

Do movimento uniforme nos canais

pelo

Prof. P. DE VARENNES E MENDONÇA

da Cadeira de Mecânica Racional e Teoria Geral de Máquinas

1. Introdução.

Nesta memória, a palavra «canal» é empregada como abreviatura da expressão «canal cilíndrico de secções perfeitamente idênticas, não só na forma, mas ainda na natureza do perímetro molhado».

Os problemas hidráulicos sobre movimento uniforme nos canais podem agrupar-se em duas categorias: de verificação e de dimensionamento.

Denomino problemas de verificação aqueles em que, sendo dadas, ou determinadas pelos dados, as características geométricas do canal, se pretende obter os elementos cinemáticos, em particular o caudal. Os problemas desta categoria são os únicos considerados no presente trabalho.

Os problemas de dimensionamento são os mais importantes. Mas é sabido que a frequência da sua indeterminação e a complexidade do cálculo directo obrigam, na maioria dos casos, a proceder por tentativas conduzidas pela marcha de verificação.

2. Classificação e nomenclatura dos tipos de secção.

À falta duma terminologia, já consagrada, capaz de definir sem ambiguidade os vários tipos de secção a considerar, adopto e proponho a seguinte.

Se a secção for limitada por uma linha convexa, direi que é *regular*. Caso contrário, será *irregular*.

A rugosidade pode ser, ou não, uniforme ao longo de todo o perímetro molhado. A secção de rugosidade uniforme denomina-se *simples* ou *composta*, consoante é regular ou irregular. Análogamente, quando

a rugosidade não é uniforme, a secção regular diz-se *mista* e a irregular *complexa*.

É bem conhecido que a maioria das equações, em particular as chamadas fórmulas práticas do movimento uniforme, é aplicável apenas às secções regulares.

Segundo BRESSE (1860, p. 200-202), já BELANGER ⁽¹⁾ tinha, mediante um exemplo, chamado a atenção para as «anomalias» das secções irregulares, nas quais o raio médio sofre, em certos intervalos, bruscas variações.

3. Equações gerais.

Consideremos a corrente uniforme que se escoa no canal. Seja Q o caudal, V a velocidade média, A a área da secção transversal, P o perímetro molhado, R o raio médio e r o coeficiente de rugosidade.

Imaginemos agora que a corrente global é formada por p correntes parciais. Sejam Q_i , V_i , A_i , P_i , R_i e r_i os respectivos caudais, velocidades médias, áreas das secções transversais, perímetros molhados, raios médios e coeficientes de rugosidade ($i=1,2,\dots,p$).

Designando por S o declive do leito do canal, podemos escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 1) \quad Q = AV, \\
 2) \quad V = f(r, R, S), \\
 3) \quad R = \frac{A}{P}, \\
 4_i) \quad Q_i = A_i V_i, \\
 5_i) \quad V_i = f(r_i, R_i, S), \\
 6_i) \quad R_i = \frac{A_i}{P_i} \quad (i=1,2,\dots,p), \\
 7) \quad Q = \sum_i Q_i, \\
 8) \quad A = \sum_i A_i, \\
 9) \quad P = \sum_i P_i.
 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

⁽¹⁾ Cours lithographié de l'École des Ponts et Chaussées, 1850.

A forma da função f depende, é claro, da fórmula adoptada para equação do movimento uniforme.

O sistema I) compreende $(3p+6)$ equações e nele figuram $(6p+7)$ variáveis. A diferença entre o número de variáveis e o de equações é então $(3p+1)$.

Nos problemas de verificação, são sempre dados — ou calculáveis a partir dos dados — A , S , P_i e r_i , em número de $(2p+2)$. Faltam, portanto, $(p-1)$ dados (valores de variáveis ou equações suplementares) compatíveis e independentes, para que haja determinação.

4. Secções mistas.

41. Método aconselhado.

Neste caso, há uma decomposição natural do perímetro molhado nas p partes de diferente rugosidade. Mas, por outro lado, não parece existir qualquer razão teórica, nem experimental, para deixar de admitir que a corrente global, tal como sucede nos canais de secção simples, se comporta como um todo, definível geomêtricamente pelo raio médio e cinemáticamente pela velocidade média. Por consequência, o levantamento da indeterminação do sistema I) deverá ser feito de tal maneira que a equação 2) mantenha pleno significado físico e que a decomposição em correntes parciais apareça como um artifício de cálculo destinado a permitir avaliar o coeficiente médio de rugosidade r ⁽¹⁾.

Adoptemos para a equação 2) a forma

$$10) \quad V = a R^m S^{1/2},$$

com a dependente apenas da rugosidade e m constante, forma que engloba algumas das mais importantes fórmulas práticas ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Recorde-se que já BAZIN (1897) introduziu a sua «categoria intermédia, n.º 3 bis», respeitante à rugosidade de «paredes de natureza mista».

⁽²⁾ Para a fórmula de CHÉZY, $V = C \sqrt{RS}$ (com C dependente apenas da rugosidade), é $a = C$ e $m = 1/2$. Para a fórmula de MANNING, tem-se $a = 1/n$ (em unidades métricas), onde n é o coeficiente de rugosidade de GANQUILLET-KUTTER, e $m = 2/3$. Para a fórmula de GAUCKLER-STRICKLER, $V = k R^{2/3} S^{1/2}$, é $a = k$ e $m = 2/3$.

Então, podemos demonstrar que se consegue satisfazer às condições enunciadas juntando ao sistema 1) as $(p-1)$ equações suplementares

$$11) \quad V_1 = V_2 = \dots = V_p.$$

Deste modo, tem-se

$$AV = \sum_i A_i V_i = AV_i,$$

donde

$$V = V_i.$$

Como A e P são dados, 3) fornece imediatamente R e, por conseguinte, o problema reduz-se ao cálculo do valor de a a introduzir em 2). De

$$a R^m = a_i R_i^m,$$

tira-se

$$R_i = \left(\frac{a}{a_i} \right)^{\frac{1}{m}} R.$$

Então, sendo

$$A = RP = \sum_i A_i = \sum_i R_i P_i,$$

resulta

$$P = a^{\frac{1}{m}} \sum_i \frac{P_i}{a_i^{\frac{1}{m}}}$$

ou

$$12) \quad \frac{P}{a^{\frac{1}{m}}} = \sum_i \frac{P_i}{a_i^{\frac{1}{m}}},$$

equação que, por poder escrever-se

$$13) \quad a = \left(\frac{P}{\sum_i \frac{P_i}{a_i^{\frac{1}{m}}}} \right)^m,$$

demonstra o que se pretendia.

Tem-se, também,

$$14) \quad \frac{Q_i}{Q} = \frac{A_i}{A} = \left(\frac{a}{a_i} \right)^{\frac{1}{m}} \frac{P_i}{P} = \frac{\frac{P_i}{a_i^{\frac{1}{m}}}}{\sum_i \frac{P_i}{a_i^{\frac{1}{m}}}}$$

42. Casos particulares.

421. Adoptando a fórmula de MANNING, 12), 13) e 14) adquirem os aspectos respectivos

$$12') \quad n^{\frac{3}{2}} P = \sum_i n_i^{\frac{3}{2}} P_i,$$

$$13') \quad n = \left(\frac{\sum_i n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{P} \right)^{\frac{2}{3}}$$

e

$$14') \quad \frac{Q_i}{Q} = \frac{A_i}{A} = \frac{n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{n^{\frac{3}{2}} P} = \frac{n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{\sum_i n_i^{\frac{3}{2}} P_i}.$$

422. No caso de se empregar a fórmula de GAUCKLER-STRICKLER, 13) escreve-se

$$13'') \quad k = \left(\frac{P}{\sum_i \frac{P_i}{k_i^{\frac{2}{3}}}} \right)^{\frac{2}{3}},$$

forma particular estabelecida por EINSTEIN (1934).

423. Para a fórmula de CHÉZY, 13) transforma-se em

$$13''') \quad C = \left(\frac{P}{\sum_i \frac{P_i}{C_i^2}} \right)^{\frac{1}{2}},$$

que, segundo EINSTEIN (1934), é devida a SCHOKLITSCH (1).

424. Em muitos estudos efectuados em canais de laboratório, as mais das vezes de secção rectangular, convém que o fundo e as paredes laterais sejam de natureza diferente. Interessa, então, «eliminar a influência das paredes», isto é, determinar o caudal que, por assim dizer, apenas sofre a acção retardadora do fundo.

No método que MÜLLER (1943, p. 88-94) denomina de EINSTEIN, usa-se a equação

$$14'') \quad \frac{Q_2}{Q} = \frac{k_1^{\frac{3}{2}} P_2}{k_2^{\frac{3}{2}} P_1 + k_1^{\frac{3}{2}} P_2}.$$

Obtém-se, como caso particular de 14), adoptando a fórmula de GAUCKLER-STRICKLER e fazendo $p=2$.

43. Crítica do 1.º método de STRECK.

STRECK (1929, p. 78-85; 1933, p. 80-87), na alínea a) (2) do seu Problema 15, considera um canal de secção trapezoidal com fundo de terra e taludes revestidos de empedrado. E resolve-o pelos dois métodos seguintes:

1.º método — A secção é dividida em três partes, mediante duas divisórias verticais fictícias que passam pelos pés dos taludes. Cada parte é tratada como a secção de um canal independente. A soma dos

(1) *Über Schleppkraft und Geschiebebewegung*, 1914. O processo indicado por FORCHHEIMER (1935, p. 76) e DE MARCHI (1939, p. 168), para $p=2$, equivale à adopção da equação 13'''); porém, estes autores, que não supõem C_1 e C_2 dependentes apenas da rugosidade, aconselham determiná-los em função do raio médio da secção global, o que não parece ter qualquer justificação.

(2) *Niederwasser; Aguas bajas*.

caudais parciais fornece o caudal total. A velocidade média acha-se como quociente do caudal total pela área da secção global.

2.º método (*Vereinfachte Rechnung; Cálculo simplificado*) — Idêntico ao estudado em 41. Porém, STRECK não indica a maneira de calcular o coeficiente médio de rugosidade. Entende, estou em crer, que basta uma estimativa.

Depois de confrontar os dois resultados assim obtidos, STRECK (1929, p. 85) escreve: «Man ersieht, dass die zweite Berechnungsmethode fast zu dem gleichen Ergebnis führt, wie die erstere, also als genügend genau betrachtet werden kann.» (1)

Esta frase parece significar que STRECK julga o 1.º método mais exacto que o 2.º.

Sem pretender contestar que, de facto, em muitos casos concretos, os dois métodos conduzem a resultados praticamente equivalentes, vou mostrar que, pelo contrário, o 1.º método não resiste à crítica mais rudimentar e pode mesmo fornecer resultados manifestamente absurdos.

Para tal, comecemos por imaginar um canal de secção rectangular com paredes laterais de natureza diferente da do fundo. A aplicação do 1.º método levaria a concluir que a rugosidade das paredes não influa no caudal, porquanto as partes laterais, de áreas nulas, teriam também raios médios nulos.

Façamos, agora, a seguinte pergunta: — Como se usará o método no caso, por exemplo, de uma secção trapezoidal com os taludes inclinados para dentro?

Finalmente, notemos que qualquer processo de resolução de problemas sobre movimento uniforme em canais de secção mista deve, para que seja coerente, ser aplicável, por particularização, aos canais de secção simples. É o que se não dá com o método em causa. Consideremos um canal de secção trapezoidal isósceles com os taludes inclinados (para fora) a 1:1, largura no fundo b e profundidade igual a l m; seja $S=0,0004$ o declive do leito e $n=0,025$ o coeficiente de rugosidade de GANGUILLET-KUTTER; adopte-se a fórmula de MANNING. Então, o caudal vale

$$Q = \frac{0,8 (1 + b)^{\frac{5}{3}}}{(2\sqrt{2} + b)^{\frac{2}{3}}},$$

(1) «Vemos que este 2.º método de cálculo conduce a resultados casi iguaes que el 1.º, es decir, que puede ser considerado como suficientemente exacto.» [STRECK (1933, p. 87)].

ao passo que o emprego do 1.º método de STRECK conduz a

$$Q' = 0,4 (1 + 2 b).$$

A Fig. 1 mostra os diagramas do desvio absoluto

$$\Delta = Q' - Q$$

e do desvio relativo

$$\epsilon = \frac{Q' - Q}{Q}$$

em função de b . Vê-se que, para as secções muito largas, ϵ é insignificante; é esta a razão por que no Problema 15 de STRECK (profundidade de 1,60 m e largura média de 42,40 m) os dois métodos conduzem a resultados praticamente idênticos.

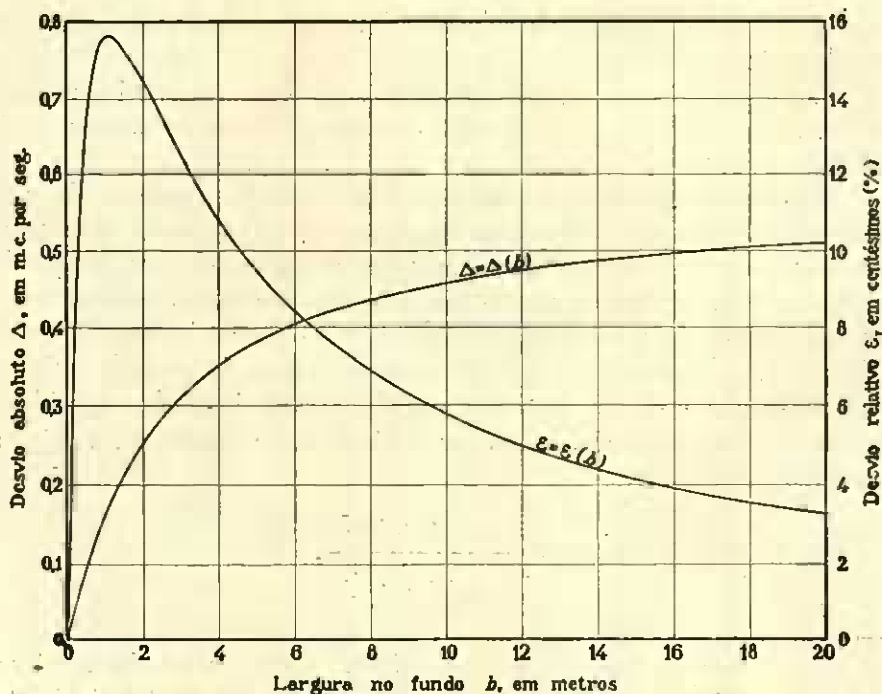


Fig. 1

Dispensamo-me de provar que o 1.º método é mais trabalhoso que o 2.º. Não só é fácil verificá-lo sobre um exemplo, mas ainda é o próprio STRECK que o reconhece ao denominar o 2.º método «cálculo simplificado».

Em resumo: o 1.º método de STRECK é inexacto, absurdo e inútilmente complicado.

5. Secções compostas.

Numa secção composta — revelam-no inúmeras observações experimentais, que seria ocioso aqui enumerar — a corrente global não se comporta como um todo. Se bem que a questão não possa considerar-se ainda completamente esclarecida, parece de admitir que tudo se passa como se no leito se escoassem várias correntes independentes.

Quanto ao número p destas correntes não há divergências de opinião: excede de uma unidade o das reentrâncias do contorno. Todos os autores concordam também em fazer passar as divisórias fictícias pelos pontos de máxima reentrância.

Quanto ao traçado das divisórias e ao cálculo dos perímetros molhados das secções parciais têm sido empregados os métodos seguintes:

a) Processo clássico — divisórias fictícias rectilíneas verticais cujos comprimentos não são adicionados aos perímetros molhados efectivos.

b) Divisórias verticais; a cada um dos perímetros molhados efectivos de duas secções parciais contíguas soma-se o comprimento da linha fictícia que as separa; aos perímetros molhados assim obtidos atribuem-se as rugosidades das suas partes reais [RUSSELL (1945, p. 282-283)] (1).

c) Considerando que a acção do líquido adjacente sobre o movimento duma corrente parcial deve depender da velocidade relativa — ou melhor: da taxa de variação da velocidade perpendicularmente à superfície de separação —, EINSTEIN (1934) propõe que se tomem para divisórias fictícias as ortótacas (2) e que os seus comprimentos não entrem no cômputo dos perímetros molhados.

(1) É evidente que, para este processo, não é válida a equação 9).

(2) As ortótacas ou linhas ortotáquicas — formas portuguesas da designação proposta por GELMETTI (1936) — são as trajectórias ortogonais das linhas isotáquicas.

Em muitos casos de importância prática, estes três processos conduzem a resultados equivalentes. Contudo, julgo não ser inútil procurar averiguar qual o preferível.

O método *b*) foi indicado por GRANTZ (1929) e HÉGLY (1933) após observações laboratoriais efectuadas sobre canais com secção de forma idêntica à representada na Fig. 3. Tendo verificado que o processo clássico fornecia caudais um pouco superiores aos reais, entenderam introduzir assim uma compensação correcta.

Para mostrar a incoerência deste método, vou considerar precisamente a forma de secção (Fig. 2) com que RUSSELL o exemplifica.

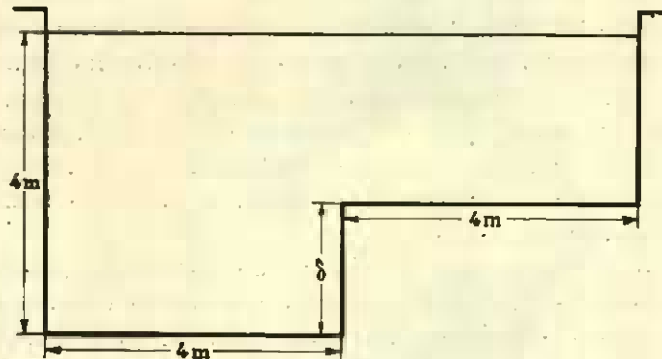


Fig. 2

Um método aceitável há-de poder usar-se qualquer que seja o des-nível δ ; em particular, o caudal achado, por meio dele, para $\delta = 0$, deve coincidir com o calculado atendendo a que, nesse caso particular, a secção é simples.

Seja $S = 0,0001$ o declive do leito, $n = 0,020$ o coeficiente de rugosidade de GANQUILLET-KUTTER e adopte-se a fórmula de MANNING.

Então, considerando a secção como simples, obtém-se: $A = 4 \times 8 = 32$; $P = 8 + 2 \times 4 = 16$; $R = 32 : 16 = 2$; $R^{2/3} = 1,5874$; $V = 0,5 \times 1,5874 = 0,7937$ e $Q = 32 \times 0,7937 = 25,398 \text{ m}^3/\text{s}$. Pelo processo *a*) ou *c*) ⁽¹⁾, vem $A_1 = A_2 = 4 \times 4 = 16$; $P_1 = P_2 = 4 + 4 = 8$; $R_1 = R_2 = 16 : 8 = 2$; $R_1^{2/3} = R_2^{2/3} = 1,5874$; $V_1 = V_2 = 0,5 \times 1,5874 = 0,7937$;

(1) Por razão de simetria, é evidente que, neste caso, a ortótaca é rectilínea vertical.

$Q_1 = Q_2 = 16 \times 0,7937 = 12,6992$ e $Q = Q_1 + Q_2 = 2 \times 12,6992 = 25,398 \text{ m}^3/\text{s}$. Mas, pelo processo *b*), resulta: $A_1 = A_2 = 16$; $P_1 = P_2 = 4 + 2 \times 4 = 12$; $R_1 = R_2 = 16 : 12 = 4/3$; $R_1^{2/3} = R_2^{2/3} = 2,5198$; $2,0801 = 1,2114$; $V_1 = V_2 = 0,5 \times 1,2114 = 0,6057$; $Q_1 = Q_2 = 16 \times 0,6057 = 9,6912$ e $Q = Q_1 + Q_2 = 2 \times 9,6912 = 19,382 \text{ m}^3/\text{s}$.

Eliminado o método *b*) por incoerente e o *a*) por estar em desacordo com a experiência, resta como aceitável o de EINSTEIN. Enquanto observações laboratoriais efectuadas com a finalidade de o pôr à prova não provocarem a sua rejeição, tenho-o pelo preferível. Acrescentarei ainda que uma maneira prática de o aplicar consiste em supor as ortotáquicas rectilíneas. É claro que, para lhes definir a direcção, será necessário orientar-se pelos dados experimentais sobre o aspecto das isotacas em secções idênticas ou análogas.

Chegamos ao problema da determinação do sistema I). A decomposição da secção permite achar os A_i . Ligados como estão pela relação 8), fornecem os $(p-1)$ dados independentes que tornam determinado o sistema I).

6. Secções complexas.

61. Método.

A resolução dos problemas sobre secções complexas efectua-se combinando o método das secções mistas com o das compostas.

Faz-se p exceder de uma unidade a soma do número de variações de rugosidade — encontradas ao seguir, de ponta a ponta, ao longo do perímetro molhado — com o número de reentrâncias que não coincidem com variações de rugosidade.

Se for $(q-1)$ o número de reentrâncias, haverá q correntes distintas a considerar. O traçado das divisórias permitirá achar as respectivas áreas $A_{(j)}$ ($j=1, 2, \dots, q$). Designando por $\alpha_j, \beta_j, \dots, \lambda_j$ os valores do índice i que cabem à corrente j , podem, portanto, escrever-se as q equações

$$15) \quad A_{(j)} = A_{\alpha_j} + A_{\beta_j} + \dots + A_{\lambda_j},$$

das quais, em virtude de 8), apenas $(q-1)$ são independentes.

Por outro lado, por cada uma das q correntes parciais dever ser

considerada como um todo, tem-se

$$16) \quad V_{\alpha_j} = V_{\beta_j} = \dots = V_{\lambda_j}.$$

As equações independentes 16) são em número de $(p - q)$.

Eis as $q - 1 + p - q = p - 1$ equações suplementares que tornam determinado o sistema 1).

A crítica atrás feita ao 1.º método de STRECK, então limitada à sua alínea a), é extensível, com as devidas correções formais, às alíneas b) e c), para as quais a secção passa a ser complexa.

62. Exemplo.

Seja um canal com a secção transversal da Fig. 3, na qual é o metro a unidade de comprimento, e declive longitudinal $S = 0,000460$. Suponhamos valerem $n_1 = 0,014$, $n_2 = 0,030$ e $n_3 = 0,017$ os coeficientes de rugosidade de GANQUILLET-KUTTER respeitantes às três diferentes naturezas do perímetro molhado. Pretende-se achar o caudal, adoptando para equação do movimento uniforme a fórmula de MANNING.

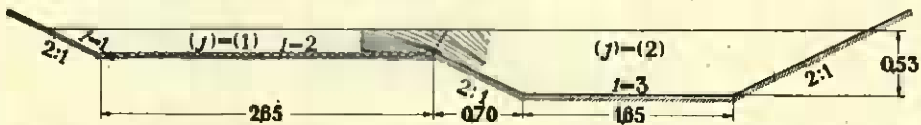


Fig. 3

Na Fig. 3 — de acordo com a gravura inferior da Estampa II de HÉGLY (1930), relativa a um canal muito pouco diferente do que estamos a considerar —, desenharam-se as isótacas na vizinhança do ponto de máxima reentrância do contorno. A ortótaca foi aproximada pelo segmento rectilíneo tracejado, cuja inclinação sobre o horizonte mede cerca de 58° .

Segue o cálculo que, pela sua simplicidade, julgo não necessitar comentário.

$$S^{1/2} = \sqrt{0,000460} = 0,021448$$

$$\cot 58^\circ = 0,62487$$

$$n_1^{3/2} = (0,014)^{3/2} = 0,0016565$$

$$0,18 \cot 58^\circ = 0,11248$$

$$n_2^{3/2} = (0,030)^{3/2} = 0,0051962$$

$$P_1 = 0,18\sqrt{5} = 0,18 \times 2,23607 = 0,40249$$

$$P_2 = 2,65$$

$$P_{(1)} = P_1 + P_2 = 0,40249 + 2,65 = 3,05249$$

$$n_{(1)} = \left(\frac{n_1^{3/2} P_1 + n_2^{3/2} P_2}{P_{(1)}} \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= \left(\frac{0,016565 \times 0,40249 + 0,0051962 \times 2,65}{3,05249} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,02817$$

$$1/n_{(1)} = 35,4988$$

$$A_{(1)} = 0,18 \times (0,18 + 2,65 + 0,05624) = 0,51952$$

$$R_{(1)} = A_{(1)}/P_{(1)} = 0,51952 : 3,05249 = 0,1702$$

$$R_{(1)}^{2/3} = (0,1702)^{2/3} = 0,3071$$

$$V_{(1)} = \frac{1}{n_{(1)}} R_{(1)}^{2/3} S^{1/2} = 35,4988 \times 0,3071 \times 0,021448 = 0,23382$$

$$Q_{(1)} = A_{(1)} V_{(1)} = 0,51952 \times 0,23382 = 0,1215$$

$$A_{(2)} = A_3 = 0,18 \times (0,70 - 0,05624) + (0,35)^2 + 0,53 (1,65 + 0,53)$$

$$= 1,39378$$

$$P_{(2)} = P_3 = (0,35 + 0,53)\sqrt{5} + 1,65 = 0,88 \times 2,23607 + 1,65 = 3,61774$$

$$R_{(2)} = A_{(2)}/P_{(2)} = 1,39378 : 3,61774 = 0,3853$$

$$R_{(2)}^{2/3} = (0,3853)^{2/3} = 0,5295$$

$$1/n_{(2)} = 1/n_3 = 1 : 0,017 = 58,8235$$

$$V_{(2)} = \frac{1}{n_{(2)}} R_{(2)}^{2/3} S^{1/2} = 58,8235 \times 0,5295 \times 0,021448 = 0,66804$$

$$Q_{(2)} = A_{(2)} V_{(2)} = 1,39378 \times 0,66804 = 0,9311$$

$$Q = Q_{(1)} + Q_{(2)} = 0,1215 + 0,9311 = 1,053 \text{ m}^3/\text{s.}$$

OBRAS CITADAS

BAZIN, H.

- 1897 Étude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts. *Ann. Ponts Chauss.*, 1^o partie, 7^e série, 7^e année, 4^e trimestre, p. 20-70.

BRESSE

- 1860 *Cours de Mécanique Appliquée*. 2^e partie — Hydraulique. Mallet-Bachelier; Paris.

DE MARCHI, Giulio

- 1939 *Idraulica*. Vol. I, 2^a ed., Parte II. Ulrico Hoepli; Milano.

EINSTEIN, A.

- 1934 Der hydraulische oder Profil-Radius. *Schweiz. Bauztg.* 103(8): 89-91.

FORCHHEIMER, Ph.

- 1935 *Elementos de Hidráulica*. Trad. de la 2.^a ed. alemana por M. Lucini. 2.^a ed. Manuales Técnicos Labor. Editorial Labor, S. A.; Barcelona, Madrid, Buenos Aires.

FREEMAN, John R. (Editor)

- 1929 *Hydraulic Laboratory Practice*, comprising a translation, revised to 1929, of *Die Wasserbaulaboratorien Europas*, published in 1926 by Verein Deutscher Ingenieure. The American Society of Mechanical Engineers; New York.

GELMETTI, Antonio

- 1936 Studio di una rappresentazione analitica del moto uniforme nelle correnti liquide. *Atti 8^o Congr. naz. Acque* (Padova, 12-16 ottobre 1935), p. 93-126. Associazione Idrotecnica Italiana; Milano.

GRANTZ, M.

- 1929 The Hydraulic Laboratory of the Technical University of Charlottenburg. In FREEMAN (1929, p. 401-413).

HÉGLY, V.-M.

- 1930 Note sur la répartition des vitesses dans un canal à profil complexe. Expériences exécutées au laboratoire du Saulcy (à Metz). *C. R. Soc. hydrotech. Fr.*, 43; Annexes au Procès-verbal de la séance du 14 février 1930. *Rev. gén. Élect.* 28(18): 519H-529H.
- 1933 Note sur la répartition des vitesses dans un canal à profil complexe. Expériences exécutées au laboratoire du Saulcy, à Metz. *C. R. Soc. hydrotech. Fr.*, 51; Annexe au Procès-verbal de la séance du 30 juin 1932. *Rev. gén. Élect.* 34(12): 655H-675H.

MÜLLER, Robert

- 1943 Theoretische Grundlagen der Fluss- und Wildbachverbauungen. *Mitt. VersAnst. Wasserb. Zürich*, 4.

RUSSELL, George E.

- 1945 *Hydraulics*. 5th ed. Henry Holt and Co.; New York.

STRECK, Otto

- 1929 *Aufgaben aus dem Wasserbau*. 2. Aufl. Julius Springer; Berlin.
- 1933 *Problemas de Hidráulica Aplicada*. Trad. de la 2.^a ed. alemana por J. Martínez Borso. Editorial Labor, S. A.; Barcelona, Madrid, Buenos Aires.

