

MESTRADO
MATEMÁTICA FINANCEIRA

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

BACKTESTING A PARÂMETROS DE RISCO DE CRÉDITO

JOANA MARGARIDA GOMES BRAVO

OUTUBRO – 2017

MESTRADO
MATEMÁTICA FINANCEIRA

TRABALHO FINAL DE MESTRADO
TRABALHO DE PROJETO

BACKTESTING A PARÂMETROS DE RISCO DE CRÉDITO

JOANA MARGARIDA GOMES BRAVO

ORIENTADOR:

JOSÉ PEDRO GAIVÃO

COORIENTADOR:

ANA RITA MARTINS

OUTUBRO – 2017

Resumo

A realização do exercício do *Backtesting* aos parâmetros de risco utilizados no modelo de cálculo das perdas por imparidade, constitui um requisito regulamentar imposto inicialmente na publicação da norma IAS 39 *Financial Instruments: Recognition and Measurement*.

Tratando-se de um tema que, não só apresenta uma elevada relevância em termos da rendibilidade das instituições financeiras, como uma complexidade inerente, levou-me à sua exploração numa vertente mais académica.

Assim, este Projeto tem como objetivo desenvolver e implementar um exercício que visa testar se existem diferenças estatisticamente significativas entre as probabilidades estimadas por um modelo de cálculo de parâmetros já existente, que tem por base um universo histórico de 7 anos, e as probabilidades observadas no último ano.

Para os casos em que foram verificadas diferenças estatisticamente significativas, irá ser sugerido e implementado um algoritmo de medidas corretivas a essa curva das probabilidades estimadas utilizada no modelo de imparidade. Desta forma, pretende-se aproximar os valores das perdas estimadas às perdas efetivamente incorridas.

PALAVRAS-CHAVE: modelo de cálculo das perdas por imparidade, parâmetros de risco, *Backtesting*, testes de hipóteses.

Abstract

The performance of the Backtesting exercise on the risk parameters used in the Impairment Loss Calculation Model, is a regulatory requirement imposed initially in the statement of IAS 39 Financial Instruments: Recognition and Measurement. Because this is a topic issue that has high relevance in terms of profitability of financial institutions and also an inherent complexity, I was led to develop it as an academical exploitation.

Thus, this Project's target is to develop and implement an exercise that aims to test if there are statistically significant differences between the probabilities estimated by an already existing parameter calculation model, based on a historical universe with 7 years, and the observed probabilities on the previous year.

For the instances in which statistically significant differences were verified, an algorithm of corrective measures will be suggested and implemented to the estimated probabilities curve. On the other hand, it is also used in the calculation model of the impairment losses. In this way, it is intended to approach the values of the estimated losses to the actual losses incurred.

KEYWORDS: impairment model, risk parameters, *Backtesting*, hypothesis tests

Agradecimentos

Quero expressar o meu gigante agradecimento ao meu namorado, Aitor Hernández Galindo que, sob diferentes perspectivas, acompanhou de perto o trabalho que desenvolvi durante os meses que precederam a apresentação deste Projeto.

Gostava de agradecer também à Ana Rita Martins, coorientadora deste Projeto, por ter tido sempre uma frase de incentivo preparada para todos os momentos de incerteza.

Por último e não menos importante, agradeço ao Professor José Pedro Gaivão, pela orientação, incentivo e pelos conselhos partilhados.

Índice

Capítulo 1 Introdução	1
Capítulo 2 Parâmetros de Risco do Modelo de Imparidade	4
2.1 Estados da Operação no Âmbito do Modelo de Imparidade	5
2.2 Probabilidade de Indícios/Default – PI/PD.....	6
2.2.1 Modelo de Cálculo da Probabilidade de Indícios/ <i>Default</i> Estimadas Mensais	7
2.2.2 Alisamento das Curvas das Probabilidades Estimadas	9
2.2.3 Cálculo da Probabilidade Estimada Alisada Anual	10
Capítulo 3 Metodologia e Dados: Backtesting às Probabilidades Estimadas do Modelo de Imparidade	12
3.1 Recolha e Tratamento dos Dados	12
3.2 Definição de Elegibilidade de Operações	13
3.3 Cálculo da Probabilidade Observada	13
3.4 Testes de Hipóteses	15
3.4.1 Teste do Qui-Quadrado de Ajustamento	15
3.4.2 Teste da Binomial.....	17
3.5 Metodologia de Aceitação das Curvas Estimadas	18
3.6 Medidas Corretivas	19
Capítulo 4 Análise de Resultados	23
4.1 Probabilidade de Indícios Partindo do Estado Regular	23
4.1.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	23
4.1.2 Probabilidades Observadas	23
4.1.3 Testes de Hipóteses.....	24
4.1.4 Medidas Corretivas	26
4.2 Probabilidade de <i>Default</i> Partindo do Estado Regular	31
4.2.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	31
4.2.2 Probabilidades Observadas	31
4.2.3 Testes de Hipótese.....	31
4.3 Probabilidade de <i>Default</i> Partindo do Estado de Indícios	32
4.3.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	32
4.3.2 Probabilidades Observadas	32
4.3.3 Testes de Hipótese.....	33
Capítulo 5 Conclusão	34
Bibliografia	36
A Anexos	37

A.I	Método dos Mínimos Quadrados.....	37
A.II	Estatística de Teste do Qui-Quadrado	39
A.III	Metodologias de Aceitação das Curvas Estimadas	40
A.IV	Probabilidade de Indícios Partindo do Estado Regular	42
	Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	42
	Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas.....	43
	Probabilidades Observadas	45
	Teste do Qui-Quadrado - Resultados	46
	Teste da Binomial - Resultados	48
	Medidas Corretivas	50
A.V	Probabilidade de <i>Default</i> Partindo do Estado Regular	75
	Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	75
	Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas.....	76
	Probabilidades Observadas	78
	Teste do Qui-Quadrado – Resultados	79
	Teste da Binomial - Resultados	81
A.VI	Probabilidade de <i>Default</i> Partindo do Estado de Indícios	83
	Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas	83
	Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas.....	84
	Probabilidades Observadas	86
	Teste do Qui-Quadrado – Resultados	87
	Teste da Binomial - Resultados	89

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: resultados obtidos para as 10 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas mensais de Default partindo do estado Regular.	9
Tabela 4.1: síntese dos resultados obtidos para a curva de probabilidades de Índícios partindo do estado Regular, segundo o teste do Qui-Quadrado com um nível de significância de 95%.....	25
Tabela 4.2: síntese dos resultados obtidos para a curva de probabilidades de Índícios partindo do estado Regular, para os dois testes da Binomial, com um nível de significância de 95%.	26
Tabela 4.3: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração.	30
Tabela 4.4: síntese dos resultados dos testes da Binomial para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração.	30
Tabela 4.5: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.....	32
Tabela 4.6: síntese dos resultados dos testes da Binomial aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.....	32
Tabela A.1: esquematiza os diferentes cenários possíveis tendo em conta os resultados dos testes estatísticos.....	40
Tabela A.2: thresholds definidos para cada cenário de resultados dos testes da Binomial.....	41
Tabela A.3: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente. ...	43
Tabela A.4: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente. ...	44
Tabela A.5: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	46
Tabela A.6: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	47

Tabela A.7: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	48
Tabela A.8: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	49
Tabela A.9: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as 42 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação. 50	
Tabela A.10: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as últimas 42 antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação. 51	
Tabela A.11: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 1ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 1ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados.	52
Tabela A.12: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 1ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.	53
Tabela A.13: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 1ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades.	54
Tabela A.14: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 1ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.	55
Tabela A.15: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração, respetivamente.	56
Tabela A.16: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração, respetivamente.	57
Tabela A.17: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	58

Tabela A.18: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%. 59

Tabela A.19: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%. 60

Tabela A.20: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%. 61

Tabela A.21: síntese dos resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração. 62

Tabela A.22: síntese dos resultados obtidos pelo teste da Binomial para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração. 62

Tabela A.23: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as primeiras 42 antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas corrigidas pela 1ª iteração. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação. 63

Tabela A.24: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as últimas 42 antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas corrigidas pela 1ª iteração. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação. 64

Tabela A.25: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 2ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 2ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados. 65

Tabela A.26: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 2ª iteração, para as últimas 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 2ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados. 66

Tabela A.27: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 2ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades. 67

Tabela A.28: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 2ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.....	68
Tabela A.29: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração, respetivamente.	69
Tabela A.30: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração, respetivamente.	70
Tabela A.31: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	71
Tabela A.32: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	72
Tabela A.33: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	73
Tabela A.34: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	74
Tabela A.35: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.	76
Tabela A.36: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente. ...	77
Tabela A.37: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	79
Tabela A.38: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.	80

Tabela A.39: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	81
Tabela A.40: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	82
Tabela A.41: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.....	84
Tabela A.42: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente. ...	85
Tabela A.43: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	87
Tabela A.44: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	88
Tabela A.45: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	89
Tabela A.46: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.....	90
Tabela A.47: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado de Indícios, com um nível de significância de 95%.....	91
Tabela A.48 síntese dos resultados dos testes da Binomial aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.....	91

Lista de Gráficos

Gráfico 2.1: curva das probabilidades de Default estimadas mensais partindo do estado Regular vs curva das probabilidades de Default estimadas mensais alisada partindo do estado Regular.	10
Gráfico 4.1: análise das probabilidades observadas em relação ao intervalo de aceitação de 95% calculado pela distribuição Binomial.	26
Gráfico 4.2: comparação entre as probabilidades mensais sem e após a 1ª Iteração da correção da curva.	28
Gráfico 4.3: análise das probabilidades observadas em relação ao intervalo de aceitação de 95% calculado pela distribuição Binomial, associado à curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração.	29
Gráfico 4.4: comparação entre as probabilidades mensais obtidas pela 1ª e 2ª iteração.	30
Gráfico A.1: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.	42
Gráfico A.2: eventos observados vs eventos estimados por antiguidade.	45
Gráfico A.3: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.	75
Gráfico A.4: eventos observados vs estimados por antiguidade.	78
Gráfico A.5: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.	83
Gráfico A.6: eventos observados vs eventos estimados por antiguidade.	86

Capítulo 1

Introdução

O tema abordado neste Projeto final de Mestrado insere-se no âmbito da atividade profissional desenvolvido numa instituição Bancária, nomeadamente num Projeto relativo ao desenvolvimento de um modelo de *Backtesting* aos parâmetros de risco utilizados no modelo de cálculo das perdas por imparidade. Com efeito, trata-se de um tema que, não só apresenta uma elevada relevância em termos da rendibilidade das instituições financeiras, como a complexidade inerente, motiva a exploração numa vertente mais académica.

A realização do exercício do *Backtesting* aos parâmetros de risco utilizados no modelo de cálculo das perdas por imparidade constitui um requisito regulamentar imposto inicialmente na publicação da norma IAS 39 *Financial Instruments: Recognition and Measurement* (Comissão Europeia, 2011), que cita “*The methodology and assumptions used for estimating future cash flows are reviewed regularly to reduce any differences between loss estimates and actual loss experience*”. Posteriormente, o Banco de Portugal, supervisor Nacional das instituições de crédito, das sociedades financeiras e das instituições de pagamento, deu orientações para o reporte dos modelos de imparidade através da instrução nº5/2013 (Banco de Portugal, 2014), do qual se lê no ponto 3.2.4: “*Descrição do processo e resultados do exercício de Backtesting efetuado pelo grupo/entidades individuais (se aplicável). Esta informação deverá ser preparada pelo Grupo e sujeita a revisão pelo Auditor.*”.

Por fim, a necessidade foi reforçada pelo Banco de Portugal aquando a publicação da Carta Circular nº2/2014 (Banco de Portugal, 2014) onde impõe uma periodicidade mínima de um ano no exercício a todas as instituições financeiras, bem como dá orientações específicas sobre a documentação que deve fazer parte do reporte. Nesse sentido, surgiu a necessidade das instituições financeiras desenvolverem metodologias internas que satisfaçam as exigências dos supervisores relativamente a este tema.

O exercício de *Backtesting* tem como objetivo primordial o de minimizar as diferenças entre as perdas estimadas por imparidade e as perdas efetivamente incorridas, testando os parâmetros de risco inerentes, de forma a calibrar os pressupostos adotados.

Assim, este Projeto pretende descrever uma das metodologias utilizadas para testar as probabilidades de *Indícios/Default* utilizados nos modelos de imparidade baseada na realização de testes estatísticos, que permitirão aferir com um certo nível de confiança, se existem diferenças estatisticamente significativas entre as probabilidades estimadas e as observadas. Para os casos em que se verificarem discrepâncias significativas, de acordo com *thresholds* de decisão definidos, apresenta-se um método de correção, no sentido de alinhar as probabilidades estimadas às observadas.

O presente trabalho está organizado do seguinte modo:

- ❖ Capítulo 2: é feito um enquadramento dos parâmetros do modelo de cálculo das perdas por imparidade do crédito e explicado, de uma forma muito sintetizada, como são calculadas as probabilidades estimadas mensais alisadas de *Default/Indícios* consideradas neste estudo.

- ❖ Capítulo 3: é apresentada a metodologia utilizada para o exercício de *Backtesting* às probabilidades estimadas anuais alisadas, bem como são apresentados os testes estatísticos aplicados e os respectivos *thresholds* definidos, para se poder afirmar se existe, ou não, aderência entre os eventos estimados e os observados. Por último, é descrito o algoritmo utilizado na correção das curvas que não sejam aceites nos testes de hipóteses.
- ❖ Capítulo 4: são apresentados os resultados obtidos pelo exercício de *Backtesting*, para cada curva das probabilidades estimadas anuais alisadas, tendo em conta o segmento mais significativo da carteira de crédito da instituição bancária. Adicionalmente, para as curvas que são rejeitadas pelos testes estatísticos, é aplicada a correção descrita no capítulo anterior, permitindo obter uma curva de probabilidades estimadas mais próxima das observadas.
- ❖ Capítulo 5: é feita a conclusão relativamente ao método de estimação das probabilidades estimadas e, são mencionadas algumas consequências dos resultados no valor de imparidade final da instituição Bancária. Adicionalmente, é dada a perspectiva de que esta metodologia poderá ser a base para novas fórmulas de cálculo das probabilidades estimadas.

Capítulo 2

Parâmetros de Risco do Modelo de Imparidade

No contexto da adoção das Normas Internacionais de Contabilidade, surgiu a necessidade de as instituições financeiras desenvolverem modelos internos que visam apurar as perdas por imparidade das suas carteiras de crédito. Desta forma, foi definida uma periodicidade mensal para ser avaliada a existência de evidências objetivas de que um ativo financeiro se encontra em imparidade. Considera-se que um ativo se encontra em imparidade e, conseqüentemente, reconhecem-se perdas por imparidade, se existem evidências objetivas de terem ocorrido eventos, após o reconhecimento inicial do ativo, que têm ou poderão vir a ter impacto nos *cash-flows* futuros esperados.

Poderá ser definida como perdas por imparidade de uma operação, a diferença entre o valor de balanço e o valor atual dos *cash-flows* futuros, descontados à taxa efetiva da operação (IFRS Foundation, 2014). Assim, surgiu a necessidade de serem calculados parâmetros que, com base em comportamentos passados de operações da carteira de crédito com características similares, estimam a probabilidade de um ativo passar de um estado menos grave para outro mais grave influenciando os *cash-flows* da operação no futuro. Estes parâmetros são denominados, respetivamente, por probabilidades de *Default* (PD) e probabilidades de Indícios (PI). Tal como o próprio nome indica, a PD mede a probabilidade de uma operação atingir o estado de *Default*, enquanto a PI mede a probabilidade de apresentar Indícios.

No dia-a-dia das instituições financeiras, este é um tema bastante importante, uma vez que acarreta impactos bastante significativos na constituição de provisões para o risco de crédito.

O modelo de cálculo das perdas por imparidade tem ainda em conta um terceiro parâmetro, *Loss Given Default* (LGD), que visa medir a perda estimada em caso de *Default* da operação (Greg M. Gupton, Roger M. Stein, 2002). No entanto, este parâmetro não irá ser analisado no âmbito deste Projeto, visto que dada a elevada complexidade inerente à abordagem do tema, não se torna razoável a consideração de todos os parâmetros numa só dissertação.

Em suma, irão ser abordados/testados neste Projeto os dois primeiros parâmetros de risco: as probabilidades de Indícios e as probabilidades de *Default*.

2.1 Estados da Operação no Âmbito do Modelo de Imparidade

No âmbito do modelo de cálculo das perdas por imparidade, existem 3 tipos de estados que uma operação pode apresentar de forma a caracterizar o seu comportamento no Banco:

- ❖ Regular,
- ❖ Indícios,
- ❖ *Default*.

Define-se operação em estado Regular como sendo uma operação que não apresenta atraso superior a 30 dias no pagamento das prestações e não apresenta nenhum evento de crédito. Por outro lado, considera-se que uma operação apresenta Indícios de imparidade quando verifica atraso entre 30 a

90 dias (inclusive) no pagamento das respetivas prestações, ou evidência, pelo menos, um dos seguintes eventos de crédito:

- ❖ Atraso de pagamento na Central de Responsabilidades de Crédito (CRC) (Banco de Portugal) superior a 10% das responsabilidades totais do crédito do Cliente enquanto 1º titular;
- ❖ O titular encontra-se marcado no sistema interno de vigilâncias especiais¹.

Por fim, uma operação encontra-se em *Default* quando não existe pagamento da prestação há, pelo menos, 91 dias ou o cliente titular apresenta-se em situação de Falência/Insolvência ou PER (Processo Especial de Revitalização).

2.2 Probabilidade de Indícios/Default – PI/PD

A PI e a PD são dois dos principais parâmetros nos modelos de risco de crédito. Têm como objetivo a medição da probabilidade dos devedores entrarem no estado de Indícios ou *Default* numa operação durante os 12 meses consecutivos seguintes à data de observação.

Segundo Heitfield (2004), existem duas filosofias principais para definir o comportamento destes dois parâmetros: uma filosofia *point-in-time* (PIT) e uma filosofia *through-the-cycle* (TTC). De uma forma bastante sintetizada, uma filosofia PIT tem em conta toda a informação externa disponível à data e a

¹ São marcados os Clientes no sistema interno de vigilância que se apresentam em PARI ou PERSI, ou que apresentem pelo menos uma operação reestruturada por dificuldades económicas.

probabilidade vai variando de acordo com as flutuações económicas existentes, isto é, o parâmetro acompanha o ciclo económico. Por outro lado, a filosofia TTC traduz-se em parâmetros constantes ao longo de um ciclo económico, encontrando-se alinhada com a média histórica observada e, normalmente a sua estimação considera um histórico temporal mais longo. É assumido que quanto maior o leque temporal considerado na estimação do parâmetro, mais as probabilidades tendem para uma filosofia TTC, resultando do facto de as flutuações tenderem a convergir para uma média.

A filosofia adotada para a estimação das probabilidades, neste Projeto, corresponde à abordagem *through-the-cycle*, por conduzir a estimativas menos voláteis.

2.2.1 Modelo de Cálculo da Probabilidade de Indícios/*Default* Estimadas Mensais

O modelo de estimação das PD/PI considerado neste trabalho, tem por base a observação histórica mensal dos estados em que se encontram as operações. Assim, é feita a contagem do número de meses que decorrem entre a primeira vez que a operação verifica o estado inicial da probabilidade (ponto de partida), até atingir o respetivo estado final (ponto de chegada). Esta contagem denomina-se por antiguidade da operação no estado inicial. Posteriormente, é feita uma contagem do número de operações que atingiram o ponto de chegada, por cada antiguidade. No final, a probabilidade estimada é calculada tendo em conta o número de operações que atingiram o ponto de chegada ao fim de t meses de antiguidade, sobre o universo válido, para cada antiguidade.

Para o cálculo das probabilidades estimadas mensais, devem ser selecionadas todas as operações de um dado segmento, que se encontrem ativas dentro de um período temporal de T meses, sendo apenas exigido que as mesmas se encontrem regulares na sua primeira “foto”, dentro desse período, descartando todas as operações que não verifiquem esta condição.

Considere-se, o cálculo da probabilidade de *Default* partindo do estado Regular. Seja N_0 o número total de operações inicialmente selecionadas para o universo das probabilidades estimadas. Define-se por:

- ❖ $X_{i,t}$ uma variável binária que toma o valor 1 se a i-ésima operação se encontra em *Default* ao fim de t meses no estado Regular ou Indícios (**ponto de chegada** da probabilidade estimada), e 0 caso contrário;
- ❖ $Z_{i,t}$ uma variável binária que toma o valor 1 se a i-ésima operação não tenha verificado o estado de *Default* até ter atingido a antiguidade t e, em $t + 1$, a **operação tenha sido liquidada**, e 0 caso contrário;
- ❖ $Y_{i,t}$ uma variável binária que toma o valor 1 se a i-ésima operação não verificou o estado de *Default*, nem foi liquidada até ter atingido a antiguidade t mas, no momento $t + 1$, não temos mais informação devido ao limite do histórico considerado, e 0 caso contrário. Estas operações são denominadas como **Nulls**.

Deste modo, as probabilidades estimadas mensais são calculadas pela seguinte fórmula:

$$p_t^{estimada} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{t-1}} X_{i,t}}{N_{t-1} - \sum_{i=1}^{N_t} Y_{i,t}}, t = 1, \dots, T \quad (1)$$

Sendo N_t , o número de operações com antiguidades t definido por:

$$N_t = \begin{cases} N_0 & , \quad t = 0 \\ N_{t-1} - \left(\sum_{i=1}^{N_{t-1}} X_{i,t} + \sum_{i=1}^{N_{t-1}} Y_{i,t} + \sum_{i=1}^{N_{t-1}} Z_{i,t} \right) & , \quad t > 0 \end{cases} \quad (2)$$

Designa-se por $\{P_t^{estimada}, t = 1, \dots, T\}$ a curva das probabilidades estimadas mensais.

Como exemplo ilustrativo da aplicabilidade da fórmula enunciada, foram gerados os seguintes resultados para as 10 primeiras antiguidades, tendo em conta um horizonte temporal de 84 meses:

Antiguidade	N_t	$\sum X_t$	$\sum Z_t$	$\sum Y_t$	PD estimada
0	12 575				
1	12 320	12	114	129	0,10%
2	12 085	4	85	146	0,033%
3	11 850	4	85	146	0,034%
4	11 640	17	74	119	0,145%
5	11 414	10	102	114	0,087%
6	11 156	8	115	135	0,071%
7	10 976	9	69	102	0,081%
8	10 770	6	75	125	0,055%
9	10 584	6	82	98	0,056%
10	10 396	5	77	106	0,048%

Tabela 2.1: resultados obtidos para as 10 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas mensais de Default partindo do estado Regular.

2.2.2 Alisamento das Curvas das Probabilidades Estimadas

Após o cálculo das probabilidades estimadas mensais, a curva obtida é sujeita a um alisamento utilizando o método dos mínimos quadrados. Mais precisamente, pretende-se encontrar os valores de a e b que melhor aproximem a curva estimada à função: $f(t) = a + b \ln(t)$. A partir desta função encontrada, é calculada a curva da probabilidade estimada mensal alisada.

No anexo A.I, encontra-se detalhado o método de cálculo dos mínimos quadrados de forma a encontrar a função logarítmica que melhor se adapta da curva das probabilidades estimadas mensais.

Após ter sido aplicado o método de cálculo dos mínimos quadrados à curva do exemplo anterior, foram obtidos os resultados que se apresentam no gráfico:

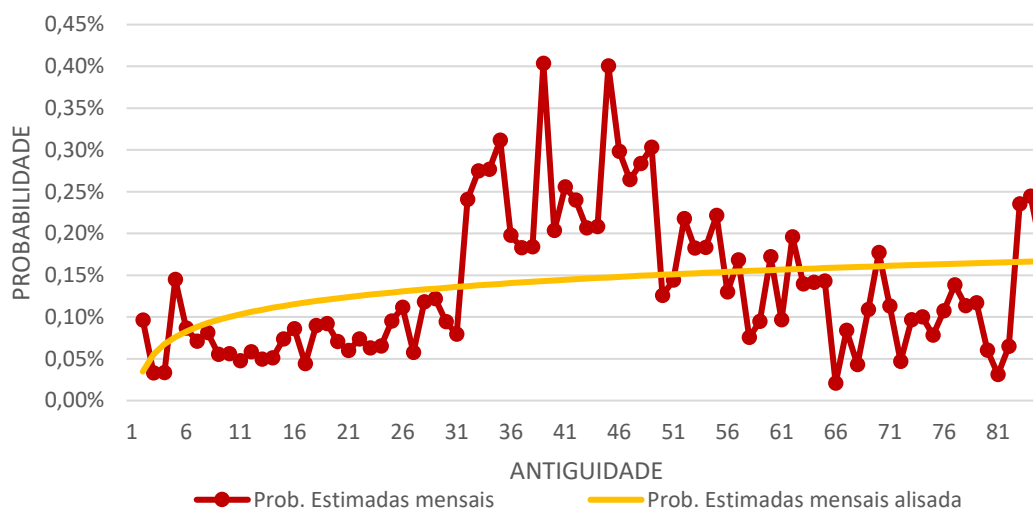


Gráfico 2.1: curva das probabilidades de Default estimadas mensais partindo do estado Regular vs curva das probabilidades de Default estimadas mensais alisada partindo do estado Regular.

O raciocínio aplicado ao exemplo descrito é análogo para as restantes curvas a estimar, do qual apenas deverá ter-se em atenção os diferentes estados de partida e chegada de cada curva.

2.2.3 Cálculo da Probabilidade Estimada Alisada Anual

As probabilidades estimadas em 2.2.2 dizem respeito a probabilidades de estados mensais. No entanto, neste exercício pretendem-se testar probabilidades anuais. Entende-se por probabilidade anual, a probabilidade de uma operação que se encontra no estado Regular/Indícios atingir um outro estado mais gravoso em, pelo menos, um dos 12 meses seguintes. Por exemplo, para uma operação que se encontra há 8 meses no estado de Indícios, é importante saber qual a probabilidade de a mesma entrar em *Default* nos próximos 12 meses, por forma a serem tomadas as devidas precauções ao nível das provisões do crédito.

Partindo da premissa de que as probabilidades mensais são independentes², calcular a probabilidade de uma operação atingir o ponto de chegada da curva em, pelo menos, um dos próximos 12 meses, corresponde a calcular a probabilidade inversa da operação nunca atingir o ponto de chegada da curva nos 12 meses subsequentes. Assim, temos que a probabilidade anual, para cada curva, resulta na seguinte fórmula:

$$P_t^{anual} = 1 - \prod_{i=0}^{11} (1 - P_{t+i}) \quad (3)$$

Onde,

P_{t+i} representa as probabilidades estimadas alisadas mensais da curva considerada, para a antiguidade $t + i$,

i representa o número de meses que falta para atingir os 12 meses.

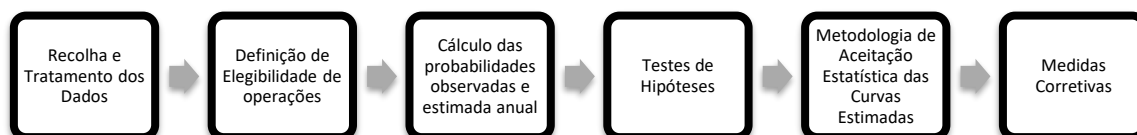
² “Due to correlation between defaults in a portfolio, observed default rates can systematically exceed the critical PD values if these are determined under the assumption of independence of the default events” (Basel Committee on Banking Supervision, 2005)

Capítulo 3

Metodologia e Dados:

Backtesting às Probabilidades Estimadas do Modelo de Imparidade

A metodologia adotada neste Projeto, consiste em comparar os dados comportamentais históricos dos meses que serviram de base para a estimação das probabilidades, com os dados comportamentais observados nos últimos 12 meses disponíveis. Com efeito, o modelo do *Backtesting* encontra-se assente nas seguintes macro atividades:



Adicionalmente, é necessário definir dois conceitos que serão mencionados no decorrer do Projeto:

- ❖ Data de corte – corresponde ao último mês utilizado no cálculo das probabilidades estimadas. Esta data será o ponto de partida para calcular as probabilidades observadas nos 12 meses seguintes consecutivos.
- ❖ Período de observação – corresponde aos 12 meses consecutivos após a data de corte e servirá para apurar as probabilidades observadas.

3.1 Recolha e Tratamento dos Dados

Por forma a ser identificado o universo da carteira que serve de base para o cálculo das probabilidades observadas, foram selecionadas todas as

operações que contribuíram para o cálculo das probabilidades estimadas e que se encontravam ativas à data de corte.

Posteriormente, foram adicionados os estados atribuídos a cada *operação* para os 12 meses subsequentes.

3.2 Definição de Elegibilidade de Operações

Define-se como operação elegível ao exercício, toda e qualquer operação, dentro do universo considerado, que se encontrava ativa à data de corte, com o estado igual ao ponto de partida da curva selecionada para o exercício. Por exemplo, para a curva da probabilidade de *Default* partindo de um estado Regular, o estado das operações à data de corte deverá ser de estado Regular.

3.3 Cálculo da Probabilidade Observada

A metodologia de contagem de eventos observados utilizada para o exercício do *Backtesting* segue os seguintes passos:

- ❖ Probabilidade de Indícios partindo do estado Regular:
 1. Apenas foram consideradas operações em estado Regular à data do corte;
 2. A antiguidade das operações foi calculada tendo em conta o número de meses que as mesmas se encontram regulares ininterruptamente até à data do corte;
 3. Por fim, fez-se uma contagem do número de operações que verificam o estado de Indícios durante o período de observação, dentro de cada antiguidade apurada no ponto anterior.

- ❖ Probabilidade de *Default* partindo do estado Regular:

Para a contagem dos eventos observados para esta curva, a metodologia é igual à descrita para a curva anterior, com exceção do último ponto, em que é feita a contagem do número de operações que verificaram o estado de *Default* durante o período de observação, dentro de cada antiguidade.

- ❖ Probabilidade de *Default* partindo do estado de Indícios:
 1. Apenas são consideradas operações em estado de Indícios à data do corte;
 2. A antiguidade das operações é calculada tendo em conta o número de meses que as mesmas se encontram com Indícios ininterruptamente até à data do corte;
 3. Por fim, faz-se uma contagem do número de operações que verificam o estado de *Default* durante o período de observação, dentro de cada antiguidade apurada no ponto anterior.

Concluídas as contagens e tomando para cada curva:

- ❖ U_t o número de operações elegíveis para a antiguidade t ,
- ❖ $X_{i,t}$ uma variável binária que toma o valor 1 se a i -ésima operação, com antiguidade t , tenha verificado o ponto de chegada no período de observação, e 0 caso contrário,

a probabilidade observada é calculada de seguinte fórmula:

$$P_t^{obs} = \frac{\sum_i^{U_t} X_{i,t}}{U_t} \quad (4)$$

3.4 Testes de Hipóteses

De forma a testar a aderência entre os eventos observados no último ano e os estimados com base na informação histórica de T meses, foram escolhidos dois testes estatísticos que irão permitir afirmar, com um certo nível de confiança, se existe (ou não) significância estatística entre os eventos.

Assim sendo, foi aplicado um teste não paramétrico – Teste do Qui-Quadrado de ajustamento – e dois testes com uma estatística de teste com distribuição discreta – Teste da Binomial.

3.4.1 Teste do Qui-Quadrado de Ajustamento

O principal objetivo deste teste é avaliar quantitativamente diferenças entre os eventos observados e os estimados (Maarse, 2012), ou seja, verificar se a distância entre os eventos se encontra dentro de um certo intervalo de confiança. Tendo em conta que os eventos estimados são calculados multiplicando as probabilidades estimadas alisadas anuais pelo universo elegível, irá ser testado, para cada curva e antiguidade t o seguinte:

$H_0:$	$H_1:$
<i>Existe aderência entre os eventos estimados e os observados</i>	<i>Não existe aderência entre os eventos estimados e os observados</i>

Com a estatística de teste dada por:

$$X_t^2 = \left[\sum_{i=0}^1 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \right]_t \sim \chi^2 \quad (5)$$

Onde,

$$i = \begin{cases} 0, & \text{representa o cenário de não Índicios/Default} \\ 1, & \text{representa o cenário de Índicios/Default} \end{cases}$$

o_i o número de eventos observados no cenário i ,

e_i o número de eventos estimados no cenário i .

Esta estatística, sob H_0 ser verdadeiro, tem uma distribuição de amostragem aproximada de um χ^2 com $(j-1)$ graus de liberdade, onde j representa o número de cenários. Uma vez que só existem dois cenários possíveis, temos que o número de graus de liberdade é sempre igual a 1.

Através dos cálculos que se encontram no anexo A.II, a estatística de teste referida anteriormente é equivalente a:

$$X_t^2 = \left[\frac{U(e_1 - o_1)^2}{e_1(U - e_1)} \right]_t \quad (6)$$

Onde,

U representa o número de operações no universo elegível existente para cada antiguidade.

Uma vez que se trata de um teste unilateral, o cálculo do p_{value} para cada antiguidade é dado por:

$$p_{value_t} = P(\chi^2(x, 1) > x_t^2) \quad (7)$$

Onde se rejeita a hipótese de existir aderência entre as observações sempre que $p_{value_t} \leq \alpha$, onde α representa o nível de significância assumido.

Nota: uma vez que a distribuição pressuposta é um limite de distribuição Binomial apenas válido para um número de amostras superiores a 30, então este teste deve ser apenas aplicado a antiguidades com universos superiores a 30 operações.

3.4.2 Teste da Binomial

Pretende-se com este teste, complementar as conclusões retiradas pelo teste do Qui-Quadrado assim como testar também se as probabilidades estimadas estão subestimadas em relação às observadas. Assim, as hipóteses a serem testadas para o teste 1 são:

$H_0:$	vs	$H_1:$
<i>Existe aderência entre os eventos estimados e os observados</i>		<i>Não existe aderência entre os eventos estimados e os observados</i>

E para o teste 2 são:

$H_0:$	vs	$H_1:$
<i>Existe aderência entre os eventos estimados e os observados</i>		<i>Os eventos estimados estão subestimados em relação aos observados</i>

Para ambos os testes e para cada tipo de curva a testar, a estatística de teste é dada por (Anderson, 2007):

$$X_t = \#Eventos\ observados \sim Binomial(U_t, P_t) \tag{8}$$

Onde,

U_t representa o universo da curva a testar com antiguidade t ,

P_t representa as probabilidades estimadas alisadas anuais da curva a testar com antiguidade t .

Assumindo um nível de significância α em ambos os testes, o p_{value} é dado por:

$$p_{value_t} = 2 \times \min[P(Bi(U_t, P_t) \leq x_t); P(Bi(U_t, P_t) > x_t)] \tag{9}$$

no primeiro teste e,

$$p_{value_t} = P(Bi(U_t, P_t) > x_t) \tag{10}$$

no segundo teste.

Onde se rejeita a existência de aderência entre os eventos observados e os estimados, sempre que $p_{value_t} \leq \alpha$.

Este teste é aplicado assumindo que todas as operações do universo, para o mesmo período de antiguidade t , possuem a mesma probabilidade de Indícios/*Default*.

3.5 Metodologia de Aceitação das Curvas Estimadas

A metodologia aplicada para se poder afirmar que existe aderência entre as probabilidades estimadas anuais e as observadas e concluir, para os casos em que não existe aderência, se a curva está subestimada em relação à probabilidade observada, encontra-se organizada por cenários de aceitação que dependem dos resultados globais obtidos em cada curva.

De forma a dar mais relevância aos resultados obtidos pelas antiguidades com maior concentração de operações elegíveis, procedeu-se ao cálculo da representatividade de cada antiguidade dentro do universo da curva:

$$peso_t = \frac{U_t}{\sum_{t=1}^T U_t} \quad (11)$$

Onde,

U_t representa o universo elegível da curva a testar com antiguidade t .

A Tabela A.1 do anexo A.III visa resumir os cenários que podemos obter combinando os diferentes testes, bem como as conclusões que se podem retirar com cada cenário.

Foram definidos para os diversos cenários, diferentes níveis de aceitação, sendo que para o teste do Qui-Quadrado de ajustamento afirmamos que a

curva é aceite, perante este teste, se pelo menos 50% das antiguidades ponderados pelo universo de operações elegíveis, são aceites, isto é:

$$Se \sum_{t=1}^T [1_{\{p_{value_t} > \alpha\}} \times peso_t] > 50\% \quad (12)$$

Onde,

$1_{\{p_{value_t} > \alpha\}}$ toma o valor 1 caso $p_{value_t} > \alpha$ e 0 caso contrário.

No que diz respeito aos testes da Binomial, foi definido que a curva só é aceite se mais de 50% das antiguidades ponderadas pelo peso não rejeitam ambas as hipóteses nulas, ou seja, que existe aderência entre os eventos estimados e os observados em ambos os testes. Caso não se verifique a condição anterior, a curva é diretamente rejeitada. No entanto, é importante saber o motivo pela qual a curva foi rejeitada, podendo estar subestimada, ligeiramente subestimada ou sobrestimada em relação à curva das probabilidades observadas. Desta forma, foram definidos os *thresholds* que se encontram na Tabela A.2 do anexo A.III para levantamento de conclusões.

No final, a curva só é aceite quando mais de 50% das antiguidades, ponderadas pelo universo, são aceites pelo teste do Qui-Quadrado e por ambos os testes da Binomial.

As curvas que não são aceites nestes testes, são analisadas e posteriormente alvo de medidas corretivas.

3.6 Medidas Corretivas

Nas situações em que as curvas das probabilidades estimadas alisadas anuais são rejeitadas nos testes de hipóteses, foi aplicado no âmbito deste Projeto, um conjunto de etapas com o objetivo de corrigir a distância entre as

probabilidades observadas e as estimadas, por forma a quando aplicarmos novamente os testes estas sejam aceites.

De uma forma geral, a abordagem seguida consiste em aplicar um escalar às 12 primeiras antiguidades das probabilidades estimadas mensais, que se encontrem fora do intervalo de aceitação calculado pelo primeiro teste da Binomial e proceder ao alisamento da nova curva através do método dos mínimos quadrados.

A primeira etapa, passa pelo cálculo do intervalo de aceitação, associado a cada antiguidade da curva rejeitada:

$$IA_{\alpha\%} = \left[\frac{Bi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}; P_t; U_t\right)}{U_t}; \frac{Bi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}; P_t; U_t\right)}{U_t} \right] \quad (13)$$

Onde,

P_t representa a probabilidade estimada alisada anual da curva com antiguidade t ;

U_t representa o universo elegível para a curva com antiguidade t .

Bi^{-1} representa a Binomial inversa.

Posteriormente, é apurado o valor do escalar a ser aplicado a cada uma das 12 primeiras antiguidades selecionadas para correção, tendo em conta os desvios entre os eventos estimados e os observados ao longo de toda a curva, isto é:

$$\delta = \frac{\sum_{t=1}^T [o_t \times 1_{\{D_t^- > o_t \text{ ou } D_t^+ < o_t\}}] - \sum_{t=1}^T (D_t^- \times 1_{\{D_t^- > o_t\}} + D_t^+ \times 1_{\{D_t^+ < o_t\}})}{\sum_{t=1}^T (D_t^- \times 1_{\{D_t^- > o_t\}} + D_t^+ \times 1_{\{D_t^+ < o_t\}})} \quad (14)$$

Onde,

$$D_t^- = \frac{Bi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}; P_t; U_t\right)}{U_t} \quad (15)$$

$$D_t^+ = \frac{Bi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2}; P_t; U_t)}{U_t} \quad (16)$$

Sendo que:

- ❖ $1_{\{D_t^- > o_t \text{ ou } D_t^+ < o_t\}}$ toma valor 1 caso o evento observado, com antiguidade t , esteja fora do intervalo de aceitação, 0 caso contrário,
- ❖ $1_{\{D_t^- > o_t\}}$ toma valor 1 caso o evento observado, com antiguidade t , esteja fora da fronteira inferior do intervalo de aceitação, 0 caso contrário,
- ❖ $1_{\{D_t^+ < o_t\}}$ toma valor 1 caso o evento observado, com antiguidade t , esteja fora da fronteira superior do intervalo de aceitação, 0 caso contrário,
- ❖ o_t representa o número de eventos observados com antiguidade t

Em suma, o escalar representa a distância média dos eventos observados fora do intervalo de aceitação em relação ao limite mais próximo.

De seguida, são corrigidas as probabilidades estimadas mensais que se apresentem fora dos limites do intervalo de aceitação nos primeiros 12 meses de antiguidade:

$$P_t^{Corr} = \begin{cases} P_t * (1 + \delta) & \text{se } t \leq 12 \\ P_t & \text{c. c.} \end{cases} \quad (17)$$

Apurada a nova curva de probabilidades estimadas mensais, é necessário recorrer ao método dos mínimos quadrados, de forma a encontrar uma função da família $a + b \ln(t)$ que melhor se ajuste aos dados e que minimize a soma dos quadrados das diferenças entre os eventos estimados (corrigidos) e os observados. Temos então a seguinte formulação matemática:

$$\text{Minimizar } Q = \sum_{t=1}^T (P_t^{Corr} - a - b \cdot \ln(t))^2 \quad (18)$$

Onde,

P_t^{Corr} representa a probabilidade estimada mensal corrigida, para a curva selecionada, com antiguidade t .

A partir dos cálculos que se encontram no anexo A.I, obtém-se as seguintes igualdades:

$$a = \frac{(\sum_{t=1}^T P_t^{Corr}) \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t^{Corr}] \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - (\sum_{t=1}^T \ln(t))^2} \quad (19)$$

$$b = \frac{T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t^{Corr}] - \sum_{t=1}^T P_t^{Corr} \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - (\sum_{t=1}^T \ln(t))^2} \quad (20)$$

Obtida a função que melhor se ajusta às probabilidades corrigidas, procede-se ao cálculo da curva estimada mensal alisada corrigida e, posteriormente, ao cálculo das probabilidades anuais que irão ser novamente testadas pelos testes estatísticos mencionados no subcapítulo anterior.

Este algoritmo irá ter tantas interações quantas as necessárias para se obter uma boa aderência entre a curva estimada e a observada.

Capítulo 4

Análise de Resultados

Neste capítulo, serão aplicadas a teoria e metodologia descritas nos capítulos anteriores, tendo em consideração um dos segmentos com maior peso na carteira de crédito das instituições bancárias de retalho.

4.1 Probabilidade de Indícios Partindo do Estado Regular

Tendo como base para o cálculo das probabilidades estimadas mensais, um histórico de 84 meses, com início em julho de 2009 até junho de 2016, e para o exercício do *Backtesting* o ano seguinte, os resultados obtidos para esta curva, são apresentados nos subcapítulos que se seguem.

4.1.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

O exercício de *Backtesting* às probabilidades de Indícios, partindo do estado Regular, irá ter como base de teste a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais que, por sua vez, tem como base a curva das probabilidades estimadas alisadas mensais. A representação das curvas das probabilidades, por antiguidade, encontra-se no Gráfico A.1 do anexo A.IV.

4.1.2 Probabilidades Observadas

No que diz respeito à recolha e tratamento dos dados para calcular os eventos observados e, posteriormente, as probabilidades observadas, verificou-se que cerca de 94% da carteira de crédito ativa à data do corte (9968 operações) cumpre com as condições de elegibilidade requeridas. Posteriormente, foram identificados todos os estados mensais dessas operações nos 12 meses

subsequentes à data do corte (entre julho e junho de 2017) por forma a criar o período de observação.

Criado o universo de base e respetivos estados, os próximos passos foram:

- ❖ Calcular a antiguidade de cada operação,
- ❖ Identificar quais as operações que verificam o estado de Indícios dentro do período de observação.

Desta forma, a partir da Tabela A.3 e da Tabela A.4 que se encontram no anexo A.IV, pode ser consultada a distribuição, por antiguidade, do número de operações elegíveis e quantas dessas atingiram o estado de Indícios no período de observação. Tendo o universo e o número de eventos observados para cada antiguidade, foi aplicada a fórmula (4) de modo a serem apuradas as probabilidades observadas. Adicionalmente, foram calculados os eventos estimados, multiplicando as probabilidades estimadas anuais alisadas pela dimensão do universo elegível. No Gráfico A.2 do anexo A.IV podem ser consultados os eventos estimados e observados por antiguidade.

4.1.3 Testes de Hipóteses

Após terem sido calculadas as probabilidades observadas partindo do estado Regular para o estado de Indícios durante os 12 meses subsequentes, o próximo passo focou-se em verificar se existia ou não aderência entre os eventos observados e os estimados.

Teste do Qui-Quadrado de Ajustamento

Com vista a serem testadas as hipóteses mencionadas no capítulo anterior, foi aplicada a estatística de teste (6) a cada uma das antiguidades cujo universo elegível fosse superior a 30 operações. Assim, utilizando um nível de confiança

de 95%, foram obtidos os resultados que se encontram na Tabela A.5 e na Tabela A.6 do anexo A.IV, para cada antiguidade. Por fim, foi testada a condição (12), do qual se verifica que a curva é rejeitada segundo o *threshold* definido: pelo menos 50% das operações elegíveis passarem nos testes de hipóteses, isto é, não rejeitar H_0 .

Rejeitar H_0 ?	Resultados	Conclusão
Não	47,0%	Não existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	47,5%	

Tabela 4.1: síntese dos resultados obtidos para a curva de probabilidades de Índícios partindo do estado Regular, segundo o teste do Qui-Quadrado com um nível de significância de 95%.

Teste da Binomial

Tendo sido já mencionado no Capítulo 2, foram testadas duas hipóteses alternativas recorrendo ao teste da Binomial.

Utilizando os eventos observados e estimados anteriormente calculados (anexo A.IV) e, após o cálculo da estatística de teste (8), foram obtidos os resultados que se encontram na Tabela A.7 e na Tabela A.8 do anexo A.IV, com um nível de confiança de 95%. Desta forma, verificou-se que apenas 47,6% das antiguidades ponderadas pelo universo elegível, não rejeitam a hipótese nula em ambos os testes da Binomial.

Tendo em conta a metodologia de aceitação estipulada, concluiu-se que é rejeitada a hipótese de existir aderência entre os eventos observados e estimados. De acordo com os *thresholds* definidos, em caso de rejeição dos testes de hipóteses, verificou-se que a curva das probabilidades estimadas, encontra-se subestimada em relação às probabilidades observadas, em mais que 10% do universo elegível.

Rejeitar H_0 no teste 1?	Rejeitar H_0 no teste 2?	Resultados	Conclusão
Não	Não	47,6%	Reestimar a Curva - Curva estimada encontra-se subestimada em mais que 10% das observações
Sim	Sim	11,8%	
Não	Sim	3,7%	
Sim	Não	36,9%	

Tabela 4.2: síntese dos resultados obtidos para a curva de probabilidades de Índícios partindo do estado Regular, para os dois testes da Binomial, com um nível de significância de 95%.

4.1.4 Medidas Corretivas

Uma vez que a curva testada não verificou a condição de, pelo menos, 50% do universo elegível ser aceite pelo teste do Qui-Quadrado e por ambos os testes da Binomial, foi necessário aplicar a metodologia de medidas corretivas enunciada no Capítulo 3.

1ª Iteração

Foi calculado o intervalo de aceitação associado ao teste da Binomial para cada antiguidade da curva das probabilidades estimadas alisadas anuais, cujos resultados podem ser consultados na Tabela A.9 e Tabela A.10 do anexo A.IV e que se encontram representados no gráfico em baixo.

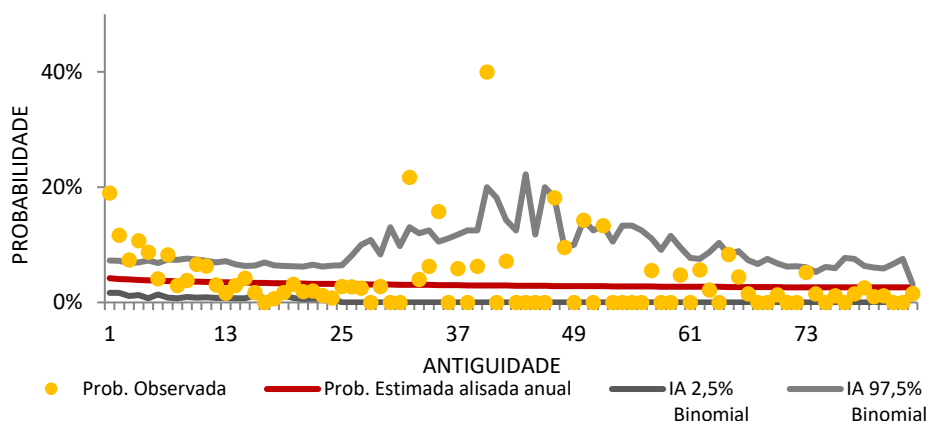


Gráfico 4.1: análise das probabilidades observadas em relação ao intervalo de aceitação de 95% calculado pela distribuição Binomial.

A partir do gráfico acima verificou-se que apesar de muitas das probabilidades observadas se encontrarem dentro do intervalo de aceitação, as que estão fora

apresentam um grande peso em relação ao universo elegível da curva, o que levou a rejeição da hipótese da aderência entre as probabilidades.

Assim, para proceder à correção da curva estimada anual alisada, foi aplicada a fórmula (14), com o objetivo de calcular o escalar de correção δ obtendo-se $\delta = 62,06\%$. Isto significa que, a curva original deverá ser trasladada positivamente 62,06% para que algumas das probabilidades observadas sejam incluídas dentro do intervalo de aceitação definido.

De acordo com a metodologia apresentada, o valor de δ apenas deverá ser aplicado às 12 primeiras antiguidades das probabilidades estimadas mensais não alisadas, das quais verificámos que as probabilidades observadas se encontravam localizadas fora do intervalo de aceitação do Gráfico 4.1.

Apurados os valores corrigidos das probabilidades estimadas mensais, foi aplicado o método dos mínimos quadrados, de forma a encontrar a função $P_t = a + b \ln(t)$ que melhor se ajusta à nova curva de probabilidades. Assim, a partir dos cálculos que se encontram na Tabela A.11 e Tabela A.12 do anexo A.IV, foi obtida a função: $P_t = 0,00629 - 0,001 \ln(t)$, que aplicada a todas as antiguidades, gerou uma nova curva de probabilidades estimadas mensais alisadas. Por conseguinte, foram calculadas as probabilidades estimadas alisadas anuais que se encontram detalhadas, por antiguidade, na Tabela A.13 e na Tabela A.14 do anexo A.IV e, novamente calculados os eventos estimados (Tabela A.15 e Tabela A.16 do anexo A.IV).

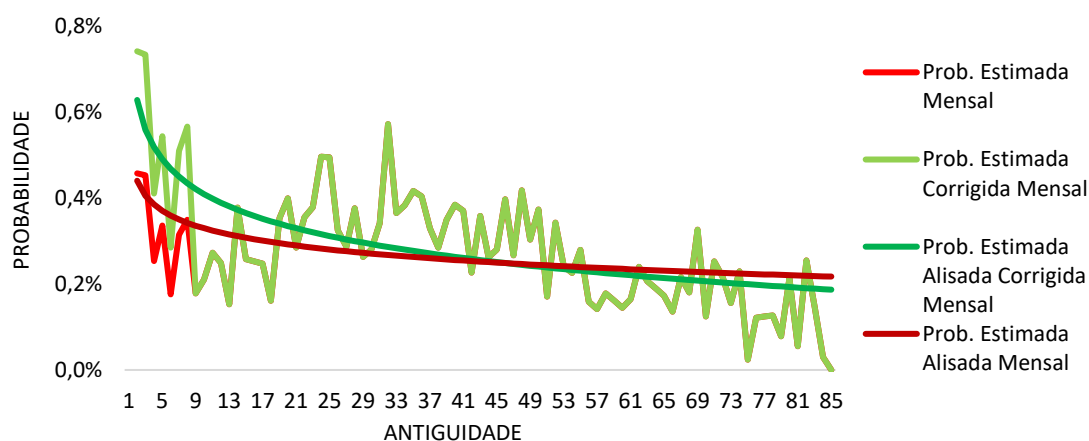


Gráfico 4.2: comparação entre as probabilidades mensais sem e após a 1ª iteração da correção da curva.

Posteriormente, foram aplicados os testes de hipóteses à nova curva das probabilidades anuais alisadas, de forma a verificar se, com esta correção, já existe aderência entre os eventos estimados e os observados em mais de 50% do universo elegível. Os resultados detalhados, de ambos os testes, encontram-se entre a Tabela A.17 e Tabela A.20 do anexo A.IV.

Pela análise da Tabela A.21 e Tabela A.22 do anexo A.IV, verificou-se que a traslação da curva não foi suficiente para a mesma ser aceite. Como consequência, uma nova medida de correção deverá ser aplicada a esta nova curva repetindo todo o processo da 1ª iteração.

2ª iteração

Foi calculado o intervalo de aceitação associado ao teste da Binomial para cada antiguidade da curva obtida pela 1ª iteração, cujos resultados podem ser consultados na Tabela A.23 e Tabela A.24 do anexo A.IV e que se encontram representados no gráfico em baixo.

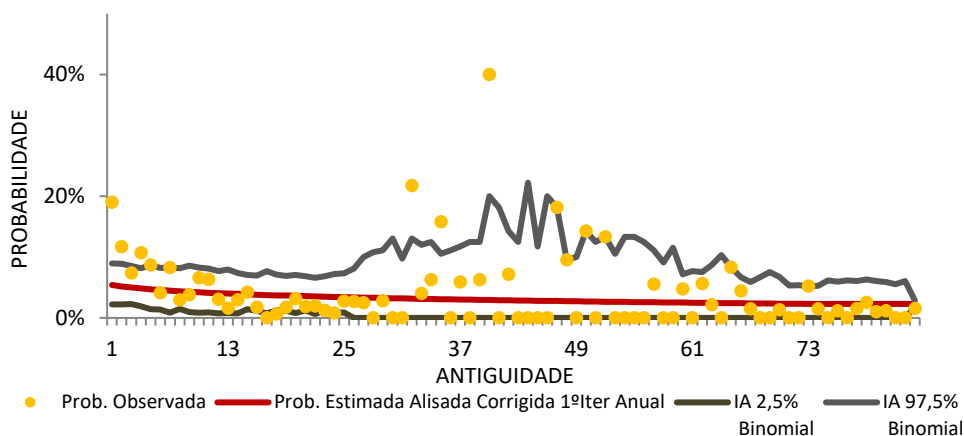


Gráfico 4.3: análise das probabilidades observadas em relação ao intervalo de aceitação de 95% calculado pela distribuição Binomial, associado à curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração.

Pela análise do gráfico acima e pelos resultados dos testes de hipóteses, verificou-se que apesar de algumas das probabilidades observadas, que anteriormente estavam fora do intervalo de aceitação já se encontrarem dentro, ainda existem outras probabilidades que se encontram fora das fronteiras, com uma elevada representatividade no universo elegível.

Assim, foi aplicada novamente a fórmula (14), de modo a recalcular um novo escalar de correção, tendo sido obtido o valor percentual de 64,84%. Isto significa que, a curva das probabilidades mensais obtida pela 1ª iteração deverá ser trasladada positivamente 64,84 pontos percentuais.

Após a multiplicação do escalar às primeiras 12 antiguidades das probabilidades que se encontravam fora da fronteira de aceitação do Gráfico 4.3, é necessário recalcular novamente, pelo método dos mínimos quadrados a curva das probabilidades mensais alisadas. Desta forma, pelos cálculos que se encontram detalhados na Tabela A.25 e na Tabela A.26 do anexo A.IV, foi obtida a função $P_t = 0,0086 - 0,0016 \ln(t)$ que minimiza as distâncias entre as probabilidades mensais e a função logaritmo. Através desta função, são

recalculadas as probabilidades para todas as antiguidades, gerando uma nova curva de probabilidades estimadas corrigidas mensais alisadas. Por fim, foi calculada a curva de probabilidades estimadas alisadas anuais, que se encontram detalhadas na Tabela A.27 e na Tabela A.28 do anexo A.IV.

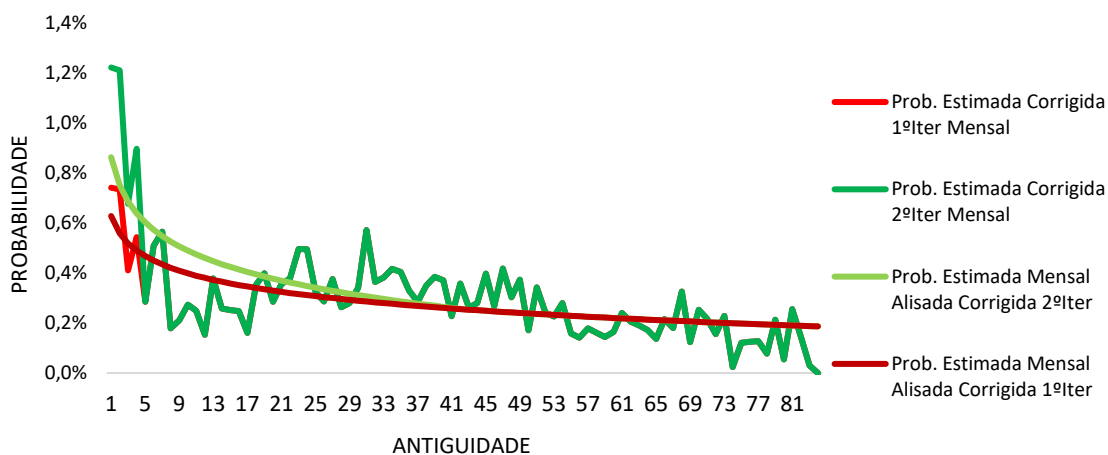


Gráfico 4.4: comparação entre as probabilidades mensais obtidas pela 1ª e 2ª iteração.

Posteriormente, foram aplicados novamente os testes de hipóteses à nova curva, de forma a verificar se, com esta correção, existe aderência entre os eventos estimados e os observados em mais que 50% das antiguidades ponderadas pelo peso.

Rejeitar H_0 ?	Resultados	Conclusão
Não	84,2%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	10,2%	

Tabela 4.3: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração.

Rejeitar H_0 no teste 1?	Rejeitar H_0 no teste 2?	Resultados	Conclusão
Não	Não	88,1%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	Sim	8,3%	
Não	Sim	0,6%	
Sim	Não	3,1%	

Tabela 4.4: síntese dos resultados dos testes da Binomial para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração.

Através dos resultados que se encontram sistematizados nas tabelas anteriores e detalhados entre a Tabela A.29 e a Tabela A.34 do anexo A.IV, verificou-se que a traslação da curva na 2ª iteração do algoritmo foi suficiente para ser aceite em ambos os testes. Desta forma, encontra-se concluída a correção da curva estimada da probabilidade de Indícios.

4.2 Probabilidade de *Default* Partindo do Estado Regular

O raciocínio aplicado a esta curva de probabilidades é análogo ao aplicado à curva das probabilidades de Indícios partindo do estado Regular, pelo que apenas serão apresentados os resultados obtidos pelo exercício e as respetivas conclusões.

4.2.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

As curvas das probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas, encontram-se representadas no Gráfico A.3 do anexo A.V.

4.2.2 Probabilidades Observadas

O cálculo da probabilidade observada para este tipo de curva é em todo semelhante ao referido na curva anterior, com exceção do facto que são identificadas todas as operações que, no período de observação, atingiram o estado de *Default*. O detalhe dos cálculos encontra-se na Tabela A.35 e na Tabela A.36 do anexo A.V bem como a respetiva representação gráfica dos eventos observados/estimados (Gráfico A.4).

4.2.3 Testes de Hipótese

O detalhe dos resultados dos testes aplicados a esta curva encontra-se entre a Tabela A.37 e a Tabela A.40 do anexo A.V, pelo que, foi possível concluir que

existe aderência entre os eventos estimados e os observados em mais de 50% do universo elegível, quer no teste do Qui-Quadrado quer nos testes da Binomial. Assim, não foi necessário proceder a nenhuma medida corretiva para esta curva de probabilidades.

Rejeitar H_0 ?	Resultados	Conclusão
Não	53,6%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	40,9%	

Tabela 4.5: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.

Rejeitar H_0 no teste 1?	Rejeitar H_0 no teste 2?	Resultados	Conclusão
Não	Não	56,6%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	Sim	2,3%	
Não	Sim	35,5%	
Sim	Não	5,7%	

Tabela 4.6: síntese dos resultados dos testes da Binomial aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.

4.3 Probabilidade de *Default* Partindo do Estado de Indícios

4.3.1 Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

As curvas das probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas, encontram-se representadas no Gráfico A.5 do anexo A.VI.

4.3.2 Probabilidades Observadas

O cálculo das probabilidades de *Default* observadas partindo do estado de Indícios, é análogo ao das probabilidades observadas da curva da probabilidade de *Default* partindo do estado Regular, com exceção do facto que o ponto de partida para o cálculo da antiguidade da operação é o estado de Indícios. Desta forma, foi obtida a distribuição do número de operações por antiguidade, que se encontra detalhada na Tabela A.41 e a Tabela A.42 do anexo A.VI, bem como a respetiva representação gráfica (Gráfico A.6).

4.3.3 Testes de Hipótese

Através dos resultados dos testes estatísticos aplicados a esta curva, foi possível concluir que existe aderência entre os eventos estimados e os observados em mais de 50% do universo elegível, quer no teste do Qui-Quadrado quer nos testes da Binomial. Como consequência, não foi necessário proceder a nenhuma medida corretiva da curva de probabilidades.

O detalhe dos testes estatísticos aplicados encontra-se entre a Tabela A.43 e a Tabela A.46 do anexo A.VI e sintetizados nas tabelas Tabela A.47 e Tabela A.48 do mesmo anexo.

Capítulo 5

Conclusão

Nesta dissertação, foi realizado um estudo que tinha como objetivo primordial verificar a existência de aderência entre as curvas das probabilidades estimadas alisadas e as observadas, utilizadas no cálculo do modelo de perdas por imparidade. Para os casos em que os resultados obtidos pelos testes estatísticos demonstrassem que não existia aderência significativamente relevante entre as probabilidades, este estudo tinha como objetivo adicional, aplicar um método de ajuste da curva estimada aos dados mais recentes observados.

A metodologia aplicada à carteira considerada neste Projeto mostra resultados satisfatórios para as curvas das probabilidades de *Default* partindo do estado Regular e Indícios. No entanto, para a curva das probabilidades de Indícios, foi constatado que as probabilidades estimadas se encontravam bastante subestimadas em relação às observadas, pelo que foi necessário recorrer a medidas corretivas.

É de salientar que a metodologia aplicada neste Projeto serve os propósitos das exigências regulamentares no que concerne ao *Backtesting* a parâmetros de risco de crédito em vigor. No entanto, com a adoção da nova norma de contabilidade internacional IFRS9 (Foundation, 2014) cuja entrada em vigor está prevista para dia 1 de janeiro de 2018, será necessário um ajuste da metodologia de *Backtesting* às probabilidades de *Default*, as quais passam a ser prospectivos e não apenas estimadas recorrendo exclusivamente ao

histórico e às perdas incorridas. Adicionalmente, no caso de uma operação revelar aumento significativo de risco, a nova norma exige a substituição da estimação de probabilidades de incumprimento a 12 meses para toda maturidade da obrigação financeira, exigindo a estimação de curvas de probabilidades, que até então não se tornava obrigatória. Neste sentido, e tendo em conta que a metodologia apresentada neste trabalho assenta em curvas de probabilidades, revela-se um ponto de partida para a definição de uma metodologia de *Backtesting* ajustada às exigências regulamentares futuras.

Bibliografia

- Anderson, R. (2007). *The Credit Scoring Toolkit Theory and Practice for Retail Credit Risk Management and Decision Automation*. Oxford University Press, 214-215.
- Banco de Portugal. (2013). Instrução nº 5/2013. *Imparidade sobre a carteira de crédito*. Lisboa.
- Banco de Portugal. (2014). Carta Circular nº 02/2014/DSP. *Critérios de referência - Mensuração da imparidade da carteira de crédito e respetivas divulgações*. Lisboa.
- Banco de Portugal. (s.d.). Central de Responsabilidades de Crédito. *Manual*.
- Basel Committee on Banking Supervision. (2005). Studies on the Validation of Internal Rating Systems . *Working Paper No. 14* , p. 3.
- Comissão Europeia. (18 de Fevereiro de 2011). International Accounting Standard 39 Financial Instruments: Recognition and Measurement. p. 52.
- Foundation, 2. I. (2014). IFRS 9 Financial Instruments. 14-22.
- Greg M. Gupton, Roger M. Stein. (2002). LossCalc™: Moody's Model for Predicting Loss Given Default (LGD). *Moody's Investors Service*, 6-7.
- Heitfield, E. (2004). Rating system dynamics and bank-reported default probabilities under the New Basel Capital Accord. Federal Reserve Board.
- IFRS Foundation. (2014). International Accounting Standards Board: Impairment, Overview of tentative expected credit loss impairment model.
- Maarse, B. (2012). Backtesting Framework for PD, EAD and LGD. *Master Thesis*, p. 27.

A Anexos

A.1 Método dos Mínimos Quadrados

Seja P_t a probabilidade estimada mensal de uma dada curva tal como definida no Capítulo 2. De seguida foi desenvolvido o Método dos Mínimos Quadrados com o objetivo de encontrar a função logaritmo que melhor se aproxima à curva estimada:

$$\text{Minimizar } Q = \sum_{t=1}^T (P_t - a - b \cdot \ln(t))^2 \quad (21)$$

Os candidatos a ponto mínimo são aqueles para os quais as derivadas parciais de Q , em relação a cada um de seus parâmetros, são nulas, isto é:

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = -2 \left(\sum_{t=1}^T [P_{t,c} - a - b \cdot \ln(t)] \right) = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = -2 \sum_{t=1}^T \ln(t) \left(\sum_{t=1}^T [P_{t,c} - a - b \cdot \ln(t)] \right) = 0 \quad (23)$$

Tendo em vista que:

$$-2 \left(\sum_{t=1}^T [P_{t,c} - a - b \cdot \ln(t)] \right) = -2 \left(\sum_{t=1}^T P_{t,c} - aT - b \sum_{t=1}^T \ln(t) \right) \quad (24)$$

e,

$$-2 \sum_{t=1}^T \ln(t) \left(\sum_{t=1}^T [P_{t,c} - a - b \cdot \ln(t)] \right) = -2 \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \cdot P_{t,c} - a \sum_{t=1}^T \ln(t) - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 \right) \quad (25)$$

Temos a seguinte equivalência:

$$-2 \left(\sum_{t=1}^T P_{t,c} - aT - b \sum_{t=1}^T \ln(t) \right) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{\sum_{t=1}^T P_{t,c} - b \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T} \quad (26)$$

logo,

$$\begin{aligned}
 & -2 \left(\sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - a \sum_{t=1}^T \ln(t) - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - \left(\frac{\sum_{t=1}^T P_t \ln(t) - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2}{T} \right) \sum_{t=1}^T \ln(t) - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - \frac{\sum_{t=1}^T P_t \sum_{t=1}^T \ln(t) - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2}{T} - b \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 = 0 \\
 & \Leftrightarrow T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - \sum_{t=1}^T P_t \sum_{t=1}^T \ln(t) + b \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2 - bT \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & b \left(\left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2 - T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 \right) = \sum_{t=1}^T P_t \sum_{t=1}^T \ln(t) - T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] \\
 \Leftrightarrow & b = \frac{T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - \sum_{t=1}^T P_t \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Substituindo na equação (26), o valor de b, pelo resultado obtido na equação

(27), temos:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\sum_{t=1}^T P_t - b \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T} \Leftrightarrow a = \frac{\sum_{t=1}^T P_t - \left(\frac{T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] - \sum_{t=1}^T P_t \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2} \right) \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T} \\
 \Leftrightarrow a &= \frac{\left(\sum_{t=1}^T P_t \right) \left(T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2 \right) - T \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] \sum_{t=1}^T \ln(t) + \sum_{t=1}^T P_t \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2}{\left(T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2 \right) T} \\
 \Leftrightarrow a &= \frac{\left(\sum_{t=1}^T P_t \right) \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \sum_{t=1}^T [\ln(t) \cdot P_t] \sum_{t=1}^T \ln(t)}{T \sum_{t=1}^T \ln(t)^2 - \left(\sum_{t=1}^T \ln(t) \right)^2}
 \end{aligned} \tag{28}$$

A.II Estatística de Teste do Qui-Quadrado

Tomando X^2 a estatística de teste do Qui-Quadrado, referente à antiguidade t , e considerando:

❖ $i = \begin{cases} 0, & \text{representa o cenário de não Índícios/Default} \\ 1, & \text{representa o cenário de Índícios/Default} \end{cases}$,

❖ o_i representa os eventos observados no cenário i ,

❖ e_i representa os eventos estimados no cenário i .

Pretende-se demonstrar a seguinte igualdade:

$$X^2 = \sum_{i=0}^1 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{U(e_1 - o_1)^2}{e_1(U - e_1)} \quad (29)$$

Demonstração:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^1 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} &= \frac{(o_0 - e_0)^2}{e_0} + \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} = \frac{(U - o_1 - U + e_1)^2}{U - e_1} + \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} \\ &= \frac{(e_1 - o_1)^2}{U - e_1} + \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} = \frac{e_1 \times (e_1 - o_1)^2 + (U - e_1)^2 \times (o_1 - e_1)^2}{e_1 \times (U - e_1)} = \\ &= \frac{U(e_1 - o_1)^2}{e_1(U - e_1)} \end{aligned} \quad (30)$$

A.III Metodologias de Aceitação das Curvas Estimadas

Teste Qui-Quadrado	Teste Binomial		Conclusão
H_1 : Não existe aderência	H_1 : Não existe aderência	H_1 : Subestimados	
Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Não existe aderência entre os eventos observados e os estimados.
Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Pode-se afirmar que os eventos estimados estão subestimados em relação aos observados.
Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Não é claro que exista aderência entre os eventos observados e os estimados. Adicionalmente, pode-se afirmar pelo teste da Binomial que os eventos estimados estão subestimados em relação aos observados.
Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Não é claro que exista aderência entre os eventos observados e os estimados.
Não Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Não é claro que exista aderência entre os eventos observados e os estimados. Adicionalmente, pode-se afirmar pelo teste da Binomial que os eventos estimados estão sobrestimados em relação aos observados.
Não Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Não é claro que exista aderência entre os eventos observados e os estimados. No entanto, pelo teste da Binomial verifica-se que os eventos estimados estão subestimados em relação aos observados.
Não Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Pode-se afirmar que existe aderência entre os eventos observados e os estimados. No entanto, verifica-se que os eventos estimados encontram-se ligeiramente subestimados em relação aos observados.
Não Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Existe aderência entre os eventos observados e os estimados.

Tabela A.1: esquematiza os diferentes cenários possíveis tendo em conta os resultados dos testes estatísticos.

Nota: É de salientar que, aproximando a distribuição Binomial de uma Normal e aplicando o quadrado, é possível aproximar a distribuição Binomial à Qui-Quadrado, pelo que o teste do Qui-Quadrado e o 1º teste da Binomial dificilmente apresentarão conclusões distintas. No entanto, caso aconteça, não existirão claras evidências da aderência entre os eventos.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

H_1 : Não existe aderência	H_1 : Eventos estimados subestimados	Condição	Conclusão
Não Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Se $\sum_{t=1}^{84} [1_{\{p_{value_t^1} > \frac{\alpha}{2} \text{ e } p_{value_t^2} > \alpha\}}] \times peso_t > 50\%$	Muito Bom : Não existem evidências para se afirmar que não existe aderência entre os eventos estimados e os observados.
Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Se $\sum_{t=1}^{84} [1_{\{p_{value_t^1} \leq \frac{\alpha}{2} \text{ e } p_{value_t^2} \leq \alpha\}}] \times peso_t > 10\%$	Reestimar a Curva - Curva subestimada em mais que 10% das observações.
Não Rejeitar H_0	Rejeitar H_0	Se $\sum_{t=1}^{84} [1_{\{p_{value_t^1} > \frac{\alpha}{2} \text{ e } p_{value_t^2} \leq \alpha\}}] \times peso_t > 15\%$	Reestimar a Curva - Curva estimada está ligeiramente subestimada em mais que 15% das observações.
Rejeitar H_0	Não Rejeitar H_0	Se $\sum_{t=1}^{84} [1_{\{p_{value_t^1} \leq \frac{\alpha}{2} \text{ e } p_{value_t^2} > \alpha\}}] \times peso_t > 25\%$	Reestimar a Curva - Curva sobrestimada em mais que 25% das observações.

Nota: p_{value}^1 e p_{value}^2 dizem respeito aos valores de p_{value} obtidos pelo 1º e 2º teste da binomial, respectivamente.

Tabela A.2: thresholds definidos para cada cenário de resultados dos testes da Binomial.

A.IV Probabilidade de Indícios Partindo do Estado Regular

Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

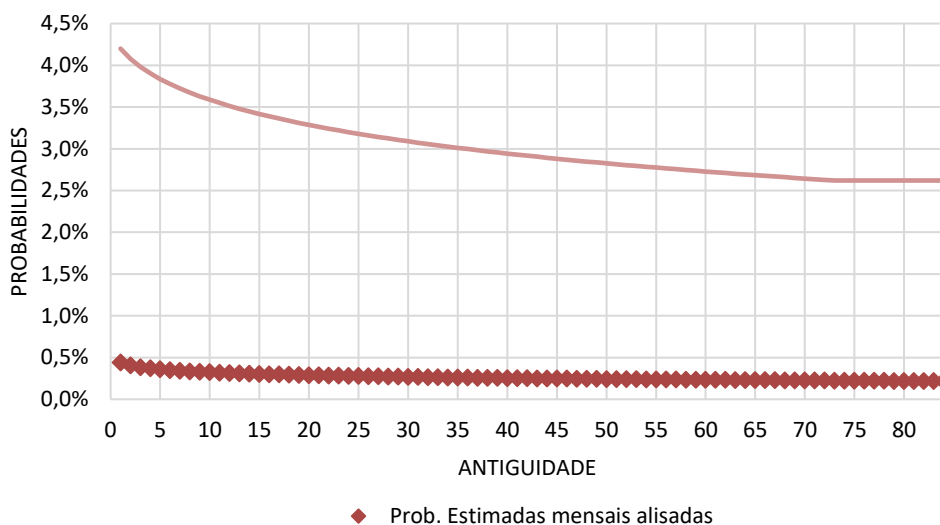


Gráfico A.1: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.

Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas

Antiguidade	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
1	179	34	8	19,0%	4,2%
2	180	21	7	11,7%	4,1%
3	176	13	7	7,4%	4,0%
4	159	17	6	10,7%	3,9%
5	138	12	5	8,7%	3,8%
6	146	6	6	4,1%	3,8%
7	121	10	5	8,3%	3,7%
8	135	4	5	3,0%	3,7%
9	105	4	4	3,8%	3,6%
10	121	8	4	6,6%	3,6%
11	111	7	4	6,3%	3,5%
12	130	4	5	3,1%	3,5%
13	126	2	4	1,6%	3,5%
14	136	4	5	2,9%	3,4%
15	142	6	5	4,2%	3,4%
16	173	3	6	1,7%	3,4%
17	130	0	4	0,0%	3,4%
18	155	1	5	0,6%	3,3%
19	174	3	6	1,7%	3,3%
20	127	4	4	3,1%	3,3%
21	161	3	5	1,9%	3,3%
22	152	3	5	2,0%	3,2%
23	161	2	5	1,2%	3,2%
24	125	1	4	0,8%	3,2%
25	109	3	3	2,8%	3,2%
26	74	2	2	2,7%	3,2%
27	40	1	1	2,5%	3,1%
28	37	0	1	0,0%	3,1%
29	36	1	1	2,8%	3,1%
30	23	0	1	0,0%	3,1%
31	41	0	1	0,0%	3,1%
32	23	5	1	21,7%	3,1%
33	25	1	1	4,0%	3,0%
34	16	1	0	6,3%	3,0%
35	19	3	1	15,8%	3,0%
36	27	0	1	0,0%	3,0%
37	17	1	1	5,9%	3,0%
38	16	0	0	0,0%	3,0%
39	16	1	0	6,3%	3,0%
40	5	2	0	40,0%	2,9%
41	11	0	0	0,0%	2,9%
42	14	1	0	7,1%	2,9%

Tabela A.3: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
43	16	0	0	0,0%	2,9%
44	9	0	0	0,0%	2,9%
45	17	0	0	0,0%	2,9%
46	5	0	0	0,0%	2,9%
47	11	2	0	18,2%	2,9%
48	21	2	1	9,5%	2,8%
49	20	0	1	0,0%	2,8%
50	14	2	0	14,3%	2,8%
51	16	0	0	0,0%	2,8%
52	15	2	0	13,3%	2,8%
53	19	0	1	0,0%	2,8%
54	15	0	0	0,0%	2,8%
55	15	0	0	0,0%	2,8%
56	16	0	0	0,0%	2,8%
57	18	1	0	5,6%	2,8%
58	22	0	1	0,0%	2,7%
59	26	0	1	0,0%	2,7%
60	42	2	1	4,8%	2,7%
61	39	0	1	0,0%	2,7%
62	53	3	1	5,7%	2,7%
63	46	1	1	2,2%	2,7%
64	29	0	1	0,0%	2,7%
65	36	3	1	8,3%	2,7%
66	45	2	1	4,4%	2,7%
67	68	1	2	1,5%	2,7%
68	60	0	2	0,0%	2,7%
69	53	0	1	0,0%	2,7%
70	74	1	2	1,4%	2,6%
71	113	0	3	0,0%	2,6%
72	112	0	3	0,0%	2,6%
73	115	6	3	5,2%	2,6%
74	133	2	3	1,5%	2,6%
75	81	0	2	0,0%	2,6%
76	84	1	2	1,2%	2,6%
77	65	0	2	0,0%	2,6%
78	66	1	2	1,5%	2,6%
79	79	2	2	2,5%	2,6%
80	99	1	3	1,0%	2,6%
81	85	1	2	1,2%	2,6%
82	90	0	2	0,0%	2,6%
83	66	0	2	0,0%	2,6%
84	3313	51	87	1,5%	2,6%

Tabela A.4: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

Probabilidades Observadas

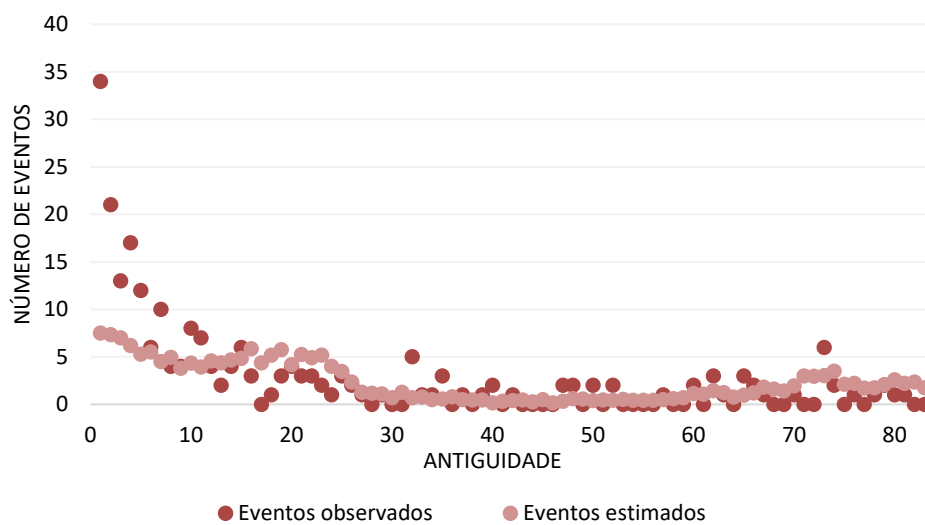


Gráfico A.2: eventos observados vs eventos estimados por antiguidade.

Teste do Qui-Quadrado - Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
1	97	0,00%	Sim	1,9%
2	27	0,00%	Sim	1,9%
3	5	2,08%	Sim	1,9%
4	20	0,00%	Sim	1,7%
5	9	0,29%	Sim	1,5%
6	0	83,22%	Não	1,6%
7	7	0,83%	Sim	1,3%
8	0	66,08%	Não	1,4%
9	0	92,11%	Não	1,1%
10	3	7,37%	Não	1,3%
11	2	11,64%	Não	1,2%
12	0	78,70%	Não	1,4%
13	1	24,65%	Não	1,4%
14	0	74,62%	Não	1,5%
15	0	59,61%	Não	1,5%
16	1	22,91%	Não	1,9%
17	5	3,35%	Sim	1,4%
18	3	6,21%	Não	1,7%
19	1	24,22%	Não	1,9%
20	0	93,11%	Não	1,4%
21	1	31,74%	Não	1,7%
22	1	37,75%	Não	1,6%
23	2	15,51%	Não	1,7%
24	2	12,74%	Não	1,3%
25	0	79,92%	Não	1,2%
26	0	82,19%	Não	0,8%
27	0	81,60%	Não	0,4%
28	1	27,47%	Não	0,4%
29	0	90,95%	Não	0,4%
30				0,2%
31	1	25,42%	Não	0,4%
32				0,2%
33				0,3%
34				0,2%
35				0,2%
36				0,3%
37				0,2%
38				0,2%
39				0,2%
40				0,1%
41				0,1%
42				0,2%

Tabela A.5: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estadística de teste	p_value	Síntese dos testes	% peso do Universo
43				0,2%
44				0,1%
45				0,2%
46				0,1%
47				0,1%
48				0,2%
49				0,2%
50				0,2%
51				0,2%
52				0,2%
53				0,2%
54				0,2%
55				0,2%
56				0,2%
57				0,2%
58				0,2%
59				0,3%
60	1	41,82%	Não	0,5%
61	1	29,65%	Não	0,4%
62	2	18,58%	Não	0,6%
63	0	82,55%	Não	0,5%
64				0,3%
65	4	3,60%	Sim	0,4%
66	1	46,21%	Não	0,5%
67	0	54,02%	Não	0,7%
68	2	20,04%	Não	0,6%
69	1	22,96%	Não	0,6%
70	0	48,84%	Não	0,8%
71	3	8,03%	Não	1,2%
72	3	8,21%	Não	1,2%
73	3	8,13%	Não	1,2%
74	1	42,01%	Não	1,4%
75	2	13,98%	Não	0,9%
76	1	41,20%	Não	0,9%
77	2	18,60%	Não	0,7%
78	0	57,40%	Não	0,7%
79	0	96,06%	Não	0,8%
80	1	31,59%	Não	1,1%
81	1	40,46%	Não	0,9%
82	2	11,97%	Não	1,0%
83	2	18,26%	Não	0,7%
84	15	0,01%	Sim	35,5%

Tabela A.6: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Teste da Binomial - Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
1	34	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
2	21	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
3	13	1,12%	1,12%	Sim	Sim	1,9%
4	17	0,01%	0,01%	Sim	Sim	1,7%
5	12	0,26%	0,26%	Sim	Sim	1,5%
6	6	31,43%	31,43%	Não	Não	1,6%
7	10	0,57%	0,57%	Sim	Sim	1,3%
8	4	44,45%	55,55%	Não	Não	1,4%
9	4	33,34%	33,34%	Não	Não	1,1%
10	8	3,06%	3,06%	Não	Sim	1,3%
11	7	4,45%	4,45%	Não	Sim	1,2%
12	4	51,75%	48,25%	Não	Não	1,4%
13	2	18,20%	81,80%	Não	Não	1,4%
14	4	49,45%	50,55%	Não	Não	1,5%
15	6	21,37%	21,37%	Não	Não	1,5%
16	3	15,92%	84,08%	Não	Não	1,9%
17	0	1,17%	98,83%	Sim	Não	1,4%
18	1	3,31%	96,69%	Não	Não	1,7%
19	3	16,93%	83,07%	Não	Não	1,9%
20	4	59,44%	40,56%	Não	Não	1,4%
21	3	22,64%	77,36%	Não	Não	1,7%
22	3	27,09%	72,91%	Não	Não	1,6%
23	2	10,61%	89,39%	Não	Não	1,7%
24	1	8,81%	91,19%	Não	Não	1,3%
25	3	54,24%	45,76%	Não	Não	1,2%
26	2	58,43%	41,57%	Não	Não	0,8%
27	1	64,07%	35,93%	Não	Não	0,4%
28	0	30,90%	69,10%	Não	Não	0,4%
29	1	69,16%	30,84%	Não	Não	0,4%
30	0	48,59%	51,41%	Não	Não	0,2%
31	0	27,81%	72,19%	Não	Não	0,4%
32	5	0,01%	0,01%	Sim	Sim	0,2%
33	1	17,57%	17,57%	Não	Não	0,3%
34	1	8,30%	8,30%	Não	Não	0,2%
35	3	0,22%	0,22%	Sim	Sim	0,2%
36	0	43,97%	56,03%	Não	Não	0,3%
37	1	9,00%	9,00%	Não	Não	0,2%
38	0	61,74%	38,26%	Não	Não	0,2%
39	1	7,97%	7,97%	Não	Não	0,2%
40	2	0,02%	0,02%	Sim	Sim	0,1%
41	0	72,10%	27,90%	Não	Não	0,1%
42	1	6,14%	6,14%	Não	Não	0,2%

Tabela A.7: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

	Estadística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
43	0	62,40%	37,60%	Não	Não	0,2%
44	0	76,78%	23,22%	Não	Não	0,1%
45	0	60,84%	39,16%	Não	Não	0,2%
46	0	86,45%	13,55%	Não	Não	0,1%
47	2	0,32%	0,32%	Sim	Sim	0,1%
48	2	2,09%	2,09%	Sim	Sim	0,2%
49	0	56,25%	43,75%	Não	Não	0,2%
50	2	0,65%	0,65%	Sim	Sim	0,2%
51	0	63,33%	36,67%	Não	Não	0,2%
52	2	0,78%	0,78%	Sim	Sim	0,2%
53	0	58,37%	41,63%	Não	Não	0,2%
54	0	65,47%	34,53%	Não	Não	0,2%
55	0	65,57%	34,43%	Não	Não	0,2%
56	0	63,85%	36,15%	Não	Não	0,2%
57	1	8,68%	8,68%	Não	Não	0,2%
58	0	54,20%	45,80%	Não	Não	0,2%
59	0	48,61%	51,39%	Não	Não	0,3%
60	2	10,64%	10,64%	Não	Não	0,5%
61	0	34,13%	65,87%	Não	Não	0,4%
62	3	5,53%	5,53%	Não	Não	0,6%
63	1	64,62%	35,38%	Não	Não	0,5%
64	0	45,32%	54,68%	Não	Não	0,3%
65	3	1,54%	1,54%	Sim	Sim	0,4%
66	2	11,90%	11,90%	Não	Não	0,5%
67	1	45,55%	54,45%	Não	Não	0,7%
68	0	19,85%	80,15%	Não	Não	0,6%
69	0	24,07%	75,93%	Não	Não	0,6%
70	1	41,45%	58,55%	Não	Não	0,8%
71	0	4,89%	95,11%	Não	Não	1,2%
72	0	5,07%	94,93%	Não	Não	1,2%
73	6	3,22%	3,22%	Não	Sim	1,2%
74	2	31,99%	68,01%	Não	Não	1,4%
75	0	11,64%	88,36%	Não	Não	0,9%
76	1	35,04%	64,96%	Não	Não	0,9%
77	0	17,80%	82,20%	Não	Não	0,7%
78	1	48,12%	51,88%	Não	Não	0,7%
79	2	65,75%	34,25%	Não	Não	0,8%
80	1	26,44%	73,56%	Não	Não	1,1%
81	1	34,40%	65,60%	Não	Não	0,9%
82	0	9,16%	90,84%	Não	Não	1,0%
83	0	17,33%	82,67%	Não	Não	0,7%
84	51	0,00%	100,00%	Sim	Não	35,5%

Tabela A.8: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Medidas Corretivas

Correção da curva das probabilidades estimadas alisadas anuais.

1ª Iteração

1º passo – foi calculado o intervalo de aceitação, para cada antiguidade, e verificado quais das probabilidades observadas se encontram fora dos limites das fronteiras:

0. Síntese				1. Intervalos de confiança		2. Algoritmo de correção	
Antiguidade	Prob. Observada	Prob. Estimada	Universo	IA 2,5% Binomial	IA 97,5% Binomial	Prob. Observada fora do [IA]	Fronteira mais próxima
1	19,0%	4,2%	179	1,7%	7,3%	19,0%	7,3%
2	11,7%	4,1%	180	1,7%	7,2%	11,7%	7,2%
3	7,4%	4,0%	176	1,1%	6,8%	7,4%	6,8%
4	10,7%	3,9%	159	1,3%	6,9%	10,7%	6,9%
5	8,7%	3,8%	138	0,7%	7,2%	8,7%	7,2%
6	4,1%	3,8%	146	1,4%	6,8%	0,0%	0,0%
7	8,3%	3,7%	121	0,8%	7,4%	8,3%	7,4%
8	3,0%	3,7%	135	0,7%	7,4%	0,0%	0,0%
9	3,8%	3,6%	105	1,0%	7,6%	0,0%	0,0%
10	6,6%	3,6%	121	0,8%	7,4%	0,0%	0,0%
11	6,3%	3,5%	111	0,9%	7,2%	0,0%	0,0%
12	3,1%	3,5%	130	0,8%	6,9%	0,0%	0,0%
13	1,6%	3,5%	126	0,8%	7,1%	0,0%	0,0%
14	2,9%	3,4%	136	0,7%	6,6%	0,0%	0,0%
15	4,2%	3,4%	142	0,7%	6,3%	0,0%	0,0%
16	1,7%	3,4%	173	1,2%	6,4%	0,0%	0,0%
17	0,0%	3,4%	130	0,8%	6,9%	0,0%	0,8%
18	0,6%	3,3%	155	0,6%	6,5%	0,0%	0,0%
19	1,7%	3,3%	174	1,1%	6,3%	0,0%	0,0%
20	3,1%	3,3%	127	0,8%	6,3%	0,0%	0,0%
21	1,9%	3,3%	161	0,6%	6,2%	0,0%	0,0%
22	2,0%	3,2%	152	0,7%	6,6%	0,0%	0,0%
23	1,2%	3,2%	161	0,6%	6,2%	0,0%	0,0%
24	0,8%	3,2%	125	0,8%	6,4%	0,0%	0,0%
25	2,8%	3,2%	109	0,0%	6,4%	0,0%	0,0%
26	2,7%	3,2%	74	0,0%	8,1%	0,0%	0,0%
27	2,5%	3,1%	40	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%
28	0,0%	3,1%	37	0,0%	10,8%	0,0%	0,0%
29	2,8%	3,1%	36	0,0%	8,3%	0,0%	0,0%
30	0,0%	3,1%	23	0,0%	13,0%	0,0%	0,0%
31	0,0%	3,1%	41	0,0%	9,8%	0,0%	0,0%
32	21,7%	3,1%	23	0,0%	13,0%	21,7%	13,0%
33	4,0%	3,0%	25	0,0%	12,0%	0,0%	0,0%
34	6,3%	3,0%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
35	15,8%	3,0%	19	0,0%	10,5%	15,8%	10,5%
36	0,0%	3,0%	27	0,0%	11,1%	0,0%	0,0%
37	5,9%	3,0%	17	0,0%	11,8%	0,0%	0,0%
38	0,0%	3,0%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
39	6,3%	3,0%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
40	40,0%	2,9%	5	0,0%	20,0%	40,0%	20,0%
41	0,0%	2,9%	11	0,0%	18,2%	0,0%	0,0%
42	7,1%	2,9%	14	0,0%	14,3%	0,0%	0,0%

Tabela A.9: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as 42 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

0. Síntese				1. Intervalos de confiança		2. Algoritmo de correção	
Antiguidade	Prob. Observada	Prob. Estimada	Universo	IA 2,5% Binomial	IA 97,5% Binomial	Prob. Observada fora do [IA]	Fronteira mais próxima
43	0,0%	2,9%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
44	0,0%	2,9%	9	0,0%	22,2%	0,0%	0,0%
45	0,0%	2,9%	17	0,0%	11,8%	0,0%	0,0%
46	0,0%	2,9%	5	0,0%	20,0%	0,0%	0,0%
47	18,2%	2,9%	11	0,0%	18,2%	0,0%	0,0%
48	9,5%	2,8%	21	0,0%	9,5%	0,0%	0,0%
49	0,0%	2,8%	20	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%
50	14,3%	2,8%	14	0,0%	14,3%	0,0%	0,0%
51	0,0%	2,8%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
52	13,3%	2,8%	15	0,0%	13,3%	0,0%	0,0%
53	0,0%	2,8%	19	0,0%	10,5%	0,0%	0,0%
54	0,0%	2,8%	15	0,0%	13,3%	0,0%	0,0%
55	0,0%	2,8%	15	0,0%	13,3%	0,0%	0,0%
56	0,0%	2,8%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
57	5,6%	2,8%	18	0,0%	11,1%	0,0%	0,0%
58	0,0%	2,7%	22	0,0%	9,1%	0,0%	0,0%
59	0,0%	2,7%	26	0,0%	11,5%	0,0%	0,0%
60	4,8%	2,7%	42	0,0%	9,5%	0,0%	0,0%
61	0,0%	2,7%	39	0,0%	7,7%	0,0%	0,0%
62	5,7%	2,7%	53	0,0%	7,5%	0,0%	0,0%
63	2,2%	2,7%	46	0,0%	8,7%	0,0%	0,0%
64	0,0%	2,7%	29	0,0%	10,3%	0,0%	0,0%
65	8,3%	2,7%	36	0,0%	8,3%	0,0%	0,0%
66	4,4%	2,7%	45	0,0%	8,9%	0,0%	0,0%
67	1,5%	2,7%	68	0,0%	7,4%	0,0%	0,0%
68	0,0%	2,7%	60	0,0%	6,7%	0,0%	0,0%
69	0,0%	2,7%	53	0,0%	7,5%	0,0%	0,0%
70	1,4%	2,6%	74	0,0%	6,8%	0,0%	0,0%
71	0,0%	2,6%	113	0,0%	6,2%	0,0%	0,0%
72	0,0%	2,6%	112	0,0%	6,3%	0,0%	0,0%
73	5,2%	2,6%	115	0,0%	6,1%	0,0%	0,0%
74	1,5%	2,6%	133	0,0%	5,3%	0,0%	0,0%
75	0,0%	2,6%	81	0,0%	6,2%	0,0%	0,0%
76	1,2%	2,6%	84	0,0%	6,0%	0,0%	0,0%
77	0,0%	2,6%	65	0,0%	7,7%	0,0%	0,0%
78	1,5%	2,6%	66	0,0%	7,6%	0,0%	0,0%
79	2,5%	2,6%	79	0,0%	6,3%	0,0%	0,0%
80	1,0%	2,6%	99	0,0%	6,1%	0,0%	0,0%
81	1,2%	2,6%	85	0,0%	5,9%	0,0%	0,0%
82	0,0%	2,6%	90	0,0%	6,7%	0,0%	0,0%
83	0,0%	2,6%	66	0,0%	7,6%	0,0%	0,0%
84	1,5%	2,6%	3 313	2,1%	3,2%	1,5%	2,1%

Tabela A.10: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as últimas 42 antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação.

2º passo – foi multiplicado o escalar obtido pela fórmula (14), pelas 12 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas mensais corrigidas pela 1ª iteração, que foram identificados como estando fora dos limites do intervalo de aceitação. Posteriormente, foi aplicado o método dos mínimos quadrados à nova curva obtida, de forma a encontrar a função logaritmo que melhor se aproxime da curva:

PI Estimada Mensal		Medida Corretiva				Método dos Mínimos Quadrados					
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal	Iter	Escalar	Distância	Prob. Estimada Corrigida Mensal	ln(t)	P _t	ln(t) . P _t	ln(t) ²	P _t ²	n
1	0,46%	1º	62,06%	11,73%	0,74%	0,00	0,74%	0,00	0,00	0,01%	1
2	0,45%			4,44%	0,73%	0,69	0,73%	0,01	0,48	0,01%	1
3	0,25%			0,57%	0,41%	1,10	0,41%	0,00	1,21	0,00%	1
4	0,34%			3,77%	0,54%	1,39	0,54%	0,01	1,92	0,00%	1
5	0,18%			1,45%	0,28%	1,61	0,28%	0,00	2,59	0,00%	1
6	0,31%			0,00%	0,51%	1,79	0,51%	0,01	3,21	0,00%	1
7	0,35%			0,83%	0,57%	1,95	0,57%	0,01	3,79	0,00%	1
8	0,18%			0,00%	0,18%	2,08	0,18%	0,00	4,32	0,00%	1
9	0,21%			0,00%	0,21%	2,20	0,21%	0,00	4,83	0,00%	1
10	0,27%			0,00%	0,27%	2,30	0,27%	0,01	5,30	0,00%	1
11	0,25%			0,00%	0,25%	2,40	0,25%	0,01	5,75	0,00%	1
12	0,15%			0,00%	0,15%	2,48	0,15%	0,00	6,17	0,00%	1
13	0,38%			0,00%	0,38%	2,56	0,38%	0,01	6,58	0,00%	1
14	0,26%			0,00%	0,26%	2,64	0,26%	0,01	6,96	0,00%	1
15	0,25%			0,00%	0,25%	2,71	0,25%	0,01	7,33	0,00%	1
16	0,25%			0,00%	0,25%	2,77	0,25%	0,01	7,69	0,00%	1
17	0,16%			0,77%	0,16%	2,83	0,16%	0,00	8,03	0,00%	1
18	0,35%			0,00%	0,35%	2,89	0,35%	0,01	8,35	0,00%	1
19	0,40%			0,00%	0,40%	2,94	0,40%	0,01	8,67	0,00%	1
20	0,29%			0,00%	0,29%	3,00	0,29%	0,01	8,97	0,00%	1
21	0,36%			0,00%	0,36%	3,04	0,36%	0,01	9,27	0,00%	1
22	0,38%			0,00%	0,38%	3,09	0,38%	0,01	9,55	0,00%	1
23	0,50%			0,00%	0,50%	3,14	0,50%	0,02	9,83	0,00%	1
24	0,50%			0,00%	0,50%	3,18	0,50%	0,02	10,10	0,00%	1
25	0,32%			0,00%	0,32%	3,22	0,32%	0,01	10,36	0,00%	1
26	0,29%			0,00%	0,29%	3,26	0,29%	0,01	10,62	0,00%	1
27	0,38%			0,00%	0,38%	3,30	0,38%	0,01	10,86	0,00%	1
28	0,26%			0,00%	0,26%	3,33	0,26%	0,01	11,10	0,00%	1
29	0,28%			0,00%	0,28%	3,37	0,28%	0,01	11,34	0,00%	1
30	0,34%			0,00%	0,34%	3,40	0,34%	0,01	11,57	0,00%	1
31	0,57%			0,00%	0,57%	3,43	0,57%	0,02	11,79	0,00%	1
32	0,37%			8,70%	0,37%	3,47	0,37%	0,01	12,01	0,00%	1
33	0,38%			0,00%	0,38%	3,50	0,38%	0,01	12,23	0,00%	1
34	0,42%			0,00%	0,42%	3,53	0,42%	0,01	12,44	0,00%	1
35	0,40%			5,26%	0,40%	3,56	0,40%	0,01	12,64	0,00%	1
36	0,33%			0,00%	0,33%	3,58	0,33%	0,01	12,84	0,00%	1
37	0,28%			0,00%	0,28%	3,61	0,28%	0,01	13,04	0,00%	1
38	0,35%			0,00%	0,35%	3,64	0,35%	0,01	13,23	0,00%	1
39	0,38%			0,00%	0,38%	3,66	0,38%	0,01	13,42	0,00%	1
40	0,37%			20,00%	0,37%	3,69	0,37%	0,01	13,61	0,00%	1
41	0,23%			0,00%	0,23%	3,71	0,23%	0,01	13,79	0,00%	1
42	0,36%			0,00%	0,36%	3,74	0,36%	0,01	13,97	0,00%	1

a = 0,0063
b = -0,0010

$P_t = 0,0063 - 0,001 \ln(t)$

Tabela A.11: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 1ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 1ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

PI Estimada Mensal		Medida Corretiva				Método dos Mínimos Quadrados					
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal	Iter	Escalar	Distância	Prob. Estimada Corrigida Mensal	ln(t)	P _t	ln(t) · P _t	ln(t) ²	P _t ²	n
43	0,26%			0,00%	0,26%	3,76	0,26%	0,01	14,15	0,00%	1
44	0,28%			0,00%	0,28%	3,78	0,28%	0,01	14,32	0,00%	1
45	0,40%			0,00%	0,40%	3,81	0,40%	0,02	14,49	0,00%	1
46	0,27%			0,00%	0,27%	3,83	0,27%	0,01	14,66	0,00%	1
47	0,42%			0,00%	0,42%	3,85	0,42%	0,02	14,82	0,00%	1
48	0,30%			0,00%	0,30%	3,87	0,30%	0,01	14,99	0,00%	1
49	0,37%			0,00%	0,37%	3,89	0,37%	0,01	15,15	0,00%	1
50	0,17%			0,00%	0,17%	3,91	0,17%	0,01	15,30	0,00%	1
51	0,34%			0,00%	0,34%	3,93	0,34%	0,01	15,46	0,00%	1
52	0,24%			0,00%	0,24%	3,95	0,24%	0,01	15,61	0,00%	1
53	0,23%			0,00%	0,23%	3,97	0,23%	0,01	15,76	0,00%	1
54	0,28%			0,00%	0,28%	3,99	0,28%	0,01	15,91	0,00%	1
55	0,16%			0,00%	0,16%	4,01	0,16%	0,01	16,06	0,00%	1
56	0,14%			0,00%	0,14%	4,03	0,14%	0,01	16,20	0,00%	1
57	0,18%			0,00%	0,18%	4,04	0,18%	0,01	16,35	0,00%	1
58	0,16%			0,00%	0,16%	4,06	0,16%	0,01	16,49	0,00%	1
59	0,14%			0,00%	0,14%	4,08	0,14%	0,01	16,63	0,00%	1
60	0,16%			0,00%	0,16%	4,09	0,16%	0,01	16,76	0,00%	1
61	0,24%			0,00%	0,24%	4,11	0,24%	0,01	16,90	0,00%	1
62	0,21%			0,00%	0,21%	4,13	0,21%	0,01	17,03	0,00%	1
63	0,19%			0,00%	0,19%	4,14	0,19%	0,01	17,17	0,00%	1
64	0,17%			0,00%	0,17%	4,16	0,17%	0,01	17,30	0,00%	1
65	0,14%			0,00%	0,14%	4,17	0,14%	0,01	17,43	0,00%	1
66	0,22%			0,00%	0,22%	4,19	0,22%	0,01	17,55	0,00%	1
67	0,18%			0,00%	0,18%	4,20	0,18%	0,01	17,68	0,00%	1
68	0,33%			0,00%	0,33%	4,22	0,33%	0,01	17,80	0,00%	1
69	0,12%			0,00%	0,12%	4,23	0,12%	0,01	17,93	0,00%	1
70	0,25%			0,00%	0,25%	4,25	0,25%	0,01	18,05	0,00%	1
71	0,22%			0,00%	0,22%	4,26	0,22%	0,01	18,17	0,00%	1
72	0,16%			0,00%	0,16%	4,28	0,16%	0,01	18,29	0,00%	1
73	0,23%			0,00%	0,23%	4,29	0,23%	0,01	18,41	0,00%	1
74	0,02%			0,00%	0,02%	4,30	0,02%	0,00	18,52	0,00%	1
75	0,12%			0,00%	0,12%	4,32	0,12%	0,01	18,64	0,00%	1
76	0,12%			0,00%	0,12%	4,33	0,12%	0,01	18,76	0,00%	1
77	0,13%			0,00%	0,13%	4,34	0,13%	0,01	18,87	0,00%	1
78	0,08%			0,00%	0,08%	4,36	0,08%	0,00	18,98	0,00%	1
79	0,21%			0,00%	0,21%	4,37	0,21%	0,01	19,09	0,00%	1
80	0,06%			0,00%	0,06%	4,38	0,06%	0,00	19,20	0,00%	1
81	0,26%			0,00%	0,26%	4,39	0,26%	0,01	19,31	0,00%	1
82	0,15%			0,00%	0,15%	4,41	0,15%	0,01	19,42	0,00%	1
83	0,03%			0,00%	0,03%	4,42	0,03%	0,00	19,53	0,00%	1
84	0,00%			0,54%	0,00%	0,00	0,00%	0,00	0,00	0,00%	0

Tabela A.12: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 1ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.

3º passo – foram calculadas as probabilidades estimadas mensais alisadas tendo em conta a função logaritmo obtida no 2º passo. Adicionalmente, foram calculadas as respetivas probabilidades estimadas anuais:

Prob. Anual		
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal Alisada Corrigida	Prob. Estimada Alisada Corrigida Anual
1	0,63%	5,41%
2	0,56%	5,17%
3	0,52%	4,99%
4	0,49%	4,83%
5	0,47%	4,70%
6	0,45%	4,58%
7	0,43%	4,48%
8	0,42%	4,38%
9	0,41%	4,29%
10	0,40%	4,21%
11	0,39%	4,14%
12	0,38%	4,07%
13	0,37%	4,00%
14	0,37%	3,94%
15	0,36%	3,88%
16	0,35%	3,82%
17	0,35%	3,77%
18	0,34%	3,72%
19	0,34%	3,67%
20	0,33%	3,62%
21	0,33%	3,57%
22	0,32%	3,53%
23	0,32%	3,49%
24	0,31%	3,45%
25	0,31%	3,41%
26	0,30%	3,37%
27	0,30%	3,33%
28	0,30%	3,30%
29	0,29%	3,26%
30	0,29%	3,23%
31	0,29%	3,20%
32	0,28%	3,17%
33	0,28%	3,14%
34	0,28%	3,11%
35	0,27%	3,08%
36	0,27%	3,05%
37	0,27%	3,02%
38	0,27%	2,99%
39	0,26%	2,97%
40	0,26%	2,94%
41	0,26%	2,92%
42	0,26%	2,89%

Tabela A.13: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 1ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades.

Prob. Anual		
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal Alisada Corrigida	Prob. Estimada Alisada Corrigida Anual
43	0,25%	2,87%
44	0,25%	2,84%
45	0,25%	2,82%
46	0,25%	2,80%
47	0,24%	2,77%
48	0,24%	2,75%
49	0,24%	2,73%
50	0,24%	2,71%
51	0,24%	2,69%
52	0,23%	2,67%
53	0,23%	2,65%
54	0,23%	2,63%
55	0,23%	2,61%
56	0,23%	2,59%
57	0,23%	2,57%
58	0,22%	2,55%
59	0,22%	2,53%
60	0,22%	2,51%
61	0,22%	2,50%
62	0,22%	2,48%
63	0,22%	2,46%
64	0,21%	2,44%
65	0,21%	2,43%
66	0,21%	2,41%
67	0,21%	2,39%
68	0,21%	2,38%
69	0,21%	2,36%
70	0,21%	2,35%
71	0,20%	2,33%
72	0,20%	2,32%
73	0,20%	2,30%
74	0,20%	2,30%
75	0,20%	2,30%
76	0,20%	2,30%
77	0,20%	2,30%
78	0,19%	2,30%
79	0,19%	2,30%
80	0,19%	2,30%
81	0,19%	2,30%
82	0,19%	2,30%
83	0,19%	2,30%
84	0,19%	2,30%

Tabela A.14: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 1ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.

4º passo – Foram cálculos os eventos estimados tendo em conta a nova curva obtida pelo 3º passo:

Antiguidade	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada Alisada Corrigida Anual
1	179	34	10	19,0%	5,4%
2	180	21	9	11,7%	5,2%
3	176	13	9	7,4%	5,0%
4	159	17	8	10,7%	4,8%
5	138	12	6	8,7%	4,7%
6	146	6	7	4,1%	4,6%
7	121	10	5	8,3%	4,5%
8	135	4	6	3,0%	4,4%
9	105	4	5	3,8%	4,3%
10	121	8	5	6,6%	4,2%
11	111	7	5	6,3%	4,1%
12	130	4	5	3,1%	4,1%
13	126	2	5	1,6%	4,0%
14	136	4	5	2,9%	3,9%
15	142	6	6	4,2%	3,9%
16	173	3	7	1,7%	3,8%
17	130	0	5	0,0%	3,8%
18	155	1	6	0,6%	3,7%
19	174	3	6	1,7%	3,7%
20	127	4	5	3,1%	3,6%
21	161	3	6	1,9%	3,6%
22	152	3	5	2,0%	3,5%
23	161	2	6	1,2%	3,5%
24	125	1	4	0,8%	3,4%
25	109	3	4	2,8%	3,4%
26	74	2	2	2,7%	3,4%
27	40	1	1	2,5%	3,3%
28	37	0	1	0,0%	3,3%
29	36	1	1	2,8%	3,3%
30	23	0	1	0,0%	3,2%
31	41	0	1	0,0%	3,2%
32	23	5	1	21,7%	3,2%
33	25	1	1	4,0%	3,1%
34	16	1	0	6,3%	3,1%
35	19	3	1	15,8%	3,1%
36	27	0	1	0,0%	3,0%
37	17	1	1	5,9%	3,0%
38	16	0	0	0,0%	3,0%
39	16	1	0	6,3%	3,0%
40	5	2	0	40,0%	2,9%
41	11	0	0	0,0%	2,9%
42	14	1	0	7,1%	2,9%

Tabela A.15: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração, respetivamente.

	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada Alisada Corrigida Anual
43	16	0	0	0,0%	2,9%
44	9	0	0	0,0%	2,8%
45	17	0	0	0,0%	2,8%
46	5	0	0	0,0%	2,8%
47	11	2	0	18,2%	2,8%
48	21	2	1	9,5%	2,8%
49	20	0	1	0,0%	2,7%
50	14	2	0	14,3%	2,7%
51	16	0	0	0,0%	2,7%
52	15	2	0	13,3%	2,7%
53	19	0	1	0,0%	2,6%
54	15	0	0	0,0%	2,6%
55	15	0	0	0,0%	2,6%
56	16	0	0	0,0%	2,6%
57	18	1	0	5,6%	2,6%
58	22	0	1	0,0%	2,6%
59	26	0	1	0,0%	2,5%
60	42	2	1	4,8%	2,5%
61	39	0	1	0,0%	2,5%
62	53	3	1	5,7%	2,5%
63	46	1	1	2,2%	2,5%
64	29	0	1	0,0%	2,4%
65	36	3	1	8,3%	2,4%
66	45	2	1	4,4%	2,4%
67	68	1	2	1,5%	2,4%
68	60	0	1	0,0%	2,4%
69	53	0	1	0,0%	2,4%
70	74	1	2	1,4%	2,3%
71	113	0	3	0,0%	2,3%
72	112	0	3	0,0%	2,3%
73	115	6	3	5,2%	2,3%
74	133	2	3	1,5%	2,3%
75	81	0	2	0,0%	2,3%
76	84	1	2	1,2%	2,3%
77	65	0	1	0,0%	2,3%
78	66	1	2	1,5%	2,3%
79	79	2	2	2,5%	2,3%
80	99	1	2	1,0%	2,3%
81	85	1	2	1,2%	2,3%
82	90	0	2	0,0%	2,3%
83	66	0	2	0,0%	2,3%
84	3313	51	76	1,5%	2,3%

Tabela A.16: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração, respetivamente.

5º passo – Foi aplicado o teste do Qui-Quadrado à curva de probabilidades estimadas alisadas anuais corrigida pela 1ª iteração:

Antiguidade	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
1	64	0,00%	Sim	1,9%
2	15	0,01%	Sim	1,9%
3	2	14,33%	Não	1,9%
4	12	0,06%	Sim	1,7%
5	5	2,66%	Sim	1,5%
6	0	78,45%	Não	1,6%
7	4	4,40%	Sim	1,3%
8	1	42,04%	Não	1,4%
9	0	80,63%	Não	1,1%
10	2	18,92%	Não	1,3%
11	1	25,14%	Não	1,2%
12	0	56,76%	Não	1,4%
13	2	16,69%	Não	1,4%
14	0	55,01%	Não	1,5%
15	0	83,04%	Não	1,5%
16	2	15,21%	Não	1,9%
17	5	2,41%	Sim	1,4%
18	4	4,32%	Sim	1,7%
19	2	17,27%	Não	1,9%
20	0	77,65%	Não	1,4%
21	1	24,22%	Não	1,7%
22	1	29,82%	Não	1,6%
23	2	12,03%	Não	1,7%
24	3	10,46%	Não	1,3%
25	0	70,54%	Não	1,2%
26	0	74,99%	Não	0,8%
27	0	76,87%	Não	0,4%
28	1	26,12%	Não	0,4%
29	0	86,94%	Não	0,4%
30				0,2%
31	1	24,44%	Não	0,4%
32				0,2%
33				0,3%
34				0,2%
35				0,2%
36				0,3%
37				0,2%
38				0,2%
39				0,2%
40				0,1%
41				0,1%
42				0,2%

Tabela A.17: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
43				0,2%
44				0,1%
45				0,2%
46				0,1%
47				0,1%
48				0,2%
49				0,2%
50				0,2%
51				0,2%
52				0,2%
53				0,2%
54				0,2%
55				0,2%
56				0,2%
57				0,2%
58				0,2%
59				0,3%
60	1	35,20%	Não	0,5%
61	1	31,77%	Não	0,4%
62	2	13,63%	Não	0,6%
63	0	89,99%	Não	0,5%
64				0,3%
65	5	2,13%	Sim	0,4%
66	1	37,39%	Não	0,5%
67	0	61,81%	Não	0,7%
68	1	22,66%	Não	0,6%
69	1	25,74%	Não	0,6%
70	0	57,15%	Não	0,8%
71	3	10,05%	Não	1,2%
72	3	10,31%	Não	1,2%
73	4	3,71%	Sim	1,2%
74	0	53,95%	Não	1,4%
75	2	16,72%	Não	0,9%
76	0	49,71%	Não	0,9%
77	2	21,59%	Não	0,7%
78	0	67,01%	Não	0,7%
79	0	89,15%	Não	0,8%
80	1	39,15%	Não	1,1%
81	0	48,91%	Não	0,9%
82	2	14,54%	Não	1,0%
83	2	21,24%	Não	0,7%
84	9	0,34%	Sim	35,5%

Tabela A.18: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

6º passo – Foi aplicado os testes da Binomial à curva de probabilidades estimadas alisadas anuais corrigida pela 1ª iteração:

Antiguidade	Estatística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H ₀ ?	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
1	34	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
2	21	0,02%	0,02%	Sim	Sim	1,9%
3	13	5,82%	5,82%	Não	Não	1,9%
4	17	0,07%	0,07%	Sim	Sim	1,7%
5	12	1,35%	1,35%	Sim	Sim	1,5%
6	6	49,42%	50,58%	Não	Não	1,6%
7	10	2,03%	2,03%	Sim	Sim	1,3%
8	4	29,05%	70,95%	Não	Não	1,4%
9	4	52,82%	47,18%	Não	Não	1,1%
10	8	7,04%	7,04%	Não	Não	1,3%
11	7	9,00%	9,00%	Não	Não	1,2%
12	4	38,72%	61,28%	Não	Não	1,4%
13	2	11,62%	88,38%	Não	Não	1,4%
14	4	37,61%	62,39%	Não	Não	1,5%
15	6	31,35%	31,35%	Não	Não	1,5%
16	3	9,99%	90,01%	Não	Não	1,9%
17	0	0,68%	99,32%	Sim	Não	1,4%
18	1	1,97%	98,03%	Sim	Não	1,7%
19	3	11,57%	88,43%	Não	Não	1,9%
20	4	51,16%	48,84%	Não	Não	1,4%
21	3	16,94%	83,06%	Não	Não	1,7%
22	3	21,21%	78,79%	Não	Não	1,6%
23	2	7,77%	92,23%	Não	Não	1,7%
24	1	6,80%	93,20%	Não	Não	1,3%
25	3	48,82%	51,18%	Não	Não	1,2%
26	2	54,29%	45,71%	Não	Não	0,8%
27	1	61,29%	38,71%	Não	Não	0,4%
28	0	28,90%	71,10%	Não	Não	0,4%
29	1	67,05%	32,95%	Não	Não	0,4%
30	0	46,98%	53,02%	Não	Não	0,2%
31	0	26,37%	73,63%	Não	Não	0,4%
32	5	0,01%	0,01%	Sim	Sim	0,2%
33	1	18,42%	18,42%	Não	Não	0,3%
34	1	8,68%	8,68%	Não	Não	0,2%
35	3	0,24%	0,24%	Sim	Sim	0,2%
36	0	43,35%	56,65%	Não	Não	0,3%
37	1	9,20%	9,20%	Não	Não	0,2%
38	0	61,49%	38,51%	Não	Não	0,2%
39	1	8,02%	8,02%	Não	Não	0,2%
40	2	0,02%	0,02%	Sim	Sim	0,1%
41	0	72,22%	27,78%	Não	Não	0,1%
42	1	6,04%	6,04%	Não	Não	0,2%

Tabela A.19: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

	Estadística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
43	0	62,80%	37,20%	Não	Não	0,2%
44	0	77,14%	22,86%	Não	Não	0,1%
45	0	61,51%	38,49%	Não	Não	0,2%
46	0	86,78%	13,22%	Não	Não	0,1%
47	2	0,30%	0,30%	Sim	Sim	0,1%
48	2	1,91%	1,91%	Sim	Sim	0,2%
49	0	57,50%	42,50%	Não	Não	0,2%
50	2	0,58%	0,58%	Sim	Sim	0,2%
51	0	64,67%	35,33%	Não	Não	0,2%
52	2	0,68%	0,68%	Sim	Sim	0,2%
53	0	60,07%	39,93%	Não	Não	0,2%
54	0	67,08%	32,92%	Não	Não	0,2%
55	0	67,29%	32,71%	Não	Não	0,2%
56	0	65,74%	34,26%	Não	Não	0,2%
57	1	7,69%	7,69%	Não	Não	0,2%
58	0	56,65%	43,35%	Não	Não	0,2%
59	0	51,34%	48,66%	Não	Não	0,3%
60	2	8,85%	8,85%	Não	Não	0,5%
61	0	37,31%	62,69%	Não	Não	0,4%
62	3	4,23%	4,23%	Sim	Sim	0,6%
63	1	68,67%	31,33%	Não	Não	0,5%
64	0	48,79%	51,21%	Não	Não	0,3%
65	3	1,10%	1,10%	Sim	Sim	0,4%
66	2	9,43%	9,43%	Não	Não	0,5%
67	1	51,33%	48,67%	Não	Não	0,7%
68	0	23,59%	76,41%	Não	Não	0,6%
69	0	28,16%	71,84%	Não	Não	0,6%
70	1	47,92%	52,08%	Não	Não	0,8%
71	0	6,95%	93,05%	Não	Não	1,2%
72	0	7,24%	92,76%	Não	Não	1,2%
73	6	1,74%	1,74%	Sim	Sim	1,2%
74	2	40,69%	59,31%	Não	Não	1,4%
75	0	15,17%	84,83%	Não	Não	0,9%
76	1	42,13%	57,87%	Não	Não	0,9%
77	0	22,01%	77,99%	Não	Não	0,7%
78	1	54,95%	45,05%	Não	Não	0,7%
79	2	27,37%	27,37%	Não	Não	0,8%
80	1	33,24%	66,76%	Não	Não	1,1%
81	1	41,49%	58,51%	Não	Não	0,9%
82	0	12,30%	87,70%	Não	Não	1,0%
83	0	21,51%	78,49%	Não	Não	0,7%
84	51	0,12%	99,88%	Sim	Não	35,5%

Tabela A.20: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

As tabelas seguintes visam resumir os resultados obtidos pelos testes estatísticos detalhados em cima:

Rejeitar H_0 ?	Resultados	Conclusão
Não	46,0%	Não existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	48,5%	

Tabela A.21: síntese dos resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração.

Rejeitar H_0 no teste 1?	Rejeitar H_0 no teste 2?	Resultados	Conclusão
Não	Não	49,8%	Reestimar a Curva - Curva estimada encontra-se subestimada em mais que 10% das observações
Sim	Sim	11,1%	
Não	Sim	0,6%	
Sim	Não	38,6%	

Tabela A.22: síntese dos resultados obtidos pelo teste da Binomial para a curva das probabilidades estimadas alisadas anuais corrigidas pela 1ª iteração.

2ª iteração

1º passo – foi calculado o intervalo de aceitação, para cada antiguidade, e verificado quais das probabilidades observadas se encontram fora dos limites das fronteiras:

0. Síntese				1. Intervalos de confiança		2. Algoritmo de correção	
Antiguidade	Prob. Observada	Prob. Estimada Alisada Corrigida 1ª Iter Anual	Universo	IA 2,5% Binomial	IA 97,5% Binomial	Prob. Observada fora do [IA]	Fronteira mais próxima
1	19,0%	5,4%	179	2,2%	8,9%	19,0%	8,9%
2	11,7%	5,2%	180	2,2%	8,9%	11,7%	8,9%
3	7,4%	5,0%	176	2,3%	8,5%	0,0%	0,0%
4	10,7%	4,8%	159	1,9%	8,2%	10,7%	8,2%
5	8,7%	4,7%	138	1,4%	8,7%	0,0%	0,0%
6	4,1%	4,6%	146	1,4%	8,2%	0,0%	0,0%
7	8,3%	4,5%	121	0,8%	8,3%	0,0%	0,0%
8	3,0%	4,4%	135	1,5%	8,1%	0,0%	0,0%
9	3,8%	4,3%	105	1,0%	8,6%	0,0%	0,0%
10	6,6%	4,2%	121	0,8%	8,3%	0,0%	0,0%
11	6,3%	4,1%	111	0,9%	8,1%	0,0%	0,0%
12	3,1%	4,1%	130	0,8%	7,7%	0,0%	0,0%
13	1,6%	4,0%	126	0,8%	7,9%	0,0%	0,0%
14	2,9%	3,9%	136	0,7%	7,4%	0,0%	0,0%
15	4,2%	3,9%	142	1,4%	7,0%	0,0%	0,0%
16	1,7%	3,8%	173	1,2%	6,9%	0,0%	0,0%
17	0,0%	3,8%	130	0,8%	7,7%	0,0%	0,8%
18	0,6%	3,7%	155	1,3%	7,1%	0,6%	1,3%
19	1,7%	3,7%	174	1,1%	6,9%	0,0%	0,0%
20	3,1%	3,6%	127	0,8%	7,1%	0,0%	0,0%
21	1,9%	3,6%	161	1,2%	6,8%	0,0%	0,0%
22	2,0%	3,5%	152	0,7%	6,6%	0,0%	0,0%
23	1,2%	3,5%	161	1,2%	6,8%	0,0%	0,0%
24	0,8%	3,4%	125	0,8%	7,2%	0,0%	0,0%
25	2,8%	3,4%	109	0,9%	7,3%	0,0%	0,0%
26	2,7%	3,4%	74	0,0%	8,1%	0,0%	0,0%
27	2,5%	3,3%	40	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%
28	0,0%	3,3%	37	0,0%	10,8%	0,0%	0,0%
29	2,8%	3,3%	36	0,0%	11,1%	0,0%	0,0%
30	0,0%	3,2%	23	0,0%	13,0%	0,0%	0,0%
31	0,0%	3,2%	41	0,0%	9,8%	0,0%	0,0%
32	21,7%	3,2%	23	0,0%	13,0%	21,7%	13,0%
33	4,0%	3,1%	25	0,0%	12,0%	0,0%	0,0%
34	6,3%	3,1%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
35	15,8%	3,1%	19	0,0%	10,5%	15,8%	10,5%
36	0,0%	3,0%	27	0,0%	11,1%	0,0%	0,0%
37	5,9%	3,0%	17	0,0%	11,8%	0,0%	0,0%
38	0,0%	3,0%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
39	6,3%	3,0%	16	0,0%	12,5%	0,0%	0,0%
40	40,0%	2,9%	5	0,0%	20,0%	40,0%	20,0%
41	0,0%	2,9%	11	0,0%	18,2%	0,0%	0,0%
42	7,1%	2,9%	14	0,0%	14,3%	0,0%	0,0%

Tabela A.23: intervalo de aceitação tendo em conta a distribuição Binomial para as primeiras 42 antiguidades da curva das probabilidades estimadas anuais alisadas corrigidas pela 1ª iteração. Adicionalmente, são identificados quais desses eventos observados se encontram fora das fronteiras de aceitação.

2º passo – foi multiplicado o escalar obtido pela fórmula (14), pelas 12 primeiras antiguidades da curva das probabilidades estimadas mensais corrigidas pela 1ª iteração, que foram identificados como estando fora dos limites do intervalo de aceitação. Posteriormente, foi aplicado o método dos mínimos quadrados, de forma a encontrar a função logaritmo que melhor se aproxime da curva:

PI Estimada Corrigida 1ºter Mensal		Medida Corretiva				Método dos Mínimos Quadrados					
Antiguidade	Prob. Estimada Corrigida 1ºter Mensal	Iter	Escalar	Distância	Prob. Estimada Corrigida 2ºter Mensal	ln(t)	P _t	ln(t) . P _t	ln(t) ²	P _t ²	n
1	0,74%	2º	64,84%	10,06%	1,22%	0,00	1,22%	0,00	0,00	0,01%	1
2	0,73%			2,78%	1,21%	0,69	1,21%	0,01	0,48	0,01%	1
3	0,41%			0,00%	0,68%	1,10	0,68%	0,01	1,21	0,00%	1
4	0,54%			2,52%	0,90%	1,39	0,90%	0,01	1,92	0,01%	1
5	0,28%			0,00%	0,28%	1,61	0,28%	0,00	2,59	0,00%	1
6	0,51%			0,00%	0,51%	1,79	0,51%	0,01	3,21	0,00%	1
7	0,57%			0,00%	0,57%	1,95	0,57%	0,01	3,79	0,00%	1
8	0,18%			0,00%	0,18%	2,08	0,18%	0,00	4,32	0,00%	1
9	0,21%			0,00%	0,21%	2,20	0,21%	0,00	4,83	0,00%	1
10	0,27%			0,00%	0,27%	2,30	0,27%	0,01	5,30	0,00%	1
11	0,25%			0,00%	0,25%	2,40	0,25%	0,01	5,75	0,00%	1
12	0,15%			0,00%	0,15%	2,48	0,15%	0,00	6,17	0,00%	1
13	0,38%			0,00%	0,38%	2,56	0,38%	0,01	6,58	0,00%	1
14	0,26%			0,00%	0,26%	2,64	0,26%	0,01	6,96	0,00%	1
15	0,25%			0,00%	0,25%	2,71	0,25%	0,01	7,33	0,00%	1
16	0,25%			0,00%	0,25%	2,77	0,25%	0,01	7,69	0,00%	1
17	0,16%			0,77%	0,16%	2,83	0,16%	0,00	8,03	0,00%	1
18	0,35%			0,65%	0,35%	2,89	0,35%	0,01	8,35	0,00%	1
19	0,40%			0,00%	0,40%	2,94	0,40%	0,01	8,67	0,00%	1
20	0,29%			0,00%	0,29%	3,00	0,29%	0,01	8,97	0,00%	1
21	0,36%			0,00%	0,36%	3,04	0,36%	0,01	9,27	0,00%	1
22	0,38%			0,00%	0,38%	3,09	0,38%	0,01	9,55	0,00%	1
23	0,50%			0,00%	0,50%	3,14	0,50%	0,02	9,83	0,00%	1
24	0,50%			0,00%	0,50%	3,18	0,50%	0,02	10,10	0,00%	1
25	0,32%			0,00%	0,32%	3,22	0,32%	0,01	10,36	0,00%	1
26	0,29%			0,00%	0,29%	3,26	0,29%	0,01	10,62	0,00%	1
27	0,38%			0,00%	0,38%	3,30	0,38%	0,01	10,86	0,00%	1
28	0,26%			0,00%	0,26%	3,33	0,26%	0,01	11,10	0,00%	1
29	0,28%			0,00%	0,28%	3,37	0,28%	0,01	11,34	0,00%	1
30	0,34%			0,00%	0,34%	3,40	0,34%	0,01	11,57	0,00%	1
31	0,57%			0,00%	0,57%	3,43	0,57%	0,02	11,79	0,00%	1
32	0,37%			8,70%	0,37%	3,47	0,37%	0,01	12,01	0,00%	1
33	0,38%			0,00%	0,38%	3,50	0,38%	0,01	12,23	0,00%	1
34	0,42%			0,00%	0,42%	3,53	0,42%	0,01	12,44	0,00%	1
35	0,40%			5,26%	0,40%	3,56	0,40%	0,01	12,64	0,00%	1
36	0,33%			0,00%	0,33%	3,58	0,33%	0,01	12,84	0,00%	1
37	0,28%			0,00%	0,28%	3,61	0,28%	0,01	13,04	0,00%	1
38	0,35%			0,00%	0,35%	3,64	0,35%	0,01	13,23	0,00%	1
39	0,38%			0,00%	0,38%	3,66	0,38%	0,01	13,42	0,00%	1
40	0,37%			20,00%	0,37%	3,69	0,37%	0,01	13,61	0,00%	1
41	0,23%			0,00%	0,23%	3,71	0,23%	0,01	13,79	0,00%	1
42	0,36%			0,00%	0,36%	3,74	0,36%	0,01	13,97	0,00%	1

a = 0,0086
b = -0,0016

$P_t = 0,0086 - 0,0016 \ln(t)$

Tabela A.25: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 2ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 2ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

PI Estimada Corrigida 1ª Iter Mensal		Medida Corretiva				Método dos Mínimos Quadrados					
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal	Iter	Escalar	Distância	Prob. Estimada Corrigida Mensal	ln(t)	P _i	ln(t) · P _i	ln(t) ²	P _i ²	n
43	0,26%			0,00%	0,26%	3,76	0,26%	0,01	14,15	0,00%	1
44	0,28%			0,00%	0,28%	3,78	0,28%	0,01	14,32	0,00%	1
45	0,40%			0,00%	0,40%	3,81	0,40%	0,02	14,49	0,00%	1
46	0,27%			0,00%	0,27%	3,83	0,27%	0,01	14,66	0,00%	1
47	0,42%			0,00%	0,42%	3,85	0,42%	0,02	14,82	0,00%	1
48	0,30%			0,00%	0,30%	3,87	0,30%	0,01	14,99	0,00%	1
49	0,37%			0,00%	0,37%	3,89	0,37%	0,01	15,15	0,00%	1
50	0,17%			0,00%	0,17%	3,91	0,17%	0,01	15,30	0,00%	1
51	0,34%			0,00%	0,34%	3,93	0,34%	0,01	15,46	0,00%	1
52	0,24%			0,00%	0,24%	3,95	0,24%	0,01	15,61	0,00%	1
53	0,23%			0,00%	0,23%	3,97	0,23%	0,01	15,76	0,00%	1
54	0,28%			0,00%	0,28%	3,99	0,28%	0,01	15,91	0,00%	1
55	0,16%			0,00%	0,16%	4,01	0,16%	0,01	16,06	0,00%	1
56	0,14%			0,00%	0,14%	4,03	0,14%	0,01	16,20	0,00%	1
57	0,18%			0,00%	0,18%	4,04	0,18%	0,01	16,35	0,00%	1
58	0,16%			0,00%	0,16%	4,06	0,16%	0,01	16,49	0,00%	1
59	0,14%			0,00%	0,14%	4,08	0,14%	0,01	16,63	0,00%	1
60	0,16%			0,00%	0,16%	4,09	0,16%	0,01	16,76	0,00%	1
61	0,24%			0,00%	0,24%	4,11	0,24%	0,01	16,90	0,00%	1
62	0,21%			0,00%	0,21%	4,13	0,21%	0,01	17,03	0,00%	1
63	0,19%			0,00%	0,19%	4,14	0,19%	0,01	17,17	0,00%	1
64	0,17%			0,00%	0,17%	4,16	0,17%	0,01	17,30	0,00%	1
65	0,14%			0,00%	0,14%	4,17	0,14%	0,01	17,43	0,00%	1
66	0,22%			0,00%	0,22%	4,19	0,22%	0,01	17,55	0,00%	1
67	0,18%			0,00%	0,18%	4,20	0,18%	0,01	17,68	0,00%	1
68	0,33%			0,00%	0,33%	4,22	0,33%	0,01	17,80	0,00%	1
69	0,12%			0,00%	0,12%	4,23	0,12%	0,01	17,93	0,00%	1
70	0,25%			0,00%	0,25%	4,25	0,25%	0,01	18,05	0,00%	1
71	0,22%			0,00%	0,22%	4,26	0,22%	0,01	18,17	0,00%	1
72	0,16%			0,00%	0,16%	4,28	0,16%	0,01	18,29	0,00%	1
73	0,23%			0,00%	0,23%	4,29	0,23%	0,01	18,41	0,00%	1
74	0,02%			0,00%	0,02%	4,30	0,02%	0,00	18,52	0,00%	1
75	0,12%			0,00%	0,12%	4,32	0,12%	0,01	18,64	0,00%	1
76	0,12%			0,00%	0,12%	4,33	0,12%	0,01	18,76	0,00%	1
77	0,13%			0,00%	0,13%	4,34	0,13%	0,01	18,87	0,00%	1
78	0,08%			0,00%	0,08%	4,36	0,08%	0,00	18,98	0,00%	1
79	0,21%			0,00%	0,21%	4,37	0,21%	0,01	19,09	0,00%	1
80	0,06%			0,00%	0,06%	4,38	0,06%	0,00	19,20	0,00%	1
81	0,26%			0,00%	0,26%	4,39	0,26%	0,01	19,31	0,00%	1
82	0,15%			0,00%	0,15%	4,41	0,15%	0,01	19,42	0,00%	1
83	0,03%			0,00%	0,03%	4,42	0,03%	0,00	19,53	0,00%	1
84	0,00%			0,54%	0,00%	0,00	0,00%	0,00	0,00	0,00%	0

Tabela A.26: cálculo da curva estimada mensal corrigida pela 2ª iteração, para as últimas 42 antiguidades. Adicionalmente, é apresentada a função logaritmo que melhor se aproxima da curva estimada corrigida pela 2ª iteração, segundo o método dos mínimos quadrados.

3º passo – foram calculadas as probabilidades estimadas mensais alisadas tendo em conta a função logaritmo obtida no 2º passo. Adicionalmente, foram calculadas as respetivas probabilidades estimadas anuais:

Prob. Anual		
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal Alisada Corrigida 2ºIter	Prob. Estimada Alisada Corrigida 2ºIter Anual
1	0,86%	6,90%
2	0,75%	6,51%
3	0,69%	6,21%
4	0,64%	5,96%
5	0,60%	5,75%
6	0,57%	5,56%
7	0,55%	5,39%
8	0,53%	5,24%
9	0,51%	5,10%
10	0,49%	4,97%
11	0,48%	4,84%
12	0,46%	4,73%
13	0,45%	4,62%
14	0,44%	4,52%
15	0,42%	4,42%
16	0,41%	4,33%
17	0,40%	4,24%
18	0,40%	4,16%
19	0,39%	4,08%
20	0,38%	4,00%
21	0,37%	3,93%
22	0,36%	3,86%
23	0,36%	3,79%
24	0,35%	3,73%
25	0,34%	3,66%
26	0,34%	3,60%
27	0,33%	3,54%
28	0,32%	3,48%
29	0,32%	3,43%
30	0,31%	3,37%
31	0,31%	3,32%
32	0,30%	3,27%
33	0,30%	3,22%
34	0,29%	3,17%
35	0,29%	3,12%
36	0,28%	3,08%
37	0,28%	3,03%
38	0,27%	2,99%
39	0,27%	2,94%
40	0,27%	2,90%
41	0,26%	2,86%
42	0,26%	2,82%

Tabela A.27: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 2ª iteração, para as primeiras 42 antiguidades.

Prob. Anual		
Antiguidade	Prob. Estimada Mensal Alisada Corrigida	Prob. Estimada Alisada Corrigida Anual
43	0,25%	2,78%
44	0,25%	2,74%
45	0,25%	2,70%
46	0,25%	2,66%
47	0,24%	2,63%
48	0,24%	2,59%
49	0,24%	2,56%
50	0,24%	2,52%
51	0,24%	2,49%
52	0,23%	2,45%
53	0,23%	2,42%
54	0,23%	2,39%
55	0,23%	2,36%
56	0,23%	2,32%
57	0,23%	2,29%
58	0,22%	2,26%
59	0,22%	2,23%
60	0,22%	2,20%
61	0,22%	2,18%
62	0,22%	2,15%
63	0,22%	2,12%
64	0,21%	2,09%
65	0,21%	2,06%
66	0,21%	2,04%
67	0,21%	2,01%
68	0,21%	1,98%
69	0,21%	1,96%
70	0,21%	1,93%
71	0,20%	1,91%
72	0,20%	1,88%
73	0,20%	1,86%
74	0,20%	1,86%
75	0,20%	1,86%
76	0,20%	1,86%
77	0,20%	1,86%
78	0,19%	1,86%
79	0,19%	1,86%
80	0,19%	1,86%
81	0,19%	1,86%
82	0,19%	1,86%
83	0,19%	1,86%
84	0,19%	1,86%

Tabela A.28: curvas das probabilidades estimadas alisadas mensais e anuais corrigidas pela 2ª iteração, para as últimas 42 antiguidades.

4º passo – Foram cálculos os eventos estimados tendo em conta a nova curva obtida pelo 3º passo:

Antiguidade	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada Alisada Corrigida 2ºIter Anual
1	179	34	12	19,0%	6,9%
2	180	21	12	11,7%	6,5%
3	176	13	11	7,4%	6,2%
4	159	17	9	10,7%	6,0%
5	138	12	8	8,7%	5,8%
6	146	6	8	4,1%	5,6%
7	121	10	7	8,3%	5,4%
8	135	4	7	3,0%	5,2%
9	105	4	5	3,8%	5,1%
10	121	8	6	6,6%	5,0%
11	111	7	5	6,3%	4,8%
12	130	4	6	3,1%	4,7%
13	126	2	6	1,6%	4,6%
14	136	4	6	2,9%	4,5%
15	142	6	6	4,2%	4,4%
16	173	3	7	1,7%	4,3%
17	130	0	6	0,0%	4,2%
18	155	1	6	0,6%	4,2%
19	174	3	7	1,7%	4,1%
20	127	4	5	3,1%	4,0%
21	161	3	6	1,9%	3,9%
22	152	3	6	2,0%	3,9%
23	161	2	6	1,2%	3,8%
24	125	1	5	0,8%	3,7%
25	109	3	4	2,8%	3,7%
26	74	2	3	2,7%	3,6%
27	40	1	1	2,5%	3,5%
28	37	0	1	0,0%	3,5%
29	36	1	1	2,8%	3,4%
30	23	0	1	0,0%	3,4%
31	41	0	1	0,0%	3,3%
32	23	5	1	21,7%	3,3%
33	25	1	1	4,0%	3,2%
34	16	1	1	6,3%	3,2%
35	19	3	1	15,8%	3,1%
36	27	0	1	0,0%	3,1%
37	17	1	1	5,9%	3,0%
38	16	0	0	0,0%	3,0%
39	16	1	0	6,3%	2,9%
40	5	2	0	40,0%	2,9%
41	11	0	0	0,0%	2,9%
42	14	1	0	7,1%	2,8%

Tabela A.29: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração, respetivamente.

	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada Alisada Corrigida 2ºIter Anual
43	16	0	0	0,0%	2,8%
44	9	0	0	0,0%	2,7%
45	17	0	0	0,0%	2,7%
46	5	0	0	0,0%	2,7%
47	11	2	0	18,2%	2,6%
48	21	2	1	9,5%	2,6%
49	20	0	1	0,0%	2,6%
50	14	2	0	14,3%	2,5%
51	16	0	0	0,0%	2,5%
52	15	2	0	13,3%	2,5%
53	19	0	0	0,0%	2,4%
54	15	0	0	0,0%	2,4%
55	15	0	0	0,0%	2,4%
56	16	0	0	0,0%	2,3%
57	18	1	0	5,6%	2,3%
58	22	0	0	0,0%	2,3%
59	26	0	1	0,0%	2,2%
60	42	2	1	4,8%	2,2%
61	39	0	1	0,0%	2,2%
62	53	3	1	5,7%	2,1%
63	46	1	1	2,2%	2,1%
64	29	0	1	0,0%	2,1%
65	36	3	1	8,3%	2,1%
66	45	2	1	4,4%	2,0%
67	68	1	1	1,5%	2,0%
68	60	0	1	0,0%	2,0%
69	53	0	1	0,0%	2,0%
70	74	1	1	1,4%	1,9%
71	113	0	2	0,0%	1,9%
72	112	0	2	0,0%	1,9%
73	115	6	2	5,2%	1,9%
74	133	2	2	1,5%	1,9%
75	81	0	2	0,0%	1,9%
76	84	1	2	1,2%	1,9%
77	65	0	1	0,0%	1,9%
78	66	1	1	1,5%	1,9%
79	79	2	1	2,5%	1,9%
80	99	1	2	1,0%	1,9%
81	85	1	2	1,2%	1,9%
82	90	0	2	0,0%	1,9%
83	66	0	1	0,0%	1,9%
84	3313	51	62	1,5%	1,9%

Tabela A.30: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais corrigidas pela 2ª iteração, respetivamente.

5º passo – Foi aplicado o teste do Qui-Quadrado à curva de probabilidades estimadas alisadas anuais corrigida pela 1ª iteração:

Antiguidade	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
1	41	0,00%	Sim	1,9%
2	8	0,50%	Sim	1,9%
3	0	51,82%	Não	1,9%
4	6	1,18%	Sim	1,7%
5	2	13,74%	Não	1,5%
6	1	44,36%	Não	1,6%
7	2	16,21%	Não	1,3%
8	1	23,53%	Não	1,4%
9	0	54,85%	Não	1,1%
10	1	40,48%	Não	1,3%
11	1	47,30%	Não	1,2%
12	1	37,47%	Não	1,4%
13	3	10,47%	Não	1,4%
14	1	37,55%	Não	1,5%
15	0	90,85%	Não	1,5%
16	3	9,33%	Não	1,9%
17	6	1,64%	Sim	1,4%
18	5	2,84%	Sim	1,7%
19	2	11,60%	Não	1,9%
20	0	62,30%	Não	1,4%
21	2	17,69%	Não	1,7%
22	1	22,72%	Não	1,6%
23	3	9,03%	Não	1,7%
24	3	8,41%	Não	1,3%
25	0	61,27%	Não	1,2%
26	0	67,82%	Não	0,8%
27	0	72,15%	Não	0,4%
28	1	24,78%	Não	0,4%
29	0	83,02%	Não	0,4%
30				0,2%
31	1	23,54%	Não	0,4%
32				0,2%
33				0,3%
34				0,2%
35				0,2%
36				0,3%
37				0,2%
38				0,2%
39				0,2%
40				0,1%
41				0,1%
42				0,2%

Tabela A.31: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
43				0,2%
44				0,1%
45				0,2%
46				0,1%
47				0,1%
48				0,2%
49				0,2%
50				0,2%
51				0,2%
52				0,2%
53				0,2%
54				0,2%
55				0,2%
56				0,2%
57				0,2%
58				0,2%
59				0,3%
60	1	25,89%	Não	0,5%
61	1	35,17%	Não	0,4%
62	3	7,76%	Não	0,6%
63	0	97,92%	Não	0,5%
64				0,3%
65	7	0,81%	Sim	0,4%
66	1	25,28%	Não	0,5%
67	0	75,14%	Não	0,7%
68	1	27,05%	Não	0,6%
69	1	30,36%	Não	0,6%
70	0	71,67%	Não	0,8%
71	2	13,83%	Não	1,2%
72	2	14,27%	Não	1,2%
73	7	0,76%	Sim	1,2%
74	0	76,27%	Não	1,4%
75	2	21,57%	Não	0,9%
76	0	65,08%	Não	0,9%
77	1	26,74%	Não	0,7%
78	0	83,69%	Não	0,7%
79	0	65,71%	Não	0,8%
80	0	53,24%	Não	1,1%
81	0	64,20%	Não	0,9%
82	2	19,19%	Não	1,0%
83	1	26,37%	Não	0,7%
84	2	17,53%	Não	35,5%

Tabela A.32: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

6º passo – Foi aplicado os testes da Binomial à curva de probabilidades

estimadas alisadas anuais corrigida pela 2ª iteração:

Antiguidade	Estatística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H ₀ ?	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
1	34	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
2	21	0,34%	0,34%	Sim	Sim	1,9%
3	13	20,62%	20,62%	Não	Não	1,9%
4	17	0,69%	0,69%	Sim	Sim	1,7%
5	12	5,52%	5,52%	Não	Não	1,5%
6	6	29,15%	70,85%	Não	Não	1,6%
7	10	6,29%	6,29%	Não	Não	1,3%
8	4	15,92%	84,08%	Não	Não	1,4%
9	4	37,53%	62,47%	Não	Não	1,1%
10	8	14,84%	14,84%	Não	Não	1,3%
11	7	17,07%	17,07%	Não	Não	1,2%
12	4	25,91%	74,09%	Não	Não	1,4%
13	2	6,59%	93,41%	Não	Não	1,4%
14	4	25,95%	74,05%	Não	Não	1,5%
15	6	56,02%	43,98%	Não	Não	1,5%
16	3	5,56%	94,44%	Não	Não	1,9%
17	0	0,36%	99,64%	Sim	Não	1,4%
18	1	1,06%	98,94%	Sim	Não	1,7%
19	3	7,25%	92,75%	Não	Não	1,9%
20	4	42,16%	57,84%	Não	Não	1,4%
21	3	11,91%	88,09%	Não	Não	1,7%
22	3	15,80%	84,20%	Não	Não	1,6%
23	2	5,42%	94,58%	Não	Não	1,7%
24	1	5,06%	94,94%	Não	Não	1,3%
25	3	43,13%	56,87%	Não	Não	1,2%
26	2	49,92%	50,08%	Não	Não	0,8%
27	1	58,35%	41,65%	Não	Não	0,4%
28	0	26,92%	73,08%	Não	Não	0,4%
29	1	64,89%	35,11%	Não	Não	0,4%
30	0	45,42%	54,58%	Não	Não	0,2%
31	0	25,04%	74,96%	Não	Não	0,4%
32	5	0,01%	0,01%	Sim	Sim	0,2%
33	1	19,17%	19,17%	Não	Não	0,3%
34	1	8,99%	8,99%	Não	Não	0,2%
35	3	0,25%	0,25%	Sim	Sim	0,2%
36	0	43,02%	56,98%	Não	Não	0,3%
37	1	9,25%	9,25%	Não	Não	0,2%
38	0	61,57%	38,43%	Não	Não	0,2%
39	1	7,91%	7,91%	Não	Não	0,2%
40	2	0,02%	0,02%	Sim	Sim	0,1%
41	0	72,68%	27,32%	Não	Não	0,1%
42	1	5,77%		Não	Não	0,2%

Tabela A.33: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

	Estadística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
43	0	63,71%	36,29%	Não	Não	0,2%
44	0	77,88%	22,12%	Não	Não	0,1%
45	0	62,78%	37,22%	Não	Não	0,2%
46	0	87,37%	12,63%	Sim	Sim	0,1%
47	2	0,26%	0,26%	Sim	Sim	0,1%
48	2	1,63%	1,63%	Não	Não	0,2%
49	0	59,58%	40,42%	Sim	Sim	0,2%
50	2	0,47%	0,47%	Não	Não	0,2%
51	0	66,83%	33,17%	Sim	Sim	0,2%
52	2	0,54%	0,54%	Não	Não	0,2%
53	0	62,78%	37,22%	Não	Não	0,2%
54	0	69,59%	30,41%	Não	Não	0,2%
55	0	69,93%	30,07%	Não	Não	0,2%
56	0	68,63%	31,37%	Não	Não	0,2%
57	1	6,32%	6,32%	Não	Não	0,2%
58	0	60,43%	39,57%	Não	Não	0,2%
59	0	55,58%	44,42%	Não	Não	0,3%
60	2	6,51%	6,51%	Não	Não	0,5%
61	0	42,41%	57,59%	Não	Sim	0,4%
62	3	2,70%	2,70%	Não	Não	0,6%
63	1	25,48%	25,48%	Não	Não	0,5%
64	0	54,19%	45,81%	Sim	Sim	0,3%
65	3	0,63%	0,63%	Não	Não	0,4%
66	2	6,37%	6,37%	Não	Não	0,5%
67	1	60,21%	39,79%	Não	Não	0,7%
68	0	30,06%	69,94%	Não	Não	0,6%
69	0	35,07%	64,93%	Não	Não	0,6%
70	1	58,02%	41,98%	Não	Não	0,8%
71	0	11,35%	88,65%	Não	Não	1,2%
72	0	11,91%	88,09%	Sim	Sim	1,2%
73	6	0,59%	0,59%	Não	Não	1,2%
74	2	55,03%	44,97%	Não	Não	1,4%
75	0	21,90%	78,10%	Não	Não	0,9%
76	1	53,62%	46,38%	Não	Não	0,9%
77	0	29,56%	70,44%	Não	Não	0,7%
78	1	65,26%	34,74%	Não	Não	0,7%
79	2	18,17%	18,17%	Não	Não	0,8%
80	1	44,91%	55,09%	Não	Não	1,1%
81	1	53,01%	46,99%	Não	Não	0,9%
82	0	18,50%	81,50%	Não	Não	1,0%
83	0	29,02%	70,98%	Não	Não	0,7%
84	51	9,57%	90,43%			35,5%

Tabela A.34: resultados obtidos pelos testes da Binomial aplicado à nova curva estimada anual, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

A.V Probabilidade de *Default* Partindo do Estado Regular

Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

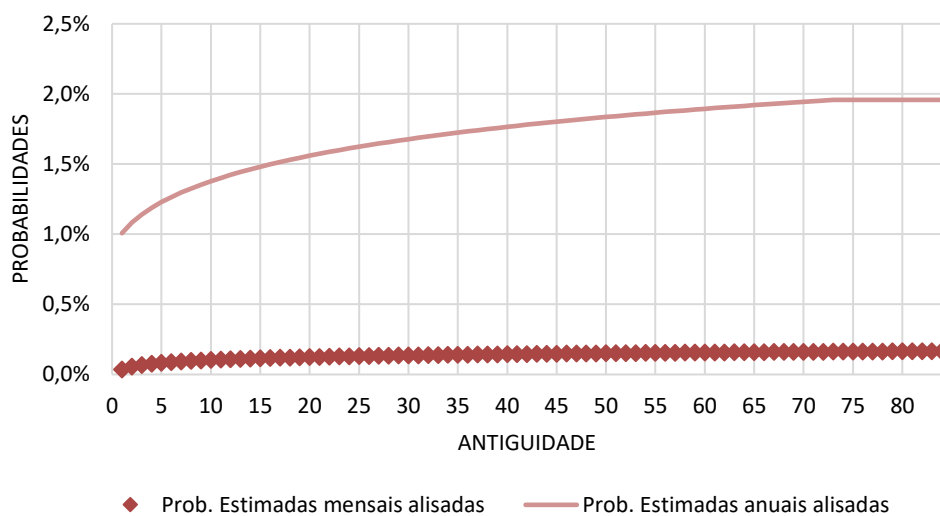


Gráfico A.3: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.

Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas

Antiguidade	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
1	179	12	2	6,7%	1,0%
2	180	11	2	6,1%	1,1%
3	176	4	2	2,3%	1,1%
4	159	4	2	2,5%	1,2%
5	138	2	2	1,4%	1,2%
6	146	6	2	4,1%	1,3%
7	121	1	2	0,8%	1,3%
8	135	1	2	0,7%	1,3%
9	105	1	1	1,0%	1,4%
10	121	1	2	0,8%	1,4%
11	111	1	2	0,9%	1,4%
12	130	1	2	0,8%	1,4%
13	126	0	2	0,0%	1,4%
14	136	0	2	0,0%	1,5%
15	142	2	2	1,4%	1,5%
16	173	1	3	0,6%	1,5%
17	130	0	2	0,0%	1,5%
18	155	1	2	0,6%	1,5%
19	174	0	3	0,0%	1,5%
20	127	1	2	0,8%	1,6%
21	161	1	3	0,6%	1,6%
22	152	0	2	0,0%	1,6%
23	161	0	3	0,0%	1,6%
24	125	0	2	0,0%	1,6%
25	109	2	2	1,8%	1,6%
26	74	0	1	0,0%	1,6%
27	40	0	1	0,0%	1,6%
28	37	0	1	0,0%	1,7%
29	36	1	1	2,8%	1,7%
30	23	0	0	0,0%	1,7%
31	41	2	1	4,9%	1,7%
32	23	2	0	8,7%	1,7%
33	25	0	0	0,0%	1,7%
34	16	0	0	0,0%	1,7%
35	19	0	0	0,0%	1,7%
36	27	0	0	0,0%	1,7%
37	17	0	0	0,0%	1,7%
38	16	0	0	0,0%	1,7%
39	16	0	0	0,0%	1,8%
40	5	0	0	0,0%	1,8%
41	11	0	0	0,0%	1,8%
42	14	0	0	0,0%	1,8%

Tabela A.35: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

	Universe	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
43	16	0	0	0,0%	1,8%
44	9	0	0	0,0%	1,8%
45	17	0	0	0,0%	1,8%
46	5	0	0	0,0%	1,8%
47	11	0	0	0,0%	1,8%
48	21	0	0	0,0%	1,8%
49	20	1	0	5,0%	1,8%
50	14	1	0	7,1%	1,8%
51	16	0	0	0,0%	1,8%
52	15	0	0	0,0%	1,8%
53	19	0	0	0,0%	1,9%
54	15	0	0	0,0%	1,9%
55	15	0	0	0,0%	1,9%
56	16	0	0	0,0%	1,9%
57	18	0	0	0,0%	1,9%
58	22	0	0	0,0%	1,9%
59	26	0	0	0,0%	1,9%
60	42	0	1	0,0%	1,9%
61	39	0	1	0,0%	1,9%
62	53	0	1	0,0%	1,9%
63	46	0	1	0,0%	1,9%
64	29	0	1	0,0%	1,9%
65	36	0	1	0,0%	1,9%
66	45	0	1	0,0%	1,9%
67	68	0	1	0,0%	1,9%
68	60	0	1	0,0%	1,9%
69	53	0	1	0,0%	1,9%
70	74	0	1	0,0%	1,9%
71	113	0	2	0,0%	1,9%
72	112	0	2	0,0%	2,0%
73	115	2	2	1,7%	2,0%
74	133	0	3	0,0%	2,0%
75	81	0	2	0,0%	2,0%
76	84	0	2	0,0%	2,0%
77	65	0	1	0,0%	2,0%
78	66	0	1	0,0%	2,0%
79	79	0	2	0,0%	2,0%
80	99	0	2	0,0%	2,0%
81	85	0	2	0,0%	2,0%
82	90	0	2	0,0%	2,0%
83	66	0	1	0,0%	2,0%
84	3313	8	65	0,2%	2,0%

Tabela A.36: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

Probabilidades Observadas

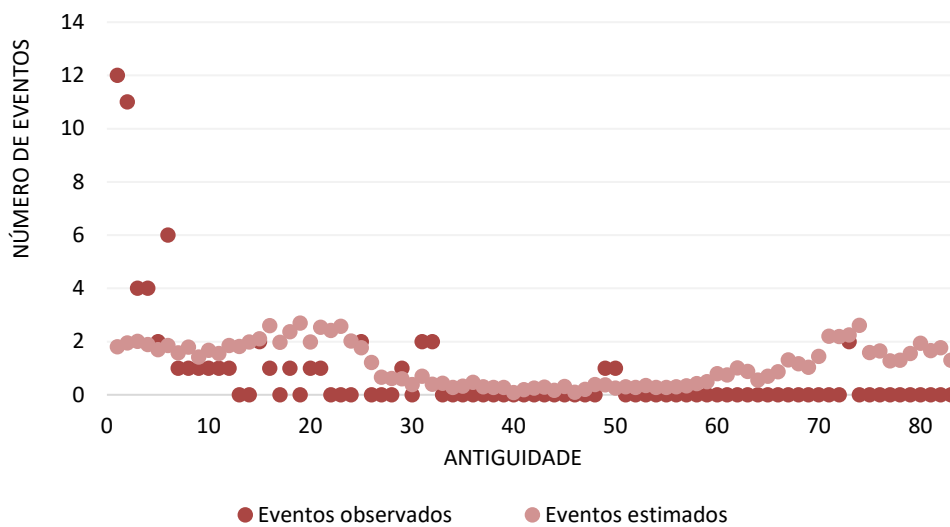


Gráfico A.4: eventos observados vs estimados por antiguidade.

Teste do Qui-Quadrado – Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
1	58	0,00%	Sim	1,9%
2	42	0,00%	Sim	1,9%
3	2	15,71%	Não	1,9%
4	2	12,22%	Não	1,7%
5	0	81,39%	Não	1,5%
6	9	0,21%	Sim	1,6%
7	0	64,74%	Não	1,3%
8	0	55,20%	Não	1,4%
9	0	72,22%	Não	1,1%
10	0	60,27%	Não	1,3%
11	0	65,38%	Não	1,2%
12	0	52,91%	Não	1,4%
13	2	17,43%	Não	1,4%
14	2	15,54%	Não	1,5%
15	0	94,31%	Não	1,5%
16	1	31,92%	Não	1,9%
17	2	15,74%	Não	1,4%
18	1	36,94%	Não	1,7%
19	3	9,84%	Não	1,9%
20	0	48,25%	Não	1,4%
21	1	33,16%	Não	1,7%
22	2	11,75%	Não	1,6%
23	3	10,57%	Não	1,7%
24	2	15,25%	Não	1,3%
25	0	86,14%	Não	1,2%
26	1	26,74%	Não	0,8%
27	1	41,32%	Não	0,4%
28	1	42,98%	Não	0,4%
29	0	60,29%	Não	0,4%
30				0,2%
31	3	11,27%	Não	0,4%
32				0,2%
33				0,3%
34				0,2%
35				0,2%
36				0,3%
37				0,2%
38				0,2%
39				0,2%
40				0,1%
41				0,1%
42				0,2%

Tabela A.37: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
43				0,2%
44				0,1%
45				0,2%
46				0,1%
47				0,1%
48				0,2%
49				0,2%
50				0,2%
51				0,2%
52				0,2%
53				0,2%
54				0,2%
55				0,2%
56				0,2%
57				0,2%
58				0,2%
59				0,3%
60	1	36,79%	Não	0,5%
61	1	38,49%	Não	0,4%
62	1	31,04%	Não	0,6%
63	1	34,40%	Não	0,5%
64				0,3%
65	1	40,12%	Não	0,4%
66	1	34,73%	Não	0,5%
67	1	24,74%	Não	0,7%
68	1	27,66%	Não	0,6%
69	1	30,59%	Não	0,6%
70	1	22,58%	Não	0,8%
71	2	13,40%	Não	1,2%
72	2	13,53%	Não	1,2%
73	0	86,56%	Não	1,2%
74	3	10,32%	Não	1,4%
75	2	20,35%	Não	0,9%
76	2	19,53%	Não	0,9%
77	1	25,46%	Não	0,7%
78	1	25,10%	Não	0,7%
79	2	20,91%	Não	0,8%
80	2	15,97%	Não	1,1%
81	2	19,26%	Não	0,9%
82	2	18,01%	Não	1,0%
83	1	25,10%	Não	0,7%
84	51	0,00%	Sim	35,5%

Tabela A.38: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Teste da Binomial - Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
1	12	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
2	11	0,00%	0,00%	Sim	Sim	1,9%
3	4	5,22%	5,22%	Não	Não	1,9%
4	4	4,21%	4,21%	Não	Sim	1,7%
5	2	24,11%	24,11%	Não	Não	1,5%
6	6	0,27%	0,27%	Sim	Sim	1,6%
7	1	53,37%	46,63%	Não	Não	1,3%
8	1	46,41%	53,59%	Não	Não	1,4%
9	1	58,37%	41,63%	Não	Não	1,1%
10	1	50,19%	49,81%	Não	Não	1,3%
11	1	53,82%	46,18%	Não	Não	1,2%
12	1	44,64%	55,36%	Não	Não	1,4%
13	0	16,01%	83,99%	Não	Não	1,4%
14	0	13,48%	86,52%	Não	Não	1,5%
15	2	64,87%	35,13%	Não	Não	1,5%
16	1	26,67%	73,33%	Não	Não	1,9%
17	0	13,75%	86,25%	Não	Não	1,4%
18	1	31,23%	68,77%	Não	Não	1,7%
19	0	6,66%	93,34%	Não	Não	1,9%
20	1	40,92%	59,08%	Não	Não	1,4%
21	1	27,82%	72,18%	Não	Não	1,7%
22	0	8,80%	91,20%	Não	Não	1,6%
23	0	7,46%	92,54%	Não	Não	1,7%
24	0	13,12%	86,88%	Não	Não	1,3%
25	2	26,08%	26,08%	Não	Não	1,2%
26	0	29,53%	70,47%	Não	Não	0,8%
27	0	51,48%	48,52%	Não	Não	0,4%
28	0	53,89%	46,11%	Não	Não	0,4%
29	1	12,09%	12,09%	Não	Não	0,4%
30	0	67,77%	32,23%	Não	Não	0,2%
31	2	3,18%	3,18%	Não	Sim	0,4%
32	2	0,67%	0,67%	Sim	Sim	0,2%
33	0	65,03%	34,97%	Não	Não	0,3%
34	0	75,82%	24,18%	Não	Não	0,2%
35	0	71,86%	28,14%	Não	Não	0,2%
36	0	62,38%	37,62%	Não	Não	0,3%
37	0	74,18%	25,82%	Não	Não	0,2%
38	0	75,40%	24,60%	Não	Não	0,2%
39	0	75,30%	24,70%	Não	Não	0,2%
40	0	91,48%	8,52%	Não	Não	0,1%
41	0	82,14%	17,86%	Não	Não	0,1%
42	0	77,76%	22,24%	Não	Não	0,2%

Tabela A.39: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Backtesting a Parâmetros de Risco de Crédito

	Estadística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
43	0	74,93%	25,07%	Não	Não	0,2%
44	0	84,96%	15,04%	Não	Não	0,1%
45	0	73,40%	26,60%	Não	Não	0,2%
46	0	91,28%	8,72%	Não	Não	0,1%
47	0	81,74%	18,26%	Não	Não	0,1%
48	0	67,96%	32,04%	Não	Não	0,2%
49	1	5,11%	5,11%	Não	Não	0,2%
50	1	2,65%	2,65%	Não	Sim	0,2%
51	0	74,27%	25,73%	Não	Não	0,2%
52	0	75,59%	24,41%	Não	Não	0,2%
53	0	70,07%	29,93%	Não	Não	0,2%
54	0	75,45%	24,55%	Não	Não	0,2%
55	0	75,39%	24,61%	Não	Não	0,2%
56	0	73,91%	26,09%	Não	Não	0,2%
57	0	71,09%	28,91%	Não	Não	0,2%
58	0	65,82%	34,18%	Não	Não	0,2%
59	0	60,91%	39,09%	Não	Não	0,3%
60	0	44,79%	55,21%	Não	Não	0,5%
61	0	47,34%	52,66%	Não	Não	0,4%
62	0	36,09%	63,91%	Não	Não	0,6%
63	0	41,19%	58,81%	Não	Não	0,5%
64	0	57,08%	42,92%	Não	Não	0,3%
65	0	49,76%	50,24%	Não	Não	0,4%
66	0	41,70%	58,30%	Não	Não	0,5%
67	0	26,58%	73,42%	Não	Não	0,7%
68	0	30,97%	69,03%	Não	Não	0,6%
69	0	35,42%	64,58%	Não	Não	0,6%
70	0	23,39%	76,61%	Não	Não	0,8%
71	0	10,82%	89,18%	Não	Não	1,2%
72	0	10,98%	89,02%	Não	Não	1,2%
73	2	60,83%	39,17%	Não	Não	1,2%
74	0	7,21%	92,79%	Não	Não	1,4%
75	0	20,16%	79,84%	Não	Não	0,9%
76	0	19,00%	81,00%	Não	Não	0,9%
77	0	27,66%	72,34%	Não	Não	0,7%
78	0	27,12%	72,88%	Não	Não	0,7%
79	0	20,97%	79,03%	Não	Não	0,8%
80	0	14,12%	85,88%	Não	Não	1,1%
81	0	18,63%	81,37%	Não	Não	0,9%
82	0	16,87%	83,13%	Não	Não	1,0%
83	0	27,12%	72,88%	Não	Não	0,7%
84	8	0,00%	100,00%	Sim	Não	35,5%

Tabela A.40: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

A.VI Probabilidade de *Default* Partindo do Estado de Indícios

Probabilidades Estimadas Mensais e Anuais Alisadas

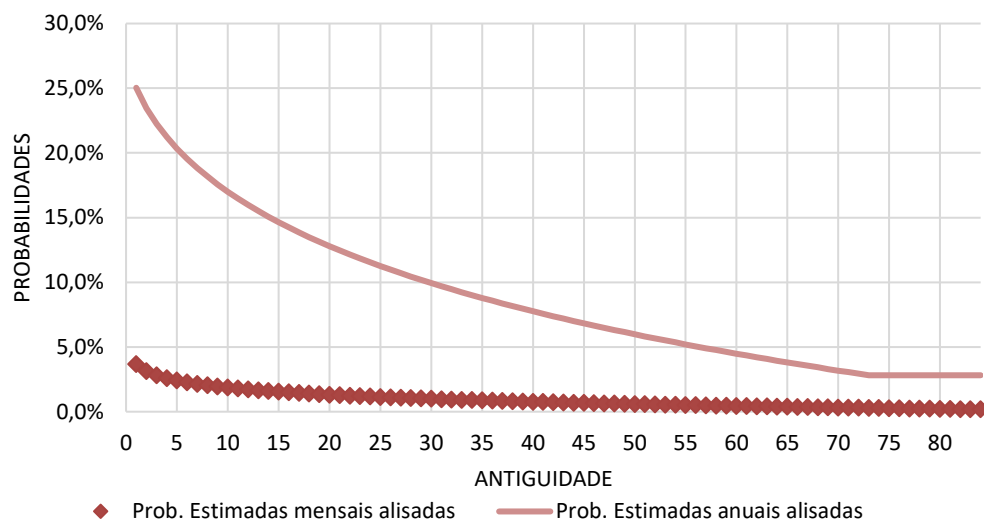


Gráfico A.5: curvas de probabilidades estimadas mensais e anuais alisadas.

Síntese dos Eventos e Probabilidades Estimadas/Observadas

Antiguidade	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
1	136	40	34	29,4%	25,0%
2	69	20	16	29,0%	23,5%
3	29	15	6	51,7%	22,2%
4	38	17	8	44,7%	21,2%
5	15	6	3	40,0%	20,3%
6	22	9	4	40,9%	19,5%
7	12	4	2	33,3%	18,8%
8	8	5	1	62,5%	18,2%
9	7	3	1	42,9%	17,6%
10	5	0	1	0,0%	17,0%
11	7	1	1	14,3%	16,5%
12	6	3	1	50,0%	16,0%
13	1	1	0	100,0%	15,5%
14	0	0	0		15,1%
15	1	0	0	0,0%	14,6%
16	1	1	0	100,0%	14,2%
17	2	2	0	100,0%	13,9%
18	1	1	0	100,0%	13,5%
19	0	0	0		13,1%
20	1	0	0	0,0%	12,8%
21	0	0	0		12,5%
22	1	0	0	0,0%	12,1%
23	1	1	0	100,0%	11,8%
24	0	0	0		11,5%
25	2	1	0	50,0%	11,3%
26	0	0	0		11,0%
27	3	1	0	33,3%	10,7%
28	0	0	0		10,4%
29	1	0	0	0,0%	10,2%
30	0	0	0		9,9%
31	0	0	0		9,7%
32	0	0	0		9,5%
33	0	0	0		9,2%
34	1	1	0	100,0%	9,0%
35	0	0	0		8,8%
36	0	0	0		8,6%
37	1	0	0	0,0%	8,4%
38	0	0	0		8,2%
39	0	0	0		8,0%
40	0	0	0		7,8%
41	1	1	0	100,0%	7,6%
42	0	0	0		7,4%

Tabela A.41: distribuição dos eventos observados e estimados, para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

	Universo	Eventos observados	Eventos estimados	Prob. observada	Prob. Estimada
43	0	0	0		7,2%
44	0	0	0		7,0%
45	0	0	0		6,8%
46	0	0	0		6,7%
47	0	0	0		6,5%
48	0	0	0		6,3%
49	0	0	0		6,1%
50	0	0	0		6,0%
51	0	0	0		5,8%
52	0	0	0		5,7%
53	0	0	0		5,5%
54	0	0	0		5,4%
55	0	0	0		5,2%
56	0	0	0		5,1%
57	0	0	0		4,9%
58	0	0	0		4,8%
59	0	0	0		4,6%
60	0	0	0		4,5%
61	0	0	0		4,3%
62	0	0	0		4,2%
63	0	0	0		4,1%
64	0	0	0		3,9%
65	0	0	0		3,8%
66	0	0	0		3,7%
67	0	0	0		3,5%
68	0	0	0		3,4%
69	0	0	0		3,3%
70	0	0	0		3,2%
71	0	0	0		3,1%
72	0	0	0		2,9%
73	0	0	0		2,8%
74	0	0	0		2,8%
75	0	0	0		2,8%
76	0	0	0		2,8%
77	0	0	0		2,8%
78	0	0	0		2,8%
79	0	0	0		2,8%
80	0	0	0		2,8%
81	0	0	0		2,8%
82	0	0	0		2,8%
83	0	0	0		2,8%
84	0	0	0		2,8%

Tabela A.42: distribuição dos eventos observados e estimados, para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta as probabilidades observadas e estimadas alisadas anuais, respetivamente.

Probabilidades Observadas

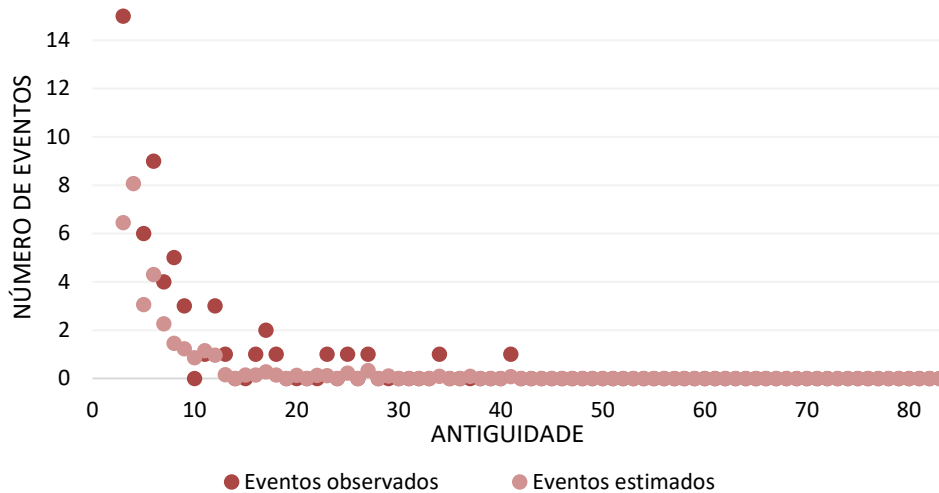


Gráfico A.6: eventos observados vs eventos estimados por antiguidade.

Teste do Qui-Quadrado – Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
1	1	23,88%	Não	36,6%
2	1	27,84%	Não	18,5%
3				7,8%
4	13	0,04%	Sim	10,2%
5				4,0%
6				5,9%
7				3,2%
8				2,2%
9				1,9%
10				1,3%
11				1,9%
12				1,6%
13				0,3%
14				0,0%
15				0,3%
16				0,3%
17				0,5%
18				0,3%
19				0,0%
20				0,3%
21				0,0%
22				0,3%
23				0,3%
24				0,0%
25				0,5%
26				0,0%
27				0,8%
28				0,0%
29				0,3%
30				0,0%
31				0,0%
32				0,0%
33				0,0%
34				0,3%
35				0,0%
36				0,0%
37				0,3%
38				0,0%
39				0,0%
40				0,0%
41				0,3%
42				0,0%

Tabela A.43: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estatística de teste	p_value	Rejeitar H ₀ ?	% peso do Universo
43				0,0%
44				0,0%
45				0,0%
46				0,0%
47				0,0%
48				0,0%
49				0,0%
50				0,0%
51				0,0%
52				0,0%
53				0,0%
54				0,0%
55				0,0%
56				0,0%
57				0,0%
58				0,0%
59				0,0%
60				0,0%
61				0,0%
62				0,0%
63				0,0%
64				0,0%
65				0,0%
66				0,0%
67				0,0%
68				0,0%
69				0,0%
70				0,0%
71				0,0%
72				0,0%
73				0,0%
74				0,0%
75				0,0%
76				0,0%
77				0,0%
78				0,0%
79				0,0%
80				0,0%
81				0,0%
82				0,0%
83				0,0%
84				0,0%

Tabela A.44: resultados obtidos pelo teste do Qui-Quadrado para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

Teste da Binomial - Resultados

Antiguidade	Estatística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
1	40	10,24%	10,24%	Não	Não	36,6%
2	20	11,20%	11,20%	Não	Não	18,5%
3	15	0,01%	0,01%	Sim	Sim	7,8%
4	17	0,03%	0,03%	Sim	Sim	10,2%
5	6	1,97%	1,97%	Sim	Sim	4,0%
6	9	0,52%	0,52%	Sim	Sim	5,9%
7	4	5,80%	5,80%	Não	Não	3,2%
8	5	0,07%	0,07%	Sim	Sim	2,2%
9	3	2,12%	2,12%	Sim	Sim	1,9%
10	0	39,38%	60,62%	Não	Não	1,3%
11	1	67,52%	32,48%	Não	Não	1,9%
12	3	0,74%	0,74%	Sim	Sim	1,6%
13	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
14	0					0,0%
15	0	85,36%	14,64%	Não	Não	0,3%
16	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
17	2	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,5%
18	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
19	0					0,0%
20	0	87,21%	12,79%	Não	Não	0,3%
21	0					0,0%
22	0	87,86%	12,14%	Não	Não	0,3%
23	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
24	0					0,0%
25	1	1,27%	1,27%	Sim	Sim	0,5%
26	0					0,0%
27	1	3,19%	3,19%	Não	Sim	0,8%
28	0					0,0%
29	0	89,81%	10,19%	Não	Não	0,3%
30	0					0,0%
31	0					0,0%
32	0					0,0%
33	0					0,0%
34	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
35	0					0,0%
36	0					0,0%
37	0	91,64%	8,36%	Não	Não	0,3%
38	0					0,0%
39	0					0,0%
40	0					0,0%
41	1	0,00%	0,00%	Sim	Sim	0,3%
42	0					0,0%

Tabela A.45: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as primeiras 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

	Estadística de teste	p_value1	p_value2	Rejeitar H_0 ?	Rejeitar H_0 ?	% peso do Universo
43	0					0,0%
44	0					0,0%
45	0					0,0%
46	0					0,0%
47	0					0,0%
48	0					0,0%
49	0					0,0%
50	0					0,0%
51	0					0,0%
52	0					0,0%
53	0					0,0%
54	0					0,0%
55	0					0,0%
56	0					0,0%
57	0					0,0%
58	0					0,0%
59	0					0,0%
60	0					0,0%
61	0					0,0%
62	0					0,0%
63	0					0,0%
64	0					0,0%
65	0					0,0%
66	0					0,0%
67	0					0,0%
68	0					0,0%
69	0					0,0%
70	0					0,0%
71	0					0,0%
72	0					0,0%
73	0					0,0%
74	0					0,0%
75	0					0,0%
76	0					0,0%
77	0					0,0%
78	0					0,0%
79	0					0,0%
80	0					0,0%
81	0					0,0%
82	0					0,0%
83	0					0,0%
84	0					0,0%

Tabela A.46: resultados obtidos pelos testes da Binomial para as últimas 42 antiguidades, tendo em conta o nível de significância de 95%.

As tabelas seguintes visam resumir os resultados obtidos pelos testes estatísticos detalhados em cima:

Rejeitar H_0 ?	Resultados	Conclusão
Não	55,1%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	10,2%	

Tabela A.47: síntese dos resultados do teste do Qui-Quadrado aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado de Indícios, com um nível de significância de 95%.

Rejeitar H_0 no teste 1?	Rejeitar H_0 no teste 2?	Resultados	Conclusão
Não	Não	62,9%	Existe aderência entre os eventos estimados e os observados
Sim	Sim	0,8%	
Não	Sim	0,0%	
Sim	Não	36,3%	

Tabela A.48 síntese dos resultados dos testes da Binomial aplicado à curva da probabilidade de Default partindo do estado Regular, com um nível de significância de 95%.