

## NIVELAMENTO

---

# Ensaio Experimental do Método Roussilhe

POR

**ERNESTO BAPTISTA DE ARAÚJO**

Engenheiro-Agrônomo

---

### Sumário

#### INTRODUÇÃO

Parte I — TRABALHOS PRELIMINARES

1) Reconhecimento e Triangulação; 2) Sinalização e Fotografia; 3) Nivelamento.

Parte II — TRABALHOS DE CAMARA ESCURA

4) Restituição; 5) Interpretação de Relêvo.

Parte III — APRECIACÃO DOS RESULTADOS

6) Índice de precisão; 7) Esboço crítico; 8) Conclusão.

### INTRODUÇÃO

Como se sabe, o método aerofotogramétrico de Roussilhe consiste essencialmente em transformar a perspectiva do terreno, tomada duma aeronave e fixada numa chapa fotográfica, em uma outra perspectiva — obtida por projecção luminosa da chapa num alvo — equivalente,

---

NOTA — Trabalho submetido à apreciação do Conselho Escolar do Instituto Superior de Agronomia, em Janeiro de 1937, que lhe atribuiu o prémio «Augusto da Cunha Ramos» referente ao ano lectivo de 1936-1937. O autor agradece a cooperação do Gabinete de Topografia do Instituto Superior de Agronomia e dos Serviços Topográficos do Ministério da Agricultura, sem a qual não lhe teria sido possível reunir o material indispensável para este estudo. Endereça em especial os seus agradecimentos ao Sr. Professor Dr. Vítor Hugo de Lemos, do curso de Topografia e Elementos de Geodesia, e aos srs. Professor António de Matos Barreto, Comandante Jaime de Sá Viana Couceiro e Engenheiro-Agrônomo Frederico Lehman Taveira, respectivamente chefe e técnicos da Repartição de Agrimensura do Ministério da Agricultura.

quando o terreno é plano e horizontal, a planta topográfica da parcela primitivamente fotografada (Fig. 1).

Consegue-se este objectivo fazendo coincidir a imagem de quatro pontos — designados «fundamentais de restituição» — bem definidos na chapa, convenientemente espaçados no terreno e de cotas e coordena-

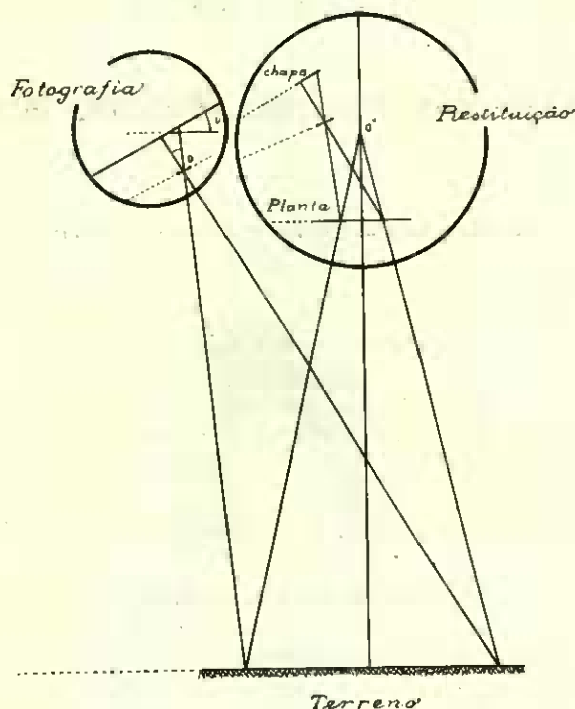


Fig. 1

das conhecidas, com a posição dos mesmos pontos previamente marcada num alvo, a uma escala conveniente (escala do levantamento).

Variando a inclinação da chapa e do alvo e as suas posições em relação a uma lente, consegue-se — conjugando os planos da chapa, do alvo e plano principal da lente — obter, por tentativas sucessivas, a sobreposição dos pontos assinalados na chapa com os seus homólogos no alvo.

Diz-se, então, que a chapa se encontra «restituída».

Substituindo o alvo por uma fôlha de papel emulsionado, montada numa chapa de cristal, obtém-se pelos processos fotográficos usuais uma cópia da imagem restituída ou «prova restituída» que será a planta da parcela fotografada sempre que o terreno possa considerar-se plano, como anteriormente dissemos.

\* \* \*

Quando o terreno é acidentado, a perspectiva de pontos de cotas diferentes — formada na câmara fotográfica — corresponde à posição virtual desses pontos quando projectados num plano ideal conjugado do plano da chapa fotográfica (perspectiva do relêvo).

Da restituíção resulta, agora, uma projecção cônica ortogonal dessa imagem virtual do terreno (Fig. 2).

Torna-se, portanto, necessário atender à «deformação do relêvo» para que a prova restituída continue a ser a planta topográfica do terreno.

Admitindo — de momento — que todos os pontos fundamentais de restituíção ( $R, r, r', r_1$ ) têm a mesma cota  $dN$  (Fig. 2), as diferentes posições  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  do alvo do aparelho restituídor serão sucessivamente rejeitadas até que a coincidência desejada se realiza no plano  $P$ .

Verifica-se, então, que todos os pontos do terreno de cota  $dN$  se projectam no «plano de restituíção»  $P$ , mantendo a sua posição cartesiana.

Por êste motivo, diz-se que o plano de restituíção tem a cota  $dN$ .

Os pontos de cota diferente de  $dN$  apresentam-se deslocados (Fig. 3) de uma grandeza  $c$  proporcional à sua cota  $h$ , em relação ao plano de restituíção figurado.

\* \* \*

O aparelho restituídor fornece elementos que permitem definir a posição do centro da perspectiva  $O$ , em relação ao plano de restituíção, e determinar para cada ponto considerado o traço — nesse plano — do seu plano projectante (Fig. 4).

Da relação:

$$\frac{D}{H} = \frac{c}{h}$$

vem:

$$c = h \frac{D}{H}$$

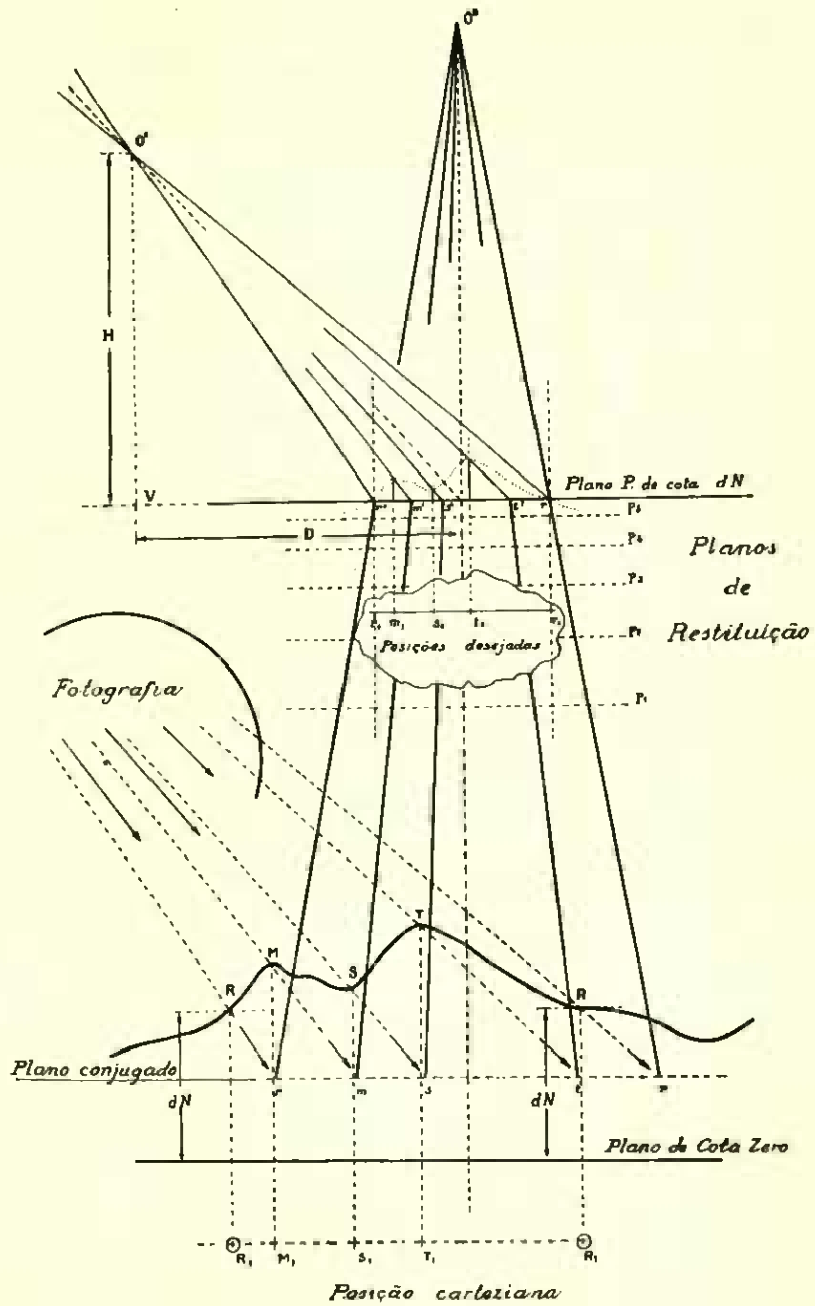


Fig 2

Portanto, conhecida a cota  $h$  de um ponto em relação ao plano de restituição, os elementos  $H$ , pé da perpendicular  $V$ , e  $D$ , referentes a esse plano, é sempre possível determinar a posição verdadeira do ponto, marcando ao longo do traço  $m'V$  do seu plano projectante, o comprimento  $c$  (Fig. 4).

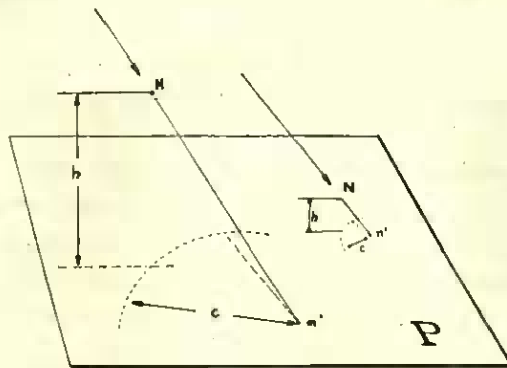


Fig. 3

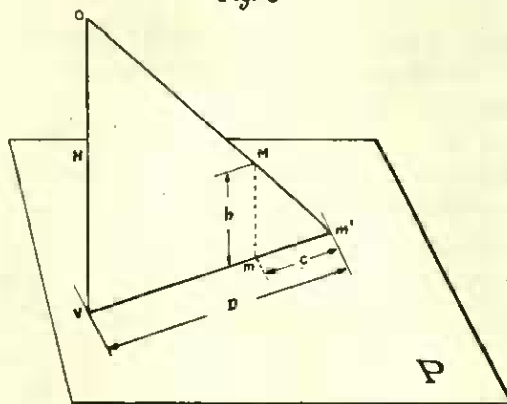


Fig. 4

De maneira análoga, quando um ponto fundamental de restituição não « existe » no plano de restituição escolhido, é possível — conhecida a sua cota — marcar num traço projectante « provisório » — deduzido de uma restituição aproximada — a sua posição aparente no plano considerado e, por sucessivas aproximações, fazer a restituição utilizando a posição aparente de pontos fundamentais desigualmente afastados do plano do alvo.

\* \* \*

Geralmente a altimetria da parcela fotografada, com excepção de quatro pontos de restituição, não é conhecida.

A solução que acabamos de apontar para a correcção da deformação de relêvo restringe-se, por consequência, aquêles pontos fundamentais.

A determinação da posição planimétrica do « detalhe » consegue-se — independentemente do conhecimento da sua altimetria — pela intercepção de dois ou mais traços de planos projectantes de cada ponto a « levantar », correspondentes a outras tantas fotografias diferentes ou « estações fotogramétricas » da mesma região da parcela (Fig. 5) de terreno (1).

Então, referenciando um papel vegetal aos pontos fundamentais das restituições de várias fotografias sobrepostas, podemos desenhar, para cada estação fotogramétrica, os traços projectantes de tódas as imagens dos pontos notáveis representados nas fotografias e obter a planta da parcela do terreno (Fig. 6) definindo por intercepções, a posição planimétrica de cada ponto do detalhe.

\* \* \*

De maneira inversa, definida a posição planimétrica dum ponto, torna-se possível determinar a sua diferença de nível em relação a um plano de restituição de cota conhecida  $dN$ .

Sendo  $H$  (Fig. 4), um dos elementos determinados no decorrer do processo de restituição, para deduzirmos o valor de  $h$  do ponto  $M$ , basta medir directamente sôbre a planta desenhada no papel vegetal — a que já nos referimos — o segmento  $c$  de traço do plano projectante compreendido entre a posição planimétrica  $m$  do ponto e a sua imagem perspectiva  $m'$  e a distância  $D$  desta imagem ao « pé da perpendicular »  $V$ .

Da relação anteriormente estabelecida :

$$\frac{D}{H} = \frac{c}{h}$$

virá então :

$$h = c \frac{H}{D}$$

---

(1) Obtém-se o maior número de estações, com o mínimo dispêndio de chapas fotográficas por unidade de superfície, fazendo a fotografia sobreposta—lateral e longitudinalmente—de 1/2 do seu formato, prática que, por ser a mais económica, é usualmente adoptada.

É evidente que — para um valor constante de  $h$  — o comprimento  $c$  do «vector» representativo de cota varia na razão inversa (Fig. 7) de:

$$\frac{H}{D} = \operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{cotg} i$$

Por conseqüência, obteremos um maior rigor na determinação do relêvo do terreno elevando o valor do ângulo  $i$  de inclinação da chapa,

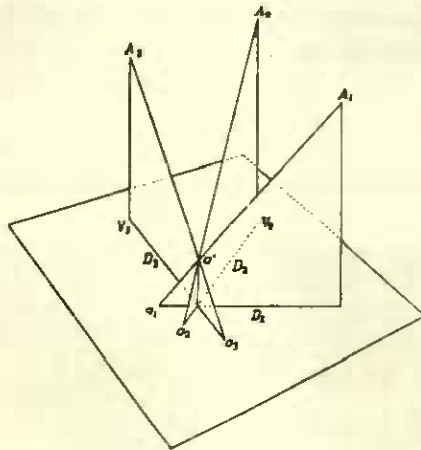


Fig. 5

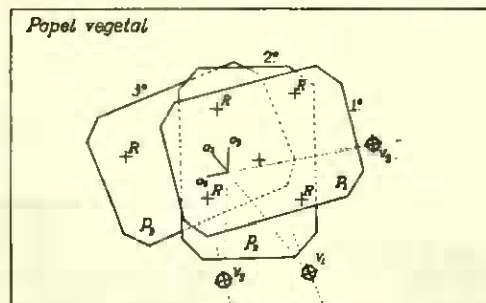


Fig. 6

no momento da fotografia, de maneira a utilizarmos as limitadas possibilidades de medição, de que podemos dispor, na apreciação de vectores em que a representação gráfica da cota se realiza em uma *escala* mais conveniente.

\* \* \*

Roussilhe constatou que várias circunstâncias, consideradas desprezíveis no caso da fotografia zenital, dão origem a deformações apreciáveis da perspectiva que aumentam rapidamente com o valor do ângulo de inclinação da chapa.

Estes erros estabelecem um limite ao acréscimo de rigor da interpretação do relevo, obtido pelo aumento do ângulo  $i$ .

Assim, tomando 6.400.000 m. para valor médio do raio da Terra e avaliando o efeito da refração segundo a lei de Biot, Roussilhe calculou — para diferentes alturas de vôo ( $H$ ) e diferentes distâncias ( $D$ ) do ponto visado, ao «pé da perpendicular» — os seguintes valores para a «deformação total de refração e esfericidade»:

$H$ em metros	Valores de $D$ em metros					
	500	1000	1500	2000	2500	3000
500	- 1 cm.	- 13 cm.	- 46 cm.	- 110 cm.	- 217 cm.	- 376 cm.
1000	0	- 6	- 21	- 54	- 107	- 186
1500	0	- 3	- 13	- 34	- 69	- 121
2000	+ 1	- 1	- 8	- 24	- 50	- 89
2500	+ 1	0	- 6	- 17	- 37	- 68
3000	+ 1	+ 1	- 3	- 12	- 28	- 54

É evidente que estes erros, *actuando apenas* sobre o valor do ângulo nadiral da projectante de cada ponto da perspectiva, não modificam o valor do ângulo azimutal dos seus planos projectantes.

Por consequência, não havendo alteração da posição planimétrica de cada ponto (definida pela intersecção de traços de planos projectantes), a deformação total de refração e esfericidade vai afectar, de todo o seu valor, o comprimento dos vectores representativos de cota.

Se admitirmos que a fracção mínima de apreciação do comprimento do vector sôbre o desenho, é de 0,1 m/m., podemos, do quadro anterior, deduzir os seguintes valores limites para  $D$ , (Roussilhe):

Escala do levantamento	Aproximação exigida: 0,1 m/m	Para		
		$H = 1.000$	$H = 2.000$	$H = 3.000$
1/1000	10 cm.	$D = 1160$ m.	$D = 1580$ m.	$D = 1900$ m.
1/2000	20 cm.	$D = 1460$ m.	$D = 1900$ m.	$D = 2260$ m.
1/5000	50 cm.	$D = 1960$ m.	$D = 2500$ m.	$D = 2920$ m.

Conhecida a distância focal da objectiva e o formato da chapa fotográfica a empregar, podemos referir o valor dos ângulos deduzidos dos valores de  $H$  e  $D$  do quadro anterior, ao eixo óptico da objectiva, calculada a sua abertura.

Obteremos, então, os valores limites do ângulo de inclinação da chapa indicados no quadro da página seguinte, em função da tolerância admitida para a deformação de refração e esfericidade (Roussilhe).

\* \* \*

Por outro lado, admitindo que o granulado da emulsão da chapa permite levar a apreciação da nitidez da imagem ao centésimo de milímetro, Roussilhe estabeleceu a seguinte tabela de tolerâncias para a profundidade de foco ( $F$ ):

Altura de vôo	$F = 31$ cm.	$F = 50$ cm.
1.000	106 m.	40 m.
2.000	422 m.	160 m.
3.000	950 m.	360 m.

ÂNGULOS LIMITES  
DE INCLINAÇÃO DA CHAPA

Câmara Fotográfica	Tolerância cm.	H metros	$i$ V. limites
F = 31 cm. 18 x 24 A. ang. 49°30'	10	1.000	24° 29'
		2.000	13 34
		3.000	7 36
	20	1.000	33° 50'
		2.000	18 47
		3.000	12 14
	50	1.000	38° 13'
		2.000	26 35
		3.000	19 28
F = 50 cm. 18 x 24 A. ang. 31°46'	10	1.000	33° 16'
		2.000	22 21
		3.000	16 23
	20	1.000	42° 37'
		2.000	27 34
		3.000	21 01
	50	1.000	47° 00'
		2.000	35 00
		3.000	28 15

Torna-se pois necessário que a distância entre o primeiro e o último plano da perspectiva não ultrapasse a tolerância de profundidade de foco estabelecida, para que a nitidez da fotografia inclinada não seja prejudicada e, com ela, o rigor da localização dos pontos visados (1).

(1) Gruber, cita experiências interessantes sobre emulsões e o seu « poder resolvente » em que parece demonstrar-se que, embora a hipótese de Roussilhe tenha realização no laboratório (condições óptimas de luz artificial), na prática (fotografia à luz solar) os resultados obtidos são *três a quatro vezes inferiores* àqueles. Parece provado que emulsões capazes de ser impressionadas em « instantâneo », não tem, praticamente, poder resolvente superior a 0,03 ou 0,04 m/m.

Esta é, possivelmente, a razão porque, comparando fotografias tiradas com a mesma câmara a 500 m. e a 2.000 m. de altitude, sem prévia correcção de foco,

Por último, constata-se que, à medida que o ângulo de inclinação da chapa aumenta, a conjugação — no aparelho restituidor — do plano da chapa, plano do alvo e plano principal da objectiva, dá origem a um

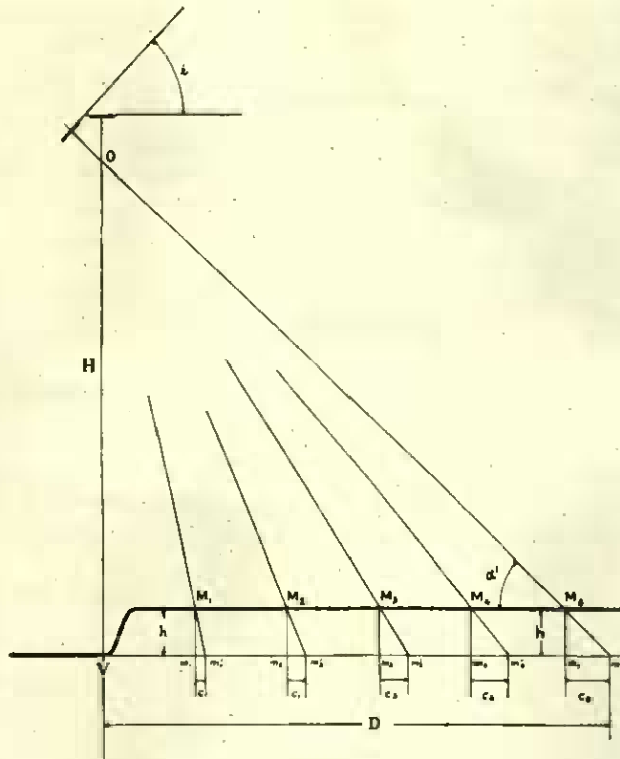


Fig. 7

acréscimo do ângulo de descentramento  $\mu$ . Quando este descentramento é muito pronunciado (Fig. 8), do deslocamento do cone de anas-

não se encontra motivo que justifique a enorme importância que Roussilhe dá à tolerância de profundidade de foco.

Gruber, também se refere a emulsões (chapa Taupenot) em que o poder resolvente vai a 0,003 m/m e mesmo a 0,0003 m/m (três décimos de micron). Noutro local (*Science et la Vie*) afirma-se a possibilidade de reduzir fotograficamente uma página de um livro ou toda uma folha de carta topográfica do exército, a uma pequena mancha apenas perceptível a olho nu, utilizando emulsões coloidais de fórmula ainda secreta. Porém, estas emulsões, são em qualquer dos casos demasiado lentas para poderem utilizar-se em aerofotogrametria.

tigmatismo da objectiva, resulta que a parte superior da imagem obtida no alvo — onde seria de esperar encontrar as melhores condições para uma mais rigorosa interpretação do relevo — fica sujeita a fenómenos de distorção, aberrações cromáticas, cômas e outras deformações provenientes do mau funcionamento da objectiva submetida a feixes luminosos tão obliquos (Gruber).

Roussilhe, ponderando estes factos em conjunto com o resultado

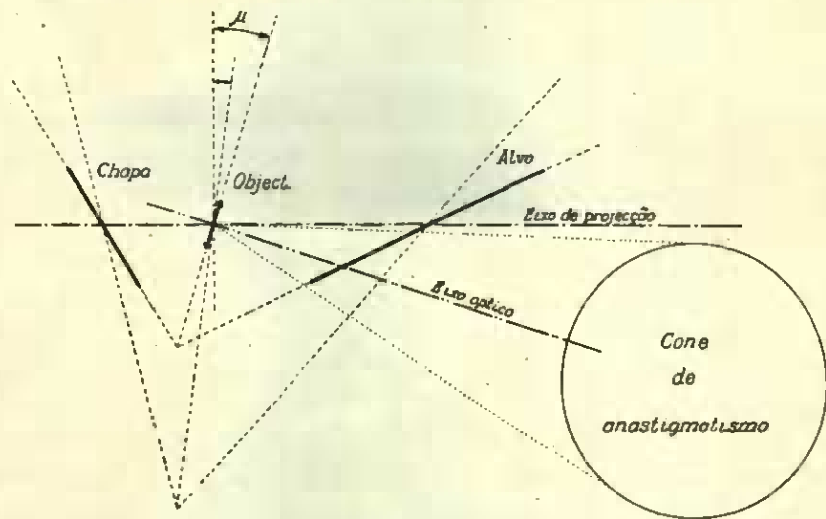


Fig. 8

de vários ensaios por ele realizados (1921), aconselha como « limite prático » a inclinação de  $30^\circ$ , valor que parece ser o mais conveniente para a melhor interpretação do relevo, embora não satisfaça exactamente nenhum dos considerandos apontados.

Portanto, adoptando como norma aquêle ângulo de inclinação, torna-se indispensável não perder de vista o quadro de inclinações limites anteriormente apresentado e atender, quando necessário, à deformação de refração e esfericidade.

No entanto, mesmo sem descer a tal meticulosidade, Roussilhe baseando-se em elementos colhidos no decorrer dos trabalhos aerofotogramétricos de reorganização do Cadastro em Vignemont (escala 1/2.000), pôde concluir que, do emprêgo da fotografia inclinada a  $30^\circ$  resultava uma precisão na determinação da altimetria que ele exprime pelo « desvio médio » de 0,28 m.

Depois de Vignemont, Roussilhe estuda sobretudo o aspecto económico do seu método, tendo apenas ocasião de verificar a precisão planimétrica obtida nos levantamentos realizados em diferentes escalas.

Ainda que reconheça a deficiência de dados que fundamentem opinião segura sobre a precisão do levantamento altimétrico por meio da fotografia muito inclinada, Roussilhe, em face dos melhoramentos introduzidos na construção de material mais recente (1927), deixa antever a possibilidade de se obter uma « precisão homogénea » em altimetria e planimetria de cerca de 0,20 m. nos levantamentos na escala 1/2.000.

\* \* \*

Pretendemos, neste trabalho, determinar experimentalmente a precisão dum nivelamento aerofotogramétrico realizado pelo método de Roussilhe nas condições óptimas, anteriormente apontadas.

Para isso, vamos calcular pelo método fotogramétrico as cotas de uma centena de pontos bem definidos no terreno e comparar os resultados com os valores obtidos por outro método de nivelamento de maior rigor e precisão conhecida.

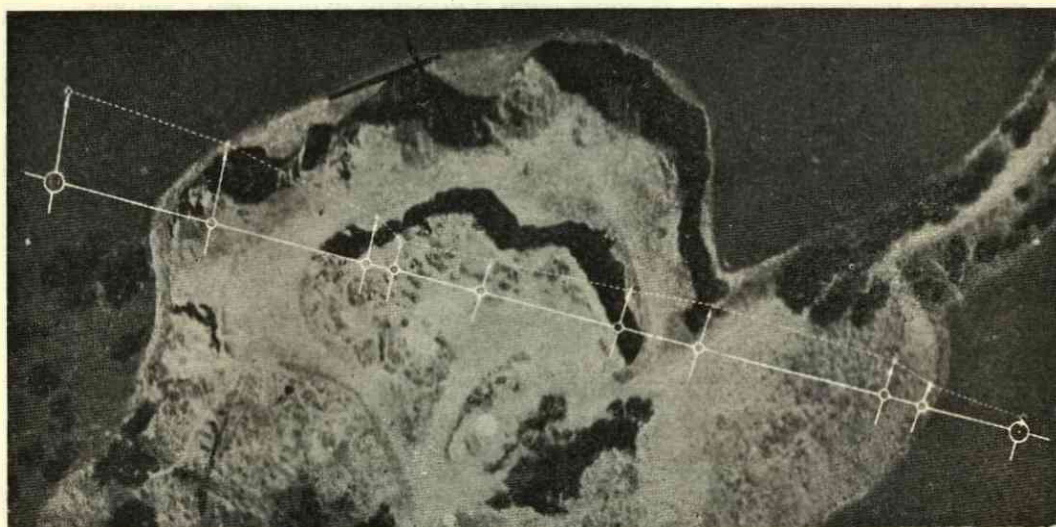
Seguindo o processo clássico de análise dos desvios tentaremos chegar a uma conclusão sobre a precisão dos trabalhos que vamos realizar.

Para maior facilidade de comparação e apreciação do método, abandonaremos o índice de precisão escolhido por Roussilhe e adoptaremos outro de uso mais generalizado em topografia.

A escala do levantamento parece ter interêsse muito secundário na avaliação da precisão do método de nivelamento que nos propomos estudar.

A interpretação do relêvo, sendo estruturalmente de carácter gráfico, está sujeita a erros que no desenho se mantem constantes, em valor absoluto, independentemente da escala em que se executa o levantamento.

Nestas circunstâncias, resolvemos efectuar a experiência na escala 1/1.000 que além de muito frequente nos levantamentos requisitados à Repartição de Agrimensura cujo material utilizámos, é aquela que permite ao método de Roussilhe representar o relêvo com maior aproximação.



Fot. 1

## DEFORMAÇÃO DE RELÉVO

Em virtude do relêvo os pontos sinalizados, colocados segundo um alinhamento (*linha desenhada a cheio*) aparecem deslocados da posição verdadeira proporcionalmente à sua cota acima do plano de restituição, ficando dispostos segundo uma linha quebrada (*representada na fotografia a tracejado*).

## PARTE I

### TRABALHOS PRELIMINARES

#### 1) Reconhecimento e Triangulação

A Tapada da Ajuda estava, por tôdas as razões, naturalmente indicada para campo da nossa experiência.

Um breve reconhecimento levou-nos a escolher para local dos trabalhos a região no extremo norte da Tapada, compreendida entre o sitio do Casalinho, Vinha Velha, Alto da Casa Branca e Geradora.

Este trato de terreno, de cerca de 30 hectares, quasi na totalidade livre de arvoredos e de relêvo muito acentuado — circunstâncias muito convenientes para a nossa experiência — é dominado em grande parte pela cúpula do observatório da Tapada e pelo «Marco n.º 7», vértices da antiga triangulação geral da Tapada que constituem uma base de considerável precisão (1) e de fácil desenvolvimento para a determinação de coordenadas dos pontos fundamentais de restituição de que vamos necessitar.

O trabalho foi iniciado pela implantação de uma série de marcos de cantaria que, ligados àquela base, formam uma dupla cadeia de

---

(1) A triangulação geral da Tapada, realizada em 1928 pelo distinto engenheiro-agrônomo Frederico Taveira, foi secundada pelo Gabinete de Topografia que tinha em vista criar na Tapada uma rede de pontos coordenados servindo de apoio a todos os trabalhos que se realizassem no Instituto Superior de Agronomia.

A triangulação, executada com grande rigor e apoiada sobre uma base medida a fios de Invar, teve um erro de fecho de 0.004 m. garantindo uma precisão de 1/85.000 no comprimento dos lados calculados (vidé: relatório final de curso de engenheiro agrônomo — *Um Levantamento Topográfico por Fotogrametria Aérea* por Frederico L. Taveira.

Infelizmente, os marcos de alvenaria que sinalizavam os vértices desta trian-

triângulos cobrindo o terreno de ensaio e constituindo uma triangulação primária.

Para maior facilidade de identificação, encurtamento de percursos a nivelar e melhor ordenamento, resolvemos distribuir os pontos de cota a estudar segundo perfis rectilíneos. Seguindo a mesma ordem de ideias, apoiámos estes perfis sobre os vértices da nossa triangulação primária, como se vê no mapa da distribuição dos perfis apresentado a páginas 208.

Continuando o reconhecimento, agora ao longo desses perfis, procurámos, a intervalos regulares, locais de boa visibilidade onde implantámos outros marcos de pedra que, simultaneamente, servissem para pontos de apoio de futuros trabalhos de nivelamento e para pontos fundamentais de restituição, ligados à rede primária por triângulos secundários.

Em seguida, procedemos à medição dos ângulos para o que utilizámos um teodolito « Wild » tipo « Universal » (1).

Como já dissemos, os vértices da triangulação estavam colocados ao longo dos percursos a nivelar. Limitámo-nos, portanto, a observar os ângulos azimutais sendo as cotas determinadas, mais tarde, por nivelamento directo.

O método de medição adoptado foi o das Reiteraões com leituras encruzadas em quatro giros incompletos de horizonte tendo, na sua execução, sido tomadas as precauções que geralmente se preconizam para trabalhos desta natureza. De especial, demos particular importância ao centramento do aparelho na estação e à verticalidade dos sinais que, como se sabe, influem mais fortemente no resultado das observações quando as visadas são curtas, como neste caso sucede.

Para facilitar as bissecções e impedir a acumulação de possíveis erros de posição, evitámos os triângulos de pequenas dimensões e em

---

gulação tem sido destruídos ou deslocados restando hoje, unicamente, um ou outro isolado que o arvoredo torna muito difícil utilizar.

Decididos a não recorrer à medição de uma base, por não dispormos de material adequado, resolvemos subordinar a escolha do local ao melhor aproveitamento da antiga triangulação. Orientando desta maneira o reconhecimento localizámo-nos, como dissemos, no extremo Norte da Tapada onde nos pareceu ter encontrado a maior soma de condições favoráveis.

(1) Aproveitamos a ocasião para agradecer ao ilustre Prof. Dr. Vitor Hugo de Lemos a possibilidade de utilizar este instrumento que não faz parte da colecção do Gabinete de Topografia do I. S. A.

I. S. A.

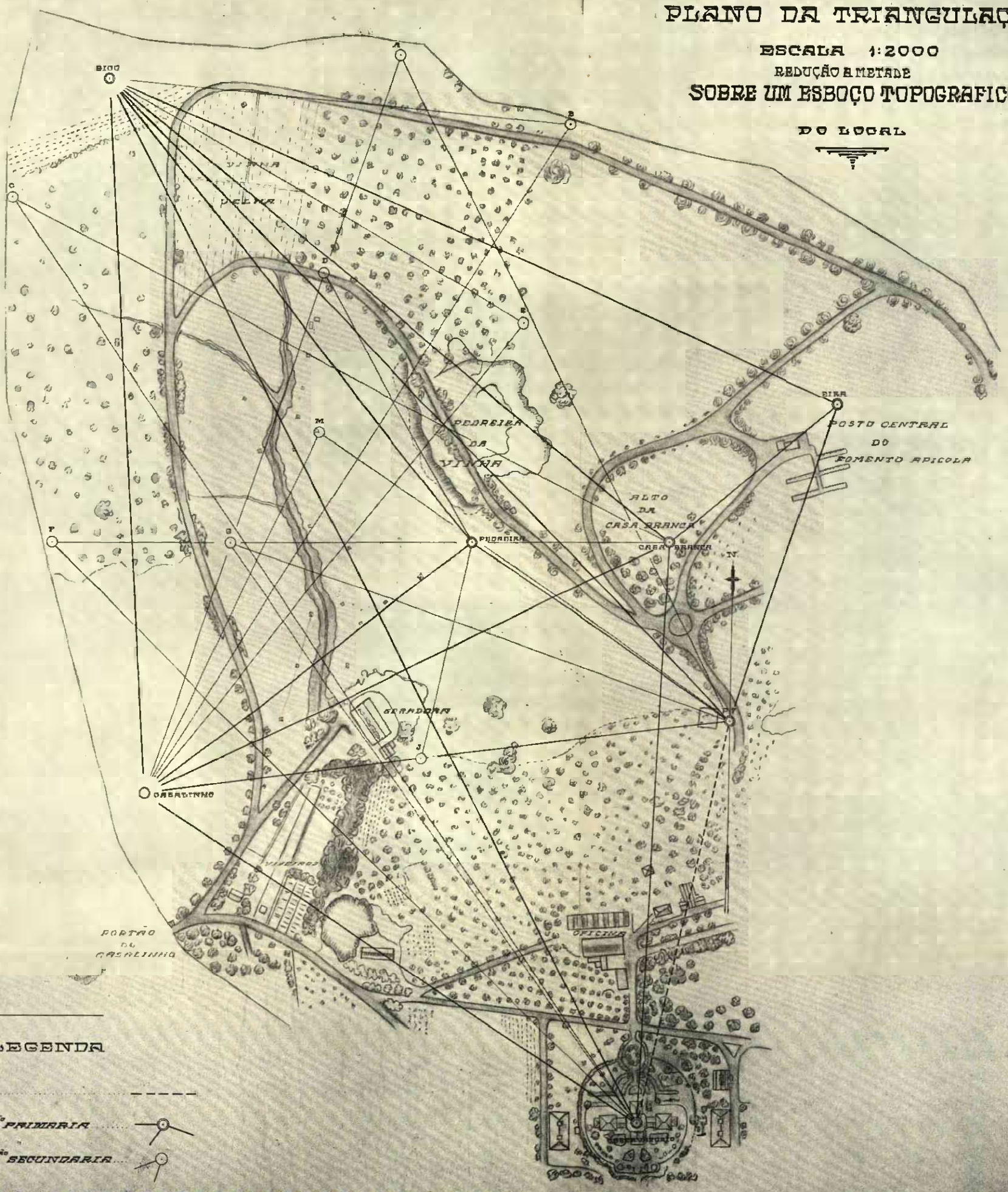
PLANO DA TRIANGULAÇÃO

ESCALA 1:2000

REDUÇÃO A METADE

SOBRE UM ESBOÇO TOPOGRAFICO

DO LOCAL



LEGENDA

- BASE ..... - - - - -
- TRIAN.<sup>o</sup> PRIMARIA .....
- TRIAN.<sup>o</sup> SECUNDARIA .....

cadeia, preferindo sempre os grandes lados e as bases primárias tanto quanto a figuração e as condições locais o permitiram.

A-pesar destas precauções os « grandes lados » nunca foram muito além de 500 metros, circunstância que não permitiu tirarmos todo o rendimento da grande precisão do aparelho que empregámos.

\* \* \*

Conhecidas as coordenadas do centro da cúpula do observatório e do Marco n.º 7 — extremos da nossa base — e resolvidos os 18 triângulos observados, ficam determinadas as coordenadas dos 13 vértices implantados.

O plano da triangulação na escala 1/2000, que junto apresentamos, esclarece, mais detalhadamente, a disposição e seguimento dos trabalhos efectuados. Os traços fortes indicam a rede primária de triângulos e as coordenadas dos seus vértices (designados, no plano, por nomes próprios) foram calculadas por intermédio de dois triângulos diferentes, servindo um de verificação. A triangulação secundária, apoiada na primeira, está representada por traços mais finos e as coordenadas dos seus vértices (designados por letras) foram determinadas por triângulos isolados tendo como verificação, quando representados gráficamente, as suas posições segundo alinhamentos definidos.

O detalhe, à traço esfumado, é apenas um esbôço topográfico do local que completa a ilustração do plano.

\* \* \*

Como as coordenadas calculadas não diferissem dos valores de contrôlo senão de alguns poucos centímetros e, como a utilização final destes valores, quando aplicada aos pontos de restituição, é de natureza gráfica — sujeita, portanto, a erros muito maiores (1) — julgámo-nos dispensados de calcular a compensação da rede e adoptámos, como verdadeiros, os valores obtidos directamente e que se encontram mencionados no quadro seguinte:

---

(1) Ao coeficiente 0,00025, geralmente adoptado, corresponde, na escala 1/1.000, uma tolerância de 0,25 m. para erros de graficismo. A maior discordância que encontrámos no cálculo das coordenadas dos vértices controlados foi de 0,09 m.

Designação	DISTÂNCIAS	
	à Meridiana	à Perpendicular
Observatório	0.00	0.00
P;	- 75.17	- 356.35
Casalinho	+ 441.79	- 283.76
Bico	+ 483.55	- 906.42
Casa Branca	- 19.70	- 507.47
Pedreira	+ 155.42	- 505.33
Eira	- 158.10	- 635.54
«A»	+ 225.93	- 928.78
«B»	+ 73.82	- 873.11
«C»	+ 565.93	- 799.63
«D»	+ 290.04	- 737.22
«E»	+ 112.85	- 696.95
«F»	+ 526.84	- 500.62
«G»	+ 378.37	- 502.66
«J»	+ 196.86	- 318.22
Auxiliar «M»	+ 291.76	- 601.32

Os pontos assim determinados distribuem-se tão apertadamente sobre o terreno que era de supor que eles se repartissem convenientemente por tôdas as fotografias e não necessitássemos de mais pontos fundamentais de restituição.

De-facto assim succedeu; apenas em uma fotografia recorremos a mais um ponto auxiliar « M », cujas coordenadas estão incluídas no quadro anterior.

## 2) Sinalização e Fotografia

Concluída a triangulação, iniciámos os preparativos para a fotografia aérea, ao mesmo tempo que na Tapada da Ajuda se ultimavam os arranjos para a sinalização de pontos no terreno.

No depósito de material da Divisão de Agrimensura, tão amavelmente pôsto à nossa disposição, encontrámos dois tipos de câmaras destinadas a aero-fotografia.

Essencialmente idênticos, os dois tipos distinguem-se por serem munidos de objectivas com distâncias focais diferentes.

A escala do nosso trabalho fez-nos optar por uma câmara fotográfica com a distância focal de 50 cm.

OBSERVAÇÃO. — Supondo a fotografia zenital, a escala do levantamento ( $E$ ), a distância focal ( $f$ ) e a altura de vôo ( $H$ ), podem relacionar-se pela expressão:

$$E = K \cdot f/H \dots\dots\dots (a)$$

em que  $K$  é o coeficiente de ampliação a que as fotografias são submetidas no aparelho restituído.

Motivos concernentes ao processo de restituição determinam que o valor dêste coeficiente não vá além de 3 a  $3^{1/2}$ , para que a precisão do método não seja prejudicada.

Por outro lado, a altura de vôo é condicionada, no seu limite superior, pelas possibilidades do avião e razões de ordem económica; no seu limite inferior pela velocidade do obturador, profundidade de foco e especialmente por razões de segurança. Em condições normais está aceíte não ser prudente voar a menos de 1.000 metros.

Desta maneira, apenas nos é dado variar incondicionalmente o valor de  $f$  para responder às variadas condições de levantamento que as circunstâncias impõem.

Na prática, dois tipos de câmaras fotográficas satisfazem a tôdas as escalas usualmente utilizadas nos levantamentos fotogramétricos.

Um tipo de distância focal curta permite realizar os trabalhos a pequena escala sem recorrer a grandes altitudes de vôo. Uma câmara fotográfica de foco longo é empregada com vantagem nos levantamentos em escalas grandes, sem necessidade de voar a altitudes inferiores ao limite de segurança.

A Repartição de Agrimensura adoptou as distâncias focais  $f=31$  cm. e  $f=50$  cm., que são também aconselhadas por Roussilhe.

Quando a fotografia é inclinada, o valor de  $H$  que na expressão (a) correspondia à altura de vôo, passa a representar o comprimento do segmento de eixo óptico compreendido entre a objectiva e o terreno.

Como é fácil de ver, a verdadeira altura de vôo ( $H'$ ) pode, neste caso, deduzir-se daquele valor em função do ângulo ( $i$ ) de inclinação da chapa, fazendo

$$H' = H \cos i$$

Para pequenas inclinações da chapa e alturas de vôo não muito grandes, é evidente que a alteração é insignificante, podendo tomar-se  $H$  por  $H'$ .

A máquina fotográfica (Demaria Lapierre  $18 \times 24$ , tipo Gaumont, objectiva E. Krauss Tessar Zeiss, abertura 1:6,3,  $F = 50$  cm., obturador Labrely) foi montada no avião sôbre um cavalete improvisado, de madeira, aparafusado ao fixe da carlinga por forma que o plano da chapa fizesse um ângulo de cerca de  $30^\circ$ , com o plano horizontal de vôo.

Para facilitar a sobreposição das fotografias tiradas em vôos contiguos, ficou o eixo óptico da objectiva contido no plano de rota do avião (Fig. 10), de maneira que o terreno fotografado seria de ante-mão sobrevoado.

Num vôo de experiência corrigiram-se as pequenas imperfeições

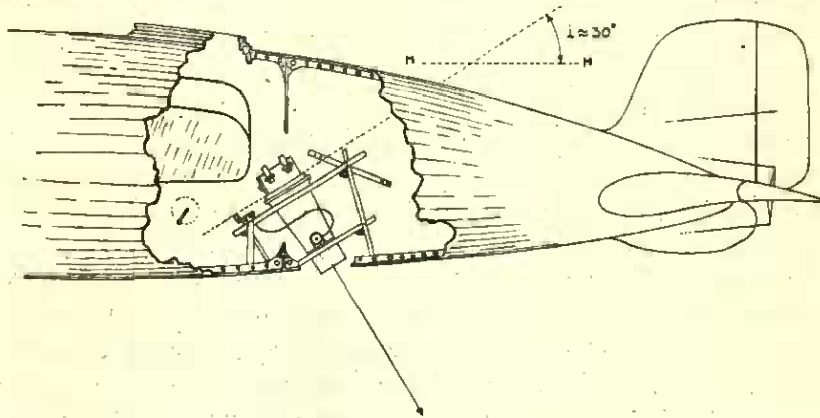


Fig. 10

da instalação que, depois de reforçada e melhorada de amortecedores de vibração, foi dada por concluída.

\* \* \*

Na Tapada, todo o material de sinalização — estacas de madeira  $10 \times 10 \times 55$  cm., tábuas (fôrro)  $10 \times 120$  e  $20 \times 169$  cm., caldeiros de cal e brochas, maços e marretas, guilhos e picaretas — tinha sido transportado para o local do trabalho.

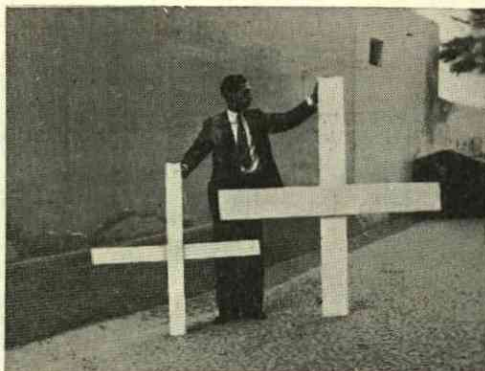
Servindo-nos de um teodolito « Otto Fennel » ligeiro, metemos estacas de madeira, numeradas, ao longo dos alinhamentos definidos pelos marcos C—D—E—Eira, F—G—Pedreira—E—B, marcando os pontos notáveis dos perfis. Como o material nesta altura se esgotasse e os pontos a cotar, assinalados pelas 83 estacas já cravadas, fôssem



considerados suficientes para a experiência, abandonámos a sinalização do quinto perfil: marcos Casalinho—G—D—A.

A centena de pontos a estudar que constituía o nosso problema, tomou, pois, o aspecto de quatro perfis distribuídos e piquetados conforme o plano que junto incluímos.

Sobre as estacas sólidamente cravadas no solo, foram, depois, pregadas duas tábuas de  $110 \times 10$  cm., formando sinais em cruz com braços de  $50 \times 10$  cm. Na sinalização dos marcos de pedra — futuros pontos de restituição — empregámos tábuas maiores, ficando os braços dos sinais com  $70 \times 20$  cm. Julgámos prudente estabelecer esta diferenciação, dada a grande aglomeração de sinais em espaço tão restrito, circunstância que poderia tornar difícil ou impossível a identificação, nas fotografias, dos pontos de coordenadas conhecidas sem prévio reconhecimento « in loco ».



MODELOS DE CRUZETAS EMPREGADAS  
NA SINALIZAÇÃO

Finalmente, todos os sinais foram pintados com cal estabelecendo-se um rigoroso « policiamento » para evitar quaisquer deslocamentos ou destruição da sinalização.

\* \* \*

Dos quatro factores: «escala», «inclinação da chapa», «distância focal» e «altura de vô», anteriormente discutidos e já estabelecidos, deduzem-se facilmente o afastamento entre as rotas a percorrer e o intervalo de tempo entre os disparos do obturador — conhecida a velocidade de deslocação do avião — de maneira a garantir a sobreposição desejada nas quatro margens das fotografias.

Damos em seguida a resenha dos requisitos apresentados aos diferentes elementos que constituíam a brigada fotográfica.

Ao piloto:

Altura de vô.....	1.000 metros
Velocidade.....	mínima (1)

(1) Neste caso a velocidade de sustentação era de 170 km. à hora.

Ao observador:

Rumos..... afastados de 250 metros e referidos em uma carta topográfica, a detalhes locais de fácil identificação.

Ao técnico fotógrafo:

Pausa de disparo: 5 segundos.

Limites da área a fotografar — com a indicação do número de fotografias a obter em cada rumo.

O trabalho efectuou-se nestas condições em seis séries de fotografias distribuídas por duas sessões de vôo com rumos N—S e E—O, garantindo intercepções aproximadamente perpendiculares de traços projectantes (Fig. 11).

Em outro local frisámos já que a fotografia tinha sido executada pelo pessoal técnico da Divisão de Agrimensura. Pelas razões também então apontadas, limitámo-nos, a bordo do avião, a desempenhar o papel secundário de ajudante de fotógrafo, situação que nos permitiu acompanhar bem de perto o seguimento dos trabalhos.

### 3) Nivelamento

Como já tivemos ocasião de mencionar, as diferenças de nível dos vértices da triangulação foram determinadas por nivelamento geométrico.

A disposição dada aos pontos de detalhe sinalizados, permitiu-nos que, sem aumento do número de lanços, determinássemos simultaneamente tôdas as cotas.

Assim, as linhas de nivelamento, apoiando-se nos marcos implantados, seguiram os perfis marcados no terreno, sendo a diferença de nível da cabeça das estacas obtida por irradiação, à medida que nos aproximávamos dessas estacas.

Outras linhas periféricas (Fig. 12) estabeleceram, quando necessário, a ligação entre perfis, completando o fecho de figuras ou malhas de nivelamento para efeito de verificação e compensação da rede.

Não obstante, para maior segurança e confirmação das cotas intermediárias, todos os percursos foram contra-nivelados.

Empregámos na execução destes trabalhos um nível de luneta Otto Fennel (modelo ND II) tipo d'Égault, e duas miras falantes do

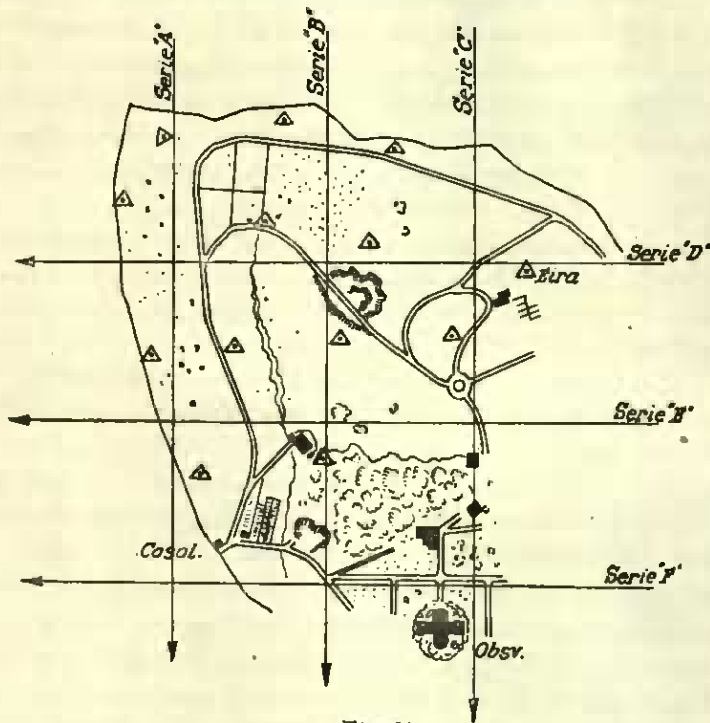


Fig-11

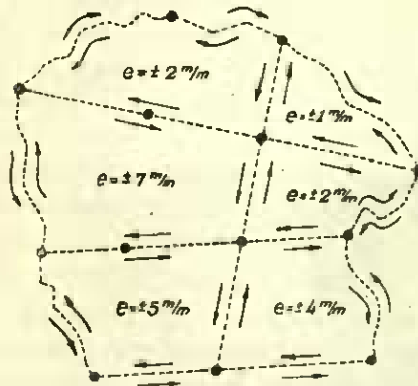


Fig-12

mesmo construtor, munidas de niveis esféricos de verticalidade e de sapatas de alvéolo com suas respectivas chapas de nivelamento.

O aparelho foi colocado em estação aproximadamente a meio de cada lanço e à sombra de abrigo, sendo rectificado tódas as 4 horas de trabalho (de manhã e à tarde), visto notar-se ser muito sensível às variações de temperatura (?) que provocavam a sua desrectificação.

As miras, colocadas sôbre chapas de nivelamento em tódas as estações intermediárias, foram lidas sempre a menos de 50 metros e em duas posições alternadas dos gornes da luneta do instrumento nos seus colares de suporte, anulando-se as observações registadas quando a diferença de resultados deduzidos das quatro leituras de cada lanço, fôsse superior a 2 m/m.

Entre a primeira e a segunda posição da luneta fez-se variar a altura do plano de nível, modificando ligeiramente a posição do tripé, de modo que uma nova calagem conduzisse a leituras suficientemente diferentes das anteriores para evitar auto-sugestão ou arrastamento mental que prejudicasse a estimativa e a revelação de incorrecções de leitura que porventura pudessem cometer-se.

O tripé e chapas de nivelamento foram cravados em terreno fixe que permitisse, tanto quanto possível, fácil acesso e comodidade de posição para o observador e, muito especialmente, para os porta-miras.

Os trabalhos foram suspensos tódas as vezes que o vento prejudicou a verticalidade das miras e a perfeita calagem do nível do instrumento.

Nos nós de nivelamento e outros marcos de apoio foram gravadas referências assinalando o ponto de aplicação da sapata das miras, anotando-se na caderneta de registo qual delas tinha — em cada trôço do percurso — sido utilizada na primeira leitura à rectaguarda (partida) e na última leitura à frente (chegada), porquanto se verificou que a cota do zero das duas escalas em relação ao plano de nível dos respectivos pontos de apoio, diferia, por construção, de 3 m/m e que as cabeças daqueles marcos de apoio não estavam suficientemente niveladas, circunstâncias que, evidentemente, prejudicariam os fechos de verificação, se não atendidas.

Julgamos necessário acentuar que o objectivo de tais normas de trabalho visava, mais directamente, a obtenção de registos de campo oferecendo a máxima garantia de indiscutível exactidão, do que propriamente, a pretensão de melhorar a precisão da determinação das diferenças de nível, a qual neste caso especial, toma, dentro de certos limites, aspecto muito secundário.

Como adiante veremos, a interpretação gráfica destas diferenças de nível no processo de restituição à escala 1/1.000, não permite levar o rigor da representação das cotas dos pontos de restituição além do decímetro (0,1 m/m na escala do desenho).

Torna-se, pois, desnecessário sobrecarregar o método de nivelamento empregado com processos de mais elevada precisão quando, na sua expressão mais simples, ele nos fornece possibilidades de determinar diferenças de nível com rigor, senão até ao milímetro, seguramente àquém do decímetro (1).

Contudo, dada a circunstância das lavouras e outras fainas agrícolas — interrompidas na área da experiência durante os trabalhos de fotografia — impossibilitarem a permanência no terreno, por muito mais tempo, das estacas de piquetagem dos perfis e considerando que o aparecimento imprevisto de qualquer erro grosseiro, de observação ou de registo, por exemplo, poderia — destruída a sinalização — comprometer irremediavelmente o êxito de todo o trabalho, julgámos imprescindível o emprêgo de um processo de permanentes e múltiplas verificações que nos pusesse a salvo daqueles precalços, tão frequentes em trabalhos desta natureza.

O nivelamento, executado dentro destas normas num percurso total de pouco mais de 7 km., resultou bastante moroso devido, sobretudo, às péssimas condições do terreno que além de muito acidentado (média de 30 lanços por quilómetro) e em grande parte exposto aos ventos da barra, então se encontrava, quasi na totalidade, em *alqueive* e coberto de enormes torrões argilosos que extraordinariamente dificultaram a marcha e o estabelecimento de estações em condições convenientes (2).

As observações, controladas em cada lanço por duplas visadas e

---

(1) Werkmeister classifica os nivelamentos geométricos, quanto à sua precisão, em três categorias: nivelamentos de primeira ordem, com um erro médio igual ou inferior a  $\pm 1$  m/m.; os de segunda ordem em que o erro médio não é superior a  $\pm 20$  m/m. e os de terceira ordem em que o erro médio ultrapassa  $\pm 20$  m/m. por km. Embora não tivéssemos oportunidade de calcular o erro médio atingido no decorrer dos nossos trabalhos, podemos, no entanto, afirmar que o maior erro de fecho verificado está dentro da tolerância  $t = 8$  m/m.  $\sqrt{L}$ .

(2) O rendimento do trabalho, dependendo de tantas circunstâncias é, necessariamente, muito contingente. Segundo Werkmeister 30 a 50 lanços por dia para nivelamentos de 1.<sup>a</sup>, 70 a 100 lanços para nivelamento de 2.<sup>a</sup>, indeterminado para trabalhos de 3.<sup>a</sup> ordem. Tracy indica um rendimento médio de 6 lanços por hora. Clark 3 a 5 milhas por dia, etc., etc. No presente caso, pondo de parte as tardes

confirmadas em cada trço por contra-nivelamento, tiveram como última verificação as malhas de nivelamento que revelaram a existência de pequenos erros de fecho de alguns milímetros (Vidê Fig. 12), que a compensação geral da rede poderia eliminar.

Pelas razões anteriormente apontadas, tal trabalho tornar-se-ia, aqui, de todo inútil.

Omitiremos, por isso, nos valores deduzidos, o algarismo da terceira casa decimal, correspondente aos milímetros, que necessariamente seria modificado pela compensação, utilizando nos trabalhos subsequentes as cotas tomadas ao centímetro e aproximadas ao decímetro.

No quadro a seguir indicamos as diferenças de nível dos vértices da triangulação que foram utilizados como pontos fundamentais de restituição.

COTAS DOS VÉRTICES DA TRIANGULAÇÃO  
UTILIZADOS COMO PONTOS FUNDAMENTAIS  
DE RESTITUIÇÃO

Designação	Cotas m/m.
P. 7	134.0(0)
Casalinho	108.9(6) ...
Casa Branca	140.3(8) ...
Pedreira	112.0(6) ...
Eira	131.7(7) ...
«A»	136.7(3) ...
«B»	138.0(6) ...
«C»	133.5(0) ...
«D»	113.1(0) ...
«E»	129.3(2) ...
«F»	127.2(9) ...
«G»	100.2(4) ...
«J»	92.7(6) ...
Auxiliar «M»	

Os números apontados são referidos à cota da cabeça do marco P. 7 que está trigonométricamente ligado à rede geodésica.

As cotas dos pontos secundários de detalhe serão mais oportunamente indicadas.

— por vezes dias inteiros — em que o vento impediu o prosseguimento dos trabalhos, o processo empregado e as condições locais apontadas, devem ter reduzido o rendimento a 5 lanços por hora.

## PARTE II

### TRABALHOS DE CÂMARA ESCURA

#### 4) Restituição

É evidente que, sendo a restituição essencialmente uma correcção total ou parcial da deformação de perspectiva, do maior ou menor rigor da sua execução dependerá a precisão dos resultados obtidos, quer em planimetria, quer em altimetria.

Todavia, importa não desvirtuar o carácter expedito do método conseguindo aperfeiçoamento à custa de processos, tão exageradamente minuciosos, que transformem o trabalho de restituição em melindrosa experiência de laboratório, de mero interesse especulativo.

No decorrer desta fase do nosso ensaio seguimos, a-par e passo, as normas de trabalho que a experiência, adquirida em longa prática, fez adoptar na Repartição de Agrimensura (1).

Procurámos, por este modo, dar às conclusões finais deste ensaio experimental, o carácter de «precisão utilitária» a atribuir ao método que vamos estudar, tal como ele é praticamente utilizado.

Embora, ao primeiro contacto, pudéssemos logo verificar que a restituição da fotografia inclinada a 30° é muito mais delicada do que a restituição da fotografia normal ( $i = 5^\circ$  a  $10^\circ$ ), julgámos bem inter-

---

(1) A Repartição de Agrimensura do Ministério da Agricultura, se deve o primeiro levantamento aerofotogramétrico realizado em Portugal (1926-27). A esse trabalho, que irrefutavelmente demonstrou as vantagens da fotogrametria aérea, mercê de circunstâncias muito oportunamente aproveitadas (Vidè *Boletim do Ministério da Agricultura*, Ano XI, N.º 7 a 9), vários outros se seguiram em que a proficiência dos técnicos e processos empregados naqueles serviços, sobejamente se patentearam.

pretar o espirito da utilização da fotografia muito inclinada na determinação mais rigorosa do relevo, mantendo em qualquer dos casos a mesma técnica operatória, ainda que tivéssemos reconhecido a sua insuficiência.

\* \* \*

As chapas fotográficas reveladas, fixadas, lavadas e secas, foram classificadas em séries (1), seleccionando-se dentro de cada série aquelas que interessava restituir.

Em seguida, foi tirada uma prova positiva de cada chapa seleccionada, fazendo-se no positivo a identificação dos pontos fundamentais de restituição e a marcação da área que viria a ser utilizada.

Para abreviar os trabalhos de restituição e reduzir ao minimo o elevado consumo de energia eléctrica, papéis sensíveis, reagentes para banhos e outras despesas relativas ao método, resolvemos pôr de parte tódas as fotografias marginais, onde o pequeno número de pontos sinalizados representados não compensava os trabalhos de restituição.

Ficaram seleccionadas nesta segunda escolha, dez chapas fotográficas que foram cuidadosamente protegidas em envelopes de papel vegetal, catalogadas e arrumadas em caixas, aguardando a restituição.

Continuando a seguir as normas de trabalho dos serviços aerofotogramétricos da Repartição de Agrimensura, foram todos os pontos de restituição a utilizar — de coordenadas já calculadas — « metidos » à escala do levantamento, com a aproximação de 0,1 m/m., numa fôlha de papel « continuo » colada a uma chapa de cristal (120 × 120 cm.).

Desta chapa, os pontos foram transportados — por duplo descalque — para o alvo de restituição, à maneira que as fotografias a restituir o requeriam.

Os pontos de restituição foram avivados no negativo com uma picada de estilete, fazendo-se a sua identificação por um sinal, envolvendo o ponto picado, acompanhado de uma letra ou abreviatura desenhada a tinta vermelha sôbre a face oposta à gelatina.

---

(1) Só então tivemos ocasião de constatar que o mau funcionamento de um dos «magazins» deu origem a que se inutilizassem parte das fotografias da série A e F.

Verificámos também que a nitidez das fotografias não era satisfatória, talvez devido ao funcionamento muito pesado dos «magazins» ter abalado o «cavalete de suporte» que assim deixou comunicar à câmara fotográfica, a vibração do motor do avião. De qualquer maneira, a oportunidade de repetirmos a fotografia parecia pouco provável e foi necessário aproveitar o material de que dispúnhamos.

O centro do negativo foi marcado pela intercepção de dois traços gravados na gelatina pela passagem de uma lâmina cortante segundo as diagonais da chapa.

A restituição fez-se pelo processo das aproximações sucessivas, visto o emprêgo de « pilones » estar inteiramente pôsto de parte.

O aparelho utilizado foi um restituïdor horizontal tipo Roussilhe (1924?), contruido por L. Maurice.

Na determinação da conjugação dos planos de perspectiva, ângulo da inclinação da chapa e ângulo de descentramento da objectiva, no cálculo da altura de vôo e determinação do pé da perpendicular, servimo-nos dos ábacos que acompanham o aparelho restituïdor.

As correcções de relêvo dos pontos de restituição foram determinados pela régua de cálculo, levando-se a aproximação até ao centimetro, marcando-se a correcção sôbre o alvo, em décimos de m/m.

As correcções de refração e esfericidade foram desprezadas.

As provas restituïdas foram obtidas em papel sensível colado a gelatina em chapas de cristal (50 × 60 cm.).

\* \* \*

As restituïções fizeram-se em três ou quatro aproximações (1) tal como geralmente sucede na restituïção de fotografias pouco inclinadas.

As restituïções são mais trabalhosas porque o pé da perpendicular, caindo muito fora do alvo de projecção ( $D = 600$  a  $700$  m/m.) torna indispensável, em cada aproximação, desmontar o alvo do seu suporte para se desenharem os traços dos planos projectantes e marcarem as posições aparentes dos pontos fundamentais de restituïção.

---

(1) Como norma, a ordem de execução das restituïções submete-se à ordem em que as chapas fotográficas foram impressionadas, a-fim-de aproveitar os dados de restituïção da chapa anteriormente restituïda para elementos da aproximação da restituïção da chapa seguinte.

Quando a fotografia é muito inclinada e as diferenças de nível dos pontos de restituïção são muito pronunciadas — como no nosso caso succedia — a posição do pé da perpendicular fica tão afastado do centro de projecção e as correcções de relêvo são tão elevadas que as alterações inevitáveis das condições de vôo, no intervalo de tempo entre duas fotografias contíguas, modificam grandemente a posição aparente dos pontos de restituïção, podendo dar ocasião a que a primeira aproximação seja muito grosseira.

O incio da restituïção exige, por essa razão, um exame muito cuidado do negativo, onde a sua orientação e o valor provável das correcções de relêvo dos pontos de restituïção sejam criteriosamente ponderadas.

As aproximações seguintes fazem-se depois, por assim dizer, mecânicamente,

Além disso, a « transformação » dos lados do quadrilátero de restituição é tão brusca, em virtude da grande inclinação do alvo, que a execução dos ajustamentos de restituição é muito mais delicada, dando-nos a ilusão de que os movimentos do aparelho restituído são mais pesados e a impressão de que são menos rigorosos (1), circunstâncias que se traduzem em perda de tempo na obtenção da melhor coincidência.

Pelas razões apontadas, o rendimento de trabalho é muito menor e a coincidência dos pontos de restituição resulta mais imperfeita, o que, como veremos, vai prejudicar a precisão das operações seguintes.

### 5) Interpretação do relêvo

Obtidas as provas restituídas, procedemos à marcação da correção inversa de relêvo servindo-nos dos elementos registados nas fichas de restituição. Ficou assim definida, em cada prova, a posição planimétrica de todos os pontos de restituição.

ficando o seu número sujeito, sobretudo, à perícia e sorte com que se realizou a primeira.

É-nos grato lembrar o valioso auxílio prestado no decorrer desta fase dos nossos trabalhos pelo Sr. Engenheiro Agrônomo F. L. Taveira, distintíssimo topógrafo da Repartição de Agrimensura, que de perto nos acompanhou e muito nos auxiliou na restituição de todas as fotografias.

(1) Com efeito, pequenas imperfeições de construção, sem importância na restituição da fotografia zenital, podem, no caso da restituição da fotografia muito inclinada, ter consequências apreciáveis. Assim, tivemos ocasião de verificar que os laqueios de construção do porta-chapas e sobretudo as folgas do porta-alvo, podiam modificar de maneira apreciável a posição relativa das imagens dos pontos de restituição.

Também notámos que o aparelho restituído não estava rectificado, convergindo os eixos transversais de rotação do porta-alvo e porta-chapas de cerca de 8 m/m, no comprimento entre munhões.

Este não paralelismo — devido aos suportes de madeira emalhetada do porta-alvo e porta-chapas terem cedido às variações climatéricas — não estando previsto na construção do aparelho, não tem rectificação possível sem demorada reparação de oficina. Fomos por isso forçados a utilizar o restituído não rectificado.

É fácil de ver que as horizontais do cliché acompanhando a desrectificação do eixo transversal, deslocam a posição da linha de maior declive que passa a não existir no plano vertical longitudinal do aparelho Restituído, em que são marcados os ângulos de conjugação fornecidos pelos ábacos.

A deformação proveniente da « falsa » conjugação dos planos do alvo e da chapa fotográfica, sobrepe-se o erro de posição resultante do deslocamento do

Simultaneamente, fizemos em cada prova, a identificação dos pontos sinalizados, designando-os pelo número das estacas.

Em seguida procedemos ao traçado dos « vectores », para o que utilizámos uma mesa de decalque com iluminação inferior.

O desenho fez-se em papel vegetal sobreposto à prova restituída e orientada pelos pontos de restituição.

O traçado executa-se mais rapidamente fixando a extremidade do bixel de uma régua a uma agulha de aço cravada sobre o « pé da perpendicular », previamente marcado no prolongamento da linha de maior declive seguindo os dados fornecidos pela ficha de restituição.

Deslocando a régua, esta move-se em tórno daquele eixo, podendo o operador concentrar tóda a sua atenção na rigorisidade do desenho, sem preocupar-se com a coincidência da outra extremidade da régua (Roussilhe).

A-pesar do processo ser muito expedito, quando os « vectores » são numerosos, a operação torna-se morosa e o calor desenvolvido pelas lâmpadas de iluminação da mesa de decalque provoca contracções no papel vegetal que desorientam os decalques subseqüentes (1).

---

pé da perpendicular que, como se sabe, é marcado ao longo da « linha de maior declive » e utilizado na determinação das correcções de relêvo.

A fotografia muito inclinada ampliando os efeitos destas causas de deformação, torna impossível a coincidência exacta da imagem projectada dos pontos de restituição com os seus homólogos marcados no alvo.

A partir da quarta aproximação verificámos que os elementos fornecidos pelo aparelho restituído se repetiam indefinidamente sem diminuição do defeito de coincidência. Contudo, em restituições de fotografias menos inclinadas o mesmo instrumento permite restituir com tal segurança que é possível diagnosticar um cálculo errado de coordenadas ou observações de campo menos exactas, quando um ponto de restituição marcado no alvo discorda da fotografia.

Observámos também que as irregularidades da superfície do alvo tinham grande importância na restituição.

As alterações de espessura do papel empregado no revestimento do alvo, provenientes do desgaste e calcamento resultante do continuado uso da borracha, conjuntamente com as irregularidades devidas à *desigual distribuição da gelatina* empregada na sua colagem, podem tornar a restituição *impraticável*.

Algumas restituições nestas condições foram, quando repetidas uma segunda vez, realizadas sem maior dificuldade utilizando novo alvo.

(1) Procurámos, sem resultado, encontrar entre os suportes transparentes usualmente empregados em desenho, algum que resistisse ao calor da mesa de decalque sem deformar o desenho. Depois de ensaiados a tela, o celofane, o papel vegetal pergaminhado, o vegetal oleado e o comum, de variados pesos, opta-

Tentámos remediar este inconveniente, limitando ao mínimo o número de sessões de decalque feitas no mesmo vegetal, bem como o tempo de exposição ao calor no decorrer de cada sessão.

Assim adoptámos como norma definir a posição planimétrica de cada ponto a estudar por grupos de três vectores — correspondentes ao decalque de três restituições diferentes — número mínimo que permite a verificação dos traços pela confirmação da intercepção dos vectores desenhados.

Para abreviar o tempo de cada decalque, resolvemos aproveitar a distribuição dos pontos sinalizados, segundo perfis, fazendo o traçado de vectores, dos pontos de cada perfil, em vegetais separados.

Desta maneira, reunindo os vegetais referentes a cada alinhamento, o material de estudo da nossa experiência toma, para cada perfil, o aspecto do mapa que junto se apresenta (Perfil n.º 2).

\* \* \*

Como se compreende, tôdas as deficiências de restituição anteriormente apontadas veem afectar a posição « verdadeira » dos pontos de restituição, agora obtida nas provas restituídas, pela correcção inversa de relêvo — fazendo com que ela divirja sensivelmente da posição daqueles pontos fundamentais, calculada trigonometricamente.

Já porque a cola de gelatina não tenha mantido inalterável as dimensões do papel sensível no decorrer do processo fotográfico de tiragem das provas, já porque a superfície do papel sensível não tenha retomado exactamente, a posição da superfície do alvo — por deficiência da técnica usualmente empregada (1), ou porque o porta-alvo do aparelho restituidor tenha mudado imperceptivelmente de posição durante a substituição do alvo pela chapa de cristal que suporta o papel

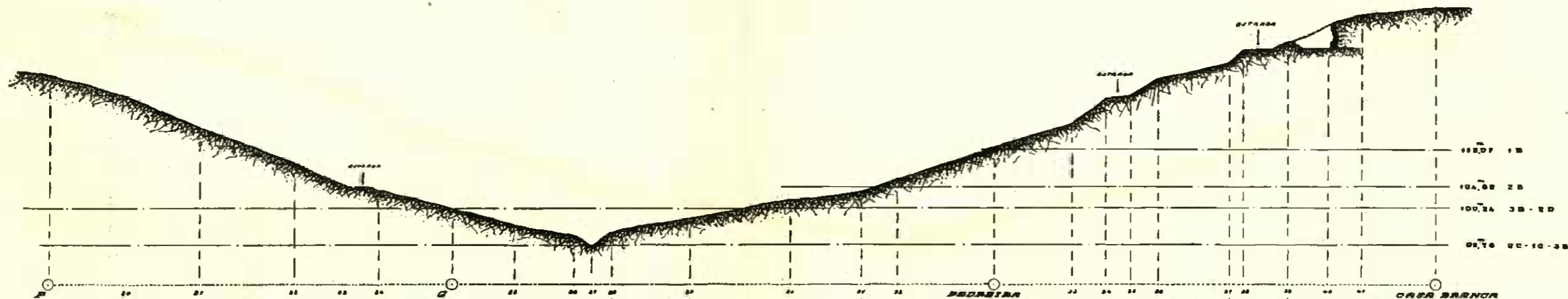
---

mos por um papel muito fino e brilhante, tipo vegetal, que nos pareceu sofrer menores alterações sob a acção do calor.

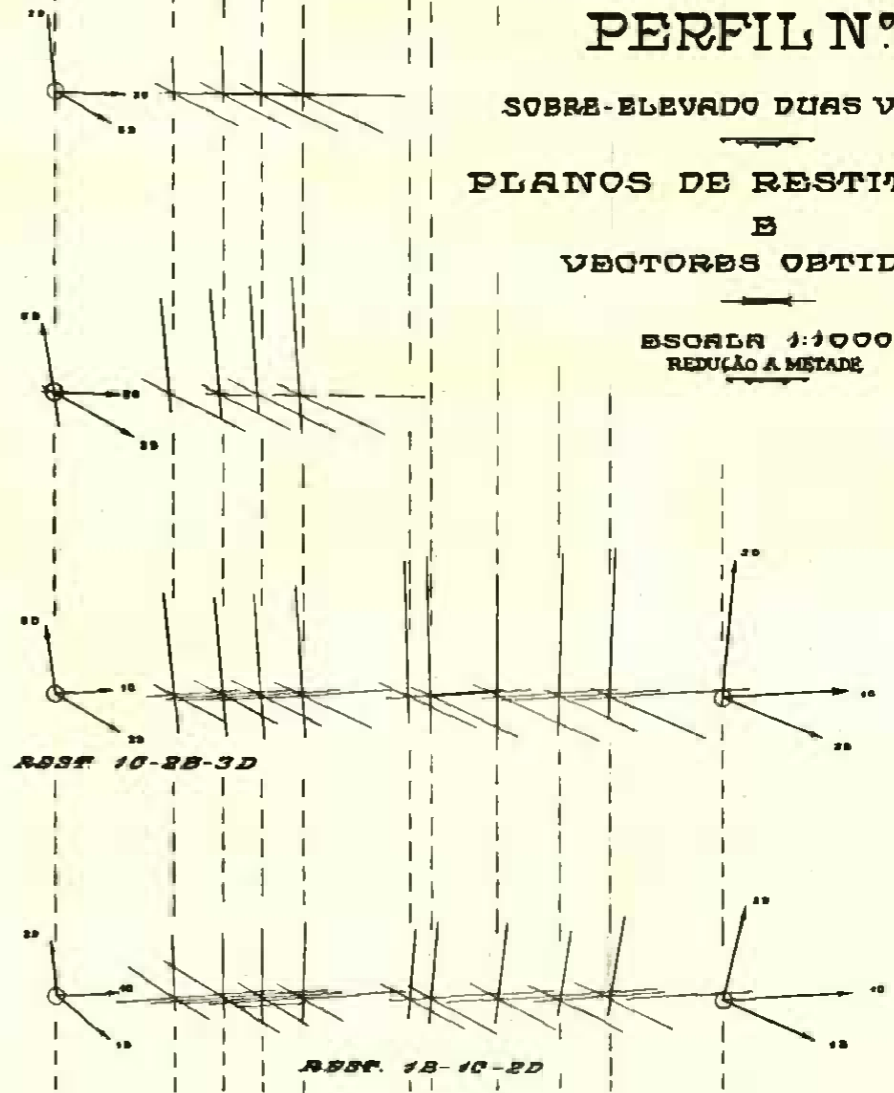
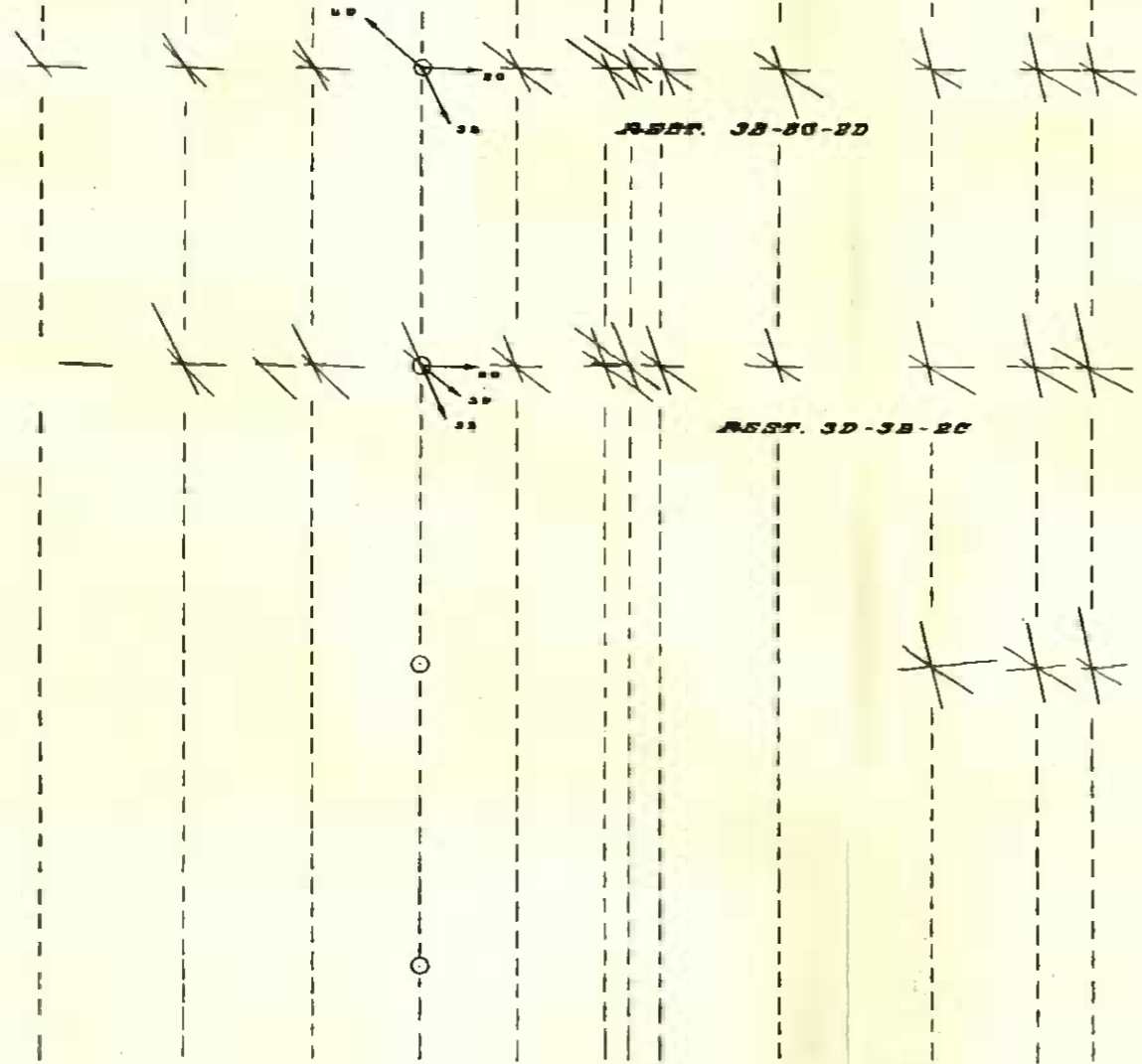
Com este papel, verificaram-se frequentemente contracções de 1/1.000, após 20 minutos de exposição sobre a mesa de decalque. Outros, sofriam em menos tempo, alterações que chegavam por vezes a 4/1.000.

Seria interessante achar solução para a iluminação das mesas com luz fria e menos prejudicial aos olhos do operador, do que a fornecida pelas lâmpadas usuais.

(1) É provável que o efeito da desigual distribuição da gelatina empregada na colagem dos alvos, a que já nos referimos quando tratámos da restituição, se repita no caso presente, porquanto o papel fotográfico é colado de maneira idêntica nas chapas de cristal empregadas na sua montagem.



I.S.A.  
**PERFIL N°2**  
 SOBRE-ELEVADO DUAS VEZES  
 PLANOS DE RESTITUIÇÃO  
 E  
 VECTORES OBTIDOS  
 ESCALA 1:1000  
 REDUÇÃO A METADE



fotográfico — as divergências de posição dos pontos fundamentais de restituição, encontradas durante o decalque e traçado dos vectores, foram, por vezes, superiores à tolerância admitida no decorrer da restituição.

Estas divergências trazem, como consequência, uma certa imprecisão ou incerteza na orientação do vegetal sobre a prova restituida, que influe, de modo muito apreciável, na coincidência das intercepções e no comprimento dos vectores, quando o grau da sua apreciação desce às fracções de milimetro.

Dada essa tolerância de orientação, foi-nos possível ajustar o papel vegetal sobre a prova restituida, de maneira a podermos desenhar o terceiro vector passando pela intercepção dos outros dois já traçados, sem por isso falsearmos o rigor do desenho, não obstante as diferenças de nível dos vectores assim obtidos, ficarem, até certo ponto, sujeitas à casualidade de tal ajustamento.

Nos mapas a que acabámos de nos referir pode verificar-se a ausência quasi completa de *chapéus* ou *triângulos de incerteza* na determinação da posição planimétrica dos pontos cotados.

A deficiência da nitidez das fotografias, a que também já nos referimos e, o halo que em alguns clichés aparece rodeando os sinais, são outras causas que perturbam a exactidão do comprimento dos vectores e dificultam o seu traçado.

Sucedeu, também, que as deformações provenientes dos defeitos de restituição, cujos inconvenientes fáceis de prever vínhamos temendo, aumentados pelo efeito de causas desconhecidas, tomaram uma tal amplitude (pontos de restituição com desvios de 1,5 m/m. e mesmo mais) que a operação de decalque tornar-se-ia completamente arbitrária.

Nestes casos, julgámos preferível não fazer uso de tais restituições. Assim aconteceu com as provas restituidas 1B e 2E.

Por este motivo, o Perfil n.º 3 ficou prejudicado em cerca de metade da sua extensão, não podendo tôdas as suas estacas de piquetagem serem cotadas, por falta de intercepções.

\* \* \*

É conveniente utilizar no traçado dos vectores uma régua graduada em milímetros e fazer coincidir a agulha de aço empregada na sua fixação, com o zero da graduação para, no fim de cada decalque, as distâncias de cada ponto a cotar ao-pé da perpendicular poderem medir-se

de maneira análoga ao processo expedito empregado no traçado dos vectores (I).

As observações assim obtidas foram inscritas na coluna (2) do registo de nivelamento, representado no quadro seguinte, reservando-se uma fôlha de registo para cada decalque parcial.

Intercepções...../...../.....

Fôlha N.º.....

### REGISTO DE NIVELAMENTO

Chapa N.º.....

Prova restituída N.º.....

Altura de voo  $H = \dots$

Cota do zero de restitução,  $DN = \dots$

Número de referência	Distância ao-pé da perpendicular «D»	Comprimentos dos vectores «C»	COTAS	
			De Restit. $h = c. H/D$	Finais $dN = DN + h$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

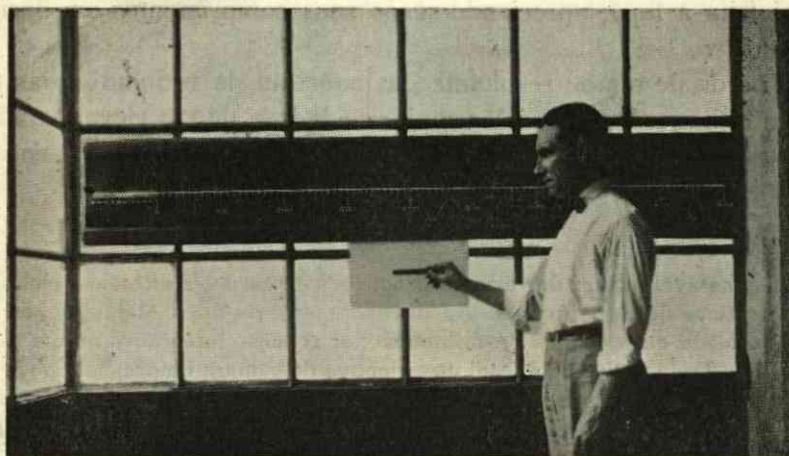
Como não há vantagem em levar o rigor da avaliação dessas distâncias além do milímetro, a medição faz-se muito rapidamente, podendo empregar-se qualquer régua graduada de comprimento suficiente.

O mesmo não sucede com a apreciação do comprimento dos vectores representativos de cota.

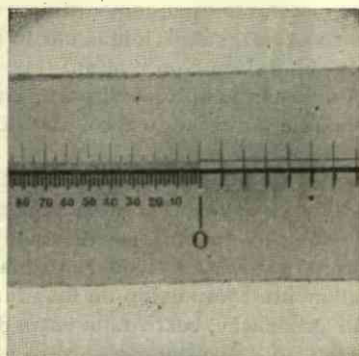
Como se sabe, o mecanismo da interpretação do relêvo exige a

(I) A realização mais simples consiste em colar na extremidade da régua graduada um pequeno disco de cartão que depois é perfurado, junto ao bixel e em frente do traço da graduação correspondente ao zero, pela agulha de aço cravada no «pé da perpendicular».

Com o uso, o orifício do disco tende a ovalizar-se, sendo necessário renovar o cartão periódicamente. Deu bom resultado aperfeiçoar o dispositivo reforçando o disco de cartão com uma folha delgada de alumínio.



CONSTRUÇÃO DA RÉGUA GRADUADA. PADRÃO DESENHADO (2 m.)  
E A REDUÇÃO (0,1 m.)



DETALHE DA ESCALA OBSERVADA  
À LUPA

máxima precisão na medição dos vectores, dependendo a exactidão do nivelamento, directamente do rigor da determinação das suas dimensões.

Por esta razão, a medição dos 375 vectores representados nos mapas foi feita à lupa, apreciando-se os seus comprimentos em décimos de milímetro.

A perda de tempo resultante da indecisão da estimativa das fracções de milímetro, na medição muito cuidadosa de tão elevado número de vectores, decidiu-nos a empregar uma régua graduada que nos permitisse a leitura directa de décimos de milímetro (1).

(1) A notável nitidez de certas reproduções de cartas, realizadas pelos serviços fotográficos da Repartição de Agrimensura, sugeriu-nos a idéia de obter uma escala graduada em décimos de milímetro por redução fotográfica de um padrão desenhado. Dada a distância focal da objectiva da câmara empregada, pode — da lei fundamental das lentes  $1/f = 1/p + 1/p'$ , bem conhecida — deduzir-se qual o afastamento e dimensões da escala a fotografar que correspondem à grandéza da imagem que se pretende obter no negativo.

Por outro lado, é evidente que, quanto maior fôr a redução obtida, menos perceptíveis se tornarão as imperfeições de divisão e desenho do padrão fotografado.

Baseados nestes princípios, delineámos o plano de uma escala padrão com 2 metros de comprimento, destinada a ser reduzida vinte vezes.

A graduação compreende 9 grandes divisões, numeradas de 0 a 900, divididas em 10 partes por traços equidistantes de 20 m/m.

À esquerda do zero, dez dessas pequenas divisões, com numeração divergente de 0 a 100 foram, por sua vez, subdivididas em 10 partes cada uma, ficando — por consequência — cada subdivisão com 2 m/m.

Pelo tópo dos traços destas subdivisões, parte uma linha finamente desenhada, ao longo de toda a escala à direita do zero. Destina-se a servir de «guia» de ajuste da escala.

Reduzido 20 vezes, o padrão toma o comprimento total de 1 decímetro, correspondendo as grandes divisões aos centímetros, as pequenas divisões aos milímetros e as subdivisões à esquerda do zero, aos décimos de milímetro. A espessura dos traços desta última graduação ficou reduzida a cerca de 20 microns distinguindo-se muito nitidamente com auxílio de uma lupa.

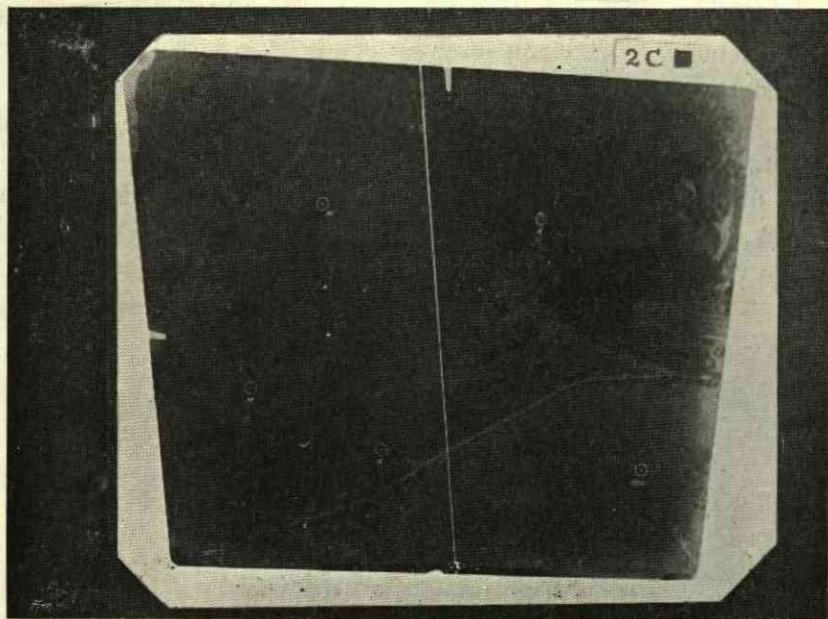
Paralelamente a esta graduação, corre uma outra de traços mais vigorosos, destinada a medições a olho nu. À esquerda do zero a divisão em «décimos de milímetro» foi substituída nesta outra graduação, por intervalos a «branco e preto» de 1/5 de milímetro, disposição que, na prática, reconhecemos não provar satisfatoriamente.

A escala padrão foi desenhada a tinta branca sobre papel preto de modo a obter-se, no negativo, uma escala gravada a preto sobre *fundo transparente*, capaz de ser directamente empregada na apreciação de distâncias sem mais necessidade de «viragens» ou «reimpressões» que prejudicassem o rigor da graduação.

Na fotografia empregaram-se chapas de emulsão lenta, diafragmando-se for-

Pretendíamos por este meio, abreviar o trabalho de medição aumentando, possivelmente, a sua precisão.

A prática veio demonstrar que assim não sucede. Embora o desenho dos vectores tenha sido feito com lápis extremamente rijo (7 H «Koh-I-Noor») e sempre muito afiado, a intercepção dos traços obser-



ASPECTO CARACTERÍSTICO DA RESTITUIÇÃO DE UMA CHAPA INCLINADA A CÉRCA DE 30°

vada à lupa, não é tão nítida que não dê origem a uma certa perplexidade na escolha da diminuta divisão da escala que melhor se adapta ao comprimento a medir.

A incerteza que afecta as medições por estimativa, subsiste nas

---

temente a objectiva; a revelagem foi retardada e muito longa, circunstâncias que favorecem a nitidez dos negativos.

A maior dificuldade encontrada no decorrer da realização foi ocasionada pela deformação da gelatina da chapa fotográfica sob a acção dos banhos empregados na revelação e fixagem.

O comprimento correcto da escala, no negativo, obteve-se por tentativas sucessivas, fazendo variar progressivamente as dimensões da imagem no vidro despolido da câmara fotográfica. Ao fim de três tentativas conseguiu obter-se na

medições por leitura directa porque, ao aperfeiçoamento do instrumento de medição não corresponde uma melhor definição do comprimento a medir.

Em qualquer dos casos, é muito difícil garantir uma precisão, de facto superior a dois décimos de milímetro.

Os comprimentos dos vectores registados na coluna (3), completam os elementos necessários ao cálculo das colunas (4) e (5) do registo de nivelamento.

Na determinação dos valores de  $h$  — incertos na coluna (4) do registo — empregámos uma régua de cálculo de unidade logarítmica de 50 cm., aproximando os resultados ao centímetro.

Por último determinaram-se as cotas finais correspondentes a cada vector, as quais, arredondadas ao decímetro, constam de um quadro que, para evitar repetições, só mais adiante apresentaremos.

---

chapa revelada e seca, a imagem de uma escala (1 decímetro) com o comprimento real de cerca de 1.001 décimos de milímetro.

Admitindo que o erro de aproximadamente 0,1 milímetros, se distribue igualmente por todo o comprimento da chapa fotográfica e atendendo às reduzidas dimensões dos vectores a medir, considerámos a escala suficientemente rigorosa.

As fotografias que acompanham estas páginas, mostram o padrão utilizado e a escala obtida, vinte vezes mais pequena. Em detalhe, apresentamos um aspecto da graduação em décimos de milímetro, através de lupa (3 X). É conveniente notar que esta última fotografia está desfocada e deformada (especialmente o lado direito) por deficiência óptica do improvisado sistema ampliador.

A colaboração do Sr. Engenheiro Agrónomo F. L. Taveira e do desenhador Sr. A. Barbosa Júnior, na fotografia e desenho, realizados na Repartição de Agrimensura, se deve em parte o êxito da tentativa.

## PARTE III

### APRECIAÇÃO DOS RESULTADOS

#### 6) O Índice de precisão

O erro médio quadrático ( $\epsilon$ ), o erro provável ( $r$ ) e o erro médio aritmético ( $\eta$ ), sendo—por definição—funções distintas e bem determinadas dos desvios, ocupam na curva de probabilidade dos erros, posições fixas e características que permitem determinar coeficientes invariáveis de correlação entre os seus valores.

As fórmulas seguintes são vulgarmente indicadas na teoria dos erros:

$$\begin{aligned}\epsilon &= 1.4826 r &= 1.2533 \eta \\ r &= 0.6745 \epsilon &= 0.8453 \eta \\ \eta &= 0.7979 \epsilon &= 1.1829 r\end{aligned}$$

Debaixo do ponto de vista puramente teórico, todos os índices de precisão considerados representam com igual propriedade o « erro característico » das observações e, dada a facilidade de comutação dos seus valores, a escolha pode fixar-se indiferentemente em qualquer deles.

Na prática, a insuficiência do número das observações, a existência de erros sistemáticos de carácter especial e outros motivos de natureza não « accidental », causam perturbações nos diagramas de frequência dos desvios fazendo-os divergir das curvas teóricas de probabilidade. É um facto provado que as séries numerosas de observações apresentam, em geral, « um número maior de grandes erros do que o previsto pela teoria » (Liagre).

Estas irregularidades, influndo no valor dos índices de precisão de maneira diferente — conforme o processo especial de cálculo, próprio de cada caso — dão origem a discordâncias entre os valores calculados directamente e os deduzidos por intermédio das fórmulas de correlação.

Prevôt, fazendo ensaios com várias séries de observações, verificou que o erro médio quadrático, calculado directamente, podia diferir do valor deduzido do erro médio aritmético, de mais de 8%. Quando deduzido do valor do erro provável, as divergências oscilavam entre 10 a 20%, conforme o número das observações.

Queremos com estes factos sublinhar que a escolha do índice de precisão não deve fazer-se arbitrariamente ou de ligeiro — como parece depreender-se, por exemplo, do critério tão generalizado que exclue o erro provável, apenas pela abstracção da sua designação, ou aquêle que preside à opção do erro médio aritmético, pela simples facilidade que oferece o seu processo próprio de cálculo — mas que constitue um problema, de verdadeiro interesse, cuja previsão julgamos dever-se a Prevôt (1896).

Com efeito, do exame comparativo das curvas teóricas de probabilidade dos erros, deduzidas do valor dos três índices calculados individualmente, com os diagramas de frequência dos residuos, Prevôt pôde concluir que o erro médio aritmético era o índice que representava, com maior veracidade, a *realidade dos factos*.

Não obstante as razões que acabamos de apresentar, o índice de precisão utilizado na apreciação da nossa experiência, não será o erro médio aritmético.

Embora se note uma certa corrente a favor daquele critério (Prevôt, Holman, Briggs, etc.), nos tratados clássicos e na maioria das obras encontra-se adoptado como índice de precisão o erro médio quadrático.

A escolha de outro índice — ponderados os inconvenientes que adveem da utilização dos coeficientes teóricos de correlação — conduzir-nos-ia quasi ao mesmo isolamento em que se encontra Roussilhe, referindo de uma maneira tão individual os resultados obtidos nas suas experiências de Vignemont (Vidè: Introdução). Ora, uma das finalidades do nosso trabalho é esclarecer exactamente esse facto, de modo a poder apreciar-se comparativamente o valor do Método Roussilhe (1).

Adoptámos, por isso, o erro médio quadrático calculado, segundo a maneira clássica, a partir dos quadrados dos desvios.

---

(1) As condições particulares em que este trabalho se realizou dão aos resultados da nossa experiência aceção bem mais restrita.

Como já dissemos, a nitidez das fotografias empregadas e o estado de rectificação do aparelho restituído utilizado não devem considerar-se normais.

Razões de força maior — repetimos — obrigaram-nos a utilizar aquêle material, nas condições apontadas.

Por este motivo, as conclusões que adveem da nossa experiência não podem,

\* \* \*

No quadro inserido no final deste trabalho estão registadas as cotas dos pontos sinalizados determinadas pelo nivelamento directo e as cotas dos mesmos pontos, calculadas pelo método fotogramétrico.

Estas últimas, estão dispostas segundo a mesma ordem de agrupamento em que os vectores foram obtidos (Vidè: mapa espécimen dos planos de restituição e vectores, Perfil n.º 2), determinando-se no quadro, as *cotas definitivas* dos pontos nivelados fotogrametricamente, pela média dos valores provenientes de cada núcleo de 3 vectores.

Subtraindo os valores as cotas obtidas por nivelamento directo (consideradas verdadeiras), dos valores das cotas definitivas, calcularam-se os desvios ( $\Delta_M$ ) e em seguida os seus quadrados ( $\Delta_M^2$ ) — inscritos respectivamente na 5.ª e 6.ª colunas do quadro.

Nas duas colunas seguintes (7.ª e 8.ª) estão inscritos os valores dos desvios ( $\Delta$ ) e dos quadrados dos desvios ( $\Delta^2$ ) — determinados de maneira análoga — relativos às cotas deduzidas dos vectores considerados individualmente.

\* \* \*

*Observação:* — A norma adoptada na determinação das intercepções (grupos de 3 vectores), obrigou-nos, por vezes, a empregar repetidamente certas provas restituídas na definição de pontos da mesma zona do levantamento.

Sucede que aos vectores repetidos (provenientes da mesma prova restituída) correspondem cotas diferentes atribuídas ao mesmo ponto do terreno, sendo impossível estabelecer um critério que presida à rejeição dos valores supra-numerários e mantenha em perfeita igualdade de condições todos os vectores da massa em estudo.

Partindo da suposição — adiante confirmada — de que os erros devidos à fotografia e óptica do processo de restituição são desprezíveis em relação aos erros provenientes da parte manual complementar do Método, adoptámos o critério de manter tódas as diferenças de nível calculadas, considerando inteiramente independentes os diferentes valo-

---

evidentemente, ter significado tão lato, ficando sujeitas — como acima dizemos — às condições particulares em que este trabalho se realizou.

Esta cláusula supõe-se aceite e subentendida em tódas as afirmações subsequentes que se achem fundamentadas nos dados colhidos directamente deste ensaio experimental.

res das cotas deduzidos da mesma prova restituída e atribuídos a um mesmo ponto do terreno. Isto é, admitimos que as divergências entre os valores superabundantes eram devidas precisamente àquela inexactidão cujo índice nos propomos determinar.

\* \* \*

Damos a seguir o valor do erro médio quadrático calculado para cada caso segundo os elementos fornecidos pelo quadro a que nos temos referido.

**Nivelamento por grupos de 3 vectores:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2_M| &= 3.919 \\ n &= 125 \\ \varepsilon_M &= \sqrt{\frac{3.919}{125}} = \pm 5,6 \text{ dcm.} \end{aligned}$$

**Nivelamento por vectores isolados:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 33.411 \\ n &= 375 \\ \varepsilon &= \sqrt{\frac{33.411}{375}} = \pm 9,4 \text{ dcm.} \end{aligned}$$

### 7) Esbôço crítico

Da comparação do valor do erro médio quadrático atribuído ao « nivelamento por vectores isolados »:

$$\varepsilon = \pm 9,4 \dots$$

com o valor do erro médio do « nivelamento por grupos de vectores »:

$$\varepsilon_M = \pm 5,6$$

pode concluir-se que os vectores de cada agrupamento parece não usufruem de qualquer qualidade particular ou manifestarem entre si qualquer afinidade especial que os distingam de outros vectores estranhos ao núcleo.

Os vectores de um núcleo representam a cota do ponto por eles definido com o mesmo rigor que igual número de vectores individuais e independentes, relativos ao mesmo ponto.

Tudo se passa como se o índice de precisão das « cotas definitivas » (1) tivesse sido determinado a partir do valor do erro médio atribuído às diferenças de nível deduzidas de vectores isolados por intermédio da fórmula geral:

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon}{\sqrt{n}}$$

Com efeito, fazendo

$$\epsilon = \pm 9,4 \dots$$

e

$$n = 3$$

daquela expressão, vem:

$$\epsilon_0 = \frac{9,4 \dots}{1,73} = \pm 5,5 \text{ dcm.}$$

valor que não difere sensivelmente do erro médio calculado a partir dos desvios das cotas definitivas.

Podemos, portanto, afirmar que as diferenças de nível atribuídas aos pontos cotados por qualquer dos processos, são « compatíveis » (Johnson), isto é, referem-se a observações em que se cometeram erros da mesma natureza.

Por consequência, o rigor das diferentes operações e o valor intrínseco dos processos empregados no decorrer da experiência encontram-se sintetizados, de maneira equivalente, em qualquer das massas de desvios considerados.

Por esta razão, decidimos pôr de parte os desvios procedentes das cotas definitivas e orientar a nossa crítica sôbre a massa mais populosa e menos complexa, dos desvios provenientes do « nivelamento por vectores isolados ».

\* \* \*

Para maior facilidade de observação da massa de desvios que nos propomos estudar, começamos por estabelecer a sua curva de frequência.

(1) Assim designámos anteriormente a média das diferenças de nível deduzida do grupo ou núcleo de vectores que define a posição planimétrica do ponto cotado (3 vectores).

O gráfico representado na Fig. 13 foi obtido pela classificação dos desvios segundo os seus valores naturais.

O recorte irregularmente franjado da curva desenhada — sintoma característico (?) da insuficiência do número de desvios considerados (Brunt) — revela a necessidade de adoptar uma unidade de classificação mais ampla que permita um agrupamento suficientemente regular da escassa população de que dispomos (375 desvios).

Tomando três a três as ordenadas representadas naquele gráfico, isto é, aproximando aos 15 cm. o valor dos desvios, conseguimos uma curva de aspecto menos desordenado que nos permite fazer um juízo mais perfeito da variação dos desvios no seu aspecto de conjunto.

A curva de frequência assim obtida, está representada na Fig. 14 juntamente com a curva teórica de probabilidade — deduzida do erro médio quadrático com auxilio de uma tabela de probabilidade.

Podemos então verificar que a frequência dos desvios diverge, muito sensivelmente, da sua probabilidade teórica, apresentando uma decidida predominância de valores positivos e outras perturbações de natureza sistemática.

Pelo que tivemos ocasião de observar e anotar no decorrer deste trabalho, essas manifestações de carácter sistemático não podem surpreender-nos. Antes nos causa surpresa o ritmo, a maneira regular como causas sistemáticas tão variadas, versáteis e discordantes se reflectem na curva de frequência dos desvios.

O recorte desordenado da curva primeiramente desenhada, harmonizar-se-ia melhor com a nossa expectativa.

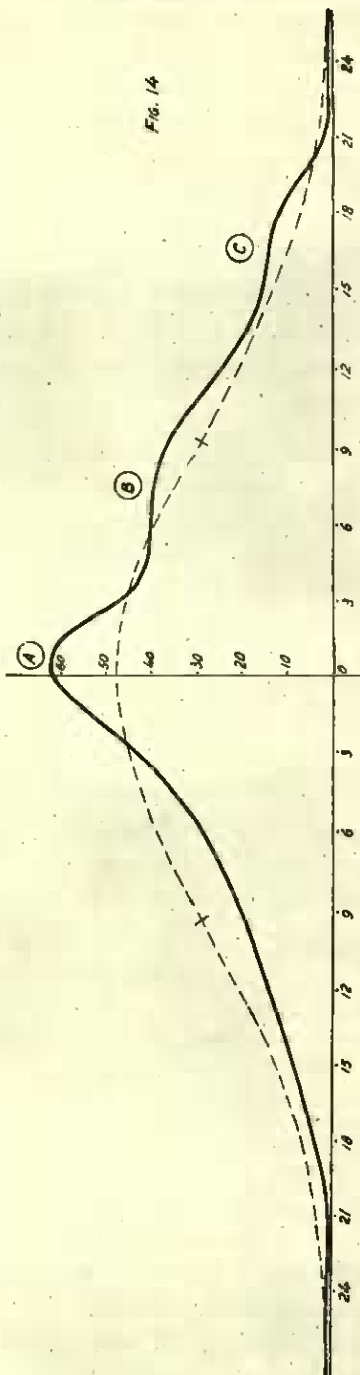
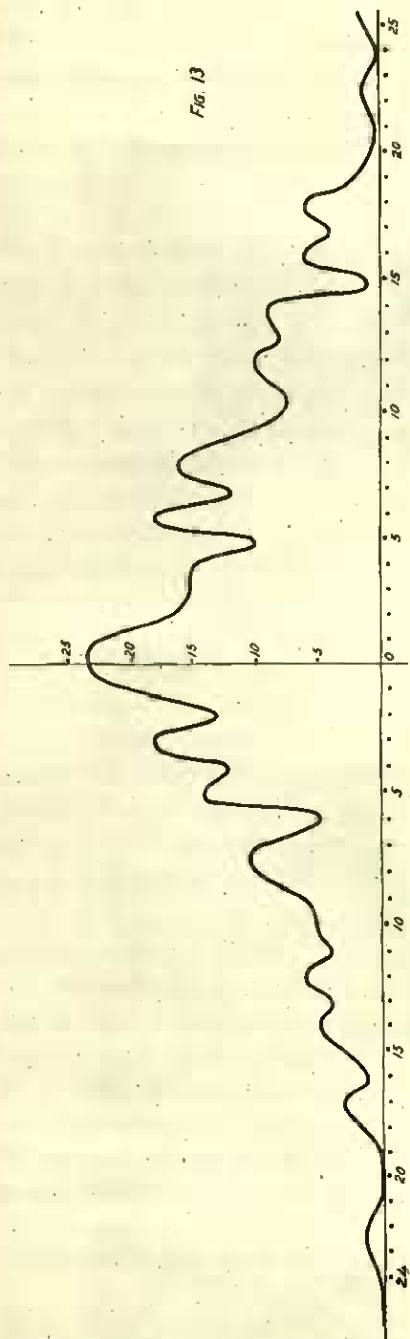
Ousamos concluir destes factos que alguns erros cometidos no decorrer dos trabalhos (especialmente os que resultam da manipulação do Método), não obstante serem, em muitos aspectos, de carácter nitidamente sistemático quando observados no âmbito restrito de uma fase do Método, adquirem, pela sua inconstância nas repetições da fase em que se manifestam, características de indole «acidental» que impedem a sua diferenciação dos erros fortuitos, quando observados em conjunto.

Admitindo que assim sucede (1), as perturbações que notámos

---

(1) Embora nos pareça verosímil, aquela conclusão é bastante livre e não encontramos processo de a confirmar.

Como é fácil de ver, se o efeito das causas de erro a que nos referimos fôr da ordem do decímetro, a própria maneira como a curva de frequência foi piquetada impede a manifestação de «sistemismo». Em última análise, a questão resume-se em discernir, de maneira decisiva, qual a causa do franjado da curva de frequência primeiramente desenhada,



deformarem de maneira regular a curva de frequência dos desvios serão então devidas a causas sistemáticas que, pela maneira mais persistente como se manifestam, deverão estar intimamente ligadas à própria concepção do Método.

Importa, portanto, estabelecer a origem de tais perturbações.

\* \* \*

No intuito de reunir elementos que fornecessem algum indício sobre que pudéssemos orientar a nossa pesquisa, fizemos a seguinte experiência.

Sobre a gelatina de uma chapa fotográfica, do mesmo formato utilizado no levantamento, gravámos (Fig. 15) dois traços paralelos à aresta da chapa dividindo longitudinalmente a sua superfície em três «zonas» iguais; o cruzamento das diagonais marcando o centro da chapa e uma circunferência concêntrica de 6 centímetros de raio.

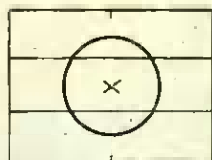


Fig. 15

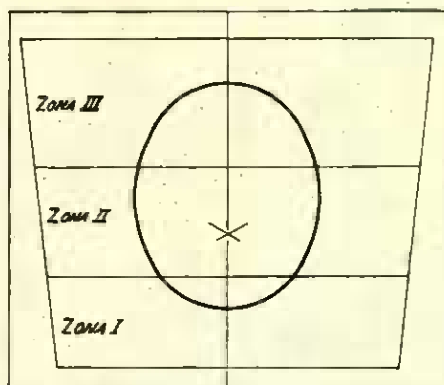


Fig. 16

Recorrendo às fichas de restituição arquivadas no processo do levantamento, determinámos o valor médio das inclinações  $i$  e dos coeficientes de ampliação  $k$  registados no decorrer das restituições.

Obtida a posição conjugada dos planos da chapa e do alvo correspondentes àqueles valores médios, foi a chapa projectada no aparelho restituidor de tal maneira que os traços divisórios das zonas formassem um ângulo de  $90^\circ$  com a linha de maior declive.

A imagem formada no alvo foi desenhada a lápis sobre uma folha de papel vegetal, completando-se o desenho com a representação da linha de maior declive.

Em seguida, foi este padrão (Fig. 16) decalcado sobre todas as provas restituídas empregadas no nivelamento, utilizando-se a linha de

maior declive e o cruzamento das diagonais, como referências de apoio.

Cada prova restituída ficou assim dividida em três faixas designadas «zona I, II e III», segundo a ordem como se afastam do «pé da perpendicular» e, em duas áreas, separadas por uma élipse, a que chamámos «central» e «periférica», segundo a sua posição em relação ao bôrdo da chapa.

Nas últimas colunas do quadro incluído no final deste trabalho, os 375 desvios em estudo estão classificados em cinco categorias, conforme a região que os vectores correspondentes ocupavam nas provas restituídas.

Os valores do erro médio deduzidos dos desvios reúnidos em cada categoria são os seguintes:

**Área central:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 16,175 \\ n &= 187 \\ \varepsilon_c &= \pm 9,3 \end{aligned}$$

**Área periférica:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 17,236 \\ n &= 188 \\ \varepsilon_p &= \pm 9,6 \end{aligned}$$

**Zona I:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 10,294 \\ n &= 77 \\ \varepsilon_I &= \pm 11,5 \end{aligned}$$

**Zona II:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 16,348 \\ n &= 170 \\ \varepsilon_{II} &= \pm 9,8 \end{aligned}$$

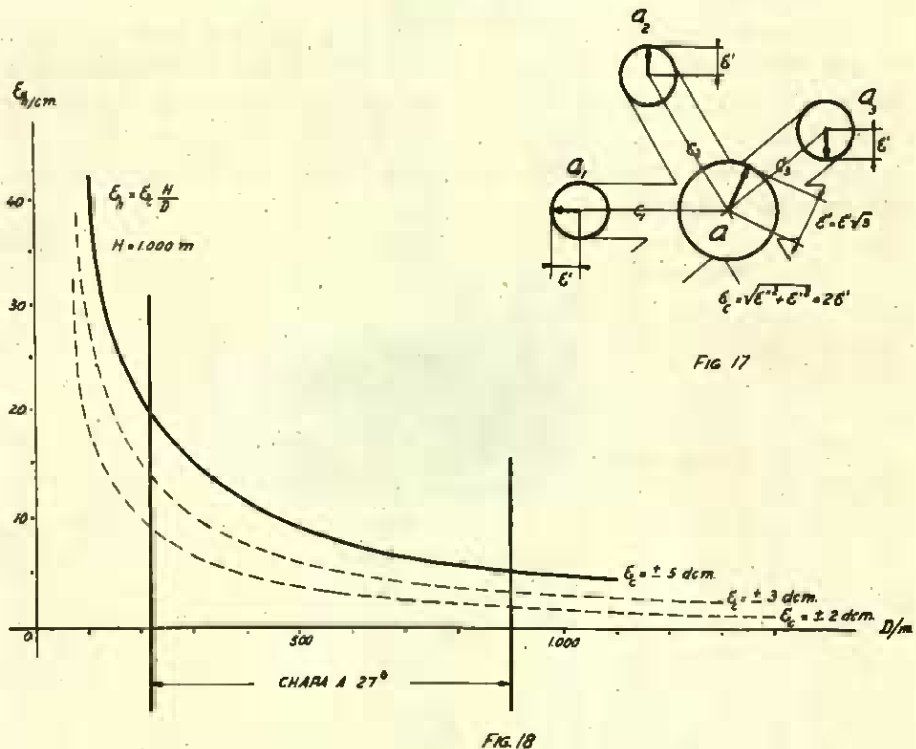
**Zona III:**

$$\begin{aligned} |\Delta^2| &= 6,719 \\ n &= 128 \\ \varepsilon_{III} &= \pm 7,2 \end{aligned}$$

Dos resultados da experiência tira-se, como consequência imediata, que:

a) Os erros provenientes do defeito de astigmatismo da objectiva empregada na tomada das perspectivas, não são apreciáveis;

b) As deficiências da óptica de restituição e os erros devidos à refração e esfericidade não prejudicam, dentro dos limites ensaiados,



o acréscimo de precisão resultante do aumento progressivo da distância dos pontos cotados ao « pé da perpendicular »;

c) Os desvios apreciados não constituem uma massa perfeitamente homogênea.

\* \* \*

Parece, pois, estar indicado examinar, mais em detalhe, a razão de ser daquela heterogeneidade constatada na massa dos desvios.

Consideremos, então, as perspectivas  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , de um ponto, decalcadas de três provas restituídas, empregadas na determinação da sua posição planimétrica (Fig. 17).

Designemos  $\epsilon'$  o erro de posição de cada imagem decalcada; por  $\epsilon''$  o erro de posição da intercepção dos traços dos planos projectantes que define a posição planimétrica do ponto; por  $\epsilon_{c_1}, \epsilon_{c_2}, \epsilon_{c_3}$  os erros que resultam para o comprimento dos vectores; finalmente, chamemos  $\epsilon_h$  o erro médio da diferença de nível deduzida de um vector de comprimento  $c \pm \epsilon_c$ .

Da aplicação dos teoremas da propagação dos erros, vem:

$$\epsilon'' = \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon'^3 + \epsilon'^2} \quad (10)$$

$$\epsilon_{c_1} = \epsilon_{c_2} = \epsilon_{c_3} = \sqrt{\epsilon''^2 + \epsilon'^3} = 2 \epsilon' \quad (11)$$

Por último, da função

$$h = c \frac{H}{D}$$

tira-se

$$\epsilon_h = \epsilon_c \frac{H}{D} \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{H}{D} = \text{const.}$$

Isto é, para um determinado valor de  $\epsilon_c$  e uma altura de vôo constante  $H$ , o erro médio  $\epsilon_h$  varia na razão inversa do valor  $D$  — princípio que, como se sabe, sugeriu a utilização da fotografia muito inclinada.

Como consequência imediata, sucede que cada valor  $D \pm \Delta D$  delimitará na superfície da prova restituída uma zona elementar ou, mais precisamente, uma coroa circular a que corresponde uma *estirpe de desvios* perfeitamente definida, caracterizada por um determinado valor de  $\epsilon_h$ .

Dos resultados da experiência citada no parágrafo anterior, pode determinar-se « grosso modo » o índice de precisão  $\epsilon_c$  do comprimento dos vectores, obtido no ensaio experimental.

Assim, se na Zona II (1) determinarmos o valor de  $D$  que corresponde ao centro de figura da área demarcada, fazendo:

$$\varepsilon_h = \varepsilon_{II} = \pm 9,8$$

e admitindo que:

$$\frac{H}{D} = 1,96 \text{ (valor médio)}$$

da expressão (12) deduz-se:

$$\varepsilon_c = \frac{\pm 9,8}{1,96} = \pm 5 \text{ dcm.}$$

valor aproximado que nos permite determinar a curva de variação de  $\varepsilon_h$  que caracteriza a heterogeneidade da massa total dos desvios dentro dos limites de cada prova restituída (Fig. 18).

Se tomarmos em consideração a escala de representação dos vectores desenhados e referirmos  $\varepsilon_c$  ao seu « valor gráfico », podemos também escrever:

$$\varepsilon_c = \pm 0,5 \text{ m/m.}$$

Posta de parte a hipótese de que erros desta natureza fôsem cometidos na medição do comprimento dos vectores, torna-se forçoso atribuir à restituição e decalque a causa de tal imprecisão. Desta maneira, atendendo a (11) será:

$$\varepsilon' = \pm 0,25 \text{ m/m.}$$

e tomando em consideração (10), teremos:

$$\varepsilon'' = \pm 0,4 \text{ m/m.,}$$

para  $n = 3$

Estamos, portanto, em face de um erro planimétrico cerca de duas vezes superior àquele constatado nas experiências de Roussilhe (2).

(1) Foi nesta Zona que a população dos desvios provou ser mais densa, onde por consequência, a sua distribuição tem mais probabilidade de fazer-se uniformemente por toda a superfície da região delimitada.

(2) Dada a maneira confusa como Roussilhe apresenta a questão, a comparação dos resultados torna-se muito precária, se não impossível.

O índice de precisão mais frequentemente utilizado por Roussilhe é o «écart

Uma restituição em condições mais regulares, dando ocasião a um decalque em condições mais favoráveis, deverá conduzir facilmente a uma determinação planimétrica mais rigorosa.

É fácil de ver que, dentro da mesma amplitude de variação de  $D$  (Fig. 18), a heterogeneidade da massa dos desvios proveniente das diferenças de valor que veem para  $\varepsilon_h$ , é tanto menos pronunciada quanto menor fôr o valor de  $\varepsilon_c$ .

Verifica-se também que a fotografia inclinada a 27°-28° ainda

moyen» ou (?) «erreur moyenne» que em geral é apresentado isolado de quaisquer pormenores que indiquem como foram obtidos e auxiliem a sua interpretação.

Aquelas designações, pela sua analogia com «average deviation» ou «average error», favorecem sobremaneira a confusão com o «erro médio aritmético». Contudo o índice adoptado por Roussilhe parece nem sempre corresponder ao erro médio aritmético. Já no fim do seu tratado de fotogrametria, Roussilhe, estudando a precisão de quadrículas, apresenta acidentalmente a seguinte definição:

...«Dans le cas des mesures angulaires, on a appelé *écart moyen* l'écart de la valeur moyenne des mesures  $\alpha_m$  à la valeur théorique 100 g. Cet écart est donné, avec son signe, par la formule

$$\alpha_m - 100 \text{ g.}$$

«L'écart minimum ou maximum consiste, également, en l'écart de la valeur minimum ou maximum  $\alpha_m$  à la valeur théorique»...

Assim, o *écart moyen* tal como está definido por Roussilhe, será:

$$\text{Écart moyen} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_n}{n} = 0$$

$n = \infty$

Ao passo que o erro médio aritmético é, como se sabe:

$$E. M. A. = \frac{[\Delta]}{n} = \eta$$

$n = \infty$

Como se compreende, sempre que os *desvios* considerados tenham o mesmo sinal ou, por circunstâncias especiais, sejam apreciados em seu valor absoluto, o *écart moyen* corresponde ao erro médio aritmético. No caso contrário, quando a apreciação incide sobre *resíduos*, o *écart moyen* conduz a resultados muito lisonjeiros que evidentemente não satisfazem o conceito teórico atribuído ao erro médio aritmético.

Para maior dificuldade de interpretação, Roussilhe parece não se fixar em um único critério ou processo de avaliar os resultados das suas experiências.

Assim, em Serris, Vignemont, Chermizy, Cerseuil, Jouy-sous-Teille e Dolan-

abrange um trço da curva de variaço de  $\varepsilon_n$ , de gradiente muito elevado (Fig. 18), circunstância que só dificilmente poderá acontecer utilizando a fotografia a 30°.

Por consequência, podemos com fundamento supor que estes três factos atendidos simultaneamente, deverão dar lugar a que o rigor da determinaço altimétrica seja levado muito além da precisão constatada no nosso ensaio experimental.

\* \* \*

Das consideraçoes que deixámos anotadas no parágrafo anterior, depreende-se que a « contextura » da massa dos desvios provenientes do nivelamento fotogramétrico, independentemente da precisão consumada na determinaço da posiço planimétrica dos pontos cotados, depende também da maneira casual como aquêles pontos se distribuem pelas diferentes regioes da prova restituída.

Uma dada massa caracterizar-se- portanto, pelo número dos desvios que comporta cada uma das estirpes resultantes do parcelamento da superfície da prova restituída segundo um determinado critério bem adequado ao rigor de apreciaço da precisão dos resultados.

Das curvas de probabilidade dos desvios de cada estirpe podermos então determinar a curva de probabilidade ou curva teórica de frequência que define a massa considerada.

Assim, se traçarmos (Fig. 19) as curvas de probabilidade dos  $S, T, U, V$  desvios relativos às estirpes I, II, III, IV a que correspondem os índices de precisão  $\varepsilon_{h_I}, \varepsilon_{h_{II}}, \varepsilon_{h_{III}}, \varepsilon_{h_{IV}}$ , verificados em uma dada massa, somando ordenadamente o número de desvios representados pelas ordenadas :

$$\begin{array}{c} S_1, S_2, S_3, \dots, \dots, S_n \\ l_1, l_2, l_3, \dots, \dots, l_n \end{array}$$

court, foram adoptados sucessivamente o *écart maximum* (dimensão do triângulo de incerteza), o *écart moyen* (discordância entre posiçoes trigonométricas e fotogramétricas), o *écart moyen* (discordância de comprimentos de bases) ( $\sigma\sqrt{2}$ ), o *erreur moyenne* (dimensão do triângulo de incerteza), o *erreur moyenne* (raio do chapéu de incerteza) e por último a *indécision graphique* (METADE do erro de posiçoo), critérios que, conduzindo sempre ao mesmo resultado, antes parece provarem que a *precisão planimétrica* obtida nas diferentes experiências não é invariavelmente 15 cm. — como Roussilhe se esforça por demonstrar.

$$u_1, u_2, u_3, \dots, \dots, u_n$$

$$v_1, v_2, v_3, \dots, \dots, v_n$$

que correspondem às diferentes grandezas:

$$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots, \dots, \Delta_n$$

referentes a cada estirpe, obteremos as ordenadas:

$$s_1 + t_1 + u_1 + v_1$$

$$s_2 + t_2 + u_2 + v_2$$

$$s_3 + t_3 + u_3 + v_3$$

$$\dots + \dots + \dots + \dots$$

$$s_n + t_n + u_n + v_n$$

representativas das probabilidades.

$$P_1 = \frac{s_1 + t_1 + u_1 + v_1}{S + T + U + V}$$

$$P_2 = \frac{s_2 + t_2 + u_2 + v_2}{S + T + U + V}$$

$$\dots$$

$$P_n = \frac{s_n + t_n + u_n + v_n}{S + T + U + V}$$

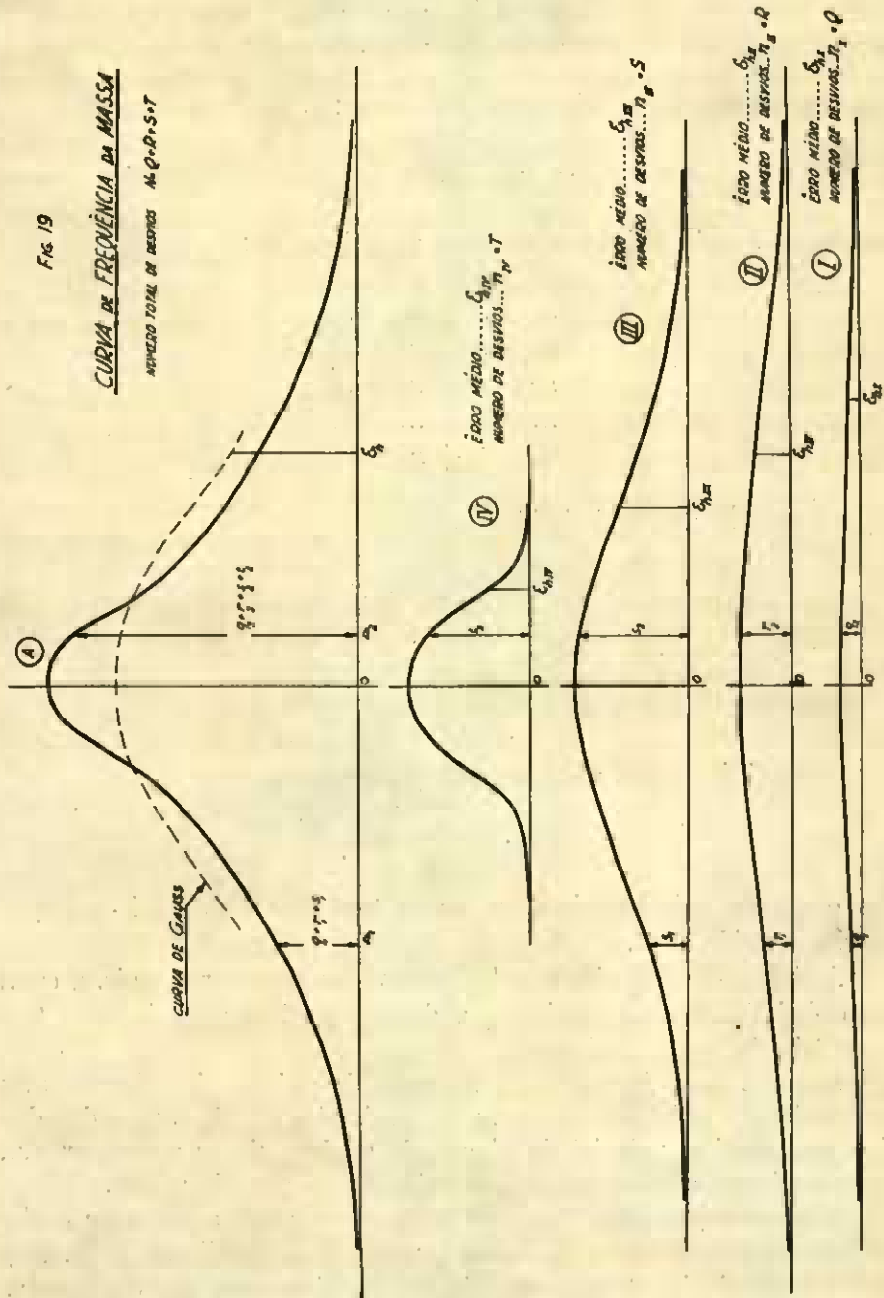
dos erros de cada grandeza, na massa total dos  $N = S + T + U + V$ , desvios considerados.

A linha que delimita aquelas ordenadas representa, pois, a curva de probabilidade dos desvios, quando se considera unitariamente tódã superfície da prova restituída.

Como é fácil de ver, a coexistência de estirpes de diferente grau de precisão « estimula » a curva de probabilidade da massa dos desvios estabelecida pela lei de Gauss, de modo mais ou menos pronunciado conforme a heterogeneidade existente na própria massa.

É interessante notar que, no seu aspecto geral, a curva de probabilidade assim obtida (Fig. 19) apresenta uma manifesta semelhança com a curva de frequência estabelecida anteriormente pela classificação e contagem dos desvios constatados no nosso ensaio experimental.

A protuberância *A* que então verificámos deformar o ápice da



curva (Fig. 14) parece pois justificar-se pela própria configuração da verdadeira curva teórica de frequência que a heterogeneidade da massa faz diferir — como vimos (1) — da curva clássica de probabilidade estabelecida por Gauss.

\* \* \*

Estabelecidos estes factos, do exame da Fig. 14 resulta agora intuitivo que as perturbações de carácter sistemático que notámos deformato o ramo positivo da curva prática de frequência, serão devidas a um descentramento progressivo das curvas de probabilidade de cada uma das estirpes existentes na massa dos desvios.

Efectivamente, se dispusermos de maneira conveniente (Fig. 20) as curvas de probabilidade das estirpes I, II, III, IV que constituem a massa dos  $N = S + T + U + V$  desvios (considerados no exemplo anterior) conseguiremos pela maneira atrás descrita, uma curva «sintética» com a mesma configuração típica da curva de frequência representada na Fig. 14.

As protuberâncias *B* e *C* parece pois serem devidas a causas sistemáticas cujos efeitos variam inversamente de intensidade com a distância do «ponto de acção» ao pé da perpendicular.

Esta circunstância leva-nos a estabelecer a hipótese da existência de um erro sistemático de posição  $S_c$  que, transmitindo-se à diferença de nível dos pontos cotados segundo a fórmula:

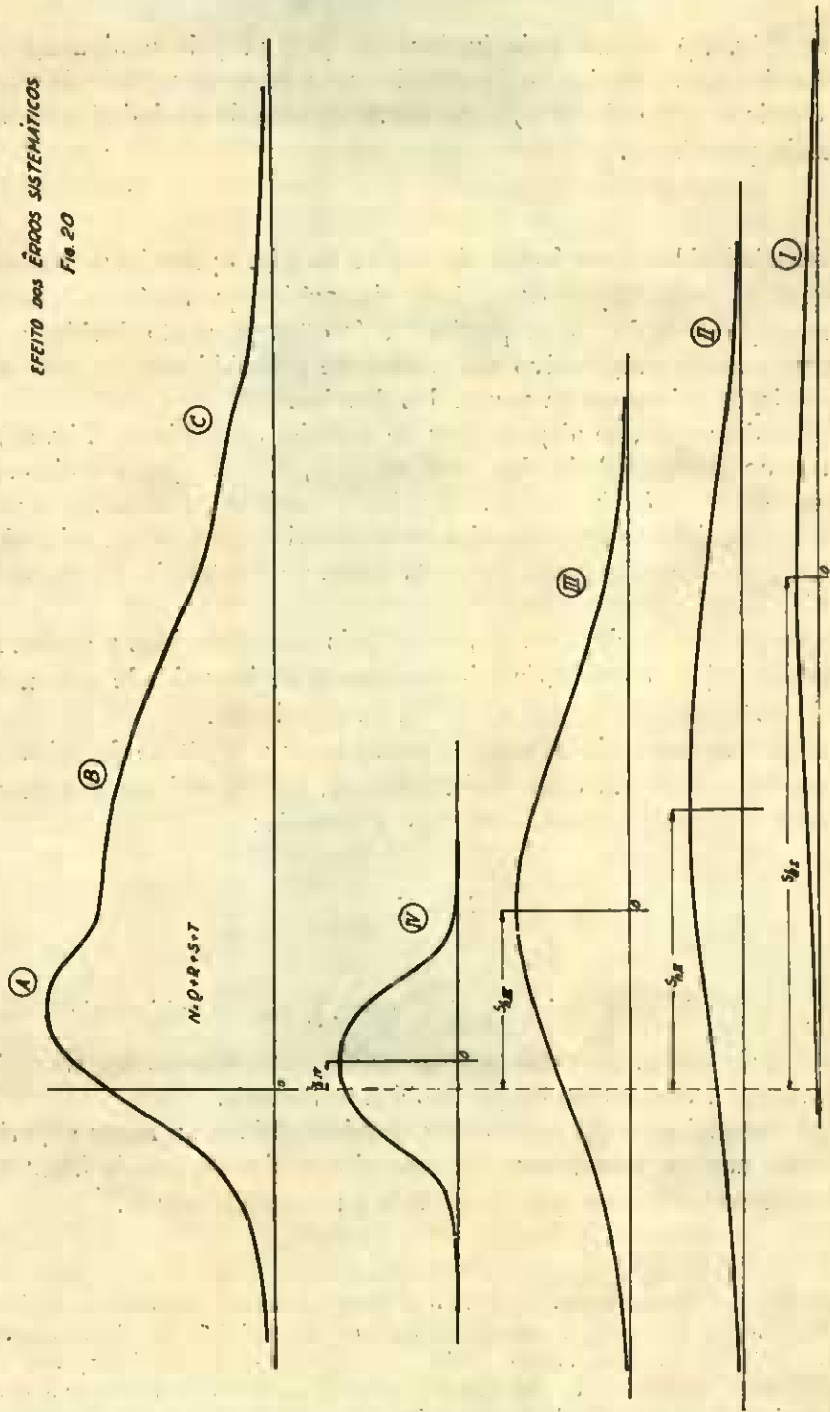
$$S_h = S_c \frac{H}{D}$$

tome, dentro de cada estirpe ( $\frac{H}{D} = \text{const.}$ ), valores altimétricos constantes que na Fig. 20 estão representados pelos descentramentos  $S_{bI}$ ,  $S_{bII}$ ,  $S_{bIII}$ , ... das curvas de probabilidade parciais.

A insuficiência do número de desvios obtidos na nossa experiência, não nos permite fazer o exame directo das curvas de frequência das diferentes estirpes que constituem a massa em estudo.

(1) Acessoriamente este facto vem demonstrar a impropriedade da utilização do erro médio atribuído à massa dos desvios, na definição do rigor do nivelamento. É evidente que aquêl índice de precisão só poderá interpretar com veracidade a qualidade das observações quando na massa se verifique apenas a existência de uma única estirpe de desvios.

EFEITO dos ERROS SISTEMÁTICOS  
Fig. 20



No entanto, a curva de variação daquele erro sistemático, poder-se-á determinar, embora de maneira aproximada (Fig. 21), tendo em consideração o descentramento (cerca de 10 cm.) da protuberância apical *A* da curva de frequência da massa dos desvios (Vidè Fig. 14).

Podemos então verificar que o valor presumível da amplitude dos descentamentos das curvas de probabilidade parciais que darão origem às protuberâncias *B* e *C* é superior ao valor máximo indicado pela

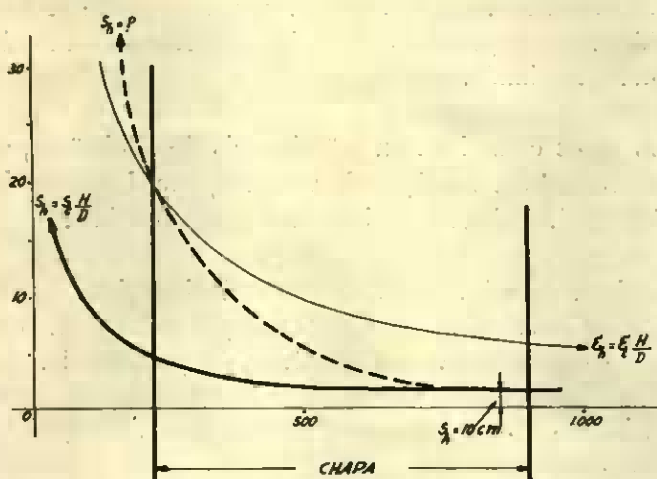


Fig. 21

curva de variação de  $S_h$  dentro dos limites estabelecidos pelas dimensões da prova restituída (Fig. 21).

O facto parece denotar que o erro sistemático de posição  $S_c$ , até agora considerado constante em toda a superfície da prova restituída, obedecerá por sua vez, a determinada lei de variação que justifique o aumento da sua grandeza à medida que a posição planimétrica dos pontos cotados se aproxime da base da prova restituída.

Pela maneira como se adapta a esta particularidade é provável que o erro sistemático cometido na determinação da posição do « pé da perpendicular » — proveniente, como já dissemos, da desrectificação do aparelho restituído — seja a causa determinante das perturbações de natureza sistemática que estamos procurando justificar.

Dada a impossibilidade de confirmar esta hipótese e a falta de mais

elementos que nos permitam prosseguir neste esboço crítico sem nos lançarmos completamente no campo de meras conjecturas, daremos por findo o nosso trabalho, apresentando no capítulo seguinte algumas das conclusões que nos parecem mais interessantes.

#### 8) Algumas conclusões

1.º — Os defeitos de construção e deficiências de rectificação do material utilizado tem grande e especial importância na restituição da fotografia muito inclinada.

2.º — Os erros cometidos na coincidência de restituição, operações de decalque, traçado e medição de vectores, excedem com facilidade, as tolerâncias estabelecidas analiticamente por Roussilhe.

3.º — Dada a maneira como os erros planimétricos se transmitem às diferenças de nível dos pontos cotados, o estudo da precisão do nivelamento é essencialmente um problema de planimetria.

4.º — A inclinação da fotografia poderá com vantagem exceder o limite apontado por Roussilhe.

5.º — Em virtude do próprio mecanismo do método, os erros altimétricos não obedecem à lei fundamental de Gauss, impossibilitando exprimir pelos meios correntes e com rigor, o índice de precisão do nivelamento.

6.º — Com excepção da fotografia e da óptica de restituição, o processo de realização e o material (1924) não satisfazem ao rigor de concepção do método. A todos os aperfeiçoamentos a introduzir deverá, por consequência, corresponder um apreciável aumento de precisão.

## OBRAS CITADAS

- BRIGGS MC. SC., HENRY — *The Effects of Errors in Surveying.*  
BRUNT, DAVID — *Combination of Observations.*  
GRÜBER (VOD) — *Traité de Photogrametrie* (trad.).  
HOTINE, CAP. M. — *Survey from Air Photographs.*  
INGRAM, C. E., EDWARD L. — *Geod. Sur. and The Adjustment of Observations.*  
JOHNSON, W. WOOLSEY — *The Theory of Errors and Method of Least Squares.*  
LELAND B. S. — C. E., ORA M. — *Practical Least Squares.*  
LEMONS, DR. VITOR HUGO DE — *Apontamentos de Topografia.*  
LEMONS, DR. VITOR HUGO DE — *Notas sobre o Método de Foto-Restituição Roussilhe.*  
MERRIMAN C. E., MANSFIELD — *Text-Book on the Method of Least Squares.*  
MERRIMAN C. E., MANSFIELD — *Precise Surveying and Geodesy.*  
PRÉVOT, ING. P. C., EUGÈNE — *Topographie.*  
ROUSSILHE ING. H., H. — *Emploi de la Photographie Aérienne aux L. Topographiques.*  
TRACY C. E., JOHN C. — *Plane Surveying.*  
WERKMEISTER, P. — *Topografia* (tradução).



APÊNDICE

APPENDIX

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:						
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS			
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central		
1	—	—	129.2(6)											
2	—	—	126.8(4)											
3	—	—	125.0(3)											
4	4 B	120.6	120.8(0)			- 02	004		004					004
	1 D	121.8				+ 10	100		100					100
	2 D	121.9				+ 11	121			121		121	121	
	M =	121.4		+ 06	036									
	3 B	119.5				- 13	169	169				169		
	1 D	122.7				+ 19	361		361			361		361
	2 D	122.4				+ 16	256			256		256		
	M =	121.5		+ 07	049									
5	4 B	120.5	120.0(4)			+ 05	025		025					025
	1 D	120.8				+ 08	064		064					064
	2 D	120.8				+ 08	064			064		064	064	
	M =	120.7		+ 07	049									
	3 B	120.3				+ 03	009	009				009		
	1 D	121.4				+ 14	196		196			196		196
	2 D	120.9				+ 09	081			081		081	081	
	M =	120.9		+ 09	081									
6	4 B	119.2	118.8(8)			+ 03	009		009					009
	1 D	119.8				+ 09	081		081					081
	2 D	119.5				+ 06	036			036		036	036	
	M =	119.5		+ 06	036									
	3 B	118.0				- 09	081	081				081		
	1 D	120.2				+ 13	169		169			169		169
	2 D	119.6				+ 07	049			049		049	049	
	M =	119.3		+ 04	016									
7	4 B	116.5	116.0(8)			+ 04	016		016					016
	1 D	116.8				+ 07	049		049					049
	2 D	116.5				+ 04	016			016		016	016	
	M =	116.6		+ 05	025									
	3 B	115.5				- 06	036	036						036
	1 D	117.4				+ 13	169		169			169		169
	2 D	117.3				+ 12	144			144		144	144	
	M =	116.7		+ 06	036									
Soma a transportar...					328		2305	295	1243	767	1026	1279		

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:					
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS		
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central	
		8	4 B					115.3	114.9(8)	+ 09	081	+ 03	009
1 D	116.5		+ 15	225	289	225							
2 D	115.9		+ 09	081			100	100					
M =	115.9												
3 B	114.3		114.5(4)	+ 07	049	- 07	049	529	064	049	064		
1 D	116.7					+ 17	289					121	121
2 D	116.0					+ 10	100						
M =	115.7												
4 B	114.4		114.5(4)	+ 05	025	- 01	001	529	064	049	001		
1 D	115.6					+ 11	121					1024	1024
2 D	115.1	+ 06				036	289						
M =	115.0												
3 B	113.7	116.5(3)	+ 03	009	- 08	064	100	064	064	064			
1 D	115.6				+ 11	121					121	121	
2 D	115.2				+ 07	049							016
M =	114.8												
2 B	112.2	116.5(3)	+ 09	081	- 23	529	100	900	100	900			
1 D	117.7				+ 32	1024					196	196	
2 D	116.2				+ 17	289							000
M =	115.4												
4 B	116.5	116.5(3)	+ 05	025	00	000	100	900	100	900			
1 D	117.6				+ 11	121					121	121	
2 D	116.9				+ 04	016							064
M =	117.0												
3 B	115.7	116.5(3)	+ 04	016	- 08	064	100	900	100	900			
1 D	117.6				+ 11	121					121	121	
2 D	117.3				+ 08	064							196
M =	116.9												
2 B	115.5	116.5(3)	+ 11	121	- 10	100	100	900	100	900			
1 D	119.5				+ 30	900					196	196	
2 D	117.9				+ 14	196							000
M =	117.6												
Soma.....					407		4569	678	3059	832	810	3759	
Transporte.....					328		2305	295	1243	767	1026	1279	
A transportar.....					735		6874	973	4302	1599	1836	5038	

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:					
		Nivelamento						ZONAS			ÁREAS		
		Fotogramétrico	Directo					I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central	
11	A''	116.4				- 01	001	001 064			001		
	2 B	115.7				- 08	064				064		
	2 D	116.9				+ 04	016				016	016	
	M =	116.3		- 02	004								
	4 B	118.8	118.8(3)			00	000			000	000		
	1 D	119.6					+ 08	064	064		009	009	064
	2 D	119.1					+ 03	009					
	M =	119.2		+ 04	016								
	3 B	118.0					- 03	064	064 100			064	100
	1 D	119.8				+ 10	100				081	081	
2 D	119.7				+ 09	081							
M =	119.2	+ 04	016										
2 B	117.4					- 14	196	196 1024			196	1024	
1 D	122.0				+ 32	1024				196	196		
2 D	120.2				+ 14	196							
M =	119.9	+ 11	121										
12	A''	119.2				+ 04	016	016 144				016	
	2 B	117.6				- 12	144					144	
	2 D	119.4				+ 06	036				086	036	
	M =	118.7	+ 01	001									
	3 B	124.9	125.5(6)			- 07	049	036 036			049	049	
	1 D	126.1					+ 06		036			004	036
	2 D	125.8					+ 02		004				004
	M =	125.6		00	000								
	2 B	125.3					- 03	009	625 625		009		009
	1 D	128.1				+ 25	625				196	625	
2 D	127.0				+ 14	196					196		
M =	126.8	+ 12	144										
A''	126.7					+ 11	121	121 000				121	
2 B	125.6				00	000				049	049	000	
2 D	126.3				+ 07	049							
M =	126.2	- 06	036										
Soma.....					336		3100	1203	1261	636	1297	1803	
Transporte.....					735		6874	973	4302	1599	1836	5038	
A transportar.....					1073		9974	2176	5563	2235	3133	6841	

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:				
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS	
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central
13	3 B	126.9	128.0(2)			- 11	121			121		
	1 D	128.6				+ 06	036	036		036		
	2 D	128.7				+ 07	049		049	049		
	M =	128.1		+ 01	001							
	2 B	127.6										
	1 D	180.6				- 04	016	196	016		016	
	2 D	129.0				+ 14	196			196		
	M =	129.1	+ 11	121		+ 10	100		100	100		
	A//	129.3										
	2 B	128.0					+ 18	169	169			169
2 D	128.8					00	000		000		000	
M =	128.7	+ 07	049			+ 08	064		064	064		
14	3 B	129.3	130.4(7)			- 12	144			144		
	1 D	181.0				+ 05	025	025		025	025	
	2 D	131.0				+ 05	025			025	025	
	M =	130.4		- 01	001							
	2 B	131.0										
	1 D	131.7				+ 05	025		025		025	
	2 D	180.6				+ 12	144	144		144		
	M =	131.1	+ 06	036		+ 01	001		001	001		
	A//	132.3										
	2 B	181.2					+ 18	324		324		324
2 D	180.9					+ 07	049		049		049	
M =	181.5	+ 10	100			+ 04	016		016	016		
A//	182.1											
1 B	180.2					+ 16	256	009	256		256	
2 B	182.3					+ 03	009			009		
M =	181.5	+ 10	100			+ 18	324		324		324	
15	A//	183.3	131.4(7)			+ 18	324		324			324
	2 B	182.4				+ 09	081		081		081	
	2 D	181.1				- 04	016		016	016		
	M =	182.3		+ 08	064							
Soma.....					472		2514	579	1334	601	825	1689
Transporte.....					1073		9974	2176	5563	2285	3133	6841
A transportar.....					1545		12488	2755	6897	2886	3958	8530

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:						
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS			
								I	II	III	Perif. <sup>ra</sup>	Central		
16	A//	133.1				+ 16	256							
	1 B	132.1				+ 06	036	036	256				256	
	2 B	133.9				+ 14	196						036	
	M =	132.7			+ 12	144					196			196
	A//	132.7	132.1(2)			+ 06	036		036			036		
1 B	132.2				+ 01	001		001					001	
2 B	133.3				+ 12	144			144		144			
M =	132.7			+ 06	036									
17	—	—	131.7(5)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
18	—	—	132.2(8)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
19	A//	133.4	132.1(2)			+ 13	169		169			169		
	1 B	132.1				00	000		000					000
	2 B	133.7				+ 16	256			256		256		
	M =	133.1			+ 10	100								
20	—	—	122.3(8)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
21	—	—	116.9(7)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
22	3 B	110.5	109.5(5)			+ 10	100							
	2 C	110.1				+ 06	036	100				100		
	2 D	110.8				+ 13	169	036		169		036		
	M =	110.5			+ 10	100						169		
	3 D	109.6				+ 01	001				001	001		
3 B	109.6				+ 01	001	001				001			
2 C	109.4				- 01	001	001				001			
M =	109.5			00	000									
23	—	—	106.1(6)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
24	3 B	104.6	103.7(3)			+ 09	081							
	2 C	104.5				+ 08	064	081				081		
	2 D	103.8				+ 31	001	064		001		001		064
	M =	104.3			+ 06	036								
	3 D	104.4				+ 07	049				049	049		
3 B	104.4				+ 07	049	049				049			
2 C	103.6				- 01	001	001						001	
M =	104.1			+ 04	016									
Soma.....					432		1647	369	632	646	1098	554		
Transporte.....					1545		12488	2755	6897	2836	3958	8530		
A transportar.....					1977		14135	3124	7529	3482	5051	9084		

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:								
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS					
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central				
25	3 B	96.6	96.8(3)	00	000	-02	004	004	000	001	004	000				
	2 C	06.8				00	000									
	2 D	96.9				+01	001									
	M =	96.8														
	3 D	97.8					+10						100	100	100	004
	3 B	97.0					+02						004			
2 C	96.6		-02	004												
M =	97.1	-03	009													
26	3 B	94.7	94.7(0)	-01	001	00	000	000	000	009	000	000				
	2 C	94.7				00	000									
	2 D	94.4				-03	009									
	M =	94.6														
	3 D	95.0					+03						009	009	009	009
	3 B	95.5					+08						064			
2 C	94.7		00	000												
M =	95.1	+04	016													
27	3 B	94.1	92.6(6)	+04	016	+14	196	196	001	009	196	001				
	2 C	92.8				+01	001									
	2 D	92.4				-03	009									
	M =	93.1														
	3 D	92.7					00						000	000	000	000
	3 B	92.9					+02						004			
2 C	92.6		-01	001												
M =	92.7	00	000													
28	3 B	94.6	95.4(4)	-01	001	-08	064	064	004	036	064	004				
	2 C	95.2				-02	004									
	2 D	96.0				+06	036									
	M =	95.3														
	3 D	96.4					+10						100	100	100	009
	3 B	95.7					+03						009			
2 C	95.6		+02	004												
M =	95.9	+05	025													
Soma.....					068		623	414	209	554	069					
Transporte.....					1977		14135	3124	7529	3482	5051	9084				
A transportar.....					2045		14758	3124	7946	3691	5605	9153				

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em :				
		Nivelamento						ZONAS			ÁREAS	
		Fotogra- métrico	Directo					I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central
29	3 B	97.3	98.1(6)	- 04	016	- 09	081	081	081	004	000	
	2 C	98.0				- 02	004					
	2 D	98.2				00	000					
	M =	97.8										
	3 D	98.8	+ 01	001	+ 06	036	036	036	000	004		
	3 B	98.2			00	000						
	2 C	98.0			- 02	004						
	M =	98.3										
	30	3 B	100.9	101.8(7)	- 04	016	- 10	100	100	100	049	016
		2 C	101.2				- 07	049				
2 D		102.3	+ 04				016					
M =		101.5										
3 D		102.7	+ 02	004	+ 08	064	064	064	004	001		
3 B		101.7			- 02	004						
2 C		102.0			+ 01	001						
M =		102.1										
1 C		100.4	- 04	016	- 15	225	225	225	016	064		
2 B		101.5			- 04	016						
3 D	102.7	+ 08			064							
M =	101.5											
31	3 B	102.1	103.5(3)	- 03	009	- 14	196	196	196	009	064	
	2 C	103.2				- 03	009					
	2 D	104.3				+ 08	064					
	M =	103.2										
	3 D	104.3	+ 01	001	+ 08	064	064	064	025	000		
	3 B	103.0			- 05	025						
	2 C	103.5			00	000						
	M =	103.6										
	1 C	102.0	- 02	004	- 15	225	225	225	001	081		
	2 B	103.4			- 01	001						
3 D	104.4	+ 09			081							
M =	103.3											
Soma.....					067		1329	467	553	309	909	420
Transporte.....					2045		14758	3124	7943	3691	5605	9153
A transportar.....					2112		16087	3591	8496	4000	6514	9573

Número da Estacu	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:					
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS		
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central	
32	3 B	104.4	106.1(0)			- 17	289			289	289		
	2 C	104.9				- 12	144			144		144	
	2 D	107.3				+ 12	144		144			144	
	M =	105.5		- 06	036								
	3 D	107.1					+ 10	100		100		100	
	3 B	105.9					- 02	004		004	004		
	2 C	106.2					+ 01	001		001		001	
	M =	106.4	+ 03	009									
	1 C	104.4					- 17	289	289			289	
	2 B	105.6					- 05	025	025			025	
	3 D	106.9					+ 08	064		064		064	
	M =	105.6	- 05	025									
33	3 D	117.7	117.0(9)			+ 06	036			036		036	
	3 B	116.4				- 07	049			049	049		
	2 C	116.7				- 04	016			016	016		
	M =	116.9		- 02	004								
	1 C	115.7					- 14	196	196		196		
	2 B	117.2					+ 01	001	001			001	
	3 D	117.6					+ 05	025		025	025		
	M =	116.8	- 03	009									
	1 B	116.1					- 10	100	100		100		
	1 C	116.1					- 10	100		100			
	2 D	117.4					+ 03	009	009			009	
	M =	116.5	- 06	036									
34	3 D	123.1	122.3(1)			+ 08	064			064	064		
	3 B	121.7				- 06	036			036	036		
	2 C	121.8				- 05	025			025	025		
	M =	122.2		- 01	001								
	1 C	121.2					- 11	121	121		121		
	2 B	123.2					+ 09	081	081			081	
	3 D	122.6					+ 03	009		009	009		
	M =	122.3	00	000									
	Soma.....					120		1928	423	643	862	1348	580
	Transporte.....					2112		16087	3591	8496	4000	6514	9573
	A transportar.....					2232		18015	4014	9139	4862	7862	10153

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:						
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS			
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central		
		85	1 B					122.0						
1 C	121.4					- 03	009	009				009		
2 D	122.6								081			081		
M =	122.0				- 03	009		009						009
3 D	128.2		122.7(5)											
3 B	121.9											025	025	
2 C	122.2											064	064	
M =	122.4				- 03	009						025	025	
1 C	121.9													
2 B	128.2						- 08	064		064		064		
3 D	128.1					+ 05	025		025				025	
M =	122.7					+ 04	016			016	016			
86	1 B	122.8												
	1 C	122.0												
	2 D	128.7												
	M =	122.7				00	000							
	3 D	127.0	126.1(3)											
	3 B	125.1												
	2 C	125.0												
	M =	125.7												
	1 C	125.4												
	2 B	126.3												
3 D	126.6													
M =	126.1													
87	1 B	126.3												
	1 C	126.1												
	2 D	127.2												
	M =	126.5												
	1 C	128.9	129.4(7)											
	2 B	129.6												
	3 D	129.8												
	M =	129.4												
	Soma.....						051		1034	259	309	466	995	039
	Transporte .....						2232		18015	4014	9139	4862	7862	10153
A transportar.....						2283		19049	4273	9448	5328	8857	10192	

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:				
		Nivelamento						ZONAS			ÁREAS	
		Fotogramétrico	Directo					I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central
38	1 B	128.7				- 08	064	064				064
	1 C	128.4				- 11	121		121		121	
	2 D	130.0				+ 05	025	025			025	
	M =	129.0		- 05	025							
	1 C	131.5	132.0(4)			- 05	025		025		025	
	2 B	132.2				+ 02	004		004			004
	3 D	131.7				- 03	009			009	009	
	M =	131.8		- 02	004							
	1 B	132.2				+ 02	004	004				004
	1 C	131.5				- 05	025		025		025	
	2 D	132.2				+ 02	004	004			004	
	M =	132.0		00	000							
39	1 C	133.6	133.9(3)			- 03	009		009		009	
	2 B	133.9				00	000			000	000	
	3 D	133.6				- 03	009			009	009	
	M =	133.7		- 02	004							
	1 B	133.6				- 03	009	009				009
	1 C	133.6				- 03	009		009		009	
	2 D	134.1				+ 02	004	004			004	
	M =	133.8		- 01	001							
	1 C	132.0	132.4(1)			- 04	016		016		016	
	2 B	132.4				00	000			000	000	
	3 D	132.5				+ 01	001			001	001	
	M =	132.3		- 01	001							
40	1 B	131.9				- 05	025		025		016	025
	1 C	132.0				- 04	016		016		016	
	2 D	132.8				+ 04	016	016			016	
	M =	132.2		- 02	004							
	1 C	138.6	138.9(7)			- 04	016		016		016	
	2 B	138.7				- 03	009			009	009	
	3 D	138.7				- 03	009			009	009	
	M =	138.7		- 03	009							
	1 B	139.0				00	000		000			000
	1 C	138.8				- 02	004		004		004	
	2 D	139.1				+ 01	001	001			001	
	M =	139.0		00	000							
Soma.....					048		484	127	270	037	319	115
Transporte.....					2283		19049	4273	9448	5328	8857	10192
A transportar.....					2331		19483	4400	9718	5365	9176	10307

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:				
		Nivelamento						ZONAS			ÁREAS	
		Fotogramétrico	Directo					I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central
42	3 D	92.8	92.4(8)			+ 03	009		009			009
	2 C	92.8				+ 03	009					009
	1 C	92.8				+ 03	009	009		009		009
	M =	92.8		+ 03	009							
43	3 D	94.5	94.0(3)			+ 05	025		025			025
	2 C	94.7				+ 07	049					049
	1 C	94.1				+ 01	001	001		049		001
	M =	94.4		+ 04	016							
44	3 D	95.6	94.9(9)			+ 06	036		036			036
	2 C	95.4				+ 04	016					016
	1 C	94.5				- 05	025	025		016		025
	M =	95.2		+ 02	004							
	2 D	92.3			- 27	729	729			729		
	2 B	93.7			- 13	169		169		169		
	2 C	94.5			- 05	025			025		025	
	M =	98.5	- 15	225								
45	3 D	99.7	98.8(1)			+ 09	081		081			081
	2 C	98.8				00	000					000
	1 C	98.9				+ 01	001	001		000		001
	M =	99.1		+ 03	009							
	2 D	97.3			- 15	225	225			225		
	M =	97.8	- 10	100						081		025
46	3 B	99.1				- 03	009			009	009	
	2 B	100.0				+ 12	144		144		144	
	2 D	95.4				- 84	1156	1156			1156	
	M =	98.2	- 06	036								
	3 D	103.9	103.4(6)			+ 04	016			016		016
	2 C	103.5				00	000			000		000
	1 C	103.4				- 01	001	001				001
	M =	103.6		+ 01	001							
Soma.....					400		2841	2147	545	149	2513	828
Transporte.....					2331		19488	4400	9718	5365	9176	10307
A transportar.....					2731		22324	6547	10263	5514	11689	10685

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:																																																																																																
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS																																																																																													
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central																																																																																												
47	2 D	103.0	107.6(9)	-09	081	-05	025	025	256	049	025	256	049																																																																																											
	2 B	101.9												-05	025	+07	049	121	1089	121	049	121	1089																																																																																	
	2 C	102.8																						+02	004	+01	001	004	004	001	001	004																																																																								
	M =	102.6																															+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																																																															
	3 B	104.2																																								-06	036	+01	001	004	004	001	001	004																																																						
	2 B	104.6																																																	-08	009	+02	004	144	144	004	001	004																																													
	2 D	100.2																																																										+03	009	-02	004	004	004	004	001	004																																				
	M =	103.0																																																																			+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																											
	3 D	107.9																																																																												-08	009	+01	001	004	144	144	004	004																		
	2 C	107.8																																																																																					+03	009	+06	036	004	004	004	001	004									
	1 C	107.9																																																																																														+02	004	+02	004	004	004	004	001	004
	M =	107.9																																																																																																						
2 D	108.3	-06	036	-14	196	081	144	144	004	004																																																																																														
2 B	106.3										+03	009	-09	081	081	004	004	001	004																																																																																					
2 C	106.8																			+02	004	+01	001	004	144	144	004	004																																																																												
M =	107.1																												+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																																																																			
3 B	107.8																																					-08	009	+01	001	004	144	144	004	004																																																										
2 B	107.9																																														+03	009	+02	004	004	004	004	001	004																																																	
2 D	106.5																																																							+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																																								
M =	107.4																																																																+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																															
2 D	115.2																																																																									-08	009	+12	144	000	144	000	004	004																						
2 B	114.0																																																																																		+03	009	00	000	004	144	000	004	004													
2 C	113.8																																																																																											+03	009	-02	004	004	004	004	004	004				
M =	114.3																																																																																																				+03	009	-02	004
3 B	118.9	+02	004	-01	001	036	004	004	001	004																																																																																														
2 B	114.6										+02	004	+06	036	004	004	004	001	004																																																																																					
2 D	114.2																			+02	004	+02	004	004	004	004	001	004																																																																												
M =	114.2																												+02	004	+02	004	036	196	081	196	081																																																																			
2 D	120.6																																					-03	009	+17	289	144	289	144	169	169																																																										
2 B	117.7																																														-03	009	-12	144	169	144	169	169	144																																																	
2 C	117.6																																																							-03	009	-13	169	169	169	169	169	144																																								
M =	118.6																																																																-03	009	-13	169	169	169	169	169	144																															
Soma.....																																																																												177	2851	1298	1194	359	822	2029																						
Transporte.....																																																																												2781	22324	6547	10263	5514	11689	10635																						
A transportar.....																																																																												2908	25175	7845	11457	5873	12511	12664																						

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:					
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS		
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central	
50	3 B	118.7				- 02	004						
	2 B	118.8				- 01	001		001				001
	2 D	119.8				+ 09	081		081				081
	M =	119.1		+ 02	004								
	—	—	120.4(4)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
51	2 D	119.2	117.5(4)			+ 17	289		289				289
	2 B	117.4				- 01	001		001				001
	2 C	116.6				- 09	081			081		081	
	M =	117.7		+ 02	004								
	3 B	117.5					00	000			000		000
52	2 B	117.8				+ 03	009		009				009
	2 D	118.5				+ 10	100		100				100
	M =	117.9		+ 04	016								
	A''	118.2				+ 07	049	049				049	
	1 D	117.3				- 02	004	004				004	
53	3 B	117.4				- 01	001			001		001	
	M =	117.6		+ 01	001								
	2 D	114.4	112.9(6)			+ 14	196		196				196
	2 B	112.3				- 07	049		049				049
	2 C	111.8				- 12	144			144		144	
58	M =	112.8		- 02	004								
	3 B	112.5				- 05	025			025			025
	2 B	112.5				- 05	025		025				025
	2 D	113.7				+ 07	049		049				049
	M =	112.9		- 01	001								
58	A''	113.4				+ 04	016	016				016	
	1 D	113.1				+ 01	001	001				001	
	3 B	112.3				- 07	049			049			049
	M =	112.9		- 01	001								
	2 D	112.8	111.6(1)			+ 12	144		144				144
Soma	2 B	112.2				+ 06	036		036				036
	2 C	110.2				- 14	196			196		196	
	M =	111.7		+ 01	001								
	Soma .....				32		1550	070	980	500	496	1054	
	Transporte .....				2908		25175	7845	11457	5873	12511	12664	
A transportar .....				2940		26725	7915	12487	6378	13007	13718		

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:													
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS										
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central									
54	3 B	111.3	116.7(0)	+04	016	-03	009	324	016	009	324	009									
	2 B	112.0				+04	016						016	016							
	2 D	112.6				+10	100						100	100							
	M =	112.0																			
	A''	113.4											+18	324	324	324	324				
	1 D	113.4											+18	324	324	324	324				
	3 B	111.7											+01	001		001	001				
	M =	112.8				+12	144														
	2 D	118.9											+22	484		484	484				
	2 B	118.1											+14	196		196	196				
	2 C	116.8											-04	016		016	016				
	M =	117.8				+11	121														
55	3 B	117.5	127.8(0)	+13	169	+08	064	529	144	064	529	064									
	2 B	117.9				+12	144						144	144							
	2 D	118.7				+20	400						400	400							
	M =	118.0																			
	A''	119.0											+23	529	529	529	529				
	1 D	118.6											+19	361	361	361	361				
	3 B	117.6											+09	081		081	081				
	M =	118.4				+17	289														
	3 B	127.0											-08	064		064	064				
	2 B	127.9											+01	001		001	001				
	2 D	129.1											+13	169		169	169				
	M =	128.0				+02	004														
56	A''	127.0	130.8(9)	-01	001	-08	064	064	004	009	064	004									
	1 D	128.0				+02	004						004	004							
	3 B	128.1				+03	009							009	009						
	M =	127.7																			
	3 B	130.6											-03	009		009	009				
	2 B	130.4											-05	025		025	025				
	2 D	131.1											+02	004		004	004				
	M =	130.7				-02	004														
	Soma.....													748		3398	1606	1535	257	1731	1667
	Transporte.....													2940		26725	7915	12437	6373	13007	13718
	A transportar.....													3688		30123	9521	13972	6630	14738	15385

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS		Classificado quanto à posição em:										
		Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	ZONAS			ÁREAS			
		Fotogra-métrico	Directo					I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central		
57	A//	131.2				+ 03	009							
	1 D	131.7				+ 08	064		009			064	009	
	3 B	130.5				-- 04	016				016		016	
	M =	131.1		+ 02	004									
	3 B	133.2	133.2(9)			- 01	001				001	001		
58	2 B	133.4				+ 01	001		001				001	
	2 D	133.3				00	000				000	000		
	M =	133.3		00	000									
	A//	133.9				+ 06	036		036				036	
	1 D	133.7				+ 04	016		016			016		
59	3 B	133.0				- 03	009				009	009		
	M =	133.5		+ 02	004									
	3 B	133.7	134.0(9)			- 04	016				016	016		
	2 B	133.8				- 03	009		009			009		
	2 D	133.5				- 06	036				036	036		
77	M =	133.7		- 04	016									
	A//	134.9				+ 08	064		064				064	
	1 D	134.7				+ 06	036		036			036		
	3 B	134.1				00	000				000	000		
	M =	134.6		+ 05	025									
78	A//	136.3	135.7(1)			+ 06	036		036				036	
	1 D	136.1				+ 04	016		016			016		
	3 B	135.5				-- 02	004				004	004		
	M =	136.0		+ 03	009									
	1 C	105.7	107.0(2)			- 13	169		169			169		
78	1 B	104.8				- 22	484	434			484		169	
	3 D	108.6				+ 16	256		256			256	256	
	M =	106.4		- 06	036									
	1 C	109.8	110.1(8)			- 04	016		016				016	
	1 B	108.5				- 17	289	289			289			
Soma.....	3 D	111.4				+ 12	144		144				144	
	M =	109.9		- 03	009									
Soma.....					103		1727	773	872	082	980		747	
Transporte.....					3688		30123	9521	13972	6680	14738		15885	
A transportar.....					3791		31850	10294	14844	6712	15718		16182	

Número da Estaca	Prova restituída	COTAS Nivelamento		$\Delta_M$	$\Delta_M^2$	$\Delta$	$\Delta^2$	$\Delta^2$ Classificado quanto à posição em:				
		Fotogramétrico	Directo					ZONAS			ÁREAS	
								I	II	III	Perif. <sup>ca</sup>	Central
		79	1 C 1 B 3 D M =					118.0 116.8 120.4 <u>118.4</u>	118.6(2)	- 02	004	- 06 - 18 + 18
80	1 C 1 B 3 D M =	126.4 125.8 127.8 <u>126.7</u>	126.5(5)	+ 02	004	- 01 - 07 + 13	001 049 169	049 169	001	049 169	001	
81	1 C 1 B 3 D M =	130.5 130.5 131.9 <u>131.0</u>	130.5(9)	+ 04	016	- 01 - 05 + 13	001 001 169	001 169	001	001 169	001	
82	1 C 1 B 3 D M =	131.8 131.8 132.8 <u>132.1</u>	131.8(6)	+ 02	004	- 01 + 01 + 09	001 001 081	001 081	001	001 081	001	
83	1 C 1 B 3 D M =	133.1 134.5 134.1 <u>133.9</u>	132.8(7)	+ 10	100	+ 02 + 16 + 12	004 256 144	256 144	004	256 144	004	
Soma.....					128		1561	1554	007	1518	48	
Transporte.....					3791		31850	10294	14844	6712	15718	16132
TOTAL.....					3919		33411	10294	16898	6719	17236	16175
					n=125		n=375	n=87	n=170	n=128	n=188	n=187