UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA

Crescimento Multisectorial

Uma aplicação ao Caso Português

JOÃO CARLOS FERREIRA LOPES

Tese de Mestrado em Economia realizada sob a orientação de
JOÃO FERREIRA DO AMARAL

Lisboa
Setembro de 1988

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA

Crescimento Multisectorial

Uma aplicação ao Caso Português

JOÃO CARLOS FERREIRA LOPES

Tese de Mestrado em Economia realizada sob a orientação de
JOÃO FERREIRA DO AMARAL

Lisboa
Setembro de 1988

Agradeço ao Professor Doutor João Ferreira do Amaral, orientador desta dissertação, a amável e frutuosa disponibilidade com que sempre acompanhou o processo da sua elaboração.

Agradeço ao meu amigo Eng. Mário Abílio Lopes Baptista a útil colaboração prestada na preparação dos meios informáticos utilizados neste trabalho.

INDICE

1. INTRODUÇÃO

O objectivo central deste trabalho é a análise das potencialidades de crescimento da economia portuguesa, através da utilização de um modelo dinâmico de tipo multisectorial.

As razões da escolha do tema radicam na convicção, generalizadamente aceite, de que a economia portuguesa necessita atravessar, nos próximos anos, uma fase de crescimento económico relativamente acelerado, que permita diminuir o fosso que a separa das economias mais industrializadas, em geral, e dos seus parceiros comunitários, em particular.

A quantificação das potencialidades de crescimento de uma economia exige uma descrição detalhada da sua estrutura produtiva, que passa necessariamente pela análise das dependências intersectoriais dos processos tecnológicos e da utilização dos produtos, se possível num contexto dinâmico.

A fundamentação teórica deste trabalho centra-se, por conseguinte, no cruzamento de dois ramos importantes da Ciência Económica: a Teoria do Crescimento e a Análise Multisectorial, e é constituida por três referências básicas, apresentadas no Capítulo 2: o Modelo de von Neuman, o Modelo Dinâmico de Leontief, e a Teoria 'Turnpike' do Crescimento Optimal.

Do Modelo de von Neuman retira-se o importante conceito do crescimento proporcional maximal, associado a uma estrutura sectorial de eficiência constante ao longo do tempo - caminho de von Neuman.

As dificuldades, virtualmente intransponíveis, de aplicação do Modelo de von Neuman a uma economia concreta, devido ao grau de exigência de algumas das suas hipóteses (múltiplos processos produtivos em cada sector e admissibilidade de produção conjunta), podem ser superadas com a utilização do Modelo Dinâmico de Leontief.

Neste modelo e em certas circunstâncias pode assegurar-se a existência de uma trajectória de crescimento do sistema, equivalente ao caminho de von Neuman, e que servirá de suporte àquilo que chamaremos as potencialidades de crescimento eficiente da economia.

A esta trajectória estão associadas algumas dificuldades de natureza teórica e prática importantes, a saber:

i) pode tratar-se de uma trajectória relativamente instável, no sentido em que, se o sistema se afastar dela, pode gerar situações economicamente absurdas, como seja, por exemplo, o aparecimento de produções negativas nalguns sectores;

ii) o sistema pode não se encontrar, no momento inicial, sobre essa trajectória de eficiência, situação que será, aliás, obviamente a mais provável.

Estas dificuldades podem ser ultrapassadas com o tratamento optimal dos caminhos de acumulação do sistema, através da maximização de uma função-objectivo previamente escolhida (pode ser o valor dos stocks no período terminal ou o fluxo de utilidades intertemporais, descontadas ou não, por exemplo), sujeita às restrições tecnológicas e à não negatividade das produções sectoriais.

É este o objecto de estudo da chamada Teoria 'Turnpike', cujo resultado fundamental é a reabilitação do caminho de von Neuman enquanto melhor trajectória para a economia crescer no longo-prazo. E isto porque, mesmo que a economia se encontre afastada desta trajectória no momento inicial, e se dirija para um ponto igualmente afastado dela, o caminho de crescimento optimal tende a aproximar-se assimptoticamente do raio de von Neuman, e a permanecer junto a ele durante a maior parte do período de programação, desde que este seja suficientemente longo.

No Capítulo 3 faz-se uma aplicação dos conceitos apresentados no Enquadramento Teórico ao caso português, através de diversas 'versões' do Modelo Dinâmico de Leontief.

Começando pelo chamado Modelo Fechado, em que os factores primários (designadamente o trabalho) são assemelhados a um 'sector produtivo' específico, calcula-se a trajectória de Leontief das produções sectoriais e verifica-se a sua instabilidade relativa.

Confirmando um teorema dual muito importante verifica-se também que a trajectória de Leontief dos preços sectoriais é relativamente estável.

Em seguida, testa-se a verificação da propriedade 'turnpike' do crescimento optimal, tendo-se chegado a resultados significativos para um horizonte temporal de nove anos.

Depois de uma breve análise da sensibilidade da taxa de crescimento maximal a variações em alguns coeficientes tecnológicos, passa-se à quantificação das potencialidades de crescimento da economia (dadas pelo caminho de von Neuman) num modelo em que a Procura Final é tratada autonomamente, e em que desaparece o 'sector específico' relativo aos factores primários.

Finalmente, e como tentativa de aproximar a análise da realidade e dos problemas mais prementes que actualmente se colocam à economia portuguesa (pequena economia aberta), faz-se o tratamento do crescimento proporcional eficiente no contexto de um modelo em que são autonomizadas as variáveis relativas ao Comércio Internacional, o que permite destacar (e quantificar) o trade-off existente entre a taxa de crescimento eficiente do sistema e o deficit das contas com o Exterior (Balança Comercial).

2. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

2.1 O MODELO DE von NEUMAN

2.1.1 DESCRIÇÃO DA ECONOMIA

O trabalho pioneiro de von Neuman "A Model of General Economic Equilibrium"(1937/1945) é hoje reconhecidamente considerado o ponto de referência básico da análise do crescimento multisectorial.

von Neuman considera uma economia em que se dispõem de m processos produtivos, P_1, P_2, ... , P_m para produzir, isolada ou conjuntamente n bens G_1, G_2, ... , G_n.

O núcleo fundamental do modelo é a estrutura produtiva dada por duas matrizes tecnológicas:

i) a matriz A, cujo elemento genérico a_{ij} representa o consumo do bem j no processo i (por unidade de utilização);

ii) a matriz B, cujo elemento genérico b_{ij} representa a quantidade produzida do bem j no processo i (expressa na mesma unidade);

Em cada processo uma quantidade de stocks de bens é transformada numa outra quantidade de stocks de bens, num periodo de produção, o que pode ser formalizado da seguinte maneira:

$$P : \sum_{j=1}^{n} a_{ij} G_j \dashrightarrow \sum_{j=1}^{n} b_{ij} G_j ;$$

Os processos são utilizados com certas intensidades X_i (i=1,2,...m), o que significa que, para obter a produção total consumida ou produzida num processo, temos que multiplicar os coeficientes de input ou output pela intensidade com que o processo é usado (na definição do conceito intensidade o autor é omisso).

As incógnitas do modelo são as seguintes:

i) intensidades dos m processos : X

ii) factor de expansão da economia : g

iii) preços dos n bens : Y

iv) factor de juro : r

Neste contexto, o problema a resolver consubstancia-se nas seguintes interrogações:

a) Quais os processos a utilizar? (equivale a seleccionar os processos lucrativos, cuja definição será adiante esclarecida)

b) Qual a velocidade relativa do crescimento dos stocks de bens?

c) Quais os preços ? (correspondentes a uma situação de equilibrio)

d) Qual o factor de juro ? (associado aos preços de equilibrio)

Antes de apresentar o corpo de hipóteses consideradas essenciais para tratar este problema, von Neuman faz referência a dois aspectos extremamente interessantes e originais:

i) a definição de uma função F(X,Y) que é uma aplicação à Análise Económica do conceito de potencial da Termo-dinâmica (e que nos dá o potencial de crescimento da economia em causa);

ii) "a notável dualidade (simetria) que existe entre as variáveis monetárias (Y,r) e as variáveis técnicas (X,g)" [von Neuman(1945), p.1].

2.1.2 O CORPO DE HIPÓTESES

São as seguintes as hipóteses consideradas no modelo original de von Neuman :

a) $m > n$: ou seja , existe um número de processos disponíveis na economia superior ao número de bens que é necessário produzir. A consequência desta hipótese é a não possibilidade de utilização "do método usual de contar equações e incógnitas" [von Neuman,op.cit.,p.2] e a utilização alternativa de um sistema de inequações;

b) rendimentos constantes à escala : trata-se mais concretamente de um modelo linear com coeficientes constantes;

c) não existência de factores primários : considera-se que os bens são produzidos uns pelos outros, e todos os recursos naturais (incluindo o trabalho, que é tratado como qualquer outro bem) podem ser expandidos sem limites;

d) o consumo de bens é feito exclusivamente nos processos de produção: esta hipótese destina-se a "isolar completamente o fenómeno a explicar"[von Neuman,op.cit.,p.2], que é o crescimento económico proporcinado por uma dada base produtiva, logo elimina-se o consumo improdutivo e todo o rendimento excedentário é reinvestido;

Para além destas hipóteses básicas, há ainda a considerar a discussão em torno de algumas questões relevantes:

e) tratamento dos bens de capital: as dificuldades são superadas considerando que a um bem durável com diferentes níveis de desgaste correspondem diferentes bens;

f) escolha da unidade de tempo: para obter uma unidade homogénea, com processos de duração diversa, faz-se a partição dos processos mais longos, escolhendo como padrão o máximo divisor comum;

Estas hipóteses simplificadoras são essenciais para tornar o problema 'tratável' mas levantam naturalmente a seguinte objecção: será que faz sentido estudar (e tirar conclusões sobre) caminhos de crescimento equilibrado (i.e. a taxa uniforme) de 'bens' em diferentes fases de fabrico, ou com diferentes níveis de desgaste?

g) produção conjunta: é admitida no modelo . Esta é uma hipótese que está no centro de muitas dificuldades e que vai ser excluida em muitos desenvolvimentos posteriores, e que "aparece regularmente nos tratados económicos em secções dedicadas às complicações" [Pasineti(1977), p.xii da nota introdutória];

h) $a_{ij} + b_{ij} > 0$: esta hipótese, bastante forte, significa que qualquer bem i ,ou é necessário como input do processo j , ou é produzido por esse processo (ou ambas as coisas, evidentemente). Esta hipótese foi posteriormente 'enfraquecida' impondo-se o seguinte:

h') para cada j , existe pelo menos um i tal que $a_{ij} > 0$;

para cada i, existe pelo menos um j tal que $b_{ij} > 0$.

Com esta hipótese (muito mais verosímel) assegura-se igualmente que a economia não pode vir a separar-se em blocos independentes [ver Kemeny, Morgenstern e Thompson(1956)].

2.1.3 AS 'EQUAÇÕES ECONÓMICAS' E A SOLUÇÃO DO MODELO

Com a estrutura produtiva da economia dada pelas matrizes tecnológicas e com as hipóteses consideradas, o objectivo proposto por von Neuman é o estudo dos caminhos de crescimento proporcional(maximal), ou seja saber se é possível demonstrar a existência de estados de equilíbrio dinâmico, com manutenção da estrutura relativa das intensidades, e escolher de entre esses estados o que proporciona a taxa de crescimento máxima.

Para efectuar esse estudo são consideradas as seguintes (in)equações:

$$(1)\ g \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_i \leqslant \sum_{j=1}^{n} b_{ij} X_i \ ;$$

(1') se em (1) se verifica < , então $Y_j = 0$;

$$(2)\ r \sum_{j=1}^{n} a_{ij} Y_j \geqslant \sum_{j=1}^{n} b_{ij} Y_j \ ;$$

(2') se em (2) se verifica > , então $X_i = 0$;

O significado destas relações é o seguinte :

(1) o consumo de qualquer bem tem que ser menor ou igual que a produção desse bem;

(1') em particular, se o consumo de um bem é inferior à sua produção (disponibilidades), o seu preço é nulo (bem livre);

(2) em equilíbrio, qualquer processo não pode gerar um lucro positivo (o contexto é pois o de uma economia competitiva);

(2') em particular, se um processo gera um lucro negativo tem uma intensidade nula (isto é, processos não lucrativos não são utilizados).

A solução do sistema (1)-(1')-(2)-(2') é do tipo minimax, ou seja, partindo da simetria dual que referimos, a minimização dos preços e a maximização das intensidades leva à obtenção de um ponto-sela no qual :

(3) $g = r = F(X,Y)$;

A demonstração deste resultado é feita com recurso à utilização do teorema do ponto fixo de Brower e atribuindo aos conjuntos T e S (domínios de X e Y, respectivamente) as seguintes propriedades : não vazios, convexos, fechados e limitados [para dem. pormenorizada ver von Neuman,op.cit.,p.5-8].

Sistematizando, o resultado fundamental do modelo de von Neuman é o de que existe um caminho de crescimento proporcional (raio de von Neuman) ao longo do qual se maximiza o factor de expansão e se minimiza o factor de juro, de modo que , em equilíbrio, a taxa de crescimento da economia é igual à taxa de juro.

Este equilíbrio (dinâmico) é assegurado no contexto de uma economia competitiva, em que o mecanismo normal dos preços relativos leva à utilização dos processos lucrativos nas intensidades tecnicamente mais eficientes. E, como diz o autor, "isto não parece pouco razoável,já que se eliminaram todas as complicações monetárias" [von Neuman,op.cit., p.1].

2.2 O MODELO DINÂMICO DE LEONTIEF

2.2.1 INTRODUÇÃO

O modelo dinâmico de Leontief é uma extensão do modelo estático, e resulta da consideração do factor tempo e das relações entre stocks e fluxos na análise das dependências intersectoriais[ver Leontief(1965),p.145].

Trata-se de um modelo de equilíbrio geral que alguns autores consideram um caso especial do modelo de von Neuman, em que existe só um processo produtivo para cada bem (o que aliado à hipótese de coeficientes fixos elimina qualquer tipo de escolha tecnológica), e em que não é admitida a possibilidade de produção conjunta (com a excepção dos bens de capital, que podem ser transferidos de um período para o outro, sem qualquer custo) [ver Takayama(1974), p.503].

Esta consideração merece, no entanto, alguma reflexão se se tiver em conta que no modelo de von Neuman a produção é encarada como uma transformação de stocks do início do período em stocks no fim do período, ao passo que Leontief trata a produção como um fluxo de bens ao longo do período.

O mecanismo de dinamização do modelo é semelhante ao utilizado por Harrod no seu famoso artigo "An Essay in Dynamic Theory"(1939), e consiste na generalização a um contexto multisectorial do princípio do acelerador (a procura para investimento dos sectores é motivada pelo acréscimo da produção, via coeficientes de capital/produto).

2.2.2 O SISTEMA DE QUANTIDADES

A estrutura produtiva da economia é descrita por duas matrizes que representam dois tipos de inputs distintos : a matriz A dos coeficientes técnicos (consumos intermédios) ; a matriz B dos coeficientes de capital (consumos de bens de capital fixo e variação de stocks), cujos elementos genéricos são respectivamente:

$a_{ij} = X_{ij}(t) / X_j(t)$ em que : $X_{ij}(t)$ é o consumo do bem intermédio i no processo produtivo do sector j no período t , e $X_j(t)$ é a produção total do ramo j no mesmo período;

$b_{ij} = K_{ij}(t)/X_j(t)$ em que : $K_{ij}(t)$ é o investimento no bem i feito pelo sector j no período t;

Como foi afirmado, há só um processo produtivo associado a cada bem (o que significa que as matrizes A e B são quadradas, e de grau n se houver n bens) , e os coeficientes de produção são fixos, o que impõe à partida a hipótese da não substituibilidade.

Outra hipótese considerada por Leontief é a da plena utilização do capital (oferta igual à procura) o que nos permite deduzir a procura de bens de investimento da seguinte forma:

$$(2.2.1)\ b_{ij} X_j(t) = K_{ij}(t)$$

(2.2.2) $K_i(t) = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, X_j(t)$

Sendo $I_i(t)$ a procura do bem i para investimento em todos os sectores, igual ao acréscimo do stock de capital desse mesmo bem na economia, temos:

(2.2.3) $I_i(t) = \Delta K_i(t) = \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, [X_j(t+1) - X_j(t)]$ (na versão original Leontief trabalha com taxas de variação instantâneas da produção para deduzir o efeito de aceleração, ou seja, com um modelo em equações diferenciais. Nas aplicações empíricas a versão discreta é mais utilizada, e por isso utilizamos aqui o modelo às diferenças) [ver Leontief(1953),p.57].

Se a estas hipóteses juntarmos a da igualdade entre recursos (produção) e utilizações de um bem, teremos a equação genérica do modelo de quantidades dinâmico (bem i) :

(2.2.4) $X_i(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, X_j(t) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, [\, X_j(t+1) - X_j(t) \,] + \bar{Y}_i(t)$

A produção do bem i no periodo t é igual à soma dos três tipos de utilização do bem: consumo intermédio, investimento e procura final ($\bar{Y}_i(t)$ dada exogenamente).

Generalizando aos n sectores teremos matricialmente:

(2.2.5) $X(t) = A\,X(t) + B\,[\, X(t+1) - X(t) \,] + \bar{Y}(t)$

A resolução deste sistema permite-nos estudar o comportamento das produções sectoriais ao longo do tempo e construir as chamadas trajectórias de Leontief.

Antes de prosseguir, considere-se para além da não negatividade dos coeficientes tecnológicos (que é evidente) a hipótese de não singularidade da matriz B. Trata-se de uma hipótese demasiado exigente, já que é perfeitamente natural que existam sectores que não fornecem bens de capital, o que torna imediatamente a matriz B singular, não podendo por isso calcular-se a sua inversa. Esta é uma das principais dificuldades na utilização do Modelo Dinâmico de Leontief em aplicações empíricas, havendo no entanto métodos para a sua superação. Há mesmo autores que defendem que, se tivermos em consideração que os coeficientes de B representam não só a procura de bens de capital fixo mas também a variação de stocks (matérias-primas , bens em vias de fabrico, etc.), a não singularidade da matriz se torna verosímil [ver Tsukui(1979),p. 9] permitindo-nos desenvolver o sistema (2.2.5) da seguinte forma:

(2.2.6) $X(t+1) = [\ I + B^{-1}(I-A)\ ]\ X(t) - B^{-1}\ Y(t)$ em que I é a matriz identidade . Fazendo $L = [\ I + B^{-1}(I-A)\ ]$ e eliminando a procura final exógena, temos:

(2.2.7) $X(t+1) = L\ X(t)$

Trata-se de um sistema de n equações às diferenças, de primeira ordem, linear e homogéneo, cuja solução geral é a seguinte:

(2.2.8) $X^*(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i l_i^t X_i$ em que: l_i (i=1,...,n) são os valores próprios da matriz L;

X_i (i=1,..,n) são os vectores próprios associados;

h_i (i=1,...,n) são constantes a determinar pelas condições iniciais.

Teoricamente, cada solução particular $\hat{X}(t) = h_i l_i^t X_i$ resolve o sistema (2.2.7) e pode pois considerar-se uma trajectória de Leontief (das quantidades produzidas pelos sectores ao longo do tempo). Na prática alguns l_i são complexos e alguns X_i contêm valores negativos, o que faz com que a solução geral do sistema e algumas soluções particulares não tenham significado económico.

A questão a colocar é a seguinte: será que existe alguma solução economicamente significativa, com a economia a crescer de acordo com uma estutura relativa das quantidades produzidas que garanta a sua não negatividade?

A resposta é afirmativa desde que exista uma solução particular do seguinte tipo:

(2.2.9) $\overline{X}(t) = h_1 l_1^t X_1$ com $l_1 > 0$ e $X_1 > 0$;

Esta solução particular representa um caminho de crescimento equilibrado em que a economia cresce (se $l_1 > 1$) ou decresce (se $l_1 < 1$) à taxa $(l_1 - 1)$, com manutenção do peso relativo dos sectores (estrutura dada pelo vector X_1).

As condições para a existência desta solução dependem dos elementos da matriz L. Se L é uma matriz não negativa, l_1 é a raiz dominante de L, necessariamente positiva pelo teorema de Frobenius [ver Debreu e Hernstein(1953), p.598]. No entanto, a matriz L não é em geral não negativa (a inversa de B tem normalmente elementos negativos), o que nos obriga a considerar as seguintes hipóteses, para garantir a existência da solução:[ver Takayama(1974) ,p.510]

i) (I-A) tem uma diagonal dominante [existe pelo menos um $X \geqslant 0$ pertencente a R^n tal que $(I-A)\, X > 0$; isto implica que $(I-A)$ é não singular e que $(I-A)^{-1} \geqslant 0$; com a hipótese já colocada de $B > 0$ temos $(I-A)^{-1} B \geqslant 0$; finalmente com B não singular vem $(I-A)^{-1} B > 0$];

ii) $(I-A)^{-1} B$ é indecomponível;

Com estas hipóteses pode aplicar-se o teorema de Frobenius à matriz não negativa $(I-A)^{-1} B$:

(2.2.10) $(I-A)^{-1} B\, X = v\, X$, com $v > 0$ e $X \geqslant 0$;

(2.2.11) $B^{-1} (I-A)\, X = 1/v\, X$ (donde $r = 1/v$ é um valor próprio de $B^{-1} (I-A)$ com vector próprio associado X), logo:

(2.2.12) $(1+r)\, X = [\, I + B^{-1} (I-A)\,]\, X = L\, X$, com $(1+r) > 0$ e $X \geqslant 0$.

A solução pretendida é pois:

(2.2.13) $\overline{X}(t) = h_1 (1+r_1)^t X_1$, em que:

i) r_1 é a taxa de crescimento uniforme a todos os sectores, equivalente à taxa de von Neuman;

ii) X_1 é o vector da estrutura sectorial ao longo do caminho de crescimento equilibrado, equivalente ao raio de von Neuman.

A existência desta solução não esgota os problemas colocados pela rigidez do modelo dinâmico de Leontief. Embora se trate de um caminho eficiente (no sentido em que proporciona a maior taxa de crescimento de que o sistema é capaz), em que existe plena utilização das capacidades produtivas (não redundância dos stocks), ele só será compatível com uma configuração inicial dos stocks correspondente à do vector X_1.

Se a economia tiver no momento inicial uma configuração diferente, a evolução do sistema pode conduzir a situações absurdas do ponto de vista económico, como seja, por exemplo, o aparecimento de produções negativas nalguns sectores.

A esta possibilidade corresponde a chamada 'indeterminação causal' do modelo dinâmico de Leontief, e a sua análise passa pelo estudo da solução geral do sistema (2.2.7), independentemente das condições de partida (i.e. com X(0) arbitrário).

Utilizando um definição muito importante [originalmente proposta por Solow e Samuelson(1953),p.419], pode garantir-se que se:

$\lim_{t \to \infty} X^*_i / \overline{X}_i = \sigma$, com $0 < \sigma < \infty$ e σ independente de i, a trajectória de Leontief é relativamente estável.

Embora a existência de estabilidade relativa não imponha a convergência assimptótica de $X^*(t)$ para $\overline{X}(t)$, garante que não se chega a uma situação economicamente absurda de produções negativas.

As condições de aplicação do teorema, utilizado por Samuelson e Solow para demonstrar esta propriedade, ao caso em análise implicam que todos os elementos da matriz L sejam positivos, o que será difícil de acontecer na prática, como vimos.

Há, no entanto um lema demonstrado por Tsukui [ver Tsukui(1961)] que exige uma condição menos forte,isto é, haverá estabilidade relativa se $L^{l} > 0$; haverá instabilidade relativa se $L^{-l} > 0$ (com l inteiro e positivo).

Os estudos empíricos realizados apontam como mais provável o segundo caso [o mesmo se verificando na aplicação ao caso português feita neste trabalho], o que significa que se a economia parte de $X(0) \neq \overline{X}$, $X^*(t)$ vai ter a mais ou menos breve prazo elementos negativos.

Este resultado vem colocar sérias limitações à utilização do modelo dinâmico de Leontief tal como foi originalmente formulado (sistema de igualdades, i.e., plena utilização dos recursos disponíveis), tanto mais que, como adiante veremos ao introduzir os preços, se pode demonstrar que se o sistema de quantidades é relativamente estável, o sistema de preços é relativamente instável, e vice versa.

A preocupação com a possibilidade de existência de indeterminação causal encontra-se já na formulação original do modelo [ver Leontief(1953) p.68], e é resolvida pelo autor através das chamadas 'switching-rules', que impõem a passagem de valores positivos para valores nulos dos coeficientes de capital quando existe uma diminuição da actividade dos sectores que obrigue a um desinvestimento superior à depreciação dos stocks.

Estas regras, baseadas na hipótese aceitável da irreversibilidade dos investimentos em capital fixo, são, no entanto, consideradas um mecanismo demasiado 'ad-hoc', havendo autores que propõem outras formas de ultrapassagem do problema, como por exemplo:

i) introdução de desigualdades entre a capacidade produtiva dos sectores e a sua utilização (modelo de optimização) [ver Solow(1959)];

ii) levantamento da hipótese de coeficientes fixos, fazendo-os depender dos preços dos bens (modelo não linear) [ver Morishima(1964)];

iii) consideração de caminhos de crescimento não equilibrados, no contexto de um modelo optimal face a um critério de eficiência pré-definido (teoria turnpike) [ver Dorfman,Samuelson e Solow(1958)]; será esta a via utilizada neste trabalho de aplicação do modelo dinâmico de Leontief ao estudo do crescimento multisectorial da economia portuguesa.

2.2.3 O SISTEMA DE PREÇOS

A dualidade existente no modelo de von Neuman entre as variáveis técnicas e as variáveis monetárias, existe também no modelo dinâmico de Leontief, embora não tenha sido formulada na sua versão original.

Um dos primeiros autores a associar explicitamente um sistema de preços dual ao sistema de quantidades foi Morishima [ver Morishima(1958)].

Partindo da hipótese de que o preço de cada bem tem que cobrir todos os custos necessários à sua produção (custos correntes mais os juros pagos pela utilização do capital), Morishima chega ao seguinte sistema de preços:

(2.2.14) $p = A' p + r B' p + p_0 a_0$, em que:

p é o vector de preços unitários dos n bens;

r é a taxa de juro;

p_0 é a taxa de salário e a_0 os coeficientes de trabalho;

A' e B' são as matrizes tecnológicas transpostas.

Resolvendo em ordem a p temos:

(2.2.15) $p = (I - A' - rB')^{-1} p_0 a_0$.

Este sistema permite-nos determinar os preços unitários dos bens se se fixarem a taxa de salário e a taxa de juro, e tem subjacente a hipótese de constância dos preços. No caso de se admitirem variações de preços, dá-nos o seu equilíbrio de longo-prazo, proporcionado por uma economia competitiva.

Trata-se de uma abordagem pouco satisfatória, pois mesmo admitindo a existência deste equilibrio estacionário, nada nos é dito sobre a sua estabilidade ou instabilidade na sequência de perturbações aos valores de equilibrio, ou no caso de os preços iniciais não coincidirem com esse equilibrio. A constância dos preços num contexto dinâmico só será compatível com uma economia de rendimentos constantes à escala numa situação de crescimento equilibrado, como a descrita no modelo de von Neuman. Fora desses limites o mais natural será uma situação de variações de preços, convergentes ou não para a solução de equilibrio.

Com o objectivo de estudar a estabilidade do sistema de preços Solow desenvolve esta abordagem considerando os preços variáveis no tempo e admitindo apenas que os agentes económicos têm uma previsão perfeita quanto a essas variações [ver Solow(1959)].

Considerando as hipóteses simplificadoras de que o capital circulante não tem que ser financiado (custos correntes pagos no momento da venda do bem não dando origem ao pagamento de juros), e de que o capital fixo não se deprecia (custos de manutenção e reposição associados aos consumos intermédios), Solow deduz o sistema de preços a partir da seguinte interrogação:

Qual a utilização racional a dar a uma quantidade de moeda equivalente a: $\sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, p_i(t)$?

Duas hipóteses se colocam:

i) compra de uma quantidade de capital fixo equivalente a uma unidade de capacidade produtiva e sua aplicação no processo produtivo do bem j ; os resultados desta operação são :

$$p(t+1) - \sum_{i=0}^{n} a_{ij} \, p_i(t+1) + \sum_{i=1}^{n} b_{ij} \, p_i(t+1).$$

ii) empréstimo à taxa de juro r(t) ; os resultados desta operação são:

$$[1+r(t)] \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, p_i(t).$$

Em equilibrio, na ausência de incerteza e a preços competitivos as duas operações terão que ser equivalentes, logo:

$$(2.2.15) \quad p(t+1) - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \, p_i(t+1) + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, p_i(t+1) = $$
$$= [1+r(t)] \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \, p_i(t)$$

Ou matricialmente para os n bens:

$$(2.2.16) \quad (I-A-B)' \, p(t+1) = [1+r(t)] \, B' \, p(t) + p_0(t+1) a_0$$

Este sistema de equações pode ter a seguinte interpretação: em equilibrio e para cada indústria a soma dos lucros com os ganhos de capital é exactamente igual ao montante de juros associado à utilização do capital fixo.

Continuando a admitir a não singularidade da matriz B, o sistema de preços pode resolver-se em ordem a p(t+1):

$$(2.2.17)\quad p(t+1) = [1+r(t)]^{-1} [I+(B^{-1})'(I-A)'] \; p(t) \; + \; + [B'+(I-A)']^{-1} \, p_0(t+1) \, a_0 .$$

A solução deste sistema depende do valor da taxa de juro e das raizes caracteristicas da matriz $[I+(B^{-1})'(I-A)']^{-1}$ (chamemos M a esta matriz e m_i's às suas raizes).

Considerando, para simplificar a análise, a taxa de juro constante, Solow mostra que (2.2.17) tem uma solução de equilibrio estacionário p* , se o valor desta taxa não ultrapassar r_1 , ou seja a taxa de crescimento equilibrado do sistema de quantidades, e que esse equilibrio é estável se $|(1+r_1)\, m_i| \leqslant 1$ [ver Solow(1959),p.37].

Trabalhando com o modelo fechado ($a_0 = 0$) e com a taxa de juro igual a zero, Jorgenson constroi um teorema da instabilidade dual que vem demonstrar uma conjectura já formulada por Solow: se o sistema de preços é relativamente estável então o sistema de quantidades é relativamente instável e vice-versa.

Este teorema baseia-se na relação existente entre as raizes caracteristicas da matriz L e da matriz M, a saber $m_i = l_i^{-1}$ (como vimos a estabilidade do sistema de quantidades exige que $l_1 \geqslant |l_i|$, mas neste caso, $m_1 \leqslant |m_i|$,i.e., instabilidade do sistema de preços).

Este resultado confirma as preocupações já patentes na formulação original do MDL da possibilidade de indeterminação causal, e reforça a ideia de que a sua utilização em aplicações práticas é indissociável de um critério de escolha entre caminhos de crescimento alternativos, em que tem forçosamente que abandonar-se a hipótese de plena utilização das capacidades produtivas.

É esta a via seguida pela teoria 'turnpike' que a seguir se apresenta.

2.3 TEORIA 'TURNPIKE'

2.3.1 PRIMEIRA FORMULAÇÃO (DOSSO,1958)

A formulação da propriedade 'turnpike' do crescimento optimal surge pela primeira vez na famosa obra de Dorfman, Samuelson e Solow "Linear Programing and Economic Analysis" em 1958 [a partir daqui referida por DOSSO].

No capítulo 12 desta obra, intitulado "Efficient Programs of Capital Accumulation", os autores propõem-se estudar os programas possíveis de acumulação do capital, estendendo a análise de von Neuman dos caminhos proporcionais a caminhos não equilibrados, que partem de pontos determinados pelas condições iniciais da economia, e estão sujeitos a um critério de eficiência que consiste na maximização dos stocks no periodo terminal, em proporções especificadas por algum critério de escolha social.

Ao analisarem este problema os autores observaram uma propriedade curiosa dos caminhos optimais : a tendência para se aproximarem assimptoticamente do raio de von Neuman, e para passarem junto dele a maior parte do periodo de programação, no caso de o horizonte de planeamento ser suficientemente distante, e isto independentemente das condições de partida e de chegada.

Nesta secção descreve-se de uma forma resumida o processo de análise que conduz a esta 'descoberta', que ficou conhecida na literatura pelo nome de 'turnpike' devido ao parágrafo que a caracteriza na formulação original:

"Assim desta forma inesperada, econtrámos realmente um significado normativo para o crescimento sustentado - não o crescimento sustentado em geral, mas o crescimento maximal de von Neuman. Ele é, em certo sentido a única forma mais eficiente para o sistema crescer, de tal forma que se estamos a planear o crescimento a longo prazo, não importa de onde partamos ou onde desejamos chegar, valerá sempre a pena nas etapas intermédias entrar numa fase de crescimento deste tipo. É exactamente como uma autoestrada ['turnpike'] inserida numa estrutura de estradas secundárias. Entre quaisquer dois pontos há uma rota que é a mais rápida;e se a origem e o destino estão suficientemente próximos, a melhor rota pode não passar na autoestrada. Mas se a origem e o destino estão suficientemente afastados, valerá sempre a pena entrar na autoestrada e cobrir a distãncia à melhor velocidade possível, mesmo que isso signifique acrescentar algumas milhas em cada extremo. A melhor configuração de capital intermédia é a que cresce mais rapidamente; mesmo não sendo a desejada ela é temporariamente óptima".[ver DOSSO,p.331]

Utilizando uma função de produção de tipo neo-clássico, com rendimentos constantes à escala e produtividades marginais decrescentes, os autores começam por fazer a distinção entre as condições de eficiência instantãnea e as condições de eficiência intertemporal.

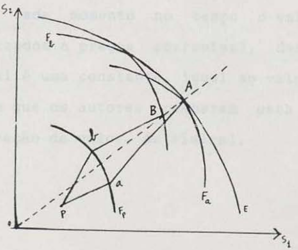
As primeiras dizem respeito à maximização da produção durante cada período, e são essenciais para o sistema operar no óptimo, dados os gostos dos consumidores, manifestados no mercado, e particularmente a sua preferência no tempo entre consumo presente e aumento dos stocks (consumo futuro).

Trata-se de uma condição intra-periodo, garantida numa economia competitiva que satisfaça os requisitos necessários a um equilíbrio geral à Walras.

Num contexto dinâmico a eficiência instantãnea é, no entanto, insuficiente para assegurar a optimalidade de um programa de acumulação do capital, e terá que ser completada pela análise das condições de eficiência intertemporais.

A eficiência intertemporal é garantida por uma condição inter-periodos que se traduz na igualdade entre as taxas marginais de susbtituição dos bens enquanto outputs de um periodo e as taxas marginais de substituição desses mesmos bens enquanto inputs para o periodo seguinte [ver DOSSO,p.312].

No caso de 2 bens estes dois tipos de eficiência têm uma fácil interpretação gráfica (no espaço dos stocks, com as funções de produção instantãneas dadas por F ,e as condições iniciais pelo ponto P):



A eficiência instantãnea é assegurada por qualquer caminho que ligue P a um ponto na fronteira das possibilidades de produção (ex: P --> a , P --> b).

A eficiência intertemporal está associada ao critério de escolha à distãncia da sociedade quanto às condições terminais desejadas. Por exemplo se a sociedade prefere uma composição terminal dos stocks dada pelo raio OA, o caminho intertemporalmente eficiente será P --> a --> A, ou seja, um caminho que se desloca para um ponto sobre o envelope às curvas de eficiência instantãnea. O caminho P --> b --> B, embora cumpra as condições terminais e assegure eficiência instantãnea nos dois períodos, não é intertemporalmente eficiente.

Numa economia a funcionar em equilíbrio dinâmico existe uma espécie de 'mão invisível intertemporal' que iguala os preços dos bens à suas taxas marginais de substituição, de tal forma que, desde que os agentes conheçam as variações instantâneas dos preços (previsão perfeita míope), só os caminhos eficientes são realizados.

Estes caminhos dão origem a programas de acumulação para os quais "em cada momento no tempo o valor dos stocks de capital (valorizados a preços correntes), descontado para o periodo inicial é uma constante, igual ao valor inicial."[ver DOSSO,p.322, em que os autores comparam esta propriedade às leis de conservação do valor, da Física].

Há múltiplos caminhos nestas condições, pelo que a escolha de um programa de acumulação eficiente fica sujeita à visão à distância que a sociedade deve ter quanto à proporção dos stocks desejada no periodo terminal, ou quanto aos preços relativos dos bens nesse mesmo periodo (este é afinal o mecanismo que proporciona o critério para testar a eficiência intertemporal).

De entre todos os caminhos eficientes há um que merece particular atenção, o que proporciona o crescimento equilibrado à taxa máxima, e que corresponde ao raio de von Neuman (trata-se do único caminho de crescimento proporcional que assegura eficiência).

Pode mesmo afirmar-se que no longo-prazo, o raio de von Neuman proporciona a melhor forma de a economia crescer, pois é sempre eficiente, independentemente de qualquer citério.

Mais notável ainda é o facto de o raio de von Neuman continuar a ser um referencial para os caminhos optimais mesmo no caso de horizontes finitos, em que as condições iniciais e finais dos stocks não se encontram junto a ele.

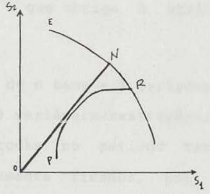
Esta propriedade, que começou por ser uma conjectura dos autores, foi por eles verificada através do tratamento de um problema de planificação dos caminhos eficientes sujeitos às seguintes restrições (continuamos a ter 2 sectores):

i) condição inicial: $S_2(0)/S_1(0)$ não corresspondente à proporção dada pelo raio de von Neuman;

ii) condição terminal: $S_2(T)/S_1(T)$ definida por um critério de escolha social e propositadamente fora do raio de von Neuman;

A análise da solução deste problema confirmou o carácter normativo do caminho de crescimento de von Neuman, pois verificou-se que o caminho optimal dela resultante se aproximava assimptoticamente do raio de von Neuman e permanecia junto a ele uma grande parte do periodo de programaçmão.

Graficamente, teremos a seguinte situação (em que ON é o raio de von Neuman , P o ponto de partida e R o ponto de chegada):



Esta propriedade, demonstrada pelos autores através de um sistema diferencial, linearizado e expandido em série de Taylor,[ver DOSSO,p.331] e por isso só válido na vizinhança do raio de von Neuman, 'baptizada' com o nome de TEOREMA 'TURNPIKE', foi em seguida objecto de um vasto tratamento teórico, tendo-se chegado a demonstraçõs rigorosas em contextos distintos (ou para diferentes modelos). Na próxima secção referiremos as mais importantes.

Antes disso, convirá salientar que toda a análise do crescimento optimal feita até aqui num contexto neo-clássico (funções de produção a factores substituíveis) é estendida ao modelo dinâmico de Leontief [ver 12.3 de DOSSO,p.335], sem que se alterem os resultados fundamentais já referidos.

A diferença teórica fundamental diz respeito à fronteira de eficiência intertemporal (envelope), que é diferenciável no caso neo-clássico, e poliédrica (com faces planas e vértices ocasionais) no MDL.

O problema que se coloca neste caso é o da impossibilidade de definir uma taxa marginal de substituição nos "cantos" daquela fronteira, o que obriga à utilização da Programação Linear.

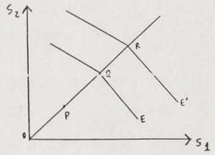
No caso geral de n bens e T períodos teremos um problema de PL com (n x T) variáveis/restrições, em que o primal é a maximização dos stocks no período terminal (valorizados a preços arbitrariamente fixados, por qualquer critério de ponderação social dos bens), e o dual é a minimização do valor dos stocks no momento inicial (a preços-sombra ou de eficiência).

Também neste caso, e sem a existência de consumo improdutivo (modelo fechado), para um programa de acumulação óptimo "o valor imputado aos stocks iniciais líquidos é exactamente igual ao valor dos stocks terminais" (o mesmo acontecendo no modelo aberto depois de descontado o valor imputado aos consumos intertemporais) [ver DOSSO,p.340].

Nos programas não eficientes há perdas de valor ao longo do período pelo que, em mercados competitivos, não serão utilizados.

Como já foi referido, no MDL o único caminho de crescimento equilibrado eficiente corresponde à trajectória de Leontief, em que existe permanentemente uma plena utilização das capacidades produtivas, com manutenção da estrutura sectorial e uma taxa de crescimento máxima.

Graficamente isto corresponde a um movimento de vértice em vértice ao longo dos sucessivos envelopes de eficiencia (P --> --> Q --> R):



Recordemos que um dos problemas colocados ao MDL é a hipótese de a economia não se encontrar sobre esta trajectória no momento inicial e a indeterminação causal que daí pode resultar.

Pois bem, o que os autores demonstram é que isso não retira importância à trajectória de Leontief, devido à propriedade que todos os caminhos optimais verificam de se aproximarem dela assimptoticamente, independentemente das condições nos limites, desde que o período de programação seja suficientemante longo.

A demonstração desta propriedade (diferente da do caso neo-clássico), é feita com recurso ao problema dual, utilizando a tendência de os preços-sombra sectoriais se aproximarem dos preços de equilibrio associados à trajectória de Leontief dos outputs [ver DOSSO,p.340], e será empiricamente testada neste trabalho.

2.3.2 TEOREMAS 'TURNPIKE' : DEMONSTRAÇÕES

A propriedade 'turnpike' dos caminhos de crescimento optimal, que acabámos de apresentar na sua versão original, deu origem a um vasto tratamento teórico , que ficou conhecido na literatura sob o nome de Teoremas Turnpike.

Teoremas no plural porque os autores que se dedicaram a obter demonstrações rigorosas e matematicamente muito refinadas, o fazem em contextos distintos, para diferentes modelos, com diferentes hipóteses e utilizando metodologias diversas.

O objectivo desta secção é fazer uma apresentação tão clara quanto possível (minimizando o instrumental matemático) das primeiras demonstrações, dando particular relevo à descrição do modelo em que se inserem e às hipóteses subjacentes à análise.

a) HICKS/MORISHIMA

A primeira demonstração rigorosa do teorema 'turnpike' foi publicada no vol. XXVIII da Review of Economic Studies(1960-61), e é aqui atribuida conjuntamente a Hicks e Morishima, já que no artigo em causa "Prices and the Turnpike" HicKs faz uma interessante análise teórica do problema, que é depois formalizada matematicamente por Morishima [neste artigo figura também a contribuição de Radner, que pelas diferenças no modelo e na metodologia utilizados será tratada separadamente].

Hicks começa por considerar o modelo de von Neuman, em que não existe consumo improdutivo e em que as funções de produção são convexas e têm rendimentos constantes à escala.

Colocando o problema da determinação do caminho óptimo para o sistema a partir de condições iniciais dadas, faz duas distinções relativamente a DOSSO: i) no critério de optimalidade; maximização em valor, ii) no tratamento do capital fixo; não introdução explícita das variáveis stocks.

Para simplificar a análise é excluida a possibilidade de produção conjunta, embora o autor reconheça que "economicamente,...,isto é ilegítimo, e nada pode ser argumentado, a partir das propriedades especiais deste modelo, sobre qualquer coisa que possa suceder na realidade" [ver Hicks(1960-61), p. 78].

Num modelo com estas características, o crescimento eficiente exige duas condições em tudo semelhantes às consideradas em DOSSO: i) instantânea; em cada período dado um vector de inputs X(t) devem maximizar-se os outputs desse mesmo período X(t+1); ii) intertemporal; as taxas marginais de substituição dos outputs de um período devem igualar as taxas marginais de substituição dos inputs para período seguinte.

Mais uma vez encontramos o famoso resultado da teoria do equilibrio geral estático transposto para um contexto dinâmico: a consistência do sistema de preços relativos, provocada pelo comportamento maximizante de unidades independentes, assegura o crescimento eficiente e conduz a um óptimo de Pareto (mão invisível intertemporal, um dos resultados mais importantes e originais de von Neuman).

Ao estudar a verificação da propriedade 'turnpike' Hicks caracteriza teoricamente um resultado que será encontrado na aplicação empírica feita neste trabalho. Considere-se o problema de optimização que consiste em determinar as produções intermédias que levam o sistema de X(0), dado pelas condições iniciais, a X(T) fixado arbitrariamente.

Num modelo com coeficientes fixos (é o caso), a solução deste problema, na situação em que X(0) está afastado do raio de von Neuman, implica um 'deitar fora' ("throwing-away") no período de produção inicial para aproximar a economia do raio de von Neuman e depois caminhar ao longo desse raio (turnpike) até próximo do período terminal, altura em que se imporá um afastamento para chegar ao objectivo pretendido. Este desperdiçar de recursos só pode ser feito sem tornar alguns bens livres (e por isso com preço nulo a partir de então) porque no momento inicial a quantidade de bens disponíveis é um dado, equivalente a recursos primários (não produzidos). Se o preço de um bem se torna nulo no meio do período de programação esse bem nunca mais é produzido, num modelo com coeficientes fixos [ver Hicks,op.cit.,p.82].

Em resumo, pode concluir-se que num modelo com coeficientes fixos há uma aproximação instantânea ao raio de von Neuman. Se houver substituibilidade de inputs nas funções de produção essa aproximação é gradual.

Hicks mostra ainda que no caso da optimização em valor, isto é, partindo de X(0) e impondo um vector de preços relativos no ano terminal, P(T), só é possível chegar a esse objectivo se alguns outputs se anularem no período terminal. As quantidades produzidas dos bens só podem ser nulas no período terminal porque então não serão necessárias como inputs para o período seguinte. Num modelo a factores complementares produções nulas a meio do período podem inviabilizar o sistema.

A propriedade 'turnpike' discutida teoricamente por Hicks foi formalizada e matematicamente demonstrada por Morishima no quadro de um modelo a que ele chama de von Neuman-Leontief. De von Neuman porque o número de processos produtivos m é superior ao número de bens n, e porque não existe consumo improdutivo. De Leontief porque não é admitida a possibilidade de produção conjunta [ver Morishima(1961), p. 89].

A estrutura produtiva da economia é, tal como em von Neuman, dada pelas matrizes tecnológicas, A de coeficientes de inputs e B de coeficientes de outputs.

Em certas condições, que adiante veremos, Morishima demonstra que existe um equilibrio de von Neuman de preços e quantidades, que fornece a estrutura das produções sectoriais e dos preços relativos dos bens que permitem maximizar o factor de expansão da economia e minimizar o factor de juro, igualando-os.

Para determinar o caminho óptimo dos outputs entre 0 e T na situação mais provável da estrutura inicial ser diferente da do raio de von Neuman, é formulado o seguinte problema de Programação Linear:

PRIMAL:

$\text{Max } g^T q$

s.a.

$A\,X(1) \leqslant \overline{X}(0)$

$A\,X(t+1) \leqslant B\,X(t)$, $(t=1,2,...,T-1)$

$q\,x^* \leqslant B\,X(T)$

$X(t) \geqslant 0$, $(t=1,2,...,T)$, em que:

i) $X(t)$ são as produções sectoriais em t, e $\overline{X}(0)$ é dado pelas condições iniciais;

ii) g é o factor de expansão de von Neuman;

iii) q é um escalar positivo;

iv) x^* é a estrutura final dos outputs (arbitrariamante fixada).

DUAL:

$\min P(0)\,X(0)$

s.a.

$$P(t)\,A \geqslant P(t+1)\,B\ ,\ (t=0,1,2,\ldots,T-1)$$

$$P(T)\,x^* \geqslant g^T$$

$$P(t) \geqslant 0\ ,\ (t=0,1,2,\ldots,T)\ ,\ \text{em que:}$$

i) P(t) são os preços-sombra dos bens.

A solução deste problema de PL apresenta a propriedade 'turnpike': se T é suficientemente largo, o caminho de acumulação eficiente de X(0) até X(T) permanecerá a maior parte do período de programação dentro de uma vizinhança (arbitrariamente pequena) do raio de von Neuman.

A demonstração deste teorema [que omitimos aqui, remetendo para as pag. 95 a 96 de Morishima(1961) a sua consulta] exige as seguintes hipóteses:

H1- Indecomponibilidade: esta hipótese (que já está em von Neuman sob a forma $A + B > 0$), garante a interdependência do sistema, isto é, a impossibilidade de existência de blocos separados, com taxas de crescimento independentes.

H2- Unicidade: esta hipótese garante que o raio de von Neuman é único, isto é, só pode haver um conjunto de coeficientes técnicos em cada indústria (um processo) compatível com o crescimento máximo (sem esta hipótese podemos ter vários raios de von Neuman, constituindo uma face).

Com H1 e H2 é possível demonstrar-se: i) a existência do raio de von Neuman, e ii) a invariância dos preços relativos e dos coeficientes técnicos em cada indústria ao longo do caminho de von Neuman. A existência da propriedade 'turnpike' fica ainda sujeita à verificação das seguintes hipóteses:

H3- Primitividade: esta hipótese destina-se a assegurar a interdependência do sistema no tempo, e evita a possibilidade de a economia oscilar em torno do raio de von Neuman.

H4- Indispensabilidade: para cada bem i há pelo menos um processo j no qual esse bem é indispensável, o que significa que não pode haver produções nulas na economia.

b) RADNER

A demonstração do teorema 'turnpike' feita por Radner no seu artigo "Paths of Economic Growth That Are Optimal With Regard Only to Final States" (1961), é considerada uma das mais elegantes do ponto de vista formal, e tem servido de base a muitos desenvolvimentos posteriores da teoria.

Radner considera um modelo fechado em que são produzidos N bens por uma série de processos que podem ser 'condensados' no conjunto de produção P(X,Y), que transforma um vector de inputs X num vector de outputs Y.

O conjunto de produção tem as seguintes propriedades:

H1: é um cone fechado no ortante não negativo de R^{2n} (o que implica continuidade e rendimentos constantes à escala);

H2: se (0,Y) pertence a P então Y = 0 (o que significa que sem inputs os processos produtivos não podem gerar outputs);

A caracterização do modelo exige as seguintes definições importantes:

D1- caminho equilibrado ('balanced'):

(X, gX) , pertencendo a P , e com g positivo ;

D2- coeficiente de expansão de qualquer par (X,Y):

l (X,Y) = max { c | Y > cX } ;

D3- sequência realizável ('feasible') dado X(0):

{ [X(t)]t=0,...,T } com [X(t), X(t+1)] em P para t=0,1,...,T-1 ;

O objectivo a considerar nesta economia (sem consumo improdutivo) é a maximização dos outputs no período terminal (T) ponderados por uma função utilidade cujo critério de construção não interessa aprofundar: max u [X(T)].

As únicas exigêncis a fazer quanto a esta função é que verifique as seguintes hipóteses:

H3: u é não negativa e contínua e existe pelo menos um X para o qual u (X) > 0 ;

H4: u é quase-homogénea;

Para simplificar a análise pode considerar-se uma função homogénea de grau 1, de que o autor dá um exemplo: $u(X) = \sum_{i=1}^{n} w_i X_i$ (em que o vector W > 0 representa os ponderadores dos bens, que podem ser entendidos como preços) [ver Radner(1961),p.100].

A uma sequência realizável { [X(t)]t=0,...,T } que maximiza u [X(T)] vamos chamar u-optimal.

Considere-se ainda a seguinte definição, assegurada por se tratar de uma economia competitiva:

D4- equilíbrio preço-juro (p, r):

i) p (Y - rX) $\leqslant$ 0 , para qualquer (X,Y) pertencente a P ;

ii) p $\geqslant$ 0 e r > 0 , em que p é um vector de preços dos N bens e r é o factor de juro.

Nesta economia haverá um equilíbrio de von Neuman dado por ($\bar{X}$, p, g) tal que:

i) $\bar{X}$ é equilibrado com factor de crescimento g , ou seja, ($\bar{X}$, g$\bar{X}$) pertence a P com g > 0 ;

ii) (p, g) é um equilíbrio preço-juro, isto é, satisfaz D4.

Trata-se de uma sequência que proporciona um crescimento proporcional máximo ao longo da qual a taxa de crescimento iguala a taxa de juro, e a economia mantém a estrutura sectorial [dada pelo raio de von Neuman $(g\overline{X})$]

Se às hipóteses consideradas acrescentarmos as seguintes:

H5: se (X, Y) pertence a P e $X' \geqslant X$ e $Y' \leqslant Y$ então (X', Y') pertence a P ;

H6: para cada i= 1,...,N existe pelo menos um par (X,Y) pertencente a P para o qual a coordenada i de Y é estritamente positiva ;

então é possível demonstrar o seguinte teorema 'turnpike':

'Qualquer sequência optimal [partindo de X(0) arbitrário] permanece a maior parte do período de programação na vizinhança do raio de von Neuman' [para uma análise detalhada desta demonstração pode consultar-se Radner,op. cit.,pag. 101 a 104].

c) OUTRAS DEMONSTRAÇÕES

A partir das demonstrações iniciais, que acabamos de apresentar, houve uma série de desenvolvimentos que visaram essencialmente o aperfeiçoamento dos resultados. Vamos aqui referir os mais importantes.

O teorema demonstrado por Radner não assegura que a sequência optimal permaneça junto ao raio de von Neuman no meio do período de programação, e foi por isso apelidado de 'fraco'.

Nikaido e Inada demonstram um 'teorema forte' que obriga a sequência optimal a permanecer dentro da vizinhança do raio de von Neuman, com excepção dos períodos inicial e final [ver a este propósito, Nikaido(1964), e Inada(1964)].

Mckenzie faz uma generalização do teorema de Radner da convergência para o raio de von Neuman à convergência para o 'facet' de von Neuman , ou seja, no caso em que a tecnologia das indústrias é poliédrica e podem existir várias estruturas produtivas constituindo uma face de crescimento optimal. [ver McKenzie(1963)]. Trata-se de um 'teorema fraco' que vai ser generalizado por Tsukui para o caso de um teorema forte, num artigo em que pela primeira vez se fala explicitamente na possibilidade de utilização da teoria 'turnpike' no planeamento do crescimento económico, utilizando-a "de um ponto de vista realista" [ver Tsukui(1966), p.396].

2.3.3 DESENVOLVIMENTOS POSTERIORES: REFERÊNCIAS

Os teoremas turnpike que acabamos de apresentar foram severamente criticados com base em duas características limitadoras da análise:

i) escolha do objectivo centrada apenas no período terminal (por isso se lhes chamou 'Final State Turnpike Theory');

ii) tratamento de todos os bens como produzíveis (incluindo o trabalho, ou seja, no quadro de modelos fechados).

Estas críticas deram origem a desenvolvimentos baseados no modelo de Ramsey, em que o objectivo da programação dos caminhos eficientes é a maximização de um fluxo de utilidades intertemporais (atribuídas ao consumo corrente), e em que a produção está sujeita a uma restrição exógena relativa à oferta de trabalho (modelo aberto, com consumo improdutivo).

Os resultados obtidos dependem substancialmente do valor do factor de actualização escolhido para descontar a utilidade. Quando esse factor é igual à unidade (maximização da utilidade não descontada), é possível demonstrar teoremas turnpike rigorosos.

A propriedade turnpike continua a verificar-se quando o valor desse factor está suficientemente próximo da unidade, mas neste caso as demonstrações dependem do grau de concavidade da função utilidade ou da imposição de condições de transversalidade, e levanta-se sempre o problema da determinação rigorosa dos limites de validade dos resultados.

No entanto, e para o caso geral (em que o factor de actualização pode ser qualquer), embora não se possam demonstrar teoremas turnpike rigorosos, há resultados que parecem indicar uma propriedade curiosa dos caminhos de acumulação eficientes: quando o horizonte temporal é infinito eles tendem a convergir entre si, naquilo que parece ser um caminho normativo que pode ser comparado ao turnpike, fazendo-o independentemente das condições de partida. E embora este resultado diga respeito a caminhos infinitos, este sentido normativo pode aplicar-se também a caminhos finitos [para uma análise detalhada desta problemática ver McKenzie(1976)].

Até aqui toda a análise do crescimento optimal é feita em modelos com coeficientes fixos, ou seja, num contexto de previsão perfeita quer para os produtores quer para os consumidores.

Os desenvolvimentos mais recentes da teoria do crescimento optimal dizem respeito à introdução da incerteza nos modelos, ou seja, passa a trabalhar-se com produções e/ou utilidades estocásticas.

Com a tecnologia a variar no tempo deixa naturalmente de existir um raio de von Neuman / turnpike. No entanto, pode demonstrar-se a existência de um caminho intertemporalmente eficiente em horizonte infinito que serve de turnpike para os caminhos eficientes finitos. Este resultado baseia-se essencialmente na dualidade existente entre as trajectóris dos outputs e as dos preços-sombra que lhes estão associados, podendo esperar-se que economias competitivas acabem por gerar caminhos óptimos suportados por preços de eficiência [ver a este propósito Gantz(1980), p. 1777].

E sem pôr em causa a importância do problema estocástico (no longo prazo tudo é variável), não deixa de ser curioso verificar com McKenzie que "um teorema turnpike aumenta o interesse de um modelo com certeza mesmo sabendo que o mundo é incerto. Se os caminhos se juntam num futuro próximo, pode não ser necessário saber muito sobre os gostos e a tecnologia no futuro distante" [ver McKenzie,op.cit., p.846].

Finalmente, parece-nos importante fazer referência a algumas extensões que têm sido feitas no âmbito da teoria do crescimento multisectorial para incorporar na análise aspectos importantes do processo económico, como por exemplo:

i) consideração explícita das variáveis relativas ao comércio internacional que permitem modelizar o trade-off crescimento económico/restrição externa, questão extremamente importante em pequenas economias abertas [ver cap. 8 de Tsukui(1979), e Teixeira,J.R.(1988)];

ii) introdução de actividades de investigação e desenvolvimento que estão na base do aparecimento de novas tecnologias que permitem melhorar as possibilidades de crescimento dos sectores [ver cap. 6 de Tsukui,op.cit.];

iii) quantificação dos efeitos perversos ao nível ambiental dos processos de produção e de consumo e consequente avaliação dos custos económicos de actividades anti-poluição, bem como modelizacção dos consumos energéticos nas várias indústrias e análise dos efeitos no crescimento económico da introdução de tecnologias que diminuam esses consumos [ver Carter(1979) e cap. 9 de Tsukui, op.cit.].

A análise detalhada destas problemáticas [Teoria Turnpike com Consumo, Crescimento Optimal em Contexto Estocástico e Extensões aos Modelos Turnpike] ultrapassa o âmbito desta dissertação e as referências aqui feitas são apenas indicação de possível investigação futura.

3. APLICAÇÃO AO CASO PORTUGUÊS

3.1 QUESTÕES PRÉVIAS

3.1.1 BASE DE DADOS

A escolha da base de dados a utilizar na aplicação empírica do instrumental teórico que permite analisar o crescimento multisectorial da economia portuguesa obedeceu à necessidade de se dispor de um sistema integrado de matrizes de relações sectoriais que permitisse construir uma matriz de coeficientes técnicos e uma matriz de coeficientes de capital minimamente fiáveis.

A matriz de produção nacional a preços de produção e a matriz de investimento elaboradas no GEBEI para o ano de 1977 preenchem este requisito, e serão usadas como base de dados fundamental [ver Santa Maria(1985) e Martins e Dionísio(1982)].

Pontualmente, na construção de alguns coeficientes do Modelo Aberto e no cálculo das variações das produções sectoriais necessárias à determinação dos coeficientes de capital-produto serão também utilizadas as matrizes do Sistema de Contas Nacionais Portuguesas/1977-1981, do INE.

3.1.2 AGREGAÇÃO SECTORIAL

O carácter essencialmente metodológico deste estudo influenciou decisivamente o nível e o tipo de agregação sectorial efectuada a partir das matrizes a 60 ramos produtivos que nos serviram de base. Obedeceu ela à tentativa de conciliação de dois requisitos de sinal oposto:

i) não agregar demasiado os sectores para não perder informação e capacidade de análise sobre as relações intersectoriais, base por excelência de estudos deste tipo [e isto sem falar dos inconvenientes teóricos e práticos que níveis de agregação muito elevados colocam à utilização do modelo input-output; ver, por exemplo, Ara,K.(1960)].

ii) não utilizar um nível de desagregação sectorial muito elevado que implique uma sobrecarga de meios de cálculo desnecessária face às principais conclusões a extrair, e que torne difícil a leitura dos resultados.

Optámos por uma agregação a 8 sectores produtivos, que são os seguintes:

01 - AGRICULTURA E PESCAS
02 - ENERGIA,EXTRACTIVAS E METAIS
03 - QUIMICA E DIVERSAS
04 - EQUIPAMENTOS
05 - TEXTEIS,VESTUÁRIO E CALÇADO
06 - MADEIRA,CORTIÇA E PAPEL
07 - CONSTRUÇÃO CIVIL
08 - SERVIÇOS

O critério de agregação fudamental foi a homogeneidade do tipo de utilização dos produtos, com algumas excepções inevitáveis designadamente no caso do ramo 3 - Quimica e Diversas, para o qual a interpretação dos resultados obtidos deve ser feita com algumas reservas quanto à sua consistência económica.

3.1.3 AS MATRIZES TECNOLÓGICAS

O núcleo fundamental do Modelo Dinâmico de Leontief é, como se sabe, constituido pelas chamadas matrizes tecnológicas.

Impõe-se, pois, prestar alguma atenção à construção dessas matrizes, pela importância decisiva que terão ao nível dos resultados obtidos.

Quanto ao cálculo dos coeficientes técnicos relativos aos 8 ramos produtivos nada de especial há a referir, tratando-se de dividir as compras intermédias de cada ramo pelo seu valor bruto da produção.

O mesmo não se poderá dizer da construção de um 'sector' específico necessário para fechar o modelo.

Os coeficientes técnicos deste 'sector' (a que vamos chamar simplificadamente FAMILIAS, mas que engloba também as relações da economia com o Exterior, ou seja, o que pode considerar-se os factores primários) resultam do seguinte processo de cálculo:

i) em linha consideram-se as Remunerações e os Inputs Importados como a medida das compras feitas ao sector 9;

ii) em coluna considera-se o Consumo Final (englobando o Consumo Privado e o Consumo Público) e as Exportações como os fornecimentos feitos a este sector.

As reservas colocadas à interpretação económica dos resultados obtidos para o ramo 3, agravam-se por maioria de razão no caso deste 'sector 9' alargado.

Uma atenção muito especial merece a obtenção da matriz de coeficientes de capital-produto. São bem conhecidas as dificuldades associadas à construção desta matriz que constituem mesmo um dos entraves mais fortes à utilização do Modelo Dinâmico de Leontief em aplicações empíricas.

Estas dificuldades podem ser parcialmente ultrapassadas através da consideração de algumas hipóteses simplificadoras no processo de cálculo dos coeficientes.

No nosso caso esse processo consistiu no seguinte:

i) partiu-se da matriz de fornecimentos de bens de investimento, à qual se juntou a variação de stocks ventilada sectorialmente segundo a estrutura da matriz de investimento;

ii) considerou-se que as compras de investimento feitas pelos sectores contêem já uma parcela destinada à reposição do desgaste (investimentos brutos), o que evita a introdução explícita das taxas de depreciação do capital fixo;

iii) considerou-se ainda que as compras de investimento feitas pelos sectores num determinado período aumentam a sua capacidade produtiva no período seguinte (princípio do acelerador com um lag) e que essa capacidade é plenamente utilizada;

Com estas hipóteses, os coeficientes de capital-produto de um sector são obtidos pelo quociente entre as compras de investimento mais variação de stocks desse sector num determinado ano e a variação do seu valor bruto da produção relativamente ao ano seguinte.

A não existência de uma matriz de produção nacional a preços de produção para o ano de 1978, compatível com a matriz base de 1977, obrigou ao cálculo dos acréscimos das produções sectoriais através das matrizes de transacções totais a preços de aquisição do INE, e à extrapolação desses acréscimos para as produções dadas pela matriz-base.

Uma das maiores dificuldades consistiu ainda na obtenção dos coeficientes de capital-produto relativos ao sector 9 - FAMÍLIAS.

O processo de cálculo, susceptível de ser criticado como não poderia deixar de ser, foi o seguinte:

i) considerou-se que esse sector fornece bens de investimento equivalentes à importação desse tipo de bens, o que permite preencher a linha 9 da matriz B;

ii) considerou-se que esse sector compra bens de investimento ao sector 7 - CONSTRUÇÃO CIVIL, ou seja, o seu stock de capital é constituido essencialmente pelas habitações das famílias (poderia ter-se considerado o stock de outros bens duráveis, o que não se fez por manifesta falta de dados estatísticos). Desta forma, a coluna 9 da matriz B tem apenas um valor positivo no cruzamento dessa coluna com a linha 7, e este coeficiente foi calculado à margem da base de dados fundamental, através do quociente entre o investimento não produtivo (associado às despesas de construção de habitação) e a variação das remunerações pagas às familias (equiparadas à 'actividade' desse sector específico) [o valor do investimento não produtivo foi obtido em Mateus,A. (1982) para o ano de 1980, e a variação das remunerações entre 1980 e 1981 foi retirada das matrizes de transacções totais do INE, para os respectivos anos].

Os coeficientes de capital-produto assim calculados não têm o rigor que poderia ser obtido através de estudos sectoriais detalhados, que ultrapassam o âmbito desta dissertação.

No entanto, e como tentativa de minorar as consequências negativas deste facto, fez-se uma análise da sensibilidade do crescimento multisectorial à variação dos coeficientes mais 'duvidosos', que será posteriormente apresentada.

No anexo 1 pode ser consultada a chave de agregação que permite passar dos 49 ramos do Sistema de Contas Nacionais Portuguesas para os 8 ramos com que trabalhamos aqui.

No anexo 2 figuram as matrizes de relações intersectoriais e de investimento agregadas, a partir das quais se retiraram as matrizes tecnológicas que a seguir se apresentam:

MATRIZ A : Coeficientes técnicos

0.138308	0.002531	0.217718	0.000508	0.005754	0.119357	0.000000	0.000189	0.080461
0.019566	0.206641	0.027483	0.071234	0.018348	0.047308	0.208412	0.027768	0.028518
0.124951	0.007861	0.192170	0.019696	0.036609	0.028511	0.028890	0.011978	0.191015
0.102784	0.014012	0.018871	0.098567	0.004011	0.018540	0.049175	0.015888	0.072487
0.002067	0.000521	0.004003	0.001365	0.298634	0.015736	0.005692	0.005982	0.087124
0.002010	0.005862	0.013405	0.004255	0.005107	0.165955	0.054242	0.007805	0.039810
0.000702	0.003075	0.001104	0.000593	0.000789	0.001480	0.002087	0.012259	0.003295
0.037825	0.099862	0.053347	0.099047	0.059299	0.065770	0.054859	0.084824	0.397874
0.210171	0.527114	0.350128	0.578155	0.423623	0.377167	0.362154	0.577605	0.036527

MATRIZ B : Coeficientes de capital-produto

0.456779	0.002497	0.000000	0.000187	0.000000	0.000000	0.000000	0.000673	0.000000
0.022534	0.148876	0.107605	0.017405	0.045947	0.000000	0.000000	0.012767	0.000000
0.040266	0.162775	0.021971	0.063093	0.006563	0.110614	0.021243	0.068647	0.000000
0.443665	0.790748	0.587981	0.489517	0.236301	1.201111	0.426024	0.337797	0.000000
0.026413	0.045824	0.024037	0.024037	0.008561	0.033519	0.006852	0.112882	0.000000
0.008312	0.025084	0.067417	0.046479	0.051655	0.237988	0.001827	0.064383	0.000000
0.179719	0.704528	0.301032	0.557357	0.220319	0.516201	0.059619	2.306620	3.051054
0.159586	0.131176	0.141971	0.132911	0.138698	0.311731	0.091827	0.138639	0.000000
0.696340	0.464979	0.637183	0.581685	0.868150	1.472620	0.465999	0.291841	0.000000

3.2 O MODELO DINÂMICO DE LEONTIEF FECHADO

3.2.1 TRAJECTÓRIA DE LEONTIEF/QUANTIDADES E INDETERMINAÇÃO CAUSAL

A solução geral do modelo dinâmico de Leontief é dada pelos valores e vectores próprios da matriz $L = [I + B^{-1} (I-A)]$ [ver ponto 2.2.1 , pag. 16], representando esta solução uma trajectória das quantidades produzidas pelos sectores ao longo da qual há permanentemente uma utilização plena da capacidade produtiva disponível na economia.

Os quadros 1 e 2 apresentam a matriz L obtida a partir das matrizes de coeficientes A e B, que descrevem a tecnologia sectorial da economia portuguesa no ano-base: 1977, e os valores e vectores próprios dessa matriz.

Como normalmente acontece a solução geral do sistema não tem significado económico pois é composta por elementos que apresentam nalguns casos partes complexas e/ou componentes negativas.

A aplicação do teste de estabilidade relativa através da utilização do lema de Tsukui [ver pag. 19] permite concluir que estamos em presença de um modelo de quantidades relativamente instável.

Para um valor de l (inteiro e positivo) igual a sete a matriz L^{-7} é positiva, como pode verificar-se no quadro 3. É pois de esperar que partindo de uma situação real, e portanto

QUADRO 1: Matriz $L = [I + B^{-1} (I-A)]$

1.943666	-0.006927	-0.288149	-0.002725	-0.028858	-0.151476	0.001132	0.046828	-0.118974
0.224816	2.724748	4.035308	1.281535	8.754685	0.643665	-0.438933	-23.009333	9.029892
0.307858	5.102818	-6.510597	-0.460949	-8.617446	0.651733	-1.215595	23.287543	-8.648478
-6.675787	-2.027990	7.825933	-8.878189	-54.540448	-11.344801	-1.018943	111.962651	-51.324554
-0.390340	0.723194	1.339965	-1.508923	9.683437	-0.695456	-1.168152	-20.527533	8.746182
1.076819	-1.162703	0.276564	1.961666	6.846337	6.502199	0.434873	-18.664749	8.275343
4.394429	-13.271280	-18.037258	19.154605	74.342913	-13.242314	8.926296	-139.734799	69.550187
0.212868	-0.398704	-0.714746	0.406722	5.961839	0.283176	0.187706	-3.816079	1.756107
0.521342	0.302320	-0.532263	0.591435	-2.488938	0.654118	0.409357	-4.614800	4.016708

QUADRO 2 : Valores e vectores próprios de L

Valores próprios (parte real/parte imaginária)

5.156430	8.732734	5.156430	-8.732734	-8.591674	0.000000	-2.666532	4.249003	-2.666532
-4.249003	7.636329	1.796114	7.636329	-1.796114	2.005473	0.000000	0.925936	0.000000

Vectores próprios (parte real/parte imaginária)

-0.000510	-0.000198	-0.000510	0.000198	0.003886	0.000000	0.000220	-0.000828	0.000220
0.000828	0.001193	0.000832	0.001193	-0.000832	-0.600632	0.000000	0.159618	0.000000
0.107403	0.046424	0.107403	-0.046424	0.061647	0.000000	0.150041	0.035699	0.150041
-0.035699	-0.118849	0.088501	-0.118849	-0.088501	0.251984	0.000000	-0.024568	0.000000
-0.090254	0.014112	-0.090254	-0.014112	0.117688	0.000000	-0.046468	-0.004858	-0.046468
0.004858	-0.126905	0.043170	-0.126905	-0.043170	0.017019	0.000000	0.282919	0.000000
-0.615218	0.217199	-0.615218	-0.217199	-0.537343	0.000000	-0.484046	0.121394	-0.484046
-0.121394	-0.323791	0.169066	-0.323791	-0.169066	-0.098119	0.000000	0.061141	0.000000
0.083380	-0.098366	0.083380	0.098366	0.012737	0.000000	0.024923	-0.000527	0.024923
0.000527	-0.069946	-0.006706	-0.069946	0.006706	0.033860	0.000000	0.132260	0.000000
0.113392	-0.019013	0.113392	0.019013	0.056446	0.000000	0.074638	-0.011798	0.074638
0.011798	0.145633	-0.112117	0.145633	0.112117	0.103375	0.000000	0.027390	0.000000
0.716527	0.000000	0.716527	0.000000	0.830667	0.000000	0.846918	0.000000	0.846918
0.000000	0.879366	0.000000	0.879366	0.000000	0.726762	0.000000	-0.322315	0.000000
0.004802	-0.058928	0.004802	0.058928	0.014129	0.000000	0.002817	-0.024812	0.002817
0.024812	-0.001616	-0.010549	-0.001616	0.010549	0.059939	0.000000	0.413195	0.000000
0.069828	0.025811	0.069828	-0.025811	0.006323	0.000000	0.001939	-0.027622	0.001939
0.027622	0.116447	-0.031195	0.116447	0.031195	0.149063	0.000000	0.772837	0.000000

com significado económico, a evolução dada pela trajectória de Leontief acabe por conduzir a situações economicamente absurdas em que, por exemplo, alguns sectores passem a ter produções negativas.

No caso em análise, isto acontece mais cedo do que seria de prever. Partindo de um vector de produções sectoriais dado pela situação de base da economia (ano de 1977), aparecem produções negativas nos sectores 3 - Química e Diversas e 4 - Equipamentos, logo no período seguinte, continuando a existir produções negativas em vários sectores nos anos subsequentes, como pode verificar-se no Quadro 4.

3.2.2 TRAJECTÓRIA DE LEONTIEF/PREÇOS

A solução geral do sistema de preços (dual do sistema de quantidades) é dada pelos valores e vectores próprios da matriz $M = [I + (B^{-1})'(I-A)']^{-1}$,como vimos no ponto 2.2.2, pag. 25, e os resultados a que chegámos nesta aplicação podem ser consultados nos quadros 5 e 6.

A principal conclusão a extrair destes resultados é a de que o sistema de preços é relativamente estável, já que a sua matriz de estrutura, M, tem um valor próprio positivo superior em valor absoluto a todos os outros, o que significa que no longo-prazo a trajectória dos preços será 'dominada' pela solução particular relativa a esta raiz e terá consequentemente valores positivos para todos os preços sectoriais.

QUADRO 3: Matriz L^{-7} para o teste de estabilidade relativa

0.07130	0.03850	0.03040	0.02995	0.02589	0.06319	0.00591	0.09443	0.04003
0.05581	0.03678	0.02654	0.02679	0.01978	0.05648	0.00491	0.09418	0.03947
0.10194	0.06162	0.04936	0.04832	0.04234	0.10183	0.00964	0.15092	0.06415
0.07082	0.04055	0.03886	0.03624	0.03964	0.07625	0.00818	0.09079	0.03984
0.04756	0.02915	0.02282	0.02249	0.01903	0.04739	0.00441	0.07212	0.03055
0.02733	0.01782	0.01304	0.01310	0.00991	0.02763	0.00243	0.04538	0.01905
0.08054	0.06166	0.03287	0.03678	0.01149	0.07770	0.00488	0.17376	0.07066
0.18133	0.11010	0.08769	0.08599	0.07468	0.18120	0.01708	0.27038	0.11483
0.32456	0.19726	0.15719	0.15411	0.13395	0.32477	0.03062	0.48435	0.20571

QUADRO 4: Cálculo da trajectória de Leontief a partir de X(0) (*)

	X(0) (**)	X(1)	X(2)	X(3)	X(4)	X(5)
01	123832	0.116696E+06	-.625598E+05	0.957552E+05	-.645809E+07	0.560748E+08
02	90064	0.910291E+04	-.328570E+07	0.956643E+08	0.301050E+08	-.490924E+10
03	190076	0.608690E+06	-.201863E+07	-.381878E+08	-.487383E+09	0.364480E+10
04	106212	-.118154E+07	0.251115E+08	-.484303E+09	-.244330E+10	0.150800E+10
05	91232	-.479327E+06	-.365817E+07	0.534584E+08	0.760653E+09	0.343370E+10
06	50646	0.292318E+06	-.103963E+07	0.875898E+08	0.410129E+09	-.185148E+10
07	105397	0.223260E+07	-.356504E+08	0.627411E+09	0.877494E+09	-.173269E+11
08	327097	0.311611E+06	-.290701E+07	0.123169E+07	0.311695E+09	0.311180E+10
09	617280	0.872583E+06	0.340584E+07	0.358270E+08	0.821605E+08	-.355404E+10

(*) $X(t+1) = L\ X(t)$; $t = 0, 1, 2, 3, 4$

(**) X (0) = V. B. P.'s sectoriais no ano-base : 1977

QUADRO 5 : Matriz $M = [\, I + (B^{-1})' (I - A)'^{-1} \,]$

0.506582	0.059662	0.061999	0.685482	-0.003613	-0.008727	-1.531272	0.166885	0.842793
-0.021816	0.112917	0.119043	0.356843	0.024097	-0.013553	0.298688	0.016080	-0.047010
0.157325	0.148270	0.011977	0.754576	0.000996	0.048507	-1.059861	0.160989	0.818857
-0.009286	0.005507	0.037916	0.244074	0.010551	0.020179	0.270791	0.066665	0.289113
-0.002907	0.093530	0.015729	0.440001	-0.013961	0.050117	-1.178995	0.180186	1.246408
0.041636	0.048510	0.122481	1.311861	-0.021504	0.182975	-2.312215	0.252097	1.379805
0.014057	0.013878	0.017221	0.127425	0.018063	0.012223	0.786506	0.035091	0.113827
-0.067371	-0.073591	0.010020	-0.363964	0.119920	0.017622	1.328231	-0.015486	-0.570814
0.035965	-0.043291	-0.062045	-0.407148	0.009468	0.003572	1.901444	-0.036966	-0.216831

QUADRO 6 : Valores e vectores próprios de M

Valores próprios (parte real/parte imaginária)

1.079989	0.000000	0.498636	0.000000	-0.105964	0.168851	-0.105964	-0.168851	-0.116391
0.000000	0.050136	0.084906	0.050136	-0.084906	0.124088	0.029185	0.124088	-0.029185

Vectores próprios (parte real/parte imaginária)

0.107988	0.000000	0.953937	0.000000	0.074430	-0.102006	0.074430	0.102006	0.054206
0.000000	-0.049687	0.003320	-0.049687	-0.003320	0.102989	-0.013826	0.102989	0.013826
0.288964	0.000000	-0.056759	0.000000	-0.189757	-0.076638	-0.189757	0.076638	-0.282673
0.000000	-0.152346	0.115773	-0.152346	-0.115773	0.162416	-0.184276	0.162416	0.184276
0.304815	0.000000	0.234436	0.000000	0.184582	0.019728	0.184582	-0.019728	0.675426
0.000000	-0.055553	0.072521	-0.055553	-0.072521	0.206746	-0.082676	0.206746	0.082676
0.363096	0.000000	-0.049967	0.000000	0.081912	-0.037398	0.081912	0.037398	-0.033136
0.000000	-0.005089	-0.045100	-0.005089	0.045100	-0.004797	0.033250	-0.004797	-0.033250
0.324442	0.000000	-0.025694	0.000000	0.715748	0.000000	0.715748	0.000000	0.424787
0.000000	0.668381	0.000000	0.668381	0.000000	-0.241833	0.032736	-0.241833	-0.032736
0.278006	0.000000	0.081752	0.000000	0.210394	-0.273424	0.210394	0.273424	0.086915
0.000000	-0.200097	-0.060748	-0.200097	0.060748	0.888172	0.000000	0.888172	0.000000
0.447265	0.000000	-0.022581	0.000000	-0.009367	-0.002823	-0.009367	0.002823	-0.001730
0.000000	-0.007780	0.008885	-0.007780	-0.008885	-0.009073	-0.001292	-0.009073	0.001292
0.167997	0.000000	-0.146360	0.000000	-0.471743	-0.154733	-0.471743	0.154733	-0.518011
0.000000	-0.311094	-0.577029	-0.311094	0.577029	0.136905	-0.002344	0.136905	0.002344
0.518910	0.000000	0.007109	0.000000	-0.018789	0.146121	-0.018789	-0.146121	0.059357
0.000000	0.093845	0.146121	0.093845	-0.146121	-0.104501	0.000181	-0.104501	-0.000181

Trata-se de um resultado esperado, que vem afinal confirmar empiricamente o teorema da instabilidade dual de Jorgenson, que, como vimos, nos diz que se o sistema de quantidades é relativamente instável, o sistema de preços é relativamente estável e vice-versa.

3.2.3 RAIO DE vON NEUMAN/QUANTIDADES E FACTOR DE CRESCIMENTO PROPORCIONAL MÁXIMO

A instabilidade do sistema de quantidades e a indeterminação causal que dela resulta levam à necessidade de tratar o modelo dinâmico de Leontief como um modelo de optimização, levantando a hipótese da plena utilização das capacidades produtivas dos sectores.

Este procedimento traduz-se necessariamente na consideração de um critério de escolha que resolva a indeterminação introduzida no sistema pelo facto de as restrições tecnológicas deixarem de estar representadas por um sistema de igualdades e passarem a constituir um conjunto de inequações.

Antes de nos debruçarmos sobre a questão central da programação dos caminhos óptimos de acumulação impõe-se salientar a importância de uma trajectória particular do sistema de Leontief, justamente a que permite maximizar o factor de crescimento do sistema com a manutenção de uma dada estrutura sectorial, constante ao longo do tempo.

A esta solução particular costuma chamar-se o caminho de von Neuman, e a sua determinação passa pelo cálculo do raio de von Neuman (que nos dá a estrutura sectorial acima referida) e do factor de crescimento de von Neuman.

Este cálculo pode ser feito recorrendo à matriz $[(I-A)^{-1} B]$ (a que vamos chamar T), que é necessariamente não negativa se a matriz A satisfizer as condições de Hawkins-Simon. Logo, pelo teorema de Frobenius, pode garantir-se que a matriz T tem um valor próprio dominante positivo e um vector próprio associado com todas as componentes positivas. Este vector próprio devidamente normalizado dá-nos o raio de von Neuman. Para determinar o factor de expansão de von Neuman, e dado que a matriz de estrutura do sistema, L é igual a $(I+T^{-1})$, basta-nos somar a unidade ao inverso da raiz dominante de T.

No quadro 7 apresentamos a matriz $T = [(I-A)^{-1} B]$, e no quadro 8 os seus valores e vectores próprios calculados através da utilização de algumas rotinas retiradas da NAG [Numerical Algorithms Group Library].

A confirmação do resultado que nos interessa, ou seja o valor próprio dominante e o respectivo vector próprio associado, pode ser feita recorrendo a um algoritmo que se baseia nas seguintes propriedades:

i) $\lim_{t \to \infty} X(t) / || X(t) || = \lim_{t \to \infty} T X(0) / || T X(0) || = X_1$

QUADRO 7 : Matriz $T = [(I-A)^{-1} B]$

2.750411	1.067939	0.828877	0.828905	0.719817	1.753832	0.162090	2.593638	1.095002
1.123745	0.982539	0.696551	0.636675	0.507226	1.141944	0.101687	2.643093	1.368336
2.922259	1.867922	1.360105	1.396885	1.168229	2.902222	0.270835	4.349401	1.810399
2.244685	1.614213	1.226534	1.123639	0.760962	2.520492	0.268044	2.718400	0.899224
1.300404	0.822185	0.645233	0.636786	0.549469	1.316782	0.123760	2.205489	0.811829
0.614703	0.430045	0.383595	0.370525	0.322288	0.905121	0.058029	1.316973	0.564890
0.465165	0.771254	0.353969	0.609774	0.265787	0.624954	0.030133	4.783663	3.125550
5.122898	3.146069	2.544273	2.498385	2.202702	5.266539	0.502200	7.753175	3.232482
9.127624	5.606394	4.545720	4.466801	4.004505	9.428446	0.902047	13.760858	5.875789

QUADRO 8 : Valores e vectores próprios de T

Valores próprios (parte real/parte imaginária)

20.455606	0.000000	0.998141	0.000000	-0.297396	0.000000	0.153013	0.036188	0.153013
0.000000	-0.109685	0.030816	-0.109685	-0.030816	0.043186	0.083058	0.043186	-0.083058

Vectores próprios (parte real/parte imaginária)

0.153177	0.000000	-0.528644	0.000000	-0.000591	0.000000	0.001887	-0.000440	0.001887
0.000000	0.000755	0.001127	0.000755	-0.001127	-0.000494	0.000231	-0.000494	-0.000231
0.144758	0.000000	0.232364	0.000000	0.150634	0.000000	-0.148097	-0.102214	-0.148097
0.000000	0.109816	-0.028897	0.109816	0.028897	0.108276	-0.027629	0.108276	0.027629
0.243110	0.000000	0.016675	0.000000	-0.027460	0.000000	-0.128849	-0.046782	-0.128849
0.000000	-0.013079	0.050993	-0.013079	-0.050993	-0.096516	-0.012663	-0.096516	0.012663
0.159599	0.000000	0.022335	0.000000	-0.375753	0.000000	-0.233003	-0.133491	-0.233003
0.000000	-0.495603	-0.039188	-0.495603	0.039188	-0.611828	-0.252884	-0.611828	0.252884
0.114969	0.000000	0.030500	0.000000	0.017181	0.000000	-0.058424	-0.002448	-0.058424
0.000000	0.012195	-0.004001	0.012195	0.004001	0.098241	0.129700	0.098241	-0.129700
0.070151	0.000000	0.099867	0.000000	0.062836	0.000000	0.125347	0.116367	0.125347
0.000000	0.071716	-0.003312	0.071716	0.003312	0.117020	0.015506	0.117020	-0.015506
0.242366	0.000000	0.794360	0.000000	0.910577	0.000000	0.912281	0.000000	0.912281
0.000000	0.855354	0.000000	0.855354	0.000000	0.698782	0.000000	0.698782	0.000000
0.434334	0.000000	0.064033	0.000000	-0.019873	0.000000	0.005256	0.009967	0.005256
0.000000	0.010908	0.007148	0.010908	-0.007148	0.001845	0.065938	0.001845	-0.065938
0.778127	0.000000	0.140548	0.000000	-0.039694	0.000000	0.104040	0.028878	0.104040
0.000000	0.000626	0.007329	0.000626	-0.007329	0.071992	-0.038926	0.071992	0.038926

ii) $\lim_{t\to\infty} \| X(t+1) \| / \| X(t) \| = \lim_{t\to\infty} \| T^{t+1} X(0) \| / \| T^{t} X(0) \| = r_1$;

com $X(0) \geq 0$, e em que r_1 e X_1 são respectivamente a raiz de Frobenius da matriz T e o respectivo vector próprio associado (nas relações i) e ii) é utilizado o conceito de norma vectorial, que pode ser definido da seguinte forma :

$\| X \| = \sum_i |X_i|$).

Como curiosidade, apresentam-se no quadro 9 os resultados obtidos com este algoritmo partindo de um vector X(0) dado pela estrutura dos V.B.P.'s sectoriais em 1977.

A convergência é bastante rápida de tal forma que à 5ª iteração temos um valor e um vector próprio iguais aos determinados pela NAG (a 6 dígitos).

Os resultados que acamos de apresentar têm um significado económico importante. O factor de expansão de von Neuman é de 1.0488 = 1 + 1/20.45, o que significa que a economia portuguesa, com a estrutura tecnológica dada pelas matrizes de coeficientes para o ano-base de 1977, tem uma taxa de crescimento potencial de 4.9%, sendo este crescimento assegurado pela seguinte estrutura sectorial de eficiência a longo-prazo (obtida através da normalização do vector próprio associado à raiz dominante de T):

01 - AGRICULTURA E PESCAS	.065441
02 - ENERGIA,EXTRACTIVAS E METAIS	.061845
03 - QUIMICA E DIVERSAS	.103863
04 - EQUIPAMENTOS	.068184
05 - TEXTEIS,VESTUÁRIO E CALÇADO	.049117
06 - MADEIRA,CORTIÇA E PAPEL	.029970
07 - CONSTRUÇÃO CIVIL	.103587
08 - SERVIÇOS	.185558
09 - FAMILIAS	.332435

QUADRO 9 : Calculo do Raio de von Neuman pelo Algoritmo das Normas Vectoriais

---

Vector X(0): proporções iniciais dos V.B.P.'s

0.072763 0.052921 0.111688 0.062410 0.053607 0.029759 0.061931 0.192202 0.362714

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \} * X(0)$

.139745E+01 .132309E+01 .220896E+01 .143691E+01 .104455E+01 .639278E+00 .224007E+01 .394789E+01 .707454E+01

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \}^{2} * X(0)$

.285007E+02 .269265E+02 .452277E+02 .296966E+02 .213876E+02 .130486E+02 .450704E+02 .808012E+02 .144759E+03

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \}^{3} * X(0)$

.582914E+03 .550870E+03 .925150E+03 .607347E+03 .437510E+03 .266956E+03 .922316E+03 .165285E+04 .296114E+04

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \}^{4} * X(0)$

.119238E+05 .112684E+05 .189245E+05 .124237E+05 .894953E+04 .546076E+04 .188666E+05 .338100E+05 .605720E+05

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \}^{5} * X(0)$

.243908E+06 .230502E+06 .387113E+06 .254134E+06 .183068E+06 .111703E+06 .385928E+06 .691604E+06 .123904E+07

Vector $\{ [(I-A)^{-1} B] \}^{6} * X(0)$

.498929E+07 .471506E+07 .791862E+07 .519847E+07 .374477E+07 .228496E+07 .789439E+07 .141472E+08 .253452E+08

Vectores próprios (em linha) , nas sucessivas iterações :

0.153574	0.145403	0.242757	0.157912	0.114793	0.070254	0.246177	0.433860	0.777467
0.153204	0.144742	0.243119	0.159632	0.114968	0.070142	0.242273	0.434342	0.778141
0.153178	0.144757	0.243110	0.159598	0.114969	0.070151	0.242366	0.434334	0.778127
0.153177	0.144758	0.243110	0.159599	0.114969	0.070151	0.242366	0.434334	0.778127
0.153177	0.144758	0.243110	0.159599	0.114969	0.070151	0.242366	0.434334	0.778127

Valores proprios , nas sucessivas iterações :

0.204442E+02 0.204561E+02 0.204556E+02 0.204556E+02 0.204556E+02

A importância desta estrutura sectorial reside no facto de constituir a melhor forma que a economia tem de crescer no longo-prazo, e daí o seu carácter normativo na programação dos caminhos eficientes, em que servirá de 'turnpike'(auto-estrada) para onde tendem a convergir os caminhos optimais, em períodos de programação suficientemente longos.

Esta propriedade, que analisámos teoricamente no capítulo 2, será empiricamente testada no ponto 3.2.5.

3.2.4 RAIO DE vON NEUMAN/PREÇOS E FACTOR DE JURO ASSOCIADO

Antes de apresentarmos os resultados obtidos no tratamento optimal do modelo dinâmico de Leontief é importante salientar que ao caminho de von Neuman das quantidades produzidas pelos sectores está associada uma estrutura de preços relativos, a que chamaremos raio de von Neuman/preços, e que pode ser obtida através do cálculo dos valores e vectores próprios da matriz $V = [\, B\,(I-A)^{-1}\,]'$.

Trata-se de uma estrutura de preços de eficiência, que terá um carácter normativo para os caminhos de preços no longo-prazo em tudo semelhante (na verdade dual) ao do raio de von Neuman/quantidades.

A esta estrutura está associado um factor de juro que é, em equilibrio, sem incerteza e sem complicações monetárias, igual ao factor de expansão da economia.

A matriz V e os seus valores e vectores próprios são apresentados nos quadros 10 e 11, e a partir deles pode verificar-se que o factor de juro é efectivamente 1.0488 = = 1 + 1/20.45, e retirar-se a seguinte estrutura de preços de eficiência (obtida a partir da normalização do vector próprio associado à raiz de Frobenius da matriz V) :

01 - AGRICULTURA E PESCAS	.093518
02 - ENERGIA,EXTRACTIVAS E METAIS	.117861
03 - QUIMICA E DIVERSAS	.108517
04 - EQUIPAMENTOS	.115591
05 - TEXTEIS,VESTUÁRIO E CALÇADO	.107827
06 - MADEIRA,CORTIÇA E PAPEL	.119541
07 - CONSTRUÇÃO CIVIL	.093532
08 - SERVIÇOS	.122710
09 - FAMILIAS	.121672

QUADRO 10 : Matriz $V = [\, B\,(I-A)^{-1}\,]'$

1.333584	0.190455	0.298527	2.626849	0.288899	0.216496	9.036573	0.888550	3.439562
0.375858	0.359202	0.496928	3.159788	0.404843	0.315262	14.441704	0.894257	3.061012
0.614762	0.308729	0.316112	2.971294	0.346279	0.340433	12.139785	0.925036	3.461317
0.381659	0.210080	0.381181	2.818521	0.383006	0.341845	14.474899	0.900702	3.207932
0.367674	0.237033	0.286245	2.415773	0.334229	0.340165	12.910901	0.889805	3.612722
0.485492	0.176652	0.414220	3.578729	0.354000	0.540349	12.469319	1.084406	4.260060
0.330470	0.191199	0.308472	2.312751	0.310868	0.265770	11.725761	0.716536	2.540067
0.332054	0.184002	0.400242	2.622575	0.531354	0.380463	16.605171	0.926967	2.803760
0.464652	0.208923	0.340326	2.571274	0.398917	0.331734	16.424718	0.862351	2.974657

QUADRO 11 : Valores e vectores próprios de V

Valores próprios (parte real/parte imaginária)

20.455607	0.000000	0.998141	0.000000	-0.297404	0.000000	0.153012	0.036189	0.153012
0.000000	-0.109679	0.030824	-0.109679	-0.030824	0.043185	0.083058	0.043185	-0.083058

Vectores próprios (parte real/parte imaginária)

0.279064	0.000000	0.967340	0.000000	0.201433	0.000000	0.098476	-0.014277	0.098476
0.000000	0.070109	-0.015586	0.070109	0.015586	-0.001992	-0.041413	-0.001992	0.041413
0.351706	0.000000	-0.053548	0.000000	-0.145770	0.000000	0.116699	-0.198797	0.116699
0.000000	-0.228921	-0.091091	-0.228921	0.091091	-0.070454	-0.139982	-0.070454	0.139982
0.323823	0.000000	0.196927	0.000000	0.314883	0.000000	0.187026	-0.085565	0.187026
0.000000	0.362986	0.263579	0.362986	-0.263579	-0.063755	-0.059555	-0.063755	0.059555
0.344931	0.000000	-0.045614	0.000000	0.069085	0.000000	0.003654	0.025992	0.003654
0.000000	0.035975	-0.041729	0.035975	0.041729	0.034945	-0.003243	0.034945	0.003243
0.321763	0.000000	-0.027719	0.000000	0.626644	0.000000	-0.214521	0.041642	-0.214521
0.000000	0.619575	0.000000	0.619575	0.000000	-0.267611	0.589074	-0.267611	-0.589074
0.356718	0.000000	0.060242	0.000000	0.432160	0.000000	0.905868	0.000000	0.905868
0.000000	0.131684	-0.060754	0.131684	0.060754	0.040626	-0.133586	0.040626	0.133586
0.279105	0.000000	-0.018194	0.000000	0.009755	0.000000	-0.010855	-0.001428	-0.010855
0.000000	-0.004506	-0.000705	-0.004506	0.000705	-0.005504	-0.011157	-0.005504	0.011157
0.366173	0.000000	-0.125582	0.000000	-0.482383	0.000000	0.123234	0.001134	0.123234
0.000000	-0.557945	-0.102016	-0.557945	0.102016	0.706713	0.000000	0.706713	0.000000
0.363078	0.000000	0.005148	0.000000	-0.148385	0.000000	-0.101452	0.004480	-0.101452
0.000000	0.020062	0.053236	0.020062	-0.053236	-0.163694	0.019128	-0.163694	-0.019128

3.2.5 O CRESCIMENTO OPTIMAL : PROPRIEDADE 'TURNPIKE'

Como seria de esperar, a estrutura dos Valores Brutos de Produção sectoriais no ano-base, 1977, não coincide com a estrutura do crescimento proporcional eficiente dada pelo Raio de von Neuman.

A questão que se coloca é então a da Programação dos Caminhos Optimais que, partindo das condições iniciais dadas, e satisfazendo as restrições tecnológicas e a não negatividade das produções sectoriais, maximizem uma função-objectivo representativa do critério de escolha utilizado para descrever as preferências da Sociedade ou da Autoridade Central [neste sentido o problema em análise pode considerar-se pré-institucional, aplicando-se com igual relevância a economias descentralizadas ou a economias planificadas].

No contexto do Modelo Fechado, em que não existe consumo improdutivo, e portanto todo o excedente é reinvestido, o critério de escolha não pode deixar de passar pela maximização das potencialidades de crescimento económico no futuro, o que, em horizonte finito, equivale a maximizar o valor dos stocks no final do periodo de programação.

No contexto do Modelo Aberto, em que as actividades de consumo estão perfeitamente autonomizadas dos processos produtivos, o critério de escolha pode reflectir um trade-off, essencial a longo-prazo, entre as potencialidades de crescimento no futuro e o bem-estar social no presente, através de uma função-objectivo que maximize um fluxo intertemporal de utilidades descontadas.

A função-objectivo subjacente a problemas do primeiro tipo aplica-se melhor a economias em desenvolvimento, em que é necessário fazer um esforço de investimento que proporcione um processo de crescimento económico relativamente acelerado. No segundo caso, a função-objectivo descreve melhor o tipo de escolhas que normalmente se colocam em economias industrializadas, em que as preocupações com a dimensão quantitativa do crescimento económico cederam a primazia às questões qualitativas. Esta caracterização é relativa, e deve naturalmente ser gradualizada.

Regressando ao modelo fechado, a formalização da questão em análise traduz-se no seguinte problema de Programação Linear:

Max P B X(T)

s.a.

$(I-A+B) X(t) - B X(t+1) \geqslant 0$; (t = 0, 1, 2, ..., T-1)

$X(t) \geqslant 0$; (t = 0, 1, 2, ... , T)

com X(0) tal que : $(I-A) X(0) > 0$.

Esta formulação coloca uma dificuldade: a necessidade de atribuir valores aos stocks no período terminal, ou seja, a escolha dos elementos do vector P, para a qual pode não existir consenso.

Trata-se de uma dificuldade que pode ser superada recorrendo a uma formulação alternativa, que do ponto de vista da programação intertemporal conduz a resultados equivalentes:

Max q

s.a.

$(I-A+B) X(t) - B X(t+1) \geqslant 0 ; (t = 0, 1, 2, ..., T-1)$

$(I-A+B) X(T-1) - q B z^* \geqslant 0$

$X(t) \geqslant 0 ; (t = 0, 1, 2, ... , T)$

com $X(0)$ tal que : $(I-A) X(0) > 0$, e em que q é um escalar positivo qualquer, cujo valor concreto, resultante do processo de optimização, representa a quantidade de stocks óptima no periodo terminal.

Neste caso, o que é necessário definir à partida é o vector z^*, que representa a estrutura dos V.B.P.'s sectoriais desejada pela sociedade (ou pela Autoridade Central) no periodo terminal (trata-se de um vector normalizado, ou seja, $\sum_j | z^*_j | = 1$).

Já verificámos anteriormente que a maneira mais eficiente de a economia crescer no longo-prazo é respeitando a estrutura sectorial dada pelo raio de von Neuman. Vamos por conseguinte resolver o problema de P.L. anterior fazendo $z^* = X_1$, ou seja, testar o processo de aproximação da economia das condições iniciais do ano-base, 1977 [dadas por $X(0)$], ao caminho de von Neuman [dado por X_1], num horizonte temporal de nove anos [i.e., fazendo T = 9].

No quadro 12 apresentam-se as produções sectoriais obtidas entre 0 e T [em valor absoluto (12-a) e em percentagens do total da produção (12-b)].

É de salientar a rápida aproximação ao raio de von Neuman/turnpike e a manutenção ao longo desse raio até ao final do periodo de programação. Esta aproximação faz-se com algumas oscilações bruscas, particularmente no caso do sector 7 - Construção Civil, em que a produção chega mesmo a ser nula no ano 1. Trata-se de uma situação absurda do ponto de vista económico, que resulta da rigidez do modelo (tecnologia a factores complementares e de coeficientes fixos). Num modelo com coeficientes variáveis ou a factores substituíveis esta aproximação dava-se igualmente mas num processo muito mais gradual.

Já várias vezes referimos a dualidade existente nos modelos de Leontief e de von Neuman entre as variáveis técnicas e as variáveis monetárias. Neste caso, ao problema de P.L. em quantidades (PRIMAL) está associado um problema em preços (DUAL), que é o seguinte:

$$\min v(1) [(I-A) + B] X(0)$$

s.a.

QUADRO 12 : RESULTADOS DO MODELO DE OPTIMIZAÇÃO : T = 9 ; z* = Raio de von Neuman

12-a : OUTPUTS SECTORIAIS EM VALOR ABSOLUTO :

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL	FAC.CRE
X(0)	123832	90046	190076	106212	91232	50646	105397	327097	617280	1701818	
X(1)	120954	72107	198452	156653	90917	43815	0	347550	647223	1677671	.985811
X(2)	123963	117149	196745	129161	93042	56772	196141	351498	629724	1894195	1.12906
X(3)	130023	122877	206363	135475	97591	59547	205731	368682	660509	1986798	1.04888
X(4)	136380	128883	216451	142098	102361	62458	215786	386706	692799	2083922	1.04888
X(5)	143047	135185	227033	149043	107366	65512	226341	405610	726668	2185805	1.04889
X(6)	150040	141791	238132	156334	112614	68713	237393	425439	762192	2292648	1.04888
X(7)	157375	148728	249772	163964	118120	72075	249030	446237	799452	2404753	1.04889
X(8)	165068	155986	261986	172007	123892	75594	261136	468053	838540	2522262	1.04886
X(T)	173137	163623	274790	180394	129949	79292	274060	490931	879525	2645701	1.04893

12-b : OUTPUTS SECTORIAIS EM PERCENTAGENS :

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL
X(0)	.072764	.052911	.111689	.062410	.053608	.029759	.061932	.192204	.362717	1
X(1)	.072096	.042980	.118290	.093375	.054192	.026116	0	.207162	.385786	1
X(2)	.065443	.061846	.103867	.068187	.049119	.029971	.103548	.185565	.332449	1
X(3)	.065443	.061846	.103867	.068187	.049119	.029971	.029971	.185565	.332448	1
X(4)	.065443	.061846	.103867	.068187	.049119	.029971	.103548	.185566	.332449	1
X(5)	.065443	.061846	.103866	.068186	.049119	.029971	.103550	.185565	.332448	1
X(6)	.057062	.053925	.090565	.059456	.042828	.026132	.090284	.185566	.332450	1
X(7)	.065443	.061847	.103865	.068183	.049119	.029971	.103557	.185564	.332446	1
X(8)	.065444	.061843	.103869	.068195	.049119	.029970	.103532	.185568	.332455	1
X(T)	.065441	.061845	.103863	.068184	.049117	.029970	.103587	.185558	.332435	1

$$v(t+1)\ [\ (I-A) + B\ ] - v(t)\ B \leqslant 0\ ;\ (t=1,2,\dots,T-1)$$

$$P\ B - v(T)\ B \leqslant 0$$

$$v(t) \geqslant 0\ ;\ (\ t = 1,\ 2,\ \dots\ ,\ T)$$

em que: v(t) são os preços-sombra ou preços imputados dos stocks.

É interessante verificar que associada à aproximação das produções sectoriais ao raio de von Neuman/quantidades, está a aproximação dos preços-sombra sectoriais ao raio de von Neuman/preços [ver Quadro 13].

Deve notar-se que o que à primeira vista poderia parecer apenas uma curiosa propriedade matemática dos problemas de P.L. (primal e dual), tem subjacente um signficado económico profundo: numa economia competitiva, sem incerteza nem complicações monetárias, os caminhos de crescimento optimal das quantidades produzidas são 'suportados' por caminhos eficientes dos preços imputados.

Na programação dos caminhos de acumulação optimais até aqui realizada fizemos coincidir a estrutura sectorial no horizonte do periodo de programação com a estrutura do crescimento proporcional maximal.

Nada obriga a que assim seja, isto é, em horizonte finito a sociedade pode desejar uma estrutura sectorial final diferente da de eficiência.

QUADRO 13 : RESULTADOS DO MODELO DE OPTIMIZAÇÃO / PREÇOS - SOMBRA

13-a : PREÇOS - SOMBRA EM VALOR ABSOLUTO :

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL	FAC.CRE
V(1)	0	0	0	0	0	0	0	12.0426	0	12.0426	1
V(2)	1.60651	.328126	1.49268	.886701	1.83328	2.33129	.298542	.425596	0	9.20274	.764182
V(3)	1.00326	.687843	.654601	.456873	.140025	.982062	.391445	.577448	.267137	5.16069	.560778
V(4)	.478678	.500346	.359066	.400125	.164075	.253246	.350016	.594133	.559119	3.65880	.708975
V(5)	.497441	.399372	.485156	.434296	.527912	.54214	.343501	.332884	.411631	3.97433	1.08623
V(6)	.361071	.423187	.36027	.394721	.314519	.377677	.325075	.468713	.440868	3.46610	.872121
V(7)	.347359	.38536	.380483	.387034	.385187	.418447	.311741	.38529	.399487	3.40038	.981041
V(8)	.307146	.376496	.342042	.365536	.331107	.373031	.29687	.396939	.389488	3.17865	.934791
V(T)	.291681	.355691	.332621	.350498	.331335	.365966	.28339	.36732	.367628	3.04613	.958307

13-b : PREÇOS - SOMBRA EM PERCENTAGENS :

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL
V(1)	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
V(2)	.174569	.035655	.162200	.096351	.199210	.253325	.032440	.046246	0	1
V(3)	.194404	.133284	.126843	.088529	.027132	.190296	.190296	.111893	.051763	1
V(4)	.130829	.136751	.098137	.109359	.044843	.069215	.095664	.162384	.152814	1
V(5)	.125163	.100487	.122072	.109275	.132830	.136410	.086429	.083758	.103572	1
V(6)	.104172	.122093	.103940	.113880	.090741	.108963	.093786	.135227	.127194	1
V(7)	.102152	.113328	.111893	.113820	.113277	.123058	.091678	.113307	.117482	1
V(8)	.096627	.118445	.107605	.114997	.104165	.117354	.093394	.124876	.122532	1
V(9)	.095754	.116768	.109194	.115063	.108772	.120141	.093032	.120585	.120686	1

RAIO DE VON NEUMAN (preços):

P*	.093518	.117861	.108517	.115591	.107827	.119541	.093532	.122710	.121672	1

Uma situação deste tipo é ainda mais elucidativa da importância da propriedade 'turnpike' do crescimento eficiente, e do carácter normativo do raio de von Neuman. Partindo de condições iniciais fora desse raio e impondo condições terminais igualmente afastadas dele, será que o caminho optimal entre 0 e T continua a ter um comportamento de aproximação assimptótica ao 'turnpike' ? De facto assim acontece, como pode verificar-se empiricamente através da análise do Quadro 14, que mostra os resultados da solução do problema optimal em que, por mera curiosidade, se fez coincidir z* com a estrutura sectorial inicial [X(0) normalizado].

Para melhor ilustrar a propriedade 'turnpike', os resultados deste quadro são apresentados nos gráficos 1 a 9 (correspondentes a cada sector), em que, para além do 'turnpike' e do caminho optimal, se representa também a evolução real do sector entre 1977 e 1982 (último ano para o qual se dispõe de uma matriz de produção nacional a preços de produção compatível com a matriz-base de 1977).

A propriedade 'turnpike' é perfeitamente confirmada para a generalidade dos sectores num horizonte temporal de 9 anos, com a excepção importante do sector 7 - Construção, para o qual a verificação da propriedade exige um horizonte mais largo. Os resultados obtidos com T = 12 , apresentados no Quadro 15, são já suficientes para verificar que o sector 7 passa a maior parte do período de programação junto ao 'turnpike', como se pode visualizar melhor no gráfico 7-a.

QUADRO 14 : RESULTADOS DO MODELO DE OPTIMIZAÇÃO : T = 9 ; z* = % iniciais

14-a : OUTPUTS SECTORIAIS EM VALOR ABSOLUTO :

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL	FAC.CRE
X(0)	123832	90046	190076	106212	91232	50646	105397	327097	617280	1701818	
X(1)	120988	72111	198432	156696	90902	43805	0	347516	647117	1677567	.985749
X(2)	124045	117211	196716	128893	93046	56797	196632	351462	629651	1894453	1.12928
X(3)	130193	122550	206395	136076	97549	59409	203976	368680	660504	1985332	1.04797
X(4)	136720	129309	216328	140622	102405	62633	218776	386573	692529	2085895	1.05065
X(5)	143744	133491	227261	152516	107167	64786	216835	405692	726813	2178305	1.04430
X(6)	151417	144575	237503	147849	112906	69802	255565	424838	760895	2305350	1.05832
X(7)	160193	138965	251915	188674	116507	67166	190267	446690	800549	2360926	1.02410
X(8)	170532	181346	255113	116171	122722	83372	401371	462568	833105	2626300	1.11240
X(T)	184961	134496	283906	158642	136268	75645	157427	488570	922020	2541935	.967876

14-b : OUTPUTS SECTORIAIS EM PERCENTAGENS

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL
X(0)	.072764	.052911	.111689	.062410	.053608	.029759	.061932	.192204	.362717	1
X(1)	.072121	.042985	.118285	.093406	.054186	.026112	0	.207154	.385747	1
X(2)	.065478	.061870	.103837	.068037	.049114	.029980	.103793	.185521	.332365	1
X(3)	.065577	.061727	.103959	.068540	.049134	.029923	.029923	.185701	.332691	1
X(4)	.065545	.061992	.103709	.067415	.049094	.030026	.104883	.185327	.332005	1
X(5)	.065988	.061282	.104329	.070015	.049197	.029741	.099542	.186242	.333659	1
X(6)	.065680	.062712	.103022	.064132	.048975	.030278	.110857	.184283	.330056	1
X(7)	.067851	.058860	.106701	.079915	.049348	.028449	.080589	.189201	.339082	1
X(8)	.064932	.069049	.097137	.044233	.046728	.031745	.152827	.176129	.317216	1
X(T)	.072764	.052911	.111689	.062410	.053608	.029759	.061932	.192204	.362717	1

RAIO DE VON NEUMAN:

X_1	.065441	.061845	.103863	.068184	.049117	.029970	.103587	.185558	.332435	1

QUADRO 15 : RESULTADOS DO MODELO DE OPTIMIZAÇÃO : T = 12 ; z* = % iniciais

15-a : OUTPUTS SECTORIAIS EM VALOR ABSOLUTO

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL	FAC.CRESC
X(0)	123832	90046	190076	106212	91232	50646	105397	327097	617280	1701818	
X(1)	120960	72105	198451	156646	90917	43814	0	347549	647221	1677663	.985860
X(2)	123976	117136	196745	129179	93040	56766	196075	351497	629720	1894134	1.129031
X(3)	130049	122883	206358	135428	97591	59550	205801	368675	660495	1986830	1.048939
X(4)	136431	128817	216457	142202	102353	62430	215450	386704	692794	2083638	1.048725
X(5)	143150	135240	227011	148786	107371	65534	226793	405583	726611	2186079	1.049165
X(6)	150248	141462	238168	156920	112575	68574	235639	425444	762198	2291228	1.048099
X(7)	157787	149111	249657	162531	118161	72231	251820	446112	799191	2406601	1.050354
X(8)	165904	154278	262209	175408	123695	74856	251629	468126	838657	2514762	1.044944
X(9)	174790	166265	274202	171929	130223	80308	291531	490329	878194	2657771	1.056868
X(10)	184960	161494	290450	216019	134550	77792	224789	515206	923394	2728654	1.026670
X(11)	197044	209691	295020	127319	141913	96672	466467	534416	962280	3030822	1.110739
X(T)	213646	155355	327936	183245	157401	87377	181842	564341	1065011	2936154	.968765

15-b : OUTPUTS SECTORIAIS EM PERCENTAGENS

	01-AGRI	02-EXT.	03-DIVE	04-EQUI	05-TEXT	06-MAD.	07-CONS	08-SERV	09-FAMI	TOTAL
X(0)	.072764	.052911	.111689	.062410	.053608	.029759	.061932	.192204	.362717	1
X(1)	.072100	.042979	.118290	.093371	.054192	.026116	0	.207162	.385787	1
X(2)	.065452	.061841	.103870	.068199	.049120	.029969	.103516	.185571	.332457	1
X(3)	.065455	.061848	.103862	.068162	.049118	.029972	.029972	.185559	.332436	1
X(4)	.065477	.061823	.103884	.068246	.049122	.029962	.103400	.185590	.332492	1
X(5)	.065482	.061864	.103843	.068060	.049115	.029977	.103744	.185529	.332380	1
X(6)	.065575	.061740	.103947	.068487	.049133	.029928	.102843	.185683	.332659	1
X(7)	.065564	.061959	.103738	.067535	.049098	.030013	.104637	.185370	.332082	1
X(8)	.065972	.061348	.104267	.069751	.049187	.029766	.100060	.186151	.333493	1
X(9)	.065765	.062558	.103169	.064689	.048997	.030216	.109690	.184488	.330425	1
X(10)	.067784	.059184	.106444	.079166	.049310	.028509	.082380	.188813	.338406	1
X(11)	.065013	.069186	.097339	.042008	.046823	.031896	.153907	.176327	.317498	1
X(T)	.072764	.052911	.111689	.06241	.053608	.029759	.061932	.192204	.362717	1

RAIO DE VON NEUMAN:

X 1	.065441	.061845	.103863	.068184	.049117	.029970	.103587	.18558	.332435	1

GRÁFICO 1:

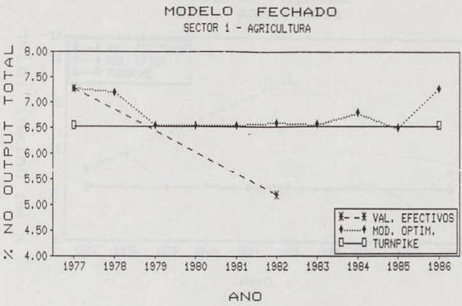


GRÁFICO 2:

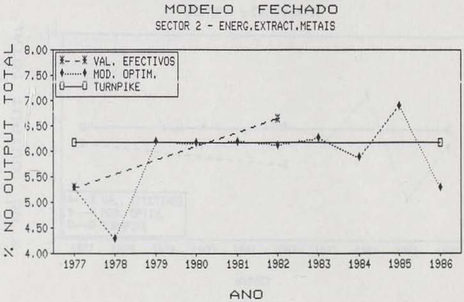


GRAFICO 3:

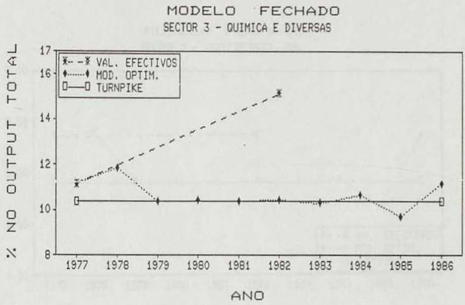


GRAFICO 4:

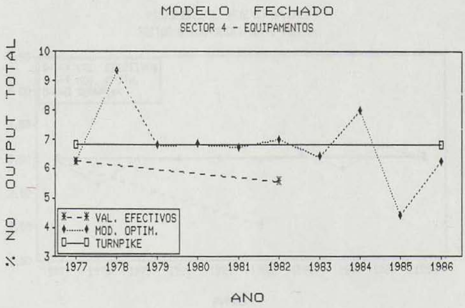


GRAFICO 5:

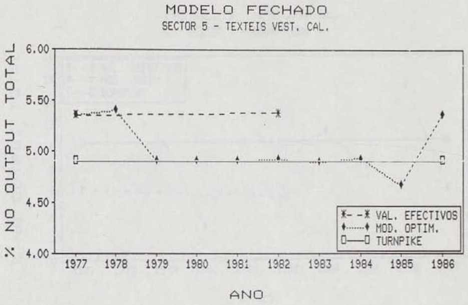


GRAFICO 6:

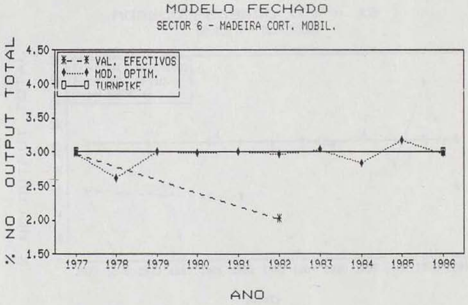


GRAFICO 7:

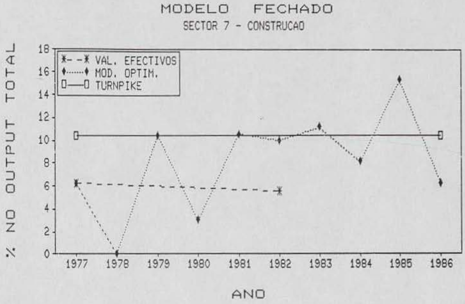


GRAFICO 7-a:

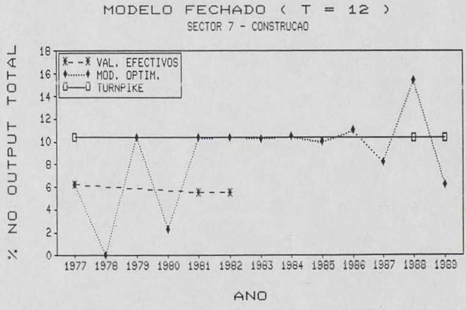


GRAFICO 8:

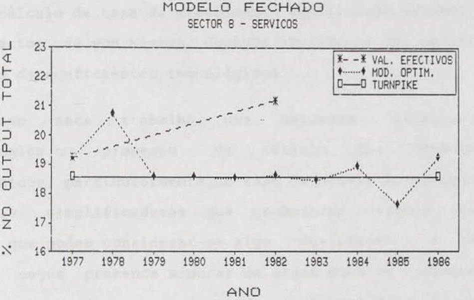
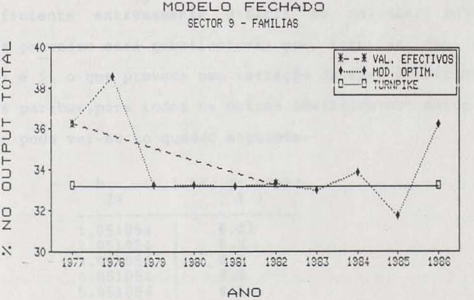


GRAFICO 9:



3.2.6 SENSIBILIDADE DO CRESCIMENTO MULTISECTORIAL A VARIAÇÕES DE ALGUNS COEFICIENTES TECNOLÓGICOS

O cálculo da taxa de crescimento equilibrado maximal, dada pelo factor de von Neuman, depende obviamente dos valores das matrizes de coeficientes tecnológicos.

Tendo este trabalho uma natureza essencialmente metodológica,o processo de cálculo dos coeficientes tecnológicos, particularmente no caso da matriz B, assentou em hipóteses simplificadoras que conduziram nalguns casos a valores que podem considerar-se algo 'duvidosos'. A análise que se segue pretende minorar de algum modo as consequências negativas deste facto, apresentando os efeitos sobre a taxa de crescimento eficiente de variações nos coeficientes menos verosímeis:

i) coeficiente b_{79} (construção --> familias): trata-se de um coeficiente extremamente difícil de calcular, sendo que qualquer processo será questionável; por isso se fez variar entre 1 e 5, o que provoca uma variação da taxa de crescimento (ceteris paribus,para todos os outros coeficientes) entre 4 e 6%, como pode ver-se no quadro seguinte:

b_{79}	tx. de cresc. (%)
1.051054	6.02
2.051054	5.4
3.051054	4.9
4.051054	4.5
5.051054	4.1

ii) coeficientes b_{i8} (serviços): os valores destes coeficientes estão muito provavelmente sobre-avaliados, pois o seu somatório traduz-se num coeficiente de capital-produto total de 6.6 para o sector; diminuindo-os a metade a taxa de crescimento passa de 4.88% na situação-base para 6.03%.

iii) coeficientes b_{i1} (agricultura): também neste caso nos parece haver uma sobre-avaliação patente num coeficiente de capital-produto total de 4.1 para um sector como a agricultura; a sua diminuição a metade faz aumentar a taxa de crescimento para 5.11%.

iv) coeficientes b_{i7} (construção): neste caso parece haver uma clara sub-avaliação dos valores obtidos, que se traduzem num coeficiente de capital-produto de 0.36 para o sector da construção; a sua triplicação faria diminuir ligeiramente a taxa de crescimento para 4.77%.

Finalmente, e tentando combinar estas alterações por forma a dar alguma verosimelhança aos resultados obtidos, deve salientar-se que o efeito conjugado de ii), iii) e iv) com um valor de 5.051 para o coeficiente b_{79} [valor utilizado noutros estudos para este tipo de coeficiente; ver Bródy(1970)], se traduz numa taxa de crescimento proporcional maximal de 4.96%, donde se pode concluir que, numa perspectiva de análise das relações inter-sectoriais, a economia portuguesa apresentava em 1977 um potencial de crescimento económico em torno dos 5%.

3.3 O CAMINHO DE VON NEUMAN NO MODELO COM PROCURA FINAL AUTÓNOMA

No modelo de Leontief aberto a procura final é tratada exogenamente, constituindo uma componente autónoma nas equações de equilíbrio entre recursos e utilizações de cada bem produzido na economia.

Matricialmente teremos o seguinte sistema de n equações equivalentes aos n sectores produtivos (desaparecendo, neste caso, a equação relativa ao 'sector' Famílias):

$$(3.3.1) \quad (I-A) X(t) + B X(t) - B X(t+1) = C(t)$$

em que C(t) é o vector correspondente à procura final 'alargada': consumo privado + consumo público + investimento não produtivo (construção de habitações) + exportações - importações competitivas.

Considerando que C(t) é uma função linear do rendimento gerado na economia (através de um vector de propensões médias a consumir sectoriais: c) e que o rendimento se obtém das produções sectoriais através de um vector de coeficientes de valor acrescentado: v, teremos:

$$(3.3.2) \quad C(t) = c\, Y(t)$$

$$(3.3.3) \quad Y(t) = v\, X(t)$$

Substituindo em (3.3.1) C(t) pela sua expressão em X(t) obtemos a seguinte versão 'fechada' do modelo:

$$(3.3.4)\quad (I - A - cv) X(t) + B X(t) - B X(t+1) = 0$$

O caminho de von Neuman é neste caso obtido através do cálculo dos valores e vectores próprios da matriz $[I\text{-}A\text{-}cv]^{-1}$ B, que apresentamos no quadro 16, juntamente com os vectores c e v obtidos a partir da Matriz de Produção Nacional a preços de produção - 1977.

A normalização do vector próprio dominante desta matriz dá-nos o seguinte raio de von Neuman das quantidades produzidas pelos sectores:

01 - AGRICULTURA e PESCAS	.083241
02 - ENERGIA,EXTRACTIVAS E METAIS	.098665
03 - QUIMICA E DIVERSAS	.193794
04 - EQUIPAMENTOS	.056453
05 - TEXTEIS,VESTUÁRIO E CALÇADO	.123355
06 - MADEIRA,CORTIÇA E PAPEL	.051564
07 - CONSTRUÇÃO CIVIL	.118710
08 - SERVIÇOS	.274218

O factor de crescimento de von Neuman é igual a 1.0518 = = 1/19.3, o que vem confirmar a conclusão, retirada dos resultados anteriores, de que o potencial de crescimento da nossa economia se situaria, no ano-base de 1977, em torno dos 5%.

QUADRO 16 : CALCULO DO CAMINHO DE VON NEUMAN NO MODELO COM PROCURA FINAL AUTÓNOMA

Vector c : Proporções a consumir sectoriais

0.038356	0.057423	0.266547	-0.009916	0.163238	0.055131	0.075298	0.407396

Vector v : Coeficientes de valor acrescentado

0.656549	0.367324	0.269667	0.446342	0.343010	0.423601	0.454402	0.701801

Matriz ($[I-A-cv]^{-1}$ B):

2.768506	1.135106	0.688275	0.756657	0.402274	1.390776	0.109446	3.477947
1.816360	1.459805	0.903100	0.900605	0.510037	1.504287	0.119787	4.479996
4.303355	2.854155	1.679753	1.873180	0.973217	3.389447	0.273377	8.540489
1.508761	1.174282	0.827760	0.746006	0.367891	1.677975	0.183575	1.793771
2.618207	1.719476	1.066994	1.154548	0.616409	2.079604	0.168666	5.535659
0.957182	0.671384	0.471464	0.493298	0.292647	1.047894	0.061789	2.306977
1.236406	1.275087	0.657666	0.943618	0.429253	1.216483	0.077102	6.406909
6.022431	3.886880	2.489665	2.666146	1.503970	4.913329	0.408243	11.988301

Valores próprios (parte real/parte imaginária) :

19.300514	0.000000	0.986906	0.000000	0.209438	0.000000	-0.140251	0.000000
0.000000	0.053431	-0.052468	-0.053431	0.066052	0.024520	0.066052	-0.024520

Vectores próprios (parte real/parte imaginária) :

0.205193	0.000000	-0.616408	0.000000	0.002162	0.000000	0.008816	0.000000
0.000000	0.000895	0.001839	-0.000895	0.000223	0.000110	0.000223	-0.000110
0.243213	0.000000	0.240318	0.000000	-0.517263	0.000000	0.008223	0.000000
0.000000	-0.072203	0.097383	0.072203	0.035257	-0.045189	0.035257	0.045189
0.477711	0.000000	0.059890	0.000000	-0.249914	0.000000	0.234289	0.000000
0.000000	0.127479	-0.021810	-0.127479	-0.093787	0.011742	-0.093787	-0.011742
0.139158	0.000000	0.060040	0.000000	-0.445562	0.000000	-0.524378	0.000000
0.000000	-0.062580	-0.551777	0.062580	-0.583902	0.075670	-0.583902	-0.075670
0.304076	0.000000	0.085820	0.000000	0.045447	0.000000	0.066459	0.000000
0.000000	-0.073642	0.066381	0.073642	0.154589	-0.029722	0.154589	0.029722
0.127108	0.000000	0.131948	0.000000	0.431247	0.000000	0.031356	0.000000
0.000000	-0.010382	0.071661	0.010382	0.069733	-0.010856	0.069733	0.010856
0.292626	0.000000	0.717045	0.000000	0.518758	0.000000	0.815139	0.000000
0.000000	0.000000	0.802299	0.000000	0.779288	0.000000	0.779288	0.000000
0.675960	0.000000	0.127157	0.000000	0.119593	0.000000	0.011784	0.000000
0.000000	0.023924	0.029490	-0.023924	0.063624	0.003657	0.063624	-0.003657

3.4 O CRESCIMENTO EFICIENTE NO MODELO COM COMÉRCIO EXTERNO

Um dos principais constrangimentos da economia portuguesa é, como se sabe, a dependência externa do seu aparelho produtivo, patente nos quase inevitáveis agravamentos do deficit da Balança Comercial em fases de maior expansão económica.

Situando-se no contexto de uma pequena economia em fase de crescente abertura ao exterior, este trabalho ficaria incompleto sem uma abordagem explícita das repercussões do crescimento a médio e longo-prazo na situação das contas com o Exterior (mais exactamente no saldo da B.C., já que se trata de um estudo sobre a parte real da economia).

Consideremos, pois, o seguinte modelo dinâmico de tipo input-output em que se introduzem explicitamente as variáveis relativas ao comércio internacional:

$$(3.4.1) \quad (I-A)\,X(t) + B\,X(t) - B\,X(t+1) = C(t) + E(t) - M(t)$$

em que: $C(t)$, $E(t)$ e $M(t)$ são respectivamente os vectores de consumo final, exportações e importações competitivas, por sectores.

Consideremos as seguintes hipóteses:

i) o consumo final e as importações competitivas são função do rendimento gerado na economia, através de dois vectores: c', de propensões a consumir e m, de propensões a importar bens competitivos:

(3.4.2) $C(t) = c' Y(t)$

(3.4.3) $M(t) = m Y(t)$;

ii) o rendimento gerado na economia obtém-se das produções sectoriais através dos coeficientes de valor acrescentado [relação (3.3.3)];

iii) o vector de exportações por sectores obtém-se por aplicação ao valor global das exportações, E' de um vector de coeficientes de estrutura, e.

(3.4.4) $E(t) = e E'(t)$;

Com estas hipóteses temos a seguinte 'versão fechada' do modelo com comércio internacional:

(3.4.5) $[I-A - (c'-m)v + B] X(t) - B X(t+1) - e E'(t) = 0$

Para completar o modelo é necessário introduzir a equação relativa ao equlíbrio da Balança Comercial:

(3.4.6) $(q F + r m v) X(t) = p e E'(t)$

em que:

iv) F é a matriz de coeficientes de importações não competitivas;

v) q , r , p são, respectivamente, os vectores dos preços sectoriais das importações não competitivas, das importações competitivas e das exportações.

Para tornar o modelo 'aplicável', e na ausência de informação sobre os preços sectoriais envolvidos, consideremos a seguinte versão da relação (3.4.6):

$$(3.4.7) \quad (i F + i m v) X(t) = d i e E'(t)$$

em que: i é um vector unitário e d é um escalar que pode ter duas interpretações:

a) um indicador da situação da B.C., já que o seu inverso nos dá a taxa de cobertura das importações pelas exportações quando todos os preços estão ao nível unitário (neste caso: $d < 1$ representa um superavit; $d > 1$ um deficit e $d = 1$ o equilibrío da B.C.);

b) um indicador dos termos de troca, se fizermos $q = i$, $r = i$, $p = di$ (neste caso uma descida de d representa uma deterioração dos termos de troca, e um aumento de d uma melhoria desses mesmos termos).

No modelo subjacente às relações (3.4.5) e (3.4.7) o crescimento equilibrado mais eficiente (dado pelo raio de von Neuman e pelo factor de expansão de von Neuman) pode ser obtido através do cálculo da raiz dominante e respectivo vector próprio associado da seguinte matriz:

$$\{ I-A - (c'-m)v - e(iF+imv)/d \}^{-1} B$$

Um exercício interessante, do ponto de vista económico, é o cálculo da taxa de crescimento e da estrutura sectorial eficiente para diferentes valores de d (o mesmo é dizer, para diferentes taxas de cobertura).

No quadro 17 sintetizam-se os resultados obtidos na aplicação à economia portuguesa, juntamente com a apresentação dos vectores que caracterizam a estrutura sectorial das variáveis da Procura Final no ano-base, 1977.

Para melhor visualização destes resultados podem consultar-se os gráficos 10 a 19 . No gráfico 10 está representado o trade-off taxa de crescimento / taxa de cobertura em 3 situações distintas: situação-base; deterioração dos termos de troca em 10%; diminuição das propensões a consumir sectoriais. No gráfico 11 está representado o peso das exportações no V.B.P. total da economia para diferentes taxas de cobertura. Finalmente, nos gráficos 12 a 19 representa-se o peso de cada sector produtivo na estrutura de eficiência (raio de von Neuman) para diferentes taxas de cobertura.

Sem a preocupação de comentar exaustivamente os resultados obtidos, limitamo-nos a chamar a atenção para as seguintes conclusões, que nos parecem as mais importantes:

i) as potencialidades de crescimento da economia portuguesa a médio e longo-prazo são bastante sensíveis à situação da Balança Comercial, variando na razão inversa da taxa de cobertura, como seria de esperar;

ii) o nível de crescimento potencial obtido no modelo sem comércio externo (cerca de 5%) é neste caso compatível com uma taxa de cobertura ligeiramente inferior aos 70%;

iii) a deterioração dos termos de troca em 10% faz baixar as potencialidades de crescimento económico em 0.5% para os níveis de taxa de cobertura mais relevantes;

iv) a diminuição das propensões a consumir sectoriais tem um efeito muito acentuado na melhoria da taxa de crescimento eficiente (confirmando o trade-off consumo presente / crescimento futuro, de que falámos anteriormente);

v) a melhoria da situação das contas externas é acompanhada por um aumento do peso na estrutura produtiva dos seguintes sectores: Agricultura, Quimica e Diversas, Texteis, Vestuário e Calçado, Madeira, Cortiça e Papel e Serviços; diminuindo o peso dos restantes: Energia, Extractivas e Metais, Equipamentos e Construção Civil; trata-se, afinal, de uma interessante confirmação da ideia do 'deficit virtuoso' necessário para reforçar o peso dos sectores fornecedores de bens de investimento, indispensáveis à criação de condições que proporcionem o reforço do crescimento económico no futuro.

QUADRO 17 : MODELO COM COMERCIO EXTERNO :

Vectores utilizados :

	iF	m	c'	c' - m	e(77)	VBP(77) em %
01-	.000804	.032738	.099755	.067017	.033003	.113399
02-	.318567	.037256	.023169	-.014087	.072230	.082476
03-	.131651	.050486	.203452	.152966	.192236	.174061
04-	.124571	.074251	.047286	-.026965	.176662	.097263
05-	.118214	.016135	.061691	.016135	.221770	.083545
06-	.029820	.005343	.021603	.005343	.136862	.046379
07-	.002834	.000000	.077251	.077251	.000000	.096517
08-	.005767	.017431	.445934	.428503	.167736	.306359
Tot.		.228365	.980141	.746501	1.00000	1.000000

CAMINHO DE VON NEUMAN para diferentes valores de d (1/tx de cobertura) :

	d=.61 (164%)	d=.625 (160%)	d=.69 (145%)	d=.77 (130%)	d=.87 (115%)	d=1.0 (100%)	d=1.18 (85%)	d=1.43 (70%)	d=1.82 (55%)	d=2.5 (40%)	d=4.0 (25%)	d-->oo (0%)
01-	.111129	.110643	.108779	.106913	.10506	.103199	.101295	.09944	.097556	.095671	.09377	.090581
02-	.059622	.060139	.062112	.064075	.066011	.06794	.069901	.071804	.073707	.075604	.077502	.08065
03-	.201205	.199634	.193647	.187717	.181887	.176102	.170248	.164603	.158957	.153367	.147806	.138644
04-	.065406	.065833	.067449	.069032	.070569	.072077	.073584	.075009	.076433	.077815	.07917	.081359
05-	.135813	.133713	.12571	.11778	.109981	.102237	.094395	.086829	.079262	.071764	.064301	.051997
06-	.069526	.06878	.065924	.063076	.060259	.057442	.054572	.051774	.048976	.046175	.043367	.038692
07-	.023841	.028434	.045987	.063454	.080705	.097908	.115405	.132405	.149405	.166369	.183338	.211499
08-	.333458	.332824	.330391	.327953	.325528	.323094	.320601	.318153	.315704	.313235	.310747	.306578
E/P	.307934	.300231	.27087	.241765	.213135	.184699	.155896	.12814	.100285	.07272	.045271	0
g(1)	-1.10%	-0.84%	0.14%	1.13%	2.13%	3.15%	4.19%	5.23%	6.28%	7.35%	8.44%	10.29%
g(2)	-2.17%	-1.89%	-0.82%	0.26%	1.35%	2.46%	3.60%	4.73%	5.89%	7.06%	8.26%	10.29%
g(3)	0%	0.27%	1.29%	2.33%	3.37%	4.44%	5.53%	6.61%	7.72%	8.85%	9.99%	11.91%

E/P : Peso das exportações no VBP total da economia
g(1) : Taxa de crescimento eficiente na situação-base
g(2) : " " " com deterioração dos termos de troca (10 %)
g(3) : " " " com diminuição das propensões a consumir (11,3 %)

GRÁFICO 10 :

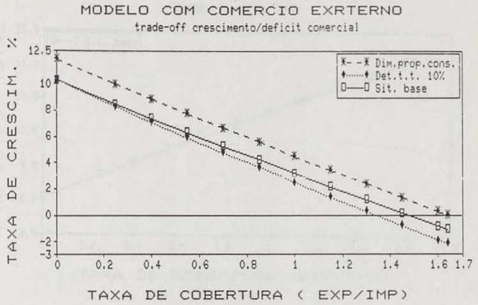


GRÁFICO 11 :

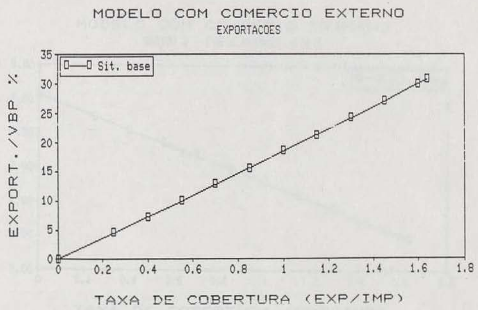


GRÁFICO 12 :

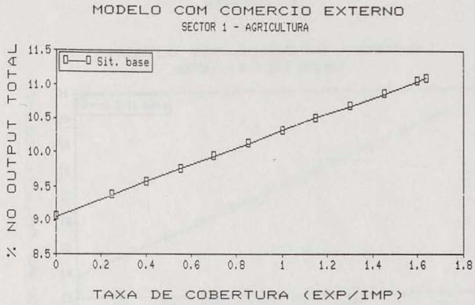


GRÁFICO 13 :

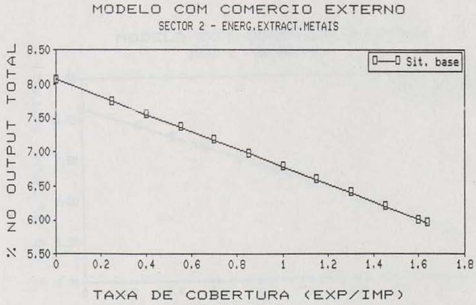


GRÁFICO 14 :

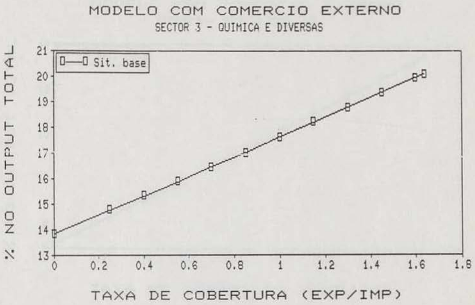


GRÁFICO 15 :

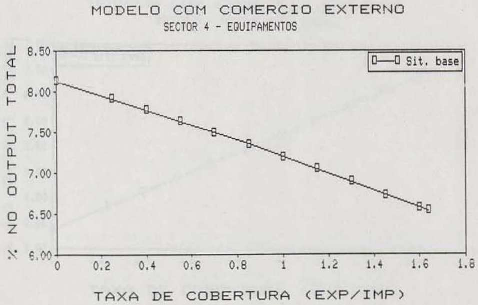


GRÁFICO 16 :

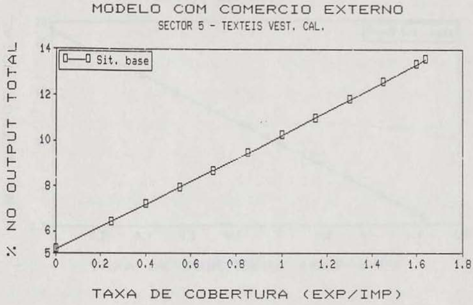


GRÁFICO 17 :

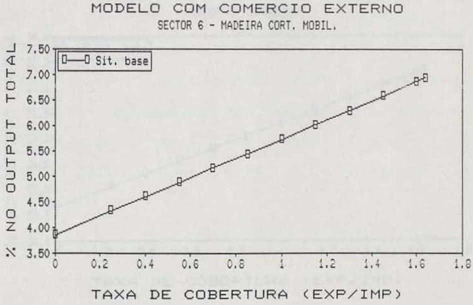


GRÁFICO 18 :

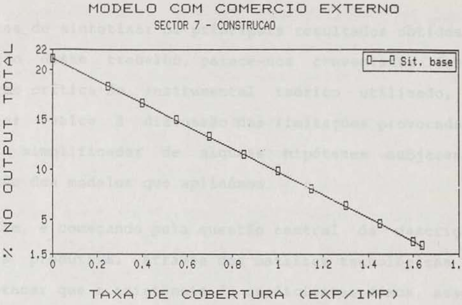
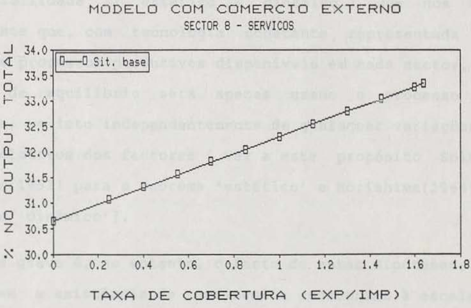


GRÁFICO 19 :



4. CONCLUSÕES

Antes de sintetisar os principais resultados obtidos com a elaboração deste trabalho, parece-nos conveniente fazer uma apreciação crítica do instrumental teórico utilizado, dando particular realce à discussão das limitações provocadas pelo carácter simplificador de algumas hipóteses subjacentes à construção dos modelos que aplicámos.

Assim, e começando pela questão central da descrição da estrutura produtiva, através das matrizes tecnológicas A e B, há a destacar que a existência de coeficientes fixos, associada à disponibilidade de um só processo produtivo em cada sector da economia, implica uma total ausência de escolhas tecnológicas. São hipóteses, sem dúvida, bastante fortes, que podem, apesar de tudo, encontrar alguma justificação nos teoremas da não substituibilidade (estático e dinâmico) que nos dizem basicamente que, com tecnologia constante representada numa série de processos produtivos disponíveis em cada sector, numa situação de equilíbrio será apenas usado o processo mais eficiente, e isto independentemente de quaisquer variações nos preços relativos dos factores [ver a este propósito Solow e Samuelson(1953) para o teorema 'estático' e Morishima(1964) para o teorema 'dinâmico'].

Mais grave é, no entanto, o facto de estas hipóteses, que pressupõem a existência de rendimentos constantes à escala, se traduzirem numa total ausência de progresso técnico. Trata-se de uma limitação que levou alguns autores a considerarem que a análise construida sobre estas hipóteses é, em certo sentido, não propriamente dinâmica, mas quase-estática, já que não se admite qualquer tipo de variações na configuração do sistema produtivo [ver, por exemplo, Pasineti(1981)].

Quanto à hipótese da constância dos coeficientes tecnológicos há, apesar de tudo, alguma evidência empírica para a sustentar, e têm sido desenvolvidos métodos de actualização que permitem, em parte, resolver os problemas colocados a este nível pelas profundas alterações dos processos produtivos actualmente em curso [ver Rose(1984)].

A generalização multisectorial do principio do acelerador com um lag [Harrod(1939)], base a para construção do Modelo Dinâmico de Leontief, não teve em consideração, nas formulações iniciais, aspectos importantes como, por exemplo, a irreversibilidade dos processos de acumulação nas várias indústrias e a existência de complicados lags provocados pela não coincidência dos ciclos de investimento sectoriais; trata-se, no entanto, de limitações que podem ser convenientemente ultrapassadas, através da utilização de modelos mais refinados.

Outra hipótese demasiado exigente, herdada já da versão original do Modelo de von Neuman, é a que permite a existência de factores primários em quantidades ilimitadas (nomeadamente o caso do factor-trabalho, que é considerado, no Modelo Fechado, um bem 'reprodutível' como qualquer outro, num 'processo produtivo' em que os inputs são os consumos pessoais, fixados ao nível de subsistência). O tratamento desta questão pode ser feito no contexto de Modelos Abertos através da introdução de uma restrição adicional relativa à expansão máxima da oferta de trabalho, que poderá nalguns casos vir a condicionar decisivamente as potencialidades de crescimento do sistema a longo-prazo [ver, por exemplo, Goodwin e Punzo(1987)].

Uma das limitações mais importantes dos modelos de crescimento tradicionais é, no entanto, e segundo Pasineti(1981), a não consideração dos factores do lado da procura, que faz com que o crescimento optimal e a estrutura sectorial de eficiência sejam determinados apenas pela tecnologia. A relevância desta crítica fundamenta-se no facto, empiricamente observado, de que os padrões de consumo se alteram à medida que as sociedades se desenvolvem, o que pode fazer com que o padrão de acumulação/turnpike, óptimo do ponto de vista da eficiência produtiva, não seja o mais desejado pelos consumidores no futuro. Na obra atrás referenciada Pasineti propõe-se ultrapassar esta limitação através de uma interessante metodologia que permite a possibilidade de taxas de crescimento sectoriais diferenciadas.

Ao nível do processo de formação das expectativas, já vimos que os modelos utilizados neste trabalho pressupõem previsão perfeita, excluindo à partida qualquer tipo de incerteza. Fizemos também referência ao vasto tratamento teórico de que tem sido objecto o crescimento em contexto estocástico, que, ultrapassando o âmbito desta dissertação, pode vir ser objecto de investigação futura.

Toda a análise feita neste trabalho enquadra-se também num contexto de equilíbrio geral. Uma das vias mais promissoras de desenvolvimentos teóricos futuros diz respeito à consideração da influência dos factores de desequilíbrio no crecimento multisectorial. Aliás, e segundo uma afirmação de Solow proferida numa conferência realizada no ISE em 1988, a reconsideração dos conceitos tradicionais de equilibrio é a grande tarefa a realizar no sentido de adequar os modelos de crescimento às condições das economias actuais.

Finalmente, haverá que realçar as limitações da análise efectuada neste trabalho devido à não consideração explícita dos aspectos monetários, o que se traduz numa 'visão rígida e angular' do processo económico, em que os ajustamentos são muito pouco flexíveis [ver Tobin(1955)]. Esta crítica torna-se particularmente relevante em contextos de forte inflação e profundas alterações nos preços relativos. É, no entanto, bem conhecida a enorme dificuldade em construir modelos multisectoriais que conjuguem uma descrição detalhada da estrutura produtiva com a análise da complexidade dos fenómenos monetários das economias actuais.

Apesar da importância de todas estas limitações o estudo que efectuámos tem algumas virtualidades que passamos a apresentar de uma forma sintética:

i) quantificar o potencial de crescimento económico associado a uma dada tecnologia (através do factor de expansão de von Neuman), que anda em torno dos 5% no caso português e em 1977 (ano-base);

ii) calcular os efeitos de alterações tecnológicas nesse potencial (análise de sensibilidade); verificámos no caso português uma relativa estabilidade da taxa de crescimento maximal a variações nos coeficientes tecnológicos;

iii) fornecer a estrutura sectorial de eficiência associada ao crescimento maximal (raio de von Neuman);

iv) confirmação da propriedade 'turnpike' do crescimento optimal para um horizonte temporal de nove anos, o que permite fornecer uma estrutura produtiva com carácter normativo na programação do crescimento a médio e longo-prazo, independente de valorizações 'subjectivas' dos decisores;

v) dar uma ideia grosseira da taxa de juro real que deveria prevalecer na economia, se se eliminassem todas as complicações monetárias (factor de juro de von Neuman associado à estrutura de preços sectoriais de eficiência);

vi) modelização do trade-off existente entre a taxa de crescimento maximal e o deficit da Balança Comercial, através da introdução explicita das variáveis relativas ao Comércio Internacional; no caso português a relevância deste trade-off patenteia-se no facto de uma melhoria da taxa de cobertura de 15% se traduzir numa 'perda' de crescimento potencial de cerca de 1%;

vii) quantificação dos efeitos de alterações em diversos factores: tecnologia, conteúdos de importação, estrutura das exportações, deterioração (melhoria) dos termos de troca, diminuição (aumento) dos coeficientes de consumo sectoriais, na relação definida no ponto anterior; sendo de destacar, por exemplo, que uma deterioração dos termos de troca de 10% implica uma diminuição do crescimento potencial em cerca de 0.5%;

viii) quantificação do peso de cada sector produtivo na estrutura de eficiência associada a um dado valor da taxa de cobertura, que permitiu concluir que o reforço dos sectores fornecedores de bens de investimento está necessariamente associado a uma deterioração da Balança Comercial;

O desenvolvimento da análise efectuada pode permitir a modelização e a quantificação de questões importantes na programação do crescimento económico a médio/longo-prazo, como por exemplo os efeitos no crescimento potencial de alterações nos consumos energéticos e as 'perdas' nesse mesmo potencial associadas a medidas de preservação do ambiente. Trata-se de questões que é nossa intenção vir a tratar em futuro breve.

ANEXO 1 :

CHAVE DE AGREGAÇÃO DOS SECTORES:
(Modelo 'Turnpike' / Contas Nacionais,I.N.E.)

01-AGRICULTURA E PESCAS:	01	AGRICULTURA
	02	SILVICULTURA
	03	PESCA
02-ENERGIA,EXTRACTIVAS E METAIS:	04	CARVAO
	05	PETROLEO
	06	ELECT.GAS E AGUA
	07	MIN. E PROD. MET. DE BASE
	08	MIN. E PROD. NAO METALICOS
	09	PORCELANAS,FAIANCAS,ETC.
	10	VIDRO
	11	MATERIAIS DE CONSTRUCAO
03-QUIMICA E DIVERSAS:	12	PRODUTOS QUIMICOS
	17	CARNE
	18	LATICINIOS
	19	CONSERVAS DE PEIXE
	20	OLEOS E GORDURAS
	21	PRODUTOS DOS CEREAIS
	22	OUTROS PRODUTOS ALIMENTARES
	23	BEBIDAS
	24	TABACO
	29	BORRACHA E MATERIAS PLASTICAS
	30	OUTROS PRODUTOS INDUSTRIAIS
04-EQUIPAMENTOS:	13	PROD. METALICOS ELABORADOS
	14	MAQ. NAO ELECTRICAS
	15	MAQ. E OUTRO MATERIAL ELECTRICO
	16	MATERIAL DE TRANSPORTE
05-TEXTEIS,VEST.CALCADO:	25	TEXTEIS E VESTUARIO
	26	CURTUMES E CALCADO
06-MADEIRA COR. E PAPEL:	27	MADEIRA E CORTICA
	28	PAPEL E PUBLICACOES
07-CONSTRUCAO CIVIL:	31	CONSTRUCAO
08-SERVICOS:	32 a 49 do SCNP	

ANEXO 2 :

MATRIZ DE PRODUÇÃO NACIONAL - 1977
(a preços no produtor)

UN: 10^6 ESC.

	-01-	-02-	-03-	-04-	-05-	-06-	-07-	-08-	P.I.	C.F.	FBCF	V.Ex.	EXP.	P.F.	EmpTot.
01-Agricult.	17127	228	41383	54	525	6045	0	62	65424	50462	1949	575	5422	58408	123832
02-Ext,En.M.	2423	18611	5224	7566	1674	2396	21966	9934	69794	11720	1088	1578	5884	20270	90064
03-Qui,Div.	15473	708	36527	2092	3340	1444	3045	4284	66913	102918	2026	3227	14992	123163	190076
04-Equipam.	1617	1262	3587	10469	366	990	5183	5494	28968	23920	29550	2949	20825	77244	106212
05-Text.V.C.	256	47	761	145	27245	797	600	2234	32085	31207	714	4653	22573	59147	91232
06-Mad.Cor.P.	249	528	2548	452	466	8405	5717	3847	22212	10928	2429	1431	13646	28434	50646
07-Cons.Civ.	87	277	210	63	72	75	220	6263	7267	2034	96096	0	0	98130	105397
08-Serviços	4684	8994	10140	10520	5410	3331	5782	29853	78714	225579	10232	0	20021	255832	334546
CONS.INTERM.	41916	30655	100380	31361	39098	23483	42513	61971	371377	458768	144084	14413	103363	720628	1092005
V.A.B.	77258	31332	51318	37922	33215	20020	52997	257250	561312	0	0	0	0	0	561312
Remun.	21798	18528	25946	28750	21592	13089	34188	179029	342920	0	0	0	0	0	342920
E.B.E.	55460	12804	25372	9172	11623	6931	18809	78221	218392	0	0	0	0	0	218393
IMPOST.sINP.	1356	1733	4243	4448	2295	1625	6155	6906	28761	39664	9460	879	1832	51835	80596
SUBSID.sINP.	-926	-2602	-6470	-176	-432	-495	-250	-1485	-12836	-6870	-644	-37	-2025	-9576	-22412
INPUTS IMP.	4228	28946	40605	32657	17056	6013	3982	9904	143391	21559	23500	10617	989	56665	200056
V.B.P.	123832	90064	190076	106212	91232	50646	105397	334546	1092005	513121	176400	25872	104159	819552	1911557

ANEXO 2 (cont.) :

MATRIZ DE INVESTIMENTO produção nacional - 1977 (alargada)

un: 10^6 esc.

	-01-	-02-	-03-	-04-	-05-	-06-	-07-	-08-	-09-
01-	1910	18	0	1	0	0	0	21	0
02-	50	560	234	36	0	0	0	209	0
03-	84	578	74	123	9	38	36	1084	0
04-	2185	6623	2848	2251	753	978	1696	12322	0
05-	19	56	17	7	4	4	4	600	0
06-	28	145	226	148	114	134	5	1623	0
07-	973	6488	1603	2818	772	462	261	82937	75300(1)
08-	864	1208	756	672	486	279	402	5560	0
09-	3770	4282	3393	2941	3042	1318	2040	11704	0

ACRÉSCIMO DA PRODUÇÃO entre 1977 e 1978:

2707	9209	5325	5056	3504	895	13133	20051	24680(2)

(1) investimento não produtivo em 1980
(2) variação das remunerações entre 1980 e 1981

BIBLIOGRAFIA:

ARA,K. (1959) - 'The Aggregation Problem in Input-Output Analysis'
Econometrica, 27

BARATA,M. (1987) - 'Taxa de Actualização Social'
Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior de Economia

BRÓDY,A. (1970) - 'Proportions, Prices and Planning'
New York : North Holland

BURMEISTER,E. (1980) - 'Capital Theory and Dynamics'
Cambridge University Press

CARTER,A.P. (1979) - 'Energie,Environment and Growth'
North-Holland

CARTER,A.P. e BRÓDY,A. (1970) - 'Contributions to Input-Output Analysis'
North-Holland

CRAVEN,J. (1983) - 'Input-Output Analysis and Technical Change'
Econometrica, 51

CSEPINSZKY,R.(1979) - 'Some Dynamic Proporties of Hungarian Economy'
Seventh International Conference on Input-Output Techniques

DEBREU,G. e HERNSTEIN,I.N. (1953) - 'Nonnegative Square Matrices'
Econometrica, 21 (4)

DORFMAN, SAMUELSON and SOLOW (1958) - 'Linear Programing and Economic Analysis'
New York : McGraw-Hill

GANTZ,D.T. (1980) - 'A Strong Turnpike Theorem for a Nonstationary von Neuman-Gale Production Model'
Econometrica, 48

GOODWIN,R.M. e PUNZO,L.F. (1987) - 'The Dynamics of a Capitalist Economy: A Multisectoral Approach'
Polity Press

HARROD (1939) - 'An essay in dynamic theory'
The Economic Journal, No. 193 - VOL. XLIX

HICKS,J.R. (1961) - 'Prices and The Turnpike : The Storie of a Mare's Nest'
Review of Economic Studies, 28

INADA,K-I. (1964) - 'Some Structural Characteristics of Turnpike Theorems'
Review of Economic Studies, 31

INE (1982) - 'Contas Nacionais Portuguesas - 1977/1981'
Lisboa

INE (1987) - 'Contas Nacionais - Dados Definitivos de 1980/1981, Quadros Quinquenais de 1980, Quadros Complementares de 1977-1981'
Lisboa

JORGENSON (1960) - 'A Dual Stability Theorem'
Econometrica, 28

JORGENSON (1976) - 'A Stability Analysis of a Dinamic Leontief Model of Exponencial Growth in Consumption'
Scandinavian Journal of Economics,1976

KEMENY,J.G., MORGENSTERN,O. e THOMPSON,G.L. (1956) - 'A Generalization of the von Neuman Model of an Expanding Economy'
Econometrica, 24

KOOPMANS (1964) - 'Economic Growth at a Maximal Rate'
The Quarterly Journal of Economics,vol.LXXVIII

KOOPMANS (1976) - 'Concepts of Optimality and their Uses'
Scandinavian Journal of Economics,1976

LEONTIEF,W. (1951) - 'The Structure of American Economy,1919-1939'
New-York: Oxford University Press

LEONTIEF,W. (1953) - 'Studies in the Structure of the American Economy'
New-York: Oxford University Press

LEONTIEF,W. (1966) - 'Input-Output Economics'
New-York: Oxford University Press

MALINVAUD (1953) - 'Capital Accumulation and Eficient Allocation of Resources'
Econometrica, 21

MARTINS,N. e DIONISIO,V. (1982) - 'Sistema de Matrizes para o Continente - 1977 Matriz de Investimento
Estudos Input-Output (2ª Série), vol. 5
IACEP/GEBEI, Lisboa

MARTINS,N. e DIONISIO,V. (1987) - 'Matrizes de Input-Output segundo o Novo Sistema de Contas Nacionais'
Banco de Fomento Nacional, Estudos - 26

MATEUS,A. (1982) - 'Crescimento Económico e Dívida Externa: o caso de Portugal'
Instituto de Estudos para o Desenvolvimento (IED)

McKENZIE,L. (1963) - 'Turnpike Theorems for a Generalized Leontief Model'
Econometrica, 31

McKENZIE,L. (1976) - 'Turnpike Theory'
Econometrica, 44

MORISHIMA,M. (1961) - 'Proof of a Turnpike Theorem: The No Joint Production case'
Review of Economic Studies, 28

MORISHIMA,M. (1964) - 'Equilibrium, Stability and Growth, a Multisectoral Analysis'
London and New York: Oxford University Press

NIKAIDO,H. (1964) - 'Persistence of Continual Growth near the von Neuman Ray: a Strong Version of the Radner Turnpike Theorem'
Review of Economic Studies, 31

PASINETI,L.L. (1974) - 'Growth and Income Distribution : Essays in Dynamic Theory'
Cambridge University Press

PASINETI,L.L. (1977) - 'Essays in the Theory of Joint Production'
The Macmillan Press,Ltd.

PASINETI,L.L. (1981) - 'Structural Change and Economic Growth'
Cambridge University Press

RADNER,R. (1961) - 'Paths of Economic Growth that are Optimal with Regard Only to Final States'
Review of Economic Studies, 28

RAMSEY,F.P. (1928) - 'A Mathematical Theory of Saving'
The Economic Journal, No. 152 - vol. XXXVIII

REIGADO,M. (1983) - 'O Modelo Input-Output no Planeamento de Longo-Prazo'
Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior de Economia

ROSE,A. (1984) - 'Technological Change and Input-Output Analisys: an Appraisal'
Socio-Economic Plan Set,vol 18

SANTA MARIA,M. (1985) - 'Sistema de Matrizes para o Continente, Matrizes (20-20)- 1959,1964,1970,1974,1977'
Estudos Input-Output (2ª Série), vol. 7
IACEP/GEBEI, Lisboa

SOLOW,R. (1956) - 'A Contribution to the Theory of Economic Growth'
Quarterly Journal of Economics, vol. LXII

SOLOW,R. (1959) - 'Competitive Valuation in Dynamic Input-Output Systems'
Econometrica, 27

SOLOW,R. e SAMUELSON,P. (1953) - 'Balanced Growth under Constant Returns to Scale'
Econometrica, 21

TAKAYAMA,A. (1974) - 'Mathematical Economics'
The Dryden Press

TEIXEIRA,J.R. (1988) - 'Equilibrium and Growth Revisited : An Extension of the DOSSO Model of Capital Accumulation'
Estudos de Economia, vol. VIII, nº 3

TOBIN (1955) - 'A Dynamic Aggregative Model'
Journal of Political Economie, vol. LXII

TSUKUI,J. (1961) - 'On a Theorem of Relative Stability'
International Economic Review, 2

TSUKUI,J. (1966) - 'Turnpike Theorem in a Generalized Dynamic Input-Output System'
Econometrica, 34

TSUKUI,J. (1968) - 'Application of a Turnpike Theorem to Planning for Efficient Accumulation: an Example for Japan'
Econometrica, 36

TSUKUI,J. e MURAKAMI (1979) - 'Turnpike Optimality in Input--Output Systems:Theory and Applications for Planning'
North-Holland

VON NEUMAN,J (1945) - 'A Model of General Equilibrium'
Review of Economic Studies, vol. XIII, nº 1

WEST,J. (1986) - 'A Stochastic Analysis of an Input-Output Model'
Econometrica, 54