

N.º 04-065568-8

45570-7985 053 1997



UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM: Economia Monetária e Financeira

**A CURVA DE RENDIMENTOS
E A POLÍTICA ORÇAMENTAL**

Maria Luís Casanova Morgado Dias

Orientação: Prof. Doutor Nuno Cassola

Júri:

Presidente: Doutor Jorge Manuel Azevedo Henriques dos Santos

Vogais: Doutor Bernardino Manuel Pereira Adão

Doutor Nuno José Dores Cassola e Barata

Junho/1997

RESUMO



O presente trabalho insere-se no actual contexto de contenção orçamental nas economias europeias, na preparação para a terceira fase da União Económica e Monetária.

São analisados os efeitos de políticas orçamentais restritivas, permanentes e temporárias, antecipadas e não antecipadas, sobre a curva de rendimentos. Consideram-se três modelos dinâmicos, dois do tipo IS/LM, um em economia fechada e um em economia aberta, e um modelo de optimização intertemporal, em economia fechada.

A partir da evolução temporal das taxas de juro de curto e de longo prazos determinada no contexto de cada modelo, na sequência de cada choque específico, são traçados os perfis das curvas de rendimentos resultantes.

Apenas o modelo tipo IS/LM em economia fechada parece indicar eficácia da política orçamental, sendo a ineficácia nos outros modelos resultante de equivalência ricardiana, no modelo de optimização intertemporal, e de crowding-out total pelas exportações líquidas no modelo IS/LM em economia aberta.

A conclusão mais importante é que uma política orçamental restritiva temporária não produz efeitos sobre o equilíbrio da economia de longo prazo.

PALAVRAS - CHAVE

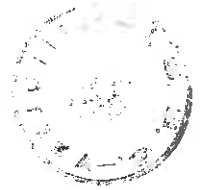
Política orçamental

Curva de rendimentos

Modelos dinâmicos

Mecanismos de transmissão

Eficácia das políticas



SUMMARY

Recently, most of the European economies have been pursuing fiscal discipline, in preparing for the third stage of the Economic and Monetary Union.

The effects of restrictive fiscal policies, both permanent and temporary, anticipated and non-anticipated, on the yield curve are analysed here. In order to do so, the impact of a fiscal contraction is studied within three different dynamic models, two of which being IS/LM type, and the third considering an intertemporal optimization framework. One of the IS/LM type models, being in an open economy, assumes flexibility of the exchange rate.

From the term structure of interest rates derived in each case, different yield curves are obtained, depending upon the particular disturbance subject to analysis.

Only the IS/LM model in a closed economy seems to indicate some effectiveness of the fiscal policy. In the intertemporal optimization context problems of ricardian equivalence arise from the assumptions, while in the IS/LM model of an open economy, changes in the public spending level are totally crowded out by net exports.

KEY WORDS

Fiscal policy

Yield curve

Dynamic models

Transmission mechanisms

Policy effectiveness

ÍNDICE

Lista de quadros e figuras	6
Agradecimentos	10
I. Introdução	11
II. Modelo de Turnovsky e Miller	19
II.1. Apresentação do modelo	19
II.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico	22
II.3. Contracção orçamental permanente não anunciada	27
II.4. Contracção orçamental permanente anunciada	30
II.5. Contracção orçamental temporária	32
III. Modelo de Fisher e Turnovsky	36
III.1. Apresentação do modelo	36
III.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico	39
III.3. Política orçamental restritiva permanente não anunciada	47
III.4. Contracção orçamental permanente anunciada	50
III.5. Contracção orçamental temporária	53
IV. Modelo de Turnovsky	59
IV.1. Apresentação do modelo	59
IV.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico	61
IV.3. Contracção orçamental doméstica não anunciada	63
IV.4. Decréscimo anunciado permanente nas despesas públicas	64
IV.5. Contracção orçamental temporária	68
V. Curvas de Rendimentos - Análise Comparativa	72
V.1. Contracção orçamental permanente não anunciada	76
V.1.1. Modelo de Turnovsky e Miller	76
V.1.2. Modelo de Fisher e Turnovsky	77
V.1.3. Modelo de Turnovsky	78
V.2. Contracção orçamental permanente anunciada	78
V.2.1. Modelo de Turnovsky e Miller	78
V.2.2. Modelo de Fisher e Turnovsky	79
V.2.3. Modelo de Turnovsky	82

V.3. Contracção orçamental temporária	83
V.3.1. Modelo de Turnovsky e Miller	85
V.3.2. Modelo de Fisher e Turnovsky	85
V.3.3. Modelo de Turnovsky	88
V.4. Análise comparativa	90
VI. Sumário e Conclusões	93
 ANEXOS	
A.I. Metodologia base se resolução de um modelo dinâmico	99
A.II. Modelo de Turnovsky e Miller	112
A.III. Modelo de Fisher e Turnovsky	114
A.IV. Modelo de Turnovsky	116
 Bibliografia	 121

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

1. QUADROS

I - Modelos dinâmicos da curva de rendimentos

II - Modelos tipo IS/LM em economia fechada

2. FIGURAS

II.1 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as curvas IS e LM de uma contracção orçamental

II.2 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada

II.3 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva não anunciada

II.4 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente anunciada

II.5 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente anunciada

II.6 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental expansionista anunciada

II.7 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental expansionista anunciada

II.8 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva temporária

II.9 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária

III.1- Modelo de Fisher e Turnovsky - Diagrama de fases

III.2 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada

III.3 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada

III.4 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente anunciada

III.5 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente anunciada

III.6 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma contracção orçamental temporária

III.7 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária

IV.1 - Modelo de Turnovsky - Efeitos de uma contracção orçamental permanente (não) anunciada

IV.2 - Modelo de Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental permanente anunciada



IV.3 - Modelo de Turnovsky - Efeitos de uma contracção orçamental temporária

IV.4 - Modelo de Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária

V.1 - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente não anunciada

V.2 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente não anunciada

V.3 - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada

V.4 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada - Período intermédio curto

V.5 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada - Período intermédio longo

V.6 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada - R diminui no curto prazo

V.7 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada - R aumenta no curto prazo

V.8 - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária

V.9 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária curta

V.10 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária longa

V.11 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária - R diminui no curto prazo

V.12 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária - R aumenta no curto prazo

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, ao meu orientador, Prof. Doutor Nuno Cassola, pela disponibilidade que sempre manifestou, bem como pela forma como me guiou e incentivou ao longo de todo o trabalho.

Gostaria, ainda, de manifestar a minha gratidão para com a Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica (JNICT), pela bolsa de mestrado que me foi concedida nos anos lectivos de 1991/92 e 1992/93, em que frequentei, pela primeira vez, este mestrado em Economia Monetária e Financeira, sem, todavia, o concluir. Fica, assim, cumprido o compromisso moral que assumi de voltar a tentar.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A curva de rendimentos é um dos assuntos mais abordados da economia financeira, nas mais variadas vertentes. A base teórica na qual assenta a maior parte da literatura é a informação contida nas taxas de juro de longo prazo sobre as expectativas de evolução das taxas de juro de curto prazo.

O objectivo do presente trabalho insere-se no âmbito da problemática da criação da moeda única europeia. A necessidade de cumprir os critérios de Maastricht, sobretudo os de contenção do défice orçamental e de estabilização do rácio PIB/dívida pública, a par de um esforço de redução da inflação, teve como principal efeito que a generalidade dos países da União Europeia adoptassem políticas orçamentais restritivas, conducentes à consolidação orçamental.

De acordo com o calendário da União Económica e Monetária, a entrada em vigor da 3ª fase deverá ser 1 de Janeiro de 1999, com introdução do euro e fixação irrevogável das taxas de conversão. A entrada em circulação do euro deverá ocorrer a 1 de Janeiro de 2002, coexistindo com as moedas nacionais até 1 de Julho do mesmo ano. Desta forma, encontra-se muito bem definido um horizonte temporal, no final do qual os países da União Europeia deverão ser capazes de satisfazer os critérios de estabilidade.

Nesse contexto, parece fazer sentido questionar a forma como os agentes económicos avaliam a política orçamental que vem sendo seguida. Isto é, será que os agentes económicos acreditam que os governos europeus continuarão a manter a disciplina orçamental, uma vez conseguida a adesão à moeda única? À luz do Pacto de Estabilidade e Crescimento, é esse de facto o compromisso assumido, mas é possível que os agentes económicos esperem algum relaxamento da política orçamental após 2002, data que alguns analistas apontam como possível para a entrada na moeda única dos países que não cumpram na fase inicial os critérios de convergência.

Será, então, interessante averiguar se o Pacto de Estabilidade e Crescimento, na vertente de ajustamento orçamental, é visto como um compromisso duradouro ou temporário. Isto porque, teoricamente, os ajustamentos orçamentais, temporários vs. permanentes, têm diferentes implicações para as trajectórias das taxas de juro de curto e de longo prazos e, por consequência, para a dinâmica da curva de rendimentos, desde o anúncio da medida até à sua implementação, e após esta.

Então, será que a análise das curvas de rendimentos europeias nos permitirá responder à questão colocada?

A calendarização para a moeda única foi confirmada, nos termos do Acordo de Madrid, em Dezembro de 1995. Desde essa data, ficou claramente definido que 1997 seria o ano cujos dados permitiriam avaliar a capacidade de os diversos países entrarem na 3ª fase da U.E.M. em 1999. Assim, poderia considerar-se 1995 como o momento do anúncio das políticas e 1997 como o momento T , em que são efectivamente implementadas. No caso das políticas restritivas temporárias, o momento em que as despesas públicas são restabelecidas ao seu nível inicial deverá ser posterior, por hipótese, a 1998. Refira-se, no entanto, que alguns países iniciaram o processo de ajustamento orçamental antes de 1995, o que seria necessário ter em atenção na realização de um teste empírico.

Uma vez que o principal objectivo é a discussão da política orçamental, a política monetária não será objecto de análise no presente trabalho.

O impacto sobre a curva de rendimentos de uma política orçamental restritiva, permanente ou temporária, anunciada ou não anunciada, será discutido no âmbito de três modelos dinâmicos, dois do tipo IS/LM, um de economia fechada e outro de economia aberta, e um modelo de optimização intertemporal, de economia fechada.

Embora a literatura sobre a problemática da curva de rendimentos seja muito vasta, são relativamente poucos os modelos macroeconómicos dinâmicos existentes, adequados à presente discussão.

QUADRO I - Modelos Dinâmicos da Curva de Rendimentos

	MODELOS	
	Tipo IS/LM	Optimização Intertemporal
Economia Fechada	Blanchard (1981) Branson (1994) Turnovsky e Miller (1984)	Fisher e Turnovsky (1992)
Economia Aberta	Turnovsky (1986)	Fisher (1995)

Existem assim três modelos tipo IS/LM em economia fechada, no âmbito dos quais pode ser discutida a questão que este trabalho coloca. No entanto, como se pode ver através do Quadro II, as semelhanças de estrutura são grandes, pelo que não se irão considerar as três abordagens explicitamente. Por razões de natureza metodológica, optou-se por escolher apenas um deles, o modelo de Turnovsky e Miller (1984), já que a co-autoria em dois dos outros modelos e a semelhança da metodologia aplicada, torna mais fácil a comparação dos resultados.

Saliente-se, contudo, que embora o modelo de Turnovsky e Miller considere dois enquadramentos distintos, o de financiamento monetário do défice orçamental e o de financiamento por recurso à emissão de títulos, apenas a segunda hipótese será estudada, uma vez que o financiamento monetário dos défices orçamentais não é permitido nos termos consagrados no Tratado da União Europeia.

Impõe-se ainda explicar porque se consideram modelos em economia fechada e em economia aberta. Se se analisar a Europa como um conjunto de Estados soberanos que prosseguem uma política concertada, ou, pelo menos como um conjunto único os países centrais e melhores candidatos à adesão à moeda única em 1999, pode fazer sentido considerá-los como uma economia fechada, em que os choques são predominantemente de origem interna e cuja reacção a variáveis externas é pouco relevante.

Por outro lado, sendo Portugal uma pequena economia aberta, mais vulnerável a choques externos, afigura-se igualmente útil considerar os efeitos de uma política orçamental restritiva no contexto de modelos de economia aberta. A inclusão das duas abordagens permitirá concluir se o impacto sobre a curva de rendimentos é ou não substancialmente diferente. A crescente integração da economia internacional faz com que o desempenho macroeconómico doméstico seja cada vez mais sensível a choques externos. Isto é particularmente verdadeiro para os mercados financeiros domésticos, dado o maior grau de integração que prevalece nos mercados de activos internacionais quando comparados com os de bens e serviços.

Uma questão importante é então considerar como as relações básicas do mercado financeiro, tal como a curva de rendimentos, são afectadas pelas perturbações específicas da economia aberta, ou como reagem, num contexto de economia aberta, a choques de política doméstica.

Como se viu, a maioria dos estudos existentes sobre os efeitos da política macroeconómica sobre a curva de rendimentos usa alguma variante do modelo IS/LM, aumentado para incluir uma relação de arbitragem que liga as taxas de juro de curto e de longo prazos. A principal crítica feita a este tipo de modelos tem a ver com a arbitrariedade da estrutura básica do modelo macroeconómico. Uma vez que as relações entre as taxas de retorno de vários títulos são presumivelmente determinadas pelas oportunidades de arbitragem que possam existir, alguns autores defendem que é importante que os efeitos da política macroeconómica sobre a curva de rendimentos sejam analisados no contexto de um modelo que se baseie num comportamento de

optimização intertemporal de agentes representativos. Não obstante, os modelos tipo IS/LM permitem uma análise detalhada do ajustamento dinâmico das taxas de juro de curto e de longo prazos.



A abordagem de optimização intertemporal tem diversas vantagens sobre os modelos tipo IS/LM. Em primeiro lugar, a habitual condição de arbitragem que relaciona as taxas de juro de curto e de longo prazos emerge directamente das equações de Euler que resultam das condições de primeira ordem do problema de optimização intertemporal. Segundo, o modelo IS/LM é frequentemente criticado pela arbitrariedade da sua especificação e isto é particularmente verdade em relação ao modo como a curva de rendimentos é introduzida. Usualmente, isso é feito assumindo que a curva IS depende da taxa de juro de longo prazo, enquanto a curva LM depende da taxa de juro de curto prazo. A lógica subjacente a este raciocínio é a de que as despesas reais incluem o investimento que, dados os custos de ajustamento, dependerá do custo do capital num horizonte temporal longo. Como resultado, os efeitos dos choques de política macroeconómica sobre a curva de rendimentos dependem em parte da sensibilidade da procura agregada à taxa de juro de longo prazo.

Pelo contrário, o enquadramento de optimização intertemporal parece mostrar que esta especificação induz em erro. Desde que os activos financeiros possam ser ajustados instantaneamente e sem custos nas carteiras dos investidores, o comportamento real da economia prossegue independentemente da taxa de juro de longo prazo. O equilíbrio de curto prazo determina a taxa de juro de curto prazo, que por sua vez determina a taxa de juro de longo prazo, através da relação de arbitragem que as liga. Como resultado, enquanto a taxa de curto prazo reage directamente aos choques de política, a taxa de longo prazo reage apenas indirectamente através dos efeitos sobre as taxas de juro de curto prazo correntes e futuras esperadas. Isto implica que as respostas da curva de rendimentos a choques de política podem ser determinadas de uma forma recursiva simples, na verdade substancialmente mais simples que aquela que caracteriza uma análise baseada no modelo IS/LM.

QUADRO II - Modelos Tipo IS/LM em Economia Fechada

Estrutura Modelo	Curva IS		Curva LM		Restrição Orçamental	Outras Características
	Consumo	Investimento	Procura de Moeda	Oferta de Moeda		
Blanchard	Não explicitado	Não explicitado	Motivo transacção e motivo especulação.	Exógena, em termos reais.	—	O único elo entre os mercados de activos e de bens é o q de Tobin. Ajustamento gradual do output à despesa. Variáveis de política: m e g .
Branson	Não explicitado	Não explicitado	Motivo transacção e motivo especulação.	Exógena, em termos reais.	—	O output ajusta-se gradualmente à despesa. Variáveis de política: m e b .
Turnovsky e Miller	Dependente do rendimento disponível e da riqueza.	Depende do preço de mercado corrente de uma perpetuidade.	Motivo transacção e motivo especulação.	Exógena, em termos reais.	Inclui duas formas de financiamento do défice: monetária e não monetária	As curvas IS e LM determinam soluções de equilíbrio instantâneo para o output e a taxa de juro de curto prazo, em termos de M , P e $B^{(*)}$, cuja dinâmica é descrita pela condição de arbitragem em conjunto com a restrição orçamental.

(*) M = stock de moeda

P = preço de mercado corrente de uma perpetuidade

B = stock de títulos do governo

Embora no Quadro I seja referido um modelo de optimização intertemporal em economia aberta, este não é adequado para a análise que se pretende efectuar. Na verdade, o modelo de Fisher é concebido para analisar os efeitos sobre a curva de rendimentos de perturbações na taxa de juro mundial. Por esse facto, o enquadramento não é apropriado para avaliar o impacto de medidas de política orçamental doméstica, até porque a despesa pública não faz parte das variáveis do modelo. A sua introdução implicaria uma transformação da própria estrutura do modelo, o que vai para além dos objectivos do presente trabalho.

Conforme se demonstrará, as curvas de rendimentos resultantes dos diversos enquadramentos têm significativas diferenças. Assim, apenas o modelo de Turnovsky e Miller parece indicar alguma eficácia da política orçamental. No contexto dos outros dois modelos, existe uma taxa de equilíbrio de *steady-state*, da qual se pressupõe que a economia parte, e para a qual volta no longo prazo. Este resultado é particularmente interessante, na medida em que resulta da Equivalência Ricardiana no modelo de optimização intertemporal e de *crowding-out* total pelas exportações líquidas no modelo de Turnovsky de economia aberta.

Tendo em atenção que o objectivo deste estudo é averiguar se o ajustamento orçamental consagrado no Pacto de Estabilidade e Crescimento é visto como um compromisso duradouro ou temporário, e que diferenças fundamentais uma ou outra perspectiva implicam para a curva de rendimentos, a tese está organizada da seguinte forma:

Nos Capítulos II a IV são discutidos os impactos de políticas orçamentais restritivas, permanentes e temporárias, anunciadas e não anunciadas, no contexto dos modelos de Turnovsky e Miller (IS/LM em economia fechada), Fisher e Turnovsky (optimização intertemporal em economia fechada) e Turnovsky (IS/Lm em economia aberta), respectivamente.

No Capítulo V são apresentados os perfis obtidos para as curvas de rendimentos nos diversos casos e é relacionada a sua forma com as particularidades de cada modelo.

Por último, no Capítulo VI, faz-se um resumo das secções anteriores e são apresentadas as principais conclusões.

Desta tese fazem ainda parte quatro anexos. No Anexo I, é apresentada a metodologia seguida na análise dos diversos modelos e que corresponde à que é apresentada no Capítulo 6, Rational Expectations and Saddlepoint Behaviour, do livro "Methods of Macroeconomic Dynamics", de Stephen J. Turnvosky. Para os restantes anexos é remetida parte da dedução analítica do estudo, de forma a não sobrecarregar o texto principal.

CAPÍTULO II

MODELO DE TURNOVSKY E MILLER

Neste modelo tipo IS/LM em economia fechada, Turnovsky e Miller¹ recorrem ao enquadramento do modelo de Blinder-Solow para mostrar que, através de arbitragem, a taxa de longo prazo corrente em qualquer momento do tempo é uma média das taxas de curto prazo correntes e futuras. A informação *forward-looking* assim contida na taxa de longo prazo tem então implicações importantes para os efeitos da política orçamental.

II.1. Apresentação do modelo

$$(II.1) \quad Y = C(Y_d, M+PB) + I(P) + G, \quad 0 < C_1 < 1, C_2 > 0, I' > 0$$

$$(II.2) \quad Y_d = (Y + B + \dot{P}B)(1 - \tau)$$

$$(II.3) \quad L(Y, r(1 - \tau), M + PB) = M, \quad L_1 > 0, L_2 < 0, 0 < L_3 < 1$$

$$(II.4) \quad r = \frac{1}{P} + \frac{\dot{P}}{P}$$

$$(II.5) \quad P\dot{B} + \dot{M} = G + B - \tau(Y + B + \dot{P}B)$$

onde:

Y = output

Y_d = rendimento disponível

M = stock de moeda

B = stock de títulos do governo, tomados como perpetuidades que pagam um cupão unitário constante, indefinidamente

G = gastos públicos

τ = taxa de imposto sobre o rendimento

P = preço de mercado corrente de uma perpetuidade

r = taxa de retorno instantânea

¹ Turnovsky e Miller, 1984.

Por uma questão de simplicidade, e porque os efeitos de títulos de curto e de longo prazos seriam idênticos, já que se assume que o preço dos títulos de longo prazo é determinado eficientemente, os autores não introduzem no modelo os dois tipos diferenciadamente.

À semelhança do modelo de Blinder-Solow original, o preço do *output* permanece fixo, de tal modo que se realça a interacção entre a dinâmica associada com a arbitragem de títulos e a que envolve acumulação de activos.

A equação (II.1) descreve a curva IS, com uma função consumo tradicional. A função investimento depende positivamente do preço dos títulos de longo prazo, reflectindo assim os compromissos financeiros de longo prazo associados às decisões reais de investimento. O rendimento disponível consiste no rendimento dos factores, rendimento de juros e taxa de ganho de capital nos títulos de longo prazo, todos tributados à taxa τ , de acordo com a equação (II.2).

A equação (II.3) descreve o equilíbrio do mercado monetário, onde a variável juro relevante na procura de moeda é a taxa de retorno instantânea líquida. Este retorno é exactamente igual ao obténivel em activos financeiros de maior prazo sob o pressuposto de arbitragem perfeita.

O comportamento do preço dos títulos é dado pela equação (II.4). A arbitragem eficiente e neutra ao risco garante que, na ausência de nova informação, a taxa de retorno líquida ou após-impuestos, sobre os títulos de curto prazo iguala a taxa de retorno líquida sobre os títulos de longo prazo.

A taxa de retorno líquida sobre os títulos de longo prazo consiste na taxa de retorno ganha sobre o cupão I/P , e na taxa de ganho de capital \dot{P}/P , ambas tributadas à mesma taxa τ , de tal modo que o termo $(1 - \tau)$ se anula em ambos os membros da equação. É esta relação que introduz o comportamento *forward-looking* no sistema. Esta

equação pode ser integrada para produzir a seguinte solução para $P(t)$, que permanece limitada quando $t \rightarrow \infty$:

$$(II.6) \quad P(t) = \int_t^{\infty} e^{-\int_t^x r(t') dt'} dx$$

A equação (II.6) expressa o preço dos títulos de longo prazo no momento t em termos das taxas de curto prazo futuras, que se assume serem correctamente previstas.

Fazendo $R(t) = \frac{1}{P(t)}$, pode reescrever-se (II.6):

$$(II.6') \quad R(t) = \frac{1}{\int_t^{\infty} e^{-\int_t^x r(t') dt'} dx}$$

Esta relação mostra explicitamente como a taxa de longo prazo corrente incorpora informação acerca das taxas de curto prazo futuras (esperadas).

A equação (II.5) representa a restrição orçamental do governo.

Substituindo (II.4) em (II.2) e (II.5), o sistema reduz-se a:

$$(II.7) \quad Y = C[(1 - \tau)(Y + rBP), M + BP] + I(P) + G$$

$$(II.8) \quad L(Y, r(1 - \tau), M + PB) = M$$

$$(II.9) \quad \dot{P} = (rP - 1)$$

$$(II.10) \quad P\dot{B} + \dot{M} = G + B - \tau(Y + rPB)$$

A evolução do modelo é a seguinte: excepto nos pontos em que o preço dos títulos regista saltos discretos em resposta a nova informação sobre alguma perturbação exógena, P é contínuo. As curvas IS e LM determinam assim soluções de equilíbrio instantâneo para o *output* Y e a taxa de curto prazo r , em termos de P , M e B , cuja dinâmica é descrita pela condição de arbitragem, em conjunto com a restrição orçamental do governo.

II.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico

As soluções para Y e r , derivadas a partir de (II.7) e (II.8), são da forma:

$$(II.11) \quad Y = Y(M, B, P; G)$$

$$(II.12) \quad r = r(M, B, P; G).$$

Os multiplicadores de curto prazo (derivados no Anexo II) são dados pelas expressões seguintes, e representam os efeitos directos que decorrem da implementação das medidas de política orçamental:

$$(II.13) \quad \frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{-(1-\tau)[L_2 C_2 + (1-L_3)C_1 B P]}{\Delta} (> 0)$$

$$(II.14) \quad \frac{\partial Y}{\partial B} = \frac{-L_2(1-\tau)P[C_1(1-\tau)r + C_2] + C_1(1-\tau)B P^2 L_3}{\Delta} > 0$$

$$(II.15) \quad \frac{\partial Y}{\partial P} = \frac{-L_2 I'(1-\tau)}{\Delta} + \frac{B}{P} \frac{\partial Y}{\partial B} > 0$$

$$(II.16) \quad \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{-L_2(1-\tau)}{\Delta} > 0$$

$$(II.17) \quad \frac{\partial r}{\partial M} = \frac{-(1-L_3)[1-C_1(1-\tau)] + L_1 C_2}{\Delta} (< 0)$$

$$(II.18) \quad \frac{\partial r}{\partial B} = \frac{P L_3 [1-C_1(1-\tau)] + P L_1 [C_1(1-\tau)r + C_2]}{(1-\tau)\Delta} > 0$$

$$(II.19) \quad \frac{\partial r}{\partial P} = \frac{B}{P} \frac{\partial r}{\partial B} + \frac{L_1 I'}{\Delta} > 0$$

$$(II.20) \quad \frac{\partial r}{\partial G} = \frac{L_1}{\Delta} > 0$$

onde $\Delta = -(1-\tau)[L_2(1-C_1(1-\tau)) + L_1 C_1 B P] (> 0)$.

As indeterminações nos sinais de alguns dos multiplicadores são um aspecto familiar do modelo de Blinder-Solow e relacionam-se com a incerteza, *a priori*, sobre qual das duas



formas de financiamento do défice, monetário ou não monetário, implica maior eficácia da política orçamental. Tal como os próprios autores argumentam no modelo original², esta questão é sobretudo empírica, mas os sinais deverão ser, na generalidade, os indicados.

As reacções do *output* e da taxa de juro de curto prazo resumidas pelas expressões dos multiplicadores apresentadas acima são as habituais do modelo IS/LM. O único aspecto novo é o efeito do impacto de um acréscimo no preço dos títulos, que faz aumentar tanto o *output* como a taxa de juro de curto prazo. Isto acontece porque uma subida de P faz aumentar o investimento privado e a riqueza, aumentando assim a procura agregada e, logo, o *output*. O acréscimo no *output* e na riqueza também faz aumentar a procura de moeda o que, dado um stock de moeda constante, obriga a taxa de juro de curto prazo a aumentar para manter o equilíbrio do mercado monetário.

Os efeitos totais do impacto de variações em B e G sobre as variáveis de curto prazo r e Y obtêm-se calculando os diferenciais totais das expressões (II.11) e (II.12). Deste modo, os efeitos totais de curto prazo de um decréscimo nos gastos públicos são descritos por:

$$(II.21) \quad \frac{dY}{dG} = \frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial G}$$

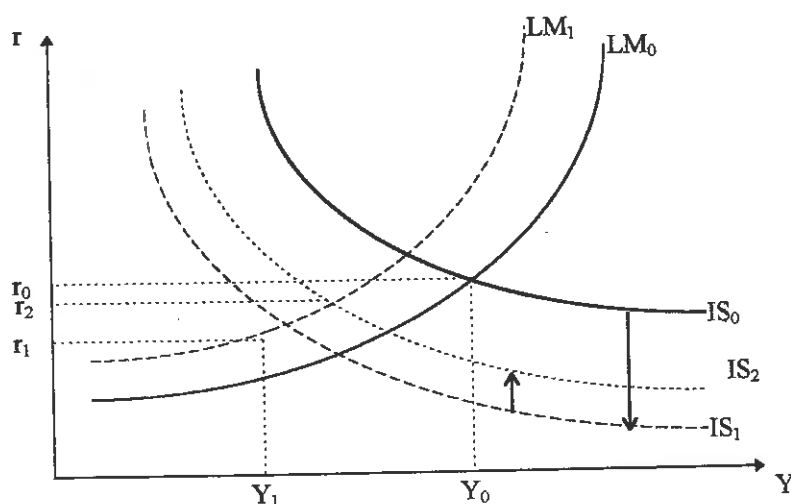
$$(II.22) \quad \frac{dr}{dG} = \frac{\partial r}{\partial G} + \frac{\partial r}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial G}$$

A primeira das componentes das expressões acima representa o efeito directo de uma alteração de política e ocorre quando a política é efectivamente implementada (efeito de implementação). Deste modo, não incorpora o salto induzido em P , que acompanha tais alterações quando elas são não antecipadas e que exerce efeitos indirectos. Estes são descritos pelos segundos termos e são designados por efeitos de novidades.

² Blinder e Solow, 1973.

É ainda interessante notar que os efeitos de implementação são independentes do modo de financiamento do défice orçamental, enquanto $\partial P / \partial G$ é determinado pela estrutura dinâmica do sistema, pelo que varia com a política financeira adoptada.

Figura II.1 -Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as curvas IS/LM de uma contracção orçamental



Conforme ilustrado na Figura II.1, o efeito directo de uma contracção nos gastos públicos deverá ser um movimento para dentro da curva IS, dando origem a uma redução do *output* e da taxa de juro de curto prazo.

No entanto, o efeito indirecto resultante do salto no preço dos títulos, que coloca a economia na nova trajectória-sela no caso de uma política não anunciada, actua em sentido contrário. Isto é, uma vez que o investimento depende positivamente do preço dos títulos, este irá aumentar, assim como o efeito riqueza induz o aumento do consumo. Devido à procura de moeda acrescida que resulta, igualmente, do efeito riqueza, a taxa de curto prazo tem que aumentar para manter o equilíbrio do mercado monetário. É este efeito indirecto que faz com que a taxa de curto prazo diminua menos que a de longo prazo.

Considerando que o déficit é financiado por recurso à emissão de títulos de dívida pública, já que o financiamento monetário não faz sentido no contexto do processo de entrada na moeda única que o presente trabalho considera, o stock de moeda está fixo em $M = \bar{M}$ e a dinâmica é descrita por:

$$\begin{cases} \dot{P} = (rP - 1) \\ \dot{B} = \frac{1}{P}[G + B - \tau(Y + rPB)] \end{cases}$$

O equilíbrio de *steady-state* do sistema é assim definido pelas equações:

$$(II.23) \quad \dot{P} = 0 \Leftrightarrow rP = 1$$

$$(II.24) \quad \dot{B} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{P}[G - \tau Y + B(1 - \tau)] = 0$$

e pelas equações (II.7) e (II.8) (curvas IS e LM). A partir das 4 equações são determinados os valores de equilíbrio de Y , r , P e B . Os sinais dos multiplicadores de *steady-state*, derivados a partir deste sistema, dependem criticamente do jacobiano, que por sua vez depende da estrutura das raízes do sistema dinâmico associado.

O sistema dinâmico linearizado pode ser expresso como:

$$(II.25) \quad \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P - \tilde{P} \\ B - \tilde{B} \end{bmatrix}$$

onde:

$$b_{11} = (r + P \frac{\partial r}{\partial P}) > 0$$

$$b_{12} = P \frac{\partial r}{\partial B} > 0$$

$$b_{21} = -\frac{\tau}{P} \left[\frac{\partial Y}{\partial P} + B \left(P \frac{\partial r}{\partial P} + r \right) \right] < 0$$

$$b_{22} = \frac{1}{P} \left[-\tau \frac{\partial Y}{\partial B} + (1-\tau) - \tau B P \frac{\partial r}{\partial B} \right] < 0$$

As derivadas parciais são dadas pelas expressões atrás apresentadas, enquanto os b_{ij} 's são avaliados no equilíbrio de *steady-state*.

As propriedades dinâmicas do sistema linearizado dependem das raízes da equação característica, λ_1 e λ_2 . Obtém-se:

$$(II.26) \quad \Omega_1 \equiv \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{1}{P} \left[(1-\tau) - \tau \frac{\partial Y}{\partial B} \right] + \left[r + P \frac{\partial r}{\partial P} - \tau B \frac{\partial r}{\partial B} \right]$$

$$(II.27) \quad \Omega_2 \equiv \lambda_1 \lambda_2 = \frac{1}{P} \left\{ \left(r + P \frac{\partial r}{\partial P} \right) \left[(1-\tau) - \tau \frac{\partial Y}{\partial B} \right] + \tau \frac{\partial Y}{\partial P} \frac{\partial r}{\partial B} \right\}$$

A análise do equilíbrio de *steady-state* só tem interesse se o sistema for estável. Conforme Blinder e Solow demonstram no modelo original, isso acontece sempre num enquadramento de financiamento monetário do défice orçamental, mas quando o financiamento passa pela emissão de títulos de dívida pública, como é o caso presentemente em estudo, a estabilidade exige a verificação de determinadas condições.

As condições tradicionais para estabilidade são então que $\Omega_1 < 0$ e $\Omega_2 > 0$. Uma componente importante de ambas as condições é o termo $\theta = (1-\tau) - \tau \partial Y / \partial B$, que pode ser identificado como o elemento crítico de estabilidade do modelo de Blinder-Solow e que mede o efeito líquido sobre o défice decorrente do acréscimo de uma unidade no stock de títulos de dívida pública.

Desde que o acréscimo em B gere receitas fiscais adicionais suficientes para financiar os encargos de juros acrescidos a que dá origem, $\theta < 0$ e o financiamento não monetário é estável. Se tal não se verificar, $\theta > 0$ e o financiamento por emissão de títulos de dívida pública é instável.

Se a condição de Blinder-Solow for respeitada, com

$$1 - \tau - \tau \frac{\partial Y}{\partial B} < - \frac{P \tau \frac{\partial Y}{\partial P} \frac{\partial r}{\partial B}}{r + P \frac{\partial r}{\partial P}}$$

o que se verifica, então $\Omega_2 < 0$ e a dinâmica é descrita por um ponto-sela.

Considerando as duas raízes $\lambda_1 < 0$ e $\lambda_2 > 0$, a solução estável na ausência de alterações futuras esperadas é descrita pelo lugar geométrico:

$$(II.28) \quad (P - \bar{P}) = \left(\frac{b_{12}}{\lambda_1 - b_{11}} \right) (B - \bar{B}).$$

Esta relação entre P e B define o ramo estável do ponto-sela que passa pelo *steady-state* (B, P) . Uma vez que $\lambda_1 < 0$, $b_{11} > 0$ e $b_{12} > 0$, a trajectória-estável é negativamente inclinada.

II.3. Contraction orçamental permanente não anunciada

Diferenciando as equações do *steady-state* (no Anexo II), chega-se a:

$$(II.29) \quad \frac{d\tilde{P}}{dG} = -P \left[(1 - C_1)(1 - \tau)(L_3 P - L_1) + C_2 P L_1 \right] / J (< 0)$$

$$(II.30) \quad \frac{d\tilde{B}}{dG} = \left\{ (C_2 B + I') L_1 \tilde{P} - (1 - \tau)(1 - C_1) [L_2 (1 - \tau) r - L_3 B P] \right\} / J > 0$$

$$(II.31) \quad \frac{d\tilde{Y}}{dG} = \frac{1 + (1 - \tau) d\tilde{B} / dG}{\tau} > 0$$

$$(II.32) \quad \frac{d\tilde{r}}{dG} = - \frac{r}{P} \frac{d\tilde{P}}{dG} (> 0)$$

onde J representa o determinante jacobiano.

Mais uma vez se obtêm multiplicadores com sinais ambíguos, mas para valores plausíveis dos parâmetros, deverão ser os indicados. Para que $d\tilde{P}/dG < 0$, basta que $C_2/r > (1 - C_1)(1 - \tau)$.

O ajustamento do sistema resultante de um decréscimo não anunciado em G é ilustrado na Figura II.2. Assume-se que, inicialmente, o sistema está no *steady-state* no ponto E_0 sobre a trajectória estável SS . O decréscimo em G leva a uma subida do preço de equilíbrio dos títulos, em conjunto com uma diminuição do seu stock.

Uma vez que

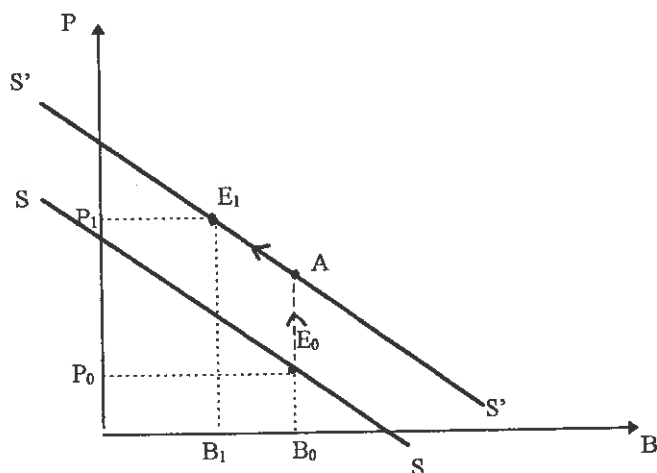
$$\left| \frac{d\tilde{P}/dG}{d\tilde{B}/dG} \right| > \left| \frac{b_{12}}{b_{11}} \right| > \left| \frac{b_{12}}{\lambda_1 - b_{11}} \right| = \left(\frac{dP}{dB} \right)_{SS},$$

o novo *steady-state* ocorre num ponto como E_1 na Figura II.2, que se situa acima da trajectória-sela original. Isto é, um decréscimo em G conduz a uma deslocação para cima da trajectória estável para $S'S'$.

Um decréscimo em G que resulta numa deslocação da trajectória estável tem que dar origem a um salto imediato do sistema de uma trajectória para outra. Este salto deve-se a um salto no preço dos títulos: assim que o decréscimo em G ocorre, o preço dos títulos sobe instantaneamente de E_0 para A na nova trajectória estável $S'S'$. A partir daí, o stock de títulos diminui continuamente, fazendo subir o preço até que o novo equilíbrio E_1 é atingido.

A explicação económica para este ajustamento é a seguinte: um decréscimo em G faz deslocar para dentro a curva IS , dando imediatamente origem a uma redução do *output* Y , da taxa de juro de curto prazo r e a um excedente orçamental.

Figura II.2 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada

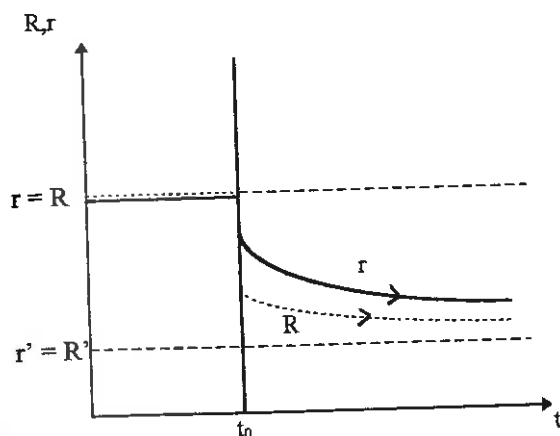


A expectativa, que os agentes económicos de imediato formulam, de que este excedente será compensado através da recompra de títulos de dívida pública e que as taxas de curto prazo serão mais baixas no futuro leva a um salto imediato da taxa de longo prazo, R , que incorpora esta informação. Esta subida descontínua no preço de longo prazo gera novos efeitos sobre o *output* e a taxa de juro de curto prazo, que continuamente anulam o efeito de implementação derivado do movimento para dentro inicial da curva IS. O efeito total é que a taxa de curto prazo diminui menos que a de longo prazo, de tal modo que o preço dos títulos tem que continuar a subir para que a condição de arbitragem se verifique. Ao mesmo tempo, a diminuição das receitas orçamentais resultante do decréscimo de rendimento não é suficiente para compensar o decréscimo em G , pelo que tem que haver recompra de títulos para anular o excedente resultante.

Deste modo, as taxas de curto e de longo prazos respondem à medida de política orçamental de modo diferente, conforme mostra a Figura II.3.

Dado que $\dot{P} = 0$ no ponto de equilíbrio inicial e é positivo ao longo da trajectória de transição E_0A , a condição de arbitragem implica que: $dr/dG < dR/dG$, de tal modo que o efeito de curto prazo de um decréscimo em G afecta mais directamente a taxa de longo prazo que a taxa de curto prazo.

Figura II.3 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva não anunciada



II.4. Contração orçamental permanente anunciada

Quando ocorre uma contração orçamental permanente anunciada, os efeitos são os ilustrados na Figura II.4. O preço dos títulos salta para o ponto *A* no momento em que a medida de política é anunciada e segue a trajetória instável até *B*, ponto que é atingido quando a política é efectivamente implementada.

O comportamento da taxa de juro de longo prazo é qualitativamente semelhante ao do caso da política não anunciada, mas a taxa de juro de curto prazo começa a diminuir de novo no momento da implementação da política, registando um comportamento contrário no período entre o anúncio e a implementação, como se pode ver na Figura II.5.

Entre t_0 e T , a subida do preço dos títulos leva a um aumento do *output* e da taxa de curto prazo, dando origem a um excedente orçamental, antes mesmo do decréscimo nos gastos públicos ocorrer. Deste modo, o stock de títulos começa de imediato a diminuir, exercendo uma pressão de descida sobre a taxa de juro ($\partial r / \partial B > 0$). No entanto, o efeito da subida do preço dos títulos sobre a taxa de juro prevalece no período entre o

anúncio e a implementação da política, fazendo com que as trajetórias das taxas de curto e de longo prazos sejam divergentes até ocorrer o decréscimo em G .

Figura II.4 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente anunciada

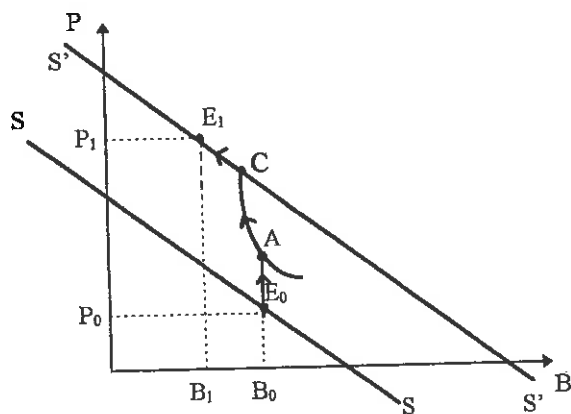
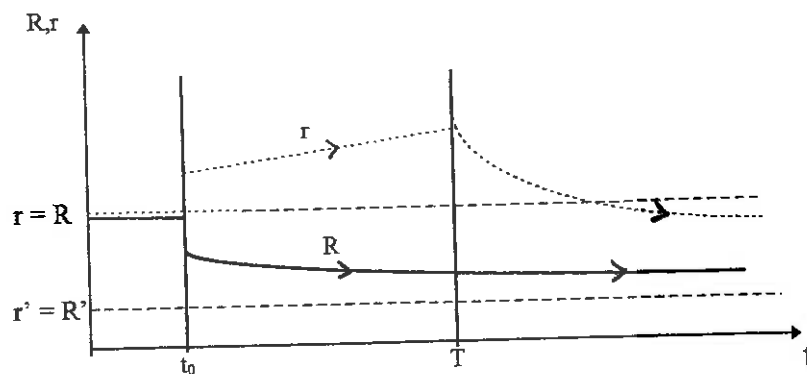


Figura II.5 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente anunciada



II.5. Contração orçamental temporária

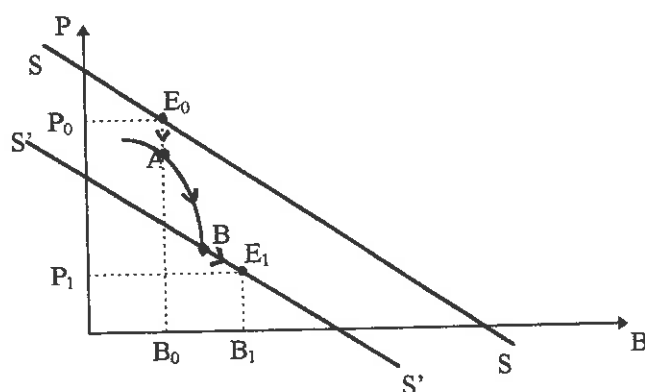
Uma política orçamental restritiva temporária pode ser interpretada como a ocorrência simultânea de uma política orçamental restritiva não anunciada e uma política orçamental expansionista anunciada para o momento T , que irá restabelecer o nível inicial dos gastos

públicos. Deste modo, o efeito total sobre a curva de rendimentos será uma combinação dos efeitos destes dois tipos de políticas.

Os efeitos de uma política orçamental restritiva não anunciada foram já descritos no ponto II.3, pelo que se passam a descrever os efeitos de uma política orçamental expansionista anunciada.

Quando ocorre uma expansão orçamental anunciada num enquadramento de financiamento não monetário, a dinâmica pode ser descrita pela Figura II.6. O preço dos títulos, inicialmente no equilíbrio E_0 , salta para o ponto A no momento em que a medida de política é anunciada e segue a trajectória instável até C , ponto que atinge quando a política é efectivamente implementada.

Figura II.6 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental expansionista anunciada

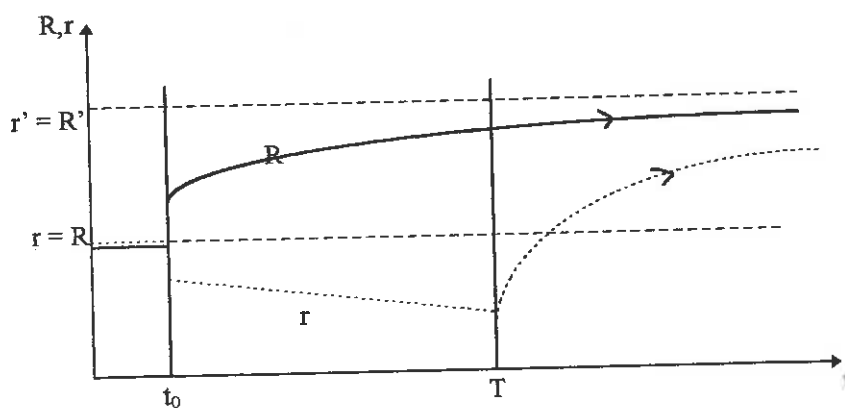


Os agentes económicos prevêem de imediato um financiamento do défice através da venda de títulos de dívida pública e um nível de taxas de juro de curto prazo ainda mais alto no futuro. A taxa de juro de longo prazo incorpora esta informação e sofre um salto imediato, enquanto a taxa de juro de curto prazo inverte o seu comportamento no momento de implementação da política.

Conforme se pode ver na Figura II.7, entre t_0 e T o aumento do stock de títulos exerce uma pressão de subida sobre a taxa de juro, mas que é anulado pelo efeito da descida do preço dos títulos que prevalece no período entre o anúncio e a implementação da política, fazendo com que a evolução das taxas de curto e de longo prazos seja divergente até ocorrer o acréscimo em G , como de resto já tinha verificado acontecer no caso de uma política restritiva anunciada.

Os efeitos de uma contracção orçamental não anunciada descritos no ponto II.3. pressupõem a ocorrência de um excedente orçamental a ser compensado pela recompra de títulos para restabelecer o equilíbrio inicial.

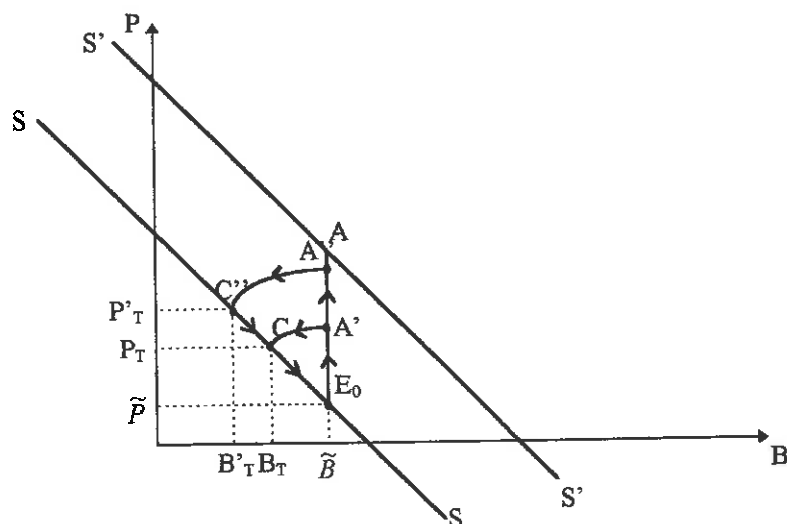
Figura II.7 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental expansionista anunciada



Quando a contracção é temporária, os agentes económicos antecipam um salto em P , mais pequeno que no caso de uma política permanente, mas no mesmo sentido, para um ponto como A' na Figura II.8, por exemplo.

O aumento de P dá origem a um aumento Y e r pelas razões já explicadas atrás, assim como a um decréscimo de B . No entanto, como a contracção é meramente temporária, espera-se que o equilíbrio E_0 volte a ser atingido.

Figura II.8 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos de uma política orçamental restritiva temporária



Deste modo, após o salto inicial, para cima, no preço dos títulos, deverá registar-se nova descida para \tilde{P} . A economia move-se ao longo da trajectória instável $A'C$ até ao momento T_1 em que o nível de G é repostado. Até T_1 , o stock de títulos diminui em resultado do decréscimo em G ($d\tilde{B}/dG > 0$). A partir de T_1 , P continua a diminuir até atingir \tilde{P} e B volta a aumentar para \tilde{B} .

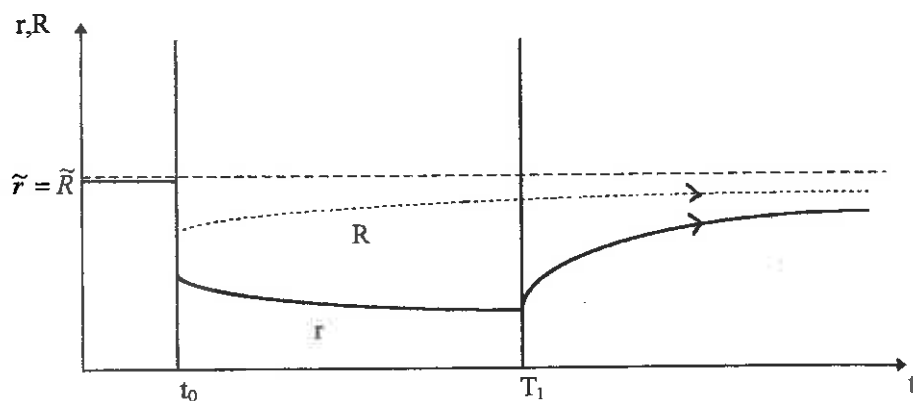
Quanto maior for a duração da contracção orçamental, mais perto de A deve ficar P após o salto inicial, já que a medida de política é vista mais como permanente. O caso de uma contracção temporária longa é então representado pela trajectória $E_0A''C''$, na Figura II.8, sendo o comportamento das variáveis semelhante ao de uma contracção curta, em termos qualitativos.

No que diz respeito ao efeito sobre a evolução das taxas de juro de curto e de longo prazos, corresponde ao ilustrado na Figura II.9.

Uma vez que tanto uma política restritiva não anunciada como uma política expansionista anunciada dão origem a uma diminuição da taxa de juro de curto prazo durante o período de t_0 a T_1 , a combinação das duas políticas conduz inequivocamente a

uma descida de r até T_1 , após o salto negativo inicial, resultante do aumento discreto de P . Quanto à taxa de juro de longo prazo, a sua descida inicial é menor que a de curto prazo, pelas razões já explicadas, e recomeça de imediato a aumentar para o nível de equilíbrio inicial.

Figura IL9 - Modelo de Turnovsky e Miller - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária



CAPÍTULO III



MODELO DE FISHER E TURNOVSKY

O objectivo deste modelo, de optimização intertemporal em economia fechada, da autoria de Fisher e Turnovsky³, é estudar o efeito de variações dos gastos públicos reais sobre a curva de rendimentos. De acordo com isso, e para uma maior simplicidade, o nível de preços e a moeda são excluídos da análise, de tal modo que se lida somente com uma economia real.

III.1. Apresentação do modelo

A economia é modelizada como um empresário-trabalhador representativo com um horizonte de planeamento infinito, que defronta mercados de capitais perfeitos e tem previsão perfeita. Estes pressupostos implicam de imediato que as taxas de juro de longo prazo estão relacionadas com as taxas de juro de curto prazo correntes e futuras. A taxa de longo prazo é, deste modo, considerada irrelevante para a determinação do equilíbrio de curto prazo.

O agente representativo é postulado como escolhendo o consumo c , a oferta de trabalho l , o stock de capital K e o stock de títulos do governo de curto prazo b , de forma a maximizar:

$$(III.1a) \quad W = \int_0^{\infty} U(c, l) e^{-\beta t} dt \quad U_c > 0, U_l < 0, U_{cc} < 0, U_{ll} < 0$$

sujeito à restrição orçamental:

$$(III.1b) \quad c + \dot{K} + \dot{b} = F(K, l) + rb - \tau$$

³ Fisher e Turnovsky, 1992.

e às condições iniciais:

$$(III.1c) \quad b(0) = b_0, \quad K(0) = K_0$$

onde:

τ = impostos reais *lump sum*

β = taxa de preferência temporal do consumidor, assumida constante

r = taxa de juro real de curto prazo (instantânea).

A função de utilidade instantânea U é estritamente côncava no consumo e lazer. Assume-se ainda que tanto o consumo como o lazer são bens normais. A função de produção possui as propriedades neoclássicas habituais de produtos marginais positivos mas decrescentes e homogeneidade de grau um:

$$F_K > 0, F_l > 0, F_{KK} < 0, F_{ll} < 0, F_{Kl} > 0, F_{ll}F_{KK} - F_{Kl}^2 = 0.$$

Todo o investimento ocorre a uma taxa contínua e não incorre em custos de ajustamento. Ao tomar estas decisões de maximização de utilidade, o agente representativo considera τ , β e r como dados. Isto resulta nas seguintes condições de primeira ordem (derivadas no Anexo III):

$$(III.2a) \quad U_c(c, l) = \lambda;$$

$$(III.2b) \quad U_l(c, l) = -F_l(K, l)\lambda;$$

$$(III.2c) \quad \lambda F_K(K, l) = -\dot{\lambda} + \lambda\beta;$$

$$(III.2d) \quad \lambda r = -\dot{\lambda} + \lambda\beta$$

onde $\lambda(t)$, a variável de co-estado associada à restrição orçamental (III.1b), é a utilidade marginal da riqueza, que traduz o habitual efeito riqueza na transmissão dos efeitos de choques exógenos.

Para além das condições de óptimo, têm que ser respeitadas as condições de transversalidade:

$$(III.2e) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} K \lambda e^{-\beta t} = 0$$

$$(III.2f) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} b \lambda e^{-\beta t} = 0$$

que garantem a convergência do equilíbrio. Estas equações significam que, enquanto o agente representativo atribuir algum valor marginal positivo ao activo, o valor actualizado presente do seu stock no final do horizonte de planeamento tem que ser zero.

As variáveis cujo comportamento dinâmico se irá analisar são então a utilidade marginal da riqueza, λ , e o stock de capital K , sendo que λ é a variável de salto e K a variável pré-determinada, restringida a evoluir continuamente.

As decisões de gastos públicos, tributação e financiamento do défice estão relacionadas pela restrição orçamental do governo:

$$(III.3) \quad \dot{b} = g + rb - \tau$$

onde g designa a despesa pública real. Combinando esta equação com a restrição orçamental do sector privado (III.1b) obtém-se a condição de equilíbrio do mercado do produto:

$$(III.4) \quad F(K, I) = c + \dot{K} + g.$$

Assume-se que o governo mantém um orçamento equilibrado através de ajustamentos contínuos nos impostos *lump sum*. O stock de títulos de curto prazo b permanece assim constante ao longo do tempo. Com $\dot{b} = 0$, (III.3) pode ser reescrita como:

$$(III.3') \quad g + rb = \tau,$$

ou seja, os gastos correntes e os encargos de juros com o stock de dívida existente são totalmente financiados através de tributação. Este aspecto representa uma diferença importante em relação ao modelo IS/LM do capítulo anterior e, como se verá, está relacionado com a questão da equivalência ricardiana, verificada neste modelo.

III.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico

As equações (III.2a) e (III.2b) podem ser resolvidas em ordem a c e l :

$$(III.5a) \quad c = c(\lambda, K) \quad c_\lambda < 0, c_K < 0$$

$$(III.5b) \quad l = l(\lambda, K) \quad l_\lambda > 0, l_K > 0.$$

Os sinais indicados das derivadas parciais (calculadas no Anexo III) da procura de consumo e oferta de trabalho em relação à utilidade marginal da riqueza e ao stock de capital são determinadas calculando as derivadas parciais de (III.2a) e (III.2b) e dependem em parte do pressuposto que o consumo e o lazer são bens normais. Combinando (III.2c) e (III.2d) obtém-se imediatamente a igualdade entre a taxa de juro de curto prazo e o produto marginal físico do capital:

$$(III.5c) \quad r = F_K(K, l).$$

Combinando (III.5c) com (III.2c) ou (III.2d), chega-se à relação de arbitragem intertemporal:

$$(III.6) \quad \beta - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = r = F_K(K, l)$$

de acordo com a qual, no equilíbrio, as taxas de retorno (iguais) sobre os dois activos na economia têm também que igualar a taxa de retorno do consumo.

β foi definido como a taxa de preferência temporal do consumidor enquanto $\dot{\lambda} / \lambda$ representa a taxa de variação da utilidade marginal da riqueza. Em cada momento, o agente representativo tem a opção de consumir ou poupar cada unidade de *output*. Se decidir poupar, obtém uma taxa de retorno por unidade de tempo igual à taxa de juro de curto prazo, r . Se optar por consumir essa unidade de *output*, a sua taxa de retorno (calculada a partir da função utilidade) será dada por:

$$(III.7) \quad \frac{U_c(t)e^{-\beta t} - U_c(t+dt)e^{-\beta(t+dt)}}{U_c(t)e^{-\beta t} dt} = \frac{U_c(t) - U_c(t+dt)e^{-\beta dt}}{U_c(t)dt}$$

Para valores pequenos de dt , $e^{-\beta dt} \cong 1 - \beta dt$ e $U_c(t+dt) \cong U_c(t) + \dot{U}_c(t)dt$, pelo que (III.7) pode ser aproximadamente calculada por:

$$(III.8) \quad \frac{U_c(t) - [U_c(t) + \dot{U}_c(t)dt][1 - \beta dt]}{U_c(t)dt}$$

$$(III.9) \quad \lim_{dt \rightarrow \infty} \frac{U_c(t) - [U_c(t) + \dot{U}_c(t)dt][1 - \beta dt]}{U_c(t)dt} = \beta - \frac{\dot{U}_c}{U_c}$$

A expressão do lado direito de (III.9) corresponde à do lado esquerdo de (III.6), e é designada por taxa de retorno do consumo.

O comportamento dinâmico da economia obtém-se substituindo as soluções para c e l , apresentadas em (III.5a) e (III.5b), no equilíbrio do mercado do produto (III.4) e na condição de óptimo para o capital (III.2c), reescrevendo estas relações como:

$$(III.10a) \quad \dot{K} = F[K, I(\lambda, K)] - c(\lambda, K) - g$$



$$(III.10b) \quad \dot{\lambda} = \lambda[\beta - F_K(K, I(\lambda, K))].$$

As equações (III.10) em conjunto com (III.5c) indicam a estrutura recursiva do equilíbrio. As duas equações (III.10a) e (III.10b) constituem um sistema que conjuntamente determina a dinâmica de K e λ , sendo então a taxa de juro de curto prazo determinada, de acordo com (III.5c), pelo produto marginal físico do capital.

O *steady-state* da economia, correspondente a $\dot{K} = \dot{\lambda} = 0$, é obtido a partir das equações:

$$(III.11a) \quad F(\tilde{K}, I(\tilde{\lambda}, \tilde{K})) = c(\tilde{\lambda}, \tilde{K}) + g$$

$$(III.11b) \quad F_K[\tilde{K}, I(\tilde{\lambda}, \tilde{K})] = \beta$$

A equação (III.11a) descreve o equilíbrio de longo prazo no mercado de bens quando o investimento é zero, enquanto (III.11b) especifica que no *steady-state* o produto marginal físico do capital tem que igualar a taxa de preferência temporal do consumidor, exogenamente dada.

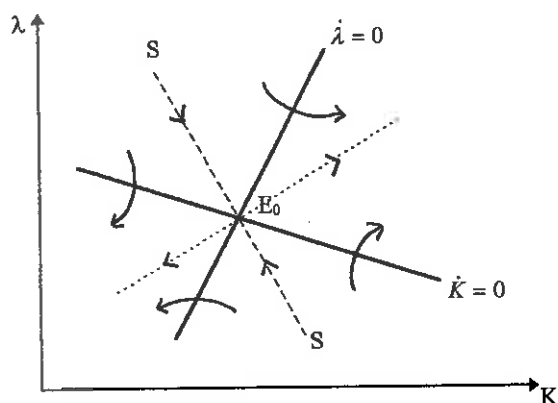
As equações (III.11a) e (III.11b) conjuntamente determinam os valores de *steady-state* \tilde{K} e $\tilde{\lambda}$ para um dado nível de g . Dado o comportamento *forward-looking* incorporado no modelo, as respostas destes valores de equilíbrio a choques exógenos serão determinantes da dinâmica de transição de curto prazo.

Isoclinas:

$$\left. \frac{d\lambda}{dK} \right|_{\dot{\lambda}=0} = \frac{-(F_{kk} + F_{lk}l_k)}{F_{kl}l_\lambda} > 0$$

$$\left. \frac{d\lambda}{dK} \right|_{\dot{K}=0} = \frac{-(F_k + F_l l_k - c_k)}{F_l l_\lambda - c_\lambda} < 0$$

Figura III.1 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Diagrama de Fases



Linearizando o sistema (III.10a), (III.10b) em torno do equilíbrio estacionário (III.11a), (III.11b), a dinâmica pode ser descrita pela seguinte equação matricial em K, λ :

$$(III.12) \quad \begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ -\tilde{\lambda}a_{21} & -\tilde{\lambda}a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K - \tilde{K} \\ \lambda - \tilde{\lambda} \end{bmatrix}$$

onde

$$a_{11} \equiv F_K + F_{lK} - c_K > 0; \quad a_{12} \equiv F_l l_\lambda - c_\lambda > 0;$$

$$a_{21} \equiv F_{KK} + F_{lK} l_K < 0; \quad a_{22} \equiv F_{Kl} l_\lambda > 0.$$

Uma vez que $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$, os valores próprios de (III.12), λ_1, λ_2 satisfazem as condições $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$.

$$\lambda_{1,2} = \frac{(F_K + F_{lK} - c_K) - \tilde{\lambda}(F_{Kl}l_\lambda)}{2} \mp \left[\left(\frac{(F_K + F_{lK} - c_K) - \tilde{\lambda}(F_{Kl}l_\lambda)}{2} \right)^2 + (F_K + F_{lK} - c_K) \cdot (\tilde{\lambda}F_{Kl}l_\lambda) + \tilde{\lambda}(F_l l_K - c_\lambda)(F_{Kk} + F_{lk}l_k) \right]^{1/2}$$

Aplicando o método de resolução de um modelo dinâmico apresentado no Anexo I (para $\lambda_1 < 0$ e $\lambda_2 > 0$), obtém-se a solução da forma:

$$(III.13a) \quad K = \tilde{K} + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$(III.13b) \quad \lambda = \tilde{\lambda} - \frac{\tilde{\lambda} a_{21}}{\tilde{\lambda} a_{22} + \lambda_1} A_1 e^{\lambda_1 t} - \frac{\tilde{\lambda} a_{21}}{\tilde{\lambda} a_{22} + \lambda_2} A_2 e^{\lambda_2 t}$$

e o equilíbrio é então do tipo ponto sela, com as constantes A_i determinadas pelas adequadas condições iniciais e terminais de K e λ . O diagrama de fases que resume a dinâmica é ilustrado na Figura III.1. A solução obtida estabelecendo $A_2 = 0$ (para garantir a verificação das condições de transversalidade) implica uma trajectória de ajustamento estável. Partindo de $K = K_0$, isto é descrito pela trajectória:

$$(III.14a) \quad K = \tilde{K} + (K_0 - \tilde{K}) e^{\lambda_1 t}$$

$$(III.14b) \quad \lambda - \tilde{\lambda} = \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) (K - \tilde{K})$$

e corresponde ao lugar geométrico negativamente inclinado SS. Desde que não seja anunciado nenhum choque futuro, a economia terá que se situar neste lugar geométrico estável de modo a que sejam respeitadas as condições de transversalidade (III.2e) e (III.2f).

A taxa de juro de longo prazo é definida como uma perpetuidade que paga um cupão real constante unitário. Designando o seu preço por P e o rendimento por R , tem-se $R = 1/P$. A condição de arbitragem habitual que liga as taxas de curto e de longo prazo é:

$$(III.15) \quad r = \frac{1 + \dot{P}}{P} = R - \frac{\dot{R}}{R}$$

Combinando (III.15) com (III.5c), a evolução da taxa de longo prazo pode ser expressa em termos de K e λ , através da equação diferencial:

$$(III.16) \quad \dot{R} = R \left[R - F_K [K, I(\lambda, K)] \right].$$

Resolvendo (III.15), ou de modo equivalente (III.16), a taxa de longo prazo pode ser expressa na forma:

$$(III.17) \quad R(t) = \frac{1}{\int_t^\infty e^{-\int_t^s r(t') dt'} ds} = \frac{1}{\int_t^\infty e^{-\int_t^s F_K[K, l(\lambda, K)] dt'} ds}$$

Esta relação expressa a taxa de longo prazo corrente em termos de taxas de curto prazo futuras (esperadas), que são elas próprias dependentes das trajectórias temporais futuras de K e λ .

Para obter soluções (aproximadas) para as taxas de curto e de longo prazo, lineariza-se (III.5c) e (III.16) em torno dos respectivos equilíbrios de *steady-state* iniciais:

$$(III.18a) \quad r = \tilde{r} + a_{21}(K - \tilde{K}) + a_{22}(\lambda - \tilde{\lambda})$$

$$(III.18b) \quad \dot{R} = \beta \left[(R - \tilde{R}) - a_{21}(K - \tilde{K}) - a_{22}(\lambda - \tilde{\lambda}) \right]$$

onde $\tilde{r} = \tilde{R} = \beta$. Substituindo as soluções apropriadas para K e λ em cada caso em (III.18a) e (III.18b), as soluções para a taxa de juro de curto prazo podem ser encontradas directamente, enquanto a solução para a taxa de longo prazo pode ser determinada resolvendo a resultante equação diferencial de primeira ordem.

Os ajustamentos no equilíbrio podem ser obtidos diferenciando as equações (III.5):

$$(III.19a) \quad \frac{dc}{dg} = \frac{\partial c}{\partial g} + \frac{\partial c}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial g}$$

$$(III.19b) \quad \frac{dl}{dg} = \frac{\partial l}{\partial g} + \frac{\partial l}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial g}$$

e separando o efeito total em efeitos directos e efeitos indirectos. As derivadas parciais indicadas estão calculadas no Anexo III, à excepção de $\partial\lambda/\partial g$, que pode ser obtida diferenciando (III.14b):

$$(III.20) \quad \frac{\partial\lambda}{\partial g} = \frac{\partial\tilde{\lambda}}{\partial g} - \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) \frac{\partial\tilde{k}}{\partial g} > 0$$

Tal como no modelo anterior, é importante verificar se o equilíbrio macroeconómico é ou não sustentável, o que significa que é necessário analisar a restrição orçamental do governo, dada pela equação (III.3). Explicitando-a em ordem ao tempo, pode-se reescrever a restrição como:

$$(III.21) \quad \dot{b}(t) = r(t)b(t) + g(t) - T(t)$$

onde $r(t) = F_k(k, I(\lambda, k, g))$. Partindo de um dado stock inicial de títulos da dívida pública $b(0) = b_0$, a solução para (III.21) é dada por:

$$(III.22) \quad b(t) = e^{\int_0^t r(s)ds} \left[b_0 + \int_0^t [g(\tau) - T(\tau)] e^{-\int_0^\tau r(s)ds} d\tau \right]$$

Para que seja sustentável, esta solução para $b(t)$ tem que satisfazer a condição de transversalidade do consumidor (III.2f), e isso acontecerá se e só se o limite, à medida que $t \rightarrow \infty$, do termo entre parentesis em (III.22) for zero, isto é:

$$(III.23) \quad b_0 + \int_0^\infty [g(\tau) - T(\tau)] e^{-\int_0^\tau r(s)ds} d\tau = 0$$

Esta equação é precisamente a restrição orçamental intertemporal do governo e exige que o stock inicial de títulos do governo, b_0 , mais o valor presente dos défices orçamentais subsequentes $g(t) - T(t)$, descontados à taxa de juro apropriada $r(s)$, têm que

somar zero. Desde que (III.23) seja satisfeita, o stock de títulos seguirá a trajectória de ajustamento estável:

$$(III.24) \quad b(t) = -\int_t^{\infty} [g(\tau) - T(\tau)] e^{-\int_0^{\tau} r(s) ds} d\tau$$

É então claro que, começando com um stock de títulos inicial não negativo $b_0 \geq 0$, (III.23) não pode ser satisfeita se o défice orçamental $g(t) - T(t)$ for sustentado a um nível positivo indefinidamente. Por outro lado, uma dada trajectória temporal específica dos gastos públicos pode ser sustentada por qualquer combinação de financiamento por emissão de títulos e financiamento por impostos *lump sum* que satisfaça a restrição

$$(III.25) \quad \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-\int_0^{\tau} r(s) ds} d\tau = \int_0^{\infty} T(\tau) e^{-\int_0^{\tau} r(s) ds} d\tau - b_0$$

Claramente existe um número infinito de trajectórias temporais possíveis para os impostos *lump sum* $T(t)$ que permite verificar (III.25). Mas em algum ponto em qualquer uma delas, o governo tem que ter um excedente de forma a pagar os défices anteriores, assim como os juros do stock de dívida inicial, b_0 .

A equação (III.25) pode também ser vista como uma afirmação de Equivalência Ricardiana. O equilíbrio macroeconómico dinâmico depende da trajectória temporal dos gastos públicos $g(t)$, mas é independente da trajectória temporal dos impostos *lump sum* ou do stock inicial de dívida pública. Segue-se então que para uma dada trajectória temporal dos gastos públicos, o equilíbrio macroeconómico real é independente de os gastos serem financiados através de impostos *lump sum* ou da emissão de dívida. Isto ocorre porque o financiamento por dívida apenas adia os impostos, e o momento em que estes são efectivamente colectados não afecta a restrição orçamental intertemporal do indivíduo, na qual as suas decisões se baseiam. O agente privado sabe que se, tendo escolhido uma dada trajectória temporal para os gastos, o governo decidir reduzir os impostos hoje, aumentando o seu défice corrente, terá que os aumentar nalgum momento posterior por forma a respeitar a sua restrição orçamental intertemporal.

As condições sob as quais se verifica Equivalência Ricardiana são rigorosas, mas são satisfeitas no presente modelo, designadamente: (i) a economia consiste de um agente representativo de vida infinita; (ii) os mercados de capitais são perfeitos; (iii) os impostos são não distorcionários; (iv) os impostos futuros são previstos; (v) a trajectória temporal dos gastos públicos é dada.

III.3. Política orçamental restritiva permanente não anunciada

Começa-se por diferenciar (III.11a) e (III.11b) em relação a g para obter os efeitos de longo prazo sobre \tilde{K} e $\tilde{\lambda}$:

$$(III.26a) \quad \frac{d\tilde{K}}{dg} = \frac{a_{22}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} > 0$$

$$(III.26b) \quad \frac{d\tilde{\lambda}}{dg} = \frac{-a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} > 0$$

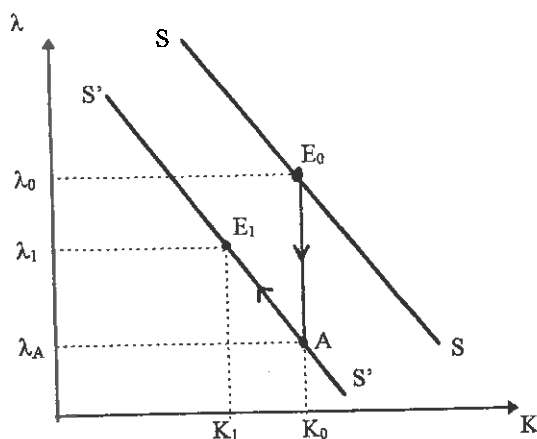
Um decréscimo permanente nos gastos públicos conduzirá a decréscimos no longo prazo tanto no stock de capital como na utilidade marginal da riqueza. Intuitivamente, no longo prazo, um decréscimo nos gastos públicos conduz a um decréscimo no *output* que é menos que proporcional, conduzindo a um nível de longo prazo do rendimento disponível e consumo permanentes mais alto. A utilidade marginal da riqueza diminui então, induzindo os agentes a diminuir a sua oferta de trabalho. Durante o período de transição, o decréscimo na oferta de trabalho diminui o produto marginal físico do capital abaixo do seu equilíbrio de longo prazo, causando desacumulação de capital até que o rácio capital-trabalho seja restabelecido no nível fixo implícito em (III.11b).

A Figura III.2 ilustra o ajustamento em K e λ que se segue a um decréscimo permanente não anunciado nos gastos públicos. Suponha-se que a economia começa por estar no ponto de equilíbrio E_0 sendo SS a correspondente trajectória de ajustamento estável. Um

decréscimo nos gastos públicos desloca o *steady-state* para o ponto E_1 , com um stock de capital mais baixo e uma utilidade marginal da riqueza também mais baixa. A trajectória-sela SS desloca-se assim para a esquerda para $S'S'$. Com o stock de capital restringido a ajustar-se continuamente, a resposta imediata quando g sofre o decréscimo é a utilidade marginal saltar para λ_A e a economia mover-se instantaneamente para o ponto A sobre $S'S'$. No curto prazo, a utilidade marginal da riqueza mais baixa leva a um aumento do consumo tanto do bem de consumo como do lazer. O decréscimo de curto prazo na oferta de trabalho faz diminuir o produto marginal do capital, diminuindo assim a taxa de juro de curto prazo.

Ao mesmo tempo, ao diminuir o produto marginal físico do capital abaixo do seu nível de longo prazo, a taxa de retorno do consumo tem que diminuir, de modo a que a condição de óptimo (III.2c) se verifique, e isto exige que $\dot{\lambda} > 0$. Para além disso, a utilidade marginal mais baixa reduz as poupanças na proporção $[F_1 l_\lambda - c_\lambda] d\lambda_A$. Isto excede a redução nos gastos públicos, de tal modo que a economia começa a desacumular capital. O acréscimo da utilidade marginal que acompanha o stock de capital em desacumulação ao longo da trajectória de transição é representado por um movimento ao longo da trajectória AE_1 para o novo *steady-state* em E_1 .

Figura III.2 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada





Diferenciando a relação $r = F_K(K, I(\lambda, K))$ em ordem a t , obtém-se:

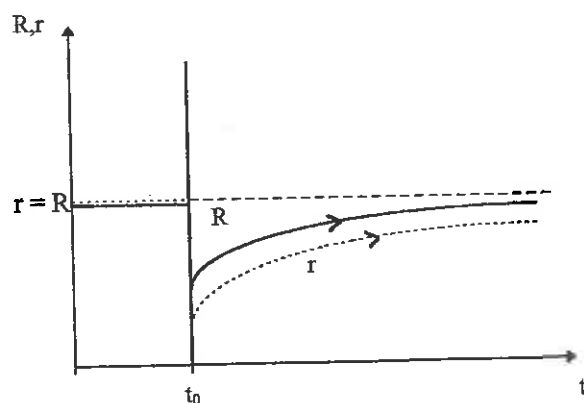
$$(III.27) \quad \dot{r} = a_{21}\dot{K} + a_{22}\dot{\lambda}.$$

O stock de capital decrescente e a utilidade marginal da riqueza crescente conduzem ao aumento da taxa de juro de curto prazo, à medida que converge de novo para o seu nível de equilíbrio de longo prazo.

A taxa de longo prazo $R(t)$, sendo uma soma descontada de taxas de curto prazo futuras uniformemente crescentes, tem que diminuir inicialmente por um qualquer montante menor que o decréscimo inicial na taxa de curto prazo. E uma vez que isto tem que ser verdade em todos os momentos do tempo, a taxa de longo prazo tem sempre que se situar acima da taxa de curto prazo. Com $R > r$, R tem também que crescer ao longo do tempo de modo a que se verifique a condição de arbitragem (III.15).

A evolução das taxas de curto e de longo prazos ao longo do tempo na sequência de um decréscimo permanente em g é ilustrada na Figura III.3.

Figura III.3 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente não anunciada

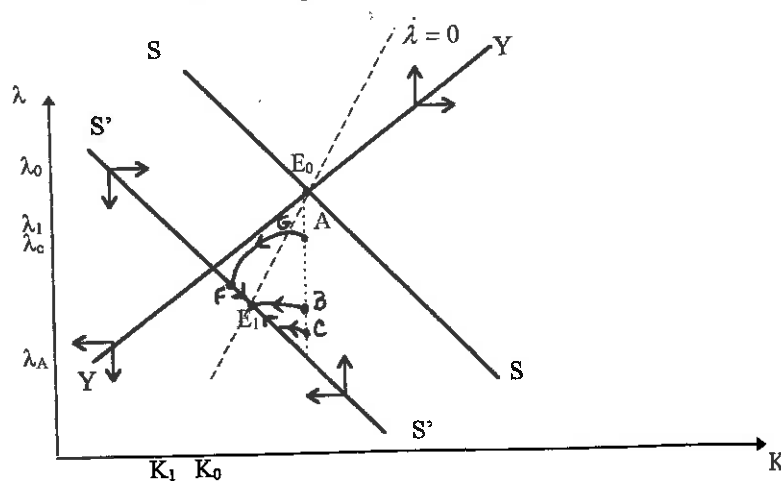


III.4. Contração orçamental permanente anunciada

O ajustamento em K e λ que se segue a uma contração orçamental permanente anunciada no momento t_0 para ter início no momento T , é ilustrada no diagrama de fases da Figura III.4. O lugar geométrico SS permanece agora fixo até ao momento T , quando a contração orçamental anunciada efectivamente ocorre. Nesse momento, desloca-se para $S'S'$, que passa através do novo equilíbrio de *steady-state* E_1 . Mais uma vez, com o stock de capital sendo pré-determinado, o ajustamento imediato no momento do anúncio é o salto da utilidade marginal λ em resposta à nova informação, só que desta vez para algum ponto que se situa entre E_0 e A . Começando nesse ponto, a economia segue então uma trajectória instável durante todo o período desde o anúncio até à implementação da medida.

A dimensão do salto inicial em λ_0 varia inversamente com a duração do período entre o anúncio e a implementação. Quanto maior for este período, isto é, quanto mais distante no tempo for a contração, mais é descontado, e mais pequeno é o salto inicial na utilidade marginal da riqueza.

Figura III.4 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma política orçamental restritiva permanente anunciada



Existe um valor crítico para o período que decorre entre o anúncio e a implementação, t^* , que faz com que a economia atinja o novo lugar geométrico estável precisamente no momento T , representado por um salto inicial de E_0 para B, na Figura III.4.

Considerando primeiro o caso em que o período intermédio é mais curto que esse valor crítico, o efeito é qualitativamente semelhante ao caso de uma contracção orçamental não anunciada e é ilustrado pela trajectória de transição CDE_1 . O decréscimo inicial em λ_0 faz diminuir o produto marginal físico do capital e, assim, a taxa de juro de curto prazo, como no caso de uma política não anunciada, mas por um montante menor. Ao diminuir o produto marginal físico do capital, a condição de óptimo (III.2c) exige $\dot{\lambda} > 0$, enquanto a utilidade marginal mais baixa diminui o emprego e o *output*, mas estimula o consumo. Com os gastos públicos inalterados no momento t_0 , o capital começa a desacumular. O λ crescente e o K decrescente ao longo da trajectória (instável) de transição CD implicam uma taxa de juro de curto prazo a aumentar nessa fase. Em D, atingido no momento T , K e λ atingirão a nova trajectória-sela e continuam este tipo de ajustamento, conduzindo a um maior aumento na taxa de juro de curto prazo. Seguindo-se ao decréscimo inicial, a taxa de curto prazo irá então crescer continuamente ao longo de toda a trajectória de ajustamento de transição. A taxa de longo prazo, sendo uma soma descontada destas taxas de curto prazo crescentes futuras também irá então aumentar continuamente ao longo do tempo, situando-se sempre acima da taxa de curto prazo. Isto é ilustrado na Figura III.5(a), que é semelhante à Figura III.3, mas com uma alteração na taxa de variação da taxa de curto prazo no momento T , quando a economia atinge a trajectória estável.

No caso em que $T > t^*$, ou seja, em que o período intermédio é relativamente longo, os efeitos são qualitativamente diferentes. Primeiro, o salto inicial na utilidade marginal da riqueza é pequeno, conduzindo a um decréscimo inicial também menor na taxa de juro de curto prazo. A trajectória de transição entre t_0 e T é AF, ao longo da qual $\dot{\lambda} > 0$ e $\dot{K} < 0$, inicialmente, de tal modo que o produto marginal do capital e a taxa de juro de curto prazo começam a aumentar. Enquanto a economia se situa na trajectória AG, o

ajustamento processa-se no sentido de maior desaccumulação de capital e maior aumento na utilidade marginal da riqueza.

Quando a economia atinge o ponto G, $\dot{\lambda} = 0$ e diminui entre G e F ($\dot{\lambda} < 0$). Esta alteração no comportamento da utilidade marginal da riqueza decorre do facto de o stock de capital sofrer uma diminuição excessiva (*undershooting*).

Entre A e G, a economia está a desaccumular capital, mas a diminuição de λ é cada vez menor. Na verdade, λ começa a diminuir antes do momento T, em que a nova trajectória-sela é atingida. Isto porque a subaccumulação da capital faz aumentar o seu produto marginal acima do respectivo valor de equilíbrio de longo prazo. Para que a condição (III.2c) (sendo β constante) seja respeitada, é necessário que $\dot{\lambda} < 0$.

A evolução correspondente para as taxas de juro é ilustrada na Figura III.5(b). Enquanto a economia se move ao longo de AF, a taxa de curto prazo cresce monotonamente. O movimento no sentido de uma maior desaccumulação de capital acelera o crescimento da taxa de curto prazo que, no momento T, se situa acima do seu equilíbrio de *steady-state*. Após o momento T, o stock de capital crescente e a utilidade marginal da riqueza decrescente levam a taxa de curto prazo a diminuir de novo para o equilíbrio de longo prazo.

No que diz respeito à trajectória da taxa de juro de longo prazo, o seu comportamento é o seguinte. No momento do anúncio, t_0 , o decréscimo imediato na taxa de curto prazo domina, fazendo com que a taxa de longo prazo também comece por diminuir, embora menos. Enquanto a taxa de curto prazo estiver abaixo da de longo prazo, esta aumenta, gerando perdas de capital que igualam as taxas de retorno dos dois activos. No entanto, o crescimento da taxa de longo prazo é mais lento que o da de curto prazo. Isto ocorre porque os decréscimos futuros na taxa de curto prazo, que se espera ocorrerem após o momento T, se tornam cada vez mais importantes, à medida que esse momento se aproxima. Uma vez que se sabe que a taxa de curto prazo decrescerá continuamente após o momento T, à medida que a economia se aproxima do seu novo *steady-state* ao

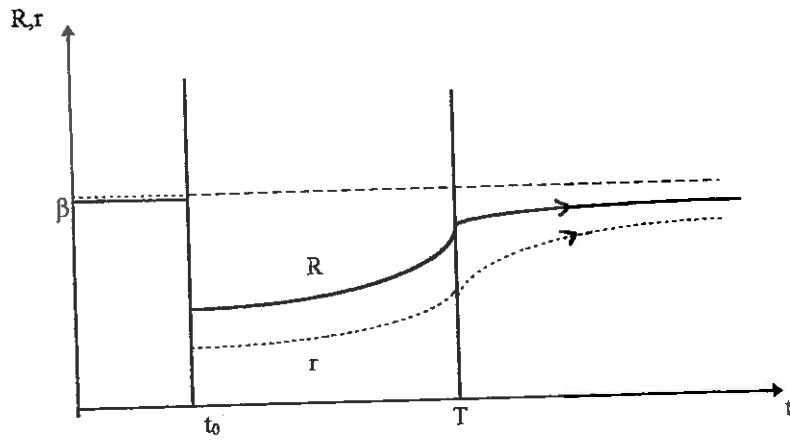
longo de AF, a taxa de longo prazo tem que se situar abaixo da taxa de curto prazo durante esta fase. É então claro que com a taxa de curto prazo inicialmente abaixo da de longo prazo, as duas taxas têm que ser iguais em algum ponto $\hat{t} < T$. Esta igualdade ocorre no ponto em que $\dot{R} = 0$, de tal modo que a taxa de longo prazo atinge um máximo. Durante o período de tempo entre \hat{t} e T , as taxas de curto e de longo prazos divergem, com a taxa de curto prazo a aumentar e a taxa de longo prazo a diminuir, até que a contracção orçamental ocorre, momento a partir do qual diminuem em conjunto, de novo para o valor de equilíbrio inicial.

Quando $T > t^*$, uma contracção orçamental futura anunciada conduz a um decréscimo inicial na taxa de juro de curto prazo, com um subsequente aumento que a coloca acima do seu nível de equilíbrio durante a transição. O salto inicial na taxa de longo prazo compensa os decréscimos iniciais na taxa de curto prazo contra estes subsequentes acréscimos. Quanto maior for o período entre o anúncio e a implementação, mais prevalecem os últimos. Se existir um período intermédio suficientemente longo para que o período em que a taxa de curto prazo está acima do equilíbrio domine e a taxa de longo prazo de facto comece por aumentar, isso corresponde a uma situação em que a utilidade marginal da riqueza ainda está inicialmente a diminuir, e as taxas de curto e longo prazos reagem ao anúncio de forma divergente. Após esse momento, as trajectórias de ajustamento para as duas taxas comportam-se como no caso anterior, tal como ilustrado na Figura III.5(c).

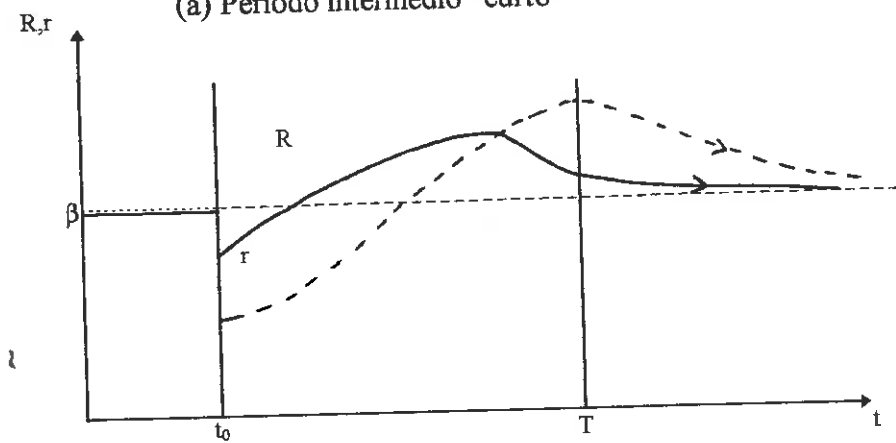
III.5. Contracção orçamental temporária

Quando, em simultâneo com uma contracção orçamental não anunciada, o governo faz saber que pretende restabelecer o nível de gastos públicos em algum momento futuro, T_1 , está-se em presença de uma contracção temporária. O efeito deste tipo de medida resulta então de uma combinação dos efeitos de uma contracção permanente não anunciada com os efeitos de uma expansão permanente anunciada.

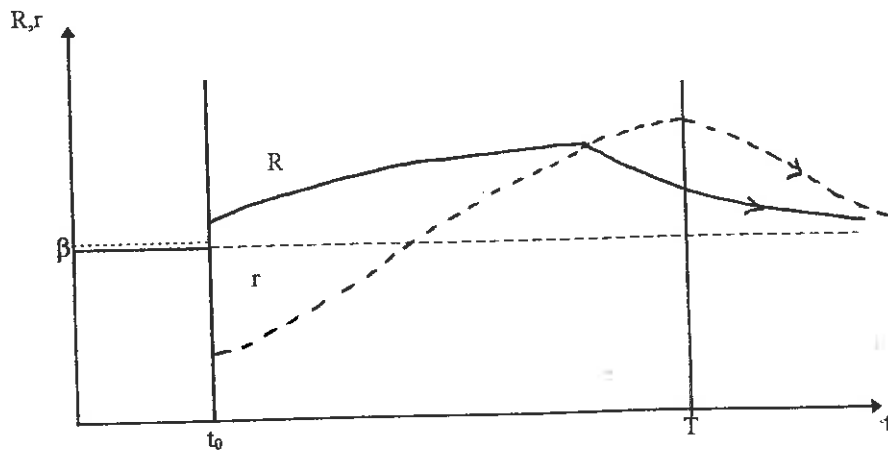
Figura III.5 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma política orçamental restritiva permanente anunciada



(a) Período intermédio "curto"



(b) Período intermédio "relativamente longo"

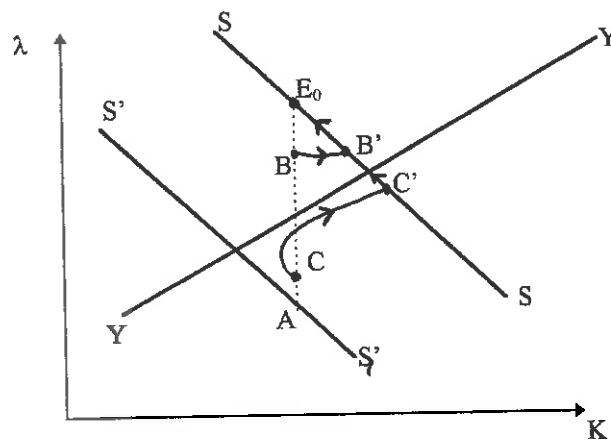


(c) Período intermédio "muito longo"

Como se demonstrará, a duração da contracção faz com que os primeiros ou os segundos prevaleçam durante o período intermédio.

Dado que o agente representativo sabe que o nível de gastos públicos irá ser repostos, os valores de equilíbrio de longo prazo das variáveis vão permanecer inalterados.

Figura III.6 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos de uma contracção orçamental temporária



O salto inicial na utilidade marginal da riqueza é negativo e a sua dimensão depende, de forma directa, da duração esperada da contracção. Uma diminuição nos gastos públicos deverá conduzir a uma redução do stock de capital, mas quando a contracção é curta (λ salta de E_0 para B), o efeito da expansão anunciada predomina e o stock de capital aumenta em simultâneo com a redução da utilidade marginal da riqueza até ao momento T_1 , em que a economia atinge de novo a trajectória estável (efeito simétrico ao de uma contracção anunciada). A partir desse ponto, K diminui e λ aumenta, ambos de novo no sentido do equilíbrio inicial.

Se a contracção for longa, o salto inicial da utilidade marginal da riqueza é maior, tanto mais próximo de A quanto mais a contracção for vista como permanente. Tal como foi explicado no ponto III.3, uma contracção permanente nos gastos públicos dá origem a

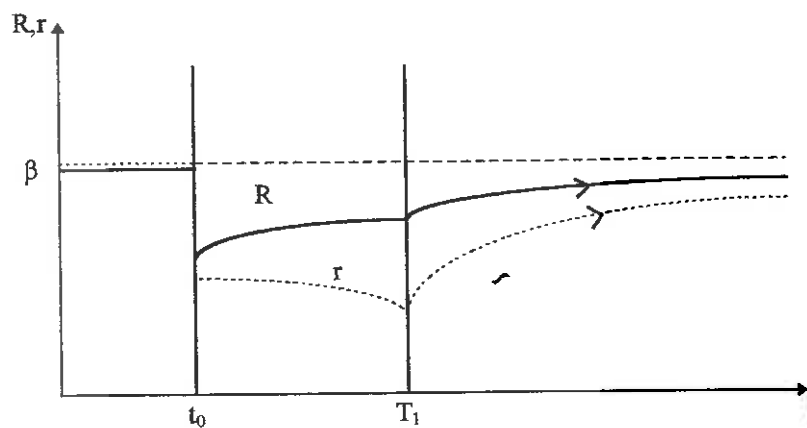
uma redução no stock de capital e a um aumento da utilidade marginal da riqueza depois do salto negativo inicial desta. Deste modo, durante a primeira fase da contracção, o stock de capital estará a diminuir, o que acontece até que a expectativa de aumento dos gastos começa a fazer-se sentir e o stock de capital aumenta de novo no sentido do equilíbrio inicial. Devido à influência restritiva da primeira fase, a economia atinge a trajectória estável inicial no momento T_1 com um stock de capital mais alto e uma utilidade marginal da riqueza mais baixa do que no caso em que a contracção é curta. Após T_1 , $\dot{K} < 0$ e $\dot{\lambda} > 0$, no sentido do equilíbrio de longo prazo inicial, E_0 .

A evolução ao longo do tempo das taxas de juro de curto e de longo prazos é ilustrada na Figura III.7. Pode ser obtida combinando a imagem simétrica da Figura III.5 com a Figura III.3, para reflectir a contracção inicial. O efeito imediato de uma redução nas despesas públicas é reduzir a produtividade marginal do capital, e deste modo a taxa de juro de curto prazo inicial. Seguindo-se a este declínio inicial, duas forças contrárias começam a actuar sobre a evolução da taxa de juro de curto prazo. Por um lado, na medida em que o declínio nas despesas públicas no momento t_0 seja visto como permanente, a taxa de juro de curto prazo começa a aumentar, à medida que retorna ao seu nível de equilíbrio de *steady-state*. Isso é ilustrado Figura III.3. Ao mesmo tempo, a antecipação de uma expansão orçamental permanente que se sabe que irá acontecer no momento T_1 , quando as despesas públicas são restabelecidas no seu nível original, irá gerar um continuado declínio na taxa de juro de curto prazo, à medida que o stock de capital começa a acumular antes desse acontecimento. Como a taxa de juro de curto prazo irá reagir enquanto durar a contracção orçamental, depende de qual das influências domina, como se pode ver nas duas situações ilustradas na Figura III.7.

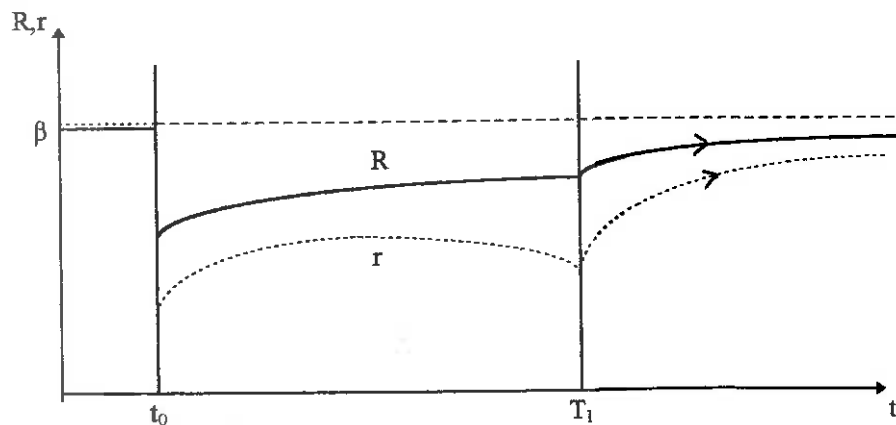
Primeiro, se a contracção orçamental for relativamente curta, a antecipação da expansão no momento T_1 irá dominar e a taxa de juro de curto prazo continuará a diminuir ao longo do período (t_0, T_1) , como ilustrado na Figura III.7.(a). No momento T_1 , quando acaba a contracção, a taxa de curto prazo começa então a aumentar no sentido do seu valor de equilíbrio de longo prazo, β , à medida que o capital desacumula até ao seu stock de equilíbrio inicial. A resposta da taxa de juro de longo prazo é diferente. Uma vez que

o período (t_0, T_1) ao longo do qual decai a taxa de curto prazo é breve, a taxa de longo prazo reflecte mais acentuadamente o subsequente aumento em r , e deste modo a sua resposta inicial, embora negativa, é-o menos que a da taxa de curto prazo. Com $r < R$, a taxa de longo prazo tem que aumentar de forma a gerar as perdas de capital nos títulos de longo prazo que manterão a igualdade entre as taxas de retorno dos dois activos, de curto e de longo prazos. Com a taxa de curto prazo em queda enquanto dura a contracção orçamental, as taxas de curto e de longo prazos vão divergir ao longo desse período. Após cessar a contracção temporária dos gastos, ambas as taxas convergem para o seu nível de equilíbrio comum, à medida que a economia retorna ao *steady-state* inicial.

Figura III.7 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária



(a). Contracção orçamental "curta"



(b). Contracção orçamental "longa"

Se a contracção orçamental for suficientemente longa, o anúncio do subsequente aumento das despesas públicas para o seu nível original terá inicialmente efeitos pouco significativos, e a contracção orçamental será vista essencialmente como permanente. A taxa de juro de curto prazo irá desse modo começar a aumentar, seguindo-se ao seu declínio inicial. No entanto, à medida que a contracção persiste e se aproxima o momento T_1 , a antecipação da expansão que deverá ocorrer nesse momento torna-se cada vez mais importante. A taxa de curto prazo comporta-se agora como se a contracção fosse de facto muito temporária. O capital começa a acumular e taxa de curto prazo diminui, vindo a aumentar de modo constante no sentido do seu equilíbrio após cessar a contracção orçamental. A taxa de longo prazo, reflectindo o acréscimo de curto prazo na taxa de curto prazo após o seu declínio inicial também cai, mas menos. Dado que se situa sempre acima da taxa de curto prazo, aumenta monotonamente. Nas primeiras fases, as duas taxas aumentam em conjunto. Contudo, à medida que se aproxima o fim do período de contracção e a medida de política se restringe a uma forma muito temporária, as duas taxas divergem, uma vez que a taxa de longo prazo reflecte o acréscimo anunciado na taxa de curto prazo após a suspensão da medida, quando ambas as taxas convergem monotonamente para o seu nível de equilíbrio de longo prazo.

CAPÍTULO IV



MODELO DE TURNOVSKY

Neste modelo tipo IS/LM, Turnovsky⁴ introduz a distinção entre taxas de juro de curto e de longo prazos num modelo monetário *standard* de uma economia aberta. Trata-se de uma variante do modelo de Dornbusch (1976), com previsão perfeita e câmbios flexíveis.

IV.1. Apresentação do modelo

O modelo consiste nas seguintes equações:

$$(IV.1a) \quad Z = \beta_1 \bar{Y} - \beta_2 R + \beta_3 (E - P) + G, \quad 0 < \beta_1 < 1, \beta_2 > 0, \beta_3 > 0$$

$$(IV.1b) \quad M - P = \alpha_1 \bar{Y} - \alpha_2 i, \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$$

$$(IV.1c) \quad i = i^* + \dot{E}$$

$$(IV.1d) \quad r = i - \dot{P}$$

$$(IV.1e) \quad r = R - \dot{R} / R$$

$$(IV.1f) \quad \dot{P} = \gamma (Z - \bar{Y}), \quad \gamma > 0$$

onde

Z = procura agregada real de *output* doméstico

\bar{Y} = oferta de *output* doméstico, que se assume fixo no pleno emprego

G = despesa pública doméstica real

R = taxa de juro real de longo prazo doméstica

r = taxa de juro real de curto prazo doméstica

i = taxa de juro nominal de curto prazo doméstica

i^* = taxa de juro externa nominal (e real), tomada como fixa

E = taxa de câmbio, expressa em logaritmos

P = nível de preços doméstico, expresso em logaritmos

⁴ Turnovsky, 1986.

M = oferta nominal de moeda doméstica, expressa em logaritmos

A equação (IV.1a) especifica a procura agregada de *output* doméstico como uma função negativa da taxa de juro real de longo prazo doméstica e como uma função positiva do preço relativo ($E-P$), onde se assume que o nível de preços externo permanece fixo na unidade. Também depende positivamente do nível fixo de *output* e da despesa pública real.

A introdução da taxa de juro de longo prazo R na função de despesa real Z é um aspecto novo relativamente aos modelos estudados nos capítulos anteriores e constitui um elemento chave deste modelo. Uma vez que Z inclui despesas em bens de investimento, depende do q de Tobin, que, por seu lado, está inversamente relacionado com a taxa de juro real de longo prazo. Por outro lado, R reflecte o valor de activos e o seu impacto através do efeito riqueza no consumo corrente.

O equilíbrio do mercado monetário doméstico é especificado por (IV.1b), com a procura de moeda a depender da taxa de juro nominal de curto prazo. Assume-se que os títulos domésticos e externos são substitutos perfeitos numa base aberta, de tal modo que a condição de paridade aberta de taxas de juro (IV.1c) se verifique, enquanto a taxa de juro real de curto prazo é definida em (IV.1d).

A taxa de juro real de longo prazo é definida como a curva de rendimentos de um título consolidado que paga um cupão unitário (real) constante. Se se representar essa curva de rendimentos por R , o preço do título consolidado é $1/R$. A taxa de retorno instantânea sobre os títulos consolidados é, deste modo, dada por:

$$R + \frac{d(1/R)/dt}{1/R} = R - \dot{R}/R.$$

Assume-se que os títulos de longo prazo e os títulos de curto prazo são substitutos perfeitos, de tal modo que as suas taxas de retorno reais instantâneas são iguais, como em (IV.1e) (no pressuposto de neutralidade ao risco). Integrando esta equação, obtém-se:

$$(IV.1e') \quad R(t) = \frac{1}{\int_t^{\infty} \exp(-\int_t^x r(t') dt') dx}$$

Finalmente, a equação (IV.1f) descreve a taxa de ajustamento dos preços em termos de uma relação de curva de Phillips simples.

IV.2. Equilíbrio e ajustamento dinâmico

O *steady-state* da economia é obtido quando $\dot{R} = \dot{P} = \dot{E} = 0$ e é descrito por:

$$(IV.2a) \quad (1 - \beta_1)\bar{Y} = -\beta_2\bar{R} + \beta_3(\bar{E} - \bar{P}) + G$$

$$(IV.2b) \quad M - \bar{P} = \alpha_1\bar{Y} - \alpha_2\bar{R}$$

$$(IV.2c) \quad \bar{R} = \bar{r} = \bar{i} = i^*$$

onde os 'tils' designam valores de *steady-state*. Em equilíbrio, no mercado do produto a oferta é igual à procura e as taxas de juro de curto e de longo prazos reais e nominais são todas iguais à taxa de juro externa, exogenamente dada, i^* . Os multiplicadores de longo prazo são os seguintes:

$$(IV.3a) \quad \frac{d\bar{E}}{dM} = \frac{d\bar{P}}{dM} = 1; \quad \frac{d\bar{R}}{dM} = 0$$

$$(IV.3b) \quad \frac{d\bar{P}}{dG} = \frac{d\bar{R}}{dG} = 0; \quad \frac{d\bar{E}}{dG} = -\frac{1}{\beta_3} < 0$$

Uma contracção nos gastos públicos domésticos deixa o nível de preços doméstico e as taxas de juro inalteradas. A taxa de câmbio tem que depreciar, fazendo assim aumentar a procura privada e acomodando a redução nos gastos públicos, dado o *output* fixo.

Estes resultados correspondem à habitual ineficácia da política orçamental no contexto do modelo de Mundell-Fleming, com câmbios flexíveis e perfeita mobilidade de

capitais. A contracção orçamental provoca uma depreciação imediata na taxa de câmbio que anula totalmente o efeito restritivo sobre a procura resultante do nível de gastos públicos mais baixo. Há um *crowding-out* total da política orçamental resultante do aumento nas exportações líquidas.

Linearizando o sistema em torno do equilíbrio estacionário e substituindo, a dinâmica pode ser reduzida à seguinte equação matricial em R , E e P :

$$(IV.4) \quad \begin{bmatrix} \dot{R} \\ \dot{E} \\ \dot{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}(1 - \gamma\beta_2) & \bar{R}\gamma\beta_3 & -\bar{R}[1/\alpha_2 + \gamma\beta_3] \\ 0 & 0 & 1/\alpha_2 \\ -\gamma\beta_2 & \gamma\beta_3 & -\gamma\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R - \bar{R} \\ E - \bar{E} \\ P - \bar{P} \end{bmatrix}$$

Demonstra-se, recorrendo às propriedades das raízes dos polinómios, que os três valores próprios, λ_1 , λ_2 e λ_3 , deste sistema verificam as seguintes condições:

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = -\frac{\gamma\beta_3}{\alpha_2} \bar{R} < 0, \quad \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1 = -\gamma \left[\bar{R}\beta_3 + \frac{\beta_3}{\alpha_2} + \bar{R} \frac{\beta_3}{\alpha_2} \right] < 0$$

Decorre destas duas relações que tem que haver uma raiz negativa e duas raízes positivas, por exemplo, $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$ e $\lambda_3 > 0$. O sistema tem então comportamento de ponto-sela. Enquanto o nível de preços P evolui continuamente, de acordo com a curva de Phillips, tanto a taxa de câmbio como a taxa de juro real de longo prazo podem saltar descontinuamente em reacção a perturbações não anunciadas.

No Anexo IV é derivada a solução geral para a equação (IV.4) no pressuposto habitual que a economia parte de um *steady-state* inicial. Dadas as hipóteses formuladas sobre a natureza das variáveis dinâmicas, estas soluções são únicas. Porque a dinâmica é de terceira ordem, não é possível obter uma ilustração simples a duas dimensões do diagrama de fases nas três variáveis de estado R , P e E . Contudo, vê-se das soluções (no Anexo IV) que quando $t \geq T$, isto é, após a perturbação anunciada ter ocorrido, que R , E e P seguem os pares de relações lineares, que garantem o ajustamento estável da economia:

$$(IV.5a) \quad E - \tilde{E} = \frac{h_{23}}{\lambda_1} (P - \tilde{P}),$$

$$(IV.5b) \quad R - \tilde{R} = \frac{-[\lambda_1 h_{13} + h_{12} h_{23}]}{(h_{11} - \lambda_1) \lambda_1} (P - \tilde{P}),$$

onde $\lambda_1 < 0$ e os h_{ij} são os elementos da matriz de coeficientes em (IV.4). Constatase que $h_{13} < 0$, $h_{12} > 0$ e $h_{23} > 0$, enquanto adicionar a restrição $I > \gamma\beta_2$ garante que $h_{11} > 0$. A equação (IV.5a) é de facto o lugar geométrico do ramo estável do ponto-sela em termos da taxa de câmbio e do nível de preços doméstico, e é negativamente inclinado. A equação (IV.5b) é uma relação análoga entre a taxa de juro real de longo prazo e o nível de preços doméstico. Sob as mesmas condições estabelecidas acima, é positivamente inclinado.

IV.3. Contração orçamental doméstica não anunciada

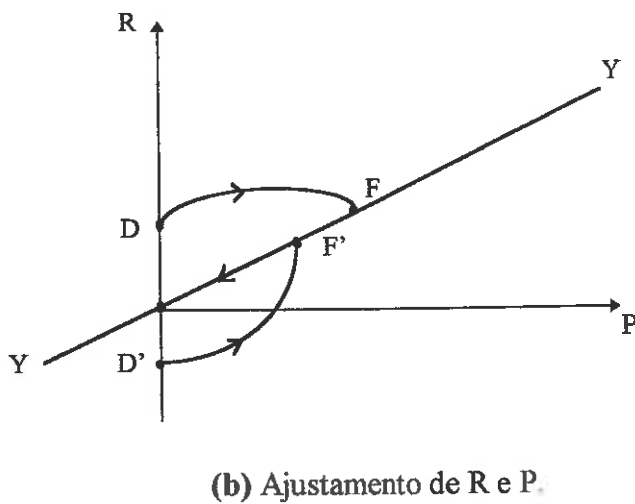
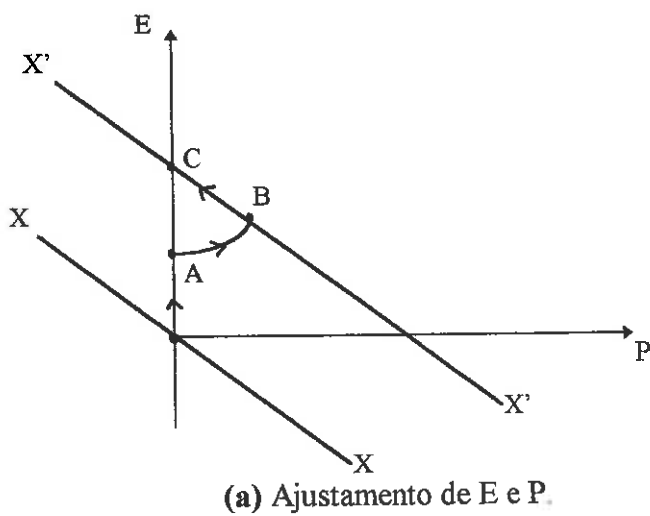
Um decréscimo unitário permanente nas despesas públicas domésticas conduz a uma depreciação no longo prazo da taxa de câmbio, deixando o nível de preços doméstico de *steady-state* e a taxa de juro real inalterados. Isto significa que o lugar geométrico estável no espaço $E-P$ se move para cima de XX para $X'X'$, enquanto YY permanece fixo no espaço $R-P$, na Figura IV.1.

O efeito de uma contração orçamental não anunciada sobre a economia é muito simples. O que provoca é uma depreciação instantânea da taxa de câmbio para o seu novo nível de *steady-state* em C na Figura IV.1(a), com o nível de preços doméstico e as taxas de juro reais (e nominais) a permanecer inalteradas, de acordo com os multiplicadores dados em (IV.3b).

IV.4. Decréscimo permanente anunciado nos gastos públicos

No momento do anúncio, a taxa de câmbio deprecia imediatamente para um ponto como *A* na Figura IV.1(a). Com o aumento da taxa de câmbio, a procura agregada de *output* doméstico aumenta, pelas exportações. Dada a relação (IV.1f), isso leva a que $\dot{P} > 0$, ou seja, o nível de preços tem que aumentar e a economia atinge a nova trajetória-sela no momento *T*, em *B*. A economia evolui para o novo equilíbrio de steady-state em *C*. O nível de preço tem que voltar a diminuir a partir de *T*, devido à redução na procura agregada causada pela diminuição dos gastos públicos, mas enquanto não se restabelecer o nível de preços de equilíbrio, *E* continua a aumentar.

Figura IV.1 - Modelo de Turnovsky - Efeitos de uma contracção orçamental permanente (não) anunciada



No espaço (R-P), a evolução dinâmica depende do comportamento inicial da taxa de juro de longo prazo, que pode sofrer um salto positivo ou um salto negativo no momento do anúncio, t_0 . Em qualquer dos casos, como se vê pela Figura IV.1a, o nível de preços aumenta até ao momento T e diminui depois, de novo no sentido do seu nível de equilíbrio de longo prazo.

A condição de arbitragem indica que o comportamento de R depende da diferença entre as taxas de juro reais de curto e de longo prazos. Para além da questão do salto inicial positivo ou negativo da taxa de juro de longo prazo, o seu comportamento entre t_0 e T é também incerto. Uma aproximação linear à diferença $R-r$, (ou seja, a \tilde{R}), expressa em termos da variação inicial discreta em R e E , é dada por:

$$(IV.6) \quad d\tilde{R}(0) = \tilde{R}(1 - \gamma\beta_2)dR(0) + \tilde{R}\gamma\beta_3dE(0)$$

$R(0)$ pode aumentar ou diminuir, mas $E(0)$ aumenta em qualquer das situações.

Conforme se demonstra no Anexo IV, a reacção inicial da taxa de juro de longo prazo depende da elasticidade-juro da procura de moeda, avaliada no equilíbrio de longo prazo.

Se a elasticidade-juro da procura de moeda, η , for superior a 1, a taxa de juro de longo prazo começa por diminuir para D' na Figura IV.1. Nessa situação, tanto a diminuição da taxa de juro de longo prazo como a depreciação da taxa de câmbio levam a um aumento da procura agregada, com o nível de preços a aumentar até ao momento T , em que a redução dos gastos efectivamente ocorre. O aumento do nível de preços diminui o stock real de moeda, pelo que a taxa de juro nominal de curto prazo tem que aumentar para equilibrar o mercado monetário.

A inflação inicial no momento zero, gerada pelo anúncio, significa que a taxa real de curto prazo desce imediatamente abaixo da taxa nominal de curto prazo. Com os preços a aumentar durante todo o período (t, T) , isso significa que r se situa sempre abaixo de i durante essa fase. Se a taxa de curto prazo está de facto a subir ou a descer

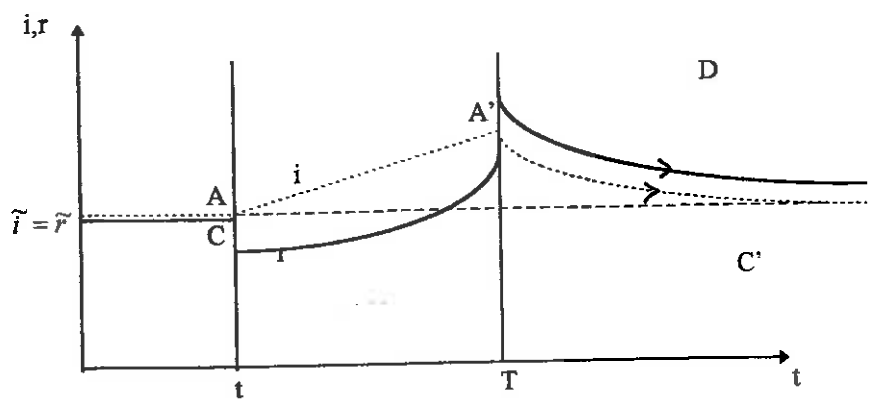
depende de a taxa de câmbio aumentar mais rapidamente que o nível de preços. Traçou-se a trajectória temporal no pressuposto que é esse o caso, de tal modo que r aumenta com i . No momento da contracção orçamental o nível de preços começa a diminuir. A taxa de juro real de curto prazo aumenta então imediatamente, ficando acima da taxa nominal de curto prazo. Permanece assim durante o seu ajustamento subsequente até ao equilíbrio, na medida em que os preços continuam a diminuir durante esta fase, conforme se pode ver na Figura IV.2(a).

Quando a elasticidade-juro da procura de moeda é inferior a 1, a taxa de longo prazo inicialmente salta para um ponto como D, na Figura IV.1(b). Este aumento da taxa de longo prazo exerce um efeito de contracção sobre a procura agregada, contrário ao que decorre da apreciação da taxa de câmbio. *A priori*, qualquer dos efeitos pode dominar. A Figura IV.1(b) foi traçada no pressuposto de que o efeito taxa de câmbio domina e que a procura agregada de *output* doméstico aumenta, gerando inflação, o que é plausível para um período de tempo entre o anúncio e a implementação da medida pequeno.

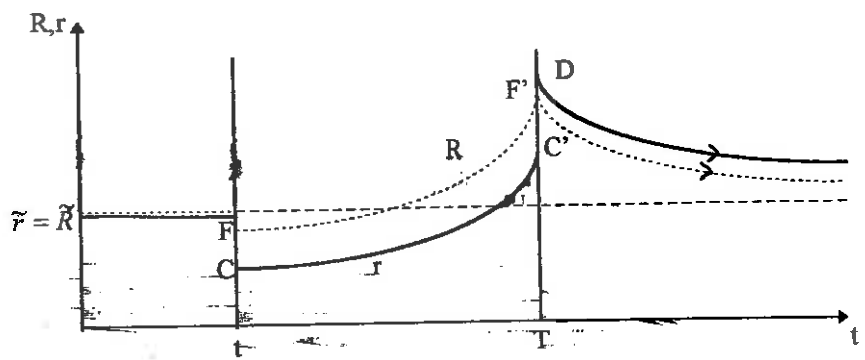
A evolução ao longo do tempo das taxas de juro é ilustrada na Figura IV.2. A taxa de juro nominal de curto prazo permanece fixa no momento do anúncio. Com o nível de preços a aumentar durante o período intermédio (t_0, T), o stock real de moeda diminui e a taxa de juro nominal de curto prazo aumenta ao longo da trajectória AA' . No momento da contracção orçamental, o stock real de moeda doméstico permanece inalterado, de tal modo que a trajectória para a taxa nominal é contínua nesse ponto. No entanto, com o nível de preços começando agora a diminuir, o stock real de moeda começa a aumentar e a taxa de juro nominal recomeça a diminuir no sentido da taxa mundial de equilíbrio.

As taxas de juro reais de curto e de longo prazos são traçadas nas Figuras IV.2(b) e IV.2(c) para os dois casos em que a última cai no curto prazo e aumenta no curto prazo, respectivamente. Considere-se primeiro a Figura IV.2(b). Com R a aumentar

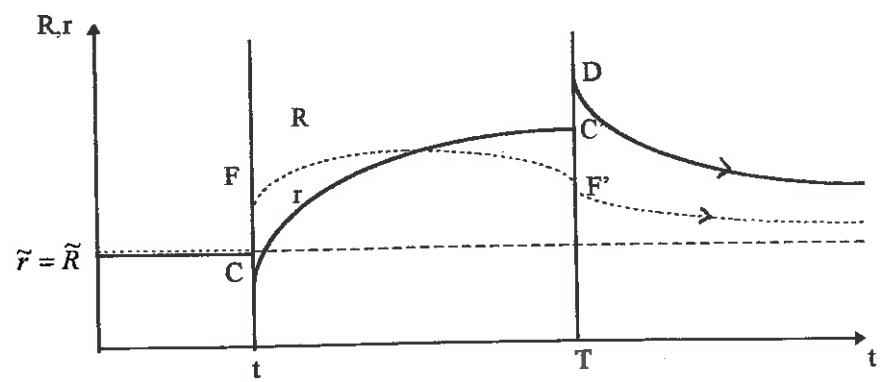
Figura IV.2 - Modelo de Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental permanente anunciada



(a) Ajustamento da taxa de curto prazo, nominal e real



(b) Ajustamento das taxas reais de curto e de longo prazos, com a taxa de longo prazo a cair no curto prazo



(c) Ajustamento das taxas reais de curto e de longo prazos, com a taxa de longo prazo a aumentar no curto prazo

durante o período (t_0, T) após o seu decréscimo inicial, decorre da condição de arbitragem (IV.1e) que a taxa real de longo prazo tem que exceder a taxa real de curto prazo. Quando R começa a diminuir na sequência da contracção orçamental, a taxa real de curto prazo sobe acima da primeira e permanece acima durante a transição subsequente.



A Figura IV.2(c) ilustra o caso em que R inicialmente aumenta. Embora no curto prazo R continue a aumentar, é razoável supôr que o nível de preços crescente, em conjunto com R crescente, tenderá a reduzir a taxa de inflação. Como consequência, a divergência entre as taxas reais de curto e de longo prazos é eliminada e isso faz com que R comece a diminuir à medida que se aproxima do lugar geométrico YY . Nesse caso, as trajectórias temporais para as taxas reais de curto e de longo prazos intersectar-se-ão no ponto em que R atinge o seu nível máximo.

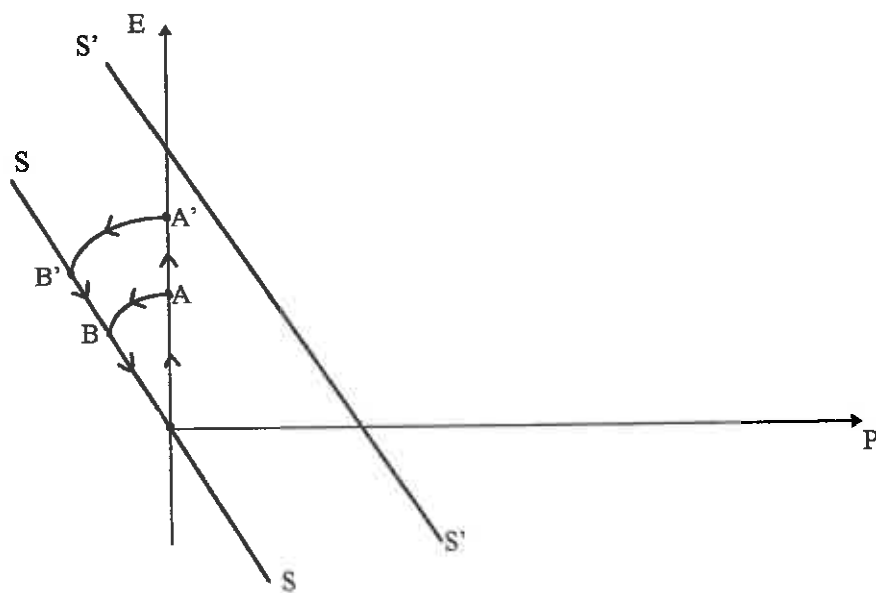
A Figura IV.2 ilustra o comportamento divergente das várias taxas de juro, em resposta a uma contracção orçamental anunciada, particularmente durante a fase inicial. A taxa nominal de curto prazo segue a trajectória mais suave, começando por aumentar gradualmente antes de diminuir de novo no sentido do seu nível de equilíbrio. A taxa real de curto prazo sofre dois saltos; um para baixo no momento do anúncio e um para cima quando a contracção efectivamente ocorre. Durante a primeira fase cresce gradualmente, enquanto na sequência do salto para cima no momento T , gradualmente diminui no sentido do seu nível de equilíbrio. A taxa de longo prazo regista apenas um salto, no momento do anúncio. Depois disso, tende a aumentar antes de voltar a diminuir para o seu nível de equilíbrio. Tal como i , pode também situar-se sempre acima da taxa de equilíbrio mundial, mas não é necessariamente esse o caso.

IV.5. Contracção orçamental temporária

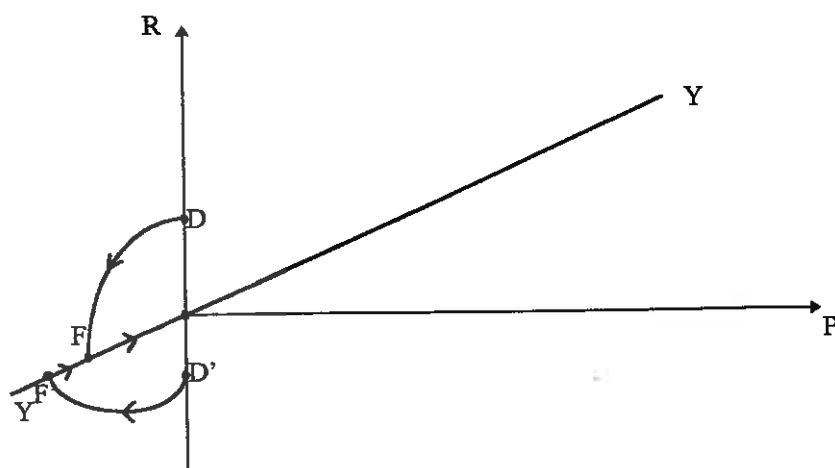
Uma contracção orçamental temporária pode ser interpretada como a ocorrência simultânea de uma contracção não anunciada e do anúncio de uma expansão orçamental para um qualquer momento T_1 futuro.

Os efeitos de uma contração orçamental não anunciada foram já descritos no ponto IV.3.. De acordo com o que foi já explicado, o seu único efeito é uma depreciação instantânea da taxa de câmbio, ficando as taxas de juro reais e nominais inalteradas.

Figura IV.3 - Modelo de Turnovsky - Efeitos de uma contração orçamental temporária



(a) Ajustamento de E e P.



(b) Ajustamento de R e P.

Por seu turno, os efeitos de uma expansão orçamental anunciada serão simétricos aos descritos no ponto IV.4., aceitando-se, do mesmo modo, a possibilidade de comportamentos distintos de curto prazo da taxa de juro de longo prazo.

A contracção orçamental não anunciada levará de imediato a uma depreciação discreta da taxa de câmbio, tanto maior quanto maior a duração da contracção, isto é, quanto mais for vista como permanente. Uma vez que uma medida deste tipo não afecta o nível de preços, logo após o momento t_0 , estes começam a diminuir em resposta ao anúncio de expansão no momento T . A economia atinge o ponto B no momento T , com um nível de preços inferior ao nível de equilíbrio de longo prazo, pelo que tem que começar a aumentar. No que diz respeito à taxa de câmbio, terá que diminuir continuamente após a depreciação inicial, regressando ao nível de equilíbrio inicial.

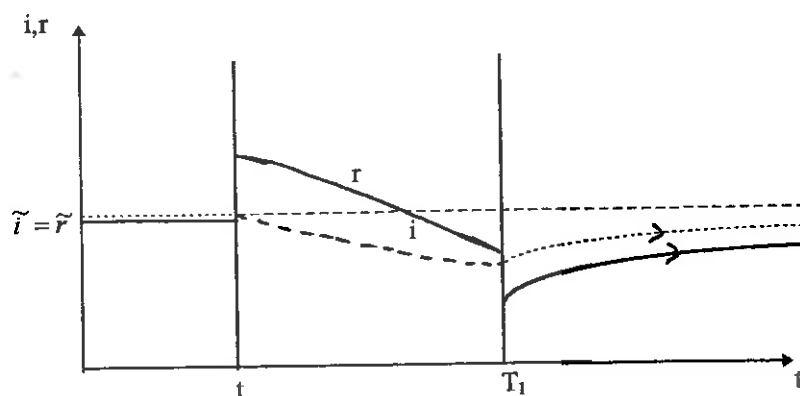
O comportamento da taxa de juro de longo prazo, não afectado pela contracção inicial, é totalmente determinado pela expectativa de aumento futuro de G , pelo que os efeitos são simétricos aos descritos para uma contracção permanente anunciada. Note-se, no entanto, que a relação entre a elasticidade-juro da procura de moeda e o salto inicial de R é inverso ao descrito para uma contracção (i.e., se $|\eta| > 1$, R aumenta).

A evolução das taxas de juro ao longo do tempo, neste caso, corresponde às trajectórias representadas na Figura IV.4.

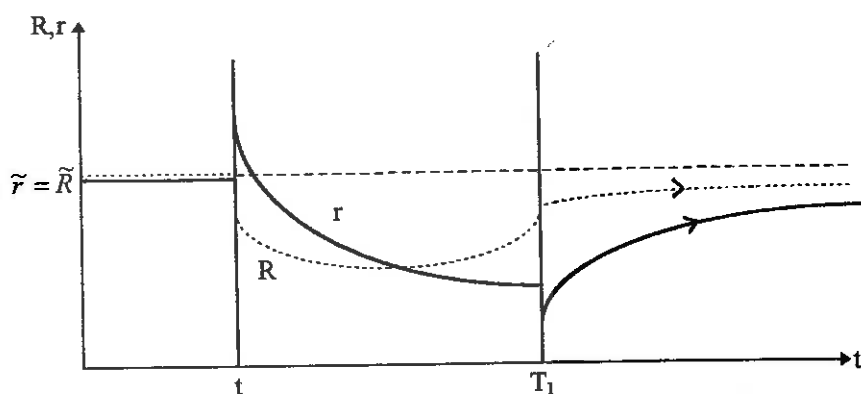
Com o stock real de moeda fixado instantaneamente, no momento da contracção, a taxa de juro nominal de curto prazo permanece fixa. Como o nível de preços começa de imediato a diminuir, o stock real de moeda aumenta e i tem que diminuir para manter o equilíbrio do mercado monetário. A partir do momento T_1 , com o nível de preços de novo a aumentar, i volta a subir no sentido do equilíbrio de longo prazo.

Quanto à taxa de juro real de curto prazo, a deflação inicial coloca-a acima de i , registando nova descontinuidade no momento T_1 e passando a situar-se abaixo de i , enquanto ambas convergem de novo para o nível da taxa mundial de equilíbrio.

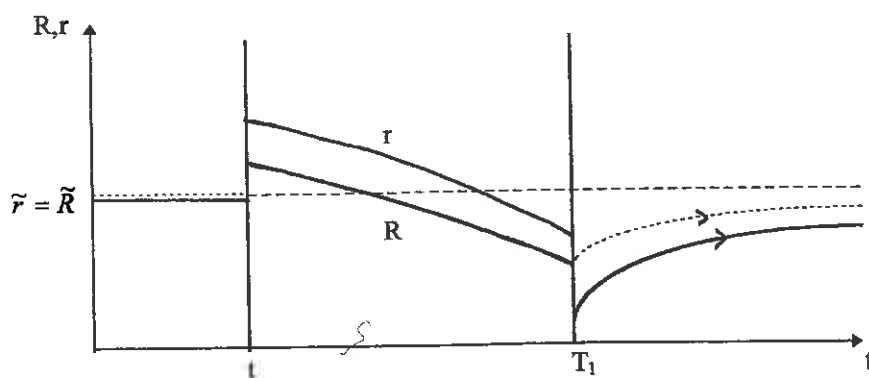
Figura IV.4 - Modelo de Turnovsky - Efeitos sobre as taxas de juro de uma contracção orçamental temporária



(a) Ajustamento da taxa de curto prazo, nominal e real



(b) Ajustamento das taxas reais de curto e de longo prazos, com a taxa de longo prazo a cair no curto prazo



(c) Ajustamento das taxas reais de curto e de longo prazos, com a taxa de longo prazo a aumentar no curto prazo

CAPÍTULO V

CURVAS DE RENDIMENTOS - ANÁLISE COMPARATIVA

A curva de rendimentos pode ser definida como o espectro de *yields to maturity* calculadas a partir de um conjunto de obrigações de cupão zero, diferindo entre si apenas pelo prazo de reembolso e transaccionáveis em mercados perfeitos.

O objectivo deste capítulo é então analisar o impacto das diferentes medidas de política estudadas sobre a curva de rendimentos, no contexto de cada um dos modelos.

Ao proceder à comparação dos resultados obtidos com os vários modelos é importante ter em conta que estes possuem algumas diferenças essenciais de estrutura. O modelo de Turnovsky e Miller considera o nível de preços fixo, enquanto o modelo de Fisher e Turnovsky exclui o nível de preços e a moeda de toda a análise.

O modelo de Turnovsky, de economia aberta, considera efeitos sobre o nível de preços e a sua variação é um elemento chave na transmissão dos efeitos das medidas de política orçamental consideradas.

Em todo o caso, não parece ser demasiado gravoso fazer a comparação entre as taxas reais do modelo de Turnovsky e os resultados dos outros dois modelos, implicando isso que a não consideração do nível de preços é equivalente a considerar efeitos reais.

Importa ainda salientar as principais diferenças e semelhanças nos mecanismos de transmissão das políticas. No modelo de Turnovsky e Miller, o mecanismo chave na transmissão dos efeitos de uma política orçamental é o stock de títulos da dívida pública e o modo como os agentes económicos prevêem o seu aumento ou diminuição, relacionado com a variação do défice, com reflexos imediatos no seu preço. Tendo em atenção que os títulos de dívida pública fazem parte dos activos na carteira dos agentes económicos, pode dizer-se que há efeitos riqueza no mecanismo de transmissão da política orçamental, sendo também de realçar que, uma vez que o

investimento é função do preço dos títulos de longo prazo, o stock de capital irá reflectir a sua variação.

No modelo de Fisher e Turnovsky, de optimização intertemporal, o agente representativo maximiza uma função utilidade, sujeita a uma restrição orçamental, tendo como variáveis de decisão o consumo e a oferta de trabalho. O stock de títulos da dívida pública de curto prazo permanece constante devido a ajustamentos permanentes nos impostos *lump sum*. Mais uma vez, a transmissão dos efeitos de choques exógenos processa-se através do efeito riqueza (da utilidade marginal da riqueza) e da acumulação/desacumulação de capital. As variações na utilidade marginal da riqueza induzem os agentes económicos a alterar as suas escolhas em termos de trabalho e lazer, com reflexos directos sobre o consumo e o *output* da economia.

O modelo de Turnovsky, sendo de economia aberta com câmbios flexíveis, envolve ajustamentos da taxa de câmbio, que, como se referiu, são suficientes para acomodar um choque exógeno, deixando inalteradas as restantes variáveis, o que constitui, aliás o habitual resultado de não eficácia da política orçamental no contexto do modelo de Mundell-Fleming, com câmbios flexíveis e perfeita mobilidade de capitais. Não obstante as diferenças óbvias de estrutura que isso implica, a introdução da taxa de juro de longo prazo na função despesa relaciona a taxa de juro de longo prazo com o investimento e reflecte o valor dos activos e o seu impacto através do efeito riqueza no consumo corrente.

O impacto das medidas de política estudadas sobre a curva de rendimentos, à luz dos diversos modelos, vai ser analisado através de duas perspectivas distintas, mas não contraditórias:

- i. através da inclinação do *spread*, que constitui o diferencial entre as taxas de curto e de longo prazos, e que dá uma ideia da evolução da taxa de juro ao longo de todo o período de análise. Um *spread* negativo indicará que a taxa de longo prazo está abaixo da de curto prazo e que se espera uma descida da taxa de juro enquanto isso acontecer. Nos casos em que o *spread* é positivo, espera-se exactamente o inverso.

ii. traçando o perfil da curva de rendimentos em cada momento relevante (anúncio e implementação da medida), “suavizando” a trajectória da taxa a prazo relativamente à maturidade dos títulos.

A taxa de juro de curto prazo é definida como $r \equiv (1 + \dot{P}) / P$ e a taxa de longo prazo como $R = 1 / P$, pelo que o *spread* será dado por $R - r = -\dot{P} / P$, que corresponde ao simétrico do ganho de capital. Uma vez que o preço dos títulos é definido em termos das taxas de curto prazo futuras, correctamente previstas no contexto dos diversos modelos, a sua evolução será reflectida na curva de rendimentos.

Então, quando o *spread* for negativo, $R - r < 0$, ter-se-á $\dot{P} / P > 0$, isto é, haverá ganhos de capital resultantes da descida das taxas de juro. Quando o *spread* for positivo, resultarão perdas de capital.

O comportamento do *spread* em cada situação é deduzido a partir das representações gráficas das trajectórias das taxas de juro de curto e de longo prazos obtidas nos capítulos anteriores.

A curva de rendimentos vai igualmente ser representada a partir das taxas a prazo.

Sendo $r = (1 + \dot{P}) / P = R - \dot{R} / R$ e $P(t, S) = e^{-\int_t^S r(t') dt'}$, tem-se:

$$(V.1) \quad R(t) = \frac{1}{\int_t^\infty e^{-\int_t^S r(t') dt'} dS} = \frac{1}{\int_t^\infty P(t, S) dS}$$

Fazendo integração por partes, obtém-se:

$$(V.2) \quad R(t) = \frac{\int_t^\infty r(s) P(t, s)}{\int_t^\infty P(t, s) ds}$$

A equação (V.2) expressa a taxa de juro de longo prazo corrente como uma média ponderada das taxas de curto prazo futuras (taxas a prazo), correctamente previstas, apesar de as próprias ponderações dependerem das taxas de curto prazo através da determinação do preço das obrigações de cupão zero.

No modelo de Turnovsky e Miller, a taxa de curto prazo é determinada a partir do preço dos títulos, que varia inversamente com o seu stock.

No modelo de Fisher e Turnovsky, a taxa de curto prazo é dada pela produtividade marginal do capital, como decorre das condições de optimização de primeira ordem.

No modelo de Turnovsky, há distinção entre taxas de juro reais e nominais. A taxa nominal de curto prazo varia para manter o equilíbrio do mercado monetário e $r = i - \dot{P}$, onde r representa a taxa de juro real de curto prazo e i a taxa de juro nominal de curto prazo.

Considerando $P(t, t+s) = e^{-\int_t^{t+s} r(t') dt'}$ ou $\ln(P(t, t+s)) = -\int_t^{t+s} r(t') dt'$, se a obrigação for de cupão zero, a taxa de curto prazo é:

$$(V.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} \ln(P(t, t+s)) = r(t)$$

A curva de rendimentos, $R(t, s)$, pode ser expressa por:

$$(V.4) \quad R(t, s) = \frac{1}{s} \int_t^{t+s} r(t') dt'$$

onde $R(t, 0) = r(t)$.

Toda a curva de rendimentos no momento t é então descrita por $R(t, S)$, considerada como uma função do prazo até à maturidade, S .

A equação (V.4) indica que a taxa de juro de uma obrigação de cupão zero num modelo de previsão perfeita é simplesmente a média da trajectória temporal da taxa de curto prazo tomada sobre o prazo da obrigação.

Tendo derivado as trajectórias temporais da taxa de curto prazo em resposta a vários tipos de contracções orçamentais, pode usar-se (V.4) para determinar o comportamento correspondente da curva de rendimentos ao longo do tempo.

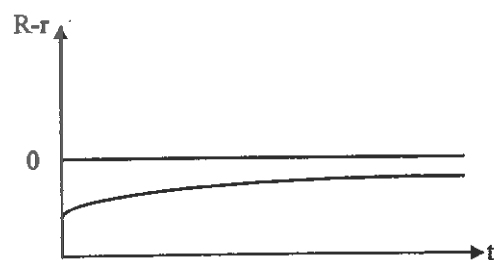
Podem obter-se soluções explícitas para $R(t,S)$ substituindo as soluções de $r(t)$ e integrando, mas também se pode, em geral, inferir a forma da curva de rendimentos para um choque particular, “suavizando” a trajectória temporal da taxa de curto prazo no horizonte temporal apropriado. Esse é o procedimento adoptado neste capítulo.

V.1. Contracção orçamental permanente não anunciada

V.1.1. Modelo de Turnovsky e Miller

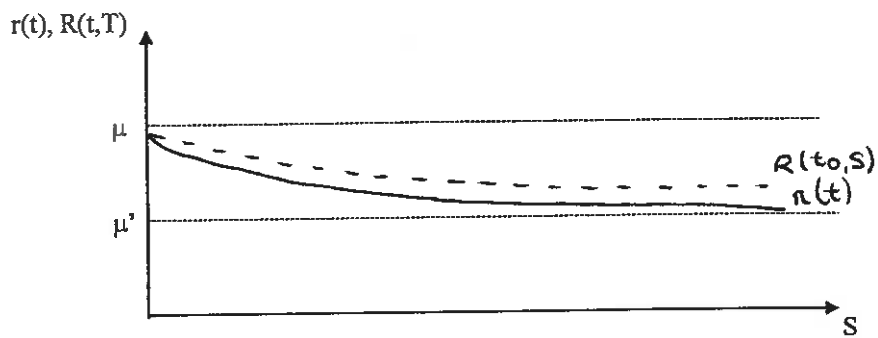
Os efeitos de uma contracção orçamental permanente não anunciada foram discutidos no ponto II.3. Na Figura II.3, traçaram-se as trajectórias temporais das taxas de juro de curto e de longo prazos, verificando-se que uma contracção permanente não anunciada determina uma redução do nível de equilíbrio de longo prazo das taxas de juro, para μ' , na Figura V.1(b).

Figura V.1- Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente não anunciada



(a) *Spread*

Figura V.1 (cont.)- Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente não anunciada

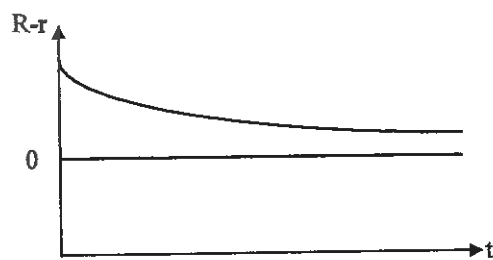


(b) Em t_0 .

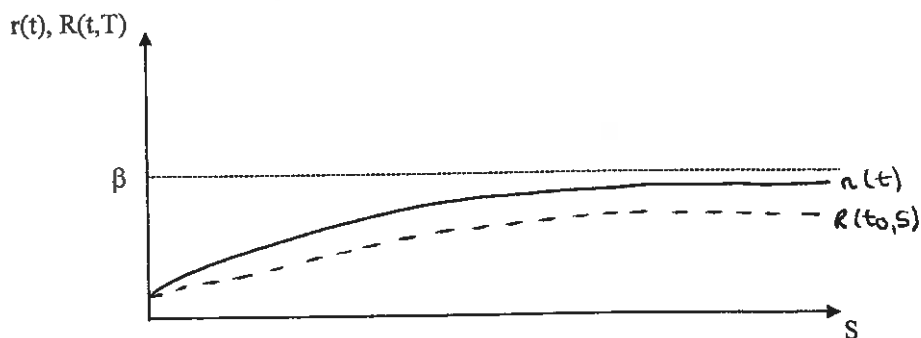
V.1.2. Modelo de Fisher e Turnovsky

Neste modelo, o nível de equilíbrio de longo prazo das taxas de juro é dado pela taxa de preferência intertemporal do consumo, β , pelo que uma contracção orçamental

Figura V.2 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente não anunciada

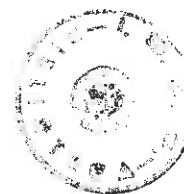


(a) Spread



(b) Em t_0 .

permanente não anunciada apenas afasta r e R transitoriamente do equilíbrio. A evolução das taxas no curto prazo é dada pela Figura III.3.



V.1.3. Modelo de Turnovsky

Neste modelo, devido ao *crowding-out* total das exportações líquidas, uma contracção orçamental permanente não anunciada apenas tem efeitos sobre a taxa de câmbio, que sofre uma depreciação imediata.

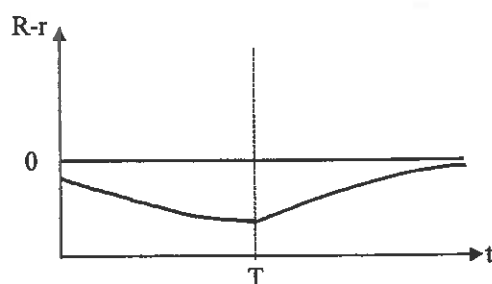
V.2. Contracção orçamental permanente anunciada

V.2.1. Modelo de Turnovsky e Miller

A evolução das taxas de juro de curto e de longo prazos, entre o anúncio e a implementação da medida, e após esta, é representada na Figura II.5. A divergência verificada no comportamento das duas taxas entre t_0 e T deve-se ao facto de o efeito da subida do preço dos títulos sobre a taxa de juro de curto prazo prevalecer sobre o efeito de descida que resulta da redução do seu stock.

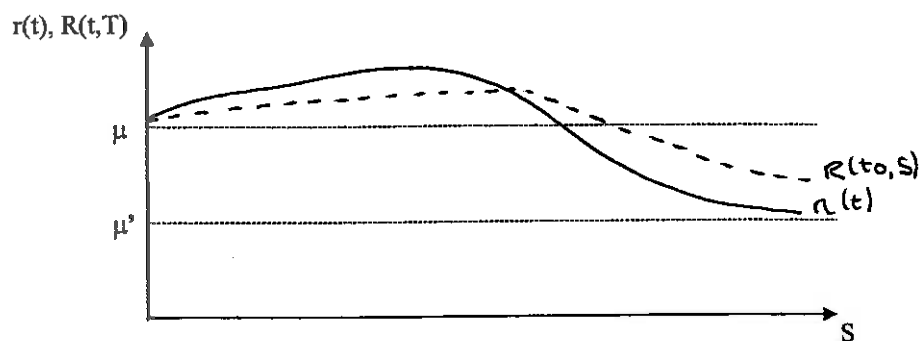
No momento T , os gastos públicos efectivamente diminuem e reduz-se ainda mais o stock de títulos de dívida pública, levando a que após T a taxa de curto prazo diminua no sentido do novo equilíbrio de *steady-state*, mais baixo.

Figura V.3 - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental permanente anunciada

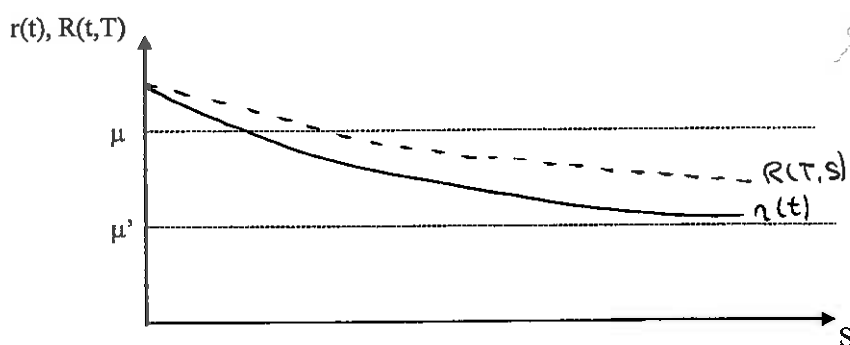


(a) *Spread*

Figura V.3(cont.) - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental não anunciada



(b) Perfil em t_0 .



(c) Perfil em T .

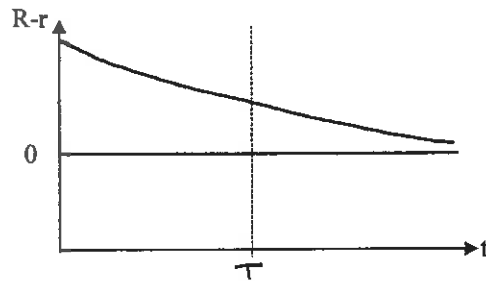
V.2.2. Modelo de Fisher e Turnovsky

Neste modelo de optimização intertemporal, os efeitos sobre a evolução das taxas de juro de uma contracção permanente anunciada dependem da duração do período que decorre entre o anúncio e a implementação. Quando o período intermédio é curto, o efeito é semelhante ao de uma contracção não anunciada, registando-se apenas uma alteração na taxa de variação de r no momento de implementação da medida.

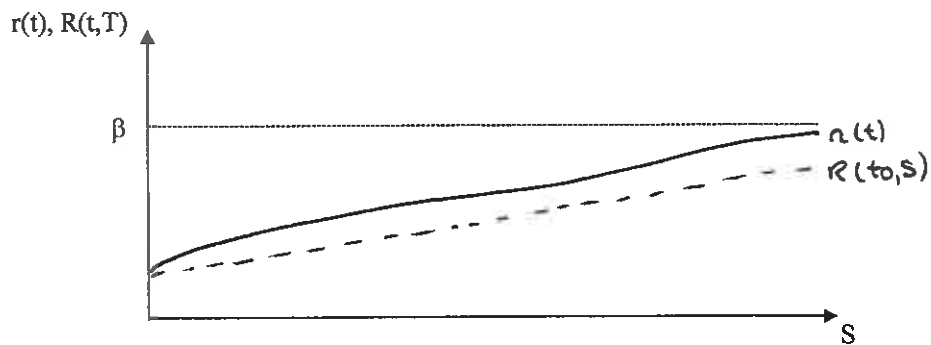
No caso em que o período de tempo que decorre entre o anúncio e a implementação é relativamente longo, o comportamento das taxas de juro é qualitativamente diferente. O salto inicial na utilidade marginal da riqueza é menor, o que significa que a economia atinge a nova trajectória-sela com $\lambda > \tilde{\lambda}$ e $K < \tilde{K}$. A subacumulação de capital que se verifica nesta situação faz com que a taxa de juro de curto prazo, que

inicialmente diminui, suba acima do valor de equilíbrio β durante o período intermédio e volte a descer após o momento T .

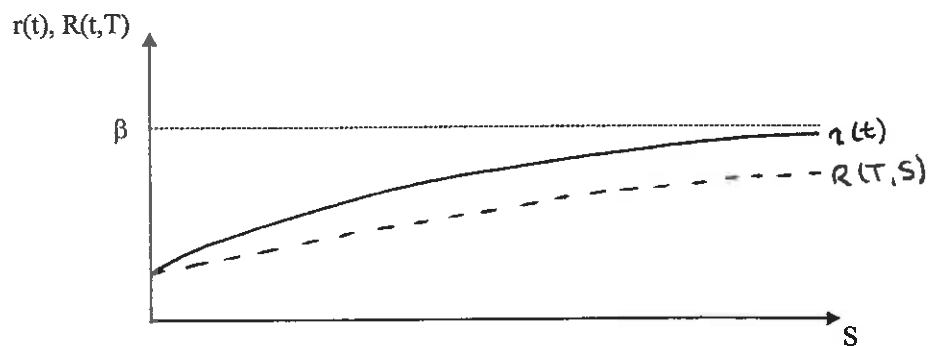
Figura V.4 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção permanente anunciada - Período intermédio curto



(a) Spread



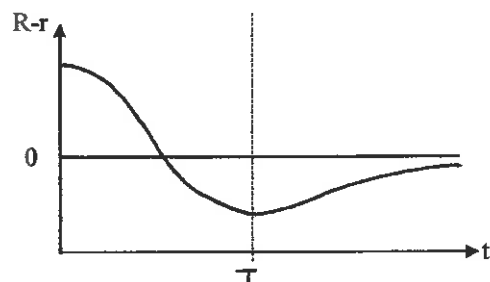
(b) Perfil em t_0 .



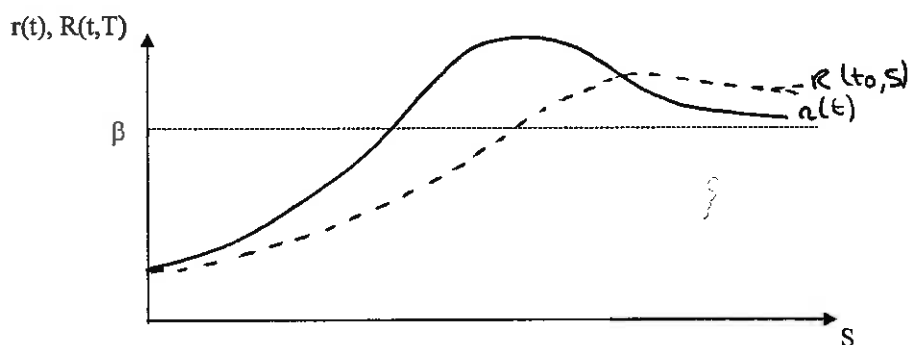
(c) Perfil em T .

A taxa de longo prazo decresce inicialmente menos e começa também de imediato a aumentar, atingindo um máximo antes do momento T . A partir desse ponto e até à implementação da medida as taxas registam um comportamento divergente, como se pode ver na Figura III.5(b).

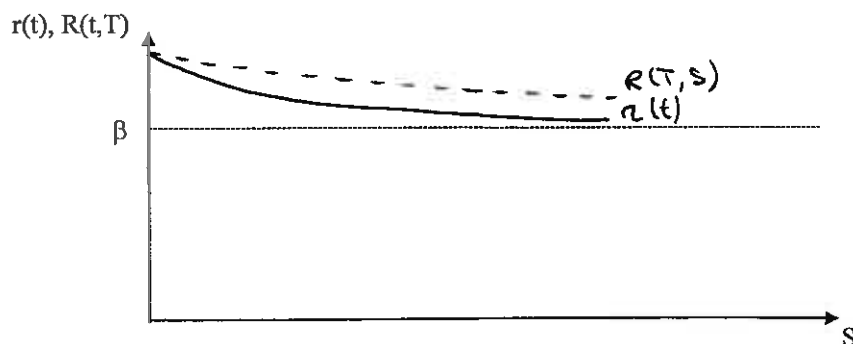
Figura V.5 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção permanente anunciada - Período intermédio longo



(a) *Spread*



(b) Perfil em t_0 .



(c) Perfil em T .

No modelo de Fisher e Turnovsky considera-se ainda uma terceira possibilidade, que ocorre se o período entre o anúncio e a implementação for muito longo. A diferença desta situação relativamente à anterior é no comportamento da taxa de juro de longo prazo no momento t_0 . Isto é, se o período intermédio for suficientemente longo, o período de tempo em que a taxa de curto prazo está acima do equilíbrio de *steady-state* domina e a taxa de longo prazo regista um salto inicial positivo (Figura III.5c).

No entanto, o perfil da curva de rendimentos é semelhante ao de um período intermédio relativamente longo, dado pela Figura V.5.

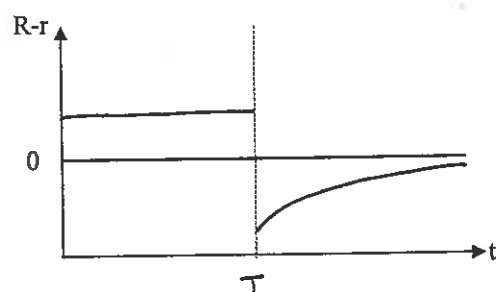
V.2.3. Modelo de Turnovsky

Tal como no modelo de Fisher e Turnovsky, embora por razões diferentes, o nível de equilíbrio de *steady-state* das taxas de juro, dado pela taxa de juro mundial de equilíbrio, não é influenciado pelas medidas de política orçamental. Há, no entanto, efeitos de curto prazo sobre as taxas de juro de curto e de longo prazos.

Apesar de neste modelo se considerar a distinção entre taxa de juro de curto prazo real e nominal, neste ponto apenas se irá analisar o comportamento das taxas de juro reais, já que o que se pretende é comparar os resultados com os dos outros modelos, nos quais essa distinção não é feita.

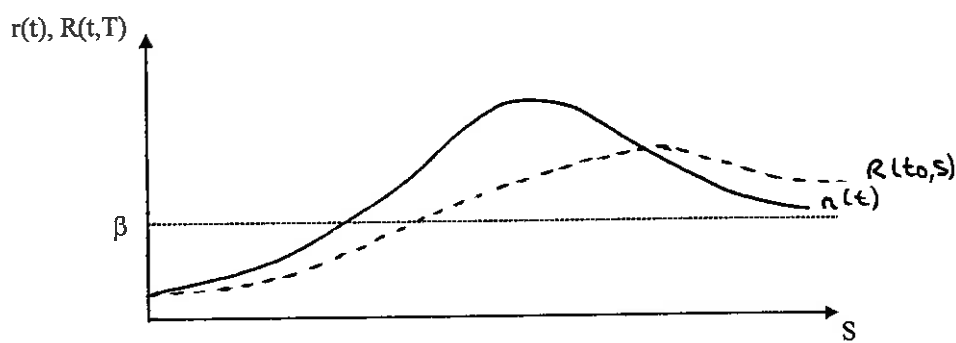
Dependendo da elasticidade-juro da procura de moeda, a taxa de juro de longo prazo regista um salto negativo (Figura IV.3b) ou positivo (Figura IV.3c) no momento do anúncio, o que determina diferentes perfis para a curva de rendimentos, como se pode ver nas Figuras V.6 e V.7.

Figura V.6 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção permanente anunciada - R diminui no curto prazo

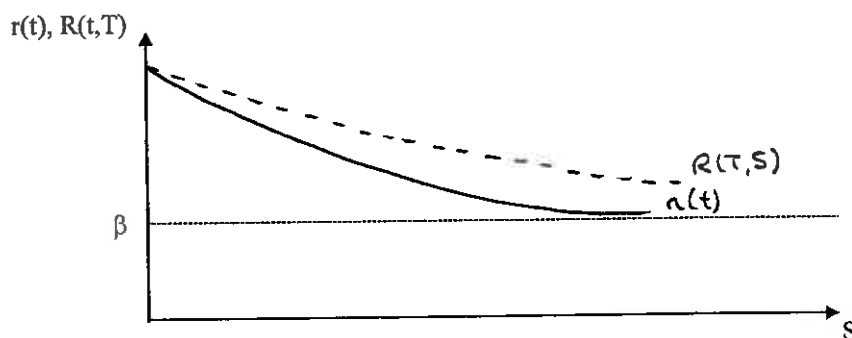


(a) Spread

Figura V.6(cont.) - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção permanente anunciada - R diminui no curto prazo



(b) Perfil em t_0 .



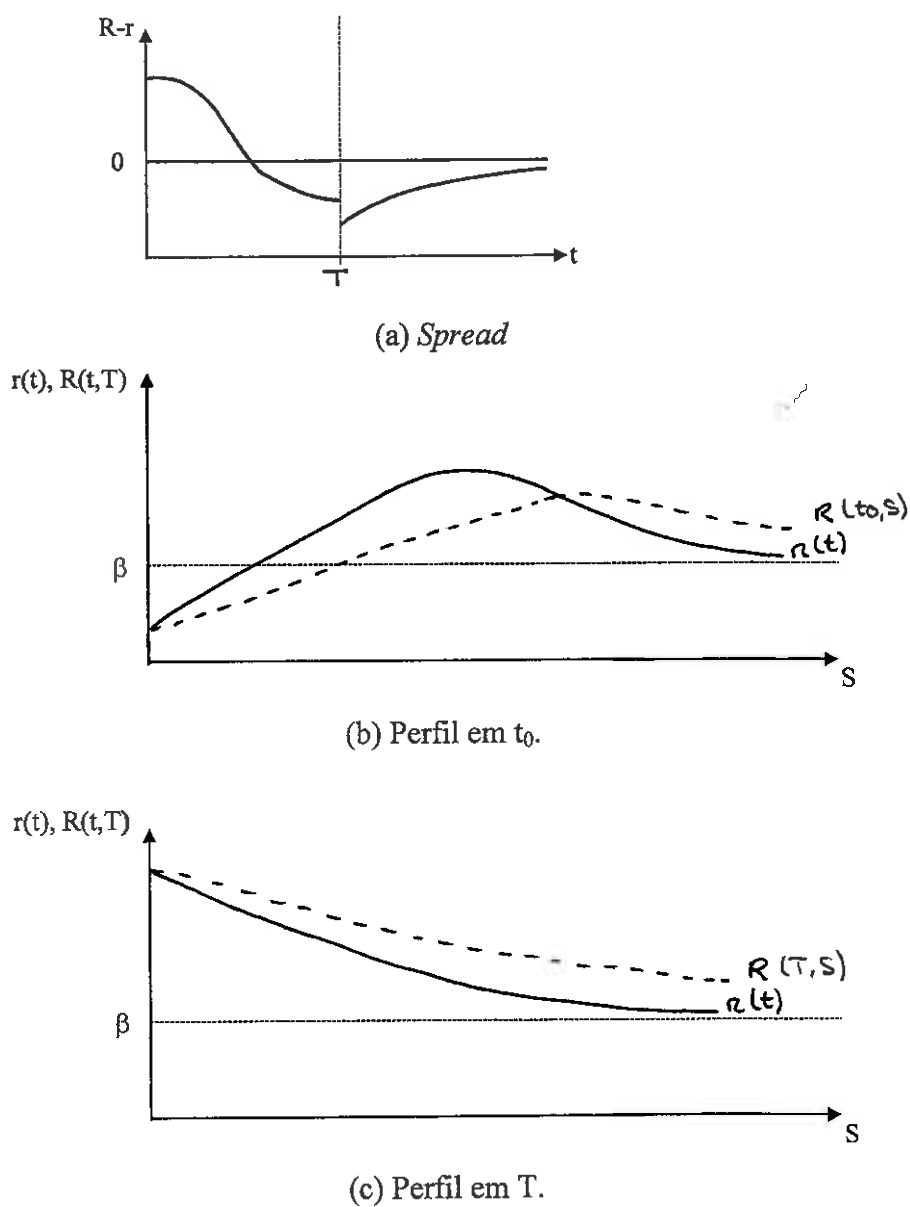
(c) Perfil em T .

Quando a elasticidade-juro da procura de moeda é inferior a 1, R começa por aumentar em resultado do anúncio da contracção. A evolução de R foi representada no pressuposto de que a taxa de longo prazo continua a aumentar até atingir um máximo, ponto em que coincide com a taxa de curto prazo. A evolução das duas taxas é então divergente até ao momento T , a partir do qual convergem de novo para o equilíbrio de *steady-state*, determinado pela taxa de juro mundial.

V.3. Contracção orçamental temporária

Como já foi dito, uma contracção orçamental temporária representa uma combinação entre uma contracção permanente não anunciada e uma expansão permanente anunciada, podendo prevalecer os efeitos de um ou outro tipo de política.

Figura V.7 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção permanente anunciada - R aumenta no curto prazo

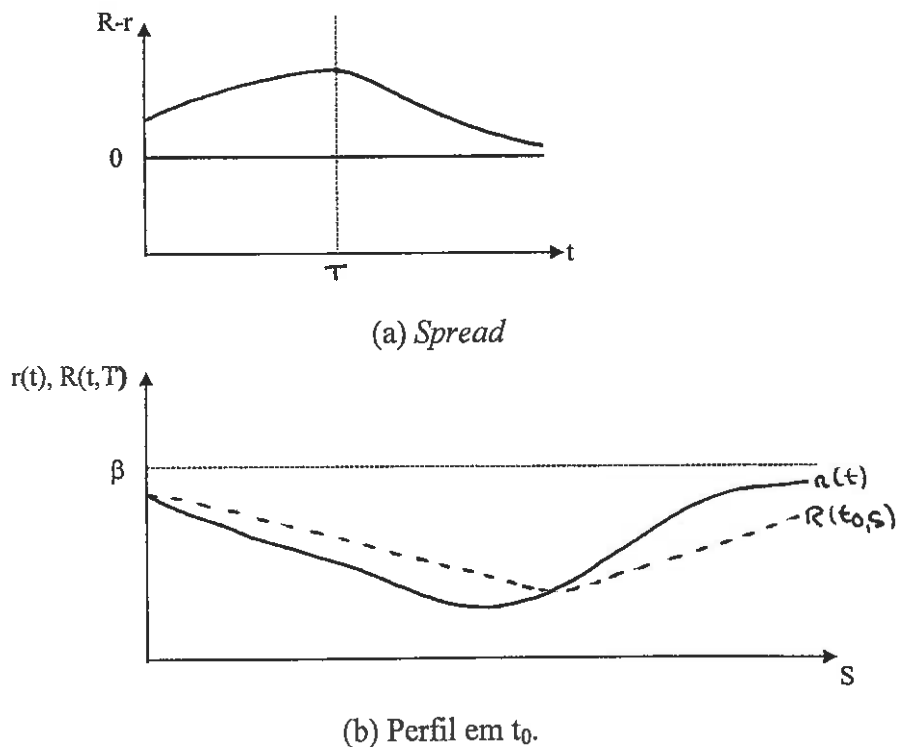


Uma vez que os modelos estudados consideram previsão perfeita, uma contracção que os agentes económicos sabem ser temporária deverá deixar os valores de equilíbrio de *steady-state* das variáveis inalterados.

V.3.1. Modelo de Turnovsky e Miller

A evolução das taxas de juro de curto e de longo prazos no caso de uma contracção orçamental temporária é representada na Figura II.9. A taxa de juro de curto prazo regista um salto inicial negativo e desce enquanto dura a contracção dos gastos públicos. A taxa de longo prazo reflecte de imediato a expectativa de subida da taxa de curto prazo pelo que, após o salto inicial negativo, menor que o de r , recomeça de imediato a subir, de novo no sentido do equilíbrio de *steady-state* inicial.

Figura V.8 - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária

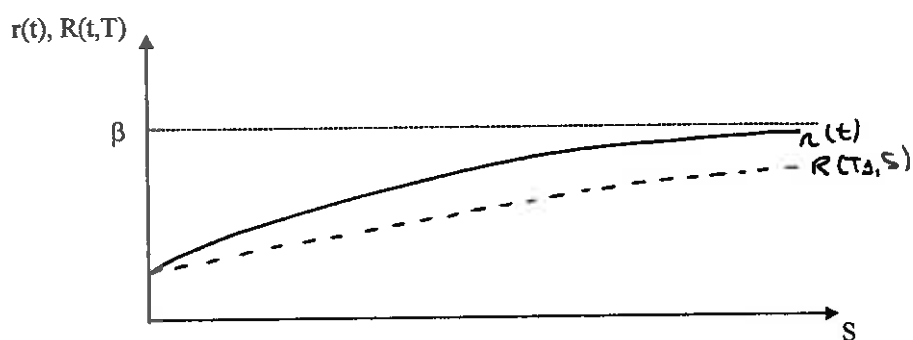


V.3.2. Modelo de Fisher e Turnovsky

No contexto deste modelo, uma contracção orçamental temporária faz diminuir ambas as taxas de juro no momento t_0 e tanto a taxa de curto prazo como a de longo prazo convergem para o nível de equilíbrio de *steady-state* β a partir do momento em que

o

Figura V.8(cont.) - Modelo de Turnovsky e Miller - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária

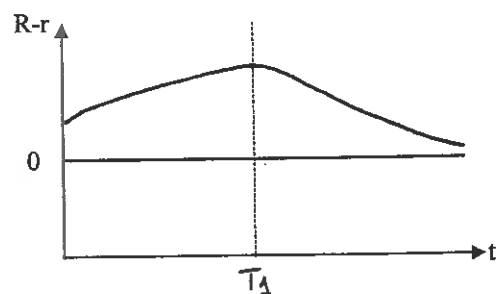


(c) Perfil em T_1 .

nível dos gastos públicos é repostos. No entanto, o comportamento da taxa de juro de curto prazo entre t_0 e T_1 depende da duração desse período (Figura III.7). No caso de uma contracção curta, r decresce monotonamente entre t_0 e T_1 . Quando a contracção é longa, r começa ainda por aumentar, visto que a contracção é vista essencialmente como permanente durante essa fase e volta a diminuir à medida que se aproxima o fim do período de contracção.

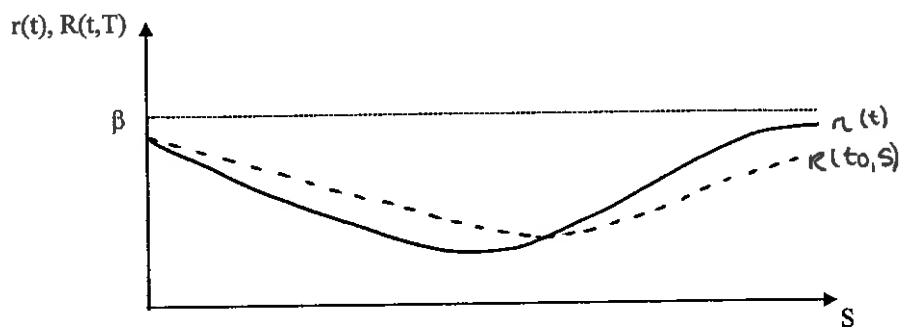
A taxa de longo prazo aumenta logo a partir da descida inicial em t_0 .

Figura V.9 - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária curta

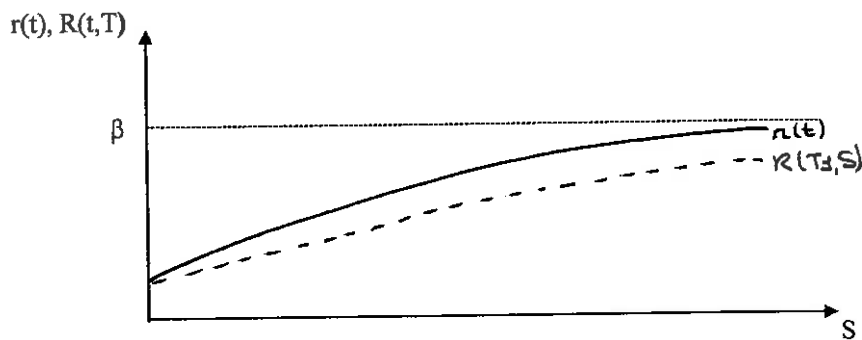


(a) Spread

Figura V.9(Cont.) - Modelo de Fisher eTurnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária curta

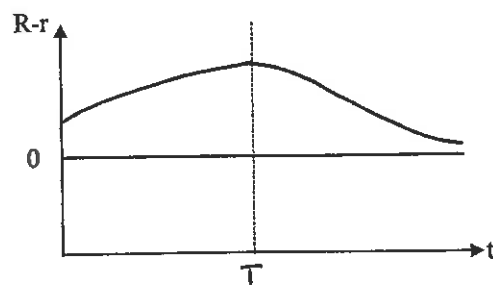


(b) Perfil em t_0 .



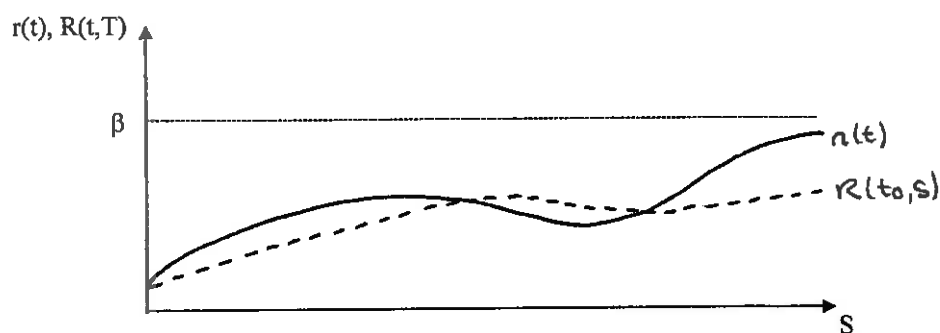
(c) Perfil em T_1 .

Figura V.10 - Modelo de Fisher eTurnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária longa

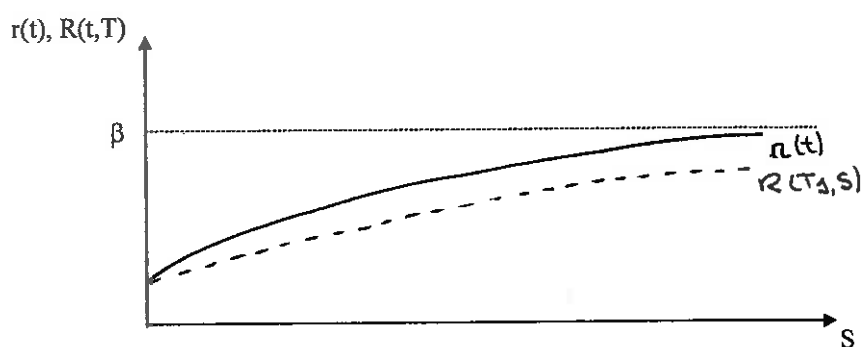


(a) Spread

Figura V.10(Cont.) - Modelo de Fisher e Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária longa



(b) Perfil em t_0 .



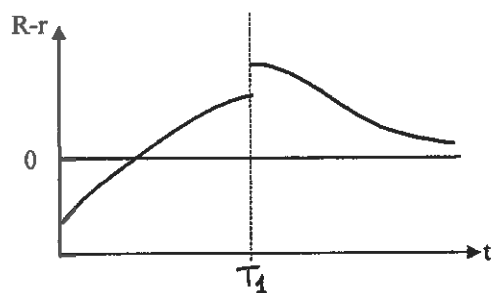
(c) Perfil em T_1 .

V.3.3. Modelo de Turnovsky

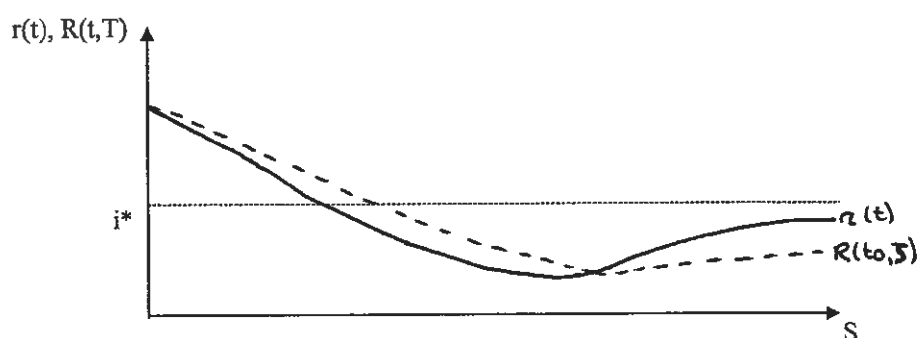
Quando se analisa o impacto de uma contracção temporária neste modelo de economia aberta, verifica-se que este corresponde ao de uma expansão anunciada, visto que a contracção inicial é totalmente acomodada pela variação na taxa de câmbio. Assim, a única diferença entre os dois tipos de medidas é a dimensão do salto inicial em E .

Mais uma vez, consideram-se duas possibilidades para o salto inicial da taxa de juro de longo prazo, sendo as trajectórias das taxas de juro correspondentes representadas na Figura IV.4. Assim, no caso em R inicialmente cai, traçou-se a sua evolução no pressuposto de que continua a diminuir numa primeira fase (o efeito taxa de câmbio domina), voltando depois a aumentar no sentido do equilíbrio de *steady-state*, ainda antes do momento T_1 .

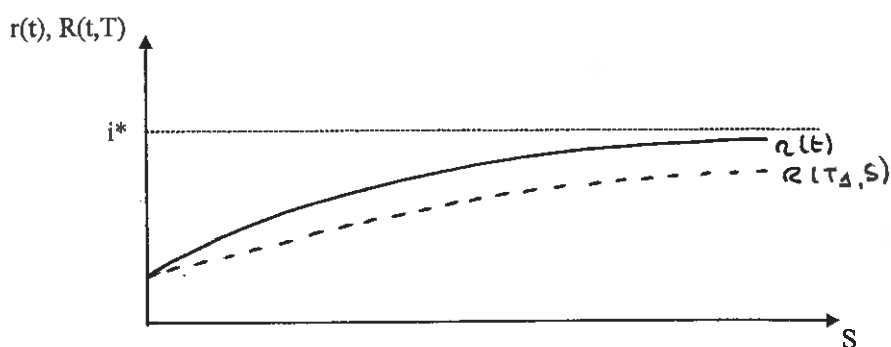
Figura V.11 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária - R diminui no curto prazo



(a) Spread



(b) Perfil em t_0 .

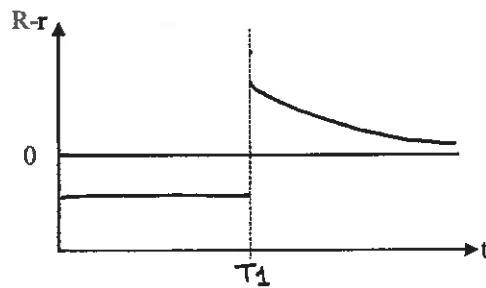


(c) Perfil em T_1 .

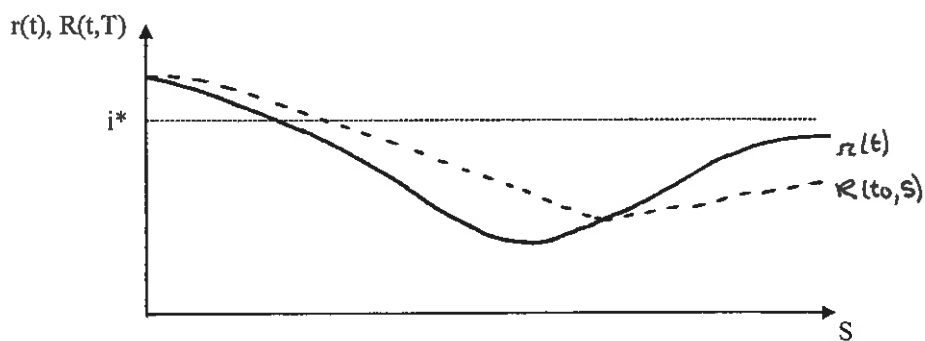
Na situação em que R inicialmente aumenta, decresce monotonamente até ao momento em que os gastos públicos são repostos ao nível inicial e volta a subir no sentido do equilíbrio de longo prazo.

A taxa de juro de curto prazo, em ambas as situações, decresce até ao momento T , onde sofre nova descontinuidade, afastando-se ainda mais do equilíbrio, e aumenta depois.

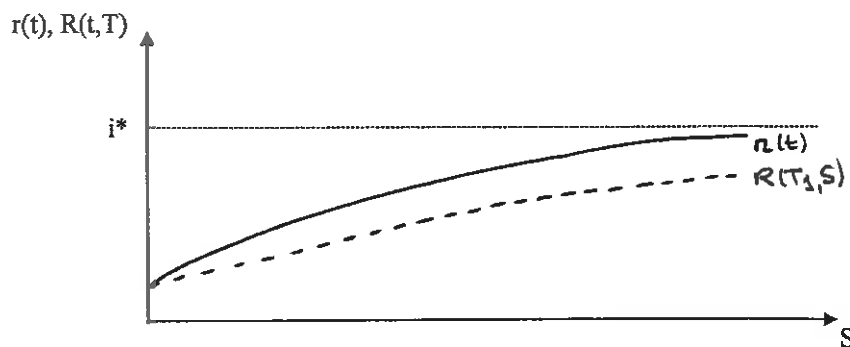
Figura V.12 - Modelo de Turnovsky - Curvas de rendimentos para uma contracção orçamental temporária - R aumenta no curto prazo



(a) *Spread*



(b) Perfil em t_0 .



(c) Perfil em T_1 .

V.4. Análise Comparativa

Da análise das Figuras V.1 a V.12, conclui-se que o impacto das medidas de política orçamental estudadas sobre a curva de rendimentos, quer sob a forma de *spread*, quer extraída do perfil das taxas a prazo, tem importantes diferenças.

A primeira destas diferenças, e a mais óbvia, é o facto de o modelo de Turnovsky e Miller, tipo IS/LM em economia fechada, ser o único que aponta para eficácia da política orçamental. Tanto o modelo de Fisher e Turnovsky, de optimização intertemporal em economia fechada, como o modelo de Turnovsky, IS/LM em economia aberta, permitem concluir que o nível de equilíbrio de longo prazo das taxas de juro é independente dos choques de política orçamental doméstica. No primeiro caso, isso resulta do facto de em modelos de optimização intertemporal que respeitam um determinado conjunto de pressupostos, referidos no Capítulo III, se verificar equivalência ricardiana, sendo o nível de equilíbrio de *steady-state* das taxas de juro determinado pela taxa de preferência intertemporal do consumo, exogenamente dada.

No modelo IS/LM em economia aberta, o regime de câmbios flexíveis conduz a um *crowding-out* total da política orçamental através das exportações líquidas. Uma redução nos gastos públicos é totalmente compensada por um aumento das exportações, sendo que, no longo prazo, a procura agregada de *output* doméstico permanece igual ao *output* doméstico fixo.

No modelo de Fisher e Turnovsky verifica-se ainda que os efeitos de uma contracção permanente antecipada dependem da duração do período que antecede a implementação da política, após o seu anúncio.

No contexto do modelo de Turnovsky, o perfil da curva de rendimentos depende do salto inicial da taxa de juro de longo prazo que, por sua vez, depende da elasticidade-juro da procura de moeda. Deste modo, uma contracção orçamental pode ter efeitos expansionistas (perversos) de curto prazo, quando a taxa de longo prazo sobe inicialmente.

O aspecto mais importante a realçar nesta análise comparativa é aquele que se relaciona, não com as diferenças dos modelos, mas com a sua conclusão comum de que uma contracção orçamental temporária não produz efeitos sobre o nível de equilíbrio de longo prazo das variáveis.

Relembrando que o objectivo deste trabalho é discutir sobre o carácter temporário ou permanente das políticas orçamentais restritivas que têm vindo a ser seguidas pelos diversos países europeus, na preparação para a terceira fase da moeda única, a conclusão, comum a todos os modelos considerados, de que uma contracção temporária não produz efeitos de longo prazo permitiria a realização de um teste empírico para tentar compreender a forma como os mercados avaliam a condução actual da política orçamental europeia.

Por questões de tempo, um tal estudo empírico não é levado a cabo neste trabalho, podendo, no entanto, esboçar-se a sua estrutura.

Começar-se-ia por tentar encontrar uma medida do nível de equilíbrio de longo prazo das taxas de juro. Esse valor poderia ser determinado calculando uma média simples ou ponderada, dos valores passados das taxas de juro ou tomando, por exemplo, como valor de referência o nível de taxas de juro dos países europeus de melhor desempenho económico, a partir de cujos valores foram determinados os critérios de convergência consagrados no Tratado da União Europeia.

Formular-se-ia então a hipótese nula de contracção temporária contra uma hipótese alternativa indeterminada, uma vez que os resultados dos modelos para política permanentes são diferentes. Aceitar-se-ia a hipótese nula no caso de se verificar uma tendência de retorno ao nível de equilíbrio de *steady-state* considerado.

Não obstante o que foi dito, há que ter em atenção que a evolução esperada das taxas de juro é influenciada por inúmeros factores, com e sem fundamentos macroeconómicos. A própria fase do ciclo económico é determinante para o comportamento da curva de rendimentos, pelo que todas as conclusões teriam que ser devidamente enquadradas.

CAPÍTULO VI

SUMÁRIO E CONCLUSÕES

Este trabalho pretendeu analisar os efeitos de diversos tipos de políticas orçamentais restritivas sobre a trajectória temporal das taxas de juro de curto e de longo prazos e, desta forma, sobre a curva de rendimentos.

Com esse propósito, foram analisadas políticas orçamentais restritivas permanentes e temporárias, anunciadas e não anunciadas pelas autoridades.

Tal como foi dito na Introdução, a escolha do tema prende-se com o actual contexto de preparação para a moeda única europeia, cuja introdução está prevista para 1 de Janeiro de 1999 para o grupo de países que consigam cumprir os critérios de convergência até ao final do corrente ano. A avaliação da *performance* dos diversos países candidatos será feita na Primavera de 1998.

Embora, como foi também já referido, a curva de rendimentos sofra influências de variadas origens, é de esperar que o comportamento das autoridades tenha sobre ela reflexos visíveis.

Nesse contexto, consideraram-se três modelos, dois do tipo IS/LM, um de economia aberta e outro de economia fechada, e um modelo de optimização intertemporal em economia fechada. As razões que determinaram a escolha destes modelos são, sobretudo, de natureza metodológica.

Todos os tipos de política são estudados aplicando a metodologia de resolução de um modelo dinâmico, da autoria de Turnovsky, apresentada no Anexo I. O comportamento das variáveis dinâmicas é do tipo ponto-sela, o que significa que o sistema dinâmico em que estão incorporadas envolve tanto raízes estáveis como raízes instáveis. A solução depende da relação entre o número de variáveis de salto e o número de raízes instáveis. O sistema típico inclui uma raiz estável e uma raiz instável, com uma única variável de salto correspondente.

O primeiro modelo analisado é da autoria de Turnovsky e Miller. Trata-se de um modelo tipo IS/LM em economia fechada, que parte do enquadramento do modelo de Blinder-Solow.

O modelo pressupõe um nível de preços fixo, com o objectivo de realçar a interacção entre a dinâmica associada com a arbitragem de títulos e a que envolve acumulação de activos. A taxa de longo prazo corrente incorpora informação àcerca das taxas de curto prazo futuras, que se assume serem correctamente previstas.

O preço dos títulos do governo regista saltos discretos em resposta a perturbações exógenas, enquanto o stock de títulos evolui de modo contínuo. A dinâmica do ajustamento que se segue a uma alteração na condução da política orçamental processa-se assim através de alterações no stock de dívida pública.

A redução nos gastos públicos gera efeitos recessivos na economia e reduz o défice orçamental, pelo que os agentes económicos esperam que esta alteração seja compensada através da recompra de títulos. Esta, por sua vez, tem efeitos sobre o preço dos títulos que compensam, mas apenas parcialmente, o movimento inicial da curva IS.

A trajectória das taxas de juro de curto e de longo prazos é distinta, mas no mesmo sentido, mantendo-se a taxa de juro de curto prazo sempre acima da taxa de juro de longo prazo.

No caso de uma política permanente anunciada, o facto de se registarem efeitos ao nível do saldo orçamental, mesmo antes da variação nos gastos públicos efectivamente ocorrer, dá origem a um comportamento divergente das taxas de juro no período que decorre entre o anúncio e a implementação.

Quando a medida implementada é temporária, pressupõe-se que os agentes económicos sabem que num determinado momento futuro, o nível dos gastos públicos irá ser restabelecido. De acordo com isso, na economia registam-se apenas efeitos de

ENSAIOS SOBRE POLÍTICA ORÇAMENTAL

Errata (8 de Julho de 2002)



Página	Onde se lê	Deve ler-se
24, pé de pág. 26	(2.14) (2.13)	(2.9) (2.8)
36	equação (2.40) na equação (2.36)	equação (2.35) na equação (2.31)
38, pé de pág. 38	equação (2.49)	equação (2.44)
41	valores passados do déficit não têm	valores passados do déficit têm
43	as equações (2.61) e (2.62)	as equações (2.63) e (2.64)
66	coma base em testes	com base em testes
69, pé de pág. 57	Apêndice A	Apêndice C
81	proveniente da alienação	provenientes da alienação
179	superior 5 pontos	superior a 5 pontos
186	EU-15	UE-15
186	Anexo 5.D	Anexo 5
188	Anexo 5.D	Anexo 5
198	da EU-15 na EU-15	da UE-15 na UE-15
211	equação (2.41) do texto	equação (2.36) do texto
212	equação (2.53)	equação (2.48)
214	equação (2.70)	equação (2.65)
218	equação (3.48)	equação (3.49)
219	equação (3.49)	equação (3.50)
220	equação (3.52)	equação (3.55)

curto prazo, permanecendo inalterados os valores de equilíbrio de longo prazo de todas as variáveis.



O segundo modelo considerado, de Fisher e Turnovsky, enquadra-se nos modelos de optimização intertemporal. O nível de preços e a moeda são excluídos da análise, de tal modo que lida com uma economia real. Tal como no modelo de Turnovsky e Miller, considera-se previsão perfeita.

O agente económico representativo maximiza uma função de utilidade intertemporal, tendo como variáveis de decisão o consumo, a oferta de trabalho e o stock de capital. Assume-se que o governo mantém o orçamento equilibrado através de ajustamentos contínuos nos impostos, pelo que o stock de títulos da dívida pública permanece constante ao longo do tempo.

As variáveis relevantes para análise do comportamento dinâmico são a utilidade marginal da riqueza, que traduz o efeito riqueza na transmissão de choques exógenos, e o stock de capital, sendo esta a variável pré-determinada, restringida a evoluir continuamente.

A taxa de juro de longo prazo é considerada irrelevante para a determinação do equilíbrio de curto prazo e a taxa de juro de curto prazo é determinada, em equilíbrio, pelo produto marginal físico do capital.

Quando ocorre um decréscimo permanente não anunciado dos gastos públicos, o stock de capital e a utilidade marginal da riqueza decrescem, bem como o output, embora esta redução seja menos que proporcional. A diminuição da utilidade marginal da riqueza induz o agente a diminuir a sua oferta de trabalho, o que, por sua vez, conduz à desacumulação de capital. A economia converge de novo para o equilíbrio com o stock de capital em desacumulação e a utilidade marginal da riqueza crescente. A taxa de juro de curto prazo começa por diminuir e aumenta depois para o seu nível de equilíbrio de longo prazo. A taxa de juro de longo prazo também diminui inicialmente, embora menos, voltando depois a aumentar e mantendo-se sempre acima da taxa de curto prazo.

No caso de uma política permanente anunciada, os efeitos dependem da duração do período que decorre entre o anúncio e a implementação da medida, sendo que, no caso em que este período é longo, as taxas de juro registam um *overshooting* em relação ao valor de equilíbrio de *steady-state*, para o qual, no entanto, acabam por convergir no longo prazo.

Se a medida de política em causa for uma contracção orçamental temporária, os seus efeitos dependem da duração da medida. Se o período de contracção for suficientemente longo, esta será vista essencialmente como permanente. No entanto, à medida que se aproxima o momento do anunciado aumento dos gastos públicos para o seu nível inicial, os seus efeitos ganham importância.

O último modelo analisado, de Turnovsky, é um modelo tipo IS/LM em economia aberta, constituindo uma variante do modelo de Dornbusch e considerando igualmente previsão perfeita.

As variáveis relevantes no ajustamento dinâmico após uma perturbação são o nível de preços, a taxa de câmbio e a taxa de juro real de longo prazo. A primeira evolui continuamente, enquanto as duas últimas registam saltos descontínuos. Embora o comportamento continue a ser de tipo ponto-sela, este modelo caracteriza-se por uma dinâmica de terceira ordem. Neste contexto, uma contracção orçamental permanente não anunciada não produz efeitos sobre o nível de preços ou as taxas de juro, dando origem apenas a uma depreciação instantânea da taxa de câmbio.

Quando a política orçamental restritiva é anunciada, os seus efeitos sobre a taxa de juro de longo prazo dependem da elasticidade-juro da procura de moeda. Assim, esta pode aumentar ou diminuir no curto prazo, enquanto a taxa de juro de curto prazo começa sempre por registar uma descida, seguida de uma subida acima do nível de equilíbrio de *steady-state* e convergência para o equilíbrio após o momento em que efectivamente ocorre a diminuição dos gastos públicos.

No caso de uma contracção orçamental temporária, uma vez que o decréscimo inicial dos gastos, sendo não anunciado, é totalmente acomodado pela depreciação da taxa de câmbio, os efeitos serão apenas os resultantes da anunciada política expansionista.

No Capítulo V, foram analisadas as diversas curvas de rendimentos em termos do *spread* entre a taxa de juro de longo prazo e a taxa de curto prazo e através da evolução esperada das taxas de curto prazo em cada momento relevante. Para cada um dos tipos de política e cada um dos modelos, foram traçadas as correspondentes curvas de rendimentos.

Dos três modelos estudados, verificou-se que apenas num deles, de tipo IS/LM em economia fechada, a política orçamental revela alguma eficácia.

No modelo de optimização intertemporal, analisado no Capítulo III, verifica-se equivalência ricardiana, pelo que nenhuma das medidas de política discutidas tem capacidade para alterar o nível de taxas de juro de equilíbrio de longo prazo, que é exogenamente dado pela taxa de preferência intertemporal do consumo.

No modelo de tipo IS/LM em economia aberta, verificá-se o habitual resultado de ineficácia da política orçamental em modelos de câmbios flexíveis e perfeita mobilidade de capitais, como o de Mundell-Fleming. O *output* da economia assume-se fixo no nível de pleno emprego e o efeito da política orçamental sobre a procura agregada sofre um *crowding out* total através das exportações líquidas.

A conclusão mais importante deste trabalho é, no entanto, a que respeita a uma contracção orçamental temporária, uma vez que para este tipo de choque todos os modelos dão exactamente o mesmo resultado. A economia sofre apenas ajustamentos temporários e regressa ao nível de equilíbrio de longo prazo, do qual se supõe que parte no momento em que a contracção tem lugar.

Tal como foi referido no Capítulo V, a verificação empírica de uma tendência de regresso das taxas de juro europeias a um nível de equilíbrio de longo prazo, determinado a partir da média dos valores passados ou de um valor de referência

como, por hipótese, as taxas de juro do início dos anos 90 dos países cujo desempenho serviu de base à definição dos critérios de convergência europeia, daria a possibilidade de interpretações interessantes sobre a forma como os mercados estão a avaliar a política de contenção orçamental que tem vindo a ser seguida.

ANEXO I

METODOLOGIA BASE DE RESOLUÇÃO DE UM MODELO DINÂMICO

O Anexo I apresenta a metodologia de resolução de um modelo dinâmico que é aplicada ao longo de todo o trabalho. A sequência dos passos corresponde à que é apresentada no Capítulo 6 - "Rational Expectations and Saddlepoint Behaviour", do livro "Methods of Macroeconomic Dynamics", de Stephen J. Turnovsky.

A escolha desta metodologia assenta no facto de a mesma ser muito clara e razoavelmente simples de aplicar aos vários modelos analisados.

A.I.1. Comportamento de ponto-sela

Tradicionalmente, a maior parte dos modelos de expectativas racionais têm sido associados com comportamento de ponto-sela. Isto é, o sistema dinâmico em que estão incorporadas envolve tanto raízes estáveis como raízes instáveis. A solução em tais circunstâncias depende da relação entre o número de variáveis de salto e o número de raízes instáveis. Em muitas aplicações, a dinâmica é descrita por um sistema de segunda ordem. O sistema típico inclui uma raiz estável e uma raiz instável, com uma única variável de salto correspondente. Isto é um exemplo de um ponto-sela puro. Surge quando a dinâmica *forward-looking* associada às expectativas racionais é combinada com a dinâmica *backward-looking* resultante de alguma variável viscosa tal como o output, o stock de capital ou a acumulação de riqueza financeira. No contexto de optimização intertemporal, a dinâmica de ponto-sela está frequentemente associada com a dinâmica viscosa do stock de capital e a dinâmica *forward-looking* do seu valor sombra.

A.I.2. Apresentação do modelo

O primeiro passo neste tipo de trabalho é a indicação dos pressupostos do modelo, cuja tradução formal será um dado conjunto de equações. Fazendo substituições a partir das diversas equações chega-se à forma reduzida do modelo, ou seja, a duas equações diferenciais que explicam a evolução das duas variáveis relevantes.

Considere-se a seguinte representação de um sistema económico contínuo:

$$(A.I.1.a) \quad \dot{x}(t) = a_{11}x(t) + a_{12}y(t) + f_1(t)$$

$$(A.I.1.b) \quad \dot{y}(t) = a_{21}x(t) + a_{22}y(t) + f_2(t)$$

onde $x(t)$ e $y(t)$ são variáveis de evolução dinâmica e $f_1(t)$ e $f_2(t)$ são funções das variáveis exógenas sobre as quais os choques são exercidos e que conduzem à dinâmica subjacente.

A.I.3. Equilíbrio e ajustamento dinâmico

A parte homogénea da equação (A.I.1) tem como equação característica:

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0$$

com raízes λ_1 e λ_2 cujas magnitudes em relação a zero são determinadas pelo modelo específico. Estas raízes podem ser reais ou imaginárias, mas na generalidade das aplicações económicas são reais, pelo que a análise que se vai realizar assume que é esse o caso.

A dinâmica é, assim, basicamente caracterizada pelos valores próprios da matriz de coeficientes, A:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\text{tr}(A)}{2} \pm \left[\left(\frac{\text{tr}(A)}{2} \right)^2 - \text{Det}(A) \right]^{1/2}$$

As soluções do sistema homogéneo são:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= q_1 e^{\lambda_1 t} & \text{e} & & x_2(t) &= q_2 e^{\lambda_2 t} \\ y_1(t) &= e^{\lambda_1 t} & & & y_2(t) &= e^{\lambda_2 t} \end{aligned}$$

sendo as seguintes as soluções homogéneas plenas:

$$(A.I.2) \quad \begin{aligned} x^H(t) &= c_1 q_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 q_2 e^{\lambda_2 t} \\ y^H(t) &= c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \end{aligned}$$

onde c_1 e c_2 são constantes arbitrárias e q_1 e q_2 resultam dos vectores próprios normalizados associados a λ_1 e λ_2 , designadamente $\begin{pmatrix} q_1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} q_2 \\ 1 \end{pmatrix}$, respectivamente.

Torna-se então necessário encontrar uma solução particular. A solução:

$$\begin{aligned} x^P(t) &= v_1(t)x_1(t) + v_2(t)x_2(t) \\ y^P(t) &= v_1(t)y_1(t) + v_2(t)y_2(t) \end{aligned}$$

é uma solução particular se e só se:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1(t)x_1(t) + \dot{v}_2(t)x_2(t) &= f_1(t) \\ \dot{v}_1(t)y_1(t) + \dot{v}_2(t)y_2(t) &= f_2(t) \end{aligned}$$

o que implica que:

$$\begin{aligned} \dot{v}_1(t) &= \left(\frac{f_1(t) - q_2 f_2(t)}{q_1 - q_2} \right) e^{-\lambda_1 t} \\ \dot{v}_2(t) &= \left(\frac{q_1 f_2(t) - f_1(t)}{q_1 - q_2} \right) e^{-\lambda_2 t} \end{aligned}$$

Integrando, obtém-se:

$$(A.I.3a) \quad v_1(t) = \int_a^t \left(\frac{f_1(\theta) - q_2 f_2(\theta)}{q_1 - q_2} \right) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$(A.I.3b) \quad v_2(t) = \int_b^t \left(\frac{q_1 f_2(\theta) - f_1(\theta)}{q_1 - q_2} \right) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Os limites de integração a e b serão definidos no contexto de cada problema. De facto, eles determinam se a solução é *forward-looking* ou *backward-looking* e a sua escolha é ditada pela exigência de que o sistema seja estável.

A solução geral de (A.I.1) é:

$$(A.I.4a) \quad x(t) = c_1 q_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 q_2 e^{\lambda_2 t} + q_1 v_1(t) e^{\lambda_1 t} + q_2 v_2(t) e^{\lambda_2 t}$$

$$(A.I.4b) \quad y(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + v_1(t) e^{\lambda_1 t} + v_2(t) e^{\lambda_2 t}$$

com c_1 e c_2 e os limites de integração v_1 e v_2 a serem determinados em cada problema.

Se as raízes forem reais, há quatro casos a considerar. A determinação das constantes arbitrárias em cada um dos casos baseia-se:

- i) nas condições iniciais;
- ii) no pressuposto que $x(t)$ e $y(t)$ permanecem limitados;
- iii) na exigência de que todos os integrais na solução converjam.

Caso I: $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$

Há que verificar se

$$v_1(t) = \int_a^b F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$v_2(t) = \int_a^b F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

onde:

$$F_1 \equiv \frac{f_1(\theta) - q_2 f_2(\theta)}{q_1 - q_2} \quad \text{e} \quad F_2 \equiv \frac{q_1 f_2(\theta) - f_1(\theta)}{q_1 - q_2}$$

convergem para os valores escolhidos de a e b . Para que as soluções sejam gerais, impõe-se que a e b assumam valores de $\pm \infty$.

No entanto, também se adopta a convenção de que o momento $t = 0$ é sempre o momento inicial e define-se $F_1(\theta) = F_2(\theta) = 0$ para $\theta < 0$. Deste modo, quando se investiga se a ou $b = -\infty$ basta olhar para a ou $b = 0$. Assume-se que $F_1(\theta)$ e $F_2(\theta)$ são limitados, isto é:

$$s \leq F_1(\theta) \leq S \quad \text{e} \quad s \leq F_2(\theta) \leq S.$$

Para que $F_1(\theta)$ e $F_2(\theta)$ sejam limitados

$$s \int_a^t e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \leq \int_a^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \leq S \int_a^t e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$s \int_b^t e^{-\lambda_2 \theta} d\theta \leq \int_b^t F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta \leq S \int_b^t e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Porque tanto λ_1 como λ_2 são negativos, basta verificar apenas v_1 ou v_2 . Escolhendo, por exemplo, v_1 e integrando, obtém-se:

$$-\frac{s}{\lambda_1} [e^{-\lambda_1 \theta}]_a^t \leq \int_a^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \leq -\frac{S}{\lambda_1} [e^{-\lambda_1 \theta}]_a^t$$

Dado que $[e^{-\lambda_1 \theta}]_a^t = e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_1 a}$, ambos os integrais convergem para $a = b = 0$ e ambos divergem se $a = b = \infty$. Sendo assim, $a = b = 0$ são os limites de integração apropriados.

O passo seguinte é verificar a estabilidade. Mais uma vez, com ambas as raízes negativas, basta verificar $v_1(t)$. Isso envolve:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q_1 e^{\lambda_1 t} \int_0^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

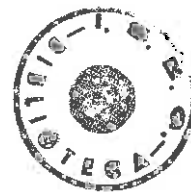
mas

$$-q_1 e^{\lambda_1 t} \frac{s}{\lambda_1} [e^{\lambda_1 \theta}]_0^t \leq q_1 e^{\lambda_1 t} \int_0^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \leq -q_1 e^{\lambda_1 t} \frac{S}{\lambda_1} [e^{\lambda_1 \theta}]_0^t$$

Porque $e^{\lambda_1 t} [e^{-\lambda_1 \theta}]_0^t = e^{\lambda_1 t} (e^{-\lambda_1 t} - 1) = 1 - e^{\lambda_1 t}$, os limites $\lim_{t \rightarrow \infty} v_1(t)$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} v_2(t)$ existem:

o modelo preenche os requisitos de estabilidade.

Por último, as condições iniciais exigem:



$$\begin{cases} x(0) = \bar{x} \\ y(0) = \bar{y} \end{cases} \text{ o que implica que } \begin{cases} \bar{x} = c_1 q_1 + c_2 q_2 \\ \bar{y} = c_1 + c_2 \end{cases}$$

A solução completa pode ser obtida a partir de (A.I.4a) e (A.I.4b):

$$c_1 = \frac{\bar{x} - q_2 \bar{y}}{q_1 - q_2} \quad c_2 = \frac{q_1 \bar{y} - \bar{x}}{q_1 - q_2}$$

$$v_1(t) = \int_0^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \quad v_2(t) = \int_0^t F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Caso II: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$

Quando $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$, o modelo tem um ponto de equilíbrio hiperbólico e pertence à classe das selas hiperbólicas. É o caso mais interessante no contexto deste trabalho.

Os modelos de selas hiperbólicas são estruturalmente instáveis, mas têm quatro órbitas estáveis:

- duas órbitas estáveis quando $t \rightarrow +\infty$, designadas por separatrizes estáveis ou trajectória-sela;
- duas órbitas estáveis quando $t \rightarrow -\infty$, designadas por separatrizes instáveis.

Uma vez que λ_2 continua a ser negativo, só é necessário investigar as partes das soluções que envolvem λ_1 . Assim, de (A.I.4a) e (A.I.4b), basta considerar:

$$(A.I.5) \quad \psi = c_1 e^{\lambda_1 t} + v_1(t) e^{\lambda_1 t}$$

Mantendo o pressuposto de que $F_1(\theta)$ é limitado,

$$-\frac{S}{\lambda_1} [e^{-\lambda_1 \theta}]_a^t \leq \int_a^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \leq -\frac{S}{\lambda_1} [e^{-\lambda_1 \theta}]_a^t$$

v_1 converge para $a = 0$ e $a = \infty$. No entanto, apenas $a = \infty$ é consistente com o pressuposto de estabilidade, donde, quando $a = \infty$:

$$-\frac{s}{\lambda_1} \leq e^{\lambda_1 t} v_1(t) \leq -\frac{S}{\lambda_1}, \quad \forall t$$

Mas a estabilidade do primeiro termo em ψ só é satisfeita se $c_1 = 0$, pelo que a solução é:

$$\begin{aligned} x(t) &= c_2 q_2 e^{\lambda_2 t} + q_1 v_1(t) e^{\lambda_1 t} + q_2 v_2(t) e^{\lambda_2 t} \\ y(t) &= c_2 e^{\lambda_2 t} + v_1(t) e^{\lambda_1 t} + v_2(t) e^{\lambda_2 t} \end{aligned}$$

onde $v_2(t)$ é definido como no caso I.

Para determinar c_2 é necessária uma condição inicial de $x(0)$ ou $y(0)$, o que significa que uma das variáveis tem que ser uma variável de salto. Suponha-se que a variável de salto é $y(t)$: a condição inicial é, por exemplo, $y(0) = \bar{y}$. Então:

$$\bar{y} = c_2 - \int_0^{\infty} F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

e

$$c_2 = \bar{y} + \int_0^{\infty} F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

O valor inicial de x , $x(0)$, é dado por:

$$x(0) = q_2 \bar{y} + (q_2 - q_1) \int_0^{\infty} F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

Deste modo, a solução completa do caso II é obtida de (A.I.4a) e (A.I.4b), com:

$$c_1 = 0$$

$$c_2 = \bar{y} + \int_0^{\infty} F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$v_1(t) = \int_0^{\infty} F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta \quad v_2(t) = \int_0^{\infty} F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Se o estado inicial estiver na trajectória-sela, então o fluxo do sistema converge assintoticamente para um ponto de equilíbrio. As expressões das separatrizes podem ser qualitativamente determinadas a partir da matriz cujas colunas correspondem aos vectores próprios associados aos valores próprios da matriz de coeficientes, e obtêm-se as suas inclinações.

Caso III: $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$

Esta solução é essencialmente a mesma que a do caso II:

$$\begin{aligned}x(t) &= c_1 q_1 e^{\lambda_1 t} + q_1 v_1(t) e^{\lambda_1 t} + q_2 v_2(t) e^{\lambda_2 t} \\y(t) &= c_1 e^{\lambda_1 t} + v_1(t) e^{\lambda_1 t} + v_2(t) e^{\lambda_2 t}\end{aligned}$$

com $v_1(t)$ igual ao do caso I e $v_2(t) = -\int_0^\infty F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$

Fazendo $y(0) = \bar{y}$, obtém-se:

$$c_1 = \bar{y} + \int_0^\infty F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Caso IV: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$

Neste caso, a estabilidade exige que:

$$c_1 = c_2 = 0$$

$$v_1(t) = \int_0^\infty F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$v_2(t) = \int_0^\infty F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

Tanto $x(t)$ como $y(t)$ têm que ser variáveis de salto, com $x(0)$ e $y(0)$ iniciais:

$$x(0) = q_1 v_1(0) + q_2 v_2(0)$$

$$y(0) = v_1(0) + v_2(0)$$

A.I.4. Linearização de um sistema não linear

Nem sempre os sistemas como os que temos vindo a analisar são lineares, pelo que é necessário proceder à sua linearização, transformando-os em sistemas variacionais. Sob certas condições, o tipo de estabilidade de um ponto de equilíbrio de uma equação

diferencial planar não linear é determinada pela aproximação linear do campo vectorial numa vizinhança suficientemente pequena do ponto de equilíbrio.

Se \bar{x} for um ponto de equilíbrio de $\dot{x} = f(x)$, então a equação diferencial linear

$$\dot{x} = Df(\bar{x})x$$

é chamada uma equação linear variacional e corresponde à linearização do campo vectorial f no ponto de equilíbrio \bar{x} .

$Df(\bar{x})$ é a matriz jacobiana de f no ponto \bar{x} :

$$Df(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) \end{bmatrix}$$

Sendo f uma função C^1 (espaço das funções cuja primeira derivada é contínua), se todos os valores próprios da matriz jacobiana $Df(\bar{x})$ tiverem partes reais negativas, então o ponto de equilíbrio \bar{x} da equação diferencial $\dot{x} = f(x)$ é assintoticamente estável.

O jacobiano comporta-se como uma matriz de constantes semelhante a A :

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\text{tr} Df(\bar{x})}{2} \pm \left[\left(\frac{\text{tr} Df(\bar{x})}{2} \right)^2 - \text{Det}(Df(\bar{x})) \right]^{1/2}$$

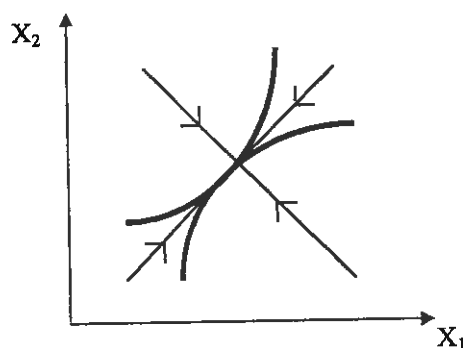
Quando a parte real é diferente de zero, obtém-se toda a informação relevante a partir dos valores próprios:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 + g_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 + g_2(x_1, x_2) \end{cases}$$

Pelo facto de o sistema não ser linear, não é possível generalizar o comportamento local. Se não houver valores próprios com parte real nula, obtém-se um ponto de equilíbrio hiperbólico e, neste caso, o comportamento dinâmico depende, em grande parte, da aproximação linear.

Quando um modelo não é linear, as trajetórias estável e instável não são, elas próprias, lineares, pelo que o que a linearização permite obter é uma tangente a essas curvas no ponto de equilíbrio.

Figura A.I.1 - Representação do equilíbrio



A.I.5. Choques sobre as variáveis exógenas

Uma vez obtido o ponto de equilíbrio, o passo seguinte consiste em analisar como este é perturbado por cada choque exógeno, ou seja, na realização de estudos de dinâmica comparativa. No caso do presente trabalho, os choques são provenientes de medidas de política fiscal restritiva e os seus efeitos são analisados essencialmente do ponto de vista qualitativo, através da construção de diagramas de fases.

Uma vez que o caso que interessa neste contexto é o de comportamento de ponto-sela (caracterizado por $\lambda_1 \lambda_2 = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} < 0$), considera-se que as raízes da equação característica se enquadram no caso III: $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$.

No caso de um choque aditivo, como os que se consideram no contexto desta análise, os coeficientes a_{ij} permanecem constantes antes e depois do choque, de tal modo que também os valores próprios λ_1 e λ_2 são idênticos. Para garantir a estabilidade, uma das variáveis, por exemplo $y(t)$, tem que ser uma variável de salto, enquanto se assume que a outra, $x(t)$, evolui de modo contínuo.

Retomando as soluções do caso III, já apresentadas:

$$x(t) = c_1 q_1 e^{\lambda_1 t} + q_1 v_1(t) e^{\lambda_1 t} + q_2 v_2(t) e^{\lambda_2 t}$$

$$y(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + v_1(t) e^{\lambda_1 t} + v_2(t) e^{\lambda_2 t}$$

onde:

$$v_1(t) = \int_0^t F_1(\theta) e^{-\lambda_1 \theta} d\theta$$

$$v_2(t) = - \int_t^{\infty} F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

$$c_1 = \bar{y} + \int_0^{\infty} F_2(\theta) e^{-\lambda_2 \theta} d\theta$$

$$F_2 = \frac{q_1 f_2(\theta) - f_1(\theta)}{q_1 - q_2} = \frac{q_1 \bar{f}_2 - \bar{f}_1}{q_1 - q_2}$$

e supondo que o choque deverá ocorrer no momento T e ser anunciado no momento zero (e também que o choque é único e ocorre apenas no momento T), no período $0 < t \leq T$, antes que o choque efectivamente ocorra, as soluções para $x(t)$ e $y(t)$ são da forma:

$$(A.I.6) \quad x = \bar{x}_1 + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$(A.I.7) \quad y = \bar{y}_1 + \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) A_1 e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{\lambda_2 - a_{11}}{a_{12}} \right) A_2 e^{\lambda_2 t}$$

Note-se que, uma vez que λ_1 e λ_2 são valores próprios,

$$\frac{\lambda_i - a_{11}}{a_{12}} = \frac{a_{21}}{\lambda_i - a_{22}}, \quad i = 1, 2$$

o que significa que (A.I.7) pode ser reescrita como:

$$y = \bar{y}_1 + \left(\frac{a_{21}}{\lambda_1 - a_{22}} \right) A_1 e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{a_{21}}{\lambda_2 - a_{22}} \right) A_2 e^{\lambda_2 t}$$

Para o período $t \geq T$, após a ocorrência do choque, as soluções para $x(t)$ e $y(t)$ são:

$$x = \bar{x}_2 + A'_1 e^{\lambda_1 t} + A'_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$y = \bar{y}_2 + \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) A'_1 e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{\lambda_2 - a_{11}}{a_{12}} \right) A'_2 e^{\lambda_2 t}$$

A principal diferença reside na deslocação no equilíbrio de *steady-state*. Completar as soluções envolve a determinação das constantes arbitrárias A_1, A_2, A'_1 e A'_2 .

Começa-se por impôr a condição que a solução seja fechada. Para que $x(t)$ e $y(t)$ não divirjam à medida que $t \rightarrow +\infty$, tem que se ter $A'_2 = 0$ (porque $\lambda_2 > 0$), de tal modo que:

$$(A.I.8) \quad x = \bar{x}_2 + A'_1 e^{\lambda_1 t}$$

$$(A.I.9) \quad y = \bar{y}_2 + \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) A'_1 e^{\lambda_1 t}$$

Isto é, após o momento T , $x(t)$ e $y(t)$ têm que seguir estas trajectórias estáveis. Eliminando $A'_1 e^{\lambda_1 t}$ destas equações obtém-se:

$$(A.I.10) \quad (y - \bar{y}_2) = \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) (x - \bar{x}_2)$$

Este é um lugar geométrico no espaço $(y-x)$ que descreve o ramo estável do ponto-sela. O seu declive depende dos sinais e magnitudes dos coeficientes a_{ij} .

Dado que λ_1 é um valor próprio, (A.I.10) pode também ser escrita como:

$$(y - \bar{y}_2) = \left(\frac{a_{21}}{\lambda_1 - a_{12}} \right) (x - \bar{x}_2)$$

que, dependendo das circunstâncias, pode ser mais conveniente para determinar o declive da trajectória estável.

As outras constantes são obtidas impondo uma condição inicial à variável $x(t)$ e continuidade no momento T . Esta última condição exclui a possibilidade de saltos previsíveis. Assim, assumindo que $x(0) = \bar{x}_1$, a equação $x = \bar{x}_1 + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$ implica que $A_1 + A_2 = 0$ (ou seja, $-A_1 = A_2 \Rightarrow x = \bar{x}_1 + A_1 (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t})$).

A condição que as soluções sejam contínuas no momento T significa que as soluções para $x(t)$ e $y(t)$ obtidas do sistema dinâmico devem coincidir nesse momento. Deste modo,

$$(A.I.11) \quad (A_1 - A'_1)e^{\lambda_1 T} + A_2 e^{\lambda_2 T} = d\bar{x}$$

$$(A.I.12) \quad \left(\frac{\lambda_1 - a_{11}}{a_{12}} \right) (A_1 - A'_1)e^{\lambda_1 T} + \left(\frac{\lambda_2 - a_{11}}{a_{12}} \right) A_2 e^{\lambda_2 T} = d\bar{y}$$

onde $d\bar{x}$ e $d\bar{y}$ representam as alterações no *steady-state*. Dadas estas alterações, as constantes A_1 , A_2 e A'_1 podem ser determinadas. Substituindo-as em (A.I.8) e (A.I.9) obtêm-se as soluções antes e depois do momento T .

A principal característica destas soluções é que a dinâmica envolve três fases. O anúncio no momento 0 de um choque a ocorrer no momento T futuro gera uma resposta imediata na variável de salto. Fazendo $t = 0$ em (A.I.7) e usando $A_1 + A_2 = 0$, a resposta inicial é dada por:

$$y(0) - \bar{y}_1 = \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a_{12}} \right) A_2$$

onde A_2 é obtido a partir de (A.I.11) e (A.I.12). Pode demonstrar-se que a dimensão do salto inicial é inversamente proporcional ao tempo que decorrerá entre 0 e T (ou seja, entre o momento do anúncio do choque e o momento em que este irá efectivamente ocorrer).

Após o salto inicial, o sistema segue o lugar geométrico instável (A.I.6) e (A.I.7) até ao momento T , em que o choque anunciado efectivamente ocorre. Nesse momento, o sistema atinge o lugar geométrico estável (A.I.10), que segue até ao equilíbrio.

No caso em que $T = 0$, isto é, em que o choque ocorre sem ter sido anunciado, o sistema salta instantaneamente para o novo lugar geométrico estável.



ANEXO II

MODELO DE TURNOVSKY E MILLER

Os multiplicadores de curto prazo obtêm-se calculando os diferenciais totais das equações

$$(II.7) \quad Y = C[(1-\tau)(Y+rBP), M+BP] + I(P) + G$$

$$(II.8) \quad L(Y, r(1-\tau), M+BP) = M$$

Os multiplicadores de longo prazo são então dados pela solução da equação matricial

$x = -Z^{-1}Wy$, onde:

$$x = \begin{bmatrix} dY \\ dr \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 1-(1-\tau)C_1 & -(1-\tau)C_1BP \\ L_1 & (1-\tau)L_2 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} -C_2 & -(1-\tau)C_1rP - C_2P & -(1-\tau)C_1rB - C_2B & -1 \\ L_3 - 1 & L_3P & L_3B & 0 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} dM \\ dB \\ dP \\ dG \end{bmatrix}$$

Os multiplicadores de longo prazo, por sua vez, resultam da solução da equação matricial $x' = -Z'^{-1}W'y'$, onde:

$$x' = \begin{bmatrix} d\tilde{Y} \\ d\tilde{r} \\ d\tilde{P} \\ d\tilde{B} \end{bmatrix} \quad W' = \begin{bmatrix} -C_2 & -1 \\ L_3 - 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad y' = \begin{bmatrix} dM \\ dG \end{bmatrix}$$

$$Z' = \begin{bmatrix} 1-(1-\tau)C_1 & -(1-\tau)C_1BP & -[(1-\tau)C_1rB + C_2B] & -[(1-\tau)C_1rP + C_2P] \\ L_1 & (1-\tau)L_2 & L_3B & L_3P \\ 0 & P & r & 0 \\ -\tau & 0 & 0 & 1-\tau \end{bmatrix}$$

$$(II.25) \quad \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P - \bar{P} \\ B - \bar{B} \end{bmatrix}$$

Solução geral de (II.25):

$$t_0 \leq t \leq T:$$

$$(AII.1) \quad \begin{aligned} B &= \bar{B}_1 + A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \\ P &= \bar{P}_1 + \left(\frac{\lambda_1 - b_{11}}{b_{12}} \right) A_1 e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{\lambda_2 - b_{11}}{b_{12}} \right) A_2 e^{\lambda_2 t} \end{aligned}$$

$$t \geq T:$$

$$(A.II.2) \quad \begin{aligned} B &= \bar{B}_2 + A'_1 e^{\lambda_1 t} + A'_2 e^{\lambda_2 t} \\ P &= \bar{P}_2 + \left(\frac{\lambda_1 - b_{11}}{b_{12}} \right) A'_1 e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{\lambda_2 - b_{11}}{b_{12}} \right) A'_2 e^{\lambda_2 t} \end{aligned}$$

Fazendo $A'_2 = 0$, para que seja respeitada a condição de transversalidade, tem-se:

$$(A.II.3) \quad \begin{aligned} B &= \bar{B}_2 + A'_1 e^{\lambda_1 t} \\ P &= \bar{P}_2 + \left(\frac{\lambda_1 - b_{11}}{b_{12}} \right) A'_1 e^{\lambda_1 t} \end{aligned}$$

Eliminando $A'_1 e^{\lambda_1 t}$ das duas equações, obtém-se:

$$(A.II.4) \quad (P - \bar{P}_2) = \left(\frac{\lambda_1 - b_{11}}{b_{12}} \right) (B - \bar{B}_2) = \left(\frac{b_{21}}{\lambda_1 - b_{12}} \right) (B - \bar{B}_2)$$

ANEXO III

MODELO DE FISHER E TURNOVSKY

Problema do agente representativo:

$$\begin{cases} \text{Max}_{c,l,k,b} w = \int_0^{\infty} U(c,l)e^{-\beta t} dt \\ \text{s.a. } c + \dot{k} + \dot{b} = F(k,l) + rb - \tau \end{cases}$$

Hamiltoniano:

$$H = U(c,l)e^{-\beta t} + \lambda e^{-\beta t} (F(k,l) + rb - \tau - c - \dot{k} - \dot{b})$$

Condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial c} e^{-\beta t} - \lambda e^{-\beta t} = 0 \Leftrightarrow U_c = \lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial l} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U}{\partial l} e^{-\beta t} + \lambda e^{-\beta t} \frac{\partial F}{\partial l} = 0 \Leftrightarrow U_l = -\lambda F_l$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{\partial H}{\partial k} \right) = 0 \Leftrightarrow \lambda F_k = -\dot{\lambda} + \lambda \beta$$

$$\frac{\partial H}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{\partial H}{\partial b} \right) = 0 \Leftrightarrow \lambda r = -\dot{\lambda} + \lambda \beta$$

As derivadas parciais da procura de consumo privado e da oferta de trabalho obtêm-se diferenciando as condições de 1ª ordem (III.2a) e (III.2b) em ordem a λ e a k :

$$\begin{cases} U_{cc}dc + U_{cl}dl + U_{cg}dg - d\lambda = 0 \\ U_{lc}dc + (U_{ll} + \lambda F_{ll})dl + U_{lg}dg + F_l d\lambda + \lambda F_{lk}dk = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtêm-se:

$$\frac{\partial c}{\partial \lambda} = \frac{(U_{ll} + \lambda F_{ll}) + U_{cl}F_l}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2} < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} = \frac{-(U_{cc}F_l + U_{cl})}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2} > 0$$

$$\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\kappa}} = \frac{U_{cl}\lambda F_{kl}}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2} (< 0)$$

$$\frac{\partial}{\partial \kappa} = \frac{-U_{cc}\lambda F_{kl}}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2} > 0$$

$$\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\sigma}} = \frac{-U_{cg}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) + U_{cl}U_{lg}}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} = \frac{U_{cl}U_{cg} - U_{cc}U_{lg}}{U_{cc}(U_{ll} + \lambda F_{ll}) - U_{cl}^2}$$

Os sinais de $\frac{\hat{\alpha}}{\partial \lambda}$ e $\frac{\partial}{\partial \lambda}$ decorrem do pressuposto de que o consumo e o lazer são bens normais, o que faz com que um acréscimo na utilidade marginal da riqueza leve o agente a substituir consumo por trabalho.

ANEXO IV

MODELO DE TURNOVSKY

A equação (IV.4) representa o sistema de equações seguinte, linearizado em torno do equilíbrio de *steady-state*:

$$\begin{cases} \dot{P} = \gamma(\beta_1 \bar{Y} - \beta_2 R + \beta_3 (E - P) + G - \bar{Y}) \\ \dot{E} = \frac{1}{\alpha_2} [\alpha_1 \bar{Y} - M + P] - i^* \\ \dot{R} = R(R - i^* - \dot{E} + \dot{P}) \end{cases}$$

A solução da equação (IV.4) é a seguinte:

$$t_0 \leq t \leq T:$$

$$(A.IV.1a) \quad R - \tilde{R}_0 = -\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\lambda_i a_{13} + a_{12} a_{23}}{(a_{11} - \lambda_i) \lambda_i} \right] C_i e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.1b) \quad E - \tilde{E}_0 = a_{23} \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{\lambda_i} e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.1c) \quad P - \tilde{P}_0 = \sum_{i=1}^3 C_i e^{\lambda_i t}$$

$$t \geq T:$$

$$(A.IV.2a) \quad R - \tilde{R}_2 = -\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\lambda_i a_{13} + a_{12} a_{23}}{(a_{11} - \lambda_i) \lambda_i} \right] C'_i e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.2b) \quad E - \tilde{E}_2 = a_{23} \sum_{i=1}^3 \frac{C'_i}{\lambda_i} e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.2c) \quad P - \tilde{P}_2 = \sum_{i=1}^3 C'_i e^{\lambda_i t}$$

$$\text{onde: } \begin{array}{ll} a_{11} = \tilde{R}(1 - \gamma\beta_2) & a_{12} = \tilde{R}\gamma\beta_3 \\ a_{13} = -\tilde{R}[1/\alpha_2 + \gamma\beta_3] & a_{23} = 1/\alpha_2 \end{array}$$

e $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$ e $\lambda_3 > 0$.

Há 6 constantes arbitrárias a determinar: C_i e C'_i para $i = 1, 2, 3$. Para que o sistema permaneça limitado com $t \rightarrow \infty$, exige-se

$$(A.IV.3a) \quad C'_2 = C'_3 = 0$$

Assume-se que P evolui continuamente a partir da sua situação inicial, de tal modo que:

$$(A.IV.3b) \quad C_1 + C_2 + C_3 = 0$$

Pressupõe-se que as trajectórias temporais para R , E e P são contínuas para $t > 0$. Em particular, quando $t = T$, as soluções de (A.IV.1) e (A.IV.2) têm que ser iguais. Então:

$$(A.IV.3c) \quad \tilde{P}_2 - \tilde{P}_1 = (C_1 - C'_1)e^{\lambda_1 T} + C_2 e^{\lambda_2 T} + C_3 e^{\lambda_3 T}$$

$$(A.IV.3d) \quad \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = \frac{a_{23}}{\lambda_1} (C_1 - C'_1)e^{\lambda_1 T} + \frac{a_{23}}{\lambda_2} C_2 e^{\lambda_2 T} + \frac{a_{23}}{\lambda_3} C_3 e^{\lambda_3 T}$$

$$(A.IV.3e) \quad \tilde{R}_2 - \tilde{R}_1 = -\frac{[\lambda_3 a_{13} + a_{12} a_{23}] C_3 e^{\lambda_3 T}}{(a_{11} - \lambda_3) \lambda_3}$$

A solução geral para o sistema é:

$0 < t \leq T$:

$$(A.IV.1a) \quad R - \tilde{R}_0 = -\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\lambda_i a_{13} + a_{12} a_{23}}{(a_{11} - \lambda_i) \lambda_i} \right] C_i e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.1b) \quad E - \tilde{E}_0 = a_{23} \sum_{i=1}^3 \frac{C_i}{\lambda_i} e^{\lambda_i t}$$

$$(A.IV.1c) \quad P - \tilde{P}_0 = \sum_{i=1}^3 C_i e^{\lambda_i t}$$

$t \geq T$:

$$(A.IV.2a') \quad R - \tilde{R}_2 = \frac{-[\lambda_1 a_{13} + a_{12} a_{23}]}{(a_{11} - \lambda_1) \lambda_1} C_1' e^{\lambda_1 t}$$

$$(A.IV.2b') \quad E - \tilde{E}_2 = \frac{a_{23}}{\lambda_1} C_1' e^{\lambda_1 t}$$

$$(A.IV.2c') \quad P - \tilde{P}_2 = C_1' e^{\lambda_1 t}$$

onde C_1, C_2, C_3 e C_1' são determinadas pelas equações (A.IV.3a)-(A.IV.3d).

Os valores destas constantes dependem da alteração no *steady-state*, que, por seu turno, depende da perturbação específica sobre o sistema.

Determinação do sinal de $R(0)$ no seguimento do anúncio de um acréscimo permanente nas despesas públicas

Sendo λ_1, λ_2 e λ_3 valores próprios, têm que satisfazer a equação característica da equação matricial (IV.4):

$$(A.IV.4) \quad \lambda^3 - [\tilde{R}(1 - \gamma\beta_2) - \gamma\beta_3] \lambda^2 - \gamma[\tilde{R}\beta_3 + \beta_3 / \alpha_2 + \tilde{R}\beta_2 / \alpha_2] \lambda + \gamma\beta_3 \tilde{R} / \alpha_2 = 0$$

Das propriedades das raízes dos polinómios, tem-se:

$$(A.IV.5a) \quad \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = -\gamma\beta_3 \tilde{R} / \alpha_2$$

$$(A.IV.5b) \quad \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3 \lambda_1 = \gamma[\tilde{R}\beta_3 + \beta_3 / \alpha_2 + \tilde{R}\beta_2 / \alpha_2]$$

$$(A.IV.5c) \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \tilde{R}(1 - \gamma\beta_2) - \gamma\beta_3$$

Considerando

$$(A.IV.6) \quad \phi(\lambda) = -\lambda^2 - \gamma\lambda[\tilde{R}\beta_2 + \beta_3] + \gamma\beta_3 / \alpha_2$$

pode reescrever-se (A.IV.4) como:

$$(A.IV.7) \quad (\tilde{R} - \lambda)\phi(\lambda) + \tilde{R}\gamma\beta_2\lambda(\tilde{R} - 1 / \alpha_2) = 0$$

No caso de uma expansão orçamental

$$\tilde{R}_2 = \tilde{R}_1 = \tilde{R} \quad ; \quad \tilde{P}_2 = \tilde{P}_1 \quad ; \quad \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = -1 / \beta_3.$$

Resolvendo as equações (A.IV.3b)-(A.IV.3e) em ordem a C_1 , C_2 , C_3 e C_I e substituindo em (A.IV.1a), a solução pode ser expressa como:

$$(A.IV.8) \quad R(0) - \tilde{R} = \frac{(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_3)(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_2)}{\beta_2 a_{23} a_{31} \lambda_1} \left[\frac{e^{-\lambda_3 T} - e^{-\lambda_2 T}}{\lambda_2 - \lambda_3} \right]$$

onde $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 > 0$ e $\lambda_3 > 0$. Como o termo $(e^{-\lambda_3 T} - e^{-\lambda_2 T}) / (\lambda_2 - \lambda_3) > 0$, o sinal de $R(0) - \tilde{R}$ será dado por $[(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_3)(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_2)]$. Resolvendo esta expressão usando os resultados de (A.IV.5a)-(A.IV.5c), obtém-se:

$$(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_3)(a_{23}a_{32} + \lambda_1\lambda_2) = \frac{\gamma\beta_3}{\alpha_2} \phi(\lambda_1)$$

donde o sinal de $R(0) - \tilde{R}$ será dado por $\phi(\lambda_1)$.

Fazendo $\lambda = \lambda_1$ em (A.IV.7), chega-se a:

$$\phi(\lambda_1) = \frac{\tilde{R}\gamma\beta_2\lambda_1(1 - \alpha_2\tilde{R})}{\alpha_2(\tilde{R} - \lambda_1)}$$

de tal modo que o sinal de $\phi(\lambda_1)$ será dado por $(\alpha_2 \tilde{R} - 1)$. Dado que a oferta de moeda é expressa em logaritmos, $(-\alpha_2)$ é a semi-elasticidade da procura, donde $(-\alpha_2 \tilde{R})$ mede a elasticidade-juro da procura, avaliada no equilíbrio de *steady-state*. Considerando $\gamma = \alpha_2 \tilde{R}$, conclui-se que o sinal de $R(0) - \tilde{R}$ é determinado por $(\gamma - 1)$.

No caso de uma contracção orçamental, tem-se

$$\tilde{R}_2 = \tilde{R}_1 = \tilde{R}; \quad \tilde{P}_2 - \tilde{P}_1 = 0; \quad \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = \frac{1}{\beta_3}$$

uma vez que o salto inicial de E é positivo e não negativo como no caso anterior, pelo que a conclusão será simétrica.

BIBLIOGRAFIA

Abken, P.A.(1993), Inflation and the Yield Curve, *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, Maio/Junho, pp.13-31.

Blanchard, O.J.(1981), Output, the Stock Market, and Interest Rates, *American Economic Review*, 71(1), pp. 132-43.

Blinder, A.S. e Solow, R.M.(1973), Does Fiscal Policy Matter?, *Journal of Public Economics*, 2, pp. 319-37.

Branson, W.H.(1994), High world interest rates: shortage of saving or liquidity?, in Peter B. Kenen *et.al.* (eds.), *The International Monetary System*, Cambridge, C.U.P..

Brito, P.(1993), Dinâmica comparativa local para problemas de controlo óptimo determinístico (não publicado).

Brito, P.(1994), Soluções para problemas de fronteira em equações diferenciais ordinárias planares lineares (não publicado).

Brito, P.(1993), Dinâmica da taxa de câmbio num regime de câmbios flexíveis: a família de modelos tipo Dornbusch (1976) - Versão 3 (não publicado).

Cox, J.C., Ingersoll, J.E. e Ross, S.A.(1985), A Theory of the Term Structure os Interest Rates, *Econometrica*, 53(2), pp. 385-407.

Estrella, A. e Mishkin, F.S. (1995), The Term Structure of Interest Rates and its Role in Monetary Policy for the European Central Bank, *A CEPR/Irving Fisher Society Conference, What Monetary Policy for the European Central Bank?*, Frankfurt, Centre for Economic Policy Research.



Fama, E.F.(1990), Term-Structure Forecasts of Interest Rates, Inflation, and Real Returns, *Journal of Monetary Economics*, 25, pp. 59-76.

Fisher, W.H. e Turnovsky, S.J.(1992), Fiscal Policy and the Term Structure os Interest Rates: An Intertemporal Optimizing Analysis, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 24(1), pp. 1-26.

Fisher, W.H.(1995), An optimizing analysis of the effects of world interest disturbances on the open economy term structure of interest rates, *Journal of International Money and Finance*, 14(1), pp. 105-26.

Hale, J. E Koçak, H.(1991), *Dynamics and Bifurcations*, New York: Springer-Verlag.

Mishkin, F.S.(1990), What does the Term Structure tell us about future inflation?, *Journal of Monetary Economics*, 25, pp. 77-95.

Mishkin, F.S.(1995), *The Economics of Money, Banking, and Financial Markets*, 4th Ed., New York:Harper Collins.

Shiller, R.J.(1990), The Term Structure of Interest Rates, in: B.M. Friedman e F.H. Hahn (eds.), *Handbook of Monetary Economics*, Elsevier Science Publishers B.V..

Turnovsky, S.J.(1995), *Methods of Macroeconomic Dynamics*, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press.

Turnovsky, S.J.(1989), The Term Structure of Interest Rates and the Effects of Macroeconomic Policy, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 21(3), pp. 321-47.

Turnovsky, S.J. e Miller, M.H.(1984), The Effects of Government Expenditure on the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 16(1), pp. 16-33.



Turnovsky, S.J(1986), Short-term and long-term interest rates in a monetary model of a small open economy, *Journal of International Economics*, 20, pp.291-311.