

Os padrões no Ensino e aprendizagens da Álgebra

Isabel Vale
Pedro Palhares
Isabel Cabrita
António Borralho

A álgebra é referida por Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2005) como sendo uma competência útil para a vida de um estudante, pois tomando como referencia NCTM (2000), Vale *et al* (2005) afirmam que “...todos os alunos devem aprender álgebra” (p.1). Deste modo, associado às competências que à álgebra conferem, na investigação realizada por Vale *et al*, consideram que “os alunos precisam de entender os conceitos algébricos, as estruturas e princípios que regem as manipulações simbólicas...”, bem como na forma como “estes símbolos podem ser construídos partindo das experiências com números” (2005, p.1), afirmando, no entanto que, actualmente, à álgebra está ainda muito ligada à geometria e ao tratamento de dados.

No sentido de enfatizar a importância da competência em álgebra, pelas razões já anteriormente enunciadas, e procurando descentrar a sua abordagem exclusivamente relacionada com a geometria e com o tratamento de dados, os padrões e as regularidades são referenciadas com um papel preponderante no ensino da Matemática.

É neste âmbito que a presente investigação centra o seu estudo, tomando como referencia investigações já realizadas por Lynn Steen (1998) em que a Matemática já era designada como a Ciência dos padrões.

Neste âmbito, tendo a investigação realizada pelos referidos autores como objectivo, abordar o ensino e aprendizagem da álgebra a partir da procura e identificação de padrões, importa, primeiramente, definir o conceito de padrão, ou seja, compreender o seu significado.

Assim, os autores começam por remeter o conceito padrão para a definição à qual usualmente é identificado, ou seja, padrões visuais. Contudo, tal como fazem referencia os autores, por padrões não podemos associar o seu conceito a padrões visuais “como os que se vêem nos tecidos, papel de parede e peças de arte” (p.1), mas de forma mais abrangente, definido como “uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades” (p.1).

Para percebermos o que se entende por padrões remete, igualmente, para a ideia de regularidades, uma vez que, mesmo no contexto da vida de cada cidadão presenciamos

regularidades adoptadas por nós, como facilitadores da organização diária, expressando, como tal, padrões.

Com base nas perspectivas defendidas por Davis e Hersh (1995) Alves *et al* (2005) situa a Matemática como Ciência de padrões manifestando a sua presença constante no quotidiano. Neste sentido o objectivo da Matemática é reforçado por Balmond (2000, p.157) citado por Alves *et al* (2005). “A essência da Matemática consiste em procurar padrões” (p.1). em concordância Davis e Hersh (1995, p.167) citado por Alves *et al*,(2005), consideram que “o objectivo da Matemática é, em certa medida, descobrir regularidades onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão” (p.2).

Numa pesquisa efectuada pelos autores da presente investigação para definir padrão, concluíram que igualmente na perspectiva de alguns investigadores (Jean Orton, 1999) presencia-se alguma dificuldades no que concerne a uma definição precisa sobre padrão, salientando que a noção intuitiva de regularidade é considerada por Alves *et al* (2005) como algo redutora, não esgotando a existência de diversos tipos de padrão. Contudo, Alves *et al* (2005, p.2), ainda com base em Jean Orton (1999) aliado à definição de padrão, salientam a ideia de repetição, prevalecendo o “reconhecimento de formas, congruência e semelhança” (p.2).

Como resultado da pesquisa efectuada pelos próprios autores da investigação, concluíram que o conceito de padrão é definido de diversas formas, consoante a utilização que ao mesmo é atribuído. Contudo, é de acrescentar que todas as definições encontradas convergem para termos que de algum modo estão associados, tais como: sequência, regularidade, regra e ordem.

Incorporado o conceito padrão no quotidiano, e considerando a Matemática como Ciência de padrões, a sua importância remete para a identificação do mesmo na natureza e nas outras ciências, percebendo a sua função e relação na vida do homem.

É nesta perspectiva que os autores realizam um levantamento de padrões nas várias ciências e procuram perceber de que forma este é identificado. Assim, na sociologia identificam padrões culturais, concebido como um “compromisso partilhado” (p.3) e repetido pelos indivíduos de uma sociedade. Padrões é aqui entendido como regra imposta inquestionável e sujeita a um cumprimento forçoso. Na música, o padrão é associado à repetição de composições de ritmos e melodias.

Também na literatura, a presença de padrões é notória como acontece na poesia, “Os Lusíadas” com a presença constante dos versos decassílabos, por exemplo nos sonetos.

No domínio da educação e das competências essenciais identificamos padrões de movimento, na educação física, na educação visual, também encontramos padrões de comunicação visual, na geografia, emergem os padrões espaciais, esquemas/mapas mentais decorrentes de um padrão. Ainda nos diversos exemplos enunciados pelos autores sobre a presença de padrões foram igualmente referidos: “padrão estrelas”, “padrão das nuvens”, “padrão do dia e da noite”, “padrão das marés”, “padrão das relações vegetais”, “padrão das componentes do DNA no animal”, “padrões migratórios” (p.4).

Também na natureza, vários são os fenómenos onde podemos identificar padrões na sua essência natural. A título de exemplo os autores referem a pelagem dos animais, disposições das folhas no caule de algumas plantas (aipo e tabaqueira), espirais do ananás, as sementes de girassol (encontramos a sequencia Fibonacci), nas asas da borboleta (padrões geométricos), plumas do pavão, alvéolos da colmeia, entre outros fenómenos (p.4).

Parafraseando Alves (*et al*, 2005) “... os padrões se encontram em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar...” (p.4), importa, deste modo, identificando a sua relevância relativamente ao desenvolvimento do pensamento matemático e ao interesse pela mesma pelos alunos, segundo os mesmos autores e tomando como referencia Devlin (1998), apelar aos padrões no ensino da Matemática. Esta perspectiva decorre da consciência da concepção actual que os alunos concebem acerca da matemática como sendo rotineira, “uma mera colecção de procedimentos a aprender” (Devlin, 1998, p.200, citado por Alves *et al*, 2005, p.5) ou como um conjunto de formulas desajustadas à aplicabilidade diária dos alunos, sentindo, conseqüentemente, dificuldades na aplicação dos conhecimentos matemáticos na vida diária.

Assim, com base no interesse dos alunos pela descoberta, ânsia de compreender os padrões, o ensino da matemática remete, segundo Alves *et al* (2005), para os alunos aprenderem uma matemática mais significativa, num ambiente de aprendizagem que vá de encontro às suas experiências e realidades que conheçam. Por sua vez, o estudo de padrões facilita a descoberta de relações, conexões, realizar generalizações e fazer previsões.

É com base nestas perspectivas e concepções sobre matemática e referentes á sua aprendizagem, que os investigadores reportam para a aprendizagem da álgebra como um recurso aos padrões, salientado tal aprendizagem possível desde o Jardim de Infância. Para fundamentar ainda esta perspectiva Alves *et al* (2005) na investigação realizada recorrem às orientações curriculares referida nos *Principals and Standarts for School Mathematics* (NCTM, 2000), sendo neste documento sugerido que a álgebra deve atravessar o currículo do Jardim de Infância.

Alves *et al* (2005, p.5) fazem referência ao facto de que muitas pessoas ficariam surpreendidas com o iniciar a álgebra através do estudo de padrões desde o Jardim de Infância e 1º CEB. Por sua vez, esta atitude encontra-se associada à concepção do ensino tradicional, privilegiando-se os procedimentos e as rotinas. Assim, os autores da investigação enfatizam a necessidade de substituir a aprendizagem da álgebra simbólica formal pelo pensamento algébrico, fomentando nos alunos a capacidade de comunicar os seus pensamentos, fazendo uso das suas próprias palavras e simbologia. É através da análise e descrição de padrões diversos, existentes no mundo que nos rodeia, que permite o aluno compreender as relações existentes, bem como estabelecer outras conexões, conjecturar e generalizar. De igual modo, os autores também fazem referência à existência de relatos de experiência realizadas no Pré-escolar relacionados com a descoberta de padrões e relações matemáticas pelas crianças através da manipulação de materiais e nas relações dos mesmos com o meio trabalhando os padrões.

Os referidos estudos vão de encontro às Normas (NCTM, 2000) referentes à álgebra, enunciado por Alves *et al* (2005, p.6) para crianças desde o Jardim de Infância: 1) “compreender padrões, relações e funções; 2) representar e analisar situações; 3) usar modelos matemáticos para representar e compreender as relações quantitativas; 4) analisar as mudanças em vários contextos”¹.

Na óptica de Alves *et al* (2005, p.6) “padrões são a base do pensamento algébrico e o trabalho com padrões convida os estudantes a identificar relações e a fazer generalizações”. Acrescentam ainda que, actividades que envolvem padrões numéricos e respectivas relações numéricas, são considerados como facilitadores da aprendizagem da álgebra, sendo identificados como “Pré-álgebra” (p.6).

O sentido de número é desenvolvido com o trabalho de padrões.

Perante a importância atribuída aos padrões, a permanência constante no seio da matemática e, nomeadamente, nesta investigação relativo ao pensamento algébrico, salienta-se a necessidade, tal como reforça Alves *et al* (2005) da proposta de actividades exploratórias que conduzam à manipulação de materiais diversificados para identificar, criar e manter padrões, bem como, que permitam às crianças lidar com as diferentes propriedades das relações que envolvam, por exemplo, conceitos de proporcionalidade (p.6).

No âmbito da investigação realizada para a abordagem da álgebra com base no trabalho de padrões, emerge a questão: “saber até que ponto os alunos são capazes de compreender e

¹ Alves *et al*, 2005, p.6, com base em Taylor-Cox, 2003; Bay-Williams, 2001; Yackes, 1997; Palhares, 2000; Curcio e Schawrtz, 2001.

generalizar a diversidade dos padrões numéricos que lhes são propostos e qual o desempenho que apresentam neste tipo de tarefas? (p.7)

Considerando Alves *et al* (2005) para encontrar termos numa sequência é o primeiro passo para chegar à álgebra, anteriormente colocada remete para a necessidade de saber se os alunos conseguem e de que forma conseguem encontrar a regra que condiz ao termo ou seja: saber se os alunos encontram e como os fazem. Assim como resposta à questão enunciada os investigadores tomaram como referencia estudos realizados por Orton (1999) concluindo que: “1) encontrar termos numa sequência torna-se progressivamente mais difícil, para os alunos, á medida que se encontram mais distantes dos termos que lhes são apresentados; 2) muitos alunos têm mais dificuldade em explicar um padrão do que continuá-lo; 3) geralmente há mais alunos a explicar as regras, detectadas nas sequências, oralmente do que por escrito”(p.7).

Para a resolução de problemas, no âmbito do trabalho investigativo promotor da exploração da álgebra, a descoberta de padrões é também salientada como sendo uma poderosa estratégia. O processo investigativo no âmbito dos padrões é fundamentada a sua importância com base nas três fases apresentadas por Herbert e Brown (1997) que resultam de um estudo realizado com alunos do 6º ano²:

- “1) procura de padrões – extrair a informação revelante;
- 2) reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes – a análise de aspectos matemáticos ;
- 3) generalização do padrão – a interpretação e aplicação do que se aprendeu”

(Alves *et al*, 2005, p.7).

Do estudo realizado os investigadores concluíram que os alunos revelaram serem capazes de pensar algebricamente ao conseguirem generalizar uma regra partindo de situações concretas.

No âmbito da formação inicial de professores do 1º CEB os autores fazem referencia a Vale e Pimental (no prelo), revelando algumas tarefas realizadas em padrões, estabelecendo conexões entre padrões, relações com a resolução de problemas, geometria, número e álgebra, sugerindo Vale *et al* (2005) que tais tarefas poderão ser aplicadas aos vários níveis de ensino.

² Herbert e Brown no estudo realizado em 1997, com alunos do 6º ano, utilizaram problemas de contexto real recorrendo a estratégias de resolução diversificadas como a dramatização, utilização de objectos, diagramas, tabelas, desenhos e trabalhos de grupo. Os mesmos autores salientam que os alunos escolhiam as estratégias que quisessem sendo que, tinham como regra imposta a utilização sempre de um processo investigativo, que tinham anteriormente aprendido, para procurar padrões e generalizar.

Vale *et al* (2005) na investigação realizada faz também uma análise ao bloco de conteúdo relativos aos padrões e à álgebra nos currículos da educação Pré-escolar e do Ensino Básico, optando, primeiramente por analisar o significado e importância dos padrões na matemática com base nas ideias de Anthony Orton (1999):

- “- podem contribuir para a construção de uma imagem, mais positiva de matemática;
 - permitem o estabelecimento de conexões matemáticas;
 - atraem e motivam os alunos, porque apelam fortemente ao seu sentido estético e criatividade;
 - permitem a promoção e desenvolvimento das capacidades e competências dos alunos;
 - ajudam a desenvolver a capacidade de classificar e ordenar informação;
 - permitem a compreensão da ligação entre a matemática e o mundo em que se vive.”
- (Alves *et al*, 2005, p.8).

No que diz respeito à qualidade da aprendizagem, tomando como referência Orton e Orton (1999), enunciam a relação estreita entre o nível de dificuldade conceptual do assunto em estudo e a motivação do aluno. Neste âmbito a capacidade de abstracção acentua-se como um aspecto determinante para a capacidade conceptual e, conseqüentemente, para o interesse pelos padrões. Segundo Alves *et al* (2005), os estudantes parecem demonstrar mais dificuldades em trabalhar com letras do que com números. Assim, recorrer ao trabalho com números para alcançar um maior grau de abstracção começa a dar sentido à expressão “a partir dos números dar sentido às letras”(Alves *et al*, 2005, p.9).

Tradicionalmente para o ensino da álgebra é privilegiado a manipulação simbólica para resolver equações, evidenciado um papel mecanicista. Por sua vez, os *Principals and Standarts for School Mathematics* (NCTM, 2000) veio contradizer esta visão tradicional, incidindo, por exemplo, nas i) experiências com padrões como meio de fornecer “bases para a compreensão do conceito de função”; ii) experiências com números e propriedades, que fornecem capacidades para posteriormente trabalhar com símbolos e expressões algébricas; iv) e nas experiências com actividades que envolvam padrões estimulam a capacidade de generalizar (Alves *et al*, 2005, p.10).

Alves *et al* (2005), no seu artigo apresenta um quadro onde procede a uma análise comparativa entre a Educação Pré-escolar e o 1º CEB relativamente à relação de ambos na utilização dos padrões e respectiva importância que os mesmos revelam para o desenvolvimento de competências em álgebra. Assim sendo, no que se refere ao Jardim de Infância o quadro a seguir apresenta, em síntese, as ideias gerais sobre o domínio de padrões.

Propósitos educativos Objectivos <i>Levar os alunos a:</i>	Competências
Compreender padrões, relações e funções	<ul style="list-style-type: none"> • Selecciona, classifica e ordena objectos por tamanho, número e outras propriedades • Reconhece, descreve e continua padrões: <ul style="list-style-type: none"> - sequências de sons - sequências de formas; - sequências de números • traduz de uma situação para outra. • Analisa como os padrões se repetição são formados • Cria situações que envolvam adição e subtracção de números inteiros, utilizando objectos, desenhos e/ou símbolos.
Utilizar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas	<ul style="list-style-type: none"> • Descreve variações qualitativas, como por exemplo, o aumento das alturas dos alunos • Descreve mudanças qualitativas, como por exemplo: aumento 5cm por ano das alturas dos alunos.

Os autores na investigação realizada apresentam uma visão geral dos diferentes níveis de ensino no que se refere à importância da abordagem de padrões. Assim, incidindo na Educação Pré-escolar, com base nas OCEPE, os padrões são identificados como um meio que permite à criança desenvolver o raciocínio lógico. Em consonância, relativamente à

contribuição dos padrões para o desenvolvimento do raciocínio lógico, situa-se Barros e Palhares (2001), acrescentando, também, a importância que o mesmo revela para resolução de problemas (Alves *et al*, 2005, p.11).

Ainda na pesquisa de Alves *et al* (2005) com referência a outros investigadores (Threlfall, 1999) para além do raciocínio lógico, apontam como razões para a introdução de padrões de repetição desde o Jardim de Infância o facto de considerarem que os padrões funcionam como uma “base familiar e concreta para explorar outros conteúdos”, bem como servirá, no futuro, como suporte para “a aprendizagem da álgebra ou para a introdução de símbolos” (Alves *et al*, 2005, p.12).

Em consonância vários são os autores que percebem a importância do trabalho com padrões desde o Jardim de Infância, incidindo, tal processo, a articulação das diferenças e semelhanças, desenvolvendo capacidades como por exemplo de discriminação espacial, auditiva e visual, verificando, conseqüentemente, três tipos de componentes tal como menciona Alves *et al* (2005, p.12):

- 1) alternância com repetição (ABAB);
- 2) componente de progressão aritmética (ABAABAAAB);
- 3) componente de simetria (ABABBABA)

No contexto de Educação Pré-escolar, como em qualquer outro nível de ensino, as características associadas ao padrão podem ser variadas, como por exemplo som, posição, forma, movimentos, (...), remetendo para a conclusão: há toda uma “diversidade de tipos de padrão e de possibilidades de concretização” (Palhares e Mamede, 2002 citado por Alves *et al*, 2005, p.12).

Por sua vez, ao nível do Ensino Básico (CEB) a referência aos padrões é notória a partir do 2º ano quando os alunos têm que descobrir regularidades nas contagens, explorar e usar padrões na adição e na subtração (Alves *et al*, 2005). Nos anos seguintes, 3º e 4º ano, verifica-se maior incidência nos padrões geométricos.

Em, análise detalhada conclui-se que em todos os ciclos, tal como refere Alves *et al* (2005), podemos constatar que os padrões no ensino básico trata-se de um conteúdo transversal, incidindo na necessária predisposição dos alunos para a procura, exploração de padrões e regularidades em situações problemáticas e formular generalizações em situações diversas como sendo em contextos numéricos e geométricos. Acrescentam, também, a necessária aptidão dos alunos para analisar relações de padrões recorrendo ao uso da

linguagem e formas próprias de representação, ou seja o uso de símbolos. (Alves et al, 2005, p.13)

Em síntese conclusiva, importa salientar as ideias de Alves *et al* (2005) decorrentes da investigação efectuada, no que se refere ao termo padrões, constatando que o mesmo apesar de apresentar uma diversidade de definições, comporta uma multiplicidade de sentidos, revelando uma riqueza de conceitos e, parafraseando Alves *et al* (2005) revela uma “riqueza de conceitos, que não deve ser esvaziado através de definições restritivas mas deve antes ser explorado na sua multiplicidade” (p.14).

Como ideia fulcral, aos padrões, está associadas a ideia de descoberta, a busca de relações para explorar situações do quotidiano ou estabelecer ordem, organização.

Na perspectiva dos autores do artigo sugerem que os padrões deverão ser integrados como actividade de resolução de problemas e, até mesmo, como tarefa de investigação, uma vez que se associa à ideia da descoberta, sendo esta, na opinião dos mesmos como tendo um papel fundamental para a aprendizagem. É neste âmbito que se situam as relações entre os padrões e a álgebra, incidindo na ideologia de que o estudo da álgebra pode ser assim realizado desde a Educação Pré-escolar.

Com o estudo realizado os autores concluem e afirmam que “os padrões podem ser um veículo óptimo para uma abordagem poderosa à álgebra, e sobretudo nos primeiros níveis, como suporte do pensamento pré-algébrico” /Alves et al, 2005, p.15).

Devlin, K (2002). *Matemática: a Ciência dos Padrões*. Porto: Porto Editora.

Orton, A. (1999) (ed.) *Pattern in teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell.

Orton, A. e Orton, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. In Orton, A. (1999) (ed.) *Pattern in teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell, pp.104-124.

Orton, J. (1999). *The Pattern Handbook: Techniques, strategies, and applications*. Cambridge: Cambridge University Press.

Steen, L. A. (1998). The Science of Patterns, *Science*. P.240,611-616.

Vale, I e Pimentel, T. (no prelo). Padrões um tema transversal do currículo. *Revista Educação e Matemática*.