30	18,56	161,68
29,50	Jul	0,03	23,60	43,29	10,44	77,33	56,77	9,76	66,53	18,63	162,49
29,58	Ago	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
29,67	Set	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
29,75	Out	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
29,83	Nov	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
29,92	Dez	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
30,00	Jan	0	23,74	43,55	10,50	77,79	56,94	9,79	66,73	18,68	163,21
34,00	Jan	0	26,56	48,71	11,74	87,02	60,23	10,35	70,58	19,76	177,36
34,08	Fev	0	26,56	48,71	11,74	87,02	60,23	10,35	70,58	19,76	177,36
34,17	Mar	0,03	26,56	48,71	11,74	87,02	60,23	10,35	70,58	19,76	177,36
34,25	Abr	0,06	26,70	48,97	11,80	87,47	60,38	10,38	70,76	19,81	178,05
34,33	Mai	0,08	26,83	49,21	11,86	87,91	60,54	10,40	70,94	19,86	178,71
34,42	Jun	0,05	26,94	49,42	11,91	88,27	60,66	10,43	71,09	19,90	179,26
34,50	Jul	0,03	27,08	49,68	11,98	88,74	60,82	10,45	71,27	19,96	179,97
34,58	Ago	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
34,67	Set	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
34,75	Out	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
34,83	Nov	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
34,92	Dez	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
35,00	Jan	0	27,22	49,93	12,04	89,20	60,98	10,48	71,46	20,01	180,66
39,00	Jan	0	29,73	54,52	13,14	97,39	63,72	10,95	74,67	20,91	192,97
39,08	Fev	0	29,73	54,52	13,14	97,39	63,72	10,95	74,67	20,91	192,97
39,17	Mar	0,03	29,73	54,52	13,14	97,39	63,72	10,95	74,67	20,91	192,97
39,25	Abr	0,06	29,86	54,77	13,20	97,83	63,86	10,98	74,84	20,96	193,62
39,33	Mai	0,08	29,97	54,97	13,25	98,19	63,98	11,00	74,98	20,99	194,17
39,42	Jun	0,05	30,05	55,12	13,29	98,46	64,07	11,01	75,08	21,02	194,57
39,50	Jul	0,03	30,18	55,35	13,34	98,87	64,20	11,03	75,24	21,07	195,17
39,58	Ago	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83
39,67	Set	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83
39,75	Out	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83
39,83	Nov	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83
39,92	Dez	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83
40,00	Jan	0	30,31	55,60	13,40	99,31	64,35	11,06	75,40	21,11	195,83

Quadro 9.2. Simulação do crescimento do povoamento

Idade	Mês	c	$y_{11}$	$\Delta y_{11}$	$y_{13}$	$\Delta y_{13}$	$y_{0,666}$	$\Delta y_{0,666}$
10,000	Jan	0	14,31	0,00000	168,00	0,00000	148,03	0,00000
14,000	Jan	0	16,82	0,00000	197,43	0,00000	164,87	0,00000
14,083	Fev	0	16,82	0,00000	197,43	0,00000	164,87	0,00000
14,167	Mar	0,03	16,82	0,07991	197,43	0,93819	164,87	0,52239
14,250	Abr	0,06	16,90	0,14101	198,36	1,65547	165,40	0,92032
14,333	Maio	0,08	17,04	0,17298	200,02	2,03076	166,32	1,12584
14,417	Jun	0,05	17,21	0,12385	202,05	1,45403	167,44	0,80341
14,500	Jul	0,03	17,33	0,08155	203,51	0,95745	168,25	0,52777
14,583	Ago	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
14,667	Set	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
14,750	Out	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
14,833	Nov	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
14,917	Dez	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
15,000	Jan	0	17,42	0,00000	204,46	0,00000	168,77	0,00000
19,000	Jan	0	19,68	0,00000	231,07	0,00000	183,13	0,00000
19,083	Fev	0	19,68	0,00000	231,07	0,00000	183,13	0,00000
19,167	Mar	0,03	19,68	0,08050	231,07	0,94511	183,13	0,49942
19,250	Abr	0,06	19,76	0,12218	232,02	1,43444	183,63	0,75696
19,333	Maio	0,08	19,88	0,13533	233,45	1,58876	184,39	0,83668
19,417	Jun	0,05	20,02	0,11220	235,04	1,31728	185,23	0,69215
19,500	Jul	0,03	20,13	0,08153	236,36	0,95711	185,92	0,50197
19,583	Ago	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
19,667	Set	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
19,750	Out	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
19,833	Nov	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
19,917	Dez	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
20,000	Jan	0	20,21	0,00000	237,31	0,00000	186,42	0,00000
24,000	Jan	0	22,20	0,00000	260,58	0,00000	198,42	0,00000
24,083	Fev	0	22,20	0,00000	260,58	0,00000	198,42	0,00000
24,167	Mar	0,03	22,20	0,07814	260,58	0,91735	198,42	0,46575
24,250	Abr	0,06	22,27	0,10202	261,50	1,19768	198,89	0,60737
24,333	Maio	0,08	22,38	0,10208	262,69	1,19839	199,50	0,60680
24,417	Jun	0,05	22,48	0,09811	263,89	1,15183	200,10	0,58234
24,500	Jul	0,03	22,58	0,07869	265,04	0,92378	200,69	0,46637
24,583	Ago	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000
24,667	Set	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000
24,750	Out	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000
24,833	Nov	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000
24,917	Dez	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000
25,000	Jan	0	22,65	0,00000	265,97	0,00000	201,15	0,00000

Quadro 9.2. Continuação

Idade	Mês	c	$y_{11}$	$\Delta y_{11}$	$y_{13}$	$\Delta y_{13}$	$y_{0,666}$	$\Delta y_{0,666}$
29,000	Jan	0	24,35	0,00000	285,86	0,00000	211,07	0,00000
29,083	Fev	0	24,35	0,00000	285,86	0,00000	211,07	0,00000
29,167	Mar	0,03	24,35	0,07378	285,86	0,86616	211,07	0,42641
29,250	Abr	0,06	24,42	0,08287	286,72	0,97286	211,49	0,47846
29,333	Maio	0,08	24,51	0,07494	287,70	0,87976	211,97	0,43218
29,417	Jun	0,05	24,58	0,08356	288,57	0,98096	212,40	0,48141
29,500	Jul	0,03	24,66	0,07399	289,56	0,86864	212,89	0,42581
29,583	Ago	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
29,667	Set	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
29,750	Out	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
29,833	Nov	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
29,917	Dez	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
30,000	Jan	0	24,74	0,00000	290,42	0,00000	213,31	0,00000
34,000	Jan	0	26,17	0,00000	307,18	0,00000	221,44	0,00000
34,083	Fev	0	26,17	0,00000	307,18	0,00000	221,44	0,00000
34,167	Mar	0,03	26,17	0,06824	307,18	0,80113	221,44	0,38506
34,250	Abr	0,06	26,23	0,06594	307,98	0,77415	221,83	0,37177
34,333	Maio	0,08	26,30	0,05391	308,76	0,63289	222,20	0,30368
34,417	Jun	0,05	26,35	0,06977	309,39	0,81907	222,50	0,39275
34,500	Jul	0,03	26,42	0,06823	310,21	0,80097	222,90	0,38373
34,583	Ago	0	26,49	0,00000	311,01	0,00000	223,28	0,00000
34,667	Set	0	26,49	0,00000	311,01	0,00000	223,28	0,00000
34,750	Out	0	26,49	0,00000	311,01	0,00000	223,28	0,00000
34,833	Nov	0	26,49	0,00000	311,01	0,00000	223,28	0,00000
34,917	Dez	0	26,49	0,00000	311,01	0,00000	223,28	0,00000
35,000	Jan	0	26,49	0,00000	311,33	0,00000	27,15	0,00000
39,000	Jan	0	27,68	0,00000	325,00	0,00000	229,93	0,00000
39,083	Fev	0	27,68	0,00000	325,00	0,00000	229,93	0,00000
39,167	Mar	0,03	27,68	0,06214	325,00	0,72953	229,93	0,34413
39,250	Abr	0,06	27,74	0,05167	325,73	0,60655	230,27	0,28590
39,333	Maio	0,08	27,80	0,03819	326,33	0,44839	230,56	0,21122
39,417	Jun	0,05	27,83	0,05739	326,78	0,67375	230,77	0,31724
39,500	Jul	0,03	27,89	0,06199	327,45	0,72773	231,09	0,34242
39,583	Ago	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000
39,667	Set	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000
39,750	Out	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000
39,833	Nov	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000
39,917	Dez	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000
40,000	Jan	0	27,95	0,00000	328,18	0,00000	231,43	0,00000

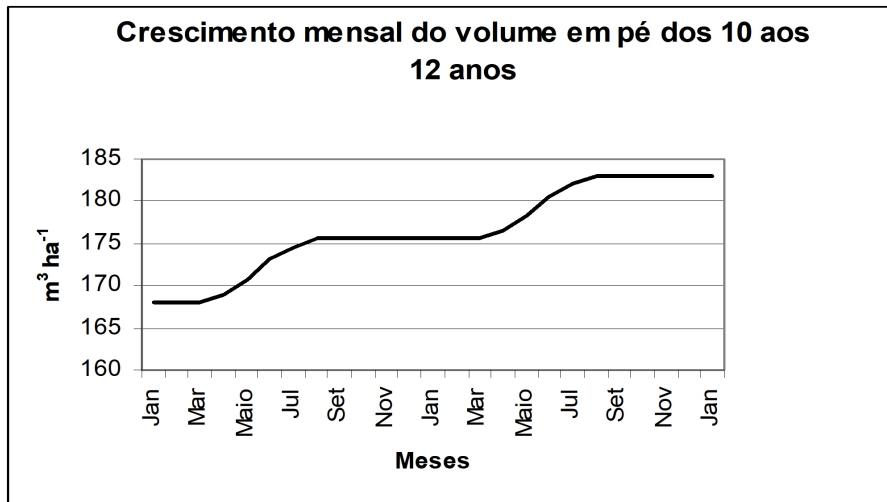


Figura 9.8. PPAR 24/0,19. Simulação mensal do volume em pé dos 10 aos 12 anos

Quadro 9.3. Simulação do crescimento da árvore com a eq. (1.9)

Idade	E	Y <sub>21</sub>	Y <sub>22</sub>	Y <sub>23</sub>	Y <sub>24</sub>	Y <sub>32</sub>	Y <sub>33</sub>	Y <sub>34</sub>	Y <sub>35</sub>	Y <sub>2,6661</sub>
10	0	7,97	14,62	3,525	26,12	32,9	5,661	38,6	10,81	75,5
15	-0,2	11,9	21,75	5,243	38,85	40,2	6,904	47,1	13,18	99,1
20	-0,4	16,2	29,63	7,144	52,93	46,9	8,058	54,9	15,39	123
25	-0,5	20,6	37,7	9,089	67,35	52,9	9,09	62	17,35	147
30	-0,6	24,8	45,48	10,96	81,24	58,1	9,983	68,1	19,06	168
35	-0,7	28,7	52,63	12,69	94,02	62,5	10,74	73,2	20,5	188
40	-0,8	32,2	58,98	14,22	105,3	66,1	11,37	77,5	21,7	205

Quadro 9.4. Simulação do crescimento do povoamento com a eq. (1.9)

Idade	y <sub>11</sub>	y <sub>13</sub>	Y <sub>0,6661</sub>
10	14,3	168	148,08
15	17,5	204,9	169,03
20	20,4	239,1	187,38
25	23	269,8	203,05
30	25,2	296,3	216,15
35	27,1	318,7	226,93
40	28,7	337,4	235,71

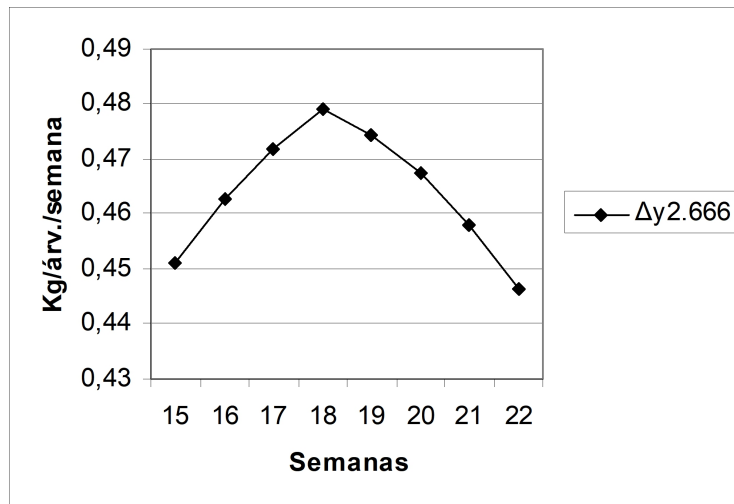


Figura 9.9. Gráfico do crescimento semanal da biomassa total da árvore, da mesma árvore exibida no quadro 9.1, em Abril e Maio, na idade 20. A numeração das semanas é referida ao ano

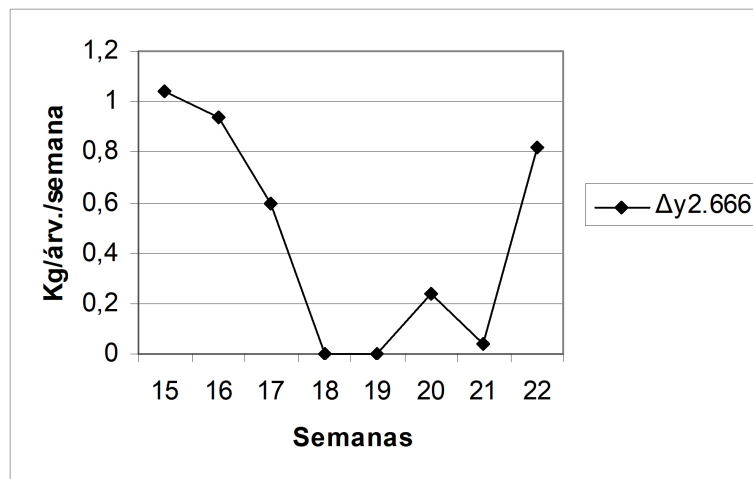


Figura 9.10. Versão estocástica da simulação representada na figura 9.9

**A leitura deste capítulo deve ser complementada com a dos capítulos 5 e 13 de Barreto (2010), livro de acesso livre na internet. No capítulo 13, encontram-se disponíveis listagens em Scilab para simulações estocásticas de pinhais bravos regulares e jardinados.**

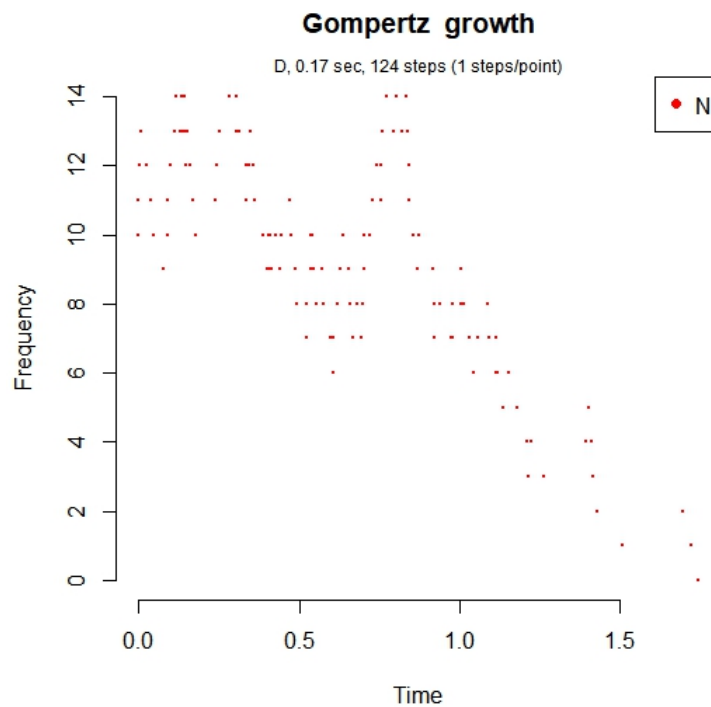
## 9.8. Simulação Estocástica no R

O software R tem uma biblioteca que aplica o algoritmo de Gillespie, que fornece soluções exatas de equações diferenciais (Pineda-Krch, 2008). Se não está familiarizado com este algoritmos procure na Wikipedia em inglês a entrada que lhe é dedicada.

Vou ilustrar a simulação da equação diferencial de Gompertz com este algoritmo, no software R.

```
> rm()
> parms <- c( b=1.05, d=0.98 , K=1000)
> x0 <- c(N=10)
> a <- c("b*N*log(K/N)", "d*N*log(K/N)")
> nu <- matrix(c(+1,-1),ncol=2)
> out <- ssa(x0,a,nu,parms,tf=5000,method="D",maxWallTime=4000,simName="Gompertz
growth")
> ssa.plot(out)
> su<-c(summary(out$data[,2]),sd(out$data[,2]))
> su
      Min.   1st Qu.   Median     Mean   3rd Qu.     Max.
0.000000  7.000000  9.000000  9.158730 12.000000 14.000000  3.275149
```

É também produzido o gráfico seguinte:



## Bibliografia

Barreto, L. S., 1979. *Modelos Matriciais em Ecologia*. Série Estudos, n.º 10, Direcção Geral do Fomento Florestal, Lisboa.

Barreto, L. S., 2002a. *Uneven-aged Stands of Pinus pinaster Ait. For Protection*. Research Paper SB-01/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Lisboa.

Barreto, L. S., 2002b. *The Stochastic Dynamics of Self-Thinned Pure Stands. A Simulative Quest*. Research Paper SB-03/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Lisboa. Submetido à *Silva Lusitana*.

Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2004a. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.

Barreto, L. S., 2004b. *SB-KHRONOSKHABA. A Gompertzian Model for the Seasonal Growth of Forest Trees and Stands An Application to Pinus pinaster Ait*. Research Paper SB-05/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 2010. *Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica*.  
<http://hdl.handle.net/10400.5/14229>

Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

Pineda-Krch, M., 2008. GillespieSSA: Implementing the Stochastic Simulation Algorithm in R. *Journal of Statistical Software*, April 2008, Volume 25, Issue 12.

**Parte II**  
**Povoamentos Mistos**

- **9. Povoamentos Mistos Auto-desbastados: Conceitos e Modelos Básicos**
- **9. Povoamentos Mediterrânicos Mistos**

## POVOAMENTOS MISTOS AUTO-DESBASTADOS: CONCEITOS E MODELOS BÁSICOS

### 10.1. Introdução

O ponto de partida para abordar os povoamentos mistos é a competição entre as espécies arbóreas.

Esta área da ecologia de plantas – a competição – até há pouco tempo atrás era um assunto em aberto. Em 1990, Grace e Tilman (1990) compilaram várias contribuições ao tema, num livro, em que praticamente se verificam tantos autores como concepções diferentes do fenómeno. Uma década depois, Silvertown e Charlesworth (2001:214) afirmam o seguinte: “*Analyzing the results de competition experiments is very much na empirical exercise in finding which model best fits the data...*” [“Analisar o resultado de experiências de competição é sobretudo um exercício na procura do modelo que melhor se ajusta aos dados...]. Possivelmente, isto acontece porque nenhuma destas abordagens está contextualizada no quadro mais amplo de uma teoria abrangente, prévia, para a dinâmica das populações de plantas, a crescerem em estado puro. A robustez da minha teoria para os povoamentos puros permite-lhe que sirva de ponto de partida e apoio para coerentemente estabelecer uma teoria para os povoamentos mistos (Barreto, 2003a, 2004b). Nesta última referência apresento uma abordagem formal e abrangente aos povoamentos auto-desbastados mistos (PAM), tanto regulares (PAMR), como irregulares (PAMI).

Neste capítulo vou apresentar um resumo da minha teoria para os PAM, seguindo uma estratégia de exposição diferente da que utilizei nos meus dois últimos trabalhos referidos. Depois de introduzir a simbologia necessária, estabeleço um modelo conceptual para a competição entre árvores (extensível às plantas arbustivas e herbáceas), traduzir este conceito numa equação, e recorrer a simulações com o modelo matemático para destacar algumas das mais relevantes propriedades dos PAM.

O esquema de desenvolvimento a que obedece a estrutura deste capítulo esclarece-se na figura 10.1.

### 10.2. Simbologia

O leitor deve ter presente os quadros 1.1 e 1.2. As variáveis referentes à árvore mantêm-se, com uma pequena modificação para permitir saber a que espécie da mistura se referem, mas a referidas à unidade de área - o hectare- são alteradas pela situação de competição.

Por isso, a notação para as variáveis relativas à árvore, terão antes da indicação de  $i$ , uma letra que identifica a espécie a que a árvore pertence (genericamente  $s$ ). Para as árvores, escrevo então

$y_{sijt}$  = variável da espécie  $s$ , de expoente da dimensão linear  $i$ , identificador  $j$ , na idade  $t$ .

A estas variáveis aplica-se a simbologia introduzida anteriormente, e continuam a seguir a equação de Gompertz, e têm entre si, as mesmas relações alométricas, porque a competição actua ao nível da população, e não ao nível do indivíduo.

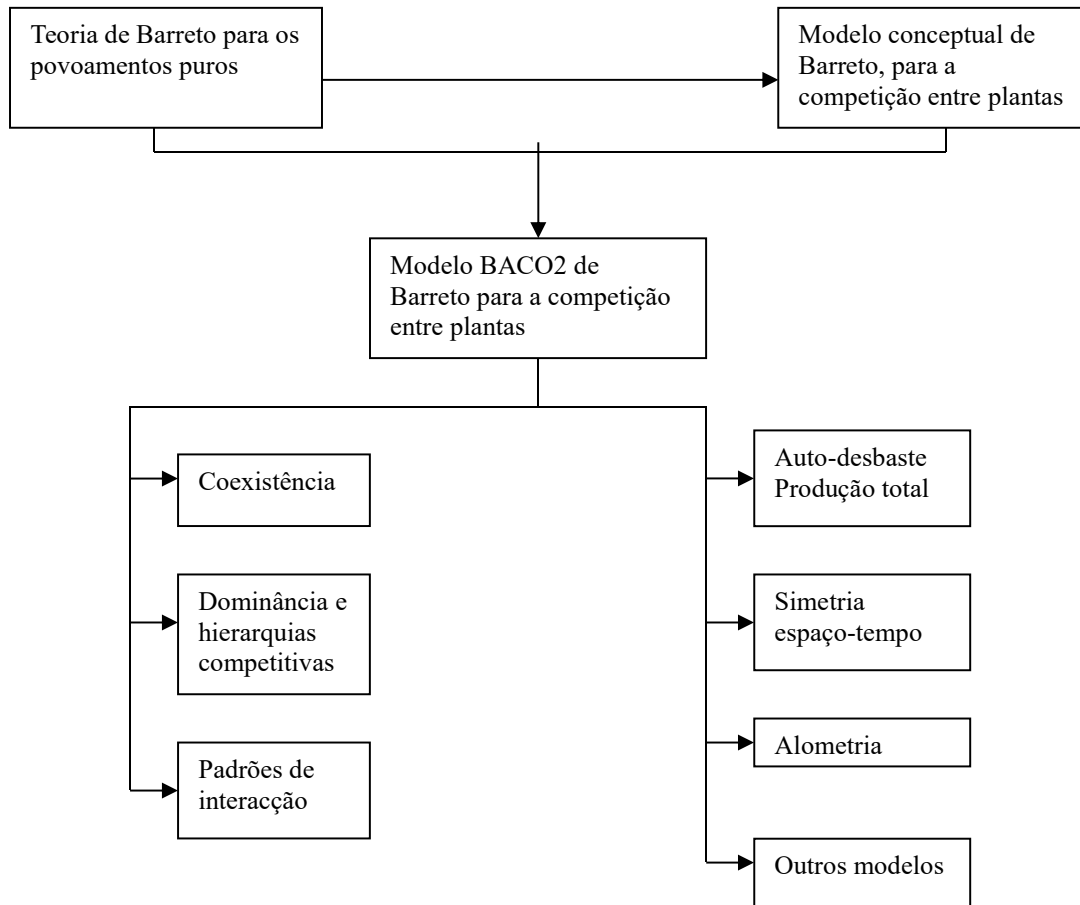


Figura 10.1. Estrutura do capítulo 10

Para as populações, valores referidos ao hectare, escrevo:

$z_{sijt}$  = à variável para o povoamento puro acrescido o sobrescrito  $z$ , que se refere ao expoente da dimensão linear, em povoamento puro, porque a competição altera a alometria e expoentes da dimensão linear das variáveis das populações. A lei dos 3/2, por exemplo, só em situações particulares é observada. O mesmo expoente  $z$  é aditado a  ${}^zR_i$ , e às taxas relativas de variação  ${}^zTR_{sit}$ . Usamos a designação taxa relativa de variação para englobar tanto as de crescimento, como a de mortalidade devido ao auto-desbaste.

Neste capítulo, utilizo ainda a seguinte anotação:

CC=coeficiente de competição

AR=*Alnus rubra* (amieiro)

FE=*Fraxinus excelsior* (freixo)

PC=*Pinus contorta* (um pinheiro americano conhecido pelo nome da espécie, entre nós)

PE=*Pinus ellioti* (um pinheiro americano conhecido pelo nome da espécie, entre nós)

PH=*Pinus halepensis* (pinheiro-de-Alépo)

PM=*Pseudotsuga menziesii* (pseudotsuga)

PS=*Picea sitchensis* (picea-de-Sitka)

QR=*Quercus robur* (carvalho-comum ou roble)

Misturas (PAMR): QR+Pb, PC+FE, PE+PH, PH+Pb, AR+PM, PM+PS. A primeira espécie actua como dominante.

**m.x**= efeito da segunda espécie, num PAMR, sobre o número de árvores da primeira, (a dominante) quando o número de árvores desta, aos 10 anos, é a fracção **x**, do total.

**n.x**= efeito da primeira espécie, num PAMR, sobre o número de árvores da segunda, (a dominada) quando o número de árvores da dominante, aos 10 anos, é a fracção **x**, do total.

### 10.3. O Modelo Conceptual para a Competição entre Plantas

A minha teoria para os PAM, como deriva da dedicada aos povoamentos puros auto-desbastados, também se refere à Fase II, da vida das espécies arbóreas. Inicialmente, em benefício da clareza, considerarei PAMR com duas espécies.

A minha concepção da competição inter-específica entre árvores pode ser resumida nos seguintes assumções:

A1. Basicamente, as competições intra e inter-específicas são fenómenos muito semelhantes. É altamente improvável que as plantas disponham de mecanismos para identificar os seus competidores.

A2. Os principais factores que controlam as dinâmicas das espécies num PAMR são as *taxas relativas de variação*, e as *proporções de cada população*, referidas na unidade do modelo que se está a utilizar (número de árvores por hectare, volume por hectare, biomassa por hectare). Para o meu esforço de explanação, vou concentrar-me no número de árvores de cada espécie, por hectare. Estas taxas e proporções variam ao longo da vida do PAMR.

A3. O efeito da competição inter-específica na dinâmica de um PAMR verifica-se nas alterações das taxas relativas de mortalidade dos competidores. A espécie dominante (maior taxa relativa de crescimento) tem menor mortalidade que em povoamento puro, o contrário acontece com as espécies dominadas.

A4. Num PAMR, o tamanho inicial da árvore pode ser afectado pela situação de competição, mas a dinâmica das suas variáveis não o é. A árvore cresce em povoamento puro e misto da mesma forma.

Na secção seguinte, vou traduzir estes pressupostos, primeiro num modelo conceptual que descrevo, depois transponho este modelo verbal para uma equação que denomino modelo BACO2 (MB2).

### 10.3. O Modelo BACO2 para a Competição entre Árvores

Em benefício da clareza, e com é usual, considero um PAMR com dois competidores que designo por **a** e **b**.

Na descrição do MB2, de acordo com A3, devo concentrar-me na taxa de mortalidade relativa de cada espécie ( ${}^{-2}TRY_{a-2t}$   ${}^{-2}TRY_{b-2t}$ ). Depois tenho de me referir às proporções das duas espécies.

O número total de árvores é a soma das densidades das espécies:  $y_{-2sumt} = y_{a-21t} + y_{b-21t}$ .  
A proporção ou fração da espécie *a* na idade *t* é:  $fr_{at} = y_{a-21t} / y_{-2sumt}$ , e fracção das árvores da espécie *b*, na idade *t* vem:  $fr_{bt} = y_{b-21t} / y_{-2sumt}$ .

A descrição do MB2 é a seguinte:

Equação verbal 1(EQV1):

Taxa relativa de mortalidade da espécie **a** = taxa de mortalidade da espécie *a* em povoamento puro ( $TRY_{a-2t}$ ) + ou – o efeito da espécie **b** na sua taxa de mortalidade

Se a espécies **a** é dominante a sua taxa de mortalidade diminue e prevalece o sinal menos (-). Se a espécie **a** é dominada, a sua mortalidade aumenta e prevalece o sinal mais (+).

O aspecto crítico é estimar o efeito da espécie **b** sobre sobre a taxa relativa de mortalidade da espécie **a** que refiro como  $EOE_{bt}$ . Vou recorrer ao pressuposto A2, e dar-lhe mais conteúdo.

Equação verbal 2(EQV2):

$EOE_{bt}$  = taxa de mortalidade da espécie **a** em povoamento puro ( $TRY_{a-2t}$ ) vezes fracção do número de árvores da espécie *b* ( $fr_{bt} = y_{b-21t} / y_{-2sumt}$ ) vezes o logaritmo natural da razão “taxa relativa de mortalidade da espécies **b**, na idade *t* / taxa relativa de mortalidade da espécies **a**, na idade *t*” ( $\ln (TRY_{b-2t} / TRY_{a-2t})$ ).

Do mesmo modo, para a espécies **b** tenho:

Equação verbal 3(EQV3):

Taxa relativa de mortalidade da espécie **b** = taxa de mortalidade da espécie *b* em povoamento puro ( $TRY_{b-2t}$ ) + ou – o efeito da espécie **a** na sua taxa de mortalidade

Equação verbal 4(EQV4):

$EOE_{at}$  = taxa de mortalidade da espécie **b** em povoamento puro ( $TRY_{b-2t}$ ) vezes fracção do número de árvores da espécie *a* ( $fr_{at} = y_{a-21t} / y_{-2sumt}$ ) vezes o logaritmo natural da razão “taxa relativa de mortalidade da espécies **a**, na idade *t* / taxa relativa de mortalidade da espécies **b**, na idade *t*” ( $\ln (TRY_{a-2t} / TRY_{b-2t})$ ).

Posso agora juntar a simbologia das EQV1 e EQV2, e para a espécie **a** escrever a sua equação do MB2, usando o sinal + no sentido algébrico:

$${}^{-2}TRY_{ait} = TRY_{a-2t} + TRY_{a-2t} fr_{bt} \ln (TRY_{b-2t} / TRY_{a-2t}) \quad (10.1a)$$

Reunindo os símbolos das EQV3 e EQV4, para a espécie *b*, apresento a segunda equação do MB2:

$${}^{-2}TRY_{bit} = TRY_{b-2t} + TRY_{b-2t} fr_{at} \ln (TRY_{a-2t} / TRY_{b-2t}) \quad (10.1b)$$

Podemos agora considerar três situações ligadas ao logartmo natural da razão entre as taxas relativas de crescimento das espécies competidoras. a) Se a razão entre as taxas relativas de mortalidade das espécies forem iguais, temos  $\ln 1=0$ , e as espécies comportam-se como em povoamento puro. b) Se a mesma razão for maior do que um, o valor do logaritmo é positivo e prevalece o sinal +. A espécie é dominada pela outra espécie que tem uma taxa relativa de mortalidade maior (e por isso maior taxa relativa de crescimento, lembrar o capítulo 1). c) Se a mesma razão for menor do que um, o valor do logaritmo é negativo e prevalece o sinal -. A espécie é dominante, e vê a sua mortalidade reduzida pela presença da outra espécie, para a qual transfere parte da sua mortalidade específica.

Factorizando, as eqs. (10.1) e (10.2) podem escrever-se:

$${}^{-2}TR_{y_{ait}} = TR_{y_{a-2t}} (1 + fr_{bt} \ln (TR_{y_{b-2t}} / TR_{y_{a-2t}})) \quad (10.2a)$$

$${}^{-2}TR_{y_{bit}} = TR_{y_{b-2t}} (1 + fr_{at} \ln (TR_{y_{a-2t}} / TR_{y_{b-2t}})) \quad (10.2b)$$

No instante  $t+1$ , a densidade de cada um das espécies será igual a:

$$y_{a-21t+1} = y_{a-21t} (1 - {}^{-2}TR_{y_{ait}}) \quad (10.3a)$$

$$y_{b-21t+1} = y_{b-21t} (1 - {}^{-2}TR_{y_{bit}}) \quad (10.3b)$$

Tanto quanto sei, o MB2 é o único modelo *predictivo* para a competição entre plantas. Conhecidos os parâmetros caracterizadores das espécies, (basta  $c$  e  $R_1$ ), a idade do povoamento e as densidades de cada espécie, é possível projectá-lo até qualquer idade que queiramos. Vou agora utilizar o MB2 para esclarecer vários aspectos da estrutura e dinâmica dos povoamentos mistos.

## 10.4. A Lei dos 3/2 nos PAMR

Vou agora recorrer à lei dos 3/2. Reinsiro a eq. (1.26):

$$y_{31} = \beta_0 y_{-21}^{-3/2} \quad (10.26)$$

Para os PAMR, vou escreve-la genericamente do seguinte modo:

$$y_{s31t} = \beta_0 y_{s-21t}^{bs(t)} \quad (10.4)$$

Vou analisar o valor absoluto de  $bs(t)$  ( $|bs(t)|$ ). Na idade  $t$ , se  $|bs(t)|$  é maior de que 3/2, a mortalidade da espécie  $s$  é menor de que em PPAR, e a biomassa total da espécie por hectare cresce mais do que em povoamento puro. Se for  $|bs(t)|=3/2$ , a espécie está a comportar-se como em povoamento puro. Quando ocorre  $1 < |bs(t)| < 3/2$ , a biomassa do arvoredo da espécie está a crescer menos que em povoamento puro. No caso de  $|bs(t)|=1$ , a biomassa da espécie por hectare mantém-se estacionária. Finalmente, se  $|bs(t)| < 1$ , a biomassa do arvoredo da espécie está a declinar, e se houver tempo suficiente ela pode ser simplesmente eliminada.

Num PAMR, é possível ajustar a eq. (10.4) a todos os valores da simulação (ou vida) de cada espécie e obter estimativas globais de  $bs$ . A espécie dominante revela  $|bs(t)| > 3/2$  e a dominada corresponde  $|bs(t)| < 3/2$ .

## 10.5. Coexistência, Dominância e Hierarquias Competitivas em PAMR

Podemos, sem grande dificuldade, concluir que duas espécies coexistem quando ocorre ser a razão das suas taxas relativas de mortalidade muito próxima de 1. Se isto não acontecer, mas houver alternância da dominância ( a mesma razão é primeiro  $>1$  e depois  $<1$ ) as espécies podem coexistir. Do mesmo modo se a dominância não for muito acentuada e a proporção inicial da espécie dominada não for muito pequena, as espécies também podem coexistir. Geralmente a coexistência ocorre entre espécies com a mesma estratégia bionómica e/ou que coevoluíram.

Vou recorrer às simulações de um PAMR de quatro espécies onde estão presentes a faia (FS; *Fagus sylvatica*), QR, plátano bastardo (AP; *Acer pseudoplatanus*) e o Pb. Introduzo agora a notação seguinte: espécie **a** > espécie **b** significa que a espécie **a** domina a espécie **b**. A hierarquia competitiva das espécies é a seguinte: FS > QR > AP > Pb. Os valores de globais  $bs$  de cada espécie reflectem a hierarquia competitiva, como se ilustra no quadro 10.1. Do mesmo modo, quanto maior for a proporção inicial das espécies dominantes, mais afectadas são as espécies na situação de competição (menor  $bs$ ).

Quadro 10.1. Caracterização do comportamento de PAMR de FS+QR+AP+Pb. Dp20= densidade percentual de cada espécie, aos 20 anos. Fonte: Barreto (1996)

	PAMR 1				PAMR 2				PAMR 3			
	Pb	AP	QR	FS	Pb	AP	QR	FS	Pb	AP	QR	FS
Dp20	45,2	12,6	30,3	19,9	10,5	6,4	8,9	74,2	4,4	27,0	45,9	22,7
-bs	0,687	1,500	1,940	2,663	0,403	0,879	1,137	1,561	0,492	1,075	1,391	1,909

Estas heirarquias também se verificam em PAMI, pois à **semelhança dos que se passa com os povoamentos auto-desbastados puros, ocorre igualmente uma simetria tempo-espaço entre os PAMR e os PAMI.**

## 10.6. A Alometria e Produção Total dos PAM

A eq. (1.26) é uma particular equação alométrica. Dada a estrutura interna da minha teoria, se o seu expoente é variável nos PAMR (eq. (10.4)), então toda a alometria de cada espécie em PAMR varia com a idade, isto é, as espécies exibem uma geometria variável durante o crescimento do povoamento, que vai reflectindo a variação da hierarquia e das proporções das espécies presentes.

Reinsiro agora a eq. (1.28):

$$TRy_a = \beta_1 TRy_b \quad (1.28)$$

No caso particular da eq. (10.4), tem-se  $\beta_1=bs$ , e posso escrever:

$$bs(t) = TR_{y_{s3t}} / {}^{-2}TR_{y_{s-21t}} \quad (10.5)$$

Vou mostrar como a eq. (10.5) pode ser utilizada para nos permitir estabelecer a alometria de uma espécie num PAMR.

No quadro 1.3, verifica-se que para o Pb  $TR_{y_{320}}=0,08164$ . Suponhamos um PAMR em o Pb aos 20 anos tinha 1000 árvores  $ha^{-1}$  e aos 21 tinha 920 árvores  $ha^{-1}$ . A taxa relativa de mortalidade aos 20 anos é  $(920-1000)/1000=-0,08$ , maior que a da espécie em PPAR (-0,0544). Para  $bs(20)$  encontramos:  $bs(20)=0,08164/-0,08=-1,0205$ . O PS é nitidamente dominado, e o seu volume em pé praticamente mantém-se constante.

Mas  $-3/2$  é igual ao expoente da dimensão linear do volume da árvore a dividir pelo mesmo expoente da densidade. Designo agora o expoente da dimensão linear do número de árvores por hectare, na idade  $t$ , da espécie  $s$ , num PAMR, por  $xs(t)$ .

Por analogia, obtenho:

$$xs(t)=3/bs(t) \quad (10.6)$$

e, por isso, para o pinheiro-bravo no PARM em causa encontro  $x(t)=3/-1,0205=-2,93973$ .

Podemos calcular  ${}^{-2}R_{y_{-2}}$  para a população do Pb do seguinte modo:

${}^{-2}R_{y_{-2}}=R_{1x}^{(20)}=0,4076^{-2,93973}=13,98963$ . Nos povoamentos puros este valor para o Pb é só de 6,019.

Vou agora calcular os outros expoentes da dimensão linear das variáveis referidas ao hectare, adicionando a  $x(t)$  o correspondente expoente da árvore:

Biomassa da copa:

$-2,93973+2=-0,93973$  (em vez de zero, em povoamento puro)

Biomassa do tronco e raiz:

$-2,93973+3=0,06207$  (em vez de 1, em povoamento puro)

Biomassa total:

$-2,93973+2,66667=-0,27306$  (em vez de 0,66667, em povoamento puro)

Do mesmo modo obtenho:

${}^0R_{-0,93973}=0,4076^{-0,93973}=2,32421$  (em vez de 1);  ${}^1R_{0,06207}=0,4076^{0,06207}=0,94582$  (em vez de 0,4076);  ${}^{0,66667}R_{-0,27306}=0,4076^{-0,27306}=1,27770$  (em vez de 0,549742).

Estes valores de  ${}^iR_i$  indicam que as biomassas da copa e total, por hectare, estão a decrescer e a do tronco e raiz têm um ligeiro crescimento ( ${}^1R_{0,06207}$  ligeiramente inferior a 1). Este último valor é coerente com  $|bs(20)|=1,0205$ .

Cálculos semelhantes podem ser feitos para todas as espécies de um PAMR, e para todas as idade simuladas ou medidas. Vou ilustrar esta asserção com um povoamento de carvalho-comum (QR) e Pb, em que aos 10 anos as proporções das duas espécies são iguais (50%). A caracterização da dinâmica do carvalho-comum, uma espécie K-2, encontra-se no quadro 2.1. Os dados relativos a este PAMR encontram-se no quadro 10.2.  $R_a/R_b$  representa a razão entre as taxas relativas de crescimento do carvalho e o pinheiro. Como se verifica o carvalho é a espécie dominante e a sua dominância acentua-se, pois a razão cresce de 2, para 4,5. Este PAMR será, adiante, novamente analisado quando tipificarmos os padrões de interacção entre espécies arbóreas. Repare-se que para o QR verifica-se sempre  $|bs(t)| > 3/2$ , e para o Pb  $|bs(t)| < 3/2$ . Isto quer dizer o pinheiro beneficia sempre o carvalho (efeito

positivo, +) e a folhosa prejudica o pinheiro (efeito negativo, -). Temos aqui uma relação de competição do tipo (+,-), que se reflecte nos coeficientes de competição, **CC**.

A finalizar esta secção, assumindo a neutralidade do auto-desbaste, abordo o volume e a biomassa total do auto-desbaste (PAD), da idade  $t_0$  à idade  $w$ . A diferença entre o que se passa nos PPAR reside no facto de  ${}^zRy_i$  já não ser constante, mas variar com a idade. Para o meu propósito, recorro à eq. (10.2) e escrevo genericamente:

$$PAD_{sm} = \sum_{t_0}^w {}^{-2}Tr_{y_{sit}} y_{smt} \tag{10.7}$$

$m=2,666667$  (biomassa total) ou 3 (volume em pé).

Quadro 10.2. Valores dos expoentes da dimensão linear das biomassa da copa, tronco e raiz e total por hectare, e respectivos valores de  $Ry_i$ , num povoamento de Pb e carvalho roble, com 50% de árvores de cada espécie aos 10 anos.  $R_a/R_b$  representa a razão entre as taxas relativas de crescimento do carvalho e do pinheiro

Idade	$R_a/R_b$	bs(t)	x(t)	QR						
				Expoente da dim. linear			${}^zRy_i$			
				Copa	Tr. e ra.	Total	Árv./há	Copa	Tr. e ra.	Total
10	2,209	-2,691	-1,115	0,885	1,885	1,552	14,811	0,118	0,010	0,023
20	2,417	-2,768	-1,084	0,916	1,916	1,583	13,745	0,109	0,010	0,022
30	2,645	-2,907	-1,032	0,968	1,968	1,635	12,122	0,096	0,009	0,019
40	2,894	-3,093	-0,970	1,030	2,030	1,697	10,436	0,083	0,007	0,017
50	3,167	-3,347	-0,896	1,104	2,104	1,770	8,737	0,069	0,006	0,014
60	3,465	-3,591	-0,835	1,165	2,165	1,831	7,539	0,060	0,005	0,012
70	3,791	-3,921	-0,765	1,235	2,235	1,902	6,361	0,051	0,004	0,010
80	4,148	-4,236	-0,708	1,292	2,292	1,959	5,542	0,044	0,004	0,009
90	4,539	-4,772	-0,629	1,371	2,371	2,038	4,573	0,036	0,003	0,007
				Pb						
10	2,209	-1,167	-2,571	-0,571	0,429	0,096	10,047	1,669	0,680	0,918
20	2,417	-1,087	-2,760	-0,760	0,240	-0,093	11,907	1,978	0,806	1,088
30	2,645	-1,033	-2,905	-0,905	0,095	-0,238	13,557	2,252	0,918	1,238
40	2,894	-0,987	-3,040	-1,040	-0,040	-0,373	15,309	2,543	1,037	1,398
50	3,167	-0,950	-3,158	-1,158	-0,158	-0,491	17,015	2,827	1,152	1,554
60	3,465	-0,915	-3,279	-1,279	-0,279	-0,612	18,970	3,152	1,285	1,733
70	3,791	-0,813	-3,692	-1,692	-0,692	-1,025	27,476	4,565	1,861	2,509
80	4,148	-0,861	-3,486	-1,486	-0,486	-0,819	22,832	3,793	1,546	2,085
90	4,539	-0,782	-3,838	-1,838	-0,838	-1,171	31,321	5,204	2,121	2,861

### 10.7. Os Modelos BACO3, SB-BACO4 e SB-BACO5

Nesta secção, para mais fácil comparação destes modelos com outros encontrados em livros de ecologia que abordam a competição e, certamente, apresentam o modelo de Lotka-Volterra para esta interacção entre populações, vou repretar o número de indivíduos de duas espécies arbóreas, em competição, por **M** e **N**. Os coeficientes de competição são designados por **m** e **n**.

*O Modelo BACO3*

Da mesma maneira que o modelo de Lotka-Volterra para a competição é uma extensão da forma diferencial da equação sigmóide ou logística, o modelo BACO3 é uma extensão da forma diferencial da equação de Gompertz (eq. 1.12), e escreve-se:

$$\frac{dM}{dt} = c_m \ln(M_f) M \left( 1 - \frac{\ln(M)}{\ln(M_f)} - n \frac{\ln(N)}{\ln(M_f)} \right) \quad (10.8a)$$

$$\frac{dN}{dt} = c_n \ln(N_f) N \left( 1 - \frac{\ln(N)}{\ln(N_f)} - m \frac{\ln(M)}{\ln(N_f)} \right) \quad (10.8b)$$

Uma análise detalhada do modelo BACO3 encontra-se em Barreto (2001).

*O Modelo SB-BACO4*

O modelo SB-BACO4 é, por sua vez, uma extensão da forma discreta da EGP (eq. (1.17)), e escreve-se:

$$M(t+1) = M(t) \exp(am - c_m \ln(M(t)) - n \ln(N(t))) \quad (10.9a)$$

$$N(t+1) = N(t) \exp(an - c_n \ln(N(t)) - m \ln(M(t))) \quad (10.9b)$$

sendo  $a_n = \ln N_f$ ,  $a_m = \ln M_f$ . Este modelo é analisado em Barreto (2003b)

*O Modelo SB-BACO5*

Agora, consideremos uma mistura com  $r$  espécies, sendo  $r > 2$ . Propus (Barreto, 2003b) o modelo SB-BACO5 seguinte:

$$y_i = A B \quad (10.10)$$

where:

$A$  = forma de crescimento gompertziano da variável  $y_i$ , relativa à espécie  $i$ , em povoamento puro.

$B$  = efeito dos outros competidores sobre a espécie  $i$ .

$B$  is estimated as:

$$B = \exp\left[\sum (m_{ij} \ln(y_j))\right] \quad i \neq j \quad (10.11)$$

$m_{ij}$  mede o efeito da espécie  $j$  sobre a espécie  $i$ .

A análise da situação clássica, quando os CC são ambos constantes e negativos, é a mesma para os modelos BACO3, SB-BACO4, e SB-BACO5. Os quatro casos caracterizam-se da seguinte maneira

- Caso I:  $1/n < \ln(N_f)/\ln(M_f) > m$  A espécie N vence e a M é eliminada
- Caso II:  $1/n > \ln(N_f)/\ln(M_f) < m$  A espécie M vence e a N é eliminada
- Caso III:  $1/n > \ln(N_f)/\ln(M_f) > m$  As duas espécies coexistem em equilíbrio estável
- Caso IV:  $1/n < \ln(N_f)/\ln(M_f) < m$  As duas espécies coexistem em equilíbrio instável

No modelo BACO3, os tamanhos das populações em equilíbrio são:

$$M^* = \exp((- \ln(M_f) + n \ln(N_f)) / (mn - 1)) \quad (10.12)$$

$$N^* = \exp((- \ln(N_f) + m \ln(M_f)) / (mn - 1)) \quad (10.13)$$

No modelo SB-BACO4, os tamanhos das populações em equilíbrio são:

$$M^* = \exp((am - nan/cm) / (cm - mn/cn)) \quad (10.14)$$

$$N^* = \exp((an - mam/cm) / (cn - mn/cm)) \quad (10.15)$$

Uma tipificação dos padrões de interação entre populações de árvores é apresentada em Barreto (2010: capítulo 17).

## Bibliografia

- Barreto, L. S., 1996. *Povoamentos Mistos Regulares de Pinheiro Bravo e três Folhosas. Uma Abordagem Simulatória*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 1997a. Coexistence and Competitive Ability of Tree Species. Elaborations on Grime's Theory. *Silva Lusitana*, 5(1):79-83.
- Barreto, L. S., 1997b. Instrumentos para a Condução de Povoamentos Mistos Regulares de Pinheiro Bravo e Folhosas. *Silva Lusitana*, 5(2):241-256.
- Barreto, L. S., 1998. Povoamentos Mistos Irregulares de Pinheiro Bravo e Folhosas. Uma Abordagem Simulatória. *Silva Lusitana*, 6(2):241-245.
- Barreto, L. S., 1999a. A Tentative Typification of the Patterns Interacção with Models BACO2 and BACO3. *Silva Lusitana*, 7(1):117-125.
- Barreto, L. S., 2001. *O Modelo BACO3 para a Competição entre Plantas*. Research Paper SB-02/01. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2003a. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2003b. SB-BACO4. A Gompertzian Discrete Model for Tree Competition. *Silva Lusitana*, 11(1):77-89.
- Barreto, L. S., 2004a. *Tree Competition: Concepts, Models, and Patterns*. Research Paper SB-01/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004b. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2010. *Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica*. <http://hdl.handle.net/10400.5/14229>
- Grace, J. B. e D. Tilman, 1990. *Perspectives on Plant Competition*. Academic Press, San Diego, California.
- Silvertown, J. e D. Charlesworth, 2001. *Introduction to Plant Population Ecology*. Fourth edition. Blackwell Science, Oxford.

## POVOAMENTOS MEDITERRÂNICOS MISTOS

### 11.1. Introdução

Os pinheiros bravo, manso (*P. pinea*) e de Alepo (*P. halepensis*) são três importantes pinheiros mediterrâneos que ocorrem em povoamentos mistos, que dado o processo de coevolução que estas espécies percorreram merece que dediquemos este capítulo aos seus povoamentos mistos, de ocorrência natural na região mediterrânica.

### 11.2. Coexistência e Sobreprodução

Se o leitor não está familiarizado com a minha teoria para a competição, sugiro a leitura do capítulo 22 em Barreto (2014), livro de acesso livre no sítio da biblioteca do Instituto Superior de Agronomia (ver bibliografia).

Vila et al. (2007) verificaram que as florestas mistas mediterrânicas exibiam uma sobreprodução média de 30%. Entre as espécies que compunham as florestas que analisaram, estão pinheiros mediterrânicos e o carvalho comum. Esta ocorrência justifica esta secção.

As características da dinâmica de cada um dos três pinheiros são exibidas no quadro 11.1.

A hierarquia competitiva dos três principais pinheiros mediterrânicos é assim caracterizada:

Até aos 25 anos: *P. pinea* (PM) > *P. halepensis* (PH) > *P. pinaster* (PB)

Dos 25 aos 29 anos: *P. pinea* > *P. pinaster* > *P. halepensis*

Dos 30 aos 38 anos: *P. pinaster* > *P. pinea* > *P. halepensis*

Depois dos 39 anos: *P. pinaster* > *P. halepensis* > *P. pinea*

Assim, nos pinhais mistos de pinheiro manso e pinheiro bravo, até aos 29 anos a primeira espécie é pois o competidor dominante. Uma representação gráfica das alterações de dominância é exibida na figura 6, onde no gráfico se inserem os valores absolutos das taxas relativas de mortalidade dos três pinheiros mediterrânicos.

Na figura 11.1, ressalta o elevado inicial valor absoluto da taxa de mortalidade do pinheiro manso. Esta espécie cria inicialmente espaço para a expansão desafogada das copas e um processo de auto-desbaste que conduza a baixas densidades finais, pois estas são mais propícias à maior produção de pinhões, que garantam a permanência e dispersão da população de PM.

Quadro 11.1. Características das dinâmicas dos três pinheiros

Espécie	c	R	R <sup>2</sup>	R <sup>0.666</sup>	R <sup>2</sup>	R <sup>2.6666</sup>	R <sup>3</sup>
<i>P. pinaster</i>	0,05	0,4076	6,019	0,550	0,166	0,091	0,068
<i>P. halepensis</i>	0,082	0,4293	5,426	0,569	0,184	0,104	0,079
<i>P. pinea</i>	0,105	0,2897	11,915	0,438	0,084	0,037	0,024

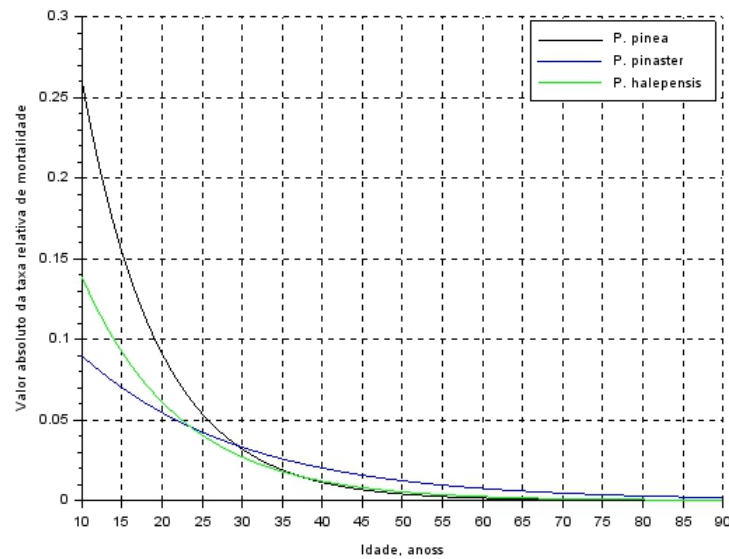


Figura 11.1. Gráfico da variação dos valores absolutos das taxas relativas de mortalidade (trm) dos pinheiros manso, bravo e de Alepo

Utilizando um procedimento descrito em Barreto (2012) ilustramos o processo de sobreprodução para os povoamentos mistos de PM e PB, na figura 7. Estabeleçamos os seguintes acrónimos: PMAR = povoamento misto auto-desbastado regular, PPAR=povoamento puro auto-desbastado regular. No gráfico da figura 5 o significado dos símbolos é o seguinte:

$R_y = (\text{Biomassa total do PMAR, aos 90 anos}) / (\text{Soma das biomassas dos PPAR das mesmas espécies aos 90 anos})$ . Produção relativa;

$P_i$  = proporção do número de árvores da espécie dominante (PM) aos 10 anos;

$R_t = (\text{Biomassa final da árvore média da espécie dominante}) / (\text{Biomassa final da árvore média da espécie dominada})$ .

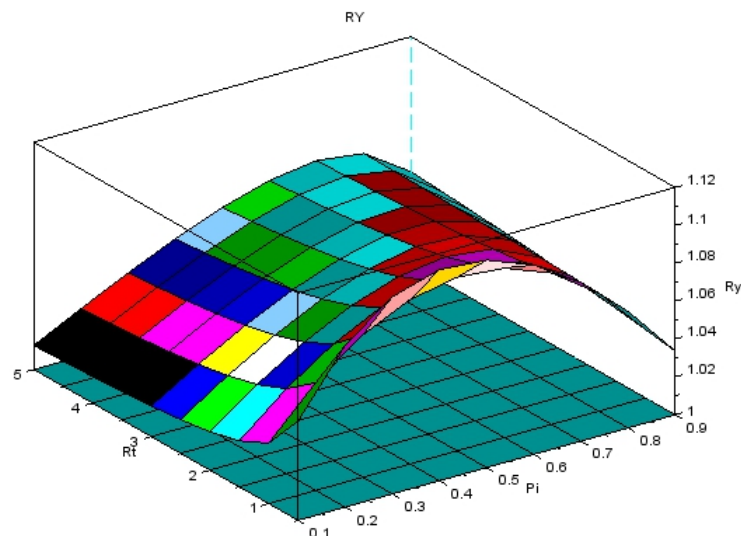


Figura 11.2. Gráfico ilustrativo da sobreprodução em PMAR de PM e PB. Para os símbolos ver o texto

Como se verifica todas combinações de proporções iniciais das espécies redundam em sobreprodução pois toda a superfície dos valores de  $R_y$  está acima do plano de cota 1. Verifica-se também que há proporções iniciais das espécies que maximizam a sobreprodução.

Dada esta situação, uma questão que se pode levantar é a do eventual interesse em se indagar se a exploração dos povoamentos mistos de PM e PB pode dar origem a sobreprodução com interesse económico, para a produção simultânea de pinhão e madeira de PB.

A reprodução da sobreprodução verificada empiricamente reforça a verosimilhança quer dos valores característicos que estabelecemos para o PM e o PB quer da minha teoria para a competição, nomeadamente do modelo BACO2.

A ocorrência de sobreprodução deve-se à emergência de mutualismo durante a vida do PMAR, como registei pela primeira vez em Barreto (1999). A duração da prevalência do mutualismo varia com as proporções iniciais das espécies, como ilustro nos gráficos da figura 8, obtidos com a aplicação dos modelos BACO2 e BACO3. As interações diretas entre duas espécies podem evidenciar a prevalência de mais de um das interações básicas consideradas em ecologia descritas, por exemplo, em Barreto (2014: quadro 16.1). Mesmo a interação direta entre duas espécies pode ser menos simples do que se considerava ser, como então anotei.

Na figura 11.3, são considerados três povoamentos com densidades iniciais de 1000 árvores de PM+9000 árvores de Pb, 5000 árvores de PM+5000 árvores de Pb, 9000 árvores de PM+1000 árvores de PB. O parâmetro  $a_{12}$  representa o efeito do PB sobre o PM, e o parâmetro  $a_{21}$  representa o efeito do PM sobre o PB. Quando os dois valores destes dois parâmetros são simultaneamente positivos ocorre mutualismo [+ +]. Quando  $a_{21}$  é negativo ocorre competição assimétrica e o PM é a espécie dominante [+ -].

Na figura 11.3, a ocorrência da maior sobreprodução quando as proporções iniciais das espécies são iguais é coerente com a figura 11.2 ( $P_i=0,5$ ).

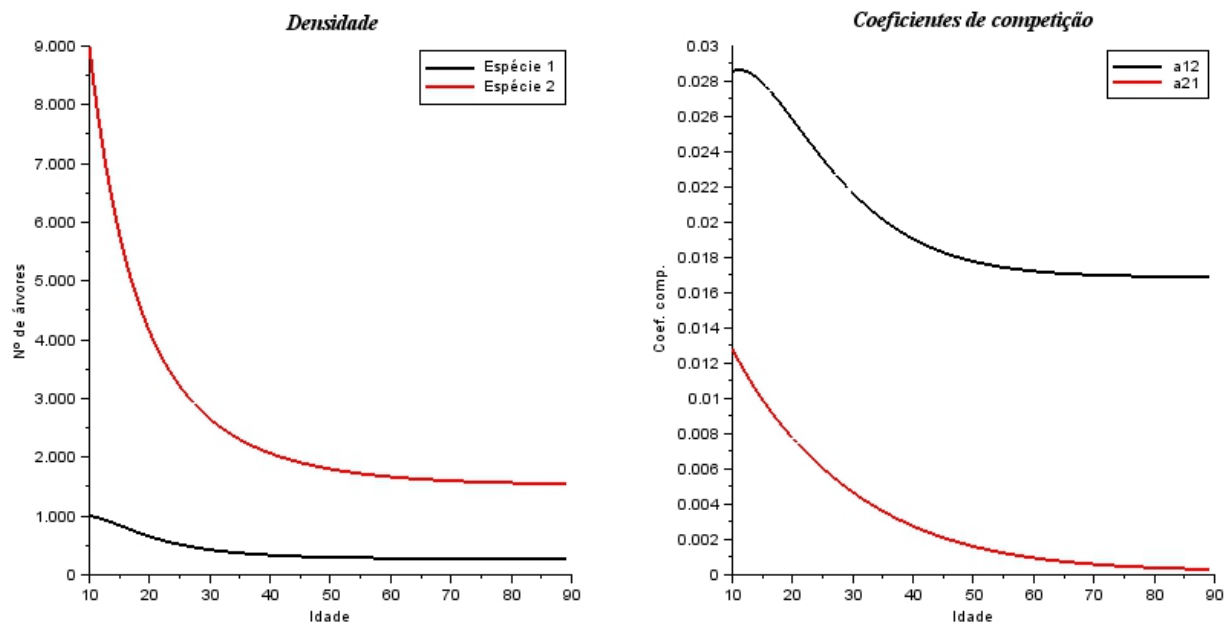


Figura 11.3.A. PMAR inicialmente com 1000 árvores de PM+9000 árvores de Pb. Dada a baixa densidade inicial de PM só ocorre mutualismo. A densidade total final no povoamento misto é 15% maior que a soma dos valores dos respectivos povoamentos puros

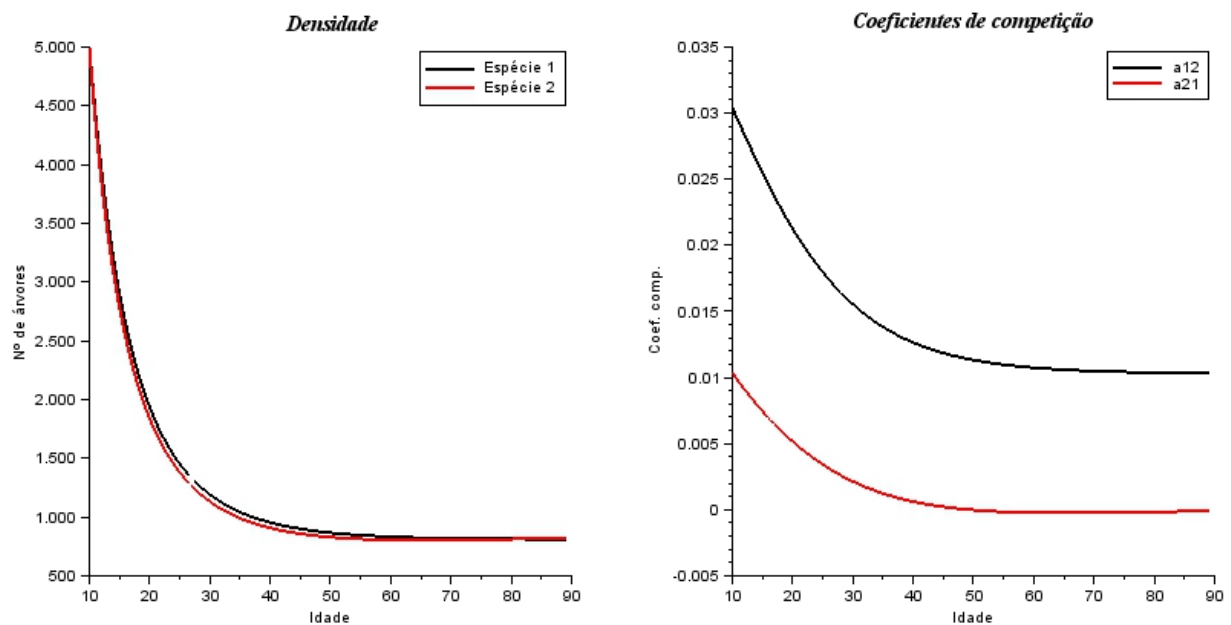


Figura 11.3.B. PMAR inicialmente com 5000 árvores de PM+5000 árvores de PB. Dada a baixa densidade inicial de PM só ocorre mutualismo, menos vincado que na figura 8A. A densidade total final no povoamento misto é 30% maior que a soma dos valores dos respectivos povoamentos puros

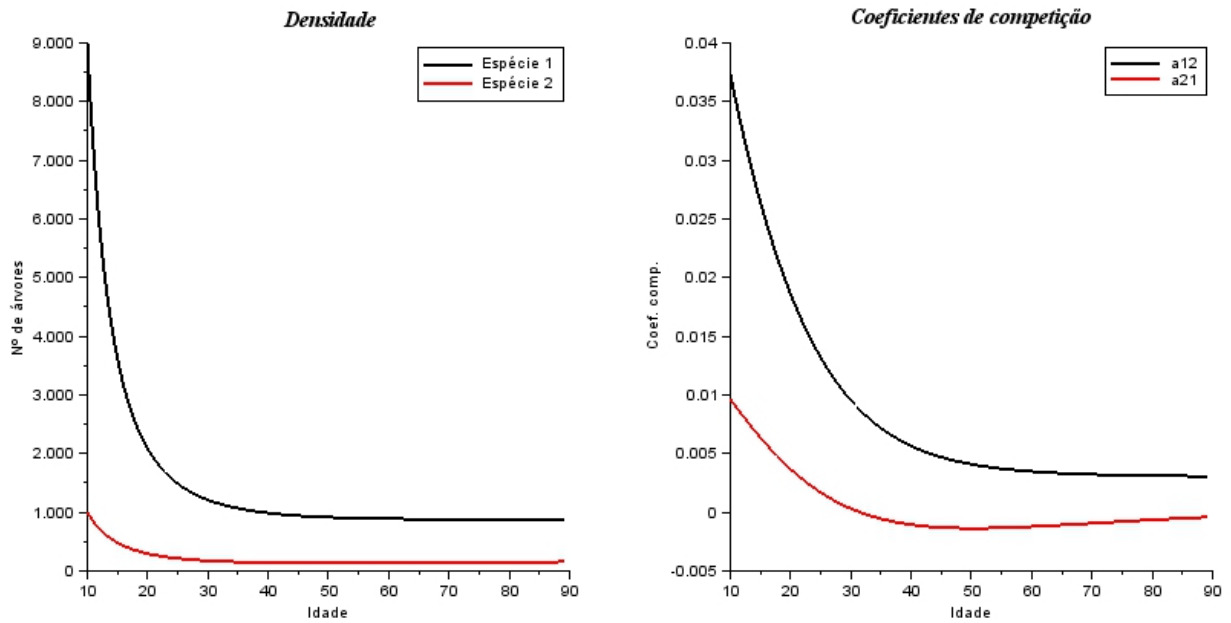


Figura 11.3.C. PMAR inicialmente com 9000 árvores de PM+1000 árvores de Pb. Dada a alta densidade inicial de PM só ocorre mutualismo até cerca dos 32 anos. A densidade total final no povoamento misto é 12% maior que a soma dos valores dos respectivos povoamentos puros

A sobreprodução também ocorre nos PMAR de PB+PH, PM+PH e PB+PM+PH, como se ilustra nas figuras 11.4 a 11.6.

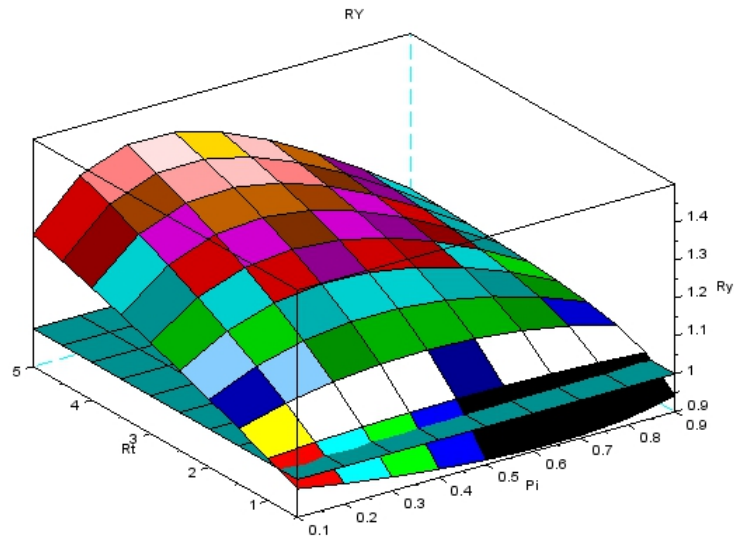


Figura 11.4. Gráfico ilustrativo da sobreprodução em PMAR de PH e PB. Para os símbolos ver o texto

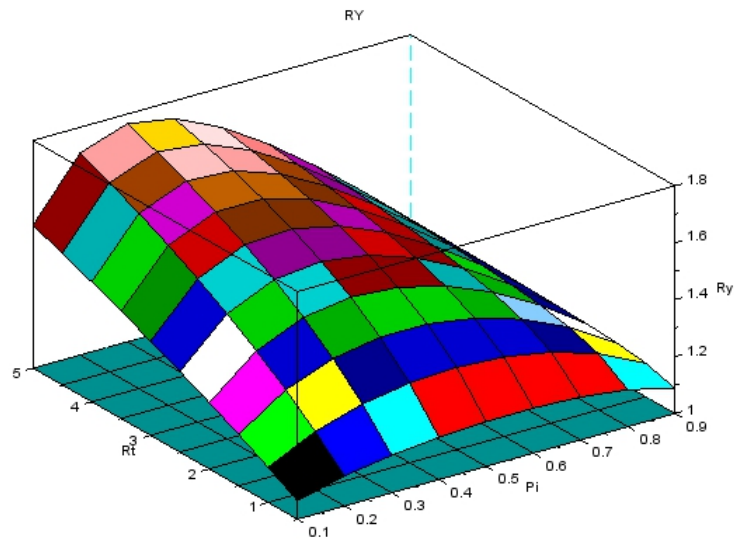


Figura 11.5. Gráfico ilustrativo da sobreprodução em PMAR de PH e PM. Para os símbolos ver o texto

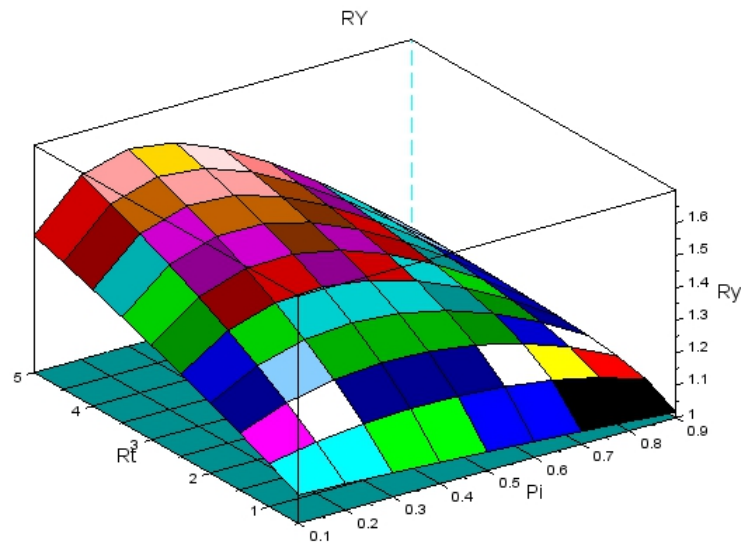


Figura 11.6. Gráfico ilustrativo da sobreprodução em PMAR de PB, PH e PM. Para os símbolos ver o texto

Procuramos uma explicação para a emergência do mutualismo. As taxas relativas de variação das variáveis das árvores e florestas estão interligadas (Barreto, 2010: Quadro 4.1, equações 6.2 e 6.5). Não faz sentido uma elevada taxa de mortalidade, se os recursos libertados pelo auto-desbaste não forem aproveitados pelo crescimento da biomassa total da floresta. Assim, na figura 11.7 inserimos a dinâmica das taxas relativas de variação da biomassa total da floresta. O seu aspeto gráfico é igual ao da figura 11.1, salvo nos valores das escalas. Na figura 11.8, esta relação de quase simetria é tornada mais evidente. **A figura 11.8 mostra-nos que uma espécie é dominante, isto é, transfere parte da sua mortalidade do auto-desbaste para as outras espécies quando tem a maior taxa relativa de crescimento da sua biomassa total.**

O texto que acabámos de expôr segue de muito perto a secção 8 de Barreto (2020a).

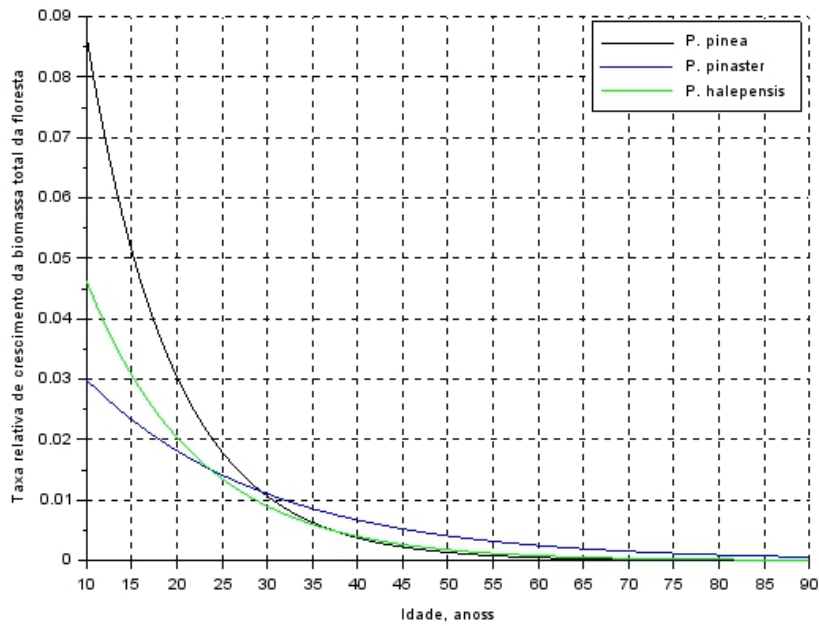


Figura 11.7. Gráfico da variação das taxas relativas de crescimento da biomassa total das florestas de dos pinheiros manso, bravo e de Alepo

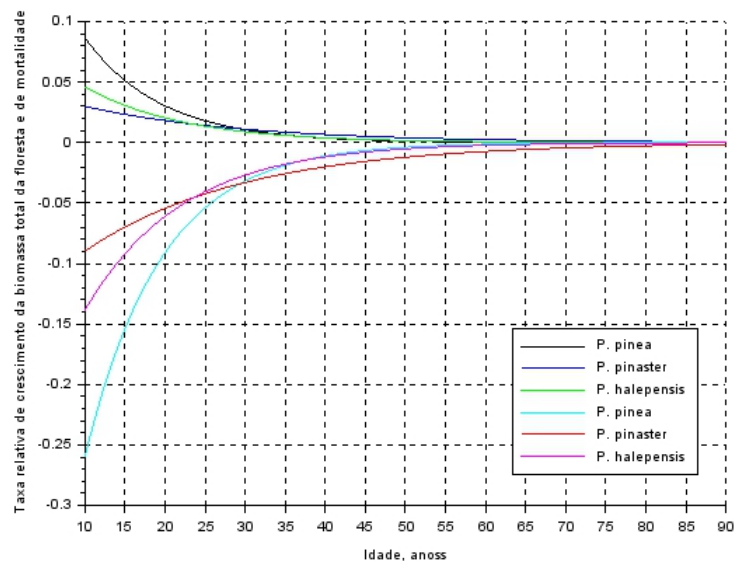


Figura 11.8. Gráfico da variação das taxas relativas de crescimento da biomassa total das florestas e de mortalidade (valores negativos) de dos pinheiros manso, bravo e de Alepo

### 11.3. Simuladores em Scilab

Começo por apresentar uma função que aplica o modelo BACO2 na simulação de povoamentos mistos auto-desbatados regulares de duas espécies, com início aos 10 anos de idade. Simulo nele um povoamento com PB e PH. Eis a listagem e a saída:

```
// CC para PM+PH
//c1=0.05;r1=6.018;c2=0.082;r2=5.425
//p01=3000;p02=3000;
disp(' []=f(c1,c2,r1,r2,p01,p02) ')
function []=f(c1, c2, r1, r2, p01, p02)
e1=p01;e2=p02;
k1=p01/r1;k2=p02/r2;P=[];Q=[];
w=[];x=[10:0.01:89];
cop1=-c1*log(r1);
cop2=-c2*log(r2);
p1=p01;p2=p02;y=1;
for q=0:0.01:79
g=p1+p2;
//if y/100==int(y/100) then disp([q+1, p1,p2])
//end
ep1=exp(-c1*q);ep2=exp(-c2*q);
rm1=cop1*ep1;rm2=cop2*ep2;
f1=log(rm2/rm1);f2=log(rm1/rm2);g1=p2/g;g2=p1/g;
d1=p1*(0.01*rm1*(1+g1*f1));
d2=p2*(0.01*rm2*(1+g2*f2));
p1=p1*(1+0.01*rm1*(1+g1*f1));
p2=p2*(1+0.01*rm2*(1+g2*f2));
a1=(d1*log(k1)-c1*p1*log(k1)+c1*p1*log(p1))/(c1*p1*log(p2));
a2=(d2*log(k2)-c2*p2*log(k2)+c2*p2*log(p2))/(c2*p2*log(p1));
//if int(y/500)==y/500 then disp(a1,a2);
//end
w(y,1)=a1;w(y,2)=a2;
y=y+1;
P=[P p1];Q=[Q p2];
end
clf()
L=[P;Q]';
subplot(2,1,1)
plot2d(x,[L])
xtitle('Densidade','Idade','N° de árvores')
[k]=w(:,1)';[l]=w(:,2)';
[M]=[k;l]';
subplot(2,1,2)
plot2d(x,[M])
xtitle('Coeficientes de competição','Idade','Coef. comp.')
disp('Densidades finais, Esp.1, Esp.2')
LS=string(L(7901,:));
disp(LS)
disp('Densidades finais dos povoamentos puros')
PP=string([e1/r1 e2/r2]);
disp(PP)
endfunction

-->exec('C:\Documents and Settings\Luis Soares Barreto\Os meus
documentos\3pbproj\Scilab\fubac2.sci', -1)

[]=f(c1,c2,r1,r2,p01,p02)
```

```
-->f(0.05,0.082,6.018,5.426,3000,2000)
```

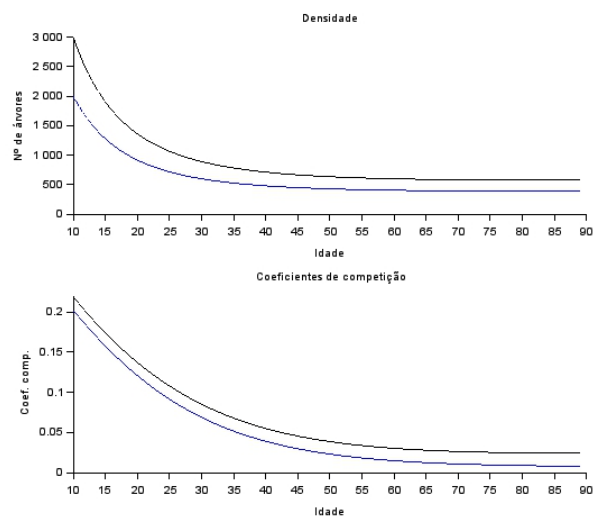
Densidades finais, Esp.1, Esp.2

```
!575.71789 388.0478 !
```

Densidades finais dos povoamentos puros

```
!498.50449 368.59565 !
```

A saída numérica permite verificar que o PB comporta-se como espécie dominante, pois a sua população em povoamento misto é maior da que teria em povoamento puro (575>388). Obtemos também o gráfico seguinte:



Agora o simulador para o mesmo tipo de povoamento com os três pinheiros:

```
//auto-desbaste PB,PH,PM
c1=0.05;r1=0.4076;//PB
c2=0.082;r2=0.4293;//PH
c3=0.105;r3=0.2897;//PM
```

```
f1='y(1)/(y(1)+y(2)+y(3))';
f2='y(2)/(y(1)+y(2)+y(3))';
f3='y(3)/(y(1)+y(2)+y(3))';
```

```
rmr1='-c1*log(r1)*exp(-c1*t)';
rmr2='-c2*log(r2)*exp(-c2*t)';
rmr3='-c3*log(r3)*exp(-c3*t)';
```

```
scf
```

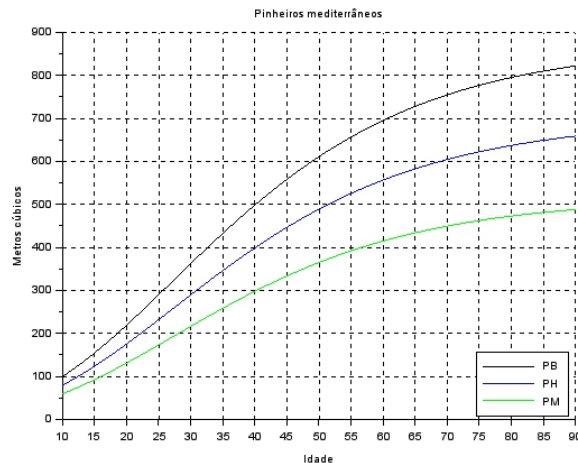
```
deff("yprim=f(t,y)", [
"yprim1=y(1)*eval(rmr1)*(1+eval(f2)*log((eval(rmr2))/(eval(rmr1)))+eval(f3)
*log((eval(rmr3))/(eval(rmr1))))");..
"yprim2=y(2)*eval(rmr2)*(1+eval(f1)*log((eval(rmr1))/(eval(rmr2)))+eval(f3)
*log((eval(rmr3))/(eval(rmr2))))");..
"yprim3=y(3)*eval(rmr3)*(1+eval(f1)*log((eval(rmr1))/(eval(rmr3)))+eval(f2)
*log((eval(rmr2))/(eval(rmr3))))");..
"yprim=[yprim1;yprim2;yprim3]"])
```

```

y0=[100,80,60]; //Tamanhos iniciais
t0=0;
t=0:80;
z=10:90;
[M]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),3,81))';
plot2d(z,[M])
hl=legend(['PB';'PH';'PM'],4);
xtitle("Pinheiros mediterrâneos","Idade","Metros cúbicos")
xgrid()

```

Obtemos como saída o seguinte gráfico:



## 11.4. Simuladores em R

Apresentamos dois simuladores do crescimento da biomassa total de povoamentos mistos com PB+PH e PB+PH+PM. Se se desejar simular a dinâmica do volume em pé, deve-se substituir os valores de  $R_{0,666}$  pelos de  $R$ . Eis a listagem do simulador para a floresta PB+PH:

```

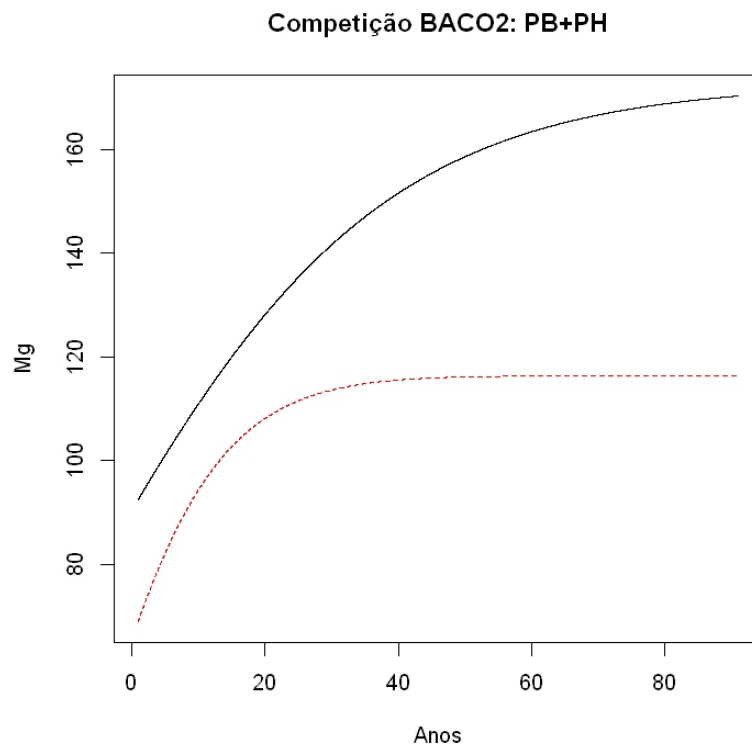
> ##BACO2
>
> baco2<-function(times,y,parms) {
+   n<-y
+
+
+   c1<-parms[1]
+   r1<- parms[2]
+
+
+   c2<-parms[3]
+   r2<- parms[4]
+
+
+   cop1<-c1*log(r1)
+   cop2<-c2*log(r2)
+
+   dn1.dt<-n[1]*cop1*exp(c1*times)*(1-
+ n[2]/(n[1]+n[2])*log((cop2*exp(c2*times))/(cop1*exp(c1*times))))

```

```

+   dn2.dt<- n[2]*cop2*exp(c2*times)*(1-
n[1]/(n[1]+n[2])*log((cop1*exp(c1*times))/(cop2*exp(c2*times))))
+   return(list(c(dn1.dt,dn2.dt)))
+ }
>
> parms<-c(c1=-0.05, r1=0.549742, c2=-0.082, r2=0.569084)
> initialn<-c(92.4, 68.9)
> t.s<- seq(1,91, by=0.01)
>
> library(deSolve)
> out<- ode(y=initialn, times=t.s, baco2, parms=parms)
>
> matplot(out[,1], out[,-1], type="l", xlab="Anos", ylab="Mg")
> title("Competição BACO2: PB+PH")
> library(rootSolve)
> y<-initialn
> ST2 <- runsteady(y=y,func=baco2,parms=parms, times=c(0,1000))
> ye<-ST2$y
> ye
[1] 177.0986 122.7582 <-- Valores finais das biomassas totais
>
>

```



A listagem e a saída do simulador para florestas de PB+PH+PM exhibe-se como:

```

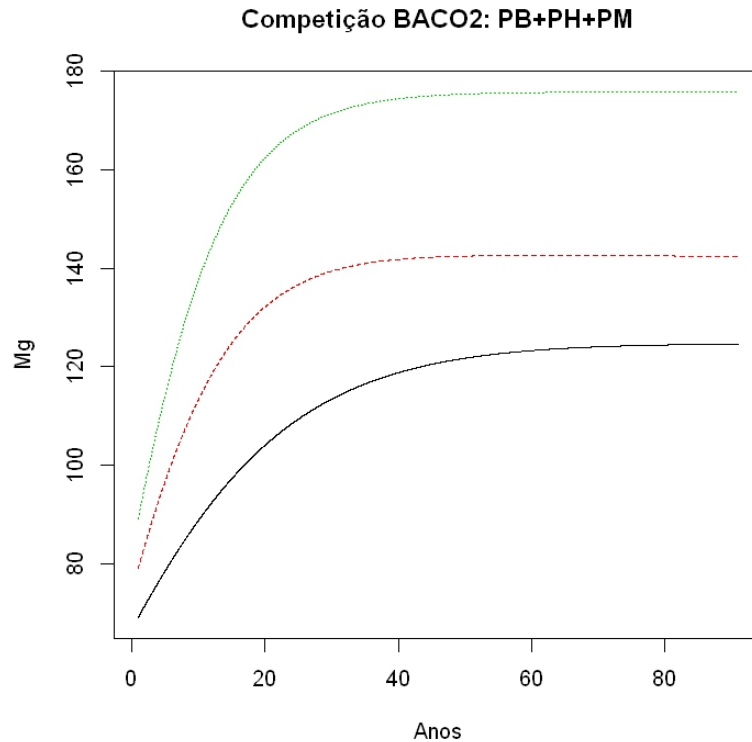
> ##BACO2
>
> baco2<-function(times,y,parms) {
+   n<-y
+
+
+   c1<-parms[1]

```

```

+   r1<- parms[2]
+
+
+   c2<-parms[3]
+   r2<- parms[4]
+
+   c3<-parms[5]
+   r3<-parms[6]
+
+
+   cop1<-c1*log(r1)
+   cop2<-c2*log(r2)
+   cop3<-c3*log(r3)
+
+
+   dn1.dt<-n[1]*cop1*exp(c1*times)*(1-
n[2]/(n[1]+n[2]+n[3])*log((cop2*exp(c2*times))/(cop1*exp(c1*times)))+n[3]/(
n[1]+n[2]+n[3])*log((cop3*exp(c3*times))/(cop1*exp(c1*times))))
+   dn2.dt<- n[2]*cop2*exp(c2*times)*(1-
n[1]/(n[1]+n[2])*log((cop1*exp(c1*times))/(cop2*exp(c2*times)))+n[3]/(n[1]+
n[2]+n[3])*log((cop3*exp(c3*times))/(cop2*exp(c2*times))))
+   dn3.dt<- n[3]*cop3*exp(c3*times)*(1-
n[1]/(n[1]+n[2])*log((cop1*exp(c1*times))/(cop2*exp(c2*times)))+n[2]/(n[1]+
n[2]+n[3])*log((cop2*exp(c2*times))/(cop3*exp(c3*times))))
+   return(list(c(dn1.dt,dn2.dt,dn3.dt)))
+ }
>
> parms<-c(c1=-0.05, r1=0.549742,c2=-0.082, r2=0.569084, c3=-0.105,
r3=0.437827)
> initialn<-c(69,79,89)
> t.s<- seq(1,91, by=0.01)
>
> library(deSolve)
> out<- ode(y=initialn, times=t.s, baco2, parms=parms)
>
> matplot(out[,1], out[,-1], type="l", xlab="Anos", ylab="Mg")
> title("Competição BACO2: PB+PH+PM")
>
> library(rootSolve)
> y<-initialn
> ST2 <- runsteady(y=y,func=baco2,parms=parms, times=c(0,1000))
> ye<-ST2$y
> ye
[1] 129.1771 151.8886 190.6159 <-- Valores finais das biomassas totais
>

```



## 11.5. Efeitos Totais em Florestas Mistas

No contexto socioeconómico atual, (fim de setembro de 2021) os comentadores conjeturam acerca do impacto do aumento do preço da energia nas economias dos países, a recuperar dos efeitos de retração causados pela ocorrência da pandemia de covid-19. Nesta situação, uma cadeia causal concebível é a seguinte:

*Aumento dos custos de produção → aumento de preços → diminuição do consumo → retração da economia → recuperação mais lenta*

Esta cadeia é um exemplo simples de uma cadeia causal. Nos sistemas reais as cadeias transformam-se em teias de efeitos, ocorrem situações de retro-alimentação, e a tarefa dos economistas é muito mais difícil e inquinada de desacordo. É esta rede de efeitos diretos e indiretos (mediados por um terceiro componente) nos sistemas complexos (tais como economias, ecossistemas) que tornam a compreensão da sua dinâmica difícil e de pouca previsibilidade, mesmo recorrendo à modelação e simulação, exequível agora com o recurso aos computadores.

Clarifiquemos os conceitos de efeitos indireto e total, recorrendo à omnivoria que se verifica na natureza. Nesta cadeia alimentar existe uma planta (**y1**) que é consumida por um herbívoro (**y2**) e um omnívoro (**y3**). Por sua vez, o herbívoro é consumido pelo omnívoro. Na figura 11.9, as setas apontam pois do recurso para o consumidor.

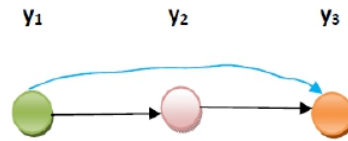


Figure 11.9. Representação gráfica da cadeia alimentar de omnivoria. Ver o texto para mais informação

O omnívoro  $y_3$  tem um efeito negativo direto na população da planta  $y_1$  (faz diminuir o seu tamanho), e efeito positivo indireto pois faz também diminuir a população do herbívoro que consome a planta.

O efeito total do omnívoro sobre a planta (**ET**) é soma dos efeitos diretos e indiretos:

**Efeito total ou líquido de  $y_3$  em  $y_1$  = Efeito direto de  $y_3$  em  $y_1$  + efeito indireto de  $y_3$  em  $y_1$**

Se  $y_3$  tem um consumo muito baixo de  $y_1$ ,  $y_2$  consome  $y_1$  intensivamente, e  $y_3$  consome intensivamente  $y_2$ , o efeito total de  $y_3$  em  $y_1$  pode ser positivo.

Por outro lado, se  $y_3$  consome intensamente  $y_1$ ,  $y_2$  tem baixo consumo de  $y_1$  e  $y_3$  consome levemente  $y_2$ , o efeito total de  $y_3$  em  $y_1$  pode ser negativo.

Uma simulação destas duas situações pode ser encontrada em Barreto (2014:secção 25.3)

Numa floresta mista com mais de duas espécies, podemos conjecturar a seguinte cadeia, onde se consideram populações de espécies arbóreas:

**Populações → efeitos diretos da competição → efeitos indiretos emergentes → efeitos totais → dinâmica dos tamanhos das populações**

**São pois os efeitos totais que controlam a dinâmica das florestas mistas.**

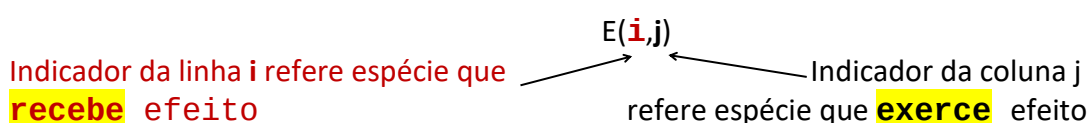
Os efeitos diretos são controlados pela hierarquia competitiva prevalecente entre as espécies da floresta mista, mas os efeitos indiretos, e por isso também os totais, são mais difíceis de prever (dependem também simultaneamente dos tamanhos das populações e das alternâncias das hierarquias competitivas) e por vezes revelam características que surpreendem.

Nesta secção vamos ocupar da estimativa dos efeitos totais nas florestas mistas dos três pinheiros mediterrânicos.

O programa aplica um método descrito em Barreto (2020b).

Fundamentalmente, calcula-se a matrix dos coeficientes de um modelo auto-regressivo linear de primeira ordem (matrix da comunidade **A**) e uma matrix dos efeitos totais **E**.

Os elementos da matrix **E** são assim interpretados:



Propomos um programa escrito em Scilab que calcula as matrizes **A**, **E**, e verifica também

a eventual ocorrência de sobreprodução. Eis a listagem do programa **ry3medpin**:

```
//*****
//*      Simulador ry3medpin      *
//* © Luís Soares Barreto, 2010, 2021 *
//*      *                          *
//*****

c1=0.05;r1=6.019;//PB
c2=0.082;r2=5.426;//PH
c3=0.105;r3=11.915;//PM
p1=110;p2=120;p3=100;//Tamanhos iniciais da populações
f1=4;f2=2;f3=1;//Tamanhos relativos das árvores das espécies
g=90;//Último ano de simulação
//Assume o tamanho da árvore expresso pelo volume do fuste
// No caso da biomassa total da árvore fazer a=-1.333333

a=-1.5;
b=-0.5;
rv1=r1^a;
rv2=r2^a;
rv3=r3^a;
rv1t=r1^b;rv2t=r2^b;rv3t=r3^b;

scf(0)
clf(0)
t0=0:g-10;
x=10:g;

//Taxas relativas de mortalidade e
//taxas relativas do crescimento do volume da árvore
rmr1=-c1*log(r1)*exp(-c1*t0);
rmr2=-c2*log(r2)*exp(-c2*t0);
rmr3=-c3*log(r3)*exp(-c3*t0);
rgr1=-c1*log(rv1)*exp(-c1*t0);
rgr2=-c2*log(rv2)*exp(-c2*t0);
rgr3=-c3*log(rv3)*exp(-c3*t0);
M=[rmr1;rmr2;rmr3;rgr1;rgr2;rgr3]';

plot2d(x, [M])
  legend(["trm 1", "trm 2", "trm 3", "trc 1", "trc 2", "trc 3"], a=1)
  xtitle("Taxas relativas de variação", "Anos", "trv")
  b=get("current_axes");
  b.title.font_size=5;
  b.x_label.font_size=3;
  b.y_label.font_size=3;
  b.z_label.font_size=3;
  b.children // list the children of the axes.
  poly1= b.children.children;
  poly1.thickness = [2,2,2,2,2,2];
  xgrid()

//Volumes nos povoamentos puros
k=0:g;
vf1=f1;vf2=f2;vf3=f3;
p1f=p1/r1;p2f=p2/r2;p3f=p3/r3;
b1f=p1f*vf1;b2f=p2f*vf2;b3f=p3f*vf3;
bpt1=b1f*rv1t^exp(-c1*k);
bpt2=b2f*rv2t^exp(-c2*k);
bpt3=b3f*rv3t^exp(-c3*k);
```

```

//BACO2

deff("yprim=f(t,y)", [

"f1=y(1)/(y(1)+y(2)+y(3))";
"f2=y(2)/(y(1)+y(2)+y(3))";
"f3=y(3)/(y(1)+y(2)+y(3))";

"rmr1=-c1*log(r1)*exp(-c1*t)";
"rmr2=-c2*log(r2)*exp(-c2*t)";
"rmr3=-c3*log(r3)*exp(-c3*t)";

"yprim1=y(1)*(rmr1)*(1+(f2)*log((rmr2)/(rmr1))+(f3)*log((rmr3)/(rmr1)))";..

"yprim2=y(2)*(rmr2)*(1+(f1)*log((rmr1)/(rmr2))+(f3)*log((rmr3)/(rmr2)))";..

"yprim3=y(3)*(rmr3)*(1+(f1)*log((rmr1)/(rmr3))+(f2)*log((rmr2)/(rmr3)))";..
"yprim=[yprim1;yprim2;yprim3]");
y0=[p1,p2,p3];
t0=0;
t=0:g;

[M]=matrix(ode(y0,t0,t,f),3,g+1)';

//Volumes das árvores
a1=[vf1*rv1^exp(-c1*t)];
a2=[vf2*rv2^exp(-c2*t)];
a3=[vf3*rv3^exp(-c3*t)];
//Volume em pé das florestas puras na idade g
vp1=bpt1(1,g);
vp2=bpt2(1,g);
vp3=bpt3(1,g);
Tp=vp1+vp2+vp3;

//Volumes da floresta mista
vm1=M(g+1,1)*a1(1,g+1);
vm2=M(g+1,2)*a2(1,g+1);
vm3=M(g+1,3)*a3(1,g+1);

//Volumes em pé durante a simulação
vm1t=M(:,1).*a1(1,:)' ;
vm2t=M(:,2).*a2(1,:)' ;
vm3t=M(:,3).*a3(1,:)' ;

tot=vm1t'+vm2t'+vm3t';
proj=matrix([vm1t vm2t vm3t tot'],g+1,4);
scf(1)
clf(1)
t=10:g+10;
plot2d(t,proj)
xtitle("Floresta mista PB+PH+PM. Volume em pé","Anos","M.c.")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
//b.z_label.font_size=3;
b.children // list the children of the axes.

```

```

poly1= b.children.children; //store polyline handle into poly1
//poly1.foreground = [1,2,4,5]; // another way to change the style...
poly1.thickness = [4, 2,2,2];

legend(["Espécie 1","Espécie 2","Espécie 3","Total"], a=2)

//misto/(soma dos povoamentos puros)
R=(vm1+vm2+vm3)/Tp;

a=matrix([a1 a2 a3],g+1,3);

tit=['Over or underyieldig'];
disp(tit)
format(6)

TP=bpt1+bpt2+bpt3;
G=[tot' TP'];
scf(2)
clf(2)
plot(t,G)
xtitle("Volumes totais das florestas pura e mista","Anos","M.c.")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=5;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
//b.z_label.font_size=3;
b.children // list the children of the axes.
poly1= b.children.children; //store polyline handle into poly1
//poly1.foreground = [1,2,4,5]; // another way to change the style...
poly1.thickness = [2,2];

legend(["Misto Total","Total puro"], a=2)

y=M(2:81,:)';
x=M(1:80,:)';
[a,b,sig]=reglin(x,y);
E=-inv(a);
disp("Matriz da comunidade, A")
disp(a)
disp("Matriz dos efeitos totais E")
disp(E)
disp("Valores próprios da matriz A")
disp(spec(a))
disp("Valores próprios da matriz E")
disp(spec(E))
disp('Razão misto/puro de cada espécie')
rati=([vm1/vp1 vm2/vp2 vm3/vp3])
disp(rati)
disp('Soma dos efeitos recebidos por cada espécie')
rec=([sum(E(1,:)) ,sum(E(2,:)) ,sum(E(3,:))])
disp(rec)
disp("Sub ou sobreprodução")
disp(R)

-->exec('G:\OY_TE\SCILAB\ry3medpin.sce', -1)

```

Over or underyieldig  
**AVERTISSEMENT** : Transposition du vecteur ligne X pour obtenir des dimensions compatibles

**Matriz da comunidade, A**

0.901 - 0.186 0.176  
- 0.131 0.711 0.311  
- 0.077 - 0.026 0.992

**Matriz dos efeitos totais E**

- 1.126 - 0.284 0.289  
- 0.168 - 1.433 0.479  
- 0.092 - 0.060 - 0.972

**Valores próprios da matriz A**

1.01  
0.889  
0.706

**Valores próprios da matriz E**

- 0.991  
- 1.125  
- 1.416

**Razão misto/puro de cada espécie**

1.098 0.849 2.222

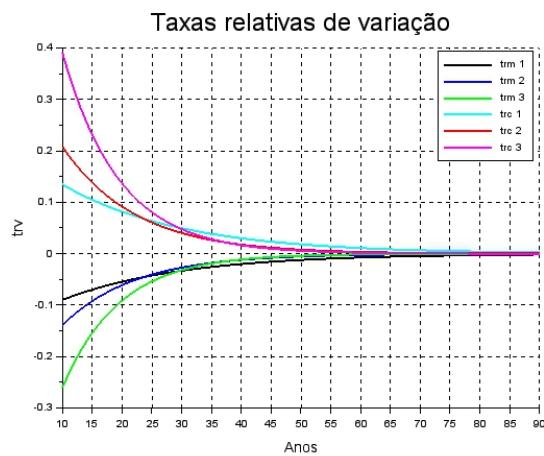
**Soma dos efeitos recebidos por cada espécie**

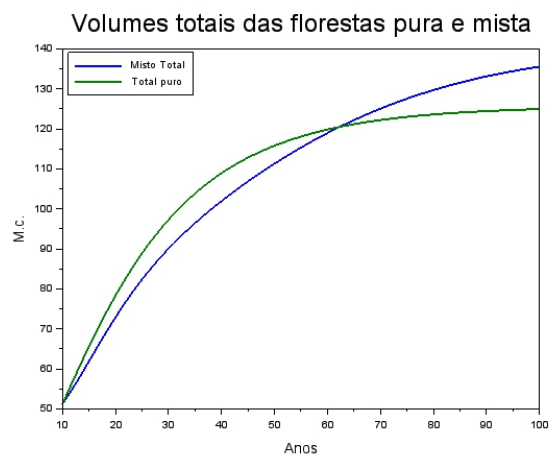
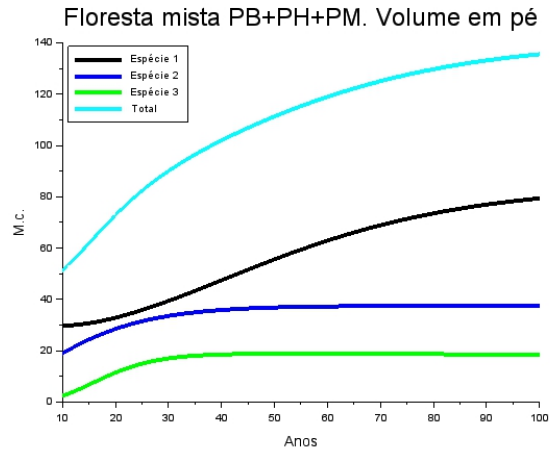
- 1.121 - 1.121 - 1.125

**Sub ou sobreprodução**

1.085

Obtemos também os três gráficos seguintes:





Para as combinações dos tamanhos iniciais das populações e tamanhos relativos das árvores, ocorre uma ligeira sobre produção.

O valor próprio dominante da matriz **A** cerca de um diz-nos que as populações convergem para tamanhos estacionários.

A parte real dos valores próprios da matriz **E** negativos informa-nos que os valores estacionários são equilíbrios estáveis.

Na matriz **E**, só o PM tem efeitos totais positivos sobre as outras duas espécies, pois verifica-se  $e_{13}, e_{23} > 0$ .

Na figura 11.10 exibe-se uma representação gráfica da matriz **E**.

Os efeitos totais recebidos por cada espécie, negativos, refletem a situação de competição e são sensivelmente iguais, consequência do processo de coevolução por que passaram.

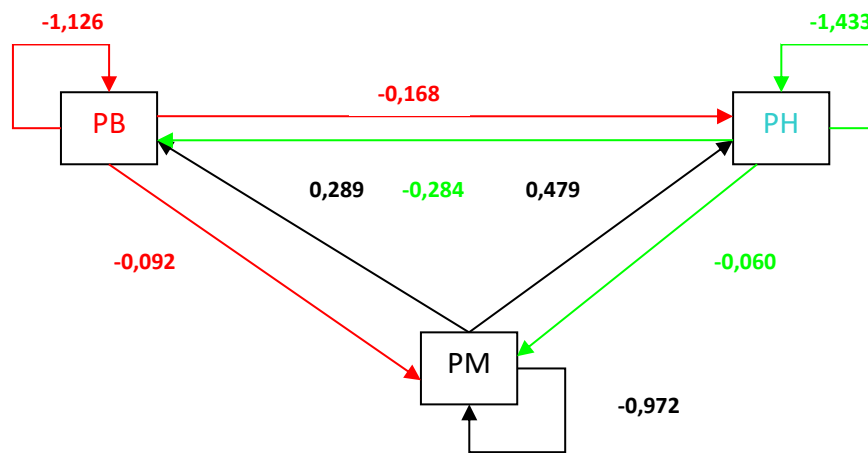


Figura 11.10. Representação diagramática da matriz dos efeitos totais E, da floresta mista PB+PH+PM simulada

Ver também os simuladores disponíveis em Barreto (2020b).

## Bibliografia

Barreto, L. S., 2012. The Global Yield and Allometry of Self-Thinned Mixed Forests. A Theoretical and Simulative Inquiry. *Silva Lusitana*, 20(1/2):83-103.

<http://www.scielo.mec.pt/pdf/slu/v20n1-2/v20n1-2a06.pdf>

Barreto, L. S., 2014. *Ecologia Teórica. Um outra Explicação. II. Interações entre Populações.*

<http://hdl.handle.net/10400.5/14231>

Barreto, L. S., 2020a. *A Simulação de Plantações Auto-desbastadas de Pinheiro Manso (Pinus pinea) para a Produção de Pinhão.*

<http://hdl.handle.net/10400.5/18757>

Barreto, L. S., 2020b. *The Simulative Identification of Overyielding, and Total Effects in Mixed Forests.*

<http://hdl.handle.net/10400.5/20525>

Vila, M., J. Vayreda, L. Comas, J. Ibáñez, T. Mata, and B. Obón, 2007. Species richness and wood production: a positive association in Mediterranean forests. *Ecology Letters*, (2007) 10: 241–250.