UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

A COMUNICAÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DE EXPLICAÇÃO NA SALA DE AULA

Kátia Maria de Medeiros

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

Especialidade: Didáctica da Matemática

2010

UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO

A COMUNICAÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PRÁTICAS DE EXPLICAÇÃO NA SALA DE AULA

Kátia Maria de Medeiros

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

Especialidade: Didáctica da Matemática

2010

Orientador: Professor Doutor João Pedro Mendes da Ponte

RESUMO

Esta investigação tem por objectivo estudar a comunicação na aula de Matemática do candidato a professor com especial atenção às suas concepções e práticas de explicação no período de seu estágio, tendo em vista a eventual formulação de propostas para a formação docente, fundamentadas empiricamente. O suporte teórico da investigação é constituído por estudos sobre a formação inicial de professores de Matemática, envolvendo diferentes modelos de formação para este período da aprendizagem docente. Os estudos sobre as concepções e práticas do candidato a professor propiciam igualmente compreender o seu modo de ser e de agir. Além disso, assume um papel importante a perspectiva teórica sobre a comunicação nas aulas de Matemática, nomeadamente a comunicação e a regulação do trabalho nas aulas e a comunicação e o desenvolvimento de significados, onde se situam as explicações do professor e dos alunos, e a comunicação e as experiências no estágio.

A metodologia utilizada nesta investigação localiza-se no paradigma interpretativo, fundamentando-se em dois estudos de casos, de diferentes instituições de ensino superior e com modelos distintos de estágio. Com o intuito de refinar os instrumentos de recolha e análise de dados foi realizado um estudo piloto. Os estudos de caso foram compostos e fundamentados na observação de aulas, entrevistas semi-estruturadas e interpretação de situações de ensino.

Esta investigação identificou o modo como as candidatas a professora usam a comunicação para regular o trabalho nas aulas, tendo uma delas revelado capacidade profissional enquanto outra ainda não conseguia lidar plenamente com este aspecto da prática de comunicação. As concepções das candidatas a professoras valorizam aspectos distintos. Para uma delas este tipo de comunicação deve ser preparado e claro enquanto para a outra, cabe ao professor fazer sínteses baseadas nas explicações dos alunos. Por outro lado, as práticas de ambas assemelham-se, nelas emergindo explicações instrucionais e disciplinares, bem como explicações dos alunos. Foi patente a importância dos diferentes professores formadores e colegas no processo de aprender a ser professor de Matemática.

Palavras-chave: *Formação Inicial de Professores de Matemática; Explicação; Concepções; Práticas.*

ABSTRACT

This investigation aims to study the communication in the mathematics class of the prospective teacher with special attention to his/her conceptions and practices about explanation, during the practicum, seeking the eventual formulation of empirically based proposals for this phase of teacher education. The theoretical support of this investigation includes studies on pre-service mathematics teachers, involving different teacher education models for this period of professional learning. The studies on the conceptions and practices of the prospective teacher also support the understanding of his/her way of being and acting. Besides, the theoretical perspectives about communication in mathematics classes, specifically communication and classroom regulation and communication and the development of meanings, where the teachers' and students' explanations and the communication and the experiences in the practicum are situated.

The methodology used in this investigation follows the interpretative paradigm, and is based in two case studies, each one of a higher education institution and following different practicum models. A study pilot was carried out with the goal of refining the data collection and analysis instruments. The case studies were composed and based in the observation of classes, semi-structured interviews and the interpretation of teaching situations.

This investigation identified the way as the prospective teachers use communication to regulate the work in their classes – one of them showed professional capacity whereas the other did not yet learnt to fully conduct this aspect of communication practice. The prospective teachers' conceptions stress distinct aspects. For one this kind of communication should be prepared and clear whereas for the other the role of the teacher is to do syntheses based on students' explanations. On the other hand, the practices of both resemble, emerging instructional and disciplinary explanations, as well as students' explanations. Where was visible the role different teacher educators and colleagues play in the process of learning how to be a mathematics teacher.

Key-words: *Pre-service mathematics teacher education*; *explanation; conceptions; practices.*

Para Ilda e Camyla

Agradecimentos

A Deus, Pai de todo o conhecimento que, mais uma vez, me permitiu vencer mais esta etapa em minha vida profissional.

Ao professor João Pedro da Ponte, com quem pude aprofundar, aperfeiçoar e ampliar meus conhecimentos na Didáctica da Matemática. Além disso, como orientador, colocou-me inúmeros desafios que me fizeram evoluir profissionalmente.

A Olga, Júlia e Luzia que, juntamente com meu trabalho pessoal, tornaram possível esta investigação.

Aos colegas portugueses e brasileiros que, nos diferentes momentos em que este trabalho foi apresentado, fizeram sugestões para o seu aperfeiçoamento.

À professora Hélia Oliveira que me apoiou no contacto com as estagiárias da Universidade de Lisboa.

Às professoras da ESE de Lisboa, Cristina Loureiro e a Cecília Monteiro, que me apoiaram no contacto com as estagiárias da instituição.

Aos amigos que deixei, por um tempo, na Universidade Estadual da Paraíba, no Brasil, especialmente, Samuel e Tavares que, nos primeiros meses de minha chegada a Portugal, cuidaram das dificuldades burocráticas para minha liberação. Eles não foram apenas "procuradores", mas também amigos, porque confiaram em mim, para contribuir, através de meu trabalho, para o avanço que vem ocorrendo em nossa universidade, tão importante, numa região do Brasil onde a educação pública e de qualidade se faz mais ainda necessária.

À Universidade Estadual da Paraíba que, na actual administração, tem investido amplamente na melhoria da qualidade do ensino, da pesquisa e da extensão, e concedeu-me, neste período, tempo e recursos materiais para interagir com colegas de outros países e instituições. Desse modo, pude contribuir para este crescimento quantitativo e qualitativo da instituição na qual trabalho e, ao mesmo tempo, também evoluí em todos os aspectos de minha vida.

A todos, meu muito obrigada!

Índice

Índice de Figuras

As siglas das planificações, aulas, reflexões escritas, entrevistas, conversas e interpretações de situação ensino nos casos de Júlia e de Luzia.

[PEA1J, 8/02/2008]: Planejamento Escrito para a Primeira Aula de Júlia.
[PEA2J, 15/02/2008]: Planejamento Escrito para a Segunda Aula de Júlia.
[PEA3J, 25/02/2008]: Planejamento Escrito para a Terceira Aula de Júlia.
[PEA4J, 31/03/2008]: Planejamento Escrito para a Quarta Aula de Júlia.
[Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]: Primeira Aula de Júlia.
[Aula 2 de Júlia, 15/02/2008]: Segunda Aula de Júlia.
[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]: Terceira Aula de Júlia.
[Aula de Júlia 4, 31/03/2008]: Quarta Aula de Júlia.
[REA1J, 8/02/2008]: Reflexão Escrita sobre a Primeira Aula de Júlia.
[REA2J, 15/02/2008]: Reflexão Escrita sobre a Segunda Aula de Júlia.
[REA3J, 25/02/2008]: Reflexão Escrita sobre a Terceira Aula de Júlia.
[E1J, 29/01/2008]: Primeira Entrevista de Júlia.
[EAEJ, 27/01/2009]: Entrevista Após o Estágio de Júlia.
[EC1J, 08/02/2008]: Primeira Entrevista Curta de Júlia.
[EC3J, 25/02/2008]: Terceira Entrevista Curta de Júlia.
[C1A1J, 22/04/2008]: Primeira Conversa sobre a Videogravação da Primeira Aula de Júlia.
[C2A3J, 22/04/2008]: Segunda Conversa sobre a Videogravação da Terceira Aula de Júlia.
[ISEJ, 01/04/2008]: Interpretação de Situação de Ensino de Júlia.

[PEA1L, 06/02/2009]: Planejamento Escrito para a Primeira Aula de Luzia.
[PEA2L, 20/02/2009]: Planejamento Escrito para a Segunda Aula de Luzia.
[PEA3L, 16/03/2009]: Planejamento Escrito para a Terceira Aula de Luzia.
[PEA4L, 20/03/2009]: Planejamento Escrito para a Quarta Aula de Luzia.
[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]: Primeira Aula de Luzia.
[Aula 2 de Luzia, 20/02/2009]: Segunda Aula de Luzia.
[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]: Terceira Aula de Luzia.
[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]: Quarta Aula de Luzia.
[REA1L, 6/02/2009]: Reflexão Escrita sobre a Primeira Aula de Luzia.
[REA2L, 20/02/2009]: Reflexão Escrita sobre a Segunda Aula de Luzia.
[REA3L, 16/03/2009]: Reflexão Escrita sobre a Terceira Aula de Luzia.
[REA4L, 20/03/2009]: Reflexão Escrita sobre a Quarta Aula de Luzia.
[E1L, 16/01/2009]: Primeira Entrevista de Luzia.
[EAEL, 30/11/2009]: Entrevista Após o Estágio de Luzia.
[EC1L, 06/02/2009]: Primeira Entrevista Curta de Luzia.
[EC2L, 20/03/09]: Segunda Entrevista Curta de Luzia.
[EC3L, 16/03/2009]: Terceira Entrevista Curta de Luzia.
[EC4L, 20/03/2009]: Quarta Entrevista Curta de Luzia.
[C1A1L, 09/06/2009]: Primeira Conversa sobre a Audiogravação da Primeira Aula de Luzia.
[C2A3L, 15/06/2009]: Segunda Conversa sobre a Audiogravação da Terceira Aula de Luzia.
[ISE1L, 27/04/2009]: Primeira Interpretação de Situação de Ensino de Luzia.
[ISE2L, 27/04/2009]: Segunda Interpretação de Situação de Ensino de Luzia.
[ISE3L, 27/04/2009]: Terceira Interpretação de Situação de Ensino de Luzia.

Capítulo 1

Introdução

Nesta introdução descrevo a minha motivação pessoal para a realização do presente estudo e procuro caracterizar, em termos gerais, os respectivos objectivos e questões orientadoras.

1.1. Motivação pessoal para o presente estudo

Formar um professor de Matemática é diferente de formar um matemático. No entanto, em muitos países, a diferença nos dois processos de formação é reduzida. Como formadora de professores de Matemática preocupa-me o problema da natureza dos processos formativos que podem proporcionar a necessária preparação ao futuro professor. Além disso, interessa-me conhecer mais sobre a formação inicial do professor de Matemática, analisando possíveis alternativas ao que ocorre correntemente no Brasil.

Os professores formados no quadro deste modelo, seja este associativo ou dissociativo, em geral, têm uma formação estritamente científica e possuem concepções absolutistas sobre a Matemática e o seu ensino que se manifestam numa postura autoritária e dogmática, distante do aluno e preocupada, quase exclusivamente, com o conteúdo. Esse modelo mostra-se insuficiente no actual momento que vivemos, em que o que se espera do professor de Matemática é significativamente diferente do passado. Novos e maiores desafios estão colocados a este professor. Por exemplo, ele precisa ser pesquisador das questões relativas ao ensino-aprendizagem da Matemática e de ser reflexivo, de modo a ser capaz de integrar teoria e prática.

Decidi centrar a minha atenção num aspecto particular da formação inicial do futuro professor e escolhi para o efeito a problemática da comunicação. Assim, a presente investigação estuda a comunicação nas aulas de Matemática do candidato a professor, nomeadamente as suas concepções e práticas de explicação e de negociação de significados ao longo da fase final da sua formação inicial. Para a consecução da investigação são realizados dois estudos de caso,

Desde há muito que a comunicação é um tema importante nas áreas curriculares do campo das línguas. Em contrapartida, trata-se de um tema tradicionalmente pouco valorizado no ensino da Matemática – cuja imagem de marca era muitas vezes o silêncio, representando a ausência de comunicação. O excesso de cálculos mecânicos, a ênfase em procedimentos e a própria linguagem usada para ensinar esta disciplina são alguns dos factores que em muitos casos tornam a comunicação oral quase inexistente (Lampert & Cobb, 2003).

Essa situação, no entanto, tem vindo a mudar na Educação Matemática. Numa primeira fase, começou por se dar grande atenção às questões da linguagem. Menezes (2004) mostra como ocorreu, nos últimos anos, um deslocamento da ênfase da linguagem para a comunicação. Segundo o autor, o tópico da linguagem na aula de Matemática tinha uma tradição muito forte principalmente em países como os EUA, a Inglaterra e a Austrália e, a partir dos anos 80, começaram a surgir referências à comunicação em documentos curriculares para o ensino da Matemática. O NCTM, a principal associação de professores de Matemática dos EUA, publicou o *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (NCTM, 1989), enfatizando a ideia que todos os alunos devem aprender a *fazer* Matemática. Uma implicação desta ideia é que a sala de aula não pode constituir um lugar silencioso, onde cada aluno aprende individualmente. Ao utilizar o discurso matemático para expor seu raciocínio aos colegas e ao professor, o aluno está envolvido em actividades nas quais a comunicação matemática é fundamental. Nos anos subsequentes, este reconhecimento da necessidade de ampliar o estudo das questões da comunicação é enfatizado em duas publicações do NCTM – um *Yearbook* inteiramente dedicado à comunicação matemática (Elliott & Kenney, 1996) e o livro *Language and communication in the mathematics classroom* (Steinbring, Bussi & Sierpinska, 1998).

A comunicação matemática pode ser classificada como objectivo curricular e como elemento do processo de ensino-aprendizagem. A importância do primeiro aspecto surge em documentos como os referidos *Curriculum and evaluation standards* (NCTM, 1989) e nos *Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio* do Brasil (PCNEM, 2002). Neste último documento, a importância da comunicação em

Matemática é enfatizada por ser uma competência importante nas suas dimensões de relato, registo e expressão e comunicação oral é ressaltada uma vez que contribui para o desenvolvimento da competência geral de representação e comunicação.

Diferentes autores afirmam que, em todos os níveis, se deve aprender a comunicar matematicamente e que é importante os professores estimularem o questionamento e levarem os seus alunos a pensar e comunicar ideias matemáticas (Bishop & Goffree, 1986; Lampert & Cobb, 2003; Sfard, 2002; 2008). Lampert e Cobb (2003) notam que a aprendizagem da comunicação ocorre fundamentalmente através da participação nas interacções verbais com o professor e com os outros alunos. No entanto, esta aprendizagem pode ser mais ou menos profunda conforme as práticas lectivas do professor.

No que se refere à comunicação como elemento do processo de ensino-aprendizagem, os *Principles and standards for school mathematics* (NCTM, 2007) afirmam que esta contribui para a construção do significado das ideias matemáticas. Quando os alunos são desafiados a pensar e raciocinar sobre Matemática e a comunicar os resultados de seu pensamento aos outros, oralmente e por escrito, eles aprendem a ser mais claros e convincentes, mas sobretudo aprendem mais e melhor os conceitos, ideias e conhecimentos matemáticos. Segundo o NCTM (2007), para apoiar efectivamente o discurso na sala de aula de Matemática, os professores devem construir uma comunidade na qual os alunos se sintam livres para expressar suas ideias. Na verdade, muitos autores consideram a comunicação na sala de aula de Matemática como um factor decisivo no processo de ensino-aprendizagem (por exemplo, Bishop & Goffree, 1986; Lampert & Cobb, 2003; Pimm, 1996; Sfard, 2002; 2008; Yackel & Cobb, 1996).

Além disso, através da comunicação é possível identificar aspectos fundamentais do ensino-aprendizagem, como o papel do professor, o papel do aluno, as concepções de conhecimento de ambos os actores, as normas sociomatemáticas e as regras de contrato didáctico. Na minha pesquisa anterior (Medeiros, 1999), utilizei a comunicação como instrumento metodológico. A análise do discurso do professor de Matemática, permitiu-me identificar o contrato didáctico presente numa actividade com problemas fechados ou rotineiros e numa actividade com problemas abertos ou não rotineiros e permitiu-me também observar as mudanças que ocorreram no contrato didáctico a partir do momento em que se passou a trabalhar na sala de aula de Matemática com problemas abertos ao invés de problemas fechados. Agora pretendo estudar a comunicação nas aulas de Matemática do candidato a professor.

Assim, a comunicação pode assumir diferentes papéis para o educador matemático – como objectivo curricular, como elemento integrante do processo ensino-aprendizagem ou como instrumento metodológico no estudo desse processo. Todos esses papéis podem contribuir para um ensino-aprendizagem de Matemática mais significativo.

1.2. Problema e questões do estudo

A comunicação na formação inicial do professor de Matemática é o *tema* deste projecto mas o seu *foco* é o candidato a professor. Assim, esta investigação tem como objectivo compreender a comunicação nas aulas de Matemática do candidato a professor, nomeadamente as suas concepções e práticas de explicação ao longo da fase final da sua formação inicial. De forma a operacionalizar este problema, este estudo considera as seguintes questões:

i. Como o candidato a professor usa a comunicação para regular o trabalho na sala de aula? Como se processa a regulação nas suas aulas?
ii. Como é que concebe o processo de explicação de ideias matemáticas? Como promove a explicação nas suas aulas?
iii. Como se relaciona a comunicação que promove com outros aspectos do conhecimento didáctico?
iv. Como as suas experiências no estágio influenciam as suas concepções e práticas de comunicação?

Esta investigação insere-se no paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) e estrutura-se a partir de dois estudos de caso (Yin, 2003) que me proponho construir. Um deles é de um candidato a professor de Matemática em formação inicial do 5.º ano da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e outro de um candidato a professor de Matemática em formação inicial do 4.º ano da Escola Superior de Educação de Lisboa. Estes estudos de caso adoptam a perspectiva interpretativa, procurando compreender o mundo do ponto de vista dos participantes (Ponte, 2006). A investigação interpretativa, com o seu carácter dinâmico e flexível, permite a sua reconstrução à medida que avança (Taylor & Bogdan, 1987), podendo surgir novos interesses e motivações ao longo do processo que não foram previstos no seu início.

I. Fundamentação Teórica

Capítulo 2

A Formação do Candidato a Professor de Matemática

Em diversos países do mundo, reconhece-se o papel da formação inicial de professores na consecução das actuais orientações da educação matemática, identificadas em diferentes documentos (NCTM, 2007; PCNEM 2002; BRASIL, 2002). Em Portugal, Albuquerque et al. (1996), apesar de apontarem a influência de um conjunto alargado de factores envolvendo o currículo, as condições materiais e as outras componentes da formação inicial de professores, constatam, através da sua experiência profissional e de resultados apontados em várias avaliações das licenciaturas em ensino, problemas reais na formação dos candidatos a professores diplomados pelas escolas superiores de educação (ESE) e universidades. No Brasil, os PCNEM (2002) referem uma grande variedade de problemas, de modo que a revisão da formação inicial do professor precisa ser encarada, tanto no âmbito institucional como no curricular. Naquele país, historicamente, a formação inicial tem sido frequentemente livresca, centrada na teoria. Esta distância entre teoria e prática docente contradiz a relevância do papel da prática como campo gerador de novos conhecimentos para o candidato a professor (Jaworski & Gellert, 2003; Korthagen et al. 2001; Lampert & Ball, 1998; Ponte et al., 2000; Ponte, 2002a). Neste capítulo, apresentam-se diversas dificuldades identificadas na formação inicial de professores de Matemática, discutem-se paradigmas que sintetizam as características desta formação e, além disso, aborda-se o conhecimento didáctico de Matemática, a reflexão do candidato a professor e as relações entre a formação inicial e a comunicação, com referência a experiências na prática de comunicação de candidatos a professor que podem contribuir para a sua aprendizagem.

2.1. Dificuldades na formação inicial

Actualmente, existem muitas expectativas em relação à formação inicial de professores. Ponte e Chapman (2008), além de sublinharem a complexidade da formação inicial, referem que nela podem ser identificados muitos factores, incluindo valores, tipos de conhecimento, competências e atitudes e a serem desenvolvidas pelos candidatos a professores, o contexto no qual a aprendizagem tem lugar, os interesses, as características e os papéis dos participantes no processo, nomeadamente professores formadores das disciplinas específicas de Matemática e de Educação, supervisores universitários, professores cooperantes e alunos. Faz-se necessário também referir as relações entre os formadores de professores e os supervisores da universidade, o acesso a recursos e o uso da informação e tecnologia da informação e comunicação (TIC). Além disso, os autores referem outros elementos tais como as abordagens pedagógicas e os conflitos entre o que os candidatos a professores estão aprendendo no momento e o que é considerado importante aprenderem, entre a universidade e o contexto escolar, entre as perspectivas de participantes directamente envolvidos no processo de formação inicial e outras partes interessadas. Santos (2004) refere que, embora a docência seja a única profissão na qual o contexto profissional do formando lhe é totalmente familiar, uma vez que dele nunca saiu, há uma mudança de papéis e são diferentes as perspectivas. Uma outra mudança ocorre na identidade, que passa por um processo de transformação, de candidato a professor a professor (Oliveira, 2004; Ponte & Chapman, 2008). Santos (2004) também sublinha que “a formação inicial de cariz profissionalizante é uma tarefa complexa” (p. 59). Ponte e Chapman (2008) ainda referem que a pesquisa acrescenta uma outra “camada de complexidade” na compreensão da formação inicial de professores, em estudos que sublinham diferentes aspectos do currículo matemático, da aprendizagem dos candidatos a professor e de oportunidades relacionadas a esta aprendizagem.

Com o intuito de nortear a formação matemática dos candidatos a professor, qualquer que seja o nível de ensino, Albuquerque et al. (2006) apresentam diversas recomendações gerais: (i) a formação matemática deve providenciar uma compreensão aprofundada da Matemática que se vai ensinar (p.17); (ii) a formação matemática deve providenciar uma compreensão aprofundada da natureza da própria Matemática (p.18); (iii) a formação matemática deverá contemplar o estudo da Matemática de um ponto de vista superior e o estabelecimento claro das suas relações com a Matemática que se vai ensinar (p.20); (iv) a formação matemática deve desenvolver nos futuros professores a capacidade de trabalhar em Matemática (p.20); e (v) a formação matemática deve propiciar experiências que correspondem a boas práticas de ensino (p.21).

Para estas recomendações terem impacto na prática lectiva do candidato a professor, é necessário que este desenvolva diversas competências fundamentais. Ponte (2002) indica que têm sido usadas diferentes formas para definir as competências gerais e específicas para o exercício da docência. Segundo o autor, competências apontadas por documentos como NCATE (2001) e NCTM (1998) são a base de processos de acreditação de cursos de formação inicial de professores que têm vindo paulatinamente a ser introduzidos em diversos países, como Portugal. Essas competências, assinala o autor, distribuem-se por diversas áreas: (i) formação pessoal, social e cultural dos futuros docentes; (ii) formação científica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade; (iii) formação no domínio educacional; (iv) competências de ordem prática; e (v) capacidades e atitudes de análise crítica, de inovação e de investigação pedagógica (Ponte et al., 2000).

A formação inicial do professor de Matemática, no entanto, apresenta muitas dificuldades. Segundo Korthagen et al. (2001) muitos professores, diplomados e formadores estão insatisfeitos com esta formação. Estes autores afirmam que em países como o Reino Unido, tal insatisfação levou os políticos a colocar a formação de professores como uma responsabilidade das escolas. Noutros lugares, essa tendência é influenciada pela necessidade de resolver o problema da escassez de professores. Ponte (2002) também sublinha esta insatisfação ao afirmar: “Os novos professores lamentam que nada do que aprendem na formação inicial lhes serviu para alguma coisa e que só na prática profissional aprenderam o que é importante” (p. 4). Para o autor, os professores experientes também pensam, muitas vezes, que os jovens professores não estão devidamente preparados no que seria mais necessário para o exercício da docência. Parece existir, na sua perspectiva, falta de confiança da sociedade em geral no que tange à qualidade da formação inicial de professores de Matemática.

Num estudo sobre o estágio, Souza e Fernandes (2004) procuram reflectir sobre as dificuldades deste momento da formação. Segundo os autores, as informações obtidas foram analisadas em relação às causas que, na visão dos candidatos a professores e dos orientadores de escola, estão na origem dos problemas dos formandos durante no estágio. As dificuldades identificadas são as seguintes: (i) ausência de contactos com a escola durante os quatro primeiros anos do curso; (ii) supervisão escolar inadequada; e (iii) insuficiente preparação para a docência. Nesta terceira categoria, a insuficiência ocorreu, nomeadamente, nas disciplinas de educação e de informática. Das três causas das dificuldades dos professores estagiários acima assinaladas, as duas primeiras dizem respeito à estrutura e funcionamento do curso e a última a problemas sentidos ao nível da formação.

Apesar das recomendações curriculares (Albuquerque et al., 2006; Ponte et al. 2000) referirem a necessidade de uma formação inicial que integre múltiplas abordagens no ensino de Matemática, esta continua fortemente fundamentada num modelo propedêutico, no qual a teoria é aplicada à prática. Neste modelo, há uma separação entre teoria e prática, que não é encarada como fonte de conhecimentos. Wu (2002) refere que as universidades não preparam adequadamente os professores de Matemática para suas necessidades matemáticas na sala de aula. Para o autor, a maior parte dos professores não conseguem construir uma ponte para atravessar o abismo existente entre o que lhes é ensinado na universidade (teoria) e o que eles ensinam nas escolas (prática). Na sua perspectiva, a identificação da existência deste abismo, no entanto, é recente e o avanço em direcção à sua superação depende da identificação de onde se localizam, precisamente, as falhas a formação de professores.

Para Wu (2002), as dificuldades relacionam-se com dois aspectos. Primeiro, o trabalho dos professores universitários tem sido insuficiente para permitir que os candidatos a professores compreendam as características essenciais da Matemática: o raciocínio lógico e sua coerência como disciplina. Segundo, o ensino de fracções e de geometria, na escola, requer uma Matemática específica, mas o currículo dos cursos de formação inicial não o tem considerado. O autor sublinha a necessidade de (i) uma mudança nas crenças dos candidatos professor, a fim de eles aprenderem definições precisas, provas e interconexões entre tópicos matemáticos; (ii) mostrar-lhes que as áreas da Matemática são realmente inter-relacionadas; e (iii), o ensino nos cursos de formação inicial, por parte de quem o ministra, requer uma compreensão do currículo K-12, bem como competências pedagógicas e matemáticas. No entanto, para o autor, tal mudança radical na percepção dos professores é impossível de realizar no exíguo tempo presentemente atribuída à formação inicial.

Sintetizando, actualmente, há muitas expectativas em relação à formação inicial, estando envolvidos muitos factores, interesses e elementos. A passagem de aluno a professor envolve duas mudanças no candidato a professor: no seu papel e na sua identidade. Para que as recomendações gerais tenham impacto na sua prática lectiva, é necessário que este desenvolva diversas competências fundamentais, gerais e específicas. Além disso, no quadro das actuais recomendações curriculares é necessário que a formação integre múltiplas abordagens do ensino da Matemática. No entanto, a formação inicial apresenta muitas dificuldades, havendo muita insatisfação nos intervenientes e na sociedade em geral, com este período da formação docente. A formação inicial ainda está fundamentada num modelo que dissocia teoria e prática, não preparando adequadamente os candidatos para a sua prática profissional.

2.2. Paradigmas de formação inicial

A compreensão como ocorre a aprendizagem é importante na formação inicial do professor de Matemática. A aprendizagem do candidato a professor tem sido objecto de vários estudos e pesquisas (ver, por exemplo, Cusati, 2003; Jaworski & Gellert, 2003; Korthagen et al., 2001; Llinares & Krainer, 2006; Ponte & Chapman, 2008; Putnam & Borko, 2000; Putnam & Leinhardt, 1986). Nesses trabalhos têm surgido diferentes perspectivas para explicar essa aprendizagem, Entretanto, de acordo com Jaworski e Gellert (2003) e Ponte e Chapman (2008) quando os professores começam a sua formação inicial, já possuem um amplo conhecimento sobre o ensino da Matemática. Não chegam vazios, mas sabem algo sobre como os professores ensinam, como os alunos aprendem e possuem perspectivas implícitas ou explícitas sobre a natureza da Matemática. Este conhecimento, no entanto, é limitado, porque é baseado nas suas experiências como alunos.

Llinares e Krainer (2006), pelo seu lado, consideram a aprendizagem do candidato a professor de Matemática como um processo que tem início com a sua experiência enquanto aluno da disciplina Matemática e mesmo com actividades anteriores à sua entrada na escola. Além disso, sublinham que a pesquisa sobre o desenvolvimento profissional dos professores revela que a sua aprendizagem é um processo complexo, em que interferem diversos factores, o que sugere uma inter-relação entre o individual, o social e o organizacional.

Numa revisão de literatura sobre a socialização do professor, Zeichner e Gore (1990), afirmam que estudos de cunho funcionalista sublinham a reprodução passiva de padrões estabelecidos, criando, portanto, continuidade. Pelo seu lado, estudos de cunho interpretativo mostram que os professores diferem no modo como consideram a socialização como um processo activo ou passivo. Assim, consideram possível desenvolver-se um processo de socialização que leva os indivíduos a agir de modo autónomo, e as suas escolhas e estratégias possibilitam mudanças sociais. Tal ênfase sobre as escolhas dos indivíduos e as possibilidades para mudar os padrões educacionais é ainda mais forte em estudos realizados no paradigma crítico. Na verdade, o foco da proposta da abordagem crítica é trazer à consciência a capacidade de criticar o que se faz na prática (Korthagen et al., 2001).

Segundo Korthagen et al. (2001) torna-se evidente que os estudos de cunho interpretativo e crítico são mais focalizados em inovações e novos insights educacionais que os professores iniciantes podem levar para as escolas onde vão trabalhar. No entanto, todos os estudos sobre o desenvolvimento do candidato a professor enfatizam a dificuldade dos professores iniciantes influenciarem, de facto, os padrões vigentes na escola. Para os autores, a mudança educacional parece ser um belo ideal, mas não mais que um ideal (Korthagen et al., 2001). Por outro lado, Zeichner e Gore (1990) afirmam que os estudos que focam os níveis cultural e institucional de análise mostram os limites ao alcance das opções disponíveis para os professores em formação inicial e para os formadores que são estabelecidos pelas condições materiais e ideológicas. Tais condições estão inseridas na formação de professores, escolas e sociedades. Korthagen et al. (2001) sublinham a importância de perceber que este problema se encontra em diferentes países.

Tradicionalmente, a aprendizagem do candidato a professor tem sido encarada no que Schön (1991) chama de paradigma da racionalidade técnica. Tal paradigma baseia-se na noção de que a actividade profissional consiste na resolução de problemas instrumentais que se operacionalizam através da aplicação de teoria científica e técnica. De facto, há três pressupostos básicos implícitos nesta perspectiva, como indicam Korthagen et al. (2001): (i) a teoria ajuda o professor a ter uma melhor actuação na sua profissão; (ii) estas teorias devem ser fundamentadas em pesquisas científicas; e (iii) os formadores de professores devem fazer uma escolha relativa às teorias para serem incluídas nos programas de formação de professores. O paradigma da racionalidade técnica predominou por muitas décadas e ainda prevalece em muitos casos (Imig & Switzer, 1996; Korthagen et al., 2001). Muitos pesquisadores mostraram que o paradigma da racionalidade técnica não conduz a uma adequada formação do professor. Elliot (1991, citado em Korthagen et al., 2001) afirma que há pouca transferência da teoria para a prática e os professores não utilizam as teorias que aprendem na formação inicial, porque têm outros problemas no quotidiano escolar.

Schön (1991).distingue entre prática reflexiva e racionalidade técnica. Para este autor, o conhecimento dos professores não se restringe a conhecimento de coisas, como factos, propriedades e relações se-então, mas envolve também conhecimento referente à identificação e resolução de problemas profissionais. Além disso, em termos mais alargados, inclui conhecimento como construir conhecimento.

Outro paradigma de formação inicial é proposto por Korthagen et al., (2001). Para estes investigadores, nos termos de Freudenthal, no ensino tradicional, o conhecimento sobre o ensino é concebido como um "objecto criado" e não um objecto a "ser criado" pelo aluno. No entanto, numa perspectiva construtivista, que designam de abordagem realística, o candidato a professor de Matemática constrói o seu próprio conhecimento num processo de reflexão sobre situações práticas. Tais situações são criadas consoante as necessidades pessoais de aprendizagem. Na educação matemática realística, nestas situações ocorrem trocas durante as actividades de investigação orientadas, na interacção entre os alunos (candidatos a professor) e no desenvolvimento de habilidades reflexivas.

Para Korthagen et al. (2001), a abordagem realística não implica uma minimização da importância da teoria. Na sua perspectiva, no processo de aprendizagem do candidato a professor, a teoria tem um importante papel, devendo estar presente no processo de formação. Para os autores, o apoio oferecido aos candidatos a professores deve ser voltado para os seus problemas específicos, neste momento da sua formação. Tal apoio, salientam, exige conhecimento profissional e habilidades específicas. Fazem notar, também, que, nesta abordagem, o papel do candidato a professor é completamente diferente do papel na formação tradicional, em que se assemelha a um leitor.

Deve notar-se que, segundo Korthagen et al. (2001), a abordagem realística para a formação de professores constrói-se sobre uma perspectiva teórica que diverge bastante do paradigma da racionalidade técnica. Por outras palavras, trata-se de uma pedagogia totalmente diferente para a formação de professores, assente em diferentes perspectivas sobre o conhecimento. Assim, estes autores apresentam dois tipos de conhecimento presentes na formação inicial de professores de Matemática, construídos sobre o trabalho de Platão e Aristóteles e sintetizados nos termos *episteme* e *phronesis*. *Episteme* pode ser caracterizado como conhecimento abstracto, objectivo e proposicional, que resulta de uma generalização sobre muitas situações. *Phronesis* é o conhecimento perceptual, que se baseia na sabedoria prática sobre a percepção de uma situação. Tal diferenciação, para os autores, possibilita fazer outra diferenciação entre teoria com T grande e teoria com t pequeno. As teorias com T grande assemelham-se à episteme e as teorias com t pequeno à phronesis.

Um dos problemas principais da formação inicial de professores de Matemática, de acordo com Korthagen et al. (2001), é que os formadores de professores são formados com a concepção de conhecimento como *episteme.* Como consequência, possuem uma perspectiva epistémica sobre a relação entre teoria e prática. Por conta disto, referem, torna-se difícil para eles compreender claramente o alcance da phronesis. Para os autores, os formadores deveriam utilizar ambos os tipos de conhecimento. O modo como isso pode ocorrer, sublinham, depende da concepção de conhecimento. Na sua perspectiva, o formador é uma pessoa com alguma sabedoria não apenas teórica, mas também prática. Por outras palavras, assumem que o conhecimento que torna o professor um especialista no ensino caracteriza-se por ser perceptual, interno e subjectivo. Neste sentido, referem, o formador pode, adicionalmente, controlar parte do conhecimento conceptual, externo e mais ou menos objectivo. Tal conhecimento, pode certamente, ser utilizado como instrumento para exploração da percepção dos alunos e, desse modo, pode tornar-se gerador de questões, pontos de vista e argumentos. Deste modo, entendem que o conhecimento *episteme* pode e deve ser utilizado pelo formador. No entanto, na sua perspectiva, ele não é a “coisa real”. Para os autores, “a coisa real” não é o conhecimento conceptual, *episteme* ou a teoria com T grande mas sim o conhecimento perceptual, *phronesis* ou a teoria com t pequeno.

Os autores salientam que o objectivo da formação inicial de professores realística não é tornar os candidatos a professores de Matemática colectores de conhecimento sobre o ensino. O objectivo é torná-los bons professores. Para os autores, tal ideia significa um segundo equívoco: a ideia de que o conhecimento teórico pode ser “extraído” do professor, colocado no quadro-de-giz ou escrito num artigo, de forma apenas conceptual, dando a impressão que um insight equivale a uma frase a ser lida. Na sua perspectiva, para desenvolver bons professores, precisamos de outra pedagogia, que começa com uma perspectiva distinta do que importa para o candidato a professor de Matemática, se queremos que ele adquira conhecimento prático.

Segundo Korthagen et al. (2001) para a formação de professores, o desenvolvimento do conhecimento perceptual ou *phronesis*, é o mais importante. Isto implica que a aprendizagem profissional dos professores se inicie a partir da experiência concreta e das suas percepções subjectivas das situações práticas. Ou seja, a formação inicial de professores deve ter como objectivo explicitar o conhecimento tácito (phronesis), ao invés de transmitir o conhecimento conceptual (episteme).

Por outro lado, Korthagen et al. (2001) notam que, apesar da importância da aprendizagem da prática, esta nem sempre é produtiva. Existe um período de transição que se caracteriza por muita perturbação emocional, no qual o candidato a professor se confronta com a realidade da sala de aula de Matemática, da qual não estava consciente, e que habitualmente se denomina choque da realidade . Nesse tal período, ao iniciar as suas actividades docentes, o jovem professor não utiliza a teoria que aprendeu no período da formação inicial pois as experiências estudadas não se adequam aos problemas da prática de ensino (Korthagen et al., 2001).

Na Universidade de Utrecht (Holanda), segundo Korthagen et al. (2001), tem-se procurado pôr em prática outra perspectiva na formação inicial de professores. Esta formação segue uma abordagem indutiva, fundamentada numa troca entre experiência e reflexão. Além disso, sublinham, procura direccionar os candidatos a professores apara a teoria com t pequeno. Para isso, são importantes, assinalam, três aspectos: (i) um clima seguro de aprendizagem; (ii) a construção de uma teoria sobre as preconcepções dos candidatos a professor e (iii) a consideração de elementos menos racionais e cognitivos no comportamento desse professor. Os autores usam o termo *gestalt* para indicar os conglomerados pessoais de necessidades, realizações, valores, significados, preferências, sentimentos e tendências de comportamento que guiam a acção.

Segundo os autores, a aprendizagem do candidato a professor é uma forma de aprendizagem experiencial, que pode ser idealmente descrita pelo modelo ALACT (*action, look back on the action*, *awareness of essential aspects*, *creating alternative methods of action*, *trial*). Este modelo constitui-se em cinco fases: (1) acção; (2) observar a acção anterior; (3) tomar consciência de aspectos essenciais; (4) criar métodos alternativos de acção; e (5) experimentação (Korthagen et al., 2001). Deste modo, a abordagem realística, na formação inicial, tem como objectivo mais que desenvolver competências iniciais pois ao utilizar a aprendizagem como reflexão, almeja que os candidatos a professores também desenvolvam uma competência de crescimento contínuo, sendo capazes de “aprender a aprender” (Korthagen et al., 2001).

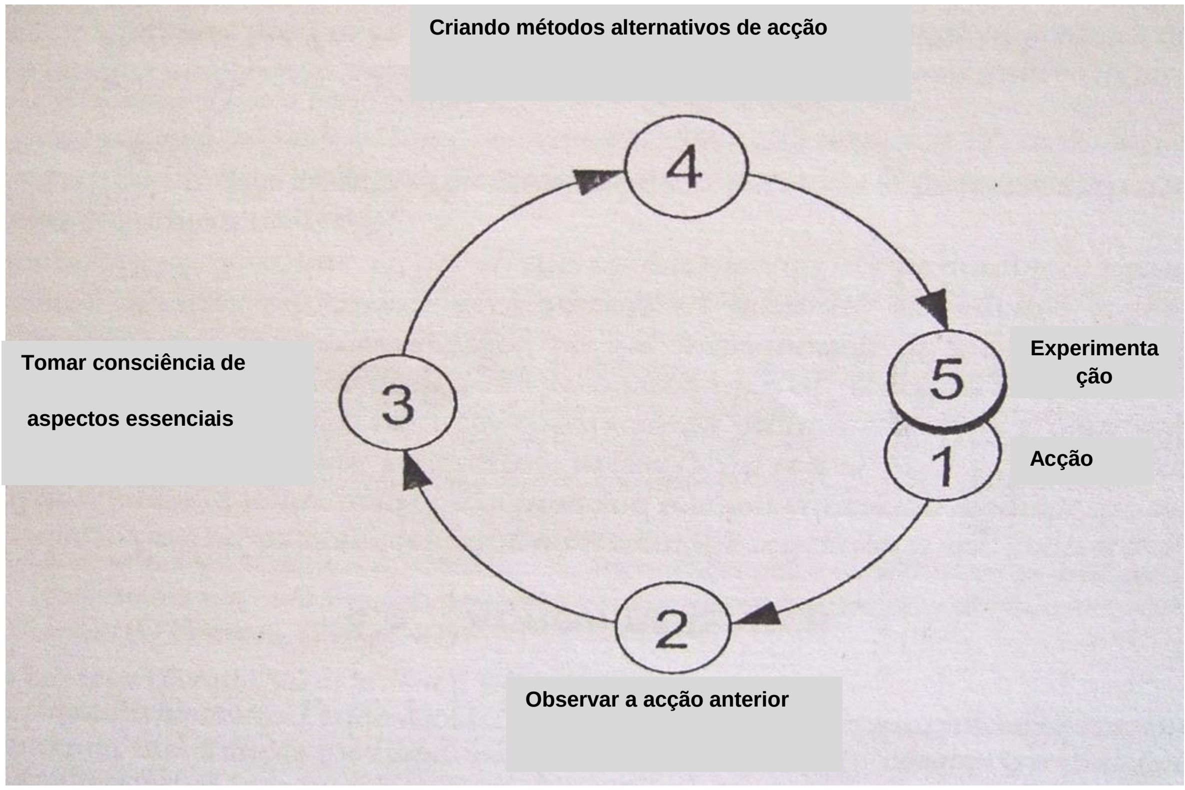


Figura 1: O modelo ALACT descrevendo as fases que compõem o ciclo em espiral do desenvolvimento profissional (Cortassem et al., 2001, p. 62).

Diante de uma grande variedade de práticas de preparação para o professor de Matemática, Jaworski e Gellert (2003), ao estudar os programas de formação de vários países e ao verificar que nem todos dão a mesma ênfase à interligação entre teoria e prática, descrevem quatro modelos para a formação inicial dos professores: (i) formação não-específica; (ii) preparação do professor no modelo teoria separada da prática; (iii) preparação do professor no modo teoria se aproximando da prática; e (iv) preparação do professor no modo teoria integrada na prática.

No *1.º Modelo,* de Preparação não-específica, a formação inicial de professores é perspectivada como uma actividade na qual é desnecessária uma preparação específica. Nesta perspectiva, separam-se os professores em dois grupos, aqueles que vão actuar no ensino elementar e aqueles que actuarão no ensino secundário. Dos pertencentes ao primeiro grupo, não exige-se muito aprofundamento na qualificação, uma vez que esta é encarada como uma actividade de senso comum. Dos pertencentes ao segundo grupo, a expectativa é que realizem a transmissão de seu conhecimento para os alunos, uma vez que possuem alta qualificação no conteúdo. As autoras salientam que, em ambos os casos, se o professor não tiver uma formação inicial que ressalte aspectos que divergentes do ensino da Matemática (do que ele estudou e aprendeu, enquanto aluno), reproduz a prática de ensino na qual foi ensinado (Jaworski & Gellert, 2003; Llinares & Krainer, 2006; Ponte & Chapman, 2008) e que, geralmente, é a do ensino directo (Ponte, 2005).

No *2.º Modelo*, de separação entre teoria e prática, é o candidato a professor de Matemática quem conecta teoria e prática. Os tutores desses professores nas instituições de nível superior tentam estabelecer relação entre teoria e prática como parte integrante de seu ensino. No entanto, não confrontam ou operacionalizam a prática da escola real. A teoria é algo para ser aprendido e depois, a sua relação com a prática é matéria de esperança e possibilidade. As autoras referem-se ao conflito inerente a esta falta de conexão entre teoria e prática como o *dilema de colocação*. Diante destas dificuldades, os jovens professores, geralmente, seguem as práticas predominantes nas escolas onde vão ensinar. Tal situação ocorre, porque há as pressões da prática e o papel das rotinas, que se constituem em factores dominantes.

No *3.º Modelo*, identifica-se o início da integração entre teoria e prática. Embora possa existir alguma conexão, esta é mínima. Apesar disso, tal conexão propicia que na sua formação, o candidato a professor de Matemática reflicta sobre a prática, desenvolva seu conhecimento, questione práticas e rotinas. Neste modelo procura-se ajustar a teoria à prática e não aplicá-la. Neste sentido, há o apoio de todos os envolvidos no processo – todos os professores da formação inicial quer da universidade quer das escolas estão integrados, o que, segundo as autoras, coíbe o *dilema de colocação*. Jaworski e Gellert (2003) apresentam dois exemplos de formação inicial neste modelo. O primeiro é o projecto MILE, desenvolvido na Holanda, que tenta utilizar a sala de aula como espaço de investigação na prática. O segundo é o projecto MATH, conduzido por Ball, Lampert e colegas (Lampert & Ball, 1998), em Michigan, nos EUA e que pode ser encarado como uma tentativa de conectar teoria e prática, através de um suporte digital multimédia. Além disso, o projecto responde à seguinte questão: como a prática de sala de aula pode ser um ponto inicial na preparação do professor e como podem contribuir nessa preparação o conhecimento teórico sobre a aprendizagem e o ensino.

No 4.º *Modelo*, verifica-se integração entre teoria e prática. Trata-se de um modelo ideal, que possivelmente não existe, embora alguns educadores trabalhem para alcançá-lo.

Ponte e Chapman (2008) analisam alguns programas que procuram contribuir para os candidatos a professores ampliarem o seu conhecimento para ensinar Matemática. Identificam como abordagens fundamentais a integração conteúdo-pedagogia e a reflexão. Segundo os autores, a reflexão consiste num processo que contribui para os candidatos a professores, juntamente com colegas e supervisores, tomarem consciência das suas teorias pessoais e clarificá-las através do confronto com outras teorias. No que tange à reflexão, sugerem modos para testá-la e facilitá-la e, na abordagem de conteúdo e pedagogia, destacam dois métodos visando envolver os candidatos a professores: (i) envolvê-los em estratégias semelhantes àquelas recomendadas para seu próprio ensino; e (ii) a utilização da tecnologia.

Para estes autores, a integração conteúdo e pedagogia propicia meios para o desenvolvimento de novas compreensões dos candidatos a professores sobre o que ensinam. Tal integração pode ocorrer numa única disciplina, na qual se trabalham simultaneamente conteúdos e assuntos do ensino. Isto também pode ser feito paralelamente na escola e na universidade. Para os autores, estas três categorias de estudos apontam para uma tendência actual de tornar reflexão e conteúdo e pedagogia, aspectos centrais da estrutura das experiências de aprendizagem do candidato a professor, com o intuito de facilitar o desenvolvimento do seu conhecimento didáctico de Matemática.

Na sua análise, Ponte e Chapman (2008) sublinham que a reflexão pode ser feita oralmente ou por escrito., tal como pode ocorrer com a utilização da Internet (por exemplo, e-mail e fórum). Para os autores, ao utilizar estes recursos, os candidatos a professor têm novas oportunidades para reflectirem e partilharem situações da prática com seus professores e colegas de outros núcleos de estágio. Os autores referem-se também à *investigação sobre a prática*. Tal investigação abrange as noções de observação e reflexão num processo sistemático no qual se questiona a prática, se recolhem e analisam dados e se relatam resultados. Na sua perspectiva, esta estratégia proporciona que os candidatos a professores aprendam a ensinar utilizando problemas da sua própria prática, a análise de vídeos sobre a sua prática ou sobre a prática de outros professores e a integração teoria e prática entre disciplinas da universidade e a prática pedagógica nas escolas. Trata-se de uma estratégia que os conduz à reflexão sobre si próprios e a direccionar seu próprio desenvolvimento. Por outro lado, para os autores, este aspecto, é difícil de operacionalizar durante a prática lectiva, uma vez que não há tempo e recursos nos programas de formação.

Ponte e Chapman (2008) também referem abordagens que procuram desenvolver o conhecimento do ensino da Matemática, o conhecimento didáctico de Matemática e a identidade do candidato a professor. No que tange ao desenvolvimento do conhecimento do ensino da Matemática e do conhecimento didáctico de Matemática, os autores sublinham as abordagens de formação que possibilitam aos candidatos a professores a compreensão e reconstrução do que conhecem de modo mais profundo e significativo, tais como aquelas em que estes (i) analisam tarefas de introdução de conceitos matemáticos que lhes permitam conjecturar, justificar e comunicar; (ii) contextualizem os problemas matemáticos com situações do mundo real, para que encarem a Matemática como um todo no qual os conceitos se inter-relacionam, mais do que como um conjunto de capacidades e fórmulas isoladas; (iii) integrem actividades investigativas sobre conceitos matemáticos; (iv) debatam diferentes explicações para um conceito matemático; (v) usem recursos tecnológicos para explorar conceitos matemáticos; e (vi) estimulem o trabalho em pequenos grupos para promover a comunicação entre eles. Podemos depreender, daquilo que os autores referem, que para desenvolver o conhecimento do ensino de Matemática e o conhecimento didáctico de Matemática por parte do candidato a professor, a aprendizagem da comunicação tem um papel importante no momento de introduzir conceitos, no desenvolvimento de diferentes explicações e nos trabalhos em grupo.

No que tange à identidade, Ponte e Chapman (2008), afirmam que o número crescente de estudos referentes a esta noção sugere a sua importância como um modo de propiciar a aprendizagem do professor. Os autores sublinham a reflexão e a investigação da prática como noções básicas para o desenvolvimento da identidade. No caso do candidato a professor, este encontra-se na fase da protoidentidade o que, de acordo com Oliveira (2004), se refere ao período de construção da identidade do professor que começa antes de iniciar a carreira docente, no ensino primário e secundário, passa pela componente disciplinar da licenciatura e encerra-se no estágio.

Ponte e Chapman (2008) sublinham ainda que a reflexão e a investigação da prática são fundamentais no desenvolvimento da identidade dos candidatos a professores. Referem *a reflexão sobre a prática* e *a reflexão sobre si próprio*, antes, durante e depois da prática pedagógica ou de outras experiências. Na noção de *reflexão sobre a prática* inclui-se considerar o diálogo e o ambiente estabelecido, os materiais e as estratégias utilizados na sala de aula, os exemplos daquilo que os alunos compreendem e daquilo que têm dificuldade na aprendizagem dos conceitos matemáticos e de episódios. Por sua vez, a noção de *reflexão sobre si próprio,* inclui a actividade dos candidatos a professores quando exploram relações entre a própria pessoa e as experiências pessoais e a pedagogia. Este tipo de reflexão propicia que avaliem a sua aprendizagem e desenvolvimento, construam e critiquem a sua própria identidade matemática, sem que, para isso, dependam de outros avaliadores.

Da análise dos paradigmas de formação inicial referidos, podemos depreender que, embora o paradigma da racionalidade técnica ainda tenha grande influência na aprendizagem do candidato a professor, há, actualmente, muita ênfase em práticas inovadoras, capazes de lhe propiciar uma perspectiva sobre os modos de ensinar e aprender Matemática. Nesta perspectiva, a Matemática pode ser aprendida com significado e a prática lectiva pode ser reflectida e problematizada, passando a objecto de investigação do aluno e do professor e fonte de novo conhecimento. Neste contexto, a mudança nos papéis do aluno e do professor torna-se imprescindível, e o aluno passa a ser o centro do processo de ensino-aprendizagem.

Sintetizando, a aprendizagem do candidato a professor tem sido objecto de vários estudos e pesquisas nos quais se encontram diferentes perspectivas para explicar como esta ocorre. A pesquisa sobre o desenvolvimento profissional dos professores sugere que a sua aprendizagem é um processo complexo no qual intervêm múltiplos factores, o que sugere uma inter-relação entre o individual, o social e o organizacional. Tradicionalmente, entretanto, a aprendizagem do professor tem sido realizada no paradigma da racionalidade técnica. Muitos estudos têm apontado a falha deste paradigma em influenciar as práticas dos professores iniciantes.

No paradigma da educação matemática realística, o candidato a professor constrói o próprio conhecimento num processo de reflexão sobre situações práticas, criadas de acordo com as necessidades de aprendizagem. *Episteme* e *phronesis* são dois tipos de conhecimento presentes na formação inicial dos professores de Matemática. Para a formação de professores, o desenvolvimento do conhecimento *phronesis,* é o mais importante. A formação inicial de professores deve ter como meta tornar o conhecimento tácito explícito e não a transmissão do conhecimento conceptual. Nesta perspectiva, a aprendizagem do candidato a professor é uma aprendizagem experiencial, que pode ser idealmente descrita pelo modelo ALACT.

Outros modelos de formação equacionam de diversas formas a relação entre teoria e prática. Por outro lado, diante da complexidade do processo de formação inicial, a integração de conteúdo e pedagogia e a reflexão podem ajudar o candidato a professor a ampliar seu conhecimento para ensinar Matemática. A investigação sobre a prática inclui as noções de observação e reflexão no processo mais sistemático de questionar a prática, recolha e análise de dados e relato de resultados. Estudos recentes sugerem a importância crescente da noção de identidade na aprendizagem do professor, no desenvolvimento da qual são fundamentais a reflexão e a investigação da prática.

2.3. Concepções e práticas do candidato a professor

Nas últimas décadas, um importante domínio de investigação sobre o professor de Matemática, é o das suas concepções e práticas e respectivas relações mútuas (Carvalho & César, 1996), como irei analisar de seguida.

Concepções dos candidatos a professor: formação e mudança

Diversos investigadores (por exemplo, Carvalho & César, 1996; Ponte, 1992; Thompson, 1992) sublinham que as concepções influenciam o pensamento e a acção dos professores. Ponte (1992) considera que as concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva, e embora distinta dos conceitos específicos serve de apoio à organização destes conceitos. Na sua perspectiva, as concepções constituem uma forma de encarar o mundo, de pensar, não sendo redutíveis aos aspectos imediatamente observáveis no comportamento. Além disso, não são reveladas com facilidade, nem a nós nem aos outros. Um outro aspecto das concepções referido pelo autor, é que estas podem estar muito relacionadas com metáforas, uma figura de linguagem que constitui uma das principais formas de as expressar.

Segundo Ponte (1992), a formação das concepções, ocorre num processo simultaneamente individual (que resulta de elaborarmos sobre a nossa experiência), e social (que resulta de confrontamos as nossas elaborações com a das outras pessoas). Desse modo, as nossas concepções sobre a Matemática recebem a influência das nossas experiências, bem como das representações sociais dominantes. Para o autor, as concepções são imprescindíveis uma vez que estruturam o sentido que atribuímos às coisas. Por outro lado, funcionam como um obstáculo a novas realidades ou a alguns problemas, actuando "como uma espécie de filtro" (p. 1). As nossas possibilidades de actuação e compreensão são limitadas pelas concepções, característica que pode ser identificada, como assinala Ponte (1992), nos processos de mudanças nos professores no momento de sua formação inicial bem como da sua formação contínua. No que tange aos candidatos a professores em formação inicial, por não possuírem experiência de ensino anterior, a formação das suas concepções sobre a Matemática e o seu ensino são referentes às práticas de ensino que viveram enquanto alunos (Blanco, 2000; Borralho, 2001; Blanco & Borralho, 1999), que nem sempre se coadunam com as práticas de ensino experienciadas na sua formação inicial (Sánchez & Llinares, 1996).

Blanco e Borralho (1999) e Blanco (2000) sugerem que as concepções e as crenças prévias dos candidatos a professor influenciam o seu processo de formação. Na sua perpectiva, os candidatos a professores, como consequência da sua experiência como alunos, criam um corpo de conhecimento, crenças e atitudes sobre o conteúdo matemático escolar, a natureza da actividade matemática, os tipos de tarefas, a natureza da aprendizagem matemática, a organização e gestão do trabalho na sala de aula, etc. Estas concepções, por um lado, filtram ou bloqueiam os conteúdos da Didáctica da Matemática, por outro lado, ajudam os candidatos a interpretar o seu próprio processo formativo e, finalmente, orientam e guiam as suas experiências docentes.

Ao considerar estas dificuldades de mudança nas concepções dos candidatos a professores, Blanco (2000) considera que a formação inicial é um período fecundo para propiciar momentos de reflexão sobre as suas crenças e concepções. Pelo seu lado, Ponte (1993) afirma que, a partir do conhecimento das concepções dos professores, é possível conceber intervenções para alterar essas concepções de modo a que se possam alinhar com as actuais recomendações curriculares.

Ponte (1992) assinala que uma das preocupações da formação inicial é propiciar ao candidato a professor oportunidades de questionar as suas concepções. Tal questionamento pode ocorrer através do desenvolvimento de hábitos de duvidar e de pensar sobre as coisas de um outro modo. O autor apresenta alguns programas com este objectivo e onde encontramos a dúvida e a criação de comunidades de aprendizagem como factores chave, promotores da mudança de concepções.

Diversos estudos realizados com candidatos a professores, no entanto, mostram que a mudança das concepções dos professores não é fácil. Um exemplo é referido por Brendefur e Frykholm (2000), que assinalam esta dificuldade numa pesquisa em que participaram dois candidatos a professores de Matemática. Os autores mostram a resistência de um deles em aderir à novas concepções e práticas sobre o ensino da Matemática. O candidato manteve as suas concepções no quadro do ensino directo, restringindo-se à comunicação unidireccional no período do estágio, uma vez que, para ele, foi neste modelo de ensino-aprendizagem que aprendeu enquanto aluno, tendo sido bem sucedido. Pelo contrário, outra candidata revelou-se insatisfeita com o modelo do ensino directo, tendo apresentado outras concepções, e estava disposta a desenvolver sua prática lectiva num modelo em que as suas interacções verbais com os alunos não se restringissem à comunicação unidireccional. A mesma resistência em modificar suas concepções durante a formação inicial foi identificada por Ferreira e Presmeg (2004). Um dos participantes deste estudo encara o ensino directo, como uma abordagem satisfatória para ensinar e aprender Matemática, uma vez que foi assim que ele próprio aprendeu. Pelo seu lado, Abrantes (1986) e Afonso (2005) referem uma possibilidade de mudança nas concepções de candidatos a professores, no âmbito de disciplinas de Metodologia da Matemática. Ernest (1991) sublinha a importância da formação teórica na mudança das concepções dos candidatos a professor. Por sua vez, Shulman (1986) refere a importância do "método dos casos", considerado por Ponte (1992) como sendo capaz proporcionar a combinação de elementos de teoria e prática.

No que refere à relação entre concepções e práticas, nem sempre estas são coerentes, como ocorreu com os candidatos a professor dos estudos de Brendefur e Frykholm (2000). Ponte (1992) sublinha esta questão da consistência entre esses dois campos:

> Mas na relação entre concepções e práticas haverá muitas outras questões (e talvez mais importantes) para além do simples problema da sua consistência ou inconsistência. Uma delas será a da natureza da relação entre concepções e práticas. Será que um dos aspectos determina o outro? Será uma relação dialéctica? Em que medida são as concepções capazes de resistir a situações que exigem ou promovem práticas que são com elas dissonantes? De que modo novas práticas suscitam novas concepções? (Ponte, 1992, p. 24)

O autor considera, portanto, pertinente a distinção entre concepções manifestadas e consistência.

> Poderá ser pertinente distinguir entre concepções manifestadas pelos professores, que estes descrevem como sendo as suas (e isto sem pôr necessariamente em causa a sua sinceridade) e as concepções activas, que de facto informam a sua prática. A distância entre estes dois tipos de concepções pode ser bastante apreciável. As concepções manifestadas podem sofrer uma influência significativa do que no discurso social e profissional é tido como adequado, mas não serem (parcial ou integralmente) capazes de informar a prática. Isto pode ocorrer por uma variedade de factores: (a) falta de recursos materiais e organizativos, (b)

> falta de recursos conceptuais (não saber como vencer as dificuldades que a sua concretização suscita), ou ainda (c) pelo esforço exagerado que se antevê como necessário. Admitindo a distinção entre estes dois tipos de concepções, podemos dizer que existe (por definição!) uma relação forte entre as concepções activas e as práticas, podendo ser mais forte ou mais fraca a relação entre as concepções manifestadas e as práticas (e daí os problemas da consistência). (Ponte, 1992, p. 25)

A pesquisa de Afonso (2005), já referida, com candidatos a professor de uma escola superior de educação, sublinhou as concepções manifestadas e as concepções activas destes candidatos. Esta pesquisa constata mudança em relação à actividade de resolução de problemas ao nível das concepções manifestadas, expressas num guião de entrevista, e ao nível das concepções activas, observadas na prática lectiva. Quanto às concepções manifestadas em relação ao tema Matemática, o autor sublinha que os participantes da pesquisa sentem-se atraídos pela Matemática e tal atracção deve-se ao facto de possuírem um especial gosto por algum tema específico. Além disso, o facto de se constituir num desafio e numa descoberta e de se relacionar com o raciocínio e a resolução de problemas, também são motivos para a atracção pela Matemática. No que tange ao tema ensino e aprendizagem da Matemática, concluiu que os participantes da sua pesquisa possuem uma concepção que passa por duas vertentes. Na primeira, o ensino e a aprendizagem da disciplina encontram-se na construção pessoal do conhecimento matemático do aluno. A segunda, revela uma concepção do ensino como um conhecimento matemático a ser transmitido e que é descoberto, não criado, sendo o papel do aluno na aprendizagem essencialmente passivo.

A resolução de problemas na disciplina Matemática foi um tema sobre o qual o autor analisou as concepções manifestadas pelos candidatos a professores. Segundo indica, estes distinguem problema e exercício e sublinham que para resolver um problema é necessário utilizar diferentes modos de resolução enquanto para resolver um exercício é suficiente a utilização de um algoritmo. No que tange ao grau de dificuldade, os candidatos a professores estavam receosos quanto ao ensino deste tema mas consideram que podem obter sucesso. Sublinham ser o professor a causa das dificuldades dos alunos na resolução de problemas e nem todos os candidatos a professores manifestaram gosto pelo tema de resolução de problemas.

Afonso (2005) afirma que, quanto às concepções activas, os participantes deste estudo aproximam-se da concepção de ensino e da aprendizagem da Matemática centrada no conteúdo. Desse modo, os candidatos a professores sublinham situações problemáticas. Por isso, o autor indica que não podemos dizer que estes participantes apresentam uma coerência entre as concepções manifestadas e as concepções activas. Isto implica, na sua perspectiva, que os resultados indicam uma divergência entre os paradigmas de formação inicial e os utilizados pelos candidatos a professores na sala de aula. A mudança de concepções, constatada por Afonso (2005), na prática lectiva e fora dela, reafirma a tendência actual de não separar o estudo desses dois campos, que se alimentam mutuamente.

Tal tendência também é referida por Fernandes e Vale (1994), num estudo de caso de dois jovens professores que se desenvolveu em dois anos lectivos consecutivos. No primeiro, os alunos frequentaram um conjunto de disciplinas numa escola superior de educação, entre as quais uma referente à resolução de problemas. No segundo, iniciaram a prática lectiva. Durante o primeiro ano do estudo, os alunos demonstraram concepções semelhantes sobre a resolução de problemas, nomeadamente, concebiam que equivalia a ensinar Matemática, ensinar a raciocinar e resolver problemas. Além disso, afirmavam que a resolução de problemas integraria naturalmente o currículo. No segundo ano, no entanto, o seu comportamento mostrou-se radicalmente diferente. Enquanto uma jovem professora deu grande atenção à resolução de problemas na sua prática, um outro jovem professor deixou cair esta actividade que não mais integrou na sua prática lectiva. Os autores discutem os motivos que podem ter levado a esta evolução, referindo, por exemplo, o isolamento profissional e a falta de estímulo. Ambos os estudos de caso sublinham a importância do contexto no qual os professores estão inseridos, reafirmando a tendência actual, segundo a qual, não faz mais sentido estudar as concepções separadas das práticas nem das condições nas quais os professores desempenham o seu trabalho.

Ponte (1992) assinala que, se por um lado, encaramos de modo negativo o facto de os professores não integrarem as mudanças de concepções e práticas, nomeadamente na actualidade, isto é, um momento histórico no qual o ensino directo, é um modelo que não consegue dar conta de formar um aluno para exercer a sua cidadania de modo participativo. Por outro lado, segundo o autor, seria inconveniente mudar apenas por qualquer ideia ou modismo. Tal resistência, tem um lado positivo, uma vez que, se os professores aceitam estas modificações, depois de um difícil processo, tais ideias não serão trocadas com facilidade. Sugere ainda que, se a fase inicial da carreira docente, candidato a professor tiver o apoio de sistemas adequados, isso pode proporcionar mais continuidade e uma transição adequada da formação inicial para a formação contínua.

Tais sistemas podem assim evitar, como refere Santos (2004), que as representações de escola e do que significa ensinar Matemática, bastante resistentes no jovem professor e decorrentes de sua experiência enquanto aluno, venham à tona em momentos de dificuldade e, com isso, impeçam a utilização das novas aprendizagens realizadas na formação inicial.

Sintetizando, nas últimas décadas as concepções têm-se revelado como um domínio frutuoso nas investigações sobre a actividade docente. As concepções possuem natureza essencialmente cognitiva e influenciam o pensamento e a acção dos professores. São uma forma de encarar o mundo, de pensar e podem estar relacionadas a metáforas. Estruturam o sentido que damos às coisas, funcionando como um obstáculo a novas realidades ou a alguns problemas. Por outro lado, a formação inicial é um período propício para os candidatos a professor reflectirem sobre suas crenças e concepções. O conhecimento destas concepções dos professores permite o desenvolvimento de intervenções para alteração dessas concepções para que se coadunem com as actuais recomendações curriculares. A mudança das concepções dos professores nem sempre é fácil, embora essa possibilidade exista. As concepções manifestadas são declaradas pelo candidato a professor como sendo suas enquanto as concepções activas são observadas na sua prática. Existe uma forte relação entre as concepções activas e as práticas mas a relação entre as concepções manifestadas e as práticas pode ser mais forte ou mais fraca sendo que a formação teórica é relevante na mudança das concepções do candidato a professor.

As práticas lectivas do candidato a professor

Diversas pesquisas centradas na formação inicial de professores de Matemática (Jaworski & Gellert, 2003; Korthagen et al., 2001; Llinares & Krainer, 2006; Ponte & Chapman, 2008; Putnam & Borko, 2000) identificam diferentes modelos de prática lectiva, cada qual com diferentes vantagens e problemas. De acordo com Ponte (1992), o problema mais importante da formação inicial é a inexistência de uma prática lectiva diária, capaz de propiciar a elaboração de objectivos de intervenção prática ou, como refere Afonso (2005), os "momentos efectivos" de prática nos quais seja possível a realização de uma reflexão sistemática ou uma reflexão-na-acção ou ainda uma reflexão sobre a reflexão na acção (Schön, 1991).

Santos (2004) afirma que a conclusão da formação inicial não conclui a formação do professor, pelo contrário esta apenas se inicia oficialmente com ela. A autora apresenta, entre outros aspectos, a prática lectiva de candidatos a professores nas universidades e nas escolas superiores de educação portuguesas. Para isso, utiliza dados dos últimos relatórios de avaliação externa das instituições de ensino superior públicas portuguesas, publicados em 2001 e disponíveis na Internet. Tais relatórios abrangem as doze escolas superiores de educação e as oito universidades públicas que fazem a formação de professores em Portugal. Nestes relatórios de avaliação, a prática pedagógica, segundo a autora, apesar de fundamental na formação de professores, parece ter recebido menos comentários dos avaliadores externos, em relação a outros elementos do plano de estudos, tanto das universidades quanto das escolas superiores de educação. É possível identificar vários problemas recorrentes nesta área: (i) questões de tipo organizacional, que se agravam quando a prática pedagógica existe ao longo dos diferentes anos de formação; (ii) dificuldade em encontrar estabelecimentos de ensino; (iii) e inexistência de orientadores de estágio; e ainda (iv) reduzido acompanhamento por parte dos docentes da instituição formadora de ensino superior. Para a autora, em termos gerais, tanto as universidades como as escolas superiores de educação, recebem "uma visão global positiva" (p. 61).

Santos (2004) sublinha um problema encontrado apenas nas escolas superiores de educação, mas que, por sua generalidade emergente, é necessário referir. Tal problema refere-se ao facto da Variante Matemática e Ciências formar, simultaneamente, professores para o 1.º e o 2.º ciclo do ensino básico. Neste sentido, a bivalência deste curso foi apontada como um problema em todos os relatórios de avaliação. Faz-se necessário, para as escolas superiores de educação, de acordo com a autora, melhorar o equilíbrio entre a componente científica e educacional.

Fundamentada nos relatórios de avaliação externa referidos, a autora afirma que, no que tange aos modelos de formação inicial, as universidades apresentam diferentes situações: três delas apresentam modelo sequencial, primeiros anos disciplinas de domínio científico, de seguida vêm as disciplinas de educação e, no final o contacto directo com o terreno. As outras cinco seguem um modelo paulatinamente integrado, uma vez que vão introduzindo disciplinas do campo educacional no decorrer de seu plano de estudos, embora o contacto directo com o terreno surja, preferencialmente, no final da formação.

Nas escolas superiores de educação, a autora identifica o modelo integrado, no qual existem, em paralelo, disciplinas da componente científica e da componente educacional, algumas das quais propiciam contacto directo com o terreno. Os candidatos são inseridos paulatinamente na prática lectiva, desde o primeiro ano, no qual apenas assistem a aulas, até o 4.º ano, no qual existe o período mais longo de contacto com a realidade escolar.

Para Santos (2004) estas distintas opções parecem trazer implícitas, perspectivas também distintas no que tange ao modo como o conhecimento é gerado. Desse modo, um modelo sequencial traz implícita a ideia de que primeiro é adquirir o domínio da teoria para, de seguida, poder aplicá-la à prática. Trata-se, desse modo, do modelo da racionalidade técnica. Por outro lado, um modelo integrado traz implícita a ideia segundo a qual a prática enquanto contexto, gera teoria. Assim, a partir de uma reflexão sobre a prática, de uma reelaboração das experiências reflectidas naquele momento, ocorre uma integração na teoria previamente existente, gerando-se deste modo, nova teoria que pode ser novamente reflectida e assim sucessivamente. A autora sublinha, que podemos questionar se aplicação de um desses modelos, por si só, implica que a formação inicial se desenvolve numa dessas perspectivas. Na sua perspectiva, apenas a aplicação de um desses modelos, sem a tomada de certas medidas em paralelo, não garante os resultados pretendidos. Pelo seu lado, Guerreiro (2004) fazendo referência às expectativas e à prática lectiva dos candidatos a professores de uma escola superior de educação, afirma que “o objectivo de encontrar modelos de ensino para utilizarem posteriormente na actividade profissional, parece estar sempre presente na análise das práticas dos professores” (p. 222).

No que tange às expectativas, o autor refere que elas produzem um aumento de responsabilidade nas instituições de ensino de formação de professores, uma vez que, quando são dadas aos professores, oportunidades nos seus cursos de fazer Matemática que apresenta relevância e compreensão, estes vão praticar, na sala de aula, o que aprenderam nos cursos. Quanto à prática lectiva, para o autor, o sentido crítico na busca de um modelo de ensino, parece gerar uma atitude ambígua em relação à abordagem de novos conteúdos, pois nesta abordagem, parece existir uma preocupação mais construtivista e na consolidação das aprendizagens, no entanto, utilizam modelos de ensino considerados tradicionais, isto é, relativos ao ensino directo. Nesta abordagem de novos conteúdos, o autor refere que os candidatos a professores utilizam quadro, acetatos, materiais didácticos, jogos e realizavam trabalhos em grupo, resolução de problemas, actividades investigativas e, essencialmente, outras actividades que relacionam a Matemática com o nosso quotidiano e, na consolidação das aprendizagens, utilizam sínteses com actividades práticas e, sempre que possível, com jogos e situações problemáticas, fichas de trabalho, trabalhadas em grupo e individualmente, e correcção do TPC. Os candidatos a professor parecem bastante empenhados, segundo o autor, em utilizar metodologias construtivistas, mas não possuem conhecimentos suficientes nem experiência para desenvolver essa metodologia de modo coerente e sistemático.

Ferreira e Presmeg (2004) no seu estudo com dois candidatos a professores de Matemática analisam as relações destes com o professor cooperante e o supervisor da universidade. Um dos candidatos mostrou-se decepcionado com o apoio de seu professor cooperante e as concepções do supervisor da universidade eram divergentes das dele. Diante dessas dificuldades, com esses professores, que têm um papel importante neste momento de sua formação, as autoras sublinham que o apoio da pesquisadora foi relevante. Na primeira fase da recolha de dados, a sua prática lectiva era centrada no professor. No entanto, após conversar com a pesquisadora, mudou esta prática, começando a promover a interacção neste ambiente, através de seu ouvir, responder e redireccionar as suas perguntas para a classe. O outro candidato a professor, por sua vez, nas suas relações com seu professor cooperante, estava satisfeito. No entanto, o mesmo não ocorreu com seu supervisor da universidade, que considerava passivo. Diante das características do candidato, que demonstrava satisfação com o modelo de ensino directo, a sua relação com a pesquisadora não foi muito produtiva. Contrariamente ao que ocorreu com o seu colega, ele reflectiu superficialmente sobre sua prática, nunca pediu à pesquisadora para fazer comentários ou sugerir melhorias nesta prática nem se mostrou interessado em reflectir sobre o ensino na sala de aula.

Brendefur e Frykholm (2000) também referem as relações dos candidatos a professor de sua pesquisa com os professores cooperantes e com os supervisores da universidade. Tratava-se de uma candidata e de um candidato a professor. A candidata apresentou uma prática de comunicação reflexiva. Os autores afirmam que havia uma divergência entre as perspectivas da professora cooperante e do supervisor da universidade. Segundo os autores, a relação da candidata a professora, com o supervisor da universidade foi importante, uma vez que a professora cooperante não valorizava este modo de comunicação. Os autores sublinham o facto da candidata a professora manter sua prática lectiva, divergindo das concepções da professora cooperante, se tivermos em conta que a literatura de pesquisa mostra a forte influência que os professores cooperantes exercem sobre os candidatos a professor (Zeichner & Gore, 1990). O candidato a professor, segundo Brendefur e Frykholm (2000), apresentou concepções e práticas contrastantes com as da candidata. No que tange às suas relações com o supervisor da universidade e a professora cooperante, mostram detalhes das actividades usadas pelo supervisor da universidade, a fim de envolver o candidato a professor em interacções com os alunos e entre os alunos, afastando-se do modelo unidireccional de comunicação identificado no ensino directo. No entanto, a concepção do candidato sobre a comunicação unidireccional, manteve-se com mais força do que a proposta pelo supervisor da universidade. Quanto à relação do candidato a professor com a professora cooperante, os autores apenas referem brevemente que sua concepção favorável à comunicação unidireccional foi corroborada por ela, apesar da interferência do supervisor da universidade.

Quanto às relações com os professores da escola, Souza e Fernandes (2004) referem esta relação numa pesquisa com cinco candidatos a professor de Matemática do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário, numa universidade no período do estágio. Os seus orientadores de escola referem que este momento da formação inicial é influenciado de modo negativo pelo afastamento deles em relação à escola, durante os quatro primeiros anos do curso. Os autores sublinham que os supervisores da universidade assinalam que a ausência de contactos com a escola durante os quatro anos de formação académica conduz ao desconhecimento da realidade escolar. Por outro lado, segundo os autores, um dos orientadores referiu que o contacto entre a escola e a universidade pode ser realizado através de meios audiovisuais e um outro orientador, por sua vez, defendeu que este contacto se desenvolva de modo paulatino, a fim de evitar o grande “choque da realidade” provocado por um contacto tardio.

Para Souza e Fernandes (2004), o contacto com a sala de aula, durante os primeiros anos do curso, como foi defendido pelos estagiários e supervisores da universidade, pode ser encarado como uma excelente oportunidade para desenvolver uma articulação entre teoria e prática. A ausência deste contacto, segundo os autores, não contribui para a confirmação da vocação dos candidatos para a docência. Nesta pesquisa, embora todos os candidatos tenham optado pela Licenciatura em Ensino da Matemática por gosto e por estarem de facto propensos a ser professores, havia uma candidata a professora que, a partir do 3.º ano do curso, começou a questionar sua vocação para o magistério e o seu gosto pela docência. No ano do estágio, como relatou a candidata aos autores, tal situação agravou-se, embora tanto o orientador da escola como a supervisora da universidade não perceberam a diferença entre a realidade escolar e as expectativas da candidata em relação a esta realidade. De acordo com os autores, ninguém imaginava que esta situação existia, uma vez que se tratava de uma candidata a professora empenhada, esforçada e com bons resultados nas suas práticas.

A relação com os professores da escola, como referi acima, aparece para Souza e Fernandes (2004) como mais um problema do período de estágio. Segundo um dos candidatos, a supervisão de escola não existiu. Por outro lado, a que existiu não correspondeu às suas expectativas, o que o desanimou e o fez lamentar não ter aprendido mais no estágio. Outra candidata a professora também relatou que o orientador de estágio apenas avaliou, isto é, não proporcionou actividades diversificadas, durante o estágio, que permitissem que ela desenvolvesse uma aprendizagem significativa. Segundo os autores, o estilo de supervisão do orientador de estágio, relatado pelos candidatos a professores, transmitia-lhes a ideia de que, na escola, o trabalho do estagiário era irrelevante e que este é encarado como um profissional de segunda categoria. Tal situação levou, de acordo com os autores, a que os candidatos a professor tivessem sentido algum preconceito da parte dos professores de Matemática e também dos restantes professores da escola. Por outro lado, os autores referem que, para a supervisora da universidade, os orientadores da escola devem ter uma formação específica e um conhecimento que abranja áreas concebidas pelos candidatos a professor como problemáticas e preocupantes.

No que refere ao professor das disciplinas teóricas, esta relação pode ou não contribuir para a aprendizagem do candidato a professor. Os estudos mostram que, embora utilizando uma abordagem inovadora, o professor pode, numa disciplina, controlar a acção do candidato a professor, impedindo ou limitando avanços. Por outro lado, o professor pode também estar ministrando uma disciplina, cujo conteúdo não é consoante com os problemas reais da sala de aula, não motivando o candidato a professor na sua aprendizagem. Ryve (2007), num curso de resolução de problemas, ministrado para candidatos a professores, numa universidade sueca, aponta para uma predominância do discurso orientado subjectivamente. Neste curso, segundo o autor, o professor formador controlou o surgimento das discussões e aos candidatos a professores foi dada pouca possibilidade de escolha para o foco das apresentações.

Diante das lacunas apontadas pelos candidatos a professor no modelo de formação integrante da pesquisa de Souza e Fernandes (2004), os autores afirmam que a questão do interesse e aplicação na prática dos assuntos abordados nas disciplinas académicas precisa ser revisto, para que os professores, não apenas os candidatos a professor, não as vejam em termos utilitários, como panaceias para os problemas que enfrentam em suas realidades, mas como algo que necessita ser contextualizado ou transformado, diante desta realidade.

Dos dois modelos de estágio apresentados e problematizados acima, o modelo que integra teoria e prática, desde que evite a bivalência Matemática/Ciências, para o 1.º e 2.º ciclos, encontrado nas ESE, parece mais auspicioso para a aprendizagem do candidato a professor de Matemática, do que o modelo que separa a teoria da prática, encontrado em algumas das universidades. Apesar de considerar que não é apenas o modelo da formação inicial que vai influenciar a prática lectiva do candidato a professor, quando este passar a ser professor, este modelo integrador, evita dois problemas: o impacto do choque da realidade e a permanência de alunos sem vocação para o magistério. Além disso, ao trazer implícita a concepção que a prática não deve ser dissociada da teoria e é fonte de novos conhecimentos, vai de encontro às propostas inovadoras de formação inicial de professores.

Sintetizando, as pesquisas centradas na formação inicial identificam diferentes modelos de prática lectiva, cada um dos quais com as suas vantagens e problemas. O principal problema da formação inicial é a ausência de uma prática lectiva diária, que propicie a formulação de objectivos de intervenção prática imediata ou momentos efectivos de prática que permita aos formandos fazer uma reflexão sobre a sua acção. A formação inicial não conclui a formação do professor, mas esta se inicia formalmente com ela. Em Portugal, a formação inicial é feita nas universidades e nas escolas superiores de educação. As universidades apresentam diferentes situações, desde o modelo sequencial ao modelo progressivamente integrado. Nas escolas superiores de educação, as disciplinas da componente científica e da componente educacional são cursadas em paralelo sendo os candidatos inseridos, paulatinamente, na prática lectiva. Subjacente a estes modelos parecem estar diferentes perspectivas sobre o modo como o conhecimento é gerado. Um modelo sequencial traz implícito o paradigma da racionalidade técnica. Um modelo integrado traz implícita a ideia de que a prática é fonte de nova teoria. No entanto, apenas a aplicação de um desses modelos sem o acompanhamento de certas medidas não garante os resultados esperados. Na prática lectiva não sistemática dos candidatos a professores, desenvolvida no estágio, eles se relacionam com diferentes formadores, incluindo o professor da universidade que supervisiona o estágio na escola, o professor da escola com o qual ele trabalha no período do estágio e os professores das disciplinas teóricas e que podem propiciar ou não o desenvolvimento de inovações a nível das concepções e práticas do candidato a professor.

2.4. O Conhecimento Didáctico de Matemática

O professor de Matemática é fundamental no processo de ensino-aprendizagem. No entanto, por muitos anos ele foi visto sobretudo como um elemento do sistema a ser modelado e condicionado por outros (Ponte, 1994b). No entanto, o professor hoje é encarado como um elemento-chave. Por exemplo, para Ponte (1994) sem a sua participação activa torna-se impossível imaginar alguma transformação relevante no sistema educativo, cujos problemas se agravam continuamente. Para este autor, todos parecem estar de acordo que o professor deve ser convocado para o papel de protagonista, não sendo possível modificar escola sem a sua participação.

Diante das actuais demandas sobre o professor, a investigação tem enfatizado o conhecimento que ele precisa para ensinar. Para um desempenho profissional satisfatório, exige-se-lhe, além do conhecimento dos conteúdos matemáticos, conhecimento didáctico, do currículo e dos alunos e dos seus processos de aprendizagem (Shulman, 2004; Ponte, 1999a). No que se refere ao conhecimento didáctico do professor, o problema deste estudo procura analisar a comunicação nas aulas de Matemática em relação com outros aspectos deste conhecimento. Para isto, é importante discutir em que consiste este conhecimento e qual a sua natureza e os aspectos que o constituem.

O conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo

Actualmente, novos desafios e solicitações são apresentados aos professores, no período da formação inicial. Diante de tais desafios, a aprendizagem, neste período, não se pode restringir ao conteúdo matemático (Ponte, 1999; Ponte & Chapman, 2008; Shulman, 2004). Em particular, é necessário que o candidato a professor adquira um conhecimento que lhe permita ensinar de acordo com os actuais objectivos curriculares da disciplina de Matemática (Albuquerque et al., 2006). Ma (1999), por outro lado, argumenta que, para ter um desempenho profissional efectivo, o professor precisa de compreender profundamente a Matemática fundamental, o que ultrapassa a capacidade para fazer cálculos correctamente. Esta autora defende que um professor com conhecimento matemático para ensinar conecta conceitos e procedimentos matemáticos, mostra diferentes perspectivas sobre uma ideia ou um problema matemático, conhece profundamente os princípios básicos da Matemática e tem um conhecimento curricular profundo da Matemática elementar.

Shulman (1986), tal como os autores referidos, valoriza o conhecimento para ensinar, considerando-o como aquele que caracteriza a actividade docente. No entanto, opõe-se à tendência predominante nos anos 80, na formação de professores, que dava muita ênfase ao conhecimento pedagógico geral. Este autor sublinha a importância do professor ter um amplo e profundo conhecimento do conteúdo a ensinar, nomeadamente, os modos de o tornar compreensível para os alunos. Na sua perspectiva, é esta capacidade de tornar compreensível o conteúdo ensinado que caracteriza a profissão docente – nas suas palavras, "aqueles que compreendem ensinam" (p. 212). O autor organiza o conhecimento específico para ensinar em conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos, conhecimento dos contextos educacionais e conhecimento das metas, finalidades e valores da educação. Entre estes conhecimentos, sublinha o conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knoweledge*-PCK), considerando-o essencial para o ensino. Procurando aprofundar a noção de formação compreensiva, Fiorentini et al. (1998) sublinham a importância da compreensão lógica, epistemológica, semiótica e histórica da matéria. Consideram que esta compreensão é fundamental para que o professor tenha autonomia intelectual e produza seu currículo tornando-se, desse modo, mediador entre o conhecimento historicamente produzido e o conhecimento escolar, reelaborado e socioculturalmente relevante, que será depois construído e apropriado pelos alunos.

Ponte e Chapman (2008) analisam estudos referentes ao PCK, estudos baseados na Psicologia cognitiva e outros estudos relacionados com o conhecimento profissional do professor. Indicam que estudos recentes que envolvem o PCK esforçam-se para estabelecer uma perspectiva crítica e complementar esta noção com outras noções teóricas. Um destes estudos é o de Ball et al. (2008), para quem o apelo à noção de PCK é uma ponte entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino. No entanto, como sublinham, passadas duas décadas de trabalho, tal ponte ainda não foi adequadamente compreendida e desenvolvida. Diante desta situação, defendem a ideia que é necessário testar empiricamente as ideias de Shulman. Para os autores, sem este teste empírico, as ideias mantêm-se como estavam há 20 anos atrás, isto é, “hipóteses promissoras baseadas em argumentos lógicos e *ad hoc* sobre o conteúdo que se acredita ser necessário para os professores” (p. 390).

Ball et al. (2008) desenvolveram uma abordagem empírica para compreender o conhecimento do conteúdo necessário para o ensino. Identificam dois subdomínios detectáveis empiricamente do conhecimento pedagógico do ensino. Além disso, sugerem a existência de domínio do conhecimento do conteúdo para o ensino que não está contido no PCK, mas que consideram fundamental ao ensino efectivo – o *conhecimento especializado do conteúdo.* Para os autores, o professor precisa saber mais Matemática e uma “Matemática diferente” e não menos. Dão o exemplo de uma subtracção resolvida correctamente e, depois, erroneamente e referem que, para o professor ensinar de modo satisfatório, isto é, de modo a contribuir para uma aprendizagem significativa dos alunos, é necessário que saiba realizar o procedimento de resolução desta operação correctamente. No entanto, apenas isto não é suficiente para o ensinar. O professor precisa saber identificar o erro e, além disso, ser hábil na avaliação da sua origem:

> Os professores precisam ser hábeis para apresentar este tipo de análise de erro eficiente e fluentemente. A análise de erros é uma prática comum entre os matemáticos no curso de seu próprio trabalho; a tarefa no ensino difere apenas no que ela focaliza sobre os erros produzidos pelos alunos (p. 397).

Além de interpretar os erros dos alunos e avaliar algoritmos alternativos, para Ball et al. (2008), ao ensinar, o professor também explica procedimentos:

> Os professores devem conhecer razões para procedimentos, os significados para termos, e as explicações para conceitos. Os professores precisam de efectivar modos de representar o significado do algoritmo da subtracção – não só para confirmar a resposta, mas para mostrar o que os passos do procedimento significam e por que fazem sentido. (p. 398)

Ball et al. (2008) afirmam que o seu interesse não é sobre o que os professores devem ensinar aos alunos, mas sobre o que eles devem conhecer e ser capazes de fazer para realizar esse ensino. Para os autores, os professores podem explicar o algoritmo da subtracção utilizando o dinheiro como um modelo, isto é, o dinheiro pode ser útil na contextualização da operação de subtracção e propiciar a compreensão dos alunos.

Afirmam que várias das tarefas do ensino requerem conhecimento matemático que não está agregado ao conhecimento dos alunos ou do ensino. Por exemplo, no momento em que decide se um método ou procedimento pode ser generalizado, é necessário conhecimento e capacidade matemática e não conhecimento dos alunos ou do ensino. Na sua perspectiva, esta é uma forma de resolução de problemas matemáticos utilizada no trabalho docente.

Na análise de Ball et al. (2008) sobre o trabalho matemático no ensino da disciplina, a natureza deste conhecimento e capacidade matemática é de diferentes tipos. Assim, consideram que as oportunidades de aprendizagem matemática para ensinar dos professores poderiam ter uma melhor exploração se estes tipos de conhecimento fossem claramente identificados. Desse modo, se o conhecimento matemático para o ensino é multidimensional, então a formação profissional poderia ser organizada para contribuir que os professores aprendessem o alcance do conhecimento e capacidades necessárias. Fundamentados na análise das exigências matemáticas para o ensino, levantam a hipótese de subdividir o conhecimento do conteúdo de Shulman em *Conhecimento Comum do Conteúdo* (CCK) e *Conhecimento Especializado do Conteúdo* (SCK) e de subdividir o seu conhecimento pedagógico do conteúdo em *conhecimento do conteúdo e alunos e conhecimento do conteúdo e ensino.* Nesta análise, os autores procuram identificar o conhecimento matemático exigido pelo trabalho docente, definindo o conhecimento matemático que estudaram como conhecimento "requerido pelo ensino", isto é, o conhecimento matemático requerido para apresentar as tarefas do ensino da Matemática. No entanto, assinalam, a fim de coibir uma perspectiva reducionista e utilitarista, procuram uma concepção "generosa" de "necessidade" que inclui hábitos de pensamento e apreciação do assunto para ensinar efectivamente a Matemática.

No primeiro domínio indicado Ball et al. (2008), o *Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK),* o aluno apenas calcula uma resposta ou resolve problemas correctamente. Trata-se do conhecimento e capacidades matemáticas utilizadas noutros contextos além do ensino. Segundo os autores, "comum", porém, não significa que qualquer pessoa possui este conhecimento, significa apenas que este conhecimento é utilizado em diversos contextos, isto é, não é exclusivo do ensino.

O segundo domínio de Ball et al. (2008), *Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK),* inclui conhecimentos e capacidades próprias para ensinar. Tal conhecimento, para os autores, não existe noutras actividades distintas da docência. Por exemplo, ao verificar padrões nos erros dos alunos ou se uma certa resolução pode ser generalizada, os professores fazem um tipo de trabalho matemático que outros profissionais não efectuam. Tal trabalho, sublinham, envolve um tipo de "descompressão" da Matemática que não é necessário (possivelmente nem desejável) noutros contextos profissionais. No entanto, no ensino, segundo argumentam, é preciso utilizar um conhecimento matemático "descomprimido" que pode ser ensinado directamente aos alunos, no momento em que desenvolvem a sua compreensão. Como assinalam, o objectivo é desenvolver fluência com o conhecimento matemático comprimido dos alunos. No fim, estes devem ter capacidade de usar ideias e procedimentos matemáticos sofisticados. No entanto, os professores devem manter a Matemática descomprimida, uma vez que o ensino requer que se clarifiquem as características particulares do conteúdo, de modo a que os alunos aprendam. Por exemplo, referem, o ensino sobre o valor de posição no sistema de numeração decimal, requer uma compreensão do valor de posição que não é a compreensão tácita da maioria das pessoas mas vai além dela. Os professores, no entanto, devem possuir capacidade para conversar explicitamente sobre como usar a linguagem matemática, escolher, fazer e usar efectivamente representações matemáticas e saber explicar e justificar uma ideia.

O terceiro domínio de Ball et al. (2008) é o *Conhecimento do Conteúdo e Alunos (KCS),* no qual estão combinados conhecimento sobre alunos e conhecimento sobre Matemática. Para os autores, professores devem ser hábeis para antecipar o que os alunos podem estar pensando e o que consideraram confuso. Finalmente, um último domínio, *Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT)* combina conhecimento sobre ensino e conhecimento sobre Matemática. Os autores afirmam que um exemplo de KCT é conhecer diferentes modelos utilizáveis no ensino do valor de posição, conhecer o que cada um pode revelar sobre o algoritmo da subtracção e conhecer como explicitá-lo.

Ball et al. (2008) afirmam que este trabalho pode ser compreendido como elaborado sobre, mas não substituindo, o constructo de PCK. Afirmam que encaram o seu trabalho como desenvolvendo, em mais detalhe, os fundamentos do *conhecimento do conteúdo para o ensino* através do estabelecimento de uma conceitualização de prática baseada na elaboração de subdomínios e através da medida e validação destes subdomínios. Trata-se de um conhecimento matemático para o ensino que não está ligado ao conhecimento de pedagogia, alunos, currículo ou outros domínios não relativos ao conteúdo. Segundo os autores, para os professores exercerem tarefas específicas do ensino, tais como as da Figura 3, é necessário este conhecimento. Tais tarefas requerem que o professor saiba como o conhecimento é gerado e estruturado na disciplina e o impacto deste conhecimento no ensino.

Tarefas Matemáticas do Ensino
Apresentar ideias matemáticas
Responder aos alunos o "porque" das questões
Encontrar um exemplo para fazer um ponto matemático específico
Reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular
Ligar representações a ideias subjacentes e outras representações
Conectar um tópico sendo ensinado a tópicos de anos anteriores ou anos futuros
Explicar objectivos matemáticos e finalidades aos pais
Avaliar e adaptar o conteúdo matemático de manuais
Modificar tarefas para torná-las mais fáceis ou mais difíceis
Avaliar a plausibilidade das reivindicações dos alunos (frequentemente rapidamente)
Dar ou avaliar explicações matemáticas
Escolher e desenvolver definições usuais
Usar notação e linguagem matemática e criticar seu uso
Perguntar questões matemáticas produtivas
Seleccionar representações para finalidades particulares
Inspeccionar equivalências

Figura 2 – Ball et al. (2008) (p. 400)

Para representar as suas hipóteses, Ball et al. (2008) propõem um diagrama (Figura3), que constitui um refinamento das categorias de Shulman.

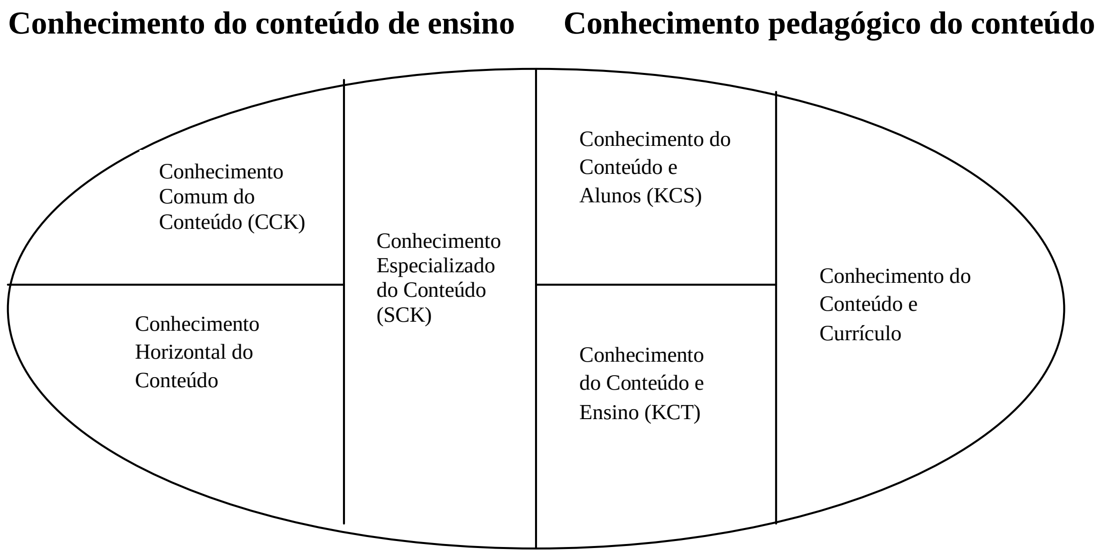


Figura 3 – Ball et al. (2008) (p.403)

A Figura 4 mostra a correspondência entre o mapa dos subdomínios do conhecimento de Ball et al. (2008) e as duas categorias iniciais de Shulman (1986). Os autores colocaram provisoriamente o conhecimento curricular de Shulman dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo. Na sua perspectiva, isto é consistente com publicações posteriores de membros do grupo de pesquisa de Shulman. Afirmam ainda que o mais importante, não é a correcção das categorias propostas e que estas continuarão a necessitar de refinamento e de revisão.

Segundo Ponte e Chapman (2006), apesar de o trabalho de Shulman ter contribuído para a valorização da actividade docente, sublinhando aquilo que lhe é específico, ele próprio tornou-se crítico de seu conceito de PCK, indicando, nomeadamente, que lhe falta uma orientação para a acção e integração na prática. Ponte (1999a) e Azcárate (1999) sublinham que o conhecimento para o professor realizar a tarefa de ensinar é composto por outros elementos, além do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico. Este conhecimento, às vezes, também é denominado conhecimento didáctico de Matemática.

Os aspectos do conhecimento didáctico de Matemática

Ponte (1999a) refere que o conhecimento didáctico de Matemática é orientado para a acção e está presente em quatro grandes domínios: (i) O conhecimento dos conteúdos de ensino, inserindo-se as suas relações internas e com outras disciplinas, suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação; (ii) O conhecimento do currículo, inserindo os objectivos e as suas articulações vertical e horizontal; (iii) O conhecimento do aluno, do modo como ele aprende, dos seus interesses, das suas dificuldades e necessidades mais frequentes, bem como dos aspectos culturais e sociais que podem ter influência no seu desempenho escolar; e (iv) O conhecimento do processo instrucional, na preparação, na condução e na avaliação da prática de ensino. Este conhecimento, segundo o autor, não está isolado mas relaciona-se de modo muito próximo com diversos aspectos do conhecimento pessoal e informal do professor na vida quotidiana, como o conhecimento do contexto, da escola, da comunidade, da sociedade e o autoconhecimento do professor. O facto de estes domínios estarem interligados na prática do professor distingue o conhecimento didáctico do *pedagogical contente knowledge* (PCK) de Shulman (1986).

No primeiro dos domínios do conhecimento didáctico de Matemática referido por Ponte (1999a), o conhecimento matemático precisa ser encarado e trabalhado pelo professor de modo relacional considerando suas relações internas e suas relações com outras disciplinas. Douady (1986) apresenta uma ideia semelhante quando refere que, nas relações internas do conhecimento matemático, o professor pode abordá-lo em diferentes quadros. Para a autora, durante a resolução de um problema, o aluno pode mobilizar um conjunto de objectos e relações, presentes nesses quadros. Douady (1991) denomina esse conjunto de objectos e relações de *janela conceitual*. As questões que surgem durante o estudo e durante os caminhos e procedimentos podem levar a mudar a janela o que sugere uma complementaridade entre as noções dinâmicas de janela conceitual e jogo de quadros. Ao explorar a noção de jogo de quadros, o professor pode estar dando oportunidade de o aluno vir a efectivar a aprendizagem significativa, durante a resolução de problemas. Dessa forma, o aluno estaria adquirindo conhecimento matemático em uma actividade onde não poderíamos mais identificar um contrato didáctico usual, ou seja, aquele identificado e uma aula desenvolvida no paradigma do ensino directo.

Outros aspectos referentes às relações internas do conhecimento matemático são sublinhados por Ponte et al. (1998), que apresenta cinco aspectos deste conhecimento: os conceitos e a terminologia, as relações entre os conceitos, os processos de pensamento matemático, a forma de validação e a articulação entre as competências básicas e os processos de raciocínio mais avançados. Os conceitos e a terminologia, segundo os autores, são os aspectos fundamentais do conhecimento matemático. Desse modo, o seu domínio é fundamental para a implantação de pospostas que visam uma aprendizagem significativa dos alunos. As relações entre os conceitos são um outro aspecto fundamental do conhecimento matemático. Na realização de uma tarefa, de acordo com os autores, o professor espera que os alunos descubram as relações que o professor sabe, antecipadamente, poder serem encontradas na situação proposta. Os processos de pensamento matemático referem-se à procura de respostas, mas para isso, como sublinham os autores, é preciso começar por ter boas questões. Além disso, faz-se necessário que os alunos sintam que colocar novas questões é parte integrante de seu papel, isto é, esta é uma regra de contrato didáctico presente nas interacções de uma aula. A forma de validação de resultados refere-se a um aspecto básico na Matemática, a demonstração. No entanto, para os autores, na actividade matemática também são utilizados formas mais informais de validação e de argumentação. Finalmente, a articulação entre as competências básicas e os processos de raciocínio mais avançados, no conhecimento matemático, trata-se, de acordo com os autores, de um aspecto que caracteriza-se por ser especialmente problemático. Na implementação de uma tarefa, alguns professores poderão estar mais preocupados em desenvolver a aquisição de competências básicas, enquanto outros terão como meta o desenvolvimento de competências mais avançadas. Nas relações com outras disciplinas, o professor pode trabalhar a Matemática na perspectiva da interdisciplinaridade, esta perspectiva pode ser explorada nos trabalhos de projecto.

Ao trabalhar o conhecimento matemático nesta perspectiva, o professor precisa de ir além do conteúdo que pretende ensinar, como refere Shulman (1986). Para este autor, ao pensar sobre um conteúdo de ensino é preciso que o professor extrapole o conhecimento factos e conceitos deste conteúdo. Sobre esta expansão nas relações do conhecimento matemático, o que faz este conhecimento tangenciar outros aspectos do trabalho docente, o autor assinala a necessidade de o professor ser capaz de explicar a validade de uma proposição, bem como sua relação com outras proposições na teoria e na prática.

Para Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo caracteriza-se por ser, ao mesmo tempo, substantivo e sintáctico. Este conhecimento caracteriza-se como substantivo pois pode incluir conhecimento de factos, da matéria e dos modos como ela está organizada. É sintáctico, porque este conhecimento caracteriza-se como aquele que refere-se à investigação naquela matéria, ao modo como um novo conhecimento é introduzido e aceito na comunidade. Neste conhecimento, segundo o autor, estão incluídos o conhecimento sobre provas e regras de estruturas. Por exemplo, assinala, na "representação de conceitos" faz-se necessário perguntar como a noção de "conceito" é percebida e o que é uma "representação" do significado de um conceito. Na sua perspectiva, para desempenhar a sua profissão de modo satisfatório, o professor deve compreender o quê e por quê.

O conhecimento do currículo é outro conhecimento necessário ao exercício da docência. Segundo Sacristán (2000) o currículo é o contexto da prática e, simultaneamente, é contextualizado por ela. Neste sentido, afirma ser o currículo uma "confluência de práticas" (p.101), uma vez que se trata dum objecto que se constrói num processo no qual se configura, implanta, concretiza e expressa determinadas práticas lectivas e sua avaliação, como resultado de diversas intervenções. De acordo com o autor, o valor real do currículo, para os alunos que aprendem os seus conteúdos, vai depender dos processos de transformação, pelos quais passa. Na Figura 5 o autor propõe um modelo de interpretação do currículo. Este modelo é perspectivado como algo construído no cruzamento de influências e campos de actividade distintos e inter-relacionados. Trata-se de níveis ou fases na objectivação do significado do currículo.

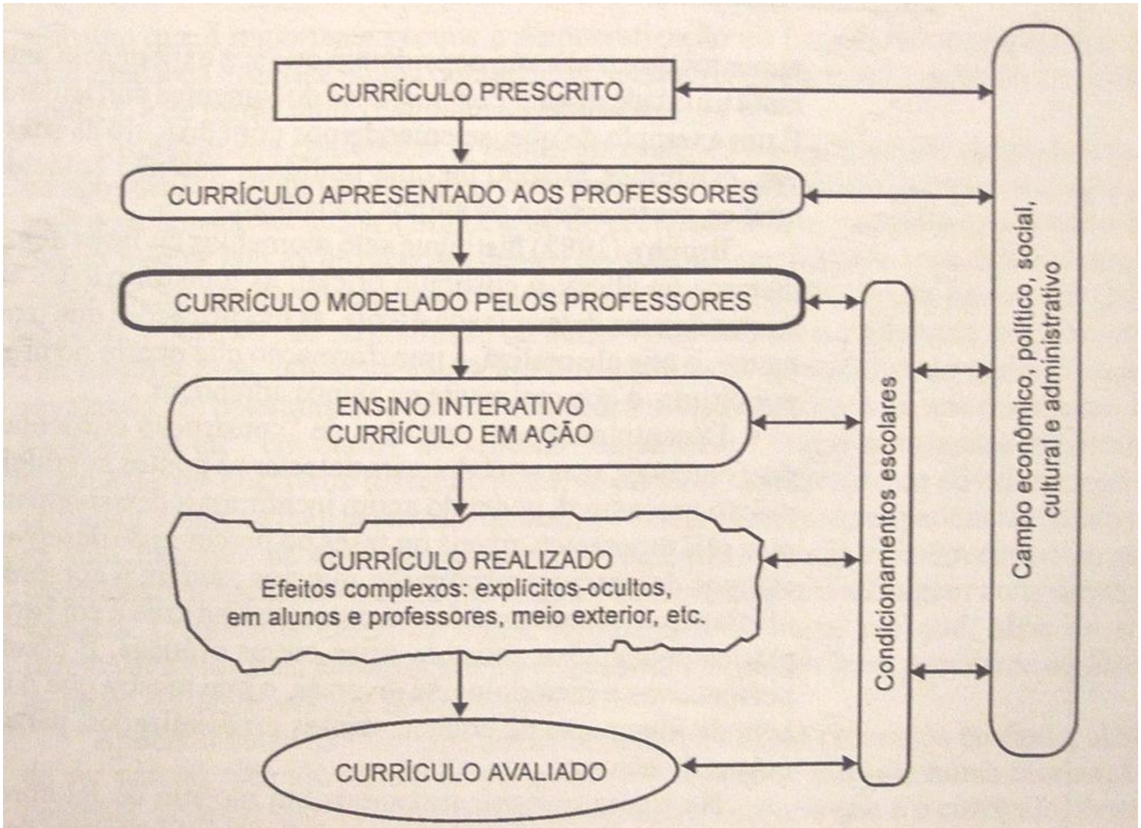


Figura 4 – A objectivação do currículo no processo de seu desenvolvimento (Sacristán, 2000, p.105)

Nestes níveis e fases, o professor tem um papel relevante, uma vez que é ele o decisor mais importante no desenvolvimento curricular, aquele que põe em acção o currículo, do terceiro ao sexto nível de decisão curricular, representado na figura. É nestes níveis que se desenvolve a gestão curricular, na qual o professor realiza uma (re) construção do currículo, considerando os seus alunos e as suas condições de trabalho. Shulman (1986) também sublinha o conhecimento do currículo, como importante para o exercício da docência. Para este autor, tal conhecimento refere-se ao que o professor conhece dos programas da sua disciplina, dos diversos materiais que podem ser utilizados no seu ensino, bem como das possibilidades e limites da utilização destes programas e materiais na sala de aula. Sublinha duas dimensões do conhecimento do currículo que considera relevantes para o ensino: (i) O conhecimento horizontal, que relaciona os conteúdos de uma disciplina com o que é aprendido pelos alunos em outras disciplinas; e o (ii) O conhecimento vertical, que envolve a intimidade com os assuntos de uma mesma área e que são utilizados no seu ensino.

O conhecimento dos alunos e do processo de aprendizagem é o terceiro domínio do conhecimento didáctico. Este domínio refere-se aos modos como os alunos aprendem, encarados como pessoas inseridas, não apenas no contexto escolar, mas num contexto social e cultural. Segundo Ponte et al. (1998), os processos de aprendizagem envolvem a relação entre a acção e a reflexão, o papel das interacções, o papel das concepções dos alunos, o papel dos conhecimentos prévios, as estratégias de raciocínio e as perspectivas sobre as capacidades dos alunos. Na relação entre acção e reflexão, os autores referem que a aprendizagem não se efectiva apenas pelo facto de o aluno estar "activo" na sala de aula. Neste sentido, faz-se necessário pensar sobre as acções realizadas. O professor precisa de estar, por isso, atento à relação entre acção e reflexão.

Em relação ao papel das interacções, Ponte et al. (1998) sublinham que, a interacção professor-aluno tende a ser fortemente privilegiada no processo de ensino-aprendizagem. Neste sentido, a interacção entre os alunos ou é quase inexistente ou é pouco valorizada pelo professor. O diálogo na sala de aula é, na maior parte das vezes, conduzido totalmente pelo professor. Por outro lado, de acordo como o NCTM (1994), se o professor almeja alterar estas interacções, propiciando a criação de um outro ambiente de aprendizagem, é essencial mudar o discurso na sala de aula. Neste sentido, faz-se necessário valorizar a interacção dos alunos uns com os outros e com o professor, uma vez que estas interacções são essenciais no processo de aprendizagem, fomentam a actividade criativa dos alunos e levam-nos a novas formas de compreensão das ideias matemáticas, e são um excelente indicador de um bom ambiente de aprendizagem. A orientação do modo de interacção é um dos principais recursos do professor para a condução da aula. Além disso, a própria actuação do professor melhora no momento em que ele interage com os alunos. As interacções dos alunos uns com os outros, têm sempre um papel relevante na dinâmica da aula, até quando o professor não lhes dá uma atenção específica (Ponte et al., 1998).

Nas interacções verbais do professor com os alunos, podem emergir erros nas suas respostas orais. Segundo Bishop e Goffree (1986) os erros indicam o significado que os conceitos matemáticos têm para os alunos e precisam ser considerados como tal, ao invés de noções incorrectas que devem ser descartadas. O conhecimento dos alunos também pode referir-se ao conhecimento que o professor possui das suas concepções prévias dos alunos que, segundo Ponte et al. (1998), são condicionantes de sua aprendizagem. As concepções têm muita importância, porque têm influência sob a forma como os alunos pensam, abordam e resolvem as tarefas, estudam e participam das aulas. Para a atribuição de sentido aos novos conceitos estudados, o professor pode considerar os conceitos que o aluno já adquiriu no seu quotidiano e leva consigo para a sala de aula. Estes conceitos são, na terminologia de Vygotsky (1993), os conceitos espontâneos, ou prévios, ou quotidianos, não-sistemáticos. Na sua perspectiva, estes conceitos vão interagir intensamente com os conceitos científicos, sistematizados, teóricos e transmitidos pela escola. Estes conceitos não são assimilados pelo aluno prontos e acabados, mas ele reelabora-os, tomando os conceitos espontâneos como "critérios de validade". Ponte et al. (1998) sublinham que a qualidade destes conhecimentos prévios tem grande influência na aprendizagem. Por isso, podem ser explorados pelo professor, para que o aluno atribua sentido ao conhecimento matemático. Para os autores, o conhecimento das estratégias de raciocínio dos alunos é um outro aspecto do conhecimento dos processos de aprendizagem. Tais estratégias, como sublinham os autores, não são lineares e apoiam-se, principalmente, nos seus conhecimentos e experiências prévias. Por fim, o último aspecto dos processos de aprendizagem, de acordo com Ponte et al. (1998), refere-se às perspectivas em relação às capacidades dos alunos, ou seja, ao modo como o professor encara as capacidades dos alunos e que, segundo Brousseau (1986), podem ser interpretadas em termos de paradoxos e efeitos de contrato didáctico.

O quarto domínio do conhecimento didáctico, para o autor, o conhecimento do processo instrucional, refere-se ao conhecimento que o professor usa na prática lectiva, antes e durante a aula, nas fases de planificação e realização, respectivamente, e depois, na avaliação, a terceira fase deste processo. A planificação ou planejamento é um tema sobre o qual, segundo Sacristán (2000), nos últimos anos, tem-se dado atenção tendo em conta uma perspectiva qualitativa e cognitiva na análise de práticas reais e processos seguidos pelos professores. Neste sentido, realiza-se uma análise do pensamento e do processo de tomada de decisões, que desenvolve-se quando os professores planejam. Para o autor, o planejamento, deve servir a três aspectos da prática: pensá-la antes de sua consecução; identificar nela problemas-chave; e provê-la de uma racionalidade, de um fundamento e de uma direcção, na qual se encontra uma intencionalidade.

Na planificação das aulas, o professor apresenta os detalhes de como pretende desenvolver a sua prática, que se materializa nas tarefas, nos materiais didácticos e na avaliação. Além disso, a planificação também aborda as decisões referentes ao tempo de desenvolvimento das tarefas, os modos de trabalho a utilizar e à identificação das possíveis dificuldades na utilização dos materiais didácticos. De acordo com Sullivan et al. (2005), o plano de aula contém a organização do ensino de modo que todos os alunos tornem-se participantes nas actividades desenvolvidas e contribuam para as discussões referentes às suas ideias e aos seus processos. Além disso, este plano, identifica hipóteses de como os alunos irão pensar e compreender as tarefas.

Segundo Ponte (2003) a fase de planificação abrange a selecção, adaptação ou construção de situações nas quais os alunos irão trabalhar. Para o autor, este trabalho abrange diferentes aspectos, tais como as potencialidades e o interesse dos alunos, os conhecimentos prévios, bem como os materiais a utilizar. Num estudo realizado por Cunha (1998), as professoras mostraram muita dificuldade na avaliação do tempo necessário para a realização das tarefas, em perceber como articulá-las com os conteúdos programáticos e na previsão da reacção dos alunos. Ponte (2003) atribui tais dificuldades à inexperiência, na prática lectiva destas professoras, no uso das tarefas de investigação utilizadas neste estudo. Neste sentido, Brunheira (2000), no seu estudo com três candidatos a professores, observou que o grau de estruturação das tarefas que preparavam foi diminuindo à medida que adquiriam experiência. Além disso, o foco de atenção também variou. Uma outra dificuldade presente nesta fase de planificação foi assinalada por Varandas (2000), na qual a pressão sentida pelas professoras no que tange ao cumprimento dos programas condicionou as suas escolhas didácticas, conduzindo, à escolha de tarefas directamente relacionadas com os conteúdos previstos para o ensino e à necessidade de reajuste no calendário.

Na planificação, portanto, o professor apresenta o que será desenvolvido na sua prática lectiva, delineando as suas estratégias. Para ser bem sucedido, é necessário que o professor conheça bem os alunos, a si próprio e diferentes estratégias de ensino, optando por aquela que melhor se coaduna com suas concepções, de modo a adequar tais estratégias propostas às suas potencialidades e à realidade na qual está inserido.

A passagem à acção refere-se à fase de realização que, de acordo com Ponte et al. (1999a) activa um ou mais esquemas do conhecimento e produz novas entidades conceptuais ou novos esquemas, desta vez com uma característica temporária. Segundo os autores, as imagens, princípios práticos e regras de prática, organizados em esquemas, têm seu lugar agora ocupados pela agenda, monitorização e avaliação. Tais elementos guiam as decisões e acções que realizam-se em função de cada actividade. Quando essa actividade se esgota, para Ponte et al. (1997), estes elementos desaparecem e resta apenas a respectiva memória, a qual se torna parte integrante da avaliação final dessa actividade.

Segundo Leinhardt et al. (1991) a agenda indica os objectivos visados pelo professor na sua aula. Para Ponte et al. (1999b) na agenda encontram-se um conjunto de objectivos e planos relativos às acções, cuja consecução serve para fomentar a aprendizagem e para a avaliação dos alunos. Desse modo, a estratégia do professor para aquela aula constitui-se da combinação das diversas acções planejadas. Na agenda podemos ainda distinguir os indicadores que virão a ser utilizados na avaliação do desenvolvimento. A agenda, segundo o autor, começa a desenvolver-se num momento que antecede a acção, tornando-se, paulatinamente, cada vez mais específica. Pode, em alguns casos, vir a ser refeita, uma ou várias vezes. Quando a acção é iniciada, a agenda continua a ser alterada, que podem ser mais ou menos significativas. Tais alterações são determinadas pela avaliação que o professor faz do desenvolvimento da acção. Desse modo, a agenda é o plano mental de aula, idealizado pelo professor. Para o autor, este é um plano dinâmico e, como tal vai evoluindo durante a preparação da aula e, mesmo durante a aula, no momento em que o professor resolve deixar algumas coisas para fazer ou resolve introduzir acções ou tarefas, que não constam em sua planificação. De acordo com Leinhardt e Putnam (1986), os candidatos a professor têm agendas sumárias e incompletas, com pouca ou nenhuma estrutura. A agenda esgota-se com a aula, a partir daí pode ser objecto de análise, mas já não é mais um plano de acção.

O segundo elemento presente na fase de realização do processo instrucional, de acordo com Ponte et al. (1999b), a monitorização, corresponde à avaliação contínua que se desenvolve em tempo real durante a acção. Para os autores, o professor vai recolhendo várias informações dos alunos, as suas respostas e atenção,, entre outros elementos. Além disso, o facto de o professor se ouvir a si próprio, fornece-lhe nova informação o que pode levá-lo, muitas vezes, a encarar algumas ideias de outro modo. Para os autores, neste momento, o professor processa toda esta informação e procura verificar se existe avanço no que tange aos objectivos. Na monitorização, diversos sub-esquemas estão activos. Esta avaliação, para os autores, envolve a leitura de vários indicadores, faz emergir aspectos que fundamentam conhecimentos disponíveis ao professor e intervém nas suas expectativas, intenções e objectivos. Como resultado, o professor rapidamente encontra alternativas e produz constantemente decisões.

A monitorização abrange a realização de testes que se traduzem em perguntas aos alunos e observações da sua actividade que, em certos momentos, propiciam que o professor decida, de acordo com certos critérios, como continuar seu trabalho. A monitorização baseia-se na agenda anteriormente estabelecida, mas dirigir-se do mesmo modo "em tempo real" a muitos aspectos que fundamentam os conhecimentos. A monitorização, para o autor, reflecte-se no discurso do professor, sendo, portanto, um elemento integrante das interacções comunicativas, encontradas na sala de aula, nas perguntas que faz, e na sua acção de observar, o trabalho dos alunos. O processo de monitorização é importante, segundo Brown e McIntyre (1993), porque uma das características mais fortes do trabalho do professor na sala de aula é a contínua tensão entre os objectivos da agenda, e aquilo que é percebido durante a avaliação da actividade dos alunos.

A terceira fase do processo instrucional, a avaliação final da prática lectiva, segundo Ponte et al. (1999b), indica o modo como o professor encara a acção, quando a aula termina. Esta avaliação pode expressar-se através dum exame positivo ou negativo, consoante ocorrem concordância entre a agenda inicial e a compreensão do professor tem sobre os resultados. Esta avaliação também envolve dois aspectos: as reacções dos alunos referentes às expectativas e os resultados dos objectivos e das acções do professor. Esta avaliação, para o autor, pode existir em estado implícito. Tal acontece, muitas vezes, quando tudo na aula se desenvolve de acordo com o que foi planificado. No entanto, salientam, a avaliação pode ter uma característica mais explícita, se o professor considerar importante fazer a reflexão sobre a prática e seus resultados. Deste modo, para a condução da aula, os professores devem mobilizar os seus recursos de conhecimento, de saber fazer e de experiência, nos quais se incluem rotinas profissionais, rotinas da vida diária e estratégias heurísticas.

Ball et al. (2008) na sua investigação procuram esclarecer, como é referido acima, pontos do trabalho de Shulman (1986) e colegas. Os detalhes propostos para o conhecimento do conteúdo de ensino e para o conhecimento pedagógico do conteúdo, podem tornar mais claro a tarefa específica do professor, nomeadamente daquele que ensina Matemática. No entanto, para a investigação que realizo, referente à comunicação nas aulas de Matemática desenvolvida pelo candidato a professor, o conhecimento didáctico de Matemática, desenvolvido por Ponte (1999a), em seu quarto aspecto, o conhecimento do processo instrucional, apresenta importantes elementos analíticos da sua acção do candidato a professor que se coadunam com o objectivo desta investigação, nomeadamente na condução da aula, como a monitorização. Este elemento, encontrado no discurso do professor, pode contribuir para uma maior compreensão da dinâmica da prática lectiva.

Natureza e conteúdo do conhecimento didáctico de Matemática

Natureza do conhecimento didáctico de Matemática. Jaworski e Gellert (2003) afirmam que a distinção entre conhecimento do conteúdo e o conhecimento didáctico de Matemática é difícil de estabelecer O conhecimento para ensinar Matemática tem uma natureza própria, controversa, e que se diferencia do conhecimento do conteúdo (Ponte & Chapman, 2008). Para Chapman (2004) o conhecimento do professor é um conhecimento prático, é o que orienta as acções do professor. Para ela, tal conhecimento corresponde a posições assumidas pelos professores sendo experiencial, processual, situacional, particularístico e implícito.

A prática do professor, diante desta complexa realidade, precisa ser perspectivada de outro modo, como referem Azcárate (1999) e Sacristán (2000). Estes autores concebem a prática no sentido de *praxis*. Neste sentido, a prática é encarada como uma acção fundamentada e transformadora. Não se trata de uma simples actuação, de um saber-fazer irreflectido ou inconsciente. Estes conhecimentos práticos, para Azcárate (1999), são sempre produto da reflexão crítica. Nesta reflexão, o professor estabelece conexões significativas entre os conhecimentos académicos e empíricos e produz reconstruções que se relacionam especificamente com o ensino.

Vejamos, de seguida, alguns dos campos fundamentais do conhecimento didáctico do professor de Matemática, concebido nesta perspectiva.

Objectivos do ensino da Matemática. A questão dos objectivos do ensino da Matemática refere-se à inserção da Matemática no currículo e na prática docente. Tal inserção justifica-se, em alguns casos, com argumentos de utilidade considerando-se a importância que esta disciplina assume para os alunos quando estes forem exercer as suas actividades profissionais ou ao aplicá-la aos problemas práticos em diversas áreas do conhecimento (D'Ambrósio, 2003; Matos e Serrazina, 1996).

Para Matos e Serrazina (1996) a Matemática não pode ser vista como um domínio à parte das outras áreas de conhecimento, tendo a lógica como fundamento. Para estes autores, a educação matemática não se destina especificamente a formar matemáticos, mas pessoas com uma cultura matemática. Esta cultura permite-lhes aplicar a Matemática nas suas actividades quotidianas.

Diferentes autores e documentos curriculares recentes, de diferentes países, sublinham objectivos fundamentais para o ensino da Matemática. Por exemplo, Matos e Serrazina (1996) afirmam: "A Educação Matemática deve contribuir para uma cidadania responsável ajudando os alunos tornarem-se indivíduos não dominados, mas, pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos - nos aspectos essenciais em que sua vida se relaciona com a Matemática" (p. 19). D'Ambrósio (2003), embora considere a Matemática presente nos actuais currículos arcaica e, em grande parte, sem utilidade, não defende uma perspectiva utilitarista. Na sua perspectiva, o ensino de Matemática precisa estar relacionado com objectivos fundamentais da educação que são, para ele, a cidadania a criatividade. Para este autor os Temas Transversais do currículo brasileiro[1] são um importante recurso, para a prática lectiva do professor, que têm por objectivo, não apenas a aprendizagem dos aspectos lógicos, dedutivos e das técnicas inerentes ao conhecimento matemático, mas o alcance de objectivos fundamentais: "Os Temas Transversais sintetizam, a meu ver, o objectivo mais importante dos 1°, 2° e 3° graus" (p. 7).

Quanto à abordagem dos objectivos do ensino da Matemática referida em documentos curriculares, em diferentes países, sublinho dois documentos, um de

[1] No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem, além da abordagem sobre os conteúdos específicos da Matemática, os Temas Transversais. Estes temas foram escolhidos tomando como critérios a urgência social, a abrangência nacional, a possibilidade de ensino e aprendizagem no ensino fundamental e favorecer a compreensão da realidade e a participação social. São os seguintes: Ética, Meio Ambiente, Saúde, Trabalho, Consumo, Orientação Sexual e Pluralidade Cultural.

Portugal e outro do Brasil. Em Portugal, o documento (APM, 1988) propõe uma maior amplitude nos objectivos para o ensino da Matemática:

- O ensino de Matemática em todos os níveis, deve proporcionar aos alunos experiências diversificadas em contextos de aprendizagem ricos e variados, contribuindo para o desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afectiva e social, designadamente estimulando a curiosidade, a atitude crítica, o gosto de organizar raciocínios e de comunicar, a independência e a autoconfiança intelectuais.

- A aprendizagem da Matemática deve constituir, em todos os níveis, aos olhos dos alunos, uma experiência pessoal positiva que tem significado e importância por si mesma e no momento em que decorre e se desenvolve.

- O ensino e a aprendizagem da Matemática, em todos os níveis, devem ser avaliados de uma forma que corresponda à diversidade dos seus objectivos e à multiplicidade das suas actividades, recorrendo a instrumentos variados que visem: os aspectos cognitivos e os afectivos; o trabalho individual e o de grupo, as actividades escritas e as orais; as capacidades de interpretação e as de criação. (pp. 43-44).

O documento curricular do Brasil, PCNEM (2002), não se refere a objectivos para o ensino da Matemática, mas a competências:

- *Representação* e *comunicação*, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento;

- *Investigação* e *compreensão*, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências;

- *Contextualização sociocultural*, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico. (p. 113)

Segundo este documento (PCNEM, 2002), não se trata de separar o ensino de conteúdos específicos das competências. Pelo contrário, estas duas dimensões da aprendizagem precisam de desenvolver-se em conjunto. Neste sentido, a selecção de temas e conteúdos, bem como a sua abordagem são pontos determinantes. A organização das actividades, a sala de aula, a selecção dos materiais didácticos adequados e a metodologia são elementos que propiciam o trabalho dos conteúdos e competências em conjunto. Desse modo, as competências não podem ser alcançadas caso o professor insista no cumprimento de programas extensos, nos quais se encontram conteúdos insignificantes e fragmentados, sendo estes transmitidos de um único modo a alunos passivos. A recomendação feita no documento brasileiro sublinha o papel central do professor na consecução destas orientações.

Tarefas. As tarefas são um outra componente do conteúdo do conhecimento didáctico de Matemática necessário para ensinar. A realização das tarefas está vinculada à prática lectiva do professor, ao momento no qual a actividade docente passa do planeamento à acção. Segundo Sacristán (2000) a investigação focada nas *tarefas* distinguiu o conceito de *actividade* entendida como unidade de análise da investigação. O autor afirma que actividade é oriunda da psicologia ecológica, refere-se a "esquemas de conduta aberta" na sala de aula ou fora deste ambiente. Tais esquemas podem ser de professores e de alunos e podem ser descritos em termos de espaço físico no qual se desenvolvem, o número de participantes, os recursos utilizados, o conteúdo focado, entre outros aspectos. Por outro lado, segundo o autor, o conceito de tarefa provém dos estudos cognitivos e refere-se ao modo específico através do qual um certo processamento de informação, exigido por um ambiente, se estrutura e converte em experiência para os participantes. No conceito de tarefa, de acordo com o autor, há uma referência ao conteúdo de aprendizagem que propicia analisar a operacionalização do currículo nos alunos.

Para Ponte et al. (1997) as tarefas matemáticas em que os alunos se envolvem propiciam o ponto de partida para o desenvolvimento da sua actividade matemática. Cabe às tarefas, segundo os autores, fomentar curiosidade e entusiasmo dos alunos e, para isto, têm como auxílio a relação às suas intuições e aos seus conhecimentos prévios. Para estes autores, a actividade, pode ser física ou mental e refere-se ao aluno, ou, mais exactamente ao fazer do aluno num contexto específico. Neste sentido, pode incluir a execução de muitos tipos de acção. A tarefa, por sua vez, constitui o objectivo de cada uma das acções em que a actividade desdobra-se e é fundamentalmente exterior ao aluno, apesar de ele também poder decidi-la. As tarefas são, na maior parte das vezes, propostas pelo professor mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem originar actividades diferenciadas, bem como nenhuma actividade, consoante a disposição do aluno e o contexto na sala de aula.

De uma perspectiva pedagógica, segundo Sacristán (2000), o conceito de tarefa possui uma estrutura que condiciona o processo de transformação da informação e um referencial capaz de regular a conduta dos participantes de uma actividade: "A tarefa pode ser o elemento de referência para planejar e governar situações, manejar-se com comodidade dentro delas, considerando os diversos elementos que as compõem e a fluidez do meio ambiente escolar" (p. 217). Desse modo, para o autor, por conta da tarefa possuir o poder de estruturar a conduta dos professores e dos alunos, comunica a estes o comportamento deles esperados, regula a sua vida nas aulas e exteriormente a elas. O autor refere a importância que as tarefas possuem, cada tipo exigindo padrões de comportamento do professor e do aluno. Estes padrões de comportamento ao serem interiorizados pelos alunos, propiciam a estes a autodirecção. Entretanto, para o autor, a falta de adequação, em muitos casos, dos conteúdos e das actividades aos interesses e capacidades dos alunos dificulta esta autodirecção, uma vez que as normas de comportamento no trabalho precisam ser impostas. Por isso, sublinha, o ensino sem interesse para o aluno reforça a necessidade do professor explicitar a sua autoridade, aumentando o controlo. Por outras palavras, se as tarefas forem interessantes e motivadoras, para os alunos, eles estarão de tal modos envolvidos no trabalho de resolvê-las que ao professor não será necessário explicitar sua autoridade nem aumentar o controlo.

Ponte (2005) também refere a importância das tarefas na dinâmica da sala de aula, afirmando que a criação de tarefas é um dos elementos da gestão curricular realizada pelo professor. O outro elemento desta gestão é a estratégia de ensino colocada em prática pelo professor, que abrange também as tarefas. Para o autor, tais tarefas devem ser de tipos diferentes e relacionadas entre si, e classifica-as em exercícios, problemas, investigações, projectos e jogos.

Os exercícios, segundo Ponte (2005), servem para o aluno por em prática os conhecimentos adquiridos anteriormente. O aluno já sabe, em princípio, como vai resolvê-los. O objectivo do professor ao utilizá-los com os alunos é a consolidação dos conhecimentos por si ensinados. Por outro lado, como sublinha o autor, a maioria dos alunos, considera fazer exercícios em série uma actividade aborrecida. Além disso, salienta o autor, a redução do ensino da Matemática à resolução de exercícios traz grandes riscos, uma vez que pode enfraquecer os desafios propostos e causar a desmotivação dos alunos. Num problema por sua vez, o aluno não sabe, em princípio, como vai resolvê-lo: "Há então, uma ideia de obstáculo a ser superado" (Charnay, 1996,

p. 46), podendo dispor, para isto, de vários métodos, que são valorizados pelo professor e integram as regras explícitas ou implícitas do contrato didáctico (Brousseau, 1986). Para Pólya (1995) o professor deve propor problemas aos seus alunos para que estes possam sentir-se desafiados nas suas capacidades matemáticas e assim experimentar o gosto pela descoberta. Este autor considera isso uma condição fundamental para que os alunos possam perceber a verdadeira natureza da Matemática e desenvolver o seu gosto por esta disciplina. Além disso, Ponte (2005) refere que a actividade de resolução de problemas está associada ao raciocínio e à comunicação. Os problemas podem propiciar interacções verbais mais ricas entre professor e alunos e entre os alunos. Para Fonseca (2009) a partir de um exercício ou problema fechado o professor pode formular outro problema, desta vez aberto. Nas actividades de investigação também podemos encontrar estas características. Segundo Ponte (2005), os argumentos principais utilizados para justificar a importância das investigações são análogos aos usados para justificar a importância dos problemas, acrescentando que estas, mais do que os problemas, propiciam o envolvimento dos alunos, pois requerem a sua participação activa desde a primeira fase do processo, a formulação das questões a resolver. As tarefas de investigação podem surgir em um contexto da vida real, embora, como sublinha o autor, também possam ser formuladas em contextos puramente matemáticos. Numa tarefa de investigação, o aluno explora uma situação aberta, busca regularidades, estabelece e testa conjecturas, argumenta e comunica oralmente ou por escrito os seus resultados.

A utilização de tarefas assume, portanto, um papel importante no conhecimento didáctico do professor de Matemática, pois ao expressarem, na prática, o que ele planeou, além de estarem relacionadas ao aspecto cognitivo desta prática, possuem função reguladora da conduta e da actividade em sala de aula. Tal função, dependendo da estratégia de ensino utilizada pelo professor, poderá ou não contribuir para as interacções, entre o professor e o aluno e entre os alunos, mais ricas e capazes de contribuir para a aquisição do significado matemático.

*Materiais***.** Os materiais didácticos desempenham um papel importante na prática lectiva do professor, uma vez que a sua utilização nas interacções entre os alunos e o professor, pode contribuir para uma aprendizagem matemática significativa. O quadro, o giz, os livros de exercício e as fichas de trabalho, segundo Ponte, Matos e Abrantes (1998b), são os materiais mais utilizados pelos professores, embora para além dos materiais concretos se devam referir os tecnológicos. A ideia de trabalhar com materiais concretos no ensino da Matemática não é nova. Pensadores como Maria Montessori e

Jean Piaget, discutiram isso décadas atrás (Fiorentini & Miguel, 1990). Em Portugal, segundo Matos e Serrazina (1996), muitos materiais já eram utilizados nos anos 50 do século XX e no Brasil, Malba Tahan, também defendia a disseminação de laboratórios de Matemática desde a primeira metade do século XX (Lopes, 2008).

O professor, no entanto, nem sempre tem claro o porquê da utilização de materiais concretos no ensino-aprendizagem da Matemática, quando são necessários, e em que momentos devem ser usados (Fiorentini & Miguel, 1990). A selecção e o uso destes materiais, de acordo com Matos e Serrazina (1996) é uma questão problemática, porque não há nenhuma garantia de que os alunos vejam, nesses materiais, as mesmas relações que o professor. Os alunos podem não relacionar tais experiências concretas com a Matemática formal nem relacionar um modelo concreto a um conceito matemático e ao seu símbolo escrito. Desse modo, na sua perspectiva, os resultados negativos no uso destes materiais relacionam-se com duas características das actividades dos alunos. A primeira é a distância entre o material concreto e as relações matemáticas, cuja representação pelos alunos é objectivo do professor. A segunda é a forma de utilizar estes materiais. Para os autores, o professor pode utilizar um material como instrumento de comunicação, explica mostrando materiais que apenas ele manipula. Mas também pode incentivar os alunos manipulá-los, interpretando as suas características, resolvendo problemas através deles e formulando novos problemas. Neste sentido, a utilização de materiais concretos pode também estar associada à comunicação, outra componente do conteúdo do conhecimento didáctico.

A comunicação oral surge num trabalho desenvolvido por Cursio et al. (1996), numa abordagem com candidatos a professores, que envolveu o discurso e materiais concretos. Esta abordagem fundamenta-se na crença que o melhor modo de contribuir para os candidatos a professores desenvolverem estratégias para o diálogo com os alunos é envolvê-los em experiências que os levem a utilizar o modelo no momento da sua transição do papel de aprendizes para o de professores. Os autores sublinham que esta abordagem particular no uso dos materiais concretos distingue-se de outras porque nela há o envolvimento dos candidatos a professores na construção do seu próprio significado matemático no uso do material concreto, sem ter o significado imposto pelo formador, uma vez que este questionava os candidatos sobre o que os materiais concretos "falavam" para eles. A comunicação oral, na sua perspectiva, constituiu-se num importante instrumento nesta abordagem, uma vez que através das interacções verbais entre os participantes, com a diversidade de estratégias apresentadas, o significado pode ser melhor compreendido e partilhado.

Além da utilização dos materiais concretos, a utilização dos materiais tecnológicos também tem emergido de modo relevante no ensino-aprendizagem da Matemática. As calculadoras e os computadores têm uma presença marcante no quotidiano das pessoas e esta pode ser explorada em situações significativas para os alunos na sala de aula. A calculadora, embora ainda tenha a sua utilização limitada pelas concepções de professores e alunos, nomeadamente referentes ao que é Matemática, associando-a apenas à actividade de cálculo, tem tido a sua utilização defendida por vários pesquisadores e em diferentes documentos curriculares.

D' Ambrósio (2003b) afirma que o uso da calculadora nas salas de aula ainda é questionado pelos professores, pais, legisladores e, até mesmo, pelos alunos. Para eles, utilizar a calculadora pode influenciar a memória e até a capacidade de raciocinar correctamente. Segundo o autor, não há pesquisa que sustente estes receios. O autor atribui essas atitudes a um excesso de conservadorismo e a uma ausência de visão histórica sobre como a tecnologia constitui uma parte da sociedade, determinando os caminhos que as civilizações seguem. Como sublinha, a história mostra-nos que o progresso científico, tecnológico e social, ocorre apenas quando a sociedade assimila, todos os meios tecnológicos disponíveis, em seu dia-a-dia.

A calculadora, segundo Medeiros (2003), liberta os alunos para se concentrarem em aspectos distintos daqueles que o fazem quando estão sem ela. Esta característica permite a exploração problemas mais elaborados, que exigem um grau de desenvolvimento cognitivo mais elevado. Uma pesquisa que realizou numa turma de 6.ª série, em uma escola pública no Brasil, mostrou que durante a resolução de problemas rotineiros e não rotineiros, com a calculadora básica, quando os alunos usam a calculadora é menor número de estratégias e maior número de acertos:

> Este resultado pode ocorrer porque, sem a calculadora, o aluno precisa de mais tentativas para confirmar sua hipótese de solução, enquanto com o uso da calculadora esta serve para confirmar mais rapidamente sua hipótese, diminuindo a necessidade de várias estratégias. Isso também pode significar que a quantidade de estratégias está associada à dificuldade de calcular corretamente. O aluno pode até entender o sentido do problema, mas tem dificuldade para calcular, por deficiências na aquisição das ferramentas de cálculo (p. 27).

Este resultado mostra que, com o uso da calculadora, o aluno passa a concentrar-se em outros aspectos da actividade matemática, distintos do cálculo, uma vez que este podem ser feito pela máquina, como por exemplo, o significado do problema que está sendo resolvido.

Em Portugal, a calculadora tem seu uso na sala de aula de Matemática defendido em diferentes documentos curriculares do ensino básico (APM, 1988; APM, 1990; ME-DGIDC, 2007). No entanto, o professor, muitas vezes, resiste à utilização deste instrumento em sua prática lectiva. Mercê (2008) numa investigação composta por três estudos de caso, com três professoras, em um programa de formação contínua, constatou que apenas uma dessas professoras é muito favorável ao uso da calculadora na sala de aula, apesar de sublinhar que este uso deve ser criterioso e ter uma prática que se coaduna com as suas concepções. No Brasil, nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM, 2002), também podemos encontrar apoio à iniciativa de usar a calculadora para resolver problemas nas aulas de Matemática: "Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas" (p. 127).

Os computadores são um outro importante material tecnológico que pode vir a ser utilizado pelo professor de Matemática. De forma idêntica que as calculadoras em relação à aprendizagem da aritmética, os computadores propiciam libertar a memória. Tal característica, torna claro que aprender é mais que armazenar uma grande quantidade de conhecimentos, mas significa, principalmente, saber o que fazer com tal conhecimento (Machado, 2005).

Os candidatos a professor precisam conhecer mais sobre as características de potencialidades da calculadora e do computador, a fim de integrarem o uso destes instrumentos em sua prática lectiva. Desse modo, podem tornar a aprendizagem dos seus alunos um processo capaz de propiciar, não apenas a aquisição dos conceitos matemáticos, mas perspectivar a Matemática como uma actividade que não se resume à realização de cálculos.

Avaliação. A avaliação do conhecimento matemático dos alunos fornece dados sobre suas aprendizagens matemáticas e também sobre as suas capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação (ME-DGIDC, 2007). É através da avaliação que o professor obtém *feedback* para verificar se os objectivos que ele pretende para o ensino da Matemática estão sendo alcançados, se seu planeamento foi bem sucedido, se as tarefas que propôs aos alunos estão contribuindo para uma aprendizagem significativa, se os materiais concretos utilizados são um elo entre a realidade e os objectos abstractos que constituem a Matemática e se aos materiais tecnológicos propiciam ao aluno explorar aspectos das actividades matemáticas que não seria possível sem o seu uso. É através da avaliação que o professor comunica aos alunos que actividades e resultados da aprendizagem valoriza (Matos & Serrazina, 1996). A clareza, quanto à utilização da avaliação, contribui para um ensino de maior qualidade e, para dar rumo às próximas acções do trabalho docente. Note-se que "A avaliação não constitui uma componente isolada e dissociada de todo o processo educativo, mas acima de tudo ela é uma parte inseparável de um complexo sistema onde o fim último do acto educativo é a aprendizagem" (Santos, 2008, p. 12).

A importância de que se reveste a avaliação, tanto para o professor, quanto para o aluno, não se coaduna com o que se passa quando a prioridade é dada à avaliação sumativa. Esta destina-se a fazer um "julgamento" sobre as aprendizagens dos alunos e tem o seu lugar ao final de um período lectivo ou ao final do ano (ME-DGIDC, 2007). Em contrapartida, na avaliação formativa, o professor assume que esta constitui um processo onde identifica os aspectos positivos e negativos de sua prática lectiva actual e com isso aperfeiçoa a sua prática lectiva posterior. Para Santos (2008), a avaliação formativa é um processo no qual o ensino e a aprendizagem são acompanhados. A autora afirma que o objectivo desta avaliação é, acima de tudo, ajudar na compreensão do processo cognitivo do aluno, quando este se depara com uma situação específica.

Matos e Serrazina (1996) assinalam a necessidade da selecção de tarefas diversificadas para uma avaliação que envolve os processos e não somente o resultado produzido pelos alunos. Na sua perspectiva, esta selecção deve ter em conta os conteúdos, as situações e as tarefas. No que tange às tarefas, segundo os autores, é preciso considerar três aspectos: 1. A tarefa deve evocar o conhecimento a avaliar; 2. Deve fornecer informação acerca da extensão do conhecimento do aluno a ser avaliado e 3. Precisa de poder dar informação sobre o conhecimento do aluno de um número de ideias matemáticas e até que ponto o aluno as integrou e é capaz de as usar em novas situações.

Apesar de ser fundamental para o professor avaliar sua prática lectiva, na perspectiva da avaliação formativa, a utilização de diferentes recursos de avaliação, ainda há a ênfase no uso de testes escritos. No entanto, Matos e Serrazina (1996) referem modos de avaliação alternativos, que podem complementar os testes. Entre estes, encontram-se os testes construídos pelos alunos, os testes práticos e os testes construídos em duas fases, bem como a documentação das observações da aula, a criação de oportunidades de avaliação através de perguntas, uma análise do erro em cinco pontos, auto-avaliação dos alunos, dossiers e portefólios. Muitas vezes, o professor utiliza a avaliação para regular a comunicação na sala de aula, nomeadamente, para coibir a indisciplina. Inversamente, a comunicação, nomeadamente a explicação dos alunos (Yackel & Cobb, 1996; Leinhardt, 2001; Levenson at al., 2009), pode ser um instrumento de avaliação do professor (Viseu, 2008).

Síntetizando, o conhecimento didáctico de Matemática inclui um conjunto de conhecimentos de que o professor necessita para ensinar esta disciplina e que caracteriza a profissionalidade do docente. Trata-se de um conhecimento específico e quem o possui é capaz de tornar os conteúdos matemáticos compreensíveis para os alunos. Tal conhecimento para ensinar é composto do conhecimento dos conteúdos, do currículo, dos seus alunos e do processo ensino-aprendizagem e do processo instrucional. Estes conhecimentos estão presentes na actividade do professor, desde a planificação, passando pela agenda, monitorização e avaliação, até avaliação final da sua prática lectiva e da aprendizagem de seus alunos. Este conhecimento é composto por elementos teóricos e por elementos práticos, uma vez que se situa num plano intermédio entre o conhecimento académico e o conhecimento empírico, constituindo-se num conhecimento de natureza prática. Trata-se de um conhecimento dinâmico, que o professor desenvolve na experiência que acumula de sua prática lectiva. Esta prática é uma *praxis*, *uma* acção fundamentada e transformadora. Não é uma simples actuação, um saber-fazer irreflectido ou inconsciente, sendo os acontecimentos que ocorrem nesta prática produto da reflexão crítica.

2.5. A reflexão sobre a prática

Prática reflexiva

Nas últimas décadas a reflexão surgiu como um conceito fulcral na formação de professores. Segundo Korthagen et al. (2001), até os anos 70 do século XX, os professores eram encarados como operacionalizadores de decisões tomadas por outros num nível superior. A investigação sobre o ensino focalizava, nomeadamente os seus comportamentos na sala de aula. A partir deste momento, os professores passaram a ser vistos como profissionais reflexivos que constroem significados.

Oliveira e Serrazina (2002) consideram que as diversas conceptualizações encontradas na literatura apontam para a ausência de consenso sobre a constituição do pensamento reflexivo, tanto no que refere ao seu conteúdo, quanto naquilo que caracteriza os contextos que o propiciam. Na sua perspectiva, o conceito de prática reflexiva surge como um modo de os professores questionarem as suas práticas lectivas. A reflexão, para as autoras, propicia a retrospectiva dos acontecimentos e das práticas. No entanto, para Serrazina (1999) só a reflexão não é o bastante. Para a autora, a reflexão pode causar a acção, isto é, conduzir, os professores a repensar o seu ensino de Matemática. Segundo a autora, tal processo pode ter seu potencial ampliado, caso exista um contexto fomentador da reflexão.

Para Oliveira e Serrazina (2002) o conceito de prática reflexiva possibilita aos professores ter poder e oportunidades para o seu desenvolvimento profissional. Segundo as autoras, movimentos de reflexão e de desenvolvimento do pensamento sobre as práticas, têm sido motivados pelo facto de muitos professores sentirem-se insatisfeitos com a sua formação para a profissão docente, uma vez que esta, muitas vezes, não contempla determinados aspectos da prática lectiva. Vários autores (Hatton & Smith, 1995; Mewborn, 1999; Schön, 1991;Zeichner, 1993; Abalas, 1994) têm defendido a reflexão sobre a prática como importante recurso do professor que procura desenvolver uma prática de melhor qualidade. A reflexão, em Portugal, também tem sido objecto de estudos e a reflexão sobre a prática desempenha um relevante papel (Serrazina, 1998).

Schön (1991) é outro autor muito referido e muito marcante na forma como actualmente se compreende a reflexão. Segundo Oliveira e Serrazina (2002), as suas ideias têm influenciado muito a área de educação, nomeadamente naqueles que têm por interesse a formação de professores. As autoras afirmam que o trabalho desenvolvido por Schön vem apoiando posturas dos que defendem a emancipação do professor, considerando-o com poder de decisão e que identifica na aprendizagem, gosto.

Para Oliveira e Serrazina (2002), as ideias de Schön sobre o desenvolvimento do conhecimento profissional fundamentam-se em noções como, por exemplo, pesquisa e experimentação na prática. Segundo indicam, "*professional artistry*" é o termo utilizado, pelo autor, para referir-se às competências reveladas pelos profissionais em situações cuja característica é o conflito, a incerteza e a unicidade. Desse modo, o conhecimento emergente em tais situações, espontaneamente, embora não possa ser oralmente explicitado, pode ser descrito, através da observação e da reflexão sobre as acções. Como referem, Schön distingue três modos de reflexão: *a reflexão na acção*, *a reflexão sobre a acção* e *a reflexão sobre a reflexão na acção*. *A reflexão na acção* é os processos intencionais desenvolvidos no decorrer da acção. Tais processos proporcionam a reformulação do que estamos fazendo. Se, por exemplo, referem Oliveira e Serrazina (2002), tivermos em uma aula, neste momento, o professor compreende o que aluno diz, desse modo, ao reflectir, sobre o que o aluno diz, reformula a sua acção. Os outros modos de reflexão referidos, *a reflexão sobre a acção*. *A reflexão sobre a reflexão na acção*, segundo as autoras, são fundamental para o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor. Segundo Oliveira e Serrazina (2002), os dois primeiros tipos são reactivos. Há apenas uma diferença nos locais onde se desenvolvem. O primeiro, durante a prática e, o segundo, depois dela. Para as autoras, no momento em que reflecte sobre a acção que consciencializa-se do conhecimento tácito, buscam-se crenças erróneas e reformula-se o pensamento. *A reflexão sobre a reflexão na acção,* de acordo com Oliveira e Serrazina (2002) é a reflexão dirigida para a acção futura. É uma reflexão "proactiva", que ocorre no momento em que os contextos pessoais, sociais, políticos e culturais são revistos. Tal revisão contribui para a compreensão de novos problemas, na descoberta de soluções e na orientação de futuras acções.

Um outro terrmo de Schön referido por Oliveira e Serrazina (2002) é "*conversação reflexiva com a situação*", sendo que essa conversação pode ocorrer com os materiais de uma situação, do mesmo modo que numa sessão de música de *jazz- e*, neste caso, utiliza-se o termo conversação como uma metáfora. De qualquer modo, como sublinham as autoras, a conversação reflexiva é central na reflexão sobre a prática. Para as autoras, tais conversas podem ser colaborativas e, muitas vezes, dão contributos em alguns momentos do trabalho docente, como o intercâmbio de experiência e conhecimento, a tomada de decisões e a compreensão. Desse modo, sublinham, o processo reflexivo caracteriza-se por um contínuo ir e vir de acontecimentos e compreensões em busca do significado das experiências.

Segundo Oliveira e Serrazina (2002) muitos estudos têm discutido estas ideias. De acordo com as autoras, há os que questionam a clareza de conceitos utilizados por Schön, há os que mostram leituras distintas e há também os que dão seus contributos para que venham a ser aplicados a modelos de supervisão pedagógica e programas de desenvolvimento profissional, em diversos contextos, inclusive na formação de professores.

De acordo com Viseu (2008), Dewey assinala três atitudes necessárias para a acção reflexiva: abertura de espírito, responsabilidade e sinceridade e assume a perspectiva de Schön, ao rechaçar a visão tecnicista do processo reflexivo. Pelo seu lado, Mewborn (1999) aponta os seguintes aspectos relativamente de consenso sobre a reflexão: (i) A reflexão é qualitativamente diferente da descrição de uma experiência ou da racionalização; (ii) A acção integra o processo reflexivo que, desse modo distingue-se do "verbalismo" e do "activismo"; e (iii) A reflexão tem um nível individual e um nível de experiência partilhada.

A reflexão do candidato a professor

A reflexão foi referida anteriormente, no âmbito dos paradigmas de formação inicial. Neste ponto especifico-a quando realizada pelo candidato a professor. Diante da relevância da reflexão sobre a prática, neste momento da formação docente, encontramos na literatura diferentes estratégias para a formação de professores reflexivos, entre as quais *a análise de casos, a investigação-acção,* e *a reflexão sobre aulas observadas.*

Segundo Shulman (1986) um caso não restringe-se a um relatório de um acontecimento ou incidente. Para ser considerado um caso, precisa relacionar-se à teoria. O autor sublinha que, ao defender a utilização dos casos na formação de professores, não pretende que esta seja reduzida ao seu aspecto prático e concreto. Afirma: "Utilizando o poder da literatura dos casos para iluminar a teoria e a prática, argumento pelo desenvolvimento de uma literatura de casos cuja organização e uso seja profunda e teoricamente autoconsciente" (p. 207). A compreensão do que são os casos, no entanto, nem sempre é clara. Segundo Viseu (2008), para uns, os casos podem servir de exemplos de aspectos concretos da prática lectiva, informam sobre o contexto, os pensamentos e os sentimentos, para outros, no entanto, as descrições detalhadas de acontecimentos não podem ser consideradas estudo de caso. Para estes, como afirma o autor, apenas um conjunto de acontecimentos inter-relacionados, que contam uma história, que expõe o conhecimento do professor, pode ser considerado um estudo de caso. Neste sentido, afirma o autor, o conhecimento resultante de interpretações de práticas, contextualizadas e fundamentadas pode ser um importante material a ser utilizado na análise e na reflexão na formação de professores.

Segundo Viseu (2008) *a investigação-acção* é uma estratégia de formação que caracteriza-se por uma manter estreita relação entre teoria e prática. Nesta estratégia, os candidatos a professor interferem no contexto de pesquisa e analisam as consequências de sua acção com o objectivo de aperfeiçoá-la. Como afirma o autor trata-se de um processo reflexivo por natureza, uma vez que o candidato a professor questiona-se continuamente até encontrar uma resposta que o satisfaça. Um exemplo próximo da investigação-acção é o modelo ALACT referido na secção dos Paradigmas de formação inicial.

A reflexão sobre as aulas observadas é provavelmente a estratégia de formação mais frequentemente utilizada. De acordo com Viseu (2008) o objectivo principal da observação das aulas, é contribuir na melhoraria e inovação do desempenho dos candidatos a professor, através do *feedback* das observações, na planificação, na gestão e na execução das suas práticas lectivas. Desse modo, salienta, os formandos podem reflectir criticamente sobre o seu ensino e elaborar suas opiniões sobre o que ocorreu numa aula. Estas perguntas, segundo Viseu (2008), podem ser desenvolvidas na relação professor-aluno, nos materiais de apoio e na relação entre o ensino e os processos de escolarização no âmbito da sociedade. Para o autor, a descrição é a primeira etapa para os candidatos a professor desenvolverem sua reflexão sobre a sua prática. Desse modo, evidencia-se suas acções e sentimentos. Por outro lado, para as acções terem sentido precisa ser guiada para a interpretação da sua actuação. Segundo o autor, o candidato a professor faz um percurso de aprendizagem, indo da descrição à reconstrução de concepções e práticas lectivas.

A comunicação escrita pode contribuir para o desenvolvimento da reflexão dos professores (Hatton & Smith, 1995; Zabalza, 1994). Hatton e Smith (1995) assinalam quatro tipos de escrita: (i) Escrita descritiva: não traduz a acção reflexiva. refere-se apenas à descrição dos acontecimentos e práticas, não expõe as suas justificativas e razões; (ii) Reflexão descritiva: refere-se a uma descrição dos acontecimentos, no entanto, apresenta um pouco de justificativa. Reconhece diferentes perspectivas na literatura; (iii) Reflexão dialógica: caracteriza-se por seu olhar retrospectivo sobre a prática. Além disso, apresenta, consoante a necessidade, acções alternativas; e (iv) Reflexão crítica: abrange a tomada de consciência de que as acções e os acontecimentos são localizados explicados fazendo-se referência a diversos contextos, que podem ser históricos, sociais e/ou políticos. A reflexão descritiva, salientam os autores, apesar de ser mais pobre, é a de fácil utilização pelos candidatos a professor, coadunando-se à sua falta de experiência. Os outros dois níveis de reflexão são paulatinamente alcançados à medida que o professor vai adquirindo experiência profissional. A reflexão dialógica no momento em que os candidatos a professor tomam consciência de que a sua acção possui uma natureza problemática, questionam os acontecimentos das aulas. Desse modo, se identificam inconsistências na sua prática, refazem a sua acção e desenvolvem o seu conhecimento didáctico e prático. No que tange à reflexão crítica, Hatton e Smith (1995) sublinham que esta depende de os candidatos a professor possuírem a capacidade de compreensão e aceitação de que a prática é ideológica e de que desenvolvam capacidades metacognitivas. Segundo estes autores, a reflexão crítica deve ser fomentada desde o início do estágio. Desse modo, os candidatos a professor iniciam, paulatinamente, a incorporar em suas reflexões, os diferentes contextos influenciadores da sua prática lectiva.

Quando revisa estudos empíricos sobre a reflexão, Viseu (2008) sublinha três elementos teóricos a considerar na actividade reflexiva: *crenças prévias*, c*onhecimento didáctico* e *competências reflexivas*. Segundo o autor, as *crenças* com que os candidatos a professor chegam ao estágio têm-se tornado interesse de alguns estudos. Tal interesse, justifica-se ao considerar-se que a sua influência das crenças pode constituir-se em obstáculo à consecução de práticas lectivas que se coadunam com as actuais orientações da Educação Matemática. O autor afirma que vários estudos consideraram que a operacionalização das orientações curriculares da actual reforma do ensino de Matemática pode ter como obstáculo a existência das crenças dos candidatos a professor sobre a Matemática e o seu ensino; o papel do professor e do aluno no processo de ensino-aprendizagem; as ideias de outras pessoas e a forma como vêm os problemas da sala de aula. Geralmente, segundo o autor, os resultados destes estudos assinalam que a actividade reflexiva propicia a mudança de algumas crenças dos candidatos a professor e estimula-os na formação de novos significados para a sua prática e o desenvolvimento de novas práticas. Para o autor, *o conhecimento didáctico* pode ser desenvolvido utilizando a reflexão como estratégia.

No que tange ao desenvolvimento de *competências reflexivas* Viseu (2008) considerando a importância que a reflexão sobre a prática possui na formação inicial de professores de Matemática, desenvolveu uma investigação, na qual uma das questões referia-se ao desenvolvimento da competência reflexiva. Para isto, construiu três estudos de caso. O autor sublinha que os participantes de sua investigação começam sua prática lectiva pouco habituados a reflectir sobre as suas actividades. Além disso, refere que duas participantes, Aida e Dina, sublinham dificuldade em expressar-se por escrito. No entanto, ao longo do seu estágio, vão sendo incentivados a desenvolver a sua capacidade reflexiva, passando da mera descrição do que acontecia nas suas aulas, para a problematização e reconstrução de vários aspectos de sua prática lectiva. Neste sentido, problematizam o tempo exíguo que davam aos seus alunos para as desenvolverem as suas actividades; a forma de dinamizar o discurso na sala de aula. Tal discurso às vezes centrava-se mais no professor, outras restringia-se a um pequeno grupo de alunos; a atenção que davam às questões por eles formuladas e às suas respostas; a forma como a actividade dos alunos era por eles orientada; como a comunicação na sala de aula era promovida de modo a abranger mais alunos; como introduziam definições e como utilizavam materiais didácticos.

Fábio, segundo o autor, é o único candidato a professor que também desenvolveu a problematização do conhecimento de alguns conteúdos matemáticos que utilizou em sua prática. Para o autor, em suas alternativas apresentadas, Aida, Dina e Fábio fizeram uma reconstrução das suas teorias da prática no que tange ao modo como orientavam a actividade dos alunos. Neste sentido, apresentaram como proposta, conceder mais tempo aos alunos para a interpretação e resolução das tarefas, maior atenção aos seus processos e respostas, envolvê-los mais nas actividades da aula através do questionamento e encorajá-los a utilizar a comunicação para referir-se à Matemática.

A reflexão sobre a sua acção, segundo o autor, ajudou-os a compreender melhor as suas experiências a encarar a sua prática como um local de aprendizagem e a aceitar riscos. O *e-mail* e o fórum, que integravam o dispositivo de formação, deram um importante contributo para a sua capacidade reflexiva desenvolver-se, uma vez que permitiu aos participantes do estudo perspectivar a sua prática lectiva à distância, fundamentar teoricamente algumas das suas ideias, comparar o que escreviam com o que pensavam e comparar as suas opiniões com as dos outros. Aida, Dina e Fábio afirmam que, o facto de terem de analisar as suas aulas por escrito, no *e-mail*, contribuiu para que desenvolvessem ainda mais a sua capacidade reflexiva, no que refere-se à análise oral que faziam nas reuniões presenciais. Ao utilizarem os meios de comunicação electrónica sentiram ganhar mais tempo para repensar o que escreviam e para comparar as suas opiniões com as dos seus colegas e supervisores.

Por fim, Viseu (2008) sublinha o facto de os participantes deste estudo, no início de seu estágio, apresentarem dificuldades consideráveis em reflectir sobre a sua prática lectiva. Para o autor, tal facto revela a necessidade de os cursos de formação inicial de professores darem importância à reflexão, enquanto processo de aprendizagem e de desenvolvimento do candidato a professor. Desse modo, faz-se necessário questionar os acontecimentos da sala de aula e não os tratar por tentativa e erro. Segundo o autor, é importante que tais cursos propiciem aos candidatos a professor oportunidades para que analisem, discutam e fundamentem teoricamente situações problemáticas da sala de aula, de modo a que vejam a reflexão como um processo que contribui para darem sentido, compreendam e transformem situações da sua prática lectiva.

Sintetizando, nas últimas décadas a reflexão tem sido um conceito fulcral na formação de professores. A reflexão está relacionada com a mudança de crenças e concepções sobre o que é ensinar Matemática e ao modo como o professor concebe a Matemática. Diferentes conceptualizações existentes na literatura evidenciam a falta de consenso sobre o que constitui o pensamento reflexivo, quer no que respeita ao seu conteúdo quer na natureza dos contextos que o promovem. O conceito de prática reflexiva surge como um modo possível dos professores questionarem as suas práticas de ensino. A reflexão fornece oportunidades para uma retrospectiva de acontecimentos e práticas. Reflectir sobre uma situação problemática abrange suspender a acção para procurar compreendê-la, encontrar hipóteses de solução e avaliá-las. Pode distinguir-se a reflexão na acção, a reflexão sobre a acção e a reflexão sobre a reflexão na acção. A profissionalidade implica a presença dos diferentes tipos de reflexão. O processo reflexivo caracteriza-se por um ir e vir permanente entre acontecer e compreender na procura de significado das experiências vividas. A reflexão é conhecimento analítico que para cujo desenvolvimento pode contribuir a comunicação escrita. Analogamente podem fazê-lo a reflexão sobre crenças e experiências do candidato a professor e a investigação sobre situações problemáticas de ensino-aprendizagem da Matemática que encontram na sala de aula e o modo de as resolver. Qualquer estratégia de formação precisa ser acompanhada por um discurso de questionamento da acção dos candidatos a professor. O desenvolvimento da reflexão pode estar associado ao processo de atribuir significado à prática. Em estudos empíricos sobre a reflexão três elementos teóricos são considerados na actividade reflexiva: crenças prévias, conhecimento didáctico e competências reflexivas.

2.6. O candidato a professor e a comunicação

A comunicação pode ser utilizada como estratégia de aprendizagem na formação inicial. Em três pesquisas (Blanton, Westbrook & Carter, 1998, 2005; Ryve, 2007) e numa experiência didáctica (Cursio et al., 1996) a comunicação matemática, nomeadamente o discurso, emerge como uma importante estratégia promotora da aprendizagem do candidato a professor de Matemática.

Pesquisas na sala de aula e comunicação

Numa pesquisa, Blanton, Westbrook e Carter (1998) utilizam a zona teórica de Valsiner para examinar padrões de discurso estabelecidos por candidatos a professor de Matemática. A investigação realizada mostrou que estes candidatos a professor direccionam o pensamento dos alunos através de questões conduzidas que restringem a *Zona de Livre Movimento* (ZLM) e estabelecem uma *Zona de Acção Promovida* (ZAP) organizada em torno das concepções dos professores. Tais padrões de discurso parecem promover verbalizações na sala de aula que promovem a ilusão de fazer sentido, ao invés de estabelecer ligações cognitivas na sala de aula.

Numa segunda pesquisa Blanton, Westbrook e Carter (2005), utilizaram a análise do discurso na sala de aula de uma candidata a professora de Matemática, a fim de alargar suas prévias investigações no desenvolvimento e aplicações práticas da zona teórica de Valsiner. A premissa destes autores, nesta pesquisa, foi que o modo da candidata a professora organizar a ZLM/ZAP na sala de aula é complexa e informa-nos, adicionalmente, sobre o desenvolvimento desta professora na ZDP, isto é, através da identificação daquilo que um professor permite ou promove em um contexto institucional, poderíamos melhorar a compreensão da trajectória do desenvolvimento do professor. Os autores ressaltam que a ZLM e a ZAP providenciam uma rota mais acessível na ZDP dos professores. Os autores utilizaram o discurso da professora na sala de aula para identificar a ZLM/ZAP complexa que ela estabeleceu nesta sala de aula. Em particular, a análise focalizou sobre a identificação do que a professora permitiu ou promoveu durante o curso da instrução e como isto pode ser deslocado na prática. A análise de um episódio realizada pelos autores, por exemplo, mostra que eles encontraram padrões no discurso, os quais parecem promover a ilusão de fazer sentido, estabelecendo ligações cognitivas na sala de aula durante a resolução de um problema.

Entretanto, no processo de identificar a ZLM e a ZAP estabelecidas na sala de aula, os autores encontraram que parte da ZAP pode ser ilusória, isto é, às vezes estabeleceu o que eles descreveram como zona '*Phantom'* de acção promovida, PZ, ou a zona na qual ela parece promover acções, mas de facto, estas não são permitidas, uma vez que a professora parece restringir aos alunos parte essencial da actividade de resolução de problemas, tais como conjecturar e argumentar. A professora convidou os alunos a participar oralmente da actividade de resolução de problemas, mas afunilou as respostas deles. Esse afunilamento impôs limites cognitivos ao pensamento dos alunos.

Uma terceira foi realizada por Ryve (2007), que investigou dois cursos de resolução de problemas, focou o discurso da sala de aula e argumenta que o conteúdo de um curso é mais determinado pelo que está acontecendo na sala de aula do que, por exemplo, pelo que está escrito em documentos formais do curso. O objectivo deste estudo foi caracterizar o discurso de sala de aula de dois cursos de resolução de problemas para candidatos a professor de Matemática, que eram, aparentemente, semelhantes. As análises mostraram que os discursos de ambos os cursos são caracterizados em termos de três categorias: (i) *orientado subjectivamente*; (ii) *orientado didacticamente* e (iii) *orientado para a resolução de problemas.* As análises mostram que a distribuição dos discursos naquelas categorias difere substancialmente entre os dois cursos. Na primeira categoria, a do discurso orientado subjectivamente, os candidatos a professor sublinhavam os objectos matemáticos e procedimentos necessários para os alunos responderem uma tarefa. O discurso dos candidatos a professor, na segunda categoria, orientado didacticamente, sublinhava o modo como resolver as tarefas matemáticas destinadas a alunos do ensino primário e secundário. Na categoria do discurso orientado para a resolução de problemas, a terceira do estudo, ocorreram "meta-trocas" no discurso do candidato a professor. Estas "meta-trocas" podem ser identificadas na discussão dos diferentes modos de resolver a mesma tarefa. Com estas "meta-trocas" os candidatos a professores demonstram um conhecimento com um nível cognitivo mais elevado do que aquele existente quando resolvem um problema no qual não comparam a sua resolução a outras. Nos dois cursos de resolução de problemas, emergiram diferentes tipos de discurso, referentes às três categorias de análise. Num curso verifica-se uma predominância do discurso orientado subjectivamente. Neste curso, o professor formador controlou o surgimento das discussões e os candidatos a professor tinham uma relativa liberdade em escolher o foco das apresentações. Por sua vez, noutro curso 2, a predominância foi para a resolução de problemas, seguido do discurso didacticamente orientado, sem o surgimento de referentes ao discurso subjectivamente orientado. Neste curso, os candidatos a professor tornaram-se mais activos na construção dos discursos. Esta maior actividade revelou-se quando eles deram claras instruções de que as soluções devem ser ajustadas aos alunos e que eles podem apresentar várias soluções durante a resolução de um problema matemático. Em relação ao objectivo de caracterizar os discursos, o autor elaborou razões plausíveis para estas divergências. Esta elaboração, junto com as características encontradas, servem então como base para duas discussões. A primeira, refere-se à importância de não apenas haver conversas sobre Matemática nos cursos de formação inicial de professores, em termos quantitativos, isto é, quanta Matemática os candidatos a professor devem estudar, mas também é preciso que tais conversas abranjam os termos qualitativos, isto é, o que deve ser incluído naqueles cursos de Matemática. A segunda é como o que foi encontrado neste estudo pode vir a ser interessante para os educadores e os pesquisadores que pretendem desenvolver cursos de resolução de problemas para candidatos a professor. No estudo, o autor também discute um número de aspectos práticos que devem ser considerados quando planejamos ou ensinamos um curso de resolução de problemas para candidatos a professores. Por fim, Ryve (2007) posiciona-se em relação à aprendizagem, afirmando que esta ocorre através da participação num discurso específico (Sfard, 2002; 2008). É importante, portanto, para o autor, que os candidatos a professor se tornem activos neste discurso. Além disso, o autor sublinha que dois motivos podem tornar o que foi encontrado neste estudo interessante. O primeiro, porque na Suécia, onde a pesquisa se realizou, têm ocorrido muitas discussões sobre qual a credibilidade que os candidatos a professor de Matemática devem ter. Para o autor, o que foi encontrado referente à distribuição dos tipos de discursos, bem como a natureza da participação dos candidatos a professor, permitem-no argumentar que é absolutamente necessário complementar as discussões referentes a termos quantitativos, focalizando o que incluir nos cursos, por discussões referentes a termos qualitativos. O segundo, os resultados pode ser interessantes para professores formadores, que planejam cursos de resolução de problemas para candidatos a professor.

Experiência didáctica e comunicação

Numa experiência didáctica com candidatos a professor de Matemática, Cursio et al. (1996) utilizam uma abordagem que envolve o discurso e materiais concretos. Estes autores consideram que ensino efectivo em Matemática "envolve o discurso dinâmico entre professor e alunos" (p. 204). Um professor experiente, indicam, pode sentir-se à vontade num contexto caracterizado por interacções com os alunos. No entanto, segundo referem, os candidatos a professor frequentemente consideram um desafio proceder a integração entre a comunicação em e sobre Matemática. A referida abordagem, fundamenta-se na crença segundo a qual, modo mais eficiente para os ajudar a desenvolver estratégias para o diálogo com os alunos é engajá-los em experiências que os convençam a empregar o modelo quando fizerem a transição do papel de aprendizes para o de professor.

Os autores buscaram coordenar as actividades apresentadas aos candidatos a professor, com o método do curso e o trabalho empírico. Estas actividades foram elaboradas com o objectivo de ajudar os candidatos a professor a desenvolver compreensão e habilidades, as quais incluem o discurso como uma estratégia integral no ensino da Matemática. Foram desenvolvidas três tipos de actividades, nas quais estes precisavam de se envolver, num processo de desenvolvimento de poder na utilização do discurso para ensinar Matemática: (i) ter experiência no discurso como aprendizes; (ii) desenvolver a reflexão sobre o discurso; e (iii) a compreensão sobre o discurso é utilizada para um ensino no qual há questionamentos orientados. Este terceiro ponto exige do candidato a professor a transformação do seu conhecimento do discurso em planos de ensino. Embora, como sublinham os autores, tenha ocorrido um aumento da reflexão, na formação inicial, este foco sobre a reflexão raramente inclui o discurso.

Para envolver os candidatos a professor como aprendizes do discurso, os formadores deram-lhes vários materiais para serem matematicamente verificados. O material concreto utilizado dependia do conceito a desenvolver. Nas duas abordagens utilizadas, em pares e com a turma, ambos os formadores organizaram dois diferentes tipos de discurso. No primeiro, ajustam o contexto para os candidatos a professor conversarem entre eles com o objectivo de descobrir relações matemáticas ou ideias e atribuir significado. O segundo, um grupo de discussão foi deixado pelos formadores para focalizar sobre o que os candidatos a professor aprenderam com as tarefas matemáticas. Desse modo, salientam os autores, nestes dois formatos de discurso, os candidatos a professor expõem-se a uma pedagogia que envolve materiais concretos. No entanto, como sublinham os autores, nenhum propicia oportunidade para reflectir sobre diferentes modos através dos quais os formadores organizam e encorajam a utilização do discurso como uma estratégia de ensino.

Segundo Cursio et al. (1996), os candidatos a professor, podem construir um conhecimento básico sobre estratégias de discurso, de diferentes modos. Reflectir sobre as implicações do discurso em sua própria experiência como aprendizes, para estes autores, propicia um contexto ideal no qual pode identificar-se como o discurso pode vir a contribuir para sua própria aprendizagem. Nas ilustrações sobre o ensino nos cursos com métodos matemáticos, apresentados acima, os candidatos a professor estavam envolvidos no discurso, durante o período quando colaboravam e conversavam voluntariamente sobre a tarefa e, novamente, quando a turma partilhou os seus conhecimentos e modos de conhecer.

Os autores ainda sublinham que, quando pediram aos candidatos a professor para reflectir sobre as estratégias de discurso do formador, eles identificaram abordagens pedagógicas que sustentam a observação e a extensão, o resumir e o validar e o redireccionar. Outras experiências extra, referidas pelos autores, podem ajudá-los a usar as estratégias do discurso para provocar o pensamento e a discussão em Matemática. Entre tais experiências podemos ter assistir videogravações de professores envolvidos no discurso com grupos de diferentes níveis e graus e com diferentes conteúdos matemáticos. Além disso, assistir diferentes utilizações do discurso e depois reflectir sobre a sua própria experiência como aprendizes, segundo os autores, propicia aos candidatos a professores adquirirem mais habilidade no reconhecimento de estratégias do discurso. Os autores salientam que a reflexão sobre o discurso estimula os candidatos a professores no desenvolvimento de sua própria compreensão do papel do discurso no ensino e na aprendizagem.

A produção de compreensão através da reflexão, de acordo com Cursio et al. (1996), é um pré-requisito para transformar ideias sobre o discurso em uso. No entanto, a reflexão não muda rapidamente a perspectiva do aprendiz, de modo que passe a ter a de professor. Faz-se necessário, para a realização desta transformação, propiciar aos candidatos a professores oportunidades que são planejadas para a implementação e revisão de suas próprias experiências de ensino, planejadas para a promoção do discurso. Um modo a proporcionar experiência transformadora, para os autores, é fazer os candidatos a professores trabalharem em pares, escrever sobre o discurso e tarefas matemáticas. No panejamento realizado com outros colegas, pede-se aos candidatos a professor para produzir possibilidades de início e de apoio ao discurso. Para fazê-lo, os candidatos a professores devem manter a sua atenção sobre conceitos adequados ao que pretendem fazer e promover uma contextualização igualmente adequada ao envolvimento dos alunos numa tarefa significativa.

Sintetizando, o discurso pode ser uma importante estratégia promotora de aprendizagem do candidato a professor de Matemática. Em três pesquisas e uma experiência didáctica esta característica do discurso pode ser encontrada. Na primeira pesquisa, a zona teórica de Valsiner foi usada para examinar padrões de discurso estabelecidos por candidatos a professor de Matemática. Tais padrões de discurso parecem promover verbalizações na sala de aula que promovem a ilusão de fazer sentido, ao invés de estabelecer ligações cognitivas na sala de aula. Na segunda pesquisa, a análise do discurso foi utilizada na sala de aula de uma candidata a professora de Matemática, com o objectivo de alargar suas prévias investigações da zona teórica de Valsiner. Os padrões de discurso encontrados parecem promover a ilusão de fazer sentido, estabelecendo ligações cognitivas na sala de aula durante a resolução de um problema. Entretanto, na zona na qual parecem que as acções são permitidas, estas de facto não o são. A professora convidou os alunos a participar oralmente da actividade, mas afunilou a resposta deles. A terceira pesquisa investigou dois cursos de resolução de problemas para candidatos a professor de Matemática. Focalizou sobre o discurso na sala de aula. Emergiram diferentes tipos de discurso de cada um dos cursos, referentes às três categorias de análise. Num curso, as percentagens apontam uma predominância do discurso orientado subjectivamente. Neste curso, o professor formador controlou o surgimento das discussões e os candidatos a professor tinham uma relativa liberdade em escolher o foco das apresentações. Noutro curso, os candidatos a professor tornaram-se mais activos na construção dos discursos. Numa experiência didáctica com candidatos a professores de Matemática foi utilizada uma abordagem que envolveu discurso e materiais concretos. Actividades foram elaboradas pelos pesquisadores a fim de ajudar os candidatos a desenvolver compreensão e habilidades que incluem o discurso como uma estratégia integral na instrução matemática. A reflexão é utilizada nestas actividades para gerar compreensão e contribuir para transformar ideias sobre o discurso em uso.

2.7. Síntese

A formação inicial é um período sobre o qual existem actualmente diferentes expectativas, de diferentes grupos e instituições. Vários pesquisadores sublinham a complexidade deste período da formação profissional do professor. Diante desta complexidade, encontramos recomendações curriculares que visam nortear as actividades a realizar com os candidatos a professor. Para a consecução de tais recomendações, é necessário o desenvolvimento de competências no candidato a professor. Este desenvolvimento, no entanto, encontra dificuldades inerentes à própria formação inicial, nomeadamente a dissociação entre o que é ensinado nas universidades e as solicitações da realidade escolar.

A aprendizagem do candidato a professor tem sido objecto de vários estudos e pesquisas. Tradicionalmente, esta aprendizagem tem sido interpretada no paradigma da racionalidade técnica, caracterizado pela dissociação entre a teoria e a prática, no qual primeiro o candidato a professor precisa aprender na teoria, para depois a aplicar na prática. As limitações deste paradigma na formação inicial, constatada em pesquisas e na prática, contribuíram para a emergência de outros paradigmas de formação inicial. Um outro paradigma é o realístico, no qual o candidato a professor constrói o seu processo de reflexão sobre situações práticas que são elaboradas de acordo com as necessidades pessoais de aprendizagem. A abordagem realística almeja, através da aprendizagem como reflexão, que os candidatos a professores passem a aprender a aprender. Diante da enorme variedade de práticas preparatórias para o candidato a professor, podemos sublinhar quatro modelos que focalizam a interface teoria-prática que vão desde uma abordagem na qual não é necessário preparação específica para o ensino ou apenas um curto período de observação da prática, até o modelo no qual a teoria está integrada na prática. Uma outra abordagem que parte da complexidade da formação inicial, é a integração conteúdo-pedagogia-reflexão. Nesta abordagem, destacam-se estudos com dois métodos para envolver os candidatos a professor. O primeiro é envolvê-los em estratégias similares àquelas recomendadas para o seu próprio ensino e o segundo é o uso da tecnologia. Esta abordagem pode ser desenvolvida numa única disciplina, que aborde simultaneamente o conteúdo e os assuntos do ensino ou através de diferentes tipos de experiências que se desenrolem paralelamente na escola e na universidade.

Diversos investigadores sublinham que as concepções influenciam o pensamento e a acção dos professores. As concepções possuem natureza essencialmente cognitiva mas distinta dos conceitos específicos, sendo uma forma de encarar o mundo, de pensar. A formação das concepções ocorre num processo simultaneamente individual, que resulta daquilo que elaboramos sobre a nossa própria experiência, e social, que resulta da confrontação das nossas elaborações com as das outras pessoas. A mudança das concepções do candidato a professor é processo difícil e, para tal, é preciso conhecê-las, questioná-las e conhecer outros modos de pensar e encarar o ensino e aprendizagem da Matemática. As práticas do candidato a professor apresentam como principal problema, a ausência de uma prática lectiva diária, que propicie a formulação de objectivos de intervenção prática imediata ou momentos de reflexão ou reflexão-na-acção ou ainda, a reflexão sobre a reflexão na acção. Há vários modelos de formação inicial encontrados nas universidades e nas escolas superiores de educação portuguesas. Nas universidades a formação inicial apresenta um modelo no qual os candidatos a professor primeiro devem aprender a teoria, para depois aplicá-la na prática. Nestas instituições, o estágio ocorre no último ano do curso. As escolas superiores de educação, pelo seu lado, apresentam um modelo integrado, no qual, desde o primeiro ano do curso, os candidatos a professores vão às escolas, aumentado, paulatinamente, seu período de permanência no contexto escolar. Em cada um desses modelos, as relações entre o candidato a professor e os professores formadores do ensino superior e das escolas, desempenham um papel importante na sua aprendizagem.

O conhecimento didáctico de Matemática caracteriza a profissionalidade docente permitindo àquele que o possui tornar os conteúdos matemáticos compreensíveis aos alunos. Este conhecimento possui natureza prática, embora se situe num plano entre o teórico e o empírico. No seu desenvolvimento, apresenta conceitos e processos importantes, que caracterizam seu conteúdo, que são os objectivos do ensino da Matemática, as tarefas, os materiais didácticos e a avaliação.

Nas últimas décadas a reflexão tem sido um conceito fulcral na formação inicial de professores de Matemática. A reflexão está relacionada com a mudança de crenças e de concepções sobre o que é ensinar Matemática e o modo como o professor concebe a disciplina. Vários estudos sublinham o papel da prática reflexiva no desenvolvimento da capacidade dos candidatos a professor em analisar, confrontar e problematizar determinados momentos das aulas. Quando dão sentido ao que fazem, identificam e antecipam situações complexas do ensino e atribuem novos significados à sua prática.

Capítulo 3

A Comunicação na Sala de Aula de Matemática

Neste capítulo abordo a comunicação na aula de Matemática e suas implicações na formação inicial de professores. Apresento três perspectivas referentes à comunicação, situando minha pesquisa na terceira. De seguida, abordo o contrato didáctico e as normas sociomatemáticas e analiso a medida em que essas noções podem contribuir para compreender a comunicação. Por fim, dedico atenção aos estudos sobre a comunicação na sala de aula, destacando a importância da explicação para o candidato a professor de Matemática, interpretando sua acção na perspectiva interaccionista.

3.1. Três perspectivas sobre a comunicação no ensino da Matemática

A comunicação na sala de aula de Matemática pode ser encarada de diferentes modos, dependendo da teoria da aprendizagem utilizada para a interpretar. Cada teoria, por sua vez, baseia-se numa epistemologia diferente. De seguida procuro mostrar como a comunicação é perspectivada em três importantes teorias: o construtivismo de Piaget, a abordagem sociocultural de Vygotsky e o interaccionismo de Bruner.

A comunicação na perspectiva construtivista

Sierpinska (1998) passa em revista a comunicação na perspectiva construtivista, cujo principal representante é Jean Piaget. Segundo ela, para Piaget, a aprendizagem, para se efectivar, precisa ser activa. O indivíduo aprende através da sua acção sobre os objectos do conhecimento. O desenvolvimento mental é dependente da maturação biológico-neural das funções cerebrais. Por isso, as interacções com o ambiente mas não bastam para promover o desenvolvimento cognitivo. A escolarização dá o seu contributo, mas só por si não pode fazer acontecer o seu desenvolvimento. Assim, na teoria construtivista, a maturidade biológica constitui um pré-requisito para a aprendizagem. Para Piaget existem quatro estágios de aprendizado no ser humano: sensório-motor, pré-operatório, operatório concreto e operatório formal. Cada um destes estágios corresponde a um conjunto de potencialidades de aprendizagem, que se torna mais sofisticada com a maturidade biológica. Sierpinska (1998) indica, no entanto, que hoje em dia este aspecto da teoria piagetiana não tem a ênfase que recebia algumas décadas atrás, sendo mesmo contestado por muitos autores.

Como indica Barros (1996), na teoria piagetiana, o conceito de esquema desempenha um papel fundamental. Os esquemas são estruturas mentais com que os indivíduos se adaptam intelectualmente e organizam o ambiente. O desenvolvimento segue uma adaptação biológica através dos processos complementares de assimilação e acomodação. A assimilação é o processo cognitivo de colocar novos objectos em esquemas preexistentes, envolvendo uma modificação do objecto. Pelo seu lado, na acomodação, ocorre uma modificação dos esquemas para corresponderem aos novos objectos. Quando um indivíduo aprende algo novo dá-se um conflito cognitivo. O novo conhecimento provoca uma desestabilização nas estruturas cognitivas do indivíduo e só quando o reequilíbrio é restaurado se pode dizer que houve a aprendizagem do novo conhecimento. Piaget estava interessado em saber como o indivíduo conhece o mundo através das relações que estabelece com ele. Vê este indivíduo como um aprendiz solitário, evoluindo através da relação de suas estruturas cognitivas com o novo conhecimento, num processo de equilibração e reequilibração que começa com o nascimento e acaba com a morte.

Sierpinska (1998) afirma que os construtivistas consideram a linguagem como expressão do pensamento, caminhando em paralelo com ele e com a lógica. Consideram, além disso, que a aprendizagem da Matemática não se processa através da linguagem. Procurar ensinar através da linguagem constitui mesmo um obstáculo para aprendizagem. Para os construtivistas, aprendizagem ocorre, sim, a partir da acção sobre os objectos do conhecimento do aprendiz. A maturidade é também um pré-requisito para a comunicação. Segundo essa teoria, temos a princípio um aprendiz egocêntrico. Sua fala também é egocêntrica e esse egocentrismo inviabiliza o diálogo. O professor que concebe a aprendizagem desenvolvendo-se de acordo com essa teoria pode ouvir o aluno, pode propor mudanças e adequações em situações-problema e estimular a sua acção, mas não tem possibilidade de se estabelecer um efectivo diálogo. Esse aspecto torna problemática a comunicação nesta teoria. Na perspectiva construtivista, na sala de aula, cada aluno constrói o seu texto de conhecimento. Para os construtivistas, o discurso do professor é o do ensino directo e os alunos não podem aprender através dele, uma vez que não estão agindo sobre os objectos do seu conhecimento. Sierpinska (1998) afirma igualmente que a perspectiva construtivista torna inviável a partilha do conhecimento matemático através da comunicação oral entre aluno e professor e entre o aluno e os seus pares. Podemos, portanto, perceber que há muita limitação na comunicação, quando esta é analisada através da perspectiva construtivista.

A comunicação na perspectiva sociocultural

Segundo Sierpinska (1998), o psicólogo Lev Vygotsky constitui a principal referência da chamada abordagem sociocultural. Este autor, inspirado na concepção marxista do mundo, ressalta a importância das práticas sociais na aprendizagem, o que leva a formular uma outra perspectiva sobre a comunicação na sala de aula de Matemática. Para ele, a educação e o desenvolvimento são interdependentes. Diferentemente de Piaget, que afirma que a educação depende do desenvolvimento, ou seja, da maturação das estruturas cognitivas, este autor concebe o desenvolvimento como um processo de enculturação.

A enculturação é um processo através do qual os indivíduos, ao longo da vida, aprendem de modo contínuo os elementos da sua cultura, informal ou formalmente, consciente ou inconscientemente. A escola é uma das principais instituições da enculturação formal. No entanto, este processo ocorre essencialmente pela imitação e pela participação em grupos espontâneos e não em instituições sociais. A família e os amigos são um bom exemplo de grupos fundamentais à enculturação informal. A enculturação formal, pelo contrário, é orientada pelo aspecto normativo e obrigatório, inspirado por instituições sociais. Este facto diminui a iniciativa espontânea, mas raramente a anula (Bernardi, 1978).

Como indicam Moysés (1997) e Sierpinska (1998), Vygotsky apresenta a mediação simbólica como uma das ideias centrais para a compreensão do desenvolvimento humano como processo sociocultural. Segundo essa perspectiva, o homem não tem acesso directo aos objectos, mas sim acesso mediado através de recortes do real, operado pelos sistemas simbólicos de que dispõe. Por isso, enfatiza a construção do conhecimento como uma interacção mediada por várias relações, ou seja, o conhecimento não resulta de uma acção do sujeito sobre os objectos do conhecimento, como no construtivismo, mas da mediação feita por outros sujeitos. Os outros podem apresentar-se por meio de objectos, da organização do ambiente, ou do mundo cultural onde o indivíduo se insere.

Para Vygotsky, a interacção entre pares constitui um factor que contribui de modo decisivo para a aprendizagem significativa. A interacção também pode ocorrer com um parceiro mais experiente. Este autor designa de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) a distância entre o desenvolvimento real de um indivíduo e o seu desenvolvimento potencial. A interacção entre os pares nessa zona propicia a comunicação, de diferentes modos, e pode tornar-se um recurso importante para a aprendizagem. O desenvolvimento em Vygotsky não é apenas o desenvolvimento de estruturas cognitivas abstractas, é também o desenvolvimento de conceitos. Estes são compreendidos como o significado das palavras e é através delas que o pensamento adquire existência. As palavras materializam o pensamento. Este autor atribui por isso, ao contrário de Piaget, uma grande importância à comunicação oral. Designa os conceitos desenvolvidos na cultura a que o indivíduo pertence como conceitos espontâneos ou conhecimentos prévios. Estes conceitos podem relacionar-se com os conhecimentos científicos, transmitidos pela escola. A articulação entre esses dois tipos de conceitos é um desafio à escola e pode propiciar a aprendizagem por parte de grupos culturais que antes não a frequentaram (Carraher, Carraher & Schliemann, 2001; Vygotsky, 1993).

Vygotsky também estudou a linguagem escrita, que, ao contrário de Piaget, considera importante no desenvolvimento do pensamento. Para ele, o desenvolvimento antecede a comunicação na linguagem escrita. Segundo Sierpinska (1998), para este autor, a característica mais importante do discurso escrito é o seu carácter voluntário, ou seja, o facto que ele é planejado conscientemente e tem por base um sistema de signos escolhido arbitrariamente. Assim, enquanto Piaget não considera adequado ensinar à criança o simbolismo matemático, preferindo que ela use as suas próprias representações, para Vygotsky, pelo contrário, o uso dos símbolos fortemente ligado às práticas culturais, é uma ferramenta importante na aprendizagem.

Na perspectiva epistemológica sociocultural podemos encontrar outras possibilidades na relação entre linguagem e comunicação. Nela, a linguagem não é um obstáculo à comunicação, mas sim uma ferramenta cultural, um instrumento de comunicação. É um sistema simbólico e a utilização dos instrumentos simbólicos é o que nos torna humanos (Sierpinska, 1998; Vygotsky, 1993). Apesar de valorizar o trabalho na ZDP, Vygotsky considera que os significados dos conceitos científicos não podem ser negociados (Bussi, 1998). Desse modo, mesmo que a escola queira promover o diálogo entre essas duas formas de saber, o espontâneo e o científico, *a priori* só o saber espontâneo seria negociado.

As teorias de Piaget e Vygotsky fornecem duas formas distintas de encarar a comunicação que podem servir para analisar as concepções e as práticas de sala de aula de um professor ou futuro professor de Matemática. O construtivismo não considera a existência do outro, portanto, não chega a debruçar-se sobre a comunicação. A perspectiva sociocultural dá-nos mais possibilidades, mas a dificuldade de diálogo entre os conceitos científicos e espontâneos faz-nos pensar no modo de os articular de modo satisfatório tendo em vista a aprendizagem do aluno. Para que isso seja possível precisamos de considerar outros elementos que não fazem parte desses modelos teóricos.

A comunicação na perspectiva interaccionista

Nas teorias anteriores, encontrámos duas possibilidades diferentes de analisar a comunicação na sala de aula. Poderíamos pensar numa terceira possibilidade em que a comunicação fluísse de modo mais interactivo. As duas teorias psicológicas referem-se ao sujeito que aprende. Em Piaget, o aprendiz solitário age sobre os objectos do conhecimento para construí-lo. Em Vygotsky, o aprendiz localizado social e historicamente numa cultura, também constrói seu conhecimento, sendo esse contexto sociocultural decisivo na sua aprendizagem. Entretanto, se queremos focalizar a comunicação de modo mais efectivo, podemos pensar numa teoria que ressalte mais o papel das interacções sociais na aprendizagem.

As interacções foram intensamente estudadas por Jerome Bruner, um psicólogo americano que desafiou o benhaviorismo, o paradigma de aprendizagem predominante no início do século XX e que ainda hoje tem fortes manifestações nas salas de aula. Na sua teoria, a aprendizagem é um processo activo, em que os aprendizes constroem novas ideias ou conceitos, baseados nos seus conhecimentos actuais e passados. O aprendiz selecciona e transforma a informação, constrói hipóteses e toma decisões, de acordo com a sua estrutura cognitiva. Essa estrutura cognitiva fornece significado e organização para as experiências e permite ao indivíduo “ir além da informação dada”. Por isso, este autor acredita que a aprendizagem é um processo que ocorre internamente e é mediado cognitivamente e não é um produto directo do ambiente, das pessoas ou de factores externos àquele que aprende. Esse autor não se esquece dos aspectos sociais e culturais da aprendizagem, porém dá-lhes menos importância do que Vygotsky (Bruner, 1973).

As teorias de Piaget e Vygotsky são importantes para analisar a sala de aula, mas não foram desenvolvidas para com objectivos educacionais. Ao contrário, Bruner (1972) pesquisou o trabalho de sala de aula e desenvolveu uma *teoria da instrução* que sugere metas e meios para a acção do educador. A teoria interacionista de Bruner fundamenta uma perspectiva geral para o ensino, baseada no estudo da cognição. Muito da teoria está ligado à pesquisa do desenvolvimento infantil, tal como nos estudos piagetianos. Segundo Marques (2007), um aspecto que diferencia as teorias de Bruner e de Piaget é o papel que o primeiro concede à cultura, à linguagem e às técnicas como meios que possibilitam a emergência de modos de representação, levando-o a afirmar que o desenvolvimento cognitivo será tanto mais rápido quanto melhor for o acesso da pessoa a um meio cultural rico e estimulante. A teoria de Bruner incorpora, de uma forma coerente, quer as contribuições do maturacionismo de Piaget quer os contributos do ambientalismo de Vygostky, pois é através de um e de outro que a criança organiza os diferentes modos de representação da realidade, utilizando as técnicas que a sua cultura lhe transmite. O desenvolvimento cognitivo da criança depende da utilização de técnicas de elaboração da informação, com o fim de codificar a experiência, tendo em conta os vários sistemas de representação ao seu dispor.

Bruner, à semelhança de Piaget, procurou tipificar o desenvolvimento cognitivo numa série de etapas: até aos 3 anos de idade, a criança passa pelo estádio das *respostas motoras*, dos 3 aos 9 anos, faz uso da *representação icónica*, e a partir dos 10 anos de idade, acede ao estádio da *representação simbólica*. No primeiro estádio, a criança representa os acontecimentos passados através de respostas motoras apropriadas e privilegia a acção como forma de representação do real. É por isso que a criança dessa faixa etária aprende sobretudo através da manipulação de objectos. Nesta fase, a criança age com base em mecanismos reflexos, simples e condicionados até conseguir desenvolver automatismos. A segunda etapa, a *representação icónica*, baseia-se na organização visual, no uso de imagens sinópticas e na organização de percepções e imagens. A criança é capaz de reproduzir objectos, mas está fortemente dependente da memória visual, concreta e específica. A terceira etapa, a *representação simbólica*, constitui a forma mais elaborada de representação da realidade. Para Marques (2007), a criança começa a ser capaz de representar a realidade através de uma linguagem simbólica de carácter abstracto. Ao entrar nesta etapa, a pessoa começa a ser capaz de manejar os símbolos de modo não só a fazer a sua leitura da realidade mas também a transformar a realidade. A passagem por cada uma destas três etapas pode ser acelerada através da imersão da criança num meio cultural e linguístico rico e estimulante.

Outra faceta importante da teoria de Bruner é que a estrutura cognitiva prévia do aluno, os seus esquemas e modelos mentais, é um factor essencial na aprendizagem. Esta estrutura cognitiva prévia dá significação e organização às suas experiências e permite ir mais além, já que para integrá-la na sua estrutura o aluno deve aprofundá-la e contextualizá-la (Bruner, 1973). Além disso, Bruner difere de Piaget em relação à linguagem. Enquanto para Piaget, o desenvolvimento da linguagem decorre paralelamente ao pensamento, para ele, o pensamento da criança evolui com a linguagem e depende dela. Segundo Sierpinska (1998), a abordagem interaccionista dá especial atenção às interacções indivíduo-cultura e a linguagem possui um lugar importante. A ênfase é relativa à noção de conhecimento que essa abordagem possui. Nessa epistemologia, a origem e validade do conhecimento não está na observação objectiva do mundo, como pensam os empiricistas, ou na racionalidade inata, como dizem os racionalistas, ou ainda nas estruturas lógico-matemáticas da mente construídas através de uma sequência de estágios de desenvolvimento, como pensam os construtivistas, mas sim na linguagem. Ela é compreendida não como sistema de signos, mas como prática social, ou seja, como discurso. Segundo Sierpinska (1998), para Bruner a linguagem é um veículo para fazer coisas com e para os outros. Para os interaccionistas o conhecimento tem um carácter discursivo:

> A Matemática é também um discurso. Não é só uma ferramenta para resolver problemas, mas alguma coisa muito mais influente. Ela é um caminho para ver o mundo e pensar sobre ele. Ela é um universo que é estabelecido através da comunicação. (Bruner, 1985, p. 38)

Bruner vê a Matemática como uma linguagem de uma perspectiva pragmática, não semântica ou sintática. Para os interacionistas, a linguagem é inicialmente um instrumento de comunicação, mas não a comunicação de pensamentos. Para eles, as pessoas estão fazendo coisas com palavras (Sierpinska, 1998). O professsor de Matemática, ao abordar um conceito, não o está comunicando ao aluno ou alunos. Os alunos também não estão comunicando conceitos social, historica e culturalmente construídos. Ao falar, eles estão fazendo coisas com e para os outros:

> Os significados não estão na cabeça das pessoas, para ser transmitidos de uma pessoa a outra. As pessoas não têm que significar o que dizem, mas o que elas dizem significa em definitivo alguma coisa, não só "para os outros", mas alguma coisa nessa cultura. (Sierpinska, 1998, p. 52)

A visão interaccionista da comunicação está associada à escola de filosofia da linguagem representada por Wittgenstein, Austin, Searle, Grice e seus seguidores. Para a perspectiva interaccionista, segundo Sierpinska (1998) não existe transmissão do conhecimento, porque o conhecimento não está na cabeça do professor. No diálogo entre professor e aluno na sala de aula ocorre uma interacção e o conhecimento matemático emerge nessa interacção. O tipo de conhecimento que se constrói depende do tipo de interacção. Ele está sendo construído através das palavras, são elas que indicam a acção dos interlocutores. Nesta abordagem, o significado está no discurso. O interaccionismo vê a comunicação como precedendo e preparando o terreno para a aquisição da linguagem (Sierpinska, 1998).

Outro contributo teórico importante de Bruner (1960) para a teoria da aprendizagem relaciona-se com os conceitos de prontidão e de aprendizagem em espiral, apresentados no livro *The process of education*. No essencial, o conceito de prontidão pode ser enunciado da seguinte forma: as bases essenciais de qualquer disciplina científica podem ser ensinadas em qualquer idade de forma genuína. Ao contrário de Piaget, Bruner não via qualquer obstáculo de ordem cognitiva e desenvolvimental ao ensino das ciências com crianças pequenas (Marques, 2007). Pelo seu lado, o conceito de aprendizagem em espiral indica que qualquer ciência deve ser ensinada de forma que os mesmos tópicos sejam abordados e posteriormente retomados e aprofundados. Piaget nunca aceitou pacificamente esta tese, tendo havido alguma controvérsia, sobre esta matéria, entre Bruner e alguns piagetianos ortodoxos. Explicitando as diferenças teóricas entre Bruner e Piaget face ao currículo em espiral e ao conceito de prontidão, Roldão (1994, citada em Marques 2007) afirma que a noção de currículo em espiral de Bruner tem por base a noção de estádios de desenvolvimento. No entanto, esta fundamentação é vista como uma orientação para adaptar estratégias de ensino aos diferentes modos de ver o mundo em diferentes idades e não para seleccionar ou excluir conteúdos ou conceitos. Os desenvolvimentistas interpretam a teoria dos estádios de modo diferente, relacionando a natureza e o nível da abstracção dos conteúdos com os processos mentais que funcionam ou não num dado estádio. Estes investigadores dão especial importância à hierarquia dos estádios enquanto Bruner, apesar de ter também proposto uma sequência de estádios, se preocupa mais com a especificidade qualitativa da compreensão das crianças em cada um deles.

3.2. Estudos sobre a comunicação

Diferentes autores que estudam a sala de aula como local de ensino e aprendizagem enfatizam a importância da comunicação neste ambiente como um importante elemento integrante da aprendizagem do aluno (por exemplo, Alrø & Skovsmose, 2006; Lampert e Cobb, 2003; Lopes, 1999; Rota & Leikein, 2002; Sfard, 2002, 2008; Wood, 1998). A Matemática é considerada, por estes autores, como um discurso que pode contribuir para a aprendizagem dos alunos. O estudo das regularidades que emergem do discurso dos alunos e do professor na sala de aula – os padrões de comunicação – propicia a compreensão das interacções que nela ocorrem. A presente pesquisa foca a atenção na explicação (Bishop & Goffree, 1986) dado o meu interesse em ressaltar a oralidade na comunicação na sala de aula de Matemática. Um outro aspecto importante da comunicação na sala de aula de Matemática refere-se ao seu papel na regulação realizada pelo professor (Ponte et al., 2007), aspecto que também é abordado nesta secção.

Comunicação e regulação

A fim de responder à questão "Estaremos formando professores reflexivos?" Ponte et al. (2007) desenvolveram uma pesquisa que envolveu 16 pesquisadores que realizaram 12 estudos de caso de cunho qualitativo e interpretativo de jovens professores, isto é, de professores em início de carreira de diversos anos de escolaridade, incluindo professores do 1.º ciclo do ensino básico e professores de Matemática dos 2.º e 3.º ciclos e do ensino secundário. Segundo os autores, da análise cruzada dos casos surgiram diversas questões que se referem com as práticas de comunicação.

Esta pesquisa caracteriza três perspectivas para a comunicação matemática, como meio de regulação, como objectivo curricular e para promover a aprendizagem. Na perspectiva da comunicação matemática como meio de regulação, esta não se refere directamente à aprendizagem da Matemática. Ponte et al. (2007) referem que o professor pode usar este meio de regulação de diferentes formas, visando também diferentes objectivos, incluindo a participação activa do aluno nas actividades e na comunicação, de modo a coibir participações perturbadoras. Na sua perspectiva, é através da comunicação que, de forma explícita ou subtil, o professor mantém ou não o controlo da situação e pode perceber o progresso dos alunos e as suas dificuldades. O discurso do professor, para os autores, constitui uma prática social, em que ele recorre ao sistema linguístico como meio de comunicação com objectivos de natureza cognitiva e social. Na segunda perspectiva, a comunicação constitui um objectivo curricular da disciplina Matemática. No entanto, como indicam Ponte et al. (2007), nem todos os professores valorizam este objectivo da mesma forma, sendo para uns um objectivo fundamental e para outros secundário. Além disso, os professores podem encarar este objectivos de várias maneiras, considerando mais importante alguns aspectos da comunicação oral ou da comunicação escrita. A terceira perspectiva da comunicação, segundo os autores, é comunicação constitui sobretudo um meio para promover a aprendizagem da Matemática, ajudando a construir significados e compreender conceitos. Ponte et al. (2007) afirmam que a construção de significados matemáticos evolui por etapas e sucessivas, tornado público de forma oral ou escrita pelos alunos e regulados pelo professor. No entanto, para que isso ocorra, é necessário que os alunos se sintam à vontade para intervir e também saibam auto-regular-se para intervir adequadamente.

Ponte et al. (2007) afirmam que a colocação de perguntas é uma das formas principais a que o professor pode recorrer para dirigir o discurso na sala de aula, controlando o processo de comunicação. As perguntas formuladas pelo professor decorrem de seu conhecimento matemático, didáctico e curricular e podem ter carácter mais dirigido ou aberto. A utilização de perguntas é também referida em estudos como os de Menezes (1995, 2004) e Martinho e Ponte (2005). Menezes (1995), por exemplo, afirma que a pergunta constitui um meio de ensino poderoso, que o professor pode usar para obter diferentes objectivos. Pressupondo-se que a aprendizagem deve ser um processo que envolve simultaneamente o individual e o social, resultante da interacção entre professor e alunos, a pergunta ganha especial importância, uma vez que traduz uma solicitação de intervenção, um convite à participação. Entretanto, segundo este autor, o questionamento não é necessariamente bom, ou seja, não basta a ocorrência de muitas perguntas para termos uma aula proveitosa. A qualidade da pergunta é que faz a diferença entre uma aula produtiva, em temos de aprendizagem, e outra que não o é. O autor afirma ainda que as perguntas relacionadas a regulação das aprendizagens podem ser diversificadas. As mais comuns são as do tipo de confirmação, com as quais o professor visa testar o conhecimento e a memória dos alunos (Matos & Serrazina, 1996).

Em quatro dos estudos de caso apresentados na pesquisa realizada por Ponte et al. (2007), podemos identificar diferentes aspectos influenciando a regulação da comunicação realizada pelo professor. No caso de Miguel, este desencadeia diálogos através dos quais apela à participação dos alunos na explicitação dos seus raciocínios. Os diálogos contribuem para tornar o ambiente na sala de aula agradável e positivo, mas o professor não perde o controlo dos acontecimentos. No caso de Ana, que ressalta o papel fundamental do professor na condução e regulação da comunicação na sala de aula, a linguagem é escolhida cuidadosamente por ela, a fim de evitar situações de indisciplina. No terceiro caso, de Rita, a comunicação também é utilizada para evitar situações de indisciplina, usando a estratégia de olhar fixamente para os alunos, sem dizer nada, para que eles reduzam o barulho a um nível aceitável. No quarto caso, de Fátima, podemos identificar a utilização de uma regra de contrato didáctico explícita em relação à comunicação, quando diz "Por norma eles têm que falar" (p. 12). Esta professora afirma que direcciona a conversa, vai colocando questões para que os alunos cheguem onde quer, considerando que "dá mais resultado" quando lhes dá voz.

A regulação da comunicação na sala de aula pelo professor, de acordo com Ponte et al. (2007), não implica que este intervenha constantemente. Implica que o professor instituiu um ambiente no qual os alunos sabem o que podem e não podem fazer a cada momento e a aula se desenvolve naturalmente. Na pesquisa realizada por estes autores, os professores participantes sublinham a necessidade do professor controlar o que se passa na aula, sem perder de vista que esta seja um ambiente agradável, no qual os alunos se sintam à vontade para participar e expor suas dúvidas. Os professores não referiram, nesta pesquisa, muitas situações problemáticas, nomeadamente de indisciplina, e diversos professores afirmam mesmo ter estratégias para lidar com elas, caso surjam.

Contrato didáctico, normas sociomatemáticas e comunicação

A sala de aula de Matemática é um local onde ocorrem complexas interacções entre professor e alunos. Vários factores actuam nessas interacções (científicos, sociais, culturais, hierárquicos ou de ordem pessoal), frequentemente em caminhos contraditórios. Além do professor e do aluno, um terceiro elemento, o conhecimento, deve ser considerado nesse ambiente. Afinal, professor e alunos estão lá, acima de tudo, por causa do conhecimento (Medeiros 1999).

A sala de aula deve constituir um contexto favorável à aprendizagem desta disciplina e a comunicação que nela ocorre é um dos elementos fundamentais desse contexto (Alrø, & Skovsmose, 2006). O contrato didáctico estabelecido é um desses elementos decisivos para validar ou não diferentes práticas de comunicação nesse ambiente. Esse contrato refere-se ao conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e ao conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam explicitamente, para uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente, em sua maior parte, o que cada elemento da relação didáctica deve fazer e que será, de uma maneira ou de outra, válido para o outro elemento da relação (Brousseau, 1988).

O contrato didáctico refere-se a hábitos específicos do professor esperados pelos alunos e comportamentos dos alunos esperados pelo professor. Trata-se, portanto, de um sistema recíproco de expectativas. Esta noção de contrato didáctico apoia-se na noção de contrato social, que tem sua origem em Rousseau[1], e tem aparecido mais recentemente em algumas análises de conversação 'em contexto' que ressaltam o aspecto de negociação próprio de toda relação interpessoal (Amigues, Chevallard, Johsua, Paour & Schubauer-Leoni, 1988). Filloux (1974) apresenta a noção de *contrato pedagógico,* estabelecido entre aluno e professor e que não se refere a um conhecimento específico. Segundo a autora, esse contrato se evidencia pela

> Presença de dois contratantes que vão fazer aliança com duração de um ano baseada no seguinte enunciado: eu estou aqui para ensinar algo e vocês estão aqui para aprender esse algo. A presença de um somente se justifica pela presença do outro, mas ela somente se justifica ou se legitima pelo fato que um deve representar o conhecimento para o outro. (Filloux, 1974, p. 314)

Este ponto de vista privilegia o professor e o aluno, servindo o conhecimento sobretudo para dar origem e legitimar a relação. A partir das ideias de Rousseau e Filloux, Brousseau (1986, 1991) desenvolveu a noção de contrato didáctico. Valorizando a presença forte do conhecimento, este autor sugere que, a cada novo conhecimento, o contrato é renovado e renegociado. Na maior parte das vezes, essa negociação passa despercebida. Nenhuma das duas partes tem o poder de controlar completamente o con-

[1] Jean-Jacques Rousseau, filósofo francês, autor de *O Contrato Social*. Este livro, publicado em l762, serviu de inspiração à Revolução Francesa. Eram reflexões sobre a sociedade ideal. Rousseau se propõe a estabelecer a legitimidade do poder político, cujo fundamento não se basearia nem na vontade divina, nem na força, mas num pacto: a vontade geral (Rosa, 1982).

trato, o que confere a este o carácter de fenómeno essencialmente implícito e dificulta sua explicitação. Assim, as regras do contrato didáctico manifestam-se, sobretudo, quando ele é transgredido por um dos elementos da relação didáctica (Medeiros, 2001).

O contrato didáctico, com seu carácter de fenómeno implícito, pode contribuir, quando ocorre sua mudança, para tornar a sala de aula um contexto significativo durante as práticas orais e escritas de comunicação, pois podem ser estabelecidas novas regras de contrato didáctico, que valorizam novas práticas comunicativas. A comunicação oral estabelecida entre o professor e o aluno pode validar ou não, no contrato didáctico, as estratégias de resolução, os conhecimentos que o aluno já possui (Medeiros, 1999).

Para desempenhar bem esse novo papel, num novo contexto comunicativo, também pode ser um desafio ao professor de Matemática em formação inicial, reconhecer a existência de muitas estratégias de ensino-aprendizagem, isto é, não excluir nenhuma possibilidade, não ficar apenas restrito ao ensino directo (Ponte, 2005), no qual o professor direcciona o processo de comunicação na sala de aula, expondo o conhecimento matemático a partir de uma definição, seguida de exemplos e exercícios de fixação, muitas vezes, equivocadamente, chamados de problemas. Por possuir essas características, esse tipo de estratégia de ensino-aprendizagem, muitas vezes é chamada de “ensino expositivo”. A ideia implícita no ensino directo é a de transmissão de conhecimento.

Para não ficar preso a esse paradigma, que limita as interacções na sala de aula, podemos interpretar as acções do professor e suas interacções com os alunos, num outro paradigma, o ensino-aprendizagem exploratório que, segundo Ponte (2005), é caracterizado pelo tipo de trabalho predominante na aula, no qual o professor assume um novo protagonismo. Ele não monopoliza a comunicação, mas dialoga com os alunos, para que ocorra uma aprendizagem significativa. O tipo de tarefa escolhida e a atitude do professor em relação às tarefas e aos alunos são fundamentais na caracterização dessa estratégia de ensino-aprendizagem. Essa perspectiva da aula de Matemática pode permitir uma evolução do professor em sua formação inicial no que se refere ao modo como este encara o processo de comunicação. É fundamental que ele compreenda estas questões, para que a comunicação na sala de aula ocorra num contexto que permita a aquisição de significados pelos alunos e ocorra uma aprendizagem efectiva.

Para interpretar as interacções na sala de aula de Matemática, uma outra noção importante, além do contrato didáctico, é a de normas sociomatemáticas. Segundo Yackel e Cobb (1996), essas normas são distintas das normas sociais na sala de aula em geral, porque elas são específicas dos aspectos matemáticos das actividades dos alunos.

Os autores ampliam o seu trabalho anterior sobre as normas da sala de aula em geral, focalizando aspectos normativos de discussões matemáticas específicas na actividade dos alunos, por exemplo, a compreensão normativa do que é considerado *matematicamente diferente, matematicamente sofisticado, matematicamente eficaz* e *matematicamente elegante* numa sala de aula, são normas sociomatemáticas. Outra norma importante é o que é considerado uma *explicação* e *justificação aceitável.* Para estes autores, as normas sociomatemáticas não são critérios predeterminados introduzidos na sala de aula a partir do exterior mas sim constantemente regenerados e modificados pelos alunos e pelo professor. Yackel e Cobb (1996) analisam como professor e alunos constituem, durante as interacções na sala de aula, o que é considerada uma explicação ou justificação matemática aceitável. Os autores usam a noção de *diferença matemática*, para ilustrar como as normas sociomatemáticas são interactivamente construídas. Essa *diferença matemática* se refere a um modo diferente de resolver um problema proposto. O professor desafiava os alunos a apresentarem diferentes modos de resolução e essa norma sociomatemática possibilitou o surgimento de atitudes nos alunos, como a de reflectir sobre a explicação apresentada, que contribuiu para a aprendizagem dos alunos.

Em ambas as noções, de contrato didáctico e normas sociomatemáticas, o professor possui um papel central. Ao interpretarmos as interacções na sala de aula através das regras do contrato didáctico, encontramos vários nomes para os fenómenos que surgem nessas interacções e que se referem a efeitos e paradoxos do contrato didáctico (Brousseau, 1986). Assim, para Brousseau (1986) os efeitos de contrato são as rupturas realizadas no contrato didáctico quando o professor tem por objectivo a aprendizagem do aluno, mas este não alcança este objectivo do professor usando suas próprias estratégias. Então o professor muda as regras do contrato didáctico, mesmo que isso implique uma perda de significado no conceito que estiver sendo estudado. O autor deu nome a essas rupturas, por exemplo, *efeito Topázio*, *efeito Pigmaleão*, *efeito Jourdain* e *uso abusivo da analogia.*

Os paradoxos do contrato didáctico ocorrem, segundo Brousseau (1986), quando o professor devolve[2] ao aluno a responsabilidade pela construção do conhecimento. Nessas situações, o professor, por pressão do aluno e pelo desejo de lhe fazer adquirir bastante conhecimento, facilita as tarefas cada vez mais e com isso arrisca a perder

[2] A devolução era um ato através do qual o rei - por direito divino - abandonava seu poder para remetê-lo a uma câmara. A "devolução" significa: "já não se trata de minha vontade, mas do que vocês devem querer, porém, eu lhes confiro este direito porque vocês não podem reivindicá-lo por si mesmos" (Brousseau, 1986)..

oportunidades de obter e constatar a aprendizagem. Esse contrato, que se estabelece com a ruptura do anterior e no qual as tarefas são facilitadas, deixa o professor diante de um paradoxo, pois seu esforço para fazer o aluno produzir os comportamentos esperados, tende a privá-lo das condições necessárias à compreensão e à aprendizagem da noção visada, visto que se o professor disser o que deseja, o aluno não terá as condições necessárias à construção do conhecimento. O autor distingue cinco tipos de paradoxos: *o paradoxo da devolução das situações*, *o paradoxo da adaptação das situações*, *paradoxo da inadaptação à exactidão*, *paradoxo da inadaptação a uma adaptação posterior* e *o paradoxo do comediante*. Ao relacionarmos os efeitos e paradoxos de contrato didáctico, percebemos que nos efeitos de contrato ocorre uma interpretação errónea, feita pelo professor, da aprendizagem do aluno. A participação deste na relação didáctica é desconsiderada por aquele. Nos paradoxos de contrato didáctico o professor almeja que o aluno compreenda o significado, mas este não alcança o mesmo com suas próprias estratégias.

O contrato didáctico e as normas sociomatemáticas são dois instrumentos de análise da acção pedagógica na sala de aula de Matemática, que possuem aspecto dinâmico. Eles podem contribuir para identificarmos aspectos explícitos e implícitos da comunicação nesse ambiente. Podemos encontrar em Medeiros (2001), a identificação, no discurso do professor, de aspectos implícitos do contrato didáctico, em duas situações distintas de resolução de problemas. Yackel e Cobb (1996) mostram como o professor, ao estimular diferentes modos de resolver um problema, pedindo que os alunos expliquem oralmente, propicia que as explicações destes possam se constituir em importantes elementos de aprendizagem.

Matemática e discurso

A Matemática como discurso. Para Sfard (2002, 2008) a Matemática pode ser encarada como uma forma de comunicação, um tipo de discurso. Para a autora, considerar a Matemática como uma forma de discurso e o discurso como um indicador de aprendizagem matemática, implica que a aprendizagem individual se origina na comunicação com os outros e é dirigida pela necessidade de ajustar seu modo discursivo ao de outras pessoas. Na sua perspectiva, o lugar da aprendizagem é *entre* as pessoas. Para a autora, as rotinas através das quais os interlocutores reagem a certos tipos de requerimentos, por exemplo, "estime" ou "justifique", podem ser diferentes na resposta a uma questão semelhante formulada no dia-a-dia. Como sublinha a autora, uma das características especiais do discurso matemático amadurecido é que essas rotinas são particularmente estritas e rigorosas.

Uma outra questão importante a considerar em relação ao discurso matemático, refere-se à sua pluralidade. Para Sfard (2002), isso que implica que há mais de um tipo de comunicação que pode ser considerada como matemática. Desse modo, embora as mesmas palavras possam ser usadas em muitas ocasiões, as regras que regulam este uso podem variar de um quadro para outro. De modo semelhante, embora aparentemente falando das mesmas coisas como quantidades e formas geométricas, os discursos podem diferir em seus mediadores e em suas rotinas de interpretação

Há boas razões, portanto, para falar de diferentes tipos de discurso matemático, distinguindo entre discurso matemático do dia-a-dia, discurso matemático escolar e discurso dos matemáticos profissionais (Rittenhouse, 1998). No entanto, Sfard (2008) afirma que delinear discursos não é uma tarefa directa. Para a autora, como uma actividade colectiva sujeita a processos de vem e vai, cujas formas são dependentes de habilidades e desejos de actores individuais, os discursos estão num constante fluxo, entrelaçados uns nos outros e não possuem limites bem definidos.

A autora apresenta três fragmentos discursivos nas quais podemos encontrar características do discurso matemático do dia-a-dia, discurso matemático escolar e do discurso dos matemáticos profissionais (Ver Figura 5). Os três fragmentos foram retirados de diferentes contextos. O primeiro é uma amostra de um discurso matemático coloquial, isto é, um discurso que constitui uma parte das trocas discursivas do dia-a-dia. Para a autora, o discurso coloquial é também conhecido como discurso do dia-a-dia ou discurso espontâneo, porque frequentemente se desenvolve por si mesmo, como um produto de repetidas acções do dia-a-dia. O segundo fragmento, retirado de um site da Web, utilizado por alunos da escola secundária, e o terceiro de uma publicação erudita, são amostras de discurso matemático instruído.

Como sublinha a autora, as características que sobressaem são sua forte confiança em símbolos escritos e seu rico arsenal de algoritmos que fazem uso da notação especial. Estas características são comuns aos exemplos 2 e 3, mas um olhar próximo revela algumas diferenças reflectindo o facto que o discurso instruído praticado pelas comunidades profissionais de pesquisadores está usualmente impregnado por muitas camadas de discurso metadiscursivo acima daquelas encontradas na escola. Além disso, acrescenta a autora, o uso de símbolos e palavras feito pelos matemáticos é geralmente muito mais rigoroso e inflexível do que o encontrado na escola. Note-se, porém, como sublinham Davis e Hersh (1995), que, hoje, o discurso praticado pelos matemáticos profissionais é conhecido pela sua fragmentação e a comunidade matemática frequentemente lamenta estar pulverizada em minúsculas subcomunidades que se comunicam dificilmente uns com os outros.

Amostra 1: Uma conversação com uma menina de 7 anos

Anna: Roni, qual a sua idade?

Roni: Sete.

Anna: O quão é mais velho?

Roni: Vinte.

Anna: Ela é mais velha que você? Quanto?

Roni: Eu não sei… Não tenho pensado sobre isto.

Anna: Tente pensar sobre isto agora.

Roni: Sete também?

Anna: O que você quer dizer?

Roni: Sete, oito, nove, dez, onze, doze [depois de cada palavra, ela curva um dedo]… Seis.

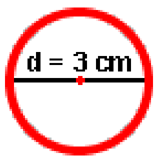
Amostra 2: Um problema escolar

Questão: O diâmetro de um círculo é 3 centímetros. O que é a circunferência?

Solução: $C = \pi \, . \, d$

$C = 3{,}14 . (3 \text{ cm})$

$C = 9{,}42$ cm.



(From Mr. Glosser's Math Goodies, http:// www.mathgoodies.com/lessons/vol.2/circunference.html)

Amostra 3: Um teorema

- Deixe *F4* denote o campo infinito com *q* elementos, onde *q* é uma potência de um primo.
- Z = o inversível escalar 2 x 2 matrizes com entradas em F_π.
- Deixe PGL_2 (F_q) = GL_2 (F_q)/Z= $A{\bullet}Z|A$ está em $GL2(F4)$,

  com multiplicação dada por

  $A{\bullet}Z \quad B{\bullet}Z \; = \; A{\bullet}B$ Z Isto é o grupo projectivo linear sobre F_π
- $LF(F_4)$ é um grupo transformações fraccionárias lineares $x \rightarrow (ax+b)(cx+d)$.

  Reivindicação: Há um grupo de isomorfismo teorético entre PGL_2 (F_4) E $LF(F_q)$.

  Faces Dodecaedrais de M12 por Ann Luers; http://web.usna.navy.mil/~wdj/m_12.htm

Figura 5 – Exemplos de discurso matemático (Sfard, 2008, p.132).

Segundo Sfard (2002, 2008) o discurso matemático possui uma identidade única, adquirida através de quatro propriedades: as palavras que utiliza, a sua mediação visual, a narrativa e as suas rotinas especiais. Para a autora, o uso de palavras é o primeiro de muitas propriedades que precisamos considerar para decidirmos se um dado discurso pode ser chamado de matemático. na sua perspectiva, durante sua participação no discurso matemático, o aluno modifica frequentemente seus usos de palavras conhecidas e introduz novas palavras, que agora servem como nome comum para um conjunto de coisas que nunca foram consideradas iguais. Sfard (2008) afirma que, em Matemática, principalmente, mas não exclusivamente, as palavras significam quantidades e formas. Para a autora, se muitas palavras relativas a números podem aparecer em discursos não-especializados, coloquiais, o discurso matemático como praticado na escola ou na academia dita um uso próprio e mais disciplinado destas palavras.

Segundo Sfard (2002; 2008), a mediação visual é uma outra propriedade a ser considerada no discurso matemático que o distingue de outros tipos de comunicação. Para a autora, essa mediação visual ocorre através do uso de suas ferramentas mediadoras especiais, isto é, os meios visuais com os quais as pessoas se ajudam enquanto se comunicam. Enquanto o discurso coloquial é usualmente mediado por imagens das coisas materiais que existem independentemente do discurso, os discursos matemático e científico, frequentemente, envolvem artefactos simbólicos, especialmente criados para esta forma particular de comunicação (como a notação algébrica). A comunicação relacionada a operações sobre mediadores visuais frequentemente se torna automatizada e consolidada. A este respeito a autora nota os procedimentos de verificar o mediador com os olhos de um modo bem definido. Com alguma experiência, este procedimento é lembrado e activado na resposta directa para lembretes discursivos certos, como oposto para implementação que requer decisões deliberadas e recordações explícitas de uma prescrição verbal para estas operações.

A narrativa, segundo Sfard (2008), é qualquer sequência de enunciados estruturados como uma descrição de objectos ou relações entre objectos, ou de processos com ou pelos objectos que é sujeito a endosso ou rejeição com a ajuda de procedimentos de concretização de um discurso específico. De acordo com a autora, as narrativas endossadas estão frequentemente rotuladas como verdadeiras. Os termos e critérios de endosso podem variar consideravelmente de discurso para discurso, e mais frequentemente que não, os assuntos de relações de poder entre os interlocutores podem, de facto, desempenhar um papel considerável. Isto é certamente verdade, quando nos referimos às ciências sociais e narrativas humanísticas tais como história ou teorias sociológicas. Na sua perspectiva, o discurso matemático é concebido como um que devia ser impermeável a quaisquer outras considerações deduzidas de relações entre as narrativas. Neste caso do discurso matemático escolar, sublinha a autora, as narrativas consensualmente endossadas são conhecidas como teorias matemáticas e estas incluem constructos discursivos como definições, provas e teoremas.

A quarta propriedade do discurso ressaltada por Sfard (2002; 2008) são as rotinas especiais. Estas rotinas são padrões de sequências discursivas que os participantes usam em resposta a certos tipos familiares de expressão vocal, expressando um tipo bem definido de pedido, questão, tarefa ou problema. No discurso matemático as rotinas em questão são aquelas que podem ser observadas sempre que uma pessoa desempenha tarefas tipicamente matemáticas como calcular, estimar, explicar, definir, justificar (provar), exemplificar, etc. Em relação a esses padrões, como afirma Menezes (1995), numa sala de aula tradicional existe com frequência uma componente de perguntas-teste. Neste contexto, surge o padrão de recitação (Wood, 1998), que se apoia na sequência triádica IRE (*iniciation-response-evaluation*), referida por Sinclair e Couthand (1975): (i) o professor inicia com uma questão; (ii) o aluno responde e (iii) o professor avalia a resposta do aluno. Podemos identificar aqui a marca do discurso do professor, iniciando e concluindo a interacção verbal. A discussão pode conter muitos padrões de interacção diferentes e muitas possibilidades relativas à estrutura IRE (Rota & Leikein, 2002). No entanto, este paradigma de comunicação não constitui a exploração mais efectiva da comunicação para a aprendizagem significativa da Matemática, uma vez que, aprender Matemática exige que as informações, conceitos e representações sejam veiculados entre as pessoas. A comunicação do significado é a raiz da aprendizagem (Smole & Diniz, 2002).

Discurso e aprendizagem matemática. Barufi (1999) afirma que a ferramenta fundamental do professor para alcançar o seu objectivo não é o giz e nem mesmo uma tecnologia mais avançada. Para a autora, o que torna uma aula muito especial, diferente de um livro, ou mesmo de um CD-*rom* interactivo, é a própria presença do professor, com suas características pessoais, semelhantes, de certo modo, às de um actor, de um director de uma orquestra, mas principalmente às de um coordenador de pensamentos. Consoante assinala a autora, a batuta é o seu discurso. O discurso do professor, segundo Barufi (1999), é o grande e poderoso instrumento que lhe permite exercer o papel de coordenador no processo que se desenvolve com os seus alunos. Através dele, sublinha a autora, várias características, muitas vezes apenas implícitas, são explicitadas e, portanto, manifestas. Não é apenas do discurso específico, matemático, a que se refere a autora, mas a todo um conjunto de acções e reacções que ocorrem na sala de aula, tanto por parte do professor, como por parte dos alunos. O professor, ao fazer uso do discurso pode utilizar estratégias discursivas. Boavida (2005) assinala a repetição como uma dessas estratégias. Tal estratégia pode contribuir para que os alunos fiquem atentos.

Lampert e Cobb (2003) abordam a existência de diferentes tipos de discurso na sala de aula de Matemática, emergentes nas interacções entre professor e aluno e entre os alunos. Os autores classificam estes discursos em discurso reflexivo, discurso calculatório, discurso conceptual, discurso multivocal e *revoicing*. O *discurso reflexivo* na sala de aula é caracterizado por repetidas trocas, tais como aquelas que professor e alunos dizem e fazem subsequentemente, elas mesmas tornam-se um explícito objecto de discussão. Ao observarmos o *discurso calculatório,* podemos perceber que as discussões nas quais os tópicos primários da conversação são qualquer tipo de processo calculatório, não se trata de conversações que focalizam sobre manipulação processual de símbolos convencionais que não significam nada para os alunos. Por exemplo, na discussão da turma utilizando problemas elementares de palavras, há relatos de uma variedade de modos de contar e soluções estratégicas de pensamento. As razões para calcular em modos particulares também tornam-se tópicos explícitos da conversação no *discurso conceptual.* Neste caso, as conversações cercam os processos de cálculo dos alunos e as tarefas de interpretação que fundamentam aqueles modos de calcular. O *revoincing* ocorre quando o professor reformula a contribuição dos alunos verbalmente ou por escrito. E, por último, os autores enfatizam o *discurso multivocal* um tipo de discurso no qual os alunos vêem as contribuições dos seus pares como dispositivos de pensamento.

Além desses tipos de discurso indicados por Lampert e Cobb (2003), um outro discurso pode surgir na sala de aula, durante as interacções: a matematização, que se caracteriza pelo processo de passar a ver situações concretas em termos matemáticos (Walkerdine, 1988). No discurso de *matematização* há um forte paralelo entre sua estrutura e o desenvolvimento matemático, no qual acções ou processos são transformados em objectos matemáticos.

Sfard (2002) relaciona o discurso e a aprendizagem matemática, afirmando que aprender Matemática significa mudar o discurso. Deste modo, a aprendizagem matemática pode ser definida como uma iniciação ao discurso matemático. Investigar a aprendizagem matemática, portanto, significa adquirir conhecimentos sobre os modos que os alunos modificam e ampliar seus modos discursivos, em relação a três aspectos: o vocabulário que usam, os mediadores que empregam e os padrões discursivos (rotinas) que seguem.

Discurso e prática lectiva do candidato a professor de Matemática. Em três pesquisas realizadas por Nicol (1999), Blanton, Westbrook e Carter (1998) e Brendefur e Frykholm (2000), que apresento de seguida, o discurso e a prática lectiva do candidato a professor de Matemática são estudados como elementos importantes na promoção ou limitação da aprendizagem dos alunos.

Na investigação realizada por Nicol (1999), a autora, em colaboração com dois colegas, desenhou e ensinou um currículo de Matemática num curso denominado C & I (Currículo e Investigação), tendo em vista levar os candidatos a professores a aprender a ensinar melhor e de um modo diferente de como aprenderam como alunos. A questão que guiou a investigação foi o que os candidatos a professor de Matemática encontram de problemático e que sentido eles fazem de suas experiências actuais, em geral, e no seu trabalho com os alunos, em particular. O foco do *design* do curso e do estudo foi envolver os candidatos a professores de Matemática no trabalho com pequenos grupos de alunos. Os investigadores queriam que os candidatos a professores reflectissem criticamente sobre aspectos da sua prática, problematizassem seu ensino e considerassem o que poderia e deveria ser feito.

Nesta investigação a comunicação matemática assumiu um lugar relevante. A autora detalha as tensões desses candidatos a professores de Matemática para envolver os alunos no pensamento e na comunicação matemática. Usou as categorias *questionando*, *ouvindo* e *respondendo*, para analisar as interacções entre os candidatos a professores e os alunos na sala de aula. A análise dos diários dos professores e as gravações em vídeo das sessões das sessões da sala de aula e do trabalho do curso sugerem que os candidatos a professores experimentam, frequentemente, tensões com os tipos de questões colocadas e com as razões para as colocar com o que eles ouvem e como eles respondem ao pensamento e ideias dos alunos.

Na categoria *questionando*, Nicol (1999) apresenta o que ocorreu nas interacções orais entre Kelley, uma candidata a professora e os alunos trabalhando em grupo num problema aberto de áreas e perímetros. No segmento do diário usado pelos investigadores como instrumento de recolha de dados, estes observam a contradição entre as crenças e concepções de Kelley e as suas perguntas aos alunos. As perguntas desta não envolvem os alunos, fazendo-os pensar sobre o conceito de perímetro, mas os levam-nos a responder em termos de sim e não, não propiciando a compreensão deste conceito. Kelly, frequentemente, tenta chamar atenção dos alunos para a ambiguidade da linguagem e do conceito de espaço. No entanto, ela reconhece que estas questões servem mais para ajudar os alunos a ver o que ela vê do que para ajudá-los a ver o conceito de perímetro.

Na categoria *ouvindo*, a autora enfatiza os desafios e tensões presentes quando o professor ouve o aluno no decorrer do ensino. Nicol (1999) afirma que focalizar seus esforços ou atender o pensamento e raciocínio dos alunos foi um problema para Kendra, uma outra candidata a professora desta categoria, apesar dela escrever sobre o valor de respeitar e atender ao pensamento de seus alunos. Ao ouvir o pensamento e as ideias matemáticas dos alunos, segundo a autora, a candidata ouviu também a sua própria compreensão da Matemática e sua habilidade para aprender e ensiná-la.

Na terceira categoria de Nicol (1999), *respondendo*, uma outra candidata a professora de Matemática chamada Jade, relata em seu diário a sua frustração em responder aos comentários e ideias dos alunos, de um modo que contribua para estes construírem suas próprias ideias. As análises do que cada candidata a professora de Matemática fez, segundo a autora, indica que elas começam a colocar questões a seus alunos, ouvindo-os e respondendo-lhes de modo diferente no decorrer do curso. Estas mudanças não só reflectem mudanças no modo como as candidatas a professoras se relacionam com seus alunos, mas também no modo concebem a Matemática. Ao questionar, ouvir e responder seus alunos, essas professoras também passaram a questionar, ouvir e responder a Matemática diferentemente.

No seu estudo, Blanton, Westbrook e Carter (1998) usaram a zona teórica de Valsiner para examinar padrões de discurso estabelecidos por candidatos a professores de Matemática. A investigação mostrou que estes candidatos a professores direccionam o pensamento dos alunos através de questões conduzidas que restringem a *Zona de Livre Movimento* (ZLM) e estabelecem uma *Zona de Acção Promovida* (ZAP) organizada em torno das concepções dos professores. Tais padrões de discurso parecem promover verbalizações na sala de aula que promovem a ilusão de fazer sentido, ao invés de estabelecer ligações cognitivas.

Noutro estudo Blanton, Westbrook e Carter (2005), usam a análise do discurso na sala de aula de uma candidata a professora de Matemática, para aprofundar as suas investigações anteriores relativas à zona teórica de Valsiner. As sua premissa, nesta pesquisa, é que o modo de uma candidata a professora organizar a ZLM/ZAP na sala de aula é complexa e informa-nos sobre o seu desenvolvimento na ZDP. Isto é, identificando aquilo que um professor permite ou promove num contexto institucional, permite-nos compreender a trajectória do seu desenvolvimento como professor. Neste sentido, os autores ressaltam que a ZLM e a ZAP providenciam uma rota acessível para perceber a ZDP dos professores. Os autores usam o discurso da professora na sala de aula para identificar a ZLM/ZAP que ela estabeleceu nesta sala de aula. Em particular, a análise focou a identificação do que a professora permite ou promove durante o curso da instrução e como isto pode ser deslocado na prática. A análise de um episódio, mostra que eles encontram padrões no discurso que promovem a ilusão de fazer sentido, estabelecendo ligações cognitivas durante a resolução de um problema. Entretanto, no processo de identificar a ZLM e a ZAP estabelecidas na sala de aula, os autores consideram que parte da ZAP poder ser ilusória, isto é, às vezes existe o que descrevem como zona fantasma de acção promovida, FZ, ou zona na qual a professora parece promover acções, mas de facto, estas não são permitidas, uma vez que ela restringe aos alunos partes essenciais da actividade de resolução de problemas tais como conjecturar e argumentar. A professora convida os alunos a participar oralmente da actividade de resolução de problemas, mas afunila as suas respostas. Esse afunilamento impõe limites cognitivos ao pensamento dos alunos.

Na terceira pesquisa, Brendefur e Frykholm (2000) consideram a importância que a comunicação tem assumido na literatura das reformas na educação matemática e procuram identificar concepções e práticas de dois candidatos a professores de Matemática relativas à comunicação na sala de aula. Os autores construíram dois estudos de caso e providenciaram uma estrutura de quatro constructos com os quais podem ser analisadas várias formas de comunicação na sala de aula. Usam quatro categorias para estudar a comunicação: (i) *comunicação unidireccional*; (ii) *comunicação contributiva*; (iii) *comunicação reflexiva* e (iv) *comunicação instrutiva.*

Segundo Brendefur e Frykholm (2000), a *comunicação unidireccional* é a mais frequente em nossas escolas. Podemos dizer que existe em grande profusão no ensino directo (Ponte, 2005). Neste tipo de comunicação, o professor monopoliza o discurso e o aluno só faz uso dele quando o professor determina que o faça. A *comunicação contributiva*, para os referidos autores, foca as interacções entre alunos e entre professores e alunos, nas quais a conversação é limitada à assistência ou partilha, frequentemente com pouco ou nenhum pensamento aprofundado. Menezes (2004) sublinha que, apesar de haver maior protagonismo dos alunos, identificado num maior número de interacções, o que representa uma mudança quantitativa, não há nesta caso uma troca em termos qualitativos nessas interacções. Na *comunicação unidireccional* e na *contributiva*, apesar de ocorrerem de modos distintos, está implícita a perspectiva de conhecimento como algo que o professor deve transmitir aos alunos (Menezes, 2004), como ocorre no ensino directo (Ponte, 2005). Nos dois modos seguintes, identifica-se outra perspectiva.

Assim, a *comunicação reflexiva* é baseada numa concepção de comunicação mais complexa, semelhante ao modo que Cobb e colegas (1997) definiram como discurso reflexivo. A comunicação reflexiva é como a comunicação contributiva, porque os alunos partilham suas ideias, estratégias e soluções com seus pares e professor. No entanto, na comunicação reflexiva, no entanto, professor e alunos usam as conversações matemáticas uns com os outros, como apoio para aprofundar investigações e explorações nas quais muitas trocas ocorrem como as que os alunos e professores fazem e que se tornam objecto explícito de discurso (Cobb et al., 1997). Por outras palavras, os autores afirmam que a comunicação torna-se reflexiva quando o objectivo principal do aluno é a sua participação no discurso. Para estes autores, este tipo de reflexão não ocorre espontaneamente, sem o estímulo do professor. Brendefur e Frykholm (2000) notam que um discurso reflexivo muito rico ocorre quando os alunos tentam justificar ou refutar conjecturas colocadas por seus pares. Menezes (2004) sublinha que o pensamento requerido numa aula com este tipo de discurso é de nível cognitivo superior ao encontrado na categoria anterior, registando certo carácter especulativo e até argumentativo.

Na quarta categoria, a *comunicação instrutiva*, segundo Brendefur e Frykholm (2000), existe mais que simples interacções entre alunos e professores. A modificação da Matemática dos alunos é central na comunicação instrutiva, em dois aspectos. Por um lado, a comunicação deste tipo é capaz de provocar modificações na compreensão matemática dos alunos. Por outro, como o pensamento dos alunos é exposto, os professores não só começam a compreender os processos de pensamento, suas forças e limitações, mas também começam a formar instrução subsequente. Para os autores são precisamente estas interacções entre professor e aluno que modificam sequências instrucionais e tornam este tipo de comunicação tão poderoso.

Os autores sublinham que a definição destas quatro categorias está baseada na noção que cada nível sucessivo assume as características de seu predecessor. Por exemplo, se os alunos estão comunicando reflexivamente, podemos presumir que alguma comunicação contributiva e unidireccional também têm lugar. Cada uma destas categorias apresentadas por Brendefur e Frykholm (2000) representa uma determinada concepção de aula, isto é, uma forma de organizar o ambiente da sala de aula, visando atingir determinadas finalidades em termos de aprendizagem da Matemática pelos alunos, isto repercute no tipo de tarefas realizadas e nos papéis desempenhados por professor e alunos na sua relação com a comunicação e o discurso da aula (Menezes, 2004).

Os resultados empíricos deste estudo, mostram que os dois participantes, embora tenham tido a mesma formação inicial, coincidindo os aspectos que compõem a mesma, apresentam concepções e práticas de comunicação contrastantes. Brad acredita na comunicação unidireccional. Para ele, os alunos aprendem melhor assistindo exemplos e ouvindo explicações, ao invés de explorando as suas questões no diálogo com os outros. Back, contrariamente, resiste ao ensino fundamentado na comunicação unidireccional e chega até a desenvolver a comunicação reflexiva em sua prática. Por fim, Brendefur e Frykholm (2000) enfatizam que uma contribuição deste estudo é o facto de ele providenciar uma compreensão mais aprofundada dos modos nos quais as conversações na sala de aula têm sido estudadas, tipicamente em duas categorias: univocal e dialógica – o monólogo, protagonizado pelo professor e o diálogo entre professor e aluno. As três últimas categorias representam diversas variantes do diálogo.

Finalmente, Ferreira e Presmeg (2004) realizaram um estudo com dois candidatos a professores de Matemática, que tinha por objectivo investigar as relações entre os modos de ensino dominantes entre eles e as suas principais concepções sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, sugeridas por uma estrutura conceptual formulada para o estudo. Esta estrutura conceptual é constituída por duas componentes: a primeira componente são os modos de ensino e a segunda componente é o modelo de Ernest (1989) das concepções dos professores.

Os três modos de ensino indicados por Ferreira e Presmeg (2004) são *avaliativo*, *interpretativo* e *generativo*. No ensino avaliativo, existe um uso muito frequente de questões de teste, o professor ouve os alunos de um modo passivo e valoriza mais os produtos do que os processos do ensino. Neste modo de ensino, os professores vêem a comunicação como algo presente no discurso, mas o discurso e as contribuições discursivas dos alunos na sala de aula são amplamente ignorados. Os professores também evitam qualquer ambiguidade, não desenvolvem explicações claras e a sala de aula é o local de sua própria autoridade.

No ensino *interpretativo* o foco está no estabelecimento de uma linguagem comum dentro da sala de aula, valorizando os aspectos sociais da aprendizagem. Os professores, neste modo de ensino, fazem poucas questões de teste e fazem mais questões genuínas e provocatórias do que quando estão ensinando no modo avaliativo. O modo de ouvir interpretativo é característico de um modo de ensino interpretativo. Portanto, há um aumento das oportunidades para a interacção e discussão. No entanto, as respostas dos alunos ainda podem ser interpretadas no modelo avaliativo e o uso do manual escolar ainda tem um papel significativo, eventualmente enriquecido pelo uso de problemas e actividades. Neste modo de ensino, as contribuições discursivas dos alunos, na sala de aula, ainda não têm um impacto relevante no planeamento das aulas seguintes do professor e evitar as ambiguidades ainda é uma prática evidente. A autoridade ainda é predominantemente exercida pelo professor.

No modo de ensino *generativo*, segundo Ferreira e Presmeg (2004), a comunicação refere-se à participação, interpretação e negociação de significados e envolve igualmente todos os membros da sala de aula. Questões genuínas e provocatórias prevalecem no discurso dos professores, embora ainda surjam pseudo-questões e questões de teste. O modo hermenêutico de ouvir, caracteriza este modo de ensino e os professores respondem os alunos através de proibições, estímulo à discussão, dando *feedback*, redireccionando questões ou comentários, etc. O ensino ocorre através da investigação guiada e não é claramente estruturado. O ensino generativo implica, necessariamente, o questionamento das próprias práticas e concepções realizado pelo professor, enquanto explora e constrói ideias com os alunos. A autoridade é eventualmente dividida entre professor e alunos.

A segunda componente da estrutura conceptual construída por Ferreira e Presmeg (2004), usa o modelo de Ernest (1989) das concepções dos professores. Assim, estes podem encarar a Matemática segundo três perspectivas: a *instrumental*, a *platónica* e a *resolução de problemas*. Na perspectiva instrumental, os professores concebem a Matemática como um conjunto acumulado de factos e utilizam regras e habilidades. Portanto, a aprendizagem ocorre, nesta perspectiva, quando o aluno adquire habilidades e apresenta procedimentos. O ensino ocorre através da utilização do manual, valorizando–se as explicações do professor e o controlo da sala de aula. Os professores intrumentais vêem-se a si próprios como instrutores e sua abordagem de ensino é o ensino directo (Ponte, 2005).

Os professores que vêem a Matemática como um corpo estático e unificado de conhecimentos, que é descoberto e não criado, concebem esta ciência através da perspectiva platónica. Como consequência encaram a aprendizagem da Matemática como a recepção passiva de um corpo coerente de conhecimentos. Do mesmo modo que na perspectiva instrumental, o manual escolar tem uma grande importância no ensino, mas o professor também usa problemas e actividades. O papel do professor nesta perspectiva é o de expositor.

Finalmente, a resolução de problemas é a perspectiva dos professores que encaram a Matemática como um campo da criação e da invenção humana, dinâmica e em contínua expansão. Esta ciência é um processo de investigação e de conhecimento, não um produto final, os seus resultados estão abertos e sujeitos à revisão (Ernest, 1989). A aprendizagem é, portanto, simultaneamente um processo social e individual de contínua construção de compreensão. Nesta perspectiva, de acordo com Artzt (1999), o ensino na sala de aula envolve actividades nas quais é necessário explicar e compreender o *como* e o *por que* dos conceitos e processos. Durante o ensino, nesta perspectiva, o professor é capaz de agir de modo a prever as situações, intuir e surpreender. Para Ferreira e Presmeg (2004), os professores são facilitadores da aprendizagem dos alunos e o ambiente da sala de aula está de acordo com as reformas sugeridas para a Matemática escolar (NCTM, 2000).

Os modos de ensino da estrutura conceptual elaborada por Ferreira e Presmeg (2004), estão associados a perspectivas de ensino e aprendizagem da Matemática. O modo de ensino avaliativo está associado à perspectiva instrumental, o modo de ensino interpretativo, está associado à perspectiva platónica e o modo generativo, associado à perspectiva de resolução de problemas. A comunicação, nesta pesquisa, surgiu nas categorias de análise usadas por Ferreira e Presmeg (2004) e foram: (i) *pseudo perguntas*, (ii) *questões de teste*, (iii) *questões genuínas* e (iv) *questões directas ou provocatórias*. Através das respostas às *pseudo perguntas*, segundo as autoras, os professores tentam estabelecer um comportamento e contrato social com seus alunos. As perguntas deste tipo apenas exigem que os alunos estejam de acordo com o professor. O objectivo do professor com as *questões de teste* é saber se os alunos responderam correctamente. Os professores conhecem as respostas às questões de teste e os alunos estão cientes disso. As questões de teste também podem ser usadas para verificar a efectividade do ensino. Nas *questões genuínas*, o objectivo do professor é buscar informação. Portanto, os professores não conhecem as respostas a este tipo de questões. Por fim, nas *questões directas ou provocatórias*, os professores provocam o pensamento dos alunos, para o estabelecimento de novas conexões ou para clarificar as já existentes e fazem isto, por exemplo, explorando novas áreas do conhecimento matemático. Neste tipo de questão, diferentemente do que acontece com as questões de teste, os professores não conhecem, necessariamente, as respostas.

Os dois candidatos a professores, Jeff e Tom, são objecto de estudos de caso. Segundo as autoras, os resultados empíricos mostram divergências no modo de ensino e nas concepções dos participantes. Jeff encara o ensino directo, como sendo uma abordagem satisfatória para ensinar e aprender Matemática, uma vez que foi assim que ele aprendeu Matemática. Apesar disso, considera a utilização de outra abordagem como sendo capaz de contribuir nesta aprendizagem. O candidato a professor começa colocando muitas pseudo-perguntas e questões de teste para seus alunos, que respondem rapidamente. Para Jeff dar respostas certas implica, necessariamente, saber o porquê que fundamenta aquelas respostas, o que actualmente é falso. Durante a segunda metade da recolha de dados, não foi registada nenhuma mudança no ensino de Jeff, ele mantém o ensino directo e centrado no professor. Jeff está consciente que nenhuma mudança significativa tinha ocorrido no seu ensino. O ensino directo tinha sido bom para ele como aluno, por isso, ele não vê por que modificá-lo.

Ao usar a estrutura conceptual, formulada para analisar este estudo, Ferreira e Presmeg (2004) referem que Jeff sempre manteve seu ensino no modo de ensino avaliativo, enquanto Tom parece estar no processo de tornar-se um professor interpretativo e com apoio e encorajamento, pode tornar-se um professor generativo. As autoras sublinham que o número reduzido de participantes e a reduzida quantidade de dados não permitem fazer afirmações sobre as relações entre os modos de ensino e as principais crenças sobre a Matemática e seu ensino e, por isso, mais pesquisa é necessária. Também sublinham que muitas implicações para a formação de professores podem ser inferidas deste estudo. Uma delas é assegurar que os candidatos a professor serão apoiados na escola e na universidade por profissionais que compreendem o significado dos conceitos e objectivos referentes às abordagens de ensino usadas nos cursos de formação inicial de professores e, para isso, é necessário haver uma cuidadosa escolha e preparação do professor cooperante e do supervisor da universidade.

Sintetizando, a comunicação na aula de Matemática pode ser perspectivada de diferentes modos, cada um dos quais tendo implícita uma teoria de aprendizagem. Na perspectiva construtivista, cada aluno constrói o seu conhecimento e o discurso do professor é o do ensino directo. Tal perspectiva inviabiliza a partilha do conhecimento matemático através da comunicação oral na sala de aula. Pelo seu lado, a perspectiva sociocultural valoriza as práticas sociais na aprendizagem. Nela, a linguagem é um instrumento de comunicação, uma ferramenta cultural, instrumento de comunicação. Embora valorize o trabalho na ZDP, considera que os significados dos conceitos científicos não podem ser negociados. Na perspectiva interaccionista encontramos investigações desenvolvidas directamente para a sala de aula, sendo a Matemática é encarada como uma linguagem vista de modo pragmático, com os significados a emergir nas interacções entre as pessoas. Entre o professor e o aluno ocorrem interacções e o conhecimento emerge nestas interacções. A comunicação oral também pode ser utilizada para a regulação do trabalho nas aulas, caso em que não se refere directamente à aprendizagem. O contracto didáctico, um fenómeno implícito das interacções na sala de aula, pode contribuir através do estabelecimento de regras para a tornar um contexto significativo através das práticas orais e escritas de comunicação. As normas sociomatemáticas, de modo mais restrito, podem igualmente trazer tal contributo. A Matemática também pode ser perspectivada como um discurso, havendo diferentes tipos de discurso matemático tanto fora como dentro da sala de aula. Na prática lectiva do candidato a professor o discurso pode contribuir para um ensino diferenciado da Matemática, contribuindo de diferentes modos para a aprendizagem da Matemática.

A explicação de ideias matemáticas

Explicação e recursos de linguagem.

Para muitos professores, a explicação constitui o aspecto mais importante no processo de ensinar. Muitas vezes, os alunos de Matemática, ao se referirem às dificuldades de aprendizagem nesta disciplina, ressaltam a característica que alguns professores possuem e outros não, de "saber explicar bem" a Matemática. Poderíamos afirmar que de trata de uma importante competência de comunicação. Como pode adquiri-la o futuro professor durante a formação inicial?

Mas o que é explicar? De acordo com Bishop e Goffree (1986), para o futuro professor, "explicar" tende a ser igual a "dizer". No entanto, como referem os autores, explicar é mais que isso – é expor conexões, num processo sem fim de representar conexões entre a ideia que está sendo explicada e outras ideias. Na sua perspectiva, para que a explicação tenha êxito é fundamental que quem explica estabeleça fortes conexões entre o que diz e o conhecimento do interlocutor. Essa conexão com os conhecimentos prévios pode ser realizada, na sala de aula, se houver o cuidado de identificar conhecimentos que o aluno já possui. Para os autores, é importante aproveitar as respostas dos alunos, mesmo que incompletas, para expor conexões. Deste modo, explicar, para ter algum valor, precisa ir além da simples exposição.

Tipos de explicação. As explicações, segundo Leinhardt (2001), são dadas como resposta à pergunta "por quê" num dado conteúdo de ensino. As questões para as quais uma explicação é desenvolvida, de acordo com a autora, podem ser implícitas ou explícitas. Considera as explicações de modo amplo e apresenta quatro tipos fundamentais de explicações: (i) *explicações comuns*; (ii) *auto-explicações*; (iii) *explicações disciplinares;* e (iv) *explicações instrucionais.*

As *explicações comuns*, para Leinhardt (2001), são produzidas em resposta a questões directas. Estas questões geralmente são simples e, às vezes, profundas. As questões que originam estas explicações baseiam-se na confiança entre os interlocutores, isto é, a questão é dirigida a alguém que se sabe poder responder. A interacção é presencial, embora possa ocorrer virtualmente, pela Internet. A realização de tais explicações não requer uma linguagem ou um raciocínio específicos, sendo a pertinência do discurso determinada por um sistema social de regras. Estas explicações podem ser importantes para a educação escolar. A autora afirma que:

> As explicações comuns são significativas para os educadores, porque suas formas têm o potencial de apoiar ou colidir com as formas educacionais do discurso explicativo. Por um lado, diferenças locais e pessoais nos padrões das explicações comuns são usadas por uma comunidade ou grupo, podem causar confusão e até mal-estar entre os alunos, quando estas explicações colidem com as expectativas dos educadores ou instituições educacionais. Por outro lado, se forem habilmente utilizadas pelos professores como um recurso de aprendizagem, podem apoiar o desenvolvimento do conhecimento e podem construir conexões entre as competências que os alunos possuem fora da escola e dentro desta instituição. (p. 339)

As *auto-explicações*, assinala Leinhardt (2001), como o próprio nome sugere, são desenvolvidas para a própria pessoa que as faz e não para os outros. Estas explicações podem ser utilizadas para a aprendizagem de quem as desenvolve. Elas constituem modos de estabelecer significados, ampliar ou revisar a compreensão, podendo contribuir para a melhoria da memória. Tendo em conta que "a audiência é a própria pessoa, a linguagem utilizada na auto-explicação é altamente coloquial, pessoalmente referencial, fragmentada e idiossincrática. Fragmentos conhecidos e compreendidos são deixados sem dizer, enquanto áreas importantes e confusas podem ser reiniciadas várias vezes" (p. 340).

O terceiro tipo são as *explicações disciplinares* que, como o nome indica, surgem de questões de uma dada disciplina. Estas explicações, segundo Leinhardt (2001), respondem a questões explícitas e implícitas que existem independentemente de tempo e lugar. Podemos identificar problemas em Matemática, por exemplo, formulados séculos atrás, noutra língua, que mobilizaram os matemáticos por muitos séculos, em diferentes países. A forma e a linguagem de tais explicações são rígidas e ritualizadas, característica permite que os diversos participantes possam compreendê-las uma vez que a formalização contribui para a comunicação quando os intervenientes estão separados no tempo ou no espaço. A autora afirma que as explicações disciplinares aderem a convenções precisas de perfeição e fechamento[3], bem como a um conjunto tácito de convenções em torno do que constitui e legitima questões, o que é requerido para uma evidência ser aceite e quais as regras para a sua refutação. Assinala ainda que estas explicações são, simultaneamente, altamente anti-sociais e altamente sociais. São altamente anti-sociais porque não requerem a interacção presencial e porque a audiência é, muitas vezes, anónima; e são altamente sociais porque são esperadas e antecipadas e porque o grupo no qual emergem sabe o que procura.

As explicações disciplinares, segundo Leinhardt (2001), embora partilhem características comuns, diferem umas das outras pela epistemologia e formalismo, segundo os quais cada disciplina difere. A autora assinala que as explicações disciplinares são significativas para a educação por quatro razões:

> A primeira, pelo facto de os alunos adquirirem profunda e mais epistémica compreensão em um domínio, eles podem começar a se apropriar de características das explicações disciplinares em seu próprio trabalho. A segunda, as explicações instrucionais devem ser a ponte entre as explicações comuns e as explicações disciplinares e os professores precisam compreender como as explicações são diferentes. Terceira, como os alunos avançam, eles começam a contactar com explicações disciplinares mais autênticas, embora estas não possuam uma característica que se destaca (Cazden, 1986), os professores devem saber como identificá-las. A quarta razão, os alunos se apropriam de explicações disciplinares e integram-nas em soluções e discussões de tópicos informais. Eles podem usar estas características e habilidades de raciocínio disciplinar para usarem o conhecimento adquirido em situações fora da sala de aula. (p. 339)

---

[3] Segundo Leinhardt (2001), professores de Matemática talentosos proporcionam aos alunos oportunidade de explorar a solução de um problema de vários modos. Assim, quando métodos equivalentes produzem o mesmo resultado, quando há convergência, as explicações possuem um sentido de perfeição. Segundo a autora, uma questão é fechada no que pode ser respondida.

As explicações disciplinares, segundo Leinhardt (2001), não contêm informações práticas, que possam ser aplicadas no quotidiano. No entanto, estas explicações fornecem “informação autêntica de uma forma autêntica” (p. 339), uma vez que são válidas para uma comunidade específica e demonstram um modo de pensamento que pode estender-se a outras áreas.

De acordo com Leinhardt (2001), ao contrário do que acontece com as explicações comuns, auto-explicações e explicações disciplinares, as *explicações instrucionais* são desenvolvidas para ensinar explicitamente. Para a autora, estas explicações são utilizadas na comunicação de um certo conteúdo de ensino aos alunos. Além disso, as explicações instrucionais podem ser desenvolvidas no manual escolar, num computador, por um professor ou por um aluno, por grupos de alunos trabalhando juntos e podem usadas como forma de avaliação. Estas explicações também podem ser construídas através de um discurso colectivo coerente, no decorrer de tarefas realizadas pela turma em conjunto com o professor.

Para Leinhardt (2001), este tipo de explicação é completa quando existe coerência entre as suas componentes. Na sua perspectiva, nas explicações instrucionais, a característica verbal tende a ser mais exaustiva do que nas disciplinares ou nas auto-explicações. A forma destas explicações, assinala, é menos formal e mais redundante do que a das explicações disciplinares e elas estão submetidas a regras mais gerais do discurso social.

Leinhardt (2001) considera que as explicações instrucionais são “acções pedagógicas” que são desenvolvidas em resposta a questões explícitas ou implícitas, colocadas por alunos ou professores. As questões, podem surgir de incompreensões, como modo de estender ou conectar informações e conceitos, ou ainda como modo de antecipar utilizações futuras ou novos significados. As explicações instrucionais podem apoiar a aprendizagem, uma vez que modelam o tipo de questões e os modos através dos quais as perguntas são respondidas. Estas explicações podem ajudar a demonstrar, convencer, reafirmar e quem as desenvolve mostra um comportamento metacognitivo adequado numa dada disciplina. A participação numa explicação instrucional, segundo afirma, pode propiciar ao aluno aprender, compreender e usar procedimentos e conceitos, de modo criativo e flexível. Isto pode ocorrer, em parte, sublinha a autora, influenciado pelo que o aluno vê e ouve os outros fazerem e dizerem.

Para Leinhardt (2001), os quatro tipos de explicação têm em comum algumas características. Por exemplo, dependem de uma questão explícita ou implícita. Por outro lado, distinguem-se uns dos outros em certas características, como o tipo de questões que tendem a estar na sua origem, a evidência[4], o sentido da audiência e as regras de fechamento. Além disso, estes quatro tipos de explicação, relacionam-se uns com os outros. Esta relação pode ser identificada ao observarmos que as explicações comuns não fazem parte das interacções da sala de aula. As explicações disciplinares, por sua vez, situam-se num nível superior em relação às instrucionais: "As explicações instrucionais quando desenvolvidas através de um processo de discussão em grupo podem ser consideradas o cerne de uma conversa significativa na sala de aula" (p. 341).

As explicações são importantes tipos de comunicação que ocorrem nas interacções verbais na sala de aula de Matemática. Tendo em conta a sua relevância nas interacções verbais entre professor e aluno, urge que o candidato a professor, desde a formação inicial, possa ter oportunidades de reflectir sobre elas. Tal pode ocorrer se o este tiver acesso a leituras, nas quais outros candidatos a professores e/ou professores experientes, em suas explicações, exponham as conexões entre as ideias explicadas e outras ideias. Além disso, o conhecimento por parte do candidato a professor das diferentes explicações que podem emergir nas aulas de Matemática como explicações instrucionais e disciplinares, pode constituir-se numa importante mais-valia neste momento de sua aprendizagem.

Locais e momentos para as explicações instrucionais. As explicações instrucionais têm uma importância especial, pelo que devemos perguntar onde e quando ocorrem. Como indica Leinhardt (2001), as actividades e práticas nas quais as explicações instrucionais podem ser encontradas e que propiciam o seu surgimento são as tarefas instrucionais e o discurso na sala de aula. Além disso, segundo a autora, podemos distinguir entre uma variedade de momentos instrucionais, isto é, momentos da prática lectiva nos quais podemos encontrar estas explicações. Assim, para a autora, as explicações instrucionais podem ocorrer durante diferentes actividades, sendo mais frequentes durante a discussão em grande grupo ou no trabalho em pequenos grupos, antes, durante ou depois de algum tipo de tarefa.

Até agora, as explicações instrucionais têm sido vistas de modo independente dos conteúdos específicos de ensino. No entanto, quando emerge uma questão para uma explicação instrucional, esta está sempre relacionada com um conteúdo específico de ensino. Leinhardt (2001) considera dois conteúdos de ensino específico, Matemática e

[4] As regras de evidência refere-se às regras segundo as quais a explicação se torna clara à audiência.

História, e usa-os para descrever os tipos de momentos que propiciam uma explicação. Nas suas considerações sobre a Matemática na descrição das diferenças nos momentos intelectuais para as explicações instrucionais, indica a necessidade de pensar em termos da estrutura epistémica na qual o conteúdo de ensino está organizado. Além disso, na sua perspectiva, devemos pensar nas características sociais e psicológicas que desafiam os alunos na aprendizagem de um dado conteúdo de ensino.

Leinhardt (2001) afirma que as explicações instrucionais, possuem aspectos distintos que dependem do foco da explicação, embora sejam internamente auto-referenciais e integradas. Segundo a autora, pode haver mais de um momento propício para o desenvolvimento de uma explicação instrucional. Na sua perspectiva, muitas explicações instrucionais surgem em mais que um momento e, de facto, misturam-se. No entanto, a actividade ou tarefa, a linguagem, o exemplo e as formas de explicação tendem a variar de modo consistente. Os momentos para explicações instrucionais em Matemática, assinala, são as acções que se agrupam em torno das operações, funções, procedimentos e interacções. Estas acções, sublinha, estão relacionadas com transformações em Matemática. Na apresentação de uma operação, por exemplo, uma explicação pode estar associada a mudanças nos termos matemáticos, as quais são consistentes com as regras e princípios matemáticos. Segundo a autora, as explicações instrucionais podem variar de uma lista de passos processuais e suas justificações até complexos sistemas de equivalência e de acções que se realizam em paralelo. As explicações instrucionais de operações, nomeadamente, tendem a responder a questões sobre como algo pode ser feito e sobre entidades, tais como sistemas de números, formas e gráficos.

Outro momento para o desenvolvimento de explicações instrucionais em Matemática, segundo Leinhardt (2001), é encontrado nos princípios que constituem limitações e oferecem possibilidades de acção sobre entidades e operações: "Os princípios matemáticos são doutrinas fundamentais que restringem ou permitem acções, tornando algumas delas 'legais' e outras "ilegais'" (p. 343). As explicações destes princípios envolvem a ideia de que algumas acções são coerentes com pressupostos sobre como algumas coisas são feitas em Matemática e outras não. Princípios matemáticos incluem, indica a autora, conceitos tais como associatividade, comutatividade e prova. As explicações de princípios matemáticos na sala de aula, na sua perspectiva, tendem a ser amplamente feitas pelo exemplo e pela prova lógica.

Por fim, os metasistemas matemáticos propiciam momentos para explicações instrucionais. Leinhardt (2001) afirma que os "metasistemas são as ferramentas de raciocínio matemático" (p 343) que os alunos devem aprendê-los bem como as circunstâncias do seu uso. Segundo a autora, as heurísticas de simplificação na resolução de problemas, os casos extremos de construção de analogias, a notação matemática, entre outros, são metasistemas. Eles também incluem uma apreciação para fazer sentido que questões como: "Esta acção é consistente?" "Esta acção é válida?" A autora assinala que a resolução de problemas é uma área sobre a qual há muitos estudos e, pelo contrário, sobre notações matemáticas há poucos estudos. No entanto, selecciona-se o que notar através de um metasistema no qual as notações são as ferramentas que apoiam o raciocínio matemático. Por outro lado, refere a autora, tais ferramentas também podem obscurecer os resultados, caso aquele que as utiliza não esteja habituado com as particularidades de um dado sistema de notação.

O modelo de explicações instrucionais. A autora distingue entre diferentes tipos de explicação e mostra como as explicações instrucionais dependem de diferentes tipos de explicações. Considera uma variedade de elementos comuns às diversas explicações: o sentido de questão; o uso e a produção de exemplos; o papel das representações intermediárias tais como as analogias e modelos; o sistema de dispositivos que limita as explicações, como a identificação de erros, os princípios e as condições de uso. Enquanto o modelo de representação das explicações é genérico, o desenvolvimento e exemplificação é baseado no conteúdo de ensino.

O modelo das explicações instrucionais de Leinhardt (2001), é um sistema de objectivos interrelacionados, mostrados nos hexágonos da Figura , apoiando suas acções, mostrado nos rectângulos, e o conhecimento para encontrar o objectivo de modo bem sucedido, mostrado pela rede de ícones. Em geral, assinala, os objectivos são implícitos e não visíveis a um observador. No entanto, eles podem ser inferidos pela interpretação de acções explícitas ou através de entrevistas com os professores e alunos sobre intenções e justificações referentes ao ensino e à aprendizagem (Leinhardt, 1993). Para a autora, as acções tornam o sistema de habilidades e comportamentos perceptíveis em termos de linguagem e movimentos físicos, no contexto da sala de aula.

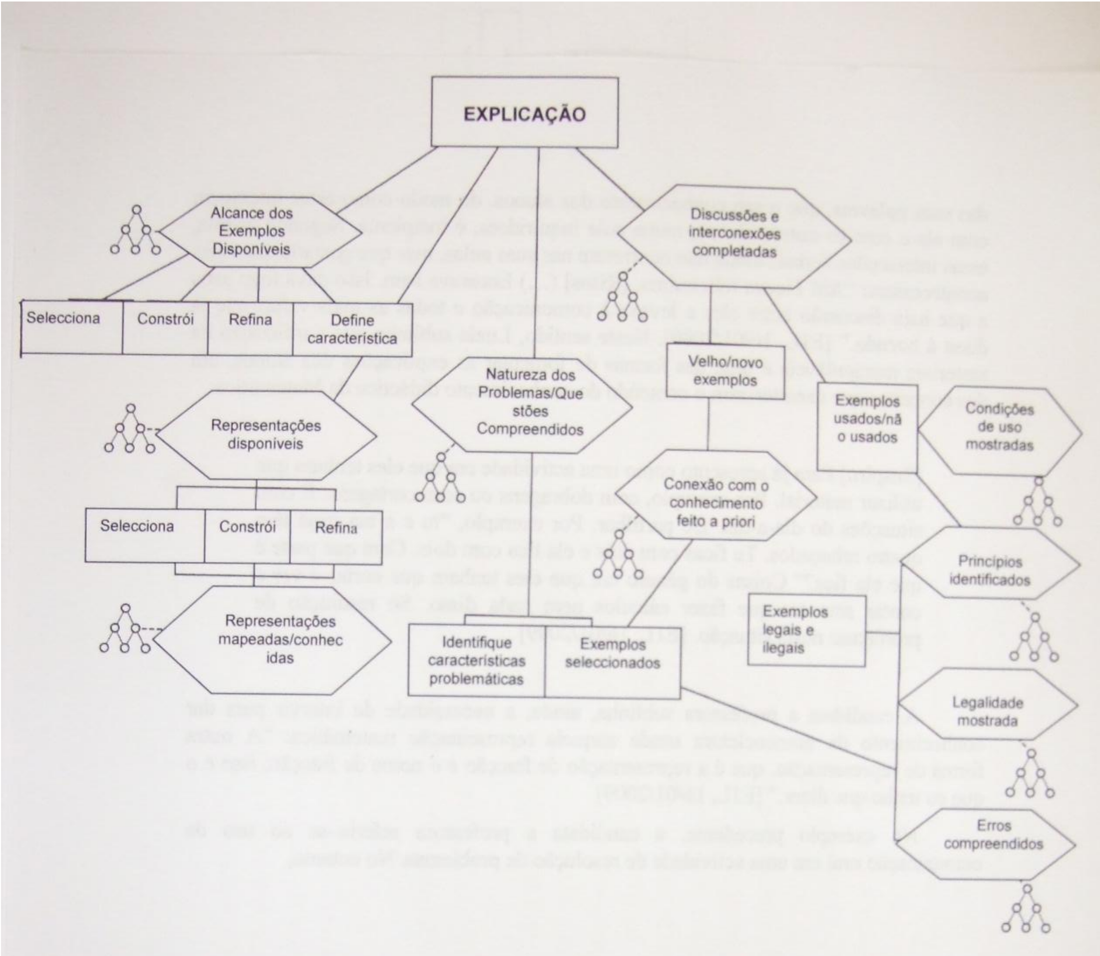


Figura 6: Modelo das explicações instrucionais (Leinhardt, 2001, p. 345).

Para construir uma explicação instrucional coerente, segundo Leinhardt (2001), o professor deve disponibilizar um conhecimento conceptual que fundamente as acções e o estabelecimento de objectivos, isto é, o conhecimento do que ensinar e como ensinar. Estes conhecimentos assinalados pela autora, para o professor, podem ser interpretados como integrantes de seu conhecimento didáctico de Matemática (Ponte, 1999).

O modelo, afirma Leinhardt (2001), inclui um conjunto de objectivos que, quando se encontram, produzem uma explicação. Estes objectivos incluem o seguinte: (i) estabelecimento de uma questão significativa ou problema; (ii) possuir um conjunto usual de problemas disponível; (iii) possuir representações apropriadas; (iv) anexar a nova informação que é gerada a partir do conhecimento inicial do mesmo tipo; (v) completar a explicação pela identificação dos princípios centrais; (vi) identificar as condições de uso; e (vii) resolver a natureza dos erros. Os objectivos, por sua vez, são apoiados pelo sistema de esquemas de acção.

As acções de ensino, segundo Leinhardt (2001), incluem seleccionar ou construir representações, identificar características críticas das habilidades ou conceitos, seleccionar exemplos e mostrar interconexões. Além disso, é necessário ter conhecimentos específicos de sistemas, os quais proporcionam a construção e selecção de acções apropriadas. A autora discute o modelo e considera quatro objectivos e as acções que os apoiam: (i) o estabelecimento de uma questão ou problema; (ii) exemplos de questões; (ii) exemplos nas explicações; e (iv) representações nas explicações. ***Questões.*** Segundo Leinhardt (2001), o objectivo central de uma explicação é responder uma questão explícita ou implícita. Na sua perspectiva, uma boa explicação problematiza a questão de forma autêntica tanto em função das experiências pessoais da vida dos alunos, como em termos do que é realmente reconhecível num domínio. Portanto, uma questão que motiva uma explicação em Matemática pode ter a sua motivação num problema da realidade, que é localmente ou pessoalmente válido.

Para Leinhardt (2001), uma boa questão possui qualidades de abertura e de fechamento. A questão é aberta quando pode ser representada diversos modos, admite, várias abordagens para a resolver e múltiplas possibilidades de respostas. Caso contrário, a questão é fechada. Segundo a autora, diversas acções podem apoiar o estabelecimento de uma questão, incluindo um ou mais dos seguintes pontos: (i) a própria turma pode identificar os problemas para trabalhar; (ii) o professor pode seleccionar um problema ou objectivo e colocá-lo; (iii) o professor pode colocar uma situação em aberto, a partir da qual muitas questões podem ser formuladas para explicação. (iv) o professor pode identificar uma questão importante numa declaração explícita de um aluno; (v) o professor pode ouvir uma questão importante, numa questão implícita de um aluno; e (iv) questões complexas e significativas também podem ser encontradas no manual. No entanto, sublinha a autora, a dificuldade para os professores é que nem todos os problemas ou ideias centrais nos manuais trazem boas questões.

A selecção de uma questão é um aspecto relevante da prática de explicação. Para seleccionar uma questão, afirma Leinhardt (2001), o professor precisa de conhecimento bem desenvolvido do conteúdo de ensino e do modo de apresentar o conteúdo de ensino, nomeadamente aquilo que é simples e fundamental. O professor também precisa possuir um profundo conhecimento dos alunos, tanto dos de uma dada turma como dos alunos em geral, os seus conhecimentos de base e as suas possíveis dificuldades (Ball &

Lampert, 1999). Além disso, sublinha Leinhardt (2001), o professor precisa de ter habilidade para elaborar um conjunto de problemas significativos, projectos ou exercícios e ouvir as sugestões nas conversas com os alunos.

Este conhecimento integra o conhecimento didáctico de Matemática do professor, nomeadamente seu conhecimento do conteúdo de ensino e o conhecimento dos alunos. No entanto, no candidato a professor de Matemática, este conhecimento ainda está em desenvolvimento, o que pode causar falhas na colocação de questões aos alunos. Leinhardt (2001) sublinha que, quando os professores falham em formular uma questão, a explicação resultante pode ser internamente coerente, mas estará desconectada do assunto ou problema central. Em alguns casos, refere, os alunos podem encontrar questões para as quais relatem novas ideias, mas também podem não ter capacidade para fazê-lo se o conhecimento lhes parece desinteressante.

As questões são o ponto fulcral de uma explicação. Quando o professor, no desenvolvimento de uma explicação, coloca diversas questões, propicia que as conexões sejam expostas, o que pode tornar clara a questão fulcral da explicação, seja esta explícita ou implícita. Se a questão estiver implícita, o questionamento do professor torna-se ainda mais relevante. Bishop e Goffree (1986) afirmam que muitas das explicações bem sucedidas nas aulas, têm origem no questionamento do professor. Para estes autores, através deste processo, o significado matemático pode ser efectivamente comunicado. Na sua perspectiva, o questionamento do professor, contribui para a exposição das conexões entre as ideias matemáticas. Os autores sublinham que a explicação não ocorre necessariamente pela "exposição" – é importante que o professor foque suas questões em conexões e no processo de conectar. A reflexão a seguir a uma actividade, segundo referem, pode estimular as conexões com as outras ideias. Segundo estes autores, algumas actividades propiciam-no melhor que outras. A fase reflexiva de uma actividade é, porém, a ocasião mais apropriada para ajudar a expor conexões e significados. Os autores afirmam que a reflexão estimula o pensamento num nível superior, o que proporciona a discussão de significados.

Para o estabelecer essas conexões e melhor comunicar com os alunos, o professor pode utilizar metáforas e analogias, pois estes recursos de linguagem, ao surgirem na sua explicação, podem contribuir para o aluno compreender melhor o assunto. Para Pimm (1987), as metáforas e analogias são uma poderosa técnica linguística de que a mente humana dispõe para criar novos significados. Isso torna-as particularmente importantes no ensino da Matemática. Como diz o autor: "São figuras de linguagem que fazem a linguagem natural poderosa e eu sugiro que há processos comparáveis no trabalho matemático" (p. 93). Ele indica exemplos de metáforas no registo matemático inglês, como tangente (tocando), secante (cortando) e curvas osculando (beijando). Segundo refere, há duas fontes principais de metáforas que podem ser interessantes na Educação Matemática, as *metáforas extramatemáticas* e as *metáforas estruturais*.

Para Pimm (1987) as *metáforas extramatemáticas* aparecem na comunicação quando, por exemplo, o professor usa termos como "ganhando" e "perdendo" no ensino-aprendizagem dos números negativos ou se refere a uma função como uma "máquina" ou a uma "equação" como uma balança. Essas metáforas tentam explicar ou interpretar ideias matemáticas em termos de eventos do mundo real, envolvendo eventualmente objectos e processos.

Por outro lado, as *metáforas estruturais* envolvem extensão de ideias dentro da própria Matemática. Elas são potencialmente mais difíceis de serem percebidas, porque se referem a analogias dentro da própria Matemática. As analogias se referem a semelhanças de relações entre domínios diferentes. Pimm (1987) afirma que no ensino do Cálculo Integral, muitas vezes, o professor pode referir o integral como a área sobre a curva, entretanto, podemos encontrar valores negativos para o integral, o que não acontece com a área. Esse exemplo ilustra o que este autor questiona: As metáforas estruturais são um problema para a Educação Matemática pois podem impedir a compreensão do significado que o professor espera que o aluno compreenda.

Pólya (1995) quando propõe o seu método de resolução de problemas baseado em heurísticas[5], num de seus quatro passos, propõe a busca de um problema semelhante. Ao fazer isso, o aluno está usando uma *analogia*. Este autor afirma que a analogia é uma espécie de semelhança que incide nas relações. Objectos análogos coincidem em certas relações das suas respectivas partes. Por exemplo, um paralelogramo rectângulo é análogo a um paralelepípedo rectângulo, porque as relações entre os lados do paralelogramo são semelhantes às que existem entre as faces do paralelepípedo. A analogia, portanto, consiste numa identidade de relações que pode contribuir para a compreensão do significado matemático.

Brousseau (1986), entretanto, afirma que ao trocar o estudo de uma noção complexa por uma analogia, o professor pode provocar um efeito de contrato didáctico cha-

[5] São quatro passos para resolver um problema. O primeiro, a compreensão, permite ao aluno interpretar o problema, o segundo, o estabelecimento de um plano, o aluno vai elaborar estratégias de resolução, no terceiro, vai executar o plano e, no último, vai verificar a validade do resultado (Pólya, 1995).

mado *uso abusivo da analogia*. Por exemplo, o professor pode, ao introduzir o estudo dos números inteiros relativos, relacioná-los com as ideias de ganhos para os números positivos e perdas para os números negativos, como ocorre em situações de compra e venda. No entanto, se o professor se limitar a isso, não permitirá ao aluno perceber melhor o significado de número inteiro relativo e, em caso de adições de números negativos, ele será surpreendido ao encontrar valores menores do que os que foram somados. As analogias são ainda produtoras de outro efeito de contrato, chamado efeito *topázio*[6], que consiste em o professor ser levado a, progressivamente, responder a uma questão que deveria ser respondida pelo aluno. Também neste caso a analogia pode dificultar a compreensão do aluno do significado pretendido.

Quando o professor de Matemática expõe sem ter em conta essa preocupação, corre o risco de criar para os seus alunos, situações sem significado. Usualmente, a ideia de aula expositiva está associada à noção que o professor apenas expõe, sem se preocupar com o *feedeback* a receber dos alunos. Ele acredita que se "explicar bem" a aprendizagem está garantida (Bishop & Goffree, 1986), o que nem sempre ocorre. Para os autores, a exposição tem uma conotação negativa, o que não precisaria de acontecer, desde que o professor tivesse a preocupação de saber o que o aluno já sabe sobre o que ele está expondo e estabelecesse um diálogo na aula de Matemática, ao invés de um simples monólogo.

Exemplos nas explicações. Segundo Leinhardt (2001), uma questão pode ser pensada como o ponto fulcral de uma explicação, mas não deve ser considerada como o início de uma explicação. Para a autora, explicações podem ser construídas a partir de tarefas e actividades e a partir de uma série de exemplos específicos. A produção ou selecção de exemplos, sublinha a autora, é uma parte fundamental da construção de uma boa explicação. No entanto, como sublinham Zalavsky e Peled (1996), desenvolver, reconhecer ou seleccionar exemplos e contra-exemplos apropriados é difícil. Os exemplos desempenham um papel crítico nas explicações, uma vez que conectam informação *a priori* com nova informação; podem ser utilizados para lembrete e solução de erros; podem ajudar a demonstrar a legitimidade de um princípio ou mostrar quando um con-

[6] A primeira cena da célebre peça de teatro "Topázio", de Marcel Pagnol, ilustra um desses efeitos: Topázio faz um ditado com um mau aluno. Não aceita seus erros grosseiros e vai "sugerindo" a resposta através de códigos didácticos cada vez mais transparentes. Por fim, ele termina mandando o aluno escrever a letra no lugar certo e exige a recitação da regra. Esse fenómeno aparece nas situações didácticas nas quais o professor se encarrega do trabalho essencial. A resposta que o aluno deve dar já está determinada antecipadamente, o professor escolhe as questões às quais a resposta pode ser dada (Brousseau, 1986).

ceito não pode ser aplicado. Além disso, podem ser usados para clarificar o ponto fulcral de uma questão (Rissland, 1991).

É importante clarificar o que é um exemplo e qual a sua função numa explicação. Para Leinhardt (2001) é necessário fazer uso e aprender a partir de exemplos. De acordo com Young (1998), a pesquisa sobre exemplos é vasta, abrange muitos domínios e tem resultados significativos. Segundo o autor, para a aprendizagem ocorrer, muitos exemplos são necessários, não apenas um. Além disso, os exemplos precisam de conter as características críticas e precisam de mostrar conexões, com características que tornam um exemplo claramente identificado.

No desenvolvimento ou selecção de um exemplo, segundo Leinhardt (2001), os professores enfrentam uma difícil tarefa. De acordo com a autora, os professores devem compreender as características críticas que precisam explicar, que podem ser críticas porque são importantes dentro do conteúdo de ensino a explicar ou porque são fulcrais para a compreensão dos alunos. No que tange ao conhecimento do conteúdo de ensino, a autora sublinha que o professor precisa ter clareza sobre como um exemplo pode ajudar a compreender o modo como uma propriedade pode ser utilizada, o modo como novas ideias conectam velhas ideias, ou o modo como uma questão pode ser problematizada. No que tange ao conhecimento dos alunos, assinala autora, o professor precisa ter a capacidade para refinar e estender exemplos colocados pelos próprios alunos. No entanto, sublinha, os exemplos podem falhar, porque são irrelevantes, porque são confusos ou porque em si mesmos são tão complexos que desenredá-los deixa a explicação instrucional perdida e o ponto fulcral não é mais compreendido.

Portanto, para o professor, no desenvolvimento dos exemplos, assim como na colocação das questões, o conhecimento do conteúdo de ensino e o conhecimento dos alunos, têm grande importância. Para o candidato a professor de Matemática, este aspecto da prática de explicação pode ser uma tarefa muito difícil, uma vez que estes aspectos de seu conhecimento didáctico de Matemática encontram-se ainda em desenvolvimento.

Representações nas explicações. Uma outra ferramenta importante para o desenvolvimento de explicações é a representação. Como indica Leinhardt (2001), as representações podem ser encontradas no manual ou podem ser produzidas na sala de aula. Segundo a autora, as representações podem ser operacionais, tais como os blocos de Dienes ou as barras Cuisenaire ou e podem ser diagramáticas tais como desenhos de figuras abstractas ou simulações de computador (White, 1993). Segundo Bishop e Goffree (1986), existem quatro tipos principais de representação utilizadas nas aulas de Matemática: símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objectos. Para os autores, cada um destes tipos tem o seu próprio vocabulário ou código que necessita de ser aprendido de forma a compreender as ideias matemáticas expressas.

É importante que, durante a utilização das representações, o professor foque sua explicação nas conexões entre as ideias explicadas. Desse modo, a actuação do professor faz-se num sentido em que as representações também contribuem para a compreensão da questão fulcral da explicação.

Leinhardt (2001) afirma que os professores experientes são capazes de fazer representações explorando analogias. Numa aula filmada em 1965 pela Matematics Association of America (MAA), George Pólya, constrói diversas representações para apoiar uma explicação de um problema. Leinhardt e Schwarz (1997) assinalam que a extensão das explicações de Pólya para este problema sugere a aplicabilidade geral do modelo das explicações instrucionais. Esta aplicabilidade, sublinham os autores, respeita a diferentes tópicos matemáticos. E referem: "A característica mais saliente da lição de Pólya é a profusão de diferentes representações e modelos. Representações e modelos são poderosas ferramentas que podem apoiar explicações instrucionais (p. 430)". A explicação de Pólya para o problema é uma interessante explicação instrucional mas os autores sublinham que esta explicação, por não depender de tempo e de lugar e por ser multicultural é como uma explicação disciplinar.

Construir representações, sublinha Leinhardt (2001), é um "acto pedagógico maravilhoso que começa com uma questão: "Como devemos mostrar isto?" (p. 349). Segundo a autora, o resultado pode ser uma importante parte de uma explicação. No entanto, representações em si mesmas, afirma a autora, não explicam alguma coisa, do mesmo modo que usar materiais manipuláveis só por si não induz a compreensão do significado das ideias matemáticas pretendidas.

Para Leinhardt (2001), a característica importante das representações é que elas devem conectar modos relevantes e explícitos para as explicações serem desenvolvidas. Neste sentido, salienta a autora, para construir boas representações durante uma explicação, o professor precisa de conhecimento que lhe permita (i) seleccionar as representações que são apresentadas nos textos; (ii) construir novas representações que partam realmente do contexto da explicação; e (iii) refinar as representações que são apresentadas pelos alunos, no decorrer de sua própria discussão. Por outras palavras, como já referi, o conhecimento para construir boas representações é o conhecimento do conteúdo de ensino e o conhecimento dos alunos. É necessário que o professor os coloque em acção na sua prática de explicação. Para o candidato a professor, no entanto, isto constitui-se numa tarefa mais difícil, dada a fase de desenvolvimento do seu conhecimento didáctico de Matemática.

As explicações e os diferentes significados. As explicações instrucionais, segundo Leinhardt (2001), são desenvolvidas para ensinar um conteúdo de ensino. A coordenação das suas diversas componentes pode contribuir para a explicitação do significado matemático da ideia explicada. Tal característica destas explicações torna clara a ênfase deste tipo de explicação no aspecto semântico das ideias matemáticas. Nestas explicações, há uma referência ao significado referencial apontado por Rotman (1980). Este significado, segundo este autor, permite estabelecer relação entre os símbolos matemáticos e os sistemas de signos não-matemáticos, como linguagem natural, imagens, representações icónicas e acções, entre outros. Desse modo, o professor pode desenvolver a explicação da equação do 1.º grau mostrando o porquê das regras e procedimentos até chegar à conclusão. Por exemplo, para solucionarmos a equação $2x + 1 = 10$ podemos recorrer aos conceitos de equações equivalentes, princípio aditivo da igualdade e princípio multiplicativo da igualdade. Por outras palavras, podemos obter equações equivalentes sucessivamente, através da aplicação destes princípios, até que a raiz da equação seja encontrada.

Por sua vez, as explicações disciplinares possuem as características do discurso de uma disciplina. Neste tipo de explicação, a Matemática pode ser caracterizada pelas regras e procedimentos, utilizadas pelo professor durante o desenvolvimento da explicação ou no significado dos termos matemáticos utilizados. Tal característica destas explicações torna clara a ênfase no aspecto sintáctico das expressões matemáticas, havendo mesmo referência ao significado formal intrínseco das expressões matemáticas[7] (Rotman, 1980). De facto, na linguagem matemática há um estrito significado dos termos (Gómez-Granell, 2008). Por exemplo, ao explicar a resolução de uma equação do 1.º

[7] Segundo Rotman (1980), para toda expressão matemática faz-se necessário reconhecer um significado formal intrínseco – no qual uns símbolos fazem referência a outros dentro de um código específico –, e um significado pragmático – o qual propicia a tradução para sistemas de signos não-matemáticos (linguagem natural, imagens e representações icónicas, acções, etc.) – e a associação de tais expressões ao seu significado referencial (Gómez-Granell, 2008). Neste sentido, Gómez-Granell (2008) afirma: "Os símbolos matemáticos possuem dois significados. Um deles estritamente formal, que obedece a regras internas do próprio sistema e se caracteriza pela sua autonomia do real, pois a validade das suas declarações não está determinada pelo exterior (contrastação empírica). E o outro significado, que poderíamos chamar de "referencial", que permite associar os símbolos matemáticos às situações reais e torná-los úteis para, entre outras coisas, resolver problemas" (p. 262).

grau, o professor pode fazê-lo através da utilização de regras e procedimentos. Estas regras e procedimentos conduzem à solução. Assim, depois de adquirido os conhecimentos sobre "o porquê", durante a explicação instrucional, podemos ver formas mais simples de solucionarmos este tipo de equação. A este respeito Gómez-Granell (2008) afirma que "saber Matemática implica dominar os símbolos formais independentemente das situações específicas e, ao mesmo tempo, poder devolver a tais símbolos o seu significado referencial e então usá-los nas situações e problemas que assim o requeiram" (p. 274).

Uma outra característica das explicações instrucionais, segundo Leinhardt (2001), é serem completas. Uma explicação instrucional é completa quando vários sistemas são colocados para apoiar a explicação, os exemplos, as questões, os princípios e as discussões verbais, são completos, coordenados e as interconexões são exibidas. Frequentemente, de acordo com a autora, os professores mais novos controlam o trabalho através de uma parte de uma explicação, dizendo, usando uma representação particular, mas não são hábeis para completar ou coordenar com outras partes da explicação, tais como a discussão verbal. Para a autora, além de coordenar os vários sistemas em uma explicação até que ela possa ser completada, o apoio para completá-la vem de ordenar outros objectivos, tais como conectar formalmente uma nova ideia explicada, destacando o que é novo do que está sendo acrescentado. Ter este objectivo durante o desenvolvimento de uma explicação serve para conectar as novas ideias que estão sendo desenvolvidas em uma discussão, antes da nova ideia explicada, e também para mostrar as semelhanças e diferenças entre elas. Leinhardt e Putnam (1986) afirmam que a explicação do candidato a professor é bem compreensível para os que conhecem, antecipadamente, a ideia explicada. No entanto, para o aluno que está aprendendo esta ideia, tal explicação é muitas vezes incompleta e deslocada.

Uma outra característica das explicações instrucionais, que também pode ser identificada nas explicações disciplinares, é a perfeição. Segundo Leinhardt (2001), professores de Matemática talentosos proporcionam aos alunos oportunidade de explorar a solução de um problema de vários modos. Assim, quando métodos equivalentes produzem o mesmo resultado, quando há convergência, as explicações possuem um sentido de perfeição.

Leinhardt (2001) sublinha que é importante que as explicações instrucionais incluam modos de trabalhar através de uma compreensão de erros em termos dos princípios fulcrais de cada disciplina. Para a autora, em alguns casos, o objectivo pode ser realizado simplesmente por fazer um apelo directo a uma regra, enquanto, noutros casos, pode envolver uma cuidadosa apresentação em que se encontram resultados contraditórios. As acções requeridas para encontrar este objectivo, sublinha a autora, envolvem a resposta aos erros dos alunos e o desenvolvimento de exemplos que em si mesmos produzem erros ou concepções erróneas que podem ser negociadas. Alguns professores evitam fazer correcções directas aos erros dos alunos (Ball & Lampert, 1999), o que não significa que a explicação que desenvolvem ou que seus alunos desenvolvem deixe as concepções erróneas serem aceites como verdadeiras. Isso significa que os erros são convites para pensar discussões que, paulatinamente, permitem a correcção e uma evolução da compreensão de cada um.

Para Leinhardt (2001), uma das implicações das explicações instrucionais na prática lectiva é que elas são um local para examinar a unidade do ensino em diferentes disciplinas. Segundo a autora, as explicações instrucionais são importantes, porque ampla evidência mostra que se forem bem desenvolvidas, influenciam positivamente a aprendizagem e se forem pouco desenvolvidas, influenciam-na negativamente. A autora assinala que, quando as explicações instrucionais são bem desenvolvidas, ajudam o desenvolvimento do conteúdo de ensino e o sentido de como dominar perguntas e respostas neste conteúdo de ensino. Na sua perspectiva, explicações instrucionais demonstram e justificam como apoiam a resolução de problemas e o raciocínio no processo de desenvolver compreensão, “elas são um meio e um fim” (p. 338). Neste sentido, tais explicações são um meio de alcançar explicações disciplinares e um fim para ensinar um conteúdo.

Segundo Leinhardt (2001), as explicações instrucionais “negociam” com o conteúdo de ensino e sua epistemologia. Para a autora, a explicação na sala de aula é uma prática socialmente negociada, e sugere que explicações num conteúdo de ensino são o local apropriado para examinar o conteúdo e a epistemologia. Os alunos podem vir a envolver-se significativamente numa explicação, mas também podem ir além do que já sabem e neste sentido, tais explicações podem propiciar metacognição.

Por fim, assinala Leinhardt (2001), um outro objectivo que move uma explicação instrucional ou disciplinar, rumo à conclusão é o que limita o alcance da explicação e aponta este limite, bem como as condições nas quais a nova ideia, procedimento ou conceito é aplicável. Um exemplo em Matemática, que refere, é o professor sublinhar, durante o ensino de percentagem, quando for abordada a ideia de adicionar percentagem a um valor original, incluir a limitação que não se pode adicionar 25% a um valor inicial e depois, ao subtrair 25% do novo valor encontrado, voltar a ter o valor inicial. Esta é uma ideia contra-intuitiva e resulta do facto de, embora adição e subtracção serem operações inversas, algo na percentagem anula esta característica, uma vez que a percentagem possui uma estrutura multiplicativa, apesar de sua linguagem aditiva.

A prática de explicação do candidato a professor de Matemática

Um estudo de Charalambous (2008) examina a associação entre conhecimento do professor e performance de ensino. Em particular, este estudo explora a associação entre o conhecimento matemático para ensinar (Ball et al., 2008) de candidatos a professor e a performance destes em cinco práticas de ensino consideradas importantes para estabelecer um ambiente de aprendizagem matematicamente rico e intelectualmente desafiador: desenvolver explicações, seleccionar e usar tarefas, usar representações, analisar os trabalhos dos alunos e responder aos pedidos de ajuda dos alunos. A metodologia do estudo consistiu em duas fases, envolvendo métodos mistos, quantitativos e qualitativos. Na primeira fase, foram usados métodos de estatística não-paramétrica para explorar associações de interesse e, na segunda fase, foram usados estudos de caso, para aprofundar a compreensão dessas associações. As cinco práticas foram filmadas usando uma simulação de ensino e um conjunto de códigos e esquemas desenvolvidos para este fim. Os resultados mostram moderada associação entre o conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor e a sua performance nas cinco práticas referidas.

Outro estudo de Charalambous (2009) incide especificamente sobre a prática de explicação de vinte candidatos a professor, objecto de estudos de caso. Pretendia-se saber se existe associação entre o conhecimento para ensinar dos candidatos a professor e sua performance na melhoria das explicações e se as explicações dos candidatos a professor com diferentes níveis de conhecimento matemático para ensinar são qualitativamente diferentes. A metodologia envolveu duas fases, nas quais foram utilizados métodos quantitativos e qualitativos. Os dados foram recolhidos no início de um programa de formação de professores e depois a intervenção consistiu de uma sequência, em duas fases, de conteúdos/métodos matemáticos. Neste estudo, os candidatos a professor apresentam diferentes níveis de conhecimento matemático para ensinar, no seu trabalho num ambiente simulado. A análise qualitativa mostra o conhecimento matemático para ensinar e suas mudanças, analisando a qualidade das suas explicações. A análise de dados levou ao desenvolvimento de um esquema para classificar a qualidade das explicações dos sete candidatos a professor de Matemática participantes com cinco categorias:

1. Não há *explicação/descrição*: Não houve desenvolvimento de explicação.
2. *Explicação numericamente dirigida:* A explicação é dirigida para os números envolvidos no procedimento e, particularmente, para a resposta final.
3. *Explicação conceptualmente dirigida:* A explicação é fundamentada e o significado subjacente ao procedimento é explicitado. Este tipo de explicação ainda não é calibrado, isto é, não é compreensível para os alunos a que se destina.
4. *Explicação conceptualmente dirigida e calibrada:* Esta explicação desenvolvida é fundamentada no significado subjacente ao procedimento explicado e é calibrada, isto é, é compreensível aos alunos a que se destina.
5. *Explicação expondo as conexões, calibrada e conceptualmente dirigida:* A explicação desenvolvida expõe as conexões entre as ideias matemáticas, fundamentada no significado subjacente ao procedimento explicado e é calibrada, isto é, é compreensível aos alunos a que se destina.

O desenvolvimento da prática de explicação dos candidatos a professor de Matemática do estudo de Charalambous (2008), antes e depois da simulação de ensino, ocorreu, em cada caso, de modos distintos. No entanto, em todos os casos, identificamos avanços nas cinco categorias acima referidas.

Charalambous (2009) afirma que estudos prévios (de Leinhardt, 1987, 1989, 2001) mostram que a actuação dos professores em desenvolver explicações está relacionada com a sua experiência. Para o autor, este estudo alargou esta linha de investigação através da exploração e associação entre o conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor e sua performance na melhoria das explicações para a divisão de fracção, um tópico particularmente difícil de compreender. As análises quantitativa e qualitativa realizadas neste estudo, apoiam a noção que existe associação entre o conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor e suas explicações.

Segundo Charalambous (2009), a análise quantitativa mostra uma associação moderada entre o conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor e a melhoria de suas explicações. Esta associação é mais alta que a relatada no estudo de funções por Rice (2003), que também explorou a relação entre conhecimento dos professores e sua efectividade. A análise qualitativa corrobora amplamente esta associação entre o conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor e a qualidade das suas explicações. O autor afirma que esta relação foi exibida de dois modos. No primeiro, de uma perspectiva estática, os candidatos a professor com mais alto conhecimento matemático para ensinar, foi encontrado no desenvolvimento de explicações que foram mais conceptualmente orientadas e calibradas para a audiência pretendida do que as dadas pelos outros participantes com baixo conhecimento matemático para ensinar, cujas explicações foram numericamente dirigidas, na melhor das hipóteses. No segundo, de uma perspectiva dinâmica, as mudanças no conhecimento matemático para ensinar dos candidatos a professor foram consistentes com a mudança na qualidade de suas explicações.

Uma implicação desta relação entre o desenvolvimento de explicações pelos candidatos a professor e seu conhecimento matemático para ensinar é que não é preciso esperar que o professor se torne experiente para alcançar um nível mais elevado na sua prática de explicação. Desde a formação inicial, é possível, através do desenvolvimento do conhecimento matemático para ensinar, ter uma prática de explicação mais efectiva.

A explicação dos alunos

A perspectiva interaccionista da sala de aula de Matemática sugere que o aluno também realiza (ou pode realizar) explicações. Segundo Yackel e Cobb (1996) a explicação dos alunos, em vez de ter uma base matemática, pode ter uma base social. Com o reforço da participação dos alunos nas aulas de Matemática, por exemplo em aulas de cunho investigativo, estes passam a usar vários tipos de raciocínio matemático. Esses autores referem três tipos de explicação dos alunos: *explicações que descrevem procedimentos*, *explicações como descrições de acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais* e *explicações como objecto de reflexões.*

Nas explicações que descrevem procedimentos, os alunos, no seu discurso, não fazem referência explícita ao que significam os objectos matemáticos, nem interpretam os resultados obtidos ao agirem sobre eles. Em contrapartida, nas explicações que descrevem acções sobre objectos matemáticos, ocorre esta referência explícita e clarificação do aluno. Finalmente, na explicação como objecto de reflexão, os alunos começam a considerar a adequação de uma explicação para os outros, mais do que simplesmente para si próprios. Neste sentido, a explicação torna-se ela própria objecto do discurso (Yackel & Cobb, 1986).

Levenson et al. (2004, 2009) também investigaram as explicações dos alunos. Na sua perspectiva, as explicações dos alunos podem ser baseadas na Matemática ou baseadas na prática. As primeiras fundamentam-se apenas nas definições ou propriedades matemáticas aprendidas previamente e usam o raciocínio matemático. As segundas usam o quotidiano para contextualizar e/ou materiais manipuláveis para atribuir significado às expressões matemáticas.

Levenson et al. (2004) investigaram como os alunos explicam em salas de aula mais tradicionais, isto é, nas quais o discurso matemático não é fomentado. Este estudo focalizou sobre o uso de explicações baseadas na Matemática e baseadas na prática feito por alunos da escola elementar. As autoras comparam as explicações utilizadas pelos alunos antes de estudarem formalmente a multiplicação na escola e depois de estudarem o referido conceito. As autoras também analisam o tipo de explicação usado para multiplicação sem o zero comparado com o tipo de explicação utilizando o zero. Os resultados do estudo mostram que os alunos usam mais explicações baseadas na Matemática do que explicações baseadas na prática. Podia-se esperar que as crianças mais jovens baseassem suas explicações em experiências de vida e escolhessem explicações baseadas na prática, enquanto as mais velhas, mais experientes como alunos, escolheriam explicações baseadas na Matemática. Esta possível preferência dos alunos mais jovens pelas explicações baseadas na prática, sublinhada pelas autoras, coaduna-se com a afirmação de Yackel e Cobb (1996), segundo a qual, as explicações dos alunos podem ter uma base social em vez de ter uma base matemática. Além disso, muitos dos alunos, ao multiplicar com zero, usavam outro tipo de justificação que não se enquadrava em explicações baseadas na Matemática nem em explicações baseadas na prática. Os alunos, assinalam as autoras, diziam que "todo número multiplicado por zero é zero", o que denominam de justificação baseada em regras, inserindo-as em noutra categoria.

Levenson et al. (2007) mostraram que, em certos contextos, alguns professores acreditam que o uso de explicações baseadas na prática é preferível na escola elementar. No entanto, outro estudo de Levenson et al. (2009), sobre a preferência de alunos do 5.º ano por explicações baseadas na Matemática ou baseadas na prática, bem como a base para esta preferência, em dois contextos distintos (números pares e fracções equivalentes), aponta noutra direcção. Os resultados mostram que os alunos produziram mais explicações baseadas na Matemática do que baseadas na prática. Nos questionários, usados para a recolha de dados, referentes a números pares, um número significativo dos alunos preferiam explicações baseadas na prática e preferiam usá-las para explicar este conceito a um amigo. Por outro lado, no questionário referente às fracções, não houve preferência significativa entre explicações baseadas na Matemática e na prática. No que tange ao tipo de explicação que o aluno prefere que seu professor use, também não houve uma preferência significativa entre explicações baseadas na Matemática e na prática. Segundo as autoras, os educadores frequentemente recomendam o uso de explicações baseadas na prática na escola elementar. No entanto, este estudo mostra que, no 5.º ano não há sempre uma preferência dos alunos para explicações baseadas na prática. Quando as autoras revisaram a base para a preferência dos alunos, embora alguns estejam muito interessados pelo aspecto de "diversão" associado a às explicações baseadas na prática, outros revelam um interesse pela Matemática existente nas explicações baseadas na Matemática.

Destes dois estudos, podemos depreender que os alunos, embora jovens, conseguem desenvolver explicações baseadas na Matemática e até por vezes as preferem ao invés das explicações baseadas na prática. As autoras afirmam que, uma vez que um dos objectivos dos educadores matemáticos é contribuir para os alunos passarem das explicações baseadas na prática para explicações baseadas na Matemática, deveriam analisar a possibilidade de introduzir mais explicações baseadas na Matemática para os alunos da escola elementar.

Quando confrontamos as explicações dos alunos encontradas em Yackel e Cobb (1996) e em Levenson et al. (2004, 2007, 2009) encontramos a referência ao significado das ideias explicadas em ambos os estudos. Esta referência, no entanto, faz-se de modos distintos, uma vez que em Yackel e Cobb (1996) o significado pode emergir em dois tipos de explicação. No primeiro, quando os alunos desenvolvem explicações sobre objectos matemáticos experiencialmente reais. Nestas explicações, os alunos geram seus próprios modos significativos de resolver problemas. No segundo, quando as explicações são tomadas pelos alunos como objecto de reflexão. Isto exige do aluno uma compreensão mais profunda da explicação e, consequentemente, de seu significado. Nos estudos de Levenson et al. (2004, 2009) o significado das explicações desenvolvidas pelos alunos pode emergir em dois momentos. No primeiro, quando estes usam as explicações baseadas na prática sendo este um significado referencial (Gómez-Granell, 2008), isto é, aquele que emerge quando utilizamos um contexto ou explicitamos um princípio que fundamenta uma ideia matemática. No segundo, quando os alunos utilizam explicações baseadas na Matemática, caso em que emerge o significado formal.

Ao identificarmos a explicação com a exposição de uma rede de relações ou conexões, vemos mais uma vez o conhecimento matemático de modo não-linear. Este conhecimento pode ser concebido como rede de relações matemáticas (Machado, 2005) ao invés de separado em compartimentos estanques, emergindo na interacção da sala de aula entre o professor e o aluno e entre os alunos. Esse aspecto das explicações dos alunos permitem-nos perceber o potencial que este tipo de comunicação possui para a aprendizagem significativa da Matemática.

Explicação e modos de trabalho na sala de aula

As actividades propostas pelo professor, aos alunos, após uma explicação, podem desencadear diferentes modos de trabalho na sala de aula. Esses modos de trabalho, através dos quais os alunos realizam tarefas, podem ser individuais ou em grupo (Ponte, Oliveira & Brocardo, 2003).

As actividades individuais têm sua relevância e podem ter lugar na dinâmica das aulas de Matemática. Segundo Bishop e Goffree (1986) os valores específicos da actividade individual na sala de aula são associados, em primeiro lugar, à natureza independente deste trabalho e, em segundo lugar, com o tipo "personalizado" de ensino que o professor realiza. Para os autores, enquanto as actividades de grupo sublinham e fomentam a *interdependência*, a actividade individual exige trabalho *independente.* Através da utilização de muitos tipos de trabalho como exercícios, exemplos, problemas, investigações e relatórios práticos, o aluno é estimulado a desenvolver hábitos de trabalho independente, auto-confiança, e modos de pensar e de se comportar, exigidos, em parte, pelos exames em Matemática, que, em regra, são feitos individualmente.

Nos grupos, por outro lado, a explicação pode possuir maior riqueza de conexões. Além disso, nos grupos os alunos podem ir desenvolvendo a competência de comunicar matematicamente num nível de maior qualidade do que em relação à turma. Num grupo as relações simétricas podem contribuir para o estabelecimento de conflitos sociocognitivos. Estes conflitos podem ocorrer entre dois ou mais indivíduos, quando estes confrontam suas diferentes expectativas em relação ao conhecimento (Arsac et al., 1992; Perret-Clermont, 1992). O objectivo visado na resolução de um conflito é conduzir a um progresso comum dos protagonistas em relação ao conhecimento que eles estão procurando.

Schubauer-Leoni (1994) destaca a importância da interacção entre os indivíduos, que pode ocorrer no trabalho em grupo, no ensino de Matemática:

> A noção de interacção se relaciona com a noção de 'intersubjetividade', de 'interpretação' e até mesmo de 'negociação do sentido'. Assim, há

> finalidades e intenções inerentes às interacções em função notadamente de sistemas de normas preexistentes e de se fazer em conjunto (p. 80).

Um grupo pode ser assim considerado, como afirma Freire (1992), quando um conjunto de pessoas movidas por interesses semelhantes se reúne em torno de uma actividade específica. No desenrolar dessa actividade, deixam de ser um amontoado de indivíduos para assumirem seu papel enquanto participantes do grupo, que tem um objectivo comum a todos. Por isso, organizar um trabalho em grupo, na sala de aula de Matemática, não se resume a pedir aos alunos que juntem as carteiras. Freire (1992) afirma que é possível deduzir, da vasta literatura referente ao trabalho em grupos (de natureza psicológica, didáctica ou pedagógica), a ideia de superioridade desse género de trabalho sobre o individual. Para Garnier et al. (1996), a superioridade das produções colectivas sobre as individuais reside, provavelmente, na potencialidade de construção de um novo procedimento. Estes autores também atribuem a superioridade das produções colectivas à explicitação dos métodos de resolução, que ocorrem, mais no trabalho em grupo do que no individual, e também observam que a superioridade do trabalho em grupo reside no potencial para o tratamento de problemas mais complexos.

Por outro lado, como sublinham Bishop e Goffree (1986), existe a posibilidade de emerjirem problemas se um membro do grupo tentar dominar os outros. Para evitar este problema é necessário desestimular o domínio de um único aluno. Para os autores, isto pode ser feito pelo professor quando estabelece o princípio do “líder rotativo”, ou através de estratégias informais e pessoais, tais como agrupar todos os líderes dominantes em um único grupo. Além disso, o professor pode tornar o “lider” consciente do seu comportamento e estimulá-lo a modificá-lo.

A explicação do professor pode variar, de acordo com a técnica de ensino em grupo. Além das díades, tríades, quartetos, o professor pode utilizar algumas técnicas de ensino em grupos, que podem contribuir para o estabelecimento de um novo paradigma de comunicação na sala de aula de Matemática (Santos, 2006). Um uso positivo do poder do professor pode ocorrer na discussão aluno-aluno nos grupos. Nesse momento, ele pode contribuir para mudar a linguagem dos alunos, durante as interacções, de modo que se torne matematicamente adequada. Este é um momento adequado para o aluno perceber a necessidade da linguagem matemática possuir as suas características (Bishop & Goffree, 1986).

O trabalho em grupo, nas suas várias versões, permite uma maior interacção entre o aluno e o professor, através da comunicação de conceitos matemáticos (Arsac, 1992; Freire, 1992; Schubauer-Leoni, 1994), possibilitando uma compreensão dos significados dos conceitos matemáticos e pode ser explorado desde a formação inicial. Assim, os diferentes modos de trabalho, que podem ser desenvolvidos no decorrer da prática de explicação do candidato a professor de Matemática, apresentam vantagens e limitações. Cabe ao candidato a professor, tendo em conta suas relações com o professor supervisor da universidade, o professor cooperante ou o orientador de estágio (dependendo, neste caso, de ser uma ESE ou uma universidade) e os alunos com os quais está trabalhando, optar por aquele modo de trabalho que melhor se coaduna com os objectivos pretendidos num dado momento de sua prática de explicação.

Sintetizando, a explicação constitui um importante aspecto da prática lectiva do candidato a professor de Matemática. Na maior parte dos casos, este concebe explicar como "dizer". Explicar, contudo, é muito mais do que isso, é expor as conexões entre a ideia explicada e outras ideias. As explicações são definidas como repostas à pergunta "por que" num conteúdo de ensino, podendo as questões ser explícitas ou implícitas. As explicações podem ser agrupadas em quatro tipos: comuns, auto-explicações, disciplinares e instrucionais. As explicações instrucionais emergem nas tarefas instrucionais e no discurso na sala de aula, tanto durante a discussão em grande como em pequeno grupo, antes, durante ou depois de alguma tarefa. Em Matemática, estes momentos são as acções que se agrupam em torno das operações, funções, procedimentos e interacções, princípios matemáticos e metasistemas. O modelo de representação das explicações instrucionais é um modelo genérico, no entanto o seu desenvolvimento é baseado no conteúdo de ensino. Para o desenvolvimento das explicações, nomeadamente, das instrucionais, é fundamental a colocação de boas questões, sendo a selecção da questão um aspecto relevante da prática de explicação. A questão contribui para a exposição das conexões entre as ideias explicadas, contribuindo para comunicar o significado matemático. Além disso, para estabelecer conexões e melhor se comunicar com os alunos, o professor pode utilizar metáforas e analogias. A explicação pode ser desenvolvida em torno de uma série de exemplos específicos e gerar e seleccionar exemplos, embora não seja uma tarefa fácil, é uma parte fundamental no desenvolvimento de uma boa explicação. A representação é outra ferramenta para o desenvolvimento de uma explicação, existindo quatro tipos principais de representações usadas em Matemática: símbolos, linguagem comum, figuras e objectos. O conhecimento de que o professor precisa para encontrar boas representações, de modo similar ao que é preciso para encontrar boas questões e bons exemplos, é o conhecimento do conteúdo de ensino e o conhecimento dos alunos. É necessário que o professor os coloque em acção no decorrer da sua prática de explicação. As explicações instrucionais podem contribuir para a explicitação do significado matemático da ideia explicada. Esta característica deste tipo de explicação, torna clara a ênfase no aspecto semântico das ideias matemáticas e, no seu desenvolvimento, o professor pode associar as ideias matemáticas ao seu significado referencial. As explicações disciplinares possuem a característica da Matemática e nelas evidenciam-se as regras e procedimentos, que se relacionam com o aspecto sintáctico do conteúdo matemático. No seu desenvolvimento o professor pode associar as ideias matemáticas ao seu significado formal intrínseco. Uma explicação instrucional é completa quando os vários sistemas são colocados para apoiar a explicação. As explicações dos candidatos a professor, muitas vezes, são compreensíveis apenas àqueles que conhecem antecipadamente a ideia explicada. Contudo, para o aluno, tal explicação é incompleta e deslocada. A perfeição é outra característica das explicações instrucionais e disciplinares que pode ser identificada quando métodos equivalentes produzem o mesmo resultado. Nos modos de trabalho com as explicações instrucionais também é importante a inclusão da compreensão de erros que podem estar nas respostas dos alunos ou em exemplos que produzem erros ou concepções erróneas que podem ser negociadas. Uma das implicações das explicações instrucionais na prática lectiva é que constituem um local para examinar a unidade do ensino numa disciplina e tais explicações, se bem desenvolvidas, influenciam positivamente a aprendizagem. A explicação é uma prática socialmente negociada e que também pode proporcionar metacognição. É necessário que durante uma explicação instrucional ou disciplinar, o professor clarifique o alcance e o limite da nova ideia, procedimento ou conceito explicado. Estas explicações podem ser processuais, quando não clarificam nem interpretam os resultados obtidos, podem descrever uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real, quando fazem referência explícita ao significado dos resultados obtidos, ou podem ser objecto de reflexão, quando os alunos consideram a adequação da explicação para os outros, não apenas para eles. Desse modo, a explicação torna-se objecto do discurso. As explicações dos alunos também podem ser matematicamente baseadas, quando se fundamentam apenas em definições, propriedades e raciocínio matemático, e podem ser praticamente baseadas quando utilizam o quotidiano e/ou materiais manipuláveis para atribuir significado às expressões matemáticas. Os alunos também podem desenvolver explicações instrucionais. As explicações na sala de aula de Matemática podem ser desenvolvidas em diferentes modos de trabalho, individualmente, em pares ou em grupos.

3.3. Síntese

Existem diferentes perspectivas para a comunicação na sala de aula de Matemática. Na perspectiva construtivista o aluno constrói o seu conhecimento individualmente, o que não propicia a partilha do conhecimento matemático através da comunicação oral. A perspectiva sociocultural valoriza as práticas sociais na aprendizagem, mas não atende à negociação dos significados dos conceitos. Na perspectiva interaccionista, os significados emergem nas interacções entre as pessoas. Na sala de aula, no diálogo, o conhecimento matemático emerge entre o professor e o aluno.

A comunicação também pode ser utilizada para a regulação do trabalho nas aulas. Desse modo, não se refere directamente à aprendizagem. O contrato didáctico e as normas sociomatemáticas podem contribuir para tornar a sala de aula um contexto significativo durante as práticas orais e escritas de comunicação. A Matemática também pode ser encarada como um discurso e, nesta perspectiva, aprender Matemática significa mudar o discurso. Na prática lectiva do candidato a professor, o discurso pode contribuir para um ensino diferenciado da Matemática.

A explicação é um tipo de comunicação relevante na prática lectiva do candidato a professor de Matemática. As questões são fundamentais para o desenvolvimento de explicações e podem ser implícitas ou explícitas. Há diferentes tipos de explicação, sendo as mais comuns na sala de aula as explicações disciplinares e as instrucionais. As explicações instrucionais emergem das tarefas e do discurso na sala de aula, em particular na discussão nos grupos. Em Matemática, as acções nas explicações instrucionais agrupam-se em torno das operações, funções, procedimentos e interacções, os princípios matemáticos e os metasistemas. O modelo das explicações instrucionais é um modelo genérico mas o seu desenvolvimento fundamenta-se no conteúdo de ensino. Neste desenvolvimento, salientam-se as questões, as metáforas, as analogias, os exemplos, os contra-exemplos e as representações. O desenvolvimento das explicações instrucionais pode contribuir para a explicitação do significado matemático, podendo emergir o significado formal intrínseco ou referencial. O desenvolvimento das explicações está relacionado ao conhecimento matemático para ensinar do candidato a professor mas, na prática de explicação, também pode emergir a explicação dos alunos.

II. Parte Empírica

Capítulo 4

METODOLOGIA

Este capítulo começa por apresentar as características gerais do plano de investigação desta pesquisa, de seguida, apresenta os participantes, os instrumentos e os procedimentos a utilizar na recolha de dados e, finalmente, expõe os processos de análise de dados.

4.1. Características do plano de investigação

O presente estudo segue uma metodologia de estudo de caso qualitativo e interpretativo. A escolha desta metodologia deve-se ao facto de esta possibilitar o estudo sistemático de um fenómeno específico, como um programa, um acontecimento, uma pessoa, um processo, uma instituição ou um grupo social (Merriam, 1988). Além disso, o estudo assume um cunho qualitativo e interpretativo, pois pretendo conhecer a realidade tal como ela é vista pelos actores que nela intervêm directamente. Neste tipo de pesquisa, segundo Erickson (1986), procura descobrir-se os modos específicos, segundo os quais as actividades das pessoas se desenvolvem e nos quais conduzem conjuntamente a acção social. Para a pesquisa de sala de aula, isto significa descobrir como as decisões e acções de todos os participantes constituem um currículo ordenado e também um ambiente de aprendizagem. Para este autor, as pessoas, vivendo juntas, devem ser estudadas em termos do sentido que fazem umas para as outras e nos seus arranjos sociais. A interpretação dos significados é o resultado de escolhas humanas compostas por ligações sucessivas numa cadeia de interacção social. Como refere Eisenhart (1988), o investigador interpretativo procura compreender o modo como pensam os participantes no seu estudo. Para isso, precisa de ser *insider* e *outsider*, isto é, tem de ser capaz de participar na actividade que investiga e, ao mesmo tempo, reflectir sobre ela de modo distanciado.

Esta investigação tem por base dois estudos de caso. Em cada um deles procuro compreender o modo como o candidato a professor de Matemática na fase final da sua formação inicial encara o processo de comunicação na sala de aula, como gere a comunicação e que factores que influenciam o processo de comunicação. A unidade de análise é assim o jovem candidato a professor de Matemática. Tendo em conta a natureza do problema e as questões de investigação, que envolve perguntas "como" e "por que" (particularmente como o candidato a professor promove a explicação e porque razão o faz de certa forma), considero que o estudo de caso constitui uma abordagem adequada (Merriam, 1988; Yin, 2003).

Nesta investigação, o campo empírico tem papel fundamental, sendo a sala de aula de Matemática o local privilegiado para a recolha de dados. É aí que podemos observar os aspectos explícitos e implícitos da explicação promovida pelo candidato a professor de Matemática, uma vez que é esse o principal local onde ocorrem as complexas interacções entre ele e os seus alunos. É aí que é possível aperceber-me dos factores científicos, sociais, culturais, hierárquicos, de ordem pessoal, etc. que influenciam essas interacções, possivelmente de modo contraditório (Bishop & Goffree, 1986). Nas interacções que ocorrem na sala de aula, além do candidato a professor e do aluno, um terceiro elemento deve ser igualmente considerado – o conhecimento concebido como uma rede de relações. Na verdade, professor e alunos estão lá, pelo menos em princípio, por causa desse conhecimento (Brousseau, 1986).

Os dados são recolhidos principalmente por observação e por entrevistas e são complementados por uma tarefa envolvendo situações de ensino referentes à prática lectiva de outro professor, a ser interpretada pelo candidato a professor. A partir dos dados obtidos nessas observações, entrevistas e tarefa adicional procuro responder às questões do estudo.

No que tange a aspectos de ordem ética, às participantes desta investigação foi garantida a confidencialidade e o anonimato. O anonimato, quer das participantes quer das escolas onde realizam o estágio, foi assegurado através da utilização de pseudónimos e da não especificação da localização das escolas nas quais as participantes realizam os seus estágios. De igual modo, não são indicados os nomes dos supervisores, tutores, orientadores ou professores cooperantes que interagem directamente com as participantes. Além disso, a investigadora procura estabelecer uma relação positiva com as estagiárias, devolvendo-lhe todos os seus dados gravados em áudio e vídeo e colocando-se à disposição para esclarecer eventuais dúvidas sobre a investigação.

4.2. Participantes

Para compreender como se processa a explicação promovida pelo candidato a professor de Matemática estudo um caso da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e outro da Escola Superior de Educação de Lisboa. A escolha de candidatos a professores de diferentes níveis de ensino (por um lado, 2.º ciclo e, por outro, 3.º ciclo e secundário) tem em vista aumentar as possibilidades de diferenciação entre os casos. Espero, assim, que se possam evidenciar os possíveis factores que intervêm nas suas práticas de comunicação, como o nível etário dos alunos, a sua origem social, a complexidade dos temas programáticos, o modelo de estágio, a formação de base anterior dos candidatos, etc.

Segundo indica Ponte (2002), o estágio da Licenciatura em Ensino da Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (FCUL), ocorre no 5.º e último ano do curso. No 4.º ano os candidatos a professores frequentam duas disciplinas semestrais de Acções Pedagógicas de Observação e Análise que lhes proporcionam oportunidades de observação, intervenção e reflexão sobre a realidade escolar. O estágio do 5.º ano visa o desenvolvimento de competências dos candidatos a professores no âmbito da prática lectiva e na participação na actividade da escola, numa perspectiva de aperfeiçoamento profissional nos domínios científico, didáctico, pedagógico e relacional. Este estágio ocorre em escolas do 3.º ciclo do ensino básico e secundário. De acordo com as alterações verificadas no ano lectivo de 2006-07, neste estágio os futuros professores ficam todo o ano associados a uma escola, tendo a responsabilidade de reger diversas aulas de duas turmas. Como refere ainda o autor, os estágios funcionam em núcleos formados pelos estagiários, por professores orientadores da Faculdade (um do Departamento de Matemática e outro do Departamento de Educação) e por professores orientadores das escolas. O estágio envolve principalmente actividades referentes à prática lectiva, à intervenção na escola e à relação com o meio, e ainda outras actividades de carácter científico, didáctico e pedagógico. As actividades referentes à prática lectiva consistem fundamentalmente na planificação e condução de aulas feita pelo estagiário e também na reflexão sobre o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e sobre o ensino realizado.

Por outro lado, segundo o Programa de Intervenção Educativa IV da Escola Superior de Educação de Lisboa (ESELx, 2007), nesta instituição, os alunos da variante Matemática/Ciências que serão professores no 2.º ciclo do ensino básico, começam a ir à escola desde o 1.º ano do curso no âmbito da disciplina Intervenção Educativa I, momento em que ainda não ministram aulas. Nos anos seguintes, a participação nas aulas vai aumentando e no 4.º ano fazem um estágio durante os três últimos meses do ano lectivo. Neste estágio, os alunos são acompanhados pelo tutor, um professor da ESE de Lisboa que ministra a disciplina de Intervenção Educativa IV e um professor cooperante, pertencente à escola onde ocorre o estágio. Nesta fase, os candidatos a professores aprofundam os conhecimentos matemáticos, didácticos, curriculares e dos alunos tendo em vista a organização e a intervenção no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Além disso, problematizam situações concretas de ensino-aprendizagem dos alunos do 2.º ciclo do ensino básico e procuram soluções adequadas, sendo no fim do ano avaliados pelo tutor e pelo professor cooperante.

Os participantes deste estudo foram seleccionados entre aqueles que os seus professores considerem comunicativos e bons alunos nas disciplinas de Didáctica e/ou Metodologia do Ensino da Matemática, tendo em conta as suas notas nestas disciplinas no ano anterior e a sua compreensão do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, na perspectiva do respectivo docente. No meu primeiro encontro com o candidato a professor, expliquei o objectivo geral da investigação e os instrumentos metodológicos a utilizar (a entrevista, a observação e a interpretação de situações de ensino). Também expliquei que, como observadora na sala de aula, procuraria não interferir directamente nos acontecimentos. Indiquei esperar que ele se comporte como professor regente da aula o mais naturalmente possível nas suas interacções com os alunos e na sua relação com o conhecimento matemático, isto é, no modo como concebe este conhecimento.

Para entrar em contacto com estagiárias quer da Universidade de Lisboa quer da ESE, comecei por conversar com as professoras destas instituições que ministram disciplinas de Metodologia e Prática de Ensino. Na Universidade de Lisboa, conversei com as professoras supervisoras do Departamento de Educação e do Departamento de Matemática. Estas duas professoras, muitas vezes, acompanharam estágios juntas, cada uma com sua perspectiva sobre o ensino da Matemática. A professora do Departamento de Educação explicou-me o critério de escolha das escolas para os estágios, onde se localizam, os ciclos por elas abrangidos, o critério de escolha dos orientadores das escolas, os tipos de actividades exigidas dos estagiários e sobre as suas perspectivas e a dos orientadores das escolas, bem como o modo como lida com as diferenças nestas perspectivas. Pelo seu lado, a professora do Departamento de Matemática, explicou-me como eram propostas as actividades aos estagiários, as reuniões para tratar de eventuais problemas dos estagiários em diferentes níveis, os núcleos que orienta, as aulas assistidas em conjunto com a supervisora do Departamento de Educação e a avaliação do estagiário. De modo semelhante, uma das tutoras da ESE, explicou-me como era desenvolvido o trabalho nesta instituição com os alunos, nomeadamente os ciclos abrangidos, a metodologia de ensino utilizada, as escolas nas quais os estagiários realizam seus estágios e o modo como se relacionam com estas escolas.

O meu plano de trabalho inicial previa a realização de quatro estudos de caso. Assim, comecei por seleccionar dois candidatos a professores da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e três da ESE de Lisboa um dos quais para realizar um estudo piloto. Assim, para participar desta investigação foram seleccionadas inicialmente cinco candidatas a professoras, indicadas pelas professoras supervisora do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (Júlia e Teresa) e pelas tutoras da ESE de Lisboa (Olga, Luzia e Diana) identificadas como tendo um bom desempenho nas disciplinas de Metodologia e Prática de Ensino da Matemática.

Júlia (da FCUL) foi a primeira a ser entrevistada, em Janeiro de 2008. Foi escolhida aleatoriamente, antes de Teresa, a sua colega de estágio. Tinha pensado em deixá-la para o estudo piloto, mas, quando comecei a recolher dados de uma segunda professora, Olga, da ESE, deparei-me com algumas limitações colocadas pela escola e pela própria candidata a professora, pois,, no que tange à escola, não me foi permitida a filmagem das aulas e no que se refere à candidata a professora só havia três aulas para a observação. Desse modo, decidi incluir Olga no estudo piloto e Júlia no primeiro estudo de caso.

Com a recolha dos dados de Júlia, fui percebendo a riqueza deste caso e a necessidade de tempo para uma análise mais produtiva. Desse modo, resolvi não dar continuidade à recolha de dados de Teresa. Luzia, do mesmo modo que Júlia, foi escolhida aleatoriamente em relação a Diana, sua colega de estágio. A partir de Outubro de 2008, após uma discussão num seminário doutoral, concluí que em vez dos quatro casos que tinha inicialmente previsto, seria mais apropriado considerar apenas dois casos de modo mais aprofundado e, portanto, a investigação seguiu apenas com os casos Júlia e Luzia.

Para cada participante, comecei por agendar um encontro inicial com cada um deles, explicando-lhes os objectivos e processos da investigação. O processo de recolha e análise inicial de dados dura três meses para cada professor. Começo fazendo a primeira entrevista, de seguida calendarizo quatro observações de aulas e, após cada aula, faço uma nova entrevista. Num momento posterior, faço a análise dessas cinco entrevistas. Peço também ao candidato a professor que interprete algumas situações de ensino, a fim de identificar crenças e concepções sobre a comunicação que não tenham sido identificadas durante as entrevistas. A Figura 7 mostra a situação de recolha e análise prévia dos dados.

	Fevereiro/2008	Março/2008	Abril/2008
ESTUDO DE CASO 1	• Entrevista 1; • Observações; • Entrevistas 2.	• Análises das entrevistas.	• Interpretação das Situações de Ensino; • Análise das Interpretações das Situações de Ensino.
	• Entrevista 1; • Observações; • Entrevistas 2.	• Análises das entrevistas.	• Interpretação das Situações de Ensino; • Análise das Interpretações das Situações de Ensino.

Figura 7 – Calendário da recolha e análise prévia dos dados.

4.3. Instrumentos e procedimentos de recolha de dados

Como afirmam Guba e Lincoln (1981), na investigação qualitativa, o investigador é o principal instrumento para a recolha e análise de dados. Neste tipo de investigação, os dados são mediados por este instrumento humano, mais do que por qualquer máquina, questionário ou outro instrumento. No presente estudo, as técnicas de recolha de dados são a observação, a entrevista e uma tarefa envolvendo a interpretação de situações de ensino. As duas primeiras técnicas são muito utilizadas nos estudos interpretativos, assumindo ambos grande importância no processo de recolha de dados do presente estudo, e a terceira técnica é complementar em relação às anteriores.

A observação

Ludke & André (1986), afirmam que a observação permite um contacto pessoal e próximo entre o investigador e o fenómeno estudado, sendo a melhor forma para estudar acontecimentos e processos. A observação propicia que o observador chegue mais próximo das perspectivas dos participantes, uma vez que ele vai acompanhando as suas experiências no local onde estes actuam. Neste estudo, o objecto de investigação são as aulas dos candidatos a professores de Matemática. Procuro observar como estes gerem a comunicação na sala de aula, os padrões de comunicação que se evidenciam nas suas práticas lectivas, como ele processa a explicação nas aulas e como ajusta a sua prática de comunicação às características dos seus alunos.

Os momentos de observação são calendarizados com cada candidato a professor. Na observação de aulas utilizo gravações de vídeo e memorandos de observação (ver Anexo 3). As gravações de vídeo incidem sobre o candidato a professor de Matemática, acompanhando-o em todos os momentos da aula nas suas interacções com os alunos. Nessas interacções faço ressaltar a sua prática de comunicação. As gravações de vídeo são transcritas.

Os memorandos de observação servem para escrever as notas de campo referentes a cada aula observada. De acordo com Merriam (1988), estas notas de campo devem ter um formato que permita ao pesquisador encontrar facilmente as informações desejadas. Neste instrumento, posso anotar qualquer aspecto da aula que me chame a atenção e que esteja relacionado com a comunicação matemática. São elaborados registos de observações, um referente às observações e outro referente às gravações de vídeo. O objectivo do registo das observações é identificar aspectos mais evidentes da prática de comunicação do candidato a professor de Matemática. Esta vertente da recolha de dados é realizada durante seis meses, num total de quatro observações para cada candidato a professor. Após cada observação, é feita uma análise provisória das observações, que é tida em conta na preparação das observações seguintes.

A entrevista

Outra das técnicas principais de recolha de dados é a entrevista. Esta propicia ao entrevistador o acesso à perspectiva da outra pessoa, ao significado que atribui às suas acções, aos seus valores e preferências, às suas atitudes e crenças, ao modo como as pessoas interpretam o mundo ao seu redor e a muitos outros aspectos não directamente observáveis (Bodgan & Biklen, 1994; Merriam, 1998). Através dessa técnica, procuro ter acesso a aspectos da comunicação realizada pelo candidato a professor de Matemática inacessiveis através da observação. Entrevisto os dois candidatos a professores que vão ser objecto de estudos de caso. Primeiro, faço uma entrevista com cada um dos candidatos a professores e, a seguir, realizo as observações.

Na primeira entrevista, procuro perceber as motivações do candidato a professor para a profissão e como se sente neste momento da formação inicial, as suas percepções e expectativas em relação à sala de aula e as suas crenças e concepções referentes ao processo de comunicação neste ambiente, nomeadamente a explicação. Esta entrevista, semi-estruturada, decorre de acordo com um guião previamente estabelecido (ver Anexo 4), prevendo-se uma duração média de uma hora.

As entrevistas seguintes ocorrem após cada aula observada. Neste caso, trata-se de entrevistas curta, de cerca de meia hora (ver Anexo 3). Esta entrevista tem por objectivo perceber o que o professor concebe em relação à explicação de ideias matemáticas. Formulo as questões para esta entrevista no transcorrer da aula.

Todas as entrevistas são semi-estruturadas e são audiogravadas para posterior transcrição integral. O local escolhido para a realização das entrevistas é a escola onde o candidato a professor realiza o estágio.

Com o objectivo de perceber mais detalhes das concepções, práticas e reflexões das professoras sobre as interacções verbais na sala de aula foram também realizadas diversas conversas sobre as videogravações (com Júlia) e audiogravações (com Olga e

Luzia). Com o mesmo intuito e também para recolher dados adicionais sobre a sua experiência no estágio, foi realizada a entrevista após o estágio com Júlia e com Luzia.

A interpretação de situações de ensino

Uma outra técnica complementar de recolha de dados, que pode contribuir para compreender o modo como o candidato a professor encara o processo de comunicação na sala de aula de Matemática é uma tarefa envolvendo a interpretação de situações de ensino. Ambrose, Philipp, Chauvot e Clement (2003) mostram que a interpretação destas situações pode ser um recurso importante para ter acesso a crenças sobre a Matemática e a aprendizagem da Matemática. Assim, uso situações de ensino tendo em vista compreender melhor como o candidato a professor de Matemática encara o processo de comunicação na sala de aula, isto é, que crenças possui a respeito deste processo. Utilizo nessas situações: duas gravações de vídeo bem como questões para apresentar ao candidato a professor nessas situações e que se referem a aspectos das crenças dos professores referentes ao processo de comunicação na sala de aula a que não tenho acesso durante as entrevistas. Peço aos candidatos a professores que escrevam sobre elas seguindo um guião de interpretação de situações de ensino tendo em vista saber o que ele pensa sobre os aspectos da comunicação na aula de outro professor e em que medida os que pensa para si (ver Anexo 4). Estas tarefas são realizadas após a análise de todas as entrevistas, para tentar encontrar as concepções do professor que não são identificadas pelas observações e entrevistas anteriores. Nesta investigação, tais interpretações de situações de ensino, propiciam recolher dados tendo em vista a triangulação. Com estas interpretações de situações de ensino, as candidatas a professora corroboraram o modo como perspectivam a comunicação nas aulas de Matemática.

Estudo piloto

Com o objectivo de refinar e ajustar, se necessário, alguns procedimentos, instrumentos metodológicos e questões de pesquisa, teve lugar um estudo piloto (no mês de Janeiro de 2008),. Este é um mini-estudo de caso de um candidato a professor de Matemática, que seria escolhido, em princípio, na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. A selecção do participantes e os procedimentos a usar são idênticos aos dos dois casos do estudo. A análise do material recolhido no estudo piloto teve lugar no mês de Fevereiro de 2008. O resultado dessa análise contribuíram para o refinamento e o ajuste, dos instrumentos a usar no estudo definitivo. De acordo com o que referi acima, Júlia seria o estudo piloto, mas diante das circunstâncias nas quais Olga estava realizando o seu estágio, optei por deixá-la como participante do estudo piloto.

A recolha dos dados de Olga propiciou perceber como os guiões dos instrumentos de recolha de dados contribuíam para perceber o objectivo da investigação, bem como responder às respectivas questões. Considerei que o guião utilizado contribuiu para tal objectivo, do mesmo modo que as entrevistas curtas e conversas sobre a audiogravação, tendo introduzido apenas pequenos aperfeiçoamentos. Deste modo, o estudo piloto teve principalmente a função de testar os guiões utilizados na investigação. Não procedi a análise das aulas, uma vez que eram em número inferior às de Júlia e não considerei adequado reduzir o número de aulas desta candidata, tendo em conta estarmos a menos da metade do prazo previsto para a conclusão da investigação. Desse modo, optei pela escolha de outra candidata da ESE, para realizar o segundo estudo de caso, com o número de aulas idêntico ao de Júlia.

4.4. Análise dos dados

O objectivo da análise de dados é interpretar o material recolhido à luz das questões do estudo e, através dessa interpretação, dar-lhe sentido para poder ser comunicado de modo claro e compreensível. Tendo em vista a análise dos dados, organizei e categorizei todo o material. O desenvolvimento de categorias envolveu olhar para regularidades recorrentes nos dados (Merriam, 1988). Na análise procurei estabelecer relações entre os dados pertencentes às diferentes categorias previamente elaboradas e fui gerando novas categorias ou modificando categorias existentes.

A análise de dados foi feita ao longo de todo o processo de investigação. Para isso, adoptei o modelo de análise interactivo sugerido por Miles e Huberman (1994). Desse modo, a recolha e a análise de dados foram feitas em sintonia, havendo situações em que foi reformulada em função da outra. As categorias de análise foram sofrendo uma mudança significativa ao longo do trabalho. Assim, um conjunto preliminar de categorias de análise encontra-se no Anexo 5, sendo as categorias mais gerais *Comunicação e regulação, Comunicação e desenvolvimento de significados.* A estas categorias preliminares de análise, que já constavam no projecto apresentado na conclusão do curso de formação avançada, foram acrescentadas novas categorias relativas aos padrões de interacção (Godino & Llinares, 2000) e à prática de explicação. Cada caso foi analisado sucessivamente, mas intercalando as escolas.

A inserção da Entrevista Após o Estágio, proposta num seminário de doutorandos, e a valorização das Entrevistas Curtas (interpretadas como reflexão sobre a prática) fizeram emergir a subcategoria *Reflexão sobre a prática*. Ao mesmo tempo, este tema passou a constituir uma secção no capítulo da formação inicial. Além disso, só mais tarde surgiram as categorias de análise *Comunicação e regulação*, *Comunicação e desenvolvimento de significados* e *Comunicação e experiências no estágio* estruturam o desenvolvimento de cada um dos estudos de caso.

A apresentação de uma primeira versão do caso de Júlia, com o material analisado até Abril de 2008, foi realizada no XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática, em Badajoz, Espanha, em Setembro de 2008 (Medeiros & Ponte, 2008). O projecto de investigação, nomeadamente contendo já uma primeira versão do caso de Júlia, com o material analisado até Junho de 2008, foi discutido no seminário doutoral de 28 de Outubro de 2008, que teve lugar na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Este Seminário levou-me a decidir que a investigação seria constituída por dois estudos de caso e não por quatro, como tinha pensado até aquele momento. Após o referido seminário, os padrões de interacção (Godino & Llinares, 2000) foram retirados das questões e das categorias de análise da investigação, uma vez que apenas o padrão IRE emergiu nos dados. Além disso, foi retirada uma questão referente aos factores que influenciam as práticas de comunicação do candidato a professor. Ao mesmo tempo foram refinadas as questões da investigação e adicionada a questão: Como as suas experiências no estágio influenciam as suas concepções e práticas de comunicação?

O caso de Júlia foi apresentado num poster, na Conferência do PME (Psychology of Mathematics Education) 33, em Salónica, na Grécia, em Julho de 2009 (Medeiros, 2009). A última apresentação do caso de Júlia em eventos, teve lugar no XX Seminário de Investigação em Educação Matemática, Viana do Castelo, Portugal, em Setembro de 2009 (Medeiros & Ponte 2009). Em 13 de Março de 2010 fiz a interpretação das explicações do caso de Júlia utilizando o modelo das explicações instrucionais (Leinhardt, 2001). Em 13 de Abril de 2010 fiz uma nova leitura das transcrições das aulas do caso de Luzia, inclusive da aula extra a que assisti, e do caso de Júlia. O objectivo desta nova leitura era encontrar mais episódios interessantes para análise.

O caso de Luzia foi escrito, a partir de Maio de 2009, já tendo em conta as modificações pelas quais passou o caso de Júlia. Deste caso realizei três apresentações em eventos. A primeira foi a apresentação de uma comunicação no EIEM-2010, em Abril de 2010, na Costa de Caparica, em Portugal (Medeiros & Ponte, 2010). A segunda foi a discussão, num seminário de doutorandos, em 1 de Julho de 2010, que teve lugar no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. E a terceira, uma comunicação oral no I Fórum de Jovens Investigadores do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, em 2 Julho de 2010 (Medeiros, 2010).

Em 26 de Abril de 2010 fiz uma entrevista adicional com Luzia sobre um episódio que estava na aula extra que assisti, dia 16 de Fevereiro de 2010. Nesta entrevista adicional, Luzia reviu a planificação da aula para relembrar detalhes. Uma última fase de análise dos dados foi realizada com o intuito de responder à questão "Como as suas experiências no estágio influenciam as suas concepções e práticas de comunicação?" Para o caso de Luzia, isso ocorreu em 31 de Maio de 2010 e, para o caso de Júlia, em 19 de Junho de 2010. Em cada caso emergiu a categoria de análise *Comunicação e experiências no estágio*, relativa às relações das candidatas a professoras com as professoras da universidade ou da ESE e/ou da escola na qual realizaram o estágio. No caso de Júlia esta categoria envolve, a *prática lectiva*, *a colega de estágio*, *a supervisora de educação (universidade)*. No caso de Luzia *a professora cooperante, a tutora (ESE) e a professora da escola e a tutora.*

Num último seminário, realizado em Junho de 2010, o caso de Luzia foi discutido, tendo-me levado a decidir que a questão referente às relações da comunicação que o candidato a professor promove com os outros aspectos do conhecimento didáctico seria retirada bem como o carácter sintáctico e semântico das explicações proposto num seminário de Outubro de 2008, e que, ao invés de utilizar normas sociomatemáticas (Yackel & Cobb, 1996) e regras de contrato didáctico para referir os aspectos normativos das interacções entre os aluno e o professor e a Matemática durante as aulas, seria mais adequado utilizar contrato didáctico (Brousseau, 1986), por ser mais abrangente. Decidi igualmente retirar a discussão da negociação de significados de conceitos matemáticos dada a escassez de dados relevantes. Além disso, a reflexão sobre a prática de explicação deixou de ser uma categoria para passar ser uma subcategoria da categoria *Comunicação e desenvolvimento de significados*.

Faz-se necessário salientar que, nos anexos, encontram-se guiões com questões referentes a temas que, com o aperfeiçoamento feito no problema e questões do estudo, não vieram a ser incluídos na tese. Neste sentido, observei uma aula a mais de Luzia.

Capítulo 5

Júlia

Júlia é uma candidata a professora de Matemática com 23 anos. É alta, magra, morena, cabelos castanhos longos e lisos e olhos castanhos, possuindo uma personalidade segura e calma e um discurso fluído e claro. No decorrer de minhas observações, revela ser atenciosa, preocupada com os seus alunos e curiosa para experimentar várias tarefas com eles. Gosta muito da escola, desde os tempos de aluna pensava em continuar nela, quando escolhesse uma profissão. Recorda que sempre quis ser professora, uma vez que "adorava estar na escola, estar nas aulas, ficava triste às sextas-feiras, porque ia ficar dois dias sem ir à escola. Desde pequenina eu sempre pensei em qualquer profissão que vou seguir, vou continuar na escola até o fim" [E1J, 29/ 01/2008]. Enquanto aluna, gostava de todas as disciplinas. Demorou a decidir se seria professora de Português ou de Matemática, uma vez que adorava a poesia, a interpretação de texto e a fala da língua portuguesa. No entanto, depois que decidiu pela Matemática, fê-lo em primeira opção.

5.1 A formação inicial

Júlia separa em dois momentos distintos a sua formação inicial: os três anos iniciais, em que cursou as disciplinas da Matemática Pura, e o 4.º ano, em que cursou as disciplinas educacionais. Em relação ao primeiro período, diz:

> Na Faculdade é a Matemática Pura, você tem que saber o porquê das coisas, demonstras os resultados. No ensino básico, pareces que estás a enganar os teus os alunos. Tu dizes que as raízes quadradas não existem, dizes que uma série de coisas não existem, na função contínua tu dizes que a função não é contínua porque não levantas o lápis do papel, não

> demonstras nada, é uma ideia muito intuitiva, e eu tava habituada àquela prática até o 12.º ano e quando chegas à Faculdade é tudo tão mais abstracto e no secundário tu não vês esse lado da Matemática. Foi um grande choque pra mim os três anos da Matemática pura, os dois primeiros anos então… Foi um grande choque as disciplinas, não conseguia fazê-las (…) Depois comecei a perceber, eu quero mesmo é dar aulas, então eu tenho que passar por isso… [E1J, 29/01/2008].

Júlia enfatiza as dificuldades com as disciplinas de Matemática, nomeadamente as que resultam do paradigma de ensino directo adoptado pelos respectivos professores. Considera contudo que essas dificuldades também não provêm apenas do paradigma de ensino adoptado, mas do facto de, no ensino superior, os professores apresentarem um aspecto da Matemática não apresentado no ensino secundário: as demonstrações. O "porque" a que se refere neste extracto de seu discurso, resulta das demonstrações matemáticas, que levam o conhecimento matemático a adquirir significado interno. Para ela, não é suficiente, como o foi até o 12.º ano, o uso da intuição para validar as ideias matemáticas. O uso das demonstrações, como parte integrante do contrato didáctico do ensino superior, colocou a Matemática estudada por Júlia, num nível de abstracção que não conhecia, o que constituiu um obstáculo que demorou a superar. Este obstáculo, fez a candidata a professora considerar este período como menos positivo, embora reconheça a respectiva utilidade na sua formação:

> A parte inicial do curso, os três anos de Matemática. Não é que tenha de ser negativa. É claro que tenho que ter uma formação matemática e tenho que saber muito mais Matemática do que vou ensinar. Pode ser que na parte do Departamento de Matemática, muitas vezes falha a articulação com as disciplinas ao ensino, na forma de avaliar, a forma de dar as aulas é muito oposto ao que vamos fazer na prática. (…) Porque eu não vou poder fazer aulas assim expositivas. E essa parte foi menos positiva. Não foi negativa, porque eu entendo a utilidade. [E1J, 29/01/2008]

No entanto, de seu discurso, podemos depreender que não é a quantidade do conteúdo matemático abordado, nem o seu carácter mais abstracto, validado pelas demonstrações, o que mais incomodava Júlia, enquanto candidata a professora, mas o paradigma do ensino directo utilizado pelos professores, que ela sublinha não ser o que utilizaria em sua prática lectiva no ensino secundário.

Por causa das dificuldades com as disciplinas da Matemática, Júlia chegou a pensar em desistir, mudando para um curso de formação de professores a outro nível de ensino. No entanto, essa mudança não lhe permitiria ensinar no ensino secundário, com grande pena sua, pois gostaria de leccionar até o 12.º ano. Acabou, por isso, por se manter no curso onde estava.

Superadas as dificuldades com as disciplinas de Matemática, Júlia passou à segunda etapa de sua formação inicial, no 4.º ano do curso, onde frequentou as disciplinas de educação. Estas disciplinas trouxeram-lhe grande satisfação, uma vez que abordavam tarefas que podiam ser trabalhadas com os alunos, no nível de ensino em que iria leccionar. Estas tarefas também se referiam a demonstrações matemáticas, o que considerava importante para os alunos perceberem como as proposições matemáticas são validadas, contrariando ideias equivocadas, que considera sobre a validade destas proposições e da Matemática. No que refere a esta etapa, afirma:

> O ano passado, foi o ano das pedagógicas, aproximou-se muito mais daquilo que vou fazer, tivemos contacto com tarefas giríssimas que se pode fazer com os alunos, desenvolver aquilo que eu sentia falta. Depois aquilo é que eu sentia falta depois que entrei para a Faculdade eu sentia falta de uma Matemática mais abstracta no ensino básico e no secundário, nós aprendemos que isso é possível, é possível começar com algumas demonstrações, a pedir aos alunos tentarem provar porque é que todos os múltiplos de 2 são pares, este tipo de coisa. Pra não dizer que todos os múltiplos de 2 são pares porque sim. (…) Era essa ideia que depois passava pelos nossos professores na escola e na Faculdade [no 4.ºano] aprendi que não. É possível fazer tarefas que ponham os alunos a pensar o porquê das coisas serem assim, na Matemática tudo faz sentido, tudo é coerente e por que e tentar provar as coisas, o sentido de provar as coisas, não basta dizer que é assim, não basta olhar um boneco e dizer que está lá um ângulo recto porque vemos, é preciso provar por que o ângulo é recto e por aí a fora… E o ano passado foi muito giro. [E1J, 29/01/2008]

Podemos depreender que, embora Júlia valorize muito as tarefas e actividades que estudou e aprendeu, nas disciplinas educacionais, a sua concepção sobre o porquê da validade de uma ideia matemática ainda está fortemente relacionada com a perspectiva das disciplinas de Matemática, estudadas por ela durante os três primeiros anos do curso. Um indício disto é o facto de ela não mencionar, em seu discurso, que os alunos, que leccionará quando passar a docência profissional, estão muito mais preocupados em saber para quê serve a Matemática, do que por que razão uma proposição matemática é verdadeira.

Segundo Júlia, foi no 4.º ano do curso que ficou convicta de sua vocação para o ensino da Matemática: “Não errei naquilo que queria fazer” [E1J, 29/01/2008]. Esta sua convicção é justificada pelo facto de que foi neste ano que conheceu novas formas de ensino, novas tarefas e novos modos de as propor aos alunos, propiciando um novo papel para estes na sala de aula. Adquiriu conhecimento sobre planificações, tarefas e materiais. O novo conhecimento adquirido por Júlia neste ano integra parte de seu conhecimento didáctico de Matemática.

A candidata a professora também sublinha a importância do 4.º ano na modificação da sua concepção sobre a prática lectiva da Matemática. Esta mudança de concepção pode ser identificada, quando refere que não sabia, até aquele momento, poder ensinar Matemática de um modo diferente do que tinha aprendido, na escola e nos três primeiros anos da licenciatura: o professor fala e os alunos ouvem. O modo que sempre conhecia é o individual. No 4.º ano, experimentou um novo modo de trabalho, possível de ser utilizado também nas aulas de Matemática: o trabalho em grupo. É o que se depreende do seguinte relato:

> Eu gostei imenso do 4.º ano no Departamento de Educação. Aprendi imenso. Eu tinha uma ideia preconcebida do ensino, a minha ideia de como ensinar era aquilo que eu tinha visto do ensino [de Matemática] até então e ali eu aprendi que há uma nova forma de ensinar, por exemplo essas aulas em grupo, em que são eles a descobrirem as coisas, as tarefas, a serem os alunos a descobrir determinados conceitos matemáticos, eu nunca tinha tido aulas assim, nem sabia que isso era possível. Para mim uma aula era o professor explicando e eu a ouvir muito atentamente e a seguir faça exercícios. As minhas aulas eram assim e eu achava que era o que fazia sentido. E o ano passado eu fui confrontada com uma nova forma de ensinar Matemática, uma nova metodologia, diferente e em que eu realmente acredito e que realmente funciona. [E1J, 29/01/2008]

Na mudança da sua concepção sobre a prática lectiva de Matemática, teve um papel fundamental, a reflexão sobre esta prática fomentada pelos professores das disciplinas educacionais. Esta reflexão desenvolvia-se através da leitura de artigos de uma revista voltada para a pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Como refere:

> Depois fizeram nos pensar muito, foi uma luta, fez pensar e por em causa tudo aquilo que nós tínhamos para trás, nossas ideias do ensino pra trás. Para por em causa tudo. E essa revista a professora deu-nos um trabalho que era tínhamos que escolher dois artigos, tínhamos que ler uma série de artigos dessa revista para depois tínhamos que escolher um tema, nós escolhemos a resolução de problemas. Houve colegas nossos que escolheram o discurso da sala da aula, as tarefas da sala da aula, uma série de temas. (…) É para ficarmos a saber mais sobre a resolução de problemas, ficarmos a saber mais sobre mais sobre o discurso. [E1J, 29/01/2008]

No decorrer desta mudança de concepção, a reflexão sobre a prática, registada por escrito nos portfolios, constitui-se num importante instrumento, consoante assinala:

> Eu gostei muito, foi um ano muito marcante. E o portfólio então que ela nos pediu pra fazer, foi … eu até escrevi no final, no portfólio, o portfólio foi quase o meu livro dos desassossegos e nas reflexões entrava sempre aquilo que eu estou a aprender este ano e que estou a adorar (…) [E1J, 29/01/2008]

De suas palavras depreendemos que no portfólio, regitava suas novas aprendizagens, decorrentes de sua mudança de concepções sobre o ensino da Matemática.

Apesar de sublinhar esta mudança de concepção referente à prática lectiva, Júlia afirma que os anos nos quais esteve na escola como aluna constituíram uma forte influência, contra a qual lutou:

> Mas em compensação estão doze anos em que eu estive na escola onde aprendi Matemática de uma maneira completamente diferente, então eu estava sempre em luta e foi extraordinário, foi muito lindo esse trabalho que ela [a professora] pediu pra fazer, depois eu fiz uma reflexão acerca dos artigos da revista (…). [E1J, 29/01/2008]

O trabalho em grupo, como Júlia refere, surgiu, na sua formação inicial, como um novo modo de trabalho que ela poderia explorar em suas aulas, propiciando, entre outras vantagens, uma comunicação matemática mais rica entre os alunos. Afirma, no entanto, que nem sempre os alunos sabem trabalhar deste modo:

> Depois é engraçado, porque entre eles às vezes o colega percebe melhor quando é o outro colega a explicar do que quando é a professora. Porque o colega passa pelas mesmas dificuldades que ele. Eu passei pelas mesmas dificuldades há muitos anos, já não me lembro. (…) Tentam explicar, têm uma linguagem própria, que eles às vezes entendem melhor do que a minha. Por isso eu gosto muito quando eles estão a comunicar uns com os outros e tentam explicar uns aos outros. [EC3J, 25/02/2008]

> O que acontece, muitas vezes, é que cada um vai fazendo o seu e vão falando, de vez em quando. Não trabalham em grupo verdadeiramente. Fazem um trabalho individual e no fim juntam. Não é um trabalho em grupo. Há outros que eles conversam uns com os outros, têm diferentes pontos de vista e comunicam uns com os outros e aí vão aperfeiçoando uma ideia, o que é muito mais produtivo. Eu quando insisto muito para eles trabalharem em grupo, eu deveria explicar porque quero que eles trabalhem em grupo. Eu vou dizendo o que é trabalhar em grupo:

> trabalhar em grupo não é cada um faz o seu e juntar no fim. É estar sempre a juntar e a construir. Eu vou dizendo como é que é, só que ainda não disse por que é que eu quero que eles trabalhem em grupo, se calhar, qualquer dia digo. Por que é muito mais produtivo para cada um deles, porque ao falar com os outros das ideias que eles têm e os outros não concordarem, eles passam a ter outros pontos de vista, e pensar: mas, porque ele não concorda comigo? E talvez comecem, vão pesquisando num livro e talvez consigam perceber o ponto de vista correcto. [EC1J, 08/02/2008]

Júlia sublinha a sua descoberta do trabalho em grupo, como tendo grande potencialidade para a aprendizagem da Matemática na sala de aula. Considera que, no grupo, a simetria dos papéis dos alunos pode propiciar interacções verbais nas quais os significados dos conceitos matemáticos é partilhado de modo mais enriquecedor do que numa relação assimétrica entre professor e aluno. No entanto, refere que os alunos, nas suas aulas, ainda não aprenderam a trabalhar de facto em grupo, uma vez que, para isso, não basta estarem reunidos à volta de uma mesa, devendo possuir um objectivo comum na realização de uma tarefa. Esta dificuldade dos alunos, para trabalhar em grupo, pode ser uma consequência de não estarem familiarizados com este modo de trabalho. Para superar esta dificuldade, refere que pretende, em algum momento de suas aulas, tornar explícitas regras para qual ocorre um trabalho de grupo autêntico.

Além das aprendizagens mais directamente relacionadas com sua futura prática lectiva, realizada no 4.º ano, Júlia também buscava relações entre a prática lectiva e a formação inicial, noutras disciplinas, que pudessem trazer contributos para uma prática lectiva capaz de fomentar, nos alunos, o gosto pela Matemática. Essa expectativa, no entanto, foi frustrada ao cursar a disciplina de História da Matemática, como percebemos no extracto a seguir:

> Mesmo uma disciplina que nós tivemos, que era a História da Matemática, eu achava que ia hummm não foi nada hummmm, eu achava que nós íamos fazer trabalhos sobre os matemáticos, sobre a História da Matemática, mas de uma forma que qualquer pessoa pudesse entender, como se fosse uma história de encantar. Contar uma história, contar quem foi Pitágoras, tudo, como é que ele chegou aos teoremas, como é que investigou, todo o resto. E não, foi tudo maçador, trabalhos maçadores, cada aluno apresenta um trabalho, depois fazem as actividades, depois alguns alunos não iam às apresentações dos outros, perdeu-se muita coisa, o objectivo da cadeira acho que se perdeu da forma como foi dada. Acho que uma cadeira tão gira, onde poderíamos aprender tanto (…) Eu estudei a história dos logaritmos, gostei muito. (…) Mas mesmo assim, da forma como eu fiz… Eu não posso fazer da mesma maneira com os meus alunos do secundário. (…) Eu achava que

> essas aulas iam ser mais interessantes, mais entusiasmadas e toda a gente ia ficar empolgado quando ouvir e contar essas histórias aos alunos e a disciplina foi uma pena, porque não aconteceu assim. Aquela disciplina tinha tudo para se adequar muito a uma aula no secundário, uma aula no básico e não aconteceu. [E1J, 29/01/2008]

Em seu discurso, Júlia revela sua frustração. Embora tenha gostado de estudar a história dos logaritmos, afirma saber que não poderá abordar este conceito, com enfoque histórico, do mesmo modo como foi abordado na disciplina, a seus alunos no nível secundário.

Os aspectos mais significativos de sua formação inicial, para sua prática lectiva, ocorreram nas disciplinas de Seminário da Educação, na parte educacional e, na parte Matemática, em Seminário de Matemática. Júlia sublinha que a disciplina Seminário de Educação foi a que mais a marcou durante o 4.º ano. Afirma ter aprendido imenso. Nesta disciplina foi abordada a comunicação nos capítulos referentes ao discurso da sala de aula e à comunicação. No Seminário de Matemática, Júlia ressalta aspectos importantes e específicos desta disciplina, como o rigor e o trabalho de uma professora:

> Só há duas disciplinas de Matemática […] onde funcionavam trabalhos de grupo onde nós tínhamos que explicar aos nossos colegas de curso, é dar uma aula como se os colegas de curso fossem nossos alunos e funcionou muito bem. Tínhamos os professores matemáticos connosco onde o rigor matemático tinha que estar sempre presente, as nossas explicações tinham que ser muito rigorosas. Essas disciplinas funcionaram muito bem. Uma em particular em que a professora era extraordinária, a mim não preocupava o ensinar, preocupava o estilo dos professores. [E1J, 29/01/2008]

Júlia valoriza o trabalho da docente que ministrou a disciplina, na qual um elemento distinto emerge: o rigor. Noutra referência a esta disciplina, podemos inferir, em seu discurso, os diferentes paradigmas de ensino utilizados pelos respectivos docentes e pelos professores que ministraram as disciplinas educacionais. Embora na disciplina Seminário de Matemática o trabalho em grupo tenha sido utilizado, Júlia refere-se a uma perda no estilo de ensino utilizado. Esta referência corrobora, mais uma vez, a sua adesão a outro tipo de ensino, do qual conheceu importantes aspectos, ao cursar as disciplinas educacionais. Além disso, sublinha as diferentes perspectivas sobre a Matemática e sobre o papel do professor, dos professores das disciplinas de Matemática e das disciplinas educacionais, na sua formação inicial, ao mesmo tempo que lamenta o pouco tempo dedicado a estas disciplinas.

> Um curso de Matemática, em que os professores sempre foram professores de Matemática pura, eles nunca deram aula no ensino secundário nem no ensino básico, então olham pra Matemática com outros olhos e perdem-se a disciplina pedagógica, o padrão de professor, eles são matemáticos que estão a transmitir os conhecimentos que eles têm. Portanto, a minha formação inicial foi muito curta, foi o 4.º ano pedagógico e essas duas disciplinas do curso de Matemática, dos seminários de Matemática. [E1J, 29/01/2008]

A escola onde Júlia realiza o estágio localiza-se nos arredores de Lisboa. Ela relaciona-se com maior frequência com a professora orientadora do estágio, Célia, e com a colega Teresa, com a qual partilha muitas perspectivas sobre o trabalho docente e com quem prepara as aulas, todos os fins-de-semana, na casa dela. A professora Marta, supervisora da Universidade, do Departamento de Educação, vai à escola frequentemente, enquanto que a professora Maria, do Departamento de Matemática, por motivos de saúde, foi apenas uma vez assistir aulas das candidatas a professora.

Júlia afirma que neste momento da sua formação inicial, o estágio, sente-se mais professora que aluna, apesar de saber que tem um longo caminho a percorrer: “Eu já me sinto mais professora. Tenho muitas coisas a aprender. Tenho que aproveitar este ano para fazer muitas experiências nas aulas, montar muitas estratégias pra ver quais funcionam melhor” [E1J 29/01/2008]. Além disso, revela a sua satisfação com este momento:

> Por isso esta minha formação inicial foi muito intensa, fartei-me de trabalhar o ano passado, nos fartamo-nos de fazer trabalhos, mas foi tão enriquecedor, tão bom, portanto, valeu muito a pena. (…) Gostei muito mais do que aprendi no ano passado do que tudo pra trás, embora eu tenha gostado de aprender, de ter dado as disciplinas que dei, de ter que aprender Matemática. Mas gosto muito mais da parte pedagógica, da parte onde vamos ver a prática. (…) Mas o ano passado foi um ano que eu trabalhei imenso e o que mais valeu não foi a nota que eu ia ter no final do ano, mas sim aquilo que eu ia aprender durante o ano. Eu fiz sempre as coisas pensando: eu tenho que aprender o máximo possível, porque eu só tenho um ano. Por que não temos essas cadeiras por mais tempo? Por que é só um ano? E coisas tão novas. Para mim foram tão novas. (…) E úteis, muito úteis. Nós vamos aplicar. Não é só teoria. É muito bom. [E1J, 29/01/2008]

Essa adesão da candidata a professora de Matemática, às concepções de ensino assumidas no decorrer do 4.º ano, poderá ter implicações na sua prática lectiva como docente. As disciplinas educacionais propiciaram a Júlia uma aprendizagem importante para o exercício da docência, como refere acima. No entanto, a aprendizagem referente a diferentes tarefas e modos de trabalho a usar na sala de aula, não tinha apenas a finalidade de fomentar a aprendizagem dos alunos. Numa turma, na qual ministra aulas durante o estágio e que apresenta graves problemas de indisciplina, usa como estratégia, para tentar contornar esta dificuldade, o trabalho em grupo ou em pares, envolvendo os alunos na resolução de exercícios e problemas. Estas tarefas, inicialmente numa ficha, também serviam para regular a comunicação, a fim de evitar participações perturbadoras, como sublinha:

> Primeiro… Primeiro tentei não começar a dar aulas expositivas. Não funcionava, porque eles não conseguiam estar cinco minutos a calar, calados a ouvir, a ouvir atentamente. Isso não acontecia. Então mudei de estratégia. Comecei a fazer fichas, trabalhos de grupo. Funcionou muito bem a primeira vez. A segunda vez já não era novidade puff… (…) Depois experimentei fazer jogos. Portanto, além de ser em grupo, ser uma ficha, mas com pontos à mistura… (…) Correu lindamente. À segunda vez já não correu nada bem. Naquela turma corria tudo lindamente a primeira vez. Era surpresa, eles ficavam entusiasmados, mas fartavam-se e no dia a seguir… Portanto, foi uma loucura, uma loucura. [EAEJ, 27/01/2009]

Nas disciplinas educacionais, Júlia aprendeu como a comunicação pode ser um elemento regulador na sala de aula. Apesar da satisfação que manifesta em relação a estas aprendizagens, declara ter dificuldades em lidar com a indisciplina em algumas turmas: “tem umas turmas mais complicadas, aquela turma (…)” [E1J, 29/01/2008]. Ressalta suas limitações em resolver problemas relativos ao comportamento dos alunos:

> Muito complicada, não a parte matemática, mas a parte comportamental. E como não tenho experiência, às vezes tomo opções erradas. Todos os dias eu e minha colega Teresa temos sempre muitos momentos de reflexão enquanto chegamos à casa, o que é que aconteceu na aula? E falamos sobre isso e debatemos, estamos sempre a procurar estratégias para melhorar. [E1J, 29/01/2008]

Nesta reflexão sobre a prática, a indisciplina é objecto de reflexão. Identifica a indisciplina como um factor que influencia sua prática de comunicação, uma vez que, como afirma, os alunos não prestam atenção às suas aulas expositivas. Afirma que, sem a indisciplina, as coisas flúem melhor, sendo possível pôr em prática o que aprendeu nas disciplinas educacionais do 4.º ano, de modo muito mais eficiente:

> É tudo muito melhor, e há alunos que têm dificuldade na Matemática e eu peço: explica como é que se faz? Eles ficam envergonhados. Não stora eu não consigo. Se disser algum disparate não faz mal eu também digo e eles ficam… E é tão giro…" [E1J, 29/01/2008]

Após o estágio, Júlia aponta a indisciplina como a maior dificuldade que enfrentou neste período, nomeadamente numa turma:

> Foi com uma turma em particular, que tinha muitos problemas de comportamento. (…) E…Portanto, eu conseguia dar a… Era muito difícil começar a dar Matemática, quando uma turma, simplesmente, não sabe estar sentada. Portanto, o meu problema não era a didáctica da Matemática… (…) Era a psicologia [Risos] … que era… (…) Lidar com o mau comportamento. (…) Sim. São alunos que têm, que tinham muitos problemas familiares. A nível familiar. Portanto, a escola não era, de todo, a coisa mais importante da vida deles. (…) [E1J, 29/01/2008]

Em contrapartida, noutra turma, na qual assisti às aulas de Júlia, esta conseguia regular a situação. Para que a aula fluísse sem problemas, escrevia os nomes dos alunos que estavam indisciplinados, no canto superior direito do quadro e dizia-lhes que ia usar isso na avaliação. No entanto, não o desejava fazer:

> Não, não era usada na avaliação. Era simplesmente para controlar o mau comportamento. (…) Portanto, quanto… O que eu queria realmente é que eles estivessem a tomar atenção à Matemática. (…) Portanto aquilo… Na prática eu não usava aquilo para fazer avaliação, mas eles achavam que sim, portanto iam-se portar bem com medo de ter falta de comportamento. Portanto, usava o C. Eles sabem que o C significa falta de comportamento. Então eu punha o C e à frente escrevia o nome dos alunos que se estavam a comportar mal. (...) Portanto, com esta turma funcionava bem… funcionava simplesmente a ameaça "vocês vão ter falta de comportamento" e portanto eles paravam com o mau comportamento. Era por isso que eu usava os C's. [Quando Júlia refere-se à outra turma, muda o valor que os alunos atribuíam a esta regra] Com a outra [turma] que eu tinha, não… Porque eram alunos, estes… Enquanto que estes alunos ter mau comportamento era uma coisa mal vista, perante os colegas, na outra turma, ser mal comportado era bom, era bem visto. [E1J, 29/01/2008]

5.2. A comunicação na sala de aula

Nesta secção abordo a comunicação na sala de aula de Matemática presente nas concepções e práticas de Júlia. Na primeira parte, sublinho a comunicação que usa para regular o trabalho na aula. De seguida, considero a comunicação e o desenvolvimento de significados, interpretados através da explicação de ideias.

5.2.1. Comunicação e regulação

Ao se referir ao modo como encara a comunicação na sala de aula, Júlia aponta, em princípio, aspectos reguladores desta comunicação, que podem ser identificados em palavras ou frases, usadas no seu discurso, e dirigidas aos alunos, individualmente, ou em trabalho de grupo. Tratando-se de um aluno individualmente, mostra-se preocupada com este quando fica calado, sem ter compreendido o que está sendo ensinado. Afirma perceber este aspecto nos alunos almejando a sua participação na aula e intervir através da comunicação oral: "Eu insisto, por acaso eu não tô a lembrar. Sim, tem uma rapariga que tem muitas, muitas dúvidas e eu fiz uma pergunta qualquer, como é que…" [E1J, 29/01/2008]. Conta, a propósito, um episódio ocorrido numa de suas aulas:

> Como é que se faz e não sei quê… Ah! Stora (…). Há não stora, não mande ao quadro. Eu ajudo, faz aqui no quadro e eu ajudo. E ela foi ao quadro e eu fui ajudar. Então, e agora? E agora como é que faz? Acho que vamos encontrar uma equação. Pois, quando muda de membro, o que é que acontece? E ela foi fazendo as coisas e eu disse: não foi tão mal assim ter vindo ao quadro? E ela disse: não, não stora, ajudou. (…) Eu achei graça porque toda vez que eu pedia para ela vir ao quadro ela dizia: mas a stora ajuda. Eu ajudo (…). Porque em Matemática ela sempre teve negativa. Ela tem muitas dificuldades em Matemática. Ela tem mesmo muitas dificuldades em Matemática. E ela tem consciência disso, então ela não quer ir ao quadro, porque a turma, em regra geral é uma turma com poucas dificuldades, com uma aprendizagem muito rápida, eles aprendem as coisas, eles gostam e ela, comparativamente com a turma é muito mais fraquinha. Só que eu não passo essa ideia. A ideia que eu passo é que ela não é menos que os outros e que nós temos que trabalhar mais, não podes desistir, quando não estais a perceber alguma coisa tens que me chamar, não podes ficar com dúvidas (…). [E1J, 29/01/2008]

Além de insistir na participação dos alunos que ficam calados, mas com dúvidas, Júlia também se preocupa com aqueles que estão fisicamente na aula, mas parecem muito distraídos. Ela refere isso do seguinte modo:

> E eu tenho estado muito à vontade com eles. Também tem outro, que é muito lento e muito distraído. (…) Sim, mas é um doce. Eu tô a dizer qualquer coisa e ele tá completamente na Lua. Aí eu faço: uuu, chamo o nome dele, uuuu, chamo-o à Terra e ele. [E1J, 29/01/2008]

A utilização de palavras ou frases como acima indica, na regulação da comunicação oral por parte de Júlia, tem por objectivo, motivar os alunos. Isso, na sua perspectiva, pode propiciar a aprendizagem significativa de mais alunos, levando-os a participar nas suas aulas:

> Esses alunos que têm mais dificuldades eu nunca desisti deles. Sempre procurei puxar por eles desde o início. Estou sempre a brincar com eles, de uma maneira muito descontraída: mesmo que vocês digam disparates, não há problema nenhum. E quando alguém diz: ah, seu burro! É o fim do mundo, eu paro a aula, ninguém é burro, ninguém chama nomes a ninguém. Eu falo assim com eles e eles nunca mais chamam nomes uns aos outros. Quando alguém diz ao colega: tu és burro! Aí é o fim, ele nunca mais vai dizer nada, porque tem medo que lhe chamem de burro, ele vai continuar cheio de dúvidas e não as vai querer tirar por isso. Então é a pior coisa que se pode fazer. Então eu tô sempre, não chamem isso. E quando de vez em quando sai qualquer coisa, eu faço uma cara de má, que normalmente estou muito bem disposta e eles percebem logo. E pedem logo, desculpa! Desculpa! Desculpa. E não fazem mais. Mas é giro, porque esses alunos que têm mais dificuldade que por norma não dizem as dúvidas que têm e têm vergonha, eu começo a puxar por eles e já às tantas já dizem. Eles ficam lá no final e dizem: stora explique-me isso que eu não percebi. E é tão giro, sinto-me tão bem, quando acaba uma aula e eles ficam lá, numa disciplina onde sempre têm negativa. [E 1J, 29/01/2008]

Do discurso de Júlia, percebemos que ela estimula os alunos a participarem, através da comunicação oral, de suas aulas. Repreende aqueles alunos que não respeitam o colega que apresentam as suas dúvidas oralmente. Esta actuação da candidata a professora pode propiciar um ambiente no qual os alunos se sentem à vontade para se expressarem oralmente, tendo assim mais possibilidade de explorar as potencialidades da comunicação oral para a aprendizagem da Matemática.

Noutra situação, Júlia também usa o discurso para estimular todos os alunos a participar das suas aulas, valorizando o trabalho dos que não apresentam habitualmente um bom rendimento nas tarefas e actividades, quando estes começam a mostrar algum progresso:

> O discurso quando fazemos o teste e ter mais uma negativa, e as negativas têm vindo a subir, embora baixas, já está muito melhor, subistes imenso e motivo imenso. Agora, como é que vai ser? Só falta um bocadinho assim. Falta só um bocadinho assim. Tá quase, quase. E quando eles, já aconteceu de terem, quando um aluno teve a primeira positiva, pois eu digo em voz alta pra toda a turma, o não sei quanto está de parabéns, tem a primeira positiva e valorizar em vez de só valorizar os

> bons alunos, tento valorizar os alunos que por norma não são. E eles ficam todos, todos contentes e muito mais motivados [sorriso]. É giríssimo (…). [E1J, 29/01/2008]

Outro processo regulador é a utilização da avaliação do comportamento, já referido na secção anterior. Numa turma que tinha graves problemas de indisciplina e na que observei, esta estratégia parece resultar. Como referi Júlia escreve no quadro, no canto superior direito, o nome dos alunos que estavam utilizando a comunicação oral para falar de assuntos exteriores à aula de Matemática. O uso deste recurso aparece em diferentes momentos de suas aulas:

> OK, portanto, meninos… Eu posso saber o porquê deste atraso, posso saber onde vocês estiveram a vinte minutos atrás? E depois desapareceram? Portanto, Luísa, vá pra sua ilha. E Sílvia vá pra sua ilha, que é aqui ao lado da Isabel e da Elisa. Sofia, Márcia Costa, Sílvia e Luísa têm falta de atraso hoje. (…) E diâmetro 6 … Pedro. Ponho aqui [no canto superior direito do quadro] o c, c é a falta de comportamento. Próximo a falar … Toda a gente já escreveu o 2.3? Quem é que não percebeu isso? Diga. Quem não percebeu o que é uma circunferência, digam. (…) Meninos as faltas de comportamento não tão esquecidas. Tá em pé, por que? Meninos tomem atenção. Meninos, xiu. [Júlia anotou uma falta de comportamento no quadro]. Tá aqui o ponto Q, tá aqui a circunferência com raio 3 (…) Agora, Raul, xiu, xiu, xiu, Raul, leia (…) … E o círculo. [Júlia anota no quadro no lugar das anotações referentes à disciplina]. Mediatriz do segmento AB [Júlia anota no quadro, no lugar das anotações referentes à disciplina e depois volta a escrever sobre o tema da aula] O segmento AB é o lugar geométrico dos pontos que estão à mesma distância… [Aula de Júlia 4, 31/03/2008]

Num dia em que muitos alunos tiveram os seus nomes registados no quadro, Júlia sublinha este modo de regular as interacções na sala de aula: “hoje batemos os recordes no vosso comportamento. Posso apagar aqui na mediatriz?” [Aula de Júlia 4, 31/03/2008].

Júlia refere que questionou um aluno que sabia ter dificuldades com a visualização espacial, a fim de aproveitar o seu erro para o ajudar a aprender e para coibir a sua participação perturbadora:

> Sim, ao Lucas. Eu pedi ao Lucas, porque ele teve dificuldades, na visualização espacial. Portanto, eu pedi para que por acaso ele dissesse algum disparate, eu detectasse e pudesse ajudá-lo a pensar melhor. E também era pra despertá-lo, acorda pra vida porque, era pra ele tomar atenção à aula. Era a dupla intenção, uma que ele aprendesse Matemática e a outra que ele se calasse. [C2A3J, 22/04/2008]

Júlia utiliza a comunicação tanto com o objectivo de promover a aprendizagem do aluno como com o objectivo de regular o seu comportamento.

Ao focalizarmos o trabalho em grupo nas aulas de Júlia, encontramos alguns elementos referentes à regulação da comunicação. Por exemplo, na regulação das actividades onde utiliza este modo de trabalho, opta por não deixar os alunos dos grupos escolherem quem deve falar, no momento de apresentar a resolução de todos os membros do grupo. Como refere:

> Portanto, aqui, o que eu fiz foi precisamente para desenvolver a comunicação matemática, eles tinham feito em grupo, eles não sabem quem vai falar, só eu quem escolho, na hora. A partida isso é feito pra que eles todos trabalhem da mesma forma, porque eles não sabem quem vai falar, não são eles quem vão escolher. Você tem que saber as coisas, mas é claro que mesmo assim, o facto de eles não saberem quem é que vai representar o grupo não faz com que todos eles trabalhem na mesma, assim com outro aluno que não faz nada, não faz trabalho de grupo, não sei por que. Talvez porque não faz de nenhuma maneira, se calhar. Aqui enfim, pra dizer se era função ou não e por que. [C1A1J, 22/04/2008]

Júlia escolhe o porta-voz para estimular que todos falem e participem durante o processo de resolução. Considera esta uma estratégia para desenvolver a plena comunicação entre os alunos. Com esta actuação, regula a comunicação nos grupos. Trata-se de um uso positivo do controlo sobre os alunos, receando que se assim não o fizesse, muitos não trabalhariam na tarefa.

No decorrer das aulas e entrevistas curtas de Júlia, pudemos identificar algumas das suas actuações em relação aos alunos, que apontam para o uso da comunicação para regular o trabalho na aula. A primeira forma de agir que se identifica é pedir aos alunos que levantassem o dedo para intervir oralmente na aula: "se vocês quiserem falar, dedo no ar, não é stora, stora" [Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]. Outra forma de actuar é chamar-lhes atenção, oralmente, para a necessidade de cumprir os prazos na entrega das tarefas:

> Bem, na primeira parte em que eu dei aquele ralhete, ahhh … A comunicação como é que foi? A comunicação foi eu a dar-lhes o ralhete, e eles a desculpar a dizer que não tinha dado, que não tinha feito. E nessa altura eu tinha uma ficha que tinha entregado em 25 de Janeiro e muitos não entregaram no dia 25 de Janeiro e prolonguei o prazo e eles continuaram sem me entregar, pronto. Eu achei que eles deviam ser confrontados com isso, tiveram mais tempo que os colegas e mesmo assim não entregaram. Aquela parte da Directora de Turma era só para que eles ficassem um bocadinho preocupados, eu ia dizer que eles não tinham feito o trabalho de casa. [C1A1J, 22/04/2008]

> Há meninos que terão um valor a menos, porque não fizeram o trabalho de casa. Eu não tô a brincar, houve meninos que não tiveram positiva, por causa do trabalho de casa. [Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]

No decorrer das suas explicações Júlia também regula a comunicação. Esta regulação ocorre quando diz que o aluno, interessado em participar da interacção verbal, deve fazer a pergunta após a explicação dela. É o que ocorre no extracto seguinte:

> E agora vamos ver as funções a fim. São as funções lineares que são rectas, certo? Agora vamos ver o que é uma função afim, função linear. São rectas. Portanto, vou escrever. [agora Júlia passa a escrever novamente no quadro, após apagar o que estava escrito nele]. Eu quando tenho rectas, consoante elas passam na origem ou não, são afins ou lineares, certo? Todas as funções afins são funções que não vão passar na origem. Por exemplo, esta função, certo? Para nós percebermos, através daquela tabela, que havia uma relação entre o ponto que elas cruzavam o eixo dos *y*, ordenada *b*, coordenada na origem e depois a quantidade de *y* associada às imagens de cada objecto. O Victor no mês de Janeiro tinha 3, no mês de Fevereiro tinha 4,4, depois era 5,5, depois 5,8 e ia somando 1,4. A essa soma de 1,4 eu chamo declive. Então eu vou chegar a fazer uma pequena síntese. Portanto, há um kapa nesta função. Todas as funções que são rectas que não passam na origem, têm uma expressão geral que é *y* igual a kapa *x* mais *b*. Este kapa que multiplica o *x* é o declive da recta e o *b* vai ser a ordenada na origem. Portanto, todas essas funções são rectas que passam no ponto 0, *b*. Precisamente o *b* é a ordenada na origem. Este ponto tá no eixo dos *y*. Deixe-me acabar, depois vocês fazem a pergunta, faz favor. Este ponto que corta o eixo dos *y* nas coordenadas 0,*b*, certo? Não tá certo? [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

As explicações de Júlia também podem ser interrompidas para chamar a atenção do aluno acerca de algum aspecto referente à sua participação na aula, que ela considera inadequado. Percebemos isso na explicação seguinte relativa à Desigualdade Triangular que a certa altura se transforma numa interpelação à aluna Célia:

> Vamos cá ver, num triângulo, esta pergunta, pra responder agora esta parte a exclusão do c, não é pra recorrer a cálculos. Tem que pensar em algo, que vocês já estudaram antes, que se chama Desigualdade Triangular [Júlia interrompe a explicação e dirige seu discurso a uma das alunas]. Célia, o que acabei de dizer? Célia, o que acabei de dizer? Não percebeste ao usar o verbo errado? Não ouviste? Percebeste, eu tinha que perceber, disseste uma gracinha, qualquer pessoa percebe! Tu não me ouviste! [Júlia passa a explicar escrevendo no quadro]. Vamos cá ver meninos, a Desigualdade Triangular diz-me que num triângulo, por exemplo se eu tiver aqui um lado e for 10 cm, tiver outro com 3 e outro com 7, eu não vou conseguir construir nenhum triângulo com esses lados.

> Aqui tem 10, certo? Se eu tentar inclinar este aqui, o 3 e tentar inclinar este aqui, o 7, eles não vão unir, porque esses dois juntos são precisamente o 10, se eu tentar levantar esses lados, já não há triângulo. Agora temos que pensar… Diz? Quem levantou… Agora se for menos, se tiver aqui 1 cm? [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Noutro momento desta aula, podemos, mais uma vez, ver esta actuação de Júlia na regulação da explicação:

> E agora para ter certeza que eu posso converter milhas pra quilómetros, basta esta expressão, a fórmula que me dá os quilómetros [Interrupção no discurso para falar com um aluno]. É! Pedro! Não me percas com coisas que não interessam! Portanto, eu pra achar o número de quilómetros, tenho que fazer o número de milhas a multiplicar por 8/5, estão a perceber? Se eu quiser saber quantos quilómetros são 5 milhas, tem que fazer, o quê? [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Os aspectos reguladores da comunicação identificados nas palavras ou frases no discurso de Júlia, dirigidas aos alunos, também emergem através do estímulo às interacções comunicativas entre os alunos, que ocorrem em suas explicações, nos grupos. Podemos perceber isto no seguinte episódio:

> Meninos, já escreveram muita coisa no quadro… Agora, ficha de trabalho. Quero, vai ser o seguinte: uma ilha lê, um aluno que eu peço, vão ler todos e vão fazer todos. Portanto, uma ilha lê e a outra responde, uma lê e a outra responde. Portanto, Lucas, qual foi a primeira questão da ficha? Depois o Felipe vai responder. (…) E Felipe podes ler a 4.3? Faz favor. Meninos, cada ilha lê uma pergunta… Felipe, por favor, leia a 4.3. e eu gostava que os demais da turma pudesse ouvir, gostava muito. (…). Xiu! [Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]

Nesta situação de regulação, Júlia enuncia a frase “um grupo lê e o outro responde” que também tinha a função de evitar situações de indisciplina:

> Estamos a ver onde os alunos trabalhem mais, apostar nesses trabalhos em grupo, nos trabalhos a pares, para eles comunicarem, pra serem eles a chegarem aos resultados. Porque nessa turma onde o comportamento é muito, muito complicado, eles não têm paciência pra me ouvir. As aulas expositivas, em que estou eu no quadro a explicar uma matéria qualquer e a seguir eles fazem exercícios, não funciona, porque eles não me ouvem. (…) Ponto final não funciona. Portanto, agora uma outra forma foi fazermos tarefas, nós fazemos fichas, damos um evento escrito, depois damos uma série de perguntas, do evento, para serem eles agora a fazer e fazemos isto em pares e isto funciona. [E1J, 29/01/2008]

Em certas ocasiões durante as aulas, Júlia caminha pela sala, sublinhando, em seu discurso, modos de agir que considera importantes para os alunos:

> [Júlia se dirige a uma dupla de meninas] … Parem de rir! É pra trabalhar, não se rir! [Júlia se dirige a uma dupla de meninos] Como estão fazendo? E pra ler antes, pensei que já tinhas lido! É pra fazer a lápis, meninos. … Olha é assim, André, Raul, … Já fizeste o 1.1 e 1.2, aliás, já leste. Pára de dobrar a folha, é pra ler e é pra fazer. [Júlia circula pela sala de aula enquanto os alunos trabalham nas duplas]. [Júlia fica um pouco em uma dupla explicando sobre rectas coplanares] … Silvia, explique-me por que está virada pra trás? [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Em síntese, no discurso de Júlia salientam-se aspectos da comunicação oral directamente relacionados com a regulação do trabalho dos alunos nas suas aulas. Estes aspectos podem ser identificados nas palavras ou frases que dirige aos alunos, individualmente ou quando estes se encontram em grupos. Todas estas palavras ou frases podem ser agrupadas em dois aspectos centrais: a participação e o apelo à atenção. Por um lado, os alunos devem participar consoante o que ela determina no seu discurso e saber ouvir os outros colegas e a candidata a professora. Procura ajustar a sua prática de comunicação às características dos alunos e usa palavras e frases reguladoras dirigindo-se aos que estão calados (aqueles que não expressam as suas dúvidas oralmente ou aqueles que estão desatentos à aula) e aos que falam apresentando uma participação perturbadora. Por outro lado, a candidata a professora apela a atenção dos alunos distraídos de um modo peculiar, com o intuito de explorar seu erro para os ajudar a aprender e para coibir a sua participação perturbadora.

5.2.2. Comunicação e desenvolvimento de significados

As concepções sobre explicação

Quando passamos a focar como Júlia concebe e pratica a explicação de ideias matemáticas, encontramos em seu discurso elementos que apontam para uma preocupação específica com esta forma de comunicação. Lembrando que dá explicações de Matemática em casa, diz:

> Eu dou explicações de Matemática em casa. É particular. Eu dou a um aluno, é completamente diferente (…) Não é uma sala da aula, são aulas privadas. Isto ajudou muito a explicar conceitos matemáticos da forma

> mais clara de se perceber. As explicações me ajudaram muito neste sentido de explicar… (…) Uma forma mais clara… [E1J, 29/01/2008].

Júlia sublinha que uma característica fundamental de uma explicação é a clareza e considera que as suas explicações contribuíram nesse sentido. Considera este aspecto de suma importância. Revela gosto e entusiasmo quando fala das explicações que faz na sua sala de aula:

> Eu adoro, eu adoro explicar, eu adoro Matemática e tento ser o mais clara possível e em casa fico sempre a treinar, a ver qual é a melhor maneira, a antecipar alguns erros que eles possam fazer e dou muita ênfase. Quando são eles a explicar, quando são eles a descobrir as coisas por eles próprios, tenho sempre muita atenção a lembrar-lhes dos erros que eu cometia, fatalmente fazia errado quando estava na escola e depois com as minhas explicações vou percebendo erros comuns. [E1J, 29/01/2008]

A candidata a professora aponta que a explicação na aula deve ter por base uma preparação, que considere várias hipóteses de abordar um conceito e tenha em conta os possíveis erros dos alunos. Mostra com isto a sua atenção ao conhecimento do aluno, um dos aspectos do seu conhecimento didáctico de Matemática.

Júlia recorre ao uso da metáfora da balança para ensinar a resolução de equações do 1.º grau, para facilitar a compreensão dos alunos:

> Nós vamos começar agora, pra semana, com a turma de 7.º ano, vamos dar pela primeira vez as equações e aí sim, nós vamos começar, eu já estou a me preparar, vamos começar com a balança, precisamente, com a balança. (…) [E1J, 29/01/2008]

Esta metáfora constitui uma explicação na medida em que se estabelecem conexões entre um membro da equação e um prato da balança, entre o sinal de igual e o fiel da balança, e entre a relação de igualdade e o estado de equilíbrio. Para Júlia, esta metáfora é muito interessante, mas tem suas limitações, uma vez que este instrumento já não faz parte do contexto social dos alunos que ensina:

> Mas antes de fazer isto das balanças, a Teresa leu um artigo muito pertinente, dizia que o método da balança funciona muito bem quando os alunos sabem o que é uma balança de dois pratos. Os alunos hoje em dia não sabem o que é uma balança de dois pratos. (…) Eu lembro-me de ver nas frutarias, mas já não vejo. E muitos dos meus alunos nunca viram uma balança de dois pratos. (…) [E1J, 29/01/2008]

Diante deste obstáculo à utilização desta metáfora extramatemática nas suas explicações, Júlia e Teresa foram pesquisar mais, para adaptar este recurso à realidade dos seus alunos, procurando que a métafora tenha significado para os seus alunos.

> Então o que é que nós vamos fazer? Nós vamos à Internet … (…) Nós vamos à Internet, interactiva e depois tem lá uns sacos de tomate e vamos pôr uns sacos de tomates, que é para eles terem noção de como é que funciona uma balança de dois pratos. Primeiro vamos fazer isso com eles, depois é o quadro interactivo, eles vão ao quadro e vão mexer naquilo e vão ver como é que funciona a balança de dois pratos, para depois isso ter algum sentido para eles. (…) [E1J, 29/01/2008]

Júlia atribui grande importância ao modo como o professor explica. Considera que este precisa estar atento ao seu modo de explicar e modificá-lo se os alunos não o estiverem a compreender:

> Nas ideias-chave em que eles erram, muito, eu percebo que a grande parte dos alunos quando chega a determinada matéria dá sempre os mesmos erros. E esse o professor dá todos anos, por que não muda isso? Faz assim que é igual aos outros, aquilo não é mais difícil, na realidade aquilo não é muito diferente do anterior, mas para eles é mais difícil, mas eles dizem que é a mesma coisa. (…) Só tem é que dar mais ênfase àquele problema e de uma forma divertida que os marque (…). [E1J, 29/01/2008]

Este ajuste, para a candidata a professora, pode ocorrer na medida em que o professor conhece os alunos e percebe quando estes não compreendem a sua explicação, permitindo que eles verbalizem as suas dificuldades de compreensão.

As concepções de Júlia sobre a comunicação, nomeadamente a explicação, reconhecem-se na sua interpretação das aulas videogravadas de um outro professor. Na segunda parte da Situação 1, reconhece ter havido uma maior interacção entre o professor e os alunos, que estavam organizados aos pares, do que na primeira parte. No entanto, critica o facto de ser o discurso do professor que prevalece, controlando as interacções verbais:

> Mas por iniciativa do professor [os alunos respondiam]. Quando o professor se dirigia a uma díade e dava uma sugestão orientadora do trabalho dos alunos, alguns contribuíam com respostas curtas. No entanto, considero que o grande comunicador é o professor e os ouvintes os alunos. [ISEJ, 01/04/2008]

O mesmo ocorre na segunda parte da Situação 2, num fragmento de aula videogravada. Júlia considera esta explicação importante, porque depois dela o aluno começa a fazer a construção geométrica pedida. No entanto, ela enfatiza:

> Dado que depois da explicação do professor o aluno começou a fazer a construção em questão. Embora o professor, primeiro fizesse uma questão sugestiva ao aluno, depois acabava sempre por ser ele a dar a resposta oralmente. Acho que o professor devia deixar o aluno dizer, por [suas] palavras próprias, o seu entendimento da questão. [ISEJ, 01/04/2008]

Neste extracto, Júlia reafirma a sua concepção sobre a necessidade da participação dos alunos durante as aulas, na comunicação oral.

Na Situação 3, volta a reafirmar as suas concepções sobre a explicação na sala de aula de Matemática:

> Mais uma vez, o professor domina a interacção verbal, fazendo com que os alunos esperem pelas suas respostas para continuar. Acho que o professor deveria dar mais espaço aos alunos para estes tentarem responder às questões. Embora sejam os alunos a escrever a resposta é o professor que chega a ela e é o professor que tira as conclusões dele. No entanto, este trabalho deveria ser feito não pelo professor, mas sim pelos alunos. Dado que na altura de dar uma resposta, o aluno esperou que o professor a dissesse concluo que a explicação do professor não foi suficiente. [ISEJ, 01/04/2008]

As resposta de Júlia a esta situação reafirmam que ela considera que o professor precisa de dar oportunidade para o aluno participar das interacções verbais.

Júlia valoriza a explicação dos alunos, inclusive na introdução de um novo conceito matemático. Conta, a propósito disto, um episódio ocorrido numa das suas aulas, na introdução do conceito de função:

> A última aula sobre as funções sobre o conceito de função. Até agora essa aula foi a aula que eu mais gostei. Eu optei por juntar a turma em grupos de 4 e pedi pra eles abrir o livro e disse: hoje eu não vou explicar nada, vou-vos dar matéria nova, mas são vocês que vão descobrir. Teve um aluno que disse: então a stora não vai nos explicar nada? Ficaram a ler algumas páginas do livro, explicavam o que era uma função e davam exemplos. Dei-lhes algum tempo para lerem e depois disse que todos os grupos vão explicar uns aos outros o que é uma função e os outros grupos têm a oportunidade para acrescentar alguma coisa que acharam sobre o que apresentaram. Foi giríssimo, eles todos a explicarem uns aos outros. Depois, havia um aluno que não percebia o que era o conceito de função e o colega de lá: então não percebeste? Então não percebeste que o carro

> anda o dobro? Não percebi nada. Com o colega André é que eu percebi melhor. Eu gostei mais da explicação da Catarina [sorriso]. E foi tão giro isso e ontem fiz um teste de avaliação e a pergunta em que era para eles dizerem o que era função ou não, ninguém tenha errado. É a primeira vez que a turma inteira, os 30, entenderam mesmo aquilo. Entenderam mesmo o conceito. Quando sou eu a explicar os bons alunos entendem sempre e os maus alunos… Às vezes há coisas que distraem-se. Desta forma, sendo eles a explicarem uns aos outros eles chegaram a entender o que era uma função. (…) E depois foi engraçadíssimo todos eles a darem exemplo do dia-a-dia do que era uma função. Eles diziam por exemplo, então a correspondência entre mim e a minha altura é uma função. [E1J, 29/01/2008]

Júlia relata nesta aula a sua actuação diante dos alunos, ao propiciar um espaço para a explicação do conceito nos grupos e entre os grupos. Podemos depreender que considera que a sua actuação propiciou aos alunos compreenderem o conceito de função, de modo mais eficiente, do que se a explicação fosse feita por si. A explicação concebida deste modo envolve todos os alunos e evita que alguns destes se distraiam, como poderia ocorrer noutras circunstâncias. A participação dos alunos na sala de aula, no quadro da dinâmica proposta por esta candidata a professora, contribui de modo decisivo para que a explicação dos alunos se tenha tornado uma importante estratégia de aprendizagem, Como afirma no extracto a seguir, nesta aula, interferiu, quando necessário, sem responder directamente aos alunos:

> Eu andava a passear e eles dentro de cada grupo, eles tinham que explicar uns aos outros e se estivessem com um ponto de vista diferente aí chamavam para eu desempatar. Eu chegava e então "já perguntaram aos vossos colegas, ah!" E não sei quê… Ia-me embora. Depois ia outra vez, então já perceberam? Sim. Explicavam uns aos outros e foi tão giro e eu só andava a orientar o trabalho, eu fazia perguntas para o ar, para eles responderem, por exemplo, a correspondência que associa a cada pessoa ao seu telemóvel, se era uma função. Uns diziam que sim outros diziam que não. E eles ficavam, enfim é função por quê? Eles começavam a explicar e depois chegavam que afinal não é. Eu nunca dizia "não é assim", eram eles que iam… "Tem certeza? Concordam com ele?" [E1J, 29/01/2008]

Em relação ao que ocorreu na parte da aula a que se refere acima, Júlia afirma que a interacção nos grupos foi muito positiva. Acrescenta apenas, que não deixou as respostas soltas, procurando apresentar novas perguntas, para instigar os alunos a pensar mais:

> Eu entendo o erro deles. Eu quero que eles percebam por que eles estão errados. É giro quando estão eles todos, porque quando é em grupo eu dou tempo para eles se reunirem uns com os outros e conversarem e perceberem por que está errado. Depois os outros grupos vão apresentando… (…) [E1J, 29/01/2008]

As práticas de explicação e a reflexão sobre a prática

Na sua prática lectiva, Júlia evidencia preocupação com a comunicação. Procura que as suas explicações sejam claras e bem conseguidas. Procura que os alunos formulem também explicações, tanto na introdução de um novo conceito como nas respostas às perguntas no decorrer da correcção de exercícios do manual e de fichas de trabalho.

Após as suas aulas, Júlia realiza duas actividades reflexivas. Na primeira, durante as entrevistas curtas após cada aula, responde a várias questões. Na segunda, elabora um documento escrito, a que já me referi anteriormente, e que também contém a planificação e a avaliação. Efectuou esta reflexão escrita das três primeiras aulas a que assisti. Nestas reflexões, identificamos várias referências da candidata a professora sobre sua explicação e a dos alunos. Nestas aulas, corrige exercícios e problemas do manual e de uma ficha. Os alunos estão quase sempre organizados em grupos de quatro. Isso só não acontece na terceira aula, na qual estão organizados aos pares. Nas conversas sobre as videogravações e na entrevista após o estágio também pude propiciar que a candidata a professora reflectisse sobre sua prática.

Da prática lectiva de Júlia emerge um importante aspecto do conhecimento do processo instrucional. No que respeita à preparação das aulas, Júlia segue uma Planificação Anual, para o 8.º ano, elaborada na escola onde consta o número total de aulas previstas, discriminando o número de aulas destinado à leccionação, Apresentação/Auto-avaliação e Testes/Mini-testes. Além disso, este documento contém o plano de distribuição de temas e sub-temas. Utiliza o manual e as fichas com exercícios e problemas resolvidos durante as aulas e, em alguns casos, trazidos pelos alunos resolvidos de casa.

As aulas de Júlia são planificadas. A planificação de cada aula da candidata a professora encontra-se num documento escrito, no qual constam pré-requisitos necessários, conteúdos, competências, objectivos e estratégias. O tempo da aula, é dividido de quatro a sete partes, onde descreve o que pretende fazer. Também encontramos a descrição do modo como a aula vai ser avaliada por Júlia: “A avaliação será feita durante toda a aula, através das dúvidas, produções dos alunos e exposições dos grupos de trabalho" [PEA1J, 8/02/2008]. Podemos interpretar isto como uma monitorização, ou seja, uma avaliação contínua que se desenvolve em tempo real, no decurso da acção e que se reflecte no seu discurso, durante as aulas. Por fim, a reflexão escrita sobre a aula, que ela faz em várias situações, permite-nos ter acesso a alguns aspectos da sua reflexão sobre a prática lectiva.

Nas planificações de Júlia tal referência ocorre em nove pontos. No primeiro, na primeira aula, nas estratégias a serem utilizadas na aula está a: "Aptidão para cooperar com outros e discutir e comunicar ideias matemáticas através do uso de uma linguagem escrita e oral não ambígua e rigorosa." [PEA1J, 8/02/2008] No segundo, a comunicação aparece no último objectivo para esta aula: "É ainda objectivo desta aula promover o trabalho de grupo e a comunicação matemática escrita e oral." [PEA1J, 8/02/2008] Na estratégia elaborada para esta aula pela candidata a professora, o trabalho em grupo é utilizado: "a segunda parte é dedicada à correcção do trabalho de casa feita pelos grupos de alunos;" [PEA1J, 8/02/2008] A comunicação oral integra este modo de trabalho, neste terceiro e quarto ponto: "Essa correcção é feita oralmente pelos grupos de alunos. (…) Caso hajam erros generalizados, a professora deverá intervir e esclarecer os alunos." [PEA1J, 8/02/2008] Neste ponto anterior, a candidata a professora revela preocupação com o erro dos alunos. O quinto ponto no qual a comunicação oral é referida na planificação de Júlia é na sua segunda aula, nas competências a serem desenvolvidas. A primeira destas competências é: "Aptidão para discutir e comunicar ideias matemáticas através do uso de uma linguagem escrita e oral não ambígua e rigorosa;" [PEA2J, 15/02/2008] Na terceira parte desta aula, a comunicação oral nos grupos é referida, mais uma vez: "(…). Antes de corrigir cada questão, a professora pedirá a participação de um grupo. De seguida, perguntará aos restantes grupos se concordam e/ou se têm algo a acrescentar. Caso hajam erros generalizados, a professora deverá esclarecer os alunos." [PEA2J, 15/02/2008] Na terceira aula, para a correcção da ficha de trabalho, perguntas de Júlia aos outros alunos, sobre a resposta escrita do aluno que vem ao quadro, são utilizadas por ela como estratégia: " (…) feita a correcção da ficha de trabalho anteriormente mencionada. Essa correcção é feita pelos alunos, individualmente, no quadro. Cada aluno corrige uma pergunta e após cada resposta a professora pergunta aos restantes alunos se concordam e/ou se têm algo a acrescentar. Caso hajam erros generalizados, a professora deverá intervir e esclarecer os alunos." [PEA3J, 25/02/2008] Neste ponto anterior, mais uma vez, a candidata a professora revela preocupação com o erro dos alunos. A oitava referência à comunicação oral, em sua planificação, ocorre como uma estratégia, na qual utiliza o trabalho em grupo, na terceira parte da quarta aula: "Um aluno de um grupo lê uma questão e um aluno de um grupo diferente irá responder." [PEA4J, 31/03/2008] Por fim, a última referência da candidata a professora à comunicação oral, em sua planificação, ocorre como uma estratégia, na qual utiliza a explicação dos alunos para ela: " (…) a turma explicará à professora como se resolve esta questão." [PEA4J, 31/03/2008]

No que respeita à condução da prática lectiva, nas suas reflexões escritas, Júlia assinala uma dificuldade – a gestão do tempo – que influencia o cumprimento da planificação. Como refere:

> Nesta altura olhei para o relógio e já passavam alguns minutos das nove, portanto, certamente já não iria conseguir cumprir a planificação. Aliás, este é um problema que eu tenho. Raras são as aulas em que cumpro as planificações na totalidade. Muitas vezes dou comigo a desejar que as aulas de Matemática durassem duas horas! O que hei-de fazer para combater o factor tempo? O que posso fazer para rentabilizar o tempo ao máximo? [REA1J, 8/02/2008]

Júlia sublinha esta dificuldade em gerir o tempo e cumprir a planificação nesta primeira aula que observei. Isto ocorreu em Fevereiro de 2008, apesar das suas aulas se terem iniciado no mês de Setembro de 2007.

Esta dificuldade no cumprimento das planificações agrava-se no caso de uma turma com problemas graves de indisciplina. Como refere:

> Exacto. E aí tive muitas dificuldades porque eu queria que eles aprendessem Matemática, aprendessem bem, se sentissem entusiasmados, mas, humm, não podia começar por aí. Tinha que começar com algo muito anterior. Que é regras. Regras de como se entra na sala de aula, como é que se senta. O que é que se faz quando se entra. Imensas coisas que um professor (…) parte do pressuposto que isso está 'então vamos começar a dar matéria'. Ali não. Tinha que haver ali primeiro uma parte de educadora e só depois professora de Matemática. Pronto, e isso foi complicado para mim, porque as planificações nunca eram cumpridas, claro. Porque não se fazia, mais de metade da aula, não era a fazer Matemática, era dar ralhetes. Coisas impressionantes… (…) Primeiro tentei não começar a dar aulas expositivas. Não funcionava porque eles não conseguiam estar cinco minutos (…) calados a ouvir, a ouvir atentamente. Isso não acontecia. Então mudei de estratégia. Comecei a fazer fichas, trabalhos de grupo. Funcionou muito bem a primeira vez. A segunda vez já não era novidade puff… [EAEJ, 27/01/2009]

A dificuldade de Júlia em cumprir as planificações nesta turma é muito maior do que nas outras turmas, dado o grave problema da indisciplina. Esta dificuldade fê-la mudar a estratégia de ensino, evitando o ensino directo e passando a usar o ensino exploratório como estratégia de ensino, planeando as tarefas, inicialmente, para regular a comunicação, e conter esta indisciplina. No entanto, como foi referido acima, este controlo era muito fugaz.

Esta dificuldade de Júlia na gestão do tempo interferiu, a certa altura, com sua preocupação em proporcionar condição para uma aprendizagem com significado dos conceitos. Como sublinha:

> Numa aula, durante o primeiro período lembro-me de ter dito a uma aluna que não esclarecia as suas dúvidas naquela aula, pois queria cumprir a planificação e se a esclarecesse já não teria tempo para dar a matéria que eu queria. Arrependo-me dessa minha decisão, porque, sem dúvida, é mais importante os alunos estarem a compreender a Matemática do que estarem a cumprir um programa que não entendem. Por isso, recusar o esclarecimento das dúvidas dos alunos, está fora de questão. Assim, se tiver que escolher entre cumprir as planificações e ter os meus alunos esclarecidos, escolherei a segunda (…). [REA1J, 8/02/2008]

Na sua reflexão escrita, no final da segunda e da terceira aula, percebemos que o problema com a gestão do tempo permanece:

> Quando faltavam vinte minutos para a aula terminar iniciei a correcção dos exercícios. Mais uma vez, aconteceu o inevitável: não iria conseguir cumprir a planificação. [REA2J, 15/02/2008]

> Rapidamente me apercebi que iria levar muito tempo a entregar os trabalhos de casa e a fazer comentários a todas as resoluções, por isso, saltei a parte dos elogios e apenas chamei à atenção para alguns erros cometidos pelos alunos, o que eu não gostei de ter feito, porque considero tão importante alertar para os erros, como evidenciar uma boa resolução. Depois, enquanto o aluno que estava a receber o seu trabalho tomava atenção aos meus comentários, os outros vinte e sete conversavam, porque, ingenuamente, eu tinha achado que esta parte da aula seria rápida e, por isso, não dei trabalho aos restantes alunos; terceiro, como a turma é constituída por vinte e oito alunos, acabei por demorar vinte minutos apenas com esta entrega dos trabalhos de casa. [REA3J, 25/02/2008]

A dificuldade em cumprir a planificação feita, que ocorre na condução de sua prática lectiva, faz Júlia aprender a valorizar ainda mais as tarefas significativas e o ensino exploratório. Considera que estes elementos podem ajudá-la a superar tal dificuldade:

> Mas aprendi que se propuser tarefas significativas para os alunos, farei com surjam menos dúvidas, pois quanto maior for o papel do aluno dentro da sala de aula, menos são as dificuldades que eles têm. Portanto, começo a ficar cada vez mais convencida que aulas centradas nos alunos são uma boa forma de ver o programa cumprido. [REA1J, 8/02/2008]

Da segunda à quarta aula, no decurso da exploração de tarefas significativas para os alunos, encontramos explicações de Júlia direccionadas para a aquisição do significado dos conceitos matemáticos e explicações dos próprios alunos.

A avaliação da aula realizada por Júlia transparece também no documento escrito onde está a planificação da aula. Neste documento também se encontra o modo como realiza a avaliação contínua, a monitorização. Esta avaliação seria feita durante toda aula, através das respostas às dúvidas dos alunos, das produções deles e das exposições dos grupos de trabalho. Além destes itens, referidos pela candidata a professora na primeira e segunda aula que observei, acrescenta à terceira aula, a participação. Neste sentido, identifico as palavras ou frases, usadas pela candidata a professora durante as aulas, que apontam para a avaliação da aula em tempo real. Por exemplo: (i) Quando determina um tempo para a realização de uma tarefa; (ii) Quando diz que uma certa tarefa não poderá ser feita naquela aula, mas em outra. O primeiro tipo de monitorização ocorreu na terceira aula quando Júlia diz: “Então amigos, vamos resolver a ficha todos juntos, tá bem? Meninos, fazem a primeira página em 10 minutos, 10 minutos. Jorge e André, é pra trabalhar!” [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]. O segundo tipo de monitorização é encontrado na primeira aula quando diz, no final da aula: “Essa ficha é pra vocês guardarem com muito carinho e amor, para reclamarem na altura do teste desse mês, certo? Certo? (…) Meninos, na próxima aula corrigimos a ficha e o trabalho de casa” [Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]. Na terceira aula, quando declara: “(uma aluna vem ao quadro). Meninos, o que é que tem que trazer na próxima aula? O exercício 12, da página 56 [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

A terceira fase do processo instrucional, a avaliação final, tem uma característica explícita no momento em que a candidata a professora reflecte sobre o que aconteceu na aula e como resultou ou não.

Além do que Júlia refere acima sobre o conhecimento do processo instrucional, analisado, em sua prática de explicação, podemos identificar outros aspectos deste conhecimento, emergentes no decorrer de suas explicações. Por exemplo, o conhecimento dos conteúdos de ensino, respeitantes às relações do conhecimento matemático com outras disciplinas, surge quando a candidata a professora explica um exercício de análise gráfica, retirado do manual, no decorrer da primeira aula. Trata-se de um ponto em relação ao qual os alunos apresentaram muitas dúvidas, uma vez que, como refere "teriam que explicar alguns conhecimentos da disciplina de Físico-Química, como ponto de fusão e ponto de ebulição, e alguns deles não se lembravam" [REA1J, 08/02/2008].

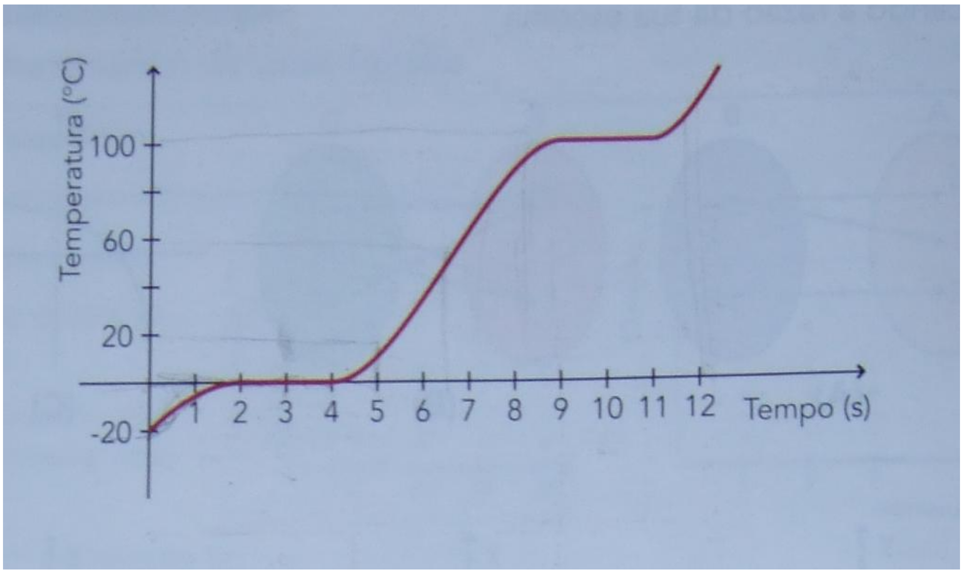


Figura 6 – Gráfico utilizado por Júlia para explicar variável dependente e independente

Na explicação de Júlia sobre o que significa variável dependente e independente, a contextualização é um recurso importante, como podemos depreender do seguinte episódio:

Episódio A

Júlia: OK, exercício 7, grupo da Cristina, João, Márcia e Lucas. Lucas … Olha aqui Matemática e Ciências Fisíco-Químicas [Júlia mostra o livro para a classe-inteira] Sílvia, esse gráfico relaciona o tempo que está descrito no eixo dos *x*, com a temperatura em graus. Portanto, o tempo que está medido em segundos, o tempo tá medido em segundos no eixo dos *x*, a temperatura tá medida em graus no eixo dos *y* e agora observamos o gráfico de como se comporta uma quantidade de água durante o aquecimento. Vamos ver como é que se comporta a água durante o aquecimento, certo? Qual é a variável independente ao valor?
A17: É o tempo.
Júlia: É o tempo a variável independente.

A18: A temperatura tá dependendo do tempo. Dependendo dos eixos.
Júlia: Dependendo dos eixos. Exactamente. Primeiro, sempre que tivermos uma função num referencial, a variável independente está sempre no eixo dos *x*. Pensem nesta experiência, a temperatura, o tempo vai passando independentemente da temperatura que a água tem, o tempo passa. Portanto, a temperatura é que vai dependendo. Existe uma temperatura em cada instante. A temperatura depende do tempo, certo? Normalmente, sempre com experiências, não quer dizer que sempre, mas a maior parte das vezes com as experiências que envolvem tempo e outra coisa qualquer, o tempo normalmente é a variável independente, porque o tempo passa independentemente do que vocês estejam a fazer. Vocês estão a fazer uma função entre o tempo que demoram pra chegar a casa de não sei quem. [Júlia faz uma analogia com outra situação que envolve a grandeza tempo] Portanto, a medir o tempo e a distância, certo? Independentemente da distância que vocês percorrem ao longo do tempo, o tempo vai passando, ou seja, o que vocês percorrem depende do tempo e não o tempo depende do que vocês percorrem, certo? Estão a perceber? O tempo é independente daquilo que vocês fazem. Normalmente nas questões que envolvem tempo, o tempo será a variável independente Faz sentido, não é? Outra forma de ver seria então a variável independente corre sempre no eixo dos *x*, certo? E a variável dependente é exactamente aquilo que vocês tão a estudar. A variável independente é mesmo o tempo. Tem que escrever tempo, certo? A variável dependente é a temperatura [Júlia escreve no quadro o que está falando].

[Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]

Júlia começa a sua explicação a partir da seguinte questão: “qual é a variável independente ao valor?” Apresenta, nesta explicação, uma analogia para ampliar as possibilidades de compreensão dos alunos, passando agora, a uma situação rotineira no seu cotidiano, o deslocamento envolvendo as grandezas tempo e distância. Esta analogia pode contribuir para a aquisição do significado de variável dependente e de variável independente.

No momento desta explicação de Júlia sobre o que significa variável dependente e variável independente, a contextualização propiciada pela relação com as Ciências Físico-Químicas, foi um recurso importante, para a compreensão, uma vez que permitiu a conexão destes conceitos (variável dependente e variável independente) com grandezas existentes na realidade dos alunos, como tempo e temperatura. Trata-se de uma explicação instrucional desenvolvida pela candidata a professora sobre um exercício relativo a funções.

Por outro lado, ao referir quais são os eixos nos quais se localizam as variáveis dependente e independente, ela o faz inicialmente, do seguinte modo: “(…) Sempre’ que tivermos uma função num referencial, a variável independente está no eixo dos *x”* [Aula 1 de Júlia, 08/02/2008].

Segundo Júlia, este exercício causou dúvidas que os outros não causaram. Como refere: “As únicas dúvidas que surgiram foram relacionadas com o exercício 7, uma vez que os alunos teriam que aplicar alguns conhecimentos da disciplina de Físico-Químicas, como o ponto de fusão e ponto de ebulição, e alguns deles não se lembravam” [REA1J, 08/02/2008]. Visando superar esta dificuldade dos alunos, recorre, mais uma vez, à analogia, no decorrer de sua explicação:

> (…) E passa ao estado gasoso, portanto, a água está em estado sólido quando está em temperaturas negativas, no caso do frigorífico, a temperatura é negativa. O gelo, água está em estado sólido, até os 0 º, a partir dos 0º entra no ponto de fusão e passa a estado líquido e permanece em estado líquido se a temperatura estiver entre 0º e 100º. Quando passa aos 100º entra no ponto de ebulição e passa ao estado gasoso. Lembram-me disso de Físico-Química? [Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]

Na terceira aula, a partir da resposta de uma das alunas, Júlia desenvolve uma explicação disciplinar, com a seguinte questão explícita: “qual é a medida do comprimento da hipotenusa?” Isto revela, mais uma vez, seu conhecimento didáctico, no aspecto referente ao conhecimento do conteúdo de ensino, em suas relações internas. Trata-se de resolver o exercício seguinte, usando o Teorema de Pitágoras:

Num dos testes de Matemática realizado pela Maria e pelo Rui apresentava-se a seguinte questão:

> *O comprimento de cada um dos catetos de um triângulo rectângulo é, respectivamente, 3 e 6. Qual é a medida do comprimento da hipotenusa do mesmo triângulo?*
>
> *A.* $\sqrt{45}$ *B. 5* *C. 10* *D.* $\sqrt{18}$

1.1. O Rui escolheu a opção *A*.

Verifica se o Rui respondeu correctamente. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

No episódio B encontramos interacções verbais sobre a questão.

Episódio B

Júlia: Os 5 quilómetros. [Júlia circula pela sala de aula enquanto os alunos trabalham nas duplas, a seguir ela passa a corrigir e vai escrevendo no quadro explicando]. No 2, no 1.2, A Maria não conseguiu calcular toda a vida, ela não fez contas, ela olhou pra lá [aponta para o retroprojector] e conseguiu eliminar cada uma das etapas. Ela fez em partes. Agora indica uma razão pela qual a Maria possa ter eliminado o 5? Márcia Costa.
A13: Ela eliminou, porque o comprimento, não pode, tem que ser maior na hipotenusa.
Júlia: Vamos cá ver, ela quer a hipotenusa, certo? [Júlia escreve no quadro nos lados de um triângulo rectângulo].
A5: A hipotenusa tem comprimento sempre maior do que cada um dos catetos.
Júlia: Do que cada um dos catetos. Precisamente, se um cateto é 3 e o outro é 6, a hipotenusa vai ser definitivamente maior que 6, porque a hipotenusa é o maior dos lados. Um é 3 outro é 6, a hipotenusa tem que ser maior que 6. Portanto, 5 nunca poderia ser e a raiz de 18 também não, porque na calculadora a raiz de 18 dá 4 vírgula qualquer coisa, que é menor que 6. Tá fora de questão. Agora, por que que ela eliminou o 10? O 10 é maior que 6, Célia?

[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Os alunos demonstraram lembrar-se da desigualdade triangular, para justificar a eliminação do 10, como hipotenusa do triângulo rectângulo de lados 3 e 6, como refere a aluna A15 "Ela eliminou o 10, porque a hipotenusa não pode ser maior que a soma dos dois catetos" [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]. Essa resposta da aluna leva Júlia a desenvolver uma explicação do conceito de desigualdade triangular, cuja questão implícita é a seguinte: qual a relação entre as medidas dos lados de um triângulo para ele ser desenhado? Os alunos já estudaram anteriormente, no 6.º e no 7.º ano esta propriedade dos triângulos:

> [Júlia desenhou no quadro um triangulo rectângulo de lados 6, 3 e h] agora meninos, vamos cá ver. Em qualquer triângulo, meninos! Meninos, não! Atenção faz favor! Em qualquer triângulo, qualquer triângulo, não tem que ser rectângulo. [Júlia interrompe sua explicação e dirige-se a uma aluna] …Não estavas a trabalhar! Foi só impressão minha, tu estavas a rir? Foi impressão minha, não foi Célia? Estavas a trabalhar. [Júlia retoma a explicação] Vamos cá ver, num triângulo, esta pergunta, pra responder agora esta parte a exclusão do c, não é pra recorrer a cálculos. Tem que pensar em algo, que vocês já estudaram antes, que se chama Desigualdade Triangular. [Júlia volta a falar com a aluna] Célia, o que acabei de dizer? Célia, o que acabei de dizer? Não percebeste ao usar o verbo errado? Não ouviste? Percebeste, eu tinha que perceber, disseste uma gracinha, qualquer pessoa percebe! Tu não me ouviste! [Júlia

> retoma, mais uma vez a explicação e passa a explicar escrevendo no quadro] Vamos cá ver meninos, a Desigualdade Triangular diz-me que num triângulo, por exemplo se eu tiver aqui um lado e for 10 cm, tiver outro com 3 e outro com 7, eu não vou conseguir construir nenhum triângulo com esses lados. Aqui tem 10, certo? Se eu tentar inclinar este aqui, o 3 e tentar inclinar este aqui, o 7, eles não vão unir, porque esses dois juntos são precisamente o 10, se eu tentar levantar esses lados, [Júlia aponta para o desenho do triângulo no quadro] já não há triângulo. Agora temos que pensar … Diz? Quem levantou … Agora se for menos, se tiver aqui 1 cm? (…) Então não vai dá, este tem 3 cm, aquele tem 7, então não vai dá. Então o que é que acontece? Os outros dois juntos têm que ser maior que este, maior, certo? (…) Os dois juntos, os outros dois, por exemplo, [Júlia apaga o quadro parcialmente] por exemplo, se este aqui tivesse 4 cm, já ia dar. Tenho aqui um com 10, este agora tem 4 e este aqui vai ter 7. Tá muito baixinho, mas vai dar de certeza, estão a perceber? Portanto, os outros dois juntos têm que ser maior do que este, ou seja, qualquer lado tem que ser inferior, o que é que aconteceu aqui? (…) Meninos, portanto, qualquer lado do triângulo tem que ser menor que os outros dois juntos, certo? Eu tenho aqui um lado mais outro. Dois lados têm que ser maior que o terceiro e este 6 mais o 3 dá 9, certo? A hipotenusa tem que ser menor que 9. Se for 9 já não vai dar triângulo nenhum, estão a perceber? Portanto, a hipotenusa tem que ser maior que 6, mas tem que ser menor que 9. Tem que ser maior que 6 por causa do Teorema de Pitágoras e tem que ser menor que 9 por causa da Desigualdade Triangular. Não podia ser 10, porque 10 não há triângulo nenhum, percebe? Se este aqui medir 6, este aqui vai medir, este aqui mede 10, certo? [Júlia aponta para os lados do triângulo] Este aqui vai medir 3? O outro mede 6. Eles não chegam a unir. Quanto mais se eles levantar, se eles levantar. Se eu levantar este vai parar aqui e eles nunca se vão unir, dá pra perceber? Os outros um é 3 e o outro é 6 não chega, não podia ser 10, nem 9, se fosse 9 eles se unem em linha …maior que 6 e menor que 9, certo? Portanto, a opção c não pode ser, porque num triângulo de lados 3 e 6 o terceiro nunca podia ser 10, …tinha que ser menor do que 9, certo? Mas também não podia ser 9, tinha que ser imediatamente inferior a 9 (…). [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Nesta explicação, interrompida em dois momentos para chamar a atenção de uma aluna, Júlia, em princípio, sublinha a necessidade de, durante a resolução da questão, não recorrer a cálculos, mas apenas ao pensamento. Trata-se de uma explicação instrucional na qual recorre a dois contra-exemplos e a um exemplo, utilizando a desigualdade triangular para explicar que 10 não satisfaz o problema. De seguida, passa a referir-se, em sua explicação, à questão do exercício. Ela conecta esta explicação ao teorema de Pitágoras e à desigualdade triangular. No entanto, apenas o teorema de Pitágoras permite calcular o valor da hipotenusa. Esta conexão mostra uma explicação instrucional contribuindo para a compreensão de uma explicação disciplinar. Em sua reflexão sobre a prática de explicação, referente a este momento da aula, Júlia revela que o conhecimento do currículo, um dos aspectos do conhecimento didáctico de Matemática, influencia a sua explicação, limitando-a. Como afirma:

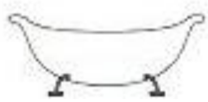
> Exacto, portanto, a minha descrição não foi brilhante, tenho consciência disso, mas para relembrar uma ideia que eles já sabiam, achei que era necessário pegar, dar contra-exemplos, dizer quando é que não funciona. Portanto, a minha explicação não foi brilhante, tenho consciência disso, mas também era só uma questão de lhes contar, porque muitos deles não tinha se lembrado. O nome, muitos deles não se lembra de desigualdade triangular nada. Alguns deles, os alunos mais aplicados, lembraram-se, ah! Desigualdade triangular, ouvi isso de um ou outro aluno, a maioria da turma não se lembrava do nome, mas certamente devem se lembrar que em um triângulo não posso ter quaisquer, não é quaisquer três lados que formam um triângulo. [EC3J, 25 /02/2008]

Para Júlia, portanto, essa explicação tem um carácter de revisão, relembrando aos alunos um conceito já visto anteriormente e que agora é importante para justificar a exclusão de um item de uma questão. Esta característica de revisão limitou a natureza das questões que colocou.

Mais uma vez, a partir de uma questão de um aluno, Júlia desenvolve uma explicação que revela outro aspecto do seu conhecimento didáctico, o conhecimento dos alunos. Trata-se da sua percepção das dificuldades de compreensão do enunciado de um problema: a *tarefa da banheira*.

A figura representa uma banheira, que está a ser cheia por uma torneira com fluxo constante.

Qual dos gráficos descreve melhor o modo de enchimento da banheira?



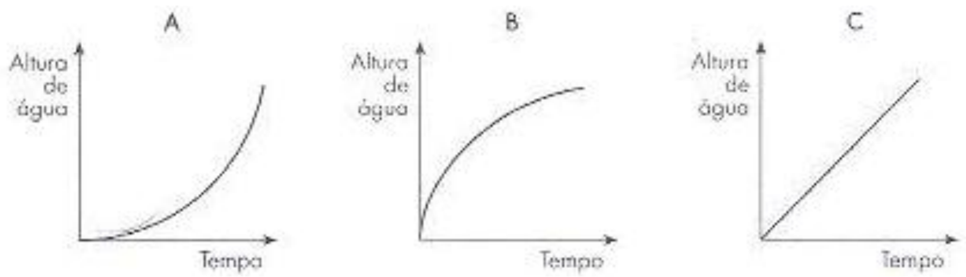


Figura 9 – Problema da banheira da Ficha de Trabalho

Episódio C

Júlia: (Júlia está distribuído uma tarefa escrita nos grupos). Meninos, primeiro fazemos em grande grupo, a seguir passamos a quatro, tá bem? Primeiro o problema da banheira, já viu o da banheira? Vamos lá ver. Isto é pró exame, tá igualzinho ao que tem no exame, é pra vocês perceberem a linguagem, exactamente, a linguagem neste tipo de exercício, certo? E vamos ver se é difícil ou não. Vamos lá ver. A figura a seguir de uma banheira está a ser cheia por uma torneira, com fluxo constante.

A10: o que é que é está constante?

Júlia: quer dizer que está a ser preenchida, não há falta d'água, não está a pingar, depois xuuuu, a pingar xuuu, a torneira tá com fluxo constante, tá sendo aberta no mesmo sítio e vai caindo, certo? Portanto, não vai haver altura que entra mais quantidade de água na banheira e outra altura que entra menos. Entra sempre a mesma quantidade de água na banheira, certo? Agora, qual dos gráficos A, B ou C, qual dos gráficos representa o modo de preenchimento da banheira? (Júlia apaga o quadro).

[Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]

Júlia começa a sua explicação a partir da questão explícita de um dos alunos que procura compreender o que é constante. A sua explicação instrucional tem por objectivo a compreensão desta questão por parte dos alunos. Para isto, selecciona exemplos quando conecta o preenchimento da banheira com água a não ocorrência de falta de água, a não ocorrer pingamentos, isto é, não ocorrer interrupção no fornecimento de água em nenhum momento.

Júlia sublinha o facto da tarefa conter um raciocínio diferente das outras questões.. Ou seja, elabora uma explicação. Eis como percebe a reacção dos alunos a esta tarefa:

> Eu percebi que eles foram uma surpresa, foi a primeira vez que fizemos este tipo, foi a primeira vez que fizemos isso. Eles analisarem os gráficos. O da banheira eu decidi fazer em grande grupo, porque, como isso é novidade, eles vão ter que pensar num acontecimento físico e passar para um gráfico. É algo muito abstracto. Portanto, aconteceu o que eu estava esperando acontecer, que eles dissessem que era o gráfico C. Porque o que é natural que eles pensem é: a torneira tem o fluxo constante, então eles podem ter lido que o gráfico relaciona o tempo com a altura da banheira, mas eu acho que eles relacionaram o tempo com a quantidade de água que entra, aí sim a função era essa (linear). Eu acho que foi isso que eles pensaram. Eles não priorizaram o que estava errado ao que estão a estudar. Enche a banheira, à medida que o tempo passa a água quente da banheira é a mesma. Não é isto que está a ser estudado, é a altura da

> banheira. Exacto, depois a seguir é natural que pensassem no gráfico A, porque se pensares, o gráfico a é parecido com a banheira! (...) não é? A banheira faz uma borda igual. Eu tava pensando lá em baixo, que eles cometessem esses erros. E então, foi isso que aconteceu. E tentei usar isso da melhor maneira para perceber. Para eles ficarem primeiro chocados, por que que não é. E depois, por que que não é e por que que é o B e não podia ser outro. Eu acho que foi um exercício surpresa, que eles não tão habituados, mas causou alguma motivação, acho que eles ficaram motivados para fazer o resto. Tanto que eu vi: esses miúdos ficam mais entusiasmados com as aulas do que outros. Mas eu vi muitos miúdos a fazer a composição do segundo exercício depois. [EC1J, 08/02/2008]

Este extracto sugere que a utilização das fichas foi uma novidade para os alunos. Para eles, a tarefa, que parecia um exercício, constituiu-se num problema, uma vez que tinha um obstáculo a ser superado – requeria um raciocínio diferente, que nunca tinham realizado. Além disso, há uma ruptura no contrato didáctico, quando Júlia determina uma nova organização na sala de aula: deixam-se os grupos e passa-se a trabalhar individualmente. A interpretação que os alunos fazem dos gráficos ainda é pouco apurada, o que concretiza as expectativas da candidata a professora referentes às suas respostas. Este conhecimento dos alunos, de seu modo de interpretar este problema, nomeadamente, esta capacidade de prever os erros dos alunos, constitui-se em mais um aspecto de seu conhecimento didáctico de Matemática: o conhecimento dos alunos e do processo de aprendizagem. Júlia aproveitou este conhecimento para provocar a surpresa que, como refere acima, tornou-se motivadora. Essa capacidade de antecipar possíveis erros dos alunos para explorar na explicação é coerente com o que declara antes, ao apresentar as suas concepções sobre a explicação, nomeadamente quando diz que compreende o erro dos alunos, utilizando-o com uma função metacognitiva.

No *problema da idade*, a explicação instrucional de Júlia foi dirigida aos alunos nos grupos. A questão explícita é qual o gráfico que pode ilustrar a relação entre a altura e a idade de uma pessoa, desde que nasce até atingir os 50 anos de idade? A questão implícita é a seguinte: por que os outros três gráficos não descrevem o crescimento de uma pessoa? Explica a estratégia de raciocínio a seguir, sublinhando a necessidade de pensar na vida para compreender o significado do problema:

> [Júlia está em um dos grupos observando o modo como os alunos resolvem os exercícios da ficha, a seguir passa a outros grupos. De seguida, explica agora para dois grupos, que a ouvem atentamente] … E não pára de crescer e cresce e decresce e crescemos todos da mesma

forma. Até os 10 anos cresce da mesma forma, dos 10 aos 20 contínuo a crescer, dos 20 aos 30 contínuo a crescer, dos 30 aos 40 continuo a crescer e até aos 70 anos eu não paro de crescer e até os 80 anos eu não paro de crescer… Isso é um mito. Algumas pessoas quando crescem ficam marrecas, precisamente. Aquele mito que a pessoa cresce… É um mito. Por que o que acontece? As pessoas a uma certa idade começam a ficar marrecas, apesar de que se elas se endireitarem a altura delas é a mesma que era há 10 anos atrás. A altura, a partir de uma certa idade, a partir dos 30 anos já não vou crescer mais, a minha altura é a mesma há muitos anos, estão a perceber? Crescemos muito até os 18 anos, 19 anos, 20 anos, a partir dos 20 anos, aliás a partir dos 18. Pensem na vida, este é um problema, pensem na vida. O que é que este gráfico diz. Este gráfico diz-vos que no momento em que vocês nascem têm uma altura e quando têm 50 anos têm a mesma altura. Quer dizer que do 0 aos 50 anos têm 50 centímetros. [Júlia passa agora a explicar a outro grupo] meninos, no 3 e no 5 assinala com um *x* a conclusão da hipótese a que chegaram. Leiam as opções todas. [Júlia passa agora para outro grupo, após um aluno tê-la chamado]. Meninos, quem é que ainda não acabou? [Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]

1. Assinala com × o gráfico que pode ilustrar a relação entre a altura e a idade de uma pessoa, desde que nasce até atingir os **50 anos** de idade. Elabora uma pequena composição onde descrevas as razões pelas quais excluirias os outros três gráficos.

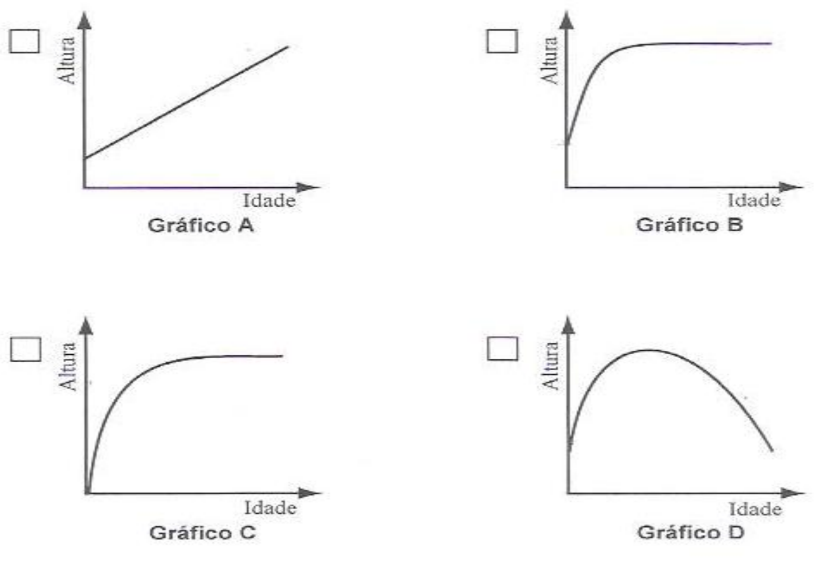


Figura 9 – Problema da idade da Ficha de Trabalho

Uma característica importante e positiva da explicação feita por Júlia sobre a resolução do *problema da idade*, é o modo como ela vai interagindo com os alunos nos grupos, observando como estes trabalham, dirigindo-se a mais de um grupo ao mesmo tempo e atendendo aos pedidos dos alunos, para explicar mais. A actuação da candidata a professora valoriza a interacção dos alunos uns com os outros e com ela. Estas interacções são essenciais no processo de aprendizagem, estimulam a actividade criativa dos alunos e levam-nos a novas formas de compreensão das ideias matemáticas. A orientação do modo de interacção constitui-se num importante recurso para a condução da aula.

Na sua explicação, Júlia faz afirmações sobre o crescimento das pessoas para que os alunos identifiquem o gráfico que ilustra adequadamente a relação entre a altura e a idade de uma pessoa, do seu nascimento até aos 50 anos de idade. No seu discurso, quando diz tratar-se de um mito e para os alunos pensarem na vida, refere-se à inadequação do gráfico A para representar o problema matemático. Estabelece, assim, uma conexão entre o tipo de crescimento representado no gráfico A e o crescimento de uma pessoa na realidade. De seguida, refere-se ao gráfico D. Nesta referência, estabelece, mais uma vez, relação entre o tipo de crescimento representado no gráfico e o crescimento de uma pessoa na realidade. Com esta explicação, conecta duas ideias: a representada no gráfico e a que ocorre na realidade. Trata-se de uma explicação instrucional uma vez que o exemplo de parar o crescimento aos 30 anos e, esclarecendo o que ocorre aos 18 anos, ilustra quando pára o crescimento de uma pessoa.

Podemos depreender que Júlia estabelece conexão entre a ideia matemática do crescimento, representado pelos gráficos A e D, e a ideia do crescimento de uma pessoa na realidade.

Figura 10 - Primeira tarefa corrigida na segunda aula

Episódio D

Júlia: [Júlia escreveu no quadro uma tabela (Figura 10)] que relaciona o número de pacotes com o custo em euros) **…** E agora? Vamos cá ver. O número de pacotes, quanto mais pacotes eu compro, mais tenho que pagar, certo? Ana Renata, certo? Luísa? Tava distráida? Vamos cá ver, aqui estão preenchidas, nomeadamente, quando eu compro, o número de pacotes é zero, o que significa o número de pacotes ser zero?

A1: Não se paga nada.
Júlia: Não se paga nada. Não compra nada, não paga nada, certo? Eu não vou pagar se não for comprar, não faz sentido, certo? Agora, o número de pacotes indica o quanto vou pagar. Luísa, quanto é que vou pagar se comprar um pacote?
A2: Um e meio.
Júlia: Agora, se eu comprar dois pacotes?
ALS: 3.
Júlia: Agora, se eu comprar 3 pacotes?
ALS: 4,5.
Júlia: Se eu comprar quatro pacotes? Márcia Costa?
A3: 7.
Júlia: Quatro pacotes são seis? Não são sete? E cinco pacotes?
A4: Sete euros e meio.
Júlia: Sete euros e meio. …
[Aula 2 de Júlia, 15/02/2008]

Número de Pacotes	0	1	2	3	4	5
Custo em euros	0	1,5	3	4,5	6	7,5

Figura 11 - A tabela a que Júlia se refere, que também foi escrita no quadro por ela.

Noutra explicação desenvolvida neste episódio dos pacotes de batata frita, Júlia sublinha o significado da relação entre o número de pacotes comprados e o preço a pagar. Na sua explicação instrucional, a questão implícita é: qual a relação entre o número de pacotes de batata e o custo em euros? A questão explícita, com a qual começa a correcção do exercício é: “quando eu compro, o número de pacotes é zero, o que significa o número de pacotes ser zero?” No entanto, nesta interacção verbal, com quatro alunos, apenas o primeiro responde de modo a referir este significado. O facto de os três alunos responderem correctamente, não implica que todos compreenderam o significado da relação de proporcionalidade directa existente entre estes números, como podemos depreender no Episódio E, mais adiante, no qual apenas um aluno, A8, respondeu correctamente. Além disso uma aluna, A3, responde errado, mas Júlia não explora o seu erro, apenas corrige-o e passa adiante.

Episódio E

Júlia: Sim, então… 1,5 vezes 2 é 3, sim senhora, certo? Portanto, o que é que acontece? Toda vez que tem proporcionalidade directa, significa à medida que eu aumento a proporção em que eu aumento a variável, a primeira variável, a mesma proporção aumenta a segunda variável, certo? Quanto eu multiplico pra chegar ao 3? Do 1,5 pra chegar ao 4,5? Se eu multiplicar por 3, dá 4,5? Se eu multiplicar 1,5 por 3 dá 4,5? Certo? Isto é uma forma de obter-se a proporcionalidade directa. Outra [resposta], mais organizada, … Organizada, …
A3: É dividirmos uma variável pela outra.
Júlia: Exactamente. É dividirmos uma variável pela outra e obtermos um número constante. Então vamos lá ver, dividir os pares ordenados e obter uma constante. O custo dividido pelo pacote em cada caso. Vai dar sempre o mesmo valor. [Júlia vai escrevendo no quadro explicando e perguntando]. Vamos cá ver, 1,5 dividido por 1. Agora 3 a dividir por 2, até agora dá tudo 1 e meio. Agora 4,5 dividido por 3? Quanto é que dá?
A4: Dá 1,5.
Júlia: Dá 1,5. Então continua a correr bem. 6 dividido por 4?
ALS: Dá 1,5.
Júlia: Dá 1,5. 7,5 dividido por 5?
ALS: Dá 1,5.
Júlia: Dá 1,5, espectáculo. Então é proporcionalidade directa ou não é proporcionalidade directa?
ALS: É.

[Aula 2 de Júlia, 15/02/2008]

No episódio acima, na primeira explicação de Júlia, a candidata a professora fomenta, em seu discurso, quando pede "outra [resposta], mais organizada". Isto pode er interpretado como a valorização de uma, uma solução diferente, que o aluno apresenta em sua resposta, evidenciando que compreende a diferença matemática. Portanto, uma regra de contrato didáctico nesta aula é apresentar diferentes soluções para um problema.

A resposta da aluna A3, uma solução diferente à pergunta de Júlia, revela compreensão da aluna e que multiplicação e divisão são operações inversas. Todas essas interacções verbais entre a candidata a professora e vários alunos, propiciam relacionar um modo diferente de abordar o problema, ressaltando as relações de multiplicação e divisão presentes, bem como a constante de proporcionalidade.

As explicações de Júlia, no episódio acima, justificam as acções realizadas no preenchimento da tabela (Figura 10). Tendo em conta o modelo das explicações instrucionais (Figura 4) aquelas que a candidata a professora desenvolve, neste momento da aula, envolvem: (i) o objectivo; (ii) as acções (iii) e o conhecimento para alcançar o objectivo de modo bem sucedido. O objectivo é a representação das quantidades de pacotes de batata e o respectivo custo em uma tabela. No decorrer do uso desta representação três acções são realizadas: selecciona cada número a ser inserido na tabela de acordo com a constante de proporcionalidade; constrói sua representação da relação entre os números e refina quando enfatiza o significado desta constante:

Episódio F

Júlia: Eu quero que vocês pensem o que significa a constante. Toda vez que é proporcionalidade directa eu tenho que dividir uma variável pela outra variável. Neste caso as variáveis em causa são o custo e o número de pacotes. Sempre que eu divido custo pelo pacote, acho esse número, certo? Se acontecer isso, se o resultado for sempre igual, temos a proporcionalidade directa. E esse número que é sempre igual dou-lhe o nome, chamo-lhe de constante de proporcionalidade directa, certo?
ALS: Certo.
Júlia: Se eu não tivesse aqui nada, fosse só essa tabela, ia ser proporcionalidade directa? A constante ia ser 1,5. Mas, nesse caso, essa tabela surgiu desta figura, que eu tinha aqui em outro contexto, certo? Este 1,5 neste problema real, aqui das senhoras que vão ao supermercado comprar batatas fritas [na Figura 5.4], o que essa constante de proporcionalidade tem a ver com o caso?
A8: Eu. É o preço de cada pacote.
Júlia: Exactamente. Portanto, o significado da constante é o preço de cada pacote. Um pacote é 1,5. A constante de proporcionalidade em qualquer situação de proporcionalidade directa é sempre o preço de um, ou se não for o preço, a constante é sempre relativo a cada um. [Júlia escreve no quadro, enquanto fala] A constante de proporcionalidade é 1,5 e representa o número de cada pacote ou de um pacote. Vocês conseguiram perceber? Tá tudo bem?
A8: Tá tudo bem.

[Aula 2 de Júlia, 15/02/2008]

Para encontrar de modo bem sucedido o objectivo mencionado acima, precisou demonstrar conhecimento do conteúdo bem articulado. Esta articulação também se relaciona com o conhecimento dos alunos, quando pede outra solução “mais organizada”. Esta outra solução mostra que a questão desta explicação é aberta, uma vez que pode ser respondida de diferentes modos.

Júlia, no episódio precedente, faz a sua explicação em dois momentos. No primeiro momento desta explicação, faz conexão entre o número de pacotes e o custo, para que os alunos percebam o significado da constante de proporcionalidade directa. No segundo momento, passa a conectar o valor da constante de proporcionalidade a uma situação de compra real, num supermercado. A partir desta conexão, os alunos podem compreender o que é esta constante de proporcionalidade directa no problema do pacote de batatas.

O *declive da recta, na função afim*, representado por *k*, é o conceito que Júlia explica a um aluno, no episódio a seguir:

Episódio G

Júlia: [Júlia passa a explicar no quadro, enquanto desenha o gráfico] por exemplo, tentem descobrir a equação. Vou tentar por aqui.
A5: Mas pra ter o declive a stora não pode ter a recta.
Júlia: Eu posso ter a recta.
A5: Mas com a recta a stora não sabe os pontos.
Júlia: Sei que este ponto tá na recta, tem coordenadas 0,1. Sei que este ponto tá na recta tem coordenadas 1,3.
A5: Mas qualquer ponto nessa recta pode ter coordenadas.
Júlia: Pode ser uma recta no sentido de ter infinitos pontos e todos os pontos têm coordenadas.
A5: Mas aí obviamente a stora ao fazer a recta fez os pontinhos só que ligou a recta, pra saber o declive tem que saber só os pontinhos, não preciso da recta pra mais nada. Com a recta é ainda mais difícil.
Júlia: Vamos lá ver se deu pra perceber. [Júlia vai desenhando mais no gráfico que já estava no quadro, aumentando as rectas verticais]. Vocês têm, então meninos, vamos cá ver. A esta recta posso chamar *l*.
A5: Pode.
Júlia: Então vai ser a recta *l* de *x* é igual, certo?
ALS: Certo.

[Aula 3 de Júlia, 25 /02/08]

No discurso de Júlia, podemos identificar uma preocupação expressa em relação ao modo de se referir, durante sua explicação instrucional, desenvolvida em torno do gráfico da função afim, aos termos da função, de modo claro para o aluno. A questão implícita no início da explicação é a seguinte: como encontrar o declive da recta na função afim? Depois (no Episódio G), a questão implícita é o que significa o declive da recta? Diante de um aluno que afirma que ela não pode ter a recta para encontrar o declive desta, a candidata a professora conecta sua explicação à respectiva representação gráfica da mesma, desenhada no quadro. Por sua vez, o aluno, em seu discurso, sublinha a irrelevância de desenhar a recta para a obtenção do declive, bastando, para isto, ter os pontos referidos, anteriormente, pela candidata a professora.

Para melhor esclarecer estas incompreensões do aluno, amplia a recta por ela desenhada no quadro.

Júlia aponta algumas limitações nesta compreensão dos alunos, revelada também na comunicação oral:

> Eu não diria bom. Foi mediano. Porque é uma matéria muito recente é muito abstracta pra o que eles estão habituados a fazer. Muitos deles achavam que era função é da forma *kx*. Eles não entendem que o *k* vai ser particularizado em cada recta. Pra cada recta há um *k*, mas o *x* é genérico o *x* representa todos os objectos. Vai representar as abcissas de todos os pontos, que são infinitos. Eles não têm… (…) Eles não têm essa percepção. Portanto, muitos deles disseram que ficava *2k*, que a variável era o *k* e não o *x*. O x é que é variável. Eu sinto que isto ainda …É pena porque essa matéria eu gostava de estar mais tempo a trabalhar com eles. Mas segundo o programa só tem mais duas ou três aulas a falar sobre isto, acho que é pouco. Acho que eu precisava batalhar mais, porque é natural. Eu sinto e percebo que é natural a dificuldade deles, porque é uma abstracção muito grande pra o que eles estão habituados. Eles estão habituados a particularizar, com números. E pensar ainda uma expressão da forma *kx* é só letras. (…) Muito difícil. Em que o *x* vai ser sempre *x* e o *k* vai mudando números. [EC3J, 25 /02/2008]

Júlia sublinha, em seu discurso, dificuldades dos alunos com este conteúdo, a função afim, nomeadamente colocadas pelo infinito, e a generalização Diante de tais dificuldades, a candidata a professora sente a necessidade de mais tempo para explorar este conteúdo, uma vez que considera compreensível a existência desta dificuldade de compreensão dos alunos. No entanto, este tempo maior não lhe pode ser concedido, por conta do programa a cumprir. No Episódio H podemos corroborar dificuldades dos alunos com a compreensão do declive da recta:

Episódio H

Júlia: (…) E agora, pra achar o k, o que é que eu faço? [Júlia desenhou no quadro o plano cartesiano, com $f(x) = x + 2$, semelhante ao slide da Figura 6.6, mas com declive 1, para que os alunos pudessem compreender o declive da recta através da representação geométrica da função] Eu pego um ponto qualquer da recta, eu não sei esse ponto aqui, eu vou escolher pontos que estejam no quadriculado, tá bem? Tá bem? Eu pego um ponto qualquer, eu pego neste ponto. Agora pra achar o k tenho que perceber quantas unidades é que eu subo. Andando pra direita eu saio deste ponto, certo?
Quando eu ando uma unidade pra direita, paro aqui, certo? Agora quanto é que eu tenho que subir ou descer para chegar à recta? Tenho que subir 1. Se estou aqui, ando pra direita, se eu subir apenas uma unidade, tô outra vez na recta, concordam ou não?

ALS: Sim.
Júlia: Então o k é este 1 que eu subo.
A5: Se subir 2 é 2.
Júlia: Se subir 2 é 2. Por exemplo, se a recta fizesse assim, sei lá …
A5: Stora
Júlia: Diz.
A5: Mas aí pode subir 1 e se for um ponto aí no meio sobe menos.
Júlia: Não querido, se eu sei aqui do meio e se eu andar 1 pra direita vou subir exactamente 1 outra vez para chegar à recta [Júlia aponta para o gráfico no quadro]. Seja qual for o ponto que tu escolhes, ao andar pra direita, se há um ponto em que tu tens que andar pra direita para chegar à recta, em todos os pontos isto tem que acontecer.
A5: Se a stora andar 2, também chega lá.
Júlia: [Júlia caminha para a projecção do slide da Figura 5.6, enquanto explica] Não, mas o declive é quando x aumenta 1, o x tem que aumentar 1, quanto é que aumenta o y? Se o y é 2, o kapa 2, o y é 3, o kapa é 3, menos 1, o y desce menos 4, o kapa é menos 4. Quando o x é 1, anda 1 pra direita, depois sobe ou desce pra chegar lá em cima. (…)

[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

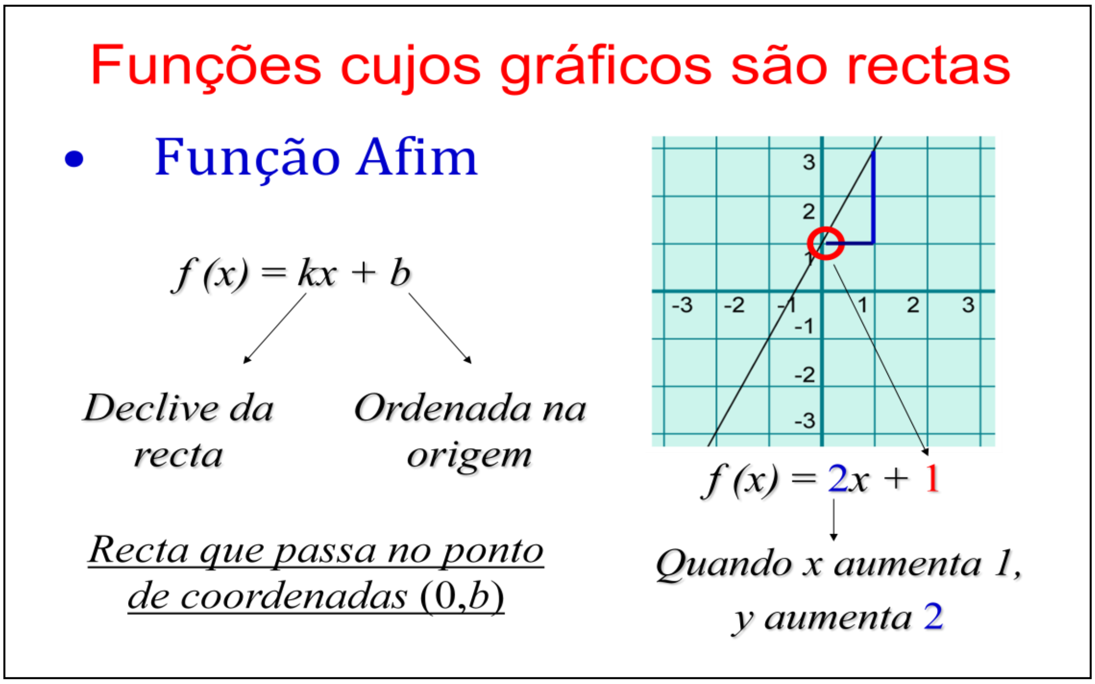


Figura 12 -. Primeiro slide do Power Point apresentado durante a terceira aula

Este conhecimento das dificuldades de compreensão dos alunos, revelado por Júlia, é muito importante para os ajudar a compreender o significado de um problema. O significado é sublinhado pela candidata a professora no problema que estava na ficha, *o problema da idade.* Para além deste problema, as explicações referentes ao *problema dos pacotes de batata,* nos Episódios D, E e F e ao *declive da função afim*, no Episódio

G, emerge o conhecimento do conteúdo de ensino nas suas explicações. Neste sentido, a explicação de Júlia foca sobre o que é, o que significa e se há outras possibilidades de representação do significado.

No momento que antecede à intervenção oral do aluno A5, Júlia desenvolve a sua explicação, conectando o declive à sua representação geométrica no plano cartesiano, no gráfico da função $f(x) = x + 2$. Nesta explicação da candidata a professora, o declive, corresponde ao número de unidades que é necessário deslocar na vertical, após o deslocamento de uma unidade, na horizontal, em relação a um ponto na recta, para interceptar a recta (Figura 12). No momento posterior à intervenção oral do aluno, a candidata a professora muda o exemplo a que se refere na sua explicação, passando a conectá-la ao gráfico da função, cuja lei de formação é $f(x) = 2x + 1$.

Nas interacções verbais do episódio G, podemos identificar no discurso do aluno A5, uma certa dificuldade em compreender o declive, agora com a representação geométrica. Júlia procura conectar as ideias explicadas, comparando o gráfico que desenhou no quadro com o do slide (Figura 5.6). Sua explicação, referente ao declive da recta, com dois exemplos distintos de declive, pode propiciar uma compreensão mais ampla da ideia explicada.

Júlia, mais adiante, explica o significado do declive da função linear:

> [Júlia vai explicando usando o projector de slides] Uma função linear ou uma função de proporcionalidade directa. É da forma *f* de *x* igual a *kx*, ou seja, é a mesma coisa que tá aqui mais zero. O que é que acontece? Nessas funções a ordenada na origem vai ser zero, ou seja, corta o referencial na origem, é uma recta que passa na origem. Portanto, é uma recta que passa na origem do referencial. Aquele *k* nas funções de proporcionalidade directa, nas funções lineares, o *k* além de ser o declive da recta é a constante de proporcionalidade directa, porque é a imagem do objecto 1. Por exemplo, eu tenho aqui uma função, que é uma recta que passa na origem, toda a gente concorda? [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Em sua prática de explicação, referente à *notação que representa a imagem de uma função*, emerge o conhecimento do conteúdo. Neste sentido, a sua explicação foca sobre regras e procedimentos. A questão implícta é qual notação deve ser usada para representar a imagem da função? Trata-se de uma explicação instrucional desenvolvida em torno do metasistema da notação matemática. É o que vemos no episódio seguinte:

Episódio I

A19: …É o *f* de não sei quê.

Júlia: O *f*, é este *f* aqui que te chateia, não é? Isto é outra forma do *y*, das imagens. O *f* de *x* continua a ser as imagens. Pra ficar *y* de *x*, não sabe que é *f* de função, mas isto é igual a *y*, certo? *Y* de *x* é que não, porque, por esta razão, se tiver *f* de *x*, eu digo que a função se chama *f*. Se eu chamar *y* vai ser uma confusão, uma função *f*, tá certo? Isto é o eixo dos *yy*, isto é o eixo dos *xx*, eu tenho uma função que se chama *y*. É uma confusão. Ela não pode se chamar *y*, ela só pode se chamar ou *f* ou *g* ou *h* ou *i* ou *j* ou *k* ou o que eu quiser, *n* pode ser o que quiser. Pode ser *n* de *x*, *i* de *x*, *f* de *x*, só não podemos chamar *x* de *x* e *y* de x, precisamente, porque essas letras já são usadas no referencial. O eixo chama-se *xx*, o eixo chama-se *y* e a recta chama-se também, é uma confusão, tão a perceber? … Então vamos cá ver. Qual é a imagem do -5 *g*, Silvia? ... É uma proporcionalidade directa, eu já sei que qualquer imagem vai ser vai ser a constante vezes o objecto, certo? Como aquela fórmula do número de pacotes, tínhamos que saber o preço de um pacote, que é constante, vezes o número de pacotes, certo? Então *y*, que é a variável independente, vai ser igual à constante vezes a variável dependente, que é o próprio *x*, certo? E aqui que a minha constante, neste caso, é 2,5, certo? E o *y* é igual a 2,5 vezes *x*, certo? Mas minha função tem nome, g de *x*. Eu já sei g de *x* igual ao *y*, certo? Eu posso substituir o *y* por g de *x*, tá bem? É só um nome. Qual é a imagem de -5 por meio de *g*? É fácil, g de -5. Posso substituir o *y* por *g* de *x*, tá bem? É só um nome. Qual é a imagem de -5 por meio de *g*? É fácil, *g* de -5.

A19: Mas qual é a diferença, se é o *y* ou o *g*?

Júlia: Não há diferença nenhuma.

A19: …É confuso.

Júlia: …Com o tempo deixa de ser confuso. É um nome, certo? É um nome, certo?

A19: Por que que precisa ser *g*?

Júlia: Porque o *g* é um nome. Se vocês quiserem achar o *g* de -5, vocês perguntam qual é a imagem de -5 por meio de *g*, podemos escrever isso dessa forma, se fosse com *y* não posso escrever isso. Vocês têm que se habituar a escrever isso, com o tempo se habituam, certo?

ALS: Certo.

[Aula 2 de Júlia, 15/02/2008]

No primeiro momento de sua explicação, neste episódio, Júlia procura estabelecer conexão entre a ideia de que é *f(x)* que pode representar as imagens das funções e o que ocorreria se esta função fosse representada por outra notação, exemplificando. A candidata a professora sublinha em seu discurso a inadequação do uso de outras notações. Uma vez que estas já são usadas para representar outras ideias matemáticas, seu uso poderia obscurecer a compreensão dos alunos.

No segundo momento de sua explicação, Júlia conecta a ideia explicada aqui a outra, encontrada na explicação do problema dos pacotes de batata. De seguida, a candidata a professora relaciona as ideias daquele problema com a outra representação que assumem, agora no âmbito do estudo das funções. A candidata a professora clarifica os termos usados nesta representação, bem como a relação entre eles. Embora sublinhe não haver diferença entre usar *g(x)* ou *y* na representação da imagem da função, o aluno A19 não percebe a diferença. Por fim, na busca de ajustar a sua prática de comunicação à característica questionadora do aluno, ao perceber que este não compreendeu, Júlia posterga esta compreensão, reafirmando tratar-se apenas de uma denominação. No entanto, a última pergunta do aluno provoca uma resposta mais esclarecedora da candidata a professora para o uso de *g(x)* e não de *y*.

Na sua reflexão escrita, após a aula, Júlia refere-se a esta situação, que a deixou muito incomodada. Tal incómodo, a fez inclusive pedir aos colegas do grupo para explicarem ao aluno que não compreendia. No entanto, a dificuldade não foi superada, como ela sublinha:

> (…) Nessa altura percebi que só o tempo iria permitir que estes alunos entendessem o significado de $f(x) = y$, pois compreendo que a notação deste conceito é demasiado abstracta para eles. Por isso, só me resta esperar e, enquanto isso, fazê-los contactar com esta forma simbólica de escrever que a imagem do objecto *x*, por *f*, é *y*. Quando faltavam vinte minutos para a aula terminar iniciei a correcção dos exercícios. Mais uma vez, aconteceu o inevitável: não iria conseguir cumprir a planificação. Numa das alíneas do exercício 28 constava a pergunta ‘Qual a imagem de –5 por *g*?’ Os alunos responderam que era –12,5. Aproveitei para dar a resposta a esta pergunta usando a notação que tanto atormentava os meus alunos: ‘$g(–5) = –12,5$’. Neste momento senti que não iria corrigir mais nenhum exercício e que iria ficar a esclarecer este aspecto até ao final da aula. E foi o que aconteceu!! Os alunos conseguiam entender que a imagem de –5 era –12,5, mas não conseguiam perceber que $g(–5) = –12,5$. Não consigo entender como esta diferente forma de escrever pode ser uma dificuldade tão grande. Não é o conceito que eles não percebem, é a forma de o representar. Mais uma vez expliquei de todas as formas imaginárias e o mais simples possíveis o que significava ‘$g(–5) = – 12,5$’. Mas, mais uma vez, vi as expressões faciais de alguns dos meus alunos que denunciavam que não estavam a compreender. Pensei: ‘O tempo vai ser meu amigo e vai fazê-los compreender esta notação, mais cedo ou mais tarde. Só tenho de esperar e não deixar de usar esta forma de escrever.’ (…) [REA2J, 15/02/2008]

Ainda na reflexão escrita feita após esta aula, Júlia refere-se a esta explicação como sendo o momento mais problemático de uma aula que tinha decorrido particularmente bem:

> A parte final [desta aula] foi um pouco mais problemática devido à incompreensão, por parte de alguns alunos, daquela nova notação. Não

> sei o que mais deva fazer em relação a este aspecto. Às vezes penso que deveria ter introduzido esta notação de uma forma diferente, talvez devesse ter criado uma tarefa que obrigasse os alunos a sentirem necessidade de uma forma de escrever mais simplificada. Mas o tempo não volta atrás e a única coisa que me resta é esperar. [REA2J, 15/02/2008]

Terminado o estágio, no entanto, Júlia apresenta outra reflexão e solução para este problema didáctico, causado, na sua perspectiva, pelo currículo em espiral. Neste currículo, não se apresenta logo a notação, com o intuito de o aluno compreender o significado. Júlia, no entanto, não concorda, como refere:

> Acho que entendia na mesma [o significado]. Acho que entendia. Acho que um dos problemas, eu acho, na Matemática é o facto… o facto de espiral [o currículo] é muito bom, mas o problema é que damos, principalmente o que damos… Principalmente o que tem a ver com a nomenclatura, palavras-chave como grandeza, seja lá o que for, variável… muito tarde. Eles deviam começar a trabalhar com isso mais cedo. [EAEJ, 27/02/2009]

Neste sentido, a candidata a professora dá outro exemplo análogo a este, uma vez que, segundo ela, o currículo em espiral atrapalha a compreensão dos alunos sobre um conceito matemático, ao adiar a apresentação da sua representação:

> É como a equação reduzida da recta. Nós quando damos as funções. Aqui demos as funções, as funções cujo gráfico são rectas. A relação linear, a função afim. Eu devia ter dado, ter dito que o *y* igual a k, *x* mais b é a equação reduzida da recta. Não é? E expliquei que o k era o declive qual era o significado gráfico? E expliquei que o b era a ordenada na origem. O que é que isso significa, mas não chamei nome, não dei nome. Devia ter dado. Porque assim eles chegam ao décimo ano e continuam a dar isto … E sabem que já deram isto. (…) Mas não tinha nome [a equação reduzida da recta]. Era 'funções cujos gráficos são rectas'. *Y* igual a k *x* é a equação reduzida da recta. Portanto, há uma série de coisas em Matemática, nos programas que eu acho que não faz mal nenhum, eles saberem, quando dão pela primeira vez, os nomes certos. Para quê estar a ler? Como nas equações a chamar letra, ou nas expressões com variáveis é a letra. Não é letra coisíssima nenhuma. Ou é variável ou é incógnita. Tem nome. [EAEJ, 27/02/2009]

As explicações de Júlia, como depreendemos acima, integram o seu conhecimento didáctico e se referem ao aspecto do conhecimento dos conteúdos de ensino.

Sintetizando, na sua prática lectiva, Júlia evidencia preocupação com a comunicação. Procura que as suas explicações sejam claras e bem conseguidas. Além disso, procura que os alunos formulem também explicações, tanto na introdução de um novo conceito como no decorrer da correcção de exercícios do manual e de fichas de trabalho. Da sua prática lectiva emerge um dos aspectos do seu conhecimento didáctico, o conhecimento do processo instrucional. Na preparação das aulas, segue a planificação anual. Nas suas aulas identifica-se a monitorização, ou seja, uma avaliação contínua que se desenvolve em tempo real, no decurso da acção, e que se reflecte no seu discurso. Nas suas reflexões escritas, assinala uma dificuldade na condução da prática lectiva - a gestão do tempo, o que influencia o cumprimento da planificação. A dificuldade em cumprir a planificação, leva-a a valorizar as tarefas significativas e o ensino exploratório. O segundo aspecto de seu conhecimento didáctico, o conhecimento dos conteúdos de ensino emerge em *explicações instrucionais* e *disciplinares*. Por exemplo, nas relações do conhecimento matemático com outras disciplinas, como a Físico-Química, patente quando explica um exercício de análise gráfica, no decorrer da primeira aula. No momento desta explicação sobre o que significa variável dependente e variável independente, a contextualização, propiciada pela relação com aquela disciplina, foi um recurso importante para a compreensão. Nesta explicação, a analogia também foi utilizada, para ampliar as possibilidades de compreensão dos alunos. Trata-se de uma instrucional. Numa aula, a partir da resposta de uma das alunas, desenvolve uma explicação que revela, mais uma vez, o seu conhecimento didáctico, no aspecto referente ao conhecimento do conteúdo de ensino, em suas relações internas. Trata-se de resolver a questão do exercício seguinte, usando o *Teorema de Pitágoras*. Esta é uma *explicação disciplinar*. No *problema da idade,* a sua explicação foi dirigida aos alunos nos grupos, sendo esta e a explicação da tarefa da banheira uma *explicação instrucional.* Em sua prática de explicação ocorre a valorização de uma solução diferente na resolução de um problema, sendo esta uma regra de contrato didáctico. Nas explicações referentes ao *problema dos pacotes de batata* e ao *declive da função afim*, emerge o conhecimento do conteúdo de ensino. Tais explicações são *instrucionais*. Na sua prática de explicação, referente à *notação que representava a imagem de uma função*, esta explicação é desenvolvida em torno do metasistema notacional. Portanto, é uma *explicação instrucional*. Na sua reflexão escrita, feita após esta aula, refere-se a esta explicação como sendo o momento mais problemático de uma aula que tinha decorrido particularmente bem. Terminado o estágio, no entanto, apresenta outra reflexão e solução para este problema didáctico, apresentando desde logo esta notação.

A sua reacção ao erro dos alunos ocorre de duas maneiras distintas. Na primeira, ela antecipa o erro, como vemos no exemplo seguinte (episódio J), em que houve confusão entre circunferência e círculo:

Episódio J

Júlia: Agora continua, Rodrigo.
A16: …Pinta a azul os pontos que estão a uma distância inferior ou igual a 5 cm do ponto Q.
Júlia: Toda a gente, um minuto, o que vocês vão ter de desenhar? O que vocês vão ter de desenhar?
A16: Outra circunferência. De centro no ponto …
A6: Discordo.
A16: Por que que discorda?
Júlia: O enunciado diz pinta a azul todos os pontos que estão a uma distância igual ou inferior a 5 cm do ponto Q. Vamos desenhar uma circunferência de centro em P e raio 5.
A6: Não, discordo é um círculo.
Júlia: Muito bem!
A16: Temos a circunferência, depois pintamos e é o círculo.
Júlia: Ah! A totalidade chamamos círculo. Não teria circunferência quando estão lá dentro. Isso é um círculo, então vá. Agora toda agente a desenhar o círculo, de centro em P e raio 5. Vocês vão perceber a diferença entre círculo e circunferência. Podem fechar o compasso. Meninos pintem em azul [Júlia desenha no quadro uma circunferência e apaga o quadro]. Meninos, as faltas de comportamento não tão esquecidas. Tá em pé, por que?
Júlia: E aquela parte de, professora, posso levantar? Toda gente já desenhou o círculo de centro Q e raio 5 cm?

[Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]

Neste episódio Júlia explora o erro dos alunos. Permite-lhes interagir verbalmente a respeito da resposta da questão, o que os faz divergir entre eles. Isto propicia interacções verbais entre os alunos, pouco comuns nas aulas de Matemática, onde ainda predomina o ensino directo.

Na segunda forma de reagir ao erro dos alunos, quando acha que estes não deviam errar, Júlia corrige-os e passa à frente. Isto já foi referido, anteriormente, no Episódio D e ocorre, também, no Episódio K:

Episódio K

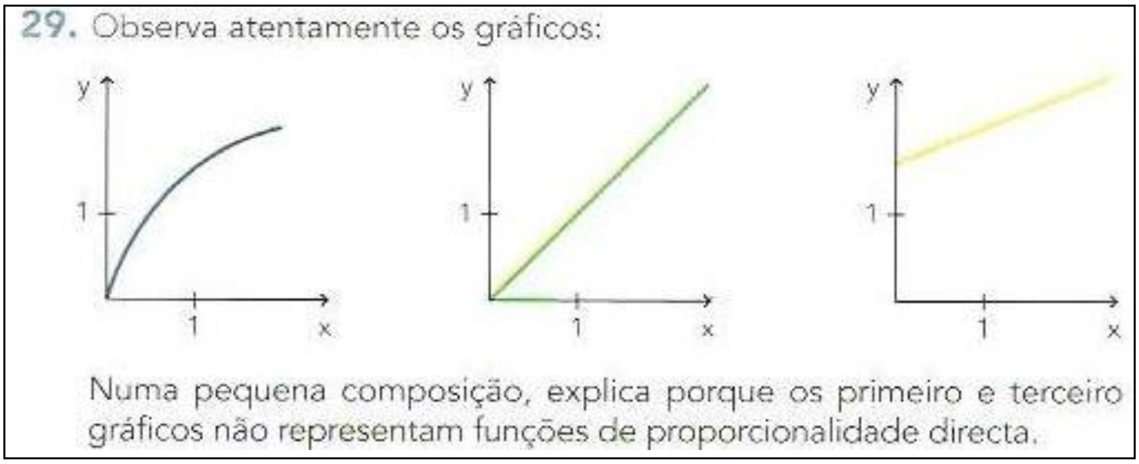


Figura 13 - A questão do manual

Júlia: Agora, página 62, número 1, o exercício 29. Tá escrito. Meninos, eu quero Cristina no primeiro. Toda a gente já tem o exercício? Observem atentamente os gráficos. Numa pequena composição explica porque o primeiro não é proporcionalidade directa. Cristina por que que o primeiro não é proporcionalidade directa?
A12: Por que não é uma recta.
Júlia: Por que não é uma recta, vocês concordam?
ALS: Sim.
Júlia: Agora Márcia Costa, por que que o primeiro não é proporcionalidade directa?
A13: Porque passa na origem do referencial.
Júlia: Porque passa na origem do referencial. Porque passa na origem do referencial, precisamente, sempre que é proporcionalidade directa tem que ser uma recta e tem que passar na origem, certo?
ALS: Certo.

[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

Júlia pede aos alunos para escreverem uma pequena composição, explicando, por escrito, a sua resposta à questão. Deste modo, também usa a comunicação escrita, usando a língua materna, na sua aula. A aluna A12 apresenta uma resposta incompleta, mas a candidata a professora não explora esse facto. Pelo contrário, pede a confirmação dos restantes alunos, que corroboram a resposta da sua colega. Júlia volta a não tirar partido da situação e pergunta, ela própria a outra aluna (A13) qual a resposta correcta. A aluna dá uma resposta errada. Neste caso, Júlia passa adiante e dá a resposta correcta não explorando este erro.

De seguida, apresento dois episódios, que trazem estas características da prática de comunicação de Júlia em relação ao erro dos alunos. No primeiro episódio, ocorrido na terceira aula, a candidata a professora interage verbalmente com um aluno sobre o conceito de rectas paralelas, quando se referiam às prateleiras da estante (Figura 13), como mostra o Episódio L:

Episódio L

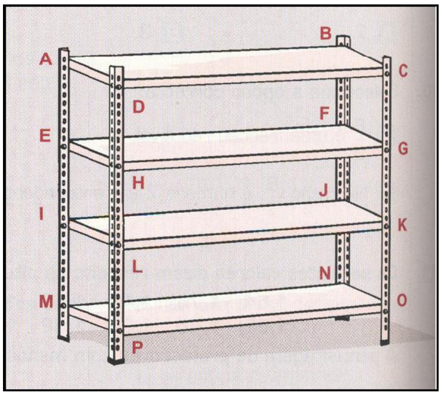


Figura14 - Estante da questão 2 da Ficha de Revisões

Júlia: Próxima questão, exercício 2. Então eu tenho aqui, o Paulo, para ordenar a sua colecção de livros resolveu colocar em sua casa uma estante em metal igual à da figura. Então vamos cá ver uma recta paralela a esta aqui.
A5: Eu sei.
Júlia: Pedro quer vir aqui?
A5: Mas eu quero fazer a outra.
Júlia: Venha cá.
A5: Tá bem. [o aluno aponta as rectas paralelas da figura do retroprojector].
Júlia: Onde é que tá a FG? [o aluno aponta na figura do retroprojector]. Toda a gente tá a ver o FG? Toda agente localizou a FG no desenho?
ALS: Sim.
Júlia: Ô Pedro há uma recta paralela a FG? EH [o aluno aponta na figura do retroprojector]. Toda a gente concorda?
ALS: Sim.
Júlia: Por exemplo, MP, MP.
A5: MP. Não é paralela.
Júlia: Não é paralela a quê?
A5: É coplanar.
Júlia: É coplanar, é? Eu posso imaginar o plano que passa aqui.
A5: Ah, então é paralela. Mas este plano nunca existia, só aqui [o aluno aponta para as prateleiras].

Júlia: Não, Pedro. Os planos são infinitos e existem sempre.
A5: Como pode? Aqui o plano acaba.
Júlia: Dá pra imaginar um que passa aqui.
A5: todos?
Júlia: Há infinitos planos. Meninos isto é importante!! Um plano não tem que ser uma tábua ou uma folha de papel, eu o imagino a passar por vários pontos. Eu posso imaginar quando passa aqui.
A5: Então neste caso todos esses são paralelos?
Júlia: Exactamente. Esses quatro são paralelos.
A5: Todos esses que estão na horizontal são paralelos?
Júlia: Sim. Exactamente. Vamos me dizer outra recta paralela a FG.
A27: JK.
Júlia: JK vocês concordam?
ALS: Sim.
Júlia: Outra recta, Lucas, paralela a FG.
A3: A FG? JK.
Júlia: JK a colega acabou de dizer, eu quero outra.
A3: BC.
Júlia: BC, toda a gente concorda?
ALS: Sim.

[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

O aluno respondeu, erroneamente, que a recta MP não é paralela, mas coplanar a FG. No entanto, Júlia não aproveita este erro para fazê-lo reflectir que, se MP fosse coplanar a FG, isso seria uma condição necessária para esta recta ser paralela a FG. Também podemos inferir desta situação que, como o aluno não via o plano oblíquo, estava se referindo aqui à recta EH e, por isso, disse coplanar. Da reflexão escrita da candidata a professora sobre este episódio, podemos depreender que sua previsão sobre as respostas dos alunos à sua questão se confirmaram:

> Para corrigir um exercício sobre posições relativas de rectas chamei um aluno ao quadro. Aquele exercício pedia que os alunos seleccionassem rectas paralelas entre si que passassem por pontos contidos numa estante com algumas prateleiras e eu estava à espera que os alunos dessem todos os mesmos exemplos de rectas, não considerando rectas que estavam em planos oblíquos. O aluno que eu chamei ao quadro fez exactamente aquilo que eu estava à espera que fizesse: deu-me um exemplo de duas rectas paralelas contidas num plano horizontal. Decidi pedir vários exemplos de rectas paralelas sempre à espera que ele referisse rectas contidas em planos oblíquos, mas tal não aconteceu. [REA3J, 25/02/2008]

Como ela indica, ao mudar a questão, no entanto, as respostas dos alunos não se coadunam com as suas expectativas. Os exemplos pedidos por Júlia não contribuíram para os alunos visualizarem os planos oblíquos.

Ao pedido de Júlia de outra recta paralela a FG, os alunos respondem com JK e BC. Não surgiram como resposta AD ou IL, rectas também paralelas mas em planos oblíquos, nem a candidata a professora estimulou o surgimento de tais respostas, embora, desde a preparação da aula, tivesse previsto a sua ocorrência. Quando a questionei sobre a interacção que se desenvolveu no episódio acima, ela sublinha algumas dificuldades específicas que puderam ser identificadas neste momento:

> Eu entendo a dificuldade deles. Eles não concebem a ideia de algo transparente e infinito. Não é? É algo que tá aqui, aquilo baralha. Portanto, eles associam sempre, a ideia a face de um cubo está em um plano. A face não é o plano, mas para simplificação de linguagem, se calhar saem algumas vezes o plano ABCD e, portanto, a face, não o plano. Portanto, eles acham, a ideia deles é que o plano são coisas finitas. (…) Exactamente, uma tábua, uma folha de papel, um quadro. Eles não entendem que o plano é algo infinito que passa por ali. (…) É. A explicação deles dá pra perceber que não há plano, porque não há prateleira nenhuma ali. As prateleiras tão todas assim. Não há plano e não há prateleiras. Foi isso que eu percebi. Portanto, o que eu expliquei é que tá cá um plano. Eu acho que expliquei mau também. [EC3J, 25 /02/08]

No depoimento de Júlia podemos identificar uma postura de compreensão das dificuldades do aluno na comunicação do significado do conceito de “recta paralela.

Noutro momento, a candidata a professora analisou mais esta interacção e também considerou que houve limitações de sua parte:

> Eu devia ter desenvolvido mais, devia ter perguntado mais por que. Eu percebi, portanto, eu pedi pra vir ao quadro, pra ser ele a explicar aos colegas. Acabou por não ser muito, me deu um exemplo de uma recta paralela e depois eu dei. Aí era não sei quantas e ele disse aquilo que eu tava à espera, não é paralela. Como não tava na mesma prateleira, passou muito aquela ideia que os planos têm que estar nas prateleiras. Tem que ser horizontais e se for assim oblíquos, tem que tá ali uma prateleira. Eles não têm a ideia de serem infinitos e imaginários. (…) Essa parte eu devia ter desenvolvido mais. Não é? Então não é por que? Eu devia ter feito com que eles chegassem ao plano que eu indiquei, que é o plano que parte oblíquo. Eu falhei um bocadinho, eu devia ter puxado mais por ele, ao ponto de ser ele a explicar, de ser ele a chegar à conclusão que sim, senhora, afinal há mais planos do que aqueles que se podem ver, há mais planos do que há prateleiras. Mas ouve alguma comunicação. [C2A3J, 22/04/2008]

De facto, nesta reflexão Júlia afirma que precisa de encorajar os alunos a exteriorizar os seus conhecimentos. No entanto, como ela mesma afirma, tal não ocorreu. Mostra-se, portanto, muito exigente consigo mesma.

Noutro momento de interacção com os alunos, assim como em momentos anteriores, Júlia confirmou que o aluno disse o que ela esperava dele:

> Sim. Mas aquele aluno é muito inteligente, ele percebe as coisas e depois gosta de tá ali a perguntar, a perguntar, ele percebeu, mas gosta de estar a levar até o limite pra ver se há algum erro, alguma falha pelo caminho. Eu percebo que ele entende à partida, mas gosta de estar ali a explorar, a explorar. Portanto, eu tenho certeza que ele entendeu que sim, que há mais prateleiras, há mais planos do que as prateleiras. Se calhar ele entendeu, só que não deixa de ser novidade, então põe em causa. Eu devia ter puxado um bocadinho mais, devia ter …[EC3J, 25 /02/08]

Este conhecimento do aluno, revelado quando Júlia refere conhecer o aluno, que ele compreendeu, mas põe em causa, é integrante de seu conhecimento didáctico de Matemática. Através dele, a candidata a professora ajusta a sua prática, permitindo uma melhor aproximação ao conceito. No entanto, a candidata a professora não aproveitou este conhecimento para explorar, nas interacções verbais com os alunos, propiciando que eles apresentassem estes planos nas suas respostas. Esta limitação reforça o que diz, em relação a estas interacções, quando sublinha que estas ficaram aquém das suas expectativas no que refere à visualização dos planos oblíquos e rectas paralelas:

> Sim, depois eu ia pedir que outros alunos dessem exemplos de rectas paralelas e eles deram exemplos de rectas paralelas que estavam no mesmo plano visível, não era? Eu tava à espera que eles dessem exemplos mais, de rectas que estivessem em planos que não estivessem na mesma prateleira. Eu estava à espera desses exemplos, que não deram, deram só exemplos daqueles mais comuns. Portanto, eu fiquei com a sensação que se calhar não ficaram muito convencidos que há rectas paralelas em planos oblíquos, que não se vêm. [C2A3J, 22/04/2008]

Quando Júlia reflecte sobre esta interacção após o estágio, apresenta mais elementos que confirmam a dificuldade dos alunos em visualizar os planos, nomeadamente os planos oblíquos:

> E eu dei o exemplo de uma outra recta que não era evidente [pois também estava em um plano oblíquo]. Que eu calculava que não fosse evidente para eles. Eu queria é que ele, ele e os outros todos, percebessem que aquelas duas rectas, embora não 'tivessem no mesmo

> plano horizontal, como estavam no mesmo plano oblíquo, também eram paralelas. Portanto a interacção serviu para estarmos ali a discutir… Porque é que estas duas rectas também poderiam ser. O exemplo de recta paralela porque é que também poderia ser uma recta oblíqua… [EAEJ, 27/01/2009]

A visualização dos planos foi um obstáculo à compreensão dos alunos, como a candidata a professora sublinha. Ela queria que os alunos superassem este obstáculo, visualizando os planos, mas eles não conseguiram. Ficaram apenas vendo os objectos materiais, representados no desenho da estante:

> O obstáculo foi o desenho em si, porque, acho eu, que nestas idades eles conseguem perceber que uma mesa está num plano, uma prateleira está num plano e por aí fora. Mas um plano oblíquo que não contém prateleira nenhuma… Se calhar para eles é mais difícil imaginar um plano que não tenha nenhuma prateleira, nem nenhuma parede, nem nenhum quadro, que também é um plano. Que não tem que ser um plano evidente. (…) Portanto, eu queria ultrapassar essa barreira daquilo que se consegue ver, para aquilo que realmente é [o objecto matemático]. [EAEJ, 27/01/2009]

Júlia sublinha que podia ter falado mais nos planos oblíquos "Se calhar eu devia ter estado mais tempo a falar do… dos planos, humm, que não fazem nem parte da prateleira, nem parte dos ferros, do exercício em particular" [EAEJ, 27/01/2009]. A candidata a professora dá um exemplo de um material que poderia ter levado para esta aula, a fim de contribuir com a superação da dificuldade dos alunos com a visualização dos planos:

> Podia, por exemplo, podia ter levado para esta aula um paralelepípedo transparente e por uma folha de papel, por exemplo, a ir da, de uma aresta à outra aresta oposta e formar ali um plano oblíquo, por exemplo. Podia-se perceber que aquelas duas rectas são paralelas, são coplanares e que são paralelas. [EAEJ, 27/01/2009]

Os alunos não visualizaram os planos oblíquos. Transferiram para o objecto material, no caso a estante, desenhada na tarefa, as propriedades do objecto matemático, no caso o plano. Em relação a esta problemática, presente na terceira aula, Júlia apresenta uma ideia na Entrevista Após o Estágio, que visa superar esta dificuldade de visualização e compreensão da natureza dos objectos matemáticos, ao trazer para a aula, materiais manipuláveis: um paralelepípedo e uma folha de papel. Ao apresentar esta ideia, revela mais sobre seu conhecimento didáctico de Matemática – o uso de materiais, neste caso, materiais manipuláveis. No entanto, tal ideia de Júlia pode não ser muito útil uma vez que não há nenhuma garantia que os alunos irão ver, neste material, as mesmas relações que ela.

A explicação dos alunos

Um outro aspecto da prática de explicação de Júlia, refere-se à explicação dos alunos, muito estimulada por ela e valorizada, também, em suas concepções. A este respeito afirma na primeira entrevista:

> A comunicação é com a turma toda. Não sou eu que estou a dar a matéria e os alunos a ouvir. Eu adoro ver na sala da aula todo mundo explicarem uns aos outros é a parte que eu mais gosto, em que mais sinto é a comunicação. Normalmente o que há em algumas aulas sou eu a falar e os alunos a ouvir, aí não há comunicação, há uma comunicação que não é favorável à aprendizagem. Enquanto que são os alunos que têm uma dúvida e outro que vai explicar e o outro, ‘não mais eu acho que é assim’ e vão todos comunicando, vão apresentando os pontos de vista deles, aí eu acho que a comunicação funciona bem. Aquela aula que eu falei há pouco das funções, foi uma aula em que eles entenderam realmente o conceito de função e comunicaram entre eles, foi giríssimo, quando eles me chamavam e tinham uma dúvida e que chegava lá e perguntava: então já discutiram uns com os outros? ‘Ah não! Ele não me deixa ler o livro!’ Só quando vocês lerem tudo e falarem uns com os outros é que eu vou aí. Mas às vezes eu já nem precisava eu ir lá. Eles já tinham falado uns com os outros e esclarecido uns aos outros. [E1J, 29/01/2008]

Podemos inferir do extracto precedente, que a comunicação, para a candidata a professora, abrange a turma por inteiro. Para isto, Júlia fomenta as explicações dos alunos e as considera auspiciosas à aprendizagem destes. A intervenção da candidata a professora só ocorre após as explicações entre os alunos se exaurirem. Para além disso, a explicação dos alunos, na referida aula foi uma estratégia de aprendizagem, e pode ser interpretada como uma regra de contrato didáctico. Neste sentido, quando passamos a analisar aspectos normativos de discussões matemáticas nas aulas da candidata a professora, pudemos identificar, em seu discurso, a valorização da participação dos alunos na construção do que é considerado uma justificação matematicamente válida, o que pode ser interpretado como uma regra de contrato didáctico,. Essa construção é referida no discurso da candidata a professora, do seguinte modo:

> Construir a justificação, acho que fi-lo sempre com a participação dos alunos. Desde a primeira aula de função, que tu não gravaste, foi só eles a lerem, a primeira aula eles leram as páginas do livro que explicava o que

> era uma função e depois todos os grupos tinham que explicar uns aos outros. Essa aula foi muito gira, essa aula foi muito gira, tinha sido uma boa aula pra ti [refere-se à investigadora], foi só comunicação entre os alunos. [C1A1J, 22/04/2008]

Em outro momento, durante a terceira aula que observei, dois alunos interagem verbalmente sobre a validade da nomenclatura usada para objectos e imagens nas funções, como podemos ver no diálogo:

Episódio M

A5: Então se tivesse os objectos com nome e as imagens sem nome, por exemplo, batatas, laranjas e não sei que mais, se não tivesse nome, então não era função.
A21: Era!
ALS: [falam ao mesmo tempo, está inaudível].
Júlia: Meninos, nós estamos aqui a desviar do objectivo. Se eu quiser, Pedro, fazer um referencial com batatas, laranjas e não sei quê, não vou usar o referencial que tá aqui, há outras formas melhores de fazer essa representação.

[Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]

No episódio precedente, identificamos a dúvida dos alunos referente à notação matemática utilizada e a ideia de função que esta representa, e percebemos que ocorreu o mesmo problema didáctico no episódio C, durante a segunda aula, referente à notação usada para representar a imagem da função. O problema era encontrar a imagem da função $g(x) = 2{,}5x$, quando $x = -5$. Júlia sublinha a necessidade de usar a representação adequada e, ao corrigir o aluno, sublinha a necessidade de uma justificação matematicamente aceitável, em suas aulas, para esta representação envolver o uso dos símbolos e da linguagem própria da Matemática institucionalizada.

A explicação dos alunos emerge em outra interacção. Na quinta questão, da quarta aula, Júlia e os alunos referem-se, em seu discurso, a um problema (Figura 14) de encontrar um lugar geométrico, cuja resolução requeria o uso dos materiais de desenho geométrico, para encontrar as medidas precisas. Esta exigência do uso de materiais de desenho geométrico pode ser considerada uma regra explícita de contrato didáctico. A necessidade de utilização dos materiais de desenho geométrico foi sublinhada, no discurso da candidata a professora: "Não, não! Isso é aldrabice! Matematicamente, isso é aldrabice. [Usar o caderno para fazer a recta] É pra fazer os desenhos com régua e compasso. (…) [Aula 4 de Júlia, 31/03/2008].

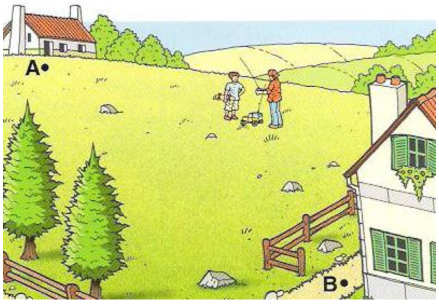


Figura 15 - Problema da questão 5 da Ficha de Trabalho

No decorrer dessas interacções, podemos perceber que a resolução desta questão, respondeu a uma indagação de um dos alunos, em uma questão anterior, na qual este queria saber se só havia lugares geométricos em forma circular.

Episódio N

A6: Ô stora, então todos os lugares geométricos têm forma circular.
Júlia: Ainda não, só esses três, a seguir vamos ver outro aspecto e amanhã vamos mostrar outros, que têm outros aspectos …

[Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]

Em seu discurso, Júlia anuncia que, além da circunferência, do círculo e da coroa circular, os três lugares geométricos estudados até aquele momento e que possuem forma circular, naquela aula e nas seguintes, os alunos iriam conhecer um lugar geométrico com outra forma. No episódio seguinte, encontramos o problema que propiciaria este conhecimento aos aluno e sobre o qual se desenvolvem as interacções verbais, nomeadamente as explicações dos alunos.

Episódio O-Parte 1

A21: Dois amigos brincam todas as tardes no campo, … Perto das suas casas. Tente descobrir um ponto que esteja a igual distância de uma das casas. Cada dia descobrem um ponto nestas condições. Faz como eles e vê se descobre alguns pontos que estejam a igual distância das suas casas. As duas casas estão representadas pelos pontos A e B.

Júlia: Está toda a gente a ver os pontos A e B?
ALS: Sim.
Júlia: [A CPM escreve no quadro e explica] Portanto, eu vou por aqui o A e o B. Sugestões, Andreia Silva. Andreia Silva, só uma. Quero todos os grupos a pensar. Meninos, Andreia Silva, toda a gente a pensar, toda a gente a pensar. Meninos, isto aqui é assim, aqui é a casa de um, aqui é a casa do outro, eles brincam, brincam, …depois os dois a andarem a mesma distância da casa do
outro, eles vão pra um determinado sítio, que está mesmo a meio. Como é que eu encontro meio? Já respondeu aqui a Olga, eu quero ouvir a Olga.
A12: Eu uso uma régua.
Júlia: Uma régua vá. O que é que vais fazer com a régua? [os alunos estão fazendo barulho] Eu quero ouvir o que é se faz com a régua! [a CPM pega uma régua grande e vai ao quadro].
ALS: Eu pego a régua e vou dividir por 2.
Júlia: Então vá, toda a gente a medir a distância. Portanto, a distância, meninos, a distância A e B, meninos, a distância A e B são 5 cm. E agora, o que eu faço?
A6: Agora divide por 2.
Júlia: Divide por 2.
A6: 2,5.
Júlia: Pra quê me interessa o 2,5, pra quê fiz essas contas?
A6: Agora vai em direcção ao outro ponto, 2,5 e vai as duas casas.
Júlia: Portanto, a pergunta dizia, posso ler?
ALS: Pode.
Júlia: E descobre alguns pontos. [os alunos falam ao mesmo tempo] Clara e Jorge.
A16: De A para B.
Júlia: De A para B, portanto, eu vou traçar o segmento AB, é isso?
A16: Pode ser. …Não! No ponto médio.
[continua]

As explicações dos alunos, até este momento do episódio, são processuais, isto é, descrevem o que deve ser feito para a resolver o problema e os instrumentos de desenho geométrico necessários para isto. Estes procedimentos identificados nas explicações dos alunos indicam, em princípio, como usar a régua para construir a mediatriz. De seguida, indicam o rumo que é preciso tomar para ficar a 2,5 de ambas as casas, isto é, no ponto médio do segmento AB. No entanto, os alunos não dizem, até este momento, tratar-se do ponto médio.

Nesta segunda parte do episódio, ainda identificamos explicações processuais, no entanto, com o encontro do ponto médio, estas explicações passam a ter outras características.

Episódio O-Parte 2

A6: No ponto médio.
Júlia: [A candidata a professora de Matemática desenha no quadro] No ponto médio, boa! E o que é que eu faço agora?
A16: Agora traça o …
A6: Tá a 90º de, não, não! 5 cm a partir de um dos pontos.
Júlia: Assim? [a candidata a professora de Matemática desenha e aponta para a figura. Os alunos falam ao mesmo tempo] Posso falar? Com o olho …
A6: Com o esquadro.
Júlia: Com o esquadro. Meninos, meninos, não tem transferidor, só tem régua e compasso, diz.
A22: Desenha um quadrado, mete o compasso [os alunos falam ao mesmo tempo].
Júlia: Abre mais no meio o compasso, faz então um arco [o giz saiu da ponta do compasso] se não tem giz não escreve…Mais no meio, Pedro é a única forma …
A6: Capiche.
Júlia: E agora na mesma altura, certo? [a candidata a professora de Matemática desenhou no quadro com o compasso] E agora? E agora unimos as pontas. E pra desenhar vai ter que passar aqui, …vamos fingir que isto passa aqui, tá bem? Meninos, esta sim, meninos, tenha a certeza que esta recta é perpendicular a esta aqui, que passa no ponto médio. Só assim, Pedro, com o esquadro.
A6: Com os cadernos.
Júlia: Não, não! Isso é audrabice! Matematicamente, isso é audrabice. É pra fazer os desenhos com régua e compasso.
A6: Mas assim é mais rápido.
Júlia: Meninos, pra quê que eu desenhei isso, quando o problema dizia, acabou! Meninos, já chega! É mesmo já chega. Vamos lá ver, por que que nós desenhamos esta recta pra um lado e pra o outro, quando daquele lado só tinha alguns pontos que estavam a igual distância do A e do B, Frederico?
A16: Todos os pontos que estão contidos nesse segmento de recta estão à mesma distância do ponto A …
Júlia: O segmento de recta é este? [a candidata a professora mostra no quadro].
A16: Não, o outro.
Júlia: O outro não se chama segmento de recta. O outro, como é que chama? Recta. Portanto, todos os pontos que estão nesta recta, o que é que têm esses pontos?
A6: Tão todos [os pontos] à mesma distância do ponto A e do ponto B.
Júlia: Aqui está uma recta.
A6: Não tem fim.

Júlia: Meninos, pra vocês verem que é bem possível encontrar uma propriedade comum a todos os pontos de uma recta. Acabaram de fazer. Portanto, descobrimos uma recta que é um lugar geométrico. Como chamamos essa recta?
A6: Conjunto de pontos.
Júlia: Mediatriz do segmento AB. Mediatriz, a Mediatriz do segmento o que é que faz? É a recta perpendicular ao segmento, passando pelo ponto médio. Vamos lá, toda a gente. Toda a gente a escrever. No vosso caderno, Mediatriz do segmento AB, meninos. Toda a gente a escrever no vosso caderno. Mediatriz [os alunos estão fazendo barulho], meninos, vocês trabalharem, meninos! Nunca mais façam esse tipo de chantagem comigo! Vocês trabalham por trabalhar, trabalham por saber, certo? Ninguém trabalha na aula de Matemática pra não ter um c, vocês têm o c, trabalha na mesma. Ó meninos vá. Mediatriz do segmento AB [Júlia anotou no quadro no lugar das anotações referentes à disciplina e depois volta a escrever sobre o tema da aula] do segmento AB é o lugar geométrico dos pontos que estão à mesma distância …
A6: Que também pode ser a 2 centímetros e meio.
Júlia: Ó querido, isso é um ponto, não é uma recta. Eu quero a mediatriz do segmento o que é que vai ser? A mediatriz de um segmento, a mediatriz é uma recta constituída por infinitos pontos. O que é que é esses pontos? Todos esses pontos na mesma recta, estão a uma mesma distância de A como de B. Se eu pegar neste pontinho aqui, vou medir a distância do A ao B, já não é 2,5. É uma distância qualquer, mas que é igual à distância ao B. portanto, Mediatriz do segmento AB é o lugar geométrico dos pontos que estão à mesma distância de A e de B. Podemos escrever que é a recta perpendicular ao segmento AB e passa no ponto médio do segmento, certo?
ALS: Certo.
Júlia: Portanto, posso escrever isso também: é a recta perpendicular, não basta ser perpendicular, perpendicular há muitas, tem que ser perpendicular e passar neste ponto. Portanto, perpendicular a AB e passa por ponto médio do segmento. [Júlia apaga o quadro] Agora meninos, vamos saltar a c 17 …

[Aula 4 de Júlia, 31/03/2008]

Antes de voltar a se referir ao conceito estudado, neste momento da aula, as interacções verbais entre Júlia e os alunos referem-se aos materiais de desenho geométrico exigidos pela candidata a professora, na resolução do problema. Diante de um aluno que não queria usar estes materiais, as interacções verbais entre Júlia e os alunos começam com ela sublinhando, mais uma vez, a regra de contrato didáctico referente à necessidade do uso destes materiais.

As interacções verbais seguintes chegam a uma explicação do aluno A6, que caracteriza este lugar geométrico. Aqui, as explicações dos alunos, que até então eram processuais passam a descrever a acção sobre um objecto matemático. A primeira acção dos alunos sobre este objecto matemático, nesta segunda fase do episódio era, inicialmente, construir a mediatriz sem o uso dos materiais de desenho geométrico, o que foi recusado por Júlia. Depois os alunos explicam o que caracteriza este objecto. Júlia refere então tratar-se de uma recta que é um lugar geométrico.

Ao encontrar a mediatriz, como resolução do problema, Júlia e os alunos deparam-se com um lugar geométrico que é uma recta. Com isso, os alunos têm a oportunidade de conhecer mais um lugar geométrico que não possui forma circular, o que responde à pergunta de um aluno curioso sobre as formas dos lugares geométricos.

De seguida, estas interacções verbais são interrompidas por Júlia, e ela passa a usar a comunicação oral para regular o trabalho na aula. Consoante o que ocorreu em outras aulas dela que observei, em seu discurso para regular, a candidata a professora afirma usar o c, a falta de comportamento, para aqueles alunos que estão apresentando uma participação perturbadora e cujos nomes escreve no canto superior do quadro.

Após a regulação do trabalho na aula, as interacções verbais voltam a referir-se ao conhecimento matemático. Assim, o aluno A6 indica que o ponto médio "também pode ser a 2 centímetros e meio" quando Júlia enunciava, em seu discurso o que caracteriza a mediatriz do segmento AB.

Júlia valoriza o modo de questionar de uma de suas professoras do 4.º ano:

> Depois a professora Isabel tem uma forma muito característica de dar aulas, que eu adorei, eu adorei as aulas dela, adorei aquelas aulas. Porque a professora Isabel, nós estamos com uma ideia errada e ela deixa levar a ideia errada até o fim. Depois chega lá ao fim ela faz uma pergunta e põe em causa tudo aquilo que nós acabamos de dizer e nós próprios percebemos. [E1J, 29/01/2008]

Por outro lado, Júlia critica o modo de promover a explicação de seus professores das disciplinas de Matemática "(…) [São] as aulas teóricas, em que o professor dá uma aula no quadro, no anfiteatro, a explicar a matéria, depois uma hora e meia em que nós vamos fazer exercícios. (…) [E1J, 29/01/2008] No entanto, a candidata a professora ainda não incorporou este modo de questionar que valoriza, com maior frequência à sua prática de comunicação.

Deste modo, Júlia ajusta a sua prática de explicação, propiciando aos alunos que participam de suas aulas, que façam uso da comunicação oral, respondendo, questionando e explicando. Estas respostas, questionamentos e explicações podem ser feitos a ela e aos outros alunos. A candidata a professora também interrompe sua explicação, para referir-se à avaliação do comportamento, quando estes não compreendiam o significado desta avaliação.

Em sua reflexão escrita sobre a primeira e segunda aula, encontramos referência de Júlia à explicação dos alunos. Na primeira aula, este tipo de explicação, muito valorizado pela candidata a professora, aparece inicialmente relacionado à regulação da comunicação:

> Nesta altura, muitos eram os alunos que estavam a falar, uns queixavam-se que não conseguiam perceber [o exercício da Figura 5.8], outros estavam a tentar explicar aos colegas. Para acabar com aquela confusão pedi a um dos alunos para explicar aos colegas como tinha raciocinado para começar a perceber. [REA1J, 8/ 02/2008]

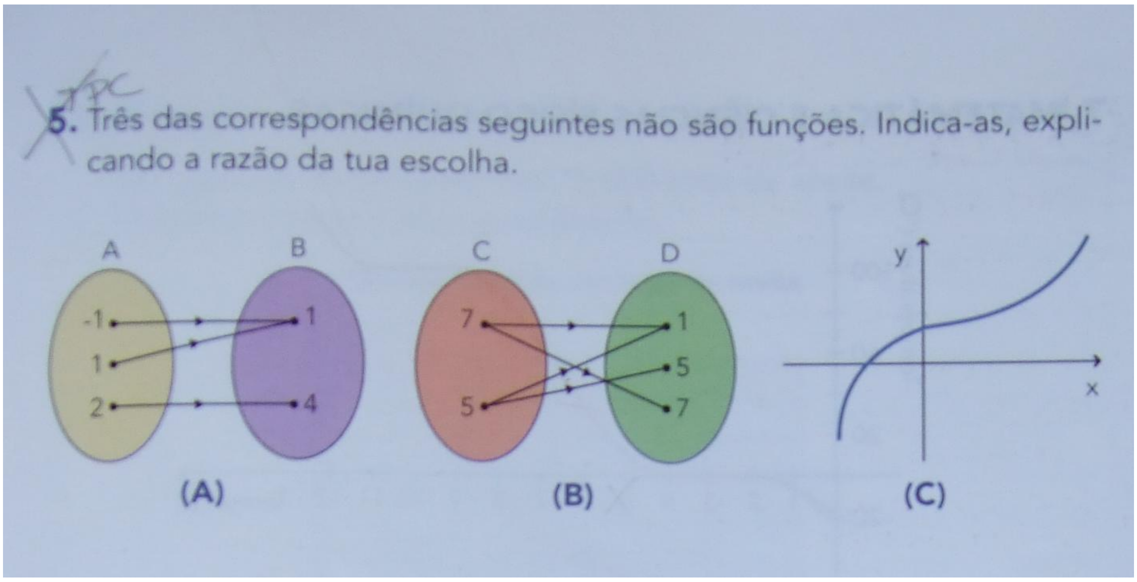


Figura 16 - Exercício do manual

No entanto, como a própria Júlia afirma, muitos alunos não estavam percebendo a explicação dela, referente à resolução de um exercício do manual. Por isso, a explicação dos alunos transcende o aspecto regulador, como sublinha:

> Esse aluno usou a mesma justificação que eu tinha dado no final da aula passada. Fiquei de mãos e pés atados, pois estava à espera que ele tivesse encontrado outro caminho, pois como alguns colegas não tinham percebido essa minha justificação, iam continuar sem perceber. Além disso, eu própria, não encontrava outra forma para explicar como se vê se uma correspondência representada num referencial cartesiano é ou não função e estava à espera que os próprios alunos encontrassem outras maneiras de explicar. Pedi colaborações de outros alunos, mas todos aqueles que estavam a perceber, conseguiram-no através da minha explicação. [REA1J, 8/ 02/2008]

Diante desta dificuldade de compreensão dos alunos, e da insuficiência da explicação destes para dirimir esta dificuldade, a candidata a professora retoma ela própria a explicação:

> Foi, então, que manipulei a questão e em vez de falar em rectas, disse que apenas tinham de ir ao eixo do *xx* verificar se cada valor deste eixo se fazia corresponder a um só valor no eixo do *yy*. Nesta altura ouvi alguns alunos a fazerem aquele sonoro *Ahhh!*, mas desta vez aquele *Ahhh!* Não me convenceu. Embora tivesse ficado com a certeza que nesta aula havia mais alunos a perceber esta questão do que na aula passada, continuava com a sensação que ainda havia alunos na turma que continuavam sem perceber. Segui com a aula, mas sempre com uma ideia em mente: 'assim que puder volto a este problema. [REA1J, 8/02/2008]

A dificuldade dos alunos para compreender esta questão, chega, mais uma vez, a outra aula[1], na qual a explicação dos alunos também foi uma possibilidade utilizada por ela, para a superação desta dificuldade: "Expliquei da melhor maneira que consegui e se sentia que os alunos em questão continuavam com dúvidas, pedia aos colegas do grupo que tentassem ajudá-lo, explicando-lhes aquele conceito por outras palavras" [REA2J, 15/02/2008].

Para a resolução deste exercício, do mesmo modo que ocorreu como o problema da idade, o aluno necessita, em sua explicação, de um raciocínio diferente dos utilizados por ele, rotineiramente, até então. Isso acontece por o exercício pede para indicar a correspondência que "não" é função, ou seja, uma instrução negativa, e a utilização da língua materna, na comunicação escrita, para explicar a razão da escolha.

Ao referir-se à importância das interacções verbais para a compreensão do conceito de mediatriz, Júlia sublinha a importância da interpretação do enunciado e o facto de os alunos terem explicado o que é a mediatriz, mesmo sem nomeá-la. Demonstra, mais uma vez, valorizar essas explicações dos alunos:

> Porque, aquilo da casa [da Figura 5.8], eu a pedir sugestões, o que é que tínhamos de fazer, ele fingia, aliás a essa altura, eu fiz com que eles, melhorassem a comunicação matemática, porque eu tava, então o que é que eu faço? E eles, um pega na régua e que é que eu faço com a régua? Ponho na cabeça? Não é pra medir a distância entre A e B. Em que me interessa saber que a distância pra eles é 5 cm? Então agora divide por 2, tá bem, dá 2,5 e depois? O que é que isso me dá? Só dá o ponto médio. Não é? O ponto que está a 2,5 cm do A e do B é o ponto médio. Eu

[1] Nas reflexões escritas de Júlia, podemos perceber que é a terceira aula, na qual ainda há alunos que demonstram não compreender esta questão.

> marquei o ponto médio e depois voltei a ler a pergunta. Então mas a pergunta não pede um ponto, pede a distância. Então foi giríssimo eles começarem a fazer a mediatriz. Então é a recta perpendicular e eu tracei uma recta qualquer. Eu puxei particularmente nessa altura da aula, porque vi acontecer a comunicação matemática. Eu puxava e via-os a pensar. À medida que iam tentando explicar, eles próprios iam pensando na mediatriz, sem se aperceberem que estavam a pensar na mediatriz. Sem lhe dar um nome, mas estavam a pensar na mediatriz, porque é a única recta que …[tem aquela característica] [EC4J, 31/03/2008]

No discurso de Júlia, percebemos que ela considera ter contribuído para a comunicação oral dos alunos. Na primeira fase do episódio, eram explicações processuais. O que a candidata a professora diz, ao reflectir sobre sua prática, aponta este carácter processual das explicações dos alunos, que ela demonstra não satisfazer o que era preciso para a resolução do problema. Visando dar outro rumo às interacções verbais, a candidata a professora relê a pergunta do problema, o que propicia a emergência da segunda fase do episódio. No que tange a esta segunda fase, Júlia demonstra maior satisfação com as explicações dos alunos, uma vez que estas já não são processuais, mas descrevem uma acção sobre um objecto matemático, a mediatriz, mesmo sem nomeá-lo.

Sintetizando, Júlia ajusta de dois modos diferentes a sua prática de explicação às características de seus alunos. No primeiro, propicia aos alunos usarem a comunicação oral para participar da aula, através de perguntas, respostas e explicações a ela e aos outros alunos, o que propicia a participação no discurso matemático. A candidata a professora fomenta estas participações orais através das respostas, das confirmações, ou com mais questionamentos, respectivamente. No segundo, repreende os alunos e usa a avaliação do comportamento, uma vez que os alunos interrompem a sua explicação. A candidata a professora, referindo-se, em seu discurso, à avaliação [estavam fazendo a tarefa para não ter um c], [ver o episódio da mediatriz]. Repreende-os e usa a avaliação do comportamento.

Sintetizando, na prática de explicação de Júlia também emerge a explicação dos alunos, que ela estimula e valoriza nas suas concepções. Fomenta as explicações dos alunos e considera-as auspiciosas para a sua aprendizagem. A sua intervenção só ocorre após as explicações entre os alunos se exaurirem. A explicação dos alunos e o uso de materiais de desenho geométrico podem ser interpretados como regras de contrato didáctico. As explicações dos alunos são processuais ou descrevem uma acção sobre um objecto matemático. Quando passamos a analisar aspectos normativos das discussões matemáticas nas aulas da candidata a professora, podemos identificar, no seu discurso, a valorização da participação dos alunos na construção do que é considerado uma justificação matematicamente válida, o que pode ser interpretado como uma regra de contrato didáctico,

5.3. A influência das experiências no estágio sobre concepções e práticas de comunicação

Júlia, no 5.º ano, realiza seu estágio. É o primeiro ano que está leccionando em sala de aula. Concluído o ano, aponta as experiências que foram para si mais relevantes para a sua prática de comunicação. Quando se refere à actividade que contribuiu especificamente para o desenvolvimento de sua comunicação oral, na sala de aula, declara: "Ah! Sim. Humm, a tarefa das composições. Das funções. Aquela da banheira" [EAEJ, 27/01/2009]. Para Júlia, esta tarefa teve muita relevância. Afirma:

> Essa tarefa foi bastante importante porque eles tinham que… Era uma série de exercícios em que eles tinham um contexto e depois tinham que perceber qual o gráfico que melhor descrevia aquela situação especifica. E eles tinham que fazer uma composição sobre isso e depois lemos as composições em voz alta e não sei se a Kátia 'tava lá na sala. Acho que não. Foi na aula a seguir a esta. Nesta só fizemos um exercício. E essa aula foi bastante importante. Que foi, para cada exercício pedia aos grupos todos para participarem em cada exercício. Portanto, havia um exercício e todos os grupos diziam qual era o gráfico que achavam e depois explicavam, porque é que era aquele e não eram os outros. Essa aula foi muito interessante. Essa aula foi muito gira. [EAEJ, 27/01/2009]

De suas palavras podemos inferir que o modo como a tarefa foi trabalhada na prática lectiva propiciou aos alunos fazerem uso da comunicação em suas vertentes escrita e oral. A comunicação oral desenvolveu-se quando os alunos, em seus grupos, respondiam qual o gráfico correcto e por que não optaram pelos restantes gráficos. Além desta, a tarefa da introdução do conceito de função, realizada pelos alunos nos grupos, teve muita importância para o desenvolvimento de sua prática de comunicação: "Aquela também" [EAEJ, 27/01/2009].

No que tange à reflexão sobre a prática feita conjuntamente com a orientadora de estágio (a professora da escola) refere:

> Não eram bem reflexões, acho eu. Eram mais um balanço da semana. Nós todas as semanas, nem todas, mas algumas semanas reuníamo-nos às

> segundas e eu pedia para ela me dizer, fazer uma crítica aquilo que tinha acontecido. Sugestões para as minhas aulas. Apontar-me aquilo que eu fazia menos bem. Pronto, pedia sugestões para melhorar. Portanto, não eram bem reflexões da minha parte, eram quase mais um pedido de sugestões da parte dela. [EAEJ, 27/01/2009]

Segundo Júlia, com a orientadora de estágio não se faziam reflexões. Em suas reuniões, a orientadora de estágio dava-lhe sugestões, pedidas por ela, para aperfeiçoar alguns aspectos da sua prática lectiva. Por outro lado, as reflexões com as supervisoras da universidade (do Departamento de Matemática e do Departamento de Educação) eram por escrito, como afirma: “Nós reflectíamos por escrito. Estas reflexões que a Kátia tem…” [EAEJ, 27/01/2009].

Com a sua colega de estágio, Teresa, Júlia assinala ter feito reflexão ao fim de cada aula:

> Sim. Portanto, foi no capítulo das Funções em particular e no final de cada aula, humm… Portanto, eu e a minha colega fazíamos uma reflexão sobre a nossa própria aula e aí de facto… [EAEJ, 27/01/2009].

Júlia e Teresa também reflectiram sobre a comunicação nas suas aulas: “Sim. A interacção entre, entre os alunos. Este caso, humm sobre as funções. Sim, reflecti bastante sobre a comunicação” [EAEJ, 27/01/2009]. Neste sentido, sublinha que sua relação com a colega de estágio foi muito auspiciosa:

> Hugh, óptima. Eu e a Teresa, aliás, eu e a Teresa apoiámo-nos muito uma à outra durante o estágio. Imensas dúvidas que nós tínhamos. Como… Coisas especificas como dar aula, como vamos dar esta matéria, como é que vamos introduzir, como é que vamos fazer ficha. Nós fazíamos os materiais juntas. Fizemos… Trabalhámos imenso, humm, as duas juntas. Não foi nada individualismo. Nós juntávamo-nos as duas, todos os fins-de-semana. Passei todos os fins-de-semana na casa dela a preparar aulas. A fazermos as fichas, a corrigirmos os testes, a fazermos os testes. Debatíamos imenso. [EAEJ, 27/01/2009]

Com a professora do Departamento de Educação, também houve menção às interacções com os alunos:

> Das pedagógicas. A professora Marta foi assistir a uma série de aulas e correu muito bem. Quando a aula acabava ela reunia-se connosco e dizia… comentava aquilo que nós tínhamos feito. Comentava “isto fizeram assim, acho que fizeram bem. Deviam continuar a fazer este tipo de interacção com os alunos.” Depois outras vezes, outras coisas “sugiro que não vão por aí” e normalmente ela era muito certeira, porque eu

> acabava as aulas tinha perfeita consciência que havia coisas que eu não devia ter feito e outras que sim, ainda bem que fiz, porque correram bem. E ela tinha a mesma… Melhor, eu tinha a mesma consciência que ela. Era, era… Foi bom, correu bem. Fez-nos avançar muito. [EAEJ, 27/01/2009]

No decorrer desta mudança de concepção, a reflexão sobre a prática, registada por escrito nos portfolios, constitui-se num importante instrumento, consoante Júlia afirmou na secção da formação inicial.

Síntese

Apresentação. Júlia desde criança que pensa em ser professora. Separa a sua formação inicial em dois momentos: os três primeiros anos, em que cursou as disciplinas de Matemática Pura, e o 4.º ano, em que cursou as disciplinas educacionais. Inicia o estágio já muito identificada com o seu papel profissional, declarando sentir-se mais professora que aluna. O estágio significou para a candidata a professora o momento de pôr em prática as concepções sobre a comunicação nas aulas de Matemática que desenvolveu durante o 4.º ano do curso. Os elementos principais destas concepções são a clareza, a necessidade de preparação da aula, o uso de metáforas extramatemáticas e a modificação da explicação desenvolvida pelo professor se o aluno não a estiver compreendendo. Procura com entusiasmo explorar o trabalho em grupo, um modo de trabalho que só conheceu na sua formação inicial.

O uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas. No discurso de Júlia é bem nítido o modo como usa a comunicação para prevenir situações de indisciplina, tanto no trabalho em grupo como no trabalho em pares. Duas estratégias que se salientam são o convite frequente aos alunos calados para participarem oralmente da aula e o uso da avaliação do comportamento. Além disso, identificam-se palavras ou frases usadas para regular o trabalho nas aulas. Estas palavras ou frases podem ser agrupadas em dois aspectos centrais: a participação e o apelo à atenção. Procura ajustar a sua prática de comunicação às características dos alunos e usa palavras e frases reguladoras, dirigindo-se aos alunos calados e aos que falam apresentando uma participação perturbadora.

As concepções sobre explicação. Júlia valoriza muito a explicação do professor, que considera fundamental para a aprendizagem significativa do aluno. Para a candidata a professora as explicações precisam ser preparadas e claras.

As práticas de explicação. Na sua prática de explicação emergem aspectos do seu conhecimento didáctico de Matemática referentes ao conhecimento do processo instrucional – nos três momentos de planeamento, condução e avaliação final das suas aulas. O conhecimento do conteúdo, nas suas relações internas e na sua relação com outras ciências, desenvolve *explicações instrucionais* e *disciplinares*. Nas relações com outras disciplinas, a referente às Ciências Físicos-Químicas foi estabelecida numa das aulas observadas e em sua *explicação instrucional* usou uma analogia. No que tange às relações internas, relaciona a desigualdade triangular, relembrada pelos alunos, à resolução de um exercício com o teorema de Pitágoras. Trata-se de uma *explicação instrucional* e de uma *explicação disciplinar*, respectivamente. Relaciona a representação algébrica com a representação gráfica para explicar o significado do declive da recta, sendo esta uma *explicação instrucional*. Relaciona duas notações diferentes, y e $f(x)$ para representar a imagem de uma função. Esta é uma *explicação instrucional* desenvolvida em torno do metasistema notacional. O conhecimento dos alunos contribui para que ela desenvolva explicações que consideram algumas características da sua aprendizagem, nomeadamente que as ideias explicadas têm correspondente na realidade. Isto ocorre quando conecta sua explicação, no *problema da idade*, uma *explicação instrucional*, a características do crescimento de uma pessoa ao longo do tempo. O conhecimento do currículo também emerge nas explicações em que usou o teorema de Pitágoras e também, em certa medida, a desigualdade triangular. Júlia revela conhecimento sobre os processos de aprendizagem dos alunos. Neste sentido, tem sua reacção ao erro dos alunos de duas maneiras distintas. Na primeira, ela antecipa e explora o erro dos alunos. Permite-lhes interagir verbalmente a respeito da resposta da questão, o que os faz divergir entre eles, o que não é uma actuação muito comum dos alunos nas aulas de Matemática. Na segunda, diante de uma resposta errada, passa adiante, sem explorar o erro nela contido.

As explicações realizadas pelos alunos têm um lugar nas práticas de comunicação de Júlia. Estas explicações podem ser processuais ou descrever acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais. Nas explicações que descrevem procedimentos, os alunos, no seu discurso, não fazem referência explícita ao que significam os objectos matemáticos nem interpretam os resultados obtidos ao agirem sobre eles. Em contrapartida, nas explicações que descrevem acções sobre objectos matemáticos, ocorre esta referência explícita e clarificação do aluno. Durante as explicações dos alunos na resolução de um problema, uma regra de contrato didáctico diz respeito ao uso de materiais de desenho geométrico, de modo a clarificar a comunicação da compreensão das propriedades de uma figura. As regras de contrato didáctico visíveis nas suas aulas reportam-se ao que é uma solução diferente e ao que é uma justificação ou explicação matematicamente válida.

A influência das experiências no estágio sobre as concepções e as práticas de comunicação. Júlia, no seu período de estágio, assinala duas actividades relevantes para a sua prática de comunicação. A primeira, ocorreu na *tarefa da banheira*. Nesta tarefa, a comunicação emergiu em suas vertentes oral e escrita. Em sua vertente oral foi a explicação dos alunos nos grupos e em sua vertente escrita foi o desenvolvimento de uma composição. Além disso, a candidata a professora também refere a aula na qual os alunos, trabalhando nos grupos, introduziram o conceito de função. Com a orientadora de estágio, embora não fizesse reflexão sobre a prática, aquela dava-lhe sempre sugestões, por ela pedidas, para as suas aulas. Com a sua colega de estágio, no entanto, reflectia no final de cada aula. A comunicação também era objecto desta reflexão. Com a professora Marta do Departamento de Educação, também houve reflexão sobre as interacções com os alunos.

Capítulo 6

Luzia

Luzia é uma candidata a professora de Matemática com 25 anos. É alta, forte, branca, olhos castanhos e cabelos castanhos curtos e encaracolados. Possui uma personalidade calma e apresenta um discurso sintético. O seu interesse pelo ensino da Matemática ocorreu quando estava a frequentar a Licenciatura em Engenharia Electrotécnica:

> Primeiro, eu não optei pelo Ensino da Matemática. Eu ‘tava no [outro] curso e percebi que, que gostava de dar aulas. Então queria mudar, para o curso de primeiro ciclo. (…) Estava em Engenharia Electrotécnica. [E1L, 16/01/2009]

No decorrer desta Licenciatura, Luzia constatou que não sentia grande interesse pelo curso, ao contrário dos outros colegas, e, ao dar umas explicações aos sobrinhos de seu namorado, apercebeu-se que a docência da Matemática podia ser uma actividade com a qual se identificava. Decidiu mudar de curso:

> Via a dedicação dos meus colegas e via que a minha não era a mesma. Então o gosto, não era o mesmo. (…) Então eu preferi optar por outra coisa que gostasse mais. [Ela jamais pensou em ser professora] Não! Nunca! (…) Foi porque ajudava os meus sobrinhos a fazer o trabalho de casa e achava… “Eu até consigo explicar isto ao miúdo e tal… Se calhar é capaz de ser mais por aqui.” [Sorriso] [E1L, 16/01/2009]

6.1. A formação inicial

Luzia decide então mudar para um curso de formação de professores. O seu interesse era ser professora do 1.º ciclo do ensino básico. Mas, dadas as circunstâncias, acabou por se inscrever no curso de Matemática/Ciências:

> Só que cheguei na secretaria e disseram-me "Só há, quatro vagas e muita gente a querer inscrever-se". Então eu optei pela variante Matemática/Ciências, porque tinha duas vagas e, havia poucas pessoas a concorrerem. E podiam dar aulas na mesma ao primeiro ciclo. Então tive que fazer as cadeiras do primeiro ano por tutoria. Depois é que comecei a gostar mais. [E1L, 16/01/2009]

A variante Matemática/Ciências no princípio, não a deixa entusiasmada. O primeiro ano do curso foi feito por tutoria, uma vez que, quando ela se matriculou, as vagas estavam quase completas.

Actualmente, Luzia afirma que está satisfeita com o curso, como declara:

> Tou porque há vontade há muita dedicação e muito incentivo dos professores e, sinto que tou mesmo a aprender com eles. Quero aprender mais coisas e os professores respondem às minhas necessidades de conhecimento. (…) 'Tou satisfeita. [E1L,16/01/2009]

A candidata a professora sublinha que o trabalho desempenhado pelos professores do curso é um elemento fundamental para seu gosto e aprendizagem.

Indica, assim, a sua perspectiva sobre a sua formação inicial:

> Acho que [pausa], a formação inicial… É suficiente para se ser professor mas não é ideal. E, isso é uma coisa boa que os nossos professores têm. É que eles [os professores] dizem-nos mesmo isto. É suficiente, mas fazem-nos ver que há muitas coisas para aprender e que temos que aprender e temos que estudar. Quer seja a tirar mestrado, quer seja a nível de autodidacta, pessoal. Temos que aprender mais. [E1L, 16/01/2009]

A candidata a professora sublinha não estar segura que este período seja suficiente para o exercício da docência, uma vez que ao longo do curso há muito para aprender. Segundo Luzia, a sua opinião em relação à formação inicial é partilhada pelos seus professores. Na sua perspectiva, esta aprendizagem não se restringe a este momento da formação inicial, mas expande-se a outros cursos e momentos posteriores. Actualmente, exige-se dos professores uma variedade de conhecimentos, que precisam de ser actualizados continuamente. Esta necessidade de actualização torna a formação inicial, apenas, um primeiro passo para a aquisição destes conhecimentos.

Luzia dá ênfase a dois aspectos positivos da sua formação inicial:

> Os aspectos positivos? Hum… Quer dizer… Não sei muito bem dizer isto… Acho que é, sobretudo, a mentalidade aberta com que os professores nos deixaram, para … Explorar novos métodos, novas formas de ensinar. Eles não só nos dão uma maneira de ensinar, como nos deixam a mente aberta para experimentarmos outras coisas. E acho que isso é o aspecto mais positivo. É não nos dizerem "Aí, isto é assim, façam sempre assim". É "Para já isto resulta, mas tenham em atenção porque podem haver outras coisas… [E1L, 16/01/2009]

Para Luzia, os dois aspectos positivos consistem na existência de uma grande diversidade no modo como os professores leccionam e no facto dos seus professores do Departamento de Matemática permitirem que os alunos experimentem novas ideias.

Neste 4.º ano de sua formação inicial, Luzia sublinha o que sobressai da actuação dos seus professores:

> Há uma coisa… que me está a marcar muito… Este ano… Que é, todos os professores do Departamento de Matemática. Serem super protectores… (…) E super incentivadores e 'tão sempre lá para nós, para qualquer dificuldade. Mesmo que não estejam a ser nossos professores de alguma disciplina, estão sempre disponíveis para ajudar. Isso é, é que vai ficar [Sorriso]. [E1L,16/01/2009]

Deste discurso de Luzia pode perceber-se que, embora use o termo "protectores" para qualificar os seus professores de Matemática, na verdade não se trata de protecção, mas sim de dedicação, atenção e incentivo para com os alunos.

Luzia, no entanto, refere a existência dum aspecto negativo na sua formação inicial, ao apontar que ocorreram falhas na forma como a disciplina de Metodologia da Língua Portuguesa foi ministrada. Esta constatação constituiu uma decepção tanto para si como para os restantes colegas de curso:

> Para minha formação, para a minha formação inicial… É assim, tendo em consideração que eu vou ser professora do primeiro ciclo… O que eu ressalto é que, a nível de, de Língua Portuguesa, eu não sei nada. Achei que, que as disciplinas foram dadas de uma forma assim um bocado atabalhoada, não… (…) Não… Se me perguntarem assim "quais é que são os seus métodos para ensinar?". "Ah! Sei mais ou menos… Há o método das vinte e oito palavras. E o método natural.", "E como é que isso se faz?", "Não sei, não faço a mínima ideia" Não… Acho que não, que não estou preparada para ser professora de primeiro ciclo. Mas o meu curso tem… [esta disciplina]. "Mas a turma toda. Toda a gente… Aliás, toda a gente dizia que era disciplina para encher chouriços." [E1L,16/01/2009].

Diante desta lacuna na sua formação inicial, Luzia não se considera apta para leccionar no 1.º ciclo, uma vez que considera que não poderá exercer a sua actividade de professora de modo satisfatório, nomeadamente, na alfabetização de alunos. Embora, em princípio, a licenciatura que frequenta lhe permita ensinar neste ciclo e ela já tenha feito estágio, não se considera preparada:

> Não sinto isso e como lhe disse já fizemos estágios de 1.º ciclo… (…) É quase mais por obrigação. Só quando temos que planificar aulas de Matemática no 1.º ciclo é que achamos giro. É que dá para fazer as coisas assim… incentivar, ver como é que aquilo fica. O de Língua Portuguesa é mais ou menos "ok, tenho que dar isto", "tenho que fazer isto" e pronto, não há… [E1L, 16/01/2009]

Para Luzia, as disciplinas leccionadas ficaram aquém de suas expectativas, com excepção da Matemática e das Ciências. E entre estas duas disciplinas, as referentes à Matemática foram, para si, as melhores: "Sobretudo Matemática" [E1L,16/01/2009].

A escola onde Luzia realiza o estágio localiza-se nos arredores de Lisboa. A candidata a professora relaciona-se com maior frequência com a professora cooperante Simone e com a colega Diana, com a qual partilha muitas concepções sobre o trabalho docente e com quem, às vezes, prepara as aulas: "[o problema da pizaria] Foi feito pela Diana, não foi feito por mim. (…) E nesse problema, ela passou e deu-me na sexta-feira e tinha que apresentar na segunda-feira, depois do fim-de-semana ela trabalha e depois …" [EC4L, 20/03/2009]. A professora Sara, tutora da Escola Superior de Educação de Lisboa, vai à escola frequentemente para assistir às aulas do estágio.

Quando passa a referir-se aos estágios, Luzia sublinha que o 1.º ano, embora tenha sido feito por ela sozinha, conforme afirmado acima, foi muito acompanhado, com uma boa relação com a tutora, a professora cooperante e a directora da escola. Como diz: "Foi uma coisa assim mesmo muito, muito acompanhada" [E1L,16/01/2009].

Este acompanhamento, muito positivo, segundo a candidata a professora, não se repetiu aquando do estágio referente ao 2.º ciclo:

> Depois, no 2.º ciclo já esse acompanhamento já não foi tão intenso. (…) Por qualquer uma das partes… (…) Para já éramos mais. O tutor tinha várias, várias alunas. No próprio grupo havia mais do que uma professora, uma aluna… Era um grupo de três pessoas e… Esse acompanhamento já não foi feito dessa forma. E, ainda assim, tive sorte de ter tido uma cooperante boa. Era uma pessoa que realmente… Foi a única pessoa, a única professora até agora que eu consigo dizer "ah! Realmente com esta pessoa 'tou a aprender". [E1L,16/01/2009]

Neste estágio, Luzia salienta a existência duma menor intensidade no acompanhamento do estágio pelo tutor, uma vez que este tinha muitos alunos para orientar. No entanto, a sua relação com a professora cooperante foi frutuosa.

Quando está a frequentar o 4.º ano da licenciatura, Luzia tem uma perspectiva muito positiva em relação ao estágio, apesar das dificuldades enfrentadas nos anos anteriores:

> Agora vejo bem [o 4.º ano], porque para já, temos a professora tutora que queríamos, (…) Este ano tivemos sorte, porque ficamos com a mesma professora cooperante e a mesma turma, quer a Matemática e as Ciências. O que é bom. Temos uma relação só com uma professora cooperante e temos uma turma só, que é boa. [E1L, 16/01/2009]

Para Luzia, o 4.º ano começou muito bem, uma vez que os professores que a acompanham, a tutora, escolhida por ela e por Diana, a cooperante e a turma em si são muito adequados para este momento de sua formação inicial.

Quando Luzia realiza o estágio no 4.º ano, sente-se como professora e não como aluna. No entanto, antes do início desse estágio, ainda se sentia como aluna:

> Hum… Não sei. Depende… Do contexto. Não sei se… Talvez agora, neste momento, me sinta mais professora, porque 'tou no estágio. Mas até há pouco tempo antes de começar o estágio, sentia-me muito aluna, porque este ano surgiram uns desafios para eu e a Diana fazermos e, sinto-me muito aluna. Sentia-me muito aluna. Agora não porque 'tou no estágio e tenho que ser professora e tenho que pensar nestas coisas… [E 1L,16/01/2009]

Neste momento do estágio no 4.º ano, Luzia sublinha a dificuldade em lidar com os alunos, uma vez que estes não encaram o seu trabalho e o de sua colega Diana profissionalmente. Como declara:

> Eles estão ali e 'tão a pensar "então agora estamos de férias. Não estamos com a professora. Não 'tamos com a professora Simone. Não 'tou a perceber nada do que é que estamos a falar. Vou 'tar aqui, pronto… Vou fazer aqui a fazer qualquer coisa." [EC2L, 20/03/09]

Segundo afirma, a actuação da tutora, a professora Sara, contribuiu para esta sua dificuldade ao dizer, durante uma aula, na frente dos alunos, que uma tarefa que tinha elaborado estava errada. Depois deste evento, sentiu dificuldade em trabalhar com esta turma: "Os miúdos boicotaram as nossas aulas (…). Foi muito difícil fazer qualquer trabalho (…). Os miúdos 'tavam só na brincadeira" [C1A1L, 09/06/2009]. Sentiu que os alunos não estavam mais atentos à sua aula: "Eu gostava que ela [a tutora] tivesse dito tudo aquilo, porque acho que era importante eu ter ouvido tudo aquilo que disse, mas à frente deles… [não, pois] tira-me a autoridade" [C1A1L, 09/06/2009].

Luzia aponta outra dificuldade, em todos os períodos do estágio que teve em cada um dos quatro anos, e que considera ser a mais forte de todas:

> Então… As minhas maiores dificuldades também foram exactamente… Foram as dificuldades pedagógicas. Eu tenho um determinado conteúdo, eu sei o que quero que eles aprendam como é que eu vou fazer isto? Esta foi a minha dificuldade… Foi arranjar estratégia, foi arranjar actividades que levassem os alunos a compreender determinado conteúdo. Estas foram as dificuldades. [EAEL, 30/11/2009]

De suas palavras, depreende-se que a busca de estratégias e tarefas que propiciem a compreensão do conteúdo por parte dos alunos constituiu-se em sua maior dificuldade neste momento de sua formação inicial.

6.2. A comunicação na sala de aula

Nesta secção, abordo a comunicação na sala de aula de Matemática presente nas concepções e práticas de Luzia. Na primeira parte, sublinho os aspectos que permitem regular o trabalho nas aulas, utilizando palavras ou frases usadas no seu discurso para interpretá-los. De seguida, faço a interpretação da comunicação e do desenvolvimento de significados, através da explicação de ideias matemáticas.

6.2.1. Comunicação e regulação

Para Luzia, o aspecto mais significativo para a sua prática lectiva, ao longo das suas diversas experiências de estágio, foi o uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas:

> Eu acho que no, 3.º ano, ainda estava muito centrada na relação com os alunos. Ou seja, como é que eu os mando calar? Como é que eu os organizo? Hum… Como é que eu faço com que eles prestem atenção? No terceiro ano estava mais centrada nisso. Este ano acho que isso já 'tá, já sai mais naturalmente e 'tou mais preocupada em não dar erros científicos, em organizar melhor as tarefas, em definir melhor os objectivos e em construir melhor actividades que levem a esses objectivos. 'Tou mais centrada nisso. Porque a outra parte já é quatro anos a lidar com eles, já não nos preocupa tanto isso. Já não me importo. Ao princípio fazia-me imensa confusão dizer "'tá calado!" porque "ai coitadinho, mas gosta de mim na mesma"[sorriso]. Agora não. Agora é diferente. Agora já não me preocupa tanto. [E1L, 16/01/2009]

Este aspecto pode ser inferido quando a candidata a professora afirma usar a comunicação para a organização dos alunos na sala de aula, ou seja, utiliza a comunicação na relação bipolar, professor-aluno. Uma vez, no 4.º ano, sente-se mais segura nesta relação, afirmando estar mais preocupada com aspectos directamente relacionados com a aprendizagem dos alunos, sublinhando a existência de uma relação ternária, professor-aluno-saber. Do discurso acima, podemos perceber que nos primeiros três anos de estágio Luzia tinha a preocupação de não perder a afeição do aluno, recorrendo à sua capacidade para regular a comunicação nas aulas. No entanto, neste momento da sua formação inicial, percebe que o uso da comunicação com este propósito não resulta necessariamente na perda de afeição. É importante notar esta mudança na sua concepção sobre o controlo do poder nas aulas, uma vez que, sem ela, a dinâmica duma aula, voltada para a aquisição do significado matemático, tornar-se-ia comprometida.

Para regular o trabalho realizado nas aulas, Luzia comunica com os alunos recorrendo à utilização de palavras ou frases, as quais podem ser usadas inclusive para coibir participações perturbadoras. Para que os alunos actuem de acordo com o que pretende age de dois modos diferentes. Num deles, interrompendo o seu discurso de forma a que os alunos prestem atenção: **“**[os alunos estão fazendo barulho] Pêra aí, pêra aí, espera aí. Eu tô a espera que toda a gente se cale e preste atenção. Tá bom Alexandre? Tá bom? Eva.” [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]. Noutro, chama a atenção dos alunos, usando o nome destes, para que oiçam o que um colega vai dizer: “Camila, Marco, Eduardo e Norma, prestem atenção no que a Ivete vai dizer.” [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]. Ela usa a frase “eu quero ouvir”, que emerge na segunda, terceira e quarta aulas, em alguns momentos: “(…) Então tenta lá explicar. [Alguns alunos falam ao mesmo tempo] Eu quero ouvir a Clara. Como?” [Aula 2 de Luzia, 20/02/2009]. “ (…) Olha meninos, arrumem os livros e deixem só os cadernos, tá bem? [pausa] Eva lê lá. Ó meninos fiquem todos em silêncio que eu quero ouvir a Eva! [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]. “ (…) É ou não? Por que? Por que? [os alunos estão fazendo barulho] Ó meninos, eu quero ouvir a Samanta. Por que? [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009].

Este tipo de discurso de Luzia permite um controlo relativo da comunicação nas aulas. Numa primeira fase, ela não permite que os alunos respondam a uma questão dirigida a um outro colega antes que este lhe responda. É o que se exemplifica de seguida:

Episódio A

Luzia: Camila, quanto é que é dez centésimas?
A3: Dez centésimas …
Luzia: Marco, eu perguntei a Camila.
A3: Tá bem. [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

Quando Luzia exige uma actuação dos alunos, com o objectivo de controlar o trabalho nas aulas, ela determina que estes levantem, um dedo, a mão ou o braço, se quiserem intervir oralmente: "Quem põe o dedo no ar? Leonardo" [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]. "Epa! Meninos, quem fez a investigação ponha a mão no ar, faz favor (…)" [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]. "Vamos fazer o 25 primeiro, vamos fazer em conjunto. Quem é que quer dizer? Ponha o braço no ar" [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]. A saída dos alunos da sala de aula também pode ser controlada por meio duma frase. Procurando controlar a saída dos alunos da sala de aula, após o toque de encerramento da aula, não os deixa sair sem que estes concluam as tarefas: " [os alunos estão fazendo barulho]. Mesmo que toque, ninguém sai enquanto o teste não estiver corrigido" [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009].

Quando utiliza a frase acima, a candidata a professora regula a participação na aula através do seu discurso e consegue estabelecer um espaço de estabilidade, reduzindo ou minimizando os conflitos inerentes à relação pedagógica e garantindo um clima na sala de aula capaz de propiciar a manutenção de um ambiente sem o qual a aula não poderia desenvolver-se de modo satisfatório.

Luzia afirmou, na primeira entrevista, que já estava à vontade no controlo dos alunos por meio da comunicação oral. No entanto, por vezes a ausência do uso da comunicação para regular o trabalho na aula atrapalha a compreensão das suas explicações. No momento da aula, sublinhado no episódio B, fazia-se necessário o uso da comunicação para regular o trabalho, nomeadamente para coibir as participações perturbadoras. A ausência deste uso atrapalha a explicação de uma aluna, que explica a outro aluno, a pedido de Luzia:

Episódio B

Luzia: O triângulo é o quê do rectângulo? Camila vira pra frente. Metade por que? [vários alunos falam, por isso não dá para perceber] Eu tô a perguntar por que que é metade. Camila ajuda Marco. O triângulo é o quê do rectângulo? [vários alunos falam, mas não dá para perceber] Por quê?
A6: Porque dividido ao meio soma um.
[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

Esta ausência de controlo emerge outra vez na quarta aula, uma vez que, as várias falas dos alunos atrapalham a compreensão da explicação de Luzia (Episódio C).

Episódio C

Luzia: [os alunos fazem barulho] Então esperem, esperem. Agora eu quero fazer aquilo com atenção. Ó meninos! Prestem atenção! Quando eu faço daqui pra aqui, quando eu passo desta expressão pra essa expressão, o que estou a fazer é pegar nestes dois factores [Luzia aponta para o quadro] e colocá-los primeiro, não é? Então a multiplicação permite-me fazer isto. Eduardo, a multiplicação permite fazer isto, sem que eu tenha que trocar os factores. O que eu posso fazer é 6 vezes cinco5 vezes 4[6x5x4], isto já é outra coisa, é igual a seis6vezes 5 vezes 4, entre parênteses [6x(5x4)]. O entre parênteses quer dizer o quê? Sónia, o entre parênteses serve pra quê? O entre …

A11: [Palavras imperceptíveis]

[Aula 4 de Luzia, 20/03/09]

Embora Luzia tenha afirmado, na primeira entrevista, que já estava à vontade no controlo dos alunos por meio da comunicação oral, por vezes o uso da comunicação para regular o trabalho na aula atrapalha a compreensão das explicações desenvolvidas pela candidata a professora.

Nas aulas a que assisti a professora cooperante Simone esteve sempre presente. Na quarta aula, ela interferiu oralmente na condução da aula de Luzia. Esta interferência da professora cooperante pode ter sido ocasionada por uma percepção de evidências de lacunas no uso da comunicação para regular o trabalho na sala de aula evidenciado por Luzia. Esta interferência permitiu, em primeiro lugar, coibir participações perturbadoras. Por exemplo, "[Luzia faz uma pergunta a uma aluna] Explica lá, quanto é que é 0,1 vezes 10? Quanto é que é a décima parte de 10? [a professora cooperante pegou a caderneta e reclamou com a aluna Camila]"(…) [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]. Simone interferiu mais seis vezes na mesma aula com este intuito. Em segundo lugar, a professora cooperante necessitou, ainda, de interferir (mais) duas vezes procurando contribuir para que os alunos realizem as actividades propostas.

Sintetizando, do discurso de Luzia emergem aspectos reguladores da comunicação oral nas suas aulas. Estes aspectos podem ser identificados nas palavras ou frases que dirige aos alunos, com dois fins distintos. No primeiro, elas são usadas para coibir a indisciplina e, no segundo, para regular a participação dos alunos no discurso. Todas estas palavras ou frases podem ser agrupadas em dois aspectos centrais – a participação e a atenção – uma vez que os alunos devem participar de acordo com o que Luzia determina no seu discurso e saber ouvir os outros colegas bem como a ela própria. No seu discurso notam-se dificuldades no uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas, o que dificulta a compreensão das suas explicações pelos alunos. A percepção desta dificuldade por parte da professora cooperante, leva esta, na quarta aula, a interferir na comunicação oral para coibir participações perturbadoras e para promover a aprendizagem dos alunos. Além disso, Luzia procura ajustar a sua prática de comunicação às características dos alunos, dirigindo-se aos alunos calados e desatentos, para que estes participem das interacções verbais relativas a aprendizagem da Matemática.

6.2.2. Comunicação e desenvolvimento de significados

As concepções sobre explicação

Luzia apresenta, a princípio, uma perspectiva de comunicação ideal para as aulas de Matemática:

> Idealmente, a comunicação devia-se fazer também muito entre pares. Mas comigo é só construtiva. Não é falar do vou almoçar e essas coisas. Deviam… Acho que o professor, acho que o papel do professor é lançar ideias e os alunos descobrirem entre eles e o professor ser um bocadinho o mediador. Acho que idealmente é isso, mas pronto, também depende do contexto, muitas vezes… [E1L, 16/01/2009]

Para a candidata a professora, a comunicação nas aulas de Matemática, de modo ideal, não teria o professor como protagonista. Os pares de alunos assumiriam um papel central nas interacções verbais e o professor assumiria o papel de mediador. Este professor mediador apresentaria as ideias para os alunos chegarem aos resultados. No entanto, tal concepção pode ser limitada pelo contexto.

Luzia considera a comunicação importante para a aprendizagem nas aulas de Matemática, uma vez que é através dela que os alunos podem exibir seu raciocínio e formalizá-lo. Como declara:

> (…) A comunicação é boa para quê? A comunicação é boa para a própria pessoa e para o, para o, para o ouvinte. É boa para a própria pessoa, porque ajuda a formalizar…O raciocínio. E às vezes quando as pessoas estão a formalizar o raciocínio, hum, começam… Têm que arrumar melhor as ideias para as poder dizer. E isso leva-as a ter… A consolidar aquilo que pensam ou então a reformular aquilo que pensam. E também é bom porque as pessoas têm que conseguir dizer aquilo que pensam. Têm que se conseguir defender, têm que conseguir, hum, 'tá-me a faltar a palavra… Justificar, pronto. (…) [E1L, 16/01/2009]

Neste momento de sua formação inicial, o estágio no 4.º ano, Luzia expressa uma visão da comunicação nas aulas de Matemática que envolve não apenas o professor mas também os alunos. Para além disso, ela sublinha a importância do modo como os alunos fazem a formalização do seu raciocínio, o que contribui para a organização das ideias relativas à Matemática. Esta organização, na sua perspectiva, contribui para a consolidação e reformulação do pensamento. Além disso, considera que, através da comunicação as pessoas podem dizer, defender e justificar seu pensamento.

Na sala de aula, a explicação entre os alunos pode ser bem sucedida:

> (…) E é bom para o outro, porque sobretudo na sala de aula é bom para o outro, porque às vezes o professor pode ter uma linguagem, hum, que não é adequada ao nível dele [do aluno] e se for um colega a dizer "ah! OK … Agora já estou a perceber", um professor pode não conseguir, às vezes, transmitir a ideia e um aluno, um colega diz de uma forma mais simples, ou de outra forma e isso leva a que o colega perceba. [E1L, 16/01/2009]

Um outro aspecto relevante que Luzia sublinha no seu discurso, é o facto de, na sala de aula, as explicações dos alunos poderem contribuir para a aprendizagem matemática, uma vez que a simetria dos papéis entre eles propicia o uso de uma linguagem que pode contribuir para a compreensão dos significados, de um modo distinto do identificado na explicação do professor aos alunos.

Nesta sua referência específica à explicação nas aulas de Matemática, apesar da concepção expressa acima, Luzia afirma que há momentos nos quais o professor precisa explicar, uma vez que os alunos têm suas limitações, inerentes ao seu papel:

> Quer dizer… A explicação matemática é uma, uma… Uma consequência. Do quê? A explicação matemática [feita pelo professor] deve surgir como conclusão. Deve ser como síntese daquilo que se fez, daquilo que se aprendeu e não no sentido de querer, hum, introduzir novos conhecimentos. (…) Deve haver um processo que leve a isso e depois vem a explicação matemática, vem a conclusão, vem a síntese, vem o assentar de ideias e o consolidar que é para isso que serve a, explicação. (…) Pois, tanto melhor se for feita pelos alunos [Sorriso] Claro. Há conceitos matemáticos que… Quer dizer, os miúdos também não são bruxos… Não adivinham, n'é? [Sorriso] … Não são bruxos e, claro, a professora tem que ter a sua intervenção. [E1L, 16/01/2009]

Do seu discurso pode perceber-se que, embora Luzia valorize a explicação do professor e do aluno, apresentando, portanto, uma concepção activa deste tipo de comunicação, a sua concepção de explicação é muito marcada pela ideia de síntese. Esta noção, no entanto, é problemática. Como vimos no capítulo 4, pode questionar-se se a explicação e a síntese não apontam em direcções diferentes, na medida em que a síntese faz o que a explicação desfaz. Numa outra referência às reacções dos alunos relativamente à comunicação nas aulas de Matemática, Luzia afirma que, nos três anos de estágio anteriores, não teve a oportunidade de ser questionada sobre o conhecimento matemático por nenhum aluno:

> A questionar não… Porque…Nas experiências que tenho tido…Os alunos são muito passivos na própria aprendizagem. (…) E limitaram-se a assentar aquilo que eu dizia. (…) E… Pronto, mesmo quando nós fazíamos perguntas, eles sentiam-se muito inibidos em responder. Mesmo sabendo… [a resposta] [E1L, 16/01/2009]

A passividade que Luzia encontrou nos alunos, até agora, nos estágios, tornou-se um obstáculo para que ela pudesse explorar a comunicação entre professor e alunos nas suas aulas de Matemática e aprender mais sobre este importante aspecto do conhecimento didáctico. Esta passividade pode limitar a comunicação entre a candidata a professora e os alunos ao padrão IRE. Do discurso de Luzia pode depreender-se que, para desencadear a comunicação oral, ela apenas fazia perguntas. Esta limitação na exploração da oralidade, por parte da candidata a professora, também pode ter contribuído para alguma passividade dos alunos.

Luzia declara, no entanto, ainda não saber muito bem como conduzir o questionamento dos alunos na sala de aula:

> Não… Ainda não acho que cheguei lá. Mesmo idealmente sei que é assim que se deve fazer e muitas vezes tenho dificuldade em promover isso. Porque uma pessoa também pensa que eles vão ter uma reacção, vão responder uma determinada coisa e eu, a partir daí, posso remeter para o colega e ele responder outra coisa. E às vezes, aquilo que eu 'tou à espera não acontece. E depois, não sei como é que hei-de devolver a resposta entre os colegas e fico assim… "Bem, se calhar tenho que dizer eu qualquer coisa" e então acho que aí ainda não… Pronto, essa parte ainda não 'tá bem resolvida. [E1L, 16/01/2009]

Luzia revela ter dificuldade em fomentar um ambiente na sala de aula, no qual os alunos possam vir a questioná-la ou a comunicarem matematicamente uns com os outros e ela desempenhar um papel de mediadora. Do seu discurso, podemos depreender a sua dificuldade em assumir este papel. Fica patente, das suas palavras, que o seu conhecimento dos alunos, do modo como estes interagem com ela e com os outros alunos, numa aula inquiridora, está ainda em desenvolvimento. Segundo afirma, essas interacções verbais ainda não ocorreram nas suas aulas, mas gostaria que estas acontecessem: "Ah! Ficava felicíssima. [Risos] (…) Encarava bem. Isso dava logo azos a que haja discussão entre eles e levava à comunicação e todas as mais-valias que já disse à bocado" [E1L, 16/01/2009]. Neste sentido, Luzia sublinha que a utilização de materiais manipuláveis é uma das formas de fomentar as explicações dos alunos, um aspecto importante do conteúdo do conhecimento didáctico da Matemática:

> [Suspiro] Para já apresento como uma actividade em que eles tenham que utilizar material. Por exemplo, com dobragens ou com cortagens. E com situações do dia-a-dia. De partilhar. Por exemplo, "tu e a tua irmã têm quatro rebuçados. Tu ficas com dois e ela fica com dois. Com que parte é que ela fica?" Coisas do género em que eles tenham que cortar e ver e contar sem ter que fazer cálculos nem nada disso. Só resolução de problemas nesta situação. [E1L, 16/01/2009]

A candidata a professora sublinha, ainda, a necessidade de intervir para dar conhecimento da nomenclatura usada naquela representação matemática: "A outra forma de representação, que é a representação de fracção e o nome de fracção, isso é o que eu tenho que dizer" [E1L, 16/01/2009].

No exemplo precedente, a candidata a professora referiu–se ao uso da comunicação oral numa actividade de resolução de problemas. No entanto, Luzia afirma que, quando quer saber se os alunos compreenderam ou não um conceito matemático, não usa a comunicação oral para isto. Quando isso ocorre, prefere elaborar uma tarefa para o aluno resolver e, caso isso aconteça, então ela infere que ele compreendeu o conceito matemático:

> Quer dizer, eu não lhe vou perguntar directamente alguma coisa… Não lhe vou perguntar o conceito, n'é? Não vou perguntar isso. Eu não lhe vou perguntar isso assim. O que eu posso pôr é, ponho uma situação que para a sua resolução implique a compreensão de fracção. Se ele conseguir resolver foi porque compreendeu. (…) Para eu saber se ele sabe ou não, em princípio não lhe poria a questão verbalmente. Por ia-lhe um problema para ele resolver. Depois mediante a resolução e a resolução que ele fizesse, ai podia compreender se ele percebeu, se não como é que poderia pegar para ele perceber. [E1L, 16/01/2009]

Esta concepção de Luzia revela, mais uma vez, o seu conhecimento ainda em desenvolvimento em relação às potencialidades da comunicação oral nas aulas de Matemática. A candidata a professora ainda não teve oportunidade de desenvolver compreensão e habilidades que incluem o discurso como uma estratégia integral na instrução matemática.

Luzia afirma que, em anos anteriores, os alunos deram resultados e ela pediu-lhes para que explicassem como tinham chegado àquela conclusão. E, apresenta detalhes de uma situação em que isso ocorreu na sala de aula:

> Já me aconteceu… Houve um problema de fracções e já não me recordo o problema que eu tive que pedir a dois alunos para explicarem o raciocínio. Houve um [aluno] que chegou ao raciocínio certo e eu disse-lhe "ok. Agora explica aos teus colegas como é que fizeste" [Sorriso] É como se eu quisesse ir daqui à ESE. Ele foi primeiro ao Porto e depois voltou. Portanto, ele fez o raciocínio do mais complicado. Umas voltas tão grandes. Umas coisas! O raciocínio foi correcto. Foi é muito complicado e os colegas não perceberam. Então tive que pedir a outro colega para explicar mais normalmente. Normalmente nós pedimos sempre para explicar o raciocínio. Em todos os exercícios, todas as

> actividades é sempre pedido para explicarem o raciocínio. Por isso, sei lá. Acho que lhe dizia "olha, explica lá como fizeste." [E1L,16/01/2009]

Podemos depreender, do seu discurso, que ela estimula a explicação por parte dos alunos para que estes esclareçam as dúvidas uns dos outros. No entanto, embora confirme a validade do raciocínio dum primeiro aluno, considera-o muito complexo, para além do facto dos colegas não o terem compreendido. Diante desta dificuldade, a candidata a professora fomenta a apresentação de uma solução diferente, uma regra de contrato didáctico, na explicação dum outro aluno, a qual parece ter sido melhor compreendida pelos outros alunos.

Essas perspectivas de Luzia sobre alguns aspectos da prática de comunicação, nomeadamente, a explicação, bem como a sua compreensão ainda em desenvolvimento dos aspectos relevantes desta prática, nomeadamente, a explicação do professor e dos alunos, também é revelada quando interpreta as aulas de um outro professor, em três situações distintas, gravadas em vídeo.

Na Situação 1, a candidata a professora descreve o que ocorre na sala de aula e, de seguida, faz uma interpretação limitada da comunicação oral promovida pelo professor:

> 1. Este tipo de comunicação é boa, pois os alunos sentem que há organização e buscam os conhecimentos que aprenderam nas aulas anteriores. Ou seja, relacionam as aprendizagens;
>
> 2. Este tipo de estratégia é bom, a meu ver, porque se baseia no questionamento, o que leva os alunos a pensar e, por outro lado, não cria o sentimento de frustração devido à incapacidade de resolução, porque todos os avanços são feitos através dos conhecimentos que já têm. [ISE1L, 27/04/2009]

No extracto acima, a interpretação de Luzia não aprofunda aspectos relevantes da prática de comunicação do professor, tais como a explicação do professor e dos alunos, bem como o que caracterizou estas explicações. Ela restringe-se a efectuar um juízo de valor sobre a comunicação emergente nestas interacções: "é boa" ou "é bom". No entanto, Luzia deixa subentender que a comunicação é organizada e que o professor alcança os seus objectivos ao questionar os alunos de modo a que estes atinjam as diferentes etapas do raciocínio, conforme ela deixa bem explícito na interpretação da Situação 2.

Nesta situação, Luzia sublinha a importância capital da explicação dada pelo professor para que os alunos compreendessem a resolução do problema:

> De qualquer modo, as questões colocadas pelo professor, assim como a explicação de alguns pormenores, conduziu os alunos a interpretarem o esquema apresentado. Assim, depois de perceberem o esquema, os alunos conseguiram tirar uma conclusão. Depois de perceberem o esquema apresentado, o professor levou-os a tentarem descrever situações diferentes, baseando-se no esquema apresentado. Faz questão de salientar a necessidade de precisão matemática. A relação estabelecida entre o aluno e o professor é de grande confiança e de liberdade para se poder dizer o que se pense. Esta relação é importante, pois os alunos tendem a exprimir o que pensam e isto tem 2 vantagens: 1. Os alunos ao explicarem o raciocínio consolidam os conhecimentos; 2. Os alunos ao exporem as dúvidas ou ideias erradas conseguem chegar às conclusões pretendidas. [ISE2L, 27/04/2009]

A candidata a professora aponta a relação professor-aluno como um aspecto fulcral no desenvolvimento da explicação do professor e a considera muito auspiciosa, sublinhando a confiança como a sua característica principal. Luzia também sublinha duas consequências desta relação: a consolidação dos conhecimentos dos alunos e a possibilidade destes apresentarem suas dúvidas.

Quando Luzia interpreta a Situação 3, encontramos mais limitações na sua compreensão das interacções verbais, na sala de aula:

> (…) A dada altura o professor inicia uma frase e pretende que os alunos a terminem, não sei se será a estratégia indicada para chamar a atenção dos alunos, pois mesmo que respondam acertadamente, não há garantias que estejam a perceber. No entanto, no início da resolução, o professor teve o cuidado de dar alguma indicação para a resolução do problema, o que é positivo para a compreensão dos esquemas. Assim, concluo que a interacção verbal do professor pode não ter contribuído para a aquisição do problema, [pelos alunos] porque as respostas podem ter partido todas dele. (…) [ISE3L, 27/04/2009]

Do que Luzia escreve sobre a Situação 3, pode depreender-se que considera positivo o facto do professor dar algumas pistas para a resolução de um problema. No entanto, ela termina chegando à conclusão que a actuação do professor é inadequada, nestas interacções verbais, na medida em que é ele que dá todas as respostas.

Luzia, ao reflectir sobre uma situação fictícia em sala de aula, na qual um aluno apresenta uma resposta errada ao tentar resolver um problema (o que não é muito frequente em suas aulas, conforme já sublinhou anteriormente), afirma agora, que questionaria o aluno sobre a razão de ter apresentado tal resposta:

> Pergunto porque é que ele fez assim. Para me explicar o raciocínio dele. Porque muitas vezes, hum, muitas vezes eles ao explicarem o raciocínio deles, começam a perceber que fizeram mal e depois chegam ao resultado correcto. Às vezes não. Às vezes estão mesmo a leste. [E1L, 16/01/2009]

Do discurso de Luzia, pode depreender-se que ela se preocupa com a reacção dos alunos, caso promova a comunicação da forma como a concebe.

Como já referi, Luzia não encara a redução do controlo como um problema para si. No entanto, indica não conseguir prever as respostas dos alunos, o que também revela o seu conhecimento, ainda em desenvolvimento sobre o modo como os alunos aprendem. Além disso, ao afirmar não saber o que fazer com estas respostas, indica que tem uma dificuldade em lidar com o erro do aluno, verbalizado nestas respostas, e dar prosseguimento às interacções verbais. É esta competência que ela pode desenvolver e que tornaria mais ricas as interacções verbais nas suas aulas, uma vez que, se a resposta for a correcta, cessam as interacções verbais.

A candidata a professora confirma que não planeou nada no sentido de promover a comunicação nas suas aulas, do modo como a concebe: “Não… Ainda não, ainda não acho que cheguei lá”. [E1L, 16/01/2009]

As práticas de explicação e a reflexão sobre a prática

Nas práticas lectivas de Luzia não é possível notar uma exploração mais apurada da comunicação oral, embora a candidata a professora tenha sublinhado, anteriormente, a importância desta para as interacções na sala de aula e fomentar as explicações dos alunos para ela e entre eles. Da parte dos alunos estas explicações são desenvolvidas quando estes respondem às suas perguntas, no decorrer das actividades de cálculo mental, das correcções de exercícios do manual, duma actividade de investigação, da resolução de problemas e na correcção duma ficha sumativa.

Após as suas aulas, Luzia realiza duas actividades reflexivas. Na primeira, durante as entrevistas curtas após cada aula, responde a várias questões. Na segunda, elabora um documento escrito para reflectir. Nestas reflexões, identificamos várias referências sobre sua explicação e a dos alunos. Na reflexão escrita de cada aula, permite-nos ter acesso a alguns aspectos de sua reflexão sobre a prática lectiva. A candidata a professora divide o documento em sessões, nas quais menciona cada momento da aula, em conjunto com as reflexões sobre a sua prática lectiva em cada um daqueles momentos. No fim do documento, escreve as *Notas Finais*, nas quais aponta os aspectos positivos e negativos da sua prática lectiva. Entre estes aspectos podemos encontrar referências à comunicação oral. Na primeira aula, a candidata a professora relaciona o planeamento à explicação desenvolvida por ela, afirmando que, quanto melhor for seu planeamento, melhor os alunos compreenderão e menos explicações terá a desenvolver. Esta referência à comunicação oral é negativa na segunda aula e positiva na terceira e quarta aula.

Nas aulas em que estive presente, Luzia desenvolveu actividades de cálculo mental e corrigiu exercícios e problemas do manual e de uma ficha sumativa. Alguns destes exercícios e problemas desafiaram a capacidade de resolução dos alunos e deram origem a momentos importantes de interacção verbal, acompanhada de explicações da candidata a professora e dos alunos e entre os alunos, que estavam quase sempre organizados em pares. A organização dos alunos em grupos ocorreu, no final da primeira aula, para a resolução da ficha sumativa.

Da prática lectiva de Luzia emerge um outro aspecto do conhecimento didáctico de Matemática, o conhecimento do processo instrucional. Este aspecto pode ser identificado na condução (onde podemos identificar a agenda e a monitorização, mas só podemos ter acesso a alguns aspectos da monitorização nas reflexões escritas, uma vez que a agenda é o plano mental) da prática lectiva, sendo esta condução antecedida pela preparação e sucedida pela avaliação final.

A preparação das aulas de Luzia seguia uma Planificação Anual, para o 5.º ano, na qual constava o número total de aulas previstas, discriminando o número das destinadas à leccionação, Apresentação/Auto-avaliação e Testes/Mini-testes. Este documento, contém, ainda, o plano de distribuição de temas e sub-temas. Seguindo este documento, a candidata a professora utilizava o manual e as fichas, nas quais eram encontrados os exercícios e problemas, resolvidos durante as aulas e, em algumas vezes, trazidos pelos alunos, resolvidos de casa.

As aulas de Luzia são planificadas. A planificação de cada aula da candidata a professora, encontrava-se num documento escrito, dividido em partes, onde descrevia o que pretendia fazer no decurso da aula, tais como, o conteúdo, os objectivos, o tempo, as estratégias a seguir, as actividades a desenvolver, a correcção de problemas e trabalhos de casa a efectuar. Não há referência, neste documento, sobre o modo como avaliava cada aula.

Nas planificações escritas de Luzia a comunicação oral também é referida. Nas estratégias/actividades a serem desenvolvidas na sua aula, o cálculo mental surge em todas. No decorrer desta actividade, a comunicação oral esteve presente quer nas perguntas da candidata a professora quer nas respostas dos alunos. A candidata a professora também utilizava uma tabela (o quadro das ordens numéricas – Figura X.Y) e a contextualização, a fim de superar alguma dificuldade dos alunos nesta actividade. Refere sobre isso:

> Sempre que surja a dificuldade de compreender a adição da parte decimal, os alunos devem recorrer à tabela das décimas e das centésimas que lhes foi entregue noutra aula. Como complemento, posso sempre contextualizar as adições como sendo a soma de dinheiro (6 euros e 25 cêntimos, etc.). [PEA1L, 06/02/2009]

Em uma das suas previsões sobre a reacção dos alunos, na actividade de cálculo mental, na segunda aula, a contextualização é referida: "Se surgirem respostas diferentes escrevo-as no quadro e pergunto qual das duas quantias prefeririam ter se se tratasse de dinheiro. Os alunos compreendem melhor o valor do número se tiver um valor monetário. [PEA1L, 20/02/2009]

Faz-se necessário também referir que Luzia, na terceira aula a que assisti, alterou a actividade de cálculo mental. Esta alteração constituiu-se na introdução da escrita dos números pelos alunos. A alteração a fez chamar a actividade "mais ou menos cálculo mental." Explica a mudança na planificação: "Esta proposta consiste na escolha de três números e com eles escrever expressões de dois factores que resultem em, pelo menos, 4 produtos diferentes". [PEA3L, 16/03/2009] Esta alteração também foi planejada para a quarta aula que assisti: "Caso os alunos sintam dificuldade na sua resolução, devem utilizar o quadro das décimas e das centésimas para que tenham uma imagem visual das quantidades e das operações." [PEA4L, 20/03/2009] No entanto, nesta actividade, a utilização do quadro das ordens numéricas só deveria ocorrer se os alunos tivessem dificuldade ao fazê-la. A candidata a professora também apresentou, para esta actividade, duas previsões de soluções dos alunos. Na primeira, prevê a utilização da propriedade comutativa da multiplicação e, na segunda, os cálculos feitos sem a utilização de propriedades da multiplicação.

A comunicação oral surge, mais uma vez, na planificação da primeira aula, agora no *problema da semana*, cujo conteúdo matemático é a proporção. Para a resolução deste problema, Luzia prevê perguntas e respostas entre os alunos:

> Esta previsão é que vai evidenciar o conceito de proporção. Poderá ser feita a primeira questão a dois alunos e a segunda a apenas a um dos alunos. Depois pode perguntar-se se o valor previsto para a resposta do outro aluno é superior ou inferior à do aluno que já respondeu. Esta situação implica a análise dos valores obtidos na pergunta 1 e a sua comparação com os valores obtidos na pergunta 2. [PEA1L, 06/02/2009]

Com esta comunicação oral entre os alunos, a candidata a professora pretende que eles comparem os valores das respostas. Na última actividade da primeira aula, a comunicação oral surge no trabalho em grupo. Neste trabalho é feita a correcção da *ficha sumativa.* Luzia planeja o seguinte para este momento da aula:

> A ficha sumativa irá ser respondida em grupos de 4 alunos. Estes são agrupados consoante as dificuldades apresentadas em cada resposta, ou seja, houve 4 alunos que tiveram dificuldade a responder à questão1, então devem formar um grupo para que todos juntos consigam responder correctamente à pergunta que tiveram dificuldade. Depois de resolverem a questão em conjunto, devem apresentar à turma o resultado e explicar a estratégias que seguiram. [PEA1L, 06/02/2009]

Luzia agrupa os alunos em função das respostas erradas que apresentem. Na apresentação das resoluções, a explicação dos alunos é explorada. No cálculo mental, a candidata espera que os alunos apresentem respostas mais rápidas e explorem as propriedades das operações:

> Pretendo que no cálculo mental os alunos utilizem algum tipo de estratégia que permita um cálculo mais rápido. Os alunos responsáveis

> pela apresentação desta questão devem ter em consideração os tais valores de referência e a utilização das propriedades das operações. [PEA1L, 06/02/2009]

Uma última referência da candidata a professora à comunicação oral na correcção da *ficha sumativa* ocorre quando planeja a correcção da segunda questão: "Para a apresentação da 2ª questão também será fornecido aos alunos um gráfico em acetato que poderão projectar quando estiverem a apresentar e discutir as conclusões a que chegaram da análise do gráfico." [PEA1L, 06/02/2009]

Na segunda aula, as questões aos alunos são utilizadas por Luzia para saber se compreenderam a condição necessária para a existência de uma pavimentação:

> Depois de identificadas algumas pavimentações possíveis, mostro algumas pavimentações que não são possíveis de formar e questiono-os sobre a razão dessa impossibilidade. Espero com esta discussão levá-los a perceber que para que a última figura encaixe (Figura 6.2) teria de ter no vértice de junção o ângulo necessário. [PEA2L, 20/02/2009]

A candidata a professora também planeja mais questões aos alunos quando estes compreenderem a condição de existência de uma pavimentação referida acima:

> Depois de perceberem esta questão, questiono-os sobre o que seria necessário para que a possibilidade de pavimentação acontecesse. Para que cheguem à conclusão pretendida coloco no retroprojector a pavimentação formada por rectângulos, deste modo, mais facilmente percebem que o ângulo do vértice da pavimentação terá que ser a soma dos quatro ângulos do rectângulo $90° + 90° + 90° + 90° = 360°$
>
> No fim, escrevo uma síntese no quadro: "*Para que seja possível formar uma pavimentação, é necessário que a soma dos ângulos em torno de um vértice seja 360 ^{0}.* " [PEA2L, 20/02/2009]

As questões aos alunos ainda surgem na planificação desta aula em duas tarefas: na *tarefa dos jardins* e na *tarefa da mão*. Na *tarefa dos jardins*, Luzia afirma: "Peço-lhes que passem para o caderno e questiono-os sobre o que se pode fazer para calcular figuras irregulares como as figuras dos jardins apresentados." [PEA2L, 20/02/2009] Na *tarefa da mão*:

> Vou dar a cada aluno uma folha de papel vegetal e pedir-lhes que desenhem a mão com os dedos todos juntos. Depois de todos desenharem, vou perguntar-lhes se me sabem dizer a medida da área da sua palma. Como não sabem dizer, questiono-os sobre o que precisam para medir a área da palma da mão. Esta questão deve levá-los a concluir que para medir uma área precisam de uma unidade de medida. [PEA2L, 20/02/2009]

Em sua terceira aula, Luzia coloca questões para explorar a transformação dos números quando multiplicados por 10, 100, 1000 e por 0,1, 0,01, 0,001. Escreve sobre isto: “Para iniciar a exploração desta actividade procede-se à resposta da primeira questão: - O que acontece aos números quando multiplicas por 10, por 100 e por 1000? Ficam maiores ou menores?” [PEA3L, 16/03/2009] A candidata a professora prevê a reacção dos alunos: “Esta questão não será difícil de responder pois penso que todos verificarão que os números obtidos são maiores que os de partida.” [PEA3L, 16/03/2009] Por outro lado, na colocação da questão: “- “Quantas vezes maiores?” A sua previsão para a resposta dos alunos não é positiva: “Aqui, provavelmente, alguns alunos não saberão responder, pois poderão não ter noção que se multiplicar um número por 10 significa que ele fica 10 vezes maior.” [PEA3L, 16/03/2009] Na planificação desta terceira aula ainda há outras colocações de questões referentes a outras tarefas e às reacções dos alunos, como na multiplicação por 0,1 por 0,01 e por 0,001.

Por fim, na quarta aula de Luzia, para a resolução do *problema da semana*, as previsões em sua planificação surgem de dois modos: “O problema da semana consiste no problema da fuga das galinhas (em anexo), a resolução que previ passam pela tentativa erro, ou pela decomposição do número segundo mostra a tabela do acetato anexo. [PEA4L, 20/03/2009] A candidata a professora refere o que irá fazer, caso as respostas dos alunos não sejam satisfatórias:

> A tabela que irá servir para a resolução do problema, caso as respostas dos alunos não sejam suficientes para a exploração do problema. Gostaria de aproveitar e explorar a decomposição dos números, mas se as estratégias apresentadas forem boas, não o vou fazer pois pode quebrar o interesse deles na actividade. [PEA4L, 20/03/2009]

Das palavras de Luzia, depreender-se que pretende aceitar as estratégias dos alunos, se estas forem coerentes e não impor a sua resolução, a fim de não alterar o interesse dos alunos na actividade.

Na última actividade planejada para esta aula, a continuação do *problema da pizaria*, a candidata a professora afirma saber dos problemas conceptuais nela contidos. No entanto, planeja, mais uma vez, a colocação de perguntas sobre os múltiplos, como as seguintes:

> - O zero é múltiplo de 2? Porquê?
> - Será 14 múltiplo de 3? Por quê? [PEA4L, 20/03/2009]

E prevê a reacção dos alunos, como escreve no extracto: “As respostas são simples, porque existe um número que multiplicado por 2 dá zero, o próprio zero, e não há nenhum número que multiplicado por 3 que dê 14. [PEA4L, 20/03/2009]

Nas reflexões escritas, Luzia aponta uma dificuldade na condução da prática lectiva – a gestão do tempo – que influencia o cumprimento da planificação. Como sublinha:

> Demorei muito tempo com a primeira expressão e não surtiu efeito nenhum. Nesta altura deveria ter acabado com o cálculo mental e seguido para a actividade seguinte. No entanto, sentia-me obrigada a cumprir o que tinha planeado, por isso, apresentei a segunda expressão (2,5 + 6,25 + 1,75) . [REA1L, 6/02/2009]

De suas palavras, inferimos que a candidata a professora gastou muito tempo na primeira expressão de cálculo mental e, mesmo assim, não resultou em uma melhor compreensão dos alunos. Por outro lado, como afirma, a planificação a compeliu a continuar com esta actividade, passando à segunda expressão, o que também causou problema com a gestão do tempo: “Por tentar deixar que fossem os alunos a expor uma forma de resolução demorei cerca de meia hora com a segunda expressão” [REA1L, 6/01/2009].

Estas duas expressões de cálculo mental, que foram planeadas para consumir 6 minutos, na prática lectiva de Luzia, consumiram a primeira metade do tempo da aula, como refere:

> Os primeiros 45 minutos da aula foram gastos com o cálculo mental, que no fim de contas não trouxe nenhuma mais-valia, pois os aspectos que queria ter explorado com eles, ou seja, os objectivos que propunha para cada expressão, não foram discutidos. [REA1L, 6/02/2009]

Além do consumo de tempo exagerado, a candidata a professora sublinha que tal desajuste, não propiciou a discussão dos objectivos das expressões do cálculo mental com os alunos. Isto ocorreu no 4.º ano do estágio de Luzia, apesar de ela já ter leccionado em dois anos anteriores, como afirmou acima.

> Por uma questão de tempo, só consegui corrigir 3 figuras do trabalho de casa. O problema desta situação é que demorei muito tempo com quem não compreendia como se poderia resolver e os outros ficam aborrecidos, pois estamos muito tempo a falar do mesmo. Ainda assim, senti a necessidade de chamar o aluno, que na segunda-feira não estava a compreender o cálculo de áreas por enquadramento, para que no quadro, juntamente com a ajuda dos colegas, conseguisse compreender a forma mais simples de resolver o problema. [REA1L, 6/02/2009]

Luzia, mais uma vez, ao referir a sua dificuldade com a gestão do tempo, sublinha que, desta vez, procura dar mais atenção aos alunos que não estavam compreendendo um problema trabalhado na aula de segunda-feira. No entanto, tal actuação da candidata a professora, não agradou aos restantes alunos, uma vez que estava-se passando muito tempo abordando um mesmo conteúdo de ensino. Por sua vez, a candidata a professora assinala que sentia ser necessário esclarecer mais o aluno com dúvidas, para que, na interacção com os outros alunos, encontrasse uma forma mais simples de resolver o problema. Desta afirmação anterior de Luzia, podemos inferir que ela fomenta a emergência de mais de uma solução para o problema, o que pode ser interpretado como uma regra de contrato didáctico .

Na correcção da ficha sumativa, na qual os alunos estavam trabalhando em grupos, Luzia também mostra dificuldades na gestão do tempo, como assinala: “Como vi que não havia tempo para apresentarem as respectivas respostas, pedi-lhes que trouxessem na aula seguinte a resolução individual das questões que lhes tinham sido incumbidas.” [REA1L, 6/02/2009]

Das palavras de Luzia, podemos depreender que, a exiguidade de tempo, também alterou o modo de trabalho, de grupos para individual, uma vez que a candidata a professora requer que os alunos tragam, na aula seguinte, as questões resolvidas individualmente.

Na reflexão escrita seguinte, Luzia aponta duas possibilidades para melhorar a sua prática lectiva nesta turma:

> Nas próximas planificações tenho que considerar duas hipóteses: Ou planifico actividades a mais, ou tenho que melhorar a gestão do tempo. E não estou a falar da situação geral, tenho de pensar concretamente para aquela turma. [REA2L, 20/02/2009]

Luzia sublinha que esta dificuldade com a gestão do tempo restringe-se a esta turma e que na turma em que lecciona Ciências não há este problema.

Em uma tarefa, o *Problema da Pizaria*, Luzia aponta, mais uma vez, problemas com a gestão do tempo. Como refere: “Esta actividade foi introduzida a 15 minutos do fim da aula, por esse motivo, não foi possível retirar qualquer conclusão da discussão dos resultados com os alunos” [REA3L, 16/03/2009].

Segundo Luzia, o pouco tempo que faltava para o término desta aula, não propiciou a conclusão do que os alunos discutiram. Uma última referência à gestão do tempo, ocorre em uma outra tarefa, o *problema da tolha da mesa*: “Perdi imenso tempo a tentar explicar o esquema e nessa altura a maior parte dos alunos já só pensava no intervalo, porque já estava quase a tocar” [REA4L, 20/03/2009]. Nas palavras de Luzia, o esquema do problema tornou-se o causador do gasto exagerado de tempo para ela explicar esta tarefa aos alunos que, com a proximidade do intervalo, não estavam, em sua maior parte, muito atentos à explicação desenvolvida por ela.

Para a monitorização das aulas de Luzia identifico as palavras ou frases, usadas pela candidata a professora durante as suas aulas, que apontam para a avaliação da aula em tempo real. Por exemplo: (i) Quando determina um tempo para a realização de uma tarefa; (ii) Quando diz que uma certa tarefa não poderá ser feita naquela aula, mas em outra. O primeiro tipo de monitorização ocorreu na primeira aula quando diz: “Ó meninos, eu vou-vos dar dez minutos pra fazer isso (…) [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009].” Em outra aula: “ (…) Vou vos dar cinco minutos pra resolverem. Têm cinco minutos pra resolverem. [Luzia continua interagindo verbalmente com os alunos nos grupos] (…) [Aula 2 de Luzia, 20/02/2009].” Na aula seguinte: “(…) Com os resultados que vocês têm eu vou dar cinco minutos para responderem às questões [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009].” E, na última aula que assisti: (…) Ó meninos, eu dou-vos seis minutos. [enquanto Luzia espera os alunos terminarem de escrever o que está escrito no quadro, uma funcionária trouxe o retroprojector e a tela, que serão usados na aula] (…).[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009].” O segundo tipo de monitorização é encontrado na terceira aula, quando declara: “Sim é a tabuada do dois. Então temos [Luzia escreve no quadro][Tocou e a aula terminou] Continuamos isto na próxima aula, tá bem? [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009].”

A terceira fase do processo instrucional, a avaliação final, tem uma característica explícita no momento em que a candidata a professora reflecte sobre o que aconteceu na aula e como resultou ou não.

Além do conhecimento do processo instrucional, o primeiro aspecto do conhecimento didáctico de Matemática da candidata a professora, analisado na sua prática de explicação, podem identificar-se outros aspectos deste conhecimento, que emergem no decorrer de suas explicações. Um destes aspectos é o conhecimento dos conteúdos de ensino, referido por exemplo às relações internas. No episódio seguinte, podemos identificar a relevância de o candidato a professor conhecer as relações entre os conceitos matemáticos, na promoção de explicações:

Episódio F – Parte 1

Luzia: Este das pavimentações. [Luzia começa a usar o retroprojector mostrando as pavimentações [Figura 16]. A estagiária Margarida chega e senta ao lado da professora cooperante] Este das pavimentações.
A4: Eu pensei que era para fazer com todas misturadas.
Luzia: Era pra fazer só com uma espécie, só com a mesma figura, não era pra misturar todas, mas se misturaste, também não faz mal, basta ver como é. Espera que eu já recolho. Marco, pega o painel, para vermos o ecrã. [Luzia está arrumando o retroprojector] Então pra aqueles que fizeram, eu quero saber se [pausa] pra aqueles que fizeram, alguém chegou a esta pavimentação [Figura16]?
A8: Sim.
Luzia: Essa pavimentação era feita com que figura?
A9: Com o rectângulos.
Luzia: Com os rectângulos. Era com estes, não era? E esta?
A10: Com os triângulos.
Luzia: Alguém chegou a esta? Eram feitos com este. Diz Samanta. Chegaste a esta ou outra? Então e esta? Esta é quase igual a outra, não é? E Esta figura? Alguém chegou a esta pavimentação? [alguns alunos falam com Luzia, mas não dá para perceber o que dizem] Só tinha essas figuras. Então e esta? [Outra vez um aluno fala, mas não dá para perceber] Em princípio pode, mas nós é que conseguimos acertar nas pontas. Mas em princípio esta dá pra pavimentar. E esta? Esta era feita com quais? Com qual figura?
A9: Com um triângulo.

Luzia: Era feita com esta, não era? [Luzia mostra um papel recortado com a figura de um triângulo] E esta, alguém fez esta? Alguém fez? Só a Samanta é que fez estas? E a Sónia e a Glória? Então, e as figuras que não são possíveis. Alguém chegou a esta? Dá pra pavimentar assim?
A11: Não dá.
Luzia: Dá pra pavimentar assim?
A8: Fica um espaço.
Luzia: Não dá. Então alguém sabe por que que não dá?
A4: Porque há ali um espaço.
Luzia: Porque há ali um espaço. Tá aqui um espaço, mas se eu encostar a figura, e não vou conseguir ajustá-la?
A9: Não.
Luzia: Vai? Aqui não é? Eu vou tentar juntar. Tá toda gente a ver?
Als: Sim.
Luzia: Mas quando eu chego aqui, já tô a sobrepor as figuras, não tô? Já tô a sobrepor aqui. Não encaixa, pois não. Ninguém consegue dizer por que?
A1: Porque é maior.
Luzia: Porque é maior. O que que é maior?
A7: É mais comprida.
Luzia: É mais comprida?
A12: Eu sei.
Luzia: Diz lá, diz lá. Por que?
A12: Posso ir aí?
Luzia: Podes.
A12: Esse espaço aqui …
Luzia: Qual?
A12: Este aqui ….

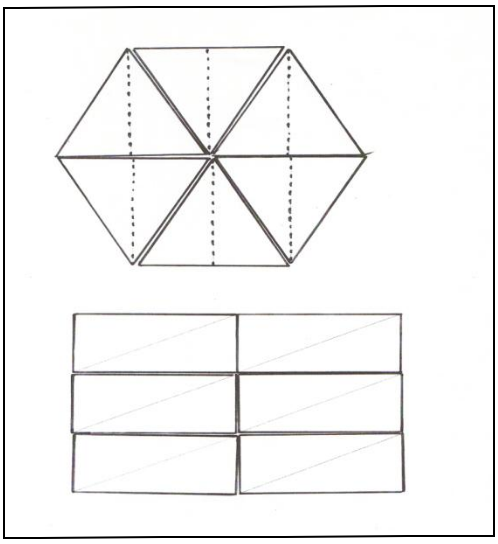


Figura 17: Pavimentação usada na segunda aula de Luzia

As questões colocadas por Luzia, vão propiciando as condições, para que emerja, nestas interacções verbais, através de explicações e respostas dos alunos, a condição necessária para a pavimentação. Na primeira parte destas interacções verbais, contidas no episódio precedente, os alunos apenas respondem às questões da candidata a professora, referentes ao tipo de figuras usadas na pavimentação e sobre a impossibilidade de pavimentar com lacunas ou superposições entre as figuras. No episódio seguinte, há mudanças subtis.

Episódio F – Parte 2

Luzia: Obrigado. Então o Jonas disse que era porque este espaço aqui, era mais pequeno que este, não era? O que que ele quer dizer com isto? Isto que nós temos aqui é o que da figura?
A9: Ângulo.
Luzia: Como? Abel?
A9: Ângulo.
Luzia: É o ângulo. Pra essas figuras puderem, puderem juntar, este ângulo aqui não tem que ser igual a este?
A12: Tinha que ser mais fechado, professora.
Luzia: Tinha que ser ou este mais fechado ou este mais aberto. Não era? Então o que nós podemos concluir disto? [tosse de um aluno] O que é que nós podemos concluir com o que eu acabei de dizer? Diz lá, o que é que nós podemos concluir com o que eu acabei de dizer?
A13: Nada.
Luzia: Não podemos concluir nada?
A13: Porque não cabe.
Luzia: Não cabe por que?
A12: É mais comprido.
Luzia: Mais comprido. O ângulo não é igual. Então para provar que uma pavimentação convém, é preciso que estes ângulos todos aqui consigam conjugar, não é? Era o que acontecia, por exemplo, nesta figura, não era? Se considerarmos aqui este vértice, o ângulo formado por este e por este, não? É o ângulo de 90º. Então se juntar todos aqui, tem que ficar tudo fechado, quanto é que vocês acham que tem que ter este ângulo? Quanto é que acham que tem que ter a soma dos ângulos, para que a pavimentação se possa formar? Há um bocado disseste [Dirige-se a um aluno] que um ângulo recto tinha quantos graus?
A13: 90.
Luzia: 90 graus. Então, temos aqui 90 graus e aqui? E aqui, qual é a amplitude do ângulo, Clara?

A7: [Palavras imperceptíveis]
Luzia: É o ângulo recto, qual e a amplitude? Como é que mede este ângulo? Não sabes? Quanto é que é, Alexandre? Noventa graus. E este aqui, Joana?
A13: [Palavras imperceptíveis]
Luzia: Como? Então pra eles estarem aqui todos juntinhos, isto aqui a volta deste vértice, tem que formar um ângulo de quantos graus?
A13: 90 graus.
Luzia: Noventa graus. Todos juntos, a soma dos ângulos todos a volta deste vértice, tem que formar um ângulo de quantos graus?
A4: 360.
Luzia: Sónia. 360 graus. [Luzia apaga o retroprojector] Mas tu não contaste ao dedo. Então o que é que nós vamos concluir? Isto é pra passar pra o caderno [Luzia escreve no quadro a conclusão destas interacções verbais sobre a condição necessária para formar uma pavimentação]

[Aula 2 de Luzia, 20/02/2009]

Na segunda parte das interacções verbais, encontradas no episódio F, percebemos que as questões de Luzia propiciam a emergência da palavra ângulo, proferida pelo aluno A6. De seguida, após algumas respostas e explicações pouco desenvolvidas dos alunos, Luzia desenvolve uma *explicação instrucional* na qual a questão implícita é qual o principal requisito para se formar pavimentações com determinadas figuras e explica a condição necessária para a pavimentação ser possível. A candidata a professora, em sua explicação, fala em “juntar” e “soma dos ângulos”, induzindo, com estas palavras, os alunos a apresentarem a condição necessária para a pavimentação. Teria sido possível fazer mais questões aos alunos, para que fossem eles a dizer os aspectos fulcrais desta condição matemática. Na explicação de Luzia esta condição de existência foi conectada a representações de pavimentações possíveis e impossíveis, como assinala:

> Inicio esta actividade projectando algumas pavimentações feitas por mim e vou perguntando aos alunos se a tinham feito. Para começar mostro apenas algumas pavimentações que sejam possíveis de formar e depois passo para as que não são possíveis de formar, por exemplo:

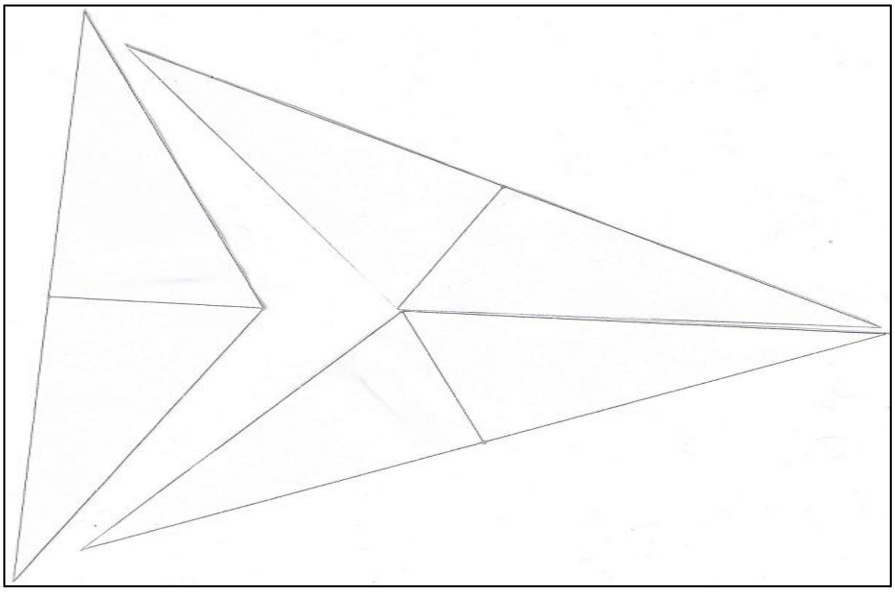


Figura 18- Pavimentação referida na reflexão escrita sobre a segunda aula de Luzia

> Depois fui perguntando porque não dava para formar esta pavimentação e o que é que era necessário para que fosse possível a pavimentação. Foi então que o Jonas disse: "É preciso que o ângulo da figura seja igual ao ângulo onde queremos pôr." Fiquei muito contente por ele ter percebido e parti daí, pedi-lhe que explicasse aos colegas, mas a sua explicação não foi evidente. [REA2L, 20/02/2009]

Luzia começa a actividade mostrando as pavimentações, usa o retroprojector e questiona, em princípio, para saber se os alunos a fizeram. A questão seguinte passa a referir-se ao porquê de não ser possível formar uma pavimentação. Tal questão propicia que um dos alunos, em sua resposta, afirme a necessidade de os ângulos das figuras se justaporem. Embora a candidata a professora tenha se entusiasmado com a resposta do aluno e pedido para ele explicar aos outros colegas, tal resposta não constituiu uma explicação satisfatória. Na parte final do episódio, tenta generalizar a condição para a existência de uma pavimentação. No entanto, os alunos não respondem à altura de suas expectativas, como sublinha:

> Depois quis generalizar e perguntei qual era a amplitude do ângulo recto, ao que eles me responderam 90 graus. Depois perguntei qual era a amplitude do ângulo raso, auxiliei-me do esquema de um ângulo raso, e já só alguns é que me responderam 180 graus. Por fim, fiz novamente um desenho e perguntei qual era a amplitude do ângulo giro, mas só poucos é que responderam 360 graus.
> Depois peguei novamente nas figuras e apontando para o vértice das figuras mostrei-lhes que ali também se encontrava um ângulo giro e

> perguntei-lhes o que é que podíamos concluir. Acho que estava a pedir demais, ninguém soube responder à questão, alguns referiam que tinha de estar ali um ângulo giro mas não sabiam bem qual a relação do ângulo giro com as figuras dadas anteriormente. Assim, peguei na seguinte figura (sem as setas que marcam a amplitude dos ângulos):

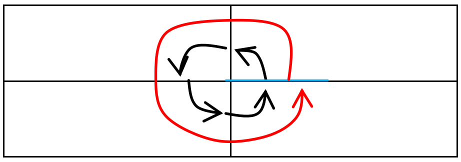


Figura 19 – Figura usada para ajudar os alunos a perceber a condição necessária para a pavimentação [REA2L, 20/02/2009, p.2]

> E através da figura levei-os a perceber que a soma da amplitude dos ângulos dos 4 rectângulos tinha que ser igual a 360 graus, caso contrário, não era possível formar uma pavimentação. Depois peguei nas figuras recortadas, eles também as tinham, e fomo-las juntando para ver quais permitiam a formação de pavimentação. [REA2L, 20/02/2009]

Luzia recorre, mais uma vez, a outra representação, o desenho, (Figura 19) para questionar os alunos sobre a amplitude do ângulo de giro, mas apenas alguns alunos respondem correctamente. De suas palavras, podemos depreender que a dificuldade fulcral dos alunos consistia em eles perceberem a relação entre as figuras mostradas por ela e o ângulo de 360º. A candidata a professora usa as figuras recortadas para tentar concluir, mostrando-lhes o ângulo de 360º obtido na junção das mesmas, mas a resposta dos alunos não é satisfatória. O uso das figuras recortadas, materiais manipuláveis, constitui-se num recurso didáctico para verificar a condição de existência de uma pavimentação, sendo este uso integrante do conteúdo conhecimento didáctico de Matemática da candidata a professora. Em sua entrevista curta, quando reflecte sobre sua prática, ao final desta aula, Luzia aponta, mais uma vez, as limitações dos alunos, nesta actividade:

> Primeiro eles não tavam a perceber… Eles não têm a, a noção, ou não ficaram com essa noção, de continuidade. Que eles tinham seis peças mas era suposto projectarem aquilo para uma área grande, n'é? Não só com as seis peças. E houve muitos que não perceberam. E não perceberam que era para fazer com as peças iguais e puseram uma pavimentação com as várias diferentes. Não perceberam a actividade, não sei. [EC2L, 20/02/2009]

De suas palavras, podemos inferir mais das dificuldades dos alunos, como a noção de continuidade. Além disso, no final do extracto, Luzia aponta como mais uma dificuldade, o facto de os alunos não terem interpretado a actividade. Além disso, a candidata a professora assinala mais dificuldades para a aprendizagem das pavimentações pelos alunos:

> Como já tinha referido, esta actividade precisava de outro trabalho complementar e não eram em 20 minutos que os alunos iriam compreender todos os conceitos que envolvem as pavimentações. Mesmo agora, que já reflecti sobre o que fiz, não me ocorre nenhuma maneira melhor de abordar este problema com o tempo disponível que tinha. [REA2L, 20/02/2009]

Luzia aponta a insuficiência desta actividade, do tempo disponível para tal e de não conhecer algum modo para utilizar o problema naquele tempo da aula. Este tempo era insuficiente para estabelecer as relações entre os conceitos matemáticos envolvidos na explicação acima referida, de modo que os alunos aprendam os conceitos inerentes às pavimentações.

Em outro momento, na terceira aula, podemos encontrar, na prática de explicação de Luzia, a colocação de questões explícitas aos alunos. Estas questões às vezes apontam para um avanço na compreensão dos conceitos pelos alunos e, em outras, isto não ocorre. No segundo momento desta aula, a candidata a professora questiona os alunos para saber se concluíram uma ficha na qual tem uma tarefa de multiplicação por 10, 100, 1000 e 0,1; 0,01 e 0,001.

Ao constatar que nem todos os alunos tinham concluído esta tarefa, dá-lhes cinco minutos para isto: "(…) Eu vou dar cinco minutos para responderem às questões" [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]. Após este tempo ter se esgotado, a candidata a professora passa a questionar os alunos sobre a resposta da tarefa, como ocorre no episódio:

Episódio G - Parte 1

Luzia: Os números multiplicados por 10, por 100 ou 1000, ficam menores ou maiores?
A17: Maiores.
A16: Maiores.
Luzia: Por que?

A17: Eu acho que ficam menores.
Luzia: Ficam menores? Então por que este 25?
Luzia: Então escreve, é isso mesmo. Já fizeram?
A12: Já.
Luzia: já vi.
A6: Quem acabou a ficha faz o quê?
A17: Ah! É não!
Als: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Então escreve: ficam maiores. Ó Marco tavas a dizer [palavras imperceptíveis] tavas certo. Escreve, ficam maiores.
A7: Ficam maiores.
Luzia: Pronto. Quantas vezes maiores?
A7: 10, 100. 1000.
Luzia: Pronto. Se multiplicar não sei quê ficam não sei que maiores. Marco, os números ficam maiores, não é? Ficam quantas vezes maior?
A7: Dez.
Luzia: Esperas um minuto, tá bem? E agora, o que tens a seguir? [palavras imperceptíveis] com a ficha dele Marco. Vamos lá. Quando multiplicamos por uma décima, uma centésima e uma milésima, os números ficam maiores ou menores?
A7: Ficam menores.
A12: Menores.
Luzia: Ficam menores. Escreve, ficam menores. E agora, Camila ficam quantas vezes menores? Marco ficam quantas vezes menores?
A7: 0,1; 0,01, …
Luzia: Não…
A7: 0,001.
Luzia: Depois quanto é que é? Duas vezes menor, três vezes menor …
A7: Uma vez menor, duas vezes menor, três vezes menor.
Luzia: É. É assim que pensas?
A7: Sim.
Luzia: Então escreves. Escreve a lápis. Sim e agora a seguir?
A7: Então agora é, é não sei …. Fica…
Luzia: Ficam maiores ou menores?
A7: Menores.
Luzia: Menores.
A7: Uma décima fica dez vezes menor.
Luzia: Olha, meninos, escutem lá. Marco, quando nós temos uma décima, uma décima da unidade, quer dizer que temos que parte da unidade?
A7: Não sei?
Luzia: Quer dizer que temos que ter quantas partes para ter a unidade? Se eu divido um bolo, se eu tenho uma décima do bolo, quantas fatias eu tenho que ter, pra ter o bolo inteiro?

A7: Dez.
Luzia: Então, então isso quer dizer que quando eu multiplico 0,1 eu tenho um valor …
A7: Dez.
Luzia: Dez o que?
A7: Menor.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

No início deste episódio, podemos inferir que, diante das questões de Luzia aos alunos, referente ao que ocorre quando se multiplica um número por números 10, 100, 1000, os alunos ainda apresentam respostas contraditórias. O mesmo aluno A17, diz que estes números ficam maiores e, pouco tempo depois, que os números ficam menores. A candidata a professora por sua vez, questiona mais uma vez, no entanto, não há resposta do aluno que aponte para uma superação da contradição. De suas palavras, depreendemos que há uma preocupação em saber se os alunos terminaram de resolver a ficha na qual se encontra a tarefa. Além disso, Luzia determina que um dos alunos escreva que os números ficam maiores. De seguida, sua questão procura saber quantas vezes estes números, ao serem multiplicados por 10, 100 e 1000, ficam maiores.

Quando as questões de Luzia passam a referir-se à multiplicação de um número pela décima, centésima e milésima, encontramos respostas erradas dos alunos e a candidata a professora passa adiante, sem explorar estes erros dos alunos. A sua questão passa a ser quantas vezes o número fica menor e as respostas do aluno, mais uma vez, não revelam compreensão.

No momento seguinte deste episódio, após determinar, mais uma vez, que o aluno escreva, Luzia retoma a questão inicial, para saber dos alunos se os números ficam maiores ou menores. No entanto, agora, o aluno A7, em três respostas, consegue avançar em duas, ao dizer que estes números ficam menores e quantas vezes menores. Na sua terceira resposta, por outro lado, não explicita quantas vezes a décima é menor que a unidade. Com a terceira resposta negativa do aluno A7, Luzia dá um exemplo, com um objecto real (um bolo) tal conexão propicia respostas correctas do aluno. Parece que o uso de um objecto real contribui para a compreensão do aluno. Tal actuação do aluno, pode ser compreendida na reflexão escrita da candidata a professora:

> Esta actividade foi introduzida na aula anterior pela Diana, mas não tinha sido ainda discutida. Assim, preparei a discussão tendo em consideração

> algumas dificuldades que esperava que os alunos tivessem. Por exemplo, penso que todos sabem que 10 é 10x [vezes] maior que 1, mas não sei se sabem que 1 é 10x [vezes] menor que 10. O mesmo acontece com o 0,1 ser 10x [vezes] menor que 1 e o 1 ser 10x [vezes] maior que o 0,1.Para superar esta dificuldade, talvez devesse ter explorado o quadrado das centésimas e das décimas ao mesmo tempo que corrigia a ficha de trabalho. Poderia tê-los questionado sobre o número de décimas que são necessárias para completar uma unidade. [REA3L, 16/03/2009]

Luzia, em sua reflexão escrita, revela que esta actividade foi introduzida por sua colega de estágio, na aula anterior e ainda não havia sido discutida na sala de aula. A candidata a professora sublinha que sua expectativa referente à dificuldade dos alunos com o raciocínio inverso se confirmou na prática lectiva. Tal confirmação destas dificuldades dos alunos na prática lectiva, revela conhecimento do aluno por parte da candidata a professora. Nesta reflexão escrita Luzia ressente-se de não ter usado o quadro das décimas, o que poderia ter contribuído em suas questões aos alunos. Em sua entrevista curta, ao reflectir sobre sua prática, no final desta aula, reafirma esta dificuldade anterior dos alunos e clarifica outras:

> Eles já viram que aquilo é a dezena, mas não têm a noção que a dezena é dez vezes maior, é dez vezes mais que a unidade. Que a centena é dez vezes mais que a dezena e cem vezes mais que a unidade. Da mesma forma que a décima é dez vezes menos e a centésima cem vezes menos, a milésima mil vezes menos. Isso ainda é claro pra eles. Quando é pra multiplicar por 10, 100, 1000, eles mais ou menos percebem. Quando é pra multiplicar por uma décima, uma centésima e uma milésima, eles não conseguem perceber que tá ali um10, que tá ali um 100 e que tá um 1000. [EC3L, 16/03/2009]

Estas dificuldades de compreensão dos alunos, fazem Luzia repetir as questões anteriores, referentes à multiplicação por 10, 100 e 1000 e por 0,1, 0,01 e 0,001, na segunda parte deste episódio:

Episódio G - Parte 2

Luzia: Ó meninos, vamos lá começar a corrigir. Quero que levantem o braço, tá bem? O que é que acontece aos números quando multiplicas por 10, 100 e por 1000? Eva.
A6: Fica, fica maior, quando é multiplicado por 10 ficam 10 vezes maior.
Luzia: Então os números ficam maiores, não é? Quando multiplicamos por 10, por 100 e por 1000, os números ficam maiores.
A6: Dez vezes maiores.
Luzia: Se for por 100 não ficam 10 vezes maiores.
A6: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Vamos escrever aqui [Luzia escreve no quadro] E Eva, continua lá e ficam quantas vezes maiores? Quando multiplicamos por 10, ficam quantas vezes maiores?
A6: [palavras imperceptíveis] 10 vezes maior.
Luzia: Camila, quando multiplicamos os números por 10, como é que eles ficam? Ficam maiores ou menores?
A12: Quando multiplicamos por 10?
Luzia: Sim.
A12: Ficam maiores.
Luzia: Ficam maiores. Quantas vezes maiores?
A12: 10, 100, 1000.
Luzia: Se multiplicar por 10 podem ficar 10 vezes maior, 100 vezes maior e 1000 vezes maior?
A12: Não.
Luzia: Então. Diz lá, se multiplicar por 10, esse número vai ficar quantas vezes maior?
A12: Dez.
Luzia: Se eu multiplicar por 100, esse número vai ser quantas vezes maior?
Als: 100.
Luzia: E se eu multiplicar por 1000? Marco.
A3: 1000.
Luzia: Se multiplicar um número por 1000, esse número vai ficar quantas vezes maior?
A7: 100.
Luzia: Tomé ajuda o Marco. O Marco disse se multiplicar um número por 100, este número vai ficar 1000 vezes maior.
A18: 100.
Luzia: Vai ficar 100 vezes maior. Se multiplicar o número por 1000, vai ficar mil vezes maior. Tomé, então [palavras imperceptíveis] Então, o que que acontece, ó meninos, Marco e Camila, o que que acontece quando multiplicamos um número por uma décima, por uma centésima e uma milésima?
A12: O que professora?
Luzia: O que que acontece, quando multiplicamos um número por uma décima, por uma centésima e por uma milésima? Camila.

A12: Ficam menores.
Luzia: Ficam menores. Quanto menor Camila?
A12: 10 vezes menor.
Luzia: Ficam menores quando multiplicamos por …
A12: Por 10.
Luzia: Por 10?
A12: 100 e 1000.
Luzia: Ficam menores quando multiplicamos por 10? [pausa] Quando multiplicamos por 10 ficam maiores. [palavras imperceptíveis]
A7: É 0,1.
Luzia: Que é uma décima. E por ficarem 100 vezes menor, tens que multiplicar por quanto?
A3: 0,01.
Luzia: Que é uma? Isso, isso. E pra ficar 1000 vezes menor, tens que multiplicar por quanto?
A12: 0,001.
Luzia: Que é uma o que?
A7: Milésima.
Luzia: É uma milésima. [Luzia escreve no quadro] Toda a gente respondeu assim?
Als: Sim.
A11: Não.
Als: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Ó meninos, eu quero ouvir como é que a Madalena respondeu. Como é que respondeste, Madalena? [a aluna não respondeu] Beatriz.
A19: Aumenta…
Luzia: Diz Beatriz.
A19: Se é 10, aumenta um 0, 1000, aumenta três zeros.
Luzia: Ah. Então vamos ver isso. [Luzia escreve no quadro] A Beatriz respondeu isto. Isto é verdade? Toda a gente concorda com isto?
A6: Sim.
Luzia: Concorda? Então não tavamos a dizer que o número ficava dez vezes maior? Não era isso que dizíamos? Então vamos ver aqui uma coisa. [Luzia escreve no quadro] Ó Camila, tais a falar com quem? [Luzia escreve no quadro] Então, a vírgula encontra-se sempre entre que ordem?
Als: As unidades e as décimas.
Luzia: As unidades e as décimas, não é? Então a vírgula serve para marcar a parte inteira do número e a parte decimal do número, não é? Se eu tiver, se eu tiver uma unidade e multiplicar por 10, essa unidade vai ficar quantas vezes maior?
A7: Duas vezes.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Na segunda parte deste episódio, a repetição das questões principais destas interacções verbais resulta e altera as respostas dos alunos. No entanto, esta alteração ainda é muito discreta, uma vez que o aluno A6, apenas responde ao que acontece com a multiplicação por 10. Luzia questiona-o, mas suas palavras aparecem imperceptíveis. Após uma sequência de questões que focam o que acontece quando multiplicamos por 10, a resposta parcialmente errada de um aluno a faz repetir essa resposta, com o intuito de os alunos perceberem o erro. Esta actuação da candidata a professora resulta e ela refaz a pergunta, dividindo-a em três partes. No entanto, apesar desta alteração na pergunta, um dos alunos responde errado e a candidata a professora pede para outro aluno lhe explicar sendo esta uma de suas actuações diante de uma resposta errada de um aluno.

Apesar de usar a estratégia referida acima para questionar a resposta errada do aluno A18, Luzia responde correctamente a seguir. Quando as questões voltam a referir-se à multiplicação pelas décimas, centésimas e milésimas, a resposta de um aluno revela que compreender que os números ficam menores, mas esta compreensão não se estende a todos os números, restringindo-se às décimas. Apenas quando o aluno A7 responde, após a candidata a professora corrigir o erro do aluno A12 (que é 0,1) as interacções verbais passam a referir-se às décimas, centésimas e milésimas.

Na fase final desta parte do episódio, encontramos a aluna A19, respondendo sobre a mudança de ordem, de um modo processual. Luzia referiu-se a este momento, na entrevista curta, na qual faz a reflexão sobre a prática e na reflexão escrita. Declara:

> [Os alunos] não compreendem. Por isso que eu quis que eles percebessem isso de dez vezes maior e dez vezes menor, para perceberem de onde vem aquele acrescentar zeros ou na realidade não é acrescentar zeros nenhuns, os algarismos é que mudam de ordem. [EC3L, 16/03/2009]

A candidata a professora sublinha a sua meta de propiciar aos alunos uma compreensão do significado da mudança de ordem no sistema de numeração decimal. Neste sentido, a partir da resposta de uma das alunas, A19, Luzia aproveita para explicar mais sobre a mudança de ordem no sistema de numeração decimal, consoante afirma:

Depois desta discussão, aproveitei a resposta da Marta, que dizia que era só acrescentar um zero, para explorar a mudança de ordem no sistema decimal. Na planificação escrevi que na ficha de trabalho era visível que os números ficavam mais pequenos, mas uma vez que os alunos não estão à vontade com o sistema posicional, não sei até que ponto conseguem ver que os números estão mais pequenos.

Por isso explorei o quadro das ordens numéricas: (Figura 19). [REA3L, 16/03/2009]

Centenas	Dezenas	Unidades	,	Décimas	Centésimas	Milésimas

Figura 20. Quadro das Ordens Numéricas-REA3, 16/03/2009 - p.3

Nesta explicação do valor posicional, no sistema de numeração decimal, o uso do quadro das ordens numéricas constituiu-se numa importante representação de Luzia.

Episódio G - Parte 3

Luzia: Se multiplicarmos uma unidade por 10, essa unidade vai ficar quantas vezes maior?
Als: Dez vezes.
Luzia: Dez vezes maior. E como é que se escreve? A unidade deixa de estar na ordem das unidades e passa a estar na ordem das dezenas. E aqui temos que colocar o zero, não é? Então um vezes 10 é 10. Multiplica-se, não é? Então, não acrescentamos só o zero, a unidade, o número que estava na unidade é que se deslocou pra ordem das dezenas, porque multiplicamos por 10. E se eu multiplicar uma unidade por 100? Tenho uma unidade e agora vou multiplicar por 100. O que é que que vai acontecer, ao número que está aqui?
Als: Vai pras centenas.
Luzia: Vai pras centenas, porque multiplicamos por 100. Claro que aqui temos que por um zero e aqui também, né? Então, não é só acrescentar um zero. É o número que nós temos é que se desloca na ordem. Se nós temos uma unidade e multiplicamos por 10 ela fica dez vezes maior. Então temos uma dezena, não temos uma unidade e temos uma dezena. Se tivermos uma unidade e multiplicarmos por 100, ela vai ficar 100 vezes maior. Então ele vai deslocar-se pra ordem das centenas. Muito bem. Então e se eu tiver uma unidade e eu multiplicar por uma décima? Se nós temos uma unidade e nós

vamos multiplicar por uma décima, nós sempre quando multiplicamos por uma décima, o número vai ficar quantas vezes menor?
Als: Dez vezes.
Luzia: Dez vezes menor. Então, se temos uma unidade, se temos aqui uma unidade e ele vai ficar dez vezes menor, então o 1 vai deslocar-se pra onde?
A12: Pra casa das décimas

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Trata-se de *explicações instrucionais*, uma vez que Luzia procura fazer estas explicações para explicitar o significado da mudança de ordem no sistema de numeração decimal e o faz a partir da resposta colocada por uma das alunas. Esta resposta da aluna não explicitava este significado. A questão para esta explicação desenvolvida pela candidata a professora é implícita (o que acontece quando um algarismo muda de ordem no sistema de numeração decimal?). Além disso, tal explicação é desenvolvida durante a realização de uma tarefa, que envolve a candidata a professora e a classe-inteira num discurso coerente.

As explicações de Luzia justificam as acções realizadas na mudança de ordem de um algarismo no sistema de numeração decimal. Tais explicações, em suas conexões, mostram como um algarismo muda de ordem neste sistema de numeração. Tendo em conta o modelo de explicações instrucionais (Figura 6), as explicações desenvolvidas por Luzia, neste momento da aula, envolvem o objectivo, sendo este a representação dos algarismos utilizando o quadro das ordens numéricas. Durante o uso desta representação, em sua explicação, a candidata a professora realiza três acções: selecciona cada algarismo a ser representado, constrói sua representação utilizando o algarismo no referido quadro e refina ao explicar o significado desta representação no quadro. Para encontrar de modo bem sucedido o objectivo mencionado acima, a candidata a professora precisou demonstrar um conhecimento do conteúdo bem articulado e um conhecimento dos alunos que aqui pode ser identificado quando ela aproveita a resposta da aluna que não explicitava o significado da mudança de ordem no sistema de numeração decimal para desenvolver sua explicação.

Quando Luzia reflecte sobre estes momentos desta aula sublinha a importância do uso do quadro das ordens numéricas em sua explicação:

> Posso não estar a pensar correctamente, mas penso que foi importante e produtivo ter dado este tempo para a exploração do quadro das ordens numéricas. No entanto, deveria ser estabelecido um plano para o ano

> inteiro para desenvolver esta noção dos números. Aparentemente é um ponto frágil no ensino da Matemática em Portugal. [REA3L, 16/03/2009]

Por outro lado, assinala a necessidade de um plano para o desenvolvimento deste conteúdo de ensino para todo o ano lectivo. Para Luzia esta é uma falha no programa português. Por fim, aponta um aspecto negativo em sua prática de explicação: "Um aspecto negativo a referir nesta actividade é que as explicações que lhes dei foram todas descontextualizadas, teria facilitado muito se tivesse feito uma ligação com o sistema monetário" [REA3L, 16/03/2009].

Para a candidata a professora, o uso sistema monetário para contextualizar as suas explicações teria propiciado melhores conexões no desenvolvimento destas. Além destes aspectos assinalados anteriormente, Luzia sublinha, ao reflectir sobre sua prática, na entrevista curta, a importância destas explicações para os alunos compreenderem:

> Havia alguns alunos que acho que precisavam, por exemplo, o Tomé, a Sónia, a Madalena, acho que eles tavam a precisar disto, pra começar a fazer sentido e acho que esta aula foi um clic na cabeça deles. Foi um explicar, eles faziam aquilo assim, não sabiam bem por que e agora perceberam e faz sentido, já sei fazer. Pra outros alunos, por exemplo, o Marco e a Camila, tão completamente presos ao acrescenta-se um zero e não vão compreender e vou conversar com o Marco e com a Camila. (…) Não tão a relacionar nada, não tão. Tão só a memorizar. [EC3L, 16/03/2009]

No entanto, nem todos os alunos têm a mesma compreensão e ainda estão com as mesmas ideias que não explicitam o significado deste conteúdo de ensino, estão apenas usando a memória. Segundo Luzia, ela e a colega pretendiam organizar os conteúdos de ensino, tendo em conta que, como os alunos os tenham estudado no 1.º ciclo. No entanto, considera que eles nem sempre aprenderam:

> Eu percebo que nós também temos a pretensão, enquanto estagiários, temos a pretensão de arrumar assuntos, por que eles já sabem e quando há algum aluno que não sabe, aí sentimo-nos frustrados. Mas também nós não estamos a dar isto bem, porque era suposto nós voltarmos pois, os assuntos e não tá a acontecer. Mas isso é uma coisa que eles não vão perceber com uma aula. Alunos que vão, alunos que não vão, há alunos que precisam de cinco aulas e há alunos que precisam de dez pra

> perceber isto e é natural que, que só com uma aula nem todos fiquem a perceber. [EC3L, 16/03/2009]

Além disso, afirma a candidata a professora, não está ocorrendo a retomada dos conteúdos de ensino como tinha sido planeado. Diante das dificuldades de compreensão dos alunos, Luzia revela mais conhecimento dos alunos ao sublinhar a necessidade de um tempo diferenciado de aprendizagem. No entanto, considera que isso é problemático diante da necessidade de cumprir o programa:

> Na próxima já não consigo. Tenho que corrigir o problema da semana, tenho que corrigir o trabalho de casa, tenho que acabar o problema dos múltiplos, tenho que fazer mais alguma coisa, que já não tô a me lembrar o que é. Ainda tenho que fazer as potências … [EC3L, 16/03/2009]

Em uma outra tarefa, o *problema da pizaria*, Luzia desenvolve explicações nas quais relaciona o seu conhecimento do conteúdo, nomeadamente as suas relações internas.

Episódio H -Parte 1

A Pizzaria

O Alfredo é cozinheiro e trabalha na pizzaria Ciao Ragazza. Tem sempre muitos clientes e, por isso, prepara as pizzas antes que os clientes cheguem, para não terem de esperar.

Ele alinha 20 bases de pizzas com queijo e tomate e coloca Frango de 2 em 2 pizzas, a começar pela segunda.

Depois, coloca ananás de 3 em 3 pizzas, a começar na 3ª pizza.

Quais as pizzas que têm frango? E as que têm ananás? Há alguma pizza com estes dois ingredientes?

Figura 21 - Tarefa apresentada por Luzia aos alunos no retroprojector no início da terceira aula

Luzia: [Luzia apagou todo o quadro e depois pegou o retroprojector e prepara-o para usá-lo. Luzia e Diana preparam a tela para o retroprojector] Olha meninos, arrumem os livros e deixem só os cadernos, tá bem? [pausa] Eva lê lá. Ó meninos fiquem todos em silêncio que eu quero ouvir a Eva!
A6: A Pizaria. É o cozinheiro que trabalha na pizaria Ciao Ragazza. Tem sempre muitos clientes e, por isso, …
Luzia: Tchau ragaça.
A6: … Prepara as pizas enquanto os clientes chegam para não terem de esperar. Ele alinha 20 bases de pizas com queijo e tomate e …
Luzia: Coloca.
A6: Frango de 2 em 2 pizas, a começar pela segunda. Depois, coloca ananás de 3 em 3 pizas, a começar na 3ª piza. Quais as pizas que têm frango? E as que têm ananás? Há alguma piza com estes dois ingredientes?
Luzia: Então agora a pares, vocês vão fazer este problema, tá bem? Quem não quiser fazer a pares pode fazer individual. Olha meninos, é pra começar, tá. [Luzia passa a andar pelas duplas observando o trabalho e tirando dúvidas referentes ao enunciado deste problema] Ó meninos, quem quiser, quem preferir, pode fazer desenhos, pode fazer esquemas, podem fazer como quiserem, tá bem? [pausa] [tem um acetato no retroprojector com o problema da Pizaria - Ver a Figura 7.5] Ó Eduardo, quais são as pizas, quais são as pizas, Eduardo, quais são as pizas que têm frango? Começamos em qual piza?
A3: A dois.
Luzia: [Luzia desenhou círculos no quadro, representando as pizas, e foi marcando-as de acordo com as respostas dos alunos] Na segunda, muito bem. Esta tem frango e qual é que tem frango mais?
A3: A quatro.
Luzia: A quatro, que mais?
A18: A dez.
Luzia: A dez. E aqui no meio, não há nenhuma?
A1s: Oito.
Luzia: Que mais?
A18: A catorze, a dezasseis e a vinte.
Luzia: E qual é a que tem ananás? Começamos na três, né? Mais. Como?
A1s: [palavras imperceptíveis] a doze.
Luzia: A doze.
A12: A nove. [palavras imperceptíveis]
Luzia: A nove. Quais são as pizas que têm frango? A dois, a quatro, a oito, [Luzia escreve no quadro] E as que têm ananás?
A3: Olha professora, as pizas de frango parecem a tabuada do dois!
Luzia: Então, já posso apagar as pizas, não posso? Quais são as pizas que têm, quais são as pizas que têm frango e ananás? É a seis …
A18: Seis, doze e dezoito

Após a leitura do enunciado do problema, feita pelo aluno A6, determinar a organização dos alunos a pares e, se o preferirem, individualmente, permitir que eles usem diferentes representações para resolvê-lo, Luzia passa a questionar os alunos. Começa a fazê-lo a partir da questão explícita "Ó Eduardo, quais são as pizas, quais são as pizas, Eduardo, quais são as pizas que têm frango? Começamos em qual piza?" Os alunos respondem com múltiplos de 2, exceptuando o zero, mas sem seguir a ordem da sequência destes números. Embora a questão seguinte tenha a ausência do número 8, na resposta do aluno, a candidata a professora interfere e foca sua questão sobre a ausência de números na sequência das pizas de frango, que representam os múltiplos de 2. No entanto, na resposta dos alunos ainda fica faltando o número 6 e Luzia passa adiante e foca sua questão sobre a sequência de pizas de ananás, que representam os múltiplos de 3, exceptuando o 0.

Por outro lado, quando Luzia questiona os alunos sobre as pizas que representam os múltiplos de 3, as respostas destes não começam do início da sequência nem em ordem decrescente. Enquanto questiona quais são as pizas de frango e as de ananás e escreve a sequência dos números que representam suas posições no quadro, o aluno A3 identifica a sequência de números que representam as pizas de frango com a tabuada de 2: "Eles perceberam que aquilo ali era a tabuada dos dois" [EC3L, 16/03/2009]. Este momento foi muito importante para a candidata a professora, como sublinha: "E agora [o que] tenho que fazer? E agora tava-me a me ver muito aflita, na planificação, pra fazer a passagem e vai dar uma grande volta. Mas felizmente o Eduardo disse: isto é a tabuada dos dois. E eu, pois é" [EC3L, 16/03/2009]. De suas palavras podemos inferir que a actuação do aluno constituiu-se em um modo de mascarar a falha no planeamento da tarefa, uma vez que estava apreensiva e não sabia, na prática, como superar esta falha. No entanto, esta actuação do aluno também teve duas limitações, como aponta a primeira: "O zero eu vou perguntar: o zero é múltiplo de dois ou não? Agora com a tabuada vou dar-lhes a definição" [EC3L, 16/03/2009]. E a segunda: "(…) agora falta é relacionar a tabuada do dois com ser múltiplo" [EC3L, 16/03/2009]. A ausência do zero, a primeira limitação apontada por ela na resposta do aluno, a faz afirmar que os questionará sobre este número e usará a definição para relacionar esta resposta aos múltiplos. A segunda limitação nas repostas dos alunos, segundo afirma, foi não terem relacionado a resposta aos múltiplos.

Quando Luzia reflecte por escrito sobre esta aula, assinala dificuldades na preparação da tarefa:

> Esta actividade tinha o intuito de introduzir os múltiplos de 2 e 3. No entanto, tendo em consideração a própria definição de múltiplo, a actividade não estava bem elaborada pois os números ordinais não são passivos de serem operados. Sabia que não podia trabalhar com as pizas como sendo a segunda ou a terceira, mas pensava que podia dizer que as pizas de frango se encontravam nos múltiplos de 2. Nem sei bem o que isto quer dizer, estava a tentar trabalhar com posições referindo-me a elas como se fossem números. Podia ter idealizado uma actividade tivesse uma origem multiplicativa, por exemplo, caixas de 2 bombons empilhadas ou arrumadas em prateleiras. Desta forma até poderia abordar o 0 (zero) como múltiplo de 2 e 3. Esta actividade foi introduzida a 15 minutos do fim da aula, por esse motivo, não foi possível retirar qualquer conclusão da discussão dos resultados com os alunos. [REA3, 16/03/2009]

Sublinha que a sua meta com esta tarefa era a introdução dos múltiplos de 2 e 3, mas constata que não poderia fazê-lo de modo bem sucedido com esta tarefa. Luzia identifica como principal falha, ter considerado que os números ordinais podiam ser operados. No entanto, pensou que poderia minimizar tal falha, afirmando que as pizas de frango integravam os múltiplos de 2. Por outro lado, afirma não saber o significado do que pensou, uma vez que estava trabalhando números ordinais como se fossem números cardinais.

Diante destas falhas no planeamento da tarefa, Luzia pensa em uma outra tarefa, que poderia servir para o mesmo propósito. As limitações da candidata a professora em seu conhecimento do conteúdo são assinaladas por ela própria:

> A Matemática que deveria saber vai muito mais além daquilo que sei. Este ano verifiquei que há muitos conceitos inerentes a um conceito chave e que há processos intermédios que devem ser explorados antes de se chegar a esse conceito chave. Não sei se estas ideias já tinham sido faladas nas aulas da ESE, mas nunca tomei consciência delas da forma como o faço agora. [REA3L, 16/03/2009]

De suas palavras, depreendemos que a sua dificuldade reside nas relações entre os conceitos. No entanto, apesar de não conseguir afirmar se tais ideias foram estudadas na sua formação inicial, está conscientizando-se delas neste momento de seu estágio. A gestão do tempo emerge, mais uma vez, como um obstáculo ao desenvolvimento da tarefa, como afirma: “Esta actividade foi introduzida a 15 minutos do fim da aula, por esse motivo, não foi possível retirar qualquer conclusão da discussão dos resultados com os alunos" [REA3L, 16/03/2009]. Este obstáculo impediu-a de obter alguma conclusão referente à discussão dos resultados com os alunos.

A segunda parte do *problema da pizaria* teve lugar na quarta aula, após a correcção do Problema da Semana, o *problema da fuga das galinhas*. Luzia retoma o problema, a partir da última resposta de um dos alunos, o A19, que relaciona a posição das pizas à tabuada do dois, consoante ocorreu na aula anterior.

Episódio H -Parte 2

Luzia: [Luzia volta ao problema da Pizzaria] Mas é isso que eu perguntei. [os alunos estão fazendo barulho] Então depois, o que que o Eduardo disse [na aula anterior]? Das pizas de frango. O que que o Eduardo disse das pizas de frango?
A19: Era a tabuada do 2.
Luzia: Era a tabuada do 2. [Luzia apaga todo o quadro e começa e escrever a tabuada do 2] Então e se o senhor Alfredo tivesse continuado a fazer pizas, além das 20, iam haver mais pizas de frango, certamente ou não?
A19: Vai.
Luzia: E continuava a ser a tabuada do 2?
Als: Não.
Luzia: Não?
Als: Não. Continuava! [uma parte dos alunos pensa que sim e outra que não]
Luzia: Ah! Então eu posso continuar a fazer isto?
A2: Pode continuar, não acaba. Acaba amanhã de manhã.
Luzia: Então é infinito, nunca mais acaba.
A2: Nunca mais acaba.
Luzia: Tá bem, e vocês sabem me dizer, sabem me dizer que números são estes, em relação ao 2?
A19: Múltiplos.
Luzia: São os múltiplos de 2, porque? Porque temos o 2, multiplicado por um número inteiro, não? Vai dar, vai dar esses números que são os múltiplos de 2, que é o 2, duas vezes o 2, é o 4, 3 vezes o 2 é o 6, ….
A2: 4 vezes 2 é 8, 5 vezes 2 é 10.
Luzia: Então, e o 0? O 0 é múltiplo de 2?
Als: Não. É.
Luzia: É ou não? Por que? Por que? [os alunos estão fazendo barulho] Ó meninos, eu quero ouvir a Samanta. Por que?

A8: 0 vezes 2 é igual a 0.
Luzia: Então temos, 0 vezes 2 é igual…
A8: A 0.
Luzia: A 0. Então o 0 é múltiplo de 2, não é? Se temos um número [que aqui é o zero], multiplicado por 2, vai dar 0. Não é? Então o 0 é múltiplo de 2. Isso é pra passar. Agora podem olhar para os múltiplos de 2, ali, que são as pizas de frango, e alguém consegue identificar que números são aqueles? Além de múltiplos de 2?
A19: São números pares.
Luzia: São números pares. Os múltiplos de 2, são todos números pares. Mais o zero. Por que? Por que que não é ímpar?
A2: Porque o 2 é par.
Luzia: Porque o 2 é par?
A2: [palavras imperceptíveis] [os alunos estão fazendo barulho].
Luzia: Já passaram?
Als: Já.
Luzia: Norma, já passaste?
A13: Já.
Luzia: Então, o número 14 é múltiplo de 3?
Als: Não.
Luzia: Por que?
A2: Porque não tá na tabuada de 3.
Luzia: É só por isso?
A1: Sim.
Luzia: Ou é porque não há nenhum número multiplicado por 3, que dê 14?
Als: Sim.
A2: Porque na tabuada do 3 só há números ímpares?
Als: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Os múltiplos de 3 não são todos ímpares. [palavras imperceptíveis]

[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]

Luzia aceita a resposta do aluno, escreve-a no quadro, mas questiona os alunos sobre o que aconteceria, se ainda haveria este tipo de piza, caso o cozinheiro continuasse a preparar as pizas e a quantidade ultrapassasse a tabuada do dois. A resposta dos alunos sobre esta questão fica dividida. Das suas palavras, podemos inferir que a resposta dividida dos alunos revela que ficam em dúvida.

Depois de os alunos relacionarem a sequência de números das pizas à tabuada do dois, Luzia passa agora a questioná-los para apontarem outra relação existente entre o número dois e os números da sequência de piza. Quando o aluno A19 relaciona a sequência de números das pizas aos múltiplos, ela desenvolve uma *explicação disciplinar* incompleta sobre a definição de múltiplos, complementada pelo aluno A2. A explicação de uma das alunas, relaciona-se à explicação disciplinar incompleta que

Luzia desenvolveu alguns momentos antes, na qual os múltiplos de dois são obtidos através da multiplicação do número dois pela sequência de números inteiros. Após confirmar ser o zero um múltiplo de dois, uma vez que a explicação da aluna se coaduna com a sua, passa questionar os alunos sobre outras relações que eles vêem na sequência de números das pizas. Diante da resposta de um aluno que identifica estes números com os pares, Luzia questiona sobre o porquê de não serem ímpares. No entanto, não podemos perceber as respostas dos alunos.

Quando Luzia questiona os alunos sobre o 14 ser ou não múltiplo de 3, pondo em prática o que está na sua planificação para esta tarefa e recorrendo a um contra-exemplo, os alunos relacionam, mais uma vez, os múltiplos de um número com a sua tabuada. No entanto, a candidata a professora, na sua questão seguinte, procura conectar o seu contra-exemplo às explicações disciplinares incompletas desenvolvidas, alguns momentos antes, por ela e por uma aluna sobre o modo de obter os múltiplos de um número. No entanto, as respostas dos alunos ainda estão muito relacionadas com a tabuada. Apesar da resposta positiva dos alunos à sua questão, uma das alunas ainda pensa que a característica dos números pares, serem todos múltiplos de 2, também se estendem aos números ímpares.

Quando Luzia reflecte por escrito sobre esta aula assinala aspectos importantes:

> Esta actividade já tinha sido iniciada na aula anterior, por isso tive de continuar a sua exploração. No entanto, assim que pude afastei-me do contexto do problema, por causa do erro grave que continha, e centrei-me apenas nos números proporcionados por ele.
> Escrevi um conjunto de números múltiplos de 2 e um conjunto de números múltiplos de 3. Explorei o conceito de múltiplo, relacionei com a tabuada e depois para concluir escrevi no quadro:
> “O múltiplo de um número é o produto de qualquer número inteiro por esse número.”Depois desta definição, perguntei-lhes se o 0 (zero) também era múltiplo de 2 e fiquei surpreendida, pois alguns alunos disseram que sim e utilizaram a definição como justificação à sua resposta. Ainda assim, houve alunos que não compreenderam a definição, pois não estava relacionada com nenhum contexto.
> Assim se vê a importância da escolha correcta dos contextos das actividades. [REA4L, 20/03/2009]

A candidata a professora sublinha a retomada da tarefa, iniciada na aula anterior. O erro conceptual encontrado na tarefa propiciou uma descontextualização e Luzia foca suas questões e explicações apenas nos números e nas suas relações. Nesta focalização, a candidata a professora usa os múltiplos de 2 e os de 3. No entanto, embora afirme explorar o conceito de múltiplo, quando relacionou a sequência de números à tabuada, enuncia a definição de múltiplo e afirma ter usado o conceito de múltiplo. Das suas palavras, podemos depreender que a definição de múltiplos feita por ela, propiciou que os alunos afirmassem ser o zero também um múltiplo. No entanto, a ausência de contextualização, contribuiu para a incompreensão de alguns alunos.

Em sua reflexão sobre a prática, feita na entrevista curta, após a aula, Luzia aponta a sua articulação com a sua colega de estágio, Diana, como um dos factores que contribuíram para as falhas na planificação desta tarefa:

> E depois a tarefa foi idealizada pra Diana, na sexta-feira anterior, e como sempre estamos a querer dar continuidade àquilo que uma faz, eu faço. Já havia, já é mau quando aplicamos uma tarefa que não é feita e nem pensada por nós. Temos dificuldade em perceber qual é o objectivo daquilo e eu não me sentia muito bem …(…) Sim. E então não fui eu que fiz. Mas o que é que ela quer com isso? (…) Sim, mas a Diana, qual é que era o problema? [EC4L, 20/03/2009]

Luzia afirma que o *problema da pizaria* foi pensado pela sua colega de estágio Diana, na véspera de ser utilizado na sala de aula. Nestas circunstâncias, ela e a sua colega estavam a dar continuidade ao que faziam:

> É que a Diana anda a fazer qualquer coisa. (…) O problema é que é assim: quando eu tô ocupada de Matemática, ela tá ocupada com Ciências. (…) E nesse problema, ela passou e deu-me na sexta-feira e tinha que apresentar na segunda-feira, depois do fim-de-semana e ela trabalha e depois … (…) Pronto, não deu para discutir aquilo convenientemente e eu tava a preparar aquilo e aquilo não tava a sair bem. [EC4L, 20/03/2009]

No entanto, Luzia ressente-se de utilizar uma tarefa sobre a qual não pensou e sublinha que teve dificuldade em compreender o seu objectivo. Refere que sua colega está muito atarefada e, por isso, a articulação no trabalho delas no estágio tem se tornado difícil. Com Diana trabalhando e estudando, as duas candidatas a professora não tiveram tempo para conversar sobre a tarefa e ver se convinha àquilo que pretendiam fazer com os alunos.

Em sua reflexão sobre a prática, Luzia ainda sublinha que os alunos não estavam compreendendo os múltiplos através da definição: "Mas é pela definição, pela definição eles não percebem" [EC4L, 20/03/2009]. Afirma que a pressão da professora cooperante para apresentarem o conteúdo aos alunos influencia suas escolhas didácticas: "Quer dizer, a professora cooperante faz-nos alguma pressão para darmos conteúdo, e pronto, eu percebo, né? (…) E pronto, né? Teve que ser assim, porque eu não podia tá a perder tempo" [EC4L, 20/03/2009].

No decorrer da correcção da *tarefa de investigação*, Luzia desenvolve mais explicações.

Episódio I -Parte 1

Luzia: Uma, não é? Então, sendo assim, [pausa], sendo assim, se, a décima parte de dez é um, então 1 vezes 43, quanto é que é? [pausa] 43.Tá? Quem fez o trabalho de casa? Era a Tábua de Pitágoras, a Tábua de Pitágoras e a Investigação. [os alunos estão fazendo barulho][palavras imperceptíveis] Em princípio eu disse, que era pra vocês investigarem com três factores, não foi?
A7: Ó professora, aquelas duas Tábuas de Pitágoras, eu fiz em casa.
Luzia: E a investigação? Fizeste?
A7: Fiz.
A8: Olha aqui, professora.
Luzia: Tá bem, já me dá no fim da aula. [alguns alunos estão mostrando o TPC a Luzia]. Epa! Meninos, quem fez a investigação ponha a mão no ar, faz favor. Samanta, o que é que tu fizeste? Como é que fizeste?
A8: São 4 vezes cinco.
Luzia: São 4… Camila e Marco, virem-se pra frente. [Luzia escreve no quadro, enquanto fala] 4 vezes 5 vezes 6…
A8: Igual a 120.
Luzia: Igual a 120. E depois? Depois disseste o que? [os alunos fazem barulho] Ó meninos, eu não tô a ouvir a Samanta, diz lá.
A8: [palavras imperceptíveis]
Luzia: [os alunos fazem barulho] [palavras imperceptíveis] Ó Bernadete, o que é que temos que fazer, pra provar que a propriedade, … O que é que temos que fazer? Eduardo pára quieto. Bernadete, o que é que temos que fazer para provar que a propriedade comutativa também se aplica a expressões com três factores?
A9: Somar.
Luzia: Somar? Mas aqui é uma adição?
A9: Multiplicar.
Luzia: Tens que multiplicar o quê?
A9: O 120.

Luzia: Tu não fazes a mínima ideia do que estais a dizer, pois não? Madalena, o que é que nós temos que fazer agora?
A1: Multiplicar as parcelas ….
Luzia: As parcelas é na adição. Na multiplicação é os factores. Vamos trocar os factores. Diz agora o que é que temos que escrever.
A1: 6 vezes 5 vezes 4.
Luzia: 6 vezes 5 vezes 4. 6 vezes 5?
A10: É igual a 30.
Luzia: 30 vezes 4?
A10: 120.
Luzia: 30 mais 30? 60, mais 60, 120. Então podemos concluir daqui, que 4 vezes 5 vezes 6 é igual a 6 vezes 5 vezes 4.
Als: É igual a 120.
Luzia: É igual a 120. Isso é pra passar pra o caderno.
A3: Professora.
Luzia: Diz lá.
A3: 5 vezes 4 vezes 6.
Luzia: [os alunos fazem barulho] Então esperem, esperem. Agora eu quero fazer aquilo com atenção. Ó meninos! Prestem atenção! Quando eu faço daqui pra aqui, quando eu passo desta expressão pra essa expressão, o que estou a fazer é pegar nestes dois factores [Luzia aponta para o quadro] e colocá-los primeiro, não é? Então a multiplicação permite-me fazer isto. Eduardo, a multiplicação permite fazer isto, sem que eu tenha que trocar os factores. O que eu posso fazer é 6 vezes 5 vezes 4 [6x5x4], isto já é outra coisa, é igual a 6 vezes 5 vezes 4, entre parênteses [6x(5x4)]. O entre parênteses quer dizer o quê? Sónia, o entre parênteses serve pra quê? O entre …
A11: [Palavras imperceptíveis]

Luzia: O entre parênteses significa que a operação que lá estiver dentro, tem que ser resolvida primeiro. Camila, Camila, repete aquilo que eu disse. Mas não é pra passar primeiro, primeiro é pra perceber, depois passas. Pra que que serve o parêntesis? Serve pra quê? Quando tiveres uma expressão entre parêntesis, o que é que tu fazes? Como é que fazes a conta? Fazes 4 vezes 5 vezes 4. Fazes 6 vezes 5 vezes 4.
A3: Não.
Luzia: Então fazes o quê?
A3: [Palavras imperceptíveis]
Luzia: 6 vezes 4? Norma. Ouviste Camila? Primeiro temos que fazer 5 vezes 4, o parênteses quer dizer, que quando aparece uma expressão, significa que temos que fazer esta operação primeiro. Camila, tens um parêntesis, fazes primeiro o que tá lá dentro. Esta propriedade de fazer primeiro a operação do fim e depois voltar a multiplicar pro primeiro operador, chama-se a propriedade associativa.
A9: Associativa, né?
Luzia: Eu posso associar os factores que eu quiser, como eu quiser. Por exemplo, eu tenho, 3 vezes 2 vezes 3 vezes 2. Eu posso fazer primeiro, vamos fazer assim, vamos ver quanto é que dá.

A3: Isto é pra passar?
Luzia: Diz.
A3: Isto é pra passar?
Luzia: É. Tomé faz lá a operação.
A3: 6 vezes 3, 18, vezes 2 …
Luzia: 6 vezes 3? 18. Vezes 2?
A3: 36.

[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]

Luzia começa a correcção da tarefa de investigação com questões aos alunos. Estas questões referem-se às operações a fazer e a provar que a propriedade comutativa pode ser estendida a expressões com três factores. Diante de uma resposta errada de uma das alunas, retoma esta resposta errada como nova questão à mesma aluna. Na sua perspectiva, os alunos não compreenderam como é para ser feita uma tarefa de investigação:

> Alguns não perceberam, quer dizer, eles não sabem dizer o que que é uma investigação. Eles não sabem que têm que provar (…) Que nem a Samanta, a Samanta percebeu o que era pedido, mas não percebeu que era preciso escrever das duas formas e resolver das duas maneiras. [EC4L, 20/03/2009]

Diante desta dificuldade de compreensão dos alunos sobre a natureza da tarefa, esta actuação de Luzia resulta e a aluna responde correctamente. Ao responder à nova questão, referente à multiplicação, a aluna A9 revela que não está compreendendo o que é para ser feito na tarefa, o que também nos faz pensar se ela respondeu de modo reflectido "multiplicação" para operação.

Apesar de colocar questões aos alunos sobre a tarefa de investigação proposta, em dois momentos Luzia responde à questão que era para a aluna responder. No primeiro, a aluna A9 que respondeu "multiplicação" parece mesmo não ter certeza do que diz, uma vez que refere-se aos termos da multiplicação como "parcelas". No segundo, a candidata a professora diz "trocar os factores" e depois o que ela pede aos aluno para fazer, dizer o que têm que escrever, é uma actuação de menor nível cognitivo. Portanto, ao actuar interrompendo a aluna, respondendo correctamente e pedindo para a aluna escrever, demonstra não aproveitar oportunidades para questionar os alunos, a fim de serem eles mesmos a explicar e apresentar as respostas correctas.

A explicação final da candidata a professora, nesta parte do episódio, é uma *explicação instrucional.* No desenvolvimento desta explicação mostra a possibilidade de uso da propriedade associativa na multiplicação. Tal explicação instrucional pode ser assim considerada com mais ênfase quando passa a explicar sobre o significado do parêntesis. A esta explicação, seguem-se questões de Luzia que focam sobre o significado do parêntesis. No entanto, os alunos não conseguem explicar. A sua actuação aqui é similar ao que ocorreu em outros momentos de sua aula, nos quais ela mesma explica questões relevantes. Nesta explicação instrucional, apresenta um exemplo para esclarecer a propriedade associativa da multiplicação. No entanto, ao reflectir sobre a aula afirmou: "A dificuldade foi em perceber que era associativa, em por o parêntesis" [EC4L, 20/03/2009]. Para a candidata a professora, os alunos têm muitas lacunas a nível do conhecimento do conteúdo de ensino: "É que nem sequer adição sabem e aí por exemplo o Marco e a Camila não percebem que o parêntesis significa que tem que realizar aquela operação primeiro" [EC4L, 20/03/2009]. Tais dificuldades não propiciam a compreensão do significado do uso do parêntesis.

Na reflexão escrita de Luzia, encontramos importantes referências sobre a importância da comunicação oral no decorrer desta tarefa de investigação:

> O trabalho de casa consistia numa investigação sobre a validade da propriedade comutativa em expressões com três ou mais factores. Depois desta aula apercebi-me que a comunicação deve ser um dos aspectos que devo melhorar. Na aula anterior pensava que tinha explicado bem o que pretendia com o trabalho de casa, dei um exemplo e tudo, e ainda assim houve alunos que não perceberam o que era para fazer. Os alunos não só não perceberam o processo de experimentação, como não sabiam o que tinham de relacionar os resultados para tirar uma conclusão. Os que tinham feito expressões, tinham-nas todas seguidas com os respectivos resultados, mas não sabiam o que tinham de analisar para chegar a uma conclusão. [REA4L, 20/03/2009]

De suas palavras, podemos depreender que sua comunicação oral não clarificou, para os alunos, aspectos fulcrais da tarefa de investigação. Para a candidata a professora, a sua explicação desenvolvida na aula anterior tinha sido satisfatória para os alunos compreenderem como fazer a tarefa. No entanto, na prática, tal não ocorreu, uma vez que, como sublinha, os alunos não compreenderam a necessidade de fazer experimentações, de relacionar os resultados e analisar a fim de chegar à conclusão da tarefa. Diante destas dificuldades de compreensão do significado da tarefa de investigação para os alunos, Luzia tem a seguinte actuação:

> Assim, resolvi dar exemplos de três factores e fazer a exploração com eles no quadro. Fui colocando algumas questões sobre a troca de factores, escrevendo sempre as expressões no quadro, e eles foram respondendo acertadamente sem dificuldade. No fim, quando tinha um conjunto de expressões com os mesmos factores e o mesmo resultado, foi muito difícil compreenderem o raciocínio lógico que validava a propriedade. Se as expressões com três factores eram iguais, então a propriedade comutativa também era válida em expressões com três factores. [REA4L, 20/03/2009]

Para explicar aos alunos, Luzia selecciona exemplos, escreve-os no quadro e explora-os através de questões aos alunos. Embora os alunos respondam correctamente às suas questões, têm dificuldade em compreender o raciocínio lógico que valida a propriedade comutativa.

Episódio I -Parte 2

Luzia: 36. Agora vamos fazer de outra forma. [Luzia escreve no quadro-ver o rascunho para conferir o que está escrito no quadro] Como é que tu fazes esta operação agora?
A3: [palavras imperceptíveis]
Luzia: E agora?
A3: Agora passo tudo pra baixo.
Luzia: Passo tudo pra baixo? Agora queres que eu escreva.
A3: Não, não.
Luzia: E isso vai dar 3 vezes 6 vezes 2, e agora?
A3: Agora, 3 vezes 6, 18.
Luzia: Vezes 2.
A3: 36.
Luzia: 36.
A12: Ó professora, eu fiz 3 vezes 6, 18 e depois 18 vezes 2.
Luzia: Então, foi o que eu fiz. 3 vezes 6 vezes 2. Primeiro fiz o 6. 2 [e depois] vezes 3.

A12: [palavras imperceptíveis] 3 vezes 6 dá 18, [palavras imperceptíveis] dá 36.
Luzia: Nós não escrevemos lá, mas escreve o que quiseres. Queres que eu escreva assim?
A3: Stora, não apaga!
Luzia: Vou escrever, vou escrever. [Luzia apaga o quadro] Já passaste a associativa? Já passaste aqui?
Luzia: Associativa?
A13: Então vais ter que corrigir, tá bem?
Luzia: Sónia. De facto é melhor pra perceberem. [os alunos estão conversando] tudo Jonas, no fim da aula eu quero ver. [Luzia está esperando os alunos copiarem o que está escrito no quadro]
A15: Como eu vou saber se é comutativa ou associativa?
Luzia: Não é pra saber se é. Não é uma coisa que tu tens que dizer onde é que está. As propriedades são coisas que tu utilizas, pra te facilitar o cálculo. Ó meninos, a Zélia, a Zélia trouxe uma questão: como é que nós identificamos a propriedade? Nós não identificamos a propriedade pra facilitar o cálculo. Se nos der jeito, utilizamos esta. Trocamos ordem dos factores. Ou então utilizamos esta, associamos os factores. Não é pra tá a identificar onde é que ela está. É para utilizar, tá bem?
A2: Professora já acabei.
Luzia: Já. [pausa] Já passaram?
A3: Não.

[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]

Na segunda parte do episódio, em princípio, o aluno A3 responde, em sua explicação, à questão de Luzia. Os alunos A3 e A12 desenvolvem a mesma explicação. No entanto, a explicação do aluno A12 é mais completa. Trata-se de uma explicação processual. Uma solução diferente.

Na parte final deste episódio, uma importante questão, da aluna A15, emerge nas interacções verbais entre Luzia e os alunos. A aluna quer saber quando deve usar uma das propriedades estudadas neste momento. Nas interacções verbais entre a aluna A15 e Luzia podemos identificar estes elementos. A pergunta colocada pela aluna A15 a faz abordar exemplos legais e ilegais. Ao referir-se às propriedades comutativa e associativa afirma o que não pode ser feito com elas. Depois afirma o que pode ser feito com elas. Por fim, exemplifica para a propriedade comutativa e para a propriedade associativa. Tal actuação da candidata a professora revela que compreendeu o erro da aluna em sua pergunta. Tal questão revela que a aluna ainda não percebe por que estudar as propriedades das operações matemáticas. Luzia, por sua vez, responde-a antes de passar para a classe-inteira ou questionar se outro ou outros alunos poderiam responder à questão.

Quando Luzia reflecte sobre sua prática, na entrevista curta, aponta dificuldades que decorrem da exiguidade de tempo, uma vez que é preciso dar conteúdo para o teste:

> Ainda por cima, era suposto que, eu não tô nada contente com esta aula, de dar isto assim, porque tive que dar pra ter no teste. Se não não ia ter nada pra por no teste. E não era nada disto que nós podíamos fazer, nós podíamos fazer uma actividade, onde se verificasse propriedades. [EC4 L, 20/03/2009]

De suas palavras, podemos depreender que pretendia, se tivesse mais tempo disponível, desenvolver uma actividade na qual os alunos verificariam propriedades. Para Luzia, não resulta trabalhar as propriedades deste modo como fez, uma vez que os alunos, em sua maioria, não compreendem, como declara:

> … Trabalhei com comutativa assim, com associativa assim e tava a ver se dava pra dar distributiva. Mas não vale a pena, trabalhar a distributiva assim. (…) Houve alguns que percebem as coisas assim e vão lá, mas a maior parte não. (…) Houve alguns que percebem as coisas assim e vão lá, mas a maior parte não. [EC4L, 20/03/2009]

Episódio J - Parte 1

A Fuga das galinhas

Um dia antes de fugirem da quinta, as galinhas resolveram tirar uma fotografia juntamente com as vacas.

Na foto tirada por uma das vacas podiam contar-se 34 patas. Na foto tirada por uma das galinhas viam-se 13 cabeças.

Quantas galinhas e quantas vacas havia na quinta?

Luzia: [pausa] Olha quem já acabou, tira o Problema da Semana, faz favor. [A professora cooperante Simone, chama a atenção de uma aluna que estava conversando]. O Tomé vai ler. Lê lá Tomé.
A3: A Fuga das Galinhas.
A3: Um dia antes de fugirem da quinta, as galinhas resolveram tirar uma fotografia juntamente com as vacas. Na foto tirada por uma das vacas podiam contar-se 34 patas. Na foto tirada por uma das galinhas viam-se 13 cabeças. Quantas galinhas e quantas vacas haviam na quinta?
Luzia: Se uma galinha foi tirar fotografia e contou 13 cabeças, quantos animais é que haviam? [a professora Simone chama a atenção para o barulho que os alunos estão fazendo] Bernadete.

A9: 14.
Luzia: 14, por que?
A9: Temos que contar.
Luzia: Temos que contar os 13 animais que apareceram na fotografia, mais a cabeça da pessoa que tirava a fotografia. Então assim, quantas patas é que haviam? Quem põe o dedo no ar? Alexandre.
A14: 38.
Luzia: 38. Por que?
A14: Se for a galinha a tirar tem 38 patas …
Luzia: É que a galinha tem quatro patas, é isso?
A14: Nãaao!
Luzia: Então. Por que tiraram fotografia quando contaram 34 patas?
A14: Da vaca.
Luzia: Então, 4 patas da vaca mais 34 da fotografia…
A15: Dá 38.
Luzia: Dá 38. É a vaca, não é a galinha. Então, isso é o que nós sabemos. Temos 14 cabeças e 38 patas, não é? Então, quem é que resolveu o problema? Gabriel, como é que fizeste.
A16: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Como é que fizeste? Então não vês aí? Não vês aí? Quem é que tem a solução do problema? Madalena, Madalena, como é que tu resolveste? Glória, como é que fizeste? Tenho aqui, tenho aqui os resultados. [pausa] Então vá, explica lá. Explica lá, quero ouvir.
A17: [palavras imperceptíveis] 34 patas.
Luzia: Agora com 34 patas, sim.
A17: Aumenta 34. É 34 patas. Então eu fiz, eu fiz 4 patas e deu 16 patas. Depois 9 galinhas deu 18 patas. E as galinhas dá 34 patas.
Luzia: Só que não há 34 patas, pois não?
A17: Não.
Luzia: São 38.
A18: Professora deu 110. [palavras imperceptíveis]

Após a leitura do enunciado do problema feita por um dos alunos, Luzia começa contribuir na interpretação do problema. O aluno A14 responde à questão de Luzia, mas não explica o porquê de sua resposta. A candidata a professora procura, através de outra questão, fazê-lo explicar, ele responde de modo incompleto "da vaca" e a candidata a professora explicita os detalhes. No momento seguinte das interacções verbais, a candidata a professora passa a questionar sobre o modo como os alunos resolveram o problema. A aluna A17 desenvolve uma explicação, inicialmente confirmada por ela, mas depois questionada, uma vez que o número de patas de animais do problema é 38 e não 34. O aluno A18 apresenta 110 como uma solução.

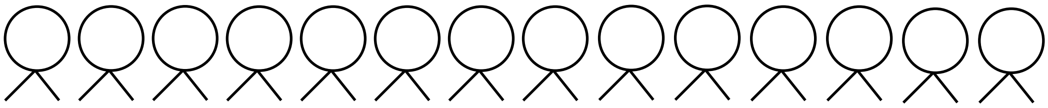
Luzia: Então pêra aí. Tomé, diz lá. Mas tu pensaste bem, estais quase lá.
A3: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Por que, como é que tu fizeste?
A3: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Foste apagando e desenhando, até dar.
A3: [palavras imperceptíveis] …. Mais uma vaca.
Luzia: Podes fazer ao quadro, faz favor. Então vamos lá ver. [o aluno desenha no quadro, para explicar seu modo de resolução] (Está nas notas de campo) Então temos aqui 14 cabeças, meninos! [os alunos estão fazendo barulho] Temos aqui 14 animais. E o Tomé, e o Tomé fez duas patas pra cada um. Quantas são? Quantas são? As patas estão aqui.
A3: 29, 28.
Luzia: 28. 28, 29, 30. 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38. Então essas são as vacas, e as outras?
A18: São galinhas.
Luzia: São galinhas. Quem é que fez de outra maneira? Joana. Como é que tu fizeste?
A4: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Foi assim também? Bom, tá bem. Eu ia pedir ao Tomé que fizesse de uma maneira diferente. [os alunos estão fazendo barulho] Eu tenho catorze, é assim: eu tenho catorze animais, não é? Então se tiver, 13 galinhas e 1 uma vaca, tenho que achar os animais, tenho 26 patas, mais 4 dá 30. Se tiver, 12 galinhas e 2 vacas, temos 14 animais e temos 32 patas, também não pode ser assim. Se tivermos 11 galinhas e 3 vacas, temos 14 animais, mas temos 34 patas, também ainda não chega. Se 10 galinhas e 4 vacas, temos 14 animais e 36 patas, também não dá. Então chegamos a 9 galinhas e 5 vacas, que dá 14 animais e 38 patas. São 19 galinhas e 5 vacas. Como é que tu fizeste, Abel? Não fizeste.
A19: Não fiz não, professora.
Luzia: Quem não fez, quem não fez, ou faça, ou faça o do Tomé ou faça esta tabela, pra ficar com três. O teu tá bem?
A2: O meu tá.
Luzia: Mas tava mal, né?
A20: Ó professora.
[Luzia vai a uma dupla e depois apaga todo o quadro]

Na segunda parte do episódio **J** encontramos mais interacções verbais sobre a resolução do *problema da Fuga das Galinhas.* Estas interacções verbais são explicações instrucionais desenvolvidas em torno do metasistema da heurística da resolução de problemas. Em sua explicação, desenvolvida após o aluno fazer desenhos no quadro, para facilitar a sua explicação, a candidata a professora também explica, conectando a sua explicação aos desenhos.

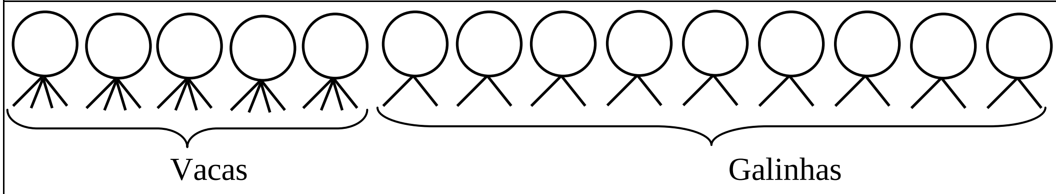
Episódio J - Parte 2

Esta segunda parte do episódio caracteriza-se pela procura de Luzia, em suas questões aos alunos, por soluções diferentes para o problema. Ao actuar deste modo, a candidata a professora, nas interacções verbais com os alunos, estabelece uma regra de contrato didáctico, encontrar uma solução diferente**.** Para além disso, ao referir o uso de desenhos pelo aluno (Figura 21) e sua aceitação deste modo de resolver o problema, contribui que esta característica de visibilidade torne-se facilitadora do processo de significação. Quando a candidata a professora reflecte sobre o modo como os alunos apresentaram resoluções a este problema, assinala a solução mais clara para os alunos:

> Quando iniciei a resolução desta actividade perguntei quem tinha feito e houve uma aluna que fez o raciocínio com as cabeças da fotografia, esquecendo-se de incluir o animal que tinha tirado a fotografia. Mas o Tomé deu a resposta correcta e pedi-lhe que fosse ao quadro explicar como tinha feito. Então ele desenhou:



Primeiro o Tomé desenhou as 14 cabeças e cada uma com duas patas, assim já tinha 28 patas. Mas precisava de mais patas.



Então, desenhou mais duas patas em cada cabeça até ter as 38 patas. Assim, verificou que tinha 5 vacas e 9 galinhas.

Figura 22: Desenhos do aluno Tomé no quadro, durante a resolução do problema, e referidos por Luzia em sua Reflexão Escrita sobre a Aula 4, 20/03/2009

> Com o acetato que tinha preparado, pretendia explorar a decomposição dos números, mas depois da apresentação da estratégia do Tomé achei que não fazia muito sentido incidir na exploração da decomposição dos números. A estratégia dele era boa e simples, os alunos não iriam achar

> necessidade de compreender o que lhes ia mostrar, pois tinham uma estratégia alternativa mais simples. [REA4L, 20/03/2009]

Luzia reflectiu na acção e mudou o seu planeamento, após o aluno apresentar uma estratégia de resolução do problema mais compreensível para os restantes alunos. A candidata a professora assinala que os alunos só resolveram o problema de um modo correcto:

> Só fizeram de uma maneira. Pelo que eu percebi, eles fizeram todos igual. E aquela miúda que falou primeiro é que afinal tinha a resposta certa, ela não concluiu foi o raciocínio dela, porque depois ela reduziu tudo pra 34 e no fim acrescentou mais quatro mais uma vaca, pra dar o resultado certo. Isso depois ela não me disse e eu tais lá quase, falta uma vaca. Depois ela chamou-me, então pronto, é isso mesmo. [EC4L, 20/03/09]

Embora uma aluna tenha apresentado, no início das interacções verbais, uma solução que parecia correcta, não concluiu o seu raciocínio. Luzia sublinha a exiguidade de tempo para explorar o problema, o que não propiciou o surgimento de outros modos de resolução:

> Se tivesse explorado a decomposição do número, que depois era é bom e é facilitador quando tamos a dar a propriedade distributiva, não é? (…) E não foi explorado, por que eu tava com pressa, dei basicamente, resumi as coisas, pronto, tá feito, vamos prosseguir em frente, pra conseguirmos dar pelo menos um problema. Pra terem pelo menos um problema. [REA4L, 20/03/2009]

Das suas palavras podemos depreender que este foi o único problema que Luzia usou com esta turma, o que se constituiu em um desafio para os alunos: "Sem dúvida que este foi o desafio que mais interesse lhes deu e que melhor resposta obtivemos. Será que estamos a conseguir dar-lhes a volta e estão finalmente a sentir-se motivados para trabalhar? [REA4L, 20/03/2009] Tal desafio a faz concluir sua reflexão sobre esta aula questionando se de agora em diante os alunos estariam mais interessados nas aulas de Matemática. No final desta reflexão, lamenta não ter mais aulas em seu estágio: "É pena ser a minha última aula, pois penso que se estava a dar o ponto de viragem. Agora estavam a começar a sentir-se motivados." [REA4L, 20/03/2009]

A sua reacção ao erro ocorre de duas maneiras distintas. Na primeira, ela explora este erro do aluno, através de seu discurso. Na segunda, ela não o explora e passa adiante.

No que tange à exploração do erro do aluno feita por Luzia, esta ocorre de três modos distintos. No primeiro, como o do episódio **K** abaixo, a candidata a professora explora o erro do aluno, questionado-o e, desse modo, fazendo-o perceber o erro.

Episódio K

Luzia: Os números multiplicados por 10, por 100 ou 1000, ficam menores ou maiores?
A17: Maiores.
A16: Maiores.
Luzia: Por que?
A17: Eu acho que ficam menores.
Luzia: Ficam menores? Então por que este 25?
A17: Ah! É não! [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

No segundo modo, diante do erro na resposta do aluno, Luzia repete a questão, a seguir à resposta errada do aluno e ele agora responde correctamente.

Episódio L

Luzia: As unidades e as décimas, não é? Então a vírgula serve para marcar a parte inteira do número e a parte decimal do número, não é? Se eu tiver, se eu tiver uma unidade e multiplicar por 10, essa unidade vai ficar quantas vezes maior?
A7: Duas vezes.
Luzia: Se multiplicarmos uma unidade por 10, essa unidade vai ficar quantas vezes maior?
Als: Dez vezes.
[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

No terceiro modo, Luzia insiste na resposta errada do aluno, transformando-a numa questão. Esta actuação, propicia a reflexão do aluno, sobre seu erro e ele responde correctamente.

Episódio M

Luzia: Temos dezoito dezenas. E quantas centenas é que temos?
A2: Cem centenas.
Luzia: Cem centenas? Temos cem centenas? Cem centenas?
A2: Dezoito. Uma.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

No entanto, noutro momento desta aula, esta actuação de Luzia não resulta, uma vez que o aluno não responde correctamente. É importante notar nesta actuação da candidata a professora que, embora repita, em parte de seu discurso a resposta errada do aluno, como o fez no episódio anterior, há aqui uma mudança na outra parte, quando o questiona "E se multiplicares por uma décima?" para fazê-lo perceber que sua resposta se coaduna com "décima" e não com "centésima".

Episódio N

Luzia: Vai ficar maior, cem vezes maior. E se multiplicares por uma centésima?
A7: Fica menor.
Luzia: Quantas vezes menor?
A7: Dez vezes.
Luzia: Dez vezes menor. E se multiplicares por uma décima, fica quantas vezes menor?
A7: Uma décima fica aqui. [Luzia apontou para o quadro das ordens numéricas- Figura 7. 4.]
Luzia: Não. Se multiplicares por uma décima fica, Marco, escuta. Se multiplicares por uma décima, vai ficar dez vezes menor, se multiplicares por uma centésima, vai ficar cem vezes menor. Tá bem? Então vamos multiplicar por uma centésima, né? [Luzia escreve no quadro] Bernadete, então o que é que vai acontecer ao algarismo das centenas?

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

De seguida, apresento dois episódios, que trazem a característica de Luzia explorar o erro nas respostas orais dos alunos e tal exploração propiciar a participação dos alunos com respostas correctas.

Episódio O

Luzia: Cinco centésimas mais cinco centésimas dá uma décima. Uma décima. Uma décima mais nove décimas, quanto é que dá?
A8: Dezanove.
Luzia: Uma décima mais nove décimas dá dezanove?
A18: Dá dez.
Luzia: Dá dez décimas, que é quanto?
A18: É uma unidade.
Luzia: Que é uma unidade.

[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

Neste episódio precedente, de modo similar ao que ocorre no terceiro modo como Luzia explora o erro, assinalado acima, ela retoma a resposta errada do aluno em seu discurso. A actuação da candidata a professora faz outro aluno participar das interacções verbais, agora com respostas correctas. No episódio P encontramos, mais uma abordagem de Luzia ao erro nas respostas orais dos alunos.

Episódio P

Luzia: Como é que tu deslocas um número, pra ele ficar cem vezes menor? Então a centena é quantas vezes maior que a unidade? [Neste episódio Luzia usa o quadro das ordens numéricas - Figura 6.4]
A10: Dez.
Luzia: Dez? A dezena é quantas vezes maior que a unidade? A dezena é cem vezes maior que isto? [Luzia aponta para a posição da unidade no quadro das ordens numéricas] E isto é dez vezes maior que isto [Luzia aponta para a posição das centenas e das unidades no quadro das ordens numéricas]. É isto? Pensa lá. Eu disse assim, tenho uma dezena de ovos, quantos ovos é que eu tenho? [pausa] Bernadete, Bernadete, eu tenho uma dezena de ovos, quantos ovos é que eu tenho? [pausa] Tomé, eu tenho uma dezena de ovos, quantos ovos é que eu tenho?
A18: Dez.
Luzia: Tenho dez ovos. Então uma dezena são dez. Eduardo, o que que vai acontecer ao algarismo das centenas pra ficar cem vezes menor?
A3: Vai desaparecer.
Luzia: Vai desaparecer? Da onde? Daqui? [Luzia aponta para o quadro das ordens numéricas] E vai aparecer aonde? [pausa] Tomé, o que que vai acontecer ao algarismo das centenas?

A18: Vai pras dezenas.
Luzia: Vai pras dezenas?
A18: Vai pras unidades.
Luzia: Vai pras unidades, por que?
A18: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Uma centena vai ficar… Exacto.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

No episódio acima, diante do erro na resposta do aluno A10, Luzia repete-o em seu discurso e usa o quadro das ordens numéricas (Figura 19) para questionar a validade da resposta do aluno. No entanto, não surgem respostas imediatas dos alunos e a candidata a professora formula uma questão que usa ovos para contextualizar a ordem das dezenas. Na questão seguinte, refere-se novamente às centenas, mas o aluno A3 responde errado e não responde às questões da candidata a professora que procura esclarecimentos para a resposta do aluno. Diante de mais uma repetição da questão feita por Luzia, o aluno A18 volta a responder, mas errado. No entanto, com a retomada da sua resposta errada, pela candidata a professora, agora transformada em questão, o aluno responde correctamente e depois explica o porquê. Embora não tenha sido possível ouvir o que o aluno A18 disse no momento da aula, em outro momento, quando questionei-a sobre esta parte da interacção, afirma: “Se eu disse é porque ele disse certo. Pronto. É mesmo isso.” [C2A3L, 15/06/2009]

Em outras actuações referentes ao erro dos alunos, emergentes nas interacções verbais, Luzia não explora o erro e passa adiante, como podemos depreender nos episódios seguintes.

Episódio Q

Luzia: Então os números ficam maiores, não é? Quando multiplicamos por 10, por 100 e por 1000, os números ficam maiores?
A6: Dez vezes maiores.
Luzia: Se for por 100 não ficam 10 vezes maiores.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Neste episódio, a candidata a professora, apenas nega a validade da resposta do aluno A6.

Episódio R

Luzia: Sim. Temos dois 4.4, mas vamos considerar o 4.4 debaixo do 4.1 como 4.3. [palavras imperceptíveis] Então como é que eu coloco o 1000 no quadro? Como é que eu coloco o 1000 naquela tabela [Figura 19.- Quadro das Ordens Numéricas]? [pausa] Então, então vamos fazer assim, vamos fazer no quadro e depois vocês escrevem só o resultado, tá bem? Pronto. Então como é que eu escrevo aqui, como é que eu coloco o nome aqui, Madalena?
A10: Coloca o 1 ali. [a aluna aponta para a tabela da Figura 19]
Luzia: Aonde?
A10: Na unidade.
Luzia: Na unidade e depois?

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Diante da resposta errada da aluna, Luzia faz uma questão que passa adiante as interacções verbais.

Episódio S

A9: Uma milésima de 1000 é uma unidade.
Luzia: Por que que é uma unidade?
A9: Por causa das dízimas.
Luzia: Ou por que será que uma unidade é mil vezes menor que mil? [pausa] Passem lá. Comecem a dizer quanto é que é uma centésima de 1000.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Diante da resposta errada do aluno, Luzia dá a resposta correcta através de uma questão e passa adiante as interacções verbais, como nos dois episódios precedentes.

Em síntese, na prática lectiva de Luzia, evidenciamos explicações suas e dos seus alunos. A explicação dos alunos é muito valorizada por ela e fomentada em suas aulas. Da sua prática lectiva emerge um dos aspectos do seu conhecimento didáctico, o conhecimento do processo instrucional. Na preparação das aulas, segue a planificação anual. Nas suas aulas identifica-se a monitorização, ou seja, uma avaliação contínua que se desenvolve em tempo real, no decurso da acção, e que se reflecte no seu discurso. Nas suas reflexões escritas, assinala uma dificuldade na condução da prática lectiva - a gestão do tempo, o que influencia o cumprimento da planificação. Esta sua dificuldade, leva-a mudar o modo de trabalho em grupo passando-o para individual e a assumir a necessidade de melhorar a gestão do tempo para as próximas aulas. O segundo aspecto do seu conhecimento didáctico, o conhecimento dos conteúdos de ensino, em particular as relações internas, surge quando desenvolve explicações. Estas explicações são disciplinares, num episódio, *o problema da pizaria*, e instrucionais, nos restantes episódios. As questões colocadas pela candidata a professora em alguns momentos destas explicações propiciam respostas dos alunos que apontam para um avanço da compreensão deles, em outros momentos as respostas são erradas e não exploradas e, num último momento, ela mesma as responde. Apresenta quatro modos de lidar com o erro dos alunos encontrados em suas respostas orais. No primeiro, questiona e explora o erro do aluno fazendo-o, através da questão dela, perceber o erro. No segundo, diante do erro na resposta do aluno, repete a questão, a seguir à resposta errada do aluno e ele agora responde correctamente. No terceiro, na resposta errada do aluno, transformando-a numa questão. Esta sua actuação propicia a reflexão do aluno, sobre o erro. Luzia também explora o erro nas respostas orais dos alunos e tal exploração propicia a participação dos alunos com respostas correctas. Em outras actuações referentes ao erro dos alunos, emergentes nas interacções verbais, Luzia não explora o erro destes e passa adiante.

O conhecimento do currículo é referido por Luzia quando aponta as lacunas dos alunos nos conteúdos de ensino, no ciclo anterior: "Eles vêem isso no 1.º ciclo, eles vem muito carenciados, há vários níveis, há vários níveis." [EC4L, 20/03/2009]

A explicação dos alunos

De acordo com o que Luzia afirma, nas suas aulas também encontramos explicações feitas pelos alunos:

> Exacto. Eles [os alunos] explicam que parte… Quer dizer, eles no princípio também aprendem um meio, um quarto e os primeiros problemas iriam nesse sentido, na utilização de um meio, de um quarto, que eles já conhecem. Pronto, e depois passaríamos para os outros. [E1L, 16/01/2009]

Para Luzia, os alunos podem desenvolver explicações nas suas aulas. Ao fazerem-no aprendem a partir do que já conhecem. No início da primeira aula em que estive presente, a candidata a professora questiona os alunos sobre a resolução, por cálculo mental, da expressão 37,8 + 255 + 8,2.

Episódio T

(…)
Luzia: Fizeste duzentos e cinquenta e cinco, não é? [Luzia escreve no quadro] e depois?
A1: Trinta e sete vírgula dois. Mais oito vírgula dois.
Luzia: Mais oito vírgula dois. Depois fizeste a operação. E isto aqui é o quê? [aponta para o quadro] É o algoritmo. Pois isso não é o cálculo mental não. O que é que é o cálculo mental? Cálculo mental é fazer uma operação arranjando estratégias para chegar ao resultado sem chegar ao algoritmo, percebes? A mesma coisa que fizeste no papel, fizeste na cabeça, não foi? Então agora, já fazemos então. Quem disse este valor?

[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

A aluna A1 desenvolve uma explicação processual, uma vez que não faz referência explícita ao valor das quantidades que os números significam nem clarificam como devem ser interpretados os resultados. No entanto, quando a Luzia percebe que uma das alunas fez o cálculo mental usando o algoritmo, o que não faz parte do contrato didáctico desta actividade, chama a atenção dos alunos para o facto e explica o que é cálculo mental, como podemos ver no episódio precedente. Nas interacções verbais que seguem, coloca mais questões aos alunos e, na resposta de um deles, a soma das últimas parcelas está correcta. No entanto, o aluno usou o algoritmo. A candidata a professora anuncia que todas as respostas dos alunos estão erradas, apaga-as do quadro e inicia uma nova etapa em que coloca questões aos alunos, incitando-os a explicar as suas respostas. No entanto, estes apresentam respostas pouco desenvolvidas e nenhuma explicação.

Quando Luzia reflecte sobre este momento da aula, sublinha a sua dificuldade no planeamento desta actividade de cálculo mental:

> A primeira expressão 37,8 + 255 + 8,2 pretendia que a parte decimal do número 0,8 + 0,2 se complementasse de modo a formar uma unidade, um número inteiro. Tinha ainda como objectivo que utilizassem a propriedade comutativa da adição, trocando o 255 com o 8,2. Não sei dizer o que pensei na altura em que preparei esta expressão, primeiro porque escolhi os números para que o resultado fosse 300, o que está incorrecto, segundo porque não tive cuidado com a escolha dos algarismos das unidades. Em consequência, a exploração desta expressão foi muito difícil, pois os alunos não estavam a conseguir efectuar a operação mentalmente. [REA1L, 06/02/2009]

De suas palavras, podemos inferir que Luzia considera que fez escolhas erradas, embora não saiba explicar o motivo. Tais escolhas tornaram a exploração mental da expressão difícil para os alunos.

O uso do algoritmo no cálculo mental, por parte dos alunos, neste momento da aula, já não ocorre no episódio seguinte:

Episódio U

Luzia: (…) Como é que te chamas?
A9: Marina.
Luzia: Marina. Marina diz lá.
A9: Eu acho que é duzentos e oitenta e dois vírgula dezoito.
Luzia: Diz. Duzentos e oitenta e dois …
A9: Vírgula dezoito.
Luzia: [Luzia escreve no quadro] Como é que fizeste?
A9: Eu juntei duzentos, depois com o duzentos e depois com o cinquenta. Três mais cinco é oito. Três mais cinco é oito.
Luzia: Três mais … Eu não percebem. Onde é que tá o três? Ah! Sim fizeste … Deixe-me apagar [Luzia apaga uma parte do que está escrito no quadro]
A9: Eu coloquei no meio o três mais cinco, que deu oito.
Luzia: Que é daqui?
A9: Não, os três do meio.
Luzia: Este?
A9: Sim, coloquei mais cinco …
Luzia: Três mais cinco, mais cinco daqui? [Luzia aponta para o que está escrito no quadro]
A9: Sim.
Luzia: Então fizeste trinta mais cinquenta, é isso?
A9: Sim. Depois coloquei sete mais cinco e deu …
Luzia: Sete mais cinco [Luzia escreve no quadro]
A9: Aí deu doze.
Luzia: E depois?
A9: E depois o oito mais oito deu dezasseis e mais dois deu, deu dezoito.
Luzia: [palavras inaudíveis] ela vem ao quadro explicar.
A9: Eu tenho vergonha de ir ao quadro.
Luzia: Mas tem vergonha por que?
A9: Eu tenho professora…
Luzia: Anda cá, anda cá, anda cá só pra apontar os números que estais a falar, anda cá.

A9: Eu tenho vergonha.
Luzia: Anda cá que eu não tô a perceber o que é que tais a dizer.
A9: Eu tenho vergonha.
Luzia: Tá bem, Madalena.
A10: Trezentos e um.
Luzia: Trezentos e um. Como é que fizeste?
A10: Duzentos e cinquenta e cinco mais oito vírgula dois dá duzentos e sessenta e três vírgula dois [tosse] e mais trinta e sete vírgula oito.

[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

A aluna A9 apresenta estratégias de cálculo mental em sua explicação e as perguntas de Luzia vão contribuindo para a sua explicação processual, na qual a aluna expõe as estratégias. Estas estratégias propiciam a exposição das conexões entre as ideias do cálculo mental. No entanto, tais estratégias não estão claras para Luzia que pede à aluna para ir ao quadro explicar uma passagem que a candidata a professora não percebeu. No entanto, aquela recusa-se, afirmando ter vergonha. Diante deste impasse, uma outra aluna responde correctamente e Luzia questiona-a sobre o seu modo de resolução.

As explicações das alunas, anteriormente, clarificaram o modo como elas raciocinaram para responder à expressão. De seguida, Luzia retomou a palavra, questionando os alunos sobre como adicionar com os números decompostos em décimas, unidades e dezenas. Na conclusão das interacções verbais, a seguir ao episódio anterior, todos os alunos responderam correctamente. No entanto, responderam "Dá duzentos mais noventa mais dez dá trezentos, dá trezentos e um" [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009] e não relacionaram, em sua explicação, o "um", o que Luzia questionou, também através da decomposição, a seguir ao episódio anterior: "Que dá quanto? [pausa] Então? Se juntarmos duas décimas com oito décimas, quanto é que dá? [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

No momento de sua reflexão sobre a prática, na entrevista curta, Luzia aponta alguns aspectos positivos e negativos que emergiram nas interacções verbais durante esta actividade de cálculo mental, como declara:

> Ainda têm dificuldade em dizer aquilo que pensam. Há uns que têm muita dificuldade e há outros que mais ou menos dizem. Mas ainda assim o raciocinio deles 'tá… 'tão a complicar mais do que é preciso. O que por

> um lado, também não é mau de todo porque mostram conhecimento em relação aos números decimais, mas um conhecimento mais… Pronto. São mais seguros daquilo que… Dos números decimais, do que o que eu pensava. Há uns que não. Há uns que têm grandes dificuldades. Outros não. Pronto. Não correu mal. Não correu mal. Eu é que tive dificuldade em acompanhá-los porque eles fazem umas grandes contas assim… "Ai! Eu fiz cinco centésimas mais cinco centésimas" em vez de adicionarem logo as décimas todas e… Pronto. [EC1L, 06/02/2009]

Para Luzia, parte dos alunos ainda não consegue expressar seu pensamento através da comunicação oral. Na sua perspectiva os alunos não conseguem expor o raciocínio que desenvolvem com clareza. Por outro lado, como sublinha, os alunos superam as suas expectativas referentes à aprendizagem sobre os números decimais. A candidata a professora faz um balanço positivo deste momento e conclui afirmando não ter tido facilidade em seguir o raciocínio dos alunos. Tal limitação, mais uma vez, pode ser atribuída ao seu conhecimento dos alunos ainda em desenvolvimento. Em sua reflexão escrita, Luzia aponta dificuldades em lidar com as respostas da aluna A9, como afirma:

> A dada altura tentei seguir o raciocínio de uma aluna e acabei por fazer a operação determinando o valor de cada ordem do sistema decimal, o que não se revelou ser de grande ajuda, pois os alunos não têm noção da decomposição dos números e não compreendem esta estratégia. Demorei muito tempo com a primeira expressão e não surtiu efeito nenhum. Nesta altura deveria ter acabado com o cálculo mental e seguido para a actividade seguinte. No entanto, sentia-me obrigada a cumprir o que tinha planeado, por isso apresentei a segunda expressão (2,5 + 6,25 + 1,75) [REA1L, 06/02/2009]

Luzia procura compreender o raciocínio da aluna através da decomposição do sistema de numeração decimal em suas ordens, o que não resulta. Embora sabendo que a gestão do tempo foi inadequada, sente-se compelida a fazer a actividade de cálculo mental seguinte com os alunos.

No decorrer da correcção da tarefa seguinte, um exercício do manual, emergem mais explicações dos alunos.

Episódio V

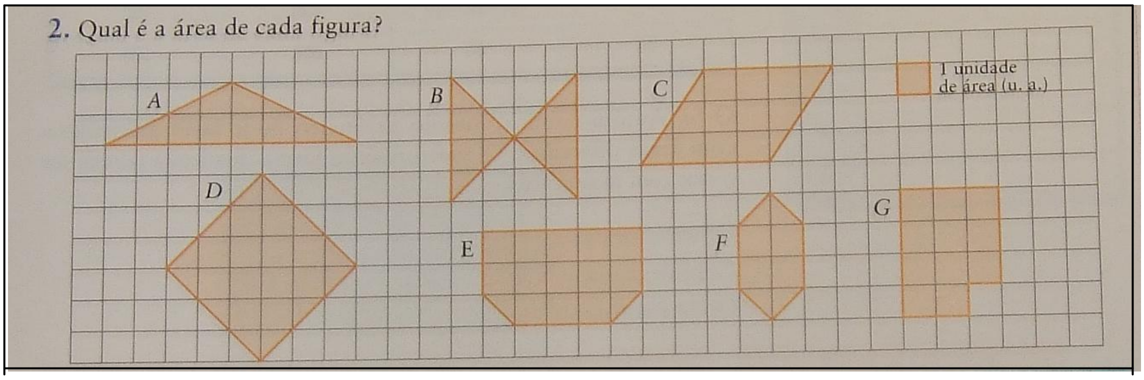


Figura 23. Exercício 2 da página 15 do manual

Luzia: O exercício 22 da página 15 (Figura 22). Quem fez o trabalho de casa levante o braço.
[a maioria dos alunos levanta o braço]
Luzia: Fizeste? Rafael fizeste? Fizeste Beatriz? Não tens livro? Tá bem. Madalena. Tomé fizeste o trabalho de casa? Quem é que fez o trabalho de casa ponha a mão no ar. Página 15.
A21: Eu não fiz.
Luzia: Joana, diz lá. Já toda a gente, ó Marco, o livro é na página 15, por que que o livro não tá aberto? E então? Isabel, abra o livro na página 15. Tá bem, sim [Luzia dirige-se a alguns alunos]. Joana quanto é que deu a área da figura A?
A11: Oito.
Luzia: Alguém deu diferente? [os alunos falam ao mesmo tempo] A área da figura A, do exercício dois. Oito, aqui deu seis [Luzia passa pelas carteiras, observando as respostas dos alunos], ó Joana, explica lá como é que fizeste. Não é pra mim que vais explicar, é pra os seus colegas. [pausa] E depois?
A11: Depois, esse quadrado aqui deu-me dois e esse quadrado aqui.
Luzia: Olhe, vejam o que a Joana está a dizer, o que é que ela acabou de dizer? Eu quero saber o que ela disse?
A16: A Joana disse [palavras imperceptíveis] depois ela foi buscar …[os alunos estão fazendo muito barulho].
Luzia: Pêra aí, pêra aí, espera aí. Eu tô a espera que toda a gente se cale e preste atenção. Tá bom Alexandre? Tá bom? Eva.
A16: A Joana disse que pintou o lado, aqueles gráficos …
Luzia: Aqueles grandes?
A16: Os inteiros. Ela pintou os dois primeiros de cima e ela dividiu cada um …
Luzia: Quais dois primeiros? Este?
A16: sim.
Luzia: Juntou os dois e …
A16: E deu um.
Luzia: E isto dá um? E este dá um? [os alunos estão fazendo barulho] Anda cá, anda cá ao quadro. [a aluna vai ao quadro explicar]
A16: Aqui ela contou estes quatro, depois esta metade ela juntou com esta.
Luzia: Mas isto é metade?

A16: Este com este. Depois ela juntou este com este. E depois este com este.
Luzia: Juntou este com este?
A16: Não, com este.
Luzia: Mas tu tens a certeza que este bocadinho preenche ali?
A1: Não professora, é mais ou menos.
Luzia: Ah! Mais ou menos.
A16: Mais ou menos.
Luzia: Por acaso até é. Por acaso é, mas podia não ser, nos não temos a certeza, mas assim da forma como tu fizeste, nós só sabemos a área mais ou menos e eu gostava de saber a área exactamente.
A16: Eu fiz com a régua. Eu fiz com a régua, professora.
A17: Professora.
Luzia: Diz Jonas.
A17: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Tá, tá, tá, obrigado.
A17: Posso ir?
Luzia: Podes vem lá.
A17: Eles não têm este quatro, aí faz este com este e este com este.
Luzia: Mas como é que tu tens certeza que este, que essa adição dessa, dessas áreas pintadas, que esse bocadinho faz um com aquele lá de cima? Como é que faz?
A17: Este tem o espaço mesmo que somo com a régua.
Luzia: Como é que mediste com a régua? Mediste a distância daqui aqui e daqui aqui? [os alunos fazem barulho] Ó meninos parem lá, parem lá. Aquilo que a Joana disse é verdade. Se vocês tivessem feito com papel, vocês verificavam que este bocadinho aqui …
A17: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Qual? Este? Este? Este mais este, mais este, faz um? Então? [os alunos arrastam carteiras]
A17: Este com este faz uma unidade.
Luzia: Hum.
A16: Este com este faz uma unidade. Este com este faz uma unidade. Depois é este com este que faz uma unidade. Este com este faz uma unidade e depois chamo este quatro. (…)

[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

As explicações dos alunos A11 e A16 são de natureza processual, uma vez que não clarificam como os resultados devem ser interpretados. Por outro lado, na parte final deste episódio, quando a candidata a professora pergunta “Como é que faz?”, as explicações dos alunos passam a descrever uma acção sobre um objecto matemático. No momento da reflexão sobre a prática, Luzia aponta dificuldades neste momento do episódio precedente, como podemos inferir do extracto:

> Fui apanhada de surpresa quando alguns alunos identificaram a relação entre algumas partes da figura. Fiquei feliz por reconhecerem essa

> relação, no entanto, não soube explorar essa situação. Congratulei quem tinha identificado essa relação, no entanto não quis fazer dessa relação o ponto central do trabalho de casa, pois se há alunos que não compreendem que o triângulo rectângulo é metade do rectângulo, muito menos compreenderiam essa relação. Assim, o que disseram foi que as áreas delimitadas a vermelho (Figura 6.7) eram iguais, por isso, se transpusessem a ponta do triângulo para cima completaria uma unidade de medida. [REA1L, 06/02/2009]

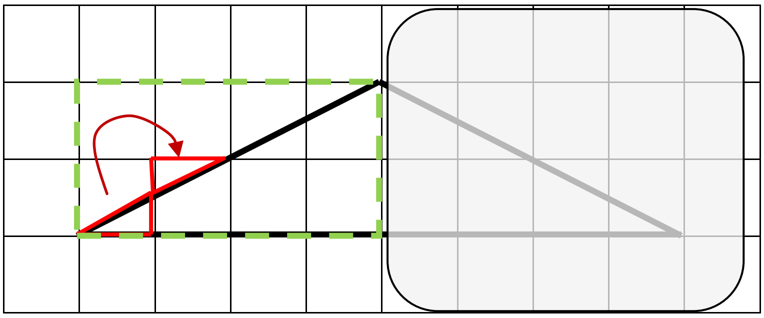


Figura 24 - Figura usada reflexão escrita de Luzia para esclarecer a relação entre as partes do triângulo

Luzia sublinha surpresa e felicidade, no momento em que alguns alunos conseguiram identificar a relação marcada na figura acima a vermelho. No entanto, ao afirmar que não soube explorar tal situação revela, mais uma vez, o seu conhecimento dos alunos ainda em desenvolvimento. Refere que procurou propiciar aos alunos oportunidade para que compreendessem como é a relação entre as partes da figura:

> Desta vez tentei que os alunos pudessem chegar a resultados, no entanto, não devo ter colocado as questões certas. Alguns aspectos que fizeram com que esta actividade corresse mal já vinham da aula anterior. Sinto que também eu preciso de alguém que coloque as questões certas para poder compreender esta aparente incapacidade para dirigir uma aula. [REA1L, 06/02/2009]

Por outro lado, Luzia sublinha que não colocou as questões certas. Tal colocação de questões é um aspecto fulcral na prática de explicação e reconhece precisar de ajuda.

No episódio seguinte, as explicações dos alunos apresentam outra natureza, uma vez que descrevem acções sobre os objectos matemáticos, como a que a aluna Camila desenvolveu:

Episódio X

Luzia: Décimas. Ah… Joana. Este cinco mais este cinco dá dez décimas?
A11: Dez centésimas.
Luzia: Dez centésimas. Quanto é que é dez centésimas?
A11: Uma décima.
Luzia: Camila, quanto é que é dez centésimas?
A3: Dez centésimas …
Luzia: Marco, eu perguntei a Camila.
A3: Tá bem.
Luzia: Camila, quanto é que é dez centésimas? Quem quer ajudar a Camila? Jonas.
A17: Dez centésimas é uma décima.
Luzia: Dez centésimas é uma décima.
A18: Eu sabia!
Luzia: Cala-te. Portanto, se isto é uma décima, cinco mais cinco, cinco centésimas é uma décima. Se juntarmos às nove décimas, quanto é que dá?
A3: Dez décimas.
Luzia: Dez décimas, dá quanto?
A17: Que dá uma unidade.

[Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]

A aluna propôs a adição a partir das centésimas até chegar a unidade. Esta aluna já tinha respondido que dez centésimas equivalem a uma décima. No entanto, Luzia pergunta mais uma vez, e depois pede a outro aluno para a ajudar. Parece que a candidata a professora não ouviu a aluna ou quer que mais alunos participem da explicação. No episódio acima, as explicações dos alunos descrevem acções sobre objectos matemáticos, uma vez que fazem referência explícita ao valor das quantidades que os números significam e clarificam como os resultados devem ser interpretados.

Numa outra actividade, a correcção da ficha sumativa, Luzia utiliza a explicação dos alunos, agora nos grupos, como estratégia na condução da aula. Como refere:

> Quando planeei a correcção da ficha sumativa pensei que se fosse feita por mim no quadro, a maior parte dos alunos limitar-se-ia a passar para o caderno sem tentar compreender como se resolveria. Assim pensei em agrupá-los de modo que pelo menos uma parte das questões seria compreendida pois estaria às suas responsabilidades a apresentação da resolução. Agrupei-os por alunos que erraram as mesmas questões, deixando sempre presente no grupo pelo menos um aluno que conseguisse explicar aos colegas como se poderia resolver. Por acaso, não saiu muito da constituição habitual dos grupos, por isso, os grupos

> que costumam funcionar, funcionaram, os que não costumam funcionar, não funcionaram. [REA1L, 06/02/2009]

Ao reflectir, durante o planeamento da correcção da ficha sumativa, Luzia constatou que seria mais produtivo que a correcção não fosse feita por ela, mas pelos próprios alunos. Portanto, resolveu utilizar o trabalho em grupo. Neste modo de trabalho, o erro e a explicação dos alunos foi explorado pela candidata a professora. Cada grupo é composto por alunos com os mesmos erros nas questões e pelo menos um dos alunos deve explicar aos outros a resolução. A candidata a professora sublinha que os grupos foram constituídos de modo habitual e o seu funcionamento também não se afastou do que ocorre frequentemente. Esta actuação de Luzia revela conhecimento dos alunos.

Noutro momento de reflexão sobre a prática, a candidata a professora sublinha a comunicação que os alunos desenvolvem entre eles nesta turma:

> Engraçado que aquela turma até era boa. Eles comunicavam muito bem uns com os outros. Eles discutiam tudo. Mesmo que não fosse pra discutir entre eles. E nós estávamos a dar uma coisa que eles estavam a achar interessante, eles discutiam entre eles. [C1A3L, 09/06/2009]

Para Luzia, a comunicação entre os alunos desta turma é satisfatória. Esta comunicação também se desenvolveria se a discussão entre os alunos não fosse parte do contrato didáctico daquele momento da aula, uma vez que, como refere, "eles discutiam tudo".

Noutro momento, no episódio Y, as explicações dos alunos podem ser interpretadas como processuais e também descrevem uma acção sobre um objecto matemático.

Episódio Y

Luzia: É 10, tá bem? Então agora, para experimentarmos, vamos ver aí o 25. O primeiro número da tabela. Vamos fazer o 25 primeiro, vamos fazer em conjunto. Quem é que quer dizer? Ponha o braço no ar. Marco, diz lá, temos 25. Temos 25, portanto, temos duas, duas quê? Diz me lá, nós temos duas …. Quem quer ajudar o Marco?

A7: Duas dezenas.
Luzia: Duas dezenas e cinco unidades. E agora vamos multiplicar por 10, o que é que vai acontecer?
A7: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Como? Vai ficar 150, por que? Por que? Diz.
A3: O 2 vai pras centenas.
Luzia: O 2 vai pras centenas, por que?
A3: É 10 vezes maior.
Luzia: Porque a centena é 10 vezes maior do que dezena, não é? Então o 2 passa pra aqui. O 2 em vez de ser dezena passa a ser centena. E o 5, o que é que lhe acontece?
A12: As dezenas são dez vezes maior que as unidades.
Luzia: Porque as dezenas são dez vezes maior que as unidades, não é? E depois aqui? Ficamos com quantas unidades?
A3: Com nenhuma unidade.
Luzia: Com nenhuma unidade, não é? Ou melhor, ficamos com duzentos e cinquenta unidades. E agora o 25. Olha, vocês passem lá para o vosso caderno. [os alunos estão copiando o que Luzia escreveu no quadro, após a explicação]

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

questão de Luzia ao aluno A3, a explicação desenvolvida pelo aluno passa a descrever uma acção sobre um objecto matemático.

Episódio W

Luzia: O trabalho de casa era para calcular o 4.1, vou apagar os números daqui para resolvermos. A pergunta 4.1 era calcula uma décima de 180. Jonas, como é que eu escrevo 180 neste quadro?
A2: 1 nas centenas, 8 nas dezenas e 0 nas unidades.
Luzia: Isto quer dizer que temos quantas dezenas?
A2: Dezoito dezenas.
Luzia: Temos dezoito dezenas. E quantas centenas é que temos?
A2: Cem centenas.
Luzia: Cem centenas? Temos cem centenas? Cem centenas?
A2: Dezoito. Uma.

[Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]

Neste episódio, o aluno A2, nas duas primeiras intervenções, desenvolve uma explicação que descreve uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real. No entanto, responde em parte errado. Diante deste erro do aluno, Luzia insiste na resposta errada. A actuação da candidata a professora resulta e o aluno responde correctamente. Ao reflectir sobre este momento da aula, refere: “Não era para corrigir o TPC agora, mas como quis que percebessem melhor o que estávamos a fazer decidi corrigi-lo" [REA3, 16/03/2009]. De suas palavras, podemos inferir que Luzia reflecte na acção e muda os rumos da condução desta aula, visando uma melhor compreensão sobre o sistema de numeração decimal por parte dos alunos.

Luzia altera uma tarefa do manual, um exercício, de modo a não determinar que os alunos lhes dê a resposta que pode ser uma das que aparece nos itens a, b, c e d, mas calculem a área da Figura 25 No decorrer das interacções verbais encontramos explicações dos alunos.

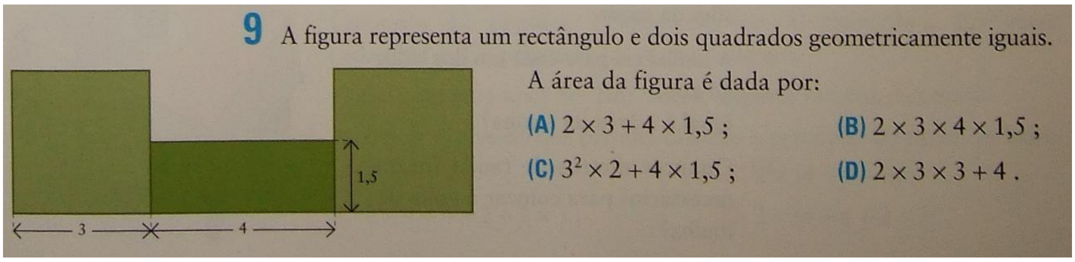


Figura .25 Exercício do manual usado neste momento da aula

Episódio Z- Parte 1

Luzia: Então vamos resolver no quadro, não é? Levantou pra vir falar com um colega? Isso não tá no vosso livro, eu to aqui a passar porque não tem no livro. Ora bem, antes de vermos Qual é, qual é a expressão, vamos calcular a área desta figura (Figura 6.8) toda Marco, como é que calculas a área desta figura toda?
A20: Vai ser qual, professora?
Luzia: O problema 9. Diz, diz.
A2: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Tanto faz. [o aluno A2 vai ao quadro para resolver o problema]. Pode ser a altura, Marco. Pronto, é pra multiplicar isto tudo, vezes isto.
A2: De cima.
Luzia: De cima.
A3: Não.
Luzia: Multiplica isto por isto (Figura 25) Pêra aí.
A3: Não.
Luzia: Pêra aí.
A3: Posso ir lá?
Luzia: Isto [pausa] por isto. E tu achas que dá a área daquilo que nós queremos. Este bocado aqui, não tem nada. Esta aqui um bocado da área e tu fizeste isto e tamos a calcular a área daqui também. Então …
A3: Professora.

Luzia: Tomé diz lá.
A3: Também podemos calcular a área de cada um dos conteúdos.
Luzia: Pois, é mais fácil. Se calculamos a área deste, depois calculamos a área deste e depois calculamos a área deste. Depois juntamos tudo. Pode ser?
A3: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Tanto faz. [o aluno A2 vai ao quadro para resolver o problema]. Pode ser a altura, Marco. Pronto, é pra multiplicar isto tudo, vezes isto.
A2: De cima.
Luzia: De cima.
A3: Não.
Luzia: Multiplica isto por isto (Figura 25) Pêra aí.
A3: Não.
Luzia: Pêra aí.
A3: Posso ir lá?
Luzia: Isto [pausa] por isto. E tu achas que dá a área daquilo que nós queremos. Este bocado aqui, não tem nada. Esta aqui um bocado da área e tu fizeste isto e tamos a calcular a área daqui também. Então …
A3: Professora.
Luzia: Tomé, diz lá.
A3: Também podemos calcular a área de cada um dos conteúdos.
Luzia: Pois, é mais fácil. Se calculamos a área deste, depois calculamos a área deste e depois calculamos a área deste. Depois juntamos tudo. Pode ser?
A3: [palavras imperceptíveis]
Luzia: Tiramos a área que está aqui, não é? Já vamos fazer um problema deste.
A2: Este é 1,5.
Luzia: Ah! Espera lá, falta-me uma medida. [Luzia escreve a medida que falta na figura]
A3: Já tá professora. São três medidas.
Luzia: Então sabemos a medida desta altura, como é que vocês calculam a área disto?
A20: Professora, se isto é um quadrado ….
A2: Com os quadradinhos.
Luzia: Com os quadradinhos, mas assim não pode ser, tem que ser com a medida que eles vos dão, não pode ser com a nossa medida.
A20: Professora, se tiver um quadrado …
Luzia: Exactamente. Diz lá.

A20: Se isto é um quadrado, a medida de baixo é igual a medida do lado. Claro.

Luzia: Se isto é um quadrado, a medida daqui e aqui, o quadrado tem os lados todos iguais. Se a medida daqui a aqui é 3, qual é a medida daqui aqui?

Nesta primeira parte do episódio, o aluno A3 vai ao quadro explicar como resolveu este exercício, uma vez que Luzia não estava compreendendo o que ele queria dizer. O aluno A2 estava junto ao quadro também. Quando o aluno A3 propõe o cálculo da área de cada uma das figuras, surge uma segunda solução para o exercício, fomentada pela candidata a professora, uma vez que confirma a proposta de solução do aluno e explicita como pode ser desenvolvida. Esta actuação de Luzia estimula soluções diferentes, sendo esta uma regra de contrato didáctico.

A questão de Luzia para saber como os alunos fizeram um cálculo propicia o surgimento de mais uma solução. No entanto, não valida esta solução, uma vez que o aluno não interpretou a pergunta do exercício e, por isto, ela intervém para esclarecer. Por outro lado, a explicação apresentada pelo aluno A20 revela maior compreensão do significado da tarefa, uma vez que descreve uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real.

Quando Luzia reflecte sobre sua prática, na reflexão escrita, justifica porque escolheu a tarefa e o motivo da alteração que fez:

> Também é importante exercitar a aplicação dos conceitos matemáticos aprendidos, por isso escolhi uns quantos problemas para serem resolvidos na aula. Comecei pelo exercício 9 da página 35, mas não pretendia que identificassem a resposta apresentada, queria apenas que calculassem a área da figura. Insisti com o Marco e com a Camila para resolverem este problema no quadro. Ainda estão muito presos à contagem dos quadradinhos, no entanto, sinto que foi proveitosa a resolução deste problema. Conseguiram resolve-lo com a ajuda dos colegas, mas não sei até que ponto perceberam o que fizeram. Na resolução deste problema tentei criar um ambiente de discussão, pedindo a muitos alunos que ajudassem na resolução. Penso que estava a resultar. [REA4L, 20/03/2009]

A candidata a professora sublinha que fomentou a participação dos alunos, através da ida destes ao quadro. Para ela, embora tais alunos ainda estejam com as ideias para o cálculo da área voltada para a contagem dos quadradinhos no interior da figura, a participação deles na aula foi vantajosa. Luzia ainda refere que, durante a resolução desta tarefa, procurou tornar a sala de aula um ambiente propício à discussão. Neste sentido, requereu a participação de muitos alunos a apresentarem suas soluções. Para ela, resultou.

Na segunda parte do episódio, as explicações dos alunos são de cunho processual:

Episódio Z-Parte 2

A2: 3.
Luzia: E daqui aqui?
A2:3.
Luzia: E daqui aqui?
A2:3.
Luzia: Então calcula lá aí a área deste quadrado.
A2: Aqui aqui 3. Daqui aqui 3.
Luzia: Não, eu não quero esses …
A2: [o aluno esta resolvendo o problema no quadro] [palavras imperceptíveis]
Luzia: Pêra ai, vocês concordam com isso?
Als: [palavras imperceptíveis]
Luzia: [palavras imperceptíveis] Diz lá Alexandre.
A14: 3 mais 3 mais 3 mais 3.
Luzia: 3 mais 3 mais 3 mais 3, estamos a calcular o quê?
Als: [palavras imperceptíveis] O perímetro.
Luzia: Ah? O perímetro. Mas não queremos saber o perímetro, queremos saber o quê?
Als: A área.
Luzia: A área. Então como é que se calcula a área? Samanta.
A8: Multiplicar.
Luzia: Multiplicar o quê?
A8: 3 vezes 3.
Luzia: 3 vezes 3. É assim, Marco, repara, nós aqui, [os alunos estão fazendo barulho] ó meninos, nós aqui não temos os quadradinhos, pois não? Mas aqui, aqui também diz que mede 3, não mede?
A3: Sim.
Luzia: Então, se eu quiser, posso medir os quadradinhos, que é, ó Jonas, nós medimos os quadradinhos todos. 3 vezes 3, quanto é que é?
A2: 6.
A3: É 9.
A2: 9.
Luzia: Então tu precisas ter aqui os quadradinhos?
A2: Não? É só fazer 3 vezes 3, que é nove e não precisa dos quadradinhos.
Luzia: Então não precisa de quadradinho, basta multiplicar, no caso do quadrado, dizemos que é lado vezes lado, no caso do rectângulo, dizemos que é comprimento vezes largura, mas deixe os nomes que vocês quiserem chamar. Então e o, ó Marco, e a área deste quadrado?

[Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]

Neste episódio, há explicações erradas, porque os alunos confundem área com perímetro, o que pode ser identificado na explicação do aluno A14. A candidata a professora refere sobre esta dificuldade dos alunos: "Dava pra perceber o que aconteceu no teste, que a maior parte deles não percebe como é que se calcula a área e confunde área com perímetro". [EC4L, 20/03/2009] Diante desta explicação errada do aluno, Luzia questiona os alunos para saber o quê está sendo calculado, o que resulta, uma vez que os alunos referem-se à área. As respostas dos alunos também mudam a operação usada no cálculo da soma para a multiplicação. Apesar de validar o uso da contagem dos quadradinhos no interior da figura para o cálculo da área, a candidata a professora questiona os alunos sobre a necessidade deste modo de resolução. A questão da candidata a professora propicia o surgimento da resposta com a solução mais prática para o cálculo.

Quando Luzia reflecte sobre estas interacções verbais na entrevista curta, a reflexão sobre a prática, refere sobre este momento final do episódio acima:

> Mas o Marco, por acaso surpreendeu-me, porque ele não percebeu muito bem porque aquilo se multiplica, porque que se multiplica o comprimento vezes a largura, mas por isso é que eu fui desenhar lá os quadradinhos, pra ele ver e então disse-me: mas não precisamos dos quadradinhos e apaguei, que era pra ele ver que era 3 vezes 3. E aquilo dá pra fazer assim, mas ainda não percebo muito bem, por que. [EC4L, 20/03/2009]

Na terceira e última parte deste episódio, desenvolvida após a interferência da professora cooperante na regulação da comunicação na sala de aula, os alunos não desenvolvem explicações.

Luzia propicia aos alunos usarem a comunicação oral para participar das suas aulas, através de perguntas, respostas e explicações a ela e aos outros alunos, o que propicia a participação no discurso matemático. Ajusta de dois modos distintos a sua prática de explicação às características de seus alunos. Em primeiro lugar, quando um aluno não consegue responder a uma pergunta sua, ela pede para outro, que compreendeu, explicar. Em segundo lugar, diante da dificuldade do aluno em responder às suas questões, a candidata a professora responde-lhes.

Sintetizando, na prática de explicação de Luzia também emerge a explicação dos alunos, que ela estimula e valoriza nas suas concepções. Fomenta as explicações dos alunos e considera-as frutuosas para a sua aprendizagem. Nestas explicações, o erro dos alunos, é um elemento fulcral na organização dos grupos. As explicações dos alunos são processuais ou descrevem uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real. As explicações processuais não interpretam nem clarificam os resultados. As explicações que descrevem uma acção sobre um objecto matemático interpretam e clarificam os resultados. Estas explicações também são utilizadas pela candidata a professora como estratégia de condução de uma aula, na qual os alunos desenvolvem explicações nos grupos. Quando passamos a analisar aspectos normativos das discussões matemáticas nas aulas da candidata a professora, podemos identificar, no seu discurso, a valorização da participação dos alunos na compreensão do que é considerado uma solução diferente uma regra de contrato didáctico.

6.3. A influência das experiências no estágio sobre concepções e práticas de comunicação

A influência das professoras cooperantes. Para Luzia a sua relação com as professoras cooperantes, durante os anos de estágio, no princípio, revelou-se muito positiva. No que tange ao 1.º ano, feito por tutória, refere que "Foi muito boa" [E1L,16/01/2009]. Neste sentido, a candidata a professora não importa-se que a professora cooperante interfira no uso da comunicação, em uma de suas aulas, para regular o trabalho. Considera importante tal interferência, consoante afirma:

> Eu não achei mal porque… Houve uma vez que ela também interferiu… Chegou a fazer um apontamento muito pertinente e foi bom ela ter percebido aquilo, porque eu não 'tava a ver e foi importante ser explorado aquilo. Foi uma forma de resolução de uma das alunas. Neste caso atrapalhou um bocadinho, porque os miúdos eram muito fraquinhos, eles não eram muito fraquinhos… Eles estavam-se era a borrifar para aquilo que nós estávamos a fazer. [EAEL, 30/11/2009]

Para Luzia a interferência da professora cooperante não constituiu-se em um problema. Afirma que tal interferência ocorreu em outra aula e isto foi muito adequado para que compreendesse algo que ainda não conseguia ver em sua prática lectiva. Referia-se a um modo de uma das alunas resolver uma tarefa.

Por outro lado, em outros momentos, nem sempre esta relação com a professora cooperante foi frutuosa. Neste sentido, refere sobre a pressão para cumprir o programa: "Porque estávamos apertadas com o tempo e a professora cooperante queria que ainda abordássemos alguns conceitos. [RE3L, 16/ 03/2009] Outra dificuldade enfrentada nesta relação foi não ter ocorrido reflexão: "Ai, as minhas reflexões com a cooperante? Não eram nada. Ela… Eu não falava com ela, ela não dizia assim nada, não havia interacção" [EAEL, 30/11/2009] De um modo mais contundente, sublinha com os meus erros e com eles não aprendi nada." [EAEL, 30/11/2009]. A candidata a professora sente falta de apoio por parte destes professores, para desenvolver sua aprendizagem para o ensino:

> Estou zangada. Estou zangada porque esperava aprender alguma coisa com os professores cooperantes, era suposto serem fenomenais. Era suposto serem pessoas como aquelas de quem nos falam na nas nossas aulas e agora tenho de resolver esta questão sozinha. Como se prepara uma aula de trabalho diferenciado? Quais os aspectos que devem ser tidos em conta? Como se divide o tempo de aula? Deve haver momentos em conjunto? Quais? Não sei nada disto. E não devia colocar em risco as aprendizagens dos alunos só para poder experimentar estas coisas. Não são só as crianças que aprendem com o que vêem, eu também aprendo com o que vejo e não vi nada. [REA2L, 16/ 02/2009]

Desse modo, de uma maneira geral, Luzia tem uma experiência negativa com as professoras cooperantes. Por outro lado, consoante afirmou na secção da formação inicial, no 2.º ano do estágio, teve uma professora cooperante com a qual aprendeu.

Diante destas dificuldades na relação com os professores cooperantes não ter aprendido com os professores cooperantes nos seus estágios: “Eu outro dia estava a falar com a professora Regina [da ESE] sobre isso. Eu não aprendi nada com os professores cooperantes. Aprendi com as minhas tentativas, aprendi

Em seu período de estágio, assinala a necessidade de mais tempo com estes professores em sua formação inicial:

> É por situações destas que tenho pena de não poder assistir a mais aulas de professores cooperantes, pois, depois de pensar sobre isto, não sei como deveria ter contornado esta situação. Sinto-me muito frustrada com esta situação pois não se tratando de um erro matemático não tenho por onde estudar e não sei como aprender a ultrapassar esta minha dificuldade. [RE1L, 06/ 02/2009]

De suas palavras podemos inferir que sua dificuldade não reside no conteúdo matemático, mas no modo de ensinar. Portanto, ressente-se de precisar aprender mais sobre o ensino da Matemática.

Quando refere-se à perspectiva da professora cooperante, no 4.º ano sobre a comunicação, sublinha as diferentes perspectivas entre esta professora e a tutora:

> A professora cooperante achava que os alunos deviam… A professora Sara [a tutora] têm muito aqui a filosofia da ESE e que também foi incutida a mim e que é os materiais, o experimentar, o desenvolver, o explorar com eles, a comunicação, o falar e a outra não [a professora

> cooperante]. A gente chega lá e deita tudo e depois eles fazem exercícios. [EAEL, 30/11/2009]

Das palavras de Luzia fica patente a divergência nas perspectivas sobre a comunicação nas aulas de Matemática, entre a professora cooperante e a tutora. Para a professora cooperante, a comunicação nas suas aulas desenvolve-se na perspectiva do ensino directo. Tal perspectiva sobre a comunicação nas aulas também ocorreu no 3.º ano. Luzia afirma sobre isto: (…) No terceiro ano eu tive uma professora cooperante que estava sempre contra nós e então sabotou uma data de aulas nossas. [EAEL, 30/11/2009]

A influência da tutora. Ao falar de sua relação com tutora da ESE, a professora Sara, no início do 4.º ano revela uma expectativa muito positiva, consoante assinala: "(…) fomos pedir à professora Sara, o ano passado, para ela ser nossa tutora, porque não é muito fácil lidar com a professora Sara, mas é… Só que, só que acho que só temos vantagem em ficar com ela. Porque ela exige muito e vamos sofrer muito, mas no fim vai valer a pena." [E1L, 16/01/2009]

Nesta relação, no entanto, também há constrangimentos. Salienta: "Por outro lado, sentimo-nos muito pressionadas pela nossa tutora, pela professora cooperante, porque temos que dar conteúdo pra fazer ainda um teste, porque eles têm que ter avaliação." [EC4L, 20/03/2009] tutora, juntamente com a cooperante, exerce pressão sobre a candidata a professora, para que cumpra o programa.

A comunicação nas suas aulas, também é referida por Luzia nesta relação com a tutora. Neste sentido, afirma: "Por esse motivo eu vou-me esforçar muito para aprender a fazer questões, mas na realidade tenho dificuldade e ela [a tutora] disse-me [nas reflexões] "você não sabe perguntar" e eu "pois… (…) "você não sabe fazer perguntas". [EAEL, 30/11/2009] De suas palavras, depreende-se que a colocação de perguntas é uma dificuldade encontrada em sua prática lectiva e assinalada pela tutora.

Por outro lado, em meio a estas dificuldades, Luzia também aponta evolução na sua comunicação oral com os alunos, referidas pela tutora:

> Ela disse-me isso. Disse-me que eu não sabia ler os alunos, que não sabia adequar as questões e muitas vezes disse-me que, e isto eu já reparei, e por acaso foi uma das coisas em que me empenhei mais e agora acho que melhorei em relação a isso, que é o enquadramento. Nós estamos a fazer um problema qualquer, de cálculo mental. Não há contexto, é uma operação. E se for com decimais, muitos alunos não conseguem fazer porque vêm fracos nos decimais. E ela disse-me que eu nunca fiz o

> enquadramento da coisa e agora faço sempre. Penso em dinheiro e eles com o dinheiro resolvem logo. [EAEL, 30/11/2009]

A tutora sublinha dificuldades de Luzia ao nível do conhecimento dos alunos. Tal dificuldade influencia a adequação de suas questões à compreensão dos alunos. No entanto, afirma ter avançado neste ponto, uma vez que consegue contextualizar as questões, consoante refere a tutora, o que antes não fazia. Tal avanço mostra-se auspicioso na actividade de cálculo mental, na qual também utiliza o dinheiro na contextualização das questões.

Sintese

Apresentação. Luzia nunca tinha pensado na docência como profissão a seguir. No entanto, diante de seu pouco interesse pelo curso de Engenharia Electrotécnica, pensou em mudar de curso. Ao dar explicações a alguns meninos pensou na mudança para o ensino de Matemática, embora quisesse ir para um curso de Matemática, a demanda por este curso a fez optar pela variante Matemática/ Ciências, o que, em princípio, não a entusiasmou.

Na formação inicial refere o trabalho desempenhado pelos professores do curso para seu gosto e aprendizagem. Embora demonstre este gosto pelo curso, considera o período do mesmo insuficiente para o exercício da docência, sendo, portanto, necessário expandir os momentos de aprendizagem a momentos posteriores à formação inicial. Luzia sublinha dois aspectos positivos na sua formação inicial: a existência de uma grande diversidade no modo como os professores leccionam e o facto de os seus professores do Departamento de Matemática permitirem que os alunos experimentem novas ideias. Estes aspectos contribuem para o desenvolvimento do conhecimento didáctico de Matemática dos candidatos a professor. No 4.º ano de sua formação inicial, no qual realiza o estágio final, a actuação de seus professores, que são dedicados, atentos e incentivadores, é o que mais se destaca para a candidata a professora. Por outro lado, revela sua decepção ao cursar a disciplina Metodologia da Língua Portuguesa, uma vez que, não se considera apta a exercer actividades no 1.º ciclo, nomeadamente a alfabetização dos alunos. Para a candidata a professora as disciplinas leccionadas ficaram aquém de suas expectativas, excepto Matemática e Ciências. O 1.º ano, embora o estágio tenha sido feito por ela sozinha foi muito acompanhado e com uma boa relação com a tutora, a professora cooperante e directora da escola. No estágio referente ao 2.º ciclo, salienta a existência duma menor intensidade no acompanhamento do estágio pelo tutor. No entanto, sua relação com a professora cooperante foi auspiciosa. No momento do início do estágio no 4.º ano, Luzia tem uma perspectiva positiva em relação ao mesmo, uma vez que a tutora, a professora cooperante e a turma são considerados por ela muito adequados para este momento da sua formação inicial. No início do 4.º ano da licenciatura, Luzia revela uma perspectiva positiva sobre o estágio. Para a candidata a professora, o 4.º ano tem um bom começo. Neste momento de sua aprendizagem docente, está mais envolvida na docência, uma vez que sente-se mais professora do que aluna. Por outro lado, aponta duas dificuldades no estágio. A primeira, em lidar com os alunos, que não encaram o seu trabalho e o de sua colega Diana profissionalmente. Para a candidata a professora, a actuação da professora tutora, Sara, contribuiu para este modo de os alunos as tratarem. A professora tutora disse, na presença dos alunos desta turma, que uma tarefa elaborada por ela estava errada. A segunda dificuldade, a mais relevante, foi no âmbito pedagógico: encontrar estratégias, actividades e tarefas para trabalhar os conteúdos com os alunos.

O uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas. Luzia afirma sentir-se, neste momento do estágio, o 4.º ano, mais segura em relação ao controlo dos alunos e usa a comunicação para regular o trabalho nas suas aulas. Esta regulação ocorre através do uso de palavras ou frases que identifiquei em seu discurso e que são usadas para dois fins distintos. No primeiro, para regular a participação dos alunos no discurso e, no segundo, para coibir a indisciplina. No entanto, em alguns momentos de uma de suas aulas, verifica-se a ausência do uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas. Perante isso, a professora cooperante Simone interfere oralmente no controlo, durante a quarta aula, a fim de coibir participações perturbadoras e contribuir para a aprendizagem dos alunos que estavam com dúvidas. A candidata a professora também ajusta a comunicação oral nas suas aulas às características dos alunos. Desse modo, se o aluno estiver calado e desatento à sua explicação, diz-lhe para repetir o que ela disse.

As concepções sobre explicação. Luzia concebe como explicação ideal para a aula de Matemática aquela na qual o professor não é protagonista. Nesta sua concepção os alunos, a pares, desempenhariam o papel central nas interacções verbais e o professor seria o mediador. Para a candidata a professora a explicação dos alunos pode contribuir para a aprendizagem matemática. No entanto, revela ter encontrado até este momento do estágio, alunos muito passivos, o que dificulta a exploração do discurso como uma estratégia de aprendizagem. Por outro lado, declara ainda não saber lidar com perguntas ou com a comunicação entre dois alunos. Deste modo, fica patente o seu conhecimento do aluno ainda em desenvolvimento. A comunicação nas aulas de Matemática, no início do 4.º ano também não foi planeada pela candidata a professora do modo como a concebe.

As práticas de explicação. Em sua prática de explicação, emergem aspectos de seu conhecimento didáctico de Matemática, referentes ao conhecimento do processo instrucional, no planeamento, apresentado em um documento escrito, no qual há referências à comunicação oral, na condução das suas aulas, onde identifico dificuldades da candidata a professora na gestão do tempo e alguns aspectos da monitorização. Na planificação a comunicação oral surge em várias ocasiões de sua prática lectiva. Surge quer nas perguntas da candidata a professora quer nas respostas dos alunos. Nestas perguntas e respostas a utilização de representações, como o quadro das ordens numéricas e da contextualização, constituem-se em importantes apoios à comunicação. A candidata a professora também prevê perguntas e respostas entre os alunos e a comunicação oral no trabalho em grupo. A candidata agrupa os alunos em função das respostas erradas que venham a apresentar. O conhecimento do conteúdo, em suas relações internas. Este conhecimento do conteúdo emerge em suas explicações podemos identificar *explicações disciplinares* e *explicações instrucionais*. O conhecimento dos alunos, embora em desenvolvimento, contribui para que ela desenvolva explicações que consideram algumas características da aprendizagem destes, como por exemplo, estabelecer correspondência com os conhecimentos prévios dos alunos, utilizando a contextualização, para atribuir sentido aos conceitos matemáticos. Além disso, este conhecimento dos processos de aprendizagem dos alunos é utilizado nos quatro modos de lidar com o erro dos alunos encontrados em suas respostas orais. No primeiro, questiona e explora o erro do aluno fazendo-o, através da questão dela, perceber o erro. No segundo, diante do erro na resposta do aluno, repete a questão, a seguir à resposta errada do aluno e ele agora responde correctamente. No terceiro, na resposta errada do aluno, transformando-a numa questão. Esta sua actuação propicia a reflexão do aluno, sobre o erro. Em outras actuações referentes ao erro dos alunos, emergentes nas interacções verbais, Luzia não explora o erro destes e passa adiante. O conhecimento do currículo é referido por Luzia quando aponta as lacunas dos alunos nos conteúdos de ensino, no ciclo anterior.

Além disso, na prática de explicação de Luzia surgem explicações suas e dos alunos. As explicações dos alunos surgem quando explicam uns aos outros nos grupos, na correcção da ficha sumativa. Estas explicações dos alunos podem ser processuais ou descrever acção sobre um objecto matemático experiencialmente real. As regras de contrato didáctico também emergem no contexto de suas aulas. Neste sentido pede uma solução diferente.. Aparece no que ela refere na primeira entrevista. A candidata a professora ajusta a sua prática de explicação de dois modos distintos. No primeiro, quando um aluno não consegue responder a uma pergunta sua ela pede para outro que compreendeu explicar. No segundo, diante da dificuldade do aluno em responder às suas questões ela responde-as.

A influência de suas experiências no estágio sobre suas concepções e as práticas de comunicação. Luzia salienta que em algumas ocasiões, a sua relação com a professora cooperante revelou-se auspiciosa. Neste sentido, assinala o 1.º ano do estágio e a interferência da cooperante para a regulação do trabalho nas suas aulas. No entanto, em outras ocasiões, esta relação torna-se difícil para a candidata a professora, quando sente a pressão da professora cooperante para cumprir o programa, quando sublinha não ter realizado reflexões com esta professora, quando afirma que estas professoras não contribuíram para a sua aprendizagem para o ensino da Matemática e por fim, quando sente necessidade de mais tempo de interacção com estas professoras. O que tange à comunicação oral, refere que as perspectivas da tutora e da professora cooperante divergiam. Estando a perspectiva daquela no ensino exploratório e a desta no ensino directo. Tal perspectiva da professora cooperante também surgiu no 3.º ano. A candidata a professora resiste à perspectiva das professoras cooperantes e mantém a sua perspectiva sobre a comunicação nas aulas de Matemática no ensino exploratório. No início do 4.º ano, Luzia mostra-se muito satisfeita em trabalhar com a tutora da ESE, embora assinale alguns constrangimentos nesta relação, como a necessidade de cumprir o programa. A comunicação oral desenvolvida pela candidata a professora é apontada pela tutora como sendo problemática, no que se refere à colocação de perguntas aos alunos. No entanto, no final do estágio, a candidata a professora salienta a evolução deste aspecto de sua comunicação oral com os alunos, referida pela tutora. Tal evolução operacionaliza-se quando a candidata a professora contextualiza questões aos alunos.

Capítulo 7

A perspectiva das candidatas a professora sobre a comunicação nas aulas de Matemática

Este capítulo apresenta uma análise transversal dos casos de Júlia e de Luzia. No cruzamento das concepções, das práticas e da reflexão sobre a prática das duas candidatas a professoras, encontro aspectos importantes que contribuem para responder às questões colocadas nesta investigação.

7.1. Comunicação e regulação do trabalho na sala de aula

A comunicação é um instrumento importante que o professor usa para regular o trabalho dos alunos na sala de aula. Encarada deste modo, a comunicação não se refere a aspectos directamente relacionados com a aprendizagem, mas incide em dois aspectos centrais e complementares: a participação e a atenção Na verdade, para a aula ser propiciadora da aprendizagem é necessário que exista um ambiente de forte envolvimento por parte dos alunos. Para este ambiente ser favorável á aprendizagem, as relações de poder entre os participantes precisam estar bem definidas, os alunos precisam de saber o que podem e o que não podem fazer e como podem intervir de forma produtiva na aula. Além disso, os alunos precisam de aprender a estar atentos ao trabalho da aula. O candidato a professor, na sua formação inicial, deve aprender como usar a comunicação, com este objectivo, na sua sala de aula

Os momentos de leccionação de aulas, durante o seu estágio, são momentos de grande importância para a aprendizagem do uso da comunicação para regular o trabalho na sala de aula. O primeiro momento em que Júlia lecciona na sala de aula surge no 5.º ano do curso. Em contrapartida, Luzia, que está presentemente no 4.º ano, já teve experiências de leccionação no 2.º e no 3.º ano do curso. Estas diferenças são decorrentes dos modelos de formação em que as candidatas a professoras realizam a sua formação inicial. Esses modelos envolvem diferenças (i) no nível de escolaridade em que leccionam, (ii) na faixa etária dos alunos, (iii) nas relações que estabelecem com os professores formadores (da Universidade e da escola); (iii) nas turmas em que estão leccionando; e (iv) no modo como concebem a regulação do trabalho nas aulas.

Júlia aponta o 4.º ano do curso como o momento no qual, ao cursar a disciplina Seminário de Educação modificou a sua concepção sobre o ensino da Matemática. Até aquele momento, a regulação do trabalho nas aulas era perspectivada no modelo de ensino directo, no qual o professor centra o trabalho em si. Luzia, por sua vez, revela uma concepção de aula de Matemática centrada nos alunos, desde o início de sua formação inicial, quando concebe a explicação do aluno como tipo de comunicação ideal para as aulas de Matemática. Além disso, resiste às concepções divergentes das suas das professoras cooperantes e, no 4.º ano, sente-se à vontade com o uso da comunicação para regular o trabalho nas suas aulas. Estes modos de as candidatas a professoras conceberem o uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas têm implicações no modo como fizeram tal uso da comunicação em suas aulas.

Júlia parece mais preocupada com este aspecto da prática lectiva do que Luzia e exerce-o de modo eficaz na turma cujas aulas observei. O discurso de Júlia na sala de aula orientado para a regulação apresenta mais palavras e frases com esta finalidade. Na outra turma, na qual refere graves problemas de indisciplina, tal uso da comunicação não se mostra eficaz, o que a faz recorrer a tarefas diversificadas. Luzia, por sua vez, diz estar à vontade com o uso da comunicação para regular o trabalho nas aulas a ponto de salientar ser este o aspecto mais significativo das suas experiências no estágio. No entanto, tal utilização da comunicação nas suas aulas nem sempre ocorre de modo eficaz. Isto fica patente quando a tutora lhe tira a autoridade na presença dos alunos e quando a professora cooperante interfere em sua aula.

Júlia e Luzia estimulam os alunos a participarem com intervenções orais nas suas aulas. Pedem aos alunos que levantem o dedo para indicarem querer intervir, sendo que Luzia também pede para levantarem a mão ou o braço.

Júlia fomenta a participação dos alunos nas suas aulas. Repreende os alunos que não respeitam os colegas que apresentam as suas dúvidas oralmente. Valoriza os trabalhos dos alunos que não apresentam usualmente um bom rendimento. No trabalho em grupo escolhe o porta-voz de cada grupo, a fim de evitar que apenas um elemento do grupo trabalhe. Além disso, refere cada grupo como "ilha" e determina como os alunos devem ir usando a comunicação oral na realização de uma actividade. Desse modo, vai envolvendo os alunos em actividades nas quais utiliza a comunicação para a aprendizagem matemática. No decorrer das suas explicações, utiliza a comunicação oral para regular a participação dos alunos quando não deixa que a interrompam: primeiro ela explica, depois o aluno pode falar. Por outro lado, interrompe sua explicação para chamar a atenção de um aluno para algum aspecto da sua participação que considera inadequado. Assim, mesmo quando desenvolve explicações, preocupa-se com a atenção dos alunos ao que ela considera mais importante naquele momento. Tal actuação da sua parte pode garantir a atenção de todos os alunos na sua explicação. Por outro lado, tais interrupções podem fragmentar as suas explicações, dificultando a compreensão por parte dos alunos das ideias explicadas. Várias actuações da candidata a professora, na sua prática lectiva, mostram que procura obter, simultaneamente, a participação e a atenção dos alunos. Isto ocorre, por exemplo, quando ela se dirige a um par de alunas e ordena que parem de rir, quando se dirige a um par de alunos para saber se estão fazendo a tarefa, quando circula pela sala enquanto os alunos trabalham aos pares e quando dá uma explicação a um par de alunos. Nestas circunstâncias, mais uma vez, Júlia procura que a comunicação por parte dos alunos suporte a aprendizagem da Matemática. Desse modo, procura coibir a distracção dos alunos, certificar-se que estão envolvidos na realização das tarefas e orientá-los através de sua explicação. Além disso, chama a atenção para a necessidade do cumprimento dos prazos na entrega das tarefas.

Pelo seu lado, Luzia, no que tange à participação, não permite que os alunos respondam a uma questão dirigida a um outro colega antes que este lhe responda. Controla a saída dos alunos da sala de aula por meio duma frase. Noutro momento, procura controlar a saída dos alunos da sala de aula, após o toque de encerramento da aula e não os deixa sair sem que estes concluam as tarefas. No aspecto da atenção, no decorrer de uma explicação dos alunos, interrompe-os e pede atenção dos restantes alunos para a explicação de uma das alunas. Usa a frase "eu quero ouvir", que emerge em alguns momentos da segunda, terceira e quarta aulas. Esta candidata a professora sublinha que o aspecto mais significativo de sua prática lectiva ao longo da sua formação inicial foi aprender como usar a comunicação para regular o trabalho nas aulas, nomeadamente, como controlar a participação dos alunos no discurso. Embora tenha afirmado isso, de onde se depreende que se sente à vontade com o uso da comunicação com este propósito, pude registar, principalmente na quarta aula a que assisti, a interferência da professora cooperante, nomeadamente para coibir participações perturbadoras de alguns alunos tendo em vista contribuir para a aprendizagem de alguns alunos com dúvidas sobre a resolução de um problema. Quando a questionei sobre esta interferência da professora cooperante indicou tê-la recebido bem. Refere o medo que os candidatos a professor têm, no início de seu trabalho na sala de aula, de não ter o controlo da turma, o que inviabilizaria o seu planeamento. Segundo Luzia, esta interferência já ocorreu em anos anteriores de estágio, caso em que fez uma apreciação muito negativa da intervenção da professora cooperante. Salienta que, na altura, queria a participação dos alunos, comunicando oralmente o que pensavam. No entanto, eles não falavam. Durante a resolução de problemas também não conseguia ver os erros e as diferentes soluções, porque todos apresentavam a mesma resposta certa. Contudo, indica que, depois de algum tempo, os alunos foram passando a participar mais da aula, através da comunicação oral. Desse modo, Luzia dirige-se aos alunos utilizando a comunicação oral com o intuito de os fazer participar e ficar atentos às suas aulas. No entanto, embora afirme estar segura quanto ao controlo dos alunos, no momento em que procura usar a comunicação para coibir participações perturbadoras, não o consegue fazer de modo eficaz em todas suas aulas. Além disso, ao considerar a interferência da professora cooperante, neste momento do seu estágio, o último ano, adequada, não revela nem clareza nem segurança quanto a seu papel neste aspecto da prática lectiva.

Assim, podemos depreender que, embora tenham alguns pontos em comum, quando fazem uso da comunicação para regular o trabalho em suas aulas, há uma diferença relevante nesta prática das candidatas a professora. Na sala de aula, o discurso de Júlia orientado para a regulação, revela-se mais eficaz do que o de Luzia que evidencia alguns aspectos menos conseguidos na sua prática, em que não consegue regular satisfatoriamente a participação dos alunos. Estes aspectos propiciam a interferência da professora cooperante, em várias situações, o que ela considera adequado. Desse modo, percebo que Júlia consegue fazer um uso da comunicação para regular o trabalho nas suas aulas de modo mais eficaz do que Luzia. A diferença que mais se salienta é o modo profissional com a qual Júlia lida com este uso da comunicação neste momento do estágio. A candidata a professora também referiu, em sua última entrevista que me concedeu, dificuldade em lidar com o controlo dos alunos, noutra turma onde havia graves problemas de indisciplina. Para tentar superar esta dificuldade, chegou a utilizar o trabalho em grupo e tarefas diversificadas (nas fichas e jogos). No entanto, nunca se verificou a interferência de outro professor ou colega de estágio.

7.2. Concepções sobre explicação

Júlia e Luzia, na sua primeira entrevista, manifestam as suas concepções sobre a comunicação na sala de aula de Matemática e, em particular, sobre a explicação de ideias matemáticas. Assim, no seu discurso, Júlia evidencia uma preocupação específica com a explicação. Antes do estágio dava explicações particulares em sua casa e considera que isso a ajudou a desenvolver a sua clareza, que salienta como uma característica fundamental de uma explicação: "Adoro explicar (…) e tento ser a mais clara possível" [E1J, 29/01/2008]. Refere, além disso, a necessidade de uma preparação em que o professor considere os possíveis erros dos alunos.

Nas aulas que observei, Júlia valoriza a explicação dos alunos, embora sem lhe dar prioridade. Na verdade, a sua planificação prevê muito mais explicações da sua parte do que dos alunos. Na sua condição de candidata a professora, procura cumprir a planificação feita, sentindo ter pouco espaço para improvisações. No entanto, na sua perspectiva, as explicações dos alunos podem servir para introduzir novos conceitos. Considera a explicação dos alunos mais eficiente do que a sua e considera que ela própria propicia espaço para a explicação dos alunos nos grupos e entre os grupos.

No discurso de Luzia, por sua vez, na sua primeira entrevista, a comunicação ocupa uma posição relevante, sendo importante tanto para quem comunica como para quem recebe a comunicação. Na sua perspectiva, não é só o professor que nela intervém, sendo desejável que os próprios alunos nela participem activamente: "Idealmente, a comunicação devia-se fazer também muito entre pares [de alunos]" [E1L, 16/01/2009]. Na sua concepção, a explicação dos alunos é a forma mais vantajosa de comunicação nas aulas de Matemática, com grande benefício para estes pois pode ser o modo mais adequado deles compreenderem os novos conceitos. Na sua perspectiva, a explicação do professor deve vir em segundo plano e deve assumir a forma de síntese do que foi feito anteriormente: "Deve ser como síntese daquilo que se fez, daquilo que se aprendeu" [E1L, 16/01/2009].

No entanto, Luzia indica não saber muito bem como fomentar nas suas aulas um ambiente propiciador deste tipo de comunicação: Considera que os alunos deveriam ser capazes de colocar questões dirigidas a si própria e aos colegas mas reconhece que nem sempre o consegue: "E às vezes, aquilo que eu estou à espera não acontece. E depois, não sei como é que hei-de devolver a resposta entre os colegas e fico assim…" [E1L, 16/01/2009]. Afirma que, quando quer saber se os alunos compreenderam ou não um conceito matemático, não utiliza para isto a comunicação oral, preferindo elaborar uma tarefa para o aluno resolver e, caso isso aconteça, então infere que ele compreendeu o conceito matemático. Refere não ter preparar habitualmente nada que contemple o uso da comunicação do modo como a concebe: "Bem, se calhar tenho que dizer eu qualquer coisa e então acho que aí ainda não… Pronto, essa parte ainda não está bem resolvida" [E1L, 16/01/2009].

Assim, Júlia e Luzia têm em comum uma concepção sobre a comunicação na sala de aula que valoriza a explicação por parte dos alunos, considerando que estas explicações podem contribuir para a aprendizagem matemática. Ambas entendem que o facto de os alunos usarem uns com os outros uma linguagem menos sofisticada que a do professor pode contribuir para a sua compreensão dos significados matemáticos. Existem diferenças na sua compreensão deste tipo de comunicação. Júlia ao conceber a explicação como clara e preparada, apresenta um nível mais apurado de compreensão, uma vez que na clareza da explicação é possível perceber as conexões entre a ideia explicada e outras ideias. Na preparação, podemos interpretar a sua utilização de auto-explicações como um contributo para a melhoria da qualidade de suas explicações na sala de aula. Por outro lado, Luzia, ao conceber a explicação do professor como uma conclusão ou síntese, parece encará-la como uma validação ou complemento da sua parte, das ideias que foram explicadas pelos alunos, o que parece constituir uma visão pobre do seu próprio papel neste tipo de comunicação.

7.3. As práticas de explicação

Nas práticas de explicação de Júlia e de Luzia observam-se diferentes tipos situação, incluindo explicações feitas por elas e pelos alunos. Assim, Júlia efectua explicações instrucionais em sete episódios. O primeiro ocorre durante a resolução de um exercício de análise gráfica de funções. Nesta explicação, cuja questão é explícita "qual é a variável independente ao valor?", utiliza analogia duas vezes. O segundo episódio ocorre na explicação da *tarefa da banheira*, começando a sua explicação a partir da questão explícita de um aluno: "o que é que é está constante?". No desenvolvimento da sua explicação identifica-se o objectivo, a selecção de exemplos e as conexões. No terceiro episódio, no problema da idade, a questão implícita é: "por que os outros três gráficos não descrevem o crescimento de uma pessoa?" Na sua explicação utiliza exemplo de parar o crescimento aos 30 anos e analisar o que ocorre aos 18 anos. Esta explicação conecta duas ideias, a representação do gráfico e o que ocorre na realidade. No quarto episódio, na correcção do problema dos pacotes de batata frita, começa a correcção do exercício com a questão explícita: "quando eu compro, o número de pacotes é zero, o que significa o número de pacotes ser zero?", sendo a questão implícita: "qual a relação entre o número de pacotes de batata e o custo em euros?" No quinto episódio, respeitante ao declive da recta na função afim, podem ser identificadas duas questões. A primeira, no início da explicação, é implícita: "como encontrar o declive da recta na função afim?" e a segunda é também implícita: "o que significa o declive da recta?" Diante de um aluno que afirma que ela não pode ter a recta para encontrar o declive, conecta sua explicação à respectiva representação gráfica, desenhada no quadro e utiliza um slide em Powerpoint. O sexto episódio, tem lugar quando explica a notação que representa a imagem de uma função, sendo a questão implícita: "que notação deve ser utilizada para representar a imagem de uma função?" Trata-se de uma explicação instrucional desenvolvida em torno do metasistema da notação matemática. As conexões são estabelecidas em dois momentos, no primeiro, estabelece uma conexão entre a ideia que $f(x)$ represente as imagens das funções e a possibilidade de representar esta função com outra notação e, no segundo, conecta a ideia desta explicação com a do problema dos pacotes de batata frita. O sétimo episódio acontece a partir de uma resposta de uma aluna, durante a correcção de um exercício que requer a utilização do teorema de Pitágoras e que a leva a desenvolver uma explicação sobre o conceito de desigualdade triangular, sendo a questão implícita "qual a relação entre as medidas dos lados de um triângulo para ele ser desenhado?" No desenvolvimento desta explicação recorre a dois contra-exemplos e a um exemplo, conectando esta explicação ao teorema de Pitágoras e à desigualdade triangular:

Júlia desenvolve uma explicação disciplinar durante a resolução deste mesmo um exercício. A explicação é desenvolvida a partir da resposta de uma das alunas: "Ela eliminou, porque o comprimento, não pode, tem que ser maior na hipotenusa”. sendo a questão explícita no enunciado do exercício “qual a medida do comprimento da hipotenusa do mesmo triângulo?”.

Na quarta aula observada Júlia não realiza explicações. Em contrapartida, fomenta as explicações dos alunos, durante a resolução de um exercício para encontrar a mediatriz. Nesta resolução, a sua acção foi importante para mudar a natureza das explicações dos alunos. Na primeira parte do episódio as explicações são processuais mas, numa segunda fase, tais explicações passam a descrever uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real.

Por sua vez, Luzia, em quatro episódios, efectua explicações instrucionais. No episódio das pavimentações, desenvolve uma explicação instrucional, na qual a questão implícita é qual o principal requisito para se formar pavimentações com determinadas figuras. As pavimentações exibidas pelo retroprojector contribuem para a sua explicação tornar-se mais compreensível. Explica a condição necessária para a pavimentação ser possível. Desenvolve uma outra explicação instrucional a partir da questão explícita: “os números multiplicados por 10, 100 ou 1000, ficam menores ou maiores?” A partir da resposta de uma das alunas, na parte 3 do episódio, aproveita para explicar mais sobre a mudança de ordem no sistema de numeração decimal. Nesta explicação, utiliza a representação do quadro das ordens numéricas, sendo a questão implícita: “o que acontece quando um algarismo muda de ordem no sistema de numeração decimal?” Durante a explicação realiza três acções: selecciona, constrói e refina. No terceiro episódio, desenvolve explicações instrucionais durante uma tarefa de investigação, em que se estuda a propriedade comutativa da multiplicação. No desenvolvimento da explicação, na tarefa de investigação, mostra a possibilidade de uso da propriedade associativa da multiplicação: “O que eu posso fazer é 6 vezes 5 vezes 4 [6x5x4], isto já é outra coisa, é igual a 6 vezes 5 vezes 4, entre parênteses [6x(5x4)]. O entre parênteses quer dizer o quê?” [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009] o que lhe permite abordar o significado dos parêntesis. Por sua vez, o quarto episódio de explicação instrucional ocorre na explicação referente à resolução do problema da *fuga das galinhas,* sendo as interacções verbais explicações instrucionais desenvolvidas em torno do metasistema da heurística da resolução de problemas.

Luzia efectua uma explicação disciplinar incompleta na segunda parte da correcção do problema da pizaria. Esta explicação refere-se à definição de múltiplo e é complementada por um aluno.

Registam-se oito episódios com explicações dos alunos nas aulas observadas de Luzia. Assim, na primeira aula fomentou diversas explicações dos alunos. No primeiro episódio, trata-se de uma explicação processual referente ao cálculo mental. No segundo, são explicações processuais até o momento em que coloca a pergunta "como é que se faz?" A partir daí as explicações dos alunos passam a descrever uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real. A mesma natureza das explicações dos alunos também se verifica no terceiro episódio, de cálculo mental. Na primeira aula também surgem explicações dos alunos nos grupos que são utilizadas como estratégia na condução da aula. Além disso, os alunos também desenvolvem explicações em dois outros episódios. No primeiro, referindo-se às ordens numéricas, as explicações começam por ser de natureza processual. Na segunda parte, após Luzia questionar "por que?" "o 2 vai para as centenas?", as explicações passam a descrever uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real. Esta característica da explicação dos alunos também é encontrada no segundo episódio referente à representação de um número no quadro das ordens numéricas e na primeira parte do segundo episódio referente ao cálculo das áreas. Na segunda parte deste episódio as explicações são processuais.

Júlia e Luzia valorizam a explicação dos alunos, embora este tipo de comunicação surja com frequência diferente nas suas aulas. Nas aulas de Júlia surge apenas uma vez, no episódio da mediatriz. Nas aulas de Luzia observa-se oito vezes. Apesar desta diferença quantitativa, limitada pelas planificações das candidatas a professoras, a natureza das explicações dos alunos, em ambos os casos, é a mesma, isto é, trata-se de explicações processuais ou descrevendo uma acção sobre um objecto matemático experiencialmente real.

Além da valorização da explicação dos alunos, esta análise das práticas de explicação das duas candidatas a professoras mostra dois pontos de convergência. O primeiro é que as perguntas colocadas após a explicação dos alunos contribuem para a mudança na natureza destas explicações, levando-as a passarem de explicações processuais para explicações que descrevem acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais O segundo é ambas as candidatas a professora desenvolvem explicações a partir da resposta de uma aluna, Júlia no caso do conceito de desigualdade triangular e Luzia na explicação para a mudança de ordem no sistema de numeração decimal. Estas características das suas práticas de explicação mostram a relevância das intervenções do professor nas interacções verbais com os alunos.

Na análise das explicações de Júlia e de Luzia, é pertinente apreciar a influência dos tipos de questões que originam as suas explicações. Tais questões são umas vezes explícitas e outras vezes implícitas. As questões de Júlia são explícitas no episódio da *análise gráfica*, sendo conectadas a uma figura de linguagem, a analogia. A explicação do *Teorema de Pitágoras* e da *desigualdade triangular* são desenvolvidas, por Júlia, a partir da resposta de uma aluna. A questão para o Teorema de Pitágoras é explícita. Por outro lado, a questão para a *desigualdade triangular* é implícita, levando-a a recorrer a contra-exemplos e a um exemplo. Além disso, esta explicação é conectada à explicação disciplinar do *Teorema de Pitágoras*. Desse modo, a questão implícita contribui para o desenvolvimento de uma explicação instrucional e a compreensão de uma explicação disciplinar. No *problema da idade*, a questão implícita refere-se ao raciocínio diferente necessário para lhe responder. Tal como no *problema da banheira*, é preciso explicar por que os outros gráficos não respondem à questão. No episódio da *banheira* a questão é explícita e no episódio dos *pacotes de batata frita* é explícita e implícita. A questão explícita dá início às interacções verbais para a correcção deste exercício, no entanto, é a questão implícita que contém maiores potencialidades de exploração de aspectos significativos do assunto explicado. Tal característica também se verifica nas questões que originam a explicação do *declive da recta da função afim* e no episódio referente à *notação que representa a imagem de uma função.*

As questões das explicações desenvolvidas por Luzia também são explícitas e/ou implícitas. No episódio das *pavimentações* são explícitas. Tais questões vão contribuindo para a emergência da condição necessária à existência da pavimentação. A questão implícita é que contém esta exigência, isto é, ter uma condição necessária à existência da pavimentação. No episódio da *multiplicação por 10,…,0,1,…,* coloca questões explícitas aos alunos que não parecem contribuir para interacções verbais significativas neste momento da aula. No entanto, a repetição das questões principais destas interacções resulta e altera as respostas dos alunos, embora de modo discreto. A explicação instrucional seguinte, referente à parte 3 do episódio da *multiplicação por 10,…, 0,1,…,* que desenvolve a partir da resposta de uma aluna que não revelava compreensão do significado do valor posicional no sistema de numeração decimal, é implícita. Tal questão, contribui para a escolha da representação (o quadro das ordens numéricas) que, por sua vez, contribui para o sistema de acções que seguem, o que leva a explicitar o significado da mudança de ordem no sistema de numeração decimal. No episódio da *pizaria 1*, a questão é explícita. Na parte 2 deste episódio, uma questão explícita leva-a a desenvolver uma explicação disciplinar incompleta. No episódio da *tarefa de investigação* coloca questões explícitas aos alunos com as quais procura explicitar o significado da utilização do parêntesis no uso da propriedade associativa da multiplicação, embora não obtenha respostas dos alunos que apontem compreensão por parte destes. Por fim, na explicação do episódio da *fuga das galinhas,* a explicação instrucional é desenvolvida em torno do metasistema da heurística da resolução de problemas. As questões que coloca aos alunos na segunda parte do episódio são explícitas e, através delas, procura que os alunos apresentem diferentes modos de resolver o problema, embora se verifique apenas um modo.

O modo como as candidatas a professoras colocam questões aos alunos pode ou não contribuir para o desenvolvimento de significados. Isso pôde ser percebido nos vários episódios da prática de explicação de cada uma delas. As questões implícitas contribuem para interacções verbais mais significativas entre ambas e os alunos. No caso de Luzia, acrescenta-se que repete por vezes as questões principais aos alunos, o que altera as respostas dos alunos, embora discretamente.

Júlia e Luzia desenvolvem explicações instrucionais de modos semelhantes e distintos. De semelhante, salienta-se o facto que as questões implícitas contribuem mais que as explícitas para o desenvolvimento dos significados das ideias explicadas. Além disso, ambas identificam questões importantes em declarações explícitas de alunos. De modo distinto, Luzia repete por vezes as questões principais. Além disso, coloca questões durante a resolução de um problema, nas quais procura soluções distintas. Ao actuar deste modo, procura que a questão inicial do problema tenha abertura..Na minha perspectiva, nas suas práticas de explicação, ambas revelam que, embora precisem ainda aperfeiçoar esta competência, conseguem desenvolver suas explicações instrucionais e disciplinares a partir de questões que contribuem para a explicitação do significado das ideias explicadas nas interacções verbais com os alunos. Tal pode ser observado, nomeadamente, nas explicações da *tarefa da banheira* (Júlia) e sobre *o valor posicional no sistema de numeração decimal* (Luzia).

A utilização de exemplos e contra-exemplos também surge na prática de explicação de ambas,. Júlia refere a utilização de exemplos em sua prática lectiva, desde a primeira entrevista, na qual recordou uma aula na qual os alunos introduziram o conceito de função em que explicavam o que é uma função e davam exemplos. Nas aulas observadas, os exemplos e contra-exemplos também emergiram. Na explicação da *desigualdade triangular* recorre a dois contra-exemplos e a um exemplo. Tal utilização de exemplos e contra-exemplos contribuiu para a explicação instrucional *da desigualdade triangular,* bem como para a explicação disciplinar sobre o *teorema de Pitágoras*. Além disso, também utiliza exemplos no *problema da idade*, relacionando o problema ao crescimento de uma pessoa na realidade, contribuindo desse modo para desenvolver o significado referencial. Por outro lado, os vários exemplos de notações para representar a imagem de uma função utilizados no episódio referente à *notação que representa a imagem de uma função*, não clarificam a compreensão do aluno. Os exemplos também são referidos no momento em que ela reflecte sobre a prática da terceira aula, apontando que tais exemplos de planos oblíquos, produzidos por um aluno, não contribuíram para a visualização dos alunos. Também refere, noutra reflexão sobre a mesma aula, outros exemplos produzidos pelos alunos, os quais também não contribuíram para clarificar a visualização de rectas paralelas.

Luzia, por sua vez, também utiliza exemplos em sua prática de explicação. No episódio das *pavimentações* utiliza um exemplo de pavimentações com um exemplo de pavimentação que não era possível formar, porque uma figura não encaixava na outra. Desse modo, procura contribuir com a sua explicação sobre a condição de existência de uma pavimentação. Na primeira parte deste episódio, as respostas dos alunos foram muito limitadas. No entanto, a utilização de uma figura alterou, subtilmente, tais respostas. Tal utilização também ocorre na correcção da *tarefa de investigação* em que selecciona exemplos e explora-os através de questões aos alunos. No entanto, os alunos têm dificuldade em compreender o raciocínio lógico que valida a propriedade comutativa. Nesta mesma tarefa, a pergunta colocada por uma aluna fá-la abordar exemplos legais e ilegais, isto é, exemplos em que certas acções podem ser realizadas e outras não pelas propriedades comutativa e associativa. A utilização de contra-exemplos, ocorre no episódio da *pizaria,* no qual desenvolveu uma explicação disciplinar incompleta sobre múltiplos Que não propiciou que os alunos compreendessem a definição de múltiplo. Por outro lado, o exemplo do bolo, no episódio da *multiplicação por 10,… ,0,1,* trouxe melhores resultados. Diante da dificuldade de compreensão dos alunos, este exemplo utilizando um objecto real, proporcionou respostas correctas da parte destes.

O modo como Júlia e Luzia produzem exemplos ou, no caso de Júlia, como pede para que os seus alunos os produzam, às vezes mostra-se auspicioso e outras vezes não. Para Júlia, na aula em que foram os alunos a introduzir o conceito de função, os alunos explicavam uns aos outros e davam exemplos que se revelaram auspiciosos. Os seus exemplos e contra-exemplos na explicação da *desigualdade triangular* mostram-se frutuosos, a ponto de tal explicação instrucional contribuir para a explicação disciplinar do *teorema de Pitágoras.* No entanto, dificuldades foram encontradas aquando da produção de exemplos de planos oblíquos e de rectas paralelas pelos alunos a pedido de Júlia. Tal dificuldade nesta produção de exemplos, corrobora que é difícil seleccionar e produzir exemplos que contribuam para clarificar uma explicação instrucional. Para Luzia, a utilização de exemplos e contra-exemplos também revelou-se auspiciosa em alguns momentos, mas noutros não. O exemplo do bolo propiciou compreensão por parte dos alunos. No entanto, a *tarefa de investigação* e o episódio da *pizaria* foram momentos em que tal utilização não revelou-se frutuosa.

Portanto, o uso de exemplos e contra-exemplos na sua prática de explicação é bem sucedido, no caso de Júlia e, no caso de Luzia, às vezes é bem sucedido e outras não. Apenas Júlia pede para seus alunos produzirem exemplos e, às vezes tais exemplos são frutuosos e outras vezes não o são.

Júlia e Luzia utilizam representações quando desenvolvem as suas explicações instrucionais. Júlia utiliza cinco diferentes tipos de representação: gráficas, desenho, figuras, tabela e símbolos. Utiliza a representação gráfica na explicação da *análise gráfica*, da *tarefa da banheira* (gráfica e desenho), do *problema da idade* e do *declive da recta da função afim* (gráfica e geométrica). Utiliza figuras (desenhos de triângulos) na explicação da *desigualdade triangular*. Usa uma tabela na explicação do exercício dos *pacotes de batata frita*. Usa um símbolo (notação) para a imagem da função. Faz uso de uma analogia aquando utiliza a representação gráfica, na explicação da *análise gráfica*. Na *tarefa da banheira* (gráfica e desenho), no *problema da idade*, a representação gráfica é conectada a um raciocínio diferente para responder à questão. No *problema do declive da recta da função afim* conecta, em sua explicação, as representações gráfica e geométrica. Por outro lado, usa duas representações distintas, tabela e desenho, a tabela, no exercício dos *pacotes de batata frita* e o desenho na *tarefa da banheira*. A tabela contribui para uma melhor organização dos dados do exercício, o que pode contribuir para a compreensão do significado da constante de proporcionalidade. O desenho, por sua vez, contribui para a visualização do que ocorre no preenchimento da banheira, paralelamente ao que se visualiza nos gráficos.

Luzia, por sua vez, usa três tipos de representações nas suas explicações instrucionais: figuras, tabela e desenhos. As figuras surgem no episódio da *pavimentação* e contribuem, através da visualização, para os alunos perceberem a questão fulcral da explicação (a condição de existência de uma pavimentação). A tabela (o quadro das ordens numéricas) é utilizada no episódio da *multiplicação por 10, ... ,0,1,* e constitui-se numa importante ferramenta para a explicitação do significado do valor posicional no sistema de numeração decimal, que não estava claro para os alunos. E os desenhos são utilizados na primeira parte do *problema da pizaria*. Tais desenhos podem propiciar uma melhor interpretação do enunciado deste problema. Além disso, os desenhos são utilizados por um aluno na resolução do problema da *fuga das galinhas* e são validados por Luzia como parte integrante da heurística da resolução deste problema.

Deste modo, Júlia e Luzia fazem uso da representação gráfica em suas explicações instrucionais, utilizando tipos semelhantes e diferentes de representação. Tabelas, figuras e desenhos são comuns às duas candidatas a professoras. Por outro lado, os gráficos e os símbolos emergem apenas nas explicações de Júlia.

Todas estas representações que surgem nas explicações instrucionais das candidatas a professoras revelam parte de seu conhecimento do conteúdo de ensino e parte de seu conhecimento dos alunos, mais ou menos articulado, para propiciar compreensão do significado das ideias explicadas. No caso de Júlia, tal articulação se dá de modo auspicioso, no episódio da *análise gráfica,* quando utiliza a analogia e a contextualização, o que contribui para expor conexões. No *problema da banheira,* a representação gráfica relacionada ao desenho da banheira pode contribuir mais para a interpretação do problema do que se utilizasse apenas os gráficos. No problema do *declive da recta da função afim* a relação entre as representações algébrica, gráfica e geométrica, mostra-se auspiciosa, uma vez que, o estudo compartimentado limitaria a compreensão do significado desta ideia matemática. Por outro lado, não explica claramente os símbolos utilizados para representar a imagem de uma função, constituindo-se tal explicação num problema didáctico que refere. No caso de Luzia, esta relação entre o conhecimento do conteúdo de ensino e o conhecimento do aluno, na utilização das representações, revela-se menos auspiciosa, uma vez que ela nem sempre sabe que representação utilizará na prática de explicação. Identifico isto em dois momentos. O primeiro, *no problema da pizaria* cuja representação não se coaduna com o conceito que a candidata a professora pretende explicar (múltiplo). O segundo, no *problema da fuga das galinhas* quando ia utilizar como representação um sistema de equações do 1.º grau, previsto na sua planificação e, na prática, validou a resolução de um aluno que utilizou desenhos. Nos dois momentos, percebo uma planificação equivocada que, no *problema da pizaria*, revela lacunas no seu conhecimento do conteúdo de ensino e, no problema da *fuga das galinhas* revela lacunas no seu conhecimento dos alunos. Desse modo, as candidatas a professoras precisam evoluir nestes dois aspectos de seu conhecimento didáctico de Matemática, para fazer um uso mais auspicioso das representações nas suas explicações instrucionais.

7.4. Práticas de comunicação e conhecimento didáctico

7.4.1. Comunicação e o conhecimento do processo instrucional

Preparação. Nas planificações de Júlia e de Luzia é clara a referência à comunicação oral. Esta referência ocorre na colocação de questões aos alunos no âmbito da sala de aula, individualmente e no âmbito dos grupos. Nas planificações das aulas de Júlia há exploração da comunicação individual. Na terceira aula: "Essa correcção é feita pelos alunos, individualmente, no quadro. Cada aluno corrige uma pergunta e após cada resposta a professora pergunta aos restantes alunos se concordam e/ou se têm algo a acrescentar. (…)" [PEA3J, 25/02/2008] nos grupos e entre eles. Na primeira aula: "É ainda objectivo desta aula promover o trabalho de grupo e a comunicação matemática escrita e oral. (…) Essa correcção é feita oralmente pelos grupos de alunos" [PEA1J, 8/02/2008]. E na quarta aula: "Um aluno de um grupo lê uma questão e um aluno de um grupo diferente irá responder" [PEA4J, 31/03/2008] e "a turma explicará à professora como se resolve esta questão" [PEA4J, 31/03/2008].

Nas aulas de Luzia, a referência à comunicação nos grupos surge apenas na planificação da primeira aula: "A ficha sumativa irá ser respondida em grupos de 4 alunos. Estes são agrupados consoante as dificuldades apresentadas em cada resposta" [PEA1L, 06/02/2009]. Nas aulas seguintes, a comunicação oral é prevista para a turma. Nas estratégias/actividades a serem desenvolvidas na sua aula, assinala em todas o cálculo mental. A comunicação oral surge, mais uma vez, na planificação da primeira aula, agora numa tarefa, no *problema da semana*. Para a resolução deste problema, Luzia prevê perguntas e respostas entre os alunos. Na segunda aula, utiliza as questões aos alunos para saber se compreenderam a condição necessária para a existência de uma pavimentação: "Depois de identificadas algumas pavimentações possíveis, mostro algumas pavimentações que não são possíveis de formar e questiono-os sobre a razão dessa impossibilidade" [PEA2L, 20/02/2009]. A candidata a professora também planeja mais questões aos alunos quando estes compreenderem esta condição de existência: "Depois de perceberem esta questão, questiono-os sobre o que seria necessário para que a possibilidade de pavimentação acontecesse" [PEA2L, 20/02/2009]. As questões aos alunos ainda surgem na planificação desta aula em duas tarefas: na *tarefa dos jardins* e na *tarefa da mão*. Na *tarefa dos jardins,* em sua terceira aula, Luzia coloca questões aos alunos para explorar a transformação dos números quando multiplicados por 10, 100, 1000 e por 0,1, 0,01, 0,001. Na última actividade preparada para esta aula, a continuação do *problema da pizaria*, planeja, mais uma vez, colocar perguntas sobre os múltiplos.

Quando as duas candidatas a professoras referem a comunicação no trabalho em grupo também referem a exploração do erro. No caso de Luzia, as respostas erradas dos alunos são critério para a organização dos grupos. Nas planificações, ambas referem a colocação de perguntas, no caso de Júlia mais dirigidas aos grupos e no caso de Luzia dirigidas à turma. Um outro aspecto que surge na planificação de ambas é a previsão das reacções dos alunos. No caso de Júlia, esta previsão surge em três pontos: na quarta parte da primeira aula e na terceira parte da segunda aula, quando se refere à ocorrência de erros generalizados. Nas planificações de Luzia, a previsão sobre a reacção dos alunos ocorre em todas as suas aulas. É importante sublinhar que Júlia, diante do possível erro generalizado dos alunos, reage esclarecendo-os. Luzia, por sua vez, diante da possível reacção dos alunos, em cada aula planificada, reage de um modo que se coaduna com a reacção dos alunos e especificado como na planificação.

A comunicação escrita é referida pelas duas candidatas a professoras. Júlia refere a necessidade da linguagem escrita e oral utilizada para comunicar as ideias matemáticas não apresentar ambiguidades e ser rigorosa: "A primeira destas competências é: Aptidão para discutir e comunicar ideias matemáticas através do uso de uma linguagem escrita e oral não ambígua e rigorosa" [PEA2J, 15/02/2008]. A utilização da comunicação escrita ocorre na planificação de Luzia na actividade de cálculo mental. Diante das dificuldades dos alunos com o cálculo mental, pede-lhes para escreverem as expressões numéricas.

Júlia e Luzia referem explicitamente a comunicação oral nas suas planificações. Planejam diferentes modos de explorá-la, quer individualmente quer em grupos. No entanto, não referem o que seria feito no trabalho em pares, uma vez que este é um modo de trabalho no qual seus alunos também se encontram organizados em algumas de suas aulas observadas. Além disso, Luzia é a que planeja a colocação de questões aos alunos de modo mais frequente e específico, o que é relevante, uma vez que responder uma questão é o objectivo central de uma explicação. A previsão da reacção dos alunos emerge em ambas as planificações e constitui-se numa importante ferramenta norteadora da acção de ambas. O refinamento desta ferramenta poderá contribuir para acções mais efectivas na prática de comunicação. Outro aspecto importante é articulação entre a comunicação oral e escrita, que pode contribuir para o aperfeiçoamento das ideias matemáticas comunicadas, conferindo-lhes maior rigor. No entanto, apenas Júlia refere tal articulação. Luzia refere a utilização da comunicação escrita quando os alunos apresentam dificuldades com a comunicação oral, no cálculo mental.

Condução. Na condução da aula podemos identificar a agenda e a monitorização. Por ser a agenda o plano mental, não faz parte desta investigação o acesso a este elemento analítico da condução da prática lectiva. Portanto, vou comparar, nesta análise, a monitorização nas aulas de Júlia e Luzia.

A avaliação da aula realizada por Júlia transparece também no documento escrito onde está a planificação da aula. Neste documento também se encontra o modo como ela realiza a avaliação contínua, a monitorização. Esta avaliação é feita durante toda aula, através de respostas às dúvidas dos alunos, das suas produções e das exposições dos grupos de trabalho. Além destes itens, que refere na primeira e segunda aula observada, acrescenta na terceira aula, a participação. Luzia também faz a monitorização, mas não a indica na sua planificação. Neste sentido, identifico as palavras ou frases usadas pelas candidatas a professoras durante as suas aulas que apontam para a avaliação da aula em tempo real, (i) quando determinam um tempo para a realização de uma tarefa ou (ii) quando dizem que uma certa tarefa não poderá ser feita naquela aula, mas noutra.

Nos discursos de Júlia e de Luzia estes dois tipos de monitorização emergem com frequências diferentes. No discurso de Júlia, apenas na terceira aula determina um tempo para a realização de uma tarefa "vamos resolver a ficha todos juntos, está bem? Meninos, fazem a primeira página em 10 minutos, 10 minutos" [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]. Luzia, por sua vez, faz uso deste tipo de monitorização em todas as suas aulas. "Ó meninos, eu vou vos dar dez minutos para fazer isso" [Aula 1 de Luzia, 06/02/2009]; "Vou vos dar cinco minutos para resolverem. Têm cinco minutos para resolverem" [Aula 2 de Luzia, 20/02/2009]; "Com os resultados que vocês têm eu vou dar cinco minutos para responderem às questões" [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009]; "Ó meninos, eu dou-vos seis minutos" [Aula 4 de Luzia, 20/03/2009]. O segundo tipo de monitorização aparece com maior frequência nas aulas de Júlia. Na primeira aula "Essa ficha é para vocês guardarem com muito carinho e amor, para reclamarem na altura do teste desse mês, certo? Certo? (…) Meninos, na próxima aula corrigimos a ficha e o trabalho de casa" [Aula 1 de Júlia, 08/02/2008]; na terceira aula: "(uma aluna vem ao quadro). Meninos, o que é que tem que trazer na próxima aula? O exercício 12, da página 56" [Aula 3 de Júlia, 25/02/2008]. No discurso de Luzia isso surge apenas na terceira aula "Sim é a tabuada do dois. Então temos [Luzia escreve no quadro e toca] Continuamos isto na próxima aula, está bem?" [Aula 3 de Luzia, 16/03/2009].

Um outro aspecto da condução é a gestão do tempo, que fornece elementos para compreender a prática lectiva das candidatas a professoras Para Júlia, esta gestão influencia o cumprimento da planificação da primeira aula: "Nesta altura olhei para o relógio e já passavam alguns minutos das nove, portanto, certamente já não iria conseguir cumprir a planificação" [REA1J, 8/02/2008]. Para Luzia, esta gestão interfere na actividade de cálculo mental: "Demorei muito tempo com a primeira expressão e não surtiu efeito nenhum. Nesta altura deveria ter acabado com o cálculo mental e seguido para a actividade seguinte" [REA1L, 6/02/2009]. Na actividade seguinte, igualmente de cálculo mental, teve problemas idênticos: "Por tentar deixar que fossem os alunos a expor uma forma de resolução demorei cerca de meia hora com a segunda expressão" [REA1L, 6/01/2009]. Estas duas situações de cálculo mental, que foram planeadas para consumir 6 minutos na prática lectiva de Luzia, consumiram a primeira metade do tempo da aula: "Os primeiros 45 minutos da aula foram gastos com o cálculo mental, que no fim de contas não trouxe nenhuma mais-valia" [REA1L, 6/02/2009]. Para Júlia, esta dificuldade com a gestão do tempo também surge na segunda e na terceira aula. Na segunda aula, refere, mais uma vez, dificuldades com a gestão do tempo: "Mais uma vez, aconteceu o inevitável: não iria conseguir cumprir a planificação" [REA2J, 15/02/2008]. E na terceira aula: "Rapidamente me apercebi que iria levar muito tempo a entregar os trabalhos de casa e a fazer comentários a todas as resoluções" [REA3J, 25/02/2008].

Júlia e Luzia referem dificuldades com a gestão do tempo numa turma. No caso de Júlia esta é uma turma cujas aulas não observei. Indica: "Mais de metade da aula, não era a fazer Matemática, era dar ralhetes. Coisas impressionantes…" [EAEJ, 27/01/2009]. No caso de Luzia, por sua vez, esta dificuldade respeita a turma cujas aulas observei. Afirma: "Nas próximas planificações tenho que considerar duas hipóteses: Ou planifico actividades a mais, ou tenho que melhorar a gestão do tempo" [REA2L, 20/02/2009]. Sublinha que esta dificuldade com a gestão do tempo restringe-se a esta turma e que na turma em que lecciona Ciências não há este problema.

A gestão do tempo é um aspecto da condução da prática lectiva que, muitas vezes, se torna problemático para o candidato a professor, tendo em conta sua pouca experiência com uma prática lectiva sistemática. Quando relaciono os tipos de monitorização e as dificuldades com a gestão do tempo de ambas, identifico uma relação referente à frequência com que elas utilizam o primeiro tipo de monitorização e a dificuldade com a gestão do tempo. Assim, Júlia determina um tempo para os alunos fazerem uma tarefa apenas na terceira aula. A sua dificuldade com a gestão do tempo é referida na primeira, segunda e terceira aula. Luzia, por sua vez, utiliza este tipo de monitorização em todas as aulas a que assisti. A sua dificuldade com a gestão do tempo é referida apenas na primeira aula. Isto sugere que Júlia, ao utilizar um menor número de vezes a primeira monitorização, propicia o surgimento de maiores dificuldades com a gestão do tempo nas suas aulas. Luzia actua de modo inverso, o que reduz sua dificuldade com a gestão do tempo nas suas aulas. Desse modo, a monitorização de Luzia é a que propicia mais vantagem para gerir o tempo de modo mais eficaz. Tal eficácia vai ter impacto no cumprimento da planificação, um dos aspectos do processo instrucional.

7.4.2. Comunicação e o conhecimento dos conteúdos de ensino

Esta relação da comunicação com este aspecto do conhecimento didáctico de matemática é estabelecida durante as explicações. Júlia e Luzia relacionam a comunicação que promovem com os conhecimentos dos conteúdos de ensino através das explicações disciplinares e instrucionais.

7.4.3. Comunicação e o conhecimento do currículo

Na comunicação oral de Júlia e Luzia também existem relações com o conhecimento curricular, na sua dimensão vertical. Este conhecimento pode ser identificado em algumas de suas explicações. Júlia, ao desenvolver a explicação instrucional da desigualdade triangular o faz como uma revisão, uma vez que os alunos já estudaram esta desigualdade no 6.º e no 7.º ano:

> Exacto, portanto, a minha descrição não foi brilhante, tenho consciência disso, mas para relembrar uma ideia que eles já sabiam, achei que era necessário pegar, dar contra-exemplos, dizer quando é que não funciona. [EC3J, 25 /02/2008]

Quando Luzia se refere à dificuldade dos alunos, encontrada em suas respostas, em compreender o valor posicional no sistema de numeração decimal, revela conhecimento curricular: "Não era para corrigir o TPC agora, mas como quis que percebessem melhor o que estávamos a fazer [estudando o valor posicional no sistema de numeração decimal] decidi corrigi-lo" [REA3, 16/03/2009].

As candidatas a professoras, na sua prática de comunicação, também apontam o programa como empecilho à compreensão dos alunos ou contendo falhas que, se corrigidas, podem tornar as aulas mais produtivas. Júlia sentiu esta dificuldade ao desenvolver a explicação referente à notação que representa a imagem de uma função. Na sua perspectiva, o adiamento do uso desta notação, determinado pelo programa, não contribui para a aprendizagem por parte dos alunos. Sublinha: "Acho que entendia na mesma [o significado]. Acho que entendia. Acho que um dos problemas, eu acho, na Matemática é o facto… O facto de espiral [o currículo]" [EAEJ, 27/02/2009].

Para Luzia, o programa não prevê o uso do quadro das ordens numéricas durante todo o ano lectivo. Este uso, a seu ver, contribuiria para a aprendizagem do sistema de numeração decimal. Considera que isto seria relevante:

> Posso não estar a pensar correctamente, mas penso que foi importante e produtivo ter dado este tempo para a exploração do quadro das ordens

numéricas. No entanto, deveria ser estabelecido um plano para o ano inteiro para desenvolver esta noção dos números… [REA3L, 16/03/2009]

Na relação entre a comunicação promovida por Júlia e Luzia com *o conhecimento do currículo*, identifico momentos na comunicação de ambas que são influenciados pelo currículo. As candidatas a professoras, ao apontar o currículo como empecilho para um trabalho mais efectivo para resolver os dois problemas didácticos aqui referidos, quando vierem a exercer a docência profissionalmente, podem fazer alterações na implementação deste currículo que podem ajudar a resolver tais problemas didácticos.

7.4.4. Comunicação e conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem

Ao relacionar a comunicação desenvolvida por Júlia e Luzia com o conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem, emerge o papel das interacções (nomeadamente das interacções verbais), o papel dos conhecimentos prévios, as estratégias de raciocínio e as perspectivas em relação às capacidades dos alunos. Assim, No que tange ao *papel das interacções*, na primeira aula, a partir de uma questão de um aluno "o que é esta constante?", Júlia desenvolve uma explicação instrucional que procura esclarecer o aluno com dificuldade de compreensão do enunciado de um problema, a *tarefa da banheira*. Na primeira entrevista, Luzia afirma que, até agora, nos diversos estágios, encontrou alunos muito passivos. No que tange à comunicação oral, estes alunos limitaram-se a concordar com o que ela dizia. Esta passividade dos seus alunos não lhe propiciou a exploração da comunicação oral entre professor e aluno nas suas aulas. Diante disso, declara ainda não saber muito bem como conduzir o questionamento dos alunos na sala de aula.

Por outro lado, Luzia revela conhecimento do aluno, no desenvolvimento de uma explicação instrucional. Trata-se de uma explicação para encontrar de modo bem sucedido o objectivo de representar os números utilizando o quadro das ordens numéricas. Este conhecimento pode ser identificado quando ela aproveita a resposta da aluna que não explicitava o significado da mudança de ordem no sistema de numeração decimal para desenvolver sua explicação instrucional ("Aproveitei a resposta da Marta, que dizia que era só acrescentar um zero, para explorar a mudança de ordem no sistema decimal" [REA3L, 16/03/2009]).

A exploração do erro dos alunos, nas suas respostas orais, constitui um importante elemento das interacções verbais nas aulas de Luzia. Esta exploração ocorre de quatro modos distintos. No primeiro, a candidata a professora questiona e explora o erro do aluno fazendo-o, através das questões que coloca, perceber o erro. No segundo, diante do erro do aluno, repete a questão a seguir à resposta errada do aluno, levando-o a responder correctamente. E, no terceiro, insiste na resposta errada do aluno, transformando-a numa questão, actuação que propicia a reflexão do aluno sobre seu erro e levando-o a responder correctamente. Noutras actuações referentes ao erro dos alunos, emergentes nas interacções verbais, Luzia não explora esse erro e passa adiante.

Em dois episódios das aulas de Luzia identificamos aspectos do seu conhecimento dos alunos e a exploração do erro nas interacções verbais. No primeiro episódio, da "adição de números decimais" de modo similar ao que ocorre no terceiro modo como explora o erro, referido anteriormente, ela retoma a resposta errada do aluno no seu discurso. A sua actuação faz outro aluno participar das interacções verbais, agora com respostas correctas. No segundo episódio, referem-se à centena. Ao interagir verbalmente com três alunos, Luzia vai explorando as respostas erradas destes até a retomada da resposta errada de um dos alunos, agora transformada em questão. O aluno responde correctamente e depois explica o porquê.

Júlia, por sua vez, reage ao erro dos alunos de duas maneiras distintas. Na primeira, antecipa e explora o erro dos alunos. Permite-lhes interagir verbalmente a respeito da resposta da questão, o que os faz divergir entre eles, o que não é uma actuação muito comum dos alunos nas aulas de Matemática. Na segunda, diante de uma resposta errada, passa adiante, sem explorar o erro nela contido.

As interacções verbais entre as candidatas a professoras e os seus alunos desempenham um papel semelhante na prática de comunicação de cada uma delas, uma vez que ambas aproveitam questões e respostas de seus alunos para desenvolverem explicações instrucionais. Por outro lado, exploram o erro nas respostas orais de seus alunos referentes a conteúdos de ensino. Desse modo, actuam para que as interacções verbais nas suas aulas contribuam para o desenvolvimento dos significados.

O conhecimento de Júlia *dos conhecimentos prévios* dos alunos permite-lhe desenvolver explicações que consideram algumas características de sua aprendizagem, como o facto de os alunos terem um interesse específico quando uma tarefa se refere a aspectos da realidade que lhes são familiares. Tais aspectos constituem-se em conhecimentos prévios dos alunos e podem contribuir para a compreensão das ideias explicadas. Neste sentido, estabelece conexões entre as ideias explicadas e a realidade. É o caso, por exemplo, das explicações relativas ao episódio da análise gráfica, à tarefa da banheira, ao problema da idade e aos pacotes de batata frita. Por sua vez, Luzia desenvolve explicações que consideram algumas características da aprendizagem dos alunos, por exemplo, estabelecer correspondência com os conhecimentos prévios dos alunos, nomeadamente a tabuada, para atribuir sentido aos conceitos matemáticos [neste episódio é o conceito de múltiplo, embora a candidata a professora tenha falado em definição]. A explicação relativa ao problema da pizaria apresenta esta característica. Um outro momento de exploração destes conhecimentos prévios dos alunos é o exemplo do bolo, ao questionar um aluno sobre o significado da décima. No problema da fuga das galinhas, as quantidades de cabeças e patas dos animais (vacas e galinhas) constitui-se em conhecimentos prévios dos alunos com os quais se relacionam a explicação instrucional da candidata a professora.

O modo como ambas relacionam as suas explicações aos conhecimentos prévios de seus alunos mostra-se relevante e com respostas dos alunos que contribuíram para que tais interacções fossem bem sucedidas (e, em Luzia, no problema da pizaria, não fossem completamente mal sucedidas. No entanto, verifico uma predominância em relacionar a comunicação com aspectos da realidade, o que tem sua mais-valia, no entanto, seria também importante o estabelecimento com conhecimentos prévios relativos à Matemática, fazendo referência ao significado formal intrínseco.

O conhecimento das estratégias de raciocínio dos alunos, no caso de Júlia, pode ser identificado na *tarefa da banheira* que, planeada para ser um exercício, acabou por constituir um problema para os alunos. Esta tarefa requeria um raciocínio diferente, nunca antes realizado pelos alunos. Deste modo, quando prevê como os alunos vão interpretar este problema, aponta desde logo o erro que poderão cometer.

Pelo seu lado, na reflexão sobre a prática, feita na primeira entrevista curta, Luzia afirma ter tido dificuldade em seguir o raciocínio dos alunos: "Mas ainda assim o raciocínio deles está… estão a complicar mais do que é preciso. (…) Eu é que tive dificuldade em acompanhá-los…" [EC1L, 06/02/2009]. Na sua reflexão escrita sobre a primeira aula, Luzia afirma ter dificuldades em lidar com a resposta de uma aluna: "A dada altura tentei seguir o raciocínio de uma aluna e acabei por fazer a operação determinando o valor de cada ordem do sistema decimal (...)" [REA1L, 06/02/2009]. Esta dificuldade da candidata a professora pode ser atribuída ao seu conhecimento dos alunos ainda em desenvolvimento. A sua dificuldade em explorar o raciocínio dos alunos também emerge em outro ponto de sua reflexão escrita sobre a primeira aula. Afirma ter sido surpreendida quando os alunos identificaram a relação na figura: "Fui apanhada de surpresa quando alguns alunos identificaram a relação entre algumas partes da figura. Fiquei feliz por reconhecerem essa relação, no entanto, não soube explorar essa situação" [REA1L, 06/02/2009]. Por outro lado, o seu conhecimento dos alunos emerge de modo mais produtivo, quando utiliza a explicação dos alunos, por si promovida, como uma estratégia na condução da primeira aula. Refere: "Agrupei-os por alunos que erraram as mesmas questões, deixando sempre presente no grupo pelo menos um aluno que conseguisse explicar aos colegas como se poderia resolver" [REA1L, 06/02/2009].

Júlia e Luzia, neste aspecto emergente de seu conhecimento dos alunos e de sua aprendizagem, apresentam diferentes níveis de desenvolvimento. Luzia tem maior dificuldade no acompanhamento do raciocínio dos seus alunos, embora na sua última aula que observei, tenha aproveitado esta compreensão para tornar sua explicação instrucional mais proveitosa. O facto de a candidata a professora ter consciência de sua dificuldade e procurar superá-la pode ser um factor decisivo para que, em breve, possa melhorar o seu nível de competência.

Júlia revela a sua *perspectiva em relação às capacidades dos alunos*. Tal perspectiva emerge quando, na segunda aula, pede "outra [resposta] mais organizada" [Aula 2 de Júlia, 15/02 2008], durante uma explicação instrucional. Quando Luzia, ao reflectir sobre a terceira aula, sublinha a necessidade de um tempo diferenciado de aprendizagem para os alunos, revela, igualmente, conhecimento dos alunos. Declara: "Mas isso [o valor posicional no sistema de numeração decimal] é uma coisa que eles não vão perceber com uma aula. [Há] alunos que vão, alunos que não vão, há alunos que precisam de cinco aulas e há alunos que precisam de dez para perceber isto e é natural que, que só com uma aula nem todos fiquem a perceber" [EC3L, 16/03/2009]. Noutro momento, quando Luzia reflecte por escrito sobre a sua solução proposta para o *problema da fuga das galinhas*, sublinha que tal solução não podia ser utilizada pelos seus alunos: "Embora tenha conseguido resolver o problema, nenhuma das minhas resoluções podiam ser exploradas com os alunos. Por isso, decidi optar pela resolução da Diana que era mais acessível à compreensão dos alunos" [REA4L, 20/03/2009]. No entanto, afirma que a interpretação do problema não foi feita pela maioria dos alunos: "foram aquilo que eu estava a espera, que é a dificuldade de interpretação de problemas" [REA4L, 20/03/2009]. Luzia também revela, mais uma vez, conhecimento dos alunos. No que tange ao tipo de tarefa a utilizar, neste nível de ensino, afirma que os alunos não se interessam mais por problemas muito contextualizados. Por outro lado, problemas descontextualizados também não são motivadores para eles: "problemas supercontextualizados e aqui, quando tem o problema contextualizado, aborrecem-nos. É muito infantil para eles e sem contexto nenhum, também não pode ser. Nós ainda não conseguimos encontrar mais ou menos um meio-termo" [REA4L, 20/03/2009]. No entanto, embora conheça as tarefas que motivam mais os alunos neste nível, não sabe ainda adequá-las.

O modo como os professores perspectivam as capacidades dos seus alunos revela-se apurado em ambas. Desse modo, ambas podem contribuir para uma aprendizagem significativa nas interacções verbais. Júlia, ao pedir outra solução, numa de suas explicações instrucionais, contribui para a abertura da questão, o que pode enriquecer a compreensão da ideia explicada. Luzia, no problema da fuga das galinhas, ao perceber que sua solução não poderia ser utilizada pelos alunos naquele momento, resolve utilizar a solução da colega de estágio e reconhece a dificuldade de interpretação dos alunos, confirmada na prática lectiva. Além disso, aponta dificuldade em encontrar tarefas que estejam em equilíbrio com a contextualização e a descontextualização, tendo em conta a faixa etária de seus alunos.

7.5. As experiências no estágio e as concepções e práticas de comunicação

Durante o seu estágio, Júlia e Luzia tiveram dois tipos de experiências, a prática e a reflexão sobre a prática, que desenvolviam de formas diferentes, em função da sua relação com as professoras formadoras e com os colegas de estágio. Tais relações tiveram impacto em suas concepções e práticas de comunicação.

Júlia destaca o trabalho que realizou em duas situações: a *tarefa de funções* (introdução ao conceito) a *tarefa da banheira.* Nesta última, releva principalmente a elaboração da composição por parte dos alunos e a sua discussão na aula. Na sua perspectiva, a *tarefa da banheira* contribuiu especificamente para desenvolver a comunicação oral, nomeadamente a explicação. Além disso, esta tarefa, também contribuiu para desenvolver a comunicação escrita, uma vez que os alunos fizeram uma composição.

Luzia aponta avanço na sua prática na última aula observada, que também foi a última de seu estágio, na sua reflexão escrita sobre o *problema da fuga das galinhas.*

Para Júlia, a *tarefa da banheira* foi um momento marcante da sua prática de comunicação, uma vez que propiciou o desenvolvimento das vertentes escrita e oral da comunicação. Desse modo, ambas as candidatas a professora apontam tarefas nas suas práticas que foram relevantes e as fizeram avançar em aspectos da comunicação nas suas aulas, nomeadamente as explicações. Tal avanço, no caso de Luzia é salientado por si por conta do maior interesse revelado pelos alunos durante a realização desta tarefa.

As relações das candidatas a professoras com as professoras da escola seguem padrões diferentes. Júlia tinha uma "orientadora de estágio" e Luzia uma "professora cooperante". Júlia assinala que na sua relação com a sua orientadora pedia, sobretudo, sugestões para o aperfeiçoamento da sua prática: "Não eram bem reflexões, acho eu. Eram mais um balanço da semana. (…) Sugestões para as minhas aulas. Apontar-me aquilo que eu fazia menos bem. Pronto, pedia sugestões para melhorar" [EAEJ, 27/01/2009]. Tal relação era importante, na medida em que confirmava o que estava adequado e propiciava à candidata ajustar alguns aspectos. Por outro lado, fazia reflexões com a supervisora da universidade do Departamento de Educação, sobretudo por escrito: "Nós reflectíamos por escrito" [EAEJ, 27/01/2009]. Com a sua colega Teresa também reflectiu sobre a comunicação nas aulas: "Sim. A interacção entre, entre os alunos. Este caso, humm sobre as funções. Sim, reflecti bastante sobre a comunicação" [EAEJ, 27/01/2009].

Luzia, por sua vez, indica outra relação com as professoras cooperantes com quem foi trabalhando ao longo dos vários anos da sua formação. Assim, refere que no 2.º ano teve uma professora cooperante com a qual aprendeu bastante: "Ainda assim, tive sorte de ter tido uma cooperante boa" [E1L,16/01/2009]. No 4.º ano, encarou de modo positivo a interferência da professora cooperante nas suas aulas. No entanto, com outras professoras cooperantes, não teve uma relação muito positiva. Aponta, por exemplo, (i) a pressão para cumprir o programa: "Porque estávamos apertadas com o tempo e a professora cooperante queria que ainda abordássemos alguns conceitos" [RE3L, 16/03/2009]; (ii) a ausência de reflexão: "Ai, as minhas reflexões com a cooperante? Não eram nada [EAEL, 30/11/2009]; (iii) a falta de apoio dos professores cooperantes para a sua aprendizagem: "Eu não aprendi nada com os professores cooperantes. Aprendi com as minhas tentativas, aprendi com os meus erros e com eles não aprendi nada" [EAEL, 30/11/2009]; (iv) a necessidade de mais tempo com estes professores para superar tais dificuldades: "É por situações destas que tenho pena de não poder assistir a mais aulas de professores cooperantes" [RE1L, 06/ 02/2009]. Luzia, portanto, salienta uma relação difícil com as professoras cooperantes, excepto no 2.º ano, com a qual afirma ter aprendido muito.

Ao analisar a relação de Júlia com a supervisora do Departamento de Educação e de Luzia com a tutora da ESE, identifico diferentes influências destas professoras sobre as concepções e práticas de comunicação das candidatas a professoras. Júlia menciona as interacções com os alunos ao referir sua relação com a supervisora do Departamento de Educação, que foi assistir a uma série de aulas e que, na sua perspectiva, correram muito bem: "Melhor, eu tinha a mesma consciência que ela. Era, era… Foi bom, correu bem. Fez-nos avançar muito" [EAEJ, 27/01/2009]. Luzia, por sua vez, salienta dificuldades na comunicação oral apontadas pela tutora: "Ela disse-me isso. Disse-me que eu não sabia ler os alunos, que não sabia adequar as questões (…) acho que melhorei em relação a isso" [EAEL, 30/11/2009]. Indica ainda que a tutora refere a evolução da sua comunicação oral: "E ela disse-me que eu nunca fiz o enquadramento da coisa e agora faço sempre" [EAEL, 30/11/2009].

As professoras das instituições de ensino superior, portanto, têm diferentes influências sobre as práticas das candidatas a professoras. Para Júlia, a supervisora da universidade considera a sua prática de comunicação satisfatória, confirmando tal prática, nomeadamente as suas interacções com os alunos. Para Luzia, no entanto, a tutora da ESE apontou problemas em sua prática de comunicação, nomeadamente na colocação das questões aos alunos e na contextualização.

A relação entre a professora da universidade ou da ESE (supervisora ou tutora) e a professora da escola (orientadora de estágio ou cooperante) também influenciou as concepções e práticas das candidatas a professoras. Isso acontece com Luzia, quando aponta perspectivas divergentes sobre a comunicação nas aulas de Matemática, entre a tutora e a professora cooperante:

> A professora Sara [a tutora] têm muito aqui a filosofia da ESE e que também foi incutida a mim e que é os materiais, o experimentar, o desenvolver, o explorar com eles, a comunicação, o falar e a outra não [a professora cooperante]. [EAEL, 30/11/2009]

Para Luzia, estas duas professoras, constrangem a sua prática lectiva: "Sentimo-nos muito pressionadas pela nossa tutora, pela professora cooperante, porque temos que dar os conteúdos" [EC4L, 20/03/2009]. É novamente o constrangimento do cumprimento do programa.

Deste modo, as experiências no estágio de Júlia e de Luzia (a prática e a reflexão sobre a prática) influenciam de modos distintos as suas concepções e práticas de comunicação. Estas experiências desenvolvem-se através das relações das candidatas a professoras com a prática, com as professoras da escola (orientadora de estágio e cooperante), com a colega de estágio, da relação entre a tutora e a professora da escola e com a supervisora de Educação (universidade) ou a tutora (ESE). Infiro, destas experiências influências sobre as concepções e as práticas de comunicação, mais explícitas no caso de Luzia. Esta explicitação pode ser atribuída ao modelo de estágio em que se insere esta candidata a professora. Tal modelo propiciou que se relacionasse com diferentes professoras cooperantes e, embora algumas destas não tivessem a mesma concepção sobre o ensino e da comunicação nas aulas de Matemática que Luzia e a tutora da ESE, a candidata a professora manteve suas concepções no ensino exploratório. Além disso, aponta, na sua relação com a tutora, que esta percebeu uma evolução em sua prática de comunicação. No caso de Júlia, percebo uma certa adequação ao estágio, pelo menos na turma cujas aulas observei. No entanto, há uma dificuldade em lidar com aquela turma na qual assinalou graves problemas de indisciplina. Embora utilizasse vários tipos de tarefa para tentar superar esta dificuldade, estas só resultavam por pouco tempo. Desse modo, quando inicia o seu estágio no 5.º ano, é a primeira vez que põe em prática as ideias que aprendeu no 4.º ano e que mudaram as suas concepções sobre o ensino e a comunicação nas aulas de Matemática. Por outro lado, a reflexão sobre a prática é uma experiência que contribui para avaliar e ajustar a sua prática. Júlia desenvolve-a, de modo menos formal na sua relação com a professora supervisora de Educação (reflexão escrita) e com a sua colega de estágio (oral e escrita). Luzia, por sua vez, desenvolve-a por escrito, ao final de cada aula.

As experiências no estágio, portanto, parecem influenciar Júlia, fazendo-a pôr em prática as suas novas concepções sobre o ensino da Matemática, nomeadamente, o trabalho em grupo, no qual explora a comunicação oral. Da sua relação com a professora da escola e com a supervisora da universidade vêm sugestões para alguns ajustamentos nesta prática. Desse modo, tais experiências influenciam Luzia, quando afirma haver uma evolução na sua comunicação oral, apontada pela tutora. Além disso, a candidata a professora resiste às concepções de ensino de Matemática das professoras cooperantes que divergem das suas, mantendo-se no ensino exploratório.

IV. Conclusão

Capítulo 8

8. Conclusões

Na primeira secção deste capítulo faço uma síntese do trabalho realizado nesta investigação. Na segunda secção apresento as conclusões e na terceira as limitações do estudo. Na quarta secção indico implicações e sugestões para futuras investigações e, por fim, apresento uma reflexão pessoal.

8.1. Síntese do estudo

Esta investigação tem como objectivo compreender a comunicação nas aulas de Matemática do candidato a professor ao longo da fase final da sua formação inicial, nomeadamente as suas concepções e práticas de explicação. Desse modo, procuro responder às seguintes questões:

i. Como o candidato a professor usa a comunicação para regular o trabalho na sala de aula? Como se processa a regulação nas suas aulas?
ii. Como é que este candidato a professor concebe o processo de explicação de ideias matemáticas? Como promove a explicação nas suas aulas?
iii. Como se relaciona a comunicação que promove com outros aspectos do conhecimento didáctico?
iv. Como as suas experiências no estágio influenciam as suas concepções e práticas de comunicação?

Na fundamentação teórica encontrei elementos que propiciaram a interpretação dos dados recolhidos na investigação. A compreensão de diferentes paradigmas de formação inicial, bem como as suas vantagens e limitações (Jaworski & Gellert, 2003; Korthagen et al., 2001; Lampert & Ball, 1998; Ponte, 2002a; Ponte et al., 2000), contribuiu para minhas apreciações referentes aos paradigmas nos quais as duas candidatas a professoras desta investigação realizaram sua formação inicial. Os trabalhos sobre concepções (Abrantes, 1986; Afonso, 2005; Carvalho & César, 1996; Ponte, 1992; Thompson, 1992) fizeram-me perceber a importância da mudança de concepções na formação inicial de professores de Matemática. Os estudos sobre as práticas do candidato a professor, permitiram-me perceber como a sua relação com diferentes professores e colegas o influenciam de modos diversos e quais as dificuldades que usualmente encontra (Brendefur & Frykholm, 2000; Ferreira & Presmeg, 2004; Ponte & Chapman, 2008; Santos, 2004; Souza & Fernandes, 2004). Nesta prática, a comunicação desenvolvida pode ser utilizada para regular o trabalho nas aulas (Ponte et al., 2007) e para promover a aprendizagem matemática, nomeadamente através de explicações (Bishop & Goffree, 1986), especialmente explicações instrucionais e disciplinares (Leinhardt, 1993; 2001). A reflexão sobre a prática (Schön, 1991; Oliveira e Serrazina, 2002) constitui um modo importante através do qual eles podem interrogar as suas práticas lectivas.

A prática comunicação nas suas aulas relaciona-se estreitamente com outros aspectos do conhecimento didáctico (Ponte, 1999) tais como o conhecimento do processo instrucional, do currículo, dos alunos e dos processos de aprendizagem. Neste aspecto, emergiram os papéis das interacções, dos conhecimentos prévios, das estratégias de raciocínio e das perspectivas em relação às capacidades dos alunos (Ponte et al., 1998a).

Esta investigação segue uma metodologia qualitativa de cunho interpretativo, baseada em estudos de caso (Ponte, 2006; Yin, 2003). Este formato de investigação é indicado para saber como as participantes percebem as suas concepções e como se processam alguns aspectos da comunicação em suas aulas, nomeadamente a explicação de ideias matemáticas. Com o intuito de refinar os instrumentos de análise foi realizado um estudo piloto. Os dados para a construção do caso de Júlia foram recolhidos numa turma do 8.º ano, em quatro aulas não consecutivas, em Fevereiro e Março de 2008. As aulas foram videogravadas, excepto a segunda, que foi apenas audiogravada. Além da observação das aulas, foram realizadas oito entrevistas semi-estruturadas (quatro das quais curtas). Os dados utilizados para a construção do caso de Luzia foram recolhidos, em observações numa turma do 5.º ano, em cinco aulas, todas audiogravadas. Decidi assistir mais uma aula, com o intuito de encontrar evidência empírica adicional. Além da observação das aulas, foram realizadas oito entrevistas semi-estruturadas (quatro das quais curtas). Para complementar as observações e entrevistas, foi utilizada uma interpretação de situação de ensino e o registo de notas de campo.

8.2. Conclusões do estudo

8.2.1. A comunicação e a regulação do trabalho na sala de aula

Júlia e Luzia, neste último ano de seu estágio, possuem diferentes modos de perspectivar o uso da comunicação para regular o trabalho nas suas aulas (Ponte et al., 2007), bem como tempo de experiência neste aspecto da prática de comunicação. Júlia parece mais preocupada com tal aspecto da prática de comunicação, utilizando mais palavras e frases com este objectivo do que Luzia e, na turma com graves problemas de indisciplina, utiliza tarefas específicas também para a regulação do trabalho na aula (Sacristán, 2000). Pelo seu lado, Luzia não consegue gerir bem este aspecto de sua prática de comunicação, embora o tenha considerado como aspecto mais significativo de sua aprendizagem para ensinar. A sua relação com a tutora e com a professora cooperante, nomeadamente no 4.º ano, salienta esta dificuldade.

As duas candidatas a professoras fomentam a participação dos alunos nas suas aulas através da comunicação oral. Tal participação, para ambas, é indicada pelo aluno ao erguer o braço. Além disso, Júlia utiliza a comunicação para regular o trabalho nas suas aulas, procurando que, quando o aluno participa da aula, a comunicação oral seja uma ferramenta para a aprendizagem da Matemática. Por outro lado, a candidata a professora também se preocupa com a atenção, inclusive nos momentos em que desenvolve explicações. No entanto, ao interromper a sua explicação para chamar a atenção de um aluno, pode tornar a explicação fragmentada e/ou incompreensível para os alunos. Por fim, nos momentos de realização das tarefas nas suas aulas, procura coibir que os alunos se distraiam, certificar-se de seu envolvimento na tarefa e orientá-los com explicações. Tal regulação do trabalho nas suas aulas pode tornar-se uma importante ferramenta para a aprendizagem da Matemática, uma vez que, se bem conseguida, deixa os alunos atentos e envolvidos na tarefa.

Luzia, por sua vez, também utiliza a comunicação para regular o trabalho nas suas aulas dirigindo-se aos alunos a fim de fazê-los ficar atentos e participar. No entanto, ainda não consegue realizar, de modo bem sucedido, tal regulação. Além disso, não está consciente de isto poder constituir um problema quando passar a exercer a docência profissionalmente, uma vez que considera adequada a interferência da professora cooperante.

Assim, percebo o uso eficaz que Júlia faz da comunicação para regular o trabalho nas suas aulas, revelando capacidade profissional, mesmo em uma turma com graves problemas de indisciplina. Por outro lado, Luzia ainda não aprendeu completamente a lidar com este aspecto da prática de comunicação e não demonstra clareza e segurança sobre o seu papel em tal aspecto.

8.2.2 As concepções sobre explicação

As concepções sobre o ensino da Matemática de ambas as candidatas a professoras que participam nesta investigação evoluíram desde o início da sua formação inicial, o que proporcionou, igualmente, uma evolução nas suas perspectivas sobre explicação. Júlia, até o 4.º ano, concebia o ensino da Matemática como ensino directo e, naturalmente, perspectivava a explicação nas aulas no quadro deste paradigma de ensino. No 4.º ano, sobretudo por influência da disciplina Seminário de Educação, mudou sua concepção sobre o ensino desta disciplina. Segundo refere, a leitura de artigos de educação matemática e a reflexão escrita num portefólio nesta disciplina levaram-na a assumir uma nova concepção sobre o ensino da Matemática, o que se coaduna com o que Abrantes (1986) e Afonso (2005) referem sobre as possibilidades de mudança nas concepções dos candidatos a professores pela frequência de disciplinas de Didáctica da Matemática. Luzia, por sua vez, assumiu desde o início do curso uma concepção de explicação enquadrada numa perspectiva de ensino exploratório, concepção que se mantém no fim do curso, apesar de fortemente contrariada pela professora cooperante com que trabalha no 4.º ano.

As concepções sobre explicação das duas participantes neste estudo valorizam aspectos distintos. Júlia manifesta a concepção que a explicação na sala de aula precisa de ser preparada e de ser clara. Para isso terá contribuído a prática de realização de explicações particulares, desde nova, que a levou a desenvolver a sua capacidade de elaborar auto-explicações e a melhorar a qualidade das suas explicações; e terá contribuído, também, a sua identificação com valores de clareza veiculados pelo curso de Matemática que frequentou. Além disso, Júlia considera que o uso de metáforas nas explicações contribui para a compreensão dos alunos. Luzia, por sua vez, considera que cabe ao professor, sobretudo, fazer sínteses com base nas explicações dos alunos. No início do 4.º ano, a concepção que manifesta sobre o papel dos alunos nas explicações é muito idealizada, considerando que estes é que devem fazer todas as explicações nas aulas de Matemática, e cabendo ao professor apenas o papel de mediador. No entanto, no 4.º ano, progressivamente, ao ter em conta o nível cognitivo dos alunos e as suas dificuldades, considera que o professor também deve desenvolver explicações. Tanto Júlia como Luzia valorizam as explicações dos alunos, sendo que Júlia sublinha a importância da explicação do professor ser preparada e clara. Para Júlia, o professor é o principal protagonista das explicações, e, para Luzia, tais explicações são uma síntese das explicações dos alunos. Esta candidata a professora não valoriza o uso de figuras de linguagem nas suas práticas de explicação.

8.2.3. As práticas de explicação

Os tipos de explicação desenvolvidos pelas candidatas a professores são indicadores importantes das características da sua prática de explicação. Verifica-se uma forte predominância das explicações instrucionais. Isto indica que a sua prática de explicação enfatiza o desenvolvimento do significado das ideias matemáticas, havendo predominância do significado referencial. Há apenas duas situações em que isso não acontece, desenvolvendo as professoras explicações de cunho disciplinar – Júlia, no episódio do Teorema de Pitágoras e Luzia na tarefa da pizaria – situações em que emerge o significado formal intrínseco. Note-se, porém, que mesmo nestas explicações disciplinares, ambas valorizam a participação dos alunos, sobressaindo a sua preocupação em lhes tornar compreensíveis as ideias explicadas. No caso de Luzia, a sua explicação disciplinar está incompleta, tendo-se desenvolvido num registo de improvisação, uma vez que não tinha havido uma planificação adequada. Por sua vez, Júlia, conecta a sua explicação disciplinar para o teorema de Pitágoras com a explicação instrucional da desigualdade triangular. Não há referência explícita da sua parte a explicações comuns, o que será natural dada que nesta investigação o foco está nas explicações desenvolvidas na sala de aula. Deste modo, tal como sublinha Leinhardt (2001), as explicações instrucionais parecem constituir uma "ponte" entre as explicações comuns e as explicações disciplinares. É de notar que a inexperiência de ambas as candidatas a professoras leva a que as suas explicações não sejam por vezes completas, o que se coaduna com o que Leinhardt e Putnam (1986) afirmam sobre a explicação de candidatos a professores. Júlia usa figuras de estilo como a metáfora da balança para ensinar as equações do 1.º grau. Além disso, usa também a analogia, por exemplo quando fala do percurso que o aluno fará para chegar à casa de alguém e quando fala no que ocorre com as temperaturas no frigorífico, em ambos os casos para explicitar o significado de variável dependente e independente. Luzia não usa figuras de linguagem nas suas explicações.

No desenvolvimento de suas explicações, Júlia e Luzia realizaram conexões tirando partido de recursos variados, enfatizando um significado formal intrínseco ou referencial. Assim, para estabelecer as conexões, Júlia utiliza recursos como metáfora, analogia, contextualização, explicação instrucional e exemplos. Na contextualização há uma referência ao significado referencial. A conexão, utilizando uma explicação instrucional (sobre a desigualdade triangular) no quadro da explicação disciplinar sobre o teorema de Pitágoras, contribuiu para a compreensão desta explicação. Utiliza exemplos para mostrar conexões com aspectos da realidade, como nos problemas da idade, da banheira e no episódio dos pacotes de batata frita, casos onde se faz referência ao significado referencial. Noutros exemplos, as suas conexões são estabelecidas referindo-se a outras entidades matemáticas, como outro gráfico ou a outra notação, com referência ao significado formal intrínseco. Desse modo, nas suas explicações, encontram-se referências ao significado referencial e ao significado formal intrínseco. A valorização de ambos os significados atende à necessidade de articular o conhecimento da Matemática e o domínio dos símbolos formais descontextualizados e, ao mesmo tempo, devolver a tais símbolos seu significado referencial, tal como é sublinhado por Gómez-Granell (2008), para quem para saber Matemática exige dominar ambos os dois significados.

Luzia, por sua vez, estabelece conexões utilizando representações, exemplos, contra-exemplos e perguntas. Assim, no quadro da explicação instrucional sobre as *pavimentações,* utiliza uma representação de pavimentações possíveis e impossíveis para explicar a condição de existência de pavimentações. Nesta explicação, que envolve figuras geométricas planas e ângulos, há uma referência ao significado formal intrínseco. O desenho, um tipo de representação, é utilizado para o estabelecimento de conexões, por exemplo, no problema da *fuga das galinhas.* Neste episódio, há uma referência ao significado referencial. No episódio da *multiplicação por 10,…,0,1,* as conexões são estabelecidas em dois momentos. Num primeiro caso, quando os alunos não respondem correctamente, depois de várias tentativas, dá um exemplo com um objecto real (um bolo), conexão que propicia respostas correctas dos alunos, com referência ao significado referencial. Num segundo caso, quando as suas explicações justificam as acções realizadas na mudança de ordem de um algarismo no sistema de numeração decimal, ao mostrar como um algarismo muda de ordem neste sistema, faz referência ao significado formal intrínseco. Ainda em relação a este episódio e possíveis conexões, sugere que a utilização do sistema monetário para contextualizar as suas explicações teria propiciado melhores conexões, valorizando aqui o significado referencial. Também utiliza contra-exemplos. Assim, no *problema da pizaria* procura conectar o seu contra-exemplo às explicações disciplinares incompletas realizadas, alguns momentos antes, por ela e por uma aluna sobre o modo de obter os múltiplos de um número, com uma referência ao significado formal intrínseco relacionado com figuras geométricas planas e ângulos. As perguntas também contribuem para o estabelecimento de conexões na sua prática de explicação. Assim, as suas perguntas vão contribuindo para explicação processual de uma aluna no primeiro episódio de cálculo mental. Neste episódio, a aluna expõe as estratégias que propiciam a exposição das conexões entre as ideias do cálculo mental. Desse modo, ao estabelecer conexões em suas explicações instrucionais ou disciplinares incompletas, Luzia utiliza vários recursos e faz referência ao significado referencial e ao significado formal intrínseco.

O modo como Júlia e Luzia colocam questões nas suas explicações aos alunos pode contribuir ou não para o desenvolvimento de significados. Ambas as candidatas a professora colocam questões explícitas e questões implícitas a seus alunos. De um modo geral, as questões implícitas contribuem mais para esse desenvolvimento, uma vez que propiciam mais conexões que podem esclarecer aspectos que não são imediatamente compreendidos pelos alunos. Além disso, questões relevantes também podem ser colocadas a partir de uma declaração de um aluno e, ao agir deste modo, ambas as candidatas a professoras demonstraram conhecimento do aluno e do conteúdo de ensino, o que contribui, durante as interacções verbais na sala de aula, para a aprendizagem dos alunos. A repetição (uma estratégia discursiva), utilizada por Luzia na sua prática de comunicação constitui uma estratégia de questionamento (Bishop & Goffree, 1986). A abertura de uma questão (Leinhardt, 2001) pode contribuir para enriquecer as interacções verbais na aula e para o desenvolvimento de significados. Júlia explora este facto na explicação do episódio dos *pacotes de batata frita*, quando pede outra solução, e uma aluna apresenta-a. Luzia tenta, no problema da *fuga das galinhas* que os alunos apresentem soluções diferentes o que, no entanto, não ocorre. Portanto, as candidatas a professoras apresentam, na sua prática de explicação, aspectos relevantes para o desenvolvimento do significado das ideias explicadas. No entanto, uma planificação mais eficiente, que contenha a previsão da reacção dos alunos às questões colocadas, poderia ajudar ao aperfeiçoamento da sua prática, potenciando melhor as suas questões.

Os exemplos produzidos por Júlia e Luzia e pelos alunos de Júlia, a seu pedido, são bem sucedidos em algumas ocasiões, mas noutras não. No caso de Júlia, o exemplo e os contra-exemplos bem sucedidos conectaram a explicação instrucional da *desigualdade triangular* à explicação disciplinar do *teorema de Pitágoras*. O mesmo ocorre no *problema da idade*, relacionando o problema ao crescimento de uma pessoa na realidade. Luzia foi bem sucedida no exemplo do bolo (conferindo à explicação significado referencial), mas não o foi na *tarefa de investigação* e no episódio da *pizaria*. Pelo seu lado, os exemplos produzidos pelos alunos de Júlia não se mostraram frutuosos. Tais dificuldades na produção de exemplos e contra-exemplos são bem conhecidas (Zalavsky & Peled, 1996) sobre esta dificuldade. Os exemplos têm um papel crítico nas explicações, uma vez que conectam novas ideias com ideias antigas (Leinhardt, 2001). Os exemplos produzidos por Júlia tiveram esta característica mas isso só ocorreu com Luzia num dos seus exemplos. No entanto, Júlia, no momento em que seus alunos colocam exemplos, não conseguia ainda refinar e entender tais exemplos. Estas limitações das candidatas a professoras podem ser atribuídas a seu conhecimento do alunos, dos conteúdos de ensino e do modo como articular tais conhecimentos na prática de explicação ainda em desenvolvimento.

As representações utilizadas por Júlia e Luzia revelam-se frutuosas em certas ocasiões mas não noutras. Júlia mostra capacidade de explorar a representação com uma analogia no episódio da *análise gráfica*, o que constitui uma capacidade de professores experientes (Leinhardt, 2001). Desse modo, revela um significativo potencial na sua prática de explicação. Além disso, a contextualização que usa neste episódio contribui para o desenvolvimento do significado referencial. Nas outras representações gráficas, as conexões que estabelece, quer com o raciocínio diferente (*tarefa da banheira* e *problema da idade*) quer com o desenho (*tarefa da banheira*) e com a representação geométrica (*declive da recta da função afim*) são auspiciosas, uma vez que contribuem para a explicitação dos significados das ideias explicadas. O mesmo acontece com o uso da tabela na tarefa dos *pacotes de batata frita*. No entanto, não consegue resolver o problema didáctico ao utilizar os símbolos diferentes (notação) na representação da imagem da função. Como refere Leinhardt (2001) as notações são ferramentas que apoiam o raciocínio matemático, sendo a sua selecção feita através de um metasistema. No entanto, segundo a autora, tais ferramentas também podem obscurecer os resultados, se o utilizador não estiver habituado às particularidades do sistema de notação. Esta obscuridade aconteceu com Júlia, ao tentar desenvolver esta explicação instrucional em que, embora tente de vários modos, não consegue fazer o aluno compreender que os símbolos (notação) diferentes representam a mesma ideia. Pelo seu lado, Luzia no episódio da *pavimentação* e da *multiplicação por 10,…,0,1,* consegue articular, relativamente bem a utilização das representações figura e tabela nas suas explicações instrucionais. No entanto, tal não ocorre no *problema da pizaria* e no *problema da fuga das galinhas.* Desse modo, ambas as candidatas a professora, embora consigam utilizar as representações para conectar aspectos relevantes e explícitos de suas explicações instrucionais, ainda têm dificuldade em fazê-lo, quando estão envolvidos metasistemas como a notação matemática, no caso de Júlia, e a resolução de problemas, no caso de Luzia.

Nas aulas de Júlia e de Luzia, as explicações instrucionais tiveram lugar durante o desenvolvimento de actividades em grande grupo ou em pequeno grupo. As candidatas a professoras realizaram portanto explicações no quadro de diferentes modos de trabalho na sala de aula, sendo de notar que Júlia, só no seu estágio, conheceu o modo de trabalho em grupo. Luzia, por sua vez, fez frequente uso deste modo de trabalho.

No que tange à consistência das concepções manifestadas e activas, percebe-se que Júlia, na sua prática de explicação, se preocupa com a clareza das suas explicações, tal como indicou ao ser questionada. Nesse ponto, há consistência entre a sua concepção manifestada e a activa. Luzia, por sua vez, apresenta a "síntese" como concepção manifestada sobre a explicação, que se refere à consolidação, por parte do professor, das ideias anteriormente explicadas pelos alunos. Na sua prática de explicação há, de facto, uma grande quantidade de explicações dos alunos mas não se identificam situações nas quais os alunos explicam e depois o professor sintetiza. Isto ocorreu com Júlia, segundo afirmou na primeira na entrevista, havendo portanto consistência entre a sua concepção manifestada e activa.

Em ambos os casos, a consistência revela-se favorável, tendo em conta o momento da formação de ambas. No caso de Júlia, isto é óbvio. No caso de Luzia, isso dá-se pelo facto que, embora ela ainda não saiba descrever muito bem o que é explicar ideias matemáticas, tem uma visão que se assemelha ao que Bishop e Goffree (1986) referem ser muito comum nos candidatos a professores. Na verdade, fazer uma "síntese" e "dizer" aproximam-se muito. No entanto, a prática de explicação de Luzia revela-se rica. As suas explicações, nomeadamente as instrucionais, constituem o contrário de uma síntese. Por outro lado, no que respeita às explicações dos alunos, verifica-se consistência entre as suas concepções manifestadas e activas.

Em resumo, na presente investigação, Júlia e de Luzia mostram uma prática de explicação que, embora apresente explicações incompletas em alguns momentos, mostra-se rica de elementos relevantes para o desenvolvimento deste tipo de comunicação na sala de aula, tais como questões explícitas e questões implícitas, o desenvolvimento de explicações a partir de respostas e questões de alunos, a utilização de figuras de linguagem, de exemplos e de representações diversificadas. Alem disso, emergem os significados formal intrínseco e referencial. A emergência de todos estes elementos na prática de explicação nas participantes deste estudo revela o quanto esta foi rica e voltada para o desenvolvimento do significado.

8.2.4 A relação da comunicação com os outros aspectos do conhecimento didáctico

Comunicação e o conhecimento dos conteúdos de ensino. Esta relação da comunicação com este aspecto do conhecimento didáctico de matemática é estabelecida durante as explicações. Portanto, Júlia e Luzia relacionam a comunicação que promovem com os conhecimentos dos conteúdos de ensino através das explicações disciplinares e instrucionais.

Comunicação e conhecimento do processo instrucional. No primeiro aspecto do processo instrucional, *preparação*, as candidatas a professoras, nas suas planificações, apresentam elementos para a realização de uma prática de comunicação significativa. Um primeiro elemento diz respeito ao modo de trabalho. No entanto, mesmo quando este é coincidente, como o trabalho em grupo, há diferenças na forma como cada uma o explora nas suas aulas. É de salientar que, nas planificações de ambas não há referência ao trabalho a pares, embora nas aulas de Luzia, os alunos estivessem, quase sempre, organizados desse modo; Nas aulas de Júlia, isso ocorreu apenas na terceira aula. Além disso, a previsão da reacção dos alunos é um aspecto relevante para a prática de comunicação, uma vez que contribui para uma acção frutuosa nas interacções verbais com os alunos. Neste campo, Luzia revela-se mais preocupada, pois prevê a reacção dos alunos em todas as suas aulas. Tal preocupação coaduna-se com o que afirma na primeira entrevista sobre sua dificuldade em lidar com os alunos quando colocam questões para si e quando tem de reagir à colocação de questões entre eles.

No que tange à *condução* da aula, o tipo de monitorização que estabelece um tempo para a realização das tarefas revela-se mais auspicioso do que aquele que ignora esse aspecto. Luzia, ao utilizá-lo mais vezes nas suas aulas, mostra também menos dificuldade na gestão do tempo. É de notar, contudo, que, tal gestão mostra-se problemática nas duas candidatas a professoras, o que coincide com as observações de Leinhardt e Putnam (1986).

Na relação da comunicação promovida por Júlia e por Luzia com *o conhecimento do currículo,* há dois momentos principais a registar. No caso de Júlia, isso aconteceu numa relação que limitou sua explicação instrucional da *desigualdade triangular*. No caso de Luzia, esta relação modifica sua planificação no decorrer de sua prática, após realizar uma reflexão na acção (Schön, 1991).

Comunicação e conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem. Ao relacionar a comunicação desenvolvida por Júlia e Luzia com o conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem emerge *o papel das interacções* (nesta investigação focalizam-se as interacções verbais), *o papel dos conhecimentos prévios, as estratégias de raciocínio* e *as perspectivas em relação às capacidades dos alunos*.

a) Papel das interacções. Nas interacções verbais que têm lugar nas aulas de Júlia e Luzia, ambas desenvolvem explicações instrucionais a partir de questões e respostas dos seus alunos, tal como refere Leinhardt (2001). Além disso, revelam conhecimento dos erros referentes a conteúdos de ensino nas respostas orais de seus alunos e procuram que eles os compreendam. As candidatas a professoras apresentam diferentes níveis de desenvolvimento deste aspecto de seu conhecimento didáctico com implicações na sua prática de comunicação. Júlia demonstra uma maior capacidade de prever e de acertar, na prática, o erro nas respostas orais dos alunos. Luzia não tem a mesma capacidade de previsão, mas, nas aulas observadas, explorou mais as respostas orais erradas dos seus alunos. Além disso, embora reconheça ter dificuldades em colocar questões, demonstrou, no final do estágio, avanços neste aspecto da sua prática de comunicação, constatados pela tutora da ESE.

b) Papel dos conhecimentos prévios. Quando relacionam a comunicação que promovem com os conhecimentos prévios dos alunos, ambas conectam as suas explicações a aspectos da realidade familiares aos alunos ou a conhecimento escolares anteriores. No caso de Júlia, tal aconteceu nos problemas da análise gráfica, da idade, da banheira e no episódio dos pacotes de batata frita. No caso de Luzia, aconteceu com o exemplo do bolo, a questão sobre o significado da décima e no problema da fuga das galinhas. A referência a conhecimentos escolares anteriores aconteceu, no caso de Júlia, na explicação sobre a desigualdade triangular e, no caso de Luzia, na referência à tabuada e no problema da pizaria. Estas relações com os conhecimentos prévios dos alunos enriqueceram as interacções verbais nas aulas das duas candidatas a professoras.

c) Estratégias de raciocínio. Ao relacionar a comunicação que promovem com o conhecimento sobre as estratégias de raciocínio dos alunos, as duas candidatas a professoras revelam diferentes níveis de compreensão destas estratégias. Júlia prevê o erro dos alunos numa tarefa que requeria um raciocínio diferente, previsão que se confirma, o que revela conhecimento para ensinar (Ball et al., 2008). Luzia, por sua vez, revela dificuldade no conhecimento das estratégias de raciocínio dos seus alunos desde a primeira entrevista, quando refere o que aconteceu em relação a isso noutro ano de estágio. Tal dificuldade a leva surpreender-se com o êxito dos alunos numa tarefa (sobre o cálculo de áreas). Por outro lado, quando conhece a estratégia de raciocínio dos alunos, no problema da fuga das galinhas, desenvolve uma explicação instrucional validando tal estratégia. Desse modo, revela alguma dificuldade neste aspecto de seu conhecimento didáctico, embora, na última aula sua que observei, se notem avanços.

d) Perspectivas em relação às capacidades dos alunos. Júlia e Luzia desenvolvem as suas explicações, em alguns momentos, tendo em conta as capacidades dos seus alunos. Júlia o faz quando pede outra resposta, no desenvolvimento de uma explicação instrucional (dos pacotes de batata). Tal pedido contribuiu para a abertura da questão (Leinhardt, 2001). Pelo seu lado, Luzia considera a necessidade de um tempo diferenciado para a aprendizagem dos alunos. Afirma isto após a explicação instrucional sobre o valor posicional no sistema de numeração decimal,, parecendo compreender a dificuldade inerente a este conteúdo de ensino. Também revela tal conhecimento sobre o modo como aprendem os alunos quando refere a sua dificuldade na interpretação do problema da fuga das galinhas. Ao considerar válida para este problema a resolução desenvolvida por um aluno, contribui para superar esta dificuldade de interpretação. Além disso, salienta a sua dificuldade em encontrar tarefas que não sejam muito contextualizadas ou descontextualizadas, o que justifica por considerar a faixa etária de seus alunos. Segundo afirma, estes alunos não se interessam mais por tarefas muito contextualizadas, mas. por outro lado, as descontextualizadas não os motivam. Assim, procura tarefas com um certo equilíbrio em relação à contextualização.

8.2.5. As experiências no estágio e as concepções e práticas de comunicação

No estágio de Júlia e Luzia, a prática lectiva e a reflexão sobre a prática constituem experiências marcantes. Relacionando-se com diferentes professores, formadores, colegas e alunos, em diferentes contextos institucionais, ambas têm as suas concepções e práticas de comunicação influenciadas por estas relações e contextos. Assim, Júlia, apesar de não ter uma prática lectiva diária no seu estágio, conseguiu operacionalizar, pelo menos parcialmente, as ideias que aprendeu no 4.º ano, nomeadamente, as ideias referentes à comunicação na aula de Matemática. Isso aconteceu apenas em parte dado que é a primeira vez que lecciona na sala de aula e também porque tem de lidar com os constrangimentos do estágio. Deste modo, o seu discurso sobre a prática apresenta-se mais avançado do que a sua prática. Luzia, por sua vez, na sua formação inicial, teve bastante experiência de prática lectiva (em vários anos), a ponto de sentir-se no 4.º ano relativamente à vontade nas suas práticas de comunicação. No entanto, essas experiências, nomeadamente as referentes à utilização da comunicação para regular o trabalho na aula, parecem não ter sido suficientes para a capacitar a lidar com certas situações, como ela própria abertamente reconhece. Tais situações manifestaram-se numa aula observada em que a professora cooperante interferiu várias vezes na regulação e Luzia considerou tal interferência adequada.

No que tange à reflexão sobre a prática, as duas candidatas a professoras fazem com frequência reflexões escritas sobre suas aulas, nas quais suspendem sua acção e procuram compreendê-la (Dewey, 1997). Desse modo, voltam a pensar sobre a sua prática, problematizam-na e apresentam possíveis soluções para os problemas emergentes. Estas reflexões escritas realizam-se como uma actividade directamente supervisionada pela professora da universidade (supervisora ou tutora), com cujas concepções sobre a comunicação nas aulas de Matemática ambas as candidatas mostram assinalável convergência. Apesar de seu carácter formal, tais reflexões contribuíram, no caso de Luzia, para que expressasse por escrito as suas dificuldades, por exemplo, a nível da colocação de questões aos alunos e da contextualização, o que pode ter contribuído para seu progresso, no final do estágio, assinalado pela tutora. Apesar das semelhanças na reflexão escrita entre as duas candidatas emergem algumas diferenças noutros aspectos da reflexão. A primeira é que apenas Júlia afirma ter reflectido com a sua colega de estágio, situação que se revela impraticável para Luzia, dado não haver mais nenhuma estagiária na mesma escola disponível para trabalhar com ela. A segunda é que, embora Júlia não tivesse momentos formais de reflexão com a sua orientadora da escola sobre a sua prática lectiva, havia muitos momentos em que esta lhe fazia comentários e lhe dava sugestões, a seu pedido, tendo em vista aperfeiçoar a sua prática, o que considerou muito relevante dada a sua reduzida experiência. Com Luzia não houve qualquer situação de reflexão ou comentário com a professora cooperante da escola. Portanto, podemos perceber que as duas, embora tenham reflectido sobre sua prática durante o estágio, principalmente por escrito e com as professoras da universidade, poderiam tê-lo feito mais com a professora orientadora ou cooperante da escola. Além disso, Luzia teria certamente beneficiado em reflectir em conjunto com algum colega estagiário.

Na relação de Luzia com a tutora da universidade, esta sublinhou a evolução na sua prática de comunicação, nomeadamente na colocação de perguntas aos alunos e na contextualização. Júlia, pelo seu lado, afirma que as idas da supervisora do Departamento de Educação às suas aulas foram benéficas, uma vez que, no final, se reunia com ela e o que a candidata a professora inferia sobre sua prática coincidia com o que a supervisora inferia. Desse modo, as observações e comentários da supervisora serviram para ratificar o que Júlia percebia na sua prática lectiva.

8.3. Limitações do estudo

Uma investigação na área de Educação, nomeadamente em Didáctica da Matemática, tem certamente limitações inerentes à própria natureza dos intervenientes envolvidos, que, acima de tudo, são pessoas. Neste contexto, a maior limitação que identifico é o tempo de recolha de dados, uma vez que quatro ou cinco aulas (três no estudo piloto) é um tempo exíguo para compreender os aspectos envolvidos na complexa dinâmica da sala de aula de Matemática.

Outros aspectos limitadores desta investigação respeitam a ausência da professora supervisora de Matemática da Universidade (por motivos de saúde) como uma lacuna que, se preenchida, teria propiciado perceber mais sobre a aprendizagem de Júlia para ensinar, nomeadamente o modo como esta relação com esta professora formadora influencia as concepções e práticas de comunicação da candidata a professora, bem como saber como era a relação entre esta professora e a professora supervisora de Educação. A compreensão destas relações, certamente enriqueceria mais esta investigação.

Finalmente, o facto de não me ter sido permitido filmar nas aulas de Olga (no estudo piloto) e de Luzia, limitou a visualização das interacções verbais na sala de aula, que foram rememoradas, no momento da entrevistas após o estágio. Embora tenha conseguido recolher dados significativos com Luzia, nesta entrevista, penso que a visualização poderia ter trazido aspectos valiosos para esta entrevista final.

8.4. Implicações e sugestões para futuras investigações

A realização deste trabalho sugere novas questões para investigação futura. Assim, para melhor compreender a prática de explicação das candidatas a professoras pode ser interessante perceber como estabelecem conexões no desenvolvimento das suas explicações. Além disso, pode procurar perceber-se que tipo de significado emerge. Tal compreensão é importante para ver se há ou não equilíbrio na emergência dos tipos de significado na sua prática de explicação.

Investigar as explicações dos alunos por mais tempo bem como a sua planificação pode trazer contributos para uma melhor compreensão do modo como emergem nas aulas das candidatas a professoras, Desse modo, será de considerar as relações das candidatas a professoras com o supervisor da universidade e a orientadora da escola.

As questões constituem um elemento fulcral de uma explicação, quer seja disciplinar quer seja instrucional. As questões que respondem a uma explicação podem ser explícitas ou implícitas. Nesta investigação verifiquei que as questões implícitas trouxeram explicações mais ricas de significados. Por isso, pode ser interessante perceber as circunstâncias nas quais tais questões emergem na aprendizagem dos candidatos a professores e quais são as acções desenvolvidas para responder-lhes satisfatoriamente.

Os exemplos são muito importantes nas explicações instrucionais. Pode valer a pena estudar por mais tempo como os candidatos a professores produzem exemplos na sua prática de explicação ao longo do período de estágio. Será de estudar o que pode contribuir para que os seus exemplos sejam mais ricos e contribuam para o desenvolvimento de uma boa explicação.

As representações constituem também importantes ferramentas que podem contribuir para a exposição das conexões entre as ideias durante uma explicação. Desse modo, pode trazer contributos para a aprendizagem do candidato a professor perceber como tais conexões são realizadas durante a utilização de diferentes tipos de representações na sua prática de explicação.

No que se refere à condução da prática lectiva, há um elemento que pode ser interessante estudar e que não abordei nesta investigação. Tal elemento é a agenda dos candidatos a professor. Para perceber este elemento pode-se comparar o que foi planejado na agenda, a planificação escrita e o que ocorreu na condução da prática lectiva. Como se coadunam estes três aspectos? Em que coincidem? Em que divergem? Quais as explicações para as coincidências e convergências?

O erro dos alunos, revelado em suas respostas orais, foi tratado pelas candidatas a professora desta investigação de modos em alguns aspectos diferentes e com diferentes reacções de seus alunos. Desse modo, valerá a pena estudar como o candidato a professor percebe como trata o erro dos seus alunos, revelado nas suas respostas orais.

A negociação de significados de conceitos matemáticos é uma importante interacção que pode emergir nas interacções verbais entre professor e alunos. Diante desta relevância, investigar a tal negociação (explícita ou implícita) em salas de aulas de candidatos a professor pode ajudar a uma melhor compreensão da prática de comunicação nas aulas de Matemática.

O caso de Luzia leva a considerar a relação entre as estagiárias e a professora cooperante ou orientadora da escola. O facto da professora cooperante subscrever concepções e práticas sobre o ensino de Matemática (incluindo a comunicação) contrárias às orientações curriculares actuais e ao que era defendido pela professora da universidade revelou-se muito problemático. Evidencia-se portanto a necessidade, também apontada por Ferreira e Presmeg (2004), de propiciar ao candidato a professor o apoio na escola e na universidade por professores que compreendam o significado dos conceitos e dos objectivos relativos às estratégias de ensino utilizados nos cursos de formação inicial. Para que isto se concretize, é necessária uma criteriosa escolha e preparação do professor cooperante e do supervisor da universidade. Só desse modo a formação inicial pode ser um período em que se inicia a consecução de práticas consistentes com as concepções que se coadunam com as actuais recomendações para o ensino da Matemática constantes em documentos de diferentes países.

Reflexão Pessoal

Encerro este capítulo com uma reflexão de cunho pessoal sobre os quatro anos nos quais estive investigando e aprendendo mais sobre a Didáctica da Matemática e a formação inicial de professores de Matemática. Neste período, pude conhecer várias escolas e instituições de ensino superior, com diversos modelos e práticas de formação inicial de professores. Tive a oportunidade de ver escolas públicas de qualidade, frequentadas por alunos de todas as classes sociais. No meu país isto ainda não se concretizou. Pude também perceber que, apesar deste êxito político, há problemas comuns lá e cá, como a indisciplina dos alunos. Tal problema, constituiu-se numa das dificuldades apontadas por Júlia em lidar actualmente com os alunos.

No entanto, no decorrer de tal aprendizagem deparei-me com diversos problemas, nomeadamente perceber como articular em termos teóricos e práticos o que estava a investigar. Aos poucos, sempre procurando, fui encontrando as referências teóricas ajustadas à análise dos dados que ia recolhendo. Isto foi particularmente interessante, quando encontrei referências teóricas adicionais para as explicações nas aulas de Matemática realizadas pelo professor e pelos alunos, numa perspectiva interaccionista. Além disso, pude perceber melhor os diferentes paradigmas de formação inicial em Portugal e noutros países. No caso português, percebo que quer o paradigma das universidades quer o das ESE têm suas vantagens e limitações, bem como problemas a resolver. Deste modo, posso afirmar que este período de minha vida profissional, pontuado por diferentes tensões e aprendizagens, foi muito marcante e enriquecedor. Todas estas experiências certamente vão trazer grandes contributos para os meus trabalhos futuros como docente e como investigadora.

Referências

Abrantes, P. (1986). *Porque se ensina Matemática: Perspectivas e concepções de professores e futuros professores*. (Provas de aptidão e capacidade científica, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Afonso, P. (2005). Estudo de concepções manifestadas e concepções activas de futuros professores de Matemática. Retirado de http://fordis.ese.ips.pt/siem/actas.asp em 22 de Setembro de 2008.

Ainley, J.: 1988, 'Perceptions of teachers' questioning styles', *Proceedings of the 12th International Conference, Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Veszprém, Hungary, pp. 92–99.

Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2006). A matemática na formação inicial de professores. (1.ª ed.). Lisboa: APM e SEMSPCE.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Ambrose, R. C., Philipp, R., Chauvot, J., & Clement, L. (2003). A web-based survey to assess prospective elementary school teachers' beliefs about mathematics and mathematics learning: an alternative to Likert scales. In N. A. Paterman, B. J. Dougherty & J. T. Zillioux (Eds.), *Proceedings of the 27th PME International Conference, 2,* 33-40.

Amigues R., Chevallard Y., Johsua S., Paour J.L., Schubauer-Leoni M.L. (1988). Le contrat didactique: différentes approches. *Interactions didactiques, 8,* Universités de Neuchâtel et Genève.

APM (1988). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

Artigue, M., & Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez des enfants. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7*(2), 33-16.

Arsac, G., Germain, G., & Mante, M. (1991). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon: IREM.

Artzt, A.F. (1999). A structure to enable preservice teachers of mathematics to reflect on their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 2 (2), 143-166.

Azcárate, P. (1999). El conocimiento profesional: Naturaza, fuentes, organización y desarrollo. *Quadrante, 8,* 111-138.

Bakhtin, M. (2003). *Estética da criação verbal.* São Paulo: Martins Fontes.

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Ball, D. & Lampert, M. (1999). Multiples of evidence, time and perspective: Revisiting the study of teaching and learning. In E. C. Lagemann & L.S. Shulman (Eds.), *Issues in education research: Problem and possibilities* (pp. 371-398). San Francisco: Jossey-Bass.

Barufi, M. C. B. (1999). A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de cálculo diferencial e integral (Tese de doutorado, Universidade de São Paulo).

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Blanco, L. e Borralho, A. (1999). Aportaciones a la formación del profesorado desde la investigación en educación matemática. In L. Contreras e N. Climent (Eds.), *La formación de profesores de Matemáticas. Estado de la cuestión y líneas de actuación* (pp. 131-174). Huelva: Universidad de Huelva.

Blanco, L. (2000). La resolución de problemas en primaria. Una propuesta para la formación inicial del profesorado. In J. Carrillo e L. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del Siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 207-235). Huelva: Hergué.

Blanton, M., & Westbrook, S. (1998). Examining zones of discourse in prospective mathematics teachers' classrooms. In S. Berenson, K. Dawkins, M. Blanton, W. Coulombe, J. Kolb, K. Norwood, & L. Stiff (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the North American Chapter for the of the International Groupfor the Psychology of Mathematics Education*, Raleigh, North Carolina.

Blanton, M., Westbrook, S., & Carter, G. (2005). Using Valsiner's zone theory to interpret a preservice mathematics teacher's zone of proximal development. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th PME Internacional Conference*, *2,* 177-184.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos* (2.ª ed.). Porto: Porto Editora.

Boavida, A. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração.* Tese de doutoramento, Universidade Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Lisboa

Borralho, A. (2001). *Didáctica da Matemática e Formação Inicial*. Tese de Doutoramento não publicada. Évora: Universidade de Évora.

Borin, J. (2004). Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. 5ª Ed. São Paulo: CAEM-IME-USP

Branca, N.A., Breedlove, B. A., King, B. W. (1992). Calculators in the middle grades: access to rich Mathematics. In Fey, J.T. & Hirsch, R. (Eds.), *Calculators in the mathematics education.* (pp. 9-13). Reston, VA: NCTM.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*(2), 125-153.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *7*(2), 33-16.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: Le mileu. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, *9*(3), 309-336.

Brousseau, G., & Otte, M. (1991). The fragility of knowledge. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. van Dormolen (Eds.) *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp.13-36). Dordrecht: Kluwer.

Brown, S., & McIntyre, D. (1993). *Making sense of teaching*. Buckingham: Open University Press.

Bruner, J. (1960**).** *The process of education*. Cambridge. Harvard University Press.

Bruner, J. (1972). *Hacia una teoría de la instrucción.* Havana: Ediciones Revolucionarias.

Bruner, J. (1973). *Going beyond the information given*. New York, NY: Norton.

Bruner, J. (1985). The role interaction of formats in language aquisition. In J.P. Forgas (Eds.) *Language and social situations* (pp.31-46). New York: Springer-Verlag.

Bruner, J. (1990). *Actos de significado. Más allá de la revolución cognitiva.* Tradución de Juan Carlos Gómez Crespo y José Luís Linaza. Madrid: Alianza Editorial.

Brunheira, L. (2000). *O conhecimento e as atitudes de três professores estagiários face à realização de actividades de investigação na aula de matemática* (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM. (http://ia.fc.ul.pt)

Bussi, M (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In H. Steinbring, M. Bussi, & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.

Cândido, P. T. (2001). Comunicação em Matemática. In K. C. S. Smole & M. I. Diniz (Eds.) *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed.

Cardoso, V. C. (2001, 8-11 de Abril de 2001). *Metodologia de provas e refutações de Lakatos*. Paper presented at the Actas do IV SNHM (pp. 362-366) Natal: UFRN.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2001). *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez.

Carvalho, C. & César, M. (1996). Concepções de futuros professores sobre os professores, os alunos e a matemática. *Revista de Educação.* (6)1, 63-70.

Cazden, C.B. (1986). Classroom discourse. In M.C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3 rd ed., pp. 432-463). New York: Macmillan.

Charalambous, C. Y. (2008). *Preservice teachers' mathematical knowledge for teaching and their performance in selected teaching practices: exploring a complex relationship.* (Doctoral Tesis, Michigan University).

Charalambous, C. Y. (2009). *Mathematical knowledge for teaching and providing explanations: an explanatory study.* In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonids, H. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education,* Vol. 2, pp. 305-312. Thessaloniki, Greece: PME.

Charnay, R. (1996) Aprendendo (com) a resolução de problemas. In Cecília Parra & Irma Sayz. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. (p.36-47). Artes Médicas: Porto Alegre.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.

Cunha, M. H. (1998). *Saberes profissionais de professores de matemática: Dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação.* (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM.

Curcio, R. F., Schwartz, S.L., Brown, C. A., (1996). Developing preservice teachers' strategies for communicating in and about mathematics. In Elliott, P. e Kenney, M. (Eds.). *Yearbook: Communication in mathematics, K 12 and beyond*. Reston, VA: NCTM.

Cusati, I. C. (2003). Aprendendo a ensinar Matemática no exercício da docência: Um estudo das fases inicial e final da carreira do professor. In *Anais do I Seminário Nacional de Licenciaturas em Matemática, Salvador* (pp.90-102).

D' Ambrósio, U. (2003a). *Por que se ensina Matemática?* Retirado de http://www.sbem.com.br em 03 de Setembro de 2003.

D' Ambrósio, U. (2003b). *O Uso da Calculadora*. Retirado de http://www.sbem.com.br em 05 de Setembro de 2003.

Davis, P., & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática.* Lisboa: Gradiva.

Dewey, J. (1997). *How we think* (1.ª Ed.). Mineola, NY: Dover Publications.

Douady, R. (1986). Jeux des cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathematiques 7*(2), 5-31.

Douady, R. (1991). Tool, seeting, window: elements for analysing and constructing didactical situations in mathematics. In Bishop, A. J. et al (Eds.) *Mathematical knowledge*: *its growth through teaching*. (p.109-130). Kluwer Academic Publishers. Netherlands.

Eisenhart, M. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*, 99-114.

Ernest, P. (1989). 'The impact of beliefs on the teaching of mathematics', in P. Ernest (ed.), *Mathematics Teaching: The State of The Art*, The Falmer Press, New York, pp. 249–254.

Ernest, P. (1991). Mathematics teacher education and quality. Assessment and Evaluation in Higher Education, 16(1), 56-65. (ERIC CD-ROM).

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 119-161). New York, NY: Macmillan.

ESELx (2007). *Programa de Intervenção Educativa IV*. Documento não publicado.

Feltovich, P. J., Spiro, R. J., & Coulson, R.L., (1997). Issues of expert flexibility in contexts characterized by complexity and change. In P. J. Feltovich, K. M. Ford, & R.R. Hoffman (Eds.), *Expertise in context: human and machine* (pp. 125-146). Cambridge, MA: AAAI / MIT Press.

Fernandes, D., & Vale, I. (1994). Two young teachers' conceptions and practices about problem solving. *Proceedings of PME XVIII* (Vol. 2, pp. 328-335), Lisboa, Portugal.

Ferreira, R. A. & Presmeg, N. (2004). Classroom questioning, listening, and responding: the teaching modes. Retirado de http://www.icme10.dk/ em 22 de Agosto de 2008.

Fiorentini, D., Miguel, A. (1990). Uma reflexão sobre o uso de jogos e materiais concretos e jogos no ensino da matemática. Boletim SBEM-SP. 4 (7), 3-10.

Fiorentini, D. Souza Jr., A. J.; Melo, G.F.A. (1998). Saberes docentes: um desafio para académicos e práticos. In: Geraldi, C.M.G.; Fiorentini, D.; Pereira, E.M.A. (Eds.) *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. (pp.307-335). Campinas: Mercado de Letras, Associação de Leitura do Brasil-ALB.

Floriani, J.V. (2000). *Professor e pesquisador: (exemplificação apoiada na prática).* Blumenau: FURB.

Fonseca, L.(2009). Comunicação na aula de matemática. Episódios do 1º ciclo do ensino básico. *Educação e Matemática.* 103, 2-6.

Freire, M. (1992). O que é um grupo? In E. Grossi & J. Bordin (Eds). *A paixão de aprender* (p.p. 59-68). Petrópolis: Vozes.

Garnier, C., Bednardz, N. & Vlanovskaya, I. (1996). *Após Vygotsky e Piaget: Perspectiva social e construtivista, escolas russa e ocidental*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Godino, J., & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, *12* (1), 70-92.

Gómez-Granell, C. (2008). A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In A. Teberosky & L. Tolchinsky (Eds.), *Além da alfabetização – A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática* (pp. 257-282). São Paulo: Ática.

Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1981). *Effective evaluation.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Hatton, N., & Smith, D. (1995). Reflection in teacher education: towards definition and implementation. *Teaching & Teacher Education*, 11 (1), 33-49.

Jaworski, B., & Gellert, U. (2003). Educating new mathematics teachers: Integrating theory and practice, and the roles of practicing teachers. In A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 829-875). Dordrecht: Kluwer.

Korthagen, F. A. J., Kessels, J., Koster, B., Lagerwerf, B., & Wubbels, T. (2001). *Linking practice and theory: The pedagogy of realistic teacher education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lampert, M., & Ball, D. L. (1998). *Teaching, multimedia and mathematics: investigations of real practice.* New York: Teachers College Press.

Lampert, M., & Cobb, P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to Principles and standards for school mathematics* (pp. 237-249). Reston, VA: NCTM.

Leinhardt, G & Putnam, R. (1986). Profile of expertise in elementary school mathematics. *Arithmetic Teacher.* 34 (4). 28-29.

Leinhardt, G. & Greeno, J.G. (1986), The cognitive skill of teaching. *Journal of educational Psychology* 78, 75-95.

Leinhardt, G. (1987). Development of an expert explanation: An analysis of a sequence of subtraction lessons. *Cognition and Instruction, 4* (4), 225-282.

Leinhardt, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education, 20* (1), 52-75.

Leinhardt, G. (1993). Instructional explanations in history and mathematics. In W. Kintsch (Ed.), Proceedings of the Fifteenth Annual Conference of the Cognitive Science Society (pp. 5-16). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Leinhardt, G. & Schwartz, B.B. (1997). Seeing the problem: An explanation from Polya. *Cognition and Instruction*, 15 (3), 395-434.

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook for research on teaching* (4 th Ed.). Washington, DC: American Educational Research Association

Levenson, E. Tirosh, D. Tsamir, P. (2004). *Elementary school teachers' preference for mathematically-based and practically-based explanations.* In J. Novotna and H. Morava (Eds.), *Proceedings of the 28 rd Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 241-248). Bergen, Norway: PME.

Levenson, E. Tirosh, D. Tsamir, P. (2009). *Mathematically-based and practically-based explanation: which do students preffer?* In Tzekaki, M. Kaldrimidou, M. & Sakonids, H. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 305-312. Thessaloniki, Greece: PME.

Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 429-460). Rotherdam: Sense.

Lopes, A. (2008). A atualidade de Malba Tahan na educação matemática. Retirado de http: // www.matematicahoje.com.br em 22/01/2009.

Lopes, A. J. (1999). Gestão de interacções e produção de conhecimento matemático em um ambiente de inspiração lakatosiana. *Educação Matemática em Revista*, *7*(6), 19-26.

Lüdke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas* (1.ª ed.). São Paulo: EPU.

Machado, N. (2005). *Epistemologia e didáctica. As concepções de conhecimento inteligência e a prática docente.* São Paulo: Cortez.

Marques, R. A pedagogia de Bruner. Retirado de http://www.eses.pt/usr/ramiro/docs/etica_pedagogia/A%20Pedagogia%20de%20JeromeBruner.pdf em 22 de Maio de 2007.

Martinho, M. H. (2004). *A comunicação na sala de aula de matemática: Contributos para o desenvolvimento profissional do professor*. Retirado de http://www.cie.fc.ul.pt/teses/temporario/MHM-Seminario.doc em 22 de Março de 2007.

Medeiros, K. M. (1999). *O contrato didáctico e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula* (Tese de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco-UFPE).

Medeiros, K. M. (2001) O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula. *Educação Matemática em Revista, 8*(10), 32-39.

Medeiros, K. M. (2003). A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. *Educação Matemática em Revista, 10*(14), 19-28.

Menezes, L. (1996). *Concepções e práticas de professores: contributos para o estudo da pergunta* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar matemática: contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional do professor* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).

Mercê, C. C. F. (2008). Concepções e práticas lectivas dos professores de matemática do 2.º ciclo em relação à calculadora: Contributos da formação para a reflexão. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education. A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass.

Mewborn, D. S. (1999). Reflective thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (3), 316-341.

Miles, M., & Huberman, M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook.* London: Sage.

Ministério da Educação. (1992). *Técnicas de Ensino em Grupos.* Secretaria Nacional de Educação Básica. Fundação Roquette Pinto. Diretoria de Tecnologia Educacional. Brasília.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Moysés, L. (1997). *Aplicações de Vygotsky à educação matemática.* Campinas: Papirus.

NCTM (1998). Program for initial preparation of K-4 teachers with an emphasis in mathematics, 5-8 mathematics teachers, 7-12 mathematics teachers. Disponível em http://www.ncate.org.

NCATE (2001). *Professional standards for the accreditation of schools, colleges and departments of education*. Disponível em http://www.ncate.org.

NCTM (2007). Standards for School Mathematics: Communication. Retirado de http://my.nctm.org/ebusiness/mlogin.aspx?return=/standards/document/chapter3/comm.htm. em 27 de Agosto de 2007.

Nicol, C. (1999). Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. *Educational Studies in Mathematics, 37*, 45-66.

Oliveira, I., & L. Serrazina (2002). A reflexão e o professor como investigador. In GTI (Eds.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 30-42). Lisboa: APM.

Oliveira, H. (2004). *A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).

PCN + ENSINO MÉDIO. (2002). *Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC.

Perret-Clermont, A.N. (1992). Transmiting knowledge: implicit negotiations in the tudent-teacher relationship. In: Oser, F. K.; Dick, A.; Patry, J.L. *Effective and responsible teaching, the new synthesis.* San Francisco*: Jossey-Bass Publisheres.*

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge.

Pimm, D. (1996). Diverse communications. In P. Elliott e M. Kenney (Eds.), *Communication in Mathematics: K-12 and beyond* (pp. 11-19). Reston, VA: NCTM.

Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Ponte, J. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. Matos e J. Ponte (Coords.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. (1993). Professores de Matemática: Das Concepções aos saberes Profissionais. In *Actas do IV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 59-80). Associação de Professores de Matemática.

Ponte (1994). O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática Educação e Matemática 31, pp. 9-12 e 20.

Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação.

Ponte, J. P. et al. (1998). *Histórias de investigações matemáticas* (1.ª ed.). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional (IIE).

Ponte, J.P. (1999a). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação:* Actas do IV Congresso da SPCE (pp. 59-72). Porto: SPCE.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1999b). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante,* 7(2), 41-70.

Ponte, J. P. (2002). A vertente profissional da formação inicial de professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista, 11,* 3-8.

Ponte, J.P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação,* Vol. 2 , pp. 93-169.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25* (19), 105-132.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp.461-494). Rotherdam: Sense.

Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação, 20* (2), 39-74.

Ponte, J. P. & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2 nd ed.). New York, ny: Routhdge.

Putnam, R. T., & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher, 29*(1), 4-15.

Rice, J.K. (2003). *Teacher quality: Understanding the effectiveness of teacher attributes.* Washington: Economic Policy Institute.

Rissland, E.L. (1991). Example-based reasoning. In J. F. Voss, D.N. Perkins, & J. W Segal (Eds.), *Informal reasoning in education* (pp.187-208). Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Associates.

Rittenhouse, P.S. (1998). The teacher's role in mathematical conversation: Stepping in and stepping out. In M. Lampert & M. L. Blunk (Eds.), *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning* (163-189). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Rota, S., & Leikin, R. (2002). Development of mathematics teachers' proficiency in discussion orchestrations. In A. D. Cokburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of 26th PME Conference*, *4*, 137-145. Norwich, England.

Rotman, B. (1980). *Mathematics as essay in semiotics.* University of Bristol. mimeo.

Ryve, A. (2007). What is actually discussed in problem solving courses for prospective teachers? *Journal of Mathematics Teacher Education.* (10), 43-61.

Sacristán, J.G. (2000). O currículo: uma reflexão sobre a prática. Trad. Ernani F. da F. Rosa – 3ª ed. – Porto Alegre: Artmed.

Santos, L. (2004). A formação inicial de professores: contributos para uma reflexão. *Educação e Matemática*, 80, 59-64.

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In Menezes, L; Santos, L; Gomes, H; Gomes, C. (Orgs) Avaliação em matemática: problemas e desafios (pp. 11–35). Lisboa: SEM/SPCE.

Schön, D. (1991). *The reflective practitioner: How professionals think in action* (1.ª ed.). London: ASGATE & ARENA.

Schubauer-Leoni, M. L. (1994). Communications cognitives dans l'interaction. In *La construction interactive du quotidien* (pp. 77-102). Nancy: Presses Universitaires de Nancy.

Serrazina, L. (1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal* (Tese de doutoramento, Universidade de Londres, Reino Unido).

Serrazina, L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. *Quadrante*, *9*, 139-167.

Sfard, A. (2002). Mathematics as form of communicating. *Proceedings of the 26th PME International Conference, Research Forum 2*. 145-149.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing* (1.ª ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In H. Steinbring, M. G. B. Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 30-62). Reston, VA: NCTM.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14 (13), 66-91.

Smole, K. C. S. & Diniz, M.I.V.S. (2002). Comunicação em matemática: instrumento de ensino e aprendizagem. *Revista @prender*, *4*(2), 1-3.

Souza, M. V. & Fernandes, J. A. (2004). Dificuldades de professores estagiários de matemática e sua relação com a formação inicial. *Quadrante*, 13 (1), 91-113.

Sullivan, P., Zevenbergen, R., & Mousley, J. (2005). Planning and teaching mathematics lessons as a dynamic, interactive process. In Chick, H. L. & Vincent, J.L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 249-256. Melbourne: PME.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.) *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York, NY: Macmillan.

Viseu, F. A. V. (2008). *A formação do professor de matemática, apoiada por um dispositivo de interacção virtual no estágio pedagógico.* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).

Vygotsky, L. S. (1993). *Pensamento e linguagem.* São Paulo: Martins Fontes.

Walkerdine, V. (1988). The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality. New York: Routledge.

White, B. Y. (1993). Intermediate causal models: A missing link for successful science education? In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology* (Vol. 4, pp. 177-252). Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaum Associates.

Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing. In H. Steinbring, M. Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA: NCTM.

Wu, H. (2002). *What is difficult about preparation of mathematics teacher?* Retirado de http://math. Berkeley.edu/~wu/pspd3d.pdf) em 19 de Setembro de 2008.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods*. Newbury Park, CA: Sage.

Young, K. M. (1998). *Models and examples in teaching and learning writing: A reconsideration.* Unpublished manuscript, University of Pittsburgh, Learning Research and Development Center Pittsburgh, PA.

Zabalza, M. A. (1994). *Diários de aula: contributo para o estudo de dilemas práticos dos professores.* Porto: Porto Editora.

Zaslavsky, O., & Peled, I. (1996). Inhibiting factores in generating examples by mathematics teachers and student teachers: The case of binary operation. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27 (1), 67-78.

Zeichner, K. & Gore, J.M. (1990). Teacher socialization. In W.R. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 329-348). New York, NY: Macmillian.

Zeichner, K. (1993). *A formação reflexiva de professores: Ideias e práticas.* Lisboa: Educa.

ANEXOS

Anexo 1 - Memorando de Observação de Aula

Identificação da aula

Professor(a) Turma; # de alunos presentes: Data: Horário: Sala: Obs:

Tempo	Desenvolvimento	Obs.

Anexo 2 – Guião da Primeira Entrevista aos Candidatos a Professores

Objectivos: perceber as motivações do candidato a professor de Matemática para a profissão e como se sente neste momento da formação inicial, suas crenças e concepções referentes ao processo de comunicação neste ambiente, nomeadamente a explicação e a negociação de significados.

1- Aspectos do Percurso Biográfico e Profissional

- Por que optou pelo ensino de Matemática?
- Está satisfeito(a) com o curso? Por quê?
- Qual a sua auto-imagem como professor? (hoje, você se vê mais como aluno ou como professor?)
- Como vê a sua formação inicial?
- Que aspectos positivos ressalta em sua formação inicial?
- Que aspectos negativos ressalta em sua formação inicial?
- Como vê a prática de ensino na formação inicial?
- Que aspectos desta prática considera mais significativo para sua própria prática?

2- A comunicação na sala de aula

- Como você percebe a comunicação na sala de aula?
- Que aspectos da comunicação considera importantes para a aprendizagem?
- Como vê a explicação de ideias matemáticas?
- Como vê a intervenção oral do aluno em busca da compreensão do conceito de número inteiro?
- Como você apresenta o conceito de função aos alunos?
- Se um aluno não entendeu qual a grandeza dependente, como você explica?
- Quando você percebe que um aluno não entendeu e ficou calado, o que você faz?

- Como você questiona um aluno a respeito da compreensão do conceito de função?
- Quando um aluno não está prestando atenção à explicação, o que você faz?
- No momento de uma interacção com um aluno, na qual você quer obter a resposta certa para um problema de função, o qual pede para escrever a expressão algébrica da função afim a partir do gráfico e ele responde erroneamente, o que você faz?
- Se você identifica um ou mais alunos conversando durante a sua explicação, como você os questiona?

Anexo 3 – Guião da Entrevista aos Professores Pós-aula

Objectivo: perceber o que o professor concebe em relação à explicação de ideias matemáticas e negociação de significados de conceitos matemáticos de um conhecimento específico de Matemática.

Se seguirmos essa metodologia, serão 4 aulas para cada professor, de Fevereiro/2008 a Julho/2008.

Esta entrevista terá suas questões formuladas no decorrer da aula, considerando, também, o conteúdo matemático abordado em aula.

GUIÕES DAS ENTREVISTAS CURTAS E CONVERSAS SOBRE A VIDEOGRAVAÇÃO – Júlia

ENTREVISTA CURTA 1 – Júlia

DATA: 08/ 02/2008
HORÁRIO: 10:11 às 10:19h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: Na primeira parte você ficou fazendo aquela correcção do TPC?
P: Eu queria que você falasse um pouquinho em relação às questões do livro, quando eles falavam no conceito de função, como foi que você viu? Como foi que você percebeu as respostas dos alunos em relação ao conceito de função?
P: Qual foi a sua impressão? Como eles comunicaram? Como você percebeu a comunicação deles em relação ao conceito de função, na primeira parte?
P: A fala deles, eles não conseguem ainda …
P: Você acha que o facto de os alunos estarem em grupo, isso influenciou a resposta deles?
P: Como você vê as respostas dos alunos naquela parte da representação da função quando ela vai para o plano cartesiano? O que é que aconteceu aí? Qual sua opinião?
P: Como você percebeu a comunicação quando passou para essa tarefa com a representação? Você percebeu alguma diferença? No início você estava corrigindo e depois apresentou umas fichas. O que você percebeu aí?
P: é.
P: O da idade.
P: E as outras questões? Não chegaram a elas ainda não?
P: Chegou só a trabalhar as duas primeiras.
P: A representação gráfica. Tá bom. Foi uma entrevista curta, foi curta mesmo. Obrigada.

ENTREVISTA CURTA 2 – Júlia

DATA: 15/ 02/2008
HORÁRIO: 12:30 às 12:39h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: Na primeira parte que você trabalhou com a correcção do exercício, você achou que aquelas respostas permitiram que você percebesse que eles entenderam o conceito de proporcionalidade?
P: Por que?
P: Acho que sim, é porque falaram pouco, não é? Hoje foi uma aula em que eles falaram muito pouco.
P: Mas eu acho que por aquilo ali já dá para …
P: Tá voltando de novo.
P: Você acha que eles perceberam com alguma coisa que estudaram lá pra trás, por exemplo com razão e proporção?
P: Eles não fizeram essa associação.
P: Em nenhum um momento você acha que eles fizeram uma associação? Não dá pra perceber também isso? Ninguém comentou? Nenhum aluno daqueles?
P: E quanto às respostas orais dos alunos à representação gráfica da constante de proporcionalidade?
P: As questões com a representação gráfica da constante de proporcionalidade, que você referiu, você acha que eles perceberam?
P: Quando eles falam, você acha que dá pra notar que eles perceberam?
P: Tu me desse a da aula passada.
P: Mas você consegue sentir na fala deles que eles entenderam?
CPM: *sim, sim, sim.*
P: Sim, então pronto.
P: Pelas respostas orais, considera que os alunos relacionam bem a tabela e o gráfico? Quando eles falam, você percebe?
P: Você acha o que? O que é que eles percebem em relação a isso?
P: Eles falam, mas em nenhum momento a fala deles, não dá pra perceber se eles relacionam. Quando eles falam, mas esse ponto aqui, não é o mesmo desse aqui.
P: Eles não fazem isso ainda não.
P: É muito novo ainda.
P: Em relação à representação algébrica da função, considera que as respostas orais permitem perceber a compreensão? Quando eles falam você acha que eles estão percebendo a representação algébrica?
P: Você acha que eles conseguem fazer essa comunicação por escrito melhor do que oral? Ou ainda não conseguem fazer nenhuma coisa nem outra? Você acha que eles respondem algebricamente por escrito, você percebeu nas respostas deles, nessa tarefa aí, deu pra você perceber?
P: eu tô me referindo a isso, exactamente.
P: Mesmo por escrito?
P: Eles sabem disso, mas eles não conseguem dizer.
P: Então Tá bem, era só isso, é uma entrevista curta.

ENTREVISTA CURTA 3 – Júlia

DATA: 25/ 02/2008
HORÁRIO:16:40 às 16:49 h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: Para você as respostas orais dos alunos indicam que eles compreenderam como escrever a lei de formação da função linear? Por que? Primeiro, aquelas respostas orais no início, que era pra achar o coeficiente.
P: O declive e o outro ponto que intercepta as ordenadas. Como é que você percebeu as respostas dos alunos?
P: As respostas deles você considera que indicam isso?
P: A fala deles?
P: Como percebeu as interacções verbais entre eles quando abordava a questão acima? Então, essa questão? Eles interagiam, o que você percebia disso aí? O que significava isso pra você?
P: Nesse caso específico desse conteúdo, que era essa questão da recta, acha que ficou bom? Eles conseguiram?
P: essa questão do infinito?
P: a generalização. Ainda tá difícil.
P: E falar sobre isso?
P: Piorou.
P: Através das respostas orais dos alunos à questão da desigualdade triangular, considera que eles perceberam? Por quê?
P: É o espiral.
P: Tem que satisfazer essa condição da desigualdade.
P: A fala deles aponta nessa direcção, você sente isso?
P: Não teve nada diferente na fala deles?
P: Porque você disse que o plano acabava na explicação das prateleiras? Para você qual é a dificuldade expressa na explicação desse aluno?
P: Como a tábua da mesa.
P: E a explicação dele indica exactamente isso?

ENTREVISTA CURTA 4 – Júlia

DATA: 31/ 03/2008
HORÁRIO: 16:30 às 16:40h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: A primeira parte da aula, logo no início. Para você, os questionamentos que fez e as respostas que eles deram permitem perceber que eles entenderam o que é um lugar geométrico?
P: Por que?
P: Contribuiu.
P: Então, uma outra questão, a segunda, né? A sua explicação sobre circunferência, para você, permitiu aos alunos compreenderem o conceito de circunferência?

P: O que percebeu nos alunos?
P: Eles já viram antes?
P: E os materiais, eles sabiam usar direitinho?
P: Como é a utilização dos materiais aqui?
P: Educação Visual.
P: Eles já incorporaram.
P: A comunicação entre os alunos e entre os alunos e você, para você, permitiu a compreensão da diferença entre circunferência e círculo?
P: Por que?
P:A sua própria explicação contribuiu …
P: A quarta questão, as respostas dos alunos. Em sua perspectiva, as respostas dos alunos sobre a coroa circular, permite perceber que trata-se de um lugar geométrico?
P: Por que?
P: Você acha que eles perceberam mesmo a propriedade da coroa circular? Pra ser lugar geométrico?
P: A fala deles deu pra notar isso? Você acelerou.
P: Mas na sua visão …
P: Do *Donalds ?*
P: Sim, do McDonalds.
P: Tá aqui na ficha?
P: É porque eu não comi essa coisa daqui não, eu já comi outros doces.
P: É o doce, né?
P: Então pronto, as interacções verbais entre os alunos e você e entre os alunos, para você, contribuiu para a compreensão dos conceito de mediatriz?
P: Por que?
P: Eles vão estudar de novo a mediatriz?
P: É o currículo em espiral.

CONVERSA 1 - AULA 1

Critério de Escolha da Aula:

Escolhi a parte inicial da primeira aula, pois considerei que houve pouca explicitação, durante a primeira entrevista curta, de aspectos referentes à comunicação. Espero, nesta conversa, obter mais informações sobre as concepções relativas à explicação e negociação de significados, que não aparecem nas entrevistas.

AULA1: 09:15. Até a parte anterior à representação da função no plano cartesiano.

Pedir para a CPM comentar a comunicação entre ela e os alunos e entre os alunos no período de 05:15 a 09:13 da videogravação. Refere-se à correcção da tarefa que está no manual.

CONVERSA 2 – AULA 3

Critério de Escolha da Aula:

Escolhi esta aula, porque nela surge uma importante interacção entre a CPM e os alunos, que posso considerar uma negociação de significados.

05:55 a 07: 07 e 07: 07 a 08:41 (encerra a comunicação sobre rectas paralelas).

1- No primeiro fragmento de videogravação, como encarou as interacções verbais entre você e o aluno?
2- Na segunda parte das interacções verbais, como encarou as respostas dos alunos, ainda referentes à recta paralela?
3- 14:00 a 17:09. Você poderia comentar um pouco sobre como percebeu a comunicação nesta questão?

AULA 4

(09:00-12:30) (12:30-13:59) (13:59-20:30)

Aqui já não se trata da negociação de significados, mas da explicação da CPM.

Você poderia comentar sobre a comunicação e entre você e os alunos nesta questão e nas duas seguintes?

GUIÃO DA ENTREVISTA APÓS O ESTÁGIO -Júlia-27-01-10

Objectivos: Perceber o modo como o candidato a professor de Matemática reflecte sobre as suas experiências na estágio influenciaram o processo de comunicação oral nas aulas, nomeadamente a forma como (i) usa esta comunicação para regular o trabalho na aula, (ii) explica ideias matemáticas e promove a explicação de ideias matemáticos pelos alunos, (iii) negoceia significados de conceitos matemáticos e (iv) ajusta a prática de comunicação às características dos alunos.

Regulação (i)

AULA 4: 25:20 a 25: 35 e 26: 35 a 26: 48

1. No estágio, escrevia o nome dos alunos no quadro no canto superior direito em certas situações.
2. Por que fazia isso? A prática era usada na avaliação dos alunos?
3. Essa prática foi discutida com a orientadora da escola?
4. E com a supervisora da universidade?
5. Actualmente, acha que essa estratégia dava bons resultados?
6. Continua a usar nas suas aulas?

AULA 1: 05: 30

7. Nas suas aulas, no trabalho do grupo, haviam duas regras importantes: (i) a escolha do porta-voz é feita pelo professor; (ii) Todos os alunos têm de participar no grupo. Que importância você atribuía a essas regras no trabalho em grupo?
8. Actualmente você usa as mesmas regras? Se sim, como? Se não, porquê?

Explicação (iii)

AULA 4: 18:00 a 26:00

9. Como percebeu as explicações dos alunos, uns para os outros e para você, neste momento da aula?
10. Comente as interacções entre os alunos para sua aprendizagem no estágio?
11. Isto ocorre actualmente em suas aulas?

Negociação de significados (iii)

AULA 3: 05:55 a 07: 07 e 07:07 a 08:41

12. Comente as interacções verbais entre você e o aluno, neste momento da aula. Para você, que conceito não ficou muito claro? Por quê?

AULA 4: 26:50 a 31:22

13. Para você, por que o aluno apresentou esta ideia do quadrado ser um lugar geométrico?
14. Em que esta ideia do aluno contribui para que ele compreenda o do conceito de lugar geométrico?
15. De que modo esta interacção entre professora e aluno contribui para o aluno compreender o que é um lugar geométrico?
16. Para você, o aluno poderia ter apresentado mais ideias? Como você poderia contribuir para isso?

Ajustamento aos alunos (iv)

AULA 1: -42:00 a -45:10

17. Os alunos aqui colocam uma questão. Como interpreta agora as suas dificuldades?
18. E na altura, também interpretou do mesmo modo?
19. Como conduziu a explicação? Se fosse agora, faria do mesmo modo? Porquê?

20. Que importância você atribui à sua previsão dos erros dos alunos na participação destes nas interacções verbais, durante esta tarefa?

AULA 2: -19: 05 a -7: 00 (aúdio)

21. Que importância teve o questionamento do aluno em relação à sua explicação da representação da imagem da função, neste episódio?
22. Que reflexão você fez sobre sua explicação, na época do estágio?
23. Como faria actualmente?

AULA 4: 39:00 a 44:06

24. O que você almejava quando questionou os alunos sobre a diferença entre circunferência e círculo? Alcançou este objectivo?
25. Você faria isto em uma aula ministrada actualmente?

AULA 2: -71:50 a -63:24 (aúdio)

26. Comente sua explicação referente à constante de proporcionalidade.
27. Na época do estágio, você reflectiu sobre este tipo de explicação? Se reflectiu, que aspectos considerou relevantes?
28. Você faz este tipo de explicação actualmente? Por quê?

Questões gerais

29. A visão que tem actualmente, em relação à comunicação oral nas aulas de Matemática, é idêntica á que tinha no estágio ou mudou desde então?
30. Em que medida o estágio contribuiu para a evolução da sua visão da comunicação na sala de aula?
31. Que actividades do estágio contribuíram mais para o seu desenvolvimento no campo da comunicação oral na sala de aula?

EXTRA:

1. Como eram as suas reflexões com a orientadora de estágio? Em algum momento chegaram a reflectir sobre a prática de comunicação? Se sim, comente.
2. Como eram as suas reflexões com as supervisoras da universidade? Em algum momento chegaram a reflectir sobre a prática de comunicação? Se sim, comente.

<u>As Vivências no Estágio (Para Júlia e para Luzia) - Apresentado Após o Primeiro Guião</u>

A. Como você foi recebido na escola onde realizou o estágio?
B. Qual a sua impressão inicial sobre a escola?
C. O que foi ou não alterado nesta impressão com o fim do estágio?
D. Que relações você teve com outros estagiários? Comente.
E. Como era a sua relação com os outros professores da escola?
F. Como era a sua relação com as orientadoras da universidade?
G. Como era sua relação com a orientadora da escola?
H. Havia intercâmbio entre a orientadora da escola e as orientadoras da universidade? Se sim, como?
I. As orientadoras da universidade interagiam? Se sim, como?
J. Como eram os encontros com a orientadora de estágio da escola? O que era enfatizado?

K. Como eram os encontros com as orientadoras da universidade? O que era enfatizado?
L. Você se sentiu apoiado durante o período do estágio por estas orientadoras? Comente.
M. Durante o período do estágio, quais foram as suas maiores dificuldades? Como você buscou superá-las?

GUIÕES DAS ENTREVISTAS CURTAS E CONVERSAS SOBRE A AUDIOGRAVAÇÃO – Luzia

ENTREVISTA CURTA 1 – Luzia

DATA: 06/ 02/2009
HORÁRIO: 15: 20 às 15:33 h
Pesquisadora: P
Segunda Candidata a Professor de Matemática: CPM
Segunda Candidata a Professor de Matemática: CPM2

P: Então vamos lá. Como percebeu as respostas dos alunos à actividade de cálculo mental?
P: Sim, como foi que percebeu… como é que eles estão? Aquelas respostas elas estão… para você como é que elas são…
P: A fala deles ajuda a entender? Ou eles…
P: Ai, eles…
P: Eles já tiveram quantas aulas de cálculo mental?
P: Todas as aulas desde que o ano lectivo começou?
P: Ah! Agora em Janeiro, não é? Quer dizer, já tem um mês, não é? Porquê? A professora não usava o cálculo mental?
P: Mas a ESE sempre usa que a outra colega de vocês…
P: Essa prática que é também, n'é? Então pronto. Então quer dizer que são novinhos, não é verdade? É pouco tempo…
P: Como percebeu a explicação da aluna sobre a questão da área? Aquela outra questão.
P: Da área. Aquela figura que tinha um rectângulo e um triângulo. Aquelas respostas. Como é que foram?
P: A fala deles não ajuda a você a perceber que eles estão percebendo? Quando eles explicam? Teve vários alunos ali. Teve um…uma pessoa. Teve uma menina, depois veio outro, não foi? E depois veio um aluno também. Não veio mais nenhum, n'é?
P: E esse aí… essas várias…
P: Ele 'tava…
P: E aí e os outros? O que eles disseram? Ajudou? Ou não? Ou atrapalhou a equipe?
P: E…
P: Porquê?
P: Humm, o que ele dizia não ajudava nada.
P: depois veio mais outros, se não me engano.
P: Vieram mais outros ou não veio mais nenhum?
P: E então, ele viu? Achas que ele percebeu no final?

P: A menina que ficou com ele…
P: Então ele tem dificuldade em perceber, em compreender.
P: Então ele é muito distraído mesmo. A questão é essa. Ele é de que país? O nome é engraçado: Marco. Ele veio de Angola?
P: Ele é de Angola? De Cabo Verde?
P: Ele é diferente. Bem! Então as interacções ali verbais foram… você percebeu? Mas para um aluno, para esse particularmente não ajudou muita coisa. E para os outros?

P: Ajudou aquelas conversas ali sobre a figura e tal. Para você, porque os alunos não percebiam às vezes a figura com o rectângulo e o triângulo? Porque eles não percebiam?
P: Sim.
P: O que pode ter causado essa dificuldade?
P: Então a ausência dessas outras actividades também atrapalhou, n'é?
P: Você já respondeu a essa parte aqui. Eu perguntei. Porque essa pegunta aqui na verdade era referente… aí você acabou respondendo à do rectângulo com triângulo. Mas teve uma outra antes, não foi? Que teve uma aluna só falando da área. Lembra?
P: Era outra antes dessa. Eu tenho aqui. Trouxe tudinho. Pera lá… Porque ai acabou aparecendo…
P: É essa aqui… humm, então é essa daqui. Pronto. Essa. Essa aqui no caso… ela escrita… essa daqui você fez sozinha.
P: Essa daqui agora. Teve uma aluna que veio fazer… não foi?
P: É, foi isso mesmo. Como percebeu a explicação da aluna sobre a questão da área? Depois teve outra que veio? Nessa parte? Não, n'é?
P: Foi nessa aqui. Que teve mais de um. Nessa aqui só foi uma menina, não foi? A morena? Então foi essa aqui. Essa pergunta é para essa. Como você percebeu?
P: Você só…
P: Era essa aqui.
P: Era com essa.
P: Era quatro por quatro? Você tem ela na tarefa?
P: Então você manda ela para mim?
P: Pode?
P: Do livro eu tiro foto. É livro?
P: Então vou ter que fotografar da próxima vez.

P: Ah! Então…então é melhor depois eu tirar foto. Hoje eu não vou poder tirar que eu 'tou sem a máquina.
P: Não adianta. Da próxima vez ai você me dá. Então deixa eu anotar aqui. Então essa aqui… era quatro era?
P: Do livro… isso é bom filmar. Eu fico fazendo às pressas para pegar tudo. Sim, então. Mas a pergunta que eu fiz era sobre a primeira, primeira actividade. Depois veio um aluno ao quadro e depois você foi perguntando, n'é? Mais coisa. Como você percebeu a aluna sobre a questão da área? A primeira depois do cálculo mental de área não foi essa?
P: Então teve uma aluna falando, não? Uma aluna foi ao quadro explicar.
P: Sim, então como é que você percebeu aqui essa parte? A explicação dela foi boa? Foi só uma menina, não é?
P: Humm, mais ou menos…
P: Ele não vê isso. Agora nessa mesma questão. Aí depois teve outro aluno. Não foi? Não se recorda? Depois teve outro aluno, também. A explicação desses outros, você recorda?

P: E aí? Foi boa a explicação deles?
P: Humm… essa aqui de fora, n'é? Okay. 'Tá bem. Já só tem mais uma para concluir. Durante a resolução das questões do teste nos grupos, os alunos explicavam uns aos outros?
P: Ah!
P: Só tavam batendo papo…
P: Claro. É tão novinho ainda.
P: Esse sozinho aqui, não foi?
P: É sempre assim?
P: Uma constante?
P: Ele não gosta de se juntar em grupo não?
P: Ah! [Risos]
P: Bater papo, não é?
P: Ai, você é que tem essa ideia de tirar ele… de deixar…
P: 'Tava participando no grupo.
P: Pois então os grupos que funcionaram mesmo, voltando para a matemática, foram esses dois aqui, próximos?
P: Três grupos na verdade…
P: E os demais 'tavam um pouco no mundo da lua.
P: Um pouco dispersos.
P: Então 'tá bem. 'Tá bem.

ENTREVISTA CURTA 2 – Luzia

DATA: 16/02/2009
HORÁRIO: 10: 10: às 10:20 h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: Então vamos lá, n'é? Deixa ver se você…
P: Mas é bom aquelas coisas que você conversa com a Cecília, n'é?
P: Ela é uma das melhores.
P: [Risos]
P: É melhor que na minha universidade, porque tem alguns professores que não fazem nada nessa área. Fica só olhando. Até uma que eu disse assim "professora gostava que você fosse assistir às minhas aulas". Porque se for o professor X, que não vou dizer o nome. È o mesmo que nada. Então não adianta de nada, n'é? Só para dizer que fez. Pronto, então vamos ver aqui. Do inicio. Para você os alunos demonstraram o conhecimento de números decimais na tarefa de cálculo mental?
P: Não. Deve dizer porquê. Não e porquê.
P: Só vi aquela aula. Aquela aula primeira…
P: Então as representações do acetato contribuiram?
P: Então isso muda um pouco a ideia do cálculo mental, não?
P: Então já não é mais cálculo mental
P: Então, houve uma interferência da representação?
P: Então se não sabem, o cálculo mental também não 'tava servindo?
P: Sim. Então pronto, então quer dizer que houve uma mudança no cálculo mental por conta que eles não tavam a perceber. Na correcção do trabalho de casa as respostas dos alunos demonstraram compreensão das conversões de medidas de área?

P: Porquê?
P: Quer dizer que eles não entendem como é que…
P: … o divide e multiplica por cem. Quer dizer… ainda não aprenderam os números decimais.
P: Já viram no 1.º ciclo?
P: Já não é novidade.
P: Não aprenderam?
P: Pois então… então 'tá bem. É… no exercício em que era pedido recobrir a superficie de uma sala, era com carpete, n'é? Qual foi a maior dificuldade que os alunos tiveram na explicação?
P: Humm, humm
P: Humm…
P: O acetato você manda também para mim. Você tem no computador?
P: Mande o acetato.
P: Manda tudo.
P: Mas vão aparecer na próxima aula?
P: Então você me manda depois. Para eu depois analisar.
P: Foi qual a primeira parte? Eu fui marcando os tempos aqui.
P: Pegam na área irregular, né?
P: Não podem usar a fórmula: base vezes altura.
P: Sim… então…
P: Porque eles estavam decorando a fórmula.
P: Mas acho que nos primeiros ciclos talvez eles tenham explorado… ou a professora tenha explorado… mas eles não…
P: O conceito. Então vão só decorando fórmula. Então pode ser isso uma explicação. As respostas dos alunos às conversões dessas medidas de área, revelam compreensão? Aquela outra parte que 'tavam convertendo.
P: É. Essa aqui, olha…
P: Era trabalho de casa.
P: Então falta só… manipular.
CPM: *Sim. Para já.*
P: Ok. Obrigada.

ENTREVISTA CURTA 3 – Luzia

DATA: 20/02/2009
HORÁRIO: 15:20 às 15:32 h
PesquisaLuzia: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM
Professora Cooperante: P2

P: Olhe, antes que você se esqueça dos detalhes, n'é? Como percebeu as respostas dos alunos à actividade de cálculo mental?
P: Sim, como é que foi as respostas deles? O que é que você percebeu ali?
P: Porquê?
P: E aqueles cartões ajudaram em alguma coisa ou não?

P: Mas eles 'tão vendo, n'é? Notou alguma alteração?
P: Humm, aquela.
P: E ai?
P: Então eles também não 'tão a fazer as coisas direitinho, n'é?
P: Então, na segunda, nas próximas aulas eu quero assistir às segundas para poder perceber outras coisas que nas sextas não percebi, n'é? Vou assistir a mais duas segundas, 'tá bem?
P: Foi… então, as respostas dos alunos revelam compreensão de quê, na tarefa das pavimentações?
P: [Risos]
P: Eu senti um pouquinho. Olhe, quais as dificuldades que apresentaram assim…? Já que houve tanta dificuldade. Quais as que você ressalta especificamente? O que estava atrapalhando muito essa percepção?
P: E aquela questão dos encaixes, também não?
P: Foi ruim mesmo. O que é que você pretende fazer em relação a isso? O que você pretende…
P: Então quem foi?
P2: *Sexta-feira deixo aqui o teste p'a a aula de substituição.*
P2: *Faço à mesma. Vou deixar para a aula de substituição.*
P: E então… quem foi que falou cinco vezes a mesma coisa?
P: Então quer dizer que eles…
P: Fantástico.
P: Porquê? Qual é o motivo dessa desmotivação?
P: Ah! Quer dizer que como muda de professora eles estão achando isso.
P: *Eles não se envolveram com as estagiárias?*
P: Foi diferente? As outras turmas? Na ESE vocês não têm, desde o primeiro ano… como é que foi? Foi diferente essa reacção?
P: E não foi assim? Não 'tavam de férias?
P: Mas isso é porque são miudinhos…
P: Não… eu já tive turmas desse tamanho e… eram interessados. É verdade.
P: Mas a professora usava esses papelinhos? A professora Tânia?
P: Então será que não é isso também? Esses materiais podem estar a alterar a percepção. E também muita coisa… talvez o ritmo esteja a ser mais acelerado.
P: Já conversaram.
P: E aí eles ficam só pensando que é brincadeira de papel.
P: Como os alunos foram respondendo à tarefa dos jardins nas duplas? Porque nas duplas eu não tava, como é que foi? Como foi a dos jardins?
P: Nas díades…
P: *Nos pares! Dupla caipira [risos]. Eu penso logo no Brasil aquelas duplas caipiras, n'é? Leandro e Leonardo. Também é dupla. Vocês dizem como aqui? Pares?*
P: Dupla, díades, pares. Isso é das outras estagiárias que entrevistei. Sim, mas dos pares.
P: Não houve uma boa interacção daqueles pares.
P: Ai é?
P: E a tarefa dos jardins, como é? Ela teve algum impacto nessa…
P: Ai foi?
P: Esses anos todos que eu trabalho. Vinte anos que eu comecei a leccionar dez com pesquisa. Oficialmente, fora no tempo do mestrado. Então quando a gente leva uma tarefa diferente, até mesmo eu como professora, por vezes, muitas vezes, os alunos ficam envolvidos. Essa tarefa não era diferente?

P: Pois. Aquela questão da segunda-feira.
P: Então não 'tá deixando eles aprender. Está a interferir…
P: Ai, eles não 'tão fazendo nada. Eles não 'tão fazendo nada. Tem que dar um tempo para eles.
P: Mas porque eles estão fazendo isso?
P: Mas vocês acha que é você que tem que dar o sentido? Mas será você que tem que dizer?
P: Eles não conseguem interpretar não?
P: Não, n'é?
P: Será que alguns não conseguem?
P: Porque eles já 'tão condicionados.
P: Olhe, porque considera que os alunos falaram que não entenderam, em princípio, a tarefa da mão?
P: O quê?
P: À mão. No acetato.
P: Acha que eles não conseguem perceber a fala? A explicação?
P: Então…
P: E depois? Como responderam nas duplas?
P: Ah! Era individual? Ah, então esquece essa pergunta. Quer dizer então que responderam individualmente…
P: Individual.
P: É porque não perceberam.
P: Logo você pode-me mandar esse acetato?

ENTREVISTA CURTA 4 – Luzia

DATA: 16/03/2009
HORÁRIO: 15:15 às 15:30 h
Pesquisadora: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: Como percebeu as respostas dos alunos na actividade, aquela inicial, do cálculo mental?
P: Como você, eles estavam dizendo o que você que queria? Não estavam? Por que?
P: Como assim?
P: Humm.
P: Por que você esperava que ia haver mais discussão?
P: Eles estavam como problema no cálculo mental, não foi? Nas outras aulas.
P: É? Foi muito light, né?
P: Aquela primeira aula que eu assisti tinha muita coisa de cálculo mental, não é?
P: …Você achou que eles não tavam entendendo bem.
P: O cálculo mental.
P: Mas vai tirar o cálculo mental?
P: Mas sexta-feira vai ser o cálculo mental?
P: Ficou meio assim … As respostas dos alunos, referentes à propriedade comutativa, revelam compreensão?
P: Por que?

P: Então não há obstáculo nisso aí?
P: E outras propriedades têm sido exploradas?
P: De novo?
P: Vai ter uma tarefa com a comutativa, só que com três factores, né?
P: Mas aí será que haverá alguma dificuldade?
P: É bom pra explorar. Com a calculaLuzia, fixa um, mexe nos outros… Já fizeram isso com a calculaLuzia?
P: Por que?
P: Não aprenderam nada?
P: Por que não aprenderam?
P: Eles tavam sem interesse. Pena, né?
P: O programa fica um obstáculo.
P: Mas vocês aprenderam muita coisa nos outros anos na parte de metodologia, não foi? Deve ter um monte de ideias, não é?
P: Então quer dizer que vocês têm uma grande quantidade de actividades pró 1.º Ciclo e não tem pró 2.º, há uma carência.
P: Nessa parte das actividades.
P: Quando os alunos respondiam às multiplicações por 10, 100 e 1000, que dificuldades revelaram em suas respostas? Comente.
P: Ainda não tá clara a compreensão.
P: Humhumm
P: A volta, né? A relação, a comparação. Eles não aprenderam comparação com números decimais?
P: Quando passou à correcção do TPC, considera que os alunos compreenderam as multiplicações por decimais? Você fala na ampliação e quando volta, a décima, a centésima e a milésima.
P: Já é o contrário. Dividiu, tá multiplicando, mas na verdade é uma divisão.
P: E aí? Como é essa compreensão?
P: Ia dar logo um nó na cabeça.
P: Não compreenderam.
P: Acha que tá claro essa questão da mudança de ordem.
P: Tão só memorizando, não tão pensando em nada.
P: Então fica neste ponto aí a dificuldade deles, não é?
P: E na próxima vai voltar?
P: As potências vai ser uma introdução.
P: Okay, então, tudo isso são obstáculos. E no problema da Pizzaria, as respostas dos alunos apresentam compreensão dos múltiplos?
P: Por que? O que é que você viu ali?
P: E o três?
P: Mas eles já viram números negativos?
P: Não, né? É só no 6º.
P: É pra eles não misturarem.
P: Negativo aqui é no 6º, porque no Brasil é no 6º.
P: Exactamente, é. É essa questão, por isso que eu tava …
P: Mas não sabem os inteiros, nunca ouviram falar em inteiros, né?
P: Negativo não. E aí? Como é que faz com isso?
P: É a tabuada do dois, eles vão dizer que é a tabuada, mas como é que você pretende fazer com o zero?
P: Humm

P: E inteiro positivo.
P: Isso é confuso, é uma complicação!
P: No Brasil diz só natural.
P: Vai ficar como?
P: Naturais com o zero. Os naturais têm o zero também.
P: Sim, mas como é que você pretende formalizar isso pra eles? Ou não pretende?
P: Acho que aí tá tranquilo.
P: Mas vão ficar um pouco baralhado, não acha? [pausa] Por que que o zero é ou não é?
P: O zero é múltiplo de todo mundo.

ENTREVISTA CURTA 5 – Luzia

DATA: 20/03/2009
HORÁRIO: 15:15 às 15:30 h
PesquisaLuzia: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: As explicações dos alunos durante a tarefa de cálculo mental, desta vez foi cálculo mental, revelaram compreensão?
P: Por que? O que é que facilitou e o que é que dificultou?
P: Humm.
P: Humm.
P: E aquela fichinha com aquele quadrado dividido em 10, já foi feito em outras aulas, né? Você acha que não entenderam ainda?
P: Sim, mas é um não. E então? Quando os alunos responderam a tarefa sobre investigação, aquela da propriedade comutativa, demonstraram alguma dificuldade?
P: Então a questão não é nem a tarefa.
P: Ela não entendeu o que é investigação
P: Ah!
P: Então eles tiveram dificuldade de compreender o que que a tarefa era.
P: Mas e a propriedade? Acha que eles ainda não entenderam?
P: E quem não percebeu, por que foi?
P: Então e a associativa, qual foi a dificuldade?
P: Eles perceberam que era associativa?
P: Não era novidade, já viram em outros momentos, não é? Então qual é a dificuldade deles, então, na sua opinião?
P: Eles não entendem também o significado do parêntesis.
P: Então a questão ainda é de interpretar.
P: Mas você não faz isso por causa de quê?
P: Por causa do programa, né? Um obstáculo.
P: Não vai nem adiantar, né?
P: Okay, então. No problema da fuga das galinhas, as respostas dos alunos divergiram em que aspectos, da resposta que você esperava deles? Você esperava o que deles ali? Qual era a resposta que você tava aguardando ali, tinha mais de uma ou era só aquela?
P: Mas você apresentou uma no acetato, algumas coisas que você tava fazendo, né?
P: Hummm. E ninguém fez. Só uma resposta?
P: Esse problema é interessante, eu já vi várias versões dele e dá pra explorar várias versões dele.
P: Humm.

P: Humm, tá okay. E você esperava que eles dessem só uma resposta mesmo? A sua expectativa era qual?
P: Foi melhor ou pior do que você pensava?
P: Pois então, foi melhor ou pior do que você pensava?
P: Foi melhor, né?
P: Você pode mandar ele pra mim, por e-mail?
P: Depois eu vou querer. Na correcção do problema da pizzaria, como percebeu as respostas orais dos alunos? O da pizzaria começou na segunda, né?
P: Mas aí era …
P: Por que?
P: E agora?
P: Você fez uma adaptação?
P: Onde é que tá o zero na história?
P: Só se mudasse o enunciado, e quando não houvesse pizzas?
P: Mas não é muito feliz a ideia. Então vamos fazer uma crítica a essa tarefa, não foi uma boa tarefa.
P: A tarefa não foi feita por você?
P: Ah! É da professora?
P: Ah! Entendi. Então são vocês que elaboram as tarefas, né? Dentro do programa da professora.
P: Mas vocês não chegaram a discutir juntas, não? Têm momentos em que discutem as tarefas juntas?
P: Da pizzaria?
P: Ah! Não se juntaram neste problema.
P: Ela trabalha?
P: Tá tudo corrido de mais.
P: Foi. E depois?
P: Você fez uma adaptação, não é?
P: Pois. Mas e as respostas deles, mesmo assim, você esperava essas respostas? Você viu que eles notaram que havia alguma coisa que não tava batendo, né? Eles perceberam?
P: Tava confuso isso pra eles, não é?
P: Tem gente que ainda não tá percebendo os múltiplos, não é?
P: Nem ela sabe que não sabe, não é? Ela tá numa fase muito primitiva. Então pelo menos surgiu os múltiplos ali, né?
P: Pela negativa, né?
P: A questão ali era explorar esta questão, né?
P: É polémica.
P: Na verdade é, pela definição, né? Pela definição de múltiplo, né?
P: É pior ainda, o conceito ainda vai construindo e definição tem que engolir e às vezes não fica tão claro …
P: Depois tem que dar de conta disso, né? Prestar conta.
P: Na parte final, foi mais correcção do exercício do livro, né? E nesse caso, o conteúdo, o conceito era o conceito de área, então como percebeu as respostas orais dos alunos a exercícios do livro, referentes à medida de área? Aquilo que eles tavam falando, dava pra perceber?
P: Foi aquilo que já comentamos em outras entrevistas, que eles confundem área com perímetro.
P: Eles viram área em outras séries? Em outros ciclos, aliás?

CONVERSAS SOBRE AS AUDIOGRAVAÇÕES-Luzia

CONVERSA 1 – AULA 1 e AULA 2

DATA: 09/06/09
HORÁRIO: 10: 00 h – 11:30 h
PesquisaLuzia: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

- Conversa com Luzia sobre a Ficha Sumativa; a tutora (tirando a autoridade dela); os problemas com a turma; o Problema da Semana; a troca na figura do Jardim (problema com a gestão do tempo);

P: Em resumo, esse trabalho tem uma ideia boa, em princípio, de reunir os alunos de acordo com suas dificuldades. Qual era o obstáculo que havia aí?
P: Mas os outros participavam?
P: Como era a comunicação nesses grupos? E entre eles?
P: E eles falavam entre eles sobre a Matemática?
P: Estatística, não é isso? Tratamento da informação.
P: Quer dizer que eles estavam interessados. Já estavam começando a ficar interessados. Essa estratégia foi boa.
P: Por que fez isso, você lembra?
P: Mas ela já tinha dito certo?
P: Como é que ela respondeu?
P: Ela repetiu.
P: Quer dizer que as respostas destes alunos às vezes estão influenciadas.
P: Então foi por isso que eu não entendi. Agora já percebi. Fiquei sabendo de mais esse detalhe.
P: [palavras imperceptíveis]
P: E quando eles diziam “mais ou menos” e é pra resolver com a régua. Vou pedir para você comentar isso. Pronto, então, deu pra perceber?
P: Esse “mais ou menos” como é que resolve com a régua e como foi que eles fizeram com papel?
P: E a régua?
P: E você aceitava essas soluções diferentes?
P: Então estas estratégias ajudaram.
P: Foram eles que inventaram com papel e régua?
P: A régua foi eles.
P: E eles já têm trabalhado muito com isso. Eles têm trabalhado muito com papel, como você referiu noutras entrevistas.
P: Por que a Alina propôs a adição a partir das centésimas, até chegar à unidade? Está lembrando disso? Ela começou do fim. Foi isso aqui que você repetiu? Depois o 25 mais o 17 mais o 3.
P: Foi aquela tarefa do cálculo mental. ……
P: Ela somou primeiro as centésimas ….
P: Tudo bem, isso não é relevante. Mas ela explicou direitinho, não foi?
P: MAS você pergunta veio de onde, daonde …

P: Mas aí agente não sabe o que é que ela disse. Mas ela fez certo.
P: Agora, como é isso aqui? Depois o 25 mais 17 mais 3? [ver o texto escrito]
P: Dava 46. E é? E dava? De onde é isso que eu não tô percebendo.
P: Como é que deu certo?
P: Mas tu dissesse que tava certo.
P: Tais lembrando?
P: Então não era esta expressão. É por isso que não bate.
P: Isso é do teste, né?
P: E então, como foi a comunicação entre os alunos e entre você e os alunos?
P: E essa questão do número. Maior, menor …
P: Humm.
P: E por que diziam 1?
P: Ah! E no começo, você partiu dos números inteiros, né?
P: Mas não delimitou, se eram só inteiros …
P: Hummm.
P: Por isso é que apareceu tantos números, né?
P: Você acha que ele conseguiu expressar bem o que estavam querendo?
P: No caso, foi cálculo mental mesmo? Eles não recorreram à escrita?
Mais comentários meus e de Luzia sobre a ruptura no contrato didáctico das actividades de cálculo mental. Esta ruptura ocorreu quando os alunos resolviam estas actividades usando o algoritmo.
P: O algoritmo.
P: Hummm.
P: Isso tava dando problema, não é?
P: E essa actividade que você fez com os cartões, ela ajuda exactamente a compreender o valor posicional, que foi um problema, não foi?
P: É melhor de aprender, né?

CONVERSA 2 – AULA 3 e AULA 4

DATA: 15/06/09
HORÁRIO: 10:00h – 11:00 h
PesquisaLuzia: P
Candidata a Professor de Matemática: CPM

P: O que você pretendia com estes questionamentos às respostas erradas dos alunos?
P: Sim. Com as respostas erradas a essas questões? A questão da centena.
P: Por que?
P: Mas depois você disse exacto, foi quando eu cortei.
P: Aquilo que o André disse foi o que você repetiu?
P: Porque no final você repete: é o que o André disse. [mostrei a ela o episódio transcrito]
P: Você vai dizendo então, vai pras dezenas, vai pras dezenas? Vai pras unidades, o A18 é o André. Você diz: vai pras unidades por que? Por que vai pras unidades? Aí ele diz, uma centena vai ficar cem vezes menor, né?

P: Deve ser isso, pela lógica. Eles não conseguem o raciocínio inverso, né?
P: Acho que não foi explorado as inversões, a soma com a subtracção, a multiplicação com a divisão. Mas isso já vem desde o 1.º ciclo, né?
P: Tudo isso eles já viram. Tá voltando que é espiral, não é?
P: Você deu o repeteco.
P: Esta interacção foi interessante. Ainda tem mais uma perguntinha. Para você, estas interacções verbais contribuíram para a compreensão do conceito de centena? P: Eu separei esse fragmento para perguntar. Neste fragmento da audiogravação, como encarou as respostas dos alunos? Tá lembrando das respostas deles aí?
P: Falaram em dezena.
P: O Tomé sempre percebe. Quem é que não percebe? É o Marco, não é?
P: Eu sempre vejo que o Tomé é um aluno ….
P: Pra confirmar.
P: Você acha que com isso os outros ficam convencidos?
P: Você tá querendo aproveitar a linguagem deles.
P: Isso aconteceu com a outra menina [CPM]
P: Como você, pra você como foram essas respostas deles? Como você percebeu? Como percebeu?
P: Então inseriram a cabeça da galinha foi? Alguns?
P: As respostas deles você achou fracas, né? Você esperava isso?
P: Mas eles não exploram desde as séries iniciais estes problemas. Problema mesmo? Por que esse era um problema, não era?
P: A resolução de problemas seria uma via pra isso, não é não?
P: É aquela visão antiga.
P: Eu pensei que aqui isso [a resolução de problemas] já estava bem consolidado. Pelo menos a nível de pesquisa já tá esgotado, mas na prática não.
P: Agora outra. Pronto. Por que a aluna respondeu 34?
P: Ela contou a vaca ou não contou?
P: Pois então, esqueceram que a vaca é vaca. [pausa] Vamos ver se você lembra nesse trecho aí. Por que não explorou a resposta 110? Tá Lembrando?
P: Esse aí também era referente ao problema das galinhas. A18 é o André. Alguém fala 110. [pausa] Quem é A17?
P: Por que?
P: Então isso não tem nenhuma explicação lógica.
P: Ah é? E o que é que você fazia em relação a isso?
P:Você tentava explorar ele, não é?
P: Pois então nesse caso ele tentava, mas não saia nada, não é? [pausa]
P: Ah! Ele veio ao quadro.
P:Você não percebia e ele veio ao quadro.
P: Como assim?
P: Você tava querendo forçar a barra.
P: Não foi tentativa e erro. Foi desenho. Pronto. E o que o A4 disse? Lembra?
P: Que tabela?
P: Era uma estratégia. Você achava que os alunos podiam apresentar?
P: Mas por que você achou que neste tipo de problema ia sair esta estratégia?
P: Mas já viu em algum momento?
P: Ele explorou a decomposição.
P: Naquele contexto.
P: Então a tabela era isso.

P:..três o quê?
P: Ah entendi.

GUIÃO DA ENTREVISTA APÓS O ESTÁGIO (SOBRE AUDIOGRAVAÇÃO) - Luzia)

Objectivos: Perceber o modo como o candidato a professor de Matemática reflecte sobre as suas experiências no estágio influenciaram o processo de comunicação oral nas aulas, nomeadamente a forma como (i) usa esta comunicação para regular o trabalho na aula, (ii) explica ideias matemáticas e promove a explicação de ideias matemáticas pelos alunos, (iii) negoceia significados de conceitos matemáticos e (iv) ajusta a prática de comunicação às características dos alunos.

Regulação (i)

AULA 4: -78:15 a -77:25; -52:58 a -50:23; -36:50 a -35:34; -23:25 a -21:00; -14:55 a -14:09; -5:55 a -5:00.

Em alguns momentos de suas aulas, nomeadamente na aula 4, a professora cooperante interferia na regulação da disciplina dos alunos, quando estes usavam a comunicação para se referir a assuntos não relacionados à aula de Matemática:

1. Como percebeu esta participação da professora cooperante nas suas aulas? Comente.
2. Esta interferência não se referia apenas à regulação, como podemos depreender do último fragmento da audiogravação. Como percebeu esta participação da professora cooperante? Comente.
3. Você referia-se sobre esta participação com a sua colega Diana e/ou com a professora tutora Sara? Se sim, o que elas diziam a respeito? Comente.
4. Nos anos anteriores do estágio ocorreu este tipo de interferência? Se sim, Comente.

Explicação (ii)

5. Você afirmou na Primeira Entrevista, que quando quer saber se os alunos compreenderam ou não um conceito matemático, não usa a comunicação oral para isto. Durante suas aulas no estágio do 4.º ano, sempre foi assim? Se sim, Por quê?

AULA 1: 00:00 a 9: 20

6. Comente as explicações dos alunos, nomeadamente a do aluno A6.

AULA 4:

7. Você afirma, na planificação da aula do dia 20 de Março, saber que o problema da pizzaria não era adequado para explicar a definição de múltiplo. No entanto, ao continuar a exploração deste problema, nesta aula, que tinha iniciado na aula

anterior, manteve a relação do mesmo com a definição de múltiplos e, embora elabore o questionamento planeado "Será 14 múltiplo de 3? Por quê?" a resposta dos alunos ainda está vinculada à tabuada. Por que não pensou em outra relação, para superar esta dificuldade do planeamento da tarefa?

8. Na reflexão escrita você refere que os alunos, nesta aula, estavam mais motivados. Por que afirmou isso?

9. Na p. 3 da reflexão escrita sobre a Aula 1, você refere a sua dificuldade em colocar questões aos alunos. Esta dificuldade foi reflectida com a professora cooperante e/ou a tutora? Se sim, comente.

10. Na p. 13, Aula 4, pedir para Luzia esclarecer o que o aluno A3 propôs.

Negociação de significados (iii)

AULA 1:

11. 22:25 a 22:50 Comente as interacções verbais entre você e os alunos, neste momento da aula. Para você, o quê não ficou muito claro? Por quê?

12. Em que a resposta do primeiro aluno contribuiu para o outro aluno responder correctamente?

13. Como encarou esta interacção?

AULA 3:

14. 60:00 a 61:45 Comente as interacções verbais entre você e os alunos, neste momento da aula. Para você, o quê não ficou muito claro? Por quê?

15. Como percebeu esta interacção?

AULA 4:

16. 42:00 a 52:39 Comente as interacções verbais entre você e os alunos, neste momento da aula.

17. De que modo estas interacções entre a professora e os alunos contribui para a compreensão da solução do problema?

18. Como encarou esta interacção?

Ajustamento aos alunos (iv)

AULA 1

19. 92:50 a 93:10 Neste momento você pede para a aluna repetir o que você disse. Por que fazia isso?

20. 21:20 a 22:06 Neste fragmento você pede para um aluno ajudar a aluna que não completou a resposta à sua pergunta? Por que você fazia isso? Fez em outros momentos de sua prática lectiva?

AULA 3

21. 30:55 a 31:40 Em outros momentos, durante a sua explicação, você pedia para um aluno explicar ao outro, por que fazia isso? Comente.

AULA 4

22. 28:00 a 29:00 Na tarefa de investigação, você respondeu à questão, por que? Comente?

23. 24:00 a 24:40 Neste fragmento você questiona um aluno. Por que fez isso? Comente.

24. 36:00 a 37:28 Agora neste momento da aula você repete a questão. Por que fez isso? Comente

25. 47:50 a 48:12 Neste fragmento você repete a resposta errada do aluno. Por que fez isso? Comente.

Questões gerais

32. A visão que tem actualmente, em relação à comunicação oral nas aulas de Matemática, é idêntica à que tinha no estágio ou mudou desde então?

33. Em que medida o estágio contribuiu para a evolução da sua visão da comunicação na sala de aula?

34. Que actividades do estágio contribuíram mais para o seu desenvolvimento no campo da comunicação oral na sala de aula?

35. A avaliação de cada aula: não há referência, nos documentos que possuo, sobre a planificação e a reflexão escrita, sobre o modo como você avaliava cada aula? Isto foi pedido pela tutora? Se sim, onde está?

36. Em que a estratégia desorganizada de tentativa e erro, usada por Luzia, difere daquela usada por Diana?

37. Como era o Problema da Família?

EXTRA:

3. Como eram as suas reflexões com a orientaLuzia de estágio? Em algum momento chegaram a reflectir sobre a prática de comunicação? Se sim, comente.
4. Como eram as suas reflexões com a tutora? Em algum momento chegaram a reflectir sobre a prática de comunicação? Se sim, comente.

Anexo 4 – Guião da Interpretação das Situações de Ensino

Objectivo: Conhecer as crenças dos professores em formação inicial, referentes ao processo de comunicação na sala de aula, no se refere à explicação e à negociação de significados, as que não consegui ter acesso durante as entrevistas.

Por causa de sua localização na metodologia, só elaborei as questões deste guião após a análise das entrevistas.

INTERPRETAÇÃO DE SITUAÇÃO DE ENSINO - Júlia

É importante que você escreva, ao final de cada situação, detalhadamente sua percepção sobre as passagens do video destacada, referentes às questões abaixo.

SITUAÇÃO 1

1. Como percebeu a comunicação do professor com a classe-inteira nos primeiros momentos da aula?

CD 1 – OS PRIMEIROS 15 MINUTOS .

2. Ao se deslocar pela sala, quando as duplas já estavam trabalhando na tarefa, como você percebeu as explicações do professor nas duplas?

SITUAÇÃO 2

COMEÇA NO CD 1 (2:07) E TERMINA NO CD 2 (ATÉ 10 MIN.)

3. Para você, a explicação do professor, no início da segunda situação, contribuiu para a compreensão da figura geométrica que o aluno está construindo? Por quê?

4. Como percebeu a interacção verbal entre o aluno e o professor?

SITUAÇÃO 3

(0:14 a 0:22)

5. A interacção verbal entre o professor e os alunos, na construção do rectângulo, em sua percepção, contribuiu para a aquisição do significado do problema? Por quê?

OBRIGADA PELA COLABORAÇÃO!

<u>INTERPRETAÇÃO DE SITUAÇÃO DE ENSINO - Luzia</u>

É importante que você escreva, ao final de cada situação, detalhadamente sua percepção sobre as passagens do video destacada, referentes às questões abaixo.

SITUAÇÃO 1

1. Como percebeu a comunicação do professor com a classe-inteira nos primeiros momentos da aula?

CD 1 – OS PRIMEIROS 15 MINUTOS.

2. Ao se deslocar pela sala, quando as duplas já estavam trabalhando na tarefa, como você percebeu as explicações do professor nas duplas?

SITUAÇÃO 2

COMEÇA NO CD 1 (2:07) E TERMINA NO CD 2 (ATÉ 10 MIN.)

3. Para você, a explicação do professor, no início da segunda situação, contribuiu para a compreensão da figura geométrica que o aluno está construindo? Por quê?

4. Como percebeu a interacção verbal entre o aluno e o professor?

SITUAÇÃO 3

(0:14 a 0:22)

5. A interacção verbal entre o professor e os alunos, na construção do rectângulo, em sua percepção, contribuiu para a aquisição do significado do problema? Por quê?

OBRIGADA PELA COLABORAÇÃO

Anexo 5 - Categorias de Análise

1- Comunicação e regulação

Aqui registo o modo como o candidato a professor de Matemática usa a comunicação para regular o trabalho nas aulas de Matemática. De sua prática de regulação enfatizo:

— As palavras ou frases usadas em seu discurso para regular o trabalho nas aulas.

2- Comunicação e desenvolvimento de significados

Registo as concepções e práticas de explicação do candidato a professor de Matemática. De sua prática referente à explicação enfatizo:

— As concepções manifestadas e as concepções activas;
— Os aspectos do conhecimento didáctico de Matemática emergentes durante a explicação; O conhecimento dos conteúdos de ensino; O conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem (as subcategorias: o papel das interacções, nomeadamente das interacções verbais, o papel dos conhecimentos prévios, as estratégias de raciocínio e as perspectivas em relação às capacidades dos alunos; O conhecimento do currículo; O conhecimento do processo instrucional (planificação, condução (monitorização);
— O tipo de explicação desenvolvido - instrucional ou disciplinar (as subcategorias: questões , exemplos e representações).
— O significado formal intrínseco e o significado referencial;
— As conexões estabelecidas entre as ideias matemáticas;
— As regras de contrato didáctico estabelecidas para a explicação;
— A explicação dos alunos (esta explicação será analisada como: procedimental; descreve acções sobre objectos matemáticos experiencialmente reais ou reflexiva);
— A reflexão sobre a prática de explicação.

3- Comunicação e experiências no estágio

Registo de sua experiência no estágio, que influência tais experiências tiveram nas concepções e nas práticas de comunicação da candidata a professora. Nestas experiências focalizo a análise nas seguintes relações das candidatas a professora:

— Prática lectiva;
— Candidata a professora com a orienta Luzia de estágio (universidade) ou com a professora cooperante (ESE);
— Candidata a professora com a colega de estágio;
— A tutora (ESE) e a professora da escola;
— Candidata a professora com a supervisora de educação (universidade) ou a tutora (ESE);

Tarefas das Aulas de Júlia

1ª AULA

ESCOLA SECUNDÁRIA IBN MUCANA

Ano Lectivo 2007/2008

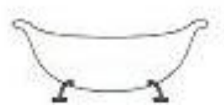
Ficha de Trabalho

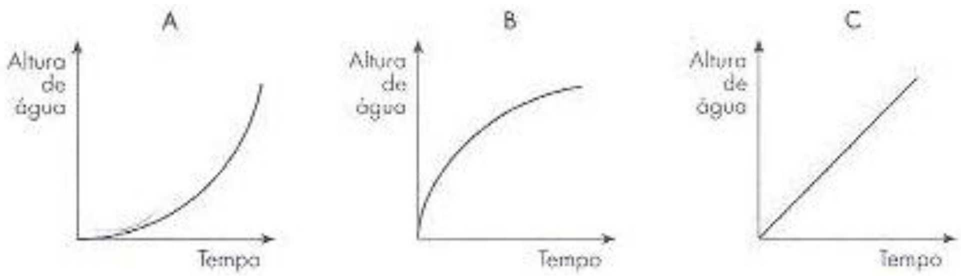
Matemática – 8º Ano

Análise Gráfica de Funções.

Aluno:____________________________ **nº:**____ **Turma:**___ **Data:**__________

1. A figura representa uma banheira, que está a ser cheia por uma torneira com fluxo constante.
   Qual dos gráficos descreve melhor o modo de enchimento da banheira?





2. Assinala com × o gráfico que pode ilustrar a relação entre a altura e a idade de uma pessoa, desde que nasce até atingir os **50 anos** de idade. Elabora uma pequena composição onde descrevas as razões pelas quais excluirias os outros três gráficos.

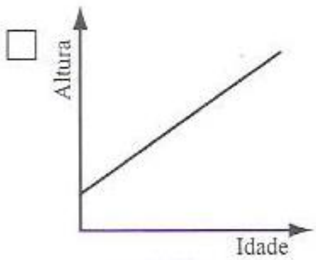


Gráfico A

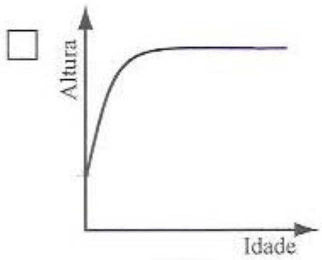


Gráfico B

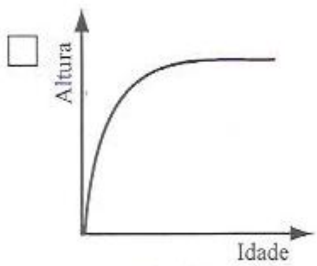


Gráfico C

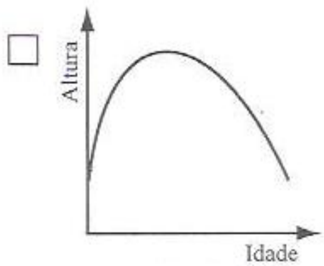


Gráfico D

3. Na aula de Geografia, a professora apresentou os dois gráficos seguintes, relativos à produção de resíduos domésticos em Portugal Continental.

Gráfico I

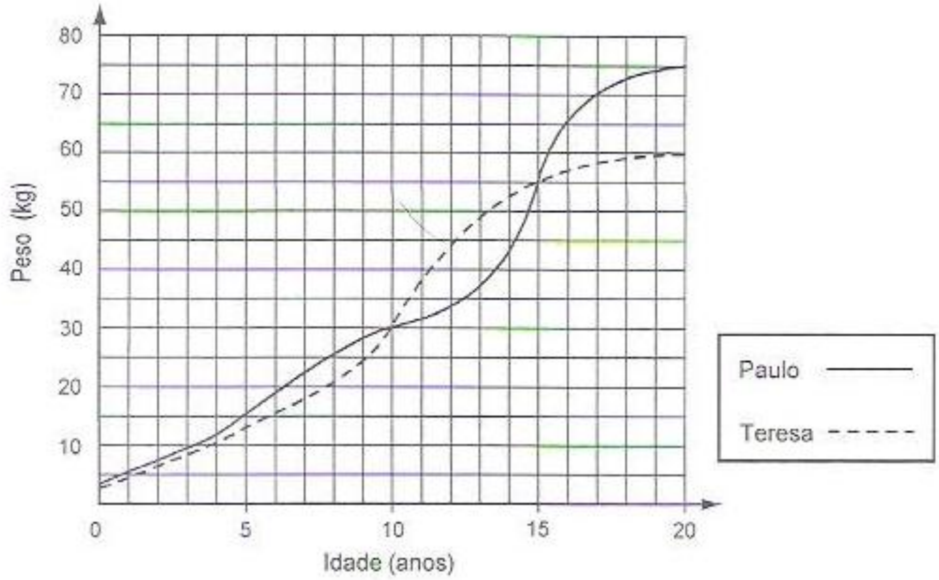
Gráfico II

3.1. Assinala com × a conclusão a que podes chegar a partir da análise dos gráficos.

- ☐ O gráfico II representa um crescimento real mais acentuado do que o gráfico I.
- ☐ O gráfico I representa um crescimento real lento, sendo o gráfico II uma representação incorrecta.
- ☐ O gráfico II representa um crescimento real muito brusco, sendo o gráfico I incorrecto.
- ☐ A aparente diferença de crescimento nos dois gráficos decorre da escolha de diferentes escalas.

3.2. Qual dos gráficos utilizarias se quizesses fazer uma campanha de sensibilização a favor da reciclagem do lixo? Explica a tua resposta.

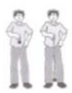
4. O Paulo e a Teresa são dois irmãos gémeos de 20 anos. Os seguintes gráficos permitem comparar a evolução dos pesos de ambos, ao longo dos seus anos de vida.



4.1. Com que **idades** o Paulo e a Teresa pesavam o mesmo?

4.2. Observa o gráfico e assinala com × a afirmação correcta sobre o **aumento de peso da Teresa**, **entre os 5 e os 10 anos** de idade.

- ☐ A Teresa aumentou mais do que 10 kg e menos do que 15 kg.
- ☐ A Teresa aumentou exactamente 15 kg.
- ☐ A Teresa aumentou mais do que 15 kg e menos do que 20 kg.
- ☐ A Teresa aumentou exactamente 20 kg.

5. O Álvaro tem o seu ioiô na mão e lança-o. Quando o lança pela **terceira vez**, o fio quebra-se e o ioiô cai no chão.
Assinala com × o gráfico que pode representar a variação da altura do ioiô, em relação ao chão, desde o momento em que o Álvaro o lança pela primeira vez, até cair ao chão. 

Elabora uma pequena composição onde descrevas as razões pelas quais excluirias os outros três gráficos.

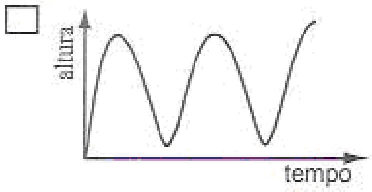


Gráfico A

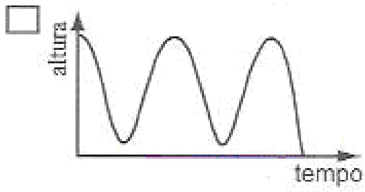


Gráfico B

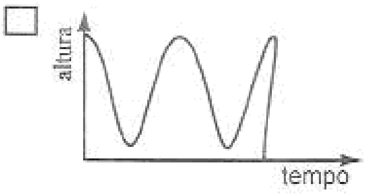


Gráfico C

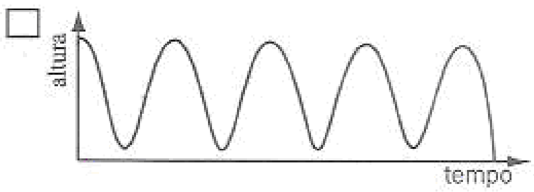
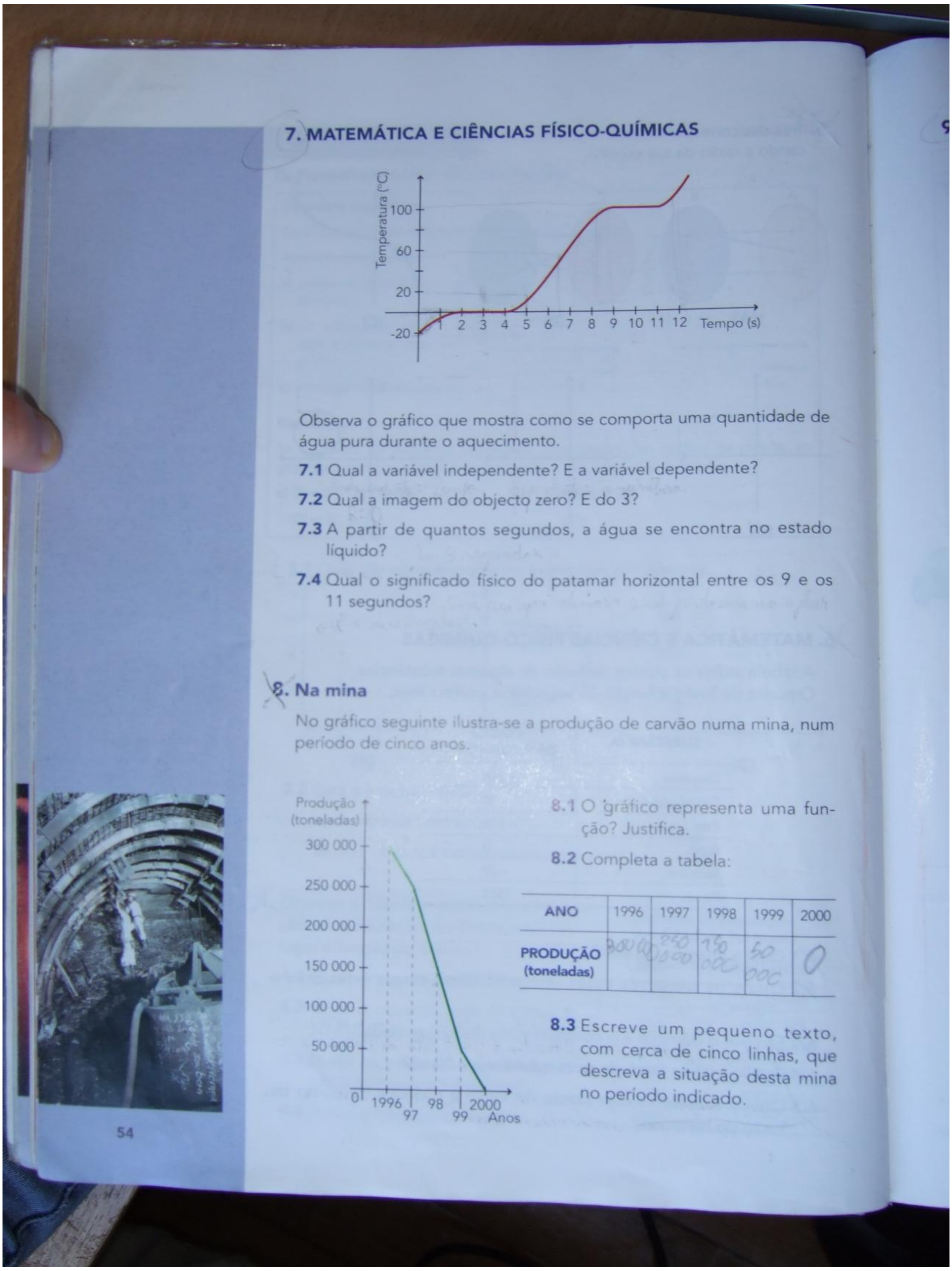


Gráfico D



7. MATEMÁTICA E CIÊNCIAS FÍSICO-QUÍMICAS

Observa o gráfico que mostra como se comporta uma quantidade de água pura durante o aquecimento.

7.1 Qual a variável independente? E a variável dependente?

7.2 Qual a imagem do objecto zero? E do 3?

7.3 A partir de quantos segundos, a água se encontra no estado líquido?

7.4 Qual o significado físico do patamar horizontal entre os 9 e os 11 segundos?

8. Na mina

No gráfico seguinte ilustra-se a produção de carvão numa mina, num período de cinco anos.

8.1 O gráfico representa uma função? Justifica.

8.2 Completa a tabela:

ANO	1996	1997	1998	1999	2000
PRODUÇÃO (toneladas)	300 000	250 000	150 000	50 000	0

8.3 Escreve um pequeno texto, com cerca de cinco linhas, que descreva a situação desta mina no período indicado.

54

2ª AULA

ESCOLA SECUNDÁRIA IBN MUCANA

Ano Lectivo 2007/2008

Ficha de Trabalho

A proporcionalidade directa como função $f(x) = kx$.

Aluno:________________________________ **nº:**_____ **Turma:**____ **Data:**______

1. Observa a figura:

1.1. Completa a seguinte tabela:

Número de pacotes ***n***	0	1	2	3	4	5	…
Custo em euros ***c***	0	1,5	3				
(***n***; ***c***)	(0;0)	(1; 1,5)	(2, 3)	(,)	(,)	(,)	

1.2. O custo das batatas fritas é directamente proporcional ao número de pacotes? Porquê? Qual é a constante de proporcionalidade directa e qual o seu significado no contexto da situação apresentada?

1.3. O custo ***c*** (em euros) pode ser relacionado com o número de pacotes ***n*** por meio de uma fórmula. Assinala com X a expressão que representa essa fórmula.

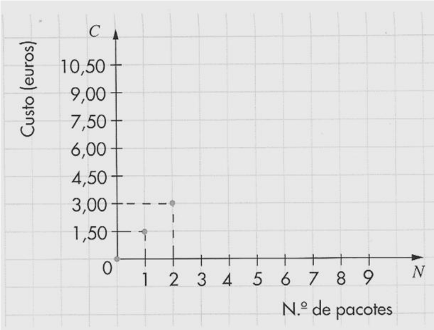
☐ $c = 1{,}5 + n$ ☐ $c = 1{,}5 \times n$ ☐ $c = 1{,}5$

1.4. A correspondência apresentada na tabela é uma função? Justifica.

Em caso afirmativo, indica a variável independente e a variável dependente.

1.5. No referencial cartesiano, acaba de marcar os pontos correspondentes a cada par de números (***n***, ***c***) da tabela.

1.6. Une os pontos que marcaste, a lápis. Estão todos sobre uma linha recta que passa pela origem do referencial?



<u>3ª AULA</u>

ESCOLA SECUNDÁRIA IBN MUCANA

Ano Lectivo 2007/2008

Matemática – 8º Ano	**Ficha de Revisões**
Semelhança de figuras. Teorema de Pitágoras. Equações Literais. Funções.	

Aluno: ______________________________ **nº:**_____ **Turma:**_____ **Data:** ____________

1. Num dos testes de Matemática realizado pela Maria e pelo Rui apresentava-se a seguinte questão:

> *O comprimento de cada um dos catetos de um triângulo rectângulo é, respectivamente, 3 e 6. Qual é a medida do comprimento da hipotenusa do mesmo triângulo?*
>
> *A.* $\sqrt{45}$ *B. 5* *C. 10* *D.* $\sqrt{18}$

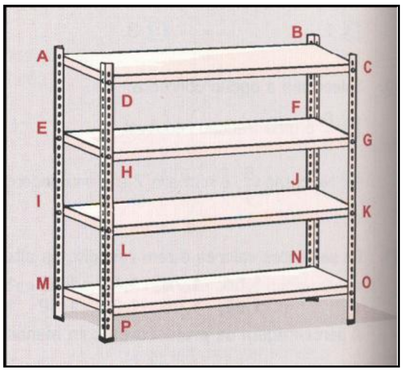
1.1. O Rui escolheu a opção *A*.

Verifica se o Rui respondeu correctamente. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

1.2. A Maria não conseguiu calcular a medida do comprimento da hipotenusa mas, mesmo assim, conseguiu eliminar cada uma das opções erradas.

Indica uma razão que a Maria possa ter utilizado para eliminar a **opção *B*** e uma outra razão para eliminar a **opção *C***.

2. O Paulo, para ordenar a sua colecção de livros resolveu colocar em sua casa uma estante em metal igual à da figura. Recorrendo aos pontos assinalados na figura, dá exemplos de:



2.1. Uma recta paralela a FG;

2.2. Uma recta perpendicular a DB;

2.3. Uma recta complanar com a recta MO.

3. A equação $k = \frac{8}{5}m$, onde *k* representa

quilómetros (*km*) e *m* milhas, permite converter muitas milhas terrestres em quilómetros.

3.1. Quantos quilómetros são 5 milhas terrestres?

3.2. Resolve a equação em ordem a *m*.

3.3. Quantas milhas terrestres são 100 *km*.

4. Diz-se que o ecrã de um televisor tem formato «4:3» quando é **semelhante** a um **rectângulo** com 4 *cm* de comprimento e 3 *cm* de largura.

O ecrã do televisor do Paulo tem formato «4:3» e a sua diagonal mede 70 *cm*. Determina o comprimento e a largura do ecrã.
Apresenta todos os cálculos que efectuares.

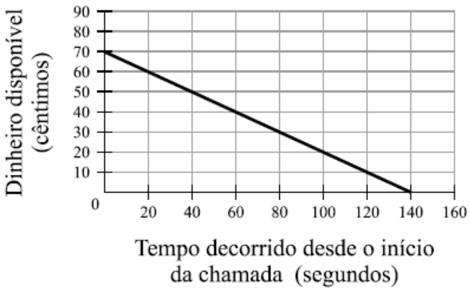
5. Para efectuar chamadas do seu telemóvel, para duas redes (*A* e *B*), o preço, **em cêntimos**, que o Paulo tem a pagar **por cada segundo** de duração de uma chamada é o seguinte:

Rede	Preço por segundo **(em cêntimos)**
A	$0{,}5$
B	$0{,}6$

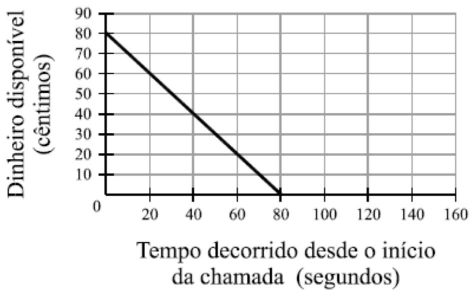
O Paulo tem 80 cêntmos disponíveis para efectuar chamadas do seu telemóvel. Após ter iniciado uma chamada **para a rede *A***, o dinheiro disponível foi diminuindo, até ser gasto na sua totalidade.

Qual dos gráficos que se seguem representa esta situação?

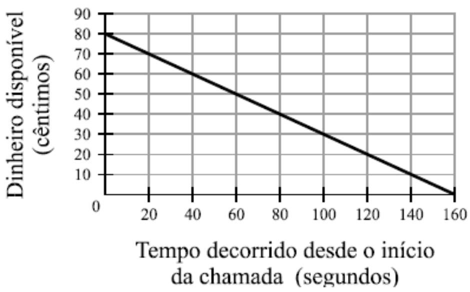
☐ Gráfico **A**



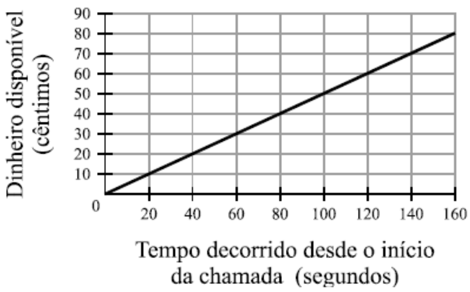
☐ Gráfico **B**



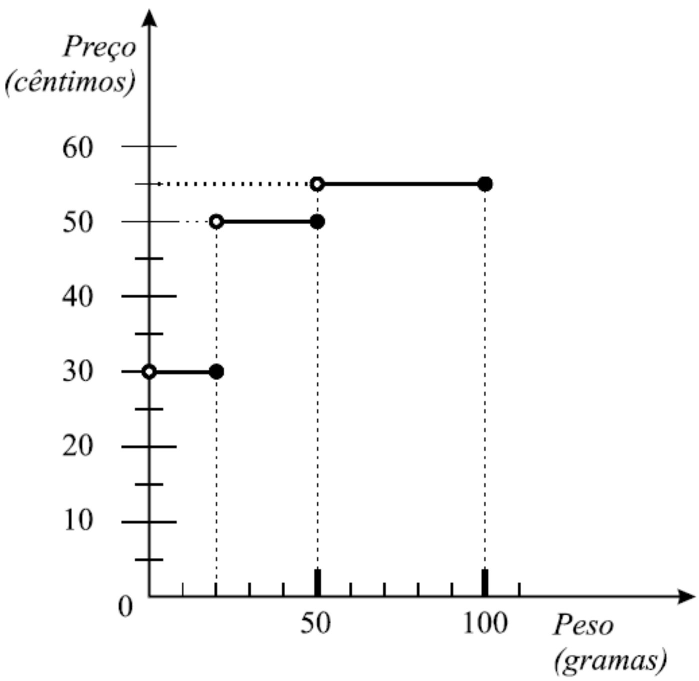
☐ Gráfico **C**



☐ Gráfico **D**



6. O gráfico que se segue mostra como o preço, em cêntimos, a pagar pelo envio de correspondência, em correio normal, para o território nacional, está relacionado com o peso, em gramas, dessa correspondência.



6.1. Para enviar um envelope por correio, com o convite para a sua festa de aniversário, a Maria teve de pagar 30 cêntimos.

Escreva **um valor possível** para o peso, em gramas, desta correspondência.

Não justifiques a tua resposta.

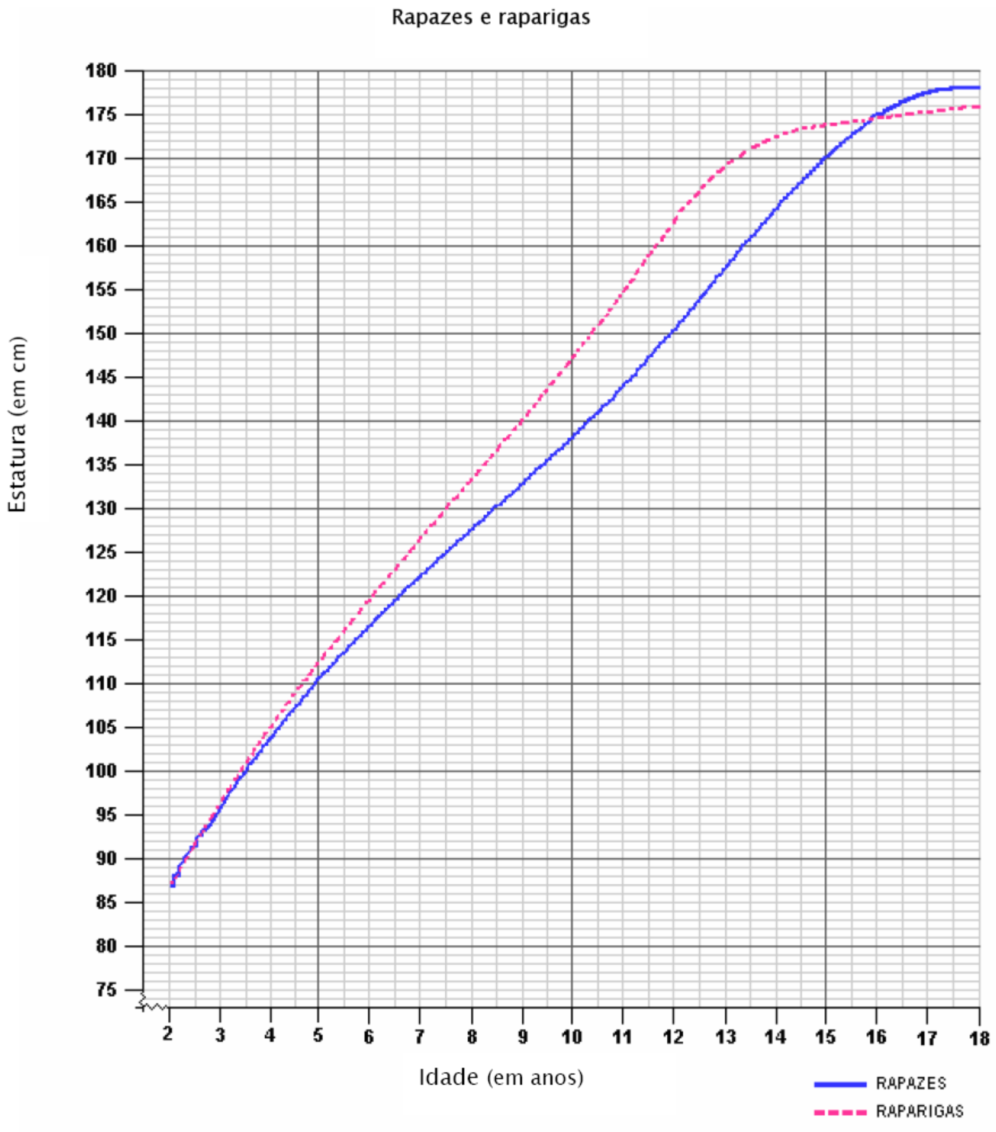
6.2. A Maria enviou o convite para a sua festa de aniversário para as suas duas primas gémeas. Quanto pagou a Maria por este envelope, sabendo que ele pesava 80 gramas?

6.3. As duas primas gémeas da Maria vão enviar-lhe, **cada uma**, um cartão de aniversário por correio. O cartão que uma delas escolheu pesa 16 g e o cartão que a outra escolheu pesa 19 g.

Cada uma tem um envelope que pesa 2 g, oferecido na compra do respectivo cartão.

Quanto vai pagar cada umas das gémeas?

7. Os gráficos seguintes relacionam a idade de raparigas e rapazes com a sua estatura.



Adaptado do Boletim de Saúde Infantil e Juvenil (Ministério da Saúde)

7.1. Ouve-se dizer muitas vezes que os homens são mais altos que as mulheres. Será que até aos 18 anos esta situação se verifica? Explica a tua resposta com base na informação dos gráficos anteriores.

7.2. Com que idade é que os rapazes ultrapassam a altura das raparigas?

7.3. Aos 15 anos, qual é a diferença entre as alturas das raparigas e dos rapazes? Apresenta todos os cálculos que efectuares.

4ª AULA

ESCOLA SECUNDÁRIA IBN MUCANA

Ano Lectivo 2007/2008

Ficha de trabalho – Lugares Geométricos 1

Matemática – 8º Ano

Aluno: ___________________________________ **Turma:**_________ **Data:**___________

1. Os jardineiros da escola construíram um canteiro com a ajuda de uma corda de 2 metros de comprimento que tem as pontas amarradas a duas estacas, como mostra a figura.

1.1. Como procederam os jardineiros?

1.2. Completa:

"No terreno ficou desenhada uma linha curva chamada ____________________, que vai limitar o canteiro de flores."

2. No teu caderno marca um ponto **P** à tua escolha.

2.1. Marca 4 pontos que **distem 3 cm** do ponto **P**.

2.2. Pinta a **azul** todos os pontos que **distam 3 cm** do ponto **P**.

2.3. Qual o nome do lugar geométrico que obtiveste?

3. Marca um ponto **O** no teu caderno.

3.1. Com uma cor à tua escolha pinta todos os pontos que estão a uma distância **inferior ou igual** a 4 cm do ponto **O**.

3.2. Qual o nome desse lugar geométrico?

4. Marca um ponto **Q** no teu caderno.

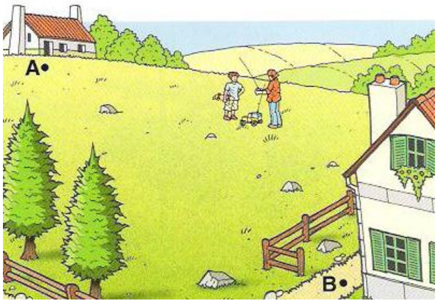
4.1. Pinta a **azul** os pontos que estão a uma distância **inferior ou igual** a 5 cm do ponto **Q**.

4.2. Pinta a **amarelo** os pontos que estão a uma distância **superior ou igual** a 3 cm do ponto **Q**.

4.3. Que nome dás ao lugar geométrico que aparece pintado a **verde**?

5. Dois amigos brincam todas as tardes no campo, perto das suas casas. Tentam sempre despedir-se num ponto que esteja a igual distância de cada uma das casas. Cada dia descobrem um novo ponto nestas condições.

   Faz como eles e vê se descobres alguns pontos que estejam a igual distância das suas casas (as duas casas estão representadas pelos pontos **A** e **B**).



6. Desenha no teu caderno um segmento de recta [AB] qualquer.

6.1. Assinala a **azul** o lugar geométrico dos pontos que são equidistantes de **A** e de **B**.

6.2. Assinala a **vermelho** o lugar geométrico dos pontos que estão mais próximos de **A** que de **B**.

6.3. Assinala a **verde** o lugar geométrico dos pontos que estão mais próximos de **B** que de **A**.

7. Num referencial cartesiano marca os pontos *A* (3,2) e *B* (3, 6).

7.1. Marca um ponto que diste 2 unidades de *A* e indica as suas coordenadas.

7.2. Assinala a **azul** lugar geométrico dos pontos cuja distância a *B* é inferior ou igual a 3 unidades.

7.3. Pinta de **vermelho** o lugar geométrico dos pontos cuja distância a *A* é inferior ou igual a 2 unidades e cuja distância a *B* é inferior ou igual a 3 unidades.

7.4. Pinta de **verde** o lugar geométrico dos pontos cuja distância a *A* é inferior ou igual a 2 unidades e cuja distância a *B* é superior ou igual a 3 unidades.

8. O Paulo está no ponto **P**. Se ele seguir a uma distância sempre igual aos dois lados do ângulo marcado, encontra a sua irmã.

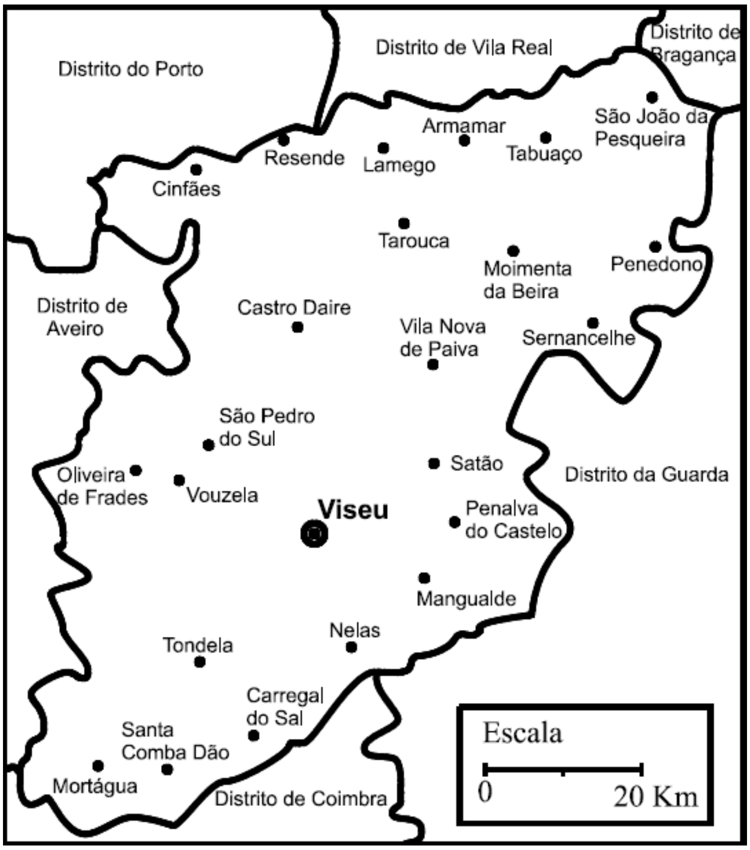
P 

8.1. Traça o percurso que o Paulo terá que fazer.

8.2. Qual o nome do lugar gemétrico que obtiveste?

9. A Marta aderiu a um tarifário telefónico da rede fixa que só lhe permite efectuar chamadas regionais. Sabendo que a Marta mora em São Pedro do Sul, assinala no mapa a zona correspondente às chamadas regionais que a Marta pode efectuar.

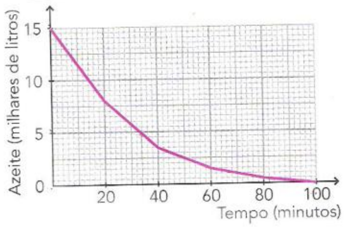
   Consideram-se chamadas regionais aquelas cuja distância do emissor é superior ou igual a 15 km e inferior ou igual a 35 km.



9. O lagar

Um lagar de azeite cheio leva 15 000 litros de azeite.
O gráfico mostra o seu esvaziamento.

Esvaziamento de um lagar de azeite



9.1 Trata-se de uma função? Justifica.

9.2 Indica a variável independente e a variável dependente.

9.3 Quantos litros de azeite tinha o lagar quando se começou a esvaziar?

9.4 Quanto tempo demorou a esvaziar o lagar?

9.5 Ao fim de 50 minutos, quanto azeite havia ainda no lagar?

9.6 Ao fim de quanto tempo podemos afirmar: «Já só falta esvaziar um terço do azeite»?

9.7 Com os dados do gráfico, completa a tabela:

TEMPO (minutos)	0		60	100
AZEITE (litros)		2500		

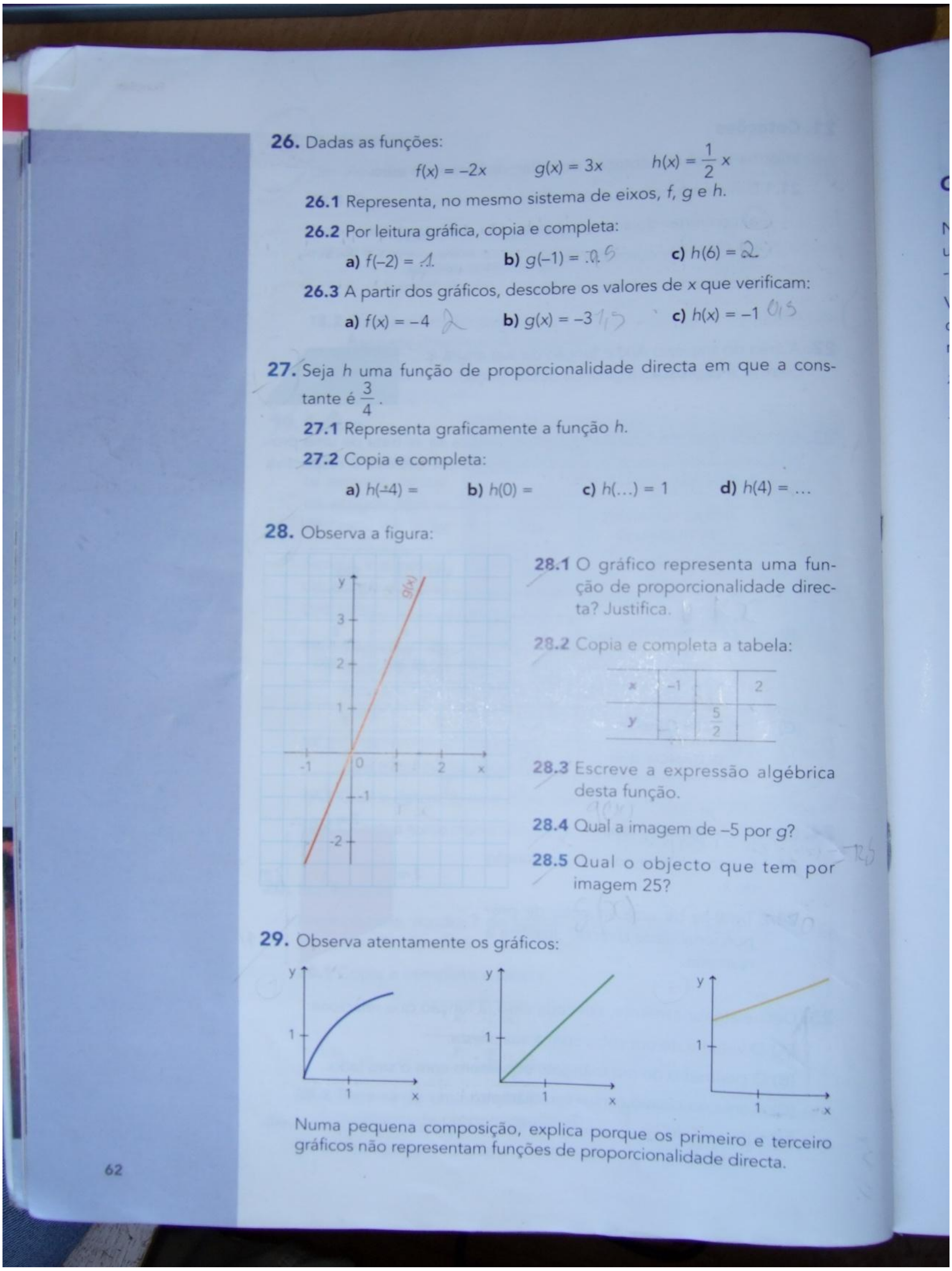
10. Um rectângulo, medindo **c** cm por ℓ cm, tem de área 36 cm^2. A tabela dá diferentes valores de ℓ e os correspondentes valores de **c**.

10.1 Copia e completa a tabela:

ℓ (cm)	1	2		
c (cm)	36		9	1,5

10.2 Assinala os pontos da tabela num sistema de eixos cartesianos. Unindo esses pontos, desenha a curva representativa da correspondência. Trata-se de uma função? Justifica.

10.3 Usa o gráfico para estimar o valor de **c** para $\ell = 3$ cm . Verifica algebricamente o valor encontrado.



26. Dadas as funções:

$f(x) = -2x \qquad g(x) = 3x \qquad h(x) = \frac{1}{2}x$

26.1 Representa, no mesmo sistema de eixos, *f*, *g* e *h*.

26.2 Por leitura gráfica, copia e completa:

a) $f(-2) =$ 1 **b)** $g(-1) =$ 0,5 **c)** $h(6) =$ 2

26.3 A partir dos gráficos, descobre os valores de *x* que verificam:

a) $f(x) = -4$ 2 **b)** $g(x) = -3$ 1,5 **c)** $h(x) = -1$ 0,5

27. Seja *h* uma função de proporcionalidade directa em que a constante é $\frac{3}{4}$.

27.1 Representa graficamente a função *h*.

27.2 Copia e completa:

a) $h(-4) =$ **b)** $h(0) =$ **c)** $h(\ldots) = 1$ **d)** $h(4) = \ldots$

28. Observa a figura:

28.1 O gráfico representa uma função de proporcionalidade directa? Justifica.

28.2 Copia e completa a tabela:

x	−1		2
y		$\frac{5}{2}$	

28.3 Escreve a expressão algébrica desta função.

28.4 Qual a imagem de −5 por *g*?

28.5 Qual o objecto que tem por imagem 25?

29. Observa atentamente os gráficos:

Numa pequena composição, explica porque os primeiro e terceiro gráficos não representam funções de proporcionalidade directa.

62

Tarefas das Aulas de Luzia

1ª AULA

Escola Básica 2,3 Professor Pedro D'Orey da Cunha – Damaia
Ficha de Avaliação Sumativa
5º I - Matemática

Nome: ______________________ Data: ____ /____ /____

Professora: ______________________ Avaliação: __________

I – Cálculo Mental

1. Efectua o cálculo mentalmente e descreve como o fizeste.

Expressão	Explica como pensaste
1.1) $17{,}05 + 25 + 3{,}95 = \boxed{}$	
1.2) $1400 + 28 + 472 = \boxed{}$	

II – Estatística

1. Na turma do Manuel quiseram saber qual o filme preferido de cada aluno. Os dados recolhidos foram os seguintes:

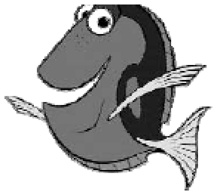
Os incríveis, À procura de Nemo, Carros, À procura de Nemo, Carros, Carros, WALL-E, Os incríveis, WALL-E, WALL-E, Ratattouille, Carros, Os incríveis, WALL-E, WALL-E, Ratatouille, Monstros e Companhia e WALL-E.

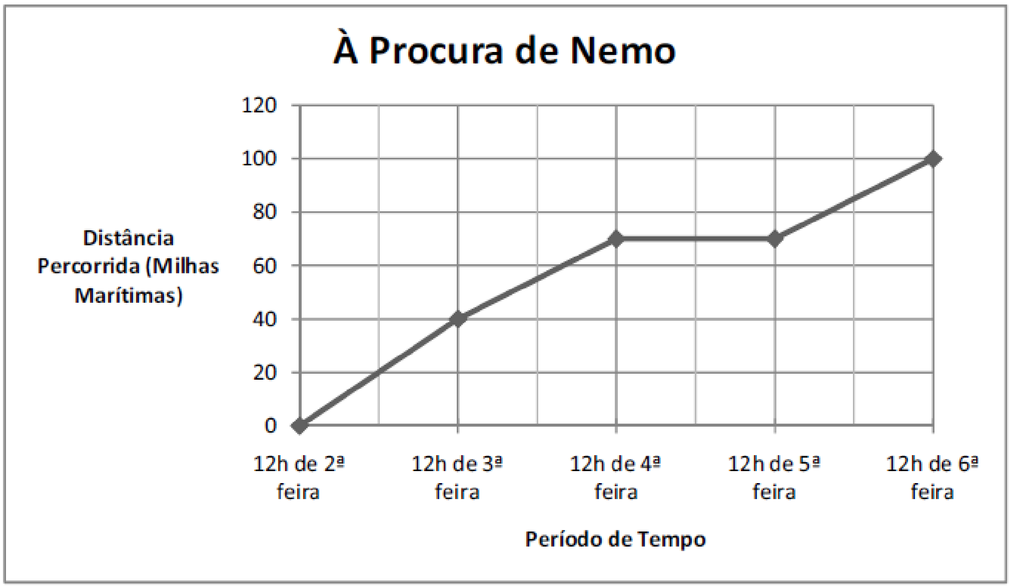
1.1. Para organizares estes dados, constrói uma tabela de frequências.

1.2. Agora que já tens os dados todos organizados, constrói um gráfico de barras.

Não te esqueças de dar um título ao gráfico.

2. O pai do Nemo percorreu uma grande distância à procura do filho. O gráfico que se segue indica a distância percorrida de um dia para outro, até o Nemo ser encontrado.





1 milha marítima ≈ 1,9 Km

2.1. Como podes verificar, o pai do Nemo não percorreu toda a distância de uma só vez. Quantos dias demorou até encontrar o filho? Justifica.

2.2. Quantas milhas marítimas percorreu entre 3ª e 5ª feira? Justifica.

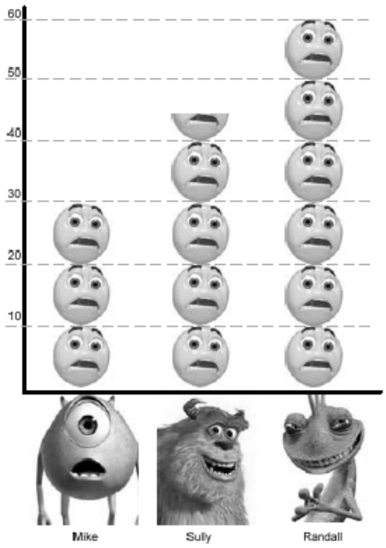
2.3. Quando é que o pai do Nemo descansou? Justifica.

2.4. Estima um valor aproximado para a distância que o pai do Nemo percorreu em quilómetros.

(recorda que $1\ milha\ marítima\ \approx 1{,}9\ Km$)

3. Na empresa *Monstros e Companhia* foram distinguidos 3 prémios para os melhores trabalhadores do mês de Dezembro. O pictograma que se segue indica as classificações dos monstros que mais sustos pregaram.

Frequência de Sustos



3.1. A que monstro foi atribuído o prémio de monstro do mês? Justifica.

____
____
____
____

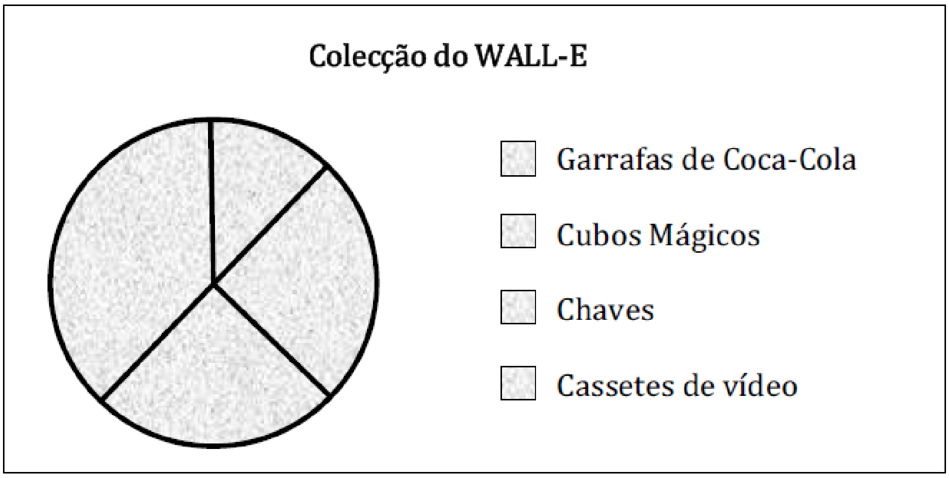
3.2. Quantas crianças assustou o 2º classificado? Justifica.

____
____
____
____

3.3. Quantos sustos pregou o 1º classificado a mais que o 2º classificado?

____
____
____
____

4. WALL-E é um robô que foi deixado no planeta Terra para o limpar de todo o lixo produzido pelos humanos, enquanto isso, todos os humanos foram viver para uma estação espacial. Enquanto limpava, WALL-E recolhia alguns objectos para a sua colecção. O seu melhor amigo, uma baratinha de estimação, organizou todos os objectos e construiu o seguinte gráfico no chão:

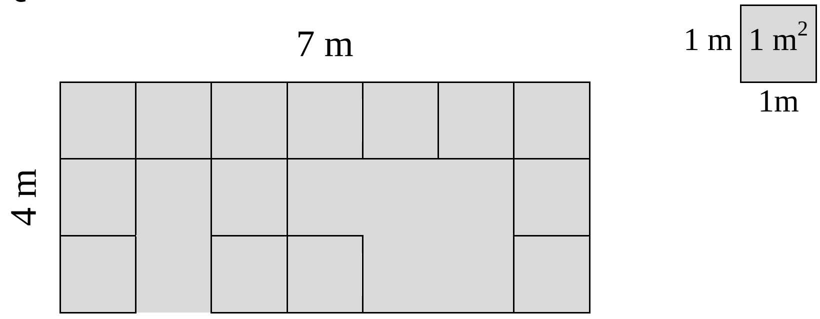


4.1. Como não tinha cores para pintar, não sabemos a que parte do gráfico corresponde cada objecto. Pinta cada parte do gráfico e a legenda correspondente, sabendo que:

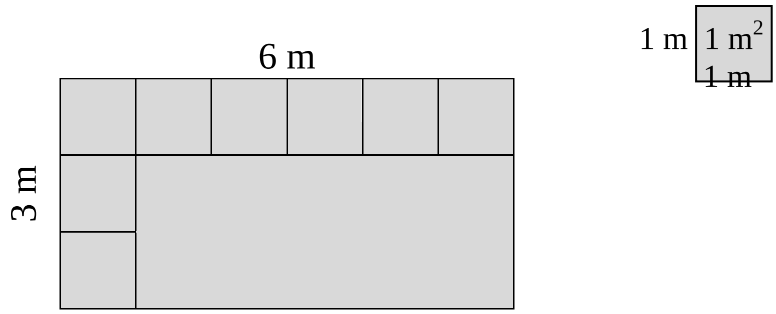
4.1.1. Na colecção havia mais garrafas de Coca-Cola do que outro objecto.
4.1.2. Havia tantos cubos mágicos como cassetes de vídeo.

4.2. Inventa uma pergunta que possa ser respondida pelo gráfico.

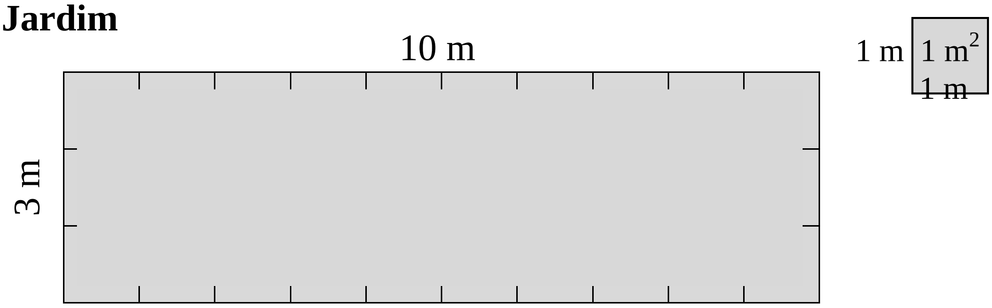
Quarto

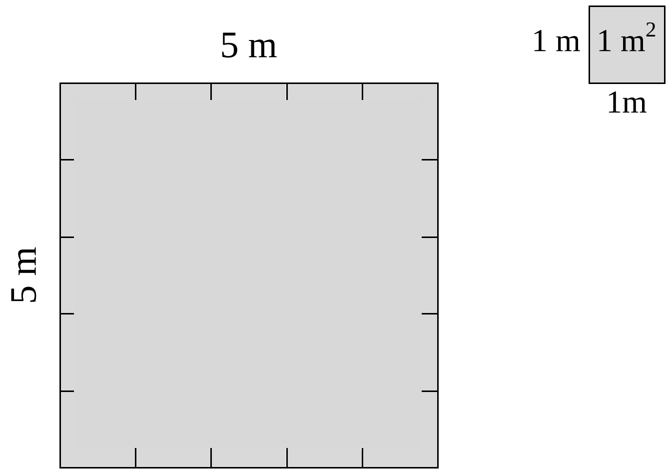


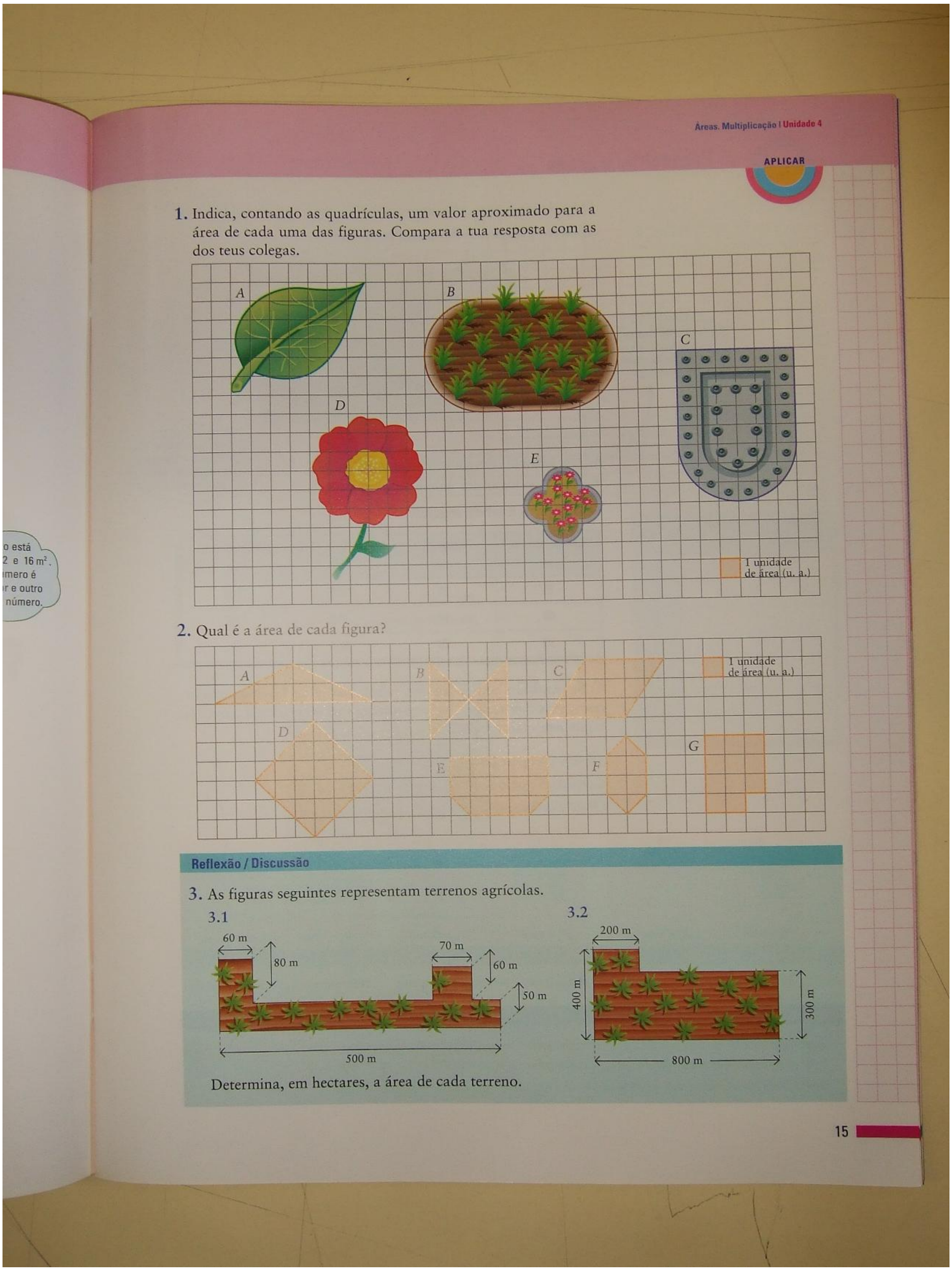
Escritório



Jardim







Áreas. Multiplicação | Unidade 4

APLICAR

1. Indica, contando as quadrículas, um valor aproximado para a área de cada uma das figuras. Compara a tua resposta com as dos teus colegas.

o está
2 e 16 m².
ımero é
r e outro
número.

2. Qual é a área de cada figura?

Reflexão / Discussão

3. As figuras seguintes representam terrenos agrícolas.

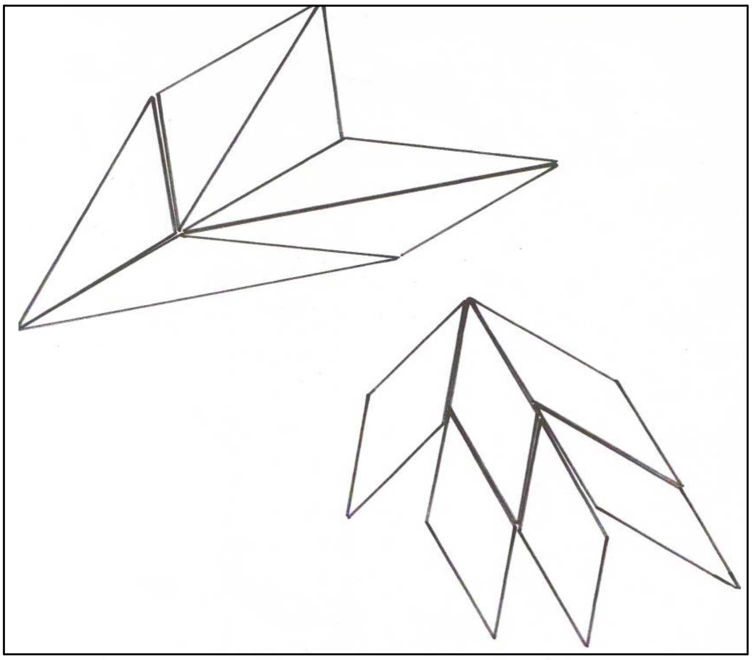
3.1

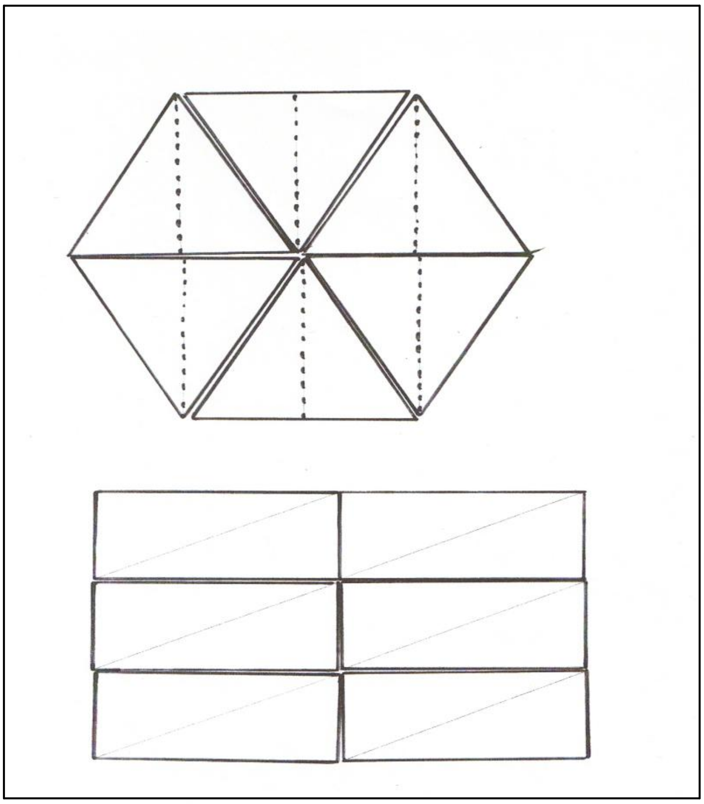
3.2

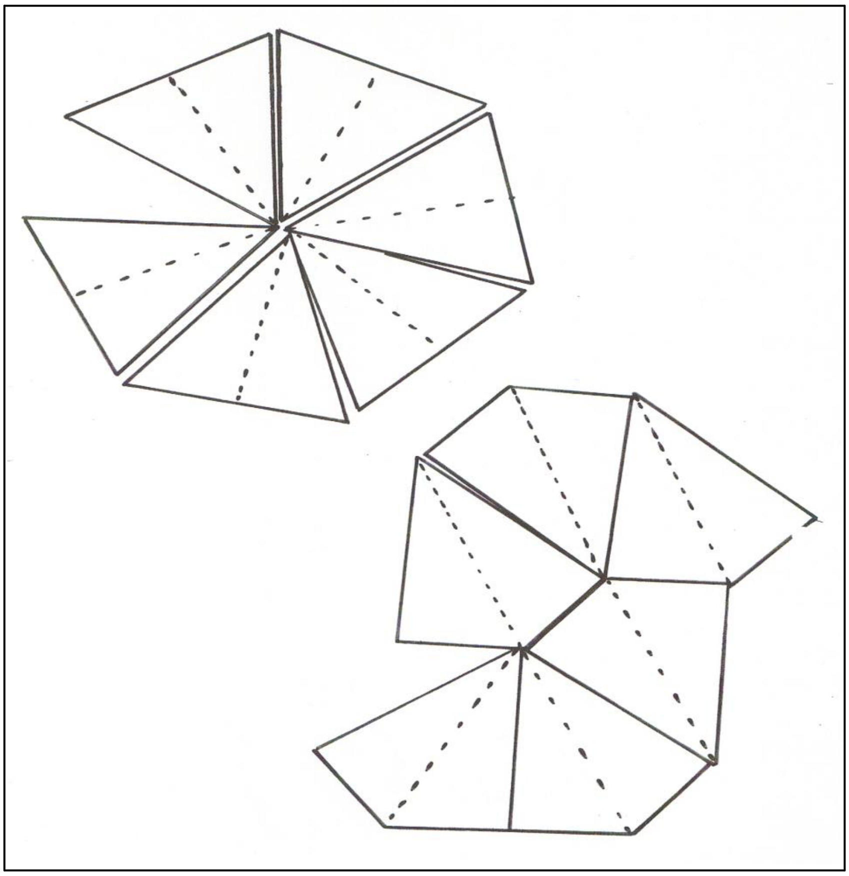
Determina, em hectares, a área de cada terreno.

15

2ª AULA – As Pavimentações







3ª AULA

A Pizzaria

O Alfredo é cozinheiro e trabalha na pizzaria Ciao Ragazza. Tem sempre muitos clientes e, por isso, prepara as pizzas antes que os clientes cheguem, para não terem de esperar.

Ele alinha 20 bases de pizzas com queijo e tomate e coloca Frango de 2 em 2 pizzas, a começar pela segunda.

Depois, coloca ananás de 3 em 3 pizzas, a começar na 3ª pizza.

Quais as pizzas que têm frango? E as que têm ananás? Há alguma pizza com estes dois ingredientes?

4ª AULA

A Fuga das galinhas

Um dia antes de fugirem da quinta, as galinhas resolveram tirar uma fotografia juntamente com as vacas.
Na foto tirada por uma das vacas podiam contar-se 34 patas. Na foto tirada por uma das galinhas viam-se 13 cabeças.
Quantas galinhas e quantas vacas haviam na quinta?

Cabeças	Patas
14	38

N.º de cabeças Galinhas + vacas	N.º de patas Galinhas + vacas	N.º de galinhas	N.º de vacas
13 + 1 = 14	26 + 4 = 30	13	1
12 + 2 = 14	24 + 8 = 32	12	2
11 + 3 = 14	22 + 12 = 34	11	3
10 + 4 =14	20 + 16 = 36	10	4
9 + 5 =14	**18 + 20 = 38**	**9**	**5**

Na quinta havia 9 galinhas e 5 vacas.

Um dia antes de fugirem da quinta, as galinhas resolveram tirar uma fotografia juntamente com as vacas. Na foto tirada por uma das vacas podiam contar-se 34 patas. Na foto tirada por uma das galinhas viam-se 13 cabeças. Quantas galinhas e quantas vacas haviam na quinta?

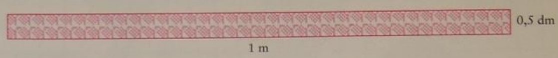
3 O Pedro tem 45 ha de mata.

O Pedro tem:

(A) 45 km^2 de mata; **(B)** 450 000 m^2 de mata;

(C) 4500 m^2 de mata; **(D)** 45 dam^2 de mata.

4 A medida, em decímetros quadrados, do rectângulo representado na figura é:



(A) 50 ; **(B)** 5 ; **(C)** 0,5 ; **(D)** 500 .

5 O Aníbal comprou um terreno, com 350 metros de comprimento e 100 metros de largura, por 32 000 euros.

A área do terreno é:

(A) 32 000 m^2 ; **(B)** 35 000 m^2 ; **(C)** 3 200 000 m^2 ; **(D)** 32 450 m^2 .

6 A figura é formada por dois quadrados.

Qual das seguintes expressões permite calcular a área da figura?

(A) $7^2 + 2^2$;

(B) $5^2 - 2^2$;

(C) $(2 + 3)^2$;

(D) $5^2 + 2^2$.

7 O valor numérico da expressão $25 + 3 \times (2^3 - 3)^2$ é:

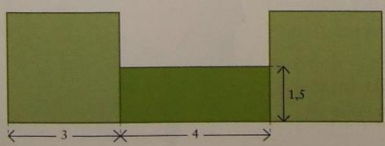
(A) 100 ; **(B)** 49 ; **(C)** 26 ; **(D)** 50 .

8 O triplo da soma de seis com dez é:

(A) $3 \times 6 + 10$; **(B)** $3 \times (6 \times 10)$;

(C) $3 + 6 \times 10$; **(D)** $3 \times (6 + 10)$.

9 A figura representa um rectângulo e dois quadrados geometricamente iguais.



A área da figura é dada por:

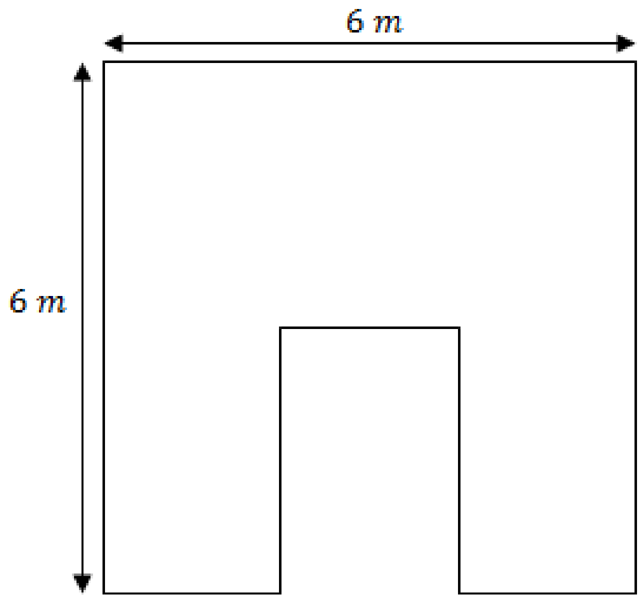
(A) $2 \times 3 + 4 \times 1,5$; **(B)** $2 \times 3 \times 4 \times 1,5$;

(C) $3^2 \times 2 + 4 \times 1,5$; **(D)** $2 \times 3 \times 3 + 4$.

AULA EXTRA

O jardim da Sofia

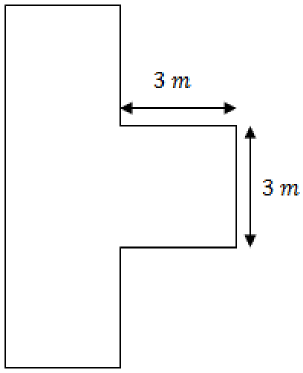
A casa da Sofia tem um jardim, assim como a casa da Ana e a casa da Mara. Cada uma está convencida de que o seu jardim é o maior. Calcula a área do jardim da Sofia e prova às suas amigas que estão enganadas.




Como podes calcular a área de figuras irregulares?

O jardim da Mara

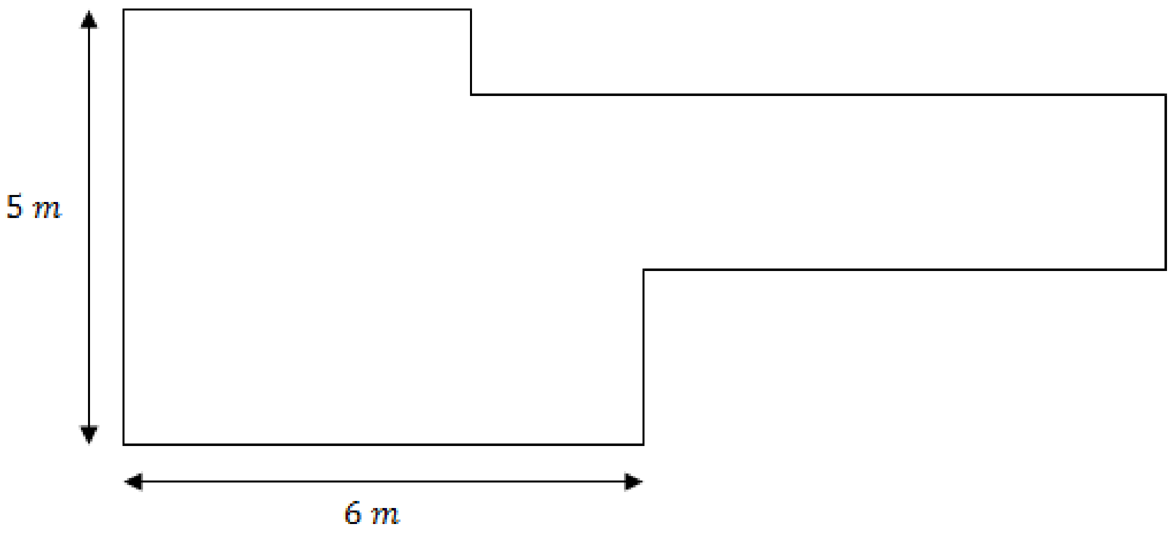
A casa da Mara tem um jardim, assim como a casa da Sofia e a casa da Ana. Cada uma está convencida de que o seu jardim é o maior. Calcula a área do jardim da Mara e prova às suas amigas que estão enganadas.



Como podes calcular a área de figuras irregulares?

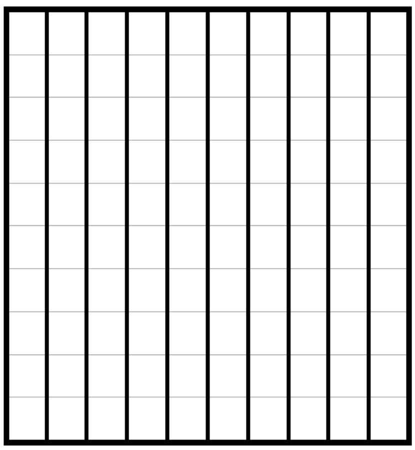
O jardim da Ana

A casa da Ana tem um jardim, assim como a casa da Sofia e a casa da Mara. Cada uma está convencida de que o seu jardim é o maior. Calcula a área do jardim da Ana e prova às suas amigas que estão enganadas.

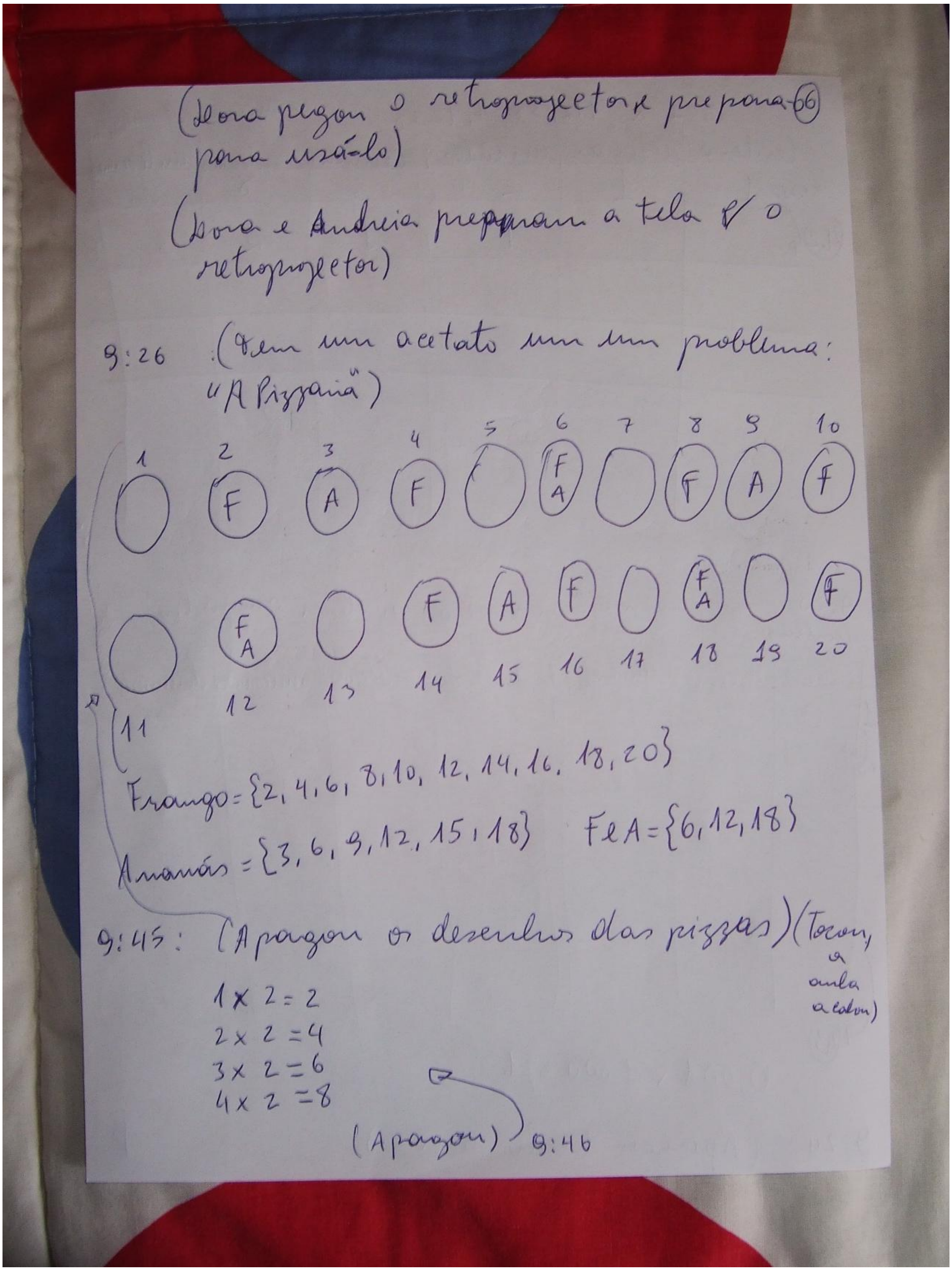


Como podes calcular a área de figuras irregulares?

O Quadrado das Centésimas



NOTAS DE CAMPO DA QUARTA AULA (O *problema da fuga das galinhas*)



(Ilona pegou o retroprojetor e prepara para usá-lo) 66

(Ilona e Andreia preparam a tela p/ o retroprojetor)

9:26 (Tem um acetato com um problema: "A Pizzaria")

1 2 F 3 A 4 F 5 6 F A 7 8 F 9 A 10 F

11 12 F A 13 14 F 15 A 16 F 17 18 F A 19 20 F

Frango = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

Ananás = {3, 6, 9, 12, 15, 18} F e A = {6, 12, 18}

9:45: (Apagou os desenhos das pizzas) (Tocou, a aula acabou)

1 × 2 = 2
2 × 2 = 4
3 × 2 = 6
4 × 2 = 8

(Apagou) 9:46