

Uma Arquitetura Multiagente para Tomada de Decisão em Ambiente com Incerteza

Marcelo Ladeira*
Helder Coelho **
Rosa Maria Viccari*

DI-FCUL

TR-98-5

Maio 1998

* Instituto de Informática
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
91501-970 Porto Alegre, RS
Brasil

** Departamento de Informática
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Campo Grande, 1700 Lisboa
Portugal

Technical reports are available at <http://www.di.fc.ul.pt/investigacao/tr>, or <ftp://ftp.di.fc.ul.pt/pub/tech-reports>. The files are stored in Postscript, in compressed (gzip) form, with the report number as filename. Alternatively, reports are available by post from the above address.

Sumário

Resumo	3
Abstract	4
1. Introdução	5
1.1. Identificação do Problema	5
1.2 Áreas de Pesquisa Relacionadas	7
1.2.1 Raciocínio Probabilístico	9
1.2.2 Abordagens de Sistemas Multiagentes	10
2. Estado da Arte	11
2.1 Introdução	11
2.2 Redes Bayesianas	14
2.2.1 Revisão de Crenças	16
2.2.2 Atualização de Crenças	17
2.3 Árvores de Junções	19
2.3.1 Transformações Topológicas	21
2.3.2 Propagação de Crenças em Árvores de junções	24
2.4 Redes Bayesianas Múltiplas Seccionadas	27
2.4.1 Transformações Topológicas	29
2.4.2 Abordagem Agente Único	30
2.4.3 Abordagem Multiagentes	33
2.5 Diagramas de Influências	36
2.6 Abordagens de Sistemas Multiagentes	40
2.7 Conclusão	42
3. Abordagem da Solução Proposta	44
3.1 Nicho Atacado	44
3.2 Avaliação de Diagrama de influências com Árvores de Junções	45
3.3 A Arquitetura de Agentes Proposta	50
4. Condições de Término do Projeto	54
5. Plano de Ação	55
5.1 Cronograma de Atividades	55
5.2 Visão Geral dos Programas	56
6. Bibliografia	58
Anexo I - Referências Citadas pelo AFIT AI Lab	64

Resumo

Um diagrama de influências representa a formalização de um problema de decisão onde o decisor é racional. Ele escolhe a decisão que maximiza o valor esperado da função utilidade associada aos resultados possíveis, decorrentes da tomada da decisão. Em geral, esse formalismo modela o domínio por meio de uma única rede homogênea, sem levar em consideração a existência de subdomínios específicos, no domínio em questão.

O objetivo geral desse projeto é estudar a aplicação de arquitetura multiagentes para a avaliação de diagramas de influências, motivado pela intenção de explorar a propriedade de *localidade* em grandes domínios de dados. Um domínio que apresenta localidade, pode ser considerado por partes, pois existem subdomínios “naturais” fixos. O decisor humano que raciocina e toma decisões, com base nas informações contidas no domínio, pode fazê-lo focalizando um único subdomínio, em cada instante e desviando a sua atenção para outro subdomínio, de tempo em tempo.

Esse relatório técnico foi elaborado durante visita do primeiro autor ao Departamento de Informática da Universidade de Lisboa e constitui a sua proposta de tese de doutoramento em Ciência da Computação, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil, avaliada em Abril passado.

PALAVRAS CHAVES: raciocínio probabilístico, diagramas de influências, sistemas multiagentes, redes bayesianas, representação de conhecimento, inteligência artificial.

Abstract

An influence diagram represents a decision problem formalisation where the decision-maker is a rational one; i.e. he prefers the decision that maximises the utility function expected value. This formalism models the domain through a single homogeneous network and without considering the existence of specific sub-domains into the domain at hand.

The main goal of this research project is to study the application of the multi-agent approach to the evaluation of influence diagrams, motivated by the intention of exploring the locality propriety in large domains. A domain that has locality can be looked by parts because it has specific and natural sub-domains. The decision-maker that reasons and decides based on the domain information can focus on a single sub-domain each time, and occasionally shift his attention to another sub-domain.

This technical report was written in Brazilian Portuguese, when the first author was visiting the Computer Science Department of the University of Lisbon. It is the thesis proposal for the Computer Science doctor degree of the first author at the Brazilian Federal University of Rio Grande do Sul, and it was submitted with success last April.

KEYWORDS: probabilistic reasoning, influence diagrams, multi-agent systems, Bayesian networks, knowledge representation, and artificial intelligence.

1. Introdução

Este capítulo apresenta a especificação geral do problema (definição do problema e originalidade da solução proposta) a ser resolvido, sua relevância e os principais temas de pesquisa relacionados.

1.1. Identificação do Problema

O objetivo geral dessa investigação é estudar a aplicação de arquitetura multiagentes para a avaliação de diagramas de influências, motivado pela intenção de explorar a propriedade de *localidade* em grandes domínios de dados. Um domínio que apresenta localidade, pode ser considerado por partes, pois existem subdomínios “naturais” fixos. O decisor humano que raciocina e toma decisões, com base nas informações contidas no domínio, pode fazê-lo focalizando um único subdomínio, em cada instante e desviando a sua atenção para outro subdomínio, de tempo em tempo.

O contexto desta pesquisa é a aplicação da abordagem probabilística ao raciocínio multiagente cooperativo, com foco na tomada de decisão no âmbito do problema da interpretação distribuída (uma das subclasses de problemas na área de inteligência artificial distribuída). A idéia básica é combinar o método para avaliar um diagrama de influências orientado e regular (veja Seção 3.2), proposto por Jensen *et al.* [JEN 94b], com a abordagem de sistemas multiagentes para redes bayesianas múltiplas seccionadas, proposta por Yang Xiang [XIA 96a] (veja Seção 2.3).

Os principais resultados esperados ao fim desta pesquisa são: a) extensão do conceito de redes bayesianas múltiplas seccionadas, com a inclusão de variáveis de decisão e variáveis de utilidade, obtendo um conjunto de diagramas de influências múltiplos seccionados; b) proposição de uma arquitetura multiagentes para avaliação de diagramas de influências múltiplos seccionados; c) construção de protótipo para validação da arquitetura proposta.

O problema focalizado consiste no suporte à decisão racional (baseada na teoria da decisão) em ambientes onde o raciocínio probabilístico é realizado por elementos entre os quais existe alguma “distância” espacial, temporal ou semântica (no caso em que os elementos são diferentemente especializados) [BON 88]. Se enquadram nessa classe os problemas onde aparece a necessidade de escolha racional entre um conjunto de estratégias, com base em diversas opiniões individuais, com credibilidades diversas. Por exemplo, pode-se citar o caso de uma junta médica que avalia as condições de um paciente, visando fazer o diagnóstico e estabelecer quais os procedimentos mais “adequados” em questão.

O método de Jensen *et al.* para avaliação de um diagrama de influências é baseado no conceito de árvore de junções. A técnica de árvores de junções constitui o estado atual da arte. Essa investigação permitirá explorar o conceito de localidade em diagramas de influências (veja Seção 3.1).

A *rede bayesiana* (BN) [PEA 86a, 88] é um formalismo gráfico que permite representar a função de distribuição de probabilidades conjunta (JPD) e dependências probabilísticas

entre um conjunto de variáveis aleatórias. A JPD resume o conhecimento sobre *um* domínio específico. Esse formalismo é utilizado em sistemas de suporte a decisão para estimar medidas de crença, apoiadas na teoria clássica de probabilidades, para eventos não observáveis (ou observáveis a custo inaceitável). Os algoritmos para propagação (exata ou aproximada) de crenças em BN realizam inferências probabilísticas do tipo causal, diagnóstico, intercausal ou misto. A inferência - cálculo da probabilidade de um evento, dado as *evidências*¹ observadas na rede - depende da topologia e considera as relações de independência condicional embutidas na representação gráfica.

Uma *rede bayesiana múltipla seccionada* (MSBN) [XIA 93a, 93b] é um conjunto de subredes bayesianas interrelacionadas, onde cada subrede representa dependências entre variáveis em um subdomínio de um grande domínio de problema ou universo total. O formalismo de MSBN é utilizado quando se deseja representar as múltiplas visões coerentes de um especialista sobre um domínio ou as visões específicas de diversos especialistas sobre o mesmo domínio, pois permite modularizar o conhecimento.

O *diagrama de influências* é um formalismo gráfico de representação do problema de tomada de decisão em ambiente com incerteza, composto de nós associados às variáveis aleatórias, variáveis de decisões e a um nó utilidade². A avaliação da rede consiste em determinar uma seqüência de decisões que maximiza o valor esperado da função representada no nó utilidade. A representação gráfica utilizada explicita as dependências probabilísticas e a informação disponível para a tomada de uma decisão.

Um dos resultados esperados ao fim desta investigação é a extensão de MSBN, através da inclusão de variáveis de decisão e variáveis de utilidade, com a obtenção de um formalismo que possa ser aplicado à classe de problemas reais de tomada de decisão em domínios grandes e complexos, onde o conhecimento é naturalmente distribuído e pertencente a pessoas distintas.

O Porquê da Abordagem Multiagente. Como citado, o problema em foco é o suporte à decisão racional em ambientes onde o raciocínio probabilístico é realizado por elementos (autônomos) entre os quais exista distância espacial, temporal ou semântica (especialização) e, portanto, uma distribuição da informação. O paradigma de único-agente é mais aplicado ao raciocínio probabilístico em redes onde a informação está centralizada e as evidências são processadas de forma seqüencial (exceto se algum mecanismo de concorrência for empregado). Usa-se a abordagem multiagente quando o sistema é aberto, cada agente é um subsistema autônomo, com seu conhecimento parcial próprio do domínio e necessita ter acesso às fontes externas de informação (evidências) para se adaptar às mudanças do sistema. Cada agente deve comunicar-se com outros para atingir de forma cooperativa a meta do sistema. Esse problema pode ser enfocado através de sistemas de interpretação distribuída.

Lesser e Erman [LES 80] definem *sistema de interpretação* como sistema com sensores para coletar evidências do ambiente e produzir descrições de alto nível de objetos e eventos do ambiente. Em *sistemas de interpretação distribuída* sensores são distribuídos e a comunicação de toda a evidência para um ponto central é indesejável.

¹ Observações de ocorrências de valores específicos de variáveis aleatórias, usados na estimação das probabilidades das outras variáveis assumirem certos valores.

² Reflete a preferência do decisor pelos resultados decorrentes das decisões tomadas.

São exemplos de tais sistemas: rede de sensores, diagnóstico de problemas em dispositivo complexo, diagnóstico médico por múltiplos especialistas e interpretação de imagens distribuídas (p.ex. reconhecimento de um veículo trafegando em uma rodovia).

As vantagens da abordagem multiagentes tornam-se mais evidentes ainda no caso de uma aplicação distribuída em rede de computadores (p.ex. a Internet ou uma rede local) por que a opção de alocar agentes (com seu conhecimento parcial próprio do domínio) em máquinas diversas, agrega flexibilidade e eficiência devido a realização local de processamento pelos agentes, sem sobrecarregar os meios físicos de transmissão da rede.

Com o paradigma de multiagentes cada agente processa evidências que detecta em seu subdomínio, podendo ser em paralelo, se eles são localizados em processadores distintos.

Complexidade Computacional. Não está claro se a representação a ser utilizada no formalismo de diagramas de influências multiagentes torna o problema mais difícil de ser resolvido, dado que a tomada de decisão, com base no raciocínio probabilístico, já é da classe NP-completo.

Originalidade da Solução Proposta. O levantamento bibliográfico realizado até o momento não indica a existência do formalismo de diagramas de influências múltiplos seccionados nem de pesquisa combinando o algoritmo de Jensen *et al.* com a abordagem multiagente para MSBN de Xiang. De fato, no *International Workshop on Multi-Agent Systems*, realizado em outubro de 1997, no MIT, Xiang [XIA 97a] sugere as seguintes áreas para pesquisa futura visando expansão da sua abordagem multiagentes para MSBN: a) formulação dinâmica de MSBN multiagentes; b) incorporação de decisões; e c) incorporação de inferência temporal.

1.2 Áreas de Pesquisa Relacionadas

As técnicas (numéricas) de raciocínio com incerteza, a análise de decisões e os sistemas multiagentes se relacionam com essa investigação.

Raciocínio Incerto. As pessoas resolvem problemas e tomam decisões em ambientes onde a informação é parcial ou aproximada. Têm-se tentado emular essa capacidade em sistemas inteligentes, mas para problemas formulados com informação parcial ou aproximada pode-se obter apenas soluções aproximadas, i.e. com incerteza. Portanto torna-se necessário dispor de formas para lidar com incerteza. As abordagens utilizadas consideram contexto simbólico ou contexto numérico.

A *abordagem simbólica* em geral utiliza uma teoria lógica, que determina o mecanismo de inferência utilizado. É adequada para tratar a incerteza em informação incompleta (e justificar as conclusões finais), mas é inadequada para o caso de informação imprecisa pois não provê meios para quantificar níveis de confiança.

A *abordagem numérica* representa incerteza como uma quantidade precisa em uma dada escala ou um valor *fuzzy*, permitindo definir cálculo que especifica o mecanismo a utilizar para combinar e propagar a incerteza durante o processo de raciocínio. Essa quantidade pode ser um único valor ou um intervalo e o usuário ou especialista deve

fazer uma atribuição numérica precisa e consistente para a incerteza dos dados atômicos e das suas relações. A agregação de incerteza permite classificar os fatos resultantes (com base no valor agregado) permitindo o seu uso na tomada de decisão. Essa abordagem não provê meios para explicar claramente as razões que conduziram a uma dada conclusão.

As técnicas *fuzzy* são adequadas para representar conceitos vagos inerentes a termos lingüísticos, tais como: a) imprecisão lingüística de predicados como ‘alto’, ‘maior’, ‘próximo’, ‘jovem’, etc., b) imprecisão do tipo ‘a caixa pesa entre 10 e 16 quilos’ e c) quantificadores imprecisos do tipo ‘muitos’, ‘alguns’, ‘poucos’, ‘a maioria’, etc.

As escolas de tratamento numérico de incerteza são classificadas por Pearl [PEA 88] como extensionais ou intensionais (sintáticos vs. semânticos).

A escola *extensional* trata incerteza como um valor verdade generalizado associado às fórmulas (derivadas da lógica clássica) e calcula a incerteza de qualquer fórmula como uma função de incerteza das suas sub-fórmulas. Esse enfoque é eficiente em computador, mas sem semântica clara e pode produzir resultados inesperados e não intuitivos, como no cálculo dos fatores de certeza do MYCIN [DAV 77]. Essa escola apresenta os seguintes problemas principais: a) manipulação inadequada de inferências bidirecionais (ocorrência de A e de B, onde A é evidência para B e vice versa); b) dificuldades em explicar as conclusões obtidas; e c) tratamento impróprio de fontes de evidências correlacionadas.

A abordagem mais difundida hoje em dia é a *intensional* (também conhecida como declarativa ou baseada em modelo) na qual incerteza é associada a “estados do assunto” ou subconjuntos de “mundos possíveis”, com significado semântico claro. A sintaxe consiste de declarações sobre estados do assunto que refletem o conhecimento corrente sobre o mundo. A teoria de probabilidades é o representante típico da abordagem intensional. Nesta teoria, as medidas de certeza são associadas a conjuntos de mundos e os conectivos combinam conjuntos de mundos por meio das operações da teoria dos conjuntos. A probabilidade $P(A \wedge B)$ é dada pelo peso atribuído à interseção de dois conjuntos de mundos, aquele no qual A é verdadeiro e aquele no qual B é verdadeiro, não podendo ser determinada a partir das probabilidades individuais $P(A)$ e $P(B)$. Como as declarações sintáticas não estão associadas a procedimentos (como no caso da extensional), torna-se necessário construir mecanismos especiais que convertam essas declarações em rotinas que possam ser utilizadas para responder as questões (fazendo as inferências que forem necessárias). Essa abordagem é mais ineficiente em computador do que a escola extensional, embora seja semanticamente clara.

Teoria da Decisão. Surgiu da pesquisa em métodos sistemáticos para resolução de problemas e tomada de decisão. Atualmente constitui o arcabouço racional para escolher entre cursos de ação alternativos (*decisões*) quando as conseqüências dessa escolha não são perfeitamente conhecidas (i.e. os resultados são incertos). Com esse arcabouço todas informações disponíveis são utilizadas para deduzir qual das decisões alternativas é a “melhor decisão lógica possível” de acordo com as *preferências* do decisor. Obviamente não se pode garantir que essa decisão produza resultados ótimos, apenas se espera que ela minimize a conseqüência de se obter um resultado desfavorável [NOR 68]. Esse formalismo é baseado na teoria de probabilidades (para atribuir crenças a informações incompletas) e na teoria de utilidade (para manter consistência entre as preferências do

decisor e as decisões tomadas). Neste contexto, tomar decisões significa escolher as decisões que maximizam a utilidade esperada dos resultados em um conjunto de decisões com resultados incertos.

1.2.1 Raciocínio Probabilístico

O raciocínio probabilístico é baseado na realização de inferências probabilísticas (cálculo da probabilidade de um evento, dada todas as evidências disponíveis). Esse cálculo é baseado em probabilidade condicional (conceito primitivo) e no teorema de Bayes. A probabilidade condicional é vista como uma medida de crença no evento, dada todas as evidências disponíveis. As inferências podem ser do tipo causal (parte-se das causas para os efeitos), diagnóstico (dos efeitos para as causas), intercausal (discrimina entre causas de um efeito comum) e misto (combinação de dois ou mais tipos acima) [RUS 95]. Como em geral existem diversas evidências, essa abordagem apresenta problemas de complexidade para aplicações reais de porte, pois requer que uma enorme matriz de probabilidades condicionais seja estimada e fornecida para o sistema, inviabilizando a aquisição de conhecimentos e implicando elevados requisitos de tempo, armazenamento e capacidade computacional para processar todas essas informações.

Para contornar os problemas acima, os primeiros sistemas computacionais para suporte à decisão (anos 60) eram fundamentados na teoria da decisão e tratavam incerteza com uma forma restritiva, mas viável em computador, da teoria probabilística de Bayes. Em especial os sistemas para diagnóstico requeriam que o conjunto de possíveis doenças a diagnosticar fosse mutuamente exclusivo e coletivamente exaustivo; a evidência era assumida condicionalmente independente, dada qualquer hipótese (doença possível), e somente uma doença era assumida existir em cada paciente [JEN 90a]. Os sistemas resultantes eram de pequena escala e desenvolvidos para domínios com pequeno número de hipóteses e evidência limitada. O interesse no uso de probabilidades diminuiu, em parte devido à percepção (da época) de que era intratável e inadequada para expressar a estrutura do conhecimento humano [HEN 91], em parte porque em domínios maiores as simplificações adotadas em geral produziam resultados matematicamente incorretos, além de não existirem mecanismos de explicação para os não especialistas do domínio.

Nos anos 70 surgem os sistemas especialistas. Eles utilizavam uma linguagem para representar o conhecimento do especialista em uma forma análoga aos predicados lógicos e empregavam algum método de raciocínio heurístico. Para manipular incerteza utilizam métodos *ad hoc* derivados da teoria de probabilidade mas em desacordo com os axiomas da probabilidade. Os sistemas baseados em regras de produção são exemplos dessa abordagem. Eles podem manipular com êxito domínios de problemas maiores e mais complexos do que os anteriores, além de proverem facilidades de explicação, facilitando o seu uso por não especialistas. O MYCIN [DAV 77] é um exemplo de sistema especialista que obteve grande sucesso.

No final dos anos 80, houve uma retomada do interesse por abordagens probabilísticas motivada pela descoberta de que se considerando o relacionamento causal e a independência (condicional) entre variáveis do domínio, é necessário representar apenas probabilidades condicionais entre variáveis *diretamente* dependentes, tornando essa

representação tratável em computador. Essa retomada está associada ao aparecimento de modelos baseados em representações gráficas de dependências probabilísticas denominadas *redes probabilísticas*. O uso dessas redes apresenta as seguintes vantagens com relação às abordagens anteriores: a) permite representar e manipular a incerteza com base em princípios matemáticos fundamentados e b) modela o conhecimento do especialista do domínio de uma forma intuitiva. Redes bayesianas, redes de Markov e diagramas de influências são redes probabilísticas. A partir de uma rede bayesiana pode-se construir uma rede de Markov equivalente (não possui arcos orientados) e outras representações tais como árvores de junções (veja Seção 2.3). A característica principal é a habilidade para reduzir o cálculo a uma série de cálculos locais, usando somente variáveis obtidas de um objeto e seus vizinhos em uma estrutura de grafo. Desta forma o cálculo da JPD global é evitado. A representação gráfica explicita relações de dependências, constituindo uma ferramenta poderosa na aquisição de conhecimentos e no processo de verificação [JEN 90a, p.638]

O raciocínio probabilístico em redes bayesianas é entendido como um processo de *atualização de crenças*. Nesta investigação não será abordado o problema da *revisão de crenças* (veja Seção 2.2).

1.2.2 Abordagens de Sistemas Multiagentes

As abordagens comuns para interpretação distribuída em sistemas multiagentes são baseadas na lógica (e utilizam uma área de trabalho acessível a todos os agentes para efeito de comunicação entre eles, denominada *blackboard*) ou no raciocínio *por omissão*. As abordagens lógicas não possuem mecanismo específico para tratar a incerteza associada ao conhecimento. As abordagens baseadas no raciocínio *por omissão* utilizam mecanismo de manutenção da verdade que permite que as declarações da base de conhecimentos sejam conectadas através de uma *rede de dependências lógicas*. Cada declaração é considerada verdadeira até que surja razão para acreditar o contrário, não tendo nenhum grau de certeza associado a ela.

Essas abordagens são insatisfatórias para tratar a incerteza associada aos eventos do mundo real por que freqüentemente na prática a tomada de decisão requer uma análise de alternativas, envolvendo a comparação da intensidade da crença em estados do mundo ou em resultados decorrentes das ações implementadas.

Uma outra abordagem é baseada na utilização da teoria dos jogos e análise de decisão para prover um arcabouço teórico para que um agente possa decidir quando deve se comunicar com outro agente. O caso típico é a aplicação em sistemas de treinamento de ações bélicas envolvendo as ações de uma esquadrilha de helicópteros (agentes) em território inimigo. Nessas circunstâncias deve-se evitar a comunicação por rádio entre os agentes para minimizar a possibilidade do inimigo descobrir quais são os planos de ataque. O agente utiliza o formalismo de árvore de decisão para decidir se envia ou não uma mensagem a outro agente. Um árvore de decisão é um método gráfico utilizado na teoria de decisão para calcular a utilidade esperada associada a cada seqüência de ações e para determinar a utilizada esperada máxima. A seqüência de ações associada à utilidade (ou retorno) esperada máxima é denotada *política ótima* (ou estratégia de decisão). Se o número de variáveis do problema for grande, a árvore de decisão gerada pode tornar-se confusa e complexa.

2. Estado da Arte

Esse capítulo apresenta o estado da arte na área de raciocínio probabilístico baseado em modelos gráficos, em especial os métodos exatos de atualização de crenças em redes bayesianas e a avaliação de diagramas de influências, com variáveis discretas. Por não estarem diretamente relacionados com o objetivo dessa investigação não são abordados importantes temas de pesquisa como revisão de crenças, raciocínio probabilístico com soluções aproximadas e técnicas de aprendizagem (quer das relações de dependência entre as variáveis de uma rede bayesiana quer das estimativas das probabilidades condicionais associadas a essas variáveis aleatórias).

Existem diversos métodos exatos para atualização de crenças em redes bayesianas mas apenas o método baseado em árvores de junções é examinado, por ser o mais eficiente do ponto de vista computacional e representar o estado atual da arte. Esse método é básico para o método de avaliação de diagramas de influências múltiplos seccionados que está sendo proposto (Capítulo 3). As abordagens de rede bayesiana não seccionada e múltipla seccionada (representando múltiplos subdomínios e um agente ou múltiplos agentes) são apresentadas com algoritmos com sintaxe similar à da linguagem C.

A seguir o conceito de diagramas de influência é formalizado mas sem a apresentação em detalhes de qualquer método de avaliação tradicional. No Capítulo 3 é apresentado um método baseado em árvores de junções que serve de base para o método de avaliação de diagramas de influências múltiplos seccionados que está sendo proposto.

A última seção desse capítulo apresenta as principais abordagens multiagentes e realça que nenhuma delas é direcionada para a realização de raciocínio probabilístico em sistemas multiagentes.

2.1 Introdução

Os conceitos básicos em raciocínio probabilístico são *probabilidade* e *probabilidade condicional*. Na interpretação *subjetivista*, a probabilidade do evento A representa a *crença* de um agente na veracidade de A, baseado na informação disponível. Essa estimativa deve ser consistente com os axiomas de probabilidade.

Definição 2.1: probabilidade é uma função $P : 2^{\Omega} \rightarrow [0,1]$, que satisfaz os axiomas:

- i) $P(A) = 1 \Leftrightarrow A = \Omega$ (evento certo)
- ii) $\forall (A,B) \subseteq \Omega$ se $A \cap B = \emptyset$ então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (aditividade).

Os subjetivistas são conhecidos como bayesianos pois consideram a frase "... dado que tudo que conheço é C" como conceito primitivo da linguagem, o qual é sintaticamente representado pela colocação do C após a barra de condicionamento como em $P(A|C)=p$. Essa notação combina as noções de conhecimento e crença e atribui um grau de crença p a A, dado o conhecimento C [PEA 88, p.17]. O contexto C representa toda a informação relevante atual disponível. Se uma nova evidência E torna-se disponível, então a nova estimativa da probabilidade de A é escrita $P(A | E,C)$, onde a vírgula denota a conjunção da evidência E com o contexto C do conhecimento anterior.

Definição 2.2: a notação $P(A | C) = p$ é a probabilidade condicional do evento A, dado que o evento C é verdadeiro e que as outras informações conhecidas são irrelevantes para A. Se $P(A | B) = P(A)$, se diz que A e B são independentes. Se $P(A | B,C) = P(A | C)$, se diz que A e B são condicionalmente independentes, dado C. A regra fundamental para o cálculo de probabilidades é $P(A | B)P(B) = P(A,B)$ ou a forma alternativa que explicita o contexto condicionante C, dada por $P(A | B,C)P(B | C) = P(A,B | C)$. A regra da cadeia é dada por $P(E_1,E_2,\dots,E_n) = P(E_n | E_{n-1},\dots,E_1) \dots P(E_2 | E_1)P(E_1)$.

Da regra fundamental segue $P(A | B)P(B) = P(A,B) = P(B | A)P(A)$, o que produz o teorema de Bayes na forma $P(B | A) = P(A | B)P(B) / P(A)$. O evento A pode ser escrito como a união dos eventos disjuntos (A,B) e $(A,\neg B)$. Pelo axioma da aditividade, obtêm-se $P(A) = P(A,B) + P(A,\neg B)$. De forma geral, se $B_i, i = 1,2,\dots,m$ é uma partição¹, então $P(A) = \sum_i P(A,B_i)$ é denotada *marginalização* de B e representada por $\sum_B P(A,B)$.

Teorema de Bayes. Seja E uma seqüência de evidências e $H_k, k = 1,\dots,m$ uma partição do espaço em hipóteses possíveis, então $P(H_i|E) = P(H_i)P(E|H_i) / \sum_{k=1}^m P(H_k)P(E|H_k)$.

Como $P(E) = \sum_{k=1}^m P(H_k)P(E|H_k)$ então $P(H_i|E) = P(H_i)P(E|H_i)/P(E)$. Bayesianos vêem essa fórmula como uma regra para atualizar crenças, face a ocorrência de E. A crença atribuída a hipótese H_i , após a evidência E, é atualizada multiplicando-se a crença prévia $P(H_i)$, pela verossimilhança $P(E|H_i)$ que E irá ocorrer se a hipótese H_i for verdadeira.

Pearl [PEA 88, p.17] realça que além de ser uma forma numérica de quantificar crenças, o cálculo de probabilidades constitui um arcabouço para manipular as seguintes relações qualitativas, primitivas básicas da linguagem, empregadas no discurso normal:

- probabilidade (verossimilhança) - “É *mais provável* Tim voar do que andar”.
- condicionamento - “Se Tim está doente, *então* ele não pode voar”.
- relevância - “Se Tim voa ou não *depende dele* estar ou não doente”.
- causal - “Doença *causa* inabilidade de Tim voar”.

Os bayesianos consideram o relacionamento condicional como básico e compatível com a organização do conhecimento humano. B em $P(A | B)$ serve como um ponteiro para um contexto ou *frame* de conhecimento e $A | B$ representa o evento A no contexto dado por B (p.ex. o sintoma A no contexto de uma doença B). O conhecimento *empírico invariante* (de um especialista) é codificado através da probabilidade condicional e a crença no evento conjunto A e B, se necessário, é estimada pela regra fundamental.

A independência condicional formaliza a noção qualitativa de *irrelevância*. A notação $I(A,B,C)$ representa que A é independente de C, dado B ou seja o conhecimento de C não afeta a crença sobre A, quando já se conhece B. A independência condicional e a dependência fornecem a base para expressar a noção direta e qualitativa de relevância na forma gráfica de rede bayesiana e diagrama de influências, antes de se fazer qualquer atribuição numérica de probabilidade. Esses formalismos gráficos representam as dependências adequadamente, pois consideram o fato de que elas são relacionamentos dinâmicos criados e destruídos quando nova evidência é obtida. Assim a dependência não transitiva entre A e C, inicialmente independentes, ocorre quando torna-se conhecido o valor de B, um descendente de A e C. Portanto B depende de A e C; estes

¹ Conjunto de proposições exaustivas e mutuamente exclusivas.

inicialmente independentes, tornam-se dependentes quando o valor de B é conhecido. Outro padrão é a dependência induzida quando proposições não relacionadas (i.e. independentes) tornam-se relevantes (i.e. dependentes) entre si, quando um fato novo é conhecido. Portanto, saber que um paciente sofre de um certo sintoma cria dependências entre as doenças que podem causar aquele sintoma [PEA 88, p.51, 80 e 93].

A relação de *causa* não está implícita na observação de que duas variáveis possuem alta correlação estatística, como por exemplo *fumar* e ocorrência de *câncer nos pulmões*. Se não se acreditar que fumar causa câncer nos pulmões não faz sentido parar de fumar com o objetivo de reduzir a possibilidade de se ter câncer pulmonar. Graficamente essa relação é representada por um arco orientado, (N_i, N_j) , unindo dois nós, sendo uma relação assimétrica. É natural dizer que um estado de N_j é causado (influenciado) pelos estados de seus pais N_i 's. Essa assimetria permite representar padrões de relações de relevância mais complexos tais como dependência não transitiva e dependência induzida. Por exemplo *chuva* e *irrigador ligado* podem ser causas de *piso molhado* (relação não transitiva), mas quando a consequência *queda* é observada, *chuva* e *irrigador ligado* não podem mais ser considerados independentes. A confirmação de uma das causas potenciais reduz a probabilidade da outra causa. O padrão de raciocínio, em que ao encontrar uma explicação, para um item de dado, se reduz a credibilidade de outras explicações, é denotado “*explaining away*”.

Conforme citado por Pearl [PEA 88, p.131-3], a axiomatização gráfica de independência condicional foi proposta por ele e Azaria Paz, em 1985, mas a idéia de expressar informação probabilística através de representações gráficas deve-se ao geneticista Sewal Wright [1921] que utilizou um modelo causal (*grafo acíclico orientado*, DAG) “como uma ajuda na análise biométrica de certas classes de dados”, o qual deu origem às redes bayesianas. Deve-se a Pearl a introdução do uso de redes bayesianas em sistemas inteligentes [JEN 95, p.10], através do artigo, de enorme repercussão, intitulado *Fusion, Propagation, and Structuring in Belief Networks* [PEA 86a].

Anos mais tarde, ao analisar *Fusion*, Pearl [PEA 93] comenta que o seu grande impacto se deve à introdução do critério *d-separação* (separação em grafos orientados) que é um teste gráfico para decidir quais relações de independência condicional são implicadas por uma dada topologia de um DAG. Esse critério é básico para a definição do conceito de redes bayesianas. Identificando as independências embutidas no DAG, identifica-se também os padrões de independência que são característicos de organizações causais.

A partir da representação gráfica pode-se construir modelos probabilísticos. Um *modelo probabilístico* é entendido como uma completa especificação de uma JPD (*distribuição de probabilidades conjunta*), o que inclui a informação quantitativa (probabilidades) e a qualitativa (relações de dependência) entre as variáveis aleatórias representadas. Os modelos probabilísticos construídos a partir de representações gráficas são denotados *redes probabilísticas*. Os principais são *rede bayesiana* e *diagrama de influências* (que utilizam DAGs) e *rede de Markov* (que utiliza grafo não orientado). Os nós representam variáveis e os arcos representam dependências entre elas. Tal representação é explícita, concisa e estável: os arcos permitem expressar as relações de dependência de forma direta e qualitativa e a topologia do grafo preserva o relacionamento com qualquer atribuição de probabilidade.

Um outro tipo de rede probabilística é a denominada *árvore de junções*, na qual os nós representam *cliques* i.e. conjunto de variáveis aleatórias que constituem subgrafos cujos nós são todos adjacentes entre si. A eficiência da inferência probabilística depende da topologia da rede. Existem algoritmos que permitem passar de uma representação para outra. A tendência atual para aplicações práticas reais é passar da representação de rede bayesiana para uma representação gráfica não direcionada e aplicar o método de propagação de crenças de Lauritzen e Spiegelhalter [LAU 88] e aperfeiçoado por Jensen [JEN 90a, 90b], com a introdução da propagação de crenças em árvores de junções e das primitivas *Distribua Evidência* e *Colete Evidência* (veja Seção 2.3).

Redes probabilísticas constituem uma profícua área de pesquisa. Um dos principais eventos da área é o encontro anual da UAI (*Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*) que realizará a sua 14ª conferência em 1998 (UAI-98). Também é significativo o número de artigos da área apresentados na conferência bianual IJCAI – *International Joint Conference on Artificial Intelligence* e na conferência da AAAI, a *National Conference on Artificial Intelligence*. Dentre as revistas importantes destacam-se a *Artificial Intelligence*, *Artificial Intelligence in Medicine*, *Computational Intelligence*, *International Journal of Approximate Reasoning*, *Journal of Artificial Intelligence Research*, *The Annals of Statistics*, *Networks*, *Operations Research* e *Decision Support Systems*. A importância atribuída à área tem aumentado com a edição de números especiais, dedicados ao assunto, da *Networks* [NET 90], *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* [IEE 93], *Communications of the ACM* [COM 95], *AISB Quarterly* [AIS 96] e *Decision Support Systems* [DSS 97].

2.2 Redes Bayesianas

Quando se raciocina em ambiente com incerteza é básico saber se a informação sobre algum evento influencia a crença em outros eventos. Sistemas baseados em regras de produção não podem raciocinar corretamente com incerteza porque a dependência entre eventos muda com o conhecimento de outros eventos [JEN 95]. As formas com que a evidência se propaga entre variáveis em uma rede causal (DAG) foram analisadas por Pearl [PEA 86b] e Verma [VER 87] e estão apresentadas na Figura 2.1.

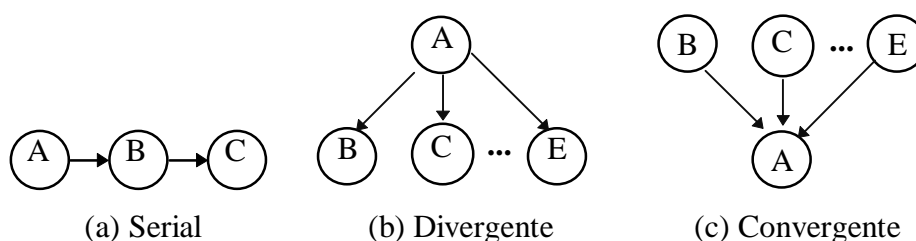


Figura 2.1 - Tipos de Conexões em uma Rede Causal

Na *conexão serial*, uma evidência em A influencia a crença em B que influencia a crença em C. De forma similar uma evidência em C se propaga para A. Em ambos os casos não há propagação de influência se B está instanciado, o que bloqueia o canal entre A e C, tornando-os condicionalmente independentes. Portanto $I(A,B,C)$ torna-se válido e A e C são ditos d-separados, dado B. Na *conexão divergente*, uma evidência em um ascendente de A influencia a crença sobre os filhos de A, exceto se A é instanciado. Assim uma evidência em A bloqueia o canal de comunicação com os seus filhos,

tornando-os condicionalmente independentes. Diz-se que B,C,...,E são d-separados, dado A. Na *conexão convergente*, evidência em A ou em um dos seus descendentes influencia a crença nos pais de A, tornando-os condicionalmente dependentes devido ao princípio de *explaining away*. Se nada é conhecido sobre A, exceto o que pode ser inferido a partir do conhecimento de seus pais B, C,..., E então os seus pais são independentes (evidência em um deles não influencia a crença sobre os outros). Nesse caso diz-se que B, C,..., E são d-separados.

Para qualquer par de variáveis em um rede causal, seguindo as regras descritas nos três casos acima, é possível decidir se elas são dependentes, dada a evidência disponível na rede. Face uma evidência (observação de um valor específico de uma variável) é possível determinar em quais variáveis deve haver uma atualização de crença.

Definição 2.3: em uma rede causal duas variáveis são variáveis separadas se uma evidência em uma delas não tem impacto sobre a crença acerca do valor da outra. Se o estado de uma variável é conhecido, ela é dita *instanciada*.

Definição 2.4 [PEA 88, p.117]: sejam **X**, **Y** e **Z** três subconjuntos disjuntos de nós em um DAG D, então Z d-separa X de Y, denotado $\langle X | Z | Y \rangle_D$, se para todos os caminhos entre um nó em **X** e um nó em **Y** existe o nó W satisfazendo a uma das seguintes condições: (a) a conexão é serial ou divergente e W está em **Z**; (b) a conexão é convergente e nem W ou seus descendentes estão em **Z**.

Uma definição mais operacional deste critério, que leve em conta de forma explícita a propagação de evidências em um DAG, é apresentada por Jensen:

Definição 2.5 [JEN 96, p.12]: duas variáveis A e B em um DAG são d-separadas se para todos os caminhos entre A e B existe uma variável intermediária W tal que (a) a conexão é serial ou divergente e o estado de W é conhecido (W instanciado) ou (b) a conexão é convergente e nem W ou seus descendentes receberam qualquer evidência.

O critério de d-separação é usado por Pearl para estabelecer uma relação entre subconjuntos d-separados em um DAG e as independências condicionais em um modelo de dependência. Um DAG D é um I-mapa de um modelo de dependências M se cada condição de d-separação em D corresponde a uma relação válida de independência condicional em M. O conceito de I-mapa é utilizado para definir redes bayesianas¹.

Definição 2.6 [PEA 88, p.119]: dada uma distribuição de probabilidades P em **N**, o conjunto das variáveis X_i e um conjunto de arcos **E**, o DAG $D=(\mathbf{N},\mathbf{E})$ é uma rede bayesiana (BN) se D é um I-mapa mínimo de P (nenhum dos arcos em **E** pode ser retirado sem que se deixe de representar uma ou mais relações do modelo de dependências P).

Cada X_i possui como estados possíveis um conjunto mutuamente exclusivo de valores representados por $\{x_i\}$. Usando o critério de d-separação, Pearl prova que se $pa(X_i)$ for o conjunto dos nós diretamente ligados a X_i e por construção $pa(X_i) \subseteq \{X_1, \dots, X_{i-1}\}$, então em uma rede bayesiana $P(x_i | x_{i-1}, \dots, x_1) = P(x_i | pa(X_i))$. Observe que a notação $P(x_i)$ significa $P(X_i = x_i)$. Portanto a regra da cadeia se torna $P(x_1, \dots, x_n) = \prod_i P(x_i | pa(X_i))$, o

¹ Também rede de crenças, mapa de conhecimentos e rede (probabilística) causal [CHA 91].

que permite apresentar uma definição mais operacional de rede bayesiana. Devido a essa independência condicional, não é preciso representar todas as probabilidades dos eventos possíveis, resultando em problema mais tratável em computador.

Definição 2.7 [RUS 95]: uma rede bayesiana é uma tripla $(\mathbf{N}, \mathbf{E}, P)$, onde $\mathbf{N} = \{X_1, \dots, X_n\}$ é o conjunto de nós (variáveis aleatórias X_i , representando o domínio do problema), \mathbf{E} é o conjunto de arcos orientados tal que $D = (\mathbf{N}, \mathbf{E})$ é um DAG e P é a distribuição de probabilidades conjuntas $P(x_1, \dots, x_n) = \prod_i P(x_i | pa(X_i))$. Os arcos representam dependência direta entre variáveis. A intensidade dessa dependência é quantificada por tabelas com a distribuição de probabilidades condicionais $p(X_i | pa(X_i))$. Se $pa(X_i)$ não existe, a tabela para X_i se reduz à distribuição de probabilidades para os estados x_i de X_i .

Se a rede é construída ligando variáveis influenciadas causalmente pelas anteriores então o modelo probabilístico reflete corretamente as relações de independência condicional do domínio (*hipótese causal de Markov*). A rede não tem nós correspondendo a todas as causas possíveis de um evento; fatores irrelevantes são resumidos na incerteza associada às probabilidades de algumas variáveis, resumindo um conjunto potencialmente infinito de causas possíveis. Com poucas variáveis pode-se lidar com um universo muito grande de causas, ao menos aproximadamente. O grau de aproximação pode ser melhorado ao se introduzir mais informação relevante. Existem diversos tipos de BNs, dependendo se as variáveis são discretas, contínuas ou mistas e do tipo da distribuição de probabilidades de cada variável. São importantes o caso de variáveis discretas (distribuição multinomial) e as redes com variáveis contínuas e distribuição normal [SHA 89] ou exponencial [BUT 94] e mista (variáveis discretas e normais) [LAU 92][GEI 94].

Como proposto por Pearl [PEA 88], existem dois tipos básicos de cálculos executados com redes bayesianas: revisão de crenças e atualização de crenças.

2.2.1 Revisão de Crenças

Embora essa investigação seja mais focada no problema de atualização de crenças, será apresentado a seguir uma visão geral do problema da revisão de crenças.

A *revisão de crenças* é um processo de otimização que pode ser considerado como uma forma de raciocínio abduutivo utilizado para construir explicações ou diagnósticos. É um processo de revisão de compromisso de crenças, sendo este entendido como a “aceitação categórica e tentativa de um conjunto de hipóteses que *juntas* constituem a explicação mais satisfatória da evidência disponível. Em termos probabilísticos, equívale a encontrar a instanciação mais provável de todas as variáveis das hipóteses, face aos dados observados. O resultado é uma lista ótima de proposições aceitas em *conjunto*, lista que pode mudar abruptamente quando mais evidência é obtida.” [PEA 88, p.240]. Foi demonstrado por Shimony [SHI 94] que esse problema é da classe NP-completo. Uma solução que funciona apenas para redes simplesmente conectadas (*polytrees*), foi proposta por Pearl. Ela é baseada em um método de passagem de mensagens e utiliza as relações de independência condicional embutidas no DAG ([PEA 88, cap. 5]).

A Tabela 2.1 apresenta uma visão geral das principais abordagens para o problema da revisão de crenças, envolvendo a obtenção de soluções exatas (E) ou aproximadas (A).

Tabela 2.1 - Revisão de Crenças: Abordagens Utilizadas

Referência	Abordagem	E/A	Restrição	Comentários
Charniak 92	Programação inteira (PI)	E	<i>Polytrees</i>	Transforma a BN em abduções baseadas em custo e aplica a PI
Charniak 94	Busca A*	E		Transforma a BN em abduções baseadas em custo e aplica busca A*
Lauritzen 88	Agregado	E		Aplicável a atualização de crenças
Pearl 88	Mensagens	E		Aplicável a atualização de crenças
Rojas 93	Algoritmos genéticos	A		Gera uma população que contém a solução ótima
Santos 93	Programação inteira (PI)	E/A		Transforma a BN em programa de PI e o resolve via algoritmo <i>anytime</i>
Sy 92	Mensagens	E		Passagem de mensagens s/ feedback

Fonte: *Air Force Institute of Technology AI Laboratory* [AFI 97] (Veja Anexo I)

2.2.2 Atualização de Crenças

Enquanto a *revisão de crenças* é um raciocínio abduativo utilizado para construir explicações, a *atualização de crenças* “refere-se à fusão e propagação do impacto de nova evidência e crenças, através da rede bayesiana, de forma tal que a cada proposição seja atribuída uma medida de certeza compatível com os axiomas da teoria da probabilidade” [PEA 88, p.143]. De agora em diante, o termo atualização de crenças é considerado sinônimo de inferência probabilística. As redes bayesianas são utilizadas, em sistemas de suporte a decisão, com o objetivo de dar estimativas atuais da crença $P(x|e)$, face a observação da evidência e , para eventos que não são diretamente observáveis ou observáveis a custo não aceitável [JEN 96, p.34]. A evidência e pode ser *específica* (valor observado que afeta a crença nas outras variáveis) ou *virtual* (julgamento baseado em observações externas, mas que influenciam as variáveis na rede, p. ex. um laudo de um laboratório contendo os resultados possíveis e as probabilidades associadas a cada um deles). Em ambos os casos a evidência representa variáveis com valores conhecidos.

As inferências no raciocínio probabilístico são do tipo diagnóstico, causal, intercausal (*explaining away*) ou misto (combinação dos tipos acima). Todas podem ser realizadas em BNs e correspondem a calcular $P(x_i|e)$, a partir da JPD ou utilizando um mecanismo que leva em conta as relações de independência condicional no DAG, obtendo uma redução da complexidade do problema, função da topologia do DAG.

Um DAG não contém ciclos orientados mas pode conter ciclos não orientados (*loops*) se não se levar em conta a orientação dos arcos. Ao se propagar as evidências através dos *loops* é necessário que o mecanismo de inferência permita a realização de inferências bidirecionais e garanta a prevenção de *feedback* e raciocínio circular do tipo: uma leve evidência em favor de A influencia a crença em favor de B, que por sua vez influencia a crença em favor de A e assim por diante, até tornar-se uma confirmação de A e B. Considerar grama molhada evidência de chuva e chuva evidência para grama molhada, pode levar a concluir, sem justificativa fatural aparente, que choveu e molhou a grama.

Em 87, Gregory Cooper [Cooper87 Apud COO 90] demonstrou que a inferência probabilística exata em redes bayesianas é da classe NP-completo para as redes com topologia multiconectada (i.e. aquelas que contêm um par ou mais de variáveis conectadas por mais de um caminho não orientado). Paul Dagum e Michael Luby [DAG 93] demonstraram que a inferência probabilística aproximada em BNs também é da classe NP-completo. Para redes *simplesmente conectadas* existem algoritmos com tempo polinomial como é o caso do método de passagem de mensagens [PEA 88, cap. 4], para redes com topologia em cadeia, árvore ou *polytrees* (no pior caso o tempo é proporcional ao número de arcos e ao tamanho da maior tabela de distribuição de probabilidades condicionais).

Basicamente existem três grandes classes de algoritmos para a atualização de crenças: triangulação de grupos, passagem de mensagens e algoritmos de simulação.

A *triangulação de grupos* é normalmente precedida de uma moralização (Seção 2.3.1). Essas transformações tiram vantagem do fato que os nós têm domínios restritos de influência, mesmo em DAG multiconectados, permitindo que a JPD seja expressa em termos de distribuições marginais de pequenos conjuntos de nós com a *propriedade de interseção contínua* (Seção 2.3). Essas idéias foram apresentadas em palestra proferida na *Royal Statistical Society* por Lauritzen e Spiegelhalter [LAU 88].

Jensen [JEN 90a, 90b] propôs modificações no método de Lauritzen e Spiegelhalter (Seção 2.3), originando o algoritmo utilizado no HUGIN - *Handling Uncertainty in General Influence Networks*, ferramenta computacional desenvolvido no Departamento de Matemática e Ciência da Computação da Universidade de Aalborg [AND 89].

Os *algoritmos de simulação* são mais rápidos que os métodos anteriores, mas na prática podem não produzir resultados corretos. A idéia básica é utilizar a JPD para gerar uma amostragem (dos valores que as variáveis podem assumir) e então usar a amostra para calcular valores para as probabilidades de certos eventos, dada uma evidência, contando a frequência dos eventos de interesse. Os algoritmos são ditos *estocásticos* se a amostra for gerada utilizando um mecanismo aleatório; caso contrário são denominados de *busca determinística*. Obviamente os maiores erros ocorrem na estimação da probabilidade de eventos pouco frequentes, portanto com probabilidade muito baixa.

Os métodos de avaliação exata de DAG multiconectados, citados por Pearl [PEA 88], transformam a rede para permitir a aplicação de algoritmos para *polytrees*:

- a) *agregado* - substitui um conjunto de nós por um único nó agregado (*cluster*), transformando a rede em uma *polytree* probabilisticamente equivalente. A função de distribuição do agregado é definida no produto cartesiano de suas variáveis.
- b) *condicionantes* - atribui valores a variáveis (*cut set*), obtendo uma *polytree* para cada instância possível, que é avaliada. A crença em um evento é a média dos valores obtidos em cada *polytree*, ponderada pela probabilidade do *Cut set*.

A Tabela 2.2 apresenta as principais abordagens, com soluções aproximadas (A) ou exatas (E), para o problema da atualização de crenças.

Tabela 2.2 - Atualização de Crenças: Abordagens Utilizadas

Referência	Abordagem	E/A	Restrição	Comentários
Becker 94	<i>Cut set</i>	E		
Bouckaert 94	Simulação estocástica	A		Usa amostragem estratificada
Castillo 95	Enumeração	A		Estimativa do erro teórico
Cousins 91	Simulação estocástica	A		Baseado em técnicas de amostragem
D'Ambrosio 94	Inferência simbólica	A	<i>Noisy OR</i>	Manipulação simbólica de equações definindo uma JPD
Darwiche 95	Condicionante	E/A		Baseado em técnicas de amostragem
Delcher 95	Mensagens	E	<i>Polytrees</i>	Atualização em tempo logarítmico
Diez 96	Condicionante	E		Implementação paralela
Draper 95	Agregado	E		Aplicável a revisão de crenças
Hulme 95	Amostragem de Markov	A	<i>Noisy OR</i>	Baseado em técnicas de amostragem
Horvitz 89	Condicionante Com limitantes	E		Aplicável à revisão de crenças
Jensen 95	Árvore de junção com amostragem de Monte Carlo	A		Algoritmo geral para inferências em grandes redes bayesianas. Combina árvore de junção (exato) com simulação de Monte Carlo (aproximado)
Kanazawa 95	Simulação estocástica	A	DPN	Para redes probabilísticas dinâmicas (DPN)
Kjaerulff 95	Árvore de junção com amostragem de Gibbs	A		Método de passagem de mensagens
Lauritzen 88	Agregado	E		Aplicável à revisão de crenças
Li 94	Fatoração	E		Aplicável à revisão de crenças
Pearl 88	Passagem de mensagens	E	<i>Polytrees</i>	
Santos 94	Enumeração	E		Usa busca A* e programação inteira
Shachter 89	Simulação estocástica	A		Baseado em técnicas de amostragem
Suermondt 94	<i>Cut set</i>	E		Aplicável à revisão de crenças

Fonte: *Air Force Institute of Technology AI Laboratory* [AFI 97] (Veja Anexo I)

2.3 Árvores de Junções

A topologia de uma rede bayesiana representa: a) um modelo probabilístico completo de um domínio, com representação das informações qualitativas (relações de dependências) e quantitativas (função de distribuição de probabilidades) e b) uma *estrutura de controle* para a inferência. Portanto ela determina qual estratégia usar para propagar crenças. Por isso existem restrições sobre o tipo de conhecimento que é possível expressar em cada topologia de rede. Em muitos problemas reais o domínio requer uma representação com redes multiconectadas. Ao se obter uma evidência, é preciso considerar se existe mais de um caminho entre o nó com a nova evidência e aquele cuja probabilidade deve ser

atualizada. Em redes multiconectadas, uma simples propagação local não é aplicável porque tais algoritmos não prevêm a possibilidade de um nó, ao receber evidência de dois dos seus vizinhos, detectar se essa evidência não se origina na mesma fonte e evitar contá-la duas vezes. Portanto há necessidade de se ter algoritmos especializados.

O método Pearl de passagem de mensagens não é aplicável porque foi desenvolvido para *polytrees*. Os métodos de *agregado* e *condicionantes*, propostos por esse autor para a avaliação de redes multiconectadas, apresentam algumas dificuldades na transformação desses DAGs em *polytrees*. No primeiro caso é necessário selecionar as variáveis que, ao serem substituídas por uma variável composta, permitem quebrar as conexões múltiplas do DAG. Quanto maior for esse grupo, maior será a dimensão da sua tabela de distribuição de probabilidades condicionais e maior a dificuldade para explicar a variação de crença devia a cada uma das variáveis. O método de condicionantes está baseado na habilidade de mudar a conectividade de uma rede, de forma a torná-la simplesmente conectada, selecionando-se um conjunto *adequado* de variáveis a serem instanciadas. Nesses métodos, se a rede for muito conectada, pode ocorrer uma explosão combinatorial, função do número de nós e variáveis, necessários para quebrar os *loops*.

A proposta de Shachter [SHA 86,88,90], para lidar com DAGs multiconectados (diagramas de influências), consiste em mudar a topologia do DAG, nó a nó, até que se possa obter a solução desejada, consultando as tabelas associadas aos nós que ainda restam na rede. Para tanto são aplicadas operações de inversão de arcos (com o teorema de Bayes), introdução de novos arcos (*no forgetting* que garantem a disponibilidade de informações utilizadas nas decisões anteriores, no instante de se tomar uma nova decisão) e remoção de nós. Essas operações preservam o conhecimento representado na rede. A ordem de redução dos nós é determinada pelo nó associado à questão que se deseja responder. Tal processo deve ser repetido para cada propagação de crença, o que o onera bastante e restringe a sua utilização ao se trabalhar com problemas reais.

Lauritzen e Spiegelhalter [LAU 88] propuseram um método de agregado aplicável às redes orientadas (bayesianas) ou não (Markov). O método tira partido da estrutura da rede original para propagar evidências, calculando probabilidades locais (envolvendo um pequeno número de variáveis) e evitando expressões globais (com grande número de variáveis). Primeiro se obtém os *cliques* da rede original, aplicando-se moralização e triangularização, se necessário. Eles são ordenados para formar uma cadeia de conjuntos (*chain set*). A *chain set* é caracterizada pela propriedade de interseção contínua, ou seja os elementos comuns ao *clique* C_i e à união dos *cliques* C_1 a C_{i-1} , estão contidos em pelo menos um dos *cliques* de C_1 a C_{i-1} . Então de forma recursiva é obtida uma representação de *potencial de evidência* (tabela de potencial) para cada *clique*, função apenas dos seus nós, da ordenação dos *cliques* e das probabilidades condicionais da rede original. Essas tabelas de potenciais são utilizadas no processo de entrada de evidência para a rede. Para a atualização de crenças são criadas *tabelas* de distribuição (*marginal*) de probabilidades de cada *clique*, a partir das tabelas de potenciais. Essa propagação de evidência segue a ordenação dos *cliques*, sendo utilizadas fórmulas de transformação entre os sistemas de tabelas. A probabilidade de um nó (da rede original) é calculada com a marginalização da JPD de qualquer *clique* que contenha o nó em questão. Para detalhes, veja [LAU 88].

Se ocorrer mais de uma evidência simultaneamente, todas elas devem ser absorvidas de uma única vez de forma tal que o efeito possa ser propagado em conjunto. Basicamente a absorção implica retirar a variável observada e rever a representação potencial, com a projeção dos potenciais envolvendo cada evidência, em um *clique* reduzido ou na sua vizinhança se o *clique* pode ser removido. A partir do grafo original reduzido (devido à redução das variáveis associadas às evidências) é necessário obter novas distribuições de probabilidades para os *cliques*. Para tanto, é necessário repetir todo o processo anterior envolvendo a moralização, triangularização, ordenação, etc., para a rede reduzida.

Esse algoritmo é considerado ineficiente por Jensen *et al.* [JEN 90a,90b][OLE 88][JEN 88], que propuseram as seguintes simplificações: a) substituir a ordenação linear, dada pela propriedade de interseção contínua, por uma ordenação dada por uma árvore de junção; b) substituir as tabelas de potenciais e marginais dos *cliques* por um sistema de tabelas associadas aos nós e aos seus separadores na árvore de junção; c) iniciar a propagação de evidências a partir das folhas da árvore de junção.

Essas simplificações reduzem o volume de cálculos necessário e torna supérfluo realizar novas ordenações dos *cliques*, após a absorção de evidências. Note que a estrutura de árvore de junção associada à rede original é fixa, sendo os cálculos realizados *localmente* no sentido de que um nó somente necessita comunicar-se com os seus vizinhos. Tanto o método de Lauritzen quanto o de Jensen não se aplicam a redes que possuam: a) ciclos, b) nó com um número muito grande de pais (pois os *cliques* podem tornar-se grandes demais) ou c) dois pais de um mesmo nó, com um ancestral comum distante. Como o método de absorção de evidências e atualização de crenças em árvores de junções funciona adequadamente mesmo que a rede bayesiana original seja multiconectada, na prática ele mostrou-se bastante útil em aplicações reais, sendo implementado no HUGIN e utilizado com o formalismo de MSBN (veja Seção 2.4).

2.3.1 Transformações Topológicas

Pode-se obter uma representação não orientada, na forma de árvore de junção, para uma rede bayesiana, utilizando-se os conceitos de moralização e triangularização de grafos. A *moralização* de um grafo orientado consiste em eliminar a orientação dos arcos e incluir arcos (se eles não existirem) entre pares de nós que têm um descendente em comum.

A *triangularização* consiste na introdução de arcos em *loops* com mais de três nós. Os arcos são denominados *cordas* e o grafo resultante, *grafo cordal* ou *triangular*. Cada corda decompõe um *loop* em dois *loops* menores. O grafo triangular resultante pode ser utilizado como um modelo probabilístico chamado *modelo decomponível* porque a JPD representada pode ser expressa como um produto de funções menores. Como um *loop* pode ser quebrado de diversas formas, existem diversas maneiras de se triangularizar um grafo, sendo ótima a que utiliza o mínimo possível de cordas. Yannakakis [YAN 81] demonstrou que o problema de triangularização ótima de um grafo é da classe NP-completo. Os *cliques* de um grafo são determinados pela triangularização do mesmo. O tamanho dos *cliques* condiciona a eficiência dos algoritmos de propagação, pois a propagação de evidências é baseada em tabelas de probabilidades conjuntas associadas a cada *clique*. Uma boa triangularização produz *cliques* pequenos, ou mais precisamente, pequenas tabelas de probabilidades.

Teorema 2.1: um grafo não orientado é triangularizado sse todos os seus nós podem ser eliminados, um a um, sem a adição de qualquer arco. (Prova: [JEN 96, Apêndice A]). Para se *eliminar* um nó A, se necessário, adicione arcos de forma tal que todos os seus vizinhos sejam ligados, dois a dois, e então remova A e os seus arcos.

Diversos algoritmos rápidos de triangularização foram propostos mas sem a garantia de serem ótimos. O método com busca de cardinalidade máxima, proposto por Tarjan e Yannakakis, cujo pseudocódigo está apresentado em [CAS 97, p.135] foi utilizado por Lauritzen e Spiegelhalter e nas primeiras versões do sistema HUGIN.

Algoritmo 2.1 (Heurística Peso-Mínimo) [KJÆ 90]. Kjærulff desenvolveu uma heurística que apresenta melhores resultados do que a busca de cardinalidade máxima quando se trata de redes esparsas e a implantou no HUGIN. O algoritmo é baseado na eliminação de nós, em um grafo moralizado, com ordem de eliminação dada pela heurística: 1) nós que não requerem inclusão de cordas; 2) o nó cujos vizinhos (não eliminados) formam o *clique* com menor peso. O *peso de um clique* é a soma dos *pesos dos nós*, que por sua vez é o \log_2 do número de seus estados.

A Figura 2.2 apresenta um exemplo de aplicação do Algoritmo 2.1. A numeração na Figura 2.2(a) corresponde ao número de estados dos nós e na Figura 2.2(c), à ordem de eliminação obtida.

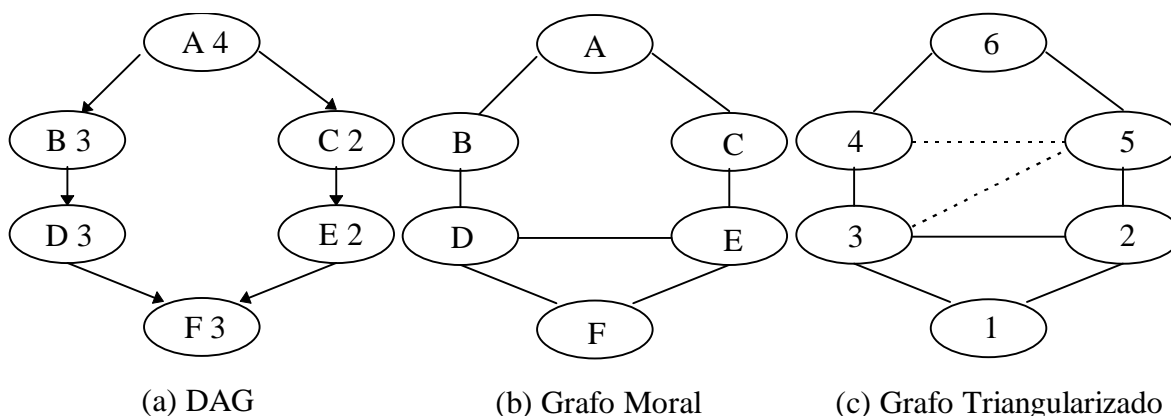


Figura 2.2 - Triangularização de Jensen e Kjærulff

Definição 2.8: *família* do nó A é a união de A e seus pais, i.e. $fm(A) = \{A\} \cup pa(A)$. Um *agregado* (*cluster*) é um subconjunto de nós de um grafo. Um *clique* é o maior agregado cujos nós são adjacentes (i.e. existe um arco entre cada par dos seus nós).

Algoritmo 2.2 (Identificação de *cliques*) [JEN 96, p.85]. Seja G um grafo triangular, A_1, \dots, A_n uma seqüência de eliminação dos nós de G e C_i o conjunto contendo A_i e seus vizinhos no instante de sua eliminação (i.e. os vizinhos com numeração maior do que A_i). Então C_i é um *clique* de G se C_i for máximo (i.e. não for subconjunto de nenhum outro C_j). No caso de um DAG simplesmente conectado, os *cliques* são os agregados formados pelas famílias dos nós.

Definição 2.9 [JEN 96, p.85]: seja um grafo $G=(N,E)$ e $C=\{C_1, \dots, C_m\}$ um conjunto de *cliques* de N tal que $N = C_1 \cup \dots \cup C_m$. O grafo não direcionado $G'=\{C,E'\}$ é um *grafo*

de junção associado a G se E' contém um arco entre cada par de *cliques* com nós em comum (i.e. $C_i \cap C_j \neq \emptyset \Rightarrow (C_i, C_j) \in E'$). O arco (C_i, C_j) é rotulado com os nós em $C_i \cap C_j$.

Definição 2.10 [DRA 95]: uma árvore de junção T de um grafo G é uma árvore cujos nós são agregados de G e a) para cada nó X de G , existem nós em T que contêm $fm(X)$ (*propriedade de família*); b) para cada par de agregados C_i, C_k , todos os agregados entre C_i e C_k contêm $C_i \cap C_k$ (*propriedade árvore de junção*); c) cada arco é rotulado com as variáveis comuns aos agregados que os une (*separador*).

É possível construir uma árvore de junção a partir do grafo de junção associado ao mesmo grafo G . A idéia é retirar os arcos do grafo de junção que não implicam a perda de qualquer espécie de informação. Assim se C_i e C_k são nós de um grafo de junção e a interseção entre eles é a variável D , então existe um arco entre eles com rótulo D . Esse arco pode ser removido se existir um outro caminho entre eles que também contenha D . Jensen apresenta os algoritmos abaixo para gerar uma árvore de junção a partir de grafo de junção G de um grafo triangular [JEN 94a, p.361][JEN 96, p.86].

Definição 2.11 [JEN 96]: o peso de um arco em um grafo de junção é o número de variáveis do seu rótulo. O peso de uma árvore de junção é a soma dos pesos dos arcos.

Algoritmo 2.3 (Algoritmo de Kruskal). Escolha sucessivamente um arco de peso máximo que não crie um ciclo. Se existir mais de um, escolha qualquer um deles.

Algoritmo 2.4 (Algoritmo de Prim). i) $N = \{C\}$, onde C é um nó arbitrário do grafo de junção G ; ii) escolha sucessivamente um arco (W, V) de peso máximo tal que $W \in N$ mas $V \notin N$, então acrescente V a N . Se existir mais de um V , escolha qualquer um deles.

A Figura 2.3 apresenta o grafo e árvores de junção associados à Figura 2.2. Note que se existir mais de uma árvore de junção, todas elas possuem o mesmo peso (5, neste caso).

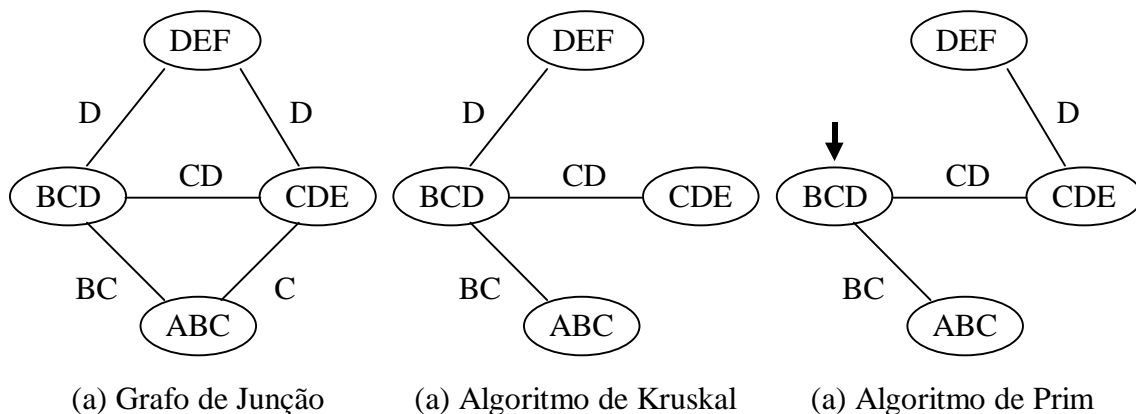


Figura 2.3 - Construção de Árvores de Junção

De fato uma árvore de geração (*spanning tree*¹) de um grafo de junção é uma árvore de junção sse ela é uma *spanning tree* de peso máximo (demonstração em [JEN 94a]). Jensen também argumenta que qualquer método exato de atualização de crença, baseado em cálculos locais, é menos eficiente do que o método de árvore de junção ou possui um

¹ Árvore que contém todos os nós de um grafo de junção.

problema de otimização equivalente ao de triangularizar um grafo (que é denominado triangularização escondida). Dentro dessa categoria estão incluídos o método de condicionantes de Pearl (Seção 2.2.1), inversão de arcos de Shachter (Seção 2.5), etc.

2.3.2 Propagação de Crenças em Árvores de junções

Os métodos de atualização de crenças baseados em cálculos locais são eficientes porque não necessitam ter uma estrutura de controle global, pois utilizam uma estrutura mais simples de controle local. De fato no método de passagem de mensagens proposto por Pearl [KIM 83][PEA 86a], um nó troca mensagens com os seus vizinhos em uma árvore. Uma operação global pode ser iniciada em qualquer nó da árvore e através do sucessivo envio de mensagens para os vizinhos, elas atingirão a todos os nós da árvore. Jensen [JEN 90a, 90b, 96] explora essas características no *método de universo de crenças* que propôs para atualização de crenças em redes probabilísticas multiconectadas, através da propagação em árvores de junções.

Definição 2.12: um universo de crenças consiste em um conjunto de objetos $\{A, \dots, B\}$ e uma tabela de crenças $\emptyset(A, \dots, B)$ de valores reais não negativos. Cada objeto possui uma lista de estados possíveis. Se A, \dots, B possui os estados $\{a_1, \dots, a_n\}, \dots, \{b_1, \dots, b_m\}$ então a tabela de crenças possui dimensão $n \times \dots \times m$.

Cada objeto pode estar exatamente em um de seus estados, o qual não se conhece. A tabela de crença representa esse conhecimento incompleto. Ela não necessita ser uma tabela de probabilidades pois nem sempre está normalizada. Entretanto ao se dividir seus elementos pela soma total deles, obtêm-se probabilidades.

Definição 2.13: uma árvore de universos de crenças consiste em um conjunto \mathbf{C} de agregados de objetos organizados na forma de uma árvore. A união (finita) de todos os objetos de um agregado é chamada universo. A união, \mathbf{U} , de todos eles é o universo total. A interseção dos vizinhos na árvore é chamada separador. O conjunto dos separadores é denotado \mathbf{S} . Os universos e os separadores possuem tabelas de crenças potenciais. A crença conjunta do sistema, denotada $\emptyset_{\mathbf{U}}$, é definida como uma função de \mathbf{U} nos reais não negativos, dada por $\emptyset_{\mathbf{U}} = \prod_{V \in \mathbf{C}} \emptyset_V / \prod_{S \in \mathbf{S}} \emptyset_S$.

Uma árvore de universos de crenças correspondente a uma rede bayesiana, representa a mesma função de probabilidade conjunta que a rede bayesiana. Seja uma rede bayesiana sobre \mathbf{U} . Então $P(\mathbf{U})$ pode ser calculada, a partir da árvore de crenças correspondente a ela, como a razão entre o produto das tabelas de crenças dos agregados e o produto das tabelas de crenças dos separadores. É possível calcular a distribuição de probabilidade para uma variável A qualquer a partir da marginalização da crença conjunta do sistema e sua normalização. Esse cálculo é linear com a cardinalidade do espaço de valores de \mathbf{U} , sendo intratável, na prática, mesmo para domínios pequenos. A solução é explorar a estrutura local da rede, com o uso de um método de propagação de mensagens.

Algoritmo 2.5 (Iniciar árvore de crenças). Para construir uma árvore de universos de crenças correspondente a uma rede bayesiana com universo \mathbf{U} :

- a) obtenha uma árvore de junção associada, com *cliques* \mathbf{C} e separadores \mathbf{S} ;
- b) para cada variável $A \in \mathbf{U}$, associe a ela um único *clique* $V \in \mathbf{C}$, onde $\text{fm}(A) \subseteq V$;

- c) para $V \in \mathbf{C}$, defina a sua tabela de crenças como $\varnothing_V = \varnothing_A \times \dots \times \varnothing_B$, onde A, \dots, B são as variáveis associadas ao *clique* em questão e $\varnothing_A = P(A \mid \text{pa}(A))$, etc. são as probabilidades definidas na rede bayesiana;
- d) para $S \in \mathbf{S}$, defina \varnothing_S como uma tabela constante positiva, p.ex. contendo 1.

Então, por construção, tem-se $\varnothing_U = \prod_{A \in U} P(A \mid \text{pa}(A))$. Note que uma árvore de universos de crenças é uma árvore de junção que possui tabelas de crenças associadas aos seus *cliques* e separadores. Embora possa existir mais de um *clique* V contendo a família de uma variável A , ela é associada a apenas um único *clique*. Como cada variável da rede bayesiana deve ser associada a um *clique* da árvore de junção, alguns *cliques* podem ter mais de uma variável associada a eles.

Definição 2.14 ([JEN 96, p.70]): sejam \varnothing_V e \varnothing_W duas tabelas de crenças definidas para o mesmo conjunto de variáveis $C = A, \dots, B$. A multiplicação $\varnothing_V \times \varnothing_W(c)$ é definida como o produto $\varnothing_V(c) \cdot \varnothing_W(c)$ para as configurações possíveis c . Se as tabelas são definidas sobre os espaços A, \dots, B e B, \dots, C , então a multiplicação $\varnothing_V \times \varnothing_W(a, \dots, b, \dots, c)$ é definida como o produto $\varnothing_V(c) \cdot \varnothing_W(d)$, para todas as configurações (a, \dots, b, \dots, c) . A divisão é definida de forma análoga, mas se a tabela do denominador contiver zeros então a tabela do numerador deve ter zeros nas mesmas posições. Nesse caso tem-se $0/0 = 0$.

Algoritmo 2.6 (Entrada de evidências em árvore de crenças). Um *finding* f_A sobre uma variável $A \subseteq U$ pode ser introduzido em uma árvore de universo de crenças, através de nó W , tal que $A \subseteq W$, simplesmente multiplicando-se $\varnothing_W \times f_A$. Semanticamente um *finding* é uma declaração de que certos estados de A são impossíveis. Se *findings* para outras variáveis estiverem disponíveis, eles podem ser entrados, um a um.

Definição 2.15 ([JEN 96, p.71]): seja A uma variável com n estados. Então um *finding* sobre A é uma tabela n -dimensional de zeros e uns.

A evidência é transmitida entre universos de crenças através da operação de *calibração*. O universo de crença V calibra com relação ao universo W quando V é forçado a assumir (absorver) a informação em W , relativa às variáveis que possuem em comum.

Algoritmo 2.7 (Absorção de crenças em árvore de crenças) [JEN 90b]. Seja $T = (\mathbf{C}, \mathbf{S})$ uma árvore de universos de crenças. Seja $V \in \mathbf{C}$ e W_1, \dots, W_m os vizinhos de V , com os seus respectivos separadores S_1, \dots, S_m . O universo V *absorve* de W_1, \dots, W_m (diz-se que V *calibrou* com relação aos seus vizinhos W_i) se as tabelas de crenças \varnothing_V e \varnothing_{S_i} são mudadas para \varnothing'_V e \varnothing'_{S_i} , onde:

$$\begin{aligned} \varnothing'_{S_i} &= \sum_{W \setminus S_i} \varnothing_W, \quad i = 1, \dots, m \\ \varnothing'_V &= \varnothing_V \times (\varnothing'_{S_1} / \varnothing_{S_1}) \times \dots \times (\varnothing'_{S_m} / \varnothing_{S_m}) \end{aligned}$$

Definição 2.16 ([JEN 90b]): seja \varnothing_W a tabela de crença sobre W e $S \subset W$, um sub-espaço de W . A tabela \varnothing_S é construída por marginalização, como $\varnothing_S(s) = \sum_{W \setminus S} \varnothing_W(w)$, ou seja a soma de todos os $\varnothing_W(w)$ onde w é uma configuração de W coincidente com s .

A absorção preserva a crença conjunta do sistema (Definição 2.13), ao manter constante a relação entre a crença do universo que calibrou e a de seus separadores, pois:

$$\begin{aligned} \varnothing'_V / (\varnothing'_{S_1} \times \dots \times \varnothing'_{S_m}) &= \varnothing_V \times (\varnothing'_{S_1} / \varnothing_{S_1}) \times \dots \times (\varnothing'_{S_m} / \varnothing_{S_m}) / (\varnothing'_{S_1} \times \dots \times \varnothing'_{S_m}) \\ &= \varnothing_V / (\varnothing_{S_1} \times \dots \times \varnothing_{S_m}) \end{aligned}$$

Essa característica garante que a árvore de universos de crença continua a representar a JPD do universo U após uma seqüência de absorções.

A calibração é uma operação local. Como podem existir outros *cliques* com a mesma variável a qual a evidência se refere, é necessário propagar essa evidência. Note que após uma absorção a tabela de crenças para S_i é a marginal de W_i com relação a S_i e V recebeu de W a informação sobre as variáveis que possuem em comum, ou seja S . Como V , W e S mantêm a mesma informação sobre S , diz-se que o arco S é *consistente*.

Definição 2.17 ([JEN 90b]): uma árvore de universos de crença é localmente consistente se quando V e W são vizinhos com separador S , então $\sum_{V \setminus S} \varnothing_V \propto \varnothing_S \propto \sum_{W \setminus S} \varnothing_W$. Ela é globalmente consistente se para cada $V, W \in \mathbf{C}$, $\sum_{V \setminus W} \varnothing_V \propto \sum_{W \setminus V} \varnothing_W$ ou seja \varnothing_V e \varnothing_W coincidem em $V \cap W$. O símbolo \propto representa ‘proporcional a’. Se as tabelas de crenças são normalizadas ou *uniformes* (i.e. a soma dos elementos de cada tabela é constante e igual para todas elas) então esse símbolo pode ser substituído pelo sinal de igualdade.

Devido a propriedade de árvore de junção (Definição 2.10), uma árvore de universos de crença baseada em uma árvore de junção, é globalmente consistente se for localmente consistente. Como a absorção implica a consistência do universo que calibrou, com uma seqüência adequada de calibrações, pode-se obter consistência local. Portanto pode-se construir um método de propagação global baseado apenas na propagação da evidência através da árvore de junção de forma tal que cada universo de crença necessite apenas se comunicar com os seus vizinhos para realizar uma operação de calibração. A absorção é vista como uma passagem de mensagens entre os nós da árvore de crenças. Assim W envia uma mensagem para o seu vizinho V quando V absorve de W . Cada nó W envia exatamente uma única mensagem para o seu vizinho V e só pode fazê-lo quando tiver recebido uma mensagem de cada um dos seus *outros* vizinhos. O processo inicia com as folhas e pára se em cada arco tiverem trafegado duas mensagens em sentidos diferentes.

Algoritmo 2.8 (Colete evidência em árvore de crenças). Essa operação implica propagação *backward* e é utilizada para coletar (absorver) evidência de todo o sistema, por um único universo de crença V (Figura 2.4).

```

Colete Evidência(V) {
  flag(V) = ok; // default é not ok
  for (W == vizinho(V)) do {
    if (flag(W) == ok) continue;
    if (¬ folha(W)) Colete Evidência(W);
    Absorve(V,W); // V absorve de W
  }
  flag(V) = not ok;
}

```

Algoritmo 2.9 (Distribua evidência em árvore de crenças). Essa operação implica uma propagação *forward* e é utilizada para propagar evidências de um universo de crenças V , para todo o sistema (Figura 2.4).

```

Distribua Evidência(V) {
  flag(V) = ok;
  for (W == vizinho(V)) do {
    if (flag(W) == ok) continue;
    Absorve(W,V); // W absorve de V
    if (¬ folha(W)) Distribua Evidência(W);
  }
  flag(V) = not ok;
}

```

O HUGIN utiliza *Distribua Evidência* e *Colete Evidência* para implementar a passagem de mensagens. Um nó R_t é escolhido como nó raiz na árvore de universos de crença. Independente do número de evidências que foram entradas na árvore, o HUGIN chama *Colete Evidência* em R_t e a seguir chama *Distribua Evidência*. Como resultado duas mensagens trafegaram em cada arco da árvore e em conseqüência a árvore de universos de crença torna-se globalmente consistente. Após o término dessas operações o HUGIN normaliza as tabelas de crença. A crença em uma variável A qualquer pode ser calculada através da marginalização de qualquer universo de crença que a contenha.

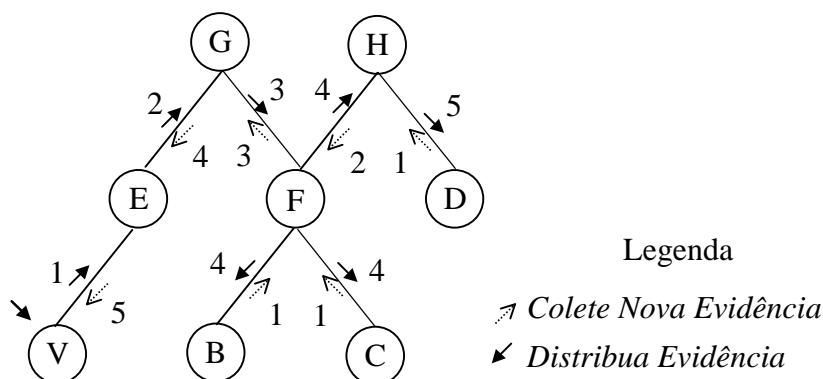


Figura 2.4 - *Colete Evidência* (V) seguido de *Distribua Evidência* (V)

A numeração dos arcos da Figura 2.4 representa a ordem em que as calibrações foram realizadas e a orientação das setas indica o sentido do fluxo de evidências.

2.4 Redes Bayesianas Múltiplas Secionadas

Em geral as modelagens com redes bayesianas não consideram a estrutura natural do domínio e incluem todas as variáveis em uma única rede homogênea. Esse procedimento é adequado quando se trata de domínios pequenos. Um ser humano, ao raciocinar em domínios grandes, analisa de forma “natural” as informações que utiliza, concentrando-se em porções específicas do domínio e usa as conclusões oriundas desta análise para selecionar qual a próxima porção que analisará.

Xiang [XIA 92, 93b] considera que os grandes domínios apresentam a propriedade de *localidade* ou seja existem subdomínios “naturais” fixos. Um decisor humano focaliza a atenção em um único subdomínio, por vez, onde pode obter evidências e formular questões. De tempo em tempo pode desviar a sua atenção para outro domínio. A modelagem do domínio como uma rede homogênea e propagação global de evidências é desnecessária, não natural e ineficiente, quando existe localidade.

Existem algumas abordagens de decomposição de redes bayesianas homogêneas, mas nenhuma delas explora diretamente a localidade. Em 1993, Xiang [XIA 93a] propôs o formalismo de redes bayesianas múltiplas secionadas (MSBN). MSBN permite a representação de localidade (e preservação de subdomínios) através de subredes.

Definição 2.18: uma MSBN M é um conjunto de subredes bayesianas interrelacionadas que coletivamente definem uma BN. Cada subrede representa as dependências de um subdomínio em um grande domínio de problema ou universo total. Cada subrede

compartilha um conjunto não vazio de variáveis com ao menos uma outra subrede. A interseção entre cada par de subredes satisfaz a seguinte condição:

Condição d-sepset. Sejam $D_1 = (N_1, E_1)$ e $D_2 = (N_2, E_2)$ dois DAGs tal que $D = D_1 \cup D_2 \equiv (N_1 \cup N_2, E_1 \cup E_2)$ também é um DAG. A interseção $I = N_1 \cap N_2$ é um d-sepset entre D_1 e D_2 se, para todo $A \in I$, $pa(A) \subseteq N_1$ ou $pa(A) \subseteq N_2$, onde $pa(A)$ é o conjunto dos pais de A em D . A é dito ser um d-sepnode.

Essa condição requer que dado um nó comum a cada par de subredes, todos os seus pais estejam contidos em, pelo menos, uma delas. D é dito *secionado* no conjunto $\{D_1, D_2\}$.

Teorema 2.2: seja $D = (N, E)$ um DAG secionado em $\{D_1, \dots, D_k\}$ e $I_{ij} = N_i \cap N_j$ o d-sepset entre D_i e D_j . Então para todo i , $\cup_j I_{ij}$ d-separa $N_i \setminus \cup_j I_{ij}$ de $N \setminus N_i$. ([XIA 97a])

Se D representa as relações de dependência entre elementos de N , então d-sepset garante que as variáveis em uma subrede D_i são independentes das outras variáveis, dados os d-sepsets de D_i . As subredes de M podem ser representadas por uma estrutura em hiper-árvore em que cada subrede constitui um hiper-nó e pares de hiper-nós são ligados por hiper-arcos (d-sepset entre eles), denominada DAG múltiplo secionado (MSDAG). Um MSDAG é construído adicionando uma subrede (hiper-nó) às já existentes (conjunto inicialmente vazio) e acrescentando um único d-sepset (hiper-arco) a uma das subredes existentes. A estrutura em hiper-árvore disciplina a propagação de crenças e evita a propagação circular de evidência.

Algoritmo 2.10 (Construção do MSDAG hiper-árvore). Um MSDAG hiper-árvore $D = \cup_i D_i$, onde D_i é um DAG conectado, é construído acrescentando, na iteração k , ao MSDAG $\cup_{i=1}^{k-1} D_i$ (inicialmente vazio), um hiper-nó D_k , sujeito às seguintes condições:

- a) **d-sepset:** para todo D_j ($j < k$), a interseção $I_{jk} = N_j \cap N_k$ é um d-sepset quando os dois DAGs D_j e D_k são isolados, se $I_{jk} \neq \emptyset$;
- b) **cobertura local:** existe D_i ($i < k$) tal que, para todo D_j ($j < k$; $j \neq i$ se $k \geq 3$), $I_{jk} \subseteq N_i$. Para tal D_i , I_{jk} é considerado ser o hiper-arco entre os hiper-nós D_i e D_k , os quais são ditos serem *adjacentes*.

A condição de *cobertura local* assegura que ambos os circuitos de qualquer *loop* entre dois DAGs adjacentes passem pelo d-sepset entre eles. Juntas, as condições asseguram que, em um MSDAG, um hiper-arco torna condicionalmente independente as duas partes da MSBN que conecta [XIA 97a, 97b].

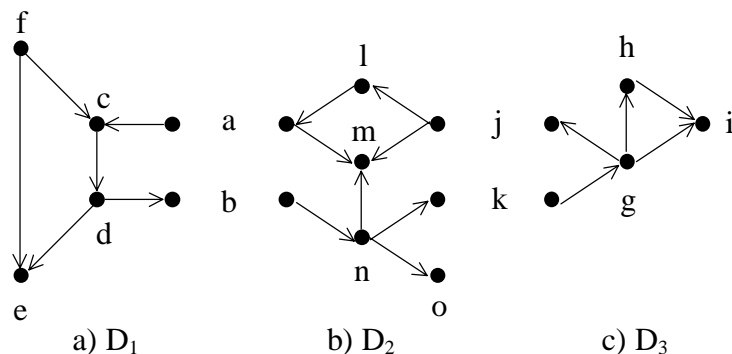


Figura 2.5 - Exemplo de Ciclo Formado com a União de DAGs

A aplicação deste algoritmo não assegura a construção de um MSDAG, pois o grafo obtido pela união das subredes D_i pode conter ciclos. Xiang apresenta um algoritmo para teste distribuído da inexistência de ciclos, baseado na troca de informação entre as subredes, sem que seja necessário revelar a estrutura interna de qualquer uma delas. Note que testar apenas a existência de ciclos entre DAGs adjacentes não é suficiente, pois a união de DAGs adjacentes pode ser acíclica, embora a união global possa conter um ciclo, como por exemplo o ciclo $\{a, c, d, b, n, k, g, j, l, a\}$, ilustrado na Figura 2.5.

Quando uma evidência é obtida em uma subrede, ela deve ser propagada para a subrede vizinha, por meio do hiper-arco. Essa propagação implica a revisão das distribuições de probabilidades, face a evidência em questão. O hiper-arco contém as variáveis comuns às duas subredes, logo esse processo só é eficiente se a cardinalidade dessa interseção for pequena. Além do mais, cada subrede pode ser multiconectada. Para maior eficiência o MSDAG é mapeado em uma floresta de árvores de junções ligadas (LJF), *com a mesma estrutura da hiper-árvore*, transformando-se cada subrede em uma árvore de junções. A propagação de evidências entre subredes é realizada por meio dos canais de informação entre as árvores de junções, denotados ligações (*linkages*). Devido à localidade, apenas uma árvore de junções estará ativa em um certo instante. As probabilidades obtidas com esse esquema são idênticas àquelas que seriam obtidas com a propagação global em uma rede homogênea. No entanto os custos são menores porque os requisitos computacionais (exceto armazenamento) são proporcionais ao tamanho da maior árvore de junções.

2.4.1 Transformações Topológicas

Algoritmo 2.11 (Transformação de MSDAG em floresta de árvores de junções ligadas).

- p1) transforme cada hiper-nó em uma árvore de junção, aplicando as operações de moral-triangularização, construção do grafo de junção e eliminação seletiva de arcos deste grafo;
- p2) transforme cada hiper-arco \mathbf{I} , entre as árvores de junções T_a e T_b , em um conjunto de ligações como se segue:
 - i) remova recursivamente, todo *clique* C , *folha* de T_a , que satisfaz a uma das seguintes condições: $C \cap \mathbf{I} = \emptyset$ ou $C \cap \mathbf{I}$ é um subconjunto de outro *clique*;
 - ii) denote T' ao grafo resultante. Então, recursivamente:
 - remova a variável X se $X \notin \mathbf{I}$ e está contida em apenas um único *clique*,
 - se o *clique* C , após a aplicação de (i), torna-se um subconjunto de um outro *clique* D adjacente, faça a união destes dois *cliques*.

Os procedimentos de p1 são conceitualmente os mesmos propostos por Jensen *et al.* para transformar uma BN em uma árvore de junções (Seção 2.3.1), mas devem ser tomados cuidados especiais com a moralização e triangularização. Como os pais de um d-sepnode podem variar nas diferentes subredes, a moralização não pode ser apenas local a cada subrede. É necessário haver comunicação para garantir que os pais de d-sepnodes sejam moralizados da mesma forma, em diferentes subredes. No caso da triangularização de um ciclo entre as subredes, também é necessário haver comunicação entre elas, pois podem ocorrer os seguintes problemas: o exame de cada subrede de per si pode não identificar o ciclo, e ocorrência de triangularizações diferentes para ciclos envolvendo d-sepnodes. Xiang [XIA 92, 93a] propõe que essas operações sejam realizadas de forma integrada e com comunicação entre as subredes. Tal procedimento é

denominado moral-triangularização e possui os operadores: moralização local, ML; triangularização local, TL; moralização MC, por comunicação de que ocorreu moralização idêntica em outra subrede; e triangularização TC, por comunicação de que os d-sepnodes triangularizados pertencem a um ciclo inter-subredes. A Figura 2.6 apresenta uma MSBN onde a aplicação isolada de moralização e triangularização implica erro (e perda de informação).

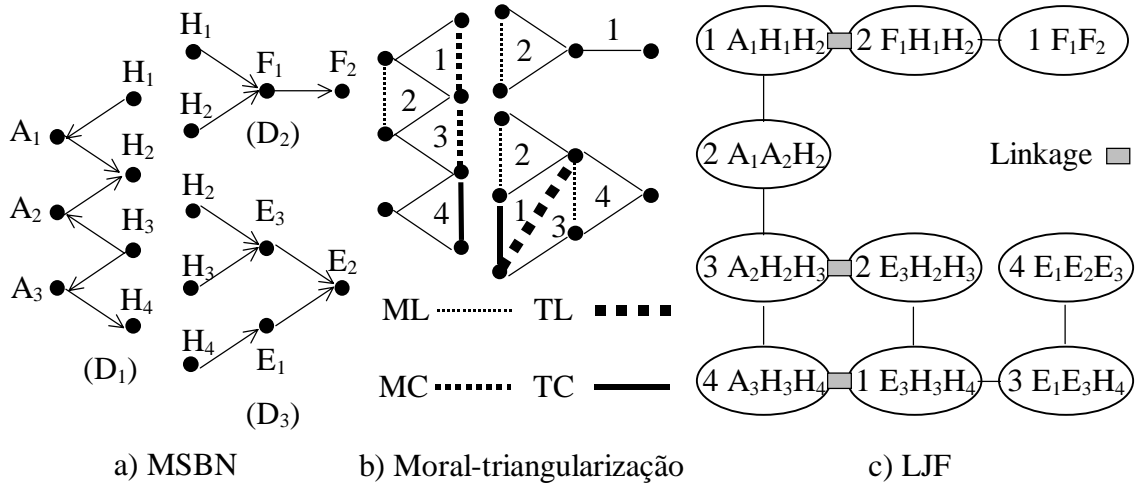


Figura 2.6 - Moral-triangularização

Após a aplicação de p2 (Algoritmo 2.11), obtém-se a *árvore de ligações* $L_{a \rightarrow b}$ de T_a para T_b . Cada *clique* l de $L_{a \rightarrow b}$ é uma ligação de T_a para T_b . O *clique* de T_a que contém l é o hospedeiro da ligação l . Xiang demonstrou que a propagação de crenças entre árvores de junções, por meio de ligações, é coerente, sse $L_{a \rightarrow b}$ e $L_{b \rightarrow a}$ são idênticas [XIA 92].

Note que a remoção da variável X corresponde a uma marginalização sobre X . A união de C com D remove C e o hiper-arco (C, D) e liga a D todos os hiper-arcos originalmente ligados a C . Para o exemplo da Figura 2.6, obtém-se as árvores $L_{1 \rightarrow 2} = L_{2 \rightarrow 1} = H_1 H_2$, com os *cliques* hospedeiros 1 (em D_1) ou 2 (em D_2) e $L_{1 \rightarrow 3} = L_{3 \rightarrow 1} = H_2 H_3 - H_3 H_4$, com os *cliques* hospedeiros 3 e 4 (em D_1) ou 1 e 2 (em D_3).

Paralelo a essas transformações topológicas é necessário transformar as probabilidades condicionais representadas nas diversas subredes bayesianas em tabelas de universos de crenças (Seção 2.3). Esse procedimento e os de entrada de evidência e propagação de crenças variam em função do fato da MSBN representar a visão de um único agente ou visões de múltiplos agentes.

2.4.2 Abordagem Agente Único

Algoritmo 2.12 (Iniciar árvore de crenças em MSBN). Para construir uma árvore de crenças correspondente a uma subrede bayesiana com universo U , a partir de um hiper-nó de um MSDAG:

- obtenha uma árvore de junções, com *cliques* C e separadores S , aplicando moral-triangularização, construção do grafo de junção e eliminação seletiva de arcos;
- para cada variável $A \in U$, associe a ela um único *clique* $V \in C$, onde $fm(A) \subseteq V$;

- c) para $V \in \mathbf{C}$, defina a sua tabela de crenças como $\varnothing_V = \varnothing_A \times \dots \times \varnothing_B$, onde A, \dots, B são as variáveis associadas ao *clique* em questão e $\varnothing_A = P(A \mid \text{pa}(A))$, etc., são as probabilidades definidas na rede bayesiana;
- d) para $S \in \mathbf{S}$, defina \varnothing_S como uma tabela contendo uns.

Jensen provou que a crença conjunta do sistema, da árvore de junções JT T (globalmente consistente), com universo \mathbf{U}_T , é invariante e proporcional à JPD da subrede bayesiana que representa, sendo dada pela expressão $\varnothing_T(\mathbf{U}_T) = \prod_i \varnothing_{C_i} / \prod_j \varnothing_{S_j}$, onde \varnothing_{C_i} é a tabela de crenças do clique C_i e \varnothing_{S_j} é a tabela de crenças do clique separador S_j [JEN 90b].

Xiang demonstrou que a crença conjunta do sistema da floresta de junções ligadas F também é proporcional à JPD da MSBN e é dada por: $\varnothing_F(\mathbf{U}) = \prod_i \varnothing_{T_i}(\mathbf{U}_{T_i}) / \prod_j \varnothing_{I_j}$, onde \mathbf{U} é a união de todos os universos \mathbf{U}_T e \varnothing_{I_j} é a tabela de crença do d-sepset I_j . Note que se \varnothing_{I_j} é o d-sepset entre as subredes D_k e D_l , então \varnothing_{I_j} pode ser calculada através da marginalização de $\varnothing_{T_k}(\mathbf{U}_{T_k})$ ou de $\varnothing_{T_l}(\mathbf{U}_{T_l})$ em relação a I_j .

Quando um nó V calibra em relação a um nó W, em uma JT, V atualiza a sua tabela de crenças multiplicando-a por $\varnothing_{S'} / \varnothing_S$ onde S é o separador entre V e W. $\varnothing_{S'}$ é obtido por marginalização de \varnothing_W com relação à S (Seção 2.3). Propagar evidência de uma JT para uma adjacente é similar à operação de calibração de Jensen. Logo envolve passar a tabela de crenças do separador (d-sepset I) para uma das árvores de junções de forma a permitir o cálculo dos fatores $\varnothing_{T'} / \varnothing_T$. Se a cardinalidade de I for grande essa operação torna-se dispendiosa porque deve ser repetida sempre que for necessário atualizar as tabelas de crenças. Um meio mais eficiente é explorar as relações de independência condicional entre membros do d-sepset e utilizar as ligações como canais de informação entre árvores de junções. Xiang demonstrou que é possível atualizar as tabelas de crenças de uma JT T, em relação a JT com base apenas nas tabelas de crenças das ligações (veja Teorema 2.3). Assim, em vez de passar \varnothing_I , é suficiente apenas passar as tabelas das ligações, o que em geral permite obter ganhos substanciais de eficiência.

Algoritmo 2.13 (Iniciar ligações entre árvores de junções).

- a) obtenha a árvore de ligações L, com o d-sepset I, aplicando p2 (Algoritmo 2.11);
- b) indexe os nós de L (ligações) como L_1, L_2, \dots, L_m de forma tal que se $j < i$ então existe um único predecessor $j(i) < i$ tal que $L_{j(i)}$ é adjacente a L_i ;

Definição 2.19: F é localmente consistente se todas as suas árvores de junções forem consistentes (i.e. diferentes tabelas de crenças produzem distribuições idênticas quando marginalizadas sobre o mesmo grupo de variáveis). F é consistente de fronteira se cada par de árvores de junções adjacentes são consistentes com relação ao d-sepset entre elas. F é globalmente consistente se é localmente consistente e consistente de fronteira.

Xiang [XIA 93a] mostrou que para realizar inferência probabilística de forma correta, por meio de cálculos locais em F, é necessário que F seja *globalmente consistente*. Depois da entrada de evidência em uma JT, ela deixa de ser consistente e F não é globalmente consistente. Xiang propôs uma série de operações para manter a consistência durante o raciocínio probabilístico, assumindo F inicialmente consistente. Tais operações são baseadas nas operações de calibração, entrada, coleta e distribuição de evidências propostas por Jensen *et al.* (Seção 2.3).

Algoritmo 2.14 (Iniciar consistência global em MSBN). Chame *Distribua Crenças* (Algoritmo 2.19) em todos os seus vizinhos, o que torna F globalmente consistente.

Algoritmo 2.15 (Entra evidência). Entra evidência(s) (*finding* f_A) sobre variável $A \subseteq U_T$, através de um único nó W da JT ativa T , tal que $A \subseteq W$:

- a) $\mathcal{O}_w' = \mathcal{O}_w \times f_A$. \mathcal{O}_w' representa a JPD a *posteriori* de W , dada a evidência em A (a menos de um fator de normalização). Torna a JT T não consistente;
- b) *Unifica Crenças*(T).

Algoritmo 2.16 (Unifica Crenças). Torna a JT T consistente após a entrada de evidência.

```

Unifica Crenças( $T$ ) {
     $V = clique(T)$ ;           // Seleciona um clique da JT  $T$ 
    Coleta Evidência( $V$ );     // Coleta as evidências em  $T$ , das folhas para  $V$ 
    Distribua Evidência( $V$ );  // Calibra os nós de  $T$ , a partir dos vizinhos de  $V$ 
}

```

Teorema 2.3: seja I um d -sepset entre duas JTs T_a e T_b consistentes; $L = \{L_1, \dots, L_m\}$ o conjunto de ligações; \mathcal{O}_{Ia} e \mathcal{O}_{Ib} as tabelas de crenças de I definidas por marginalização de \mathcal{O}_{T_a} e de \mathcal{O}_{T_b} sobre I . Após a aplicação de *Atualiza Crença*, T_a é consistente e sua crença é dada por: $\mathcal{O}'_{T_a} = \mathcal{O}_{T_a} \times \mathcal{O}_{Ib} / \mathcal{O}_{Ia}$. (Prova: [XIA 95]).

Algoritmo 2.17 (Atualiza crenças). Propaga crenças entre as JTs adjacentes T_a e T_b . T_a absorve em relação a T_b , tornando-se consistente com T_b . Seja $L = \{L_1, \dots, L_m\}$ o conjunto de ligações e C_i^a e C_i^b os *cliques* hospedeiros da ligação L_i em T_a e T_b .

- a) para $i = 1, \dots, m$
 - i) *Absorve Através das Ligações* é chamada em C_i^a para absorver de C_i^b através de L_i , resultando na tabela de crenças atualizada, denotada $\mathcal{O}'_{C_i^a}$;
 - ii) *Distribua Evidência* é chamada em C_i^a , resultando em \mathcal{O}'_{T_a} .

Algoritmo 2.18 (Absorve Através das Ligações). Torna a tabela de crenças do *clique* hospedeiro C_a consistente com a tabela de crença do outro hospedeiro C_b sobre a ligação L entre as JTs T_a e T_b . As operações realizadas na i -ésima iteração (associada a *Atualiza Crença*), onde $\mathcal{O}_{T_a}^0 = \mathcal{O}_{T_a}$ representa a tabela de crenças de T_a no instante $i = 0$, são:

- a) $\mathcal{O}'_{C_i^a} = \mathcal{O}_{C_i^a}^{i-1} \times \mathcal{O}_{L_i}^b / \mathcal{O}_{L_i}^{i-1}$, onde $\mathcal{O}_{L_i}^{i-1} = \sum_{C_i^a \setminus L_i} \mathcal{O}_{C_i^a}^{i-1}$ e $\mathcal{O}_{L_i}^b = \sum_{C_i^b \setminus L_i} \mathcal{O}_{C_i^b}$ são as tabelas iniciais de crenças da ligação L_i , obtidas por marginalização dos *cliques* hospedeiros em T_a e T_b sobre L_i .

Algoritmo 2.19 (Distribua Crenças). Propaga crenças a partir da JT T para as outras JT em uma floresta F . Se F for globalmente consistente antes da entrada de evidência em T , então após a chamada em T de *Entra Evidência*, seguida por *Distribua Crenças*, F torna-se novamente globalmente consistente. Se *Distribua Crenças* for chamada em T_a pela JT T_b adjacente:

- a) T_a chama *Atualiza Crença* para atualizar suas crenças com relação a T_b ;
- b) T_a chama *Distribua Crenças* em todas as JT adjacentes, exceto T_b .

Devido à localidade, apenas uma árvore de junções estará ativa em um certo instante na abordagem agente único para MSBN. Logo só é possível entrar evidências na JT ativa. Após a entrada de múltiplas porções de evidência em uma JT, em decorrência da análise

das suas conseqüências, o usuário poderá desviar o seu interesse para outra JT. Essa mudança de interesse é realizada por meio da operação *Desvia Atenção*.

Algoritmo 2.20 (Desvia Atenção). Mantém a consistência global ao longo do caminho entre a JT ativa, T_0 , e a próxima JT ativa, T_m . Seja T_0, T_1, \dots, T_m um subconjunto de JTs em uma floresta F que forma um hiper-caminho simples na hiper-árvore de T_0 a T_m . *Atualiza Crença* é chamada em T_i para atualizar as suas crenças em relação a T_{i-1} .

Com a abordagem único agente, um usuário pode começar entrando evidência em uma JT particular, interagir com o sistema indagando sobre a probabilidade associada a um certo conjunto de variáveis (após a entrada da evidência), mudar o seu foco de atenção para outra JT e repetir essas ações um certo número de vezes. Xiang provou que a execução de *Desvia Atenção* é suficiente para manter a consistência global ao longo do hiper-caminho entre a JT inicialmente ativada e a final. Como a execução de *Desvia Atenção* é mais eficiente do que *Distribua Crenças*, a chamada a essa última operação fica restrita ao procedimento de iniciar a LJF F .

2.4.3 Abordagem Multiagentes

Do ponto de vista da semântica, na abordagem único agente, uma MSBN representa as múltiplas perspectivas de um especialista sobre um domínio. A JPD global do sistema representa a crença coerente deste especialista sobre o domínio. Cada subrede representa uma perspectiva específica e sua JPD representa a crença associada a uma das múltiplas visões do especialista sobre o domínio.

Na abordagem multiagente, uma MSBN representa conhecimento de múltiplos agentes sobre um único domínio, cada um dos quais possuindo uma perspectiva própria sobre o domínio. Essa perspectiva parcial pode ser devida a diferentes especialidades, períodos de tempos ou mesmo áreas geográficas. Cada subrede representa uma perspectiva de um agente e sua JPD representa a sua crença [XIA 96a].

Se os agentes são *cooperativos, condicionalmente independentes e consistentes*, Xiang propõe uma maneira de construir uma MSBN, partindo das subredes de cada agente, de forma que exista apenas uma única JPD global tal que:

- a) sua marginalização em relação a cada subrede é idêntica à distribuição da subrede;
- b) subredes adjacentes são condicionalmente independentes, dadas as suas interfaces.

Definição 2.20: agentes cooperativos trabalham visando um objetivo comum. Cada agente acredita na informação recebida e fornece informação confiável a outro agente.

Não é necessário que um agente forneça a outro toda a informação que possui. Em geral, para um agente envolvido em uma tarefa, existe uma certa informação A , que, uma vez recebida dos outros agentes, é suficiente para ajudá-lo a executar a sua tarefa e qualquer informação adicional é irrelevante. Diz-se que o agente é condicionalmente independente dos outros agentes, condicionado a informação A . Por exemplo um componente de um sistema complexo somente necessita fornecer aos outros a informação especificada em um protocolo, não sendo necessário fornecer detalhes de como ela foi obtida.

Definição 2.21: seja $N=A \cup B$ o domínio de um problema tal que $A \cap B \neq \emptyset$. Sejam $Q(A)$ e $R(B)$ as distribuições de probabilidades sobre A e B . $Q(A)$ e $R(B)$ são consistentes se $\sum_{A|B} Q(A) = \sum_{B|A} R(B)$, onde o somatório representa marginalização.

Teorema 2.4 (Dawid e Lauritzen [DAW 93]): seja N um conjunto de variáveis aleatórias e T uma árvore de junções com *cliques* C_i tal que $\cup_i C_i = N_i$. Seja Q_{C_i} a distribuição de probabilidades sobre C_i tal que as distribuições de cada par de *cliques* adjacentes em T são consistentes. Seja S_i um *clique* separador em T e Q_{S_i} a distribuição de probabilidades sobre S_i , calculada através da marginalização da distribuição de qualquer dos seus *cliques* adjacentes. Então existe uma *única* distribuição de probabilidades

$$PT(N) = \prod_i Q_{C_i} / \prod_j Q_{S_j},$$

tal que:

- a) $\sum_{N|C} PT(N) = Q_{C_i}$, para cada clique C_i ,
- b) C_i é condicionalmente independente de C_j , dado S_k , onde C_i e C_j é qualquer par de *cliques* adjacentes com separador S_k .

Xiang [XIA 96a] estende a interpretação desse teorema para uma hiper-árvore. Se um conjunto de agentes cooperativos for organizado na forma de uma MSBN onde agentes adjacentes na hiper-árvore são consistentes e condicionalmente independentes, dado o seu d-sepset, então a JPD da MSBN define uma crença conjunta coerente, idêntica às crenças de cada agente em seu subdomínio e suplementar a ela, fora deste subdomínio.

O ponto central nessa abordagem é garantir que as distribuições de probabilidades que representam agentes adjacentes sejam consistentes. Pela Definição 2.21, em uma MSBN, eles serão consistentes se as marginalizações das suas JPD, relativa ao d-sepset entre eles forem iguais. Essa condição é facilmente obtida na abordagem único-agente pois todas as JPD são estimadas por um único especialista. No enfoque multiagentes cada subrede pode ser desenvolvida por um especialista diferente e não é lógico exigir que eles entrem em acordo prévio, antes da construção das suas subredes. Para resolver esse problema, Xiang sugere tornar idênticas as distribuições dos d-sepnodes em todas as subredes, calculando um distribuição “média”, a partir das distribuições condicionais fornecidas por cada um dos especialistas e utilizando o algoritmo descrito em [XIA 93a e 96b]. Uma vez garantida a igualdade das distribuições dos d-sepnodes, pode-se construir uma MSBN, aplicando as mesmas transformações topológicas já vistas.

Manutenção da Consistência. Em MSBN único agente a manutenção da consistência global (via *Distribua Crenças*) ou ao longo do hiper-caminho entre a JT ativa e a próxima JT a ser focalizada (via *Desvia Atenção*) é possível porque a entrada de evidência é restrita à JT ativa. Na abordagem multiagentes, os agentes adquirem evidência de forma assíncrona e em paralelo, pois as novas fontes de informação estão dispersas ao longo dos subdomínios. Assim, quando evidência entrar em duas subredes, nenhuma delas terá conhecimento da entrada de evidência na outra. Logo as operações *Distribua Crenças* e *Desvia Atenção* não são suficientes para garantir consistência global, sendo necessárias novas operações. Xiang [XIA 94, 96b] estende MSBN para o caso multiagentes, introduzindo *Comunica Crenças* e *Coleta Novas Crenças*.

Algoritmo 2.21 (Comunica Crenças). Atualiza as tabelas de crenças de cada JT (face a evidência nela disponível) e as tabelas de crenças de uma JT qualquer (levando em

conta todas as evidências disponíveis na floresta F). Então propaga essas crenças para todas as outras JT da floresta F (Algoritmo 2.19).

```

Comunica Crenças(F) {
  T = JT(F);           // Seleciona uma árvore de junções de F
  Colete Novas Crenças(T);
  Distribua Crenças(T);
}

```

Algoritmo 2.22 (Colete Novas Crenças). Essa operação implica propagação *backward* e é utilizada para coletar evidência de toda a floresta F, por uma única JT T.

```

Colete Novas Crenças(T) {
  flag(T) = ok;        // default é not ok
  for (Ti == hiper-vizinho(T)) do {
    if (flag(Ti) == ok) continue;
    if (¬ folha(Ti)) Colete Novas Crenças(Ti);
    Atualiza Crença(T,Ti); // T atualiza suas crenças com a relação Ti
                          // Algoritmo 2.17
  }
  flag(T) = not ok;
}

```

A Figura 2.7 ilustra o fluxo de propagação de crenças, executando *Comunica Crenças*, a partir de T₁, em uma LJF com 13 árvores de junções representadas por T₁ a T₁₃. Os números indicam a ordem de propagação dos fluxos, das hiper-folhas para T₁ (caso *Colete Novas Crenças*) e de T₁ para as hiper-folhas (caso *Distribua Crenças*). Números iguais e mesmo tipo de fluxo indicam operações realizáveis em paralelo [XIA 96b].

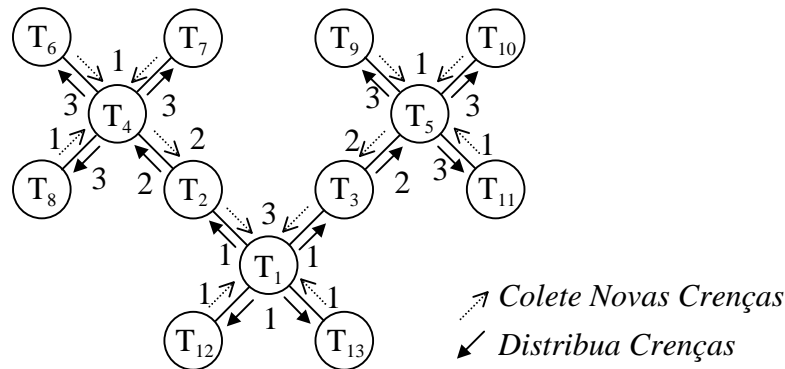


Figura 2.7 - Propagação de Crenças durante *Comunica Crenças* a partir de T₁

Teorema 2.5 (Consistência multiagente). Seja F uma LJF globalmente consistente, convertida de uma MSBN com estrutura em hiper-árvore. Seja Z um subconjunto de JTs de F. Após a realização das seguintes operações, F é consistente globalmente:

- use *Entra Evidência* para entrar porções finitas de evidência em cada JT de Z;
- chame *Comunica Crenças* em F para propagar crenças entre as JTs de F.

Xiang [XIA 96b] apresenta uma prova para o Teorema 2.5. Observe que a entrada de evidência em uma árvore de junções a torna não consistente. Para torná-la novamente consistente, *Entra Evidência* chama *Unifica Crenças*. A chamada a *Comunica Crenças*

em F permite restabelecer a consistência de fronteira entre JT adjacentes e, por fim, que F se torne globalmente consistente. Após a execução de *Comunica Crenças*, as respostas de qualquer agente são idênticas às que seriam obtidas de uma BN homogênea equivalente. Por outro lado a execução dessa operação envolve cálculos locais a cada agente e troca de informações entre eles. Como esses custos podem ser significativos, *Comunica Crenças* não deve ser executada com frequência.

Teorema 2.6 (Semi-atualizado). Seja F uma LJT globalmente consistente, convertida de uma MSBN com estrutura em hiper-árvore. Seja Z um subconjunto de JTs de F. Após a chamada de *Comunica Crenças* em F, seguida por um número finito de *Entra Evidência* em cada JT de Z, as distribuições marginais obtidas em uma JT T de Z são idênticas às que seriam obtidas se após a execução de *Comunica Crenças*, somente as execuções de *Entra Evidência* em T tivessem sido realizadas. (Prova: [XIA 96a]).

Pelo Teorema 2.6, entre duas execuções sucessivas de *Comunica Crenças*, as respostas de qualquer agente são idênticas às que seriam obtidas de uma BN homogênea equivalente em que a entrada de evidência fosse limitada às folhas.

2.5 Diagramas de Influências

As árvores de decisão (Figura 2.8) eram usadas como uma ferramenta para modelagem e cálculo da política ótima na teoria de decisão. Uma árvore de decisão explicita todos os cenários de uma problema de decisão e especifica a “utilidade” (i.e. preferência) que o decisor atribui a cada cenário [QI 95]. Ela pode ser utilizada para calcular a utilidade esperada (ou mesmo o retorno monetário esperado) associada a cada seqüência de ações d, denominada política e para determinar a utilidade esperada máxima, por meio de inspeção. A seqüência d*, associada à utilidade (ou retorno monetário) esperada máxima, é denominada política ótima.

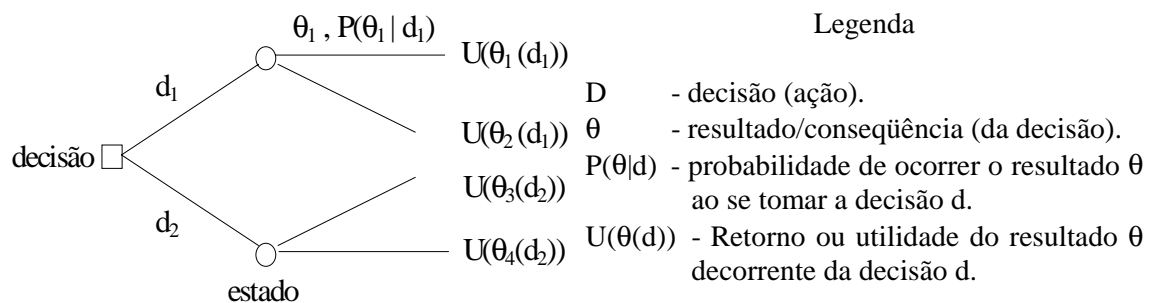


Figura 2.8 - Exemplo de Árvore de Decisão

Esse formalismo apresenta os problemas: a) não permite a representação das relações de dependência entre as variáveis; b) a árvore de decisão não pode ser alterada facilmente para refletir mudanças no problema de decisão e c) seu tamanho é exponencial com o número de variáveis do problema de decisão. O formalismo gráfico de diagramas de influências foi proposto por Howard e Matheson [1981, Apud SHA 86], como uma alternativa para árvores de decisão, sem os problemas mencionados. O método de avaliação proposto é transformar o diagrama de influências em uma árvore de decisão e calcular a política ótima, por meio do cálculo da utilidade esperada de cada política.

Definição 2.22: um diagrama de influências é um grafo orientado e acíclico $G=(N,E)$, sendo $N=P \cup D \cup V$ o conjunto dos nós e E o conjunto dos arcos, representando:

- **nós de probabilidade (P):** variáveis aleatórias (ovais). Cada nó A tem associada uma *tabela de probabilidades condicionais* (CPT), dada por $\mathcal{O}_A = P(A \mid pa(A))$. Os nós pais de A , $pa(A)$, podem ser outros nós de probabilidade ou nós de decisão. Se o nó não possuir nó pai, a CPT é substituída pelas probabilidades a priori da variável em questão e esta é considerada uma variável de evidência.
- **nós de decisão (D):** pontos de escolha de ações (retângulos). Seus nós pais podem ser outros nós de decisão ou nós de probabilidade.
- **nós de utilidade (V):** funções de utilidade (losangos). Cada nó possui uma tabela contendo descrição da utilidade do decisor como função das variáveis associadas aos seus nós pais. Seus pais podem ser nós de decisão ou nós de probabilidade.

Os arcos condicionais são arcos incidindo em nós probabilísticos ou de utilidade que representam dependência probabilística. O grafo corresponde a uma JPD e o significado do diagrama não se altera ao se inverter a direção dos arcos. Para refletir essas inversões, as CPTs são alteradas, aplicando-se o teorema de Bayes. Se duas variáveis são independentes, não existirá nenhum arco entre seus nós. Um nó de decisão é pai de um nó de probabilidade se o seu valor influenciar a distribuição da variável aleatória.

Arcos incidindo em nós de decisão são denotados arcos de informação e representam precedência temporal e disponibilidade da informação na hora de tomar a decisão. Um nó de probabilidade é pai de um nó de decisão se o valor da variável aleatória for conhecido na hora da decisão e puder influenciá-la. Um nó de decisão é pai de um outro nó de decisão se a primeira decisão for realizada antes da segunda e o seu valor a influenciar.

Um nó de utilidade representa o valor esperado da utilidade, dados os valores de seus pais. Corresponde a um objetivo, em um problema de otimização, cujo valor esperado deve ser maximizado. Sem perder generalidade é possível assumir que os problemas (de decisão) podem ser formulados como um diagrama de influências com um único nó de utilidade, o qual não possui sucessores. Seus nós pais são todas as variáveis descrevendo as decisões e variáveis aleatórias que afetam diretamente o cálculo da utilidade.

Em 1986, Shachter [SHA 86,88,90] propôs um algoritmo que permitia a avaliação de um diagrama de influências sem ser necessário transformá-lo em uma árvore de decisão. Se o grafo G atender a certas condições, a solução pode ser obtida por meio de transformações que mudam a topologia da rede (reduzindo o número de nós) e os dados armazenados em cada nó, mas preservam o valor da solução. Essas condições são:

- c1) os nós de decisão D_1, D_2, \dots, D_m podem ser ordenados no tempo de forma que D_n seja o pai de D_{n+1} , para $1 \leq n < m$;
- c2) a rede não contém ciclos;
- c3) o nó de utilidade é o único nó que não possui sucessor;
- c4) se o nó de probabilidade P_i não é pai de um nó de decisão D_j então não deve existir um caminho orientado de P_i a D_j , passando só por nós de probabilidade.

Remoção de estéril. Se existir algum nó sem sucessor, exceto o de utilidade, tal nó não influi em nenhum dos outros e pode ser removido do DAG [SHA 86].

Se o DAG não atender a c4, aplicamos a transformação [SHA 86]:

- t1) inverter a direção do arco entre dois nós probabilísticos e a atualização das respectivas CPTs, através da aplicação do teorema de Bayes e c4 passa a ser atendida. Cada um dos nós herda os nós pais do outro nó (Figura 2.9).

Caso atenda às condições acima então existe (pelo menos) um nó cujo único sucessor direto é o nó de utilidade. Pode-se iniciar a avaliação da rede através da absorção desse nó, aplicando uma das seguintes transformações [SHA 86]:

- t2) remover um nó probabilístico após calcular o seu valor esperado e atribuí-lo ao nó de utilidade, seu sucessor. O nó probabilístico deve ser pai somente do nó de utilidade, o qual herda todos os arcos incidentes ao nó removido. Nesse processo são afetados somente o nó absorvido e o nó de utilidade, sendo que as informações e relações entre os nós restantes permanecem inalteradas.
- t3) remover um nó de decisão, após maximizar o valor esperado da utilidade do nó de utilidade, condicionado aos valores de seus pais. A decisão d^* que maximiza o valor esperado dessa utilidade condicional, deve ser registrada como estratégia ótima. O nó de decisão não herda novos pais nessa transformação; somente poderá ser absorvido se for o pai de um nó de utilidade e todos os outros predecessores do nó de utilidade também forem predecessores do nó de decisão.

Esse processo de redução do DAG continua até obter-se um diagrama com um único nó, o nó de utilidade, representando o valor esperado da utilidade associada à solução do problema se a seqüência (política) ótima de decisões for seguida.

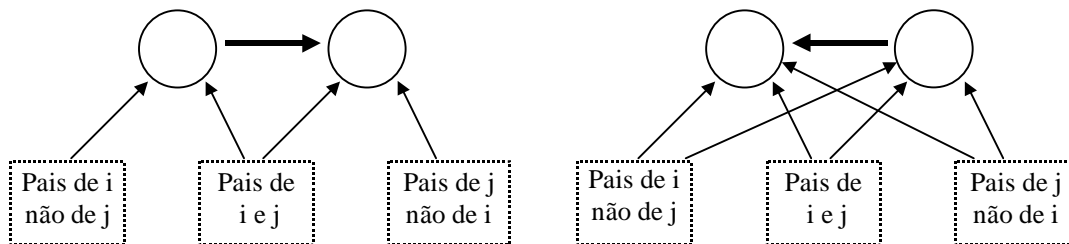


Figura 2.9 - Transformação t1: Inversão de Arco em Diagrama de Influências

O método de Ross Shachter é aplicável a diagramas de influências orientados (i.e. contém um nó de utilidade), regulares e da classe “*no-forgetting*”. O diagrama de influências é regular se atende às seguintes condições: a) o grafo G não tem ciclos; b) o nó de utilidade, se presente, não tem sucessores e c) existe um caminho orientado que contém todos os nós de decisão. O diagrama de influências é “*no-forgetting*” se cada nó de decisão d e seus pais são também pais daqueles nós de decisões descendentes de d . Se a rede não possuir arcos *no-forgetting*, eles são acrescentados.

Em 1988, Gregory Cooper [COO 88] propôs um método para transformar um diagrama de influências orientado e regular em uma rede bayesiana, com a conversão de nós de decisão e de utilidade em nós probabilísticos, e a função utilidade em uma função probabilística. Com essa abordagem fica aberta a possibilidade dos métodos de redes bayesianas serem aplicados à avaliação de diagramas de influências.

Em 1992, Ross Shachter e Mark Peot [SHA 92] propõem um método que utiliza uma variante do método de árvore de junções (Seção 2.3) para avaliar diagramas de influências. A representação original de diagrama de influências é estendida para abranger funções de utilidade separáveis, o que permite a aplicação de princípios da

programação dinâmica. A função de utilidade pode ser decomposta em uma árvore de somas e produtos, com estrutura que permite cálculos locais. Essa classe especial foi denominada diagrama de influências dinâmica (*dynamic influence diagrams*).

Um outro algoritmo de avaliação de diagramas de influências foi proposto por Zhang *et al.* [ZHA 92, 94] para uma nova classe, denominada *stepwise solvable*. Um diagrama de influências é desta classe se a sua política ótima pode ser calculada, considerando um nó de decisão de cada vez. A condição de separabilidade é definida em termos de separação no grafo. Informalmente um diagrama de influências é decomponível passo a passo se os pais de cada nó de decisão “dividem” o diagrama em duas partes.

Em 1994, Frank Jensen *et al.* [JEN 94b] apresenta um método eficiente para avaliação de diagramas de influências por meio de árvores de junções, baseado na atualização de crenças utilizada no HUGIN. Essa abordagem aperfeiçoa o método (de árvore de junções) de Shachter e Peot [SHA 92] e o método de Shenoy [SHE 92] para avaliação de diagramas de influências baseado na conversão do diagrama em uma rede de valores. Esse método de Jensen é o método geral mais eficiente disponível e está na Seção 3.1.

Em 1995, Ruping Qi e David Poole [QI 95] propõem um novo método de avaliação de diagramas de influências da classe *stepwise solvable*, baseado na transformação do diagrama em um grafo de decisão [QI 93].

Uma abordagem bastante diferente das anteriores é a atual proposta de Poole [POO 97a] de representar um problema de decisão através de regras de produção, utilizando a sua ICL - *Independent Choice Logic* (Seção 2.6). Para tanto, Poole propôs um mapeamento entre diagramas de influências e uma representação único-agente em ICL que ele denomina ICL_{DT} – ICL Decision Theoretic. ICL_{DT} é um framework para representar um único agente que atua, segundo os princípios da teoria da decisão, em um ambiente onde a incerteza é modelada através da teoria de probabilidades. Existem outras abordagens em teoria da decisão que **não** serão consideradas nessa investigação. Algumas consideram a influência do *tempo* e outras utilizam, em situações específicas, apenas as relações qualitativas entre variáveis para selecionar a decisão ótima, sem necessidade de especificar as probabilidades de forma precisa.

Processo de Decisão de Markov. A abordagem vista para redes probabilísticas admite distribuições estacionárias (constantes no tempo). No caso geral pode-se ter um processo estocástico: o valor de um vetor de variáveis aleatórias no instante t depende dos valores assumidos nos instantes anteriores ou seja $P[\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{X}_{t-2}, \dots, \mathbf{X}_1]$. Quando essa probabilidade não é influenciada pela história (seqüência dos valores prévios) mas apenas pelo instante imediatamente anterior, tem-se um processo de Markov que é caracterizado por $P[\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{X}_{t-2}, \dots, \mathbf{X}_1] = P[\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}]$. A probabilidade de transição de um dado estado para outro depende apenas do estado atual e não da história. O problema de calcular uma política ótima (aquela que maximiza a função utilidade) em um ambiente estocástico acessível (aquele no qual o estado pode ser identificado através da percepção do decisor no instante atual) é denominado Processo de Decisão de Markov (MDP). Em ambientes não acessíveis (aqueles nos quais a percepção do decisor num certo instante não é suficiente para determinar o estado atual ou as probabilidades de transições associadas) o problema de calcular uma política ótima é denotado MDP Parcialmente Observável (POMDP). [CAA 94,97], [KÆL 95], [KOE 95] e [RUS 95] apresentam algoritmos de resolução para MDP ou POMDP.

Redes Dinâmicas. Os algoritmos apresentados para redes bayesianas admitem que o ambiente é imutável (ou pelo menos não influencia as probabilidades condicionais). A evolução do ambiente ao longo do tempo pode ser representada com Redes Bayesianas Dinâmicas (DBN). Uma DBN é uma rede bayesiana expandida de forma a conter um nó para cada instante de tempo t , para cada variável que represente estado do ambiente e analogamente outro nó para cada sensor (de percepção de evidências) do estado do ambiente. É admitido processo estocástico markoviano e estacionário; a evolução do ambiente pode ser modelada por $P[\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}]$ e a percepção (observações da variável aleatória \mathbf{E}) é assumida ser ocasionada pelo estado atual ou seja $P[\mathbf{E}_t | \mathbf{X}_t, \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \mathbf{X}_1] = P[\mathbf{E}_t | \mathbf{X}_t]$. O objetivo da manipulação da DBN é calcular a distribuição de probabilidades para o estado no instante t ou em instantes futuros. Para tanto podem ser utilizados os algoritmos tradicionais para avaliação de redes bayesianas, embora seja altamente ineficiente devido ao grande tamanho de uma DBN. DBN podem ser vistas como um processo de Markov esparsos (poucos nós) e têm sido aplicadas a análise de tráfego em rodovias, usando visão por computador, em robôs móveis [HUA 94]. Se acrescentarmos nós de utilidade e nós de decisão a uma DBN obtemos um Diagrama de Influências Dinâmico. Os algoritmos de avaliação destes diagramas são basicamente os mesmos utilizados para diagramas de influências convencionais.

Redes qualitativas. As redes probabilísticas qualitativas (QPN), propostas por Wellman [WEL 90], constituem uma abstração puramente qualitativa de redes bayesianas que utiliza a noção de influência positiva ou negativa entre variáveis. Os valores numéricos de probabilidades são substituídos por relações qualitativas entre as variáveis. Essas relações podem ser consideradas como limitantes dos valores das probabilidades condicionais, expressando inequações que devem ser satisfeitas pelos diversos elementos da rede. Um diagrama de influências convencional representa uma particular distribuição de probabilidades conjunta para as variáveis consideradas enquanto uma QPN representa uma família de distribuições conjuntas que verifica as restrições impostas pelas relações qualitativas. Em muitas situações (veja [WEL 90] e [CAM 96]) tal informação é suficiente para tomar a decisão ótima sem necessidade de especificação precisa de valores de probabilidade. O uso de QPN é inadequado para justificar uma escolha de decisão particular mas é indicado para fornecer restrições úteis sobre um estratégia ótima como função da informação disponível [CAM 96].

2.6 Abordagens de Sistemas Multiagentes

As abordagens comuns para interpretação distribuída em sistemas multiagentes são baseadas na lógica ou no raciocínio *por omissão*. Cada declaração é considerada verdadeira até que surja razão para se acreditar o contrário, não tendo nenhum grau de certeza associado. Essas abordagens são insatisfatórias para tratar a incerteza por que na prática a tomada de decisão frequentemente requer uma análise de alternativas, envolvendo a comparação da intensidade da crença em estados do mundo ou resultados decorrentes das ações implementadas. Uma exceção é Dragoni [DRA 97] que apresenta um método que combina facilidades de raciocínio baseado em suposições (passíveis de revisão) com gerenciamento de incerteza, aplicado a uma agência de agentes onde os agentes possuem capacidade perceptiva limitada e necessitam trocar informações entre si mas podem intencionalmente fornecer informação falsa. Cada agente é equipado com um mecanismo de revisão de crenças (i.e. um ATMS [KLE 86]) que o torna apto a reconhecer e resolver contradições, atribuir um grau de credibilidade a cada porção de

informação e um grau de confiabilidade a cada agente. Esses valores variam de -1 a 1 . As funções para atribuição e combinação de crenças não têm semântica definida e foram construídas *ad-hoc* para o caso simulado. Como um melhoramento, Dragoni pretende utilizar a abordagem de Dempster-Shafer para combinar evidências.

A abordagem baseada na utilização da análise de decisão provê um arcabouço teórico correto, baseado na teoria de probabilidades e na teoria da utilidade. O método utilizado para avaliação das decisões é baseado no princípio de maximizar a utilidade esperada. A solução típica para essa classe de problemas utiliza uma árvore de decisão para calcular a política ótima. Entretanto se o número de variáveis do problema for grande, a árvore de decisão gerada pode tornar-se confusa e complexa.

Uma abordagem interessante é a proposta por Ekenberg [EKE 94, 97] para o problema de um decisor (humano ou agente) escolher entre um conjunto de estratégias possíveis. A estratégia preferida é determinada, com base nas opiniões individuais emitidas por um conjunto de agentes (sobre a utilidade de cada estratégia) e no nível de credibilidade de cada um deles. [EKE 94] usa método de avaliação baseado no princípio de maximizar a utilidade esperada. Em [EKE 97] a racionalidade baseada nesse princípio é questionada porque não abrange situações específicas, em ambientes onde a informação numérica é imprecisa ou vaga, onde, por razões de segurança, é desejável usar critérios qualitativos para excluir estratégias de alto risco (que podem colocar os objetivos do sistema em perigo). Uma estratégia é considerada indesejável se um agente de alta credibilidade atribui a ela uma “baixa” utilidade (valor menor do que um certo limite *ad hoc*). O uso de diversas regras de decisão, tais como (a) maxmin utilidade (escolha a estratégia que fornece os melhores resultados se os piores estados possíveis ocorrerem) ou (b) minimax arrependimento (escolha a estratégia tal que a maior perda que possa resultar seja tão pequena quanto possível), foi analisado por Ekenberg que concluiu que a escolha da regra de decisão a adotar depende do domínio do problema.

Em 1997, David Poole propôs a ICL - *Independent Choice Logic*, arcabouço baseado no cálculo de predicados de primeira ordem, estendido através da teoria de probabilidades e teoria de decisão, para modelar agentes em ambientes com incerteza [POO 97a]. ICL é baseada na semântica dos mundos possíveis e considera escolhas independentes (feitas por vários agentes) e um programa lógico (regras de produção) para implementar a ação (e conseqüências) decorrente da escolha, o que pode ser monitorado pelo agente e a utilidade dos estados possíveis. Esse formalismo pode ser utilizado para representar um diagrama de influências (único-agente) orientado, regular e “*no-forgetting*”, sendo as regras utilizadas para especificar: as probabilidades condicionais, o nó de utilidade, as variáveis de decisão dos agentes e as suas conseqüências [POO 95,97a,97b]. Não está claro se a representação de tabelas de probabilidades, relações de dependência, decisões e função de utilidade através de regras não dificulta a avaliação de diagramas de influências. A primeira vista a utilização de programas em lógica (p.ex. Prolog) não é adequada para o processamento numérico necessário ao cálculo da política ótima para um problema de decisão com muitas variáveis e/ou tabelas de probabilidades de grandes dimensões. Como Poole reconhece “existe muito trabalho a ser feito nos algoritmos exatos e aproximados para os problemas representados em ICL” [POO 97a]. Uma área de pesquisa que **não** será abordada nessa investigação é a modelagem dinâmica de estados de agentes cognitivos, como por exemplo, aspectos dinâmicos das intenções dos agentes [MOR 97].

2.7 Conclusão

A Tabela 2.3 apresenta alguns grandes marcos no desenvolvimento do raciocínio probabilístico com redes bayesianas. Os artigos de maiores repercussões são [PEA 86a], [COO 90], [LAU 88] e [JEN 90a, 90b].

O método de propagação de mensagens em DAG com estrutura de árvore [PEA 86a] e o livro escrito por Judea Pearl [PEA 88] contribuíram em muito para a retomada do interesse em utilizar a teoria da probabilidade para tratar a incerteza em sistemas inteligentes (veja Seção 1.2.1). A inadequação do método de passagem de mensagens, como um método de atualização de crenças em DAGs multiconectados e o resultado de Cooper [Cooper87 Apud COO 90] sobre a complexidade computacional de inferências probabilísticas exatas em redes bayesianas, motivaram o desenvolvimento de diversos métodos de inferência aproximadas. O trabalho de Lauritzen e Spiegelhalter [LAU 88], aperfeiçoado por Jensen e colegas [JEN 90a, 90b], com a introdução de árvore de junções, permitiu a realização de inferências exatas em DAGs multiconectados e constitui o estado da arte atual.

Tabela 2.3 - Grandes Marcos em Redes Bayesianas

Ano	Autores	Ref.	Comentários
1931	Sewal Wright	[PEA 88]	Usa DAG para representar informação probabilística, criando as redes bayesianas (BN)
1981	M. Yannakakis	[YAN 81]	Triangularização ótima de grafos é da classe NP-completo
1983	Kim e Pearl	[KIM 83]	Método de passagem de mensagens em <i>polytrees</i>
1986	Judea Pearl	[PEA 86a]	Artigo <i>Fusion</i> introduz o critério de d-separação em DAGs
	M. Henrion	[PEA 88]	Simulação por amostragem lógica em DAGs com <i>loops</i>
1987	Gregory Cooper	[COO 90]	Atualização exata de crenças em BN é da classe NP-completo
1988	Judea Pearl	[PEA 88]	Conceitua atualização e revisão de crenças, método de passagem de mensagens em <i>polytrees</i> e os métodos para DAGs com <i>loops</i> condicionantes (<i>cut set</i>) e agregado.
	Lauritzen e Spiegelhalter	[LAU 88]	Transformação de uma BN em rede de Markov. Propagação de crença através de potenciais em cliques
1990	Finn Jensen <i>et al.</i>	[JEN 90a, 90b]	Introduz árvore de junções (JT) e adapta o método de Lauritzen e Spiegelhalter [LAU 88] para propagação de potenciais em JT.
	H. Suermondt e Gregory Cooper	[SUE 90]	Inferência exata através do método de <i>cut set</i> é da classe NP-completo em DAGs com <i>loops</i> .
1993	Yang Xiang	[XIA 93a]	Introdução de BN múltiplas seccionadas (MSBN)
	Dagum e Luby	[DAG 93]	Atualização aproximada de crenças é da classe NP-completo
1994	Yang Xiang	[XIA 94]	Introdução de MSBN multiagentes
	Shimony	[SHI 94]	Revisão de crenças é da classe NP-completo
1997	Yang Xiang	[XIA 97b]	Verificação da inexistência de ciclos em MSBN multiagentes

A pesquisa atual em redes bayesianas está muito voltada para o desenvolvimento de métodos de aprendizagem (da estrutura do grafo e das probabilidades condicionais) e a consideração de domínios com variáveis contínuas ou formas mistas (envolvendo variáveis inteiras e variáveis contínuas). Existem ainda alguns nichos que resultaram em especializações de redes bayesianas. Em sua tese de mestrado, Dan Geiger [Geiger 1987 Apud CAS 97] introduziu multi-DAGs como uma representação gráfica de modelos de dependência baseada em um conjunto de DAGs, cada um deles correspondendo a uma fatoração específica de uma mesma JPD. Os modelos multi-grafos são adequados para representar modelos de dependência que não podem ser representados por um único grafo. De forma similar, Ross Shachter [SHA 90] usa um conjunto de grafos não

orientados para representar modelos de dependência mais geral. Outros enfoques consideram aspectos temporal (p.ex. as BNs dinâmicas) ou hierárquico em redes bayesianas que **não** serão abordados nessa investigação.

Ao tratar questões de localidades em grandes bases de dados, Xiang descobriu um nicho próprio. Esse autor é o único que trabalha com secionamento de redes bayesianas. Um dos objetivos dessa investigação é explorar esse enfoque em diagramas de influências.

A Tabela 2.4 apresenta alguns grandes marcos na área de diagramas de influência. O artigo de Ross Shachter [SHA 86] impulsionou a pesquisa na área. O artigo de Gregory Cooper mostrou que é possível utilizar os métodos de atualização de crenças em redes bayesianas para avaliar diagramas de influência. A introdução de árvores de junções na avaliação de ID permite obter algoritmos de avaliação mais eficientes do que os métodos baseados na redução do diagrama (p.ex. [SHA 86]). O método de Jensen é um dos métodos gerais mais eficientes disponíveis.

Tabela 2.4 - Grandes Marcos em Diagramas de Influência

Ano	Autores	Ref.	Comentários
1976	Miller <i>et al.</i>	[SHA 86]	Propõem diagramas de influência (ID) como uma ferramenta de apoio a análise de decisões (não propõem método de avaliação)
1981	Howard e Matheson	[SHA 86]	Avalia um ID transformando-o em uma árvore de decisões
1986	Ross Shachter	[SHA 86]	Algoritmo para avaliar um ID através da manipulação direta do diagrama, com base na tese de PhD de Olmsted (1983). Esse método de reduções foi melhor apresentado em [SHA 88, 90].
1988	Gregory Cooper	[COO 88]	Método de transformação de um ID em uma rede bayesiana
1992	Shachter e Peot	[SHA 92]	Introduz diagrama de influências dinâmica (função utilidade decomponível em somas e produtos) e um método de avaliação de ID baseado em árvore de junções (JT).
	Zhang <i>et al.</i>	[ZHA 92, 94]	Introduz ID decomponível (<i>stepwise solvable</i>) que é avaliado considerando cada variável de decisão separadamente
1994	Frank Jensen <i>et al.</i>	[JEN 94b]	Aperfeiçoa os métodos de avaliação de ID de Shachter e Peot [SHA 92] e o de Shenoy [SHE 92] (conversão do diagrama em uma rede de valores). Utiliza árvore de junções.
1995	Qi e Poole	[QI 95]	Método de avaliação de ID da classe <i>stepwise solvable</i> , baseado na transformação do diagrama em um grafo de decisão
1997	David Poole	[POO 97 ^a]	Representação e avaliação de ID através do <i>framework</i> lógico ICL _{DT} , com regras de produção e a tratamento de incerteza aderente à teoria de probabilidades e teoria da decisão.

Embora a pesquisa na área não relacione ID com sistemas multiagentes, os diagramas de influências convencionais, no entender de Poole [POO 97a] podem ser considerados como sendo único-agente. Por outro lado as diversas abordagens para interpretação distribuída em sistemas multiagentes também não enfocam o problema da tomada de decisão em ambientes com incerteza. Exceção feita ao recente trabalho de Poole que permite modelar um diagrama de influências convencional como um sistema único-agente em ICL_{DT}. Nesse caso resta dúvidas sobre o desempenho a ser obtido com aplicações reais, devido ao fato de se representar distribuições de probabilidades, decisões e suas conseqüências, além da função utilidade, através de regras de produção.

Um dos resultados esperados nessa investigação é extensão do conceito de diagramas de influência obtendo diagramas de influências múltiplos secionados que exploram questões de localidade, a exemplo de MSBN multiagentes.

3. Abordagem da Solução Proposta

Esse capítulo especifica o nicho a ser focalizado nesta investigação, situa-o no contexto dos modelos probabilísticos e suas representações gráficas e apresenta o porquê da sua escolha. Essa escolha é motivada pela visão de Xiang [XIA 92] sobre as vantagens de se explorar localidade em grandes bases de dados. A seguir é apresentado o método de Jensen *et al.* [JEN 94b] para avaliação de diagramas de influências com base em árvores de junções. Esse método é combinado com as idéias Xiang sobre MSBN [XIA 93a, 94, 96a] resultando na proposição de diagramas de influências múltiplos seccionados.

3.1 Nicho Atacado

O problema atacado é a extensão do formalismo de diagramas de influências (ID) para explorar a existência de localidade em domínios específicos, obtendo um diagrama de influências múltiplo seccionado. Cada diagrama de influências especifica um problema de decisão em um subdomínio. A exemplo das modelagens com redes bayesianas, em geral as modelagens com diagramas de influências não consideram a estrutura natural do domínio e incluem todas as variáveis em um único diagrama homogêneo, avaliado de forma global. No entender de Xiang [XIA 92, 93b] os grandes domínios apresentam a propriedade de *localidade* (Seção 2.4), logo possuem subdomínios “naturais”.

Esse nicho foi escolhido por se acreditar que é possível obter-se ganhos em eficiência se o ID for organizado em subdiagramas que correspondam aos subdomínios da localidade. Essa investigação admite a hipótese de trabalho de que o procedimento de incluir todas as variáveis em um único diagrama de influências é inadequado se o domínio apresentar *localidade*. Ao se considerar a localidade, a cada instante pode-se, sem perder precisão, restringir o processamento à área de interesse atual e reduzir custos computacionais (os quais são proporcionais aos requisitos do maior subdomínio).

Como visto as abordagens de decomposição de ID existentes não consideram questões de localidade e não dividem o diagrama de influências em subdiagramas representativos de subdomínios específicos. Apenas Shachter e Peot [SHA 92] decompõem a função utilidade em uma árvore de somas e produtos e Zhang *et al.* [ZHA 92, 94] decompõem o ID para que possa ser avaliado considerando cada variável de decisão separadamente.

Do ponto de vista formal, o nicho a ser investigado é o de modelos decomponíveis (i.e. aqueles modelos que possuem um I-mapa mínimo que é cordal). A distribuição de probabilidades conjunta (JPD) que pode ser representada por um modelo decomponível, pode ser expressa como a divisão entre o produto das JPDs dos seus cliques e o produto das JPDs dos seus cliques separadores (veja Seção 2.3.2). Os modelos decomponíveis são representados pelos grafos cordais. A Figura 3.1, extraída de [PEA 88,p.127] ilustra a expressividade de modelos (de dependências) probabilísticos. Observe que a classe dos modelos decomponíveis pode ser representada por um grafo acíclico orientado (DAG) ou por um grafo não orientado (rede de Markov).

O formalismo de ID múltiplo seccionado pode, por exemplo, ser utilizado no apoio ao diagnóstico médico, pois a presença de localidade é evidente em alguns domínios

médicos [XIA 92]. Em geral o procedimento médico é baseado em obter informações através de um exame clínico que sugere as doenças mais prováveis e orienta a realização de testes laboratoriais. Os resultados desses testes orientam a realização de exames mais especializados. Durante cada etapa o médico atualiza a sua crença sobre as doenças hipotéticas, com base nas evidências adquiridas, avalia a importância de outros meios para obter mais informação sobre a situação corrente e seleciona a alternativa a ser executada (decisões possíveis de serem tomadas). Têm-se, portanto, três subdomínios: clínico, laboratorial e especializado. Cada um deles pode exercer influência sobre o outro, mas essa influência é resumida pelas (poucas) hipóteses *comuns* (doenças plausíveis), suportadas em diferentes graus pelas evidências em cada subdomínio.

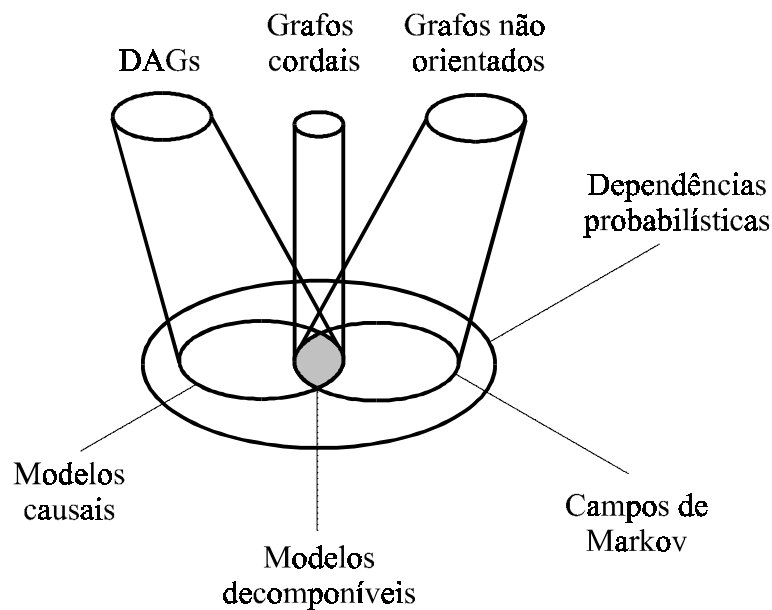


Figura 3.1 – Modelos Probabilísticos e Representações Gráficas Correspondentes

3.2 Avaliação de Diagrama de influências com Árvores de Junções

O procedimento de avaliação de ID proposto por Frank Jensen [JEN 94b] é similar ao procedimento de propagação em árvores de junções proposto por Finn Jensen [JEN 90a, 90b] para redes bayesianas (Seção 2.3). No entanto, devido à existência de variáveis de decisão e da função utilidade em diagramas de influências, é necessário utilizar uma forma especializada de triangularização (denominada triangularização forte), construir uma árvore de junções com propriedades especiais (árvore de junções forte) e alterar o algoritmo de passagens de mensagens para que seja possível calcular as utilidades esperadas e a política de decisão ótima (considerando duas tabelas de potenciais para cada clique: uma de probabilidades e outra de utilidades).

Pela Definição 2.22, a estrutura de um diagrama de influências é um DAG G cujos nós representam variáveis probabilísticas (\mathbf{P}), variáveis de decisões (\mathbf{D}) ou a função de utilidade (\mathbf{V}). A cada variável $A \in \mathbf{P}$ é associada a JPD $\varnothing_A = P(A \mid pa(A))$, onde $pa(A)$ é o conjunto dos pais de A . Seja o espaço de estados χ_V para $V \subseteq U = \mathbf{P} \cup \mathbf{D}$ definido como o produto cartesiano dos conjuntos de resultados possíveis (ou decisões alternativas) para cada uma das variáveis em V . O potencial \varnothing_V é uma função de χ_V sobre a reta real. \varnothing_V pode ser estendido para o potencial \varnothing_W , onde $V \subseteq W$,

simplesmente ignorando as variáveis extras, ou seja: $\mathcal{O}_W(w) = \mathcal{O}_V(v)$ se v é a projeção de w em V . Dados dois potenciais, \mathcal{O}_V e ψ_W , o produto $\mathcal{O}_V \times \psi_W(v, w)$ é definido como $\mathcal{O}_V(v)\psi_W(w)$, para todas as configurações (v, w) . A divisão $\mathcal{O}_V/\psi_W(v, w)$ entre eles é definida de forma análoga, exceto que $0/0$ é definido ser igual a 0 (mas $x/0$, para $x \neq 0$ é indefinido). Note que uma tabela de crenças (Seção 2.3) é uma tabela de potenciais.

Seja $\mathbf{D} = \{D_1, \dots, D_n\}$ o conjunto das variáveis de decisões, com o subscrito indicando precedência temporal. O conjunto \mathbf{P} pode ser particionado em uma coleção disjunta de conjuntos $\mathbf{I}_0, \dots, \mathbf{I}_n$. \mathbf{I}_0 representa as variáveis de evidência (i.e. aquelas que não possuem pai e cujos valores são admitidos conhecidos). \mathbf{I}_k , $k=1, \dots, n-1$, é o conjunto das variáveis (de informações) que serão observadas (i.e. terão os seus valores conhecidos) entre a tomada das decisões D_k e D_{k+1} e \mathbf{I}_n representa o conjunto das variáveis que nunca serão observadas (ou serão observadas apenas após a última decisão). Essa partição induz a ordem parcial \prec sobre \mathbf{U} , tal que $\mathbf{I}_0 \prec D_1 \prec \mathbf{I}_1 \prec \dots \prec D_n \prec \mathbf{I}_n$. Essa ordem pode ser definida tomando-se $\mathbf{I}_{k-1} = \text{pa}(D_k)$.

Por conveniência, admite-se que a formulação do problema de decisão, como um ID, atende as seguintes suposições:

- s1) a função utilidade é um potencial ψ que pode ser representado como uma soma de m potenciais (possivelmente) mais simples: $\psi = \sum \psi_k$, $k=1, \dots, m$.
- s2) uma decisão não pode ter impacto sobre uma variável já observada. Portanto pode-se calcular a distribuição de probabilidades para I_k sem o conhecimento das decisões *futuras*, i.e. $P(I_k | I_0, \dots, I_{k-1}, D_1, \dots, D_n) = P(I_k | I_0, \dots, I_{k-1}, D_1, \dots, D_k)$.

A suposição s1 não implica nenhuma perda de generalidade. A suposição s2 implica uma restrição de independência que pode ser verificada pela não existência, no ID, de um caminho orientado da decisão D_k para a decisão D_i , onde $i < k$.

A Figura 3.1 apresenta um ID extraído de [JEN 94b]. As variáveis de probabilidades são representadas por ovais e as de decisões por retângulos. A função de utilidade é a soma de quatro funções locais de utilidade, representadas por losângulos. As variáveis são particionadas nos conjuntos $I_0 = \{b\}$, $I_1 = \{e, f\}$, $I_2 = \emptyset$, $I_3 = \{g\}$ e $I_4 = \{a, c, d, h, i, j, k, l\}$.

Apenas os arcos condicionais (aqueles que incidem em nós probabilísticos ou de utilidade) representam dependência probabilística (Seção 2.5). Os arcos de informação (aqueles que incidem em nós de decisão) representam apenas precedência temporal e disponibilidade da informação na hora de tomar a decisão. Isso se deve ao fato de que decisões são consideradas ações que estão sobre o total controle de um decisor, portanto não influenciadas por dependências probabilísticas. (Admite-se que um decisor racional não selecione aleatoriamente a decisão a tomar!).

Suponha que se deva escolher uma alternativa de ação para se tomar a decisão D_k e que as variáveis de informação, I_{k-1} , já foram observadas. O decisor racional deve utilizar o princípio da utilidade esperada máxima (MEU). Portanto deve escolher a ação que maximize a utilidade esperada, ρ_k , para a decisão D_k , dada por [JEN 94b]:

$$\rho_k = \arg\text{-max}_{D_k} \sum_{I_k} \dots \arg\text{-max}_{D_n} \sum_{I_n} [P(I_k, \dots, I_n | I_0, \dots, I_{k-1}, D_1, \dots, D_n) \Psi] \quad (1)$$

Assim, para se calcular a utilidade esperada máxima para uma decisão, é necessário executar uma série de marginalizações, alternando marginalizações (somadas) com arg-

max marginalizações. Como visto na Seção 2.3, uma JPD pode ser representada por \mathcal{O} , produto das JPDs dos *cliques* de um grafo não orientado. No grafo, a marginalização de uma variável A em \mathcal{O} corresponde a *completar* o conjunto dos seus vizinhos (i.e. criar um arco entre cada par de seus vizinhos) e removê-la. Essa operação corresponde a *eliminar* A do grafo. Em geral, a ordem de realização de marginalizações não pode ser alterada; o que impõe uma ordem de eliminação das variáveis. Portanto a equação (1) impõe que o cálculo da utilidade esperada máxima seja feito da decisão D_n para D_1 .

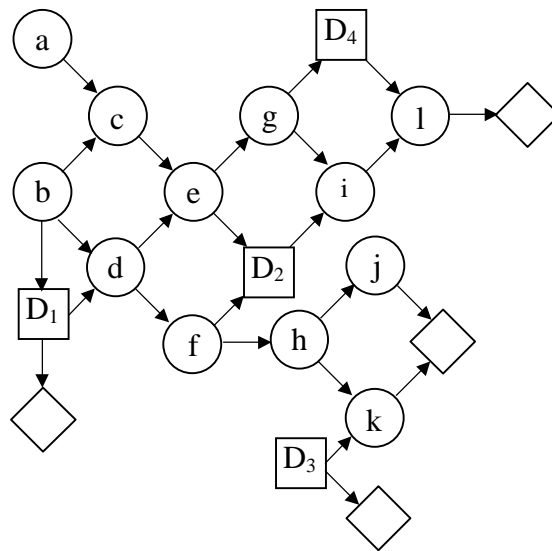


Figura 3.1 – Exemplo de Diagrama de Influências

Para o diagrama de influências poder ser avaliado, ele é transformado em uma árvore de junções forte, com uma triangularização forte, ou seja aquela que é realizada com uma ordem total de eliminação das variáveis do ID, obtida através da inversão de uma extensão da ordem parcial \prec .

Definição 3.1: uma árvore de junções é chamada forte se possuir ao menos um *clique* R , chamado *raiz forte*, tal que para cada par de *cliques* adjacentes (C_1, C_2) , com C_1 mais próximo de R do que C_2 , existe uma ordenação de C_2 que respeita \prec , na qual as variáveis do separador $C_1 \cap C_2$ precedem as variáveis de $C_2 \setminus C_1$.

Essa propriedade garante que o cálculo da utilidade esperada máxima possa ser feito através de um método de passagem de mensagens local (i.e. entre nós vizinhos) na árvore de junções [JEN 94b].

Transformações Topológicas. Para transformar um diagrama de influências em uma árvore de junções forte, aplique as operações a seguir:

- a) moralização
 - i) retirar os arcos de informações dos nós de decisões;
 - ii) incluir arcos entre nós com filho em comum (mesmo se esse filho for um nó de utilidade);
 - iii) retirar os nós de utilidade;
 - iv) retirar a orientação dos arcos.
- b) triangularização forte

- i) determine os conjuntos $I_{k-1} = pa(D_k)$, para $k=1,n$ e $I_n = \{\text{variáveis restantes}\}$;
- ii) determine a ordem \prec em U , dada por $I_0 \prec D_1 \prec I_1 \prec \dots \prec D_n \prec I_n$;
- iii) elimine os nós do grafo moralizado na ordem *inversa* de \prec . Elimine inicialmente aqueles que não requerem a inclusão de nenhuma corda para conectar os seus nós adjacentes. Se não existir, elimine o nó cujos vizinhos (não eliminados) formam o *clique* com menor peso (heurística do peso-mínimo, Seção 2.3);
- iv) identifique os *cliques*. Considere a ordem de eliminação utilizada (Seção 2.3);
- v) defina a numeração $\alpha: U \leftrightarrow \{1,2,\dots,|U|\}$ em função da *inversa da ordem de eliminação*, tal que para $u, v \in U$, se u foi eliminado após v então $\alpha(u) < \alpha(v)$;
- vi) numere os *cliques*. Seja v , a variável de C de maior numeração, tal que as variáveis w de C , com numeração menor do que v (i.e. $\alpha(w) < \alpha(v)$) possuam um vizinho *comum* u , não em C e com numeração menor do que v (i.e. $u \notin C$ e $\alpha(u) < \alpha(v)$). Se v existir, $\alpha(v)$ é o índice de C , senão o índice é igual a 1.

- c) Construção da árvore de junções forte
 - i) considere o *clique* de índice 1 (i.e. C_1) como a raiz forte da árvore;
 - ii) ligue C_k a algum *clique* C_j , $j < k > 1$, já na árvore, que contenha $S_k = C_k \cap \bigcup_{i=1}^{k-1} C_i$

A Figura 3.2 apresenta o grafo triangularizado e a árvore de junções forte associados ao diagrama de influências da Figura 3.1. As cordas são introduzidas pelo processo de moralização, p.ex (a,b), ou pelo processo de triangularização, p.ex. (b,e). Os arcos de informações e os nós de utilidade não aparecem por que não fazem parte do grafo. A ordem de eliminação dos nós é l,j,k,i,h,a,c,d,D4,g,D3,D2,f,e,d1 e b. A numeração α é a inversa dessa ordem, portanto $\alpha(b) = 1$ e $\alpha(l) = 16$.

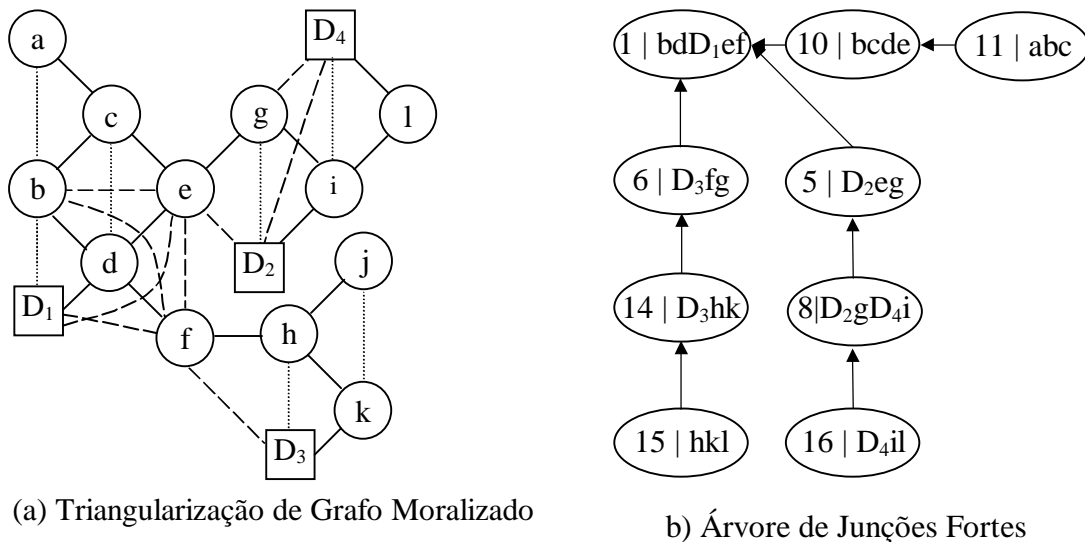


Figura 3.2 – Exemplo de Triangularização e Árvore de Junções Forte

Iniciar (tabelas de potenciais). Procedimento para construção das tabelas de potenciais de probabilidade e de utilidade de cada *clique* C da árvore de junção forte.

- a) tabela de potencial de probabilidade, \emptyset
 - i) atribua cada variável probabilística A , do ID, a apenas um único *clique* C que contenha $fm(A)$ (i.e. a família de A , composta por A e seus pais),

- ii) atribua cada variável probabilística A , correspondente a uma evidência observada, a um único *clique* C que a contenha,
- iii) faça $\varnothing_A = P(A \mid pa(A))$. Se A for uma (observação de uma) evidência, faça $\varnothing_A = f_A$, onde f_A é um *finding*;
- iv) para todo *clique* C , com variáveis probabilísticas A_i atribuídas, $\varnothing_C = \prod_i \varnothing_{A_i}$;
- v) se um *clique* C não possuir variável probabilística atribuída, faça $\varnothing_C = \mathbf{1}$.

b) tabela de potencial de utilidade, ψ

- i) atribua cada função de utilidade ψ_k , a um *clique* C que possa acomodá-la (i.e. um *clique* que possui todas as variáveis de que ψ_k depende);
- ii) para todo *clique* C com funções de utilidade ψ_i atribuídas, faça $\psi_C = \sum_i \psi_i$;
- iii) se a um *clique* C não for atribuída nenhuma função de utilidade, faça $\psi_C = \mathbf{0}$.

Propagação de potenciais. Similar ao caso de inferência probabilística em uma rede bayesiana (Seção 2.3), a propagação de potenciais em um ID também é baseada em marginalizações de variáveis aleatórias e calibrações de crenças. Mas como é necessário propagar potenciais de utilidade e de probabilidade, a definição de marginalização deve ser generalizada para atuar diferentemente com relação a variável probabilística e de decisão. Em conseqüência, a operação de absorção também é ampliada.

a) marginalização generalizada, M

Se \mathbf{V} é um conjunto de variáveis de \mathbf{U} e \varnothing uma função potencial, então $M_{\mathbf{V}}\varnothing$ é definido como uma série de marginalizações de uma única variável, na ordem de eliminação das variáveis do grafo moralizado (i.e. na ordem *inversa* de \langle), como:

- i) $M_A\varnothing = \sum_A\varnothing$, se $A \in \mathbf{V}$ é uma variável probabilística;
- ii) $M_D\varnothing = \arg\text{-max}_D\varnothing$, se $D \in \mathbf{V}$ é uma variável de decisão.

b) Absorção

Sejam C_1 e C_2 *cliques* adjacentes em uma árvore de junções forte, com separador S entre eles. O *clique* C_1 absorve C_2 se alterar a sua tabela de potenciais de probabilidades para \varnothing'_{C_1} e a sua tabela de potenciais de utilidade para ψ'_{C_1} , segundo a fórmula:

$$\varnothing'_{C_1} = \varnothing_{C_1} \times \varnothing_S \quad \psi'_{C_1} = \psi_{C_1} + \psi_S / \varnothing_S$$

onde $\varnothing_S = M_{C_2 \setminus S} \varnothing_{C_2}$ e $\psi_S = M_{C_2 \setminus S} \varnothing_{C_2} \times \psi_{C_2}$.

Após uma absorção, o *clique* absorvido pode ser removido da árvore de junções (JT) forte, gerando uma nova JT forte intermediária.

Teorema 3.1: seja T uma JT forte com ao menos dois *cliques*. Seja \varnothing_T a tabela de potencial de probabilidades e ψ_T a tabela de potenciais de utilidades de T . Seja L alguma folha de T , diferente da sua raiz forte R , com vizinho N e separador S entre eles. Seja $T \setminus L$ a JT forte obtida pela absorção de L por N . Após a absorção de L , têm-se:

$$M_{L \setminus S} \varnothing_T \times \psi_T = \varnothing_{T \setminus L} \times \psi_{T \setminus L}.$$

A prova do Teorema 3.1 está em [JEN 94b]. Note que $\varnothing_T = \prod_C \varnothing_C$ e $\psi_T = \sum_C \psi_C$. Para permitir o cálculo da decisão que maximize a utilidade esperada é necessário avaliar a JT forte, realizando absorções das folhas para a raiz forte, de maneira similar a execução de uma operação *Coleta Evidência* (veja Seção 2.3). Através de absorções sucessivas de folhas, obtêm-se potenciais de probabilidades e de utilidades nas árvores intermediárias que são iguais às marginais dos potenciais originais, com respeito aos seus atuais

universos (Teorema 3.1). Então a política ótima para uma variável de decisão pode ser determinada a partir (do produto) das tabelas de potenciais do *clique* que é o mais próximo a raiz forte (podendo inclusive ser a própria raiz forte), desde que todas as variáveis que influenciam a decisão estejam contidas naquele *clique*. No exemplo na Figura 3.2, pode-se calcular as políticas ótimas para D_1 a partir do *clique* C_1 (a própria raiz forte). A partir de C_5 , C_6 e C_8 pode-se calcular, respectivamente, as políticas ótimas para D_2 , D_3 e D_4 .

Esse algoritmo é mais eficiente do que os algoritmos anteriores para avaliação de ID porque a eliminação de um grupo de variáveis pode ser implementada de forma mais eficiente do que a correspondente série de eliminações de uma variável [JEN 94b]. No entanto, poderia ser mais eficiente ainda, se tirasse partido da propriedade de localidade no domínio, caso exista. A próxima seção trata dessa questão.

3.3 A Arquitetura de Agentes Proposta

A meta é avaliar um conjunto de subdiagramas de influências relacionados, cada qual representando um subproblema de decisão, de forma tal que a solução ótima possa ser obtida sem ser necessário avaliar todos eles de uma forma monolítica. Os subdiagramas podem ser organizados na forma de uma hiper-árvore onde um subdiagrama constitui um hiper-nó e cada hiper-arco é formado pelo d-sepset entre os hiper-nós que une.

Definição 3.1: um MSID S (Diagrama de Influências múltiplo Seccionado) é um conjunto de diagramas de influências interrelacionados que coletivamente definem um ID e cuja união define um diagrama de influências regular. Cada subdiagrama representa um subproblema de decisão em um subdomínio de um grande domínio de problema ou problema global. A função utilidade total é a soma das funções utilidades de cada subdiagrama. Cada subdiagrama compartilha um conjunto não vazio de variáveis com ao menos um outro subdiagrama. A interseção entre cada par de subdiagrama satisfaz a seguinte condição d-sepset (Definição 2.18, Seção 2.4)

Essa condição requer que dado um nó comum a cada par de subredes, todos os seus pais estejam contidos em, pelo menos, uma delas. D é dito *seccionado* no conjunto $\{D_1, D_2\}$.

A Figura 3.3 apresenta um MSID equivalente ao diagrama de influências da Figura 3.1. Note que as interseções I_{ij} entre eles, $I_{12} = \{e, f\}$, $I_{13} = \{d, f\}$ e $I_{23} = \{f\}$ são d-sepsets. Embora cada subdiagrama represente um subproblema específico, os subproblemas não são independentes e, portanto, não podem ser resolvidos isoladamente. A tentativa de avaliar cada diagrama por meio de um algoritmo convencional implica erro. Por exemplo, aplicando as transformações de Shachter, os nós (e) e (f) de sub- ID_1 podem ser retirados, pois não possuem filhos (são estéreis). No entanto, a decisão D_1 afeta a distribuição de probabilidades de (d), que por sua vez, afeta a distribuição de (e) e (f). Assim a decisão tomada em D_1 tem impactos nas escolhas a serem realizadas em D_2 e D_4 e o canal de propagação dessa dependência é através de (e) e (f). Se eles são excluídos de sub- ID_1 , não há como propagar essa influência em sub- ID_2 .

Espera-se que, definindo um MSID de forma análoga a um MSDAG - DAG múltiplo seccionado, proposto por Xiang (Seção 2.4), facilite a obtenção de operadores de avaliação do MSID, similares aos utilizados no formalismo de MSBN.

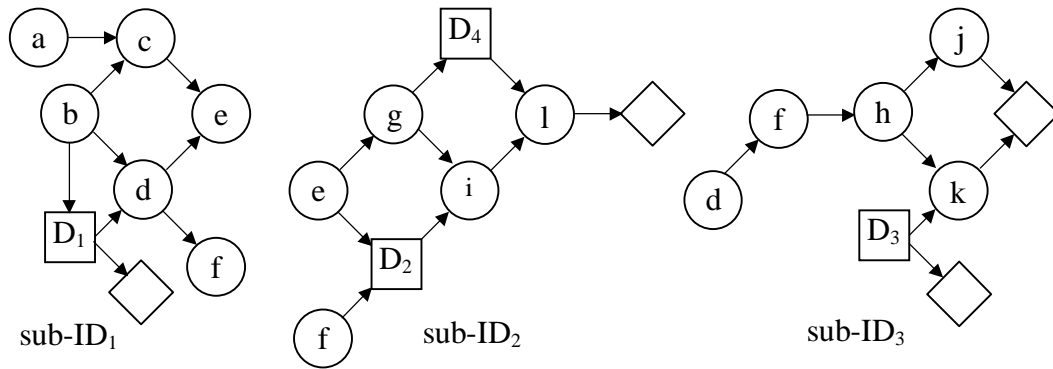


Figura 3.3 – Exemplo de um Diagrama de Influências Múltiplo Secionado

Existem duas linhas de ação básicas que serão investigadas, para a obtenção de um formalismo de avaliação de um MSID. A primeira consiste na extensão do método de avaliação de um ID, proposto por Frank Jensen *et al.* (Seção 3.2). Caso essa linha mostre-se inviável, será investigada a aplicação do método de Cooper [COO 88] para transformação de um ID em uma BN (rede bayesiana). Em ambos os casos, a solução obtida será comparada com a solução obtida com a aplicação do algoritmo de Frank Jensen, para a avaliação do ID resultante da união de todos os subdiagramas.

Análise da linha Jensen.

O método de Frank Jensen é o mais eficiente para a avaliação de ID convencionais. Por outro lado, a abordagem de Xiang, baseada em uma floresta de árvores de junções, provou ser viável estender o formalismo de árvore de junções para a consideração de localidades em redes bayesianas. Os formalismos de floresta de árvores de junções e árvore de junções fortes são muito próximos, sendo que ambos derivam do formalismo de árvores de junções proposto por Finn Jensen (Seção 2.3) e ambos utilizam variações da primitiva *Colete Evidência* de Finn Jensen. As redes bayesianas e os diagramas de influências são redes probabilísticas relacionadas, ambas com estrutura baseada em um DAG. De fato, uma rede bayesiana pode ser considerada como um diagrama de influência degenerado, com zero variáveis de decisão e zero funções de utilidade. Portanto a extensão do método de Jensen, combinada com o formalismo de MSBN único-agente e multiagente de Xiang, parece promissor para a avaliação de MSID.

Seguindo os passos de Xiang, imagina-se ser possível avaliar um MSID através de: (a) transformação dos subdiagramas em uma floresta de árvores de junções fortes, (b) utilização da definição de *Colete* de Frank Jensen que considera a absorção por meio de tabelas de potenciais de probabilidade e utilidade, (c) definição de uma operação tipo *Desvia Atenção*, que permita a absorção de uma árvore de junções fortes em relação a outra (e desta forma propagar as informações necessárias para a solução ótima do subproblema de decisão representado pela árvore de junções forte que está absorvendo).

Essas questões não foram equacionadas e necessitam maior investigação: (a) melhor compreensão das implicações, sobre a solução ótima, do secionamento do ID em diversos subdiagramas, inclusive sobre o estabelecimento da relação de ordem parcial \prec (Seção 3.2), (b) definição da semântica de um subdiagrama e do MSID e (c) algoritmo para verificação da inexistência de ciclos entre os subdiagramas e (d) método de moral-triangularização a ser utilizado para construção da floresta de árvores de junções fortes.

A transformação do formalismo de MSID em um MSID multiagente segue os mesmos passos. Obviamente serão necessárias adequações das distribuições de probabilidades associadas às variáveis dos diversos subdiagramas, à semelhança das propostas por Xiang (Seção 2.4.3), pois, devido à existência de diversos agentes, uma mesma variável pode ter diversas estimativas de distribuições de probabilidades.

A princípio, cada subdiagrama corresponde a um agente no MSID multiagente, cuja arquitetura proposta está apresentada na Figura 3.4.

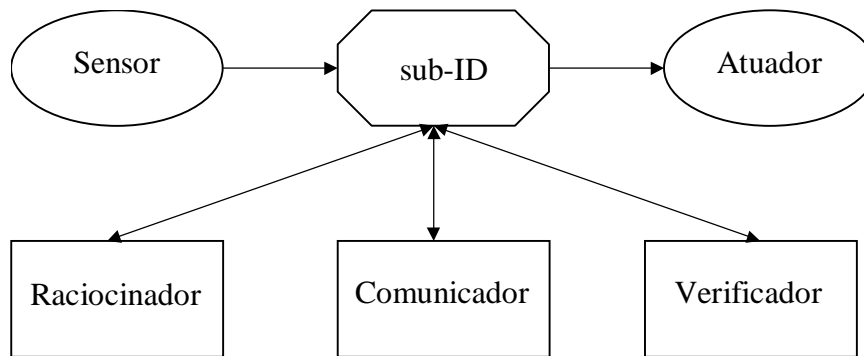


Figura 3.4 – Arquitetura de um Agente em um MSID multiagentes

O componente central é o subdiagrama de influências (sub-ID), o qual representa um subproblema de decisão como uma árvore de junções fortes. Esse módulo constitui a base de conhecimentos do agente. As ovas indicam processos que interagem com o ambiente. O ambiente corresponde ao decisor que utiliza o MSID, entra com evidências, analisa as decisões sugeridas pelo sistema e posteriormente as implementa. O módulo sensor permite a entrada de evidências por parte do decisor. Uma evidência é entrada no sistema por meio de uma função de *finding*. O módulo atuador calcula e exhibe, para o decisor, a alternativa ótima de decisão e os valores das variáveis do problema. Os dois módulos compõem a interface do agente. O módulo verificador testa a inexistência de ciclos entre os diversos subdiagramas. O módulo raciocinador constrói as tabelas de potenciais do agente, levando em conta a entrada de evidências por meio do sensor e é responsável por todo o processamento local das tabelas de potenciais do agente. Esse processamento envolve operações similares às *Coleta Evidências* e *Distribua Evidências* em uma árvore de junção fortes. O comunicador é o responsável pelo processamento necessário entre o agente e seus vizinhos na hiper-árvore (atualização dos potenciais por meio de operações similares às *Coleta Novas Crenças* e *Distribua Crença*).

Análise da linha Cooper

O método de transformação de um diagrama de influências em uma rede bayesiana foi proposto por Gregory Cooper, em 1988. Como visto na Seção 2.4, esse método consiste em transformar um diagrama de influências orientado e regular em uma rede bayesiana, com a conversão de nós de decisão e de utilidade em nós probabilísticos e a função utilidade em uma função probabilística. Essa abordagem abre a possibilidade dos métodos de redes bayesianas serem aplicados à avaliação de diagramas de influências.

Como visto na Seção 2.5, um ID é orientado se contém um nó de utilidade e é regular se atende às seguintes condições: a) o grafo que representa a estrutura do ID, não tem ciclos; b) o nó de utilidade, se presente, não tem sucessores e c) existe um caminho

orientado que contém todos os nós de decisão. A condição (c) implica a existência de uma ordenação entre as variáveis de decisão tal que um nó de decisão não é predecessor de um nó associado a uma variável com índice menor.

Note que todas essas três condições são observadas em cada um dos subdiagramas e, por definição, pelo diagrama obtido pela união de todos os subdiagramas. Assim é possível aplicar o método de Cooper a cada um dos subdiagramas e transformá-los em subredes bayesianas. Nesse caso pode-se aplicar o formalismo de Xiang para se obter uma MSBN único-agente ou multiagente.

O método de Cooper prevê uma série de perguntas a serem formuladas, de forma tal que a inferência probabilística, necessária para respondê-las, permite avaliar a política ótima. A razão da opção preferencial pela investigação da linha de Jensen é devida a conclusão de Jensen de que o seu método é mais eficiente do que outros métodos de avaliação de ID, inclusive o proposto por Shachter e Peot [SHA 92]. Esse último método também é baseado em árvore de junções e os seus autores provaram que ele é mais eficiente do que a avaliação de ID por meio da transformação em redes bayesianas propostas por Cooper.

4. Condições de Término do Projeto

Esse Capítulo descreve as características de término desta investigação e explicita as restrições admissíveis para a solução proposta. Para melhor situá-las em um contexto, essas condições são apresentadas após uma breve recapitulação do objetivo geral, motivação, resultados esperados e linhas de ação a serem adotadas nesse projeto.

O objetivo geral dessa investigação é estudar a aplicação de arquitetura multiagentes para a avaliação de diagramas de influências, motivado pela intenção de explorar a propriedade de *localidade* em grandes domínios de dados. Um domínio que apresenta localidade, pode ser considerado por partes, pois existem subdomínios “naturais” fixos. O decisor humano que raciocina e toma decisões, com base nas informações contidas no domínio, pode fazê-lo focalizando um único subdomínio, em cada instante, e desviando a sua atenção para outro subdomínio, de tempo em tempo.

Os resultados esperados são: a) extensão do conceito de redes bayesianas múltiplas seccionadas, com a inclusão de variáveis de decisões e funções de utilidade, obtendo um conjunto de diagramas de influências múltiplos seccionados (MSID); b) proposição de uma arquitetura multiagente para avaliar um MSID e c) construção de um protótipo para validação da arquitetura proposta. Um MSID pode ser utilizado para modelar um problema de decisão, levando em consideração a localidade do domínio. Para tanto basta que cada um dos subdomínios possa ser modelado como um subproblema de decisão e que todos os subproblemas sejam interrelacionados.

Serão investigadas duas linhas de ação básicas, visando obter um formalismo de avaliação de um MSID. A primeira consiste na extensão do método de avaliação de um ID (diagrama de influências), proposto por Frank Jensen *et al.* (Seção 3.2). Caso essa linha mostre-se inviável, será investigada a aplicação do método de Cooper [COO 88] para transformação de um ID em uma BN (rede bayesiana). Em ambos os casos, a solução obtida será comparada com a solução obtida com a aplicação do algoritmo de Frank Jensen, para a avaliação do ID resultante da união de todos os subdiagramas.

Os resultados (a) e (b) serão considerados atingidos se a solução obtida na avaliação de um MSID, em qualquer uma das duas linhas de ação, for a mesma obtida por meio da aplicação do algoritmo de Jensen ao ID resultante da união de todos os seus subdiagramas. Devido aos possíveis erros numéricos, as duas soluções serão consideradas iguais se os valores numéricos associados a elas diferirem de até 0,5%. Note que essa investigação se caracteriza pelo aspecto de pesquisa de um novo formalismo para problemas de decisão. Não há maiores preocupações com relação a obtenção de ganhos de eficiência ou precisão, tratamento de problemas com um número elevado de variáveis ou mesmo variáveis com muitos estados possíveis.

A linha de ação Cooper só será considerada se a linha Jensen se mostrar inviável.

O resultado (c) será considerado atingido com o desenvolvimento de qualquer conjunto de programas que consiga implementar o processamento necessário para avaliar o MSID, segundo a arquitetura multiagente proposta, independente de eficiência computacional ou facilidade de entrada ou exibição de dados.

5. Plano de Ação

Esse Capítulo apresenta o cronograma de atividades, uma visão geral dos programas a serem desenvolvidos e a especificação dos domínios para testá-los.

5.1 Cronograma de Atividades

A Tabela 5.1 apresenta o cronograma e as atividades previstas para a realização dessa investigação. Cada mês está dividido em três blocos de 10 dias.

Tabela 5.1 – Cronograma de Atividades

ATIVIDADE	1998								
	M	J	J	A	S	O	N	D	
1. Especificação dos formalismos MSID1 e MSID2	---								
2. Análise dos sistemas HUGIN, Netica, MSBN e WEBWEAVR-II		---							
3. Especificação dos sistemas ID e SID1		-							
4. Programação e teste do ID			--						
5. Programação e testes do SID1			-	--					
6. Especificação e programação do sistema SID2					---				
7. Elaboração de artigo sobre a tese							---	---	---

Os formalismos MSID1 e MSID2 são, respectivamente, os formalismos para avaliação de MSID, obtidos através das linhas de ação Jensen e Cooper. A especificação desses formalismos requer resolver as questões levantadas na Seção 3.3, aqui reproduzidas para maior clareza: (a) melhor compreensão das implicações, sobre a solução ótima, decorrentes do seccionamento do ID (diagrama de influências) em diversos subdiagramas, inclusive sobre o estabelecimento da relação de ordem parcial \prec , (b) definição da semântica de um subdiagrama e do MSID e (c) algoritmo para verificação da inexistência de ciclos entre os subdiagramas e (d) método de moral-triangularização a ser utilizado para construção da floresta de árvores de junções fortes.

A análise dos sistemas HUGIN, Netica, MSBN e WEBWEAVR-II visa obter subsídios para o projeto da interface do sistema (módulos sensor e atuador) e para o formato de representação da rede. Durante essa análise será considerada a possibilidade desses sistemas serem utilizados para validar os resultados obtidos com os sistemas SID1 e SID2. As seguintes instituições disponibilizaram versões desses sistemas para esse

estudo: Hugin Expert A/S, Norsys Software Corporation, Microsoft Corporation e Dr. Yang Xiang da Universidade de Regina, Canadá.

A técnica de programação a ser utilizada é a programação orientada a objetos. As atividades de especificação dos programas consistem na elaboração de um diagrama de comunicação entre os módulos e no projeto dos objetos e das suas mensagens. O sistema ID implementará o método de avaliação de ID de [JEN 94b] e o seu teste consistirá em verificar se a solução obtida é a mesma obtida ao se avaliar o mesmo diagrama com um dos sistemas HUGIN, Netica, MSBN ou WEBWEAVR-II. O Dr. Xiang e a Microsoft utilizam a sigla MSBN para designar objetos diferentes. Para Xiang, MSBN é o formalismo de redes bayesianas múltiplas seccionadas e esse é o sentido pretendido quando se utilizou MSBN ao longo deste documento. A Microsoft utiliza MSBN para designar Microsoft Bayesian Network, compreendendo o formalismo para inferências em redes bayesianas, o programa que o implementa e o formato para representação da rede. O sistema WEBWEAVR-II foi desenvolvido pelo Dr. Y. Xiang como um ambiente de raciocínio probabilístico em redes bayesianas múltiplas seccionadas único- ou multiagentes e em redes de Markov. Esse sistema não avalia diagramas de influências.

A especificação e programação do sistema SID2, na atividade 8, só será realizada se o formalismo MSID1 não for viável. Nesse caso, o início da redação do documento da tese será postergado por um mês, sendo iniciado apenas em outubro.

5.2 Visão Geral dos Programas

Os programas serão desenvolvidos em C++ e rodarão em ambiente Microsoft Windows. Nessa fase da investigação, não há intenção de realizar testes visando obter aumentos de desempenho por meio de implementações de algoritmos que admitem execução em paralelo e nem de desenvolver ambientes para uso na rede WWW. A princípio, serão desenvolvidos três sistemas, ID, SID1 e SID2, contendo os seguintes programas:

(a) sistema ID.

Algoritmo [JEN 94b] de avaliação de um ID, através de árvore de junções fortes.

i) P1 - edição de diagramas de influências.

Ferramenta de interface com o usuário, para construção gráfica de um novo ID ou edição da estrutura de um ID existente, entrada dos parâmetros numéricos associados e verificação da não existência de ciclos.

ii) P2 - transformação de um ID em uma árvore de junções fortes.

Obtém uma árvore de junções fortes aplicando as operações de moralização, triangularização forte e construção de árvore de junções fortes (Seção 3.2). A seguir inicializa as tabelas de potenciais de probabilidades e de utilidades.

iii) P3 - avaliação de um ID pelo método de árvore de junções forte.

Ferramenta de interface com o usuário, para determinar a política ótima e exibir os resultados, aplicando o método da Seção 3.2 para avaliar um ID.

(b) Sistema SID1.

Formalismo de avaliação de MSID, baseado em estender [JEN 94b] para um MSID.

i) P1 - edição de subdiagrama de influências.

(mesmo programa P1 do sistema ID. O programa cria um sub-ID)

- ii) P2 – transformação de um sub-ID em um agente ID.
 Constrói um agente ID (AID) a partir de um sub-ID. O AID possui a arquitetura apresentada na Figura 3.4. O programa P2 chama procedimentos específicos para realizar as seguintes operações: moral-triangularização, verificação da não existência de ciclos e compatibilização dos parâmetros probabilísticos entre os diversos agentes.
 - iii) P3 – moral-triangularização.
 Moralização e triangularização forte de um sub-ID por meio de comunicação entre os sub-ID existentes.
 - iv) P4 - verificador
 Verifica a não existência de ciclos, por meio de comunicação entre os sub-ID.
 - v) P5 – transformação de um sub-ID em uma árvore de junções fortes (mesmo programa P2 do sistema ID)
 - vi) P6 – construção de uma floresta de árvores de junções fortes ligadas
 Constrói uma floresta de árvores de junções fortes, a partir de diversas árvores de junções fortes e inicializa todas as suas tabelas de potenciais.
 - vii) P7 – avaliação de um MSID único agente
 - viii) P8 – avaliação de um MSID multiagentes
- (c) Sistema SID2.
- Formalismo de avaliação de MSID, baseado na aplicação do algoritmo de Cooper [COO 88], combinado com o método de Xiang [XIA 93a, 96a] para MSBN.
- i) P1 - edição de subdiagrama de influências
 (mesmo programa P1 do sistema ID. O programa cria um sub-ID)
 - ii) P2 – transformação de um ID em uma rede bayesiana
 - iii) P3 – criação de uma MSBN
 Cria uma MSBN a partir de subredes bayesianas, com moral-triangularização forte, verificação da não existência de ciclos e inicialização das tabelas de potenciais.
 - iv) P4 – inferência único-agente em MSBN
 Determina a política ótima do MSID através de inferências probabilísticas.
 - v) P5 – inferência multiagente em MSBN

Como não foi possível obter dados reais, o MSID será testado com adaptações de dados disponíveis na literatura e no depositário de redes bayesianas que está sendo montado pela AUAI, Association of Uncertainty in Artificial Intelligence, disponibilizado via URL http://www-nt.cs.berkeley.edu/home/nir/public_html/Repository/index.htm. Esse depositário contém alguns exemplos de redes bayesianas e diagramas de influências, colhidos na literatura especializada ou fornecidos por seus associados.

6. Bibliografia

- [AFI 97] AIR FORCE INSTITUTE OF TECHNOLOGY - Artificial Intelligence Laboratory. Disponível por WWW em <http://www.afit.af.mil/Schools/EN/ENG/LABS/AI/BayesianNetworks/research3.html> (05/janeiro/1997).
- [AIS 96] AISB QUARTERLY, n.94, *Winter 1995/Spring 1996 (Special Theme: Bayesian Belief Networks)*.
- [AND 89] ANDERSEN, S.K; OLSEN, K.G.; JESEN, F.V.; JENSEN, F. HUGIN - A Shell for Building Belief Universes for Expert Systems. In: 11th INT'L. JOINT CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (IJCAI 92). **Proc.** ... Detroit: AAAI Press, v2, p.1080-1085, 1989.
- [BON 88] BOND, A. H.; GASSER, L. An Analysis of Problems and Research in DAI. In: BOND, A. H.; GASSER, L. (Editors.). **Readings in Distributed Artificial Intelligence**. Los Altos: Morgan Kaufmann, 1998. p.3-35.
- [BUT 94] BUNTINE, Wray. Operations for Learning with Graphical Models. **Journal of Artificial Intelligence Research**, v.2, p.159-225, 1994.
- [CAA 94] CASSANDRA, Anthony; KÆLBLING, L.; LITTMAN, Michael. Acting Optimally in Partially Observable Stochastic Domains. In: 12th NATIONAL CONF. ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AAAI-94). **Proc.** ... Seattle: MIT Press, v.2, p.1023-1028, 1994.
- [CAA 97] CASSANDRA, Anthony; LITTMAN, Michael; ZHANG, Nevin. In: 13th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 97). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p. 57-61, 1997.
- [CAM 96] CASTIÑEIRA, Maria Inés. **Proposta de Explicação em SAD Utilizando Diagramas de Influências**. São Carlos: Instituto de Física de São Carlos - USP, 1996, 98p (Tese de doutorado).
- [CAS 97] CASTILLO, Enrico; GUTIÉRREZ, José Manuel; HADI, Ali S. **Expert Systems and Probabilistic Network Models**. New York: Springer-Verlag, 1997. 619p. (Monographs in Computer Science Series).
- [COM 95] COMMUNICATIONS OF THE ACM, v.38, n.3, *March 1995 (Real-World Applications of Bayesian Networks)*.
- [COO 88] COOPER, Gregory G. A Method for Using Belief Networks as Influence Diagrams. In: 4th WORKSHOP ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 88), 1988, Univ. of Minnesota, Minneapolis. **Proceedings of the AAAI** ... Minneapolis: 1988. p.55-63.
- [COO 90] COOPER, Gregory G. The Computational Complexity of Probabilistic Inference Using Bayesian Belief Networks. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.42, p.393-405, 1990.

- [DAG 93] DAGUM, Paul; LUBY, Michael. Approximating Probabilistic Inference in Bayesian Belief Networks is NP-Hard. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.60, p.141-153, 1993.
- [DAV 77] DAVIS, Randall; BUCHANAN, Bruce; SHORTLIFFE, E. Production Rules as a Representation for a Knowledge-Based Consultation Program. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: North-Holland, v.8, 1977, p.15-45.
- [DAW 93] DAWID, A. P.; LAURITZEN, S. L. Hyper Markov Laws in the Statistical Analysis of Decomposable Graphical Models. **The Annals of Statistics**, v.21, n.3, p.1272-1317, 1993.
- [DRA 97] DRAGONI, Aldo F. Distributed Decision Support Systems under Limited Degrees of Competence: A Simulation Study. **Decision Support Systems: The International Journal**. Amsterdam: Elsevier, v.20, n.1, May 1997, p.17-34.
- [DRA 95] DRAPER, Denise. Clustering Without (Thinking About) Triangulation. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.125-133, 1995.
- [DSS 97] DECISION SUPPORT SYSTEMS, v.20, n.1, *May 1997 (Special Issue: Intelligent Agents as a Basis for Decision Support Systems)*.
- [EKE 94] EKENBERG, Love; DANIELSON, Mats; BOMAN, Magnus. A Tool for Handling Uncertain Information in Multi-Agent Systems. In: MAAMAW'94. DEMAZEAU, Yves; MÜLLER, Jean-Pierre; PERRAM, John (Eds.). Lindø Center for Applied Mathematics, Odense University, 3-5 August, 1994. **Proc.**, p.27-37.
- [EKE 97] EKENBERG, Love; DANIELSON, Mats; BOMAN, Magnus. Imposing Security Constraints on Agent-Based Decision Support. **Decision Support Systems: The International Journal**. Amsterdam: Elsevier, v.20, n.1, May 1997, p.3-15.
- [GEI 94] GEIGER, Dan; HECKERMAN, D. Learning Gaussian Networks. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc. ...** San Francisco: Morgan Kaufmann, p.235-243, 1994.
- [HEN 91] HENRION, Max; BREESE, John S.; HORVITZ, Eric J. Decision Analysis and Expert Systems. **AI Magazine**. AAAI Press: Winter 1991, p.64-91.
- [HUA 94] HUANG, T.; KOLLER, D.; MALIK, J.; OGASAWARA, G.; RAO, B.; RUSSELL, S.; WEBER, J. Automatic Symbolic Traffic Scene Analysis Using Belief Networks. In: 12th NATIONAL CONF. ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE. **Proc....** Seattle: MIT Press, v.2, p.966-972, 1994.
- [IEE 93] IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, v.15, n.3, *March 1993 (Special Section on Probabilistic Reasoning)*.
- [JEN 88] JENSEN, Finn V. Discussão em [LAU 88, p.440].

- [JEN 90a] JENSEN, Finn V.; OLSEN, Kristian G.; ANDERSEN, Stig K. An Algebra of Bayesian Belief Universes for Knowledge-Based Systems. **Networks**. New York: John Wiley & Sons, Inc., v.20, p.637-659, 1990.
- [JEN 90b] JENSEN, Finn V.; LAURITZEN, Steffen L; OLSEN, Kristian G. Bayesian Updating in Causal Probabilistic Networks by Local Computations. **Computational Statistics Quarterly**. Heidelberg: Physica-Verlag v.4, p.269-282, 1990.
- [JEN 94a] JENSEN, Finn V.; JENSEN, Frank. Optimal Junction Trees. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.360-366, 1994.
- [JEN 94b] JENSEN, Frank; JENSEN, Finn V.; DITTMER, Søren L. From Influence Diagrams to Junction Trees. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.**... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.367-373, 1994.
- [JEN 95] JENSEN, Finn V. Bayesian Networks Basics. In: van der GAAG, Linda C. (ed.) **AISB Quarterly**, v.94, Winter 1995/Springer 1996, p.9-22 (Newsletter of the Society for the Study of Artificial Intelligence and Simulation of Behaviour, Special Theme: Bayesian Belief Networks)
- [JEN 96] JENSEN, Finn V. **An Introduction to Bayesian Networks**. London: UCL Press, 1996. 188p.
- [KÆL 95] KÆLBLING, Leslie; LITTMAN, Michael, CASSANDRA, Anthony. Partially Observable Markov Decision Processes for Artificial Intelligence. In: DORST, Leo; van LAMBALGEN, Michiel; VOORBRAAK, Frans (Eds.). **Reasoning with Uncertainty in Robotics**. INTERNATIONAL WORKSHOP, RUR'95. Amsterdam, December 4-6, 1995. Proc. .. Berlin: Springer, p.146-163
- [KIM 83] KIM, Jim H; PEARL, Judea. A Computational Model for Causal and Diagnostic Reasoning in Inference Systems. In: 8th INT'L. JOINT CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (IJCAI 83). **Proc.** ... Karlsruhe: AAAI, p.190-193, 1983.
- [KJÆ 90] KJÆRULFF, Uffe. **Triangulation of Graphs – Algorithms Giving Small Total State Space**. Aalborg: Department of Mathematics and Computer Science, March 1990, 39p. (Technical Report R 90-09)
- [KLE 86] de KLEER, J. An Assumption Based Truth Maintenance System. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: North Holland, v.28, p.127-162, 1986.
- [KOE 95] KOENIG, Sven; GOODWIN, Richard, SIMMONS, Reid G. Robot Navigation with Markov Models: A Framework for Path Planning and Learning with Limited Computational Resources. In: DORST, Leo; van LAMBALGEN, Michiel; VOORBRAAK, Frans (Eds.). **Reasoning with Uncertainty in Robotics**. INTERNATIONAL WORKSHOP, RUR'95. Amsterdam, December 4-6, 1995. Proc. .. Berlin: Springer, p.322-337

- [LAU 88] LAURITZEN, Steffen L; SPIEGELHALTER, David J. Local Computations with Probabilities on Graphical Structures and their Application to Expert Systems (with discussion). **Journal Royal Statistical Society, Series B**, v.50, n.2, p.425-448, 1988.
- [LAU 92] LAURITZEN, Steffen L. Propagation of Probabilities, Means and Variances in Mixed Graphical Association Models. **Journal of the American Statistical Association**, v. 87, n.420, p.1098-1108, 1992.
- [LES 80] LESSER, V. R.; ERMAN, L. D. Distributed Interpretation: A Model and Experiment. **IEEE Transac. on Computation**, v.29, p.1144-63, 1980.
- [MOR 97] MÓRA, Michael C.; LOPES, Gabriel P.; COELHO, Helder; VICCARI, Rosa M. Modelling Dynamic Aspects of Intentions. 8th PORTUGUESE CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE, EPIA'97. Coimbra, October 1997. In: **Progress in Artificial Intelligence: Proc. ...** Berlin: Springer, p.179-194. (Lecture Notes in AI 1323).
- [NET 90] NETWORKS, v.20, n.5, 1990 (*Special Issue on Influence Diagrams*).
- [NOR 68] NORTH, D. Warner. A Tutorial Introduction to Decision Theory. In: SHAFER, Glenn; PEARL, Judea (Eds.). **Readings in Uncertain Reasoning**. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1990. p.68-78.
- [OLE 88] OLESEN, K. G.; ANDERSEN, S.K. Discussão em [LAU 88, p.436].
- [PEA 86a] PEARL, Judea. Fusion, Propagation, and Structuring in Belief Networks. **Artificial Intelligence**. North Holland, v.29, p.241-288, 1986.
- [PEA 86b] PEARL, Judea. A Constraint-Propagation Approach to Probabilistic Reasoning. In: KANAL, L.N.; LEMMER, J.F. (Eds.). **Uncertainty in Artificial Intelligence**. Amsterdam: North Holland, p.357-370, 1986.
- [PEA 88] PEARL, Judea. **Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Network of Plausible Inference**. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1988; revised second printing, 1991. 571p.
- [PEA 93] PEARL, Judea. Belief Networks Revisited. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.59, p.49-56, 1993.
- [POO 95] POOLE, David. Exploiting the Rule Structure for Decision-Making within the Independent Choice Logic. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, Aug, 1995.
- [POO 97a] POOLE, David. **The Independent Choice Logic for Modelling Multiple Agent under Uncertainty**. (April 18, 1997). Disponível por WWW em <http://www.cs.ubc.ca/spider/poole> (13 de novembro de 1997). 63p.
- [POO 97b] POOLE, David. Probabilistic Partial Evaluation: Exploiting Rule Structure in Probabilistic Inference. In: 15th INT'L. JOINT CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (IJCAI 97). **Proc. ...** Nagoya: AAAI, p.1284-1291, August 1997.

- [QI 93] QI, Runping; POOLE, David. Decision Graph Search. University of British Columbia: Department of Computer Science (Technical Report 93-9).
- [QI 95] QI, Runping; POOLE, David. A New Method for Influence Diagram Evaluation. **Computational Intelligence**. Cambridge: Blackwell Publishers, v.11, n.1, p.1-34, 1995.
- [RUS 95] RUSSEL, Stuart; NORVIG, Peter. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**. New Jersey: Prentice-Hall, 1995. 932p.
- [SHA 86] SHACHTER, Ross. Evaluating Influence Diagrams. **Operations Research**. ORSA, v.34, n.6, November-December 1986, p.871-882.
- [SHA 88] SHACHTER, Ross D. Probabilistic Inference and Influence Diagrams. **Operations Research**. ORSA, v.36, n.4, July-August 1988, p.589-604.
- [SHA 89] SHACHTER, Ross D.; KENLEY, C. Robert. Gaussian Influence Diagrams. **Management Science**, v.35, n.5, p.527-550, 1989.
- [SHA 90] SHACHTER, Ross. An Ordered Examination of Influence Diagrams. **Networks**. New York: John Wiley & Sons, Inc., v.20, p.535-563, 1990.
- [SHA 92] SHACHTER, Ross D.; PEOT, Mark. Decision Making Using Probabilistic Inference Methods. In: 8th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 92). **Proc...** San Francisco: Morgan Kaufmann, p.276-283, 1992.
- [SHE 92] SHENOY, PRAKASH P. Valuation-Based System for Bayesian Decision Analysis. **Operations Research**. ORSA, v.40, n.3, May-June, 1992, p.463-484.
- [SHI 94] SHIMONY, Salomon E. Finding MAPs for Belief Networks is NP-Hard. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.68, p.399-410, 1994.
- [SUE 90] SUERMONDT, H. Jacques; COOPER, Gregory. Probabilistic Inference in Multiply Connected Networks using Loop Cut sets. **International Journal of Approximate Reasoning**, n.4, p.283-306, 1990.
- [VER 87] VERMA, T.S. Causal Networks: Semantics and Expressiveness. THIRD WORKSHOP ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 87). **Proc. ...**, Amsterdam: North Holland, p.352-359, 1987.
- [XIA 92] XIANG, Yang; POOLE, David; BEDDOES, Michael P. Exploring Localization in Bayesian Networks for Large Expert Systems. In: 8th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 92). **Proc. ...** San Francisco: Morgan Kaufmann, p.344-351, 1992.
- [XIA 93a] XIANG, Yang; POOLE, David; BEDDOES, Michael P. Multiply Sectioned Bayesian Networks and Junction Forests for Large Knowledge Based Systems. **Computational Intelligence**, v.9, n.2, p.171-220, 1993.

- [XIA 93b] XIANG, Yang; PANT, B.; EISEN, A.; BEDDOES, M. P.; POOLE, David. Multiply Sectioned Bayesian Networks for Neuromuscular Diagnosis. **Artificial Intelligence in Medicine**. Elsevier, v.5, p.293-314, 1993.
- [XIA 94] XIANG, Y. Distributed Multi-Agent Probabilistic Reasoning with Bayesian Networks. In: RAS, Z. W.; ZEMANKOVA, M. (Eds.). **Methodologies for Intelligent Systems**. Springer Verlag, p.285-294, 1994.
- [XIA 95] XIANG, Yang. Optimization of Inter-Subnet Belief Updating in Multiply Sectioned Bayesian Networks. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.565-573, Aug, 1995.
- [XIA 96a] XIANG, Yang. A Probabilistic Framework for Co-operative Multi-Agent Distributed Interpretation and Optimization of Communication. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.87, p.295-342, 1996.
- [XIA 96b] XIANG, Yang. Semantics of Multiply Sectioned Bayesian Networks for Co-operative Multi-Agent Distributed Interpretation. In: 11th BIENNIAL CONF. OF THE CANADIAN SOCIETY FOR COMPUTATIONAL STUDIES OF INTELLIGENCE (AI'96), Toronto, Ontario, Canada, May 1996. **Advances in AI: Proc. of ...** MCCALLA, Gordon (Ed.). Lecture Notes in AI 1081 (Subseries of Lecture Notes in Computer Science). Springer Verlag, p.213-226, 1996.
- [XIA 97a] XIANG, Yang. **Multi-Agent Distributed Interpretation with Multiply Sectioned Bayesian Networks** (Mas97.ppt - apresentação Power Point). Disponível por WWW em <http://www.cs.uregina.ca/~yxian> (13 de novembro de 1997). 34p. (Apresentado no INT'L WORKSHOP ON MULTIAGENTES SYSTEMS, realizado no MIT em outubro de 1997).
- [XIA 97b] XIANG, Yang. **Verification of DAG Structures in Co-operative Belief Networks Based Multi-Agent Systems**. Disponível por WWW em <http://www.cs.uregina.ca/~yxian> (13 de novembro de 1997). 15p. (To appear in Networks, 1997).
- [YAN 81] YANNAKAKIS, M. Computing the Minimal Fill-in is NP-Complete. **SIAM Journal of Algebraic Discrete Methods**, v.2, p.77-79.
- [WEL 90] WELLMAN, Michael P. Fundamental Concepts of Qualitative Probabilistic Networks. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.44, p.257-303, 1990.
- [ZHA 92] ZHANG, L.; POOLE, D. *Stepwise decomposable influence diagrams*. In: NEBEL, B.; RICH, C.; SWARTOUT, W. **Proc. 4th INT'L CONFERENCE ON KNOWLEDGE REPRESENTATION AND REASONING**. Cambridge, Mass.: Morgan Kaufmann, p.141-152, 1992.
- [ZHA 94] ZHANG, Lianwen.; QI, Runping; POOLE, David. *A Computational Theory of Decision Networks*. **Int'l Journal of Approximate Reasoning**, v.11, n.2, p.83-158, 1994. Also available as a technical report 93-6, Department of Computer Science, Univ. British Columbia. 1993.

Anexo I - Referências Citadas pelo AFIT AI Lab

- [Becker 94] BECKER, Ann; GEIGER, Dan. Approximation Algorithms for the Loop Cutset Problems. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.60-68, 1994.
- [Bouckaert94] BOUCKAERT, Remco R. A Stratified Simulation Scheme for Inference in Bayesian Belief Networks. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.110-117, 1994.
- [Castillo 95] CASTILLO, Enrique F.; BOUCKAERT, Remco R.; SARABIA, José; SOLARES, Cristina. Error Estimation in Approximate Bayesian Belief Network Inference. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.55-62, 1995.
- [Charniak 92] CHARNIAK, Eugene; SANTOS, Eugene Jr. Dynamic MAP Calculations for Abduction. NATIONAL CONF. ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AAAI-92). **Proc.**... Menlo Park: AAAI Press, p.552-557, 1992.
- [Charniak 94] CHARNIAK, Eugene; SHIMONY, Salomon E. Cost-Based Abduction and MAP Explanation. **Artificial Intelligence**. Amsterdam: Elsevier, v.66, p.345-374, 1994
- [Cousins 91] COUSINS, Steve B.; CHEN, William; FRISSE, Mark E. Caben: **A Collection of Algorithms for Belief Networks**. Saint Louis: Department of Computer Science, Washington University, 1991. (TR WUCS-91-25)
- [D'Ambrosio 94] D'AMBROSIO, Bruce. SPI in Large BN20 Networks. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.128-135, 1994.
- [Darwiche 95] DARWICHE, Adnan. Conditioning Algorithms for Exact and Approximate Inference in Causal Networks. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.99-107, 1995.
- [Delcher 95] DELCHER, Arthur L.; GROVE, Adam; KASIF, Simon, PEARL, Judea. Logarithmic-Time Updates and Queries in Probabilistic Network. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.116-124, 1995.
- [Diez 96] DIEZ, F. L. Local Conditioning in Bayesian Networks. **Artificial Intelligence**. To appear, 1996

- [Draper 95] DRAPER, Denise L. Clustering Without (Thinking About) Triangulation. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.125-133, 1995
- [Hulme 95] HULME, Mark. Improved Sampling for Diagnostic Reasoning in Bayesian Networks. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.315-322, 1995
- [Horvitz 89] HORVITZ, Eric J.; SUERMONDT, J. Jacques; COOPER, Gregory F. Bounded Conditioning: Flexible Inference for Decisions Under Scarce Resources. In: 5th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 89). **Proc. ...** Amsterdam: North Holland, 1989.
- [Jensen 95] JENSEN, Claus S.; KONG, Augustine; KJAERULFF, Uffe. Blocking Gibbs Sampling in Very Large Probabilistic Expert Systems. **Journal of Human-Computer Studies**, v.42, p.647-666, 1995
- [Kanazawa 95] KANAZAWA, Keije; KOLLER, Daphne; RUSSELL, Stuart. Stochastic Simulation Algorithms for Dynamic Probabilistic Networks. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.346-351, 1995
- [Kjaerulff 95] KAJAERULFF, Uffe. HUGS: Combining Exact Inference and Gibbs Sampling in Junction Trees. In: 11th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 95). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.368-375, 1995
- [Lauritzen 88] LAURITZEN, Steffen L; SPIEGELHALTER, David J. Local Computations with Probabilities on Graphical Structures and their Application to Expert Systems (with discussion). **Journal Royal Statistical Society**, Series B, v.50, n.2, p.425-448, 1988.
- [Li 94] LI, Zhaoyu; D'AMBROSIO, Bruce. Efficient Inference in Bayes Nets as a Combinatorial Optimization Problem. **International Journal of Approximate Reasoning**, v.11, n.1, p.55-81, 1994.
- [Pearl 88] PEARL, Judea. **Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Network of Plausible Inference**. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1988; revised second printing, 1991. 571p
- [Rojas 93] ROJAS-GUZMAN, Carlos; KRAMER, Mark A. GALGO: A Genetic ALGORITHM Decision Support Tool for Complex Uncertain Systems Modeled with Bayesian Belief Networks. In: 9th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 93). **Proc. ...** Montreal: Morgan Kaufmann, p.368-375, 1993
- [Santos 93] SANTOS, Eugene Jr. A Fast Hill-Climbing Approach Without An Energy Function for Finding MPE. In: IEEE INTERNATIONAL CONF. ON TOOLS WITH ARTIFICIAL INTELLIGENCE. **Proc. ...** IEEE Press, 1993.

- [Santos 94] SANTOS, Eugene Jr.; SHIMONY, Solomon E. Belief Updating by Enumerating High-Probability Independence-Based Assignments. In: 10th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 94). **Proc.** ... San Francisco: Morgan Kaufmann, p.506-513, 1994.
- [Shachter 89] SHACHTER, Ross D.; PEOT, Mark A. Simulation Approaches to General Probabilistic Inference on Belief Networks. In: 5th CONF. ON UNCERTAINTY IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE (UAI 89). **Proc.** ... Amsterdam: North Holland, 1989
- [Suermondt 94] SUERMONDT, H. J.; COOPER, Gregory F. Probabilistic Inference in Multiply Connected Belief Networks using Loop Cutsets. **International Journal of Approximate Reasoning**, v.4, n.4, p.283-306, 1990.
- [Sy 92] SY, Bon K. Reasoning MPE to Multiply Connected Belief Networks using Message Passing. NATIONAL CONF. ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE (AAAI-92). **Proc.** ... Menlo Park: AAAI Press, p.550-556, 1992.