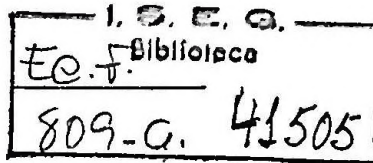


UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO



HG 226.5

P45

1994

# RAÍZES UNITÁRIAS E COINTEGRAÇÃO:

UMA APLICAÇÃO À PROCURA DE MOEDA EM PORTUGAL

Tese para obtenção do grau de Mestre em  
Matemática Aplicada à Economia e à Gestão, sob  
orientação do Professor Doutor Carlos Silva Ribeiro

Realizada por: **Fernanda Paula Mora Peixe**

LISBOA

JUNHO DE 1994



# **RAÍZES UNITÁRIAS E COINTEGRAÇÃO:**

UMA APLICAÇÃO À PROCURA DE MOEDA EM PORTUGAL



## NOTA PRÉVIA

*A todos os que de alguma forma contribuíram para que este trabalho fosse realizado quero expressar o meu profundo reconhecimento.*

*Agradeço de modo especial ao meu orientador, Prof. Carlos Silva Ribeiro, pela disponibilidade manifestada, acompanhamento crítico e indicações bibliográficas fundamentais, bem como ao Dr. Carlos Robalo Marques, pela amável cedência dos dados e úteis sugestões.*

*Não esqueço a simpatia e espírito de cooperação sempre demonstradas pelos meus colegas de mestrado, bem como a qualidade e isenção dos docentes. Agradeço também à minha família e aos colegas da Universidade de Évora, a paciência e o apoio.*



INTRODUÇÃO.....	6
1-RAÍZES UNITÁRIAS E COINTEGRAÇÃO.....	9
1.1-ESTACIONARIDADE E INTEGRAÇÃO .....	10
1.1.1-Conceitos .....	10
1.1.2-Testes de Raízes Unitárias.....	14
1.2-COINTEGRAÇÃO.....	19
1.2.1-Conceito e Interpretação.....	19
1.2.2-Modelos de Mecanismo Corrector do Erro .....	21
1.2.3-Estimação de um Sistema de Variáveis Cointegradas.....	23
1.2.3.1-O Método de Engle e Granger.....	23
1.2.3.2-Generalizações .....	25
1.2.3.3-O Método em Um Só Passo .....	28
1.2.3.4-A Abordagem de Johansen .....	30
1.2.4-Testes de Cointegração.....	33
1.2.4.1-Testes Baseados nos Resíduos da Regressão de Cointegração..	33
1.2.4.2-Testes sobre a Ordem de Cointegração.....	35
1.2.4.3-Testes de Restrições Lineares sobre os Parâmetros de Cointegração.....	37
1.2.5-Multicointegração .....	38
2-PROCURA DE MOEDA .....	40
2.1-A FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA: FORMULAÇÃO TRADICIONAL.....	41
2.1.1-Fundamentos Teóricos .....	41
2.1.2-Evidência Empírica .....	43
2.1.3-Mudança Institucional .....	45
2.2- REFORMULAÇÃO DA FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA.....	47
2.2.1-Redefinição dos Argumentos.....	47
2.2.2-Novas Estratégias de Modelação.....	49
2.3- A ABORDAGEM <i>BUFFER-STOCK</i> COMO ALTERNATIVA TEÓRICA .....	54
2.3.1-Noção de Moeda como <i>Buffer-Stock</i> .....	54
2.3.2-Fundamentos Microeconómicos .....	55
2.3.3-Equilíbrio e Desequilíbrio no Mercado Monetário Agregado .....	56
2.3.4-Uma Explicação para os Problemas Empíricos da Função Procura de Moeda .....	58

2.3.5-Implementação Econométrica.....	60
2.3.6-Críticas .....	64
2.3.7-A Teoria <i>Buffer-Stock</i> e a Metodologia da Cointegração.....	66
3-ESTIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA PARA PORTUGAL...	68
3.1-DADOS E METODOLOGIA .....	69
3.2-A RELAÇÃO DE LONGO PRAZO .....	72
3.2.1-Testes de Raízes Unitárias .....	72
3.2.2-Testes de Cointegração.....	76
3.2.3-Estimação Livre e Restringida dos Vectors de Cointegração .....	79
3.2.4-Exogeneidade.....	82
3.3-MODELO DINÂMICO PARA A MOEDA REAL .....	84
CONCLUSÃO.....	89
ANEXO I.....	94
ANEXO II.....	96
ANEXO III.....	98
BIBLIOGRAFIA .....	100

# INTRODUÇÃO

A perspectiva de conhecer ou aprofundar instrumentos matemáticos com a finalidade de os aplicar em áreas económicas levou à escolha do mestrado em Matemática Aplicada à Economia e à Gestão, bem como à selecção das cadeiras optativas (na área da economia). O interesse em realizar um trabalho de aplicação empírica numa perspectiva interdisciplinar e de integração de conhecimentos, levou a que o tema surgisse naturalmente pela conjugação de tópicos levantados nas disciplinas de Econometria (cointegração) e Política Monetária (procura de moeda), com uma base adquirida em Sucessões Cronológicas e Previsão.

A este objectivo de carácter mais pedagógico juntou-se um genuíno interesse científico pelo tema: a cointegração é uma matéria “de ponta” no âmbito da econometria, mas já proporcionou resultados interessantes e terá potencialidades ainda maiores. É um conceito intuitivo e de fácil adesão, mas tem um rigoroso suporte teórico em termos matemáticos, e é naturalmente aplicável a diversas relações económicas. De entre elas salienta-se a função de procura de moeda, área onde as técnicas de cointegração permitem ultrapassar as limitações dos métodos tradicionais usados na sua estimação, principalmente as situações de falha preditiva em períodos de mudança institucional e inovação financeira. Neste sentido, o objectivo concreto deste estudo é a estimação de um modelo de procura de moeda para Portugal, usando a metodologia da cointegração.

O conceito de cointegração aplica-se a variáveis não estacionárias, as quais necessitam de um quadro de análise diferente do habitual, pois não podem ser caracterizadas por noções básicas como média e variância. Uma sucessão cronológica será estacionária se as raízes do polinómio autorregressivo (do processo misto que a representa) estiverem fora do círculo unitário. Se estas raízes estiverem no interior do círculo unitário, a sucessão resulta de um processo explosivo, mas se situarem na fronteira (se forem iguais à unidade) trata-se de uma série integrada, e nesse caso será estacionária em diferenças. Muitas séries económicas aparentemente explosivas adquirem raízes unitárias se lhes for aplicada uma transformação logarítmica. A ordem de integração de uma série corresponde ao número de raízes unitárias que ela possui ou número de diferenciações que necessita para adquirir a estacionaridade.

Se entre um conjunto de séries, integradas da mesma ordem, existir uma combinação linear integrada de ordem inferior, elas dizem-se cointegradas, e, pelo Teorema da Representação de Granger, podem ser representadas através de um vector autorregressivo em diferenças com

mecanismo corrector do erro. O termo corrector do erro (em relação ao equilíbrio) corresponde aos resíduos da relação de cointegração (entre as variáveis em níveis). A inclusão no mesmo modelo de variáveis em diferenças e de variáveis em níveis, se estas últimas forem não estacionárias e não estiverem cointegradas torna o sistema desequilibrado e impede a utilização consistente dos testes habituais.

A procura de moeda é uma área com sólidos fundamentos teóricos, à qual foi dada importância crucial mesmo em teorias por vezes concorrentes, como keynesianos e monetaristas, surgindo na linha destes últimos o reavivar da noção de moeda como *buffer-stock*. Às bases teóricas junta-se a importância prática em termos da condução da política monetária: é através da função procura de moeda que se podem quantificar os objectivos em relação à moeda ou às taxas de juro e avaliar o seu impacto nas variáveis reais. Por outro lado, a formulação tradicional da função procura de moeda, fundamentada num mecanismo de ajustamento parcial, revelou-se insuficiente para responder a situações de turbulência monetária a partir de meados da década de setenta, originada por grande inflação, alterações na gestão dos passivos dos bancos, novos instrumentos financeiros, etc., pelo que a busca de um novo quadro econométrico de referência se tornou premente.

Na abordagem empírica deste trabalho admite-se que o Produto Interno Bruto é uma adequada variável de escala, que o custo de oportunidade de guardar moeda pode ser medido pela taxa de juro dos títulos da dívida pública, descontado o efeito da remuneração dos depósitos a prazo e que a procura de moeda tem elasticidade unitária em relação aos preços (IPC) no longo prazo mas não necessariamente a curto prazo. A hipótese básica em estudo é a de que existe para Portugal uma função de procura de moeda estável, cujas variações a curto prazo podem ser adequadamente representadas por um modelo de mecanismo corrector do erro. A hipótese será totalmente rejeitada se as variáveis não estiverem cointegradas, e sê-lo-á parcialmente se o vector de cointegração não for único ou se o modelo dinâmico apresentar instabilidade.

De entre os métodos alternativos propostos na literatura para estimação de um sistema de variáveis cointegradas, será usada a abordagem de Johansen por ser a mais geral, permitindo testar ou estimar uma ou mais relações de cointegração, o que é uma possibilidade quando se utilizam mais do que duas variáveis. Uma análise prévia com esta metodologia dos vários agregados monetários indicou que para o agregado intermédio  $M_2^-$  a relação de cointegração era mais consistente com as disposições *a priori* para uma função de procura de moeda, e mantinha os coeficientes mais estáveis independentemente da ordem do VAR ou do sub-período amostral definido. Admite-se, pois, para os efeitos deste estudo,  $M_2^-$  como representativo do conceito de moeda. A dimensão da amostra resultou do número de informações trimestrais disponíveis para o Produto Interno Bruto.

Este trabalho está organizado do seguinte modo: no primeiro capítulo apresentam-se os conceitos teóricos nos quais se vai basear a metodologia econométrica aplicada. Serão definidas noções como estacionaridade, integração e cointegração, apresentados os respectivos testes e métodos de estimação; no segundo capítulo referem-se as bases de teoria económica relacionada com a procura de moeda, dando mais relevo a abordagens recentes como é o caso da teoria da moeda *buffer-stock* ou moeda de “desequilíbrio”. Será também realizado um resumo dos problemas empíricos relacionados com a função procura de moeda, bem como das tentativas para os resolver, seja através de reformulações teóricas ou conceptuais, seja usando novas técnicas econométricas, e que deram origem a uma profusa literatura sobre o tema à qual não será estranha a sua importância em termos de implementação da política monetária; colocando-se na óptica das novas estratégias de modelação, o terceiro capítulo é uma aplicação da metodologia da cointegração à procura de moeda em Portugal. Trata-se de um objectivo misto: ilustrar uma metodologia e contribuir, na sequência de outros estudos, para a resolução de um problema económico, mas dever-se-á referir que a ênfase será posta na primeira finalidade.

## 1- RAÍZES UNITÁRIAS E COINTEGRAÇÃO

A econometria evoluiu recentemente na atenção dispensada à estacionaridade das séries temporais. Durante muito tempo esta característica foi admitida como pressuposto, que foi no entanto posto em causa pelo confronto com a realidade. Hoje em dia reconhece-se que a maioria das séries económicas não é estacionária, e se esse facto pode ser uma desvantagem, pois quando não acautelado pode dar origem a “regressões espúrias” (com resultados enganadores, mostrando forte correlação entre variáveis na verdade independentes e enviesando os habituais testes de aderência), por outro lado é o ponto de partida, em determinadas condições, para a aplicação de novas abordagens como é o caso da teoria da cointegração.

## 1.1- ESTACIONARIDADE E INTEGRAÇÃO

Uma série à qual está associado um processo estocástico integrado, será estacionária em diferenças, o que pode ser verificado pelos testes de raízes unitárias.

### 1.1.1- CONCEITOS

Uma **sucessão cronológica** ou série temporal  $\{x_t\}$  pode ser entendida como a concretização de um determinado processo estocástico  $\{X_t\}$ , a realização de uma das suas possíveis trajectórias. Uma série estacionária será aquela à qual está associado um processo estocástico estacionário.

Um **processo estocástico**, sucessão de variáveis aleatórias indexadas pelo tempo e definidas sobre o mesmo espaço de probabilidades, é considerado **estacionário** se as suas características de aleatoriedade não evoluírem ao longo do tempo. Em particular, será estacionário em sentido fraco ou em covariância se cumprir as seguintes condições, para qualquer momento do tempo:

$$[1] \quad E(X_t) = \mu$$

$$[2] \quad \text{Var}(X_t) = \gamma(0) < +\infty$$

$$[3] \quad \text{Cov}(X_t, X_{t-i}) = \gamma(i), \quad \forall i$$

Um exemplo é o “ruído branco”:  $X_t = \varepsilon_t$ , em que:

$$E(\varepsilon_t) = 0; \quad \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2; \quad \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, \quad (t \neq s).$$

Assim, uma série estacionária tenderá a flutuar em torno da sua média (constante), e a amplitude dessas flutuações não varia de forma sistemática com o tempo - variância finita e constante e covariância como função apenas da diferença entre os instantes.

Quando um processo estocástico não cumpre uma ou mais das condições atrás referidas, ele é **não estacionário**. Um exemplo é o “passeio aleatório”:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

que, para um valor fixo inicial  $X_0$  e por substituição sucessiva pode escrever-se na forma:

$$X_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$$

pelo que  $\text{Var}(X_t) = t \sigma^2$ , ou seja, tende para infinito à medida que  $t$  aumenta.

No conjunto das séries não estacionárias, têm especial interesse as séries integradas. Uma série diz-se **integrada** de ordem  $d$  se após ser diferenciada  $d$  vezes se transforma numa série estacionária.

$$x_t \sim I(d) \Leftrightarrow \Delta^d x_t \sim I(0)$$

onde  $\Delta$  é o operador de diferença tal que  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ . Quando uma série em logaritmos é  $I(1)$ , isso significa que a sua taxa de crescimento é estacionária ou  $I(0)$ .

Considere-se um processo misto ARMA ( $p, q$ ):

$$\Phi(L) X_t = \Theta(L) \varepsilon_t$$

em que  $\Phi(L)$  e  $\Theta(L)$  são, respectivamente, o polinómio autorregressivo de ordem  $p$  e o polinómio de médias móveis de ordem  $q$ , no operador de desfasamento  $L$ :

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$$

$$\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q$$

$$L X_t = X_{t-1} \Leftrightarrow 1 - L = \Delta$$

Este processo será estacionário se as  $p$  raízes de  $\Phi(L)$  forem estritamente superiores a 1, em módulo, e será invertível se as  $q$  raízes de  $\Theta(L)$  forem também em valor absoluto estritamente maiores que 1. Supondo que:

$$X_t = \Delta^d X_t^*$$

então  $X_t^*$  segue um processo misto integrado de ordem  $d$ , ou seja, após diferenciado  $d$  vezes transforma-se num ARMA ( $p, q$ ) estacionário e invertível.

$$X_t^* \sim \text{ARIMA}(p, d, q)$$

$$(1 - L)^d \Phi^*(L) X_t^* = \Theta(L) \varepsilon_t, \text{ em que } \Phi^*(L) \text{ é de ordem } p - d.$$

Para encontrar as raízes do polinómio autorregressivo, substitua-se o operador de desfasamento  $L$  pela variável real  $z$ :

$$(1 - z)^d \Phi^*(z) = 0$$

Facilmente se verifica que existem  $d$  soluções  $z = 1$ , ou seja,  $d$  raízes unitárias. A ordem de integração de um processo é, pois, determinada pelo número de raízes unitárias no seu polinómio autorregressivo.

Note-se ainda que uma série pode ser estacionária em torno de uma **tendência** determinística. Se na prática este aspecto não for tido em conta, e se se proceder a diferenciação, esta irá eliminar a tendência mas introduzirá uma raiz unitária na componente de médias móveis. Trata-se de um caso de sobrediferenciação. Uma série integrada, ou estacionária em diferenças, por seu turno, possui uma ou mais tendências estocásticas.

As séries integradas gozam de algumas **propriedades** que permitem distinguir entre si as estacionárias ou  $I(0)$  das não estacionárias, considerando como ilustrativo destas últimas o caso  $I(1)$ .

#### • MEMÓRIA

Quando um choque antigo influencia o valor corrente de uma série, diz-se que esta tem memória longa. No caso contrário, trata-se de uma série de memória curta.

Considere - se que  $x_t \sim AR(1)$ , ou seja

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$$

sendo  $\varepsilon_t$  ruído branco,  $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}) = 0$ ,  $k \neq 0$ .

Esta série pode apresentar-se na forma:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \varepsilon_{t-i}.$$

Se  $-1 < \rho < 1$ ,  $\rho^i$  tende exponencialmente para zero, pelo que quanto mais antigos são os choques aleatórios ( $\varepsilon_{t-i}$ ) menos influenciam o valor da série no momento  $t$ , caso em que esta tem memória curta.

Mas se  $\rho = 1$ ,  $x_t$  é um passeio aleatório:

$$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{ou}$$

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_{t-i}$$

de modo que os choques antigos têm o mesmo peso que os novos na determinação do valor corrente de  $x_t$ , logo esta série é de memória longa. Por seu turno, a variação em  $x_t$ , ou seja,  $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ , é o ruído branco  $\varepsilon_t$  e conseqüentemente de memória curta. A série  $x_t$  é, pois, o somatório dos anteriores  $\varepsilon_t$ 's e é por isso chamada uma série integrada. Neste caso,  $x_t$  é integrada de ordem 1 e  $\varepsilon_t$  é integrada de ordem 0.

#### • LINHA DE ATRACÇÃO

Uma série  $I(0)$  terá uma média  $m$  e uma variância aproximadamente constante. Tem tendência para retornar e cruzar frequentemente a sua média, e qualquer valor afastado de  $m$  tende a ser seguido por valores próximos da mesma. Esta média funciona como uma linha de atracção para a série.

Uma série  $I(1)$  não tem linha de atracção. Se num passeio aleatório, por exemplo, deixarem de existir choques após o período  $t$ ,  $\varepsilon_{t+i} = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , virá  $x_{t+h} = x_t$ ,  $h = 1, 2, \dots$ , pelo que a série fica congelada no seu valor presente e não tem tendência para se mover em qualquer direcção. Não há nenhum valor constante ou uniforme para o qual a série seja atraída.

#### • VARIÂNCIA

Enquanto uma série  $I(0)$  terá uma variância constante, a variância de uma série  $I(1)$ , considerando que a série começa no período  $t = 0$ , irá crescer linearmente com o tempo. Consideremos novamente como exemplo o modelo  $AR(1)$  invertido:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i \varepsilon_{t-i}$$

$$x_t = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1} + \rho^2 \varepsilon_{t-2} + \dots$$

$$\text{Var}(x_t) = \sigma_\varepsilon^2 + \rho^2 \sigma_\varepsilon^2 + \rho^4 \sigma_\varepsilon^2 + \dots$$

$$= (1 + \rho^2 + \rho^4 + \dots) \sigma_\varepsilon^2$$

$$= \frac{1}{1 - \rho^2} \sigma_\varepsilon^2, \text{ que é constante.}$$

Mas se  $\rho = 1$ , ou seja, se  $x_t$  é gerado por um passeio aleatório, vem:

$$x_t = \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} + \dots$$

$$\text{Var}(x_t) = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \dots$$

$$= t \sigma_\varepsilon^2, \text{ que é crescente com o tempo.}$$

Quando representadas graficamente (em função do tempo), as séries I(0) são geralmente mais irregulares e apresentam flutuações mais óbvias que as séries I(1). É ilustrado também pelo cronograma o facto das séries I(0) voltarem frequentemente ao seu valor médio enquanto as séries I(1) raramente retornam a algum valor particular, incluindo o seu valor inicial<sup>1</sup>. A maior parte das séries económicas parece ser de memória longa, e vulgarmente integradas de ordem 1.

### 1.1.2 - TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS

Uma primeira inspecção à estacionaridade de uma série pode ser efectuada através da observação do cronograma e do correlograma da série, na linha de Box e Jenkins (1970). Se no primeiro for detectada uma tendência não nula e flutuações crescentes em torno da mesma, e se no segundo os valores da função de autocorrelação tenderem muito lentamente para zero, a série não é estacionária. Admite-se então que esta é integrada e procede-se à sua diferenciação e modelação através de um processo ARIMA, seguindo um método iterativo que compreende a identificação, estimação e avaliação do diagnóstico.

Se esta abordagem não compreende um teste directo à integrabilidade de uma série (esta é admitida como pressuposto, no caso de não estacionaridade), os testes formais de raízes unitárias que foram entretanto propostos por diversos autores exigem por seu turno que se pré-defina o modelo passível de representar a sucessão.

Dickey e Fuller (1979,1981) partem do princípio que a série em estudo segue um processo AR(1), podendo este apresentar termo independente (*drift*) ou tendência. Os modelos propostos são:

$$[1a] \quad X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$[2a] \quad X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$[3a] \quad X_t = \mu + \varphi t + \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

sendo  $X_0 = 0$  e  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$ . Reparametrizando os modelos vem, na forma a estimar:

$$[1b] \quad \Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$[2b] \quad \Delta X_t = \mu + (\rho - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$[3b] \quad \Delta X_t = \mu + \varphi t + (\rho - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t$$

---

<sup>1</sup>Engle e Granger (1991).

Testar se  $\{X_t\}$  possui uma raiz unitária ( $\rho = 1$ ) equivale a testar  $H_0: \rho - 1 = 0$  nas versões  $b$  dos modelos, o que se pode efectuar através de um teste “tipo  $t$ ”. As estatísticas propostas, respectivamente  $\tau_1, \tau_2$ , e  $\tau_3$  não seguem, no entanto, a distribuição  $t$ -Student mas uma distribuição assimétrica à esquerda, com demasiados valores negativos relativamente à  $t$ -Student, e que foi tabelada pelos autores.

Dickey e Fuller propuseram ainda estatísticas “tipo  $F$ ”,  $\Phi_1, \Phi_2$ , e  $\Phi_3$ , para testar as hipóteses conjuntas  $(\mu, \rho) = (0, 1)$  no modelo [2],  $(\mu, \varphi, \rho) = (0, 0, 1)$  e  $(\mu, \varphi, \rho) = (\mu, 0, 1)$  no modelo [3], respectivamente. A hipótese nula para os dois primeiros é a de que  $X_t$  segue um passeio aleatório sem termo independente, e com termo independente para o terceiro, sem que no entanto a distribuição de  $\Phi_3$  dependa de  $\mu$ .

Após a introdução dos testes de Dickey-Fuller (DF), o caminho lógico a seguir seria procurar expandir a classe de modelos aos quais eles poderiam ser aplicados (uma vez que o processo AR(1) é demasiado restritivo para representar um grande número de séries) sem multiplicar desnecessariamente o número de tabelas de valores críticos. Foram sendo então propostas diversas generalizações, nas quais as estatísticas “tipo  $t$  ou tipo  $F$ ” convergem assintoticamente para as distribuições de Dickey-Fuller. Estão nesta linha os testes ADF (*augmented* Dickey-Fuller), os testes de Phillips e Perron (PP) e os testes baseados no método das variáveis instrumentais.

Os testes ADF baseiam-se no modelo AR( $p$ ):

$$[4a] \quad X_t = \mu + \varphi t + \sum_{i=1}^p \rho_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

o qual se pode reparametrizar na forma:

$$[4b] \quad \Delta X_t = \mu + \varphi t + (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \gamma_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t.$$

Os termos adicionais  $\Delta X_{t-i}$  servirão para capturar a autocorrelação que de outro modo estaria presente na variável residual. Com resíduos ruído branco, a estatística “studentizada” para testar a hipótese de que existe uma raiz unitária ( $\rho = 1$ ) em [4] tem a mesma distribuição assintótica<sup>2</sup> de  $\tau_3$ , pelo que para grandes amostras a tabela Dickey-Fuller pode ser consultada.

---

<sup>2</sup>Dicbold e Nerlove (1990).

Se no modelo [4] se substituir a ordem do processo  $p$  por um número adequado  $k$ , este modelo pode ser interpretado como uma aproximação a um processo ARMA( $p$ ,  $q$ ). Tendo em conta que um MA( $q$ ) invertível pode representar-se através de um AR de ordem infinita, Said e Dickey (1984) demonstraram que, se a ordem  $k$  escolhida for apropriada (crescente com o tamanho da amostra), uma parte dos termos AR no modelo [4] aproxima a componente MA, pelo que a estatística  $\tau$  para  $(\rho - 1)$  em [4b] tem a mesma distribuição assintótica, independentemente dos valores verdadeiros de  $p$  e  $q$ .

Os testes ADF podem assim ser entendidos como correcções paramétricas aos testes DF, uma vez que se estimam mais parâmetros, adicionando-se à equação de regressão os *lags* de  $X_t$  necessários para que os resíduos estejam nas condições requeridas (IID). Como estes termos, sob a hipótese nula, são estacionários, a distribuição limite das estatísticas  $\tau$  e  $\Phi$  não é afectada.

A proposta de Phillips e Perron (1988) consistiu em efectuar correcções não paramétricas aos testes DF, no que respeita aos parâmetros não relevantes, permitindo assim continuar a usar o modelo de regressão AR(1) mas corrigindo as estatísticas  $\tau$  e  $\Phi$  de heterocedasticidade ou correlação serial eventualmente presentes na variável residual.

Considerem-se os seguintes modelos ( $t = 1, 2, \dots, T$ ):

$$[5] \quad X_t = \mu + \rho X_{t-1} + U_t$$

$$[6] \quad X_t = \mu + \varphi(t - T/2) + \rho X_{t-1} + U_t$$

os quais são idênticos aos modelos [2] e [3], com excepção da tendência ser centrada, e de não se exigir que a variável residual  $U_t$  seja IID, podendo ser gerada por diversos processos tais como ARMA( $p$ ,  $q$ ). Para a hipótese nula  $\rho = 1$ , ou seja,  $\{X_t\}$  possui uma raiz unitária, as estatísticas propostas,  $Z(\tau_2)$  e  $Z(\tau_3)$ , são estatísticas DF corrigidas, seguindo a mesma distribuição assintótica, apesar de válidas sob condições bastante mais gerais. Perron (1990) propõe ainda as estatísticas  $Z(\Phi_1)$ ,  $Z(\Phi_2)$  e  $Z(\Phi_3)$  para testar as hipóteses conjuntas  $(\mu, \rho) = (0, 1)$ ,  $(\mu, \varphi, \rho) = (0, 0, 1)$  e  $(\mu, \varphi, \rho) = (\alpha, 0, 1)$  nos respectivos modelos.

Num estudo de Monte Carlo, Schwert (1989) encontrou evidência empírica de que as distribuições das estatísticas PP diferiam substancialmente, em amostras finitas, das distribuições Dickey-Fuller, particularmente quando a variável residual continha termos MA negativos. Estes testes tenderiam a rejeitar a hipótese nula mais vezes, independentemente de ela ser ou não falsa. Os testes ADF, apesar de apresentarem também distorções, estariam em média mais próximos das distribuições DF, particularmente quando a ordem do teste ( $k$ ) era elevada, parecendo pois menos sensíveis à má especificação do modelo relativamente ao processo de geração dos dados.

Hall (1989) pôs em evidência o facto de que, caso a série  $\{x_t\}$  seja gerada por um processo ARIMA (0, 1, q):

$$X_t = \rho X_{t-1} + U_t, \quad \rho = 1, \quad U_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q},$$

na regressão usual ADF haverá correlação entre os regressores e a variável residual, pelo que os estimadores dos mínimos quadrados são enviesados. Neste contexto, Hall propõe um estimador de variáveis instrumentais que usa  $x_{t-k}$  para  $k > q$  como instrumento para  $x_{t-1}$ , demonstrando que a “estatística t” para o coeficiente de  $x_{t-1}$ , apropriadamente corrigida, converge para a distribuição DF.

O coeficiente de correcção é um rácio de variância da amostra, no espírito de Phillips-Perron, mas mais simples de calcular porque por um lado o uso de variáveis instrumentais torna desnecessário corrigir para o desvio na média, e por outro os estimadores para as variâncias usam o conhecimento da estrutura de médias móveis. Também aqui os modelos estimados consideram as hipóteses de média não nula e tendência. Se não existe informação *a priori* sobre a ordem do processo MA,  $q$ , esta pode ser escolhida examinando a função de autocorrelação da primeira diferença da série a partir da qual, se  $q$  for o último *lag* significativo, se estabelece  $k=q+1$ . O estudo de Monte Carlo efectuado pelo autor conclui que este teste apresenta também distorções quando  $\theta$  é negativo, embora se comporte melhor que o teste PP.

Pantula e Hall (1991), por seu turno, demonstram que estes resultados podem ser facilmente generalizados para o caso ARIMA ( $p, 1, q$ ), quando  $p$  e  $q$  são conhecidos, e Hall (1992) propõe um teste para estimar  $p$  e  $q$  que não afecta as distribuições limite das estatísticas-teste para a hipótese de raízes unitárias.

Os testes do tipo DF são rácios de verosimilhanças, requerendo por isso estimação sob a hipótese alternativa. Os testes do tipo multiplicador de Lagrange têm a vantagem de necessitar apenas de avaliação sob a hipótese nula, o que levou Solo (1984) a desenvolver um teste LM para raízes unitárias baseado num modelo ARMA ( $p, q$ ), onde a estatística-teste tem a mesma distribuição limite que  $\tau^2$ .

O teste LM tem potenciais vantagens face ao teste  $\tau$ , como fazem notar Diebold e Nerlove (1990) e Schmidt (1990)<sup>3</sup>, uma vez que se usa o valor de  $\rho$  especificado pela hipótese nula (estimando um modelo ARMA em primeiras diferenças), evitando assim o enviesamento do estimador MQ para  $\rho$  em pequenas amostras; por outro lado, a estatística-teste pode ser

---

<sup>3</sup>Este autor apresenta tabelas de valores críticos para o teste LM, bem como para  $\tau$ , quando o “verdadeiro” modelo é um passeio aleatório com *drift*.

calculada com  $T \cdot R^2$  de uma regressão auxiliar; além disso, é menos sensível ao valor do termo independente estimado para pequenas amostras.

De um modo geral, os testes de raízes unitárias falham a rejeição da hipótese nula para a maior parte das séries económicas. Este facto pode significar uma de duas coisas: ou a maioria das séries é, de facto,  $I(1)$ , ou, por outro lado, os testes são pouco potentes face a alternativas relevantes. Este facto levou a recentes propostas de testes complementares dos anteriormente referidos, que funcionam de modo inverso, ou seja, testa-se a hipótese nula de estacionaridade *versus* a alternativa da série possuir uma raiz unitária.

Kwiatkowski et al. (1992)<sup>4</sup> assumem que a série observada  $\{x_t\}$  pode ser decomposta na soma de uma tendência determinística, um passeio aleatório e um erro estacionário:

$$x_t = \varphi t + r_t + \varepsilon_t$$

sendo  $r_t = r_{t-1} + u_t$ , com  $u_t \sim \text{IID}(0, \sigma_u^2)$ .

O valor inicial  $r_0$  é tratado como fixo e desempenha a função de termo independente. É usado um teste LM unilateral para ensaiar a hipótese

$$H_0: \sigma_u^2 = 0,$$

ou seja, estacionaridade em tendência ou, caso  $\varphi=0$ , estacionaridade em média ( $r_0$ ). A estatística obtida é:

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2, \quad \text{onde } S_t = \sum_{i=1}^t e_i, \quad t = 1, 2, \dots, T;$$

$e_t$  e  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  são respectivamente os resíduos e a variância do erro de uma regressão de  $x_t$  sobre um termo independente apenas ou sobre este e uma tendência, conforme a hipótese em estudo. Esta estatística é no entanto alterada para  $\eta_\mu$  e  $\eta_\tau$  respectivamente, abandonando a hipótese  $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ , sendo tabelados os respectivos valores críticos válidos assintoticamente.

---

<sup>4</sup>Kahn e Ogaki (1992) apresentam um outro teste de estacionaridade.

## 1.2- COINTEGRAÇÃO

O conceito de cointegração foi sugerido por Granger (1981) e tem gerado nos últimos anos um grande número de desenvolvimentos teóricos e aplicações práticas, sendo bastante útil para a discussão de algumas relações económicas de equilíbrio e a sua inserção em modelos econométricos dinâmicos.

### 1.2.1- CONCEITO E INTERPRETAÇÃO

Se um conjunto de séries é  $I(1)$  mas uma combinação linear entre elas é estacionária, as séries dizem-se cointegradas, podendo esta combinação linear ser interpretada como a relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis.

As combinações lineares de duas séries integradas, considerando apenas os casos  $I(1)$  e  $I(0)$ , estão, de acordo com Engle e Granger (1991), sujeitas às seguintes regras:

$$[1] \quad x_t \sim I(0) \Rightarrow a + b x_t \sim I(0).$$

$$[2] \quad x_t \sim I(1) \Rightarrow a + b x_t \sim I(1).$$

$$[3] \quad x_t \sim I(0) \text{ e } y_t \sim I(0) \Rightarrow a x_t + b y_t \sim I(0).$$

$$[4] \quad x_t \sim I(1) \text{ e } y_t \sim I(0) \Rightarrow a x_t + b y_t \sim I(1).$$

Por outro lado, se ambas as séries são  $I(1)$ , ou seja:

$$[5] \quad \text{Se } x_t \sim I(1) \text{ e } y_t \sim I(1) \text{ é geralmente verdade que } a x_t + b y_t \sim I(1).$$

A regra [5], no entanto, admite excepções, como é o caso quando  $x_t$  e  $y_t$  estão cointegradas. Logo, se  $x_t$  e  $y_t$  são ambas  $I(1)$  e existe uma **combinação linear**

$$z_t = m + a x_t + b y_t$$

a qual é  $I(0)$  e tem média nula,  $x_t$  e  $y_t$  dizem-se **cointegradas**.

A cointegração ocorre quando há uma relação muito especial entre as duas séries, que faz com que estas se comportem de forma semelhante ao longo do tempo, ou seja, a sua diferença seja constante, apesar de individualmente não estacionárias.

Para que esta situação se verifique, a não estacionaridade das duas variáveis tem que ser semelhante ou, dito de outra forma, as séries possuem **factores comuns**, como adiante se exemplifica. Sejam:

$$x_t = Bw_t + \tilde{x}_t$$

$$y_t = Bw_t + \tilde{y}_t$$

onde  $w_t \sim I(1)$ ,  $\tilde{x}_t$  e  $\tilde{y}_t$  são  $I(0)$  com médias nulas. Então,  $x_t$  e  $y_t$  são ambas  $I(1)$  pela regra [4], mas

$$z_t = x_t - By_t$$

$$= \tilde{x}_t - B\tilde{y}_t$$

é  $I(0)$  pela regra [3] e tem média nula, pelo que as séries  $x_t$  e  $y_t$  são cointegradas. O facto de serem individualmente  $I(1)$  tem origem no factor comum  $w_t$  que é  $I(1)$ .

Sendo, pois,  $z_t = x_t - By_t$  estacionário e de média nula, a linha  $x = By$  funciona como um equilíbrio, uma **linha de atracção** para o par de séries  $(x_t, y_t)$ . Mesmo que  $z_t$  tome valores positivos ou negativos (desvios do equilíbrio), haverá sempre uma tendência para que regresse ao valor zero, a sua média, pois trata-se de uma série  $I(0)$ .

A noção de **equilíbrio** tem aqui o significado de uma relação observável entre um conjunto de variáveis que se mantém, em média, durante um longo período.

A definição apresentada pode facilmente generalizar-se a mais do que duas variáveis e a qualquer grau de integração individual das mesmas, de acordo com Engle e Granger (1987).

Assim, as  $n$  componentes (séries temporais) do vector  $x_t$  dizem-se cointegradas de ordem  $d$ ,  $b$

$$x_t \sim CI(d, b) \quad \text{se:}$$

i) Todas as componentes de  $x_t$  são  $I(d)$ ;

ii) Existe um vector  $\beta$ , chamado **vector de cointegração**, tal que:

$$z_t = \beta' x_t \sim I(d - b), \quad b > 0.$$

Uma vez que  $x_t$  tem  $n$  componentes, pode existir mais do que um vector de cointegração, uma vez que podem obter-se várias relações de equilíbrio que conduzem o comportamento conjunto das variáveis. Assumindo que existem  $r$  vectores de cointegração linearmente independentes,

$r \leq n-1$ , estes irão constituir as colunas de  $\beta$ , que nesta situação geral é uma matriz  $n \times r$  (com característica  $r$ ).

Note-se que ao efectuar esta generalização podem surgir casos teóricos em que a relação de cointegração não traduz a ideia de equilíbrio económico. No caso de  $x_t \sim CI(2,1)$ , por exemplo, como  $z_t \sim I(1)$  e, por isso, não se espera que retorne frequentemente a qualquer valor, nomeadamente ao zero, dificilmente se pode considerar aqui um equilíbrio de longo prazo. Por outro lado, se  $r > 1$ , põe-se o problema da não unicidade do equilíbrio, podendo algumas das relações estatísticas obtidas não ter justificação económica.

A cointegração aparece todavia, intuitivamente, como uma condição necessária à obtenção de uma relação de longo prazo plausível entre séries económicas integradas ( $d > 0$ ). De um ponto de vista teórico, o poder de atracção do equilíbrio económico deverá forçar diferentes variáveis a caminharem juntas no **longo prazo** mesmo que isso não aconteça no curto prazo e mesmo que sejam individualmente não estacionárias.

### 1.2.2- MODELOS DE MECANISMO CORRECTOR DO ERRO

Os modelos de **mecanismo corrector do erro** (MCE) têm sido largamente usados na especificação dinâmica de modelos económicos, sendo este interesse particularmente justificado após ter sido demonstrada a sua relação com a **cointegração**.

É habitual dizer que a teoria económica apresenta análise detalhada do equilíbrio estático comparado mas dá poucas indicações para a especificação apropriada do **ajustamento dinâmico** até ao equilíbrio. Isto leva a que tenham sido usados por vezes esquemas *ad hoc* de ajustamento no curto prazo, pelo que não há garantia de que esta especificação dinâmica seja consistente com o equilíbrio prescrito.

Esta consistência, no sentido de Salmon (1982), requer que:

- o ajustamento dinâmico no curto prazo seja conduzido pelo desequilíbrio apercebido;
- seja assegurada a convergência para a posição de equilíbrio.

O uso de uma particular especificação econométrica - MCE - assegura ambos os requisitos.

Estes mecanismos podem ser derivados como comportamento óptimo quando existem certos tipos de custos de ajustamento ou informação incompleta. A ideia base que lhes está subjacente é a de que uma proporção do desequilíbrio de um período é corrigido no período seguinte.

Para um sistema de duas variáveis um MCE típico iria relacionar a alteração numa variável com os **erros de equilíbrio** passados, bem como com alterações passadas nas duas variáveis, podendo exprimir-se em:

$$\begin{aligned}\Delta x_t &= m_1 + \alpha_1 z_{t-1} + \text{lags}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \varepsilon_{xt} \\ \Delta y_t &= m_2 + \alpha_2 z_{t-1} + \text{lags}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \varepsilon_{yt}\end{aligned}$$

onde  $(\varepsilon_{xt}, \varepsilon_{yt})$  é um ruído branco bivariado,  $z_t = x_t - \beta y_t$  e pelo menos um dos  $\alpha_1, \alpha_2$  é diferente de zero (uma vez que são os coeficientes do termo corrector do erro).

O valor de  $z_t$  traduz em que medida o sistema está fora do equilíbrio, podendo ser chamado o “erro de equilíbrio”. No sistema apresentado, o valor da próxima variação em  $x_t$  e  $y_t$  será influenciado pela magnitude e sinal do actual erro de equilíbrio. É por isso que estas equações são chamadas “correctoras do erro”.

Se houver um período sem choques, ou seja  $(\varepsilon_{xt}, \varepsilon_{yt})$  é zero, o sistema irá convergir pelo que  $\Delta x, \Delta y$  tornam-se zero ( $x_t, y_t$  ficam constantes) e  $z_t$  também se anula, de modo que os pontos  $(x_t, y_t)$  convergem situando-se na linha  $x = \beta y$ . As equações correctoras do erro podem ser entendidas como o mecanismo de desequilíbrio que conduz a economia ao equilíbrio  $x = \beta y$ .

Para um sistema multivariado pode definir-se um MCE geral em termos de  $L$ , o operador de defasamento. Assim, um vector de séries  $x_t$  tem uma representação MCE se pode expressar-se por:

$$[I] \quad A(L) (1 - L) x_t = -\alpha z_{t-1} + u_t$$

onde  $u_t$  é um resíduo multivariado estacionário,  $A(0) = I$ ,  $A(1)$  tem todos os elementos finitos,  $\alpha \neq 0$ ,  $z_t = \beta' x_t$  (erro de equilíbrio, neste caso o desvio relativamente ao subespaço de equilíbrio).

Nesta representação, só o desequilíbrio do período anterior é uma variável explicativa. Mas rearranjando os termos, qualquer conjunto de *lags* de  $z$  pode ser escrito desta forma, o que permite qualquer tipo de ajustamento gradual até um novo equilíbrio.

Esta definição geral de Engle e Granger (1987) é multivariada, não se baseando na exogeneidade de um conjunto de variáveis. Por outro lado,  $\beta$  é entendido como um vector de parâmetros desconhecidos em vez de um conjunto de constantes dado pela teoria económica.

A relação entre **cointegração** e **MCE** está consubstanciada num resultado teórico conhecido como **Teorema da Representação de Granger**, assim denominado por Engle e Granger (1987), e que pode resumir-se da seguinte forma:

• Se  $x_t$  é um vector de  $n$  variáveis e  $x_t \sim CI(1,1)$ , sendo  $\beta' x_t \sim I(0)$ , (ou seja,  $\beta$  é o vector de cointegração), então existe para  $x_t$  uma representação válida em MCE do tipo de [1]. O inverso é verdadeiro, ou seja, as variáveis cointegradas podem sempre ser vistas como geradas por equações correctoras do erro.

Repare-se que se  $x_t \sim CI(1,1)$ , todas as variáveis do sistema são  $I(0)$ , pelo que as equações estão equilibradas. Se, no entanto, as variáveis em  $x_t$  são  $I(1)$  mas não estão cointegradas, então  $z_t$  será  $I(1)$ , pelo que não poderá explicar  $\Delta x_t$  que é estacionário. Neste caso, as equações só seriam válidas se  $\alpha = 0$ , deixando o sistema de ser um MCE para ficar um VAR totalmente às diferenças.

O Teorema da Representação de Granger fornece pois uma base teórica muito importante para os modelos MCE, quando as variáveis em níveis são cointegradas. O modelo dinâmico contém, nesse caso, apenas variáveis estacionárias podendo aplicar-se a teoria estatística habitual. Fica garantida, deste modo, a compatibilização entre o longo prazo e o curto prazo.

### 1.2.3- ESTIMAÇÃO DE UM SISTEMA DE VARIÁVEIS COINTEGRADAS

Os principais métodos de estimação propostos englobam, por um lado, dentro do quadro geral dos mínimos quadrados, o método dos dois passos ou o método em um só passo e respectivos aperfeiçoamentos (estimação não linear, correcções aos parâmetros, etc.), e, por outro lado, a abordagem da máxima verosimilhança.

#### 1.2.3.1- O MÉTODO DE ENGLE E GRANGER

A **estimação em dois passos** proposta por Engle e Granger (1987) é a solução mais simples e requer apenas o uso dos mínimos quadrados simples. A sua eficácia máxima acontece, no entanto, apenas no caso bivariado, onde só existe um vector cointegrante.

Considere-se  $x_t, y_t \sim CI(1,1)$ . Haverá então uma particular combinação linear  $z_t = y_t - \beta x_t$  que é  $I(0)$ . O 1.º passo consiste então em estimar o coeficiente de cointegração,  $\beta$ , o que pode

ser feito através da regressão de uma variável sobre a outra, usando os MQ simples. É a chamada **regressão de cointegração**:

$$y_t = \hat{\beta} x_t + z_t$$

onde  $z_t$  são os resíduos. Se  $\hat{\beta} \neq \beta$ ,  $z_t$  será não estacionário e terá uma variância tendencialmente infinita. Para  $\hat{\beta} = \beta$ , no entanto, a variância estimada de  $z_t$  será pequena. Uma vez que o estimador MQ escolhe  $\hat{\beta}$  de modo a minimizar a variância de  $z_t$ , será bastante eficaz a encontrar uma estimativa próxima de  $\beta$ .

O estimador MQ,  $\hat{\beta}$ , converge em probabilidade para o verdadeiro valor do parâmetro,  $\beta$ , à medida que  $T$  (o tamanho da amostra) tende para infinito, ou seja,  $\hat{\beta}$  é  $O_p(T)$ . Tendo em conta que o estimador MQ num modelo que satisfaça as condições clássicas é  $O_p(T^{1/2})$ , verifica-se que  $\hat{\beta}$  tende para  $\beta$  a uma taxa mais rápida que a habitual. Esta “superconsistência” é uma consequência da variância infinita de todas as outras combinações lineares.

A consistência de  $\hat{\beta}$  não requer que se assumam a ausência de correlação entre os regressores e a variável residual. Isto significa que qualquer das variáveis pode ser tomada como dependente, sem preocupação com endogeneidade dos regressores ou com a possibilidade das variáveis serem medidas com erro. Esta situação acontece porque o crescimento em média das variáveis (que são não estacionárias, e por isso, dependentes do tempo) “abafa” o processo residual, que é  $I(0)$ .

No entanto, poderá haver um enviesamento em pequenas amostras, que Banerjee et al. (1986) sugerem ser tanto maior quanto menor o  $R^2$  da regressão (que tende assintoticamente para 1). Por outro lado a distribuição limite do estimador do vector de cointegração é não normal e de média não nula, pelo que os rácios  $t$  não podem ser aqui usados para inferência.

O 2.º passo consiste na especificação dinâmica, que pode realizar-se mediante uma representação MCE, impondo a restrição de que existe cointegração, ou seja, incluindo como regressor o resíduo da regressão de cointegração.

Para duas variáveis  $x_t$  e  $y_t$  que satisfaçam conjuntamente um vector autorregressivo de ordem  $p+1$ , as equações vêm:

$$\Delta x_t = \alpha_1 (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \gamma_{111} \Delta x_{t-1} + \gamma_{112} \Delta y_{t-1} + \dots + \gamma_{1p1} \Delta x_{t-p} + \gamma_{1p2} \Delta y_{t-p} + \varepsilon_{xt}$$

$$\Delta y_t = \alpha_2 (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \gamma_{211} \Delta x_{t-1} + \gamma_{212} \Delta y_{t-1} + \dots + \gamma_{2p1} \Delta x_{t-p} + \gamma_{2p2} \Delta y_{t-p} + \varepsilon_{yt}$$

onde  $\varepsilon_{xt}$  e  $\varepsilon_{yt}$  podem estar correlacionados mas são ruído branco. Estas equações contêm apenas variáveis às diferenças, que são  $I(0)$  por hipótese, mais os termos correctores do erro  $y - \beta x$ . Se  $y$  e  $x$  estão cointegradas, com o parâmetro  $\beta$ , e isto pode ser testado ao nível do primeiro passo, então as equações são apropriadamente  $I(0)$  em ambos os membros.

A estimação do sistema, pelo método SURE, com  $\beta$  conhecido, seria equivalente a aplicar MQ a cada equação uma vez que ambas possuem as mesmas variáveis. No entanto, a substituição de  $\beta$  pela sua estimativa do 1.º passo conduz, de acordo com Engle e Granger, a estimativas consistentes dos restantes parâmetros do sistema ( $\alpha$ 's e  $\gamma$ 's).

Estes resultados gerais não serão alterados no caso da adição de certas variáveis, como sejam: um termo independente na regressão de cointegração; variáveis artificiais (*dummies*) na regressão de cointegração ou nas equações dinâmicas, em caso de processos sazonais determinísticos; variáveis estacionárias às equações dinâmicas (ou exclusão das não significativas), caso no entanto em que deve usar-se estimação SURE para total eficiência.

### 1.2.3.2- GENERALIZAÇÕES

Com o objectivo de aperfeiçoar o método de Engle e Granger ou superar algumas das suas limitações, têm sido propostas por diversos autores estratégias de estimação complementares, que visam melhorar o seu desempenho quer ao nível do 1.º passo (método dos três passos), quer ao nível do 2.º passo (MCE assimétrico ou não linear).

No método de Engle e Granger, as estimativas do vector de cointegração, na regressão estática, embora consistentes, não são totalmente eficientes; por outro lado, a distribuição destes estimadores é geralmente complicada e não normal, o que não permite a inferência sobre a significância dos parâmetros.

Visando ultrapassar estas desvantagens, Engle e Yoo (1991) sugerem, relativamente ao método anterior, a junção de um terceiro passo, o qual permite corrigir as estimativas dos parâmetros da regressão estática (1.º passo), tornando-os assintoticamente equivalentes aos estimadores de máxima verosimilhança com informação completa (FIML).

Esta abordagem, que ficou conhecida como **método dos três passos**, tem vantagem sobre outros, em termos de eficiência *versus* facilidade de cálculo, no caso da assunção de um único

vector de cointegração e da exogeneidade em sentido fraco<sup>5</sup> das variáveis do lado direito da equação de cointegração.

Sob estas condições, o 3.º passo consiste simplesmente em efectuar uma regressão MQ adicional dos resíduos do modelo MCE sobre os regressores desfasados da relação de cointegração, multiplicados pelo simétrico do parâmetro corrector do erro obtido no 2.º passo.

O procedimento será inicialmente idêntico ao método anterior. Começa-se por estimar a relação de cointegração:

$$y_t = \beta x_t + z_t$$

A equação dinâmica referente à variável normalizada (coeficiente 1), na qual  $x_t$  é fracamente exógena relativamente aos parâmetros dessa equação, tomará a forma:

$$\Delta y_t = -\alpha(y_{t-1} - \hat{\beta} x_{t-1}) + \gamma_{0x} \Delta x_t + \gamma_{1y} \Delta y_{t-1} + \gamma_{1x} \Delta x_{t-1} + \dots + \varepsilon_{yt}$$

O 3.º passo traduz-se na regressão:

$$\varepsilon_{yt} = \delta (\hat{\alpha} x_{t-1}) + u_t$$

A estimação de  $\delta$  permite corrigir a estimativa de  $\beta$ , que virá:

$$\tilde{\beta} = \hat{\beta} + \hat{\delta}$$

e o desvio padrão de  $\tilde{\beta}$ , que é apropriado para inferência, é dado pelo desvio padrão de  $\hat{\delta}$  na terceira regressão.

Outro tipo de generalização consiste em introduzir novas versões para o mecanismo corrector do erro. Granger e Lee (1989) propõem um MCE não simétrico, baseando-se na hipótese de que os agentes reagem de forma diferente consoante se encontrem acima ou abaixo da situação de equilíbrio.

Nesta óptica, os “erros de equilíbrio” (resíduos da regressão de cointegração) positivos,  $z^+$ , e os negativos,  $z^-$ , são incluídos como regressores separados ao nível do 2.º passo, permitindo encontrar dois termos correctores do erro  $\alpha_1 z_{t-1}^+$  e  $\alpha_2 z_{t-1}^-$ . Se  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , os agentes reagem de

---

<sup>5</sup>Uma variável  $x_t$  é fracamente exógena para um conjunto de parâmetros  $\psi$  se a inferência sobre  $\psi$  pode ser efectuada condicionada por  $x_t$  sem nenhuma perda de informação relativamente àquela que poderia ser obtida usando a densidade conjunta de  $y_t$  e  $x_t$  (Banerjee et al., 1993).

forma não simétrica, podendo esta situação ser deduzida a partir de uma função custos, tal como o MCE habitual, mas neste caso considerando custos de ajustamento não simétricos relativamente à situação de equilíbrio<sup>6</sup>.

Por outro lado, é sugerido por Granger (1991) um MCE não linear,<sup>7</sup> o qual conduz a admitir que a “força de atracção” exercida pelo equilíbrio p<sup>o</sup>de variar com a magnitude do erro de equilíbrio. De facto, recordando a interpretação de  $x = By$  como linha de atracção, parece razoável que a economia tenda para ela com tanto mais intensidade quanto mais longe se situar no momento presente, sendo conduzida quer pelas forças de mercado quer pelos custos associados a estar fora do equilíbrio.

Em termos de estimação esta ideia implica substituir o termo corrector do erro  $\alpha z_{t-1}$  pela função  $g(z_{t-1})$ , a qual pode ser escolhida de modo a ter uma determinada forma paramétrica, tal como uma cúbica, ou estimada não parametricamente.

Uma forma alternativa de modelo não linear, ainda segundo Granger (1991), obtém-se considerando parâmetros que variam com o tempo, onde o MCE pode ter equações do tipo:

$$\Delta x_t = \alpha(t) z_{t-1} + lags(\Delta x_t, \Delta y_t) + \text{resíduo}$$

com  $z_t = x_t - B_t y_t$

Os casos mais simples de implementar são quando se considera que apenas um dos  $\alpha$ ,  $B$  varia com o tempo, ou seja:

- Se  $B = B_t$  mas  $\alpha = \text{constante}$ , é o equilíbrio ou linha de atracção que muda com o tempo, porventura devido ao efeito de políticas ou à evolução tecnológica.
- Se  $B = \text{constante}$  mas  $\alpha = \alpha(t)$ , existe uma linha de atracção constante mas a parcela correctora do erro do erro altera-se com o tempo.

As ideias de assimetria e não linearidade no MCE foram conjugadas por Marques e Lopes (1992) num estudo sobre a procura de moeda em Portugal.

---

<sup>6</sup>Robalo (1992).

<sup>7</sup>Este conceito é aplicado por exemplo em Hendry e Ericsson (1991b).

### 1.2.3.3- O MÉTODO EM UM SÓ PASSO

Uma forma de ultrapassar o problema do enviesamento em amostras finitas de que padece o estimador do vector de cointegração na regressão estática traduz-se em estimar directamente  $\beta$  através da especificação dinâmica. Este problema pode ilustrar-se<sup>8</sup> pelo seguinte modelo:

$$[1a] \quad y_t = \delta_0 + \delta_1 y_{t-1} + \delta_2 x_t + \delta_3 x_{t-1} + e_t$$

reparametrizado na forma:

$$[1b] \quad y_t = \mu + \beta x_t + u_t$$

onde  $\mu = \frac{\delta_0}{1 - \delta_1}$ ;  $\beta = \frac{\delta_2 + \delta_3}{1 - \delta_1}$ ;  $u_t = \frac{-\delta_1 \Delta y_t - \delta_3 \Delta x_t + e_t}{1 - \delta_1}$ .

Daqui resulta que ao estimar-se a regressão estática [1b] se está a incluir nos resíduos  $u_t$  os termos do ajustamento dinâmico, ficando  $u_t$ , apesar de  $I(0)$ , a conter autocorrelação, sendo esta que dá origem ao enviesamento do estimador de  $\beta$ .

Daí que pelo método em um só passo  $\beta$  fosse estimado a partir de [1a], obtendo-se:

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\delta}_2 + \hat{\delta}_3}{1 - \hat{\delta}_1}$$

Este estimador pode, em determinados casos, ser mais robusto<sup>9</sup> do que o estimador dos dois passos. O método em um só passo é habitualmente usado por alguns autores, tais como Hendry (1987), que preferem construir o MCE numa equação única, ao invés de um sistema tipo VAR. Para ilustrar esta perspectiva, considerem-se os vectores  $n$ -dimensionais  $\mathbf{x}_t$  e  $\mathbf{z}_t$ , o primeiro  $I(1)$  e o segundo estacionário, e efectue-se a partição:

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} y_t \\ \mathbf{x}_t \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ m \end{matrix} \quad \mathbf{z}_t = \begin{bmatrix} z_{1t} \\ \mathbf{z}_{2t} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ m \end{matrix} \quad n = m + 1$$

Assume-se que  $\mathbf{x}_t$  é gerado pelo seguinte sistema cointegrado:

$$[2] \quad y_t = \beta' \mathbf{x}_t + z_{1t}$$

$$[3] \quad \Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{z}_{2t}$$

---

<sup>8</sup>Robalo (1992).

<sup>9</sup>Banerjee et al. (1986).

A equação [2] pode ser vista como uma versão estocástica da relação de equilíbrio parcial  $y_t = \beta' x_t$ , com  $z_{1t}$  representando desvios estacionários do equilíbrio, e a equação [3] especifica  $x$  como um processo integrado geral.

O ponto de partida para modelar  $y_t$  através de uma só equação é a seguinte regressão geral sem restrições:

$$[4a] \quad y_t = a' x_t + b' w_t + u_t$$

sendo  $w_t$  um vector que contém valores desfasados de  $\Delta y_t$  e valores presentes e desfasados de  $\Delta x_t$ . Esta equação pode, pois, escrever-se:

$$[4b] \quad y_t = a' x_t + \sum_{i=1}^p b_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=0}^p b'_{2i} \Delta x_{t-i} + u_t$$

tendo em conta que na prática alguns destes regressores podem ser eliminados e outros podem ter maior grau de diferenciação.

Phillips e Loretan (1991) aprofundaram esta metodologia encontrando as condições necessárias para que o estimador do vector de cointegração (bem como dos restantes parâmetros) seja eficiente e não enviesado, as quais são:

- \* inclusão de *leads* de  $\Delta x_t$ ;
- \* inclusão de desfasamentos da relação de equilíbrio ao invés de *lags* da variável endógena, o que conduz à utilização do método dos MQ não lineares.

Assim, a equação a estimar será:

$$y_t = \beta' x_t + A(L)(y_t - \beta' x_t) + B(L)' \Delta x_t + C(L^{-1})' \Delta x_t + v_t$$

onde:  $A(L) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i L^i$  (desfasamentos da relação de equilíbrio);

$$B(L) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i L^i \quad (\text{desfasamentos de } \Delta x_t);$$

$$C(L) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i L^{-i} \quad (\text{leads de } \Delta x_t).$$

Também Stock e Watson (1991) propuseram a utilização de *leads* de  $x_t$  para assegurar a eficiência assintótica do estimador do vector de cointegração, com a vantagem de poder fazer inferência sobre os parâmetros do mesmo. Deste modo, a equação de cointegração:

$$y_t = \mu + \beta' x_t + u_t$$

seria estimada na forma

$$y_t = \mu + \beta' x_t + D(L)' \Delta x_t + v_t$$

sendo  $D(L)$  um vector de polinómios bilaterais no operador de desfasamento.

Esta abordagem é aplicável ao caso em que todas as variáveis são  $I(1)$  e em que existe um só vector cointegrante (embora possa generalizar-se). Uma condição adicional é a de que as variáveis em  $x_t$  sejam “ancilárias” para os parâmetros do vector cointegrante<sup>10</sup>, sendo este conceito uma extensão da exogeneidade fraca de molde a incluir quer os *lags* quer os *leads* de  $\Delta x_t$ . É também possível usar este método integrado no método dos dois passos, como aperfeiçoamento do primeiro passo.

#### 1.2.3.4- A ABORDAGEM DE JOHANSEN

Johansen (1988) e Johansen e Juselius (1990) demonstram como usar o método da máxima verosimilhança para estimar um ou mais vectores de cointegração, num contexto multivariado.

Quando se consideram apenas duas variáveis, é possível demonstrar que o vector de cointegração, caso exista, é único. Sejam  $x_t, y_t \sim CI(1,1)$  em que:

$$[1] \quad z_t = y_t - \beta x_t \sim I(0).$$

Logo as variáveis estão cointegradas com o vector de cointegração  $[1 - \beta]'$  ou, de outro modo, com o parâmetro de cointegração  $\beta$ . Considere-se outro parâmetro de cointegração,  $\delta$ , tal que:

$$[2] \quad w_t = y_t - \delta x_t \sim I(0).$$

Somando e subtraindo  $\delta x_t$  a [1], virá:

$$[3a] \quad z_t = y_t - \delta x_t - (\beta - \delta)x_t;$$

$$[3b] \quad z_t = w_t - (\beta - \delta)x_t.$$

Como  $z_t$  e  $w_t$  são  $I(0)$  por hipótese, e  $x_t \sim I(1)$ , a equação [3] só está correcta se  $\beta = \delta$ , ou seja,  $\beta$  é único.

---

<sup>10</sup>Robalo (1992).

Num sistema de  $n$  variáveis, porém, esta unicidade já não se pode demonstrar, uma vez que existem  $n-1$  combinações lineares possíveis. Assim, ao efectuarmos a regressão de cointegração pelo método de Engle e Granger, podemos estar a estimar não o vector de cointegração, mas uma combinação linear dos vários que poderão existir.

Pelo método de Johansen pode-se não só testar o número de vectores de cointegração existentes, como obter estimativas distintas para cada um deles.

Considere-se então que o vector  $x$  o qual contém  $n$  variáveis, sendo cada uma delas  $I(1)$ , segue o processo VAR de ordem  $k$ :

$$[4a] \quad x_t = \mu + \Pi_1 x_{t-1} + \dots + \Pi_k x_{t-k} + \Phi d_t + \varepsilon_t$$

onde  $\mu$  é o termo independente,  $d$  é um vector de *dummies* sazonais, e  $\varepsilon_t \sim IN^{(n)}(0, \Sigma)$ .

Este sistema pode ser reparametrizado por forma a ter uma representação MCE:

$$[4b] \quad \Delta x_t = \mu + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-k+1} + \Pi x_{t-k} + \Phi d_t + \varepsilon_t$$

$$\Gamma_i = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_i) \quad (i = 1, \dots, k-1); \quad \Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_k);$$

sendo  $I$  a matriz identidade. A matriz  $\Pi_{n \times n}$  define as soluções de longo prazo. Como todas as variáveis do sistema excepto  $x_{t-k}$  são  $I(0)$ , este apenas está equilibrado se  $\Pi = 0$  (variáveis não cointegradas) ou  $\Pi x_{t-k} \sim I(0)$ , caso em que as variáveis estão cointegradas. Esta informação pode ser obtida a partir da característica da matriz  $\Pi$ , designada por  $r$ , a que se poderá chamar ordem de cointegração.

Existem três casos possíveis:

- i)  $r = n$ : a matriz  $\Pi$  tem característica completa, o que indica que  $x_t$  é estacionário.
- ii)  $r = 0$ :  $\Pi$  é a matriz nula, pelo que se trata de um processo VAR às diferenças tradicional.
- iii)  $0 < r < n$ : existem  $r$  vectores de cointegração distintos.

A matriz  $\Pi$  pode ser decomposta (no caso iii) de forma que  $\Pi = \alpha \beta'$ , onde  $\beta_{n \times r}$  é tal que:

$$\beta' x_{t-k} \sim I(0)$$

ou seja, as colunas de  $\beta$  são os vectores de cointegração;  $\alpha_{n \times r}$  é a matriz dos pesos com que cada vector de cointegração entra em cada uma das equações.

Para obter estimadores de máxima verosimilhança (MV) para  $\beta$  começa-se por efectuar as seguintes regressões:

$$\Delta x_t = c_0 + \Phi_0 d_t + \theta_{01} \Delta x_{t-1} + \dots + \theta_{0,k-1} \Delta x_{t-k+1} + r_{0t}$$

$$x_{t-k} = c_k + \Phi_k d_t + \theta_{k1} \Delta x_{t-1} + \dots + \theta_{k,k-1} \Delta x_{t-k+1} + r_{kt}$$

Em seguida os vectores dos resíduos  $\hat{r}_{0t}$  e  $\hat{r}_{kt}$  são usados para construir as matrizes:

$$S_{ij} = T^{-1} \hat{r}_{it} \hat{r}'_{jt} \quad (i, j = 0, k)$$

Estimar  $\beta$  pelo método MV equivale a minimizar a função:

$$F = \left| S_{00} - S_{0k} \beta (\beta' S_{kk} \beta)^{-1} \beta' S_{k0} \right|$$

o que pode ser efectuado resolvendo a equação

$$\left| \lambda S_{kk} - S_{k0} S_{00}^{-1} S_{0k} \right| = 0$$

em ordem a  $\lambda$ , obtendo-se assim os  $n$  valores próprios ( $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ ) e os  $n$  vectores próprios ( $v_1, \dots, v_n$ ) estimados, os quais são normalizados de modo a que

$$\hat{V}' S_{kk} \hat{V} = I$$

onde  $\hat{V}$  é a matriz dos vectores próprios estimados. Os vectores de cointegração serão dados pelos  $r$  vectores próprios mais significativos, isto é

$$\hat{\beta} = [\hat{v}_1 \quad \dots \quad \hat{v}_r]$$

sendo estes vectores os correspondentes aos maiores valores próprios, cuja significância pode ser testada. Adicionalmente, obtém-se a estimativa da matriz dos pesos:

$$\hat{\alpha} = S_{0k} \hat{\beta}.$$

A abordagem de Johansen pode produzir resultados bastante diferentes para os coeficientes de longo prazo de um modelo em comparação com o método de Engle e Granger, seja porque na primeira as estimativas são condicionadas à dinâmica de curto prazo, o que não acontece no segundo, seja porque se  $r > 1$  o segundo não fornece estimativas consistentes para nenhum dos vectores de cointegração<sup>11</sup>. As duas abordagens só são equivalentes no caso em que  $r = 1$  e o termo corrector do erro só entra na equação da variável de interesse.

---

<sup>11</sup>Muscattelli e Hum (1992).

## 1.2.4 TESTES DE COINTEGRAÇÃO

No primeiro ponto são apresentados os testes mais habituais, que ensaiam a hipótese nula de não cointegração, contra a alternativa da existência de um vector de cointegração, e que são aplicáveis à análise uniequacional; no segundo ponto testa-se o número de vectores de cointegração, num contexto explicitamente multivariado, e na última secção expõe-se o modo de testar restrições sobre os mesmos.

### 1.2.4.1- TESTES BASEADOS NOS RESÍDUOS DA REGRESSÃO DE COINTEGRAÇÃO

Os testes de raízes unitárias podem ser aplicados aos resíduos ( $\hat{z}_t$ ) da equação de cointegração, que se obtêm por:

$$\hat{z}_t = y_t - \hat{\beta} x_t$$

Assim, se  $y_t$  e  $x_t$  são  $I(1)$ , testar se  $\hat{z}_t$  possui uma raiz unitária equivale a testar a hipótese de que as séries não estão cointegradas, contra a alternativa de cointegração (resíduos estacionários). Deste modo, efectuando as regressões auxiliares

$$\Delta \hat{z}_t = (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + u_t$$

$$\Delta \hat{z}_t = (\rho - 1) \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\gamma}_i \Delta \hat{z}_{t-i} + u_t$$

podendo incluir-se termo independente e/ou tendência, é possível realizar respectivamente o teste DF e o teste ADF, sob  $H_0: \rho = 1$ . No entanto, estes testes estão a aplicar-se sobre uma série estimada, pelo que os valores críticos serão diferentes. Se  $\beta$  fosse conhecido, o procedimento seria idêntico ao de uma série normal. Mas a estimação de  $\beta$  pelos MQ faz com que a variância residual seja mínima, pelo que os resíduos poderão aparentar estacionaridade mesmo que as séries não estejam cointegradas. Ao aplicar os testes DF e ADF nestes resíduos, poder-se-ia rejeitar mais vezes a nula de não estacionaridade do que o nível de significância nominal sugere. Para corrigir este enviesamento do teste, os valores críticos deverão ser ligeiramente maiores. Engle e Granger (1987) tabularam estes valores críticos por métodos de simulação, bem como Mackinnon (1991), este último para qualquer dimensão da amostra e mais que duas variáveis.

Outro teste habitualmente usado é a estatística CRDW (*Co-integrating regression Durbin-Watson*), sugerida por Sargan e Bhargava (1983), e que consiste na estatística DW aplicada à regressão de cointegração, tomando a forma:

$$CRDW = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{z}_t - \hat{z}_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T \hat{z}_t^2}$$

A hipótese nula ( $H_0: CRDW = 0$ ) é a de que  $\hat{Z}_t$  possui uma raiz unitária (é um passeio aleatório) contra a alternativa de estacionaridade, ou seja, a de que  $\hat{Z}_t$  segue um processo AR(1) com  $\rho < 1$ . Admite-se que as séries estão cointegradas (ou seja, rejeita-se  $H_0$ ) quando CRDW é significativamente diferente de zero. Os valores críticos para este teste podem encontrar-se em Engle e Granger (1987) e em Banerjee et al. (1993), neste último caso considerando várias dimensões da amostra e até 5 variáveis na regressão de cointegração.

Engle e Granger (1987) efectuaram um estudo de Monte Carlo para comparar o desempenho destes testes. O teste CRDW obteve o melhor comportamento em termos de potência, e é o mais simples de calcular, no entanto o seu uso exclusivo não é aconselhado porque os valores críticos são muito sensíveis aos parâmetros considerados sob a hipótese nula, nomeadamente em relação ao processo de geração dos dados. O teste DF apenas é ligeiramente mais potente que o ADF no caso do verdadeiro modelo ser de primeira ordem (como seria de esperar). No entanto, este último tem aproximadamente os mesmos valores críticos nas duas hipóteses (sendo estes teoricamente iguais para amostras grandes), pelo que o teste ADF é o recomendado por estes autores, a não ser que se conheça que o modelo é AR(1) ou que se efectue qualquer teste prévio nesse sentido.

Em alternativa ao teste ADF, é igualmente possível o uso dos testes PP, que possuem a mesma distribuição assintótica. Também aqui é forçoso alterar os valores críticos pelo facto da série ser estimada, estando estes tabelados em Phillips e Ouliaris (1990).

De um modo geral, todos os testes aqui referidos têm pouca potência, possuindo fraca capacidade de distinguir entre uma raiz unitária e um parâmetro AR menor que, mas próximo de, 1, e a evidência de Monte Carlo não sugere que um deles é, de forma clara, superior a todos os outros.

#### 1.2.4.2- TESTES SOBRE A ORDEM DE COINTEGRAÇÃO

A abordagem de Johansen permite testar a ordem de cointegração,  $r$ , de um conjunto de variáveis, tendo por base o sistema dinâmico completo.

Recorde-se que os vectores de cointegração ( $\beta$ ) irão coincidir com os  $r$  vectores próprios mais significativos, os quais correspondem aos maiores valores próprios ( $\lambda$ ), sendo os restantes zero. Para testar esta significância Johansen propõe duas estatísticas sobre a forma de rácios de verosimilhança. Deve começar-se por ordenar as colunas de  $\beta$  de forma a que os valores próprios correspondentes estejam por ordem decrescente, ou seja:

$$\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_n$$

Para ensaiar a hipótese de que há quando muito  $r$  vectores de cointegração (ou  $n-r$  raízes unitárias), ou seja:

$$H_0: \lambda_i = 0, \quad i = r + 1, \dots, n$$

contra a alternativa geral, pode usar-se o teste do traço, que consiste em calcular a estatística:

$$TR = -2 \ln Q = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i), \quad \text{para } r = 0, 1, \dots, n-1;$$

sendo  $Q = \frac{\text{MV com restrições}}{\text{MV sem restrições}}$ .

O número de graus de liberdade deste teste é igual ao número de restrições ( $n-r$ ). Se os valores próprios se anulam para  $r > m$ , então  $TR = 0$  para  $r = m$ , e tenderá a ser tanto maior quanto um ou mais dos valores próprios estimados se aproximar de 1.

O procedimento consiste em calcular sucessivamente a estatística TR para  $r = 0, 1, \dots$  até que esta seja não significativa (não se possa rejeitar  $H_0$ ), correspondendo esse valor de  $r$  ao número de vectores de cointegração seleccionados.

Apesar deste teste medir o custo em termos de verosimilhança de omitir  $n-r$  combinações lineares dos níveis de  $x_{t-k}$ , a sua distribuição não é a habitual  $\chi^2$  porque se trata de um processo (multivariado) integrado de ordem 1.

Complementarmente, o teste do máximo valor próprio permite ensaiar a hipótese nula de que há no máximo  $r$  vectores de cointegração, contra a hipótese alternativa de que existem  $r+1$ , usando a estatística:

$$\lambda_{\max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}), \quad r = 0, 1, \dots, n-1.$$

Tanto  $TR$  como  $\lambda_{\max}$  têm distribuições não *standard*, as quais são generalizações dos processos escalares associados às estatísticas DF. Como estas distribuições apenas dependem da dimensão  $n$  do processo em análise, os valores críticos sob a hipótese nula podem ser obtidos por simulação de Monte Carlo. Estes valores foram tabelados por Johansen e Juselius (1990) e Osterwald-Lenum (1992) para um conjunto de valores de  $n$ .

Uma abordagem alternativa que permite igualmente testar a ordem de cointegração foi proposta por Stock e Watson (1988), baseada na ideia de que as séries cointegradas partilham pelo menos uma tendência estocástica comum. De facto, só assim é possível que haja uma combinação linear entre elas com grau de integração inferior ao das séries individuais, na qual esse factor comum é eliminado. Deste modo, testar o número de vectores de cointegração linearmente independentes equivale a testar o número de tendências comuns (ou o número de raízes unitárias no processo VAR).

Stock e Watson desenvolvem dois testes,  $q_r$  e  $q_c$ , os quais são similares assintoticamente, envolvendo as raízes da matriz dos coeficientes MQ obtidos pela regressão da série sobre a sua primeira diferença. Os valores críticos para estes testes são igualmente tabelados e a sua potência examinada em estudo de Monte Carlo. A hipótese nula é que a variável  $x_t$  (vector  $n \times 1$  de séries temporais) tem  $k \leq n$  tendências estocásticas comuns, contra a alternativa de que tem  $m < k$  tendências comuns.

Se é possível encontrar, por um dos testes acima referidos, mais do que um vector de cointegração, é no entanto mais difícil obter para a sua existência uma explicação económica plausível. De facto, no caso de  $r > 1$  não há um equilíbrio de longo prazo único em relação ao qual o modelo MCE se vai ajustando. Existe, sim um “subespaço de equilíbrio”  $r$ -dimensional, que deriva da natureza multivariada do processo, ou seja, do facto de diversas variáveis poderem caminhar em conjunto no longo prazo de diferentes modos, mas que é pouco atractivo do ponto de vista económico.

### 1.2.4.3- TESTES DE RESTRIÇÕES LINEARES SOBRE OS PARÂMETROS DE COINTEGRAÇÃO

Aplicando a técnica de MV de Johansen, e após determinar através dos testes do traço e do máximo valor próprio a ordem de cointegração ( $r$ ) das séries, e definindo de acordo a matriz  $n \times r$  dos vectores de cointegração,  $\beta$ , é possível testar directamente **restrições lineares** sobre os mesmos. Ao efectuar  $s$  restrições ( $s < n$ ), as quais são normalmente sugeridas pela teoria económica, o número de parâmetros de cointegração independentes será reduzido de  $n$  para  $n-s$ .

De uma forma geral, a hipótese a testar será:

$$H_0: \beta = H\Theta$$

onde  $H$  é uma matriz conhecida  $n \times (n - s)$  que corresponde às restrições e  $\Theta$  é uma matriz  $(n - s) \times n$  de parâmetros desconhecidos.

Para obter as estimativas do modelo com restrições segue-se o procedimento do ponto 1.2.3.4, substituindo  $\beta$  por  $H\Theta$ , de modo a obter  $\Theta^*$ . A estimativa de  $\beta$  com restrições será  $\beta^* = H\Theta^*$ , obtendo-se igualmente os valores próprios  $\lambda^*$ , que deverão ser ordenados de modo a que  $\lambda_1^* > \lambda_2^* > \dots > \lambda_r^*$ . Pode então construir-se o rácio de verosimilhança:

$$LR = -2 \ln Q = T \sum_{i=1}^r \ln \frac{1 - \lambda_i^*}{1 - \hat{\lambda}_i}$$

o qual tem distribuição assintótica  $\chi^2$  com  $r.s$  graus de liberdade. A distribuição  $\chi^2$  resulta da análise estar agora a ser efectuada no espaço  $I(0)$ , condicionalmente à selecção prévia de  $r$  relações de cointegração.

É possível testar a mesma restrição sobre os parâmetros de todos os vectores de cointegração, como faz Johansen e Juselius (1990) para a elasticidade-rendimento da moeda na Finlândia, ou restringir apenas um dos vectores do espaço de cointegração, estimando livremente os outros, ou ainda testar, usando outra versão da estatística LR, que uma parte deste espaço é igual a uma matriz conhecida, o que corresponde a “fixar” os coeficientes de um ou mais dos vectores de cointegração.

### 1.2.5- MULTICOINTEGRAÇÃO

O conceito de multicointegração, apresentado em Granger e Lee (1991), traduz a ocorrência de uma forma de cointegração mais profunda entre séries económicas, parecendo particularmente apropriado para o estudo das relações entre variáveis fluxo e variáveis *stock*.

Recordando que a soma acumulada de uma série estacionária de variância finita é uma série integrada, consideram-se então duas séries  $x_t$  e  $y_t$ , ambas  $I(1)$  e sem tendência, que estão cointegradas pelo que  $z_t = x_t - B y_t \sim I(0)$ . Então, a soma acumulada de  $z_t$ , ou seja

$$S_t = \sum_{j=0}^t z_{t-j}$$

será  $I(1)$ . As séries  $x_t$ ,  $y_t$  dizem-se **multicointegradas** se  $S_t$  e  $x_t$  estiverem por sua vez cointegradas, donde resulta que  $S_t$  e  $y_t$  estarão também cointegradas.

Como  $S_t$  é função de  $x_t$ ,  $y_t$  e dos seus desfasamentos, a multicointegração significa que as duas séries estão cointegradas a dois níveis diferentes.

Um exemplo de multicointegração poderá ocorrer entre rendimento ( $x_t$ ) e consumo ( $y_t$ ), sendo  $z_t = x_t - y_t$  a poupança, e  $S_t$  a riqueza, caso riqueza e consumo (ou riqueza e rendimento) estejam cointegradas.

Granger e Lee (1991) investigam a multicointegração entre vendas ( $x_t$ ) e produção ( $y_t$ ), sendo  $z_t = y_t - x_t$  a variação de existências, testando a cointegração entre produção (ou vendas) e *stocks* ( $S_t$ ). Os resultados de Granger e Lee apontam para a verificação desta hipótese.

Os passos para testar a multicointegração serão os seguintes:

1. Testar se  $x_t$  e  $y_t$  são  $I(1)$ ;
2. Efectuar a regressão MQ:  $x_t = a + b y_t + z_t$ , para estimar  $\underline{a}$  e  $\underline{b}$ ;
3. Testar se  $z_t$  é  $I(0)$ ;
4. Efectuar a regressão MQ:  $x_t = c + d S_t + w_t$ , onde

$$S_t = \sum_{j=0}^t z_{t-j}$$

5. Testar se  $w_t$  é  $I(0)$ .

No exemplo de Granger e Lee o passo 2 é desnecessário, porque a relação é conhecida, pelo que pode aplicar-se o teste ADF aos passos 1 e 3 e o teste de Engle e Granger<sup>12</sup> ao passo 5. Se fossem efectuadas as duas regressões, aplicar-se-ia o teste de Engle e Granger ao passo 3, e provavelmente teriam que ser calculados novos valores críticos para 5.

O MCE toma a forma:

$$\Delta x_t = \alpha_1 z_{t-1} + \alpha_2 w_{t-1} + (\Delta x_t, \Delta y_t) \text{ desfasados} + \text{resíduo ruído branco}$$

sendo estimado pelos MQ e podendo a significância de  $\alpha_1, \alpha_2$  ser testada usando a estatística  $t$  habitual.

É usual na prática repetir todos os passos revertendo  $x_t, y_t$  em (2) e obtendo o resíduo  $z'_t$ , donde se constrói  $S'_t$  para (4) obtendo o resíduo  $w'_t$ . O MCE para  $\Delta y_t$  usa pois  $z'_t$  e  $w'_t$  na sua construção.

Será de esperar a existência de multicointegração entre algumas variáveis, em economia, pelo menos do ponto de vista teórico. Esta pode surgir de situações especiais de controlo óptimo e, se identificada, pode melhorar as previsões de curto e longo prazo. Esta melhoria resulta do termo adicional do MCE -  $\alpha_2 w_{t-1}$  - que é o termo corrector do erro face ao equilíbrio representado pela segunda relação de cointegração, entre  $x_t$  e  $S_t$ .

---

<sup>12</sup>Chama-se por vezes teste de Engle e Granger (EG) ao teste ADF cujos valores críticos foram modificados por estes dois autores para aplicação à regressão de cointegração.

## 2- PROCURA DE MOEDA

A procura de moeda tem sido ao longo de várias décadas terreno fértil para estudos empíricos, por duas razões fundamentais: a primeira tem a ver com a importância crucial da sua previsibilidade para a conduta da política monetária, estando ligada ao advento das ideias monetaristas; a segunda prende-se com o desafio que representa a sua modelação nas últimas duas décadas, depois da sua formulação tradicional ter apresentado graves sintomas de instabilidade.

## 2.1- A FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA: FORMULAÇÃO TRADICIONAL

A modelação tradicional da procura de moeda traduziu-se numa função estável de poucos argumentos, estabelecidos geralmente com base no motivo transacção, e com uma estrutura dinâmica simples justificada por expectativas adaptativas ou por um mecanismo de ajustamento parcial.

### 2.1.1- FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Os motivos sugeridos por Keynes para guardar moeda - transacção, especulação e precaução - têm sido normalmente o ponto de partida para a fundamentação teórica da procura de moeda. As teorias de transacção elegem o primeiro, as teorias de carteira enfatizam o segundo e a recente teoria *buffer-stock* (ponto 2.3) recuperou a importância do terceiro. Na prática, a procura de moeda dos agentes depende provavelmente de todos estes factores.

**As teorias de transacção** entendem que a moeda é essencialmente guardada como meio de troca, sendo necessária para nivelar as diferenças entre os fluxos de rendimento e os fluxos de despesa. Por isso, a quantidade de moeda procurada, em termos reais e agregados, será uma função crescente do volume de transacções reais, podendo além disso ser afectada pelas facilidades de crédito. Por outro lado, guardar moeda tem um custo de oportunidade, o qual pode ser medido pelo rendimento que se deixa de receber, referente ao juro de activos alternativos, menos líquidos.

**As teorias de carteira** situam a procura de moeda de forma mais geral como parte do problema de afectação de riqueza entre uma carteira de activos que inclui a moeda. Esta é, pois, vista como um activo entre outros, representando formas alternativas de guardar riqueza, cada qual apresentando um rendimento explícito (juro e ganhos de capital), com um determinado grau de incerteza associado, e alguns serviços implícitos. No caso da moeda, um desses serviços poderá ser a facilidade nas transacções, mas existem outros, como a liquidez ou a segurança. Os indivíduos escolhem a composição da sua carteira de activos (moeda e outros) de forma a maximizar os rendimentos esperados dessa carteira, procurando um equilíbrio entre activos mais rentáveis, mas mais arriscados, e os de retornos mais baixos, mas certos.

Em termos gerais, a função de procura de moeda (FPM) será:

$$\frac{M^d}{P} = f(Y, R)$$

onde a procura real de moeda é uma função crescente de  $Y$  (variável de escala) e decrescente de  $R$  (vector dos custos de oportunidade líquidos), tomando normalmente, em termos concretos, a forma funcional linear em logaritmos (letras minúsculas):

$$m^d - p = \delta y + \gamma R.$$

Estas componentes da FPM serão medidas por variáveis diferentes, atendendo à teoria aceite à priori.

De acordo com as teorias de transacção, o agregado monetário deve ser estreito, incluindo apenas os meios de pagamento efectivos ( $M_1$ ). Por seu turno,  $Y$  deverá ser uma medida das transacções, em princípio o rendimento (PIB ou PNB) ou a despesa final total. Espera-se que a elasticidade da procura de moeda face ao rendimento seja  $\delta = 1$  na teoria quantitativa de Friedman (1956) e  $\delta = 0.5$  na análise de Baumol (1952) e Tobin (1956). Quanto a  $R$ , poderá requerer os retornos de todos os activos alternativos relevantes, se não há custos de substituição de activos, sendo os parâmetros em  $\gamma$  negativos. No entanto, tem-se normalmente entendido que seria adequada uma medida sumária, correspondendo à alternativa mais próxima da moeda, ou seja uma taxa de juro de curto prazo tal como a dos bilhetes do tesouro.

Na abordagem do equilíbrio de carteira, fará mais sentido definir a moeda em termos mais latos, pelo menos  $M_2$ , que inclui substitutos líquidos como os depósitos a prazo, e  $Y$  deverá ser a riqueza. Por outro lado,  $R$  poderá incluir os retornos de todos os potenciais substitutos da moeda (não excluindo activos de longo prazo ou mesmo acções ou capital real), bem como uma medida da volatilidade dos mesmos<sup>13</sup>.

Em qualquer dos casos, se as componentes do agregado monetário são remuneradas, as taxas de juro associadas devem aparecer em  $R$  e os correspondentes elementos em  $\gamma$  devem ser positivos.

O entusiasmo empírico com a FPM tem as suas raízes em Friedman (1956), que partindo do princípio que:

- i) a economia agregada pode modelar-se “como se” fosse composta de indivíduos, podendo o comportamento de qualquer deles ser tratado como representativa da economia como um todo;
- ii) cada um desses indivíduos típicos irá desejar manter um certo *stock* de moeda;
- iii) o tamanho desse *stock* desejado dependerá de um conjunto de variáveis económicas, poucas e facilmente observáveis, nomeadamente do rendimento individual, do custo de guardar

---

<sup>13</sup>Tobin (1958) e Walsh (1984).

activos sob a forma de moeda ao invés de outros (que pode representar-se pelo nível das taxas de juro nominais), e do nível de preços, proporcionalmente (o que representa uma opção pelas teorias de transacção);

conclui que, no mundo real, e em termos agregados, a natureza quantitativa da dependência da procura da moeda por estas variáveis é estável ao longo do tempo, pois não há outros factores que afectem a procura de moeda de forma sistemática. Resumindo, a procura de moeda é uma função estável de poucos argumentos. Esta estabilidade pareceu confirmar-se, através de testes econométricos ao longo das décadas de 50 e 60, estabelecendo uma ligação segura entre a moeda e as variáveis reais, base essencial para o sucesso da política monetária.

### 2.1.2- EVIDÊNCIA EMPÍRICA

As teorias apontadas sugerem argumentos diferentes para a função procura de moeda, pelo que a escolha recai sobre o trabalho empírico. Por outro lado, trata-se de uma equação estática que naturalmente foi entendida como uma relação de equilíbrio longo prazo, pondo-se a questão de saber se valores desfasados da moeda deviam ser incluídos para servir de *proxy* ao ajustamento incompleto no curto prazo.

Em 1973, S. M. Goldfeld examinou essas questões sistematicamente, usando dados trimestrais dos Estados Unidos da América (EUA) desde o pós-guerra até 1973, obtendo uma equação que se tornou a referência para a investigação posterior. Goldfeld concluiu que a função procura de moeda era mais estável quando:

- i) era usada uma definição estreita de moeda;
- ii) era usada uma taxa de juro de curto prazo como a dos bilhetes do tesouro e quando a taxa dos depósitos de poupança era incluída;
- iii) se usava o rendimento corrente (PNB real) de preferência ao rendimento permanente ou riqueza;
- iv) se incluía a moeda desfasada para levar em conta o ajustamento incompleto no curto prazo.

A equação tinha a forma:

$$\ln \frac{M}{P} = \alpha + \beta_1 \ln Y + \beta_2 \ln R_s + \beta_3 \ln R_2 + \beta_4 \ln \left( \frac{M}{P} \right)_{-1}$$

$\alpha, \beta_1, \beta_4 > 0; \quad \beta_2, \beta_3 < 0;$

$M/P, Y, R_s$  e  $R_2$  são respectivamente  $M_1$  real, PNB real, uma taxa de juro de curto prazo, e uma taxa de juro dos depósitos a prazo; todas as variáveis são medidas trimestralmente.

É compreensível que a possibilidade de obter uma FPM estável seja um dos mais importantes assuntos na teoria e aplicação da política macroeconómica. O que se pretende de uma FPM é um conjunto de condições necessárias para que a moeda exerça uma influência previsível na economia, para que o controlo da oferta de moeda pelo banco central possa ser um instrumento útil de política económica. Para isso acontecer, são necessários três elementos fundamentais:

- i) a relação deve ser correcta do ponto de vista estatístico o que pode ser medido através das estatísticas usuais de bom ajustamento, precisão das estimativas e capacidade de previsão fora da amostra;
- ii) a relação deve ter relativamente poucos argumentos;
- iii) as variáveis que aparecem como argumentos devem representar ligações significativas à despesa e à actividade económica no sector real.

Antes de 1973, a evidência empírica acumulada desde o pós-guerra apontava no sentido da existência, de facto, de uma FPM estável. Mas a partir desta data, as previsões, nomeadamente obtidas a partir da equação de Goldfeld, começaram a sobreestimar seriamente e de forma sistemática os saldos monetários reais, o que sugeriu que a FPM se tinha deslocado para baixo. Nos EUA, esta aparente quebra estrutural na equação de  $M_1$  ficou conhecida, a partir do estudo de Goldfeld (1976), como *The Case of the Missing Money*.

Mais notório ainda, no entanto, foi o colapso da FPM de curto prazo para  $M_3$  no Reino Unido em 1972/73. Uma vaga de aumento nos empréstimos bancários ao sector privado e um aumento nas necessidades de empréstimos do sector público foi consolidado por um aumento massivo nos depósitos bancários, à medida que os bancos procuravam agressivamente mais fundos. Isto levou  $M_3$  muito para além do nível que tinha sido previsto com base nas equações previamente estimadas. Foram feitas tentativas para ter em conta as novas práticas de gestão dos passivos dos bancos, mas sem grandes resultados à excepção de Taylor (1987).

A evidência de instabilidade na procura de moeda foi acompanhada de outros problemas verificados quando a equação foi reestimada com inclusão de valores pós-1973. O coeficiente da variável dependente desfasada tornou-se muito grande (explicando quase tudo), implicando *lags* de ajustamento implausivelmente longos, e algumas vezes maior que a unidade (implicando instabilidade da função em termos dinâmicos); por outro lado, a elasticidade de impacto para o rendimento real (bem como para as taxas de juro) desceu bastante, não sendo por vezes significativamente diferente de zero. A combinação destes dois fenómenos resultou no facto das

FPM preverem *overshooting* no curto prazo, nomeadamente na taxa de juro, em resposta a variações exógenas na oferta de moeda, fenómeno que não correspondia ao comportamento observável destas variáveis.

É de consenso que a FPM, nos EUA e no Reino Unido, apresentou quebra estrutural 1972/73 e permaneceu instável desde então. Dois episódios subsequentes voltaram a sugerir deslocamentos, desta vez para cima, da FPM: no início da década de 80, o “grande declínio da velocidade”, onde a moeda guardada excedeu substancialmente a maioria das projecções; em meados da década de 80, a “explosão de  $M_1$ ”, traduzida num rápido crescimento real, em mais de 20%, deste agregado monetário.

### 2.1.3- MUDANÇA INSTITUCIONAL

A época em que a FPM se deslocou esteve associada a um número de importantes desenvolvimentos monetários e financeiros. Estes incluíram mudanças nos regulamentos que diziam respeito aos limites para as taxas de juro, **inovações nos mercados financeiros** de curto prazo associadas a melhoramentos na gestão de tesouraria das empresas, aumentos na taxa de **inflação** e taxas de juro, e uma grande ênfase dos bancos centrais sobre a fixação de alvos (*targeting*) para os agregados monetários.

Todos estes desenvolvimentos estão interligados, e decorrem directa ou indirectamente das altas taxas de inflação experimentadas na década de 70, senão veja-se: as altas taxas de inflação ajudaram a convencer os bancos centrais de muitos países a dar mais ênfase à fixação de alvos para os agregados monetários; altas e sustentadas taxas de inflação levam à subida das taxas de juro à medida que os prémios de inflação são nelas incorporados; estas taxas de juro mais altas combinadas com impedimentos legais ao pagamento de uma taxa de juro de mercado forneceram um incentivo à inovação nos mercados financeiros, que permitiu ao público gerir mais de perto os depósitos não remunerados; as altas taxas de juro verificadas pressionaram as agências reguladoras a relaxar as restrições sobre a taxa de juro dos depósitos em bancos e instituições de poupança.

Existe acordo generalizado quanto ao facto das altas taxas de inflação tomarem o período a partir de meados da década de 70 muito diferente das duas décadas precedentes, período no qual assentou a maior parte da evidência do pós-guerra sobre a estabilidade da FPM. Por outro lado, a subsequente mudança na política monetária, no sentido da desinflação, consiste numa mudança de regime que pode ter levado a alterações nos parâmetros estruturais dos modelos previamente estimados, se se atender à crítica de Lucas.

Confrontados com a instabilidade, muitos economistas procuraram explicá-la em termos de desvio de curto prazo, continuando a manter-se a relação de longo prazo. Nos EUA esse desvio foi fundamentalmente explicado em termos de mudança de regime, e no Reino Unido em termos de resposta *buffer-stock* aos choques monetários. No entanto, a **falha preditiva** foi tão profunda que começou a ser posta em causa até a própria procura de moeda de longo prazo, em particular o nexos entre *stock* de moeda e rendimento nominal.

De facto, Engle e Granger (1987) demonstraram que, nas últimas duas décadas nos EUA, os agregados monetários não estiveram cointegrados com os rendimentos nominais, ou seja, a velocidade foi geralmente não estacionária, com a possível excepção de  $M_2$ . Para o Reino Unido estudos como os de Ireland e Wren-Lewis (1992) e Hall et al. (1990) não conseguiram também aceitar a cointegração entre aquelas variáveis, embora esta pudesse ser restaurada com a adição de outras variáveis como por exemplo a riqueza.

Sendo a velocidade estável um pressuposto para a fundamentação dos objectivos monetários, estas dificuldades levaram a que as políticas monetaristas começassem a ser postas em causa pouco depois da sua aceitação e aplicação prática.

Perante esta evidência contrária à FPM, uma de três atitudes são possíveis: desistir de estimar qualquer FPM, apesar de esta apresentar fundamentação teórica; aceitar os pressupostos da FPM convencional, nomeadamente a relação de longo prazo entre as suas variáveis, e portanto admitir que esta falhou no curto prazo devido a mudança estrutural, o que pode acautelar-se com o uso de variáveis artificiais, ou inclusão conjuntural de variáveis que atendam à mudança institucional; esta segunda via foi a inicialmente seguida pelos investigadores, mas revelou-se insuficiente para explicar a profundidade da “quebra”, para além do uso de *dummies* estar sujeito à crítica de representar uma racionalização *ad hoc*. Uma terceira via para abordar o problema consiste em questionar a robustez da especificação da FPM até aí aceite.

Nesta última linha, vários autores sugerem que a formulação tradicional da FPM pode estar simplesmente mal especificada. Em períodos de relativa tranquilidade ou mudança lenta nos mercados financeiros e instituições, a má especificação do modelo pode não se notar. Durante períodos mais voláteis, os modelos mal especificados apresentam “deslocamentos” ou falhas preditivas. A estratégia de reformulação da FPM, segundo Baba, Hendry e Starr (1992), consistirá em pesquisar um novo modelo que deverá não só ser constante, como explicar as falhas e sucessos de modelos prévios, nomeadamente explicar tanto o aparente deslocamento para baixo da procura de moeda nos meados de 70 como os aparentes deslocamentos para cima na década de 80.

## 2.2- REFORMULAÇÃO DA FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA

A função convencional está potencialmente mal especificada por dois motivos: omissão de variáveis importantes e/ou estrutura dinâmica incompleta. Vários estudos seguiram ambas as vias, surgindo a escolha de novas variáveis ou a redefinição das habituais muitas vezes na linha de um reavivar das teorias de carteira.

### 2.2.1- REDEFINIÇÃO DOS ARGUMENTOS

Uma linha de investigadores procurou reequacionar a validade dos argumentos da FPM, nomeadamente voltando a questionar como deve ser definida a moeda, que taxa ou taxas de juro devem ser usadas como medida do custo de oportunidade de guardar moeda, e que medida de transacções ou riqueza é a variável de escala correcta.

O uso de uma única taxa de juro para representar o **custo de oportunidade** da moeda tem como razão a colinearidade que poderia existir entre diversas taxas de juro. No entanto, a exclusão destas taxas pode traduzir-se num modelo mal especificado, problema que Hamburger (1977) procurou resolver considerando três taxas de juro: a taxa dos depósitos de poupança, a taxa dos títulos da dívida pública e o rácio dividendos/preço das acções, esta última uma *proxy* para a taxa de retorno do capital físico. A inclusão desta última variável permite a substituição entre a moeda, por um lado, e o capital real e bens, por outro. Esta substituição torna-se importante em épocas de inflação. A equação de Hamburger resultou bem na previsão, no entanto expõe-se a críticas no que se refere, nomeadamente, às restrições impostas, como seja a elasticidade de longo prazo unitária para o rendimento real.

As tentativas de substituir o rendimento real efectivo pelo rendimento permanente ou pela riqueza não trouxeram mais do que pequenos melhoramentos<sup>14</sup>. Procurando superar os problemas do uso do rendimento real como **variável de escala**, nomeadamente o facto de este ignorar determinadas transferências e transacções em activos financeiros e bens existentes, e não incluir as transacções intermédias, foi proposto por Lieberman (1977) a sua substituição pelos débitos bancários. Representando estes débitos o uso dos depósitos bancários para pagamentos, poderão estar mais correlacionados com as transacções que o PIB. Outra variável possível são os empréstimos bancários, mas tanto esta como a anterior ajudaram a explicar determinadas fases mas nem sempre os resultados foram coerentes.

---

<sup>14</sup>Judd e Scadding (1982).

Alguns investigadores, como Goldfeld (1976) e Laidler (1980) examinaram a hipótese da potencial maior estabilidade de uma **definição** mais alargada de moeda, tal como  $M_2$ , que inclui os depósitos a prazo, com resultados geralmente positivos. No entanto, põe-se a questão da correlação espúria, pois numa época de rápida inovação financeira é menos provável que os agentes desviem fundos das transacções para os depósitos a prazo quando têm à sua disposição instrumentos mais líquidos e menos regulados. Por outro lado, a pesquisa recente no âmbito dos índices *Divisia*, que procura construir os agregados monetários dando diferentes pesos às suas componentes é um campo ainda incipiente, mas do ponto de vista da estabilidade da FPM não parece produzir grandes resultados.

Baba, Hendry e Starr (1992) trabalham as taxas de juro de forma a que a introdução de novos instrumentos financeiros em  $M_2$  não altere a estrutura do modelo, com os retornos dos novos activos sendo ajustados por um processo de aprendizagem. A inflação é incluída separadamente, bem como uma variável de risco (relacionado com os desvios de rendimento dos títulos de longo prazo). Em adição ao rendimento e taxas de juro de curto prazo, há, de acordo com este estudo, evidência da significância e poder explicativo de variáveis ligadas aos custos de oportunidade de deter  $M_1$ : rendimento próprio dos activos monetários, taxa de inflação, e risco e retorno dos títulos de longo prazo. O modelo é desenvolvido, no entanto, no quadro de uma nova especificação dinâmica (ponto 2.2.2).

Recorde-se, por outro lado, que a hipótese de expectativas adaptativas na determinação do rendimento esperado (transacções) resulta em desfazamentos na FPM. No entanto, parece intuitivamente plausível que os saldos monetários desejados no período actual dependam das expectativas formadas acerca das transacções futuras. Se isto for verdade, os modelos empíricos anteriores da procura de moeda podem parecer instáveis porque omitem estas variáveis *forward-looking*.

No modelo convencional, uma mudança no rendimento corrente tem um impacto fixo na procura de moeda. Se o rendimento corrente influencia expectativas de rendimento futuro e o último afecta a procura de moeda, então a resposta desta pode ser muito mais flexível. Todavia, para permitir que os valores futuros dos determinantes da FPM entrem na equação a estimar, é necessário alterar o enquadramento dinâmico. Cuthbertson (1985) propõe a generalização do modelo de ajustamento parcial de custo quadrático de um só período de forma a permitir uma optimização multiperíodo.

Em suma, a inclusão de novas variáveis ou a redefinição das existentes não trouxe, de per si, melhoramentos significativos à FPM, tornando evidente que teria que se rever o quadro teórico ou encontrar uma melhor especificação dinâmica.

## 2.2.2- NOVAS ESTRATÉGIAS DE MODELAÇÃO

Muitos autores fizeram notar o facto de não se dever deitar fora a FPM de longo prazo apenas porque não consegue prever todos os movimentos de curto prazo.

Neste sentido novas abordagens econométricas de onde se destaca a cointegração/MCE bem como a metodologia de Hendry (1987) chamada “do geral para o particular” (e que pode ser consistente com a primeira) têm sido aplicadas à procura de moeda no sentido de combinarem uma estrutura dinâmica mais complexa (que demonstrou adaptar-se a períodos de mudança institucional) com uma solução de longo prazo semelhante à convencional.

O procedimento de Hendry consiste, em termos gerais, na estimação inicial de um modelo autorregressivo com desfasamentos distribuídos sem restrições. Este modelo é posteriormente simplificado através de um processo de tentativa/erro, usando testes  $F$ , obtendo-se um modelo parcimonioso, geralmente sob a forma de mecanismo corrector do erro, do tipo:

$$\Delta(m-p)_t = \mu_0(L)\Delta(m-p)_{t-1} + \mu_1(L)\Delta p_t + \mu_2(L)\Delta y_t + \mu_3(L)\Delta R_t + \\ + \mu_4 \left[ (m-p)_{t-1} - (m^d - p)_{t-1} \right] + \varepsilon_t$$

com  $\mu_i(L)$  ( $i=0,\dots,3$ ) representando polinómios finitos no operador de desfasamento  $L$ ,  $\varepsilon_t$  é o desvio entre o resultado e o plano,  $m^d_{t-1}=m^d$  é o valor desejado a longo prazo. Para ser interpretável como uma equação de procura,  $\mu_1(1)\leq 0$ ,  $\mu_2(1)\geq 0$ ,  $\mu_3(1)\leq 0$  para  $R_j$  dos activos fora de  $M_1$ , e  $\geq 0$  para  $R_j$  dos activos dentro de  $M_1$ . Para existir cointegração,  $\mu_4$  deverá ser menor que zero. O número, sinal e magnitude dos coeficientes individuais dos *lags* polinomiais devem ser baseados nos dados, pois a teoria económica não informa geralmente sobre esses aspectos.

A delineação e avaliação do modelo deverá ser efectuada no sentido da sua congruência. Em termos gerais, um modelo congruente é aquele que capta os aspectos fundamentais dos dados e permite inferências credíveis sobre assuntos económicos. Neste sentido, é necessário testar se o modelo possui as seguintes características: a) consistência com a teoria, de forma a permitir a interpretação estatística e económica dos coeficientes estimados e validade das restrições à priori; b) resíduos ruído branco, o que indica bondade de ajustamento e ausência de autocorrelação e heterocedasticidade residuais; c) exogeneidade em sentido fraco, de forma a garantir a escolha válida das variáveis exógenas; d) constância dos parâmetros, que demonstra capacidade de previsão; e) admissibilidade das transformações dos dados, ou seja, uma forma funcional apropriada; f) capacidade de explicar as propriedades de modelos alternativos

(*encompassing*), sendo condição necessária a dominação em variância, no caso de equações únicas estimadas por MQ.

Aplicando esta metodologia, Rose (1985) procurou apresentar uma solução para a aparente quebra estrutural da FPM nos EUA, nomeadamente a época do chamado *Missing Money*, com base na hipótese de uma inadequada especificação dinâmica da função convencional. Obteve um modelo sob a forma de mecanismo corrector do erro, cuja solução de longo prazo tem os sinais e magnitudes considerados correctos. Este modelo apresenta-se estável durante o período considerado, revelando, porém, instabilidade fora do período amostral.

Com o objectivo de encontrar uma especificação dinâmica adequada para a FPM, Keil e Richardson (1990), tomando como ponto de partida a função de perdas multiperíodo, e usando dados trimestrais 1957-1978 para o Canadá, compararam esta formulação MCE no contexto da especificação "do geral para o particular" com outras duas abordagens: a tradicional tipo Goldfeld (1973) - ajustamento parcial/expectativas adaptativas, e a especificação com expectativas racionais. Apesar de todas as formas terem soluções de longo prazo similares, a dinâmica de curto prazo difere substancialmente, o que tem importantes implicações para a conduta da política monetária. Verificou-se que o MCE dominou os restantes modelos, seja porque no modelo de expectativas racionais as restrições implícitas são rejeitadas, seja porque o modelo de ajustamento parcial/expectativas adaptativas é inferior em termos de previsão fora da amostra.

A metodologia da cointegração, por seu turno, revela-se de grande aplicabilidade ao estudo da FPM, a dois níveis:

i) Definição da FPM de longo prazo.

Se moeda, preços, rendimento e taxas de juro forem variáveis  $I(1)$ , e se for testada e aceite a cointegração entre elas, existindo uma única combinação linear  $I(0)$ , essa equação, normalizada na moeda e caso apresente os sinais esperados, pode ser interpretada como a FPM de equilíbrio de longo prazo. O uso das técnicas de cointegração, nomeadamente da metodologia de Johansen que é mais indicada num contexto multivariado, é assim duplamente útil - permite a escolha dos argumentos correctos a incorporar na relação de longo prazo (só as variáveis individualmente integradas na mesma ordem, cuja combinação linear é estacionária), e permite a obtenção de uma FPM estável.

De facto, a forma mais adequada de testar a estabilidade da FPM, quando as variáveis não são estacionárias, é testar se elas estão cointegradas, pois os testes de cointegração tomam em consideração a estrutura estocástica das séries temporais envolvidas. Nesta óptica, Choudhry

(1992) testou a estabilidade da FPM no Reino Unido em três períodos distintos, de acordo com a metodologia de Johansen. Os resultados apontam para uma FPM de longo prazo estável em dois dos períodos mas falharam o período 1871-1975, o que poderá dever-se a variáveis omitidas, natureza do período específico ou tipo de dados usados.

## ii) Especificação dinâmica.

O procedimento convencional que consiste em incluir as variáveis relevantes para a FPM numa equação de curto prazo, através de um mecanismo de ajustamento parcial, tem sofrido por vezes a crítica de ser pouco fundamentado e demasiado restritivo. A especificação dinâmica consistente com a cointegração, por relacionar de forma clara o longo prazo com o curto prazo, é geralmente o modelo MCE, que refuta aquelas críticas.

Se existe uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis da FPM, então qualquer desvio desta relação induzirá pressões para conduzir qualquer delas, ou todas em conjunto, de volta ao equilíbrio. A implicação disto é que as equações que examinam o ajustamento de curto prazo deverão incluir um mecanismo corrector do erro.

Esta abordagem não envolve condições prévias, seja àcerca da natureza dos choques que podem perturbar a relação de equilíbrio de longo prazo, seja àcerca do equilíbrio se restaurar através de um reajustamento numa ou num conjunto de determinadas variáveis.

No contexto da relação entre os saldos monetários e o rendimento nominal, por exemplo, a existência (se de facto existe) de uma relação de longo prazo entre eles (isto é, uma velocidade previsível e estável) não implica condições *a priori* sobre se os choques que perturbam a relação ocorrem primariamente na moeda ou no rendimento, nem se o retorno subsequente ao equilíbrio ocorre pelo ajustamento de um ou de outro. Em particular, o *stock* de moeda pode bem ser determinado, em larga medida, endogenamente, como Moore (1988) e outros economistas argumentam, e apesar disso choques no mesmo levarem a subseqüentes ajustamentos nos rendimentos nominais. Trata-se de uma questão empírica, que não depende do *stock* de moeda ser exógeno no que respeita aos rendimentos nominais.

Boughton (1991) num estudo sobre a procura de moeda de longo prazo nos países industrializados comparou as soluções de longo prazo para um conjunto de abordagens baseadas na cointegração, nomeadamente a de Engle e Granger, a de Johansen e a estimação num só passo (segundo Hendry) e considerando diversas restrições usualmente impostas, tais como a homogeneidade em relação aos preços ou ao rendimento (ou elasticidade igual a 0,5 para este último de acordo com Baumol e Tobin), ou exclusão da taxa de juro de curto prazo ou

desta e da de longo prazo, e encontrou evidência em geral favorável à estimação num só passo sem restrições à priori.

Hoffman e Rasche (1991) usaram a metodologia de Johansen (1988) para reexaminar as elasticidades de longo prazo da procura de moeda face ao rendimento e às taxas de juro (para os EUA). Estes autores encontraram uma função de “preferência pela liquidez” de equilíbrio, especificada através de um vector de cointegração entre o *stock* de saldos monetários reais, rendimento e taxas de juro (em logaritmos naturais). A hipótese de elasticidade unitária do rendimento foi testada pela estatística LR de Johansen e não foi rejeitada, mas a moeda e rendimento reais, de per si, não estão cointegradas. Estes dois resultados permitiram interpretar o vector de cointegração referido como uma combinação linear estacionária de duas variáveis não estacionárias: velocidade ( $Y/M$ ) e taxas de juro, o que sugere que muitas das aparentes instabilidades notadas em estudos anteriores da FPM podem reflectir erros de especificação.

Para a procura de moeda do sector não bancário na Austrália, Lim e Dixon (1991) usaram a técnica de cointegração de Engle e Granger para encontrar a equação de longo prazo. Nesta equação ficaram incluídas apenas a procura real de moeda e o rendimento, variáveis  $I(1)$  e cointegradas, uma vez que para a taxa de juro a hipótese de uma raiz unitária foi rejeitada pelo teste ADF. A dinâmica de curto prazo foi porém modelada através de um mecanismo de ajustamento parcial, no qual a velocidade de ajustamento ao *stock* desejado depende da taxa de juro.

Hendry e Ericsson (1991a) modelaram a procura de  $M_1$  no Reino Unido e nos EUA, seguindo a metodologia “do geral para o particular”, encontrando um modelo MCE para cada país ao qual aplicaram uma bateria de testes destinados a verificar a sua congruência. Concluíram que o modelo exibia constância nos parâmetros, em particular durante os períodos críticos: meados da década de 70 (*missing money*) onde os modelos convencionais sobreestimaram sistematicamente os saldos monetários, e início e após o meio da década de 80 (queda acentuada da velocidade e explosão de  $M_1$ ) onde as previsões de outros modelos subestimaram os valores da moeda. A hipótese da superexogeneidade<sup>15</sup> dos preços, rendimentos e taxas de juro face aos parâmetros da FPM condicional foi aceite, o que refuta a crítica de Lucas para mudanças nos parâmetros dos processos de expectativas. Este resultado impede dois procedimentos:

---

<sup>15</sup>Se as variáveis do lado direito da equação são fracamente exógenas, e, adicionalmente, os parâmetros que lhe estão associados são invariantes a mudanças no processo de geração dessas variáveis (o seu processo marginal), então elas dizem-se superexógenas.

- por um lado, a “inversão” da FPM para obter um modelo constante da inflação, por exemplo, em termos do crescimento da moeda, o que impede o uso da FPM, por ela mesma, para inferir sobre o impacto da moeda nos preços ou taxas de juro; a interpretação de Hendry e Ericsson é a de que o *stock* de  $M_1$  é determinado pelo comportamento do sector privado, enquanto a política monetária determina, efectivamente, a taxa de juro, pelo que o estabelecimento de objectivos para esta é mais coerente do que tentar atingir qualquer particular montante nominal de  $M_1$ ;

- por outro lado, a interpretação *forward-looking* do modelo MCE com as expectativas formadas com base num modelo teórico; esta interpretação só é possível considerando previsores baseados nos dados. Estes requerem simplesmente que os agentes económicos conheçam a ordem de integração (d) de uma série  $\{x_t\}$  para que possam obter previsões não enviesadas com base na expressão:

$$\Delta^{d+1} x_{t+1} \approx 0 \Rightarrow \Delta^d \hat{x}_{t+1} = \Delta^d x_t .$$

Não sendo óptimas dado o conjunto de informação completo, estas previsões serão quase racionais na presença de custos de informação, podendo ser uma representação precisa do modo como os agentes económicos formam expectativas subjectivas sobre as séries económicas na prática. Nestas circunstâncias, uma rejeição da crítica de Lucas não implica necessariamente que os agentes não formem expectativas sobre os valores futuros das variáveis.

Também Baba, Hendry e Starr (1992) encontraram evidência da existência de uma FPM estável, cointegrante, baseada na teoria, com uma especificação MCE. Para isso, quatro aspectos foram requeridos: 1) estrutura dinâmica mais complexa do que o ajustamento parcial real, para representar diferentes velocidades de ajustamento dependendo da origem da mudança. O MCE cumpre estes requisitos; 2) representação do conjunto complexo e em mudança dos rendimentos dos instrumentos monetários; 3) impacto da inflação na procura de moeda; 4) impacto na procura de moeda do risco e retorno de guardar títulos de longo prazo (quando esse risco aumenta, a procura de moeda aumenta, como activo seguro). A especificação destes autores fornece pouca evidência de alguma deslocação significativa na FPM de  $M_1$  durante 1960(3) - 1988(3), o que leva a concluir que um modelo de procura de  $M_1$  mal especificado sofrerá uma quebra estrutural, que pode ser interpretada como deslocamento, quando há mudança substancial das variáveis omitidas ou na rapidez de variação das independentes.

De um modo geral, os desenvolvimentos históricos dos modelos da procura de moeda sugerem que estes devem ser adaptativos ao ambiente do mesmo modo que os agentes o são. As novas estratégias de modelação contribuíram para restaurar a estabilidade da FPM, mas esta já não é uma função simples de poucas variáveis, pelo menos ao nível da especificação de curto prazo.

## 2.3- A ABORDAGEM *BUFFER-STOCK* COMO ALTERNATIVA TEÓRICA

A noção de *buffer-stock* em economia monetária surgiu recentemente como aproximação alternativa à visão corrente de equilíbrio instantâneo no mercado monetário. Laidler (1983) apresentou os fundamentos desta ideia, que decorre da importância do motivo precaução na explicação da procura de moeda em geral, e procurou integrá-la na análise monetária global.

### 2.3.1- NOÇÃO DE MOEDA COMO *BUFFER-STOCK*

Na literatura recente tem havido um reavivar de interesse pelo papel da moeda como *buffer-stock* (BS), ou seja, como um activo com uma componente de reserva que funciona como tampão, amortecedor, absorvente de choques, permitindo aos agentes adiar temporariamente ajustamentos (os quais teriam custos) a variáveis económicas alternativas tais como o emprego, o investimento e o produto.

A abordagem da moeda como BS reconhece que os níveis desejados de moeda em carteira dos indivíduos podem compreender uma componente esperada (ou planeada) e uma componente inesperada ou transitória. A primeira é determinada pelos níveis de transacções planeadas ou esperadas e pelas taxas de retorno, enquanto a última compreende saldos temporários causados por choques inesperados tal como receitas ou despesas não planeadas.

A moeda BS é muitas vezes chamada “moeda de desequilíbrio”, mas a analogia não é exacta. Ambas as abordagens admitem que pode não ser correcto igualar a procura de moeda desejada no curto prazo,  $M^d$ , à oferta de moeda em circulação,  $M$ ; mas enquanto um modelo de desequilíbrio nega explicitamente que  $M=M^d$ , o modelo BS assume que  $M=M^d+M^T$ , sendo  $M^T$  encaixes transitórios ou reserva amortecedora de moeda.

De acordo com Goodhart (1984), o papel amortecedor da moeda surge porque o custo dos saldos monetários transitórios é menor que os custos de ajustamento para outros activos financeiros, e certamente menor do que os custos de ajustamento para activos reais (por ex. *stocks* de bens), ou para fluxos reais, tais como consumo (para as famílias), e *output* e emprego (para as empresas).

Esta abordagem pode ajudar a explicar a instabilidade na FPM tradicional após 1973, quando aumentaram os choques exógenos na oferta de moeda.

### 2.3.2- FUNDAMENTOS MICROECONÓMICOS

A noção de moeda como BS pressupõe a existência de um sistema de troca monetária, em substituição de um sistema de tipo walrasiano. Dado o facto de existirem custos para encontrar um comprador para os activos quando se necessita de dinheiro, é natural esperar que o agente individual guarde uma fracção da sua riqueza em dinheiro como “refúgio temporário do poder de compra”, na expressão de Milton Friedman, mesmo que isso lhe proporcione um retorno explícito mais baixo que outras reservas de valor.

Nesta óptica, o conceito de “quantidade de moeda procurada” não se refere, como é usual, ao montante de dinheiro que um agente querera guardar a cada momento, mas sim ao montante que ele desejará guardar em média ao longo de um determinado intervalo de tempo, à média ou valor-objectivo de um *stock* de moeda em carteira. Guardar uma reserva amortecedora de poder de compra ajuda o agente a prevenir-se contra surpresas nos mercados, e pode tornar-se um substituto para a informação, uma vez que as hipóteses de se ser surpreendido diminuem com o esforço de procurar e processar informação, podendo esta ser uma alternativa de maiores custos face ao BS.

Considere-se o comportamento provável das empresas em ambiente de incerteza. Os custos de ajustamentos marginais nos preços, salários, produção e níveis reais de *stocks* podem ser substanciais relativamente ao “juro perdido” por guardar saldos monetários excessivos. Se os planos de produção e emprego da empresa estão sujeitos a “choques”, a consequência provável será uma mudança nos saldos de caixa a qual será voluntariamente guardada no curto prazo até que os choques se consigam distinguir como permanentes ou temporários.

A rapidez com que as empresas ajustam os seus saldos “excessivos” de moeda pode depender: dos seus encaixes iniciais; da extensão da banda na qual se admite a flutuação dos saldos monetários; do período de revisão das decisões; dos custos de transacção na mudança para outros activos ou bens ou na alteração do processo produtivo; da origem da mudança na moeda e na percepção de em que medida esta é permanente ou transitória.

De forma similar, choques na oferta de moeda, causados, por exemplo, por um aumento na oferta de adiantamentos ou empréstimos bancários, pode levar a mudanças inesperadas nos saldos monetários de outros agentes, quando esses montantes são gastos.

Através da abordagem BS, podem, à partida, analisar-se desequilíbrios originados quer na procura quer na oferta de moeda, e por isso é mais geral que, por um lado, o mecanismo de ajustamento parcial que requer uma oferta de moeda endógena, e por outro lado, a inversão da

FPM que assume a oferta de moeda como exógena. Nem sempre, todavia, esta potencialidade se concretizou na aplicação empírica.

### 2.3.3- EQUILÍBRIO E DESEQUILÍBRIO NO MERCADO MONETÁRIO AGREGADO

Em economia monetária o que interessa é a FPM agregada, que pretende representar a quantidade de moeda que a economia como um todo deseja guardar a cada momento; assume-se também que os mecanismos de mercado irão operar de algum modo para assegurar que a procura de moeda determinada deste modo será mantida igual à quantidade de moeda em circulação. É por isso que se usa esta última como variável dependente na estimação da FPM.

A teoria BS afirma que neste tratamento convencional da procura de moeda não são tidos em conta factores cuja falta prejudica a implementação empírica.

Esta crítica pode aplicar-se quer à macroeconomia keynesiana quer aos novos clássicos. Apesar das duas correntes diferirem muito entre si e da segunda ter muito menos em comum com a abordagem BS do que a primeira, ambas procedem “como se” a procura e a oferta de moeda observadas fossem sempre iguais uma à outra. Na abordagem keynesiana essa igualdade é garantida pelo ajustamento da taxa de juro, e no contexto dos novos clássicos pela flexibilidade dos salários e preços em geral.

Em qualquer caso, a economia é tratada como estando sempre na sua FPM agregada. É esta propriedade que a abordagem BS desafia, daí ser por vezes referida abordagem da “moeda de desequilíbrio”. O termo desequilíbrio, no entanto, só é correctamente aplicável se a noção de equilíbrio for demasiado restrita, no sentido de situação em que o agente consegue realizar todos os seus planos (vendendo ou comprando bens, serviços ou activos), verificar todas as suas expectativas e atingir em cada momento os seus objectivos, designadamente os níveis desejados de moeda em carteira.

Ora, na essência da ideia da moeda como BS está o facto de que o agente espera, e talvez até planeie, estar afastado dos níveis desejados de vez em quando e, neste sentido, fora do equilíbrio. Resta saber, no entanto, se em termos agregados estas discrepâncias individuais não irão cancelar-se entre si, não tendo, por isso, consequências para a economia como um todo. À partida, nada nos garante que isso aconteça, pelo menos em todos os períodos e para qualquer tipo de agregação dos dados, a não ser que se admita o ajustamento instantâneo dos preços em geral ou da taxa de juro em particular. Inclusivamente, o próprio sistema como um todo pode

levar mais tempo a ajustar do que o agente individual, à medida que o “dinheiro amortecedor” é passado para diferentes agentes económicos.

Laidler (1983) compara a abordagem BS com a teoria dos novos clássicos e a keynesiana, partindo da situação inicial de uma economia fechada em equilíbrio geral, onde o *stock* monetário consiste apenas de moeda fiduciária em circulação sem render juros. Supondo que o *stock* nominal de moeda aumenta inesperadamente num certo montante, haverá um desequilíbrio caracterizado por um excesso de oferta de moeda, e, em média, um excesso de procura por tudo o resto. As três teorias estão de acordo sobre o que deve acontecer: os preços e o *output* devem subir, e as taxas de juro descer, nalguma combinação.

Para o novo clássico, no entanto, o ajustamento é instantâneo, enquanto para o defensor do BS a incompatibilidade ir-se-á resolver para lá do momento actual, à medida que os fluxos de despesa postos em movimento influenciam primeiro as taxas de juro e o *output*, e depois os preços. Esta “viscosidade” dos salários e preços pode ser explicada pelo facto de as mudanças nestes terem custos, bem como a aquisição de informação para as fundamentar. Assim, o facto de se dispor de uma reserva-tampão de moeda que atenua as consequências dos erros nessas matérias será em si uma fonte de viscosidade nos salários e preços. O agente irá contrapor o custo de guardar moeda aos custos de obter informação e mudar os preços.

A visão keynesiana também assenta na viscosidade dos preços, mas por outro lado, postula que a flexibilidade da taxa de juro é suficiente para manter o mercado monetário em equilíbrio. Assim, o aumento de oferta de moeda irá provocar uma baixa na taxa de juro suficiente para igualar a procura ao novo nível de oferta de moeda. Como consequência, o valor actual dos fluxos de retorno esperados para os bens de capital existentes sobe acima dos preços dos novos bens de capital, o que leva a procura destes a aumentar e bem assim o *output*. O aumento da procura espalha-se através dos mercados de bens pelo efeito multiplicador e os preços começam a subir, bem como as taxas de juro, movendo-se a economia para um novo equilíbrio não muito diferente do novo-clássico. No entanto o caminho para o equilíbrio fez-se através de um processo durante o qual a oferta e a procura em diversos mercados, excepto o monetário, ficam desiguais ou mantidas em igualdade por flutuações de quantidades e não de preços.

A diferença entre esta análise e a abordagem BS é que esta última considera que o impacto inicial na taxa de juro não é suficiente para reequilibrar imediatamente o mercado monetário. Esta diferença, aparentemente pequena, pode ser importante para explicar a evidência empírica. Uma justificação para esta diferença pode residir no facto da taxa de juro depender do excesso de oferta de moeda via mercado de títulos. De facto, os esforços dos agentes para se livrarem da moeda em excesso leva, entre outros efeitos, a um aumento da procura de títulos na economia,

pressionando a taxa de juro para baixo de forma a que as existências de títulos não se esgotem. Esta taxa de juro mais baixa leva os agentes em geral a querer guardar mais moeda. No entanto, a causa próxima desta taxa de juro mais baixa é o aumento na procura de títulos induzido por um excesso de moeda, pelo que é difícil ver como ele se poderia manter se tivesse sido suficientemente grande para eliminar imediatamente aquele excesso. Esta matéria fica mais clara no caso teórico limite no qual a procura de moeda é independente da taxa de juro. Aqui a oferta e a procura de moeda apenas se podem equilibrar através de uma subida no rendimento real ou nos preços. Se se continua a considerar que estas variáveis mudam lentamente, então persistirá necessariamente uma discrepância entre oferta e procura de moeda enquanto a economia caminha para um novo equilíbrio.

#### 2.3.4- UMA EXPLICAÇÃO PARA OS PROBLEMAS EMPÍRICOS DA FUNÇÃO PROCURA DE MOEDA

A diferença empírica crucial entre as abordagens keynesiana e BS é a existência ou não de uma FPM agregada no curto prazo.

Se a taxa de juro, à maneira keynesiana, deve baixar instantaneamente de forma a eliminar qualquer discrepância entre a oferta de moeda e os saldos monetários desejados pelos agentes, então o valor que ela toma é tal que a quantidade procurada de moeda de longo prazo (e não a de curto prazo) absorve o excesso de moeda existente. Com flexibilidade da taxa de juro, a distinção longo prazo/curto prazo é empiricamente irrelevante, pelo que a variável dependente desfasada na FPM é difícil de justificar. A abordagem BS argumenta ser capaz de justificar a presença desta variável, bem como de sugerir explicações para a instabilidade recente desta relação, na sua formulação tradicional.

Como nota Laidler (1983), uma FPM com a variável endógena desfasada pode ser interpretada como um modo particular de escrever a relação entre mudanças na oferta de moeda e subsequentes mudanças nos preços, na qual todo o mecanismo de transmissão é aproximado por um único parâmetro, igual à unidade menos o coeficiente da variável dependente desfasada, que funciona como “caixa preta”. A noção de BS é, pois, compatível com este tipo de FPM de curto prazo.

Este procedimento empírico revelou-se satisfatório em períodos de tranquilidade monetária, mas inadequado face ao comportamento instável da oferta de moeda em períodos como os anos 70. Sendo o mecanismo de transmissão da política monetária complexo e sujeito a longos e variáveis desfasamentos temporais, a sua modelação através de um único parâmetro em estudos

de procura de moeda de uma só equação revela-se inadequada, pelo que a aparente fragilidade desta relação poderá ser um problema estatístico e não da relação em si. De facto, se os saldos monetários transitórios forem uma parte substancial e volátil do total de moeda guardada, será de esperar que os modelos que os ignoram ou os consideram de forma incorrecta exibam instabilidade de parâmetros ao longo do tempo.

Para além da “instabilidade temporal” nas FPM, a noção de que saldos amortecedores de moeda são voluntariamente guardados no curto prazo, e depois dissipados num lento efeito de equilíbrio real, tem também potencialidades para explicar os “longos e variáveis *lags*” da política monetária, bem como o facto das funções preverem *overshooting* da taxa de juro, no curto prazo, sob objectivos monetários, o qual não se verifica na prática.

Tendo a moeda uma função BS, mudanças inesperadas na oferta de moeda serão voluntariamente guardadas a níveis inalterados de rendimento e taxas de juro, pelo que o *overshooting* destas últimas não tem necessariamente que ocorrer para equilibrar o mercado monetário. Por outro lado, à medida que o “dinheiro amortecedor” é apercebido como uma adição permanente ao *stock* monetário, começará a ser gradualmente dissipado em aumentos da despesa, através de um lento efeito de equilíbrio real nos preços, no output e nas taxas de juro, daí os longos desfasamentos de resposta.

A abordagem BS pode ainda fornecer uma explicação para outro fenómeno que tem sido sugerido na literatura: o facto de os desenvolvimentos nos mercados financeiros tornarem a procura de moeda menos elástica à taxa de juro, e portanto menos controlável pelas autoridades monetárias. No caso limite, elasticidade nula, as autoridades não podem alterar a quantidade de moeda de forma alguma através das operações de mercado aberto.

Brunner e Meltzer (1976) argumentam, no entanto, que quando as autoridades sobem o preço que oferecem pelos títulos, o público não lhes vende títulos porque deseja guardar mais moeda, mas sim porque pretende substituí-los, na sua carteira, por activos mais rentáveis, tais como capital físico. A quantidade de moeda em circulação aumenta assim, pois é necessária liquidez como passo intermédio, mesmo que a procura de moeda seja totalmente inelástica à taxa de juro, bastando que a procura de títulos não o seja. A verificar-se esta hipótese, isso significa que o público aceita aumentar temporariamente os seus saldos monetários acima da sua procura de longo prazo para este activo, ou seja, a moeda é um *stock* amortecedor.

Em suma, a flutuação dos saldos monetários em torno do seu nível desejado, para um agente individual, é uma ideia intuitiva. No entanto, se os preços em geral ou a taxa de juro em particular forem flexíveis, tais flutuações não têm consequências para a economia como um

todo. A abordagem BS sugere, no entanto, que as flutuações dos saldos monetários em torno do seu nível desejado caracterizam o mercado tal como as funções individuais, contribuindo este fenómeno para explicar: a necessidade de desfasamentos da variável dependente na estimação empírica da FPM agregada; os problemas desta função a partir dos anos 70; a forma como as operações de mercado aberto podem ser usadas para controlar a quantidade de moeda num mundo onde tantos activos que desempenham o papel de moeda têm juros a taxas competitivas.

O trabalho empírico sobre a FPM baseado numa só equação não será, no entanto, o mais adequado para investigar a validade da abordagem BS, uma vez que esta implica um postulado sobre o mecanismo de transmissão da política monetária o qual envolve toda a economia, e não só a FPM.

### 2.3.5- IMPLEMENTAÇÃO ECONOMETRICA

As primeiras tentativas de testar econometricamente a hipótese BS deram relevo ao papel das variações não antecipadas do *stock* de moeda na determinação dos saldos monetários procurados, das quais serão referidas algumas seguindo Cuthbertson (1985).

Darby (1972) começou por considerar que os saldos reais transitórios  $M^T$  aumentariam se a poupança real não planeada  $S^T$  fosse positiva enquanto os saldos transitórios acumulados seriam libertados lentamente, de forma a que:

$$[1] \quad \Delta M_t^T = \beta_1 S_t^T + \beta_2 M_{t-1}^T, \quad 0 < \beta_1 < 1, \quad \beta_2 < 0.$$

Se o consumo actual iguala o planeado, a poupança transitória  $S^T$  iguala o rendimento transitório  $Y^T$ . O saldos monetários reais permanentes (ou esperados)  $M^P$  dependem do rendimento permanente  $Y^P$  e das taxas de juro  $R$ , enquanto os saldos actuais  $M$  são a soma dos saldos permanentes e transitórios.

$$[2] \quad M_t = M_t^P + M_t^T$$

$$[3] \quad M_t^P = \beta_3 + \beta_4 Y_t^P + \beta_5 R_t$$

Substituindo [1] e [3] em [2] e arranjando obtém-se a equação a estimar:

$$[4] \quad M_t = \beta_3(1 - \beta_6) + \beta_1 Y_t^T + \beta_6 M_{t-1} + \beta_4 Y_t^{P*} + \beta_5 R_t^*$$

$$\text{onde } \beta_6 = (1 + \beta_2), \quad Y_t^{P*} = Y_t^P - \beta_6 Y_{t-1}^P, \quad R_t^* = R_t - \beta_6 R_{t-1}.$$

$Y^P$  é gerado a partir de uma equação de expectativas adaptativas onde o rendimento corrente ( $Y$ ) tem um peso de 0,1 e  $Y^T = Y - Y^P$ . Estimado para  $M_1$  nos EUA no período 1947(1)-1966(4) a equação ajusta-se bem e tem os sinais correctos. O rendimento transitório tem um efeito poderoso, aumentando a procura de moeda em cerca de 40% do aumento do rendimento ( $\beta_1 \approx 0,4$ ), enquanto os saldos monetários transitórios são libertados a uma taxa de 20% por trimestre.

O modelo de referência para aquela que ficou conhecida como versão “absorção de choques” da hipótese BS foi no entanto o de Carr e Darby (1981), começando estes autores por reconhecer que o esquema de ajustamento parcial real, assumindo expectativas racionais, é consistente com variações na oferta de moeda exógenas mas antecipadas. No entanto, se estas não forem antecipadas ou se os preços forem muito viscosos, produz-se o conhecido efeito *overshooting*.

Carr e Darby alteraram o modelo convencional de ajustamento parcial de três modos:

- i) assumem que uma proporção das mudanças não antecipadas no rendimento são voluntariamente absorvidas em moeda BS;
- ii) as mudanças não antecipadas na oferta de moeda também conduzem a um “desejo temporário de guardar mais ou menos moeda”, uma vez que a “sincronização de compras e vendas de activos” se alterou;
- iii) as mudanças antecipadas na oferta de moeda reflectem-se imediatamente nas expectativas de preços, pelo que se os preços são flexíveis estas não afectam os saldos monetários reais.

As equações usadas para testar a influência da moeda não antecipada foram as seguintes:

$$[5] \quad (m^d - p) = (m - p)_t = \beta' x_t + \alpha(m - m^a)_t + u_t$$

$$[6] \quad m_t = \gamma' z_{t-1} + v_t$$

Espera-se que  $0 < \alpha < 1$  e assume-se que a oferta de moeda  $m$  iguale a procura de moeda  $m^d$ . A equação [5] é uma FPM convencional com a adição da oferta de moeda não antecipada ( $m - m^a$ );  $m$  é o logaritmo do *stock* de moeda nominal,  $p$  o logaritmo do nível de preços,  $x$  é um conjunto de variáveis que determinam a FPM convencional de curto prazo e  $\beta$  um vector de coeficientes convenientemente dimensionado;  $m^a$  é o valor antecipado da oferta de moeda e é determinado pelas predições da equação [6] onde  $z$  é um conjunto de variáveis que os agentes assumem ter uma influência sistemática na procura de moeda.

Este sistema foi estimado para o período 1957(1)-1976(4) para  $M_1$  em oito países industrializados, usando o método MQ em dois passos:  $m^a$  é obtida pelas predições (autorregressivas) em [6], e depois usada em [5]. Os resultados foram encorajadores, em

particular o coeficiente de  $(m - m^a)$  é positivo, estatisticamente significativo e menor que a unidade.

No entanto, Mackinnon e Milbourne (1984) chamaram a atenção para o facto de  $(m - m^a)$  e  $u$  estarem correlacionados, o que enviesava as estimativas de  $\alpha$  para a unidade. Para corrigir este problema propuseram a seguinte reparametrização<sup>16</sup> de [5]:

$$[7] \quad (m - p)_t = \beta^* x_t + \lambda(m^a - p)_t + u_t^*$$

onde  $\beta^* = \frac{\beta}{1 - \alpha}$ ,  $\lambda = \frac{-\alpha}{1 - \alpha}$  e  $u^* = \frac{u}{1 - \alpha}$

Os estimadores de [7] pelos MQ em dois passos são agora consistentes e equivalentes aos estimadores de máxima verosimilhança. Se a hipótese BS está correcta, então  $\lambda$  será não nulo e permite uma estimativa consistente de  $\alpha$ , positiva e inferior à unidade. Para testar a neutralidade, ou seja, a não influência da moeda antecipada nos saldos reais, Mackinnon e Milbourne acrescentam à equação [7] o termo  $\phi^* m^a$ , esperando-se que o coeficiente  $\phi^*$  seja nulo. Os resultados levaram à rejeição de qualquer das sub-hipóteses incluídas (a segunda implicitamente) no modelo “absorção de choques” de Carr e Darby<sup>17</sup>.

O método de estimação destes modelos assume porém de forma implícita, restrições de racionalidade cruzadas (cross-equation), as quais podem ser testadas através da estimação conjunta do sistema:

$$[8] \quad m_t = \gamma' z_{t-1} + v_t$$

$$[9] \quad (m - p)_t = \beta' x_t + \alpha(m_t - \gamma^* z_{t-1}) + u_t$$

Substituindo as predições de [8] em [9], os métodos em dois passos impõem implicitamente a restrição de racionalidade  $\gamma = \gamma^*$  em [9]. No entanto, um teste completo da hipótese BS deveria testar estas restrições cruzadas juntamente com a significância do  $\alpha$  estimado. Adicionalmente, acrescentar o termo  $\delta \phi^* z_{t-1}$  a [9] permite testar conjuntamente a neutralidade. Cuthbertson e Taylor (1986) verificaram a rejeição clara destas restrições, concluindo que o modelo de Carr e Darby de moeda BS não é suportado pelos dados, e que a assunção de expectativas racionais parece ser a principal fonte do fracasso empírico.

<sup>16</sup>A equação [7] foi obtida efectuando as seguintes operações a ambos os membros da equação [5]: adicionar  $(\alpha m^a + p)$ , dividir por  $(1 - \alpha)$  e subtrair  $p$ .

<sup>17</sup>Note-se, no entanto, que os dois estudos não incluíram exactamente as mesmas variáveis em  $x$  e  $z$ .

Cuthbertson e Taylor propõem-se, então, construir um modelo BS com um tratamento diferente das expectativas. Em primeiro lugar, consideram que não é muito lógico que o sector privado forme expectativas à cerca da oferta de moeda agregada, directamente. No entanto, ao planearem os seus encaixes monetários, os agentes podem ser influenciados pelo nível de transacções esperado, e por outro lado podem guardar temporariamente aumentos não antecipados na moeda dos quais se aperceberão como alterações ao rendimento nominal (e não na oferta de moeda agregada). Estas ideias podem ser formalizadas através da minimização de uma função custo quadrática multiperíodo, que resulta no seguinte modelo *forward-looking*:

$$[10] \quad m_t = \lambda_1 m_{t-1} + (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_1 D) \sum_{s=0}^{\infty} (\lambda_1 D)^s E_{t-1} m_{t+s}^*$$

onde  $\lambda$  depende dos parâmetros de ajustamento de custos,  $D$  é o factor de desconto,  $E$  é o operador de expectativas e  $m^*$  é a procura de moeda de longo prazo, a qual é dada por:

$$[11] \quad m_t^* = c_0 p_t + c_1 y_t - c_2 r_t = c' x_t .$$

Note-se que o elemento BS surge pelo facto de os agentes tomarem decisões sobre  $m$  com base na informação do período anterior, pelo que aumentos surpresa no rendimento nominal são parcialmente guardados como “dinheiro amortecedor”. A equação a estimar será então:

$$[12] \quad m_t = \lambda_1 m_{t-1} + \gamma(p - p^e)_t + \beta(y - y^e)_t - \delta(r - r^e)_t + \\ + (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_1 D) c' E_{t-1} \sum_{s=0}^{\infty} (\lambda_1 D)^s x_{t+s}^* + u_t ,$$

a qual faz depender as alterações na procura de moeda das inovações (valor actual menos o esperado) nos preços, rendimento e taxas de juro, sendo as variáveis de expectativa geradas por esquemas AR. O modelo apresentado generaliza outras apresentações da FPM: Se os argumentos da FPM são gerados por um passeio aleatório, a equação [12] é da forma ADL (autorregressivo com defasamentos distribuídos); se, além disso, se considerar que os “termos surpresa” são nulos, tem-se o modelo de ajustamento parcial/expectativas adaptativas. Os resultados da estimação, com dados de  $M_1$  do Reino Unido, mostrou que o impacto nos saldos monetários actuais das mudanças não antecipadas nas variáveis do modelo era muito superior ao das antecipadas, o que enfatiza o papel BS da moeda.

Os resultados do modelo BS com variáveis futuras (*forward-looking*) sugerem uma explicação para as deficiências na abordagem convencional da procura de moeda - o facto desta omitir variáveis potencialmente importantes, como sejam os valores futuros dos argumentos da FPM.

### 2.3.6- CRÍTICAS

Milbourne (1987) reavalia o modelo BS, argumentando que:

- i) pode acreditar-se que a moeda possui um papel de reserva-tampão ou absorção de choques sem aceitar nenhuma das implicações do modelo BS;
- ii) se o modelo BS for aplicável, sê-lo-á apenas a uma definição lata de moeda, e não a uma definição estreita como  $M_1$  que tem sido a forma usada no trabalho empírico;
- iii) a ideia BS não pode ser implementada ou estimada usando técnicas de uma só equação;
- iv) os resultados empíricos correntes, reavaliados, longe de suportar, de facto refutam o modelo BS e as suas hipóteses.

Ao nível macroeconómico, o argumento avançado por Laidler e outros é o de que o *stock* de moeda é exógeno e completamente controlável. Então, uma vez que o *stock* de moeda não pode ajustar, terão outras variáveis que fazê-lo, respondendo a um choque de oferta de moeda.

A formulação de Laidler baseia-se na moeda como sendo puramente fiduciária, da qual, em termos agregados, os agentes não se podem libertar, pois qualquer tentativa de o fazer passa-a meramente para outro agente. Milbourne, no entanto, contesta a validade desta ideia no mundo real, onde os bancos centrais fornecem voluntariamente a moeda que for procurada. Neste caso a moeda que não se deseja regressa ao sistema bancário e a redução agregada completa-se.

Uma hipótese habitual dos modelos BS é a de que mudanças na procura de moeda surgem apenas por influências da oferta.

No entanto, o *stock* de moeda pode variar por outras razões. Se o rendimento real aumentar, por exemplo, aumentarão os depósitos à ordem, pelo que, sem correcção do banco central,  $M_1$  poderá subir, logo, não é exógena.  $M_1$  está igualmente sujeita a choques da procura de moeda (os depósitos à ordem podem aumentar devido a uma queda inexplicável dos depósitos a prazo, por exemplo).

Por outro lado, qualquer subida não desejada nos depósitos à ordem será transferida, inicialmente, para depósitos a prazo, por exemplo. Isto implica que os resultados BS de um choque da oferta de moeda só conseguirão obter-se através de um agregado mais lato.

Quanto à implementação econométrica, considerando a especificação tipo Carr-Darby:

$$[1] \quad M_t = P_t + \beta' X_t + \alpha(M_t - \hat{M}_t) + U_t$$

$$[2] \quad \hat{M}_t = \hat{\gamma}' Z_t$$

o seu sucesso tem-se consubstanciado por estimativas MQ positivas e significativas de  $\alpha$ . No entanto, os MQ não se aplicam, pois  $M_t$ , enquanto regressor, está correlacionada com  $U_t$  (uma vez que necessariamente o está enquanto variável dependente). A explicação para  $\alpha$  ser significativo, segundo Milbourne, consiste no facto de este coeficiente representar a surpresa no *stock* de moeda causada por um choque de procura de moeda, e não o contrário.

Sendo uma surpresa no *stock* de moeda causada largamente por um choque de procura de moeda, está a adicionar-se à equação aproximadamente os seus próprios erros, logo, não será de estranhar que estes sejam significativos. Quando a equação é transformada de modo a remover  $M_t$  do lado direito (problema da simultaneidade), Mackinnon e Milbourne (1984) encontram, como já foi referido no ponto anterior, estimativas de  $\alpha$  totalmente inconsistentes com o modelo BS.

Outro teste possível à equação [1] é verificar se as restrições implícitas são válidas. Existem pelo menos duas: homogeneidade nos preços, e coeficientes de  $M_t$  e  $\hat{M}_t$  iguais e de sinais opostos. A equação sem restrições seria

$$[3] \quad M_t = aP_t + \beta' X_t + bM_t + c\hat{M}_t + U_t$$

que no entanto não faz sentido, pois todos os coeficientes deveriam ser zero à excepção de  $b=1$ , ficando  $M_t$  explicada por si própria.

Um terceiro teste a estes estudos aplica-se às restrições cruzadas e de racionalidade entre as equações [1] e [2], as quais foram rejeitadas por Cuthbertson e Taylor (1986) no que se refere à especificação Carr-Darby.

A visão “absorção de choques” da moeda BS, implícita no modelo de Carr e Darby, para além da questão da correlação entre  $U$  e  $M$ , sofreu ainda a crítica relacionada que consistiu em verificar que os agentes seriam irracionais ao formarem as suas expectativas de acordo com a equação [2] e depois determinarem  $M$  na equação [1]. Estas incongruências podem ser resolvidas se se considerar  $M$  como exógena relativamente às outras variáveis em [1], mas levanta a questão de qual a variável endógena.

Em resposta a estas críticas, Carr, Darby e Thornton (1985) propõem que a equação [1] seja de facto uma equação dos preços, ou seja, que seja  $P$  a variável endógena e  $M$  um dos regressores, admitindo pois a exogeneidade da moeda.

Owen e Fox (1992) testam conjuntamente as restrições implícitas neste modelo, como sejam a homogeneidade, neutralidade, racionalidade e ajustamento parcial real, usando dados da Nova

Zelândia. São usados dois agregados monetários e dois modelos de antecipações - um processo AR puro, e um processo de expectativas racionais fracas, que inclui variáveis adicionais, com o objectivo de ter uma ideia da robustez dos resultados face à formulação do mecanismo gerador das expectativas. É também permitida a endogeneização de qualquer das variáveis (excepto a moeda). Em qualquer caso, o conjunto das restrições foi sempre rejeitado, e verificou-se que a “equação dos preços” tinha autocorrelação residual o que indica a sua má especificação (as restrições continuam a rejeitar-se quando se modela a autocorrelação).

Estes resultados lançam sérias dúvidas sobre a hipótese de Carr, Darby e Thornton, ou a sua ligação plausível à FPM. No entanto, trata-se de uma formulação empírica particular, que não deprecia necessariamente as potencialidades da abordagem geral BS.

### 2.3.7- A TEORIA *BUFFER-STOCK* E A METODOLOGIA DA COINTEGRAÇÃO

Existe alguma analogia, embora não tenha sido habitualmente reconhecida de forma explícita, entre a abordagem da moeda como *buffer-stock* e a abordagem da cointegração/mecanismo corrector do erro aplicada à análise monetária<sup>18</sup>.

Tal como a segunda, a primeira depende da existência de uma relação de longo prazo estável entre encaixes monetários e rendimentos nominais. Vários choques, especialmente aqueles que afectem a expansão do crédito bancário, por exemplo, por ocasião da desregulamentação, conduzem os saldos monetários actuais para fora do seu nível de equilíbrio de longo prazo, uma divergência que as pessoas estão dispostas a tolerar temporariamente porque os saldos monetários estão particularmente adaptados para actuar como um tampão (um amortecedor) para esses choques. Mas esta divergência (do equilíbrio de longo prazo) põe em marcha forças que afectarão ambas as variáveis monetárias (procura por empréstimos e depósitos) e despesas nominais.

A noção de moeda como BS tem revelado dificuldades na sua implementação econométrica. A abordagem numa só equação, na sua versão "absorção de choques", apresenta problemas de estimação e pressupõe restrições que os dados normalmente invalidam. As equações invertidas (moeda exógena) não se revelaram melhores, e põem a questão adicional de qual variável escolher como endógena. O consenso tem-se em geral reunido à volta de um modelo global como a melhor forma de incorporar o dinheiro de desequilíbrio. Contudo, mesmo se

---

<sup>18</sup>Goodhart (1989).

ultrapassada a questão da maior complexidade no tratamento empírico, esta abordagem torna os parâmetros da FPM sensíveis a mudanças de especificação no resto do modelo.

Os métodos em dois passos de cointegração podem ser aqui úteis para, em primeiro lugar, os parâmetros da FPM de longo prazo serem estabelecidos, e depois os resíduos dessa equação serem usados como uma medida do desequilíbrio nas equações, por exemplo, do preço e do rendimento.

Usando esta abordagem, Ireland e Wren-Lewis (1992) encontraram evidência de que este "dinheiro de desequilíbrio" influencia, efectivamente, o emprego, investimento e acumulação de *stocks* do sector empresarial.

De forma semelhante, Cuthbertson e Barlow (1991) apresentam um exemplo de como a metodologia da cointegração pode fornecer uma base empírica interpretável à luz da teoria BS. É definida em primeiro lugar a equação base para a moeda em sentido lato:

$$l_t = \mathbf{x}_t \Pi + v_t$$

onde  $l_t$  representa o logaritmo dos activos líquidos reais e o vector  $\mathbf{x}_t$  inclui as variáveis independentes (taxas de retorno, nível de transacções).

Considerando  $l^* = \mathbf{x} \Pi$  como a liquidez desejada no longo prazo, o termo  $(l - l^*)$  será a liquidez de desequilíbrio ou BS.

A equação é estimada e testada como vector de cointegração, usando a metodologia de Engle e Granger (e comparando com a de Johansen), e interpretada como função da liquidez de longo prazo. O resíduo será então o elemento BS, a ser usado num segundo passo.

No entanto, o MCE usado não é para a procura de moeda de curto prazo, mas para as despesas de consumo, pois o objectivo do estudo é ver em que medida a liquidez BS influencia esta variável, através de um efeito de equilíbrio real, sendo os resultados favoráveis.

Cuthbertson e Taylor (1990) estimaram um modelo MCE *forward-looking*, utilizando técnicas de cointegração para o harmonizar com a FPM de longo prazo, para  $M_3$  no Reino Unido. Interpretaram a diferença (ou melhor, o rácio de variância) entre o valor teórico da taxa de crescimento do saldo monetário real e o valor verificado, como o elemento BS, que responde a inovações nos preços, rendimento e taxas de juro.

### 3- ESTIMAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DE PROCURA DE MOEDA PARA PORTUGAL

Na definição de uma função de procura de moeda põe-se, em primeiro lugar, a questão da escolha do agregado monetário que supostamente representará o conceito de moeda, sobre a qual não há consenso na teoria económica. As teorias de transacção tendem a escolher um agregado estreito (em Portugal, seria  $M_1$ ), o qual supostamente terá uma ligação mais forte às variáveis reais, enquanto as teorias de carteira apontam para um agregado lato (no nosso país,  $L$ ), que em princípio será menos volátil, e, por isso, mais previsível, uma vez que muitas das substituições entre activos se desenrolam no seu interior. O estudo de Marques e Lopes (1992) confirma esta ideia, uma vez que para  $M_1$  foi encontrada uma relação de cointegração mais forte, mas  $L$  era o mais estável a curto prazo. Os resultados do capítulo seguinte contribuem para a discussão, analisando o agregado intermédio  $M_2$  à luz de outra metodologia, com resultados geralmente satisfatórios em face dos dois objectivos, e sugerindo ainda uma margem de controlo para as autoridades monetárias consubstanciada na ausência de simetria de efeitos das taxas de juro.

### 3.1- DADOS E METODOLOGIA

Os dados usados neste estudo e que se encontram listadas em Anexo I são trimestrais, para o período 1977(1)-1993(2) e referem-se às seguintes variáveis:

M: agregado monetário  $M_2$  ;

P: índice de preços no consumidor base 1991=100;

Y: produto interno bruto a preços de 1990;

J: taxa de juro nominal dos títulos da dívida pública;

R: taxa de juro nominal dos depósitos a prazo a seis meses.

A relação de longo prazo assumida é do tipo:

$$\frac{M}{P} = Y^{\beta_2} e^{\beta_3 J + \beta_4 R}, \text{ ou, na forma linear:}$$

$$m - p = \beta_2 y + \beta_3 J + \beta_4 R$$

onde as letras minúsculas designam o logaritmo natural da respectiva variável. A transformação logarítmica revela-se adequada para as variáveis  $M$ ,  $P$  e  $Y$  porque lineariza a sua tendência exponencial original, não fazendo pois sentido nas taxas de juro. A homogeneidade nos preços é postulada com base nos resultados claros nesse sentido obtidos por Marques e Lopes (1992), bem como pelo facto das séries nominais individuais apresentarem um grau de integração pouco perceptível. De acordo com a teoria económica, espera-se que a elasticidade-rendimento,  $\beta_2$ , tome um valor positivo e inferior ou igual à unidade, e que as semi-elasticidades relativas às taxas de juro,  $\beta_3$  e  $\beta_4$ , sejam respectivamente negativa e positiva, uma vez que  $J$  representa o rendimento de activos fora do agregado monetário e  $R$  o rendimento de activos nele incluídos. Supõe-se então que o custo de oportunidade de deter moeda seja aproximadamente medido pela diferença entre as duas taxas de juro. Estas variáveis encontram-se representadas em função do tempo nas Figuras 1 a 4.

Para quantificar a relação de equilíbrio descrita ir-se-á usar a metodologia da cointegração, uma vez que, dada a não estacionaridade das séries, sugerida pelos cronogramas, uma função de longo prazo estável só existirá se as variáveis estiverem cointegradas. Mais concretamente, utilizar-se-á a abordagem de Johansen, uma vez que a pesquisa dos capítulos anteriores sugere ser uma das mais eficientes num contexto multivariado. Nomeadamente, com esta abordagem não se efectuam restrições *a priori* sobre o número de vectores de cointegração nem sobre a exogeneidade das variáveis, obtendo assim vantagem quer sobre o método de Engle e Granger quer sobre o método em um só passo.

A especificação dinâmica para a procura real de moeda realizar-se-á no ponto 3.2, com base num modelo de mecanismo corrector do erro, impondo a solução de longo prazo previamente obtida.

Os cálculos computacionais foram efectuados através do programa MICROFIT 3.0 versão 286.

Fig.1: STOCK REAL DE MOEDA (em ln)

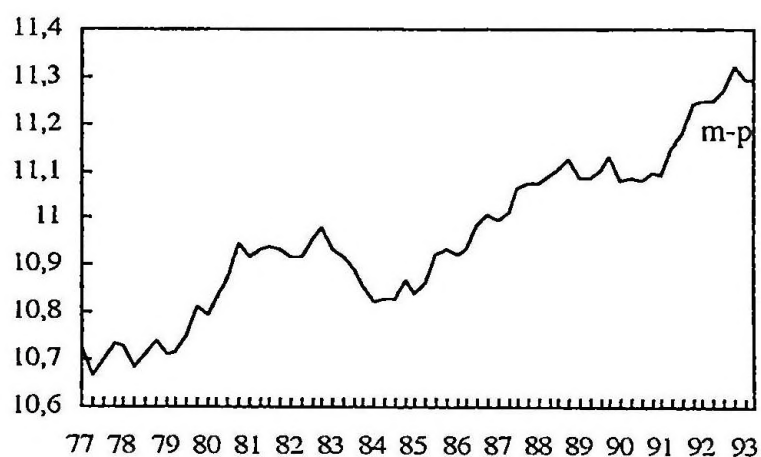


Fig.2: RENDIMENTO REAL (em ln)

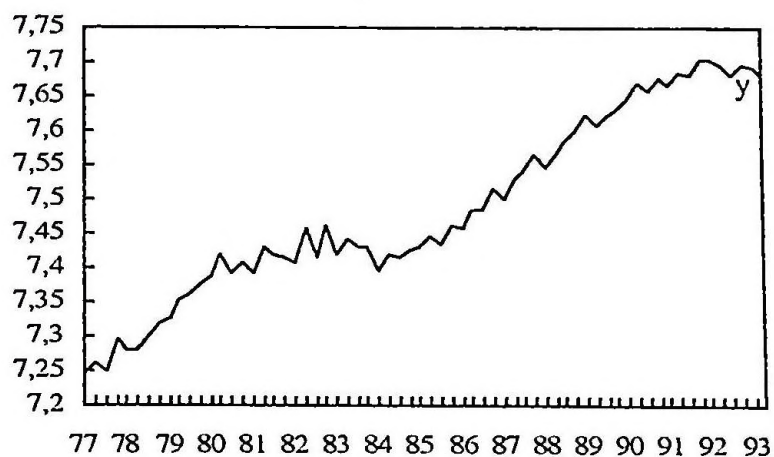


Fig. 3: TAXA DE JURO DOS TÍTULOS

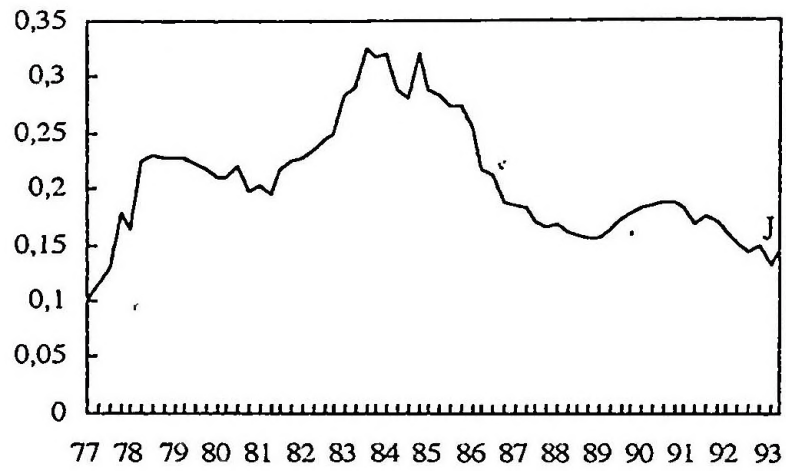
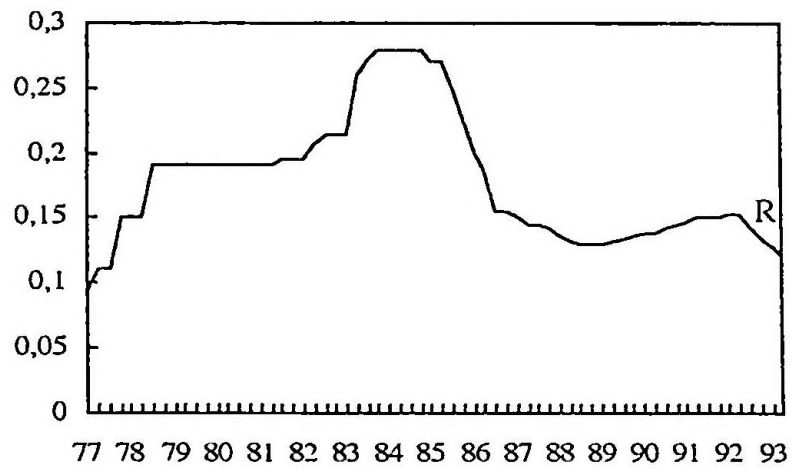


Fig. 4: TAXA DE JURO DOS DEPÓSITOS



## 3.2- A RELAÇÃO DE LONGO PRAZO

Uma relação de equilíbrio entre moeda real, rendimento real e taxas de juro implica averiguar se estas séries são individualmente integradas na mesma ordem, e, depois, se estão cointegradas.

### 3.2.1- TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS

Para testar a ordem de integração das séries (ponto 1.1.2) usa-se principalmente o teste ADF de ordem  $k \leq 12$ , por ser um dos menos sensíveis à má especificação do modelo, nomeadamente se  $k$  for elevado por forma a aproximar uma eventual componente de médias móveis. Considerem-se as seguintes regressões:

$$[1] \quad \Delta x_t = \mu + \varphi t + (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta x_{t-i} + u_t$$

$$[2] \quad \Delta x_t = \mu + (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta x_{t-i} + u_t$$

$$[3] \quad \Delta x_t = (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta x_{t-i} + u_t$$

A hipótese nula do teste ADF é  $\rho=1$ , ou seja,  $x_t$  possui uma raiz unitária, contra a alternativa  $\rho < 1$ , ou seja  $x_t$  é estacionária, com ou sem *drift*, de acordo com os modelos, ou mesmo em torno de uma tendência linear, na formulação mais geral [1]. O rácio da estimativa de  $(\rho-1)$  sobre o seu desvio padrão, em cada um dos modelos, é a estatística  $\tau$  ("rácio t" com distribuição Dickey-Fuller sob  $H_0$ ) ou ADF( $k$ ). Complementarmente usam-se as estatísticas  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  e  $\Phi_3$  que ensaiam respectivamente as hipóteses  $(\mu, \rho)=(0, 1)$  no modelo [2],  $(\mu, \varphi, \rho)=(0, 0, 1)$  e  $(\mu, \varphi, \rho)=(\mu, 0, 1)$  no modelo [3].

A ordem do teste ADF,  $k$ , deverá ter a magnitude suficiente para que se possa aceitar que o resíduo  $u_t$  é ruído branco. A escolha efectuou-se partindo de  $k=12$  e eliminando sucessivamente o último termo, desde que não significativo e/ou a sua eliminação não provocasse correlação serial nos resíduos. O teste de multiplicador de Lagrange de Godfrey (1978), designado LM(4) foi usado para detectar autocorrelação até ao *lag* 4 (frequência sazonal) e a estatística Q(12) de Ljung e Box (1978) testa a nulidade dos 12 primeiros coeficientes (cerca de 1/4 da amostra) da função de autocorrelação residual. Ambas têm distribuição assintótica  $\chi^2$  com os graus de liberdade indicados entre parentesis.

Uma vez que a hipótese alternativa dos testes ADF é a estacionaridade, o procedimento mais adequado, de acordo com Banerjee et al. (1993) será começar por testar o maior grau de integração plausível, no caso, que as séries são integradas de ordem 2, ou seja, as primeiras diferenças possuem uma raiz unitária. As variáveis em diferenças não aparentam qualquer tendência linear (Figuras 5 a 7), podendo eventualmente apresentar uma média positiva pelo menos no caso de  $\Delta(m-p)$  e  $\Delta y$ , pelo que se começa pelo modelo [2]. Os resultados constam do Quadro 1. Os expoentes em  $\eta^a$ ,  $\eta^b$ ,  $\eta^c$  indicam que a estatística  $\eta$  é significativa a 1%, 5% e 10% respectivamente, ou seja, que a hipótese nula é rejeitada a esses níveis de significância.

Fig. 5:  $\Delta(m-p)_t$

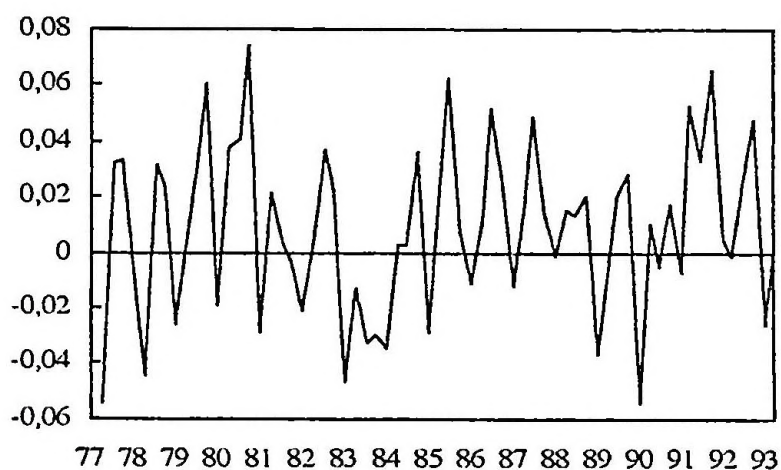


Fig.6:  $\Delta y_t$

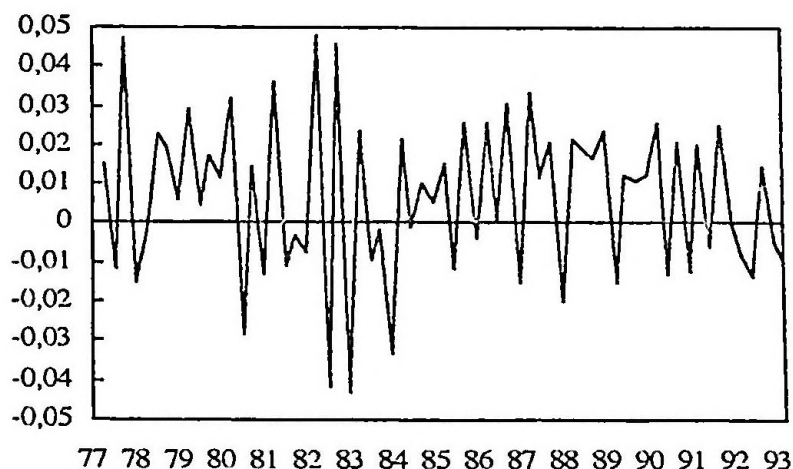


Fig. 7:  $\Delta J_t$

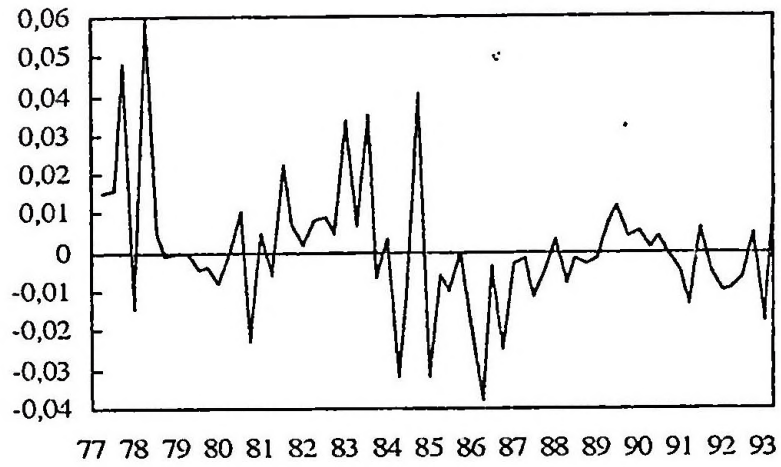
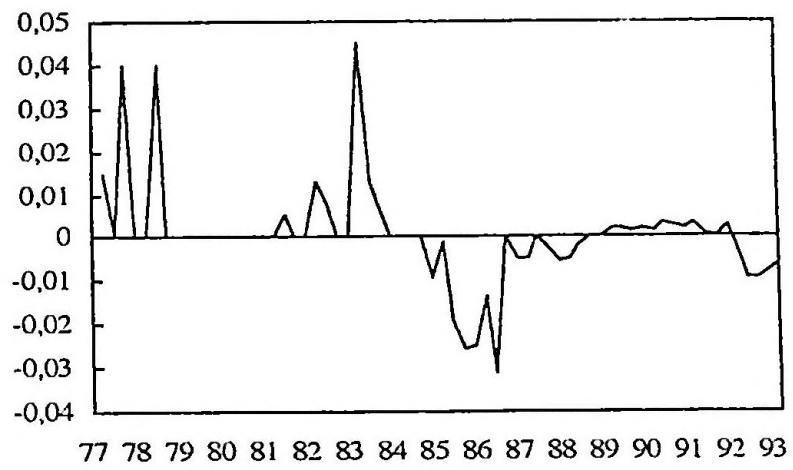


Fig. 8:  $\Delta R_t$



QUADRO 1: TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS PARA AS VARIÁVEIS EM DIFERENÇAS

x	mod.	k	$\hat{\rho}$	ADF(k)	$\Phi_1$	LM(4)	Q(12)
$\Delta(m-p)$	2	9	-0.07	-3.35 <sup>b</sup>	5.60 <sup>b</sup>	5.96	3.13
	3		0.40	-2.42 <sup>b</sup>	----	4.09	4.32
$\Delta y$	2	3	0.01	-2.94 <sup>b</sup>	4.41 <sup>c</sup>	1.40	5.09
	3		0.51	-2.16 <sup>b</sup>	----	4.60	9.78
$\Delta J$	2	4	0.34	-3.29 <sup>b</sup>	5.74 <sup>b</sup>	2.24	14.95
	3		0.34	-3.31 <sup>a</sup>	----	2.76	14.88
$\Delta R$	2	5	0.53	-3.13 <sup>b</sup>	5.25 <sup>b</sup>	2.86	6.46
	3		0.53	-3.16 <sup>a</sup>	----	3.11	6.34

Os resultados do Quadro 1 permitem rejeitar a hipótese de que as séries em diferenças possuem uma raiz unitária, de forma um pouco menos clara para o rendimento. Tal indica que as variáveis em níveis deverão ser integradas de ordem 1. Esta hipótese será confirmada pela análise do Quadro 2. A hipótese alternativa inicial será estacionaridade em tendência (determinística), ou seja, modelo [1], uma vez que a moeda real e o rendimento apresentam uma clara tendência linear crescente e as taxas de juro uma suave tendência decrescente, como se pode observar nas Figuras 1 a 4.

QUADRO 2: TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS PARA AS VARIÁVEIS EM NÍVEIS

x	mod.	k	$\hat{\rho}$	ADF(k)	$\Phi_1$	$\Phi_2$	$\Phi_3$	LM(4)	Q(12)
m-p	1	10	0.79	-2.10	----	3.19	2.22	4.26	2.83
	2		0.99	-0.29	2.42	----	----	5.70	2.99
	3		1.00	2.20	----	----	----	6.04	3.14
y	1	6	0.79	-2.96	----	3.37	4.69	1.98	3.83
	2		0.98	-1.38	1.27	----	----	1.06	2.58
	3		1.00	0.76	----	----	----	1.27	2.16
J	1	5	0.92	-1.85	----	1.35	1.73	3.66	13.50
	2		0.94	-1.57	1.53	----	----	2.16	12.45
	3		0.99	-1.08	----	----	----	2.04	14.60
R	1	7	1.00	-1.96	----	1.57	2.23	3.86	4.48
	2		0.96	-1.32	0.99	----	----	0.60	3.58
	3		1.00	-0.76	----	----	----	0.43	4.46

Os resultados do Quadro 2 mostram forte evidência a favor da(s) hipótese(s) nula(s), pois nenhuma estatística é significativa nem ao nível de 10%. A conclusão final da análise de raízes unitárias parece ser, pois, que moeda real, rendimento real e taxas de juro são variáveis integradas de ordem 1.

### 3.2.2- TESTES DE COINTEGRAÇÃO

Uma vez que as variáveis em estudo satisfazem a primeira condição para a existência de cointegração, serem integradas da mesma ordem, no caso,  $I(1)$ , importa agora analisar se existe uma ou mais combinações entre elas que é integrada de ordem inferior (segunda condição), no caso,  $I(0)$ . Esta pesquisa efectuar-se-á com base no procedimento de máxima verosimilhança de Johansen e Juselius (1990) apresentado no ponto 1.2.3.4. Uma questão prévia é a determinação da ordem do processo vectorial autorregressivo que melhor representa o conjunto das séries. Considere-se então que  $x_t$  segue um processo VAR de ordem  $k$  (desconhecida) com a seguinte representação em mecanismo corrector do erro:

$$[4a] \quad \Delta x_t = \mu + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \Gamma_2 \Delta x_{t-2} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-k-1} + \Pi x_{t-k} + \Phi d_t + \varepsilon_t$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} m - p \\ y \\ J \\ R \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{4 \times 4} \quad \Pi_{4 \times 4}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}, \quad \Phi_{4 \times 3}, \quad \varepsilon_t \sim IN^{(4)}(0, \Sigma)$$

designam respectivamente o vector das variáveis do modelo, matrizes de parâmetros desconhecidos, um vector de *dummies* sazonais centradas uma para cada um dos primeiros três trimestres do ano, a matriz dos respectivos coeficientes e, por fim a variável residual gaussiana.

A selecção de  $k$  irá efectuar-se precisamente de acordo com as hipóteses sobre os resíduos. Para testar a independência voltar-se-á a usar a estatística LM(4) e para a normalidade o teste BJ(2) de Jarque e Bera (1980) cuja hipótese alternativa é a assimetria e excesso de curtose da distribuição dos resíduos, e que se comporta assintoticamente como  $\chi^2$  com 2 graus de liberdade. Apresenta-se igualmente a estimativa de  $\sigma$ , o desvio padrão da regressão de cada uma das equações.

Considerando como máximo  $k = 4$ , dada a periodicidade das variáveis, e pondo de parte os últimos valores da amostra para um futuro teste de capacidade preditiva, restam 60 informações

disponíveis para o período 1978(1)-1992(4), que se utilizam para estimar o modelo pelo método dos mínimos quadrados. Os resultados dos testes mencionados, para cada uma das equações e para cada valor de  $k$  constam do Quadro 3.

Quadro 3a: Selecção da ordem do processo VAR

VAR	k = 4			k = 3		
equação	LM(4)	BJ(2)	$\hat{\sigma}$	LM(4)	BJ(2)	$\hat{\sigma}$
$\Delta m$	3.80	1.25	0.019	5.93	1.78	0.019
$\Delta y$	3.54	1.44	0.015	5.48	1.09	0.015
$\Delta J$	11.19 <sup>b</sup>	14.51 <sup>a</sup>	0.014	4.84	9.50 <sup>a</sup>	0.014
$\Delta R$	10.03 <sup>b</sup>	0.10	0.009	2.44	3.76	0.009

Quadro 3b: Selecção da ordem do processo VAR

VAR	k = 2			k = 1		
equação	LM(4)	BJ(2)	$\hat{\sigma}$	LM(4)	BJ(2)	$\hat{\sigma}$
$\Delta m$	10.35 <sup>b</sup>	3.73	0.021	7.23	2.43	0.022
$\Delta y$	7.87 <sup>c</sup>	0.48	0.015	5.93	3.19	0.016
$\Delta J$	0.29	21.55 <sup>a</sup>	0.015	8.68 <sup>c</sup>	13.67 <sup>a</sup>	0.016
$\Delta R$	3.65	1.62	0.009	25.57 <sup>a</sup>	29.56 <sup>a</sup>	0.010

Pelos testes apresentados no Quadro 3 parece que as variáveis serão mais correctamente modeladas através de um VAR(3), pois nenhuma das hipóteses é rejeitada à excepção da normalidade dos resíduos da equação da taxa de juro dos títulos<sup>19</sup>. Esta hipótese, no entanto, é rejeitada para todos os valores de  $k$ , e, apesar de tudo, é para  $k = 3$  que a estatística BJ(2) toma um valor inferior. O modelo seleccionado é, pois:

$$[4b] \quad \Delta x_t = \mu + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \Gamma_2 \Delta x_{t-2} + \Pi x_{t-3} + \Phi d_t + \varepsilon_t$$

A informação de longo prazo está contida na matriz  $\Pi$ . Se esta matriz possuir característica completa,  $r=4$ , o sistema é estacionário em níveis, o que está posto de parte no caso concreto pela análise já efectuada; se  $r=0$ , estacionário em diferenças, o que significa que não há uma

<sup>19</sup>Johansen e Juselius (1990) e Banrjee et al. (1993) encontram igualmente situações de não normalidade dos resíduos das equações das taxas de juro.

relação entre as variáveis no longo prazo. Entre estes dois extremos encontra-se a hipótese de interesse a testar (ponto 1.2.4.2):

$$H_0: \Pi = \alpha\beta' \quad \alpha_{4 \times r} \quad \beta_{4 \times r}$$

ou seja, as variáveis estão cointegradas, existindo  $r$  vectores de cointegração correspondentes às colunas da matriz  $\beta$ . Neste caso, sendo  $x_t \sim I(1)$ ,  $\beta'x_t$  é estacionário correspondendo ao vector dos termos correctores do erro e  $\alpha$  à matriz dos respectivos coeficientes de ajustamento. O teste de cointegração de Johansen é pois um teste sobre a característica da matriz  $\Pi$ . A estimação de máxima verosimilhança do modelo indicado sujeita à restrição contida em  $H_0$  permite obter as estimativas dos valores próprios que se ordenam de forma a que  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4$ , permitindo construir, para  $r = 0, 1, 2, 3$ , as estatísticas:

$$TR = -60 \sum_{i=r+1}^4 \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$$\lambda_{\max} = -60 \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1})$$

cujos valores se apresentam no Quadro 4. Os valores críticos dependem do tratamento a dar ao termo independente. No caso concreto, e atendendo ao prévio estudo individual das séries, optou-se pela estimação livre de  $\mu$ , o que pressupõe uma tendência linear nas séries em níveis, mas considerando que esta tendência não existe no processo de geração dos dados. Neste sentido, os valores críticos consultados dizem respeito ao quadro A2 de Johansen e Juselius (1990) ou ao quadro 1.1\* de Osterwald-Lenum (1992).

QUADRO 4: TESTES DE COINTEGRAÇÃO

Valores próprios	Teste do traço			Teste do máximo valor próprio		
	$\lambda$	$H_0$	$H_a$	TR	$H_0$	$H_a$
0.31168	$r = 0$	$r \geq 1$	50.07 <sup>b</sup>	$r = 0$	$r = 1$	22.41
0.24035	$r \leq 1$	$r \geq 2$	27.66	$r \leq 1$	$r = 2$	16.49
0.15682	$r \leq 2$	$r \geq 3$	11.17	$r \leq 2$	$r = 3$	10.23
0.01545	$r \leq 3$	$r = 4$	0.93	$r \leq 3$	$r = 4$	0.93

Pelo teste do traço, a hipótese de que as variáveis não estão cointegradas é rejeitada ao nível de 5% em favor da alternativa de que existe pelo menos um vector de cointegração, mas aceita-se a existência de no máximo um vector contra  $r \geq 2$ . Tal resultado indica que deverá existir um

único vector de cointegração entre as variáveis. O maior valor próprio, no entanto, não é suficientemente elevado para que a estatística  $\lambda_{\max}$  (com  $r = 0$ ) o considere significativo, nem ao nível de 10%, embora esteja próximo deste valor crítico. Johansen e Juselius (1990) sugerem que neste tipo de testes por vezes é aconselhável considerar níveis de significância superiores aos habituais<sup>20</sup>. Considera-se, em suma, que há evidência suficiente para admitir a existência de um vector de cointegração, ou seja  $r = 1$ .

### 3.2.3- ESTIMAÇÃO LIVRE E RESTRINGIDA DOS VECTORES DE COINTEGRAÇÃO

O vector de cointegração identificado corresponde ao vector próprio mais significativo, cuja estimativa MV, pelo procedimento definido no ponto 1.2.3.4, e normalizada em  $(m-p)$ , é:

$$\hat{\beta}' = [1 \quad -0.91 \quad 1.95 \quad -1.12]$$

o que conduz à seguinte solução de equilíbrio do modelo [4b]:<sup>21</sup>

$$m - p = 0.91y - 1.95J + 1.12R$$

a qual parece ter os sinais e magnitudes dos parâmetros adequados à sua interpretação como função de procura de moeda de longo prazo.

Há pelo menos duas restrições (ponto 1.2.4.3) sobre os parâmetros de  $\beta$  ( $\beta_1, \dots, \beta_4$ ) que terá interesse testar, do ponto de vista estatístico e económico: uma elasticidade de longo prazo unitária da procura de moeda face ao rendimento, e coeficientes iguais e de sinal oposto para as taxas de juro, o que significaria que o custo de oportunidade de deter moeda seria medido pela diferença entre o juro dos títulos e o juro dos depósitos.

Em termos gerais a hipótese a testar é:

$$H_0: \beta = H\Theta$$

que para o primeiro caso virá:

$$H_{01}: \beta_1 = -\beta_2$$

<sup>20</sup>Johansen (1992) usa apenas o teste do traço, e Choudhry (1992) aceita a existência de um vector de cointegração com base na significância de apenas um dos testes, no caso o do máximo valor próprio.

<sup>21</sup>Trata-se do VAR(3) definido no ponto 3.2.2, não contando, na solução, com a constante e as *dummies*.

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Theta$$

A estimação dos valores próprios do modelo restringido ( $\lambda^*$ ) permite construir o rácio de verosimilhança:

$$LR = 60 \cdot \ln \frac{1 - \hat{\lambda}_1^*}{1 - \hat{\lambda}_1} = 0.585 \quad [P = 0.444]$$

Entre parentesis está o *P-value* ou nível de significância marginal do teste correspondente à distribuição  $\chi^2(1)$  e que indica que a hipótese é fortemente suportada pelos dados. O vector de cointegração restringido será:

$$\hat{\beta}'_* = [1 \quad -1 \quad 2.03 \quad -1.43]$$

Incorporando agora a segunda hipótese, pretende-se testar:

$$H_{02}: \beta_1 = -\beta_2; \beta_3 = -\beta_4.$$

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Theta$$

sendo o correspondente rácio de verosimilhança, com distribuição assintótica  $\chi^2(2)$ :

$$LR = 60 \cdot \ln \frac{1 - \hat{\lambda}_1^{**}}{1 - \hat{\lambda}_1} = 5.322^c \quad [P = 0.070]$$

e o vector de cointegração restringido:

$$\hat{\beta}'_{**} = [1 \quad -1 \quad 6.92 \quad -6.92]$$

Embora  $H_{02}$  não possa ser rejeitada ao nível de 5%, a restrição parece um pouco forçada uma vez que os coeficientes se alteram bastante. Por outro lado, a hipótese  $\beta_3 = \beta_4$  testada individualmente apresenta um *P-value* de 0.038, pelo que se conclui que não há evidência

suficiente para admitir a simetria dos coeficientes das taxas de juro<sup>22</sup>, ou de outro modo, que a taxa de juro dos títulos tem um efeito superior (em valor absoluto) ao da taxa de juro dos depósitos, mesmo a longo prazo, o que poderá dever-se ao facto dos títulos representarem uma aplicação alternativa a todas as componentes de  $M_2^-$  e dos juros dos depósitos a prazo serem remuneração de apenas uma parte (embora significativa) deste agregado monetário.

Conclui-se então a análise pela seguinte relação de equilíbrio de longo prazo:

$$(m - p)^* = y - 2.03J + 1.43R$$

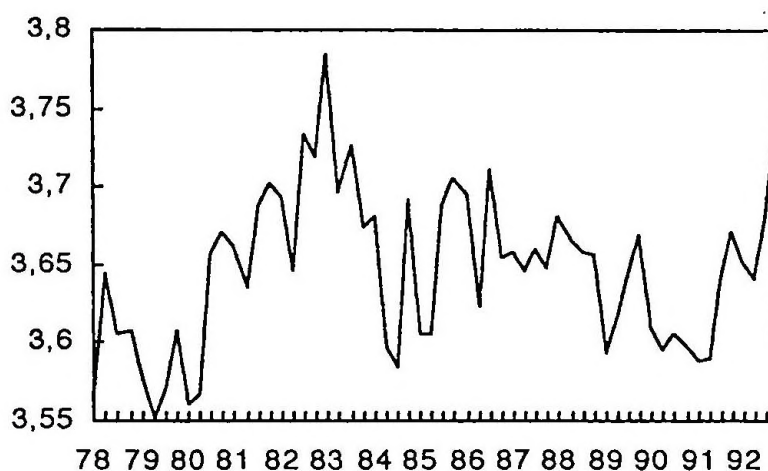
cujos desvios, ou termo corrector do erro, definidos como:

$$\hat{z}_t = (m - p) - (m - p)^*$$

se encontram representados na Fig. 9. Também é usual chamar a  $z_t$  a relação de cointegração (não confundindo, é claro, com a solução estática de equilíbrio previamente definida), uma vez que representa uma combinação linear estacionária entre as variáveis, ou seja:

$$\hat{z}_t = \beta'_* x_t = m - p - y + 2.03J - 1.43R$$

Fig. 9: RELAÇÃO DE COINTEGRAÇÃO ( $\hat{z}_t$ )



<sup>22</sup>Este resultado contrasta com o obtido por Marques e Lopes (1992).

### 3.2.4- EXOGENEIDADE

A matriz  $\alpha$ , que neste caso é um vector, contém, como já foi dito, os coeficientes de ajustamento em direcção ao equilíbrio. Em relação a  $\alpha$ , a hipótese de interesse a testar será:

$$H_0: \alpha_i = 0 ; \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

A não rejeição desta hipótese significa que o vector de cointegração não tem peso na equação correspondente, pelo que essa variável pode ser considerada fracamente exógena face às outras e a sua equação retirada do modelo (estimação de um modelo condicional) sem que isso afecte a inferência sobre os parâmetros de interesse ( $\beta$ ).

As estimativas de  $\alpha$  de MV são idênticas às dos MQ<sup>23</sup>, sendo estas últimas os coeficientes de  $z_t$  previamente estimado, desfasado um período. Assim sendo, podem usar-se os rácios  $t$  para avaliar a significância destes parâmetros, o que se apresenta no Quadro 5, considerando-se as estimativas iniciais pelo modelo [4b] e as obtidas após a restrição sobre o vector de cointegração.

Quadro 5: Significância de  $\alpha$

equações	$\hat{\alpha}$	$t_\alpha$	$\hat{\alpha}^*$	$t_{\alpha^*}$
$\Delta m$	-0.225	-3.84	-0.259	-4.11
$\Delta y$	-0.732	-1.51	-0.054	-1.01
$\Delta J$	0.005	0.11	0.021	0.40
$\Delta R$	0.005	0.17	0.016	0.49

Observa-se que o peso do vector de cointegração é fortemente significativo na equação da moeda, e não significativo nas outras, pelo que se conclui pela exogeneidade fraca do rendimento real e taxas de juro face à moeda real. Verificando-se este resultado e existindo apenas um vector de cointegração, segundo Johansen (1992), a análise de uma equação de procura de moeda isolada, através dos MQ, é totalmente eficiente, mesmo para estimar os parâmetros de longo prazo, o que vem à *posteriori* validar a abordagem em um só passo de Marques e Lopes (1992).

<sup>23</sup>Johansen e Juselius (1990) demonstram este resultado.

Se adicionalmente os coeficientes de  $\Delta(m-p)$  não forem significativos nas outras equações do VAR, ou seja, se  $(m-p)$  não causar, no sentido de Granger, as outras variáveis, estas consideram-se fortemente exógenas<sup>24</sup>, o que permitiria efectuar previsões para  $(m-p)$  através do modelo condicional (a equação da moeda completamente especificada) utilizando as previsões das outras variáveis dadas pelo modelo marginal (equações de  $\Delta y$ ,  $\Delta J$  e  $\Delta R$  só em função dos seus próprios desfasamentos).

Assim, a hipótese de que os coeficientes de  $\Delta(m-p)_{t-1}$ ,  $\Delta(m-p)_{t-2}$  são iguais a zero nas três últimas equações do modelo [4b] vai ser ensaiada através do teste  $F$  habitual:

Equações	$\Delta y$	$\Delta J$	$\Delta R$
F(2, 48)	0.78	1.56	0.38

Sendo todas as estatísticas claramente não significativas, há evidência no sentido da moeda real não causar (à Granger) as outras variáveis, o que, conjugado com o resultado do Quadro 5 aponta no sentido da exogeneidade forte de  $y$ ,  $J$ , e  $R$  face à moeda real.

---

<sup>24</sup>Johansen (1992).

### 3.3- MODELO DINÂMICO PARA A MOEDA REAL

Tendo por base os resultados do ponto 3.2, ir-se-á implementar a especificação dinâmica da moeda real com base num modelo de mecanismo corrector do erro do tipo:

$$[5a] \quad \Delta(m-p)_t = \mu + \sum_{i=1}^4 a_i \Delta(m-p)_{t-i} + \sum_{i=0}^4 b_i \Delta p_{t-i} + \sum_{i=0}^4 c_i \Delta y_{t-i} \\ + \sum_{i=0}^4 e_i \Delta J_{t-i} + \sum_{i=0}^4 f_i \Delta R_{t-i} + \alpha \hat{z}_t + \phi d_t + \varepsilon_t$$

o qual representa uma reparametrização de um modelo geral autorregressivo de ordem 5 para as variáveis em níveis, impondo-se a solução de longo prazo previamente obtida<sup>25</sup>, mas estimando livremente o coeficiente de ajustamento em direcção ao equilíbrio ( $\alpha$ ). Esta equação difere do modelo condicional concreto que resulta do VAR [4b] por duas razões: inclusão de mais defasamentos para as variáveis, e inclusão autónoma da variação dos preços  $\Delta p$  ou taxa de inflação. Esta última pode justificar-se pela admissão de alguma ilusão monetária, ou seja, a curto prazo, a restrição de elasticidade-preço unitária seria demasiado forte, tal como foi verificado por Rose (1985) e Hendry e Ericsson (1991a).

O modelo foi estimado pelo método dos mínimos quadrados, eliminando-se sucessivamente os termos menos significativos através dos testes  $t$  ou  $F$ , e por fim efectuando algumas combinações de variáveis sugeridas pelos coeficientes do modelo, com o objectivo de reduzir o número de parâmetros sem prejudicar o ajustamento. Este último processo deu origem às variáveis  $\Delta_4 \Delta p$ ,  $\Delta y^*$  e  $\Delta r^*$ . A definição destas variáveis corresponde a restrições sobre o modelo prévio, as quais foram aceites pelo teste Wald(3) = 0.35 [P = 0.95]. Os resultados foram os seguintes:

$$[5b] \quad \Delta(m-p)_t = 0.578 + 0.168 \Delta(m-p)_{t-3} + 0.402 \Delta(m-p)_{t-4} - 0.859 \Delta_4 \Delta p_t \\ (4.24) \quad (2.25) \quad (4.88) \quad (-7.74) \\ + 0.144 \Delta y_t^* - 0.499 \Delta J_t - 0.263 \Delta J_{t-2} + 0.361 \Delta r_t^* - 0.157 \hat{z}_{t-1} \\ (3.58) \quad (-4.28) \quad (-2.42) \quad (2.91) \quad (-4.21) \\ - 0.037 d_1 - 0.023 d_2 - 0.020 d_3 \\ (-5.26) \quad (-3.79) \quad (-3.14)$$

<sup>25</sup>Foi seguido um procedimento análogo em Martner e Titelman (1993).

$$\begin{aligned}
T &= 59 \quad [1978(2) - 1992(4)] & R^2 &= 0.87 & \bar{R}^2 &= 0.84 & \hat{\sigma} &= 0.0119 \\
DW &= 1.95 & LM(4) &= 4.93 & Q(12) &= 6.94 [P = 0.87] & BJ(2) &= 0.35 \\
RESET &(1,46) = 0.12 & HQ(1,57) &= 0.32 & ARCH(5,42) &= 0.43 \\
T' &= 2 \quad [1993(1) - 1993(2)] & Chow(2,47) &= 0.80
\end{aligned}$$

onde  $\Delta_4 = (1 - L^4)$ ,  $\Delta y_t^* = \Delta y_t - 2.5\Delta y_{t-2}$  e  $\Delta r_t^* = \Delta r_t + 0.7\Delta r_{t-1}$ .

$T$  é o número de observações usadas para estimar o modelo e  $T'$  o número de observações posteriores disponíveis. Os valores abaixo dos coeficientes correspondem aos respectivos rácios  $t$ . A estatística RESET (1, 46) corresponde ao teste de especificação de Ramsey (1969); HQ (1,57) ensaia a homocedasticidade dos resíduos utilizando o quadrado dos valores estimados<sup>26</sup>; ARCH (5, 42) é o teste de Engle (1982) para detectar heterocedasticidade condicional autorregressiva até à ordem 5, e Chow (2, 47) é o teste de capacidade preditiva de Chow (1960). Estas quatro estatísticas tendem para a distribuição  $F$  com os respectivos graus de liberdade indicados entre parentesis.

A avaliação estatística do modelo é favorável à sua correcta especificação, indicando pelos testes efectuados que os resíduos são normais, homocedásticos e não correlacionados. Os coeficientes de determinação indicam um ajustamento razoável que se pode observar graficamente na Figura 10. Todos os coeficientes de regressão estimados são significativos, a maioria a 1%, e o modelo revela capacidade preditiva para o período pós-amostal.

Para que a equação esteja equilibrada e todos os testes tenham significado é necessário que todas as variáveis sejam estacionárias. Estas foram previamente investigadas<sup>27</sup> à excepção da taxa de inflação ( $\Delta p$ ). Em Anexo III pode verificar-se que  $\Delta p$  aparenta ser integrada de ordem 1, mas que a variável que o modelo acabou por eleger,  $\Delta_4 \Delta p$ , se aceita como estacionária. Esta última pode interpretar-se como a taxa de inflação corrigida de sazonalidade estocástica, o que parece sugerir, à *posteriori*, que esta variável poderá ser sazonalmente integrada<sup>28</sup>.

Em termos de interpretação económica dos coeficientes, começa por verificar-se que as variáveis com maior impacto a curto prazo na procura real de moeda são a taxa de inflação (dessazonalizada) e, depois, a variação da taxa de juro dos títulos. Esta tem um efeito em valor absoluto superior ao da variação da taxa de juro dos depósitos, e mais significativo. As

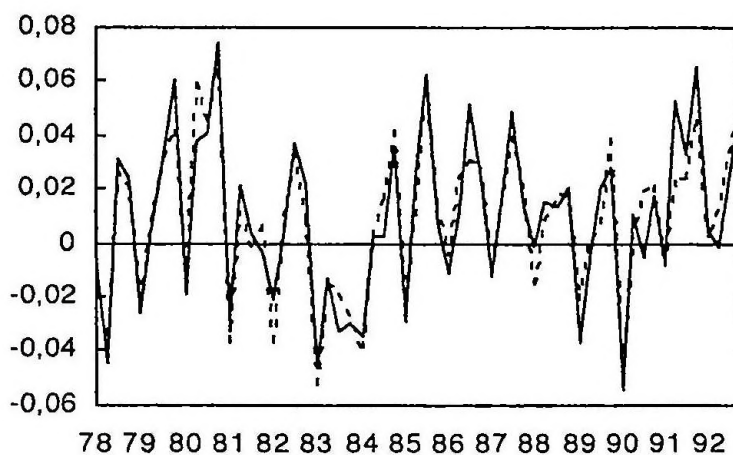
<sup>26</sup>Koenker (1981).

<sup>27</sup>As variáveis  $\Delta y^*$  e  $\Delta r^*$  são combinações lineares de variáveis estacionárias, sendo pois igualmente estacionárias.

<sup>28</sup>Trata-se de uma sugestão à *posteriori* porque não foi feito qualquer teste formal prévio. A variável  $\Delta_4 \Delta p_t$  surgiu porque os únicos *lags* significativos de  $\Delta p_t$  (0 e 4) eram aproximadamente simétricos.

variações actuais das taxas de juro têm mais impacto que as mais antigas, ao contrário do que acontece com os desfasamentos da variável dependente, onde o mais importante é o de ordem 4, correspondendo pois à frequência sazonal. O coeficiente de ajustamento em direcção ao equilíbrio (0.157) é um pouco mais baixo do que o estimado no ponto 3.2.4, dado que algumas das variáveis adicionalmente incluídas relativamente ao modelo condicional revelaram efeitos significativos. No entanto, a alteração não parece ser suficientemente forte para pôr em causa a imposição da solução de longo prazo efectuada. Os sinais dos coeficientes correspondem aos esperados, à excepção do impacto de curto prazo do rendimento real, cujo efeito positivo actual (esperado) é superado pelo efeito negativo de dois períodos atrás. Note-se no entanto que os sinais dos coeficientes podem variar com o tipo de reparametrização, nomeadamente com o desfasamento com que o termo corrector do erro entra no modelo, pelo que não será de atribuir uma importância excessiva.

Fig. 10: Valores observados e estimados de  $\Delta(m-p)_t$

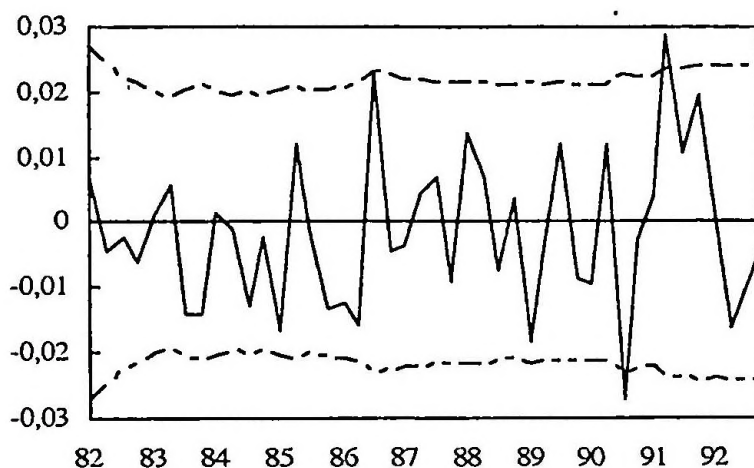


--- Valores estimados

Importa ainda analisar a estabilidade do modelo ao longo do período amostral, pelo que se começa por observar os resíduos recursivos (Fig. 11) para detectar possíveis pontos de quebra estrutural. Existem três pontos suspeitos, correspondentes às observações de 1986(3), 1990(3) e 1991(2), principalmente os dois últimos que ultrapassam em valor absoluto o limite do dobro do desvio padrão da regressão. Estes pontos correspondem, naturalmente, àqueles em que na Fig. 10 os valores estimados mais se afastam dos observados. No entanto, os testes CUSUM e CUSUMSQ (ver Anexo II), baseados na soma cumulativa dos resíduos recursivos simples ou

ao quadrado, respectivamente<sup>29</sup>, não permite detectar qualquer mudança significativa, ao nível de 5%, nos coeficientes de regressão (nenhuma das barras de significância é cruzada).

Fig. 11: Resíduos Recursivos



--- ± 2 X desvio padrão da regressão

Para completar a análise, ir-se-á estimar o modelo até à observação anterior a cada um dos pontos anteriormente identificados, e avaliar a sua capacidade preditiva relativamente às observações posteriores através do teste de Chow. Para o primeiro período, onde as observações adicionais excedem o número de parâmetros ( $k = 12$ ) do modelo, efectuar-se-á também o teste de covariância  $Cov(a, b)$ <sup>30</sup> de distribuição  $F$  com  $a = k$  e  $b = T+T'-2k$  graus de liberdade, que ensaia a hipótese da igualdade dos coeficientes nos dois períodos correspondentes a  $T$  e  $T'$  observações, condicional à igualdade das variâncias do erro. Tem-se então:

$$\begin{array}{llll}
 T = 33 [1978(2) - 1986(2)] & T' = 28 & Cov(12, 37) = 0.96 & Chow(28, 21) = 1.40 \\
 T = 49 [1978(2) - 1990(2)] & T' = 12 [1990(3) - 1993(2)] & & Chow(12, 37) = 1.99^c \\
 T = 52 [1978(2) - 1991(1)] & T' = 9 [1991(2) - 1993(2)] & & Chow(9, 40) = 1.75
 \end{array}$$

<sup>29</sup>Kramer et al. (1988).

<sup>30</sup>Também apresentado por Chow (1960) e por vezes igualmente designado como teste de Chow.

A estabilidade estrutural do modelo antes e após o terceiro trimestre de 1986 não pode, pois ser rejeitada, atendendo ao teste Cov(12, 37). Quanto à capacidade preditiva, verifica-se que é afectada (rejeitada, embora apenas ao nível de 10%) quando se incluem no período de previsão ambos os “choques” referentes ao terceiro trimestre de 1990 e segundo de 1991. Serão, no entanto, falhas preditivas ocasionais decorrentes de observações anómalas, e não uma verdadeira mudança de estrutura, das quais o modelo “recupera” rapidamente, como se pode ver pela última estatística apresentada, não significativa. De facto, a primeira poderá ter a ver com o comportamento da rubrica “cheques e vales de correio”<sup>31</sup> a qual teve uma redução acentuada após passar a ser considerada para efeitos da determinação dos limites de crédito. Por outro lado, o segundo “choque” terá tido provavelmente a ver com a substituição do sistema de limites de crédito individualizados por uma taxa de crescimento recomendada para o crédito bancário interno<sup>32</sup>, a qual influenciou significativamente todos os agregados monetários no ano de 1991.

Por último, terá interesse sugerir que o modelo de procura de moeda aqui estimado poderá ser compatível com a teoria da moeda como *buffer-stock*, no sentido lato de Laidler (1983), embora não constitua um teste directo à mesma, como pretenderam os modelos do tipo “absorção de choques”. Esta compatibilização surge do facto de se considerar uma função estável de longo prazo, mas um ajustamento lento em direcção à mesma, o que significa que os agentes estão frequentemente “fora” do equilíbrio (possivelmente devido a alterações na política monetária) mas não pretendem eliminar esses desvios rapidamente, provavelmente porque esse processo terá mais custos do que guardar uma reserva amortecedora de moeda.

---

<sup>31</sup>Marques e Lopes (1992).

<sup>32</sup>Boletins Trimestrais do Banco de Portugal, Junho de 1991 e Junho de 1992.

## CONCLUSÃO

A inferência estatística clássica usada no âmbito dos estudos econométricos é aplicável apenas a variáveis estacionárias. A evidência de tendências persistentes nas séries económicas conduz a um aparente dilema: continuar a admitir o pressuposto da estacionaridade, correndo o risco de regressões espúrias, ou colocá-lo em evidência recorrendo ao ramo de certa forma autónomo dos modelos tipo ARIMA ou VAR, onde ao utilizar variáveis em diferenças se perde a eventual informação de longo prazo contida nas variáveis em níveis. Estes últimos modelos, chamados por vezes “econometria sem teoria”, desempenham um papel na previsão a curto prazo, mas não têm um suficiente poder explicativo necessário à utilização das aplicações econométricas para testar teorias económicas.

Este dilema foi resolvido pela introdução do conceito “revolucionário” da cointegração: pode existir uma combinação linear estacionária de variáveis não estacionárias, a qual corresponde à relação de longo prazo, e para a qual as variáveis tenderão a curto prazo através de um mecanismo corrector do erro.

A análise da cointegração veio a um tempo constituir a ponte entre a econometria clássica e o estudo de séries temporais na linha de Box e Jenkins (1970), e contribuir para reconciliar a teoria económica com a prática econométrica.

A primeira “ponte” surge porque a análise da cointegração recorre a conceitos das séries temporais como o de série integrada ou estacionária em diferenças, ou a representações tipo VAR, e os utiliza segundo a metodologia tradicional da econometria: testes formais de raízes unitárias, por exemplo, em vez da simples observação das funções de autocorrelação das séries; utilização de modelos com um mais completo carácter explicativo ao incluírem a relação entre as variáveis em níveis ou termo corrector do erro. Note-se no entanto que os modelos correctores do erro são prévios ao conceito de cointegração, e já eram aplicados com sucesso em diversos estudos, mas viram reforçada a sua justificação teórica.

A segunda ponte ou reconciliação prende-se com a “resolução” do habitual paradoxo de relações económicas estáticas *versus* equações econométricas dinâmicas. Se exceptuarmos certas teorias mais recentes, a economia informa geralmente sobre relações de equilíbrio mas pouco sobre o tipo de ajustamento, enquanto a prática econométrica desde cedo se socorreu de variáveis desfasadas para conseguir melhores modelos. Veja-se o exemplo da introdução da

variável endógena desfasada na função de procura de moeda tradicional. A análise da cointegração permite um teste directo a esse tipo de relações de equilíbrio propostas pela teoria económica, verificando se as variáveis em questão estão cointegradas, e fornece uma base consistente para a sua inclusão num modelo dinâmico que satisfaça os usuais critérios estatísticos.

Tendo em conta estas propriedades, é natural que o conceito de cointegração tenha sido profícuo em desenvolvimentos teóricos e aplicações práticas.

Neste trabalho pretendeu-se aplicar a metodologia da cointegração à procura de moeda em Portugal. Dados os problemas empíricos que a função de procura de moeda tem enfrentado em diversos países, e dada a sua importância na definição da política monetária, esta tornou-se uma área apetecível para a aplicação de novas abordagens como é o caso da cointegração.

Os dois primeiros capítulos são o resultado de uma pesquisa bibliográfica realizada no âmbito da teoria econométrica relacionada com as raízes unitárias e cointegração (1.º capítulo), e dos fundamentos teóricos e abordagens empíricas da procura de moeda (2.º capítulo), respectivamente. Desta análise emergiram os instrumentos a aplicar no terceiro capítulo à estimação concreta de uma relação entre moeda, preços, rendimento e taxas de juro.

Do primeiro capítulo destacam-se os conceitos de estacionaridade, integração e cointegração. Uma série estacionária é aquela que tende a cruzar frequentemente o seu valor médio, com uma variância aproximadamente constante. Dentro das séries não estacionárias, têm especial importância as séries integradas, ou seja, as que podem atingir a estacionaridade após uma ou mais diferenciações. Este trabalho atribuiu especial relevo às séries integradas de ordem 1, por parecerem ser mais representativas da maioria das séries económicas, nomeadamente das utilizadas na relação da procura de moeda.

Há pelo menos duas extensões que poderiam ser feitas a esta análise: a possibilidade de um subconjunto de variáveis, presumivelmente a moeda nominal e os preços, serem integradas de ordem 2, ou, em alternativa, sazonalmente integradas. A primeira hipótese tem sido recentemente sugerida na literatura e, caso se verificasse, o facto da moeda real ser integrada de ordem 1 (como foi aceite neste estudo) implicaria que as duas variáveis estavam cointegradas de ordem (2, 1). A investigação desta possibilidade conduziria à inclusão da taxa de inflação na relação de longo prazo. A segunda extensão é sugerida pelo facto das duas variáveis, moeda nominal e preços, serem as únicas que apresentam uma componente sazonal com algum significado, e pelo facto da taxa de inflação sazonalmente diferenciada ser aceite como estacionária. Mais uma vez, a integração de ordem 1 da moeda real implicaria agora

cointegração sazonal entre as duas variáveis. Note-se, no entanto, que em diversos estudos foram consideradas séries integradas de ordem 1, por vezes com recurso a variáveis artificiais para atender a quebras de estrutura de tipo determinístico. Neste caso, a moeda real seria uma normal combinação  $I(1)$  de séries  $I(1)$ .

Assim, a “verdadeira” ordem de integração individual, e de cointegração, destas variáveis nominais é uma questão que este trabalho deixa em aberto. Mas, naturalmente, o objectivo da econometria não será encontrar “verdadeiros” modelos, mas sim modelos operacionais, ou seja, com bons resultados de ajustamento e previsão.

Uma série integrada de ordem 1 possui uma raiz unitária no polinómio autorregressivo do modelo ARIMA  $(p, 1, q)$  pelo qual se supõe gerada. Os testes de raízes unitárias propostos são de um modo geral pouco potentes para distinguir entre raízes iguais a 1 e raízes próximas, mas menores que 1 (séries quase-integradas). De entre os testes que foram sujeitos a comparações por estudos de Monte Carlo, salienta-se o teste ADF de ordem superior como aquele que resulta menos sensível à eventual má especificação do modelo (nomeadamente a omissão de termos de médias móveis).

A obtenção de um conjunto de variáveis integradas de ordem 1 é o ponto de partida para investigar a possível existência de uma ou mais combinações lineares estacionárias, ou seja, verificar se elas estão cointegradas. Os testes de cointegração dependem dos métodos de estimação propostos, dos quais se destacam o método dos dois passos de Engle e Granger (1987), o método em um só passo de Hendry e Ericsson (1991a), e a abordagem de máxima verosimilhança de Johansen e Juselius (1990).

O primeiro possibilita um teste directo (tipo ADF) à existência de cointegração, usando os resíduos da regressão estática, sem necessidade de estimar todo o sistema. As estimativas dos parâmetros desta, apesar de “superconsistentes”, sofrem enviesamentos importantes em amostras finitas. Para além disso, não permite verificar se existe mais do que um vector de cointegração, o que é uma possibilidade quando se estuda a relação entre mais do que duas variáveis. O método em um só passo, ao estimar conjuntamente o vector de cointegração e a dinâmica de curto prazo, evita os enviesamentos, mas só permite um teste indirecto à cointegração, para além de, ao ser usado numa só equação, admitir pressupostos de exogeneidade que só podem ser verificados à *posteriori*.

A abordagem de Johansen parece ser a mais geral, pois não apresenta nenhuma das limitações das anteriores, oferecendo relativamente a estas a única desvantagem de maior complexidade computacional. Concretamente, permite testar ao mesmo tempo a existência e o número de

vectores de cointegração, através do número de valores próprios significativos da matriz dos parâmetros das variáveis em níveis (no quadro de um VAR), bem como testar, por exemplo, restrições lineares sobre os parâmetros dos vectores de cointegração, através de rácios de verosimilhança.

Do segundo capítulo, procura de moeda, saliente-se, em termos empíricos, a instabilidade, em muitos países, da função procura de moeda estimada da forma tradicional, a partir dos anos setenta. Começando por ser explicada através de quebra de estrutura (deslocamento), originada pelo processo de inflação e inovação financeira, esta falha preditiva tornou-se tão evidente que se chegou a pôr em causa a própria existência dessa função. A utilização de novas abordagens, como é o caso da cointegração e modelos de mecanismo corrector do erro, conseguiu no entanto ser de um modo geral bem sucedida na obtenção de uma função de procura de moeda estável e previsível.

Em termos teóricos, refira-se a teoria da moeda *buffer-stock* como uma nova forma de encarar o papel da moeda e o equilíbrio no mercado monetário. O facto da moeda poder funcionar como um “tampão” leva a que os agentes económicos aceitem voluntariamente alterações temporárias dos seus saldos monetários (resultantes, por exemplo, de variações da oferta de moeda, ou seja, decisões de política monetária), ficando pois “fora” do seu equilíbrio de longo prazo, a níveis inalterados de preços, rendimento e taxas de juro. Os ajustamentos nestas variáveis, porque têm custos, só se farão lentamente à medida que as alterações do *stock* de moeda são entendidas como permanentes, e a moeda “reserva” se vai dissipando, de forma a que os saldos monetários regressem ao seu valor médio esperado no longo prazo. Houve tentativas de testar directamente esta teoria através de um modelo tradicional de procura de moeda, com a junção de um termo representativo de variações não antecipadas, com resultados duvidosos. Abordagens mais gerais, com modelos *forward-looking* e/ou usando técnicas de cointegração, permitiram contudo incorporar com sucesso este conceito.

No último capítulo, aplicaram-se as técnicas econométricas entendidas como as mais adequadas, das atrás referidas, à procura de moeda em Portugal. Moeda real, rendimento real e taxas de juro dos depósitos e dos títulos foram admitidas como variáveis  $I(1)$  pelos testes ADF. Através do método de Johansen, pela utilização de um vector autorregressivo de ordem 3 e dimensão 4 foi testada e encontrada uma única relação de equilíbrio interpretável como função de procura de moeda de longo prazo, na qual se testou e aceitou a elasticidade unitária para o rendimento. Os efeitos das taxas de juro a longo prazo não foram aceites como simétricos, revelando a taxa de juro dos títulos da dívida pública um efeito (negativo) superior em valor absoluto ao da taxa de juro dos depósitos a prazo, ou seja, a diferença entre as taxas (*spread*) tem um efeito líquido negativo no agregado monetário  $M_2^-$ . Este resultado parece indicar que

autoridades monetárias podem controlar este agregado através da manipulação das taxas de juro, pois uma variação destas, mesmo que idêntica, terá, *ceteris paribus*, efeitos permanentes na moeda real.

Dado o facto do vector de cointegração só ter peso significativo na equação da moeda, não se rejeita a exogeneidade em sentido fraco das outras variáveis, o que conduz à total eficiência de uma equação única para a variável de interesse, ou seja, uma função de procura de moeda de curto prazo. Esta foi estimada, pelo método dos mínimos quadrados, incluindo no modelo dinâmico mais desfasamentos de todas as variáveis (em diferenças), bem como a variação dos preços de forma autónoma (para atender à possível não homogeneidade dos preços a curto prazo), para além da relação de cointegração previamente estimada que desempenha a função de termo corrector do erro. O modelo satisfaz de um modo geral todos os critérios estatísticos a que foi submetido, revelando nomeadamente boa especificação, resíduos “ruído branco” e capacidade preditiva no período pós-amostal.

Em suma, pode concluir-se, pela cointegração entre as variáveis, que houve uma função de procura de moeda estável em Portugal no período de 1977 a 1993, e que a taxa de crescimento da moeda real, a curto prazo, pode ser adequadamente representada (e prevista) através de um modelo de mecanismo corrector do erro.

Os resultados desta investigação permitem sugerir, para estudos futuros, para além dos aspectos já focados da cointegração em sistemas de variáveis I(2) ou cointegração sazonal, a investigação do conceito de “superexogeneidade” (dos regressores, relativamente à moeda), o qual consiste numa extensão da exogeneidade fraca que inclui a invariância dos parâmetros. Esta invariância implica que o modelo da moeda é estável mas que qualquer inversão deste modelo (por exemplo, usando como endógena a taxa de juro) resulta em instabilidade, o que tem naturalmente efeitos ao nível da condução da política monetária.

## ANEXO I

### DADOS UTILIZADOS

QUADRO I.1: DADOS UTILIZADOS

TRIMESTRES	M	P	Y	J	R
1977 (1)	430 772	9.4932	1 400.2	0.1000	0.0950
(2)	454 718	10.5758	1 421.1	0.1150	0.1100
(3)	474 961	10.6994	1 404.5	0.1307	0.1100
(4)	511 321	11.1446	1 472.6	0.1792	0.1500
1978 (1)	531 539	11.6666	1 450.7	0.1649	0.1500
(2)	551 613	12.6558	1 448.5	0.2244	0.1500
(3)	589 931	13.1201	1 482.0	0.2289	0.1900
(4)	644 183	13.9856	1 510.3	0.2277	0.1900
1979 (1)	652 785	14.5462	1 519.8	0.2277	0.1900
(2)	703 230	15.5958	1 564.2	0.2277	0.1900
(3)	758 021	16.2525	1 571.3	0.2230	0.1900
(4)	851 812	17.1839	1 598.2	0.2190	0.1900
1980 (1)	867 394	17.8296	1 616.5	0.2110	0.1900
(2)	924 248	18.2885	1 669.2	0.2110	0.1900
(3)	987 090	18.7419	1 622.6	0.2212	0.1900
(4)	1 093 711	19.2859	1 645.9	0.1983	0.1900
1981 (1)	1 131 752	20.5471	1 625.2	0.2027	0.1900
(2)	1 211 051	21.5307	1 684.7	0.1966	0.1900
(3)	1 288 790	22.8221	1 666.3	0.2190	0.1950
(4)	1 356 474	24.1053	1 660.6	0.2260	0.1950
1982 (1)	1 420 368	25.7704	1 648.5	0.2281	0.1950
(2)	1 498 362	27.0783	1 729.8	0.2361	0.2080
(3)	1 589 678	27.6938	1 659.5	0.2452	0.2150
(4)	1 683 918	28.6939	1 737.2	0.2500	0.2150
1983 (1)	1 743 889	31.1228	1 664.3	0.2836	0.2150
(2)	1 810 345	32.7193	1 703.9	0.2905	0.2600
(3)	1 871 422	34.9394	1 688.1	0.3250	0.2730
(4)	1 969 277	37.8794	1 685.3	0.3186	0.2800
1984 (1)	2 045 026	40.7122	1 629.8	0.3218	0.2800
(2)	2 164 210	42.9571	1 665.0	0.2899	0.2800
(3)	2 299 168	45.5179	1 663.2	0.2815	0.2800
(4)	2 458 388	46.9495	1 680.6	0.3218	0.2800
1985 (1)	2 579 775	50.7000	1 689.1	0.2900	0.2710
(2)	2 736 775	52.4146	1 714.8	0.2843	0.2700
(3)	2 944 240	52.9888	1 695.2	0.2745	0.2507
(4)	3 056 505	54.6045	1 739.0	0.2745	0.2250
1986 (1)	3 172 250	57.2917	1 732.8	0.2549	0.2000
(2)	3 282 269	58.6078	1 777.1	0.2169	0.1866
(3)	3 482 505	59.0749	1 778.5	0.2129	0.1550
(4)	3 657 099	60.5202	1 832.9	0.1881	0.1550
1987 (1)	3 751 596	62.8420	1 805.8	0.1850	0.1500
(2)	3 881 700	63.9328	1 866.3	0.1831	0.1450
(3)	4 116 861	64.5675	1 888.1	0.1716	0.1450
(4)	4 281 661	66.1639	1 927.9	0.1666	0.1425
1988 (1)	4 407 021	68.2082	1 889.9	0.1699	0.1369
(2)	4 551 981	69.3591	1 930.6	0.1618	0.1319
(3)	4 732 491	71.1708	1 967.8	0.1600	0.1300
(4)	5 000 661	73.7004	2 000.0	0.1568	0.1300
1989 (1)	5 005 671	76.5605	2 047.4	0.1553	0.1300
(2)	5 107 765	78.4406	2 016.6	0.1627	0.1323
(3)	5 356 565	80.6056	2 041.5	0.1744	0.1342
(4)	5 637 042	82.4515	2 063.6	0.1783	0.1355
1990 (1)	5 586 964	86.2458	2 089.2	0.1838	0.1377
(2)	5 826 865	89.0262	2 143.6	0.1849	0.1389
(3)	5 939 591	91.2709	2 115.5	0.1886	0.1421
(4)	6 225 618	94.0398	2 159.1	0.1878	0.1446
1991 (1)	6 380 740	97.0999	2 132.9	0.1826	0.1467
(2)	6 882 972	99.3333	2 175.8	0.1693	0.1500
(3)	7 237 551	101.0330	2 163.5	0.1754	0.1507
(4)	7 841 333	102.5330	2 217.7	0.1704	0.1510
1992 (1)	8 081 174	105.2000	2 216.3	0.1606	0.1537
(2)	8 352 298	108.8670	2 198.5	0.1510	0.1523
(3)	8 673 872	110.3670	2 169.1	0.1445	0.1433
(4)	9 176 168	111.3330	2 201.0	0.1495	0.1343
1993 (1)	9 118 474	113.5330	2 189.3	0.1318	0.1270
(2)	9 252 335	115.2000	2 168.8	0.1452	0.1207

FONTE: INE - Contas Nacionais Trimestrais, Estimativas dos Principais Agregados, Maio 1992 e Fevereiro 1994; Banco de Portugal - Dr. Carlos Robalo Marques.

## ANEXO II

TESTES *CUSUM* E *CUSUMSQ*

Fig. II.1: Soma Cumulativa dos Residuos Recursivos

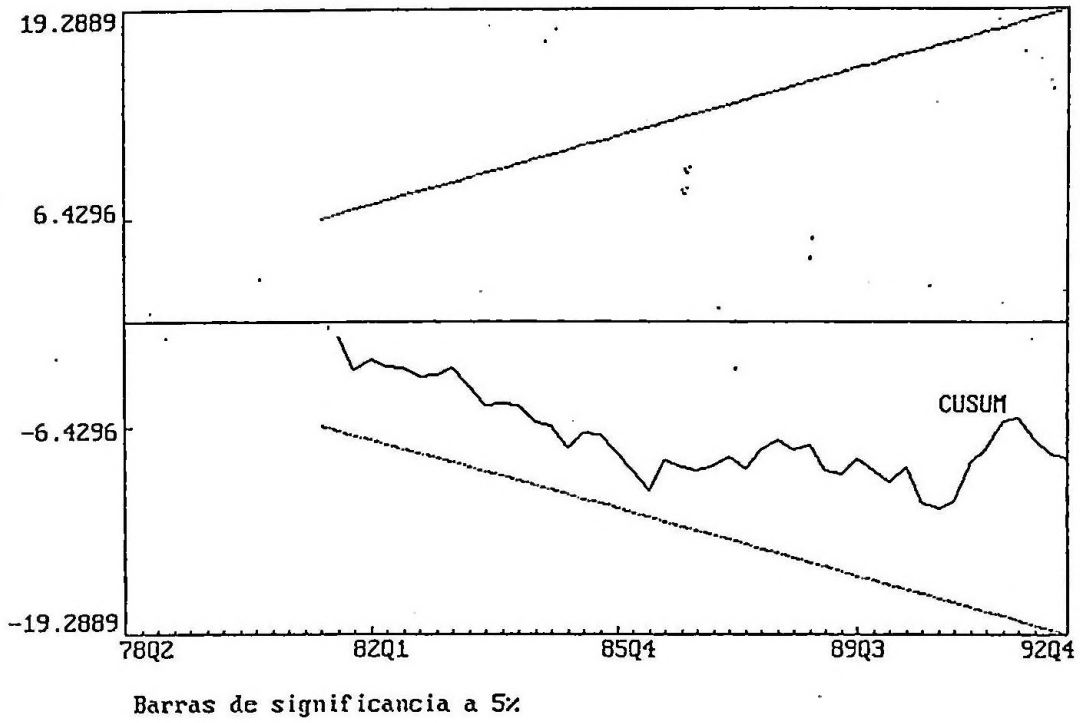
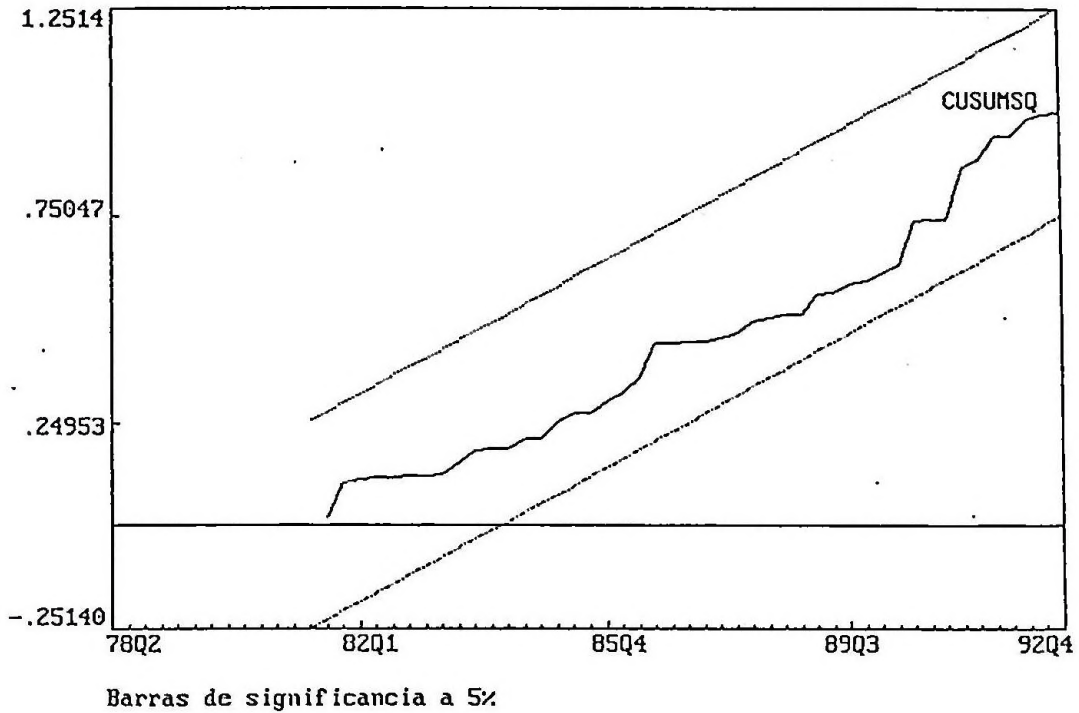


Fig. II.2: Soma Cumulativa do Quadrado dos Residuos Recursivos



## ANEXO III

### ANÁLISE DE ESTACIONARIDADE DOS PREÇOS

QUADRO III.1: TESTES DE RAÍZES UNITÁRIAS

Variável	k	$\hat{\rho}$	ADF(k)	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	LM(4)	Q(12)
$\Delta p$	3	0.58	-2.21	----	-1.91	2.58	7.42	12.49
		0.84	-1.12	0.90	----	----	6.93	12.41
		0.94	-1.09	----	----	----	7.21	13.34
$\Delta_4 \Delta p$	3	0.09	-5.07 <sup>a</sup>	12.88 <sup>a</sup>	----	----	4.66	10.98
		0.12	-4.93 <sup>a</sup>	----	----	----	4.96	10.74

Fig. III.1:  $\Delta p_t$

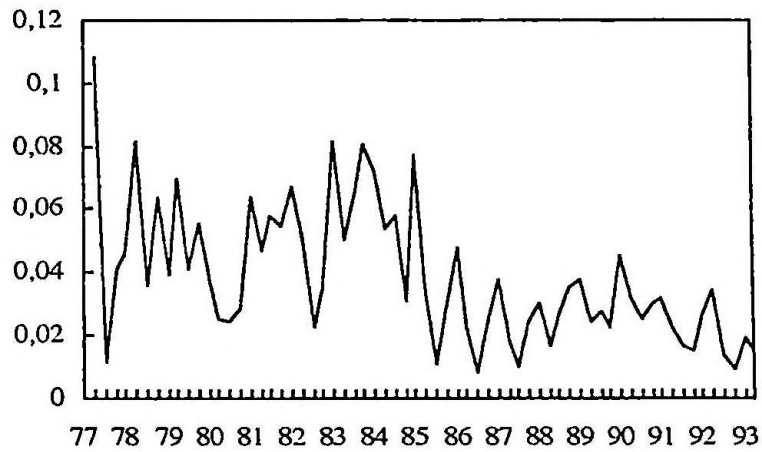
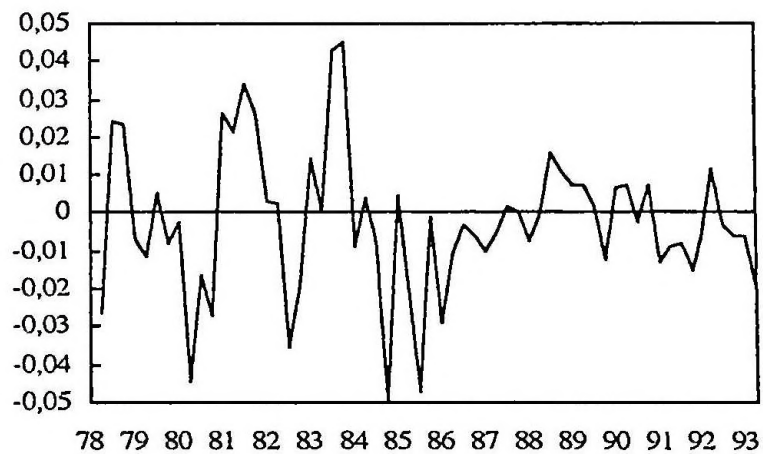
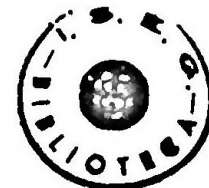


Fig. III.2:  $\Delta_4 \Delta p_t$





## BIBLIOGRAFIA

- ARESTIS, P. e P.O. DEMETRIADES (1991) "Cointegration, error correction and the demand for money in Cyprus", *Applied Economics*, 23, 9, 1417-24.
- BABA, Y., D.F. HENDRY e R.M. STARR (1992) "The demand for M1 in the U.S.A., 1960-1988", *Review of Economic Studies*, 59, 25-61.
- BANCO de PORTUGAL (1991) "Boletim Trimestral", 13, 2, Junho.
- BANCO de PORTUGAL (1992) "Boletim Trimestral", 14, 2, Junho.
- BANERJEE, A., J.J. DOLADO e R. MESTRE (1992) "On some simple tests for cointegration: the cost of simplicity", apresentado em seminário do Banco de Portugal, Outubro (revised version).
- BANERJEE, A., J.J. DOLADO, J.W. GALBRAITH e D.F. HENDRY (1993), *Co-integration, error-correction, and the econometric analysis of non-stationary data*, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e G.E. Mizon, Oxford University Press, New York.
- BANERJEE, A., D.F. HENDRY e G.W. SMITH (1986) "Exploring equilibrium relationships in econometrics through static models: some Monte Carlo evidence", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 253-77.
- BARDSËN, G. (1989) "Estimation of long run coefficients in error correction models", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 51, 2, 345-50.
- BAUMOL, W.J. (1952) "The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach", *Quarterly Journal of Economics*, 66, 4, 545-56.
- BEAULIEU, J.J. e J.A. MIRON (1993) "Seasonal unit roots in aggregate U.S. data", *Journal of Econometrics*, 55, 305-28.
- BLANGIEWICZ, M. e W.W. CHARENZA (1990) "Cointegration in small samples: empirical percentiles, drifting moments and customized testing", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 3, 303-15.

- BLOUGH, S.R. (1992) "The relationship between power and level for generic unit root tests in finite samples", *Journal of Applied Econometrics*, 7, 3, 295-308.
- BOUGHTON, J.M. (1991) "Long-run money demand in large industrial countries", *IMF Staff Papers*, 38, 1.
- BOX, G.E.P. e G.M. JENKINS (1970), *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco.
- BRUNNER, K. e A.H. MELTZER (1976) "An aggregative theory for a closed economy", in *Monetarism*, ed. J.L. Stein, North Holland, Amsterdam.
- CARR, J. e M.R. DARBY (1981) "The role of money supply shocks in the short run demand for money", *Journal of Monetary Economics*, 8, 183-200.
- CARR, J., M.R. DARBY e D.L. THORNTON (1985) "Monetary anticipations and the demand for money: reply to Mackinnon and Milbourne" *Journal of Monetary Economics*, 16, 251-7.
- CHOUDHRY, T. (1992) "The long run demand function in the United Kingdom: stable or unstable?", *Journal of Economics and Business*, 44, 335-44.
- CHOW, G.C. (1960) "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions", *Econometrica*, 28, 591-605.
- CUTHBERTSON, K. (1985) "Outstanding problems and recent developments on the demand for assets", cap. 6 in *The Supply and Demand for Money*, Basil Blackwell, Oxford.
- CUTHBERTSON, K. (1988) "The demand for M1: a forward-looking buffer-stock model", *Oxford Economic Papers*, 40, 110-81.
- CUTHBERTSON, K. e D. BARLOW (1991) "Desequilibrium, buffer stocks and consumers' expenditures of non-durables", *The Review of Economics and Statistics*, LXXIII, 4, 643-53.
- CUTHBERTSON, K. e M.P. TAYLOR (1986) "Buffer-stock money: an appraisal" cap. 5 in *The Operations and Regulation of Financial Markets*, ed. C. Goodhart, D. Currie e D. Llewellyn, Macmillan, London.
- CUTHBERTSON, K. e M.P. TAYLOR (1990) "Money demand, expectations and the forward-looking model", *Journal of Policy Modeling*, 12, 2, 289-315.

- CUTHBERTSON, K., S.G. HALL e M.P. TAYLOR (1992), *Applied Econometric Techniques*, cap. 4 e 5, Philip Allan.
- DARBY, M.R. (1972) "The allocation of transitory income among consumer assets", *American Economic Review*, LXII, 928-41.
- DAVIDSON, J. (1994) "Identifying cointegrating regressions by the rank condition", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 56, 1, 105-110.
- DIEBOLD, F.X. e M. NERLOVE (1990) "Unit roots in economic time series: a selective survey", *Advances in Econometrics*, 8, 3-69.
- DICKEY, D.A. e W.A. FULLER (1979) "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 365, 427-31.
- DICKEY, D.A. e W.A. FULLER (1981) "Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root", *Econometrica*, 49, 1057-72.
- DOLADO, J.J. (1992) "A note on weak exogeneity in VAR cointegrated models", *Economics Letters*, 38, 2, 139-44.
- DOMOWITZ, I. e C.S. HAKKIO (1990) "Interpreting an error correction model: partial adjustment, forward-looking behavior, and dynamic international money demand", *Journal of Applied Econometrics*, 5, 29-46.
- ENGLE, R.F. (1982) "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation", *Econometrica*, 50, 987-1008.
- ENGLE, R.F. e C.W.J. GRANGER (1987) "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing", *Econometrica*, 55, 2, 251-76.
- ENGLE, R.F. e C.W.J. GRANGER (1991) "Introduction", in *Long-Run Economic Relationships, Readings in Cointegration*, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e R.F. Engle, Oxford University Press, New York.
- ENGLE, R.F. e B.S. YOO (1987) "Forecasting and testing in cointegrated systems", *Journal of Econometrics*, 35, 143-59.
- ENGLE, R.F. e B.S. YOO (1991) "Cointegrated economic time series: an overview with new results" in *Long-Run Economic Relationships, Readings in Cointegration*, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e R.F. Engle, Oxford University Press, New York.

- ERICSSON, N.R. (1992) "Cointegration, exogeneity and policy analysis: an overview", *Journal of Policy Modeling*, 14, 3, 251-80.
- FISHER, A.M. (1990) "Cointegration and I(0) measurement error bias", *Economics Letters*, 34, 255-59.
- FRIEDMAN, M. (1956), *Studies in the Quantity Theory of Money*, University of Chicago Press, Chicago.
- GARCIA, D. e H.O. ZAPATA (1991) "Co-integration, error correction and the Fisher effect: a clarification", *Applied Economics*, 23, 8, 1367-68.
- GEOURTSOUS, D.A. e G.P. KOURETAS (1992) "Long-run purchasing power parity in the 1920s: the Greek experience", *Applied Economics*, 24, 1301-6.
- GODFREY, L.G. (1978) "Testing against general autoregressive and moving average errors models when the regressors include lagged dependent variables", *Econometrica*, 46, 1293-302.
- GOLDFELD, S.M. (1973) "The demand for money revisited", *Brooking Papers of Economic Activity*, 13, 577-638.
- GOLDFELD, S.M. (1976) "The case of the missing money", *Brooking Papers of Economic Activity*, 3, 683-730.
- GOODHART, C. (1984), *Monetary Theory and Practice: the UK experience*, Macmillan, London.
- GOODHART, C. (1989) "The conduct of monetary policy", *The Economic Journal*, 99, 293-46.
- GRANGER, C.W.J. (1981) "Some properties of time series data and their use in econometric model specification", *Journal of Econometrics*, 16, 121-30.
- GRANGER, C.W.J. (1986) "Developments in the study of cointegrated economic variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 3, 213-28.
- GRANGER, C.W.J. (1991) "Some recent generalizations of cointegration and the analysis of long-run relationships", in *Long-Run Economic Relationships*, Readings in Cointegration, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e R.F. Engle, Oxford University Press, New York.

- GRANGER, C.W.J. e Tae-Hwy LEE (1989) "Investigation of production, sales and inventory relationships using multicointegration and non-symmetric error correction models", *Journal of Applied Econometrics*, 4, 145-59.
- GRANGER, C.W.J. e Tae-Hwy LEE (1991) "Multicointegration", in *Long-Run Economic Relationships*, Readings in Cointegration, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e R.F. Engle, Oxford University Press, New York.
- GUILKEY, D.K. e P. SCHMIDT (1989) "Extended tabulations for Dickey-Fuller tests", *Economic Letters*, 31, 4, 355-57.
- HAFER, R.W. e D.W. JANSEN (1991) "The demand for money in the United States: evidence from cointegration tests", *Journal of Money, Credit and Banking*, 23,2, 155-68.
- HALL, A. (1989) "Testing for a unit root in the presence of moving average errors", *Biometrika*, 76, 1, 49-56.
- HALL, A. (1992) "Testing for a unit root in time series using instrumental variable estimators with pretest data based model selection", *Journal of Econometrics*, 54, 1, 3, 223-50.
- HALL, S.G., S.G.B. HENRY e J.B.WILCOX (1990) "The long-run determination of the UK monetary aggregates", *Economic Modelling at the Bank of England*, ed. S.G.B. Henry e K.D. Patterson, Chapman and Hall.
- HALLAM, D. (1991) "Cointegration and error correction models: an introduction", apresentado em Agricultural Economics Society Conference, Nottingham, Abril.
- HAMBURGUER, M.J. (1977) "Behavior of the money stock: is there a puzzle?", *Journal of Monetary Economics*, 3, 3, 265-88.
- HENDRY, D.F. (1986) "Econometric modelling with cointegrated variables: an overview", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 3, 201-12.
- HENDRY, D.F. (1987) "Econometric methodology: a personal perspective", in *Advances in Econometrics*, vol.2, ed. T. Bewley, Cambridge University Press, Cambridge, 29-48.
- HENDRY, D.F. e R.N. ERICSSON (1991a) "Modeling the demand for narrow money in the United Kingdom and the United States", *European Economic Review*, 35, 833-81.

- HENDRY, D.F. e R.N. ERICSSON (1991b) "An econometric analysis of U.K. money demand in Monetary trends in the United States and the United Kingdom, by Milton Friedman and Anna J. Schwartz", *The American Economic Review*, 81, 1, 8-38.
- HENDRY, D.F., A.R. PAGAN e J.D. SARGAN (1984) "Dynamic specification", cap.18 in *Handbook of Econometrics*, vol. 2, ed. Zvi Griliches e M.D. Intriligator, North-Holland, Amsterdam.
- HENDRY, D.F. e J.F. RICHARD (1982) "On the formulation of empirical models in dynamic econometrics", *Journal of Econometrics*, 20, 3-33.
- HILLEBERG, S., R.F. ENGLE, C.W.J. GRANGER e B.S. YOO (1990) "Seasonal integration and cointegration", *Journal of Econometrics*, 44, 215-38.
- HILLEBERG, S. e G.F. MIZON (1989) "Cointegration and error correction mechanisms", *The Economic Journal*, 99, 113-25.
- HOFFMAN, D.L. e R.H. RASCHE (1991) "Long-run income and interest elasticities of money demand in the United States", *The Review of Economics and Statistics*, LXXIII, 4, 665-74.
- HURN, A.S. e V.A. MUSCATELLI (1992) "Testing superexogeneity: the demand for broad money in the UK", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 4, 543-56.
- IRELAND, J. e S. WREN-LEWIS (1992) "Buffer stock money and the company sector", *Oxford Economic Papers*, 44, 2, 209-31.
- JARQUE, C.M. e A.K. BERA (1980) "Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals", *Economics Letters*, 6, 255-9.
- JOHANSEN, S. (1988) "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-54.
- JOHANSEN, S. (1992) "Testing weak exogeneity and the order of cointegration in UK money demand data", *Journal of Policy Modeling*, 14, 3, 313-34.
- JOHANSEN, S. e K. JUSELIOUS (1990) "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand of money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 2, 169-210.
- JUDD, J.P. e J.L. SCADDING (1982) "The search for a stable money demand function: a survey of the post-1973 literature", *Journal of Economic Literature*, 20, 993-1023.

- KAHN, J.A. e M. OGAKI (1992) "A consistent test for the null of stationarity against the alternative of a unit root", *Economics Letters*, 39, 1, 7-11.
- KARFAKIS, C.I. (1991) "Monetary policy and the velocity of money in Greece: a cointegration approach", *Applied Financial Economics*, 1, 123-8.
- KEIL, M.W. e W. RICHARDSON (1990) "A comparison among partial adjustment, rational expectations and error correction estimates of the Canadian demand for money", *Journal of Applied Econometrics*, 5, 273-91.
- KOENKER, R. (1981) "A note on studentizing a test for heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 17, 107-12.
- KRAMER, W., W. PROBERGER e R. ALT (1988) "Testing for structural change in dynamic models", *Econometrica*, 56, 6.
- KUNST, R. e K. NEUSSER (1990) "Cointegration in a macroeconomic system", *Journal of Applied Econometrics*, 5, 351-65.
- KWIATKOWSKI, D., P.C.P. PHILLIPS, P. SCHMIDT e Y. SHIN (1992) "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure we are that economic time series have a unit root?", *Journal of Econometrics*, 54, 1, 3, 159-78.
- LAIDLER, D.E.W. (1980) "The demand for money in the United States - yet again", *On the State of Macroeconomics*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, ed. Karl Brunner e Allan H. Meltzer, North-Holland, Amsterdam, 219-71.
- LAIDLER, D.E.W. (1983) "The buffer stock notion in monetary economics", *Economic Journal*, Supplement, 94, 17-34.
- LAIDLER, D.E.W. (1985) "Comment on money demand predictability", *Journal of Money, Credit and Banking*, 17, 4, 2, 647-53.
- LAIDLER, D.E.W. (1986) "What do we really know about monetary policy?", *Australian Economic Papers*, 25, 46, 1-16.
- LAIDLER, D. e P. O'SHEA (1990) "An empirical macro-model of an open economy under fixed exchange rates: the United Kingdom, 1954-1970", *Economica*, 47, 186, 141-58.
- LIEBERMAN, C. (1977) "The transactions demand for money and technological change", *Review of Economics and Statistics*, 59, 3, 307-17.

- LIM, G.C. e R. DIXON (1991) "Long and short-run demand currency by the non-bank private sector", *Applied Financial Economics*, 1, 3, 159-64.
- LJUNG, G.M. e G.E.P. BOX (1978) "On a measure of lack of fit in time series models", *Biometrika*, 65, 297-303.
- MACKINNON, J.G. (1991) "Critical values for cointegration tests", in *Long-Run Economic Relationships*, Readings in Cointegration, Advanced Texts in Econometrics, ed. C.W.J. Granger e R.F. Engle, Oxford University Press, New York.
- MACKINNON, J.G. e R.D. MILBOURNE (1984) "Monetary anticipations and the demand for money", *Journal of Monetary Economics*, 13, 263-74.
- MARQUES, C.R. e M.C. LOPES (1992) "Choosing an aggregate for monetary policy: a cointegration approach", WP 24-92, Banco de Portugal.
- MARTNER, R.F. e D.K. TITLEMAN (1993) "Un análisis de cointegración de las funciones de demanda de dinero: el caso de Chile", *El Trimestre Económico*, LX(2), 238, 413-46.
- MILBOURNE, R. (1987) "Re-examining the buffer-stock model of money", *Economic Journal*, Conference Supplement, 97, 130-42.
- MOORE, B.J. (1988), *Horizontalists and Verticalists: the Macroeconomics of Credit Money*, Cambridge University Press, Cambridge.
- MUSCATELLI, V.A. (1988) "Alternative models of buffer-stock money: an empirical investigation", *Scottish Journal of Political Economy*, 35, 1, 1-21.
- MUSCATELLI, V.A. e S. HURN, (1992) "Cointegration and dynamic time series models", *Journal of Economic Surveys*, 6, 1, 1-43.
- OSTERWALD-LENUM, M. (1992) "A note with fractiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics: four cases", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 461-72.
- OWEN, P.D. e K.J. FOX (1992) "Monetary anticipations and the demand for money: further tests of shock-absorber price equations", *Journal of Macroeconomics*, 14, 1, 1-14.
- PANTULA, S. e A. HALL (1991) "Testing for unit roots in autoregressive moving average models: an instrumental variables approach", *Journal of Econometrics*, 48, 325-53.

- PARK, J.Y. (1992) "Canonical cointegration regressions", *Econometrica*, 60, 1, 119-44.
- PEREIRA, P.L.V. (1988) "Co-integração: uma resenha com aplicações a séries brasileiras", *Revista de Econometria*, VIII, 7-29.
- PERRON, P. (1990) "Tests of joint hypotheses for time series regression with a unit root", *Advances in Econometrics*, 8, 135-59.
- PESARAN, M.H. e B. PESARAN (1991) "MICROFIT 3.0 - An Interactive Econometric Software Package - User Manual", *Oxford University Press*.
- PHILLIPS, P.C.B. e M. LORETAN (1991) "Estimating long-run economic equilibria", *Review of Economic Studies*, 58, 407-36.
- PHILLIPS, P.C.B. e S. OULIARIS (1990) "Asymptotic properties of residual based tests for cointegration", *Econometrica*, 58, 1, 165-93.
- PHILLIPS, P.C.B. e P. PERRON (1988) "Testing for a unit root in time series regression", *Biometrika*, 75, 2, 335-46.
- PODIVINSKY, J.M. (1992) "Small sample properties of linear restrictions on cointegrating vectors and their weights", *Economics Letters*, 39 1, 13-8.
- RAMSEY, J.B. (1969) "Tests for specification errors in classical linear least squares regression analysis", *Journal of the Royal Statistical Society*, B, 31, 350-71.
- REICHLIN, L. (1989) "Structural change and unit roots econometrics", *Economic Letters*, 31, 231-3.
- ROBALO, C. (1992) "Cointegration and dynamic specification", WP 16-92, Banco de Portugal.
- ROSE, A.K. (1985) "An alternative approach to the American demand for money", *Journal of Money, Credit and Banking*, 77, 4, 439-55.
- SAID, S.E. e D.A. DICKEY (1984) "Testin for unit roots in ARMA models of unknown order", *Biometrika*, 71, 599-607.
- SALMON, M. (1982) "Error correction mechanisms", *The Economic Journal*, 92, 615-29.
- SARGAN, J.D. e A. BHARGAVA (1983) "Testing residuals from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk", *Econometrica*, 51, 153 - 74.

- SCHMIDT, P. (1990) "Dickey-Fuller tests with drift", *Advances in Econometrics*, 8, 161-200.
- SCHWERT, G.W. (1987) "Effects of model specification on tests for unit roots in macroeconomic data", *Journal of Monetary Economics*, 20, 73-103.
- SCHWERT, G.W. (1989) "Tests for unit roots: a Monte Carlo investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, 7, 2, 147-59.
- STOCK, J.H. (1987) "Asymptotic properties of least squares estimators of cointegrating vectors", *Econometrica*, 55, 5, 1035-56.
- STOCK, J.H. e M.W. WATSON (1988) "Testing for common trends", *Journal of the American Statistical Association*, 83, 1097-107.
- STOCK, J.H. e M.W. WATSON (1991) "A simple estimator of cointegrating vectors in higher order integrated systems", *Econometrica*, 61, 4, 783-820.
- TAYLOR, M.P. (1987) "Financial innovation, inflation and the stability of the demand for broad money in the United Kingdom", *Bulletin of Economic Research*, 39, 3, 225-33.
- TOBIN, J. (1956) "The interest-elasticity of transactions demand for cash", *Review of Economics and Statistics*, 38, 3, 241-47.
- TOBIN, J. (1958) "Liquidity preference as behavior towards risk", *Review of Economic Studies*, 25, 2, 65-86.
- WALSH (1984) "Interest rate volatility and monetary policy", *Journal of Money, Credit and Banking*, 16, 2, 133-50.

