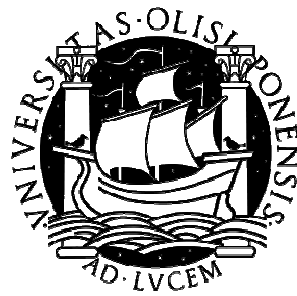


Universidade de Lisboa



Geometria Descritiva e Visualização Espacial através de Recursos Mínimos

Vera de Lurdes Ataíde Bettencourt

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

Mestrado em Ensino de Artes Visuais

no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

2013

Universidade de Lisboa



Geometria Descritiva e Visualização Espacial através de Recursos Mínimos

Vera de Lurdes Ataíde Bettencourt

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada orientado pelo Professor Doutor
António de Oriol Pena Vazão e Trindade

Mestrado em Ensino de Artes Visuais

no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

2013

Para os meus alunos e explicandos,
através dos quais eu descobri o gosto pelo ensino.

RESUMO

O presente relatório apresenta o resultado da pesquisa para a prática de ensino supervisionada, que constitui o foco do Mestrado em Ensino de Artes Visuais no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário.

A unidade didática escolhida insere-se nos conteúdos de interseção entre planos lecionados na disciplina de Geometria Descritiva A. Consequentemente, a pesquisa começa com a observação de aulas de geometria da turma J do 10º ano da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes, passa por uma investigação teórica, em pedagogia, sobre os problemas detetados, e culmina na aplicação, através da prática de ensino supervisionada, das estratégias elaboradas com o intuito de superar esses problemas.

A necessidade da visualização espacial consiste numa maior dificuldade dos alunos na aprendizagem da disciplina. Assim, este relatório incide-se na visualização espacial através de recursos mínimos que, consequentemente, lhe conferiu, em parte, o título.

Para além da referida pesquisa, o relatório apresenta também o contexto da disciplina e da escola que possibilitaram a prática de ensino supervisionada.

Palavras-chave: geometria descritiva, visualização, espaço, ensino, modelos, recursos.

ABSTRACT

The following report presents the results of the research for the practice of supervised learning, which is the focus of the master degree in visual arts teaching, in the Escola Secundária com 3.º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes, in Lisbon.

The teaching unit chosen is part of the intersection contents between planes taught in the discipline of Descriptive Geometry. Consequently, the search begins with the observation of the 10th year of Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes geometry classes, goes through theoretical research, in pedagogy, on the problems detected, and culminates in the application of the strategies presented, through the practice of supervised learning, in order to overcome these problems.

The need for spatial visualization is a greater difficulty for students learning the discipline. Thus, this report focuses on the spatial visualization using minimal resources which, in part, is the explanation for its title.

Apart from this research, the report also presents the context of the discipline and the school that allowed the practice of supervised learning.

Keywords: descriptive geometry, visualization, space, education, models, resources.

AGRADECIMENTOS

Aos meus padrinhos (tios e primo) Maria, Manuel e José Ataíde que se firmam pilares sempre que eu pretendo concretizar um projeto.

Aos meus amigos, que são uma das minhas fontes de paz, conforto e alegria. Particularmente à Catarina Marques, ao António Godinho, à Carla Macedo e ao Heliodoro Silva, que contribuíram diretamente para este trabalho.

Ao Liceu Pedro Nunes, nomeadamente à diretora Ana Vilarinho, aos professores Maria Corvo, Pedro Pimentel e Ana Paula Jesus (professora cooperante) e aos alunos de Geometria Descritiva A do 10ºJ (2012/13), que me proporcionaram a prática de ensino supervisionada.

Aos meus professores, particularmente ao meu orientador Doutor António Trindade, e aos meus colegas, pela partilha de experiências.

Aos admiradores do meu trabalho enquanto Artista Plástica, que me apoiaram durante este período de mestrado, aguardando, com entusiasmo, novas criações.

ÍNDICE

RESUMO	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMENTOS.....	IV
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 – SÍNTESE HISTÓRICA, CONTEXTO E ORGANIZAÇÃO DA ESCOLA COOPERANTE.	3
Síntese histórica da escola.....	3
1905/1906 - Liceu Central da 3ª zona escolar de Lisboa	3
1911 - Liceu Central de Pedro Nunes.....	4
1930/31 – Liceu Normal de Pedro Nunes – Formação de professores.	6
1936 - Liceu Nacional de Pedro Nunes	8
1974 - Escola Secundária de Pedro Nunes	12
Localização	13
Espaço físico	14
Regime de funcionamento.....	15
Caraterização do meio local.....	15
Património histórico e cultural circundante	16
Recursos humanos e organizacionais	17
Alunos	17
Corpo Docente	17
Órgãos de Direção, de Administração e de Gestão	18
Serviço de Psicologia e Orientação (SPO)	20
Gabinete de Apoio Educativo/Ensino Especial.....	20
Ação Social Escolar (ASE)	20
Serviços de Administração Escolar.....	21
Assistentes Operacionais	21
Associação de Estudantes	21
Associação de Antigos Alunos	22
Associação de Pais e Encarregados de Educação.....	22
Parcerias	22
Oferta Educativa e Curricular	23
3º Ciclo do Ensino Básico	24

Ensino Secundário	26
10º Ano	26
11º Ano	27
12º Ano	29
Grupo 600 - Artes Visuais	30
Cursos existentes.....	30
Disciplinas agregadas ao grupo.....	31
Organização do grupo	31
Docentes.....	31
Salas e equipamentos afetos ao grupo	32
Reforço, Enriquecimento e Complemento Curricular	38
Apoio a Geometria Descritiva A.....	39
Critérios de Avaliação dos Alunos	40
3º Ciclo do Ensino Básico	40
Ensino Secundário	40
CAPÍTULO 3 – GEOMETRIA DESCRITIVA A, ENQUADRAMENTO DA UNIDADE CURRICULAR E CARATERIZAÇÃO DA TURMA.....	42
Geometria Descritiva A	42
Enquadramento histórico	42
Caraterização da disciplina.....	46
Manual adotado pela escola.....	47
Enquadramento da unidade curricular.....	48
Caracterização da turma	48
Observação de aulas.....	49
CAPÍTULO 4 – ESTRATÉGIAS DE ENSINO.....	54
Estratégias utilizadas.....	54
Planificação da prática de ensino supervisionada	57
Descrição das aulas realizadas	58
Conteúdos anteriores necessários à temática apresentada	58
Aula 1: Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não).....	60
Aula 2: Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel.....	72
Trabalho Prático 4 e Teste Sumativo.....	75
Aula 3: Interseção entre planos não definidos pelos seus traços	76
Aula 4: Interseção entre planos não definidos pelos seus traços	79

Aula 5: Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante	80
Métodos e técnicas de avaliação.....	84
CAPITULO 5 - REFLEXÃO SOBRE O TRABALHO REALIZADO.....	87
Observação da professora cooperante à prática de ensino supervisionada.....	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	91
NETGRAFIA.....	92
ANEXOS.....	93
Programa da disciplina de Geometria Descritiva A	93
Alfabeto grego.....	93
Resumo dos conteúdos.....	93
Ficha de Trabalho	93
Trabalho Prático 4	93
Teste Sumativo A.....	93
Teste Sumativo B.....	93
PowerPoint das aulas	93
Questionário aos alunos sobre a prática de ensino supervisionada.....	93

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

Sob o título *Geometria Descritiva e Visualização Espacial através de Recursos Mínimos*, o presente relatório apresenta o resultado da investigação para a prática de ensino supervisionada que incidiu sobre parte significativa da unidade didática “interseção entre planos”, lecionada na disciplina de Geometria Descritiva A.

Acompanhando o decorrer do Mestrado em Ensino de Artes Visuais no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, a investigação começa por uma familiarização com a escola cooperante enquanto instituição. Contundentemente, o segundo capítulo, que sucede esta introdução, apresenta a história, o contexto e a organização da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes, referindo, em particular, a sua oferta educativa relativamente a Artes Visuais.

O terceiro capítulo foca-se nos conteúdos didáticos e na turma escolhidos para exercer a prática de ensino supervisionada. A disciplina de Geometria Descritiva A é enquadrada historicamente, bem como no plano curricular da escola cooperante. A turma 10ºJ é contextualizada, entre outros aspetos, através da observação do seu comportamento durante o decorrer das aulas de geometria.

Tendo em conta as particularidades da turma, conjugadas com as da disciplina de Geometria Descritiva A, o quarto capítulo apresenta as estratégias de ensino utilizadas na prática de ensino supervisionada. Estas estratégias fundamentam-se numa pesquisa teórica, na área da pedagogia, e têm como intuito minimizar as dificuldades sentidas pelos alunos relativamente à compreensão da disciplina.

Como se considerou que a primeira e maior dificuldade sentida pelos alunos consiste no entendimento da necessidade da visualização espacial, foi dado, entre outras estratégias, ênfase ao uso de recursos mínimos que possibilitem essa visualização em quaisquer circunstâncias. Consequentemente, esta foi a estratégia realçada no título do presente relatório.

No seguimento da fundamentação teórica, é apresentada a planificação da prática de ensino supervisionada, sendo expostos, de forma detalhada e sequencial, todos os conteúdos e atividades propostos pelas cinco aulas dadas.

Entre as segunda e terceira aulas, é feita uma reflexão à avaliação sumativa, realizada pela professora da disciplina (professora cooperante) através de um trabalho prático e de um teste. Esta reflexão compara as classificações obtidas nos exercícios sobre os conteúdos lecionados na prática de ensino supervisionada com a classificação total, com o intuito de perceber a eficácia das estratégias utilizadas.

No fim do capítulo, são apresentados os métodos e técnicas de avaliação propostos pela escola cooperante e pela prática de ensino supervisionada.

O presente relatório termina no quinto capítulo com uma reflexão sobre o trabalho realizado, em género de conclusão, onde consta também o parecer da professora cooperante e dos alunos da turma 10ºJ relativamente à prática de ensino supervisionada.

CAPÍTULO 2 – SÍNTESE HISTÓRICA, CONTEXTO E ORGANIZAÇÃO DA ESCOLA COOPERANTE.

Síntese histórica da escola

1905/1906 - Liceu Central da 3ª zona escolar de Lisboa

Devido ao aumento da população escolar e às alterações introduzidas na organização dos planos escolares, com a reforma de 1905, por Eduardo José Coelho, a cidade de Lisboa foi dividida em três zonas escolares, cada uma com um liceu central. O Liceu Central da 3ª zona escolar de Lisboa abrangia as freguesias de Santa Isabel, Lapa, Belém, Ajuda, Alcântara, Santos, S. Mamede, S. Paulo e Coração de Jesus.

O primeiro conselho do liceu reuniu, sob a reitoria de António de Sá Oliveira, com a presença de 16 professores efetivos e 2 provisórios e de 243 alunos, dos quais 237 rapazes e 6 raparigas, no rés-do-chão do Liceu do Carmo (Palácio Valadares). Só em 1 de março de 1906, é que o liceu se instalou num edifício próprio, na Rua do Sacramento, na Lapa, nº25. Este permaneceu nestas instalações, alugadas e adaptadas, durante 5 anos. Segundo relatou Mário Oliveira em 1933, “era tão pobre que tinha aulas separadas por divisórias de lona e (...) a primeira alocução do Reitor ao seus alunos foi feita de cima de um caixote e ouvida de pé, que bancos não os havia na sala” (AAVV, 2010, p. 5).

Neste liceu houve sempre uma população escolar mista, sobretudo nos últimos anos do ensino secundário.

O liceu foi oficialmente criado a 20 de janeiro de 1906, pelo Decreto-Lei de 4 de Janeiro e de acordo com o comunicado de António de Sá Oliveira, em 1908, regia-se pelos seguintes ideais:

“Ensinar e educar não são termos equivalentes. Educar é fazer de uma criança um homem que não pode viver em sujeição perante o mundo que a cerca, que tem que pertencer a uma sociedade civilizada, que, por definição, há de ser uma vontade. Quantas escolas oficiais existem no país devidamente organizadas para formarem

homens? Quais as nossas escolas oficiais que não se limitam a fazer o ensino, que é, sem dúvida, o seu principal meio de educação, mas não é o único, mas está longe de ser suficiente... É preciso formar em volta da escola a opinião pública, bem consciente de que ensinar é apenas um meio de educar e de que a educação feita só pelo ensino é incompleta e pode mesmo ser nula. Façamos das nossas escolas institutos de educação” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 536).

1910

Alguns alunos do liceu, reunidos com o professor Alves dos Santos, constituíram uma sociedade com o intuito de promover a cultura do desenho entre os alunos do estabelecimento de ensino. As aulas eram lecionadas pelo professor Conceição e Silva que, durante o primeiro ano, o fez gratuitamente.

A sociedade teve direito a instalações no novo edifício do liceu e adotou o nome definitivo de Sociedade de Belas Artes do Liceu de Pedro Nunes.

1911 - Liceu Central de Pedro Nunes

O governo comprou um terreno, de 36 000 m², na então Quinta da Estrela, de forma a instalar, espaçosamente, o liceu e uma escola primária. Ambos para os dois sexos. Os edifícios da escola primária nunca foram construídos. Mas, neste espaço, foi edificado o Jardim-Escola João de Deus.

A 17 de novembro, foi inaugurado o novo edifício do liceu, na Avenida Álvares Cabral, passando a ser designado por Liceu Central de Pedro Nunes.



A escolha de Pedro Nunes para patrono da escola, eminente cosmógrafo e matemático português da época dos Descobrimentos, teve origem no nome dado por alguns dos primeiros alunos a uma Solidária.

O projeto do edifício é do arquiteto Miguel Ventura Terra (1866 – 1919). As suas preocupações com a luminosidade e o arejamento são evidenciadas na profusão de janelas nas salas de aula e nos corredores e na altura dos pés-direitos das salas e do salão/ginásio.

As salas de aula têm uma dimensão de 8m x 7m e uma altura de 4,32 m. Têm janelas para o exterior e para o corredor, sendo bastante iluminadas. As quatro salas de Desenho eram maiores, 8m x 8,05 x 4,32, mas tinham piores condições de luz, por se situarem no topo dos corredores.

A sala de Trabalhos Manuais era constituída por uma enorme sala que ocupava o espaço de três salas ligadas por arcos. As duas primeiras eram destinadas a trabalhos de madeira e a terceira a trabalhos de cartão.

As instalações do edifício, especificamente construído para o liceu, eram compostas por 30 salas de aula, das quais 4 salas de Desenho e 3 salas de Trabalhos Manuais. Havia ainda: 1 biblioteca, 1 anfiteatro/salão de festas, 1 sala de alunos, 1 gabinete do Reitor, 1 casa do Reitor (até 1974), 1 gabinete médico, 1 sala

de professores, 1 secretaria, 1 arquivo, 1 cozinha, 4 salas de refeições, 1 lavandaria e 1 vestiário do pessoal.

Foi neste novo edifício que o liceu deu início à prática de exposições escolares em Portugal. Esta prática foi constante por mais de meio século e a área das Artes Visuais foi bastante contemplada. Relativamente a esta área, foram organizadas várias exposições de cariz histórico e cultural através de originais e, entre outros, de reproduções fotográficas e estampas. Também foram expostos trabalhos dos alunos que mais se destacaram.

1929/30

O corpo docente era exclusivamente constituído por homens. Neste ano letivo, apareceram as primeiras professoras.

1930/31 – Liceu Normal de Pedro Nunes – Formação de professores.

No ano de 1930, o liceu assumiu as funções associadas à formação de professores, passando a admitir e a avaliar professores estagiários. Até a esta altura, os estudos teóricos de pedagogia eram realizados nas Escolas Normais Superiores e a componente prática era efetuada nos liceus. Neste ano letivo, foram criadas as Ciências Pedagógicas nas Faculdades de Letras, o que conduziu à supressão das Escolas Normais Superiores. Foi então dada a competência de acompanhar a prática pedagógica dos professores estagiários, durante dois anos, por aquele que passou a ser designado por Liceu Normal de Pedro Nunes.

De acordo com os relatos de Mário Oliveira em 1992, distinguiram-se três períodos no regime de formação de professores no liceu. O primeiro é considerado de 1930 a 1936 e corresponde a uma fase inicial de organização, na qual a escola era o único liceu normal do país.

De modo a adaptar-se às suas novas funções, este sofreu as suas primeiras obras de ampliação e beneficiação. Entre outras, as instalações de Desenho e de

Trabalhos Manuais foram ampliadas e separadas. Para além disso, criaram-se espaços específicos para os estagiários e metodólogos.

António de Sá Oliveira foi considerado um dos maiores pedagogos portugueses dos primeiros quarenta anos do século XX. A ele se deve, neste ano letivo, toda a organização dos estágios. Tendo colaborado na preparação da legislação que os regulamentava, sempre que verificou a necessidade de alteração, quer das regras de admissão, quer das normas de avaliação dos estagiários, ele próprio propôs, ao Ministério, as alterações correspondentes.

A dinâmica da formação de professores imprimiu ao liceu uma imagem exterior de prestígio que lhe era dada pela cultura pedagógica em si vivida. No entanto, relativamente a este primeiro período, o Reitor António de Sá Oliveira registou no seu relatório os problemas que teve com a organização dos estágios: “no liceu respirava-se uma atmosfera absolutamente prejudicial à prática pedagógica dos estágios” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 544). Segundo ele, só a partir de janeiro de 1931 é que o pessoal docente se sentiu integrado pelo espírito do Liceu Normal. No seu relatório acrescenta que “foi excessivo o número de estagiários em qualquer dos anos de estágio: 76 no primeiro, 24 no segundo. Esta circunstância é notada pelo número insuficiente de professores-metodológicos” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 545).

Apesar de minoritárias, as alunas fizeram sempre parte do corpo discente desta escola. A sua admissão era justificada pelo facto do liceu exercer as funções de liceu normal, sendo a sua presença considerada indispensável para a prática dos estagiários. No entanto, as alunas matriculavam-se quase exclusivamente nos últimos anos do curso liceal. Nos primeiros cinco anos de escolaridade, o liceu era maioritariamente masculino.

1931/32

Início do regime de semi-internato para os alunos da primeira classe, em voluntariado, alargando-se progressivamente aos outros níveis de ensino. Este regime consistia na permanência obrigatória dos alunos no liceu o dia todo, com direito a almoço e outras refeições. A ideia subjacente era a de obrigar os alunos a fazerem vida escolar.

Neste ano letivo encontravam-se inscritos 590 alunos, dos quais 566 rapazes e 24 raparigas.

1932

Foram oficializadas as Solidárias, que consistiam em pequenas associações relativas a cada turma. O conjunto das Solidárias formava a Associação Escolar, que tinha por objetivo dinamizar os alunos no incremento da sua própria formação. Dentro da Associação Escolar funcionava o Grupo Fotográfico, que podia revelar, na câmara escura do liceu, as fotografias tiradas durante as excursões.

1936 - Liceu Nacional de Pedro Nunes

A competência de formação de professores foi alargada ao Liceu de Coimbra. Assim, passou a ser atribuída a liceus nacionais. Consequentemente, mesmo continuando a exercer as funções de liceu normal, o Liceu Pedro Nunes tomou o nome de Liceu Nacional de Pedro Nunes.

Apesar desta descentralização, o liceu sofreu novas obras de adaptação, para responder ao aumento da frequência e às necessidades dos diferentes grupos de estágio.

De acordo com Mário Oliveira, a reforma de Carneiro Pacheco deu início ao segundo período de formação de professores no Liceu Pedro Nunes, que durou até 1947. Nesta reforma, foram estabelecidas “novas providências acerca da formação de professores dentro de um maior sentido das realidades e do desenvolvimento da sua atividade educadora, a todo o momento integrada, por definição, numa pedagogia ativa e num forte espírito nacional” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 546). Quanto a este modelo de formação de professores, o autor refere que a lógica “protagonizada pelo Liceu Normal de Lisboa assentava basicamente no princípio de que o candidato ao magistério secundário aprendia a ser professor praticando sem questionar. Integrado numa determinada unidade organizada, o estagiário era avaliado pelo sucesso alcançado pela melhor ou pior prestação no interior dessa organização educacional. Praticava, não questionava, a essência do modelo

organizado. Quando muito (e isso era apreciado) discutia como poderia ter mais sucesso ou ser mais eficaz o modelo organizacional em que fora inserido” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 546). Neste período, o estágio servia também para assegurar a formação ideológica e nacionalista dos futuros professores. Para além de ensinar o programa, o professor devia incutir, nos seus alunos, “o amor à Pátria e a veneração à memória dos antepassados ilustres bem como devia desenvolver os mais nobres sentimentos humanos” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 546).

Foi introduzido no liceu o Cinema Pedagógico, associado à dinâmica de formação de professores. Este liceu foi um dos raros no país que pôde utilizar o filme como material didático. A maioria dos filmes tinha fins informativos e os seus temas enquadravam-se no currículo das diferentes disciplinas.

Foi construído o Posto Emissor de Rádio, pelo professor-metodológico Cerdeira Guerra, com o fim de concretizar os estudos de radioeletricidade nas aulas de Física. Este posto era bem ouvido em várias localidades. Por isso, foi utilizado não só para divulgar aspetos de interesse do liceu, mas também para a transmissão das conferências e das sessões culturais elaboradas pelo mesmo.

1942/43

Fim do regime de semi-internato, levando muitas famílias a mudarem os seus filhos para outras escolas. Este facto implicou uma paragem no aumento da população escolar. Neste ano letivo, a escola tinha 717 alunos: 496 rapazes e 221 raparigas.

1947

Foi retirada, ao liceu, a formação de professores. A partir da data, esta passou a ser feita unicamente no Liceu de Coimbra. Considerava-se que este oferecia melhores condições de vida académica e que a centralização proporcionava uma maior uniformidade na orientação e classificação dos estagiários.

1952/53

Após a administração, por uns anos, do Liceu D. João de Castro, na década de 50 a frequência do liceu aumentou bastante. Neste ano letivo, tinha 900 alunos. Cada turma era constituída por uma média de 40 alunos.

1956

A Francisco Dias Agudo, sexto Reitor do liceu, se deve a organização dos estágios, a qualidade das Conferências Pedagógicas e a criação da revista *Palestra*, que dinamizaram e deram, ao Liceu Pedro Nunes, uma imagem exterior de grande prestígio. Este Reitor foi um ilustre pedagogo. Entre outras obras, em 1955 escreveu *Introdução à Vida Docente*.

Neste ano, e até 1974, o liceu retomou as competências da formação de professores, pelo facto do Liceu de Coimbra não conseguir responder às necessidades do país. Esta época corresponde ao terceiro período de formação de professores no Liceu Pedro Nunes, referido por Mário Oliveira nos seus escritos de 1992.

Delfim Santos, estagiário do liceu em 1933, criticando os nove anos de suspensão da formação e a pouca importância dada aos estudos pedagógicos, disse em 1958: “Julgamos que a extinção da Sociedade de Estudos Pedagógicos contribuiu para a desgraça dos nossos estudos em Portugal, desgraça que culminou com a extinção do Liceu Normal de Lisboa, com a inglória situação criada à secção de Ciências Pedagógicas adstrita à Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa, e com a inteira subordinação do pedagógico ao administrativo, de que temos sido testemunhas e vítimas, com prejuízo para a juventude de cuja formação passamos todos a ser responsáveis” (Nóvoa & Santa-Clara, 2003, p. 547).

1957

Surgiu a revista *Palestra*. Esta é assumida como uma continuação do *Boletim do Liceu*, publicado entre 1906 e 1938.

Esta revista apresenta artigos sobre pedagogia e cultura, elaborados por professores universitários ou metodológicos, e os conteúdos integrais das Conferências Pedagógicas realizadas no liceu.

O sucesso da *Palestra* ultrapassou os limites da escola.

1958

Este ano marca o início da docência de Rómulo de Carvalho no liceu. Licenciado em Físico-Químicas, foi um dos professores-metodológicos mais conhecidos da escola e exerceu até se reformar. O seu nome afirmou-se como pedagogo, como cientista e como poeta. Da sua vasta obra literária constam compêndios escolares, livros sobre a história da educação portuguesa e livros de poesia. Em 1956, ano do seu 50º aniversário, publicou o seu primeiro livro de poesia, intitulado *Movimento Perpétuo*, sob o pseudónimo de António Gedeão. No campo da História da Educação publicou, entre outras, as seguintes obras:

- 1958 - *História da Fundação do Colégio Real dos Nobres*;
- 1985 - *História do Ensino em Portugal*;
- 1991 - *A Atividade Pedagógica da Academia das Ciências de Lisboa nos séculos XVIII e XIX*.

1961/62

Na década de 60 foi aberta uma secção no edifício situado na Rua da Bela Vista, na Lapa, hoje Escola Básica Pe. Bartolomeu de Gusmão. No entanto, neste ano letivo, por falta de condições financeiras, foi desmantelado o Posto Emissor de Rádio.

1973

Foi o último ano da publicação da revista *Palestra*.

1974 - Escola Secundária de Pedro Nunes

No período após o 25 de Abril, acabou o regime de formação de professores. Outros modelos foram introduzidos.

Com a implementação do regime democrático em Portugal e com a consequente unificação do ensino técnico e liceal, o liceu passou a designar-se Escola Secundária de Pedro Nunes.

Esta passou a ser dirigida por Conselhos Diretivos, onde figuram nomes como os dos professores Augusto Aníbal Lacerda Ferreira, José Miguel Morgado, José Manuel Castanheta, Carminda Henriques Ferreira e Ana Maria Vilarinho que, em 2008, transitou da designação de Presidente à de Diretora.

Durante algumas décadas, a escola funcionou em três turnos, nunca tendo abdicado dos anos terminais do ensino básico e dos cursos científicos e humanísticos do ensino secundário, mesmo depois de ter perdido o ensino noturno em 2001.

No decurso de mais de um século, a escola formou cidadãos relevantes para o país em campos tão diversos como a cultura, a pedagogia, a literatura, a política, as ciências e as artes.

Atualmente, o liceu designa-se Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes.



Localização

A escola localiza-se na freguesia de Santa Isabel, na cidade de Lisboa, na Avenida Álvares Cabral. A poucos metros do Largo do Rato e, portanto, de uma importante interface de transportes públicos (Carris e Metro), situa-se numa zona com grande acessibilidade.

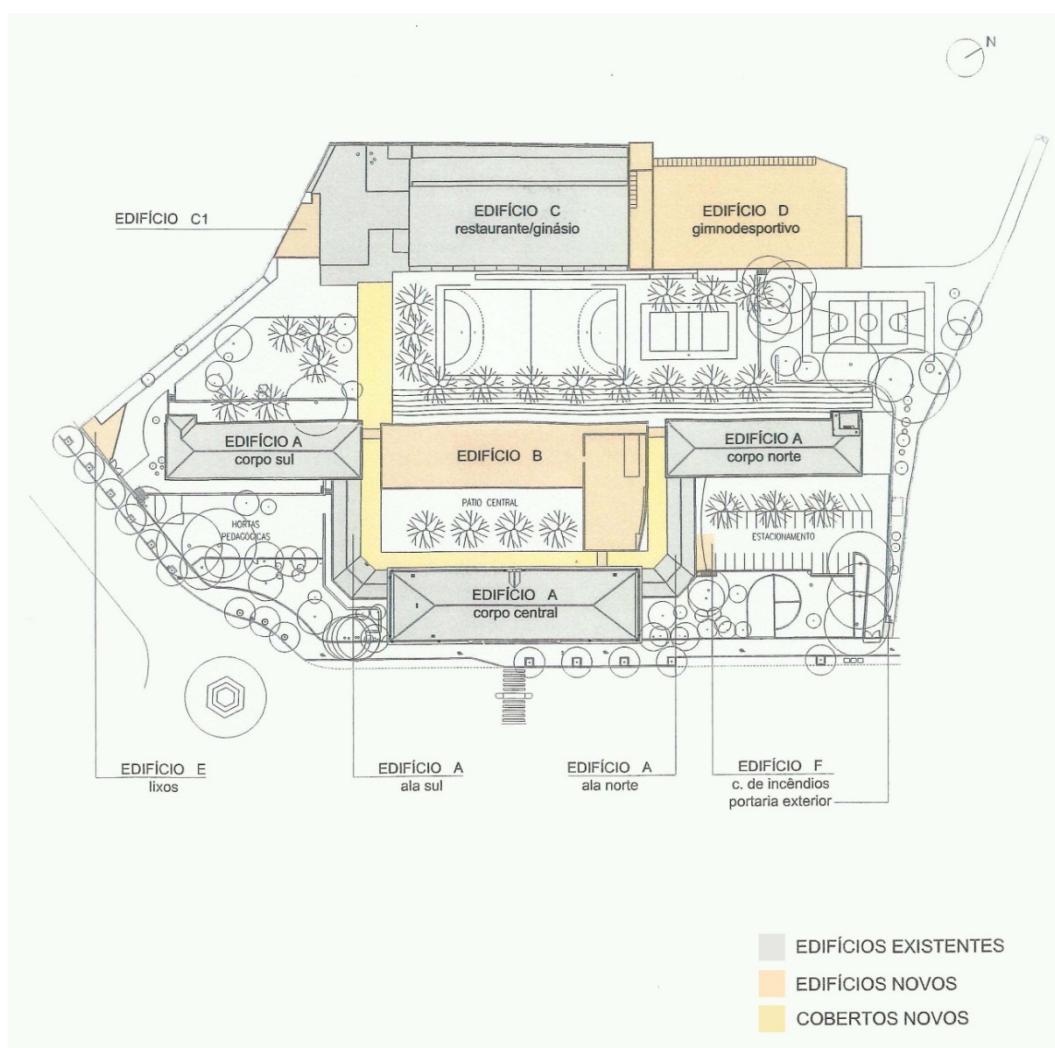


Localização da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes.

Espaço físico

A Escola foi completamente requalificada, por decisão do Conselho de Ministros em 2007, que determinou integrá-la no Programa de Modernização do Parque Escolar, cujo objetivo é a reabilitação das instalações escolares de acordo com as exigências que os novos padrões e modelos pedagógicos impõem. As obras de requalificação decorreram entre 2008 e 2010. O projeto de intervenção foi da autoria dos arquitetos Pedro Botelho e Maria do Rosário Beija.

O edifício principal (edifício A – corpo central), bem como os adjacentes (edifícios A – sul e norte), foi reorganizado com recurso a ações pontuais, tendo-se dotado as salas de aula com novo mobiliário, equipamento informático, quadros interativos e videoprojetores.



Planta geral da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes.

Para articular e ligar, entre si, os três corpos existentes (edifícios A), foi construído um corpo (edifício B) com acesso direto pela Av. Álvares Cabral, que define a entrada principal da escola. Este corpo acomoda:

- nos pisos inferiores: a portaria/recepção, a biblioteca e os espaços de apoio aos alunos e sala de estudo/convívio/bar;
- nos pisos superiores: laboratórios, oficinas, salas TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) e áreas destinadas a trabalho de docentes.

No topo poente, no prolongamento do edifício do ginásio e do refeitório (edifício C), foi construído um campo desportivo coberto (edifício D), formando, ambos os edifícios, uma nova frente de remate da alameda central da escola.

Regime de funcionamento

A escola funciona num turno único, entre as 8h15 e as 16h45, com 5 blocos de 90 minutos e intervalos de 15 minutos. O período de funcionamento, por excelência, está compreendido no período da manhã, entre as 8h15 e as 13h15, sendo o período da tarde destinado ao complemento do horário das turmas, apoios e a atividades extracurriculares. O bloco entre as 13h30 e as 15h00 é predominantemente destinado ao almoço dos alunos.

Caraterização do meio local

A escola serve de forma direta a população das freguesias circundantes: Santa Isabel, São Mamede, Santo Condestável e Lapa.

Nas últimas décadas, tem-se registado uma contínua diminuição do número de residentes, a par com o seu envelhecimento, apesar da renovação e da reabilitação

urbana. Vivem na zona cidadãos de diferentes nacionalidades, sendo uma população bastante escolarizada numa área da cidade de forte residencialidade. Do ponto de vista económico, os dados disponíveis mostram uma grande heterogeneidade de recursos, com uma acentuação dos meios familiares de nível médio. No entanto, a atual difícil situação económica do país não tem deixado de se refletir nesta matriz com os problemas que daí resultam para a vida da escola.

Património histórico e cultural circundante

A área geográfica, onde a escola está implantada, é particularmente rica em instituições e património histórico e cultural, do qual se destaca:

- museus e instituições científicas e culturais: Museu Arpad Szenes-Vieira da Silva, Museu da Ciência e História Natural, Museu Geológico, Cinemateca, Sociedade Nacional de Belas-Artes, Escola Superior de Educação João de Deus, Universidade Aberta, Escola de Hotelaria e Turismo de Lisboa, Instituto Britânico, Instituto Italiano, Casa-Museu Fernando Pessoa e Teatro da Cornucópia;
- instituições de interesse público: Assembleia da República, Palácio de S. Bento (residência oficial do Primeiro Ministro); Palácio das Necessidades/Ministério dos Negócios Estrangeiros, Embaixada Britânica, Hospital Militar, Escola de Saúde Militar, Imprensa Nacional e sedes nacionais do PS e do PSD;
- património religioso: Basílica e Convento da Estrela, Igreja de Santa Isabel, Igreja de São Mamede, Igreja da Lapa, Igreja do Santo Condestável, Sinagoga de Lisboa, Igreja do Convento dos Cardaes, Cemitério dos Prazeres, Cemitério dos Ingleses e Cemitério dos Alemães;
- conjuntos arquitetónicos públicos e privados: Mãe de Água e Aqueduto das Águas Livres, Palácio Palmela, Palácio Seia, Palácio dos Marquês da Praia, Palacetes vários em Santa Isabel, S. Mamede e Lapa e edifícios de habitação do Modernismo;
- jardins públicos: Jardim da Estrela, Jardim Botânico, Jardim das Amoreiras e Jardim da Parada;

- instituições de interesse sociocultural: Ginásio Clube Português, Clube Nacional de Natação, Fundação Musical dos Amigos das Crianças, Sociedade Filarmónica Alunos de Apolo, Grémio de Instrução Liberal de Campo de Ourique e Automóvel Clube de Portugal.

Recursos humanos e organizacionais

Alunos

A escola tem cerca de 1200 alunos de diferente proveniência, acentuando-se alguma hibridez, em virtude de receber alunos do ensino particular. Deste fato decorre que a maior parte dos alunos da escola provém de agregados familiares que se integram, do ponto de vista socioeconómico, na chamada classe média e são culturalmente favorecidos, existindo uma considerável franja de pais e encarregados de educação com formação académica superior.

Os alunos, na sua maioria, são assíduos e participativos, havendo condições para que todos possam desfrutar e apreciar um saudável percurso escolar, se sintam bem e vivam a Escola como algo que a todos pertence e que é produto da ação e das práticas de toda a comunidade educativa.

A população discente está distribuída por 42 turmas, 12 no ensino básico e 30 no ensino secundário, numa média de 25 alunos por turma.

Corpo Docente

A escola apresenta um corpo docente estável, com saliente tempo de serviço, sendo constituído por cerca de 110 professores, maioritariamente do sexo feminino (60%), que se encontram numa faixa etária acima dos 40 anos. Nos últimos anos, assistiu-se a um aparente rejuvenescimento do corpo docente, resultante da aposentação de um número significativo de professores.

A escola que tradicionalmente oferecia estágios pedagógicos sofreu uma forte redução do seu número por força do novo regime de formação de professores. Dos cerca de 9 núcleos que já funcionaram no passado, e mais de duas dezenas de estagiários, no presente encontram-se apenas em atividade 3 núcleos de supervisão pedagógica integrada.

Órgãos de Direção, de Administração e de Gestão

Os órgãos de direção responsáveis pelo funcionamento da escola estão definidos no Decreto-Lei nº 75/2008 de 22 Abril e são os seguintes:

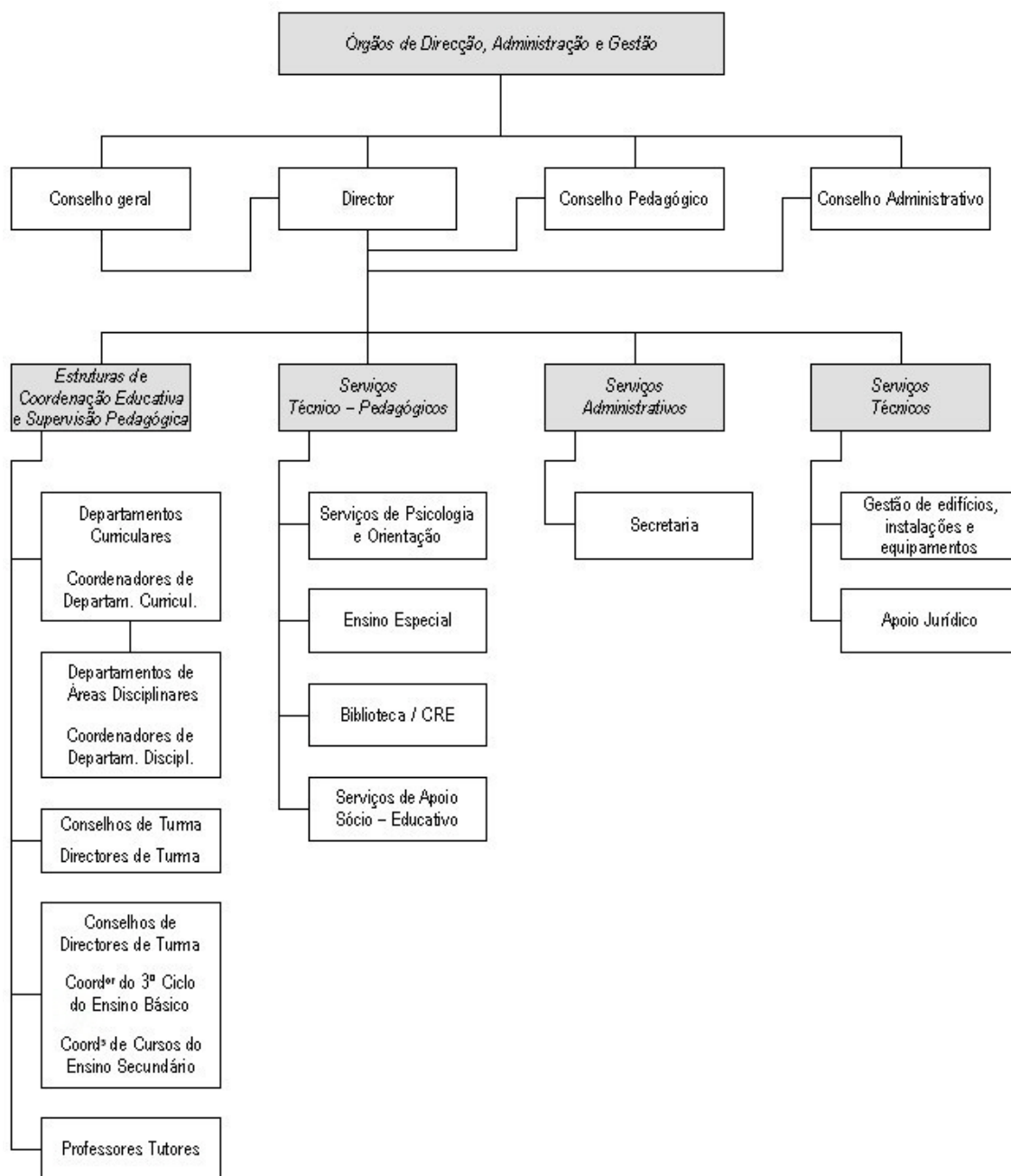
- O Conselho Geral;
- O Diretor;
- O Conselho Pedagógico;
- O Conselho Administrativo.

Além destes órgãos de direção, a coordenação educativa e a supervisão pedagógica, de acordo com o disposto no Decreto-Lei 200/2007, de 22 de Maio, está assente em 4 departamentos curriculares, que integram os diversos grupos disciplinares, a saber:

- Departamento de Línguas: integra os docentes colocados nos grupos 300 – Português e Francês, 320 – Francês, 330 – Inglês e 340 – Alemão;
- Departamento de Ciências Sociais e Humanas: integra os docentes colocados nos grupos 290 – Educação Moral e Religiosa Católica, 400 – História, 410 – Filosofia, 420 – Geografia e 430 – Economia;
- Departamento de Matemática e Ciências Experimentais. integra os docentes colocados nos grupos 500 – Matemática, 510 – Física e Química, 520 – Biologia, 530 – Educação Tecnológica e 550 – Informática;
- Departamento de Expressões: integra os docentes colocados nos grupos 600 – Artes Visuais, 620 – Educação Física e 910 – Educação Especial.

Também fazem parte das estruturas de coordenação e supervisão, os Coordenadores dos Diretores de Turma, Diretores de Turma e os respetivos Conselhos de Turma. Existe, ainda, um conjunto de serviços especializados de

natureza técnico-pedagógica, além dos serviços administrativos e serviços de apoio técnico, tal como é evidenciado no seguinte organograma:



Organograma da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes.

Serviço de Psicologia e Orientação (SPO)

A escola possui um SPO, à semelhança de outros estabelecimentos. É da sua competência:

- desenvolver atividades no âmbito da Orientação Escolar e Profissional de alunos, em especial dos 9º e 12º anos (anos terminais de ciclo);
- a informação escolar e profissional (sobre cursos e profissões) para encaminhamento de alunos em qualquer ano de escolaridade;
- o acompanhamento psicopedagógico de alunos de todos os anos e respetivo encaminhamento para serviços especializados (quando tal se justifica em benefício dos mesmos);
- o apoio a professores na decisão a tomar em situações que exijam conhecimentos de âmbito psicológico.

Atualmente, 2 Psicólogas (técnicas superiores) exercem a sua atividade no SPO, sendo responsáveis por todo o trabalho de apoio psicopedagógico.

Gabinete de Apoio Educativo/Ensino Especial

Em articulação com os Diretores de Turma, os Conselhos de Turma e o SPO, existe uma professora de Educação Especial que tem como função apoiar e desenvolver planos educativos e de estudo para alunos com necessidades educativas especiais. Os problemas acompanhados por este gabinete, entre outros, incidem-se sobre a hiperatividade, o défice de atenção, a dislexia, os problemas de visão, diferentes problemas de natureza cognitiva e a desinserção escolar.

Ação Social Escolar (ASE)

A escola apoia socioeconomicamente os alunos carenciados através da ASE. Esta tem ainda a seu cargo a gestão da Papelaria, do Refeitório e do Bufete. O número de alunos apoiados não tem variado muito nos últimos anos, sendo de assinalar o aumento de alunos estrangeiros que procuram este apoio.

Serviços de Administração Escolar

Nos serviços de administração escolar trabalham atualmente 8 funcionários do quadro da escola. Tem-se evidenciado uma evolução nestes serviços, em termos de eficiência e de eficácia, agora com instalações renovadas, propiciando melhor ambiente e melhores condições de trabalho. A grande maioria dos trabalhadores em exercício tem grande experiência na profissão e habilitações adequadas ao desempenho das suas funções.

Assistentes Operacionais

Há cerca de 20 funcionários que desempenham a tarefa de Assistentes Operacionais. São maioritariamente mulheres, metade das quais trabalha na escola há mais de 10 anos. Apresentam, no cômputo geral, uma boa preparação para o exercício das suas funções, dada a sua longa experiência no contacto diário com os alunos.

A segurança da escola é da responsabilidade de 1 funcionário do Ministério da Educação.

Associação de Estudantes

A Associação de Estudantes da escola é um órgão autónomo que tem como finalidade melhorar as condições de cada aluno em todos os aspetos da vida escolar, desenvolvendo a cooperação e solidariedade entre os seus associados e promovendo iniciativas relativas às problemáticas da juventude.

A associação tem promovido atividades lúdicas, socioculturais e desportivas que visam integrar os alunos no ambiente sócioescolar. Em cada ano, a direção da associação é eleita por sufrágio direto e apresenta um programa de atividades para o ano letivo.

Associação de Antigos Alunos

Constituída há muitos anos, a Associação dos Antigos Alunos do Liceu Pedro Nunes exerce a sua atividade como um grupo que mantém com a escola laços afetivos e de colaboração em eventos e atividades de natureza pedagógica, científica e sociocultural.

Associação de Pais e Encarregados de Educação

A Associação de Pais e Encarregados de Educação acompanha com o maior interesse a evolução do sistema educativo e contribui, em conjunto com os outros parceiros, para a dinâmica participativa da escola.

A associação define-se como o órgão onde os pais e encarregados de educação afirmam os seus direitos e se informam sobre os seus deveres. Cabe-lhe ainda um papel importante na ligação entre a escola e outras organizações em que participa. Assume-se também como porta-voz junto dos órgãos competentes das propostas e questões a resolver apresentadas por todos aqueles que representa.

Conta atualmente com cerca de 250 associados.

Parcerias

Em conjunto com outras entidades, a escola tem-se esforçado por desenvolver protocolos e parcerias importantes para o desenvolvimento da sua missão:

- Centro de Formação de Professores João Soares, com sede na Escola Secundária de Padre António Vieira;
- Escola Superior de Educação de João de Deus;
- Câmara Municipal de Lisboa e Juntas de Freguesia, em particular a de Santa Isabel;
- Centro de Saúde de S. Mamede/Santa Isabel;
- Associação dos Antigos Alunos do Liceu Pedro Nunes;
- Faculdade de Ciências Sociais e Humanas da Universidade Nova de Lisboa;

- Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa;
- Faculdade de Motricidade Humana da Universidade Técnica de Lisboa;
- Instituto Superior Técnico, na área da Engenharia Química e Biológica;
- Goethe-Institut;
- Museu de Ciência e História Natural;
- Geschwister Scholl Gymnasium – Stuttgart (Alemanha);
- Goldberg Gymnasium – Sindelfingen (Alemanha);
- Balerno Highschool – Edinburgh (Reino Unido);
- Eötvös József Gimnázium – Budapest (Hungria);
- Allvar Gullstrandgymnasiet – Landskrona (Suécia);
- N. Zahles Gymnasieskole – Copenhagen (Dinamarca);
- Gabriel von Seidl Gymnasium – Bad Tölz (Alemanha);
- Liceo Statale Farnesina – Roma (Itália).

Oferta Educativa e Curricular

A área de influência da escola estende-se por toda a zona ocidental da cidade Lisboa, incidindo em particular nas freguesias limítrofes. Nesta mesma área convivem outros estabelecimentos, públicos e privados, com ofertas semelhantes. Entre estes, destacam-se:

- Agrupamento de Escolas Baixa-Chiado;
- Agrupamento de Escolas Padre Bartolomeu de Gusmão;
- Colégio da Lapa;
- Colégio Oficinas de São José;
- Escola Secundária Maria Amália Vaz de Carvalho.

Mesmo assim, os dados dos últimos anos continuam a colocar a Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes como uma das mais frequentadas da sua área geográfica.

A conclusão das recentes obras de requalificação possibilitou o regresso da escola ao turno único, promovendo um horário escolar mais consonante com pressupostos

pedagógicos potenciadores da qualidade do processo de ensino-aprendizagem e otimizando a gestão de recursos humanos e materiais. A sua ocupação situa-se próxima do máximo, com cerca de 1200 alunos. A adoção do turno único oferece uma maior flexibilidade na utilização dos recursos e possibilita aos alunos a oportunidade de desenvolver outras atividades dentro e fora da escola.

O Projeto Curricular de Escola define as prioridades e opções que a escola assume na adequação do currículo nacional ao seu contexto e ao diagnóstico e orientações constantes do Projeto Educativo 2011-2013, no exercício da autonomia legalmente consignada.

Na escola funcionam o 3º ciclo do ensino básico e o ensino secundário.

A oferta curricular disponibilizada no ensino secundário orienta-se, essencialmente, para o prosseguimento de estudos, tendo em conta as características e o perfil dos alunos que procuram esta escola. Consequentemente, contempla, maioritariamente, os Cursos Científico-Humanísticos de: Ciências e Tecnologias, Ciências Socioeconómicas, Línguas e Humanidades e Artes Visuais. No ano letivo de 2010/2011 a escola abriu um Curso Tecnológico de Desporto, atendendo à atual política educativa e às condições dos equipamentos desportivos, após a intervenção de modernização realizada pela Parque Escolar.

A oferta educativa e curricular da Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes, no âmbito da Reorganização Curricular do 3º Ciclo do Ensino Básico e da Reforma do Ensino Secundário, é a seguinte:

3º Ciclo do Ensino Básico

	7º Ano	8º Ano	9º Ano
Áreas Curriculares Disciplinares	Língua Portuguesa Inglês 3 Alemão 1/Francês 1 a)	Língua Portuguesa Inglês 4 Alemão 2/Francês 2 a)	Língua Portuguesa Inglês 5 Alemão 3/Francês 3 a) História

	História	História	Geografia
	Geografia	Geografia	Matemática
	Matemática	Matemática	Ciências Naturais
	Ciências Naturais	Ciências Naturais	Físico – Química
	Físico – Química	Físico – Química	Educação Visual b)
	Educação Visual	Educação Visual	Educação Tecnológica b)
	Artes de Fogo b) c)	Artes de Fogo b) c)	Oficina de Fotografia b) c)
	Oficina de Fotografia b) c)	Oficina de Fotografia b) c)	Artes de Fogo b) c)
	Teatro b) c)	Teatro b) c)	Teatro b) c)
	Educação Tecnológica b)	Educação Tecnológica b)	Educação Física
	Educação Física	Educação Física	T.I.C.
	Educação Moral e Religiosa d)	Educação Moral e Religiosa d)	Educação Moral e Religiosa d)
	a) Turmas de Alemão e turmas de	a) Turmas de Alemão e turmas de	a) Turmas de Alemão e turmas de Francês. b) Os alunos só podem optar por uma destas disciplinas. No caso de optarem pela disciplina da Área Artística, é obrigatória a que iniciaram no 7º Ano. c) Oferta de Escola. d) Facultativa.

	Francês. b) Semestral. c) Oferta de Escola. d) Facultativa.	Francês. b) Semestral. c) Oferta de Escola. d) Facultativa.	
Áreas Curriculares Não Disciplinares	Formação Cívica		

Ensino Secundário

10º Ano

Cursos Científico-Humanísticos

	1º Curso (designação interna): Curso de Ciências e Tecnologias	2º Curso (designação interna): Curso de Ciências Socioeconómicas	3º Curso (designação interna): Curso de Línguas e Humanidades	4º Curso (designação interna): Curso de Artes Visuais
Componentes de Formação Geral	Português; Inglês 4/6 ou Alemão 1/4/Francês 4; Filosofia; Educação Física.			
Componentes de Formação Específica	Matemática A – trienal Opções a): Física e Química A Biologia e Geologia	Matemática A – trienal Opções a): Economia A Geografia A História B	História A – trienal Opções a): Geografia A Latim A Inglês/Francês/Alemão	Desenho A – trienal Opções a): Geometria Descritiva A Matemática B História da

	Geometria Descritiva A a) O aluno deve escolher, obrigatoriamente, duas disciplinas, dando início à frequência das duas disciplinas bienais da componente de formação específica.	a) O aluno deve escolher, obrigatoriamente, duas disciplinas, dando início à frequência das duas disciplinas bienais da componente de formação específica.	Literatura Portuguesa Matemática Aplicada às Ciências Sociais a) O aluno deve escolher, obrigatoriamente, duas disciplinas, dando início à frequência das duas disciplinas bienais da componente de formação específica.	Cultura e das Artes a) O aluno deve escolher, obrigatoriamente, duas disciplinas, dando início à frequência das duas disciplinas bienais da componente de formação específica.
Componentes de Formação Facultativa	Educação Moral e Religiosa			

11º Ano

Cursos Científico-Humanísticos

	1º Curso (designação interna): Curso de Ciências e Tecnologias	2º Curso (designação interna): Curso de Ciências Socioeconómicas	3º Curso (designação interna): Curso de Línguas e Humanidades	4º Curso (designação interna): Curso de Artes Visuais
Componentes de Formação	Português; Inglês 5/7; Filosofia; Educação Física.			

Geral				
Componentes de Formação Específica	Matemática A – trienal Opções a): Física e Química A Biologia e Geologia Geometria Descritiva A a) O aluno deve dar, obrigatoriamente e, continuidade às duas disciplinas bienais escolhidas no 10ºAno.	Matemática A – trienal Opções a): Economia A Geografia A História B a) O aluno deve dar, obrigatoriamente e, continuidade às duas disciplinas bienais escolhidas no 10ºAno.	História A – trienal Opções a): Geografia A Alemão Literatura Portuguesa Matemática Aplicada às Ciências Sociais a) O aluno deve dar, obrigatoriamente e, continuidade às duas disciplinas bienais escolhidas no 10ºAno.	Desenho A – trienal Opções a): Geometria Descritiva A Matemática B História da Cultura e das Artes a) O aluno deve dar, obrigatoriamente e, continuidade às duas disciplinas bienais escolhidas no 10ºAno.
Componentes de Formação Facultativa	Educação Moral e Religiosa			

Cursos Tecnológicos¹

	5º Curso (designação interna): Curso Tecnológico de Desporto
Componentes de Formação Geral	Português; Inglês 5/7; Filosofia; Educação Física.
Componentes de Formação Científica	Matemática B – trienal; Biologia Humana
Componentes de Formação Tecnológica	Psicologia A; Organização e Desenvolvimento Desportivo; Práticas Desportivas e Recreativas.
Componentes de Formação Facultativa	Educação Moral e Religiosa

12º Ano

Cursos Científico-Humanísticos

	1º Curso (designação interna): Curso de Ciências e Tecnologias	2º Curso (designação interna): Curso de Ciências Socioeconómicas	3º Curso (designação interna): Curso de Línguas e Humanidades	4º Curso (designação interna): Curso de Artes Visuais
Componentes de Formação Geral	Português; Educação Física.			
Componentes de Formação Específica	Matemática A Opções a): Física Química Biologia	Matemática A Opções a): Geografia C Economia C Opções b):	História A Opções a): Geografia C Psicologia B Inglês	Desenho A Opções a): Oficina de Artes Opções b):

¹Este curso conta apenas com 12 alunos e pretende-se que seja extinto.

	Opções b):	Aplicações Informáticas B	Opções b):	Aplicações Informáticas B
	Aplicações Informáticas B	Direito	Aplicações Informáticas B	Psicologia B
	Psicologia B	Inglês	Direito	Ciência Política
	Ciência Política	Ciência Política	Ciência Política	a) e b) O aluno escolhe duas disciplinas anuais, sendo uma delas obrigatoriamente a disponibilizada nas opções a)
	a) e b) O aluno escolhe duas disciplinas anuais, sendo uma delas obrigatoriamente do conjunto de opções a).	a) e b) O aluno escolhe duas disciplinas anuais, sendo uma delas obrigatoriamente do conjunto de opções a)	a) e b) O aluno escolhe duas disciplinas anuais, sendo uma delas obrigatoriamente do conjunto de opções a)	
Componentes de Formação Facultativa	Educação Moral e Religiosa			

Grupo 600 - Artes Visuais

Cursos existentes

Cursos Científico-Humanístico de Artes Visuais – 10º, 11º e 12º ano. Existe uma turma por ano de escolaridade.

Disciplinas agregadas ao grupo

- 3º Ciclo do Ensino Básico:
 - o Educação Visual - 7º, 8º e 9º ano;
 - o Oficina de Fotografia (Oferta de Escola) - 7º, 8º e 9º ano;
 - o Teatro (Oferta de Escola) - 7º, 8º e 9º ano.

- Ensino Secundário:
 - o Desenho A – trienal;
 - o Geometria Descritiva A – 10º e 11º ano;
 - o História da Cultura e das Artes – 10º e 11º ano;
 - o Oficina de Artes - 12º ano.

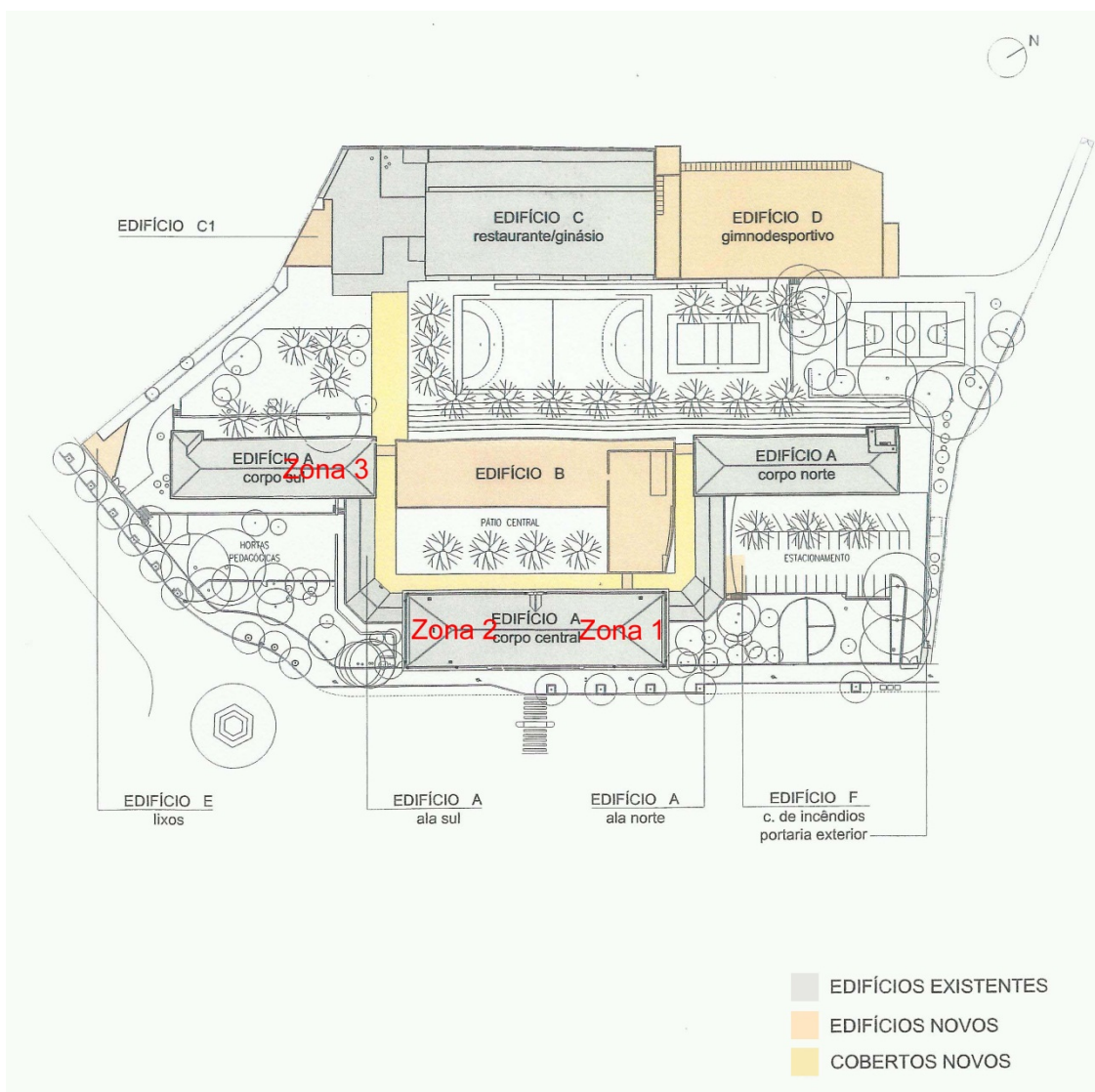
Organização do grupo

O grupo está inserido no Departamento de Expressões, cujo coordenador é o Professor Pedro Pimentel. Este departamento também abrange o grupo 620 – Educação Física e 910 – Educação Especial. No entanto, as reuniões dos docentes têm-se realizado separadamente, uma vez que os grupos de Educação Física e de Educação Especial têm representantes no Conselho Pedagógico.

Docentes

O grupo é constituído por 9 professores de carreira e 1 professor contratado de Teatro.

Salas e equipamentos afetos ao grupo





Zona 1

Salas 32 e 33, onde normalmente é lecionada a Educação Visual. O gabinete do Departamento funciona no anexo à sala 33.



Zona 2

Salas 34 e 35, onde normalmente são lecionadas a Geometria Descritiva A e a História da Cultura e das Artes;

Salas 36 e 38 (e anexo), onde normalmente são lecionadas a disciplina de Desenho A e a Oficina das Artes.



Zona 3

Sala 39, onde é lecionada a Fotografia.

Excetuando a sala 38, por enquanto, todas as salas têm computador e videoprojetor. A sala 33 está equipada com quadro interativo.

Sala 32



Sala 35 - No decorrer do “Reforço, Enriquecimento e Complemento Curricular” à disciplina de Geometria Descritiva A.



Sala 38 e respetivo anexo



Sala 39 – Durante uma aula de Fotografia.



Reforço, Enriquecimento e Complemento Curricular

A escola desenvolve as seguintes atividades e projetos de reforço, enriquecimento e complemento curricular:

- Plano da Matemática;
- Línguas Estrangeiras;
- Português/Latim;
- Geometria Descritiva;
- Sala de Exercício;
- S@la 37 – Centro de Recursos;
- Saber cuidar a “Horta” - uma proposta de educação integral do aluno;
- Atelier livre de fotografia a preto e branco;
- Desporto Escolar;
- Educação para a Saúde.

Apoio a Geometria Descritiva A

Tendo iniciado atividade em janeiro de 2007, pretendeu-se, com a criação deste projeto/laboratório, não só a produção de modelos didáticos (referidos no programa, mas não disponibilizados para as escolas), como também o esclarecimento de dúvidas e o reforço e enriquecimento curricular aos alunos que frequentam a disciplina.

Objetivos

Esclarecer dúvidas e apoiar pontualmente ou em continuidade (individualmente ou em pequeno grupo), os alunos da disciplina, visando a melhoria das suas competências.

Atividades

Produzir modelos didáticos tridimensionais para a abordagem dos conteúdos da disciplina, nomeadamente:

- modelos para simulação de projeção diédrica e triédrica;
- sólidos geométricos;
- modelos para visualização do rebatimento de planos projetantes e não projetantes;
- modelos destinados à lecionação das axonometrias;
- recorrer e implementar o recurso a software de geometria dinâmica.

O público-alvo é composto pelos alunos da disciplina e o horário de funcionamento é definido anualmente de acordo com a disponibilidade de horário dos professores intervenientes. Este laboratório funciona no gabinete anexo à sala 35, na sala 35 ou na 34, de acordo com a disponibilidade das mesmas, sendo dinamizado pela

professora Ana Paula Jesus (professora cooperante) e outros professores do departamento de Artes Visuais ligados à disciplina.

CrITÉrios de Avaliação dos Alunos

A avaliação dos alunos está definida num conjunto de critérios gerais e específicos aprovados pelo Conselho Pedagógico, da escola, a 2 de novembro de 2010. Esta incide sobre dois domínios:

- Conhecimentos, Capacidades e Competências;
- Atitudes.

3º Ciclo do Ensino Básico

Ao domínio dos Conhecimentos, Capacidades e Competências é atribuído um peso de 80% e ao domínio das Atitudes um peso de 20% na avaliação final do aluno.

Ensino Secundário

Ao domínio dos Conhecimentos, Capacidades e Competências é atribuído um peso de 85% e ao domínio das Atitudes um peso de 15% na avaliação final do aluno.

Estes critérios gerais de avaliação são transversais a todas as disciplinas, com a exceção da de Educação Física. Esta situação de exceção deve-se às orientações curriculares nacionais para esta disciplina.

A nomenclatura utilizada nos demais instrumentos e registos de avaliação do trabalho dos alunos é a seguinte:

Ensino Básico		Ensino Secundário	
0 – 49 %	Reduzido	0-9 valores	Insuficiente
50 % - 69 %	Médio	10-13 valores	Suficiente
70 – 100 %	Elevado	14-17 valores	Bom
		18-20 valores	Muito Bom

CAPÍTULO 3 – GEOMETRIA DESCRITIVA A, ENQUADRAMENTO DA UNIDADE CURRICULAR E CARATERIZAÇÃO DA TURMA.

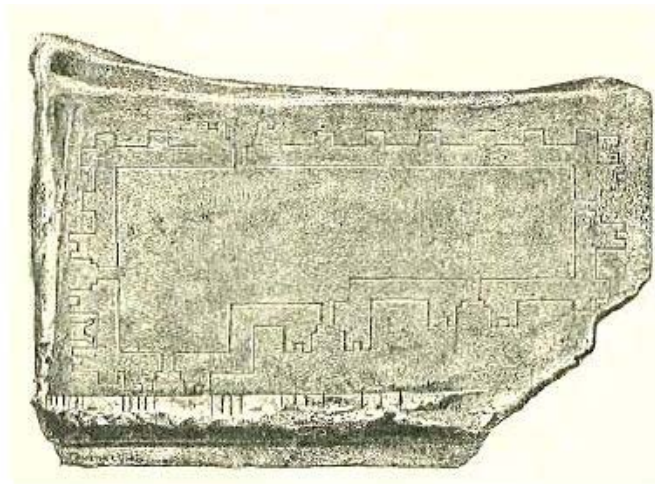
Geometria Descritiva A

Enquadramento histórico

A representação de formas tridimensionais, numa superfície bidimensional, surgiu na Pré-história. Desde esse período, o Homem procura métodos de representação, nomeadamente para o auxiliar na pintura e na arquitetura. “Como é bem sabido, para condicionar a realidade visível, a arquitetura utiliza a geometria como um sistema gráfico, que irá constituir-se assim numa ferramenta essencial para comunicar informações de modo sistemático. Por isso, nos tratados de arquitetura era corrente dedicar-se alguma parte do texto aos princípios básicos da geometria” (Mello & Leitão, 2005, p. 97). Entre a Pré-história e o surgimento da geometria, a geometria serviu o Egito no auxílio da redefinição anual das cercas dos campos de plantação destruídas pelas cheias do Nilo e também na construção das pirâmides e templos. Por este motivo, há autores que atribuem a este período o nascimento da geometria. Todavia, os raciocínios lógicos e até a própria designação foram posteriormente desenvolvidas pelos gregos. Em grego *geo* significa terra e *metrein* significa medir, o que leva a crer que, de fato, a geometria nasceu com o intuito de medir a terra.

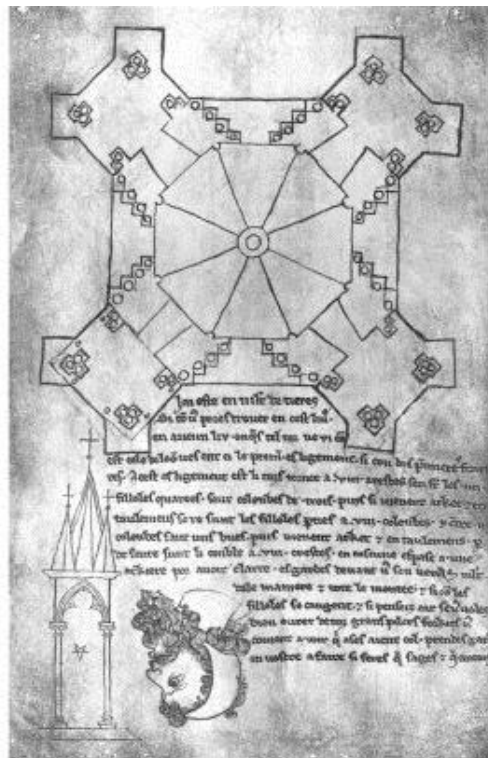
A designação de “pai da geometria” é atribuída, por vários autores, a Euclides que viveu no século III a.C.. Isto deve-se ao facto do seu tratado *Elementos* conter os princípios essenciais básicos da geometria atual.

Os primeiros desenhos de edificações conhecidos são a planta de um palácio sumério, gravada em 2000 a.C., e as plantas da cidade de Nipur, de 1500 a.C..

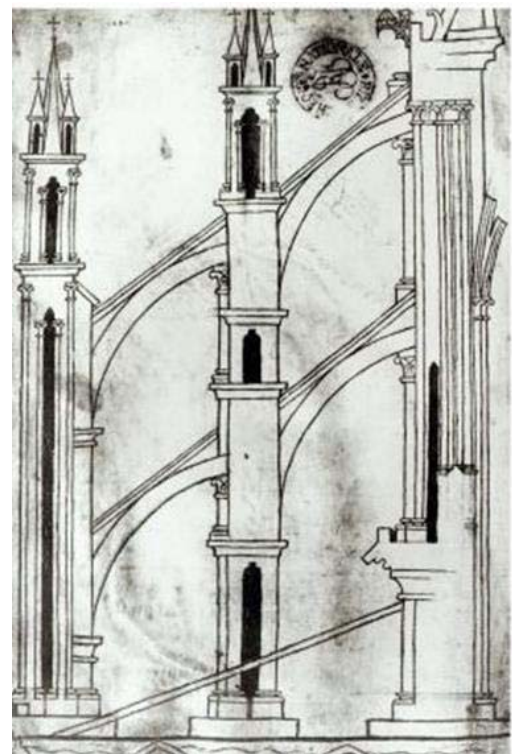


Planta do palácio sumério.

Na Idade Média, Villard de Honnecourt evidencia o desenho das catedrais, em planta e alçado, numa obra repleta de projetos arquitetônicos.



Planta de uma das torres Catedral de Laon por Villard de Honnecourt, que remete para a projeção horizontal em Dupla Projeção Ortogonal.



Alçado da abóbada da capela de uma das torres da Catedral de Reims por Villard de Honnecourt, que remete para a projeção frontal em Dupla Projeção Ortogonal.

No período do Renascimento, foi elaborado, pela primeira vez, um conjunto de regras científicas que permitiam a representação rigorosa. É a partir dessa altura que emergem os tratados referindo a geometria. A primeira formulação de leis é atribuída a Brunelleschi. Embora, entre outros, o tratado de pintura de Alberti e a obra de Leonardo Da Vinci tenham constituído, também, contributos importantes no desenvolvimento desta disciplina. Todavia, foram os estudos de Désargues que acabaram “por alcançar um sentido pleno no âmbito da geometria projetiva, construindo as bases para o futuro trabalho de Gaspard Monge (1746-1818), no século XVIII.” (Mello & Leitão, 2005, p. 101). Apoiando-se nas teorias e desenhos introduzidos pelos seus antecessores, Gaspard Monge formulou as regras da geometria que ficaram conhecidas como Método de Monge. Apesar de ter irritado “profundamente os operadores empíricos da perspetiva, atraídos mais pela fantasia figurativa das imagens do que pela força dos conceitos a ela submetidos” (Mello & Leitão, 2005, p. 101), o seu sistema analítico para a projeção de qualquer objeto constitui, maioritariamente, o currículo atual de Geometria Descritiva A.

Durante os primeiros quinze anos, o Método de Monge foi utilizado apenas na engenharia militar. Só em 1794 é que o seu autor foi autorizado a divulgá-lo publicamente, tendo-o concretizado na Escola Normal Superior de Paris onde lecionava. Em 1798, publicou o seu primeiro tratado de geometria descritiva, intitulado *Géométrie Descriptive. Leçons données aux Ecoles Normales l'an III de la République*. A partir dessa data, Gaspard Monge passou a ser considerado o fundador da geometria descritiva.

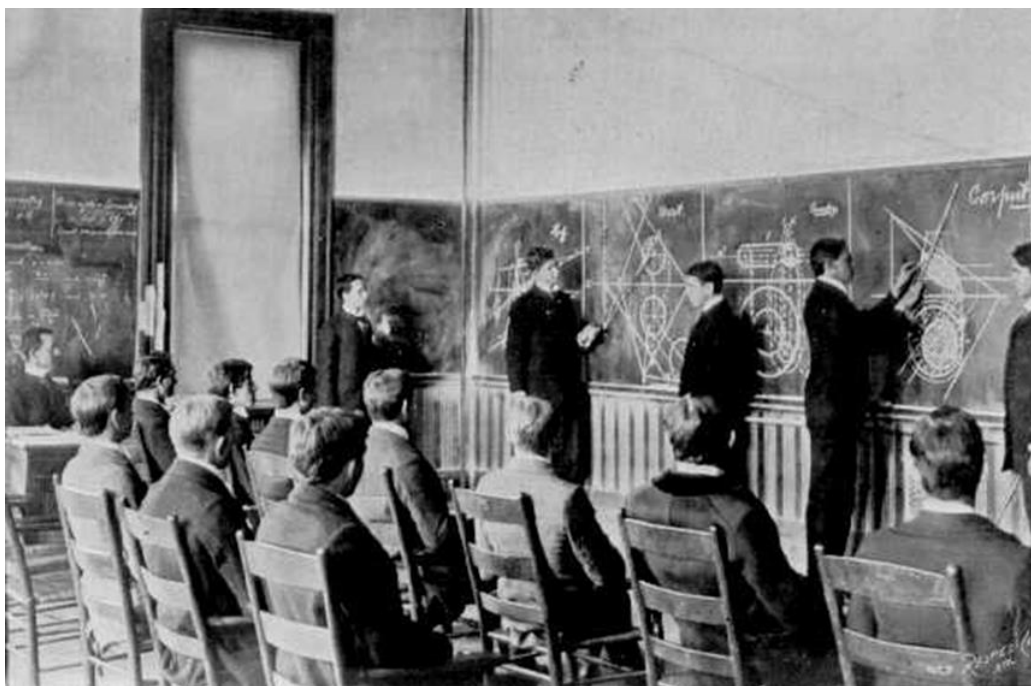
A referida obra é composta pelas nove primeiras lições, dadas pelo autor, na Ecole Normale. As aulas nesta escola, que lançaram a geometria descritiva, começaram em janeiro de 1795 com alunos recrutados por toda a França e com o corpo docente a incluir o melhor da cultura científica francesa. Com a Revolução Industrial a dar os seus primeiros passos, Monge acreditava que para todos os níveis de produção era necessária uma formação especializada e, tal como Lavoisier, foi um dos primeiros a formular um plano de educação nacional. Para a formação comum de engenheiros civis e militares considerava-se necessário o ensino da matemática, da física e da química, sendo que a geometria descritiva era um dos pilares formativos da matemática.

Em Portugal a história do ensino da geometria tem sido pouco explorada, havendo pouca bibliografia organizada sobre o assunto.

Sabe-se que “a manipulação de determinados campos de saber parecia ser o segredo da nova Engenharia Militar. Subordinada à Matemática e à Geometria, e ligada à Arquitetura, à Astronomia ou à Náutica, assim foi ensinada prematuramente em Lisboa, desde meados do século XVI, numa aula informal para jovens fidalgos e a que assistia também o futuro rei, D. Sebastião. Ao mestre do Príncipe, o engenheiro e arquiteto António Rodrigues, homem de segura formação em Itália, ficou a dever-se o primeiro tratado de Arquitetura composto em Portugal, pelo menos conhecido, escrito entre 1575 e 1576.” (Ferreira, T. et al, 2001, p. 20).

Nas primeiras décadas do século XVIII, de modo a aperfeiçoar o efeito de espacialidade na pintura, através da aplicação de técnicas perspéticas, de acordo com as regras que emergiam através da tratadística que circulava na época, o padre jesuíta Inácio Vieira também introduziu o ensino da geometria no colégio lisboeta de Santo Antão. As “aulas em Santo Antão tiveram pois como alunos muitos leigos entre os quais se contariam certamente homens técnicos ou artistas interessados em aprender e/ou aprofundar os seus conhecimentos matemáticos e científicos.” (Mello & Leitão, 2005, p. 115). Esta *Aula da Esfera* era aberta a não-Jesuítas e a alunos com “uma reduzida formação intelectual sendo, possivelmente, jovens com interesses, sobretudo ligados a questões práticas” (Mello & Leitão, 2005, p. 115) e foi “considerada como uma das mais interessantes instituições de ensino científico em toda a história do nosso país.” (Mello & Leitão, 2005, p. 115). “A partir de 1640, com a urgente necessidade de um profundo incremento nos conhecimentos associados à arquitetura militar, em todo o país, e também em Santo Antão, o conteúdo das aulas de matemática veio a conhecer importantes alterações, num movimento que, como se verá, tem implicações para a história da arte no nosso país.” (Mello & Leitão, 2005, p. 115).

“Não se conhece ao pormenor a estrutura curricular (...), mas eram lidos e comentados, seguramente, os textos clássicos das várias matérias e feitos exercícios práticos de desenho sobre problemas postos no decurso da lição (...). A familiarização com a Geometria e a prática do desenho seriam, assim, desígnios naturais dos cursos científicos em que entroncava a didática da Engenharia Militar, e, por maioria de razões, matérias a aprofundar quando a especialização profissional tornou mais exigente o nível de conhecimentos científicos exigidos ao Engenheiro.”(Ferreira, T. et al, 2001, p. 21)



Aula de geometria em 1896/1897.

Mais recentemente, há referências à inserção da geometria descritiva nos programas da reforma do pós 25 de Abril. A disciplina apresentou-se separada em duas áreas vocacionais distintas, sendo uma direcionada para a engenharia e outra para as artes plásticas e arquitetura.

Atualmente, após sucessivas reformas no ensino, a disciplina assume a designação de Geometria Descritiva A, é bianual, podendo ser lecionada nos 10º e 11º anos ou nos 11º e 12º anos de escolaridade. O seu programa abrange a Dupla Projeção Ortogonal (Método de Monge) e a Axonometria e, curiosamente, ainda em consonância com o passado, é lecionada nos cursos científico-humanísticos de ciências e tecnologias e de artes visuais.

Caraterização da disciplina

A disciplina de Geometria Descritiva A faz parte de um leque de disciplinas, estabelecidas para o ensino secundário, com o objetivo de “assegurar o desenvolvimento do raciocínio, da reflexão e da curiosidade científica e o aprofundamento dos elementos fundamentais de uma cultura humanística, artística, científica e técnica” (Lei n.º 49/05, de 30 de Agosto, p. 6). De um modo mais

específico, esta disciplina tem como finalidade “desenvolver a capacidade de percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas; desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas; desenvolver a capacidade de interpretação de representações descritivas de formas; desenvolver a capacidade de comunicar através de representações descritivas; desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas; desenvolver a capacidade criativa; promover a autoexigência de rigor e o espírito crítico; promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia, solidariedade e cooperação.” (Xavier & Rebelo, 2001, p. 5).

A carga horária semanal de Geometria Descritiva A é constituída por três blocos de 90 minutos. Na Escola Secundária com 3º Ciclo de Pedro Nunes, às terças e sextas-feiras, os blocos destinam-se à totalidade da turma, ficando esta dividida em dois turnos à quarta-feira, destinando-se um bloco para cada turno.

A professora da disciplina, Ana Paula Jesus, igualmente professora cooperante da prática de ensino supervisionada, é licenciada em Arquitetura pelo Departamento de Arquitetura da Escola Superior de Belas Artes de Lisboa, tendo concluído a profissionalização em exercício, no grupo 600, em 1991. A sua carreira (ou experiência) como docente conta com 30 anos de serviço, 22 dos quais na Escola Secundária com 3º Ciclo de Pedro Nunes. Destes, os últimos 20 foram dedicados ao ensino de geometria descritiva.

Manual adotado pela escola

A escola adotou o manual do autor Santa-Rita, *Geometria Descritiva –A/B – 10º ano*. Este livro consta do manual, com exposição teórica da matéria e alguns exercícios, e de um livro de exercícios. Ambos contêm um CD com as soluções de todos os exercícios. Estas apresentam o desenho relativo ao exercício e são acompanhadas por um texto explicativo das diferentes etapas. Exige-se que ambos os livros sejam levados para a aula.

Enquadramento da unidade curricular

A matéria apresentada durante a prática de ensino supervisionada insere-se no item “3.6 Interseções (reta/plano e plano/plano)” (Xavier & Rebelo, 2001, p. 10) do currículo nacional. Mais concretamente, de acordo com a planificação anual da escola, a prática de ensino supervisionada debruça-se sobre as intersecções entre:

- Planos com traços paralelos a x (projetantes ou não);
- Planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel;
- Planos não definidos pelos seus traços;
- Um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante.

Caracterização da turma

Foi escolhido o 10º ano para realizar a prática de ensino supervisionada, por ser o primeiro ano em que se tem a disciplina de Geometria Descritiva A e, consequentemente, no qual surgem as maiores dificuldades. Foi selecionada a turma J, por ser a única do Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais existente na Escola Secundária com 3º Ciclo de Pedro Nunes.

Esta turma é constituída por um total de 30 alunos. Contudo, o presente relatório considera apenas os 28 alunos (16 raparigas e 14 rapazes) que frequentam a disciplina de Geometria Descritiva A. Até à data da prática de ensino supervisionada, registaram-se duas anulações de matrícula à disciplina. Os alunos estão inscritos como internos e têm idades compreendidas entre os 14 e os 18 anos. Contabilizam-se 6 alunos repetentes, estando um inscrito para melhoria de nota.

No fim do primeiro período a média da turma foi de 11,1 valores. Sendo que 18 alunos tiveram nota positiva e 10 tiveram negativa.

Observação de aulas

Na observação de aulas foram constatados diversos aspetos a ter em consideração na conceção das estratégias de ensino a serem utilizadas na prática de ensino supervisionada. Estes aspetos foram agrupados em quatro itens:

- Perceção:

Os alunos estão habituados a disciplinas predominantemente teóricas, como é o caso de História e Cultura das Artes ou, por outro lado, predominantemente práticas, como é o caso Desenho A. Provavelmente por isso, têm imensa dificuldade em conceber uma disciplina que consiste na apresentação de normas para projetar, no papel, algo que é construído no espaço através do imaginário deles.

No início do ano letivo, a grande maioria dos alunos preocupava-se em tirar apontamentos, por extenso, dos conteúdos apresentados na aula, prestando pouca atenção aos desenhos executados pela professora e ignorando, quase por completo, a ideia de visualização espacial, que é o cerne da disciplina. Deste modo, os alunos começaram, desde cedo, a desviar-se do verdadeiro carácter da disciplina de Geometria Descritiva A, o que levou a uma grande taxa de insucesso logo no primeiro teste. Consequentemente, alguns procuraram apoio fora da escola e outros desinteressam-se por completo da disciplina, frequentando as aulas, em ambos os casos, apenas por obrigação, provocando um elevado grau de desatenção dentro da sala de aula. Considerando que “vários estudiosos, a começar por Kohler, notaram que a capacidade ou incapacidade de focalizar a própria atenção é um determinante essencial do sucesso ou não de qualquer operação prática” (Vygotsky, 1991, p. 40), esta falta de atenção agravou as dificuldades de aprendizagem por parte dos alunos, com particular destaque para os que não usufruíam do referido apoio extraescolar.

De acordo com experiência pessoal, tanto na aprendizagem como no ensino da geometria, crê-se não existir a possibilidade de interiorização dos conteúdos desta disciplina sem recorrer à visualização espacial. Os aprendizes só conseguem desenhar no papel depois de entenderem os elementos no espaço. O papel serve apenas para apresentar a resposta do que foi elaborado espacialmente.

O auxílio do professor constitui outro fator determinante para a aprendizagem de geometria descritiva. De acordo com o que foi referido anteriormente, por imposição e consequente memorização, os conteúdos da disciplina não são interiorizados. A compreensão destes é potencializada por um diálogo, à semelhança do método socrático, em que o professor conduz o aluno à resposta através da colocação de perguntas. Em pedagogia este percurso com vista à aprendizagem, orientado pelo professor, assume a designação de mediação por feedback. Considerando que este diálogo só subsiste enquanto o aluno participa, este tipo de mediação, que privilegia a comunicação, estimula os alunos e capta a sua atenção. Paralelamente, induz um discurso sofisticado e permite aos alunos familiarizarem-se com os raciocínios do professor, de modo a que se possam apropriar destes, elevando, assim, o seu nível cognitivo real para o seu nível cognitivo potencial. Vygotsky enfatiza a importância do papel do professor na aprendizagem e teoriza este espaço sob o conceito de zona de desenvolvimento proximal. A zona de desenvolvimento proximal marca “a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.” (Vygotsky, 1991, p. 97). Para além de ser considerada uma base primordial para a aprendizagem, “a zona de desenvolvimento proximal provê psicólogos e educadores de um instrumento através do qual se pode entender o curso interno do desenvolvimento. Usando esse método, podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram completados, como também daqueles processos que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver. Assim, a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação.” (Vygotsky, 1991, p. 97-98). “Aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje, será o nível de desenvolvimento real amanhã - ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã.” (Vygotsky, 1991, p. 98). Paralelamente ao professor, englobado no conceito de adulto, Vygotsky também dá relevo aos companheiros mais capazes como potenciais

estimuladores da zona de desenvolvimento proximal. Do mesmo modo, mas sem fazer referência às capacidades de cada um, Selman defende que a interação com os outros desempenha um papel central no desenvolvimento cognitivo. Desta forma, ambos os pesquisadores, Vygostky e Selman, sugerem o trabalho cooperativo como um fator facilitador da aprendizagem. Neste tipo de trabalho, que deve ser distinguido do trabalho de grupo, os alunos trabalham juntos, de forma coordenada e consertada, com o intuito de atingir os objetivos comuns do grupo, alcançando, simultaneamente, os objetivos individuais. A cooperação exige, assim, um processo de comunicação efetivo que promove a criação de ideias, implica o estabelecimento de relações interpessoais positivas, que facilitam o respeito por posições distintas e o colocar-se na perspectiva do outro, e faculta a influência mútua. De um modo geral e sucinto, a colaboração do professor no trabalho cooperativo deve ser a de acompanhar, de modelar comportamentos, de ensinar e de detetar dificuldades interpessoais e grupais, de maneira a ultrapassá-las.

- **Atenção:**

Os alunos da turma 10ºJ têm uma postura bastante desatenta e irrequieta, provocada, muito provavelmente, pela falta de interesse, referida anteriormente, conjugada com as características inerentes à faixa etária que atravessam. Alguns participam na aula, principalmente os que se sentam na fila da frente, interagindo com a professora. Mas, a grande maioria, apesar de se posicionar de modo a que pareça estar a acompanhar a aula, encontra-se completamente alheada, dedicando-se mesmo a fazer outras atividades como desenhar, estudar para outras disciplinas ou, até, ouvir música.

O elevado número de alunos, tal como a disposição da sala, não facilita este aspeto da atenção. Os alunos das pontas das três filas, de mesas existentes na sala, têm dificuldade em visualizar o quadro, não só pelo ângulo em que se situam, mas também pela distância. A visão dos alunos da terceira fila é impedida, quase por completo, pelos colegas das filas da frente.



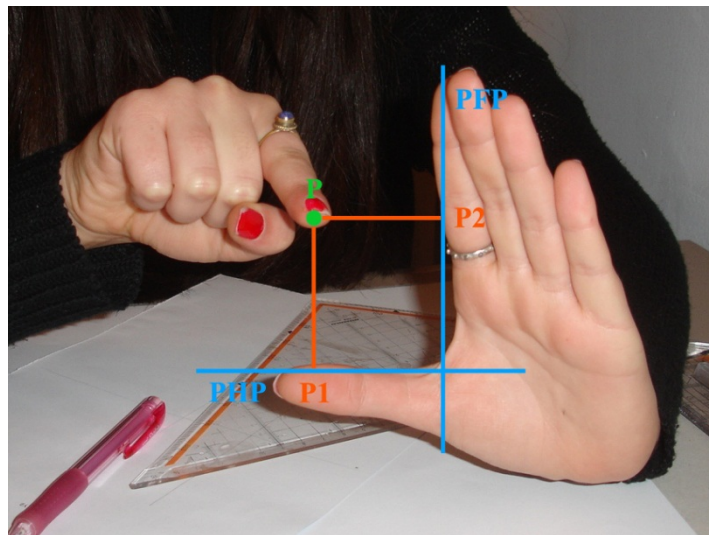
Sala 35, onde são lecionadas as aulas de Geometria Descritiva A.

- **Rigor:**
Para além da dificuldade em manter a atenção e a consequente falta de motivação, a maioria dos alunos demonstra algum desinteresse. Assumem uma postura cansada sempre que a professora lhes solicita a atenção para a aula; esquecem-se da matéria trabalhada nas aulas anteriores, ou de fazer os trabalhos de casa; não se preocupam com a organização do seu

dossier e danificam ou perdem, facilmente, o material necessário à aula, nomeadamente o manual.

- Recursos:

A professora só permite que os alunos levem uma lapiseira, um esquadro geométrico, uma borracha e uma esferográfica para o teste, de forma a habitua-los às condições em que é realizado o exame nacional. Consequentemente, os mais dedicados arranjaram o seu próprio recurso mínimo para visualizar os elementos no espaço, recorrendo às mãos.



Aluna a usar as mãos, como recurso mínimo, para visualizar um ponto no espaço.

CAPÍTULO 4 – ESTRATÉGIAS DE ENSINO

Estratégias utilizadas

As estratégias de ensino utilizadas na prática de ensino supervisionada tiveram por base o conteúdo dos itens percepção, atenção, rigor e recursos, referidos no capítulo anterior, de maneira a superar as condicionantes de aprendizagem detetadas através da observação de aulas. Assim, procedeu-se da forma que se descreve, a seguir, para cada item:

- Percepção:
 - o Focar, em primeiro lugar, a importância da visualização espacial, nomeadamente em referencial, através de recursos mínimos, de modo a que os alunos se habituem sempre a visualizar e em qualquer circunstância, como na falta de material. Só posteriormente, apresentar a teoria que permite a passagem, dessas imagens tridimensionais visualizadas, para a bidimensionalidade do papel;
 - o Sugerir e auxiliar os alunos a registar apontamentos, dos conteúdos apresentados, através de sinais gráficos adotados da linguagem matemática e de desenhos, em detrimento do uso da escrita por extenso;
 - o Inculcar nos alunos a noção de que as aprendizagens de geometria descritiva são construídas umas em cima das outras, para que entendam que o conhecimento, nesta disciplina, se dá através de pontes de ligação entre passado, presente, futuro e lhe dediquem uma atenção e prática diárias. De modo a estimular essa prática, dar primazia à realização de exercícios durante a aula e propor diariamente um exercício, no mínimo, como trabalho de casa;
 - o Assumir um papel ativo enquanto professora, dando ênfase à comunicação através da mediação por feedback, procurando potencializar a zona de desenvolvimento proximal.

- Atenção:

- o Cativar a atenção dos alunos através do discurso mediado por feedback, mas também pela implementação de dinamismo nas aulas. Este dinamismo é potencializado pela criação de trabalho cooperativo, que proporciona, de igual modo, a aprendizagem. O trabalho cooperativo sugerido considera a turma como um grupo único e tem como objetivo a resolução de exercícios. Assim, é destacado um aluno para trabalhar no quadro, que se sinta confortável, enquanto os restantes devem proceder à execução dos exercícios no seu lugar. Deve haver uma interajuda entre todos os alunos e disponibilidade da professora para se deslocar ao lugar de cada um, ao mesmo tempo que vai acompanhando, validando e explicando os passos do exercício que está a ser resolvido no quadro;
- o Para além de chamar à atenção dos alunos, de forma a manterem-se focados, de acordo com as teorias da mediação por feedback a professora deve elogiar e salientar boas intervenções. Inclusivamente, porque “a escola deve ajudar as crianças e os jovens a ultrapassar dificuldades pessoais como a timidez, a insegurança, o receio, a desmotivação constante, bem como a melhor suportar a frustração, a promover a confiança e a autonomia e a assertividade como atitude.” (Ferreira & Santos, 2000, p. 49).

- Rigor:

“Sem ordem, ensinar torna-se difícil e sem ensino adequado, a ordem é impossível.” (Ferreira & Santos, 2000, p. 35).

- o Para reforçar a aprendizagem, sempre que se procede à resolução de um exercício, quer seja pelo professor ou pelos alunos, apresentar o respetivo método de resolução no quadro, através de sinais gráficos adotados da linguagem matemática e, se possível, do desenho no espaço, não só para incutir nos alunos a necessidade de rigor para a apreensão de geometria descritiva, como para os orientar.

Neste item, consideram-se pertinentes as estratégias já utilizadas pela professora da disciplina (professora cooperante):

- o obrigatoriedade de pontualidade, de desligar o telemóvel e de manter a sala limpa e organizada;
- o lugares pré-definidos através de uma planta da sala, o que permite agrupar os alunos de forma conveniente e, visto esta ser uma turma grande, facilitar a fixação de nomes por parte da professora;
- o utilização de sumários, para que os alunos encontrem facilmente os diferentes conteúdos no dossier;
- o recolha dos trabalhos de casa, aleatoriamente, de três a cinco alunos, para avaliação, o que ajuda a incutir a prática da disciplina;
- o permissão de consulta apenas dos apontamentos pessoais nos trabalhos práticos, o que incentiva ao registo de bons apontamentos (5% da avaliação sumativa assenta na organização do dossier de cada aluno, sendo este avaliado pela professora duas vezes por ano);
- o testes marcados antecipadamente com a respetiva matéria definida até uma semana antes (o teste é realizado sem qualquer consulta. São elaboradas uma versão A e uma versão B, que são distribuídas alternadamente pela planta dos alunos).

- Recursos:

Incutir o uso de recursos mínimos para a visualização espacial, no referencial ou simplesmente no espaço, e refletir sobre os que se adequam a cada unidade específica, tais como:

- o dossier, livros e lapiseira;
- o mãos;
- o desenho.

Planificação da prática de ensino supervisionada

A planificação anual do 10º ano de Geometria Descritiva A, tal como a do 11º, é comum a todas as turmas da escola e contempla a totalidade do currículo proposto pelo Ministério da Educação. No entanto, alguns itens são reorganizados no princípio do ano letivo pelos docentes da disciplina em reunião com o coordenador do grupo. Esta reorganização baseia-se nas experiências obtidas nos anos letivos anteriores e tem por objetivo facilitar a aprendizagem e otimizar o tempo no ano letivo que decorre.

A planificação que se segue foi extraída da planificação anual da escola e apresenta os conteúdos da prática de ensino supervisionada.

Vera Bettencourt		
ESCOLA SECUNDÁRIA COM 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO DE PEDRO NUNES		
GEOMETRIA	10ºJ	
DESCRITIVA A	2012-2013	
Plano de aulas		
Blocos previstos: 5 (de 90 minutos)		
Aulas	Conteúdos	T.P.C.
Aula 1: Fev 26 (terça-feira)	Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não).	484 (frontal $\cap \beta s$) do livro de exercícios.
Aula 2: Fev 27 (quarta-feira)	Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel.	447 (horizontal $\cap$ frontal); 459* (horizontal $\cap$ rampa); 508* (frontal $\cap$ passante); 512* (rampa $\cap$ passante) e 513* (rampa $\cap$ rampa) do livro de exercícios. 185 e 186 do manual.

		* Na mesma folha resolver através da 3PO e do Método Geral - Verificar diferentes formas de resolução.
Mar 01	Trabalho Prático 4 (formativo); Correção do Trabalho Prático 4; Revisões.	
Mar 05	Teste Sumativo.	
Aula 3: Mar 06 (quarta-feira)	Interseção entre planos não definidos pelos seus traços.	492 e 493 do livro de exercícios.
Aula 4: Mar 08 (sexta-feira)	Interseção entre planos não definidos pelos seus traços.	496, 514, 515 e 516 do livro de exercícios.
Aula 5: Mar 12 (terça-feira)	Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante	189 do manual.

Descrição das aulas realizadas

Conteúdos anteriores necessários à temática apresentada

Os conteúdos a cinzento são menos relevantes para unidade curricular que foi apresentada.

- Nome, relativa posição e características dos planos, nomeadamente se são projetantes (têm traço absorvente) ou não:

Plano	Características
Horizontal	p.f.; V.G. no PHP
Topo	p.f.
Perfil	p.f. e p.h.

Vertical	p.h.
Frontal	p.h.; V.G. no PFP
Rampa	
Passante (por x)	
Oblíquo	

p.f. = projetante frontal; p.h. = projetante horizontal; V.G. = verdadeira grandeza

- Traços de uma reta (pontos notáveis da reta):

“Traço de uma reta num plano é o ponto de interseção da reta com o plano.”

(Müller, 2009, p. 16)

- o “Os traços de uma reta nos planos de projeção são os pontos de interseção da reta com os planos de projeção.” (Müller, 2009, p. 16)
 - $r \cap PHP = H$; $r \cap PFP = F$
- o “Os traços de uma reta nos planos bissetores são os pontos de interseção da reta com os planos bissetores, $\beta_{1,3}$ e $\beta_{2,4}$.” (Müller, 2009, p. 16)
 - $r \cap \beta_{1,3} = Q$; $r \cap \beta_{2,4} = I$ ($Q_1=Q_2$; $I_1 \equiv I_2$)

- Relações de pertença – $P \in r \in \alpha$

- o “Um ponto pertence a uma reta quando as suas projeções estão situadas sobre as projeções do mesmo nome (homónimas) da reta.” (Müller, 2009, p. 13)
 - $P_1 \in r_1$; $P_2 \in r_2$
- o “Uma reta pertence a um plano definido pelos seus traços quando os traços da reta estão sobre os traços do mesmo nome (homónimos) do plano.” (Müller, 2009, p. 63)
 - $H_1 \in h_\alpha$; $F_2 \in f_\alpha$
- o “Um ponto pertence a um plano quando pertence a uma reta contida nesse plano.” (Müller, 2009, p. 56)

- Representação triédrica - 3PO

Este resumo que, juntamente com o das aulas lecionadas, assumiu a denominação de *Resumo dos conteúdos*, o *Alfabeto grego* e a *Ficha de trabalho*, utilizada nas duas últimas aulas, foram disponibilizados na plataforma Moodle no dia 18 de fevereiro e encontram-se nos anexos.

Antes da primeira aula da prática de ensino supervisionada, foi solicitado aos alunos que imprimissem os três documentos e os levassem para as aulas.

Aula 1: Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Sumário	1. Interseção de planos – resumo. 2. Apresentação de recursos mínimos. 3. Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não): horizontais, frontais, rampa e passantes. 4. Resolução de exercícios. 5. TPC.
Recursos	Discentes: • Cópia do <i>Resumo dos conteúdos</i> e do <i>Alfabeto grego</i> da plataforma Moodle; • Folhas A4 lisas; • Esquadro geométrico; lapiseira e borracha; • Livro de exercícios.
	Docente: • Computador; projetor e tela branca; • Apresentações em PowerPoint; • Quadro branco e marcadores.

Tarefas / práticas pedagógicas

Os **10 minutos** do início da aula destinaram-se a assuntos provenientes da aula anterior.

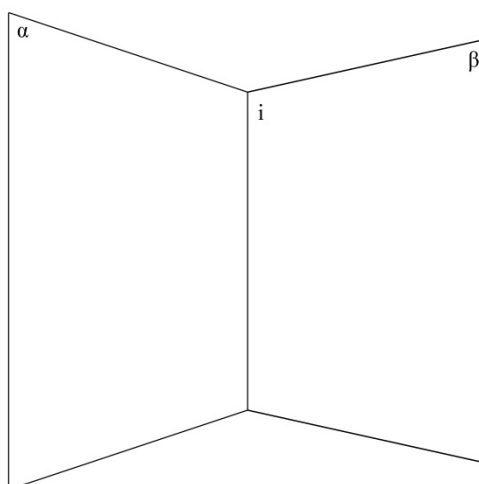
Antes da exposição dos conteúdos específicos da prática de ensino supervisionada, foi apresentado o *Alfabeto grego*, para que os alunos o consultem sempre que

precisem e o *Resumo dos conteúdos*, de modo a que tenham noção da matéria, anterior, necessária a esta unidade didática e que disponham, tanto desta como da que foi apresentada na prática de ensino supervisionada, de forma resumida, como auxiliar de estudo.

Sugeriu-se aos alunos que se fizessem acompanhar do *Resumo dos conteúdos* no decorrer da prática de ensino supervisionada, para que pudessem acrescentar as notas que considerassem pertinentes.

1. Interseção de planos – resumo – Apresentação em PowerPoint (5 a 10 minutos)

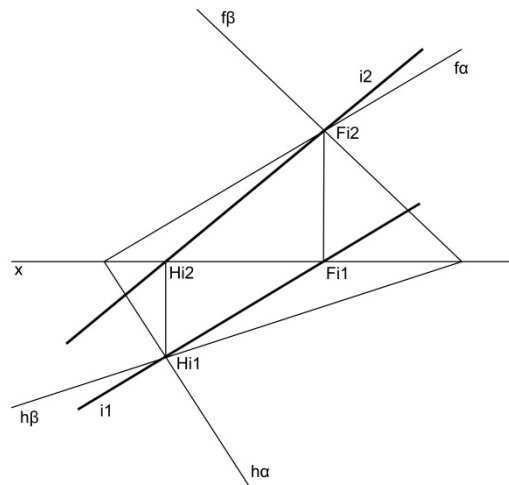
- 1.1. “Dois planos interseitam-se segundo uma reta. A reta de interseção pertence simultaneamente aos dois planos, pelo que é o lugar geométrico dos pontos comuns a ambos os planos.” (Müller, 2009, p. 128)



1.2. $\alpha \cap \beta$:

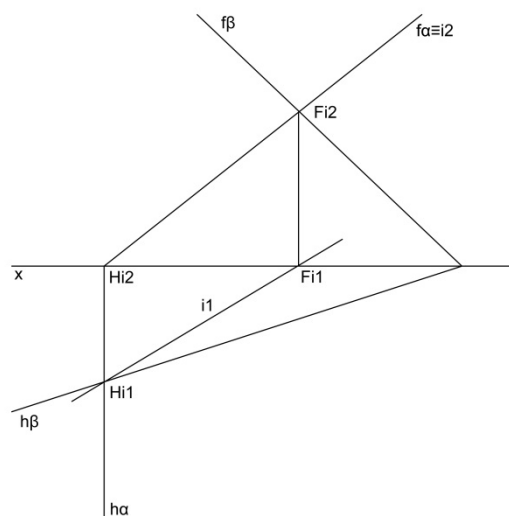
1.2.1. $\alpha; \beta$ = não projetantes

Tem de se encontrar F e H.

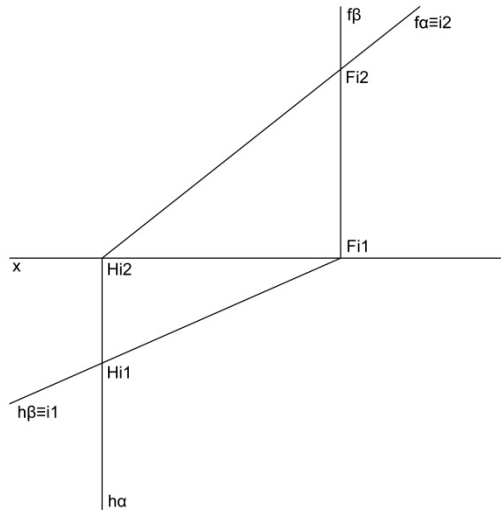


1.2.2. α = projetante; β = não projetante

Uma das projeções da reta i é imediata. Mas para marcar a outra tem de se encontrar F e H.



1.2.3. $\alpha; \beta$ = projetantes
Interseção imediata.

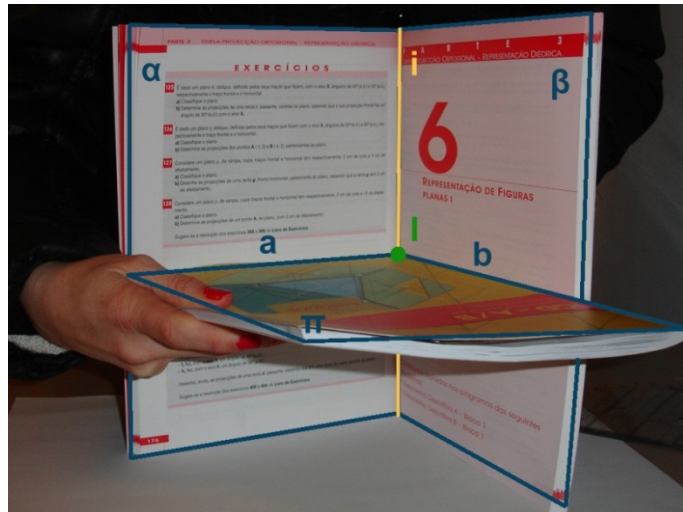


2. Incutir ao uso de recursos mínimos para a visualização espacial, no referencial ou simplesmente no espaço, e refletir sobre os que se adequam a esta unidade específica – Apresentação em PowerPoint (15 a 20 minutos)

2.1. Uso do dossier, dos livros e da lapiseira:

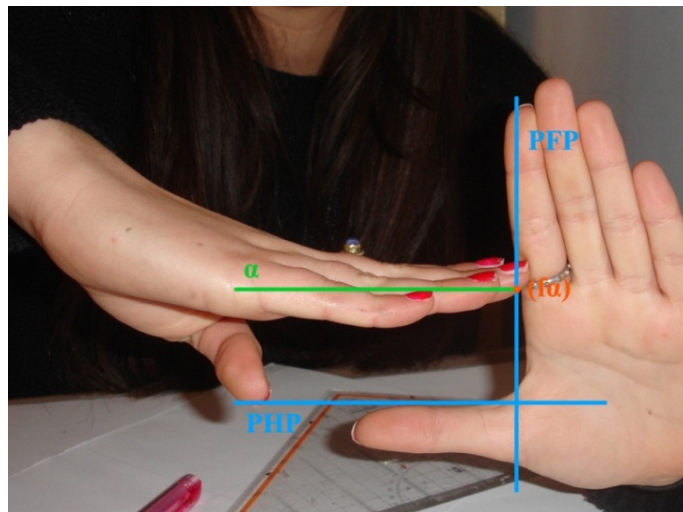


Visualização espacial (no referencial): manual como referencial e lapiseira como reta.

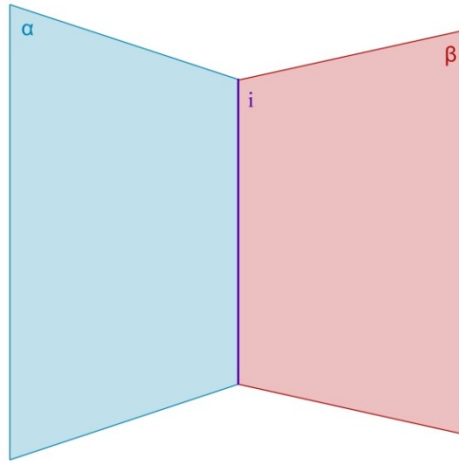


Visualização espacial: manual e livro de exercícios como planos.

2.2. Uso das mãos:



Visualização espacial (no referencial): uma mão como referencial e a outra como plano.



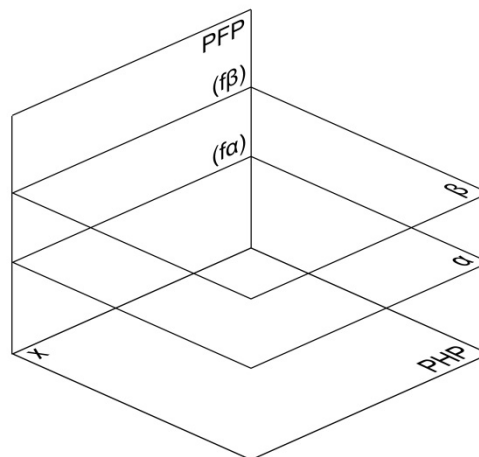
Visualização espacial através de desenho no espaço.

2.4. Ensinar a desenhar um referencial.

3. Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não) –
 Demonstração espacial, no referencial, em PowerPoint (**≤38 minutos**)

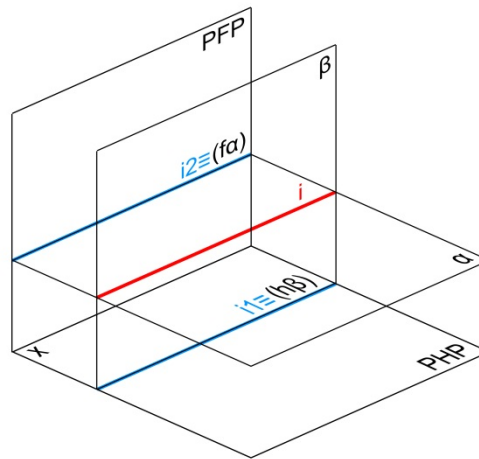
3.1. Plano horizontal com plano horizontal (0 a 3 minutos)

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Os planos são paralelos. A sua reta de interseção está no infinito: é imprópria.



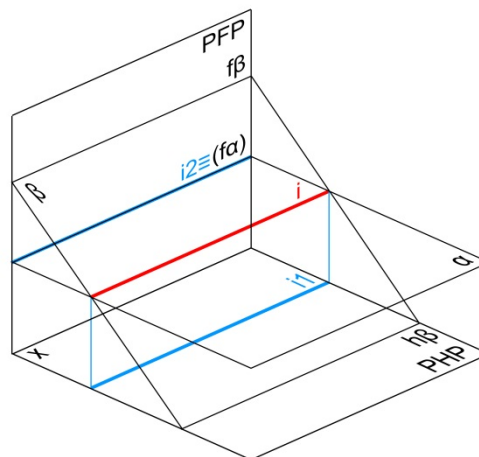
3.2. Plano horizontal com plano frontal (5 a 7 minutos)

- Os alunos fizeram o exercício de desenhar no papel, cada um no seu lugar, usando uns planos quaisquer.



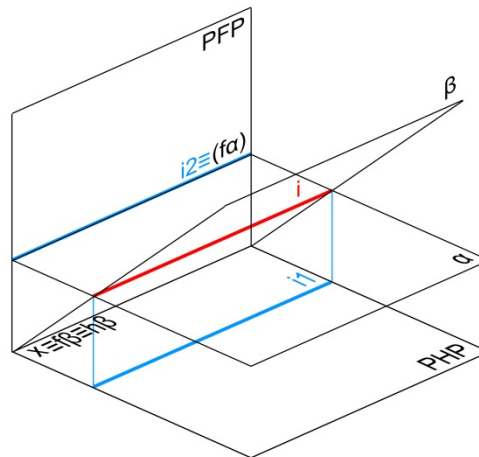
3.3. Plano horizontal com plano de rampa (5 a 7 minutos)

- Os alunos fizeram o exercício de desenhar no papel, cada um no seu lugar, usando uns planos quaisquer;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



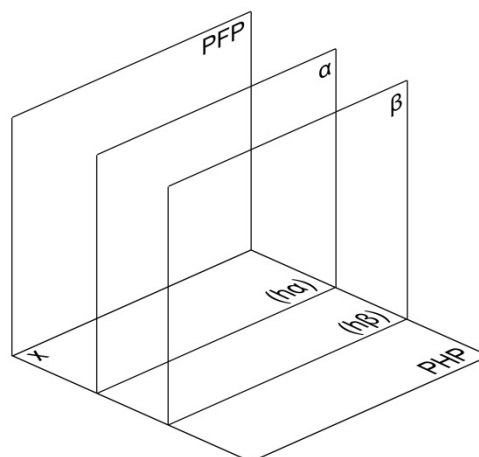
3.4. Plano horizontal com plano passante (0 a 3 minutos)

- Não há necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



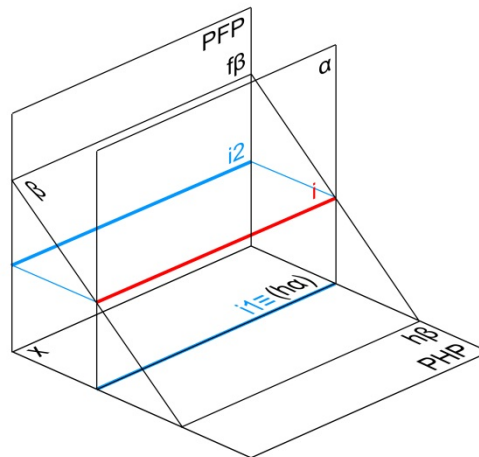
3.5. Plano frontal com plano frontal (0 a 3 minutos)

- Não há necessidade de desenhar no papel;
- Os planos são paralelos. A sua reta de interseção está no infinito: é imprópria.



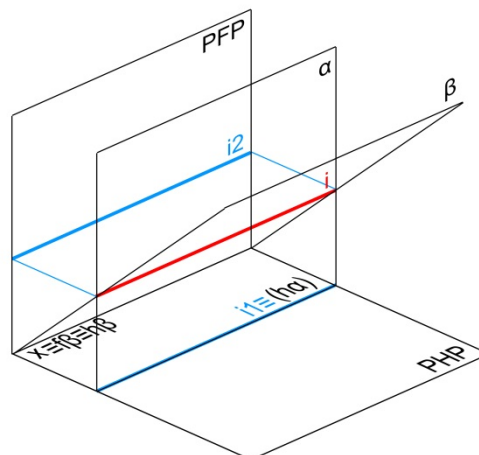
3.6. Plano frontal com plano de rampa (0 a 3 minutos)

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



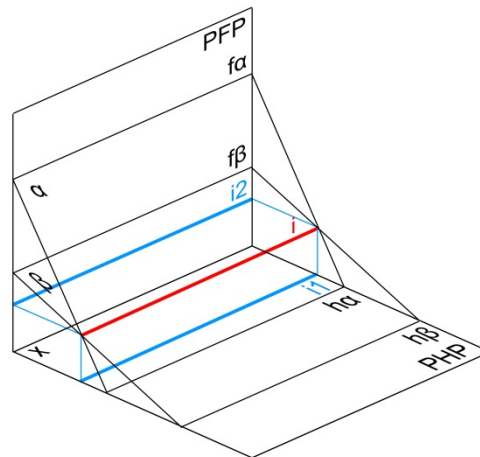
3.7. Plano frontal com plano passante (0 a 3 minutos)

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



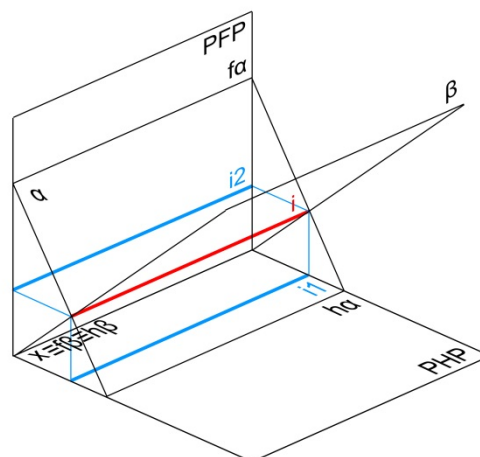
3.8. Plano de rampa com plano de rampa **(0 a 3 minutos)**

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



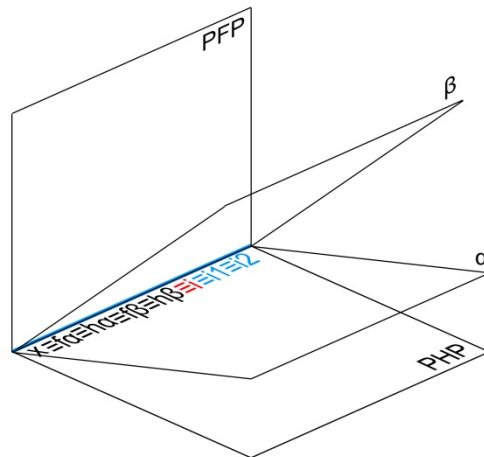
3.9. Plano de rampa com plano passante **(0 a 3 minutos)**

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



3.10. Plano passante com plano passante **(0 a 3 minutos)**

- Não houve necessidade de desenhar no papel;
- Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).



4. **Resolução de exercício do livro de exercícios (≤12 minutos)**

Realizado como trabalho cooperativo, destacando um aluno para o quadro.

- 4.1. “479 - É dado um plano p , de rampa, cujos traços frontal e horizontal têm respetivamente, 7 cm de cota e 3cm de afastamento. Classifique o plano. Determine as projeções das retas i e i' , respetivamente as retas de interseção de p com o $\beta_{1/3}$ e o $\beta_{2/4}$.” (Santa-Rita, 2009b, p. 58) (Rampa $\cap \beta_s$)

5. **T.P.C.**

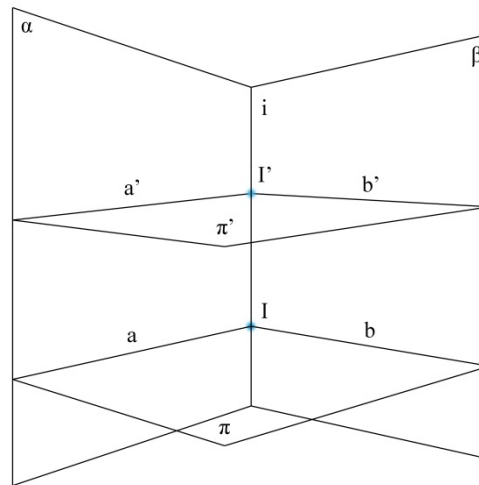
Aula 2: Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel

Sumário	1. Dúvidas e pedido dos TPC. 2. Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel - Método Geral. 3. Resolução de exercícios. 4. TPC.
Recursos	Discentes: • Cópia do <i>Resumo dos conteúdos</i> da plataforma Moodle; • Folhas A4 lisas; • Esquadro geométrico; lapiseira e borracha; • Livro de exercícios.
	Docente: • Computador; projetor e tela branca; • Apresentações PowerPoint; • Quadro branco e marcadores.

Tarefas / práticas pedagógicas

1. Dúvidas e pedido dos trabalhos de casa. (≤10 minutos)
2. Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel. (≤80 minutos)

2.1. Método Geral – Demonstração espacial em PowerPoint (10 a 15 minutos)



- Traçar um plano auxiliar projetante – π
 - o $\pi \cap \alpha = a$; $\pi \cap \beta = b$
 - o $a \cap b = I$

Caso ainda não se tenha outro ponto da reta i , repete-se o método (os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas interseções com os planos dados produzem retas paralelas):

- Traçar um plano auxiliar projetante – π'
 - o $\pi' \cap \alpha = a'$; $\pi' \cap \beta = b'$
 - o $a' \cap b' = I'$
- $[II'] = i$

Na interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não), recorreu-se à Tripla Projeção Ortogonal sempre que se tinha um plano de rampa ou passante. Também se pode recorrer ao Método Geral.

3. Resolução de exercícios do livro de exercícios (≤65 minutos)

Realizado como trabalho cooperativo, destacando um aluno para o quadro.

3.1. “502 - Determine as projeções da reta de interseção de dois planos oblíquos, α e γ , sendo dados:

- os traços frontal e horizontal de α fazem, com o eixo x, ângulos de 70° (a.d.) e 50° (a.d.), respetivamente;
- os traços horizontal e frontal de γ fazem, com o eixo x, ângulos de 35° (a.e.) e 80° (a.e.), respetivamente;
- os pontos de concorrência dos traços dos dois planos com o eixo x distam 6 cm, situando-se o ponto de concorrência dos traços de γ à direita do de α .

Considerando que os traços frontais dos dois planos não se interseçam nos limites do papel, determine as projeções da reta de interseção dos dois planos.” (Santa-Rita, 2009b, p. 60) **(15 a 20 minutos)**

3.2. “503 – Determine as projeções da reta de interseção de dois planos oblíquos, θ e λ , sendo dados:

- os traços frontal e horizontal de θ fazem, com o eixo x, ângulos de 55° (a.d.) e 60° (a.d.), respetivamente;
- os traços horizontal e frontal de λ fazem, com o eixo x, ângulos de 75° (a.e.) e 35° (a.e.), respetivamente;
- os traços de θ são concorrentes num ponto com 4 cm de abcissa;
- os traços de λ são concorrentes num ponto com -3 de abcissa.

Considerando que os traços horizontais dos dois planos não se interseçam nos limites do papel, determine as projeções da reta de interseção dos dois planos.” (Santa-Rita, 2009b, p. 61) **(15 a 20 minutos)**

3.3. “504 - São dados dois planos oblíquos, α e ψ . Os traços frontal e horizontal de α fazem, com o eixo x, ângulos de 55° (a.d.) e 65° (a.d.), respetivamente. Os traços horizontal e frontal de ψ fazem, com o eixo x, ângulos de 55° (a.e.) e 65° (a.e.), respetivamente. Os traços de α são concorrentes num ponto com 3 cm de abcissa. Os traços de ψ são concorrentes num ponto com -6 de abcissa. Considerando que os traços homónimos dos dois planos não se interseçam nos limites do papel, determine as projeções da reta de interseção dos dois planos.” (Santa-Rita, 2009b, p. 61) **(20 a 25 minutos)**

4. T.P.C.

Trabalho Prático 4 e Teste Sumativo

O Trabalho Prático 4 e o Teste Sumativo (em anexo) foram elaborados exclusivamente pela professora da disciplina (professora cooperante).

O trabalho prático constou de seis exercícios. A média da turma foi de 11,20 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 56%.

A realização do segundo e do quinto exercícios dependia da matéria dada na prática de ensino supervisionada. O segundo exercício baseava-se nos conteúdos da primeira aula, interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não), valia 40 pontos e a média da turma foi de 26,84 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 67% na sua resolução. O quinto exercício baseava-se nos conteúdos da segunda aula, interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel, valia 45 pontos e a média da turma foi de 14,80 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 33% na sua resolução.

Apesar dos resultados poderem ter derivado de inúmeros fatores, considerou-se importante dar ênfase à revisão da matéria, aquando da correção do quinto exercício.

O teste sumativo constou de quatro exercícios. A média da turma foi de 8,80 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 44%.

A realização do terceiro exercício dependia da matéria dada na prática de ensino supervisionada e a do quarto poderia depender desta matéria ou da anterior, dada pela professora da disciplina (professora cooperante). O terceiro exercício baseava-se nos conteúdos da segunda aula, interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel, valia 50 pontos e a média da turma foi de 22,08 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 44% na sua resolução. O quarto exercício podia basear-se nos conteúdos da primeira aula, interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não), valia 50 pontos e a média da turma foi de 20,24 pontos, o que indica uma taxa de sucesso de 41% na sua resolução.

A média do teste sumativo foi consideravelmente mais baixa do que a média do trabalho prático. Entre outros fatores, o trabalho prático pode ser feito com consulta dos apontamentos pessoais do aluno.

A média dos exercícios que continham os conteúdos da prática de ensino supervisionada esteve bastante próxima da média global do teste. Mesmo assim, considerou-se importante dar ênfase à revisão destes conteúdos, não só na correção dos exercícios, mas também posteriormente, mesmo que pela professora da disciplina (professora cooperante) depois do período abrangido pela prática de ensino supervisionada.

Aula 3: Interseção entre planos não definidos pelos seus traços

Sumário	1. Dúvidas e pedido dos TPC. 2. Interseção entre planos não definidos pelos seus traços - Método Geral. 3. Resolução de exercícios. 4. TPC.
Recursos	Discentes: • Cópia do <i>Resumo dos conteúdos</i> da plataforma Moodle; • Folhas A4 lisas; • Esquadro geométrico; lapiseira e borracha; • Manual.
	Docente: • Computador; projetor e tela branca; • Apresentações PowerPoint; • Quadro branco e marcadores.

Tarefas / práticas pedagógicas

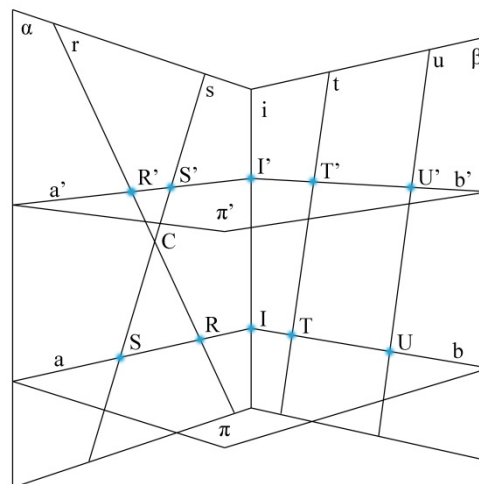
1. Dúvidas e pedido dos trabalhos de casa. (≤10 minutos)

2. Interseção entre planos não definidos pelos seus traços. (≤80minutos)

2.1. “Um plano pode ser definido por:

- Três pontos não colineares;
- Uma reta e um ponto exterior à reta;
- Duas retas concorrentes ou duas retas paralelas.” (Müller, 2009, p. 50)

2.2. Método Geral - Demonstração espacial em PowerPoint. (10 a 15 minutos)



- Traçar um plano auxiliar projetante – π
 - o $\pi \cap r = R; \pi \cap s = S$
 - o $[RS] = a$
 - o $\pi \cap t = T; \pi \cap u = U$
 - o $[TU] = b$
 - o $a \cap b = I$

Caso ainda não se tenha outro ponto da reta i , repete-se o método (os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas interseções com os planos dados produzem retas paralelas):

- Traçar um plano auxiliar projetante – π'
 - o $\pi' \cap r = R'$

- o Por R' , $a'//a$
- o $\pi' \cap t = T'$
- o Por T' , $b'//b$
- o $a' \cap b' = I'$
- $[I'] = i$

3. Resolução de exercícios do manual. (≤65 minutos)

Realizado como trabalho cooperativo, destacando um aluno para o quadro.

3.1. “192– Sejam dados dois planos, α e δ . O plano α está definido pelos seus traços, que são simétricos em relação ao eixo x e concorrentes com este num ponto com 3 cm de abcissa. O traço frontal do plano α faz, com o eixo x , um ângulo de 45° (a.d.). O plano δ está definido por duas retas horizontais (de nível) paralelas, h e h' . A reta h contém o ponto $A(-2; 3; 3)$ e faz, com o Plano Frontal de Projeção (plano $xz - \phi_0$), um ângulo de 30° (a.e.). A reta h' contém o ponto $B(-4; 3; 1)$. Determine as projeções da reta de interseção entre os dois planos.” (Santa-Rita, 2009a, p. 225) **(27 a 32 minutos)**

3.2. “193 – Determine as projeções da reta de interseção entre dois planos oblíquos, θ e γ . O plano θ está definido por duas retas oblíquas paralelas, r e s . A reta r contém os pontos $A(4; 2; 2)$ e $B(2; 1; 4)$ e a reta s contém o ponto $C(3; 4; 1)$. O plano γ está definido por duas retas, h e f , concorrentes no ponto $D(4; 2; 3)$. A reta h é horizontal (de nível) e faz, com o Plano Frontal de Projeção (plano $xz - \phi_0$), um ângulo de 40° (a.e.). A reta f é frontal (de frente) e faz, com o Plano Horizontal de Projeção (plano $xy - v_0$), um ângulo de 45° (a.e.).” (Santa-Rita, 2009a, p. 225) **(27 a 32 minutos)**

4. T.P.C.

Aula 4: Interseção entre planos não definidos pelos seus traços

Sumário	1. Dúvidas e pedido dos TPC. 2. Interseção entre planos não definidos pelos seus traços - Método Geral. Resolução de exercícios. 3. TPC.
Recursos	Discentes: • Cópia do <i>Resumo dos conteúdos</i> e da <i>Ficha de trabalho</i> da plataforma Moodle; • Folhas A4 lisas; • Esquadro geométrico; lapiseira e borracha.
	Docente: • Quadro branco e marcadores.

Tarefas / práticas pedagógicas

1. **Dúvidas e pedido dos trabalhos de casa. (≤10 minutos)**
2. **Interseção entre planos não definidos pelos seus traços. (≤80 minutos)**

2.1. Resolução de exercícios

Visto não existirem mais exercícios sobre esta matéria no manual ou livro de exercícios, foi disponibilizada uma *Ficha de trabalho* na plataforma Moodle com exercícios da autora Maria João Muller.

Exercícios realizados como trabalho cooperativo, destacando um aluno para o quadro.

2.1.1. “338 – Determine as projeções das retas q e i , de interseção do plano θ com o $\beta_{1,3}$ e com o $\beta_{2,4}$, sabendo que:

- o plano θ contém o ponto $P(0; 2; 4)$ e a reta fronto-horizontal a ;
- a reta a tem $-2,5$ cm de afastamento e 6 cm de cota.” (Müller, 2009, p. 145) **(15 a 20 minutos)**

2.1.2. “344 – Determine as projeções da reta de interseção i dos planos oblíquos, α e γ , sabendo que:

- o plano α é definido pelos pontos $R(0; 5; 1)$, $S(3; 2; 4)$ e $T(5; 7; 1)$;
- o plano γ é definido pelos pontos $A(-4; 4; 3)$, $B(-7; 6; 3)$ e $C(-9; 5; 6)$.” (Müller, 2009, p. 146) **(25 a 30 minutos)**

2.1.3. “347 – Determine as projeções da reta de interseção i dos planos oblíquos, α e δ , sabendo que:

- os planos α e δ são, ambos, definidos por uma das suas retas de maior declive;
- a reta d é uma reta de maior declive do plano α e o seu traço horizontal é o ponto $H(5; 3; 0)$;
- as projeções horizontal e frontal da reta d fazem, respetivamente, ângulos de 45° (a.e.) e 60° (a.d.) com o eixo x ;
- a reta d' contém o ponto $P(-3; 4; 2)$ e é uma reta de maior declive do plano δ ;
- as projeções da reta d' fazem, ambas, ângulos de 45° (a.d.) com o eixo x .” (Müller, 2009, p. 147) **(25 a 30 minutos)**

3. T.P.C.

Aula 5: Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante

Sumário	1. Dúvidas e pedido dos TPC. 2. Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços
---------	---

	com um plano passante. Resolução de exercícios. 3. TPC.
Recursos	Discentes: • Cópia do <i>Resumo dos conteúdos</i> e da <i>Ficha de trabalho</i> da plataforma Moodle; • Folhas A4 lisas; • Esquadro geométrico; lapiseira e borracha; • Manual.
	Docente: • Computador; projetor e tela branca; • Apresentações PowerPoint; • Quadro branco e marcadores.

Tarefas / práticas pedagógicas

1. Dúvidas e pedido dos trabalhos de casa. (≤10 minutos)

2. Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante. (≤80 minutos)

Quando se trabalha com planos passantes, deve passar-se o plano auxiliar pelo ponto do plano.

2.1. Interseção de um plano definido pelos seus traços com um plano passante - Resolução de exercícios do manual. (≤55 minutos)

2.1.1. “187 – Determine as projeções da reta de interseção entre dois planos, θ e ρ , sabendo:

- o plano ρ é passante e está definido pelo eixo x e pelo ponto $P (4; 3)$;

- o plano θ é de topo, contém o ponto P e faz, com o Plano Horizontal de Projeção (plano xy – v0), um diedro de 45° (a.d.).” (Santa-Rita, 2009a, p. 223) **(10 a 15 minutos)**

2.1.2. 190 – Considere o plano p , passante, definido pelo eixo x e pelo ponto P (-2; 2; 5). “Seja dado um plano α , oblíquo, definido pelos seus traços. O plano α corta o eixo x num ponto T com 4cm de abscissa e os seus traços frontal e horizontal fazem, com o eixo x, ângulos de 60° (a.d.) e 45° (a.d.), respetivamente. Determine as projeções da reta de interseção entre os dois planos.” (Santa-Rita, 2009a, p. 223) **(10 a 15 minutos)**

2.1.3. 191- Considere o plano p , passante, definido pelo eixo x e pelo ponto P (-2; 2; 5). “Seja dado um outro plano, σ , de rampa, cujos traços frontal e horizontal têm, respetivamente, 3 cm de cota e 4 cm de afastamento. Determine as projeções da reta de interseção entre os dois planos.” (Santa-Rita, 2009a, p. 223)

2.1.3.1. Resolver através da tripla projeção ortogonal. **(10 a 15 minutos)**

2.1.3.2. Na mesma folha, por cima dos dados já desenhados, resolver através do Método Geral. **(5 a 10 minutos)**

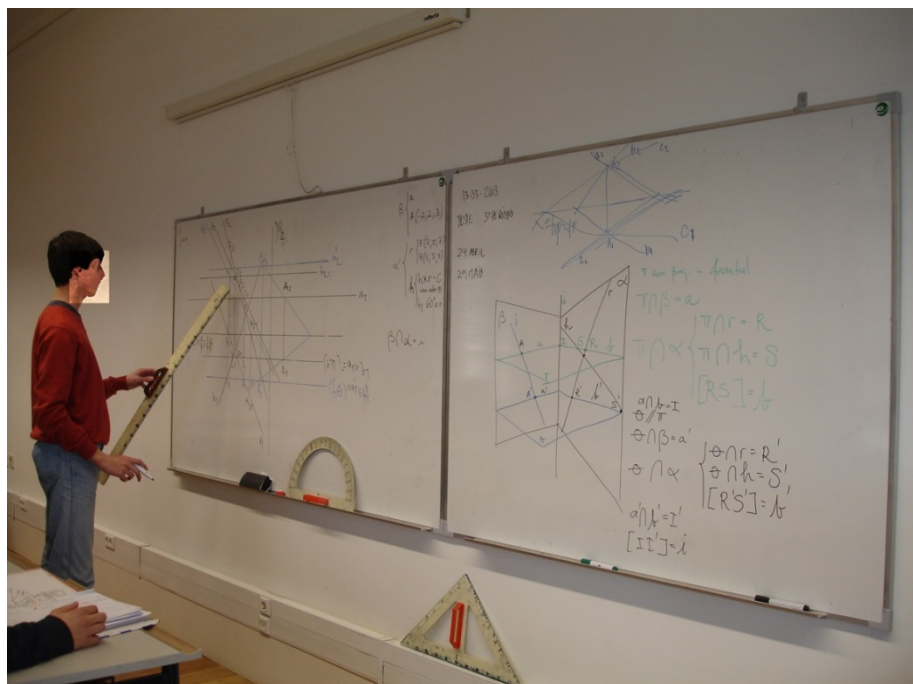
Verificar que existem diferentes formas de resolver um exercício.

2.2. Interseção de um plano não definido pelos seus traços com um plano passante. **(≤ 25 minutos)**

Visto não existirem exercícios sobre esta matéria no manual ou livro de exercícios, foi elaborado um que se apropria da solução do 509 do livro de exercícios e consta na *Ficha de trabalho*.

2.2.1. Determine as projeções da reta de interseção dos planos p e α sabendo que:

- o plano p é passante e está definido pelo eixo x e por $A(-2; 2; 3)$;
- o plano α está definido pelas retas r e h ;
- a reta r contém os pontos $F(7; 0; 7)$ e $H(3; 5; 0)$;
- a reta h é horizontal, concorrente com r num ponto C com 5 cm de cota e a sua projeção horizontal faz um ângulo de 60° (a.e.).



Aluno destacado para o quadro a resolver o exercício anterior em trabalho cooperativo, auxiliando-se do método de resolução através de sinais gráficos adotados da linguagem matemática e do desenho no espaço.

3. T.P.C.

Métodos e técnicas de avaliação

Os critérios de avaliação da disciplina de Geometria Descritiva A estão estabelecidos, pela escola, de acordo com a seguinte tabela.

Domínios	Subdomínios / Competências	Instrumentos de Avaliação	Pesos	
CONHECIMENTOS	CONCEITOS			
	Aplicar os conceitos implicados: no conhecimento dos fundamentos teóricos dos sistemas de representação diédrica e axonométrica; no conhecimento dos processos construtivos da representação; no conhecimento da normalização	Trabalhos realizados nas atividades desenvolvidas nas aulas ou delas decorrentes	10%	
CAPACIDADES	TÉCNICAS			
	Utilizar os instrumentos de desenho e executar os traçados	Grelha de observação direta das operações realizadas durante a execução dos trabalhos e das intervenções orais	5%	85%
	REALIZAÇÃO	Dossier/portefólio	5%	

	• Utilizar a geometria descritiva em situações de comunicação e registo • Percecionar e visualizar no espaço • Representar formas reais ou imaginadas	• Provas de avaliação sumativa expressamente propostas ⁽¹⁾	65%	
ATITUDES	• Participação e empenho • Iniciativa e autonomia • Cooperação • Respeito e responsabilidade	• Grelhas de observação direta das atitudes reveladas durante as atividades	15%	

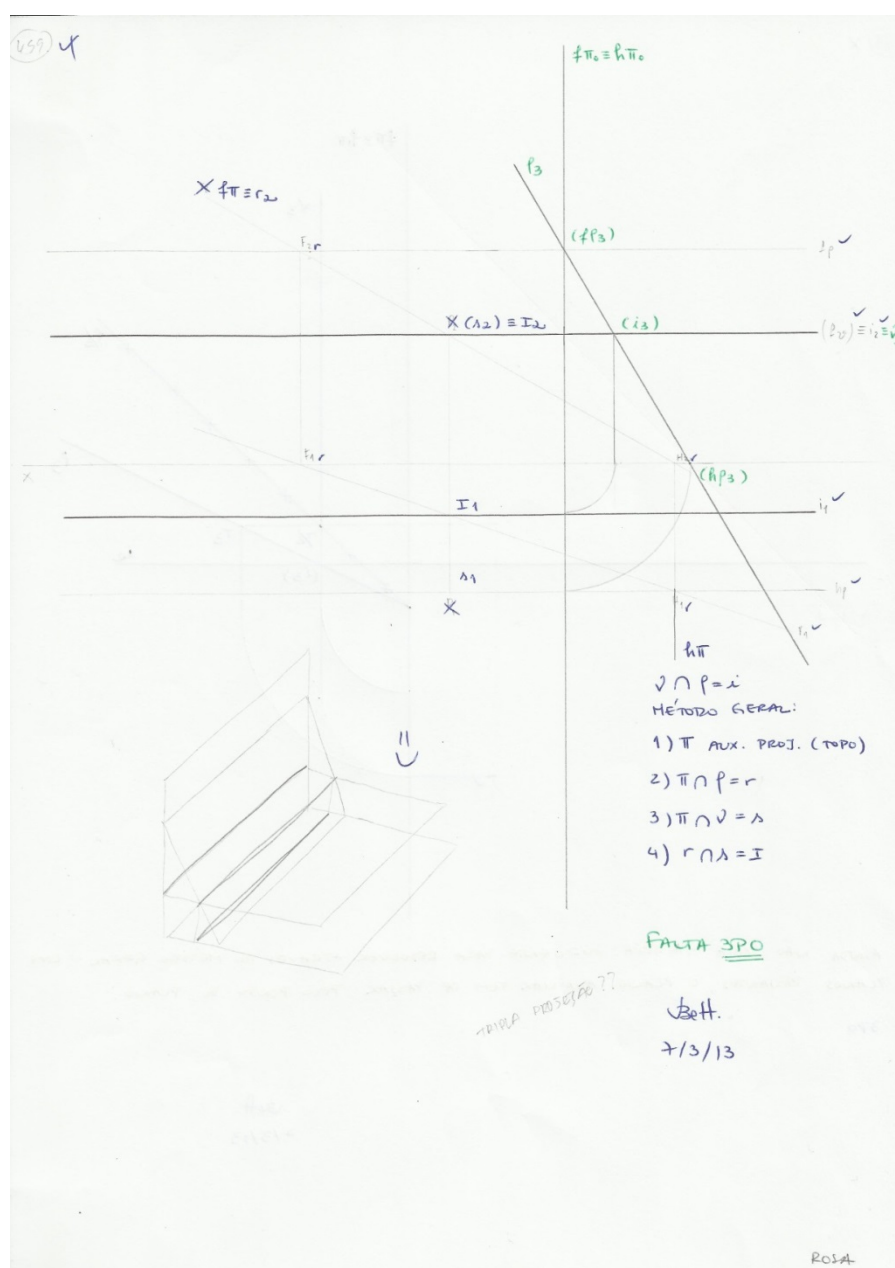
⁽¹⁾ Critérios de classificação de acordo com os definidos para as provas de exame nacional

Esta avaliação sumativa, foi continuada pela professora da disciplina, nomeadamente através do apontamento da realização dos trabalhos de casa, do trabalho prático e do teste sumativo.

À prática de ensino supervisionada competiu uma avaliação formativa, com o objetivo de “situar cada aluno no currículo e favorecer uma deteção precoce das dificuldades ou das potencialidades de cada um, permitindo por um lado, um ensino

individualizado e, por outro, não deixar alargar demasiado o leque das diferenças de saber entre os alunos.” (Ferreira & Santos, 2000, p. 63 – 64).

Esta avaliação formativa decorreu durante o trabalho cooperativo que se criou, sempre, na resolução de exercícios na aula e através de anotações na correção dos trabalhos de casa, como se pode ver na imagem seguinte. As anotações a esferográfica azul referiam-se à resolução pelo Método Geral e as anotações a esferográfica verde referiam-se à resolução através da Tripla Projeção Ortogonal. Estas anotações proporcionaram aos alunos a deteção dos seus erros e orientaram-nos, através de etapas, para a solução correta.



CAPITULO 5 - REFLEXÃO SOBRE O TRABALHO REALIZADO

Considerou-se muito curioso o fato da escola cooperante, Escola Secundária com 3º Ciclo do Ensino Básico de Pedro Nunes, e do primeiro tratado sobre Método de Monge, *Géométrie Descriptive. Leçons données aux Ecoles Normales l'an III de la République*, terem servido, tal como o presente relatório, a formação de professores.

A prática de ensino supervisionada aconteceu exatamente de acordo com a planificação pré-estabelecida. Durante o seu decorrer, os alunos demonstraram-se bastante recetivos a uma nova professora e às atividades propostas e entusiasmados com um novo método. Consequentemente, estiveram mais atentos do que habitualmente. A presença atenta da professora cooperante (professora da disciplina) consistiu numa mais-valia, particularmente como fonte de segurança, visto que, para além de conhecer a turma, a professora tem uma longa experiência no ensino de geometria descritiva.

A estratégia enfatizada na prática de ensino supervisionada que dá, inclusivamente, título ao presente relatório, Visualização Espacial através de Recursos Mínimos, foi uma das menos valorizadas pelos alunos. Esta conclusão resulta do inquérito anónimo aplicado no termo da última aula da prática de ensino supervisionada. Sob a classificação de muito, de indiferente ou de nada, o questionário pretendia saber a opinião dos alunos relativamente à importância das estratégias de ensino utilizadas, na potencialização da aprendizagem e do seu envolvimento nas aulas.

Seguidamente, apresenta-se o valor atribuído pela maioria dos alunos, por ordem decrescente:

1. Disponibilização de resumos da matéria na plataforma Moodle. Foi considerada muito importante por 67% dos alunos e indiferente por 33%.
2. Disponibilização, a pedido dos alunos, do PowerPoint utilizado nas aulas, na plataforma Moodle. Foi considerada muito importante por 62% dos alunos, indiferente por 24% e nada relevante por 14%.

3. Uso de sinais gráficos adotados da linguagem matemática para acompanhar e fixar o processo de resolução dos exercícios. Foi considerada muito importante por 60% dos alunos e indiferente por 40%.
4. Demonstrações dos conteúdos no espaço, por etapas, através de PowerPoint. Foi considerada muito importante por 57% dos alunos, indiferente por 33% e nada relevante por 10%.
5. Resolução de exercícios em trabalho cooperativo, destacando um colega para o quadro. Foi considerada muito importante por 57% dos alunos, indiferente por 29% e nada relevante por 14%.
6. Uso de recursos mínimos, como o dossier, livros, lapiseira, mãos e desenho, para a visualização espacial. Foi considerada muito importante por 48% dos alunos, indiferente por outros 48% e nada relevante por 4%.
7. Pedido da realização de um exercício, como TPC, por dia, para motivar e habituar à prática fundamental para a aprendizagem da disciplina. Foi considerada muito importante por 43% dos alunos, indiferente por 48% e nada relevante por 9%.

As estratégias utilizadas foram consideradas maioritariamente importantes. Contudo, conjuntamente com o pedido diário da realização de um exercício como trabalho de casa, o uso de recursos mínimos para a visualização espacial aparece no fim da escala de importância. Sendo a necessidade de visualização espacial imprescindível para a aprendizagem significativa da geometria, julga-se que este recurso foi menos valorizado por não apresentar uma novidade. Como foi referido no capítulo 3, alguns alunos já utilizavam recursos de visualização espacial. Olhando para a lista das estratégias acima apresentada, são mais valorizadas aquelas que se apresentam como novidade ou inovação.

Ainda no inquérito, aquando do pedido de uma apreciação das aulas, em texto livre, a maioria dos alunos que a elaborou, realçou positivamente as aulas, nomeadamente a nível da inovação. Por outro lado, distinguiu negativamente a dificuldade dos conteúdos apresentados e a falta de tempo atribuída pelo currículo nacional a cada um. Enfatizaram, ainda, como potenciadores de aprendizagem:

- a resolução de exercícios no quadro por colegas e acompanhada pelas explicações e orientações da professora;

- o acompanhamento dos passos dos exercícios através de sinais gráficos;
- o uso do PowerPoint para exposição da matéria e a disponibilização dos respetivos resumos na plataforma Moodle.

As maiores dificuldades dos alunos foram sentidas nas aulas 4 e 5, sobre interseção entre planos não definidos pelos seus traços e interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante, respetivamente. Para ultrapassar estas dificuldades, sugeriu-se que resolvessem exercícios sobre a matéria, guiando-se pelo *Resumo dos conteúdos*. Não obstante, a professora da disciplina (professora cooperante) acordou disponibilizar mais tempo das aulas, a seguir à prática de ensino supervisionada, para o esclarecimento de dúvidas sobre estes conteúdos.

Observação da professora cooperante à prática de ensino supervisionada

Tendo por base os parâmetros de avaliação de professores, a professora cooperante, Ana Paula Jesus, fez a seguinte observação sobre a prática de ensino supervisionada:

Mestranda Vera Ataíde Bettencourt

Prática de ensino supervisionada

10º ano do Curso de Artes Visuais

Conteúdos programáticos: Interseção de planos

Aulas: 26 e 27 de Fevereiro de 2013, 6, 8 e 12 de Março de 2013.

Relatório sumário da observação de aulas

Constanei que a Vera revela um bom domínio científico dos conteúdos disciplinares e de conhecimentos funcionais.

Planificou e organizou as atividades e de acordo com os objetivos do programa em vigor da disciplina de Geometria Descritiva A.

Realizou as atividades de aula segundo as prioridades definidas, e dentro dos prazos e tempos previstos, utilizando sempre uma linguagem científica e adequada à faixa etária dos alunos a quem se dirigia.

Conjugou meios humanos e materiais para agilizar processos, e promoveu metodologias adequadas aos objetivos definidos.

Utilizou, de forma sistemática e muito adequada, as tecnologias de informação e de comunicação com vista à realização de um trabalho de qualidade.

Ao longo das aulas que lecionou, a Vera preocupou-se em verificar a evolução da aprendizagem dos alunos, orientando atividades em função dessa verificação.

Acompanhou individualmente os alunos e fomentou o envolvimento dos mesmos nas tarefas propostas.

Demonstrou capacidade de análise e sentido crítico, e segurança no relacionamento com os alunos.

A Vera mostrou-se muito receptiva a qualquer sugestão apresentada por mim (ou por outro professor do Departamento), sempre com uma atitude positiva, no sentido de otimizar processos para melhorar resultados.

Lisboa, 25 de Março de 2013

A professora cooperante
Ana Paula Pereira de Jesus

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AAVV (2010). *Projeto educativo da Escola Secundária com 3º Ciclo de Pedro Nunes 2010-2013*. Lisboa: Escola Secundária com 3º Ciclo de Pedro Nunes.
- Almeida, A. (1999). *Contributo para o Estudo da História Recente do Ensino da Geometria Descritiva no Ensino Secundário em Portugal*. II Encontro nacional da APROGED.
- Decreto-Lei n.º 49/2005, de 30 de Agosto de 2005. Diário da República, I Série B. Ministério da Educação. Lisboa.
- Ferreira, M. & Santos, M. (2000). *Aprender a Ensinar, Ensinar a Aprender*. Porto: Afrontamento.
- Ferreira, T., Silva, A., Martins, L. (2001). *A ciência do desenho: a ilustração na coleção de códices da Biblioteca Nacional*. Biblioteca Nacional Portugal.
- Freitas, L. & Freitas, C. (2003). *Aprendizagem Cooperativa*. Porto: Edições ASA.
- Guerra, Maria. (2005). *Liceu Pedro Nunes: No centenário da sua criação 1905 - 1906*.
- Mello, M & Leitão, H. (2005). *A Pintura Barroca e a Cultura Matemática dos Jesuítas: o Tractado de Prospectiva de Inácio Vieira, S. J. (1715)*. Revista de História de Arte.
- Müller, M. (2009). *Guia de Estudo de Geometria Descritiva A – 10º ano*. Porto: Porto Editora.
- Nóvoa, A. & Santa-Clara, A. (2003). *Liceus de Portugal: Histórias, Arquivos, Memórias*. Porto: Asa.
- Santa-Rita, J. (2009a). *Geometria Descritiva –A/B – 10º ano*. Lisboa: Texto Editora.
- Santa-Rita, J. (2009b). *Geometria Descritiva –A/B – 10º ano: Livro de exercícios*. Lisboa: Texto Editora.
- Vygotsky, L. (1991). *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo: Martins Fontes.
- Xavier, J. & Rebelo, J. (2001). *Geometria Descritiva A – 10º e 11º ou 11º e 12º anos: Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias e Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais*. Lisboa: Ministério da Educação.

NETGRAFIA

- Clube de Geometria, disponível em: <http://clubedegeometria.blogspot.pt/>, consultado pela última vez em 01/06/2013.
- Escola Secundária Pedro Nunes, disponível em: <http://www.espn.edu.pt/>, consultado pela última vez em 01/06/2013.

ANEXOS

Programa da disciplina de Geometria Descritiva A

Alfabeto grego

Resumo dos conteúdos

Ficha de Trabalho

Trabalho Prático 4

Teste Sumativo A

Teste Sumativo B

PowerPoint das aulas

Questionário aos alunos sobre a prática de ensino supervisionada

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

DEPARTAMENTO DO ENSINO SECUNDÁRIO

GEOMETRIA DESCRITIVA A

10º e 11º ou 11º e 12º anos

CURSO CIENTÍFICO-HUMANÍSTICO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
E CURSO CIENTÍFICO-HUMANÍSTICO DE ARTES VISUAIS

AUTORES

JOÃO PEDRO XAVIER (COORDENADOR)
JOSÉ AUGUSTO REBELO

Homologação
22/02/2001

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	3
2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA	5
FINALIDADES	5
OBJECTIVOS	5
VISÃO GERAL DE TEMAS/CONTEÚDOS	6
SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS	12
COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER	13
AVALIAÇÃO	13
RECURSOS	15
3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA	16
GESTÃO	16
CONTEÚDOS/TEMAS, SUGESTÕES METODOLÓGICAS	16
CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA	31
MODELOS DIDÁCTICOS	34
GLOSSÁRIO	35
4. BIBLIOGRAFIA	37
DIDÁCTICA ESPECÍFICA	37
GEOMETRIA	37
GEOMETRIA DESCRITIVA	40
DESENHO TÉCNICO	45

1. INTRODUÇÃO

A disciplina de GEOMETRIA DESCRITIVA A é uma disciplina bianual que integra o tronco comum da componente de formação específica dos alunos no âmbito do Curso Geral de Ciências e Tecnologias e do Curso Geral de Artes Visuais, visando o aprofundamento, estruturação e sistematização de conhecimentos e competências metodológicas no âmbito da Geometria Descritiva.

Uma vez que a Geometria Descritiva permite, dada a natureza do seu objecto, o desenvolvimento das capacidades de ver, perceber, organizar e catalogar o espaço envolvente, propiciando instrumentos específicos para o trabalhar - em desenho - ou para criar novos objectos ou situações, pode compreender-se como o seu alcance formativo é extremamente amplo. Sendo essencial a áreas disciplinares onde é indispensável o tratamento e representação do espaço - como sejam, a arquitectura, a engenharia, as artes plásticas ou o *design* - a sua importância faz-se sentir também ao nível das atitudes dirigindo-se ao estudante considerado globalmente enquanto pessoa humana e não apenas funcionalmente enquanto aprendiz de um dado ofício.

Desse modo, o sentido da presença desta disciplina no reportório curricular do ensino secundário é o de contribuir para a formação de indivíduos enquanto tal e, particularmente, para quem seja fundamental o "diálogo" entre a mão e o cérebro, no desenvolvimento recíproco de ideias e representações gráficas.

Os conteúdos constantes do Programa de GD-A, após o *módulo inicial* de introdução à geometria no espaço, abordam dois sistemas de representação - **diédrico** e **axonométrico** - considerados como fundamentais ou basilares na formação secundária de um aluno no âmbito da Geometria Descritiva os quais se constituem, ademais, como denominador comum às várias vias de prosseguimento de estudos.

Optou-se por leccionar os dois sistemas de representação referidos na sequência indicada, já que parece justificável que o estudo do sistema de representação axonométrica se faça, no ensino secundário, com um grau de desenvolvimento maior do que no ensino básico, onde este sistema mereceu apenas uma abordagem pertencente ao domínio do Desenho Técnico aliada à representação de formas bastante simples, predominantemente paralelepípedicas. Sendo assim, embora o estudo da axonometria continue a visar, fundamentalmente, a representação de formas ou objectos tridimensionais, interessa agora fazer a desmontagem do sistema, conhecer os seus princípios e entender o seu funcionamento, o que implica uma síntese de operações abstractas que o aluno não está apto a realizar no início do 10º ano, além de pré-requisitos específicos que o estudo desenvolvido do sistema de representação diédrica lhe deverá fornecer.

É exactamente a representação diédrica que constitui o cerne do programa, dado que o conhecimento deste sistema de representação não só fornece os pré-requisitos necessários para a aprendizagem de qualquer outro, como se revela bastante eficaz na consecução do objectivo essencial de desenvolver a capacidade de ver e de representar o espaço tridimensional.

Em relação à sequência do ensino-aprendizagem dos conteúdos no âmbito da representação diédrica ainda que, em cada ano, o percurso se inicie com situações que implicam um maior grau de abstracção, foi procurado atenuar esta componente, através das didácticas e

metodologia propostas. Desse modo, para que a aprendizagem da abstracção seja favorecida, propõe-se que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel - após ter visto e compreendido - sem decorar apenas traçados, situação que, irremediavelmente, o impediria de resolver problemas mais complexos. Refira-se, porém, que o recurso a modelos é apenas um ponto de partida a adoptar nas fases iniciais da aprendizagem que irá sendo progressivamente abandonado à medida que o aluno for atingindo maior capacidade de abstracção e maturidade na visualização a três dimensões, ainda que possa reutilizá-los, se necessário, em situações pontuais.

Também o recurso a *software* de geometria dinâmica pode, em contraponto com os modelos tridimensionais, ser muito interessante e estimulante nas actividades de ensino-aprendizagem por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a detecção, em tempo real, das invariantes dos objectos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, **a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia**. Essa faceta permite a exploração dessas mesmas transformações, que estão na raiz do próprio *software*, o que dá entrada ao aluno, na Geometria, através de um conceito extremamente lato e poderoso, que está na essência das projecções utilizadas na representação descritiva. Por outro lado, a arquitectura destes programas de computador, favorece o desenvolvimento de um ensino-aprendizagem baseado na experimentação e na descoberta permitindo deduzir, a partir de indícios, as leis gerais que governam os problemas geométricos que vão sendo propostos.

Outra opção seguida consistiu na partição de unidades, o que se julga, pedagogicamente, mais adequado a alunos do ensino secundário e mais ajustado à divisão inevitável do Programa em dois anos lectivos. Deveremos pensar que um programa não se destina apenas a alunos bons, para os quais qualquer método pedagógico se adapta, mas para o aluno médio com algumas dificuldades na aprendizagem. Como afirma Britt-Mari Barth no seu livro "O Saber em Construção": *... para poder utilizar os seus conhecimentos mais tarde o aluno deve, ele próprio, construir o seu saber, mobilizando ferramentas intelectuais de que dispõe e que podem ser aperfeiçoadas. Reproduzir um saber não é a mesma coisa que construí-lo. Nesta óptica, a responsabilidade do professor é transmitir o saber de tal modo que esta construção pessoal seja possível (...) dado que o saber não é estático, mas sim dinâmico, convém "pará-lo" numa dada altura, nem que seja de modo provisório, a fim de situar pontos de referência*. O estudo de uma determinada unidade de aprendizagem de forma exaustiva, implicando uma enumeração maciça de conceitos pode, por um lado, criar um desgaste e, por outro, provocar lacunas intermédias que impedirão o aluno de atingir o nível pretendido. Se esse mesmo estudo for construído por fragmentos com graus de dificuldade crescente, permitirá a reflexão nos tempos de paragem, a fim de relembrar e sedimentar os conhecimentos adquiridos, avançando posteriormente para uma nova etapa de forma mais segura e consciente.

2. APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA

FINALIDADES

- Desenvolver a capacidade de percepção dos espaços, das formas visuais e das suas posições relativas
- Desenvolver a capacidade de visualização mental e representação gráfica, de formas reais ou imaginadas
- Desenvolver a capacidade de interpretação de representações descritivas de formas
- Desenvolver a capacidade de comunicar através de representações descritivas
- Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas
- Desenvolver a capacidade criativa
- Promover a auto-exigência de rigor e o espírito crítico
- Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia, solidariedade e cooperação

OBJECTIVOS

- Conhecer a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Identificar os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica
- Reconhecer a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação
- Representar com exactidão sobre desenhos que só têm duas dimensões os objectos que na realidade têm três e que são susceptíveis de uma definição rigorosa (Gaspard Monge)
- Deduzir da descrição exacta dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge)
- Conhecer vocabulário específico da Geometria Descritiva
- Usar o conhecimento dos sistemas estudados no desenvolvimento de ideias e na sua comunicação

- Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas
- Utilizar correctamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso
- Relacionar-se responsabilmente dentro de grupos de trabalho, adoptando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito

VISÃO GERAL DOS TEMAS/CONTEÚDOS

O Programa é composto por um módulo inicial que contempla conteúdos essenciais de Geometria Euclidiana do Espaço extraídos do Programa de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico. Segue-se uma introdução geral à Geometria Descritiva, muito sintética, para se passar ao estudo da Representação Diédrica que constitui o tema central do Programa, que se reparte, inevitavelmente, pelos dois anos lectivos. Conclui o programa o estudo dos fundamentos da Representação Axonométrica e sua aplicação na representação de formas tridimensionais. A repartição temática do Programa e o respectivo peso de cada unidade aparece esquematizada no seguinte quadro:

QUADRO RESUMO DO PROGRAMA

Módulo Inicial	9 aulas
Introdução à Geometria Descritiva	4 aulas
Representação Diédrica	164 aulas
Representação Axonométrica	21 aulas
Total de aulas de 90 minutos	198 aulas

Os conteúdos seleccionados são considerados como essenciais e estruturantes para o desenvolvimento do conhecimento do espaço articulado com a aprendizagem da representação descritiva de formas no âmbito dos sistemas de representação a estudar.

É proposta uma sequência, em correspondência com sugestões metodológicas específicas, que se julga ser mais conveniente. Isso não obsta, no entanto, a que cada professor leccione o Programa de modo diverso do proposto, tanto mais se a sua experiência de leccionação por outras vias tenha demonstrado ser igualmente positiva. Fundamentalmente importa reter que a rigidez na compartimentação dos conteúdos é mais aparente do que real podendo, em múltiplas situações, a sua sobreposição ou reordenação revelar-se mais vantajosa.

Como exemplo referem-se os temas de representação de figuras planas contidas em planos ou de sólidos com base assente em planos, que sucedem o estudo dos métodos geométricos auxiliares, que podem ser abordados em paralelo ou mesmo os problemas métricos que, embora constituam um item autónomo, poderão ser tratados parcialmente à medida que os alunos se vão familiarizando com os referidos métodos. É natural focar a questão da determinação da distância de dois pontos logo que o aluno tenha condições de determinar a verdadeira grandeza do segmento que eles definem tal como parece lógico solicitar a determinação do ângulo de duas rectas ou a distância de um ponto a uma recta mal seja

possível rebater qualquer plano. Como estas, muitas outras situações podem permitir a sobreposição de itens ou mesmo alterações de sequência, que poderão ser tanto mais profícuas quanto maior for a experiência metodológica do professor.

Para além dos conteúdos referidos, a que corresponde uma carga horária determinada, existem questões transversais que se prendem com a normalização do desenho, relativamente a equipamento (instrumentos e materiais de traçado e medição: critérios de escolha, manutenção e conservação; suportes: critérios de escolha, conservação) e aspectos de representação (princípios gerais de representação; escrita, formatos dos desenhos, material de desenho; termos relativos a desenhos técnicos), que não poderão deixar de ser veiculados.

CONTEÚDOS DE CADA ANO

10º ANO

DESENVOLVIMENTO

1. Módulo inicial

- 1.1 Ponto
- 1.2 Recta
- 1.3 Posição relativa de duas rectas
 - complanares
 - paralelas
 - concorrentes
 - enviesadas
- 1.4 Plano
- 1.5 Posição relativa de rectas e de planos
 - recta pertencente a um plano
 - recta paralela a um plano
 - recta concorrente com um plano
 - planos paralelos
 - planos concorrentes
- 1.6 Perpendicularidade de rectas e de planos
 - rectas perpendiculares e ortogonais
 - recta perpendicular a um plano
 - planos perpendiculares
- 1.7 Superfícies
 - Generalidades, geratriz e directriz
 - Algumas superfícies:
 - plana
 - piramidal
 - cónica
 - prismática
 - cilíndrica
 - esférica
- 1.8 Sólidos
 - pirâmides
 - prismas
 - cones
 - cilindros
 - esfera
- 1.9 Secções planas de sólidos e truncagem

2. Introdução à Geometria Descritiva

- 2.1 Geometria Descritiva
 - 2.1.1 Resenha histórica
 - 2.1.2 Objecto e finalidade
 - 2.1.3 Noção de projecção
 - projectante
 - superfície de projecção
 - projecção
- 2.2 Tipos de projecção
 - 2.2.1 Projecção central ou cónica
 - 2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica
 - projecção oblíqua ou clinogonal
 - projecção ortogonal
- 2.3 Sistemas de representação - sua caracterização:
 - pelo tipo de projecção
 - pelo número de projecções utilizadas

- pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional - projecção única - n projecções e rebatimento de $n-1$ planos de projecção	
2.4	Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica
2.4.1	Representação triédrica - triedros trirrectângulos de projecção - planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3) - eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z - coordenadas ortogonais: x, y, z (<i>abscissa ou largura; ordenada/afastamento ou profundidade; cota ou altura</i>) - representação triédrica de um ponto
2.4.2	Representação diédrica - diedros de projecção - planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2) - eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra) - planos bissectores dos diedros - representação diédrica de um ponto
2.4.3	Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade
3. Representação diédrica	
3.1	Ponto
3.1.1	Localização de um ponto
3.1.2	Projecções de um ponto
3.2	Segmento de recta
3.2.1	Projecções de um segmento de recta
3.2.2	Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção: - perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical - paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas) - paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal - paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil - não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo
3.3	Recta
3.3.1	Recta definida por dois pontos
3.3.2	Projecções da recta
3.3.3	Ponto pertencente a uma recta
3.3.4	Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores
3.3.5	Posição da recta em relação aos planos de projecção
3.3.6	Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas
3.4	Figuras planas I Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil
3.5	Plano
3.5.1	Definição do plano por: - 3 pontos não colineares - uma recta e um ponto exterior - duas rectas paralelas - duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção)
3.5.2	Rectas contidas num plano
3.5.3	Ponto pertencente a um plano

3.5.4	Rectas notáveis de um plano: - horizontais - frontais - de maior declive - de maior inclinação
3.5.5	Posição de um plano em relação aos planos de projecção Planos projectantes: - paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente) - perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical - perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas) Planos não projectantes: - de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X) - oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)
3.6	Intersecções (recta/plano e plano/plano) 3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante 3.6.2 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante 3.6.3 Intersecção de dois planos projectantes 3.6.4 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante 3.6.5 Intersecção de uma recta com um plano (método geral) 3.6.6 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13} 3.6.7 Intersecção de planos (método geral) 3.6.8 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um: - plano projectante - plano oblíquo - plano de rampa 3.6.9 Intersecção de três planos
3.7	Sólidos I 3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil 3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil 3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil) 3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos
3.8	Métodos geométricos auxiliares I 3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares - - características e aptidões 3.8.2 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem apenas uma mudança) 2.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto 2.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta 2.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano 3.8.3 Rotações (casos que impliquem apenas uma rotação) 2.8.3.1 Rotação do ponto 2.8.3.2 Rotação da recta 2.8.3.3 Rotação de um plano projectante 2.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes
3.9	Figuras planas II Figuras planas situadas em planos verticais ou de topo
3.10	Sólidos II Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo

11º ANO

3.11	Paralelismo de rectas e de planos
3.11.1	Recta paralela a um plano
3.11.2	Plano paralelo a uma recta
3.11.3	Planos paralelos (definidos ou não pelos traços)
3.12	Perpendicularidade de rectas e de planos
3.12.1	Rectas horizontais perpendiculares e rectas frontais perpendiculares
3.12.2	Recta horizontal (ou frontal) perpendicular a uma recta
3.12.3	Recta perpendicular a um plano
3.12.4	Plano perpendicular a uma recta
3.12.5	Rectas oblíquas perpendiculares
3.12.6	Planos perpendiculares
3.13	Métodos geométricos auxiliares II
3.13.1	Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem mudanças sucessivas)
3.13.1.1	Transformação das projecções de uma recta
3.13.1.2	Transformação das projecções de elementos definidores de um plano
3.13.2	Rotações (casos que impliquem mais do que uma rotação)
3.13.2.1	Rotação de uma recta
3.13.2.2	Rotação de um plano
3.13.2.3	Rebatimento de planos não projectantes - rampa - oblíquo
3.14	Problemas métricos
3.14.1	Distâncias
3.14.1.1	Distância entre dois pontos
3.14.1.2	Distância de um ponto a uma recta
3.14.1.3	Distância de um ponto a um plano
3.14.1.4	Distância entre dois planos paralelos
3.14.2	Ângulos
3.14.2.1	Ângulo de uma recta com um plano frontal ou com um plano horizontal
3.14.2.2	Ângulo de um plano com um plano frontal ou com um plano horizontal
3.14.2.3	Ângulo de duas rectas concorrentes ou de duas rectas enviesadas
3.14.2.4	Ângulo de uma recta com um plano
3.14.2.5	Ângulo de dois planos
3.15	Figuras planas III Figuras planas situadas em planos não projectantes
3.16	Sólidos III Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos não projectantes
3.17	Secções
2.17.1	Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos - horizontal, frontal e de perfil
2.17.2	Secções de cones, cilindros e esfera por planos projectantes
2.17.3	Secções em sólidos (pirâmides e prismas) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por qualquer tipo de plano
2.17.4	Truncagem
3.18	Sombras
3.18.1	Generalidades
3.18.2	Noção de sombra própria, espacial, projectada (real e virtual)
3.18.3	Direcção luminosa convencional

- 3.18.4 Sombra projectada de pontos, segmentos de recta e recta nos planos de projecção
- 3.18.5 Sombra própria e sombra projectada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projecção
- 3.18.6 Sombra própria e sombra projectada de pirâmides e de prismas, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção
- 3.18.7 Planos tangentes às superfícies cónica e cilíndrica:
 - num ponto da superfície
 - por um ponto exterior
 - paralelos a uma recta dada
- 3.18.8 Sombra própria e sombra projectada de cones e de cilindros, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção

4. Representação axonométrica

4.1 Introdução

- 4.1.1 Caracterização
 - 4.1.2 Aplicações
-

4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais:

Cavaleira e Planométrica

- 4.2.1 Generalidades
 - 4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes
 - 4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo
 - 4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas
-

4.3 Axonometrias ortogonais:

Trimetria, Dimetria e Isometria

- 4.3.1 Generalidades
 - 4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas
 - 4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos
 - 4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo
 - 4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas
-

4.4 Representação axonométrica de formas tridimensionais

Métodos de construção

- 4.4.1 Método das coordenadas
 - 4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente
 - 4.4.3 Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)
-

SUGESTÕES METODOLÓGICAS GERAIS

O presente programa adianta, em paralelo com a apresentação dos conteúdos, sugestões metodológicas que, embora não vinculativas, apontam para um modo preciso de encaminhar as actividades e para uma forma concreta de articulação das abordagens teóricas dos assuntos com a execução prática de problemas e traçados.

As aulas deverão ter um cariz teórico-prático, privilegiando a participação dos alunos. Mesmo nos momentos de explanação teórica de conceitos, o professor deverá conseguir provocar o questionamento das situações que apresenta, dando espaço para a indução ou para a construção dedutiva por parte do aluno. Esta postura metodológica envolvente facilitará a compreensão das situações espaciais que se colocam, permitindo vislumbrar o seu

encadeamento e fundamentação. Para isso será indispensável que as respostas sejam testadas e, eventualmente, comprovadas mediante a resolução prática de problemas. Esta metodologia da resolução de problemas, ao promover um processo de ensino-aprendizagem em que o aluno se torna actor de uma investigação, devidamente conduzida pelo professor, deverá ser, por isso mesmo, uma via a explorar. Aliás, são numerosas as sugestões didácticas específicas, que apontam esse caminho.

Como já foi referido no capítulo introdutório, numa fase inicial da aprendizagem, apontamos para uma didáctica assente no uso de modelos tridimensionais, especificamente concebidos para leccionar Geometria Descritiva, mas será sempre possível utilizar outros mais rudimentares (em papel, acrílico ou cartolina) que os próprios alunos podem executar.

Além disso, será da maior conveniência generalizar o uso de *software* de geometria dinâmica e, se possível, permitir aos alunos a sua manipulação, dadas as potencialidades deste *software* de promover um tipo de ensino-aprendizagem, que corresponde ao que elegemos, baseado na experimentação e na descoberta que, ademais, se revela altamente sedutor, estimulante e consequente.

Sugere-se sempre que possível, uma abordagem interdisciplinar, nomeadamente com a Área de Projecto.

Concretamente, poderão ser efectuados levantamentos de edifícios, de espaços, de equipamento ou mobiliário com a respectiva representação rigorosa, projectos cenográficos ou outros que envolvam a organização espacial ou a criação de pequenos objectos (como seja a organização de uma exposição a realizar na Escola, por exemplo). Qualquer das situações referidas poderá exigir a produção de maquetas tridimensionais e, no caso de os alunos já possuírem conhecimentos de CAD, será de extremo interesse proceder à construção de modelos virtuais.

Por outro lado, será útil convidar personalidades para dar palestras, ou até participar nas aulas, provenientes de diferentes ramos de actividade (arquitectura, engenharia, artes plásticas, design...) onde a presença da Geometria Descritiva constitui uma ferramenta fundamental para a concepção, compreensão e representação das formas que produzem. Sessões do mesmo tipo focando aspectos da História da Geometria Descritiva poderão também permitir entender as razões que levaram à necessidade de criação dos sistemas descritivos presentes neste Programa, ao entendimento do modo como evoluíram e ao equacionamento de perspectivas para o seu futuro, particularmente, se forem tidos em conta questões relacionadas com a História da Arte.

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER

- Percepcionar e visualizar no espaço
- Aplicar os processos construtivos da representação
- Reconhecer a normalização referente ao desenho
- Utilizar os instrumentos de desenho e executar os traçados
- Utilizar a Geometria Descritiva em situações de comunicação e registo
- Representar formas reais ou imaginadas

- Ser autónomo no desenvolvimento de actividades individuais
- Planificar e organizar o trabalho
- Cooperar em trabalhos colectivos

AVALIAÇÃO

A avaliação em Geometria Descritiva é contínua e integra três componentes: diagnóstica, formativa e sumativa.

Tem como referência os **objectivos e a aferição das competências adquiridas** e, define-se segundo **domínios** que se apresentam em seguida.

Conceitos

Neste domínio, é objecto de avaliação a aplicação dos conceitos decorrentes dos conteúdos do programa: os implicados no conhecimento dos fundamentos teóricos dos sistemas de representação diédrica e axonométrica; os implicados no conhecimento dos processos construtivos da representação; os implicados no conhecimento da normalização.

A avaliação do conhecimento dos princípios teóricos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de representações de formas;
- a identificação dos sistemas de representação utilizados;
- a distinção entre as aptidões específicas de cada método, com vista à sua escolha na resolução de cada problema concreto de representação;
- o relacionamento de métodos e/ou processos.

A avaliação do conhecimento dos processos construtivos far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de dados ou de descrições verbais de procedimentos gráficos;
- aplicação dos processos construtivos na representação de formas;
- economia nos processos usados;
- descrição verbal dos procedimentos gráficos para a realização dos traçados.

A avaliação do conhecimento relativo à normalização far-se-á tendo em conta:

- a interpretação de desenhos normalizados;
- a aplicação das normas nos traçados.

Técnicas

Neste domínio são objecto de avaliação: a utilização dos instrumentos de desenho e a execução dos traçados.

Quanto à utilização dos instrumentos, a avaliação será feita tendo em conta:

- a escolha dos instrumentos para as operações desejadas;
- a manipulação dos instrumentos;

- a manutenção dos instrumentos.

No que respeita à avaliação da execução dos traçados, serão tidos em conta:

- o cumprimento das normas;
- o rigor gráfico;
- a qualidade do traçado;
- a legibilidade das notações.

Realização

Neste domínio, são objecto de avaliação: competências implicadas na utilização imediata da Geometria Descritiva em situações de comunicação ou registo; competências que actuam na capacidade de percepção e de visualização.

A avaliação da utilização da Geometria Descritiva como instrumento de comunicação ou registo, será feita tendo em conta:

- o recurso à representação de formas, para as descrever;
- a legibilidade e poder expressivo das representações;
- a pertinência dos desenhos realizados.

A avaliação da capacidade de representação de formas imaginadas ou reais terá em conta:

- a representação gráfica de ideias;
- a reprodução gráfica de formas memorizadas.

Atitudes

Neste domínio consideram-se as atitudes manifestadas no trabalho, incidindo a avaliação sobre:

- autonomia no desenvolvimento de actividades individuais;
- cooperação em trabalhos colectivos;
- planificação e organização.

Técnicas e instrumentos de avaliação

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através de:

- trabalhos realizados nas actividades desenvolvidas nas aulas ou delas decorrentes, quer em termos dos produtos finais quer em termos dos materiais produzidos durante o processo;
- observação directa das operações realizadas durante a execução dos trabalhos;
- intervenções orais;
- provas de avaliação sumativa expressamente propostas;
- atitudes reveladas durante as actividades.

RECURSOS

A didáctica sugerida para a disciplina de Geometria Descritiva no Ensino Secundário pressupõe a possibilidade de uso, na sala de aula, de materiais e equipamentos diversificados:

- Material de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor)
- Modelos tridimensionais
- *Video* didáctico de manipulação dos modelos
- Sólidos geométricos construídos em diversos materiais (placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, vinil com líquido colorido, madeira)
- Meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, projectores de diapositivos e de *video*)
- Computadores com *software* de geometria dinâmica e/ou de CAD
- Projector de luz
- Fita métrica de 10m

Seria conveniente que cada escola dispusesse de uma sala específica da disciplina de Geometria Descritiva com os materiais referidos instalados e devidamente salvaguardados, assim como de armários e/ou cacifos para guardar o material individual dos alunos.

3. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

GESTÃO

A gestão da carga horária pressupõe a metodologia proposta na apresentação e gestão dos conteúdos e considera como carga horária 4,5 horas x 33 semanas = 148,5 horas/ano, o que perfaz o total de 99 aulas de 90 minutos cada.

A atribuição de carga horária, expressa em números de aulas de 90 minutos cada, à abordagem de cada ponto do programa é uma sugestão passível de alteração, quer causada por demoras imprevistas nas actividades de desenvolvimento dessas abordagens, quer pela necessidade de organização da turma em grupos com ritmos de aprendizagem diferentes ou com trabalhos de execução de diferentes durações.

CONTEÚDOS/TEMAS, GESTÃO, SUGESTÕES METODOLÓGICAS

10º ANO		
DESENVOLVIMENTO	Nº de AULAS/90 MINUTOS	SUGESTÕES METODOLÓGICAS
1. Módulo inicial	9	
1.1 Ponto 1.2 Recta 1.3 Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas 1.4 Plano 1.5 Posição relativa de rectas e de planos - recta pertencente a um plano - recta paralela a um plano - recta concorrente com um plano - planos paralelos - planos concorrentes 1.6 Perpendicularidade de rectas e de planos - rectas perpendiculares e ortogonais - recta perpendicular a um plano - planos perpendiculares 1.7 Superfícies Generalidades, geratriz e directriz Algumas superfícies: - plana - piramidal - cónica - prismática - cilíndrica - esférica 1.8 Sólidos - pirâmides - prismas	9	Neste <i>módulo inicial</i>, onde se pretende visitar as noções essenciais de Geometria no Espaço veiculadas no ensino básico na disciplina de Matemática, tendo em vista o desenvolvimento do conhecimento espacial, deverá ser seguida uma abordagem meramente intuitiva do espaço com recurso a modelos tridimensionais, que podem ser, a própria sala de aula, os objectos que nela se encontram ou modelos específicos dos diferentes sólidos e superfícies a estudar. Com esses referenciais, ou outros expedientes, poderão ser identificados e devidamente definidos os elementos geométricos e verificadas as suas posições relativas (relações de pertença, paralelismo, concorrência e a situação particular de perpendicularidade). O estabelecimento das condições de paralelismo e perpendicularidade deverá ser tratado com particular atenção, sempre por via intuitiva, e recorrendo a exemplos e contra-exemplos. Pode testar-se, eventualmente, a perpendicularidade de duas linhas

- cones - cilindros - esfera 1.9 Secções planas de sólidos e truncagem	traçadas no terreno ou a verticalidade de um candeeiro de pé ou da parede em relação ao plano horizontal do chão da sala de aula, recorrendo ao triângulo rectângulo 345. Procedimentos do mesmo tipo podem ser seguidos para verificação de situações de paralelismo. O domínio visual e espacial destas condições deverá permitir uma abordagem preliminar de problemas métricos de determinação de distâncias (distância entre dois pontos, de um ponto a uma recta, de um ponto a um plano, de dois planos paralelos) e de ângulos (ângulo de duas rectas, de uma recta com um plano, noção de diedro e ângulo diedro), levando o aluno a deduzir o conjunto de procedimentos necessários para chegar a uma solução. Para a introdução ao estudo das superfícies será útil recorrer aos <i>modelos B a K</i> ilustrativos dos vários tipos de superfície, quer para a sua classificação quer para o entendimento do modo como são geradas. As diversas situações de estudo propostas, incluindo superfícies e secções planas de sólidos, deverão ser conduzidas de modo a que sejam revitalizados as noções previamente adquiridas, no básico, sobre lugares geométricos. Exemplos de situações para “visualizar” o espaço (envolvendo as condições de paralelismo e perpendicularidade e outros conhecimentos) poderão ser problemas de determinação do lugar geométrico de pontos equidistantes, - de um ponto - de uma recta - de um plano - dos extremos de um segmento de recta (plano mediador de um segmento de recta) - dos vértices de um quadrado - dos pontos de uma circunferência - das faces de um diedro - etc... ou de detecção da forma (ou formas) da secção plana de, - uma esfera - um cilindro de revolução - um cone de revolução - um cubo Recomenda-se que a forma das secções referidas seja verificada com recurso a modelos de vinil com líquido colorido.
---	--

		Para explorar a relação espaço-plano-espaço e uma vez que, nesta fase, não se pretende explorar qualquer tipo de representação, sugere-se que sejam efectuadas planificações de poliedros (pirâmides e prismas regulares e, caso seja possível, oblíquos de base regular) de modo a permitir a sua construção tridimensional (tal como, no ensino básico, pelo método da tentativa e erro: observando, medindo, corrigindo, construindo...). Se houver tempo e disponibilidade poderá ser ensaiada, inclusivamente, a planificação de troncos dos sólidos referidos. Tal como já era sugerido, a nível do ensino básico, este processo deverá ser reversível, ou seja, observando um sólido o aluno deverá conseguir planificá-lo e face a uma planificação qualquer deverá estar apto a deduzir a configuração do sólido. Este exercício permitirá, ademais, relembrar algumas construções elementares da geometria plana, nomeadamente, de triângulos e de paralelogramos.
2. Introdução à Geometria Descritiva	4	
2.1 Geometria Descritiva 2.1.1 Resenha histórica 2.1.2 Objecto e finalidade 2.1.3 Noção de projecção - projectante - superfície de projecção - projecção	1	Sugere-se a amostragem de desenhos, através de acetatos ou diapositivos, que permitam ilustrar os diversos estádios de desenvolvimento da representação rigorosa, evidenciando a sua adequação às diferentes necessidades da actividade humana. Estes exemplos permitirão clarificar o papel desempenhado pela Geometria Descritiva no estudo exacto das formas dos objectos com recurso à sua representação gráfica.
2.2 Tipos de projecção 2.2.1 Projecção central ou cónica 2.2.2 Projecção paralela ou cilíndrica - projecção oblíqua ou clinogonal - projecção ortogonal	1	A noção de ponto próprio e de ponto impróprio poderá ser melhor entendida pelos alunos através de exemplos que permitam acompanhar a transformação de uma situação na outra, como sejam: - transformar duas rectas concorrentes em duas rectas paralelas fazendo deslizar o ponto de concorrência ao longo de uma delas de modo a torná-lo num ponto impróprio; - partir de um triângulo equilátero ($60^\circ+60^\circ+60^\circ$) e chegar a um triângulo isósceles ($90^\circ+90^\circ+0^\circ$) transformando um vértice num ponto impróprio; - aumentar progressivamente o raio de uma circunferência até à situação da sua transformação numa recta, ou seja, numa circunferência cujo centro é um ponto impróprio;

		- etc... Seguindo esta mesma lógica pode começar-se por abordar a projecção central e, em seguida, passar à projecção paralela, entendendo esta como um caso particular da primeira. Exemplos concretos, facilmente disponíveis, de cada um dos tipos de projecção são, obviamente, as sombras de um objecto projectadas por um ponto de luz e pela luz do Sol.
2.3 Sistemas de representação - sua caracterização: - pelo tipo de projecção - pelo número de projecções utilizadas - pelas operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional - projecção única - n projecções e rebatimento de $n-1$ planos de projecção	1	Os sistemas de representação podem ser ilustrados com recurso à apresentação de imagens, sendo sempre vantajoso verificar como um mesmo objecto é descrito por cada um deles. Em <i>Ver pelo desenho</i> (ilustração 66, p.87) Manfredo Massironi utiliza um Fiat 500 numa figura extremamente sugestiva que, ademais, torna possível evidenciar as aptidões e vocação específica de alguns sistemas de representação.
2.4 Introdução ao estudo dos sistemas de representação triédrica e diédrica 2.4.1 Representação triédrica - triedros trirectângulos de projecção - planos de projecção: plano horizontal XY (plano 1), plano frontal ZX (plano 2), plano de perfil YZ (plano 3) - eixos de coordenadas ortogonais: X, Y, Z - coordenadas ortogonais: x, y, z (<i>abscissa ou largura; ordenada/afastamento ou profundidade; cota ou altura</i>) - representação triédrica de um ponto 2.4.2 Representação diédrica - diedros de projecção - planos de projecção: plano horizontal (plano 1), plano frontal (plano 2) - eixo X ou aresta dos diedros – (Linha de Terra) - planos bissectores dos diedros - representação diédrica de um ponto 2.4.3 Vantagens e inconvenientes de ambos os sistemas de representação; sua intermutabilidade	1	Para identificar e definir os elementos estruturantes do sistema de representação triédrica sugere-se a simulação da realidade espacial através da utilização do <i>modelo A</i> que nos servirá para identificar os triedros de projecção definidos pelo sistema de planos, o referencial analítico do espaço constituído pelos eixos de coordenadas, a localização inequívoca de um ponto no espaço através das suas coordenadas ortogonais, as suas projecções ortogonais nos planos de projecção, bem como o conjunto de operações efectuadas na passagem do tri para o bidimensional. O mesmo modelo, através da supressão do plano de perfil (plano 3) como terceiro plano de projecção, permitirá fazer a passagem para a representação diédrica cabendo agora iniciar o processo de demonstração da suficiência da dupla projecção ortogonal na resolução da maior parte dos problemas que envolvam os elementos geométricos (ponto, recta e plano) considerados individualmente ou em correlação. De regresso à representação triédrica pode sublinhar-se, por contraponto, a sua mais-valia no reconhecimento imediato e intuitivo de objectos tridimensionais, de tal modo que se torna possível, frequentemente, omitir a identificação dos vértices que os definem.

3. Representação diédrica		164	
3.1	Ponto	4	Para facilitar a visualização espacial pode ser retomado o <i>modelo A</i>, onde facilmente se poderão simular as situações de projecção. Será da maior conveniência que, durante a aprendizagem, todos os alunos tenham possibilidade de utilizar o modelo sempre com uma observação frontal. Propõe-se que: - o estudo do ponto seja efectuado com recurso à tripla projecção; - o aluno distinga, no modelo, projectante, de coordenada e de projecção; - o aluno determine as coordenadas/projecções dos simétricos de um ponto relativamente a cada um dos planos de projecção ou ao eixo X; - represente as projecções de pontos situados nos semi-planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de rectas nesses planos.
3.1.1	Localização de um ponto		
3.1.2	Projecções de um ponto		
3.2	Segmento de recta	3	Propõe-se que: - o estudo do segmento de recta seja efectuado com recurso à tripla projecção; - no modelo, o aluno relacione a dimensão do segmento no espaço com a da sua projecção em cada plano de projecção; devem, por isso, ser exploradas as possíveis situações de posicionamento do segmento, desde a sua posição paralela a um dos planos de projecção (e consequente verdadeira grandeza nesse plano) até à situação de perpendicularidade (quando a projecção do segmento se reduz a um ponto).
3.2.1	Projecções de um segmento de recta		
3.2.2	Posição do segmento de recta em relação aos planos de projecção: - perpendicular a um plano de projecção: de topo, vertical - paralelo aos dois planos de projecção: fronto-horizontal (perpendicular ao plano de referência das abcissas) - paralelo a um plano de projecção: horizontal, frontal - paralelo ao plano de referência das abcissas: de perfil - não paralelo a qualquer dos planos de projecção: oblíquo		
3.3	Recta	8	Propõe-se: - partir das projecções de um segmento de recta definido pelos seus pontos extremos A e B para as projecções de uma recta definida por esses dois pontos; será conveniente encarar, também, as projecções de uma recta como resultantes da intersecção dos seus planos projectantes com os planos de projecção; - levar o aluno a intuir o conceito de traço de recta a partir da consideração de pontos da recta progressivamente mais próximos do plano de projecção;
3.3.1	Recta definida por dois pontos		
3.3.2	Projecções da recta		
3.3.3	Ponto pertencente a uma recta		
3.3.4	Traços da recta nos planos de projecção e nos planos bissectores		
3.3.5	Posição da recta em relação aos planos de projecção		
3.3.6	Posição relativa de duas rectas - complanares - paralelas - concorrentes - enviesadas		

		- que, de uma recta, o aluno simule, no modelo: - as projecções; - os traços; - que o aluno conclua quais os diedros onde uma recta está localizada; - representar as projecções de rectas situadas nos planos de projecção, como pré-requisito da aprendizagem da determinação de traços de planos.
3.4	Figuras planas I Polígonos e círculo horizontais, frontais ou de perfil	4 Recomenda-se o recurso à representação triédrica das figuras, o que se revela indispensável na situação de perfil. O uso de <i>software</i> de geometria dinâmica constitui um meio poderoso de visualização espacial das figuras em causa permitindo apreciar, em tempo real, mudanças sucessivas do seu posicionamento.
3.5	Plano 3.5.1 Definição do plano por: - 3 pontos não colineares - uma recta e um ponto exterior - duas rectas paralelas - duas rectas concorrentes (incluindo a sua definição pelos traços nos planos de projecção) 3.5.2 Rectas contidas num plano 3.5.3 Ponto pertencente a um plano 3.5.4 Rectas notáveis de um plano: - horizontais - frontais - de maior declive - de maior inclinação 3.5.5 Posição de um plano em relação aos planos de projecção Planos projectantes: - paralelo a um dos planos de projecção: horizontal (de nível), frontal (de frente) - perpendicular a um só plano de projecção: de topo, vertical - perpendicular aos dois planos de projecção: de perfil (paralelo ao plano de referência das abcissas) Planos não projectantes: - de rampa (paralelo ao eixo X e oblíquo aos planos de projecção - perpendicular ao plano de referência das abcissas); passante (contém o eixo X) - oblíquo (oblíquo em relação ao eixo X e aos planos de projecção)	16 Será de tratar, como mais habitual por ser geral, a representação diédrica dos planos pelas projecções de três pontos não colineares ou de duas rectas paralelas ou de duas rectas concorrentes (que podem ser os traços do plano nos planos de projecção). Com o intuito de facilitar a visualização do plano, a sua representação por 3 pontos não colineares poderá ser transformada na representação do triângulo por eles definido. O estudo das posições do plano em relação aos planos de projecção poderá ser feito através do <i>modelo A</i> permitindo a visualização dos traços do plano e respectivas projecções, e os tipos de rectas do plano. Do mesmo modo poderá ser deduzida a condição para que: - uma recta esteja contida num plano; - um ponto pertença a um plano. Em relação ao estudo do plano definido por uma recta de maior declive ou de maior inclinação sugere-se, igualmente, a observação da situação espacial no modelo, encaminhando os alunos a estabelecer a relação entre as projecções da referida recta e as rectas horizontais ou frontais do mesmo plano. Será de chamar a atenção para o facto dos traços do plano serem casos particulares de rectas horizontais e rectas frontais do plano. Poderá ser útil fazer a distinção entre plano apoiado (onde é visível a mesma "face" em ambas as projecções), plano

		projectante e plano em tensão (no qual uma "face" visível numa projecção é invisível na outra). Esta distinção pode ser evidenciada com o auxílio da cor. Para clarificar a classificação de um plano como superfície bifacial ou bilateral poderá mencionar-se, por contraponto, a banda de Möbius, exemplo de uma superfície unifacial ou unilateral.
3.6 Intersecções (recta/plano e plano/plano) 3.6.1 Intersecção de uma recta projectante com um plano projectante 3.6.2 Intersecção de uma recta não projectante com um plano projectante 3.6.3 Intersecção de dois planos projectantes 3.6.4 Intersecção de um plano projectante com um plano não projectante 3.6.5 Intersecção de uma recta com um plano (método geral) 3.6.6 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com o β_{24} ou β_{13} 3.6.7 Intersecção de planos (método geral) 3.6.8 Intersecção de um plano (definido ou não pelos traços) com um: - plano projectante - plano oblíquo - plano de rampa 3.6.9 Intersecção de três planos	20	Poderá salientar-se que, para determinar o ponto de intersecção de uma recta com um plano projectante ou de uma recta projectante com um plano, bastará aplicar a condição de pertença (ou incidência) entre ponto e plano. Na determinação da intersecção de dois planos oblíquos poderão ser usados como planos auxiliares os planos projectantes e/ou o β_{24}. Na determinação da intersecção de dois planos de rampa sugere-se como método alternativo o recurso à terceira projecção no plano de referência das abcissas. O mesmo se pode fazer, na intersecção de um plano ou de uma recta com um plano passante, tirando-se partido do facto de o plano passante ser projectante em relação ao plano de referência das abcissas.
3.7 Sólidos I 3.7.1 Pirâmides (regulares e oblíquas de base regular) e cones (de revolução e oblíquos de base circular) de base horizontal, frontal ou de perfil 3.7.2 Prismas (regulares e oblíquos de base regular) e cilindros (de revolução e oblíquos de base circular) de bases horizontais, frontais ou de perfil 3.7.3 Esfera; círculos máximos (horizontal, frontal e de perfil) 3.7.4 Pontos e linhas situados nas arestas, nas faces ou nas superfícies dos sólidos	7	Como introdução ao estudo dos sólidos poder-se-á recorrer a modelos tridimensionais, vídeos, ao CAD ou a <i>software</i> de geometria dinâmica. O manuseamento e a visualização de modelos, de acordo com os enunciados dos problemas, poderá facilitar a leitura e compreensão das projecções, incluindo o reconhecimento das invisibilidades. Será vantajoso que os alunos desenhem as projecções de várias figuras planas coloridas com diferentes cotas ou afastamentos para melhor percepção das visibilidades. Em alternativa, sugere-se que os alunos partam das projecções de um polígono (ou círculo) e de um ponto exterior ou de dois polígonos (ou círculos) sobrepostos concluindo, então, as projecções do respectivo sólido, seus contornos aparentes e suas visibilidades e invisibilidades. Será ainda vantajoso utilizar a cor na representação de arestas (eventualmente geratrizes) ou, em alternativa, colorir as faces (eventualmente superfície lateral) com cores diferentes. Esta diferenciação permitirá que os alunos tenham uma percepção facilitada das visibilidades ou

		invisibilidades de arestas (geratrizes) ou faces (superfície lateral) nas diferentes projecções. Quando os sólidos apresentem base(s) ou face(s) de perfil poderá ser necessário recorrer à terceira projecção. Convém que seja dada especial atenção a dois dos sólidos platónicos - tetraedro e hexaedro regulares - ao fazer o estudo representativo de pirâmides e prismas, respectivamente.
3.8 Métodos geométricos auxiliares I 3.8.1 Estrutura comparada dos métodos auxiliares - características e aptidões 3.8.2 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem apenas uma mudança) 3.8.2.1 Transformação das projecções de um ponto 3.8.2.2 Transformação das projecções de uma recta 3.8.2.3 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano 3.8.3 Rotações (casos que impliquem apenas uma rotação) 3.8.3.1 Rotação do ponto 3.8.3.2 Rotação da recta 3.8.3.3 Rotação de um plano projectante 3.8.3.4 Rebatimento de planos projectantes	4 8	Nesta fase de estudo é de propor aos alunos a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - recta horizontal em recta de topo - recta frontal em recta vertical - recta oblíqua em recta horizontal ou frontal - plano de topo em plano horizontal - plano vertical em plano frontal No estudo da rotação da recta (<i>modelo L</i>) propõem-se os seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta horizontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta de topo - uma recta frontal numa recta fronto-horizontal ou numa recta vertical - uma recta oblíqua numa recta horizontal ou frontal Recomenda-se que, no estudo das rotações, se recorra a <i>software</i> de geometria dinâmica, não só porque essa transformação é uma operação base desse tipo de programas, mas também porque se torna possível acompanhar o movimento espacial da figura. Sendo o rebatimento um caso particular de rotação deve o aluno ser alertado para o facto de que na rotação de um plano, o eixo mais conveniente a utilizar deverá estar contido no próprio plano; nestas circunstâncias, a rotação passará a denominar-se rebatimento. O aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de projecção como para planos paralelos a estes, devendo o professor orientar essa escolha segundo o princípio de economia de meios.

3.9	Figuras planas II Figuras planas situadas em planos verticais ou de topo	4	Para a resolução deste tipo de problemas poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado, sobretudo por permitir a aplicação do Teorema de Désargues utilizando a charneira do rebatimento como eixo de afinidade. Além disso, simplificará muito os problemas, a realização do rebatimento para um plano que contenha, pelo menos, um vértice da figura.
3.10	Sólidos II Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos verticais ou de topo	8	Mais uma vez se recomenda o uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo bem como do <i>software</i> já mencionado.
11º ANO			
3.11	Paralelismo de rectas e de planos 3.11.1 Recta paralela a um plano 3.11.2 Plano paralelo a uma recta 3.11.3 Planos paralelos (definidos ou não pelos traços)	2	Sugere-se que, através da simulação das situações espaciais no modelo, o aluno infira os teoremas de paralelismo de rectas e de planos.
3.12	Perpendicularidade de rectas e de planos 3.12.1 Rectas horizontais perpendiculares e rectas frontais perpendiculares 3.12.2 Recta horizontal (ou frontal) perpendicular a uma recta 3.12.3 Recta perpendicular a um plano 3.12.4 Plano perpendicular a uma recta 3.12.5 Rectas oblíquas perpendiculares 3.12.6 Planos perpendiculares	5	Deve salientar-se o facto de que duas rectas perpendiculares se projectam em ângulo recto num plano de projecção desde que pelo menos uma delas seja paralela a esse plano. Na perpendicularidade de recta e plano deve ser verificado o teorema anterior relativamente a rectas horizontais e frontais do plano.
3.13	Métodos geométricos auxiliares II 3.13.1 Mudança de diedros de projecção (casos que impliquem mudanças sucessivas) 3.13.1.1 Transformação das projecções de uma recta 3.13.1.2 Transformação das projecções de elementos definidores de um plano 3.13.2 Rotações (casos que impliquem mais do que uma rotação) 3.13.2.1 Rotação de uma recta 3.13.2.2 Rotação de um plano 3.13.2.3 Rebatimento de planos não projectantes - rampa - oblíquo	4 8	Nesta fase de estudo propõe-se a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta oblíqua numa recta vertical, de topo ou fronto-horizontal - um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal Na sequência destes exercícios podem visitar-se as intersecções de planos propondo este método como alternativa ao denominado “método geral da intersecção de planos”, já que ele nos dá a possibilidade de transformar um plano qualquer em projectante. Nesta fase de estudo propõe-se a resolução dos seguintes problemas-tipo: transformar - uma recta oblíqua numa recta vertical, de topo ou fronto-horizontal - um plano oblíquo num plano horizontal ou frontal

		Para tratar o rebatimento de planos e concretamente do plano oblíquo, será conveniente recorrer ao <i>modelo M</i>, onde se podem observar as rectas notáveis do plano, e o plano projectante que é perpendicular ao plano dado para ilustrar espacialmente o método do triângulo do rebatimento. O mesmo modelo, agora sem o plano projectante auxiliar, poderá servir para exemplificar o processo que utiliza as horizontais, frontais ou outras rectas do plano, no rebatimento. Mais uma vez, o aluno deverá resolver problemas de rebatimento, tanto para os planos de projecção como para planos paralelos a estes, devendo a escolha orientar-se segundo o princípio de economia de meios.
3.14 Problemas métricos 3.14.1 Distâncias 3.14.1.1 Distância entre dois pontos 3.14.1.2 Distância de um ponto a uma recta 3.14.1.3 Distância de um ponto a um plano 3.14.1.4 Distância entre dois planos paralelos 3.14.2 Ângulos 3.14.2.1 Ângulo de uma recta com um plano frontal ou com um plano horizontal 3.14.2.2 Ângulo de um plano com um plano frontal ou com um plano horizontal 3.14.2.3 Ângulo de duas rectas concorrentes ou de duas rectas enviesadas 3.14.2.4 Ângulo de uma recta com um plano 3.14.2.5 Ângulo de dois planos	4 6	Na resolução de problemas métricos será vantajoso que o aluno resolva um mesmo problema utilizando diferentes métodos auxiliares e que, a partir daí, conclua as vantagens de um relativamente aos outros. Quanto aos problemas de determinação da verdadeira grandeza de ângulos, deverá ser dada especial atenção às definições da geometria euclidiana relativas ao “ângulo de uma recta com um plano” e ao “ângulo de dois planos”.
3.15 Figuras planas III Figuras planas situadas em planos não projectantes	4	Ver sugestões didácticas do ponto 3.9
3.16 Sólidos III Pirâmides e prismas regulares com base(s) situada(s) em planos não projectantes	7	Mais uma vez se recomenda o uso de modelos tridimensionais dos sólidos em estudo.
3.17 Secções 3.17.1 Secções em sólidos (pirâmides, cones, prismas, cilindros) por planos - horizontal, frontal e de perfil 3.17.2 Secções de cones, cilindros e esfera por planos projectantes 3.17.3 Secções em sólidos (pirâmides e prismas) com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil por qualquer tipo de plano 3.17.4 Truncagem	15	Sugere-se que os alunos analisem e conclua a gradual complexidade das secções em pirâmides, preconizando-se a seguinte sequência de situações: - secção de pirâmide intersectando apenas a superfície lateral: • sem aresta(s) de perfil • com aresta(s) de perfil; - secção de pirâmide intersectando a superfície lateral e a base:

		• sem aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção • com aresta(s) da base perpendicular(es) ao plano de projecção. Propõe-se que o professor leve os alunos a concluir os diferentes tipos de secção plana produzida num cone. Para tal poderá recorrer a um candeeiro com um quebra-luz de boca circular e apreciar a mancha de luz projectada na parede, funcionando esta como plano secante do cone luminoso. A deslocação do ponto de luz permitirá observar as diversas cónicas produzidas na parede. Em relação ao prisma e ao cilindro, os alunos deverão concluir que um plano pode sectioná-los intersectando só a superfície lateral, a superfície lateral e uma das bases ou a superfície lateral e as duas bases. Quanto à esfera poder-se-á verificar que a secção produzida por qualquer tipo de plano é sempre um círculo, podendo variar desde um círculo máximo até ao ponto, no caso de tangência. Poder-se-á utilizar o Teorema de Désargues para determinação das secções planas de sólidos (ou, pelo menos, fazer a sua verificação) dada a relação de homologia existente entre a figura da secção e a figura da base do sólido, notando que o centro de homologia será o vértice (próprio ou impróprio) do sólido, o eixo, a recta de intersecção do plano da secção com o plano da base e os raios, as suas arestas ou geratrizes. Na resolução de problemas, que envolvam o traçado da elipse, será conveniente que os alunos determinem as projecções dos seus eixos sendo os demais pontos da elipse obtidos, quer por recurso a planos auxiliares, quer por recurso a construções já conhecidas (por exemplo: processo da régua de papel ou construção por afinidade). Será do maior interesse para concluir esta unidade e como aplicação dos conceitos apreendidos (particularmente do método das rotações) realizar planificações de sólidos (cones e cilindros) e de sólidos truncados. Poder-se-á propor, seguidamente, a realização de maquetas dos sólidos previamente planificados.
3.18 Sombras 3.18.1 Generalidades	23	Para facilitar a aquisição dos conceitos de sombra própria, espacial, projectada,

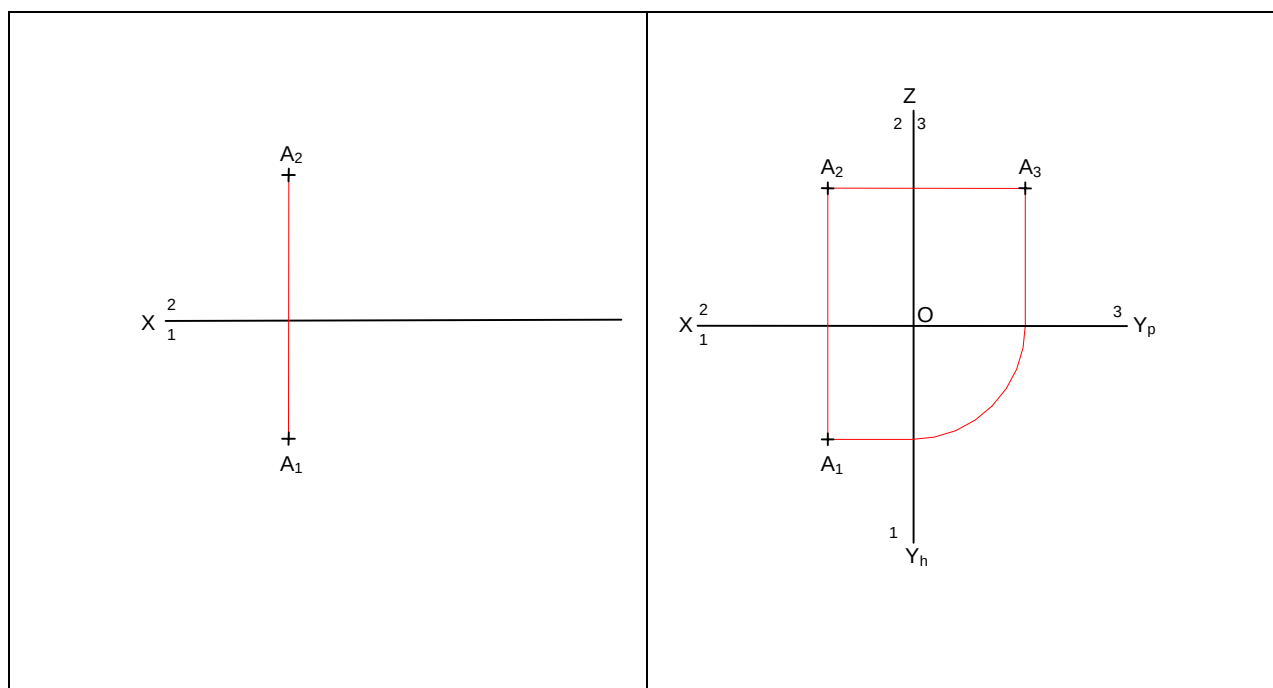
3.18.2	Noção de sombra própria, espacial, projectada (real e virtual)	real e virtual, será conveniente a utilização de um foco luminoso (lâmpada ou luz solar) e de formas bi ou tridimensionais que produzirão sombras diversificadas conforme o seu posicionamento.
3.18.3	Direcção luminosa convencional	
3.18.4	Sombra projectada de pontos, segmentos de recta e recta nos planos de projecção	Para melhor compreensão dos pontos de quebra poderá ser vantajoso o estudo comparativo da sombra de um segmento de recta fazendo alterações sucessivas das suas coordenadas de forma a projectar sombra só num plano de projecção, nos dois ou só no outro plano. Poderá ser seguido o mesmo raciocínio para figuras planas.
3.18.5	Sombra própria e sombra projectada de figuras planas (situadas em qualquer plano) sobre os planos de projecção	Será de todo o interesse alertar os alunos para a vantagem da determinação prévia da linha separatriz de luz e sombra, para identificar a sombra própria e, a partir desta, induzir a projectada. Nesse sentido, pode-se fazer incidir um foco luminoso nos sólidos em causa para identificar a separatriz de luz e sombra que, no caso de cones e cilindros, corresponde às geratrizes de tangência dos planos luz/sombra.
3.18.6	Sombra própria e sombra projectada de pirâmides e de prismas, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção	Considera-se favorável iniciar o estudo da sombra de sólidos pela pirâmide (com base situada num plano de projecção). Sugere-se que, para pirâmides com base igual (e em posição igual) mas de diferentes alturas, se faça o estudo comparativo do número de faces em sombra própria. Fazendo o mesmo estudo comparativo para o cone, os alunos poderão inferir a variação de posição das geratrizes separatrizes luz/sombra.
3.18.7 e	Planos tangentes às superfícies cónica cilíndrica: - num ponto da superfície - por um ponto exterior - paralelos a uma recta dada	Atendendo a que a sombra projectada de pontos, rectas ou superfícies são entidades representadas por duas projecções e, apesar de ser usual desprezar a projecção situada no eixo X, recomenda-se, pelo menos numa fase inicial de estudo, que cada ponto de sombra seja sempre representado pelas suas duas projecções.
3.18.8	Sombra própria e sombra projectada de cones e de cilindros, com base(s) horizontal(ais), frontal(ais) ou de perfil, nos planos de projecção	
4. Representação axonométrica		21
4.1	Introdução	4
4.1.1	Caracterização	
4.1.2	Aplicações	
		Para ilustrar as diferenças entre as várias axonometrias e entre estas e os sistemas de representação diédrica ou triédrica, sugere-se a utilização de um modelo constituído pelos três eixos de coordenadas e de um paralelepípedo com as suas arestas coincidentes com os eixos, que poderá ser posicionado em relação ao plano de projecção consoante as necessidades. Para dar conta do vasto campo de

4.2 Axonometrias oblíquas ou clinogonais: Cavaleira e Planométrica 4.2.1 Generalidades 4.2.2 Direcção e inclinação das projectantes 4.2.3 Determinação gráfica da escala axonométrica do eixo normal ao plano de projecção através do rebatimento do plano projectante desse eixo 4.2.4 Axonometrias clinogonais normalizadas		aplicação das axonometrias, poderão ser apresentados aos alunos imagens de axonometrias de objectos ou peças da construção mecânica, de produções no âmbito do <i>design</i> industrial (o que permitirá frisar que é precisamente a revolução industrial que leva à difusão generalizada e uso intensivo deste sistema de representação) e de objectos arquitectónicos (como meio privilegiado para o seu estudo, mas também como ferramenta no trabalho de concepção e criação), salientando a funcionalidade e intencionalidade do uso da axonometria, na descrição dessas formas. No tratamento das axonometrias clinogonais é fundamental estudar a influência do posicionamento dos raios projectantes em relação ao plano axonométrico. Nesse sentido, deve fixar-se um determinado ângulo de inclinação e fazer variar a direcção e, para uma mesma direcção, variar a inclinação dos raios projectantes, para apreciar os efeitos produzidos. Em concreto, pode fazer-se a projecção de um cubo e verificar a maior ou menor possibilidade de reconhecer esse poliedro nas diferentes situações. Poder-se-á verificar que os ângulos de fuga e os coeficientes de redução convencionados obedecem a este princípio de perceptibilidade, mas deverá ser realçada, ao mesmo tempo, a possibilidade de seguir objectivos opostos procurando, deliberadamente, distorções. Seria interessante relacionar as axonometrias clinogonais com as sombras em representação diédrica, previamente estudadas, para assim vislumbrar a relação entre ambos os tipos de projecção.
4.3 Axonometrias ortogonais: Trimetria, Dimetria e Isometria 4.3.1 Generalidades 4.3.2 Determinação gráfica das escalas axonométricas 4.3.2.1 Rebatimento do plano definido por um par de eixos 4.3.2.2 Rebatimento do plano projectante de um eixo 4.3.3 Axonometrias ortogonais normalizadas	4	Para caracterizar as axonometrias ortogonais e determinar os ângulos dos eixos axonométricos em cada tipo de axonometria, é aconselhável utilizar um modelo (<i>modelo N</i>) constituído pelo sistema de eixos coordenados, passível de adaptação a cada uma das situações. No modelo poder-se-á evidenciar claramente: - a correspondência biunívoca entre a posição do sistema de eixos no espaço e a sua projecção no plano axonométrico; - os traços dos eixos de coordenadas no plano de projecção, ou seja, os vértices do triângulo fundamental correspondente à base da pirâmide

		axonométrica com vértice na origem do sistema de eixos; - a configuração deste triângulo e as suas propriedades em cada axonometria; - a redução das medidas resultante da inclinação dos eixos. Se o modelo permitir rebater as faces da pirâmide axonométrica e/ou o triângulo correspondente à secção produzida na pirâmide por um plano projectante de um eixo, o que seria desejável, poder-se-á ilustrar, espacialmente, o processo conducente à determinação das escalas axonométricas. Neste processo deverá salientar-se: - o teorema da geometria plana que permite a fixação do ponto correspondente ao rebatimento da origem; - os conhecimentos anteriores relativos ao rebatimento de um plano oblíquo no sistema de representação diédrica e, consequentemente, o recurso ao Teorema de Désargues quando se pretende chegar à projecção de uma figura contida na face da pirâmide axonométrica rebatida Com o intuito de explicitar o relacionamento da representação diédrica com a representação axonométrica, poderá ainda comparar-se a projecção axonométrica de um sólido (um cubo, p.ex.) com a sua projecção diédrica, quando o sólido tem uma das suas faces situada num plano oblíquo. Poderá ser igualmente mencionada a possibilidade de operar com axonometrias normalizadas com a utilização de coeficientes de redução convencionais, podendo confrontar-se os resultados obtidos com as axonometrias anteriormente estudadas nas quais se utilizam coeficientes de redução real.
4.4 Representação axonométrica de formas tridimensionais compostas por: • pirâmides e prismas regulares e oblíquos de base(s) regular(es) com a referida base(s) paralela(s) a um dos planos coordenados e com pelo menos uma aresta da(s) base(s) paralela(s) a um eixo • cones e cilindros de revolução e oblíquos com base(s) em verdadeira grandeza (só no caso da axonometria clinogonal) Métodos de construção 4.4.1 Método das coordenadas 4.4.2 Método do paralelepípedo circunscrito ou envolvente	13	Deve propor-se ao aluno a realização de axonometrias de formas tridimensionais simples ou compostas, segundo os diferentes métodos de construção. No caso da axonometria ortogonal será de dar especial ênfase ao chamado “método dos cortes” (4.4.3) devido à sua relação directa com a representação diédrica e triédrica.

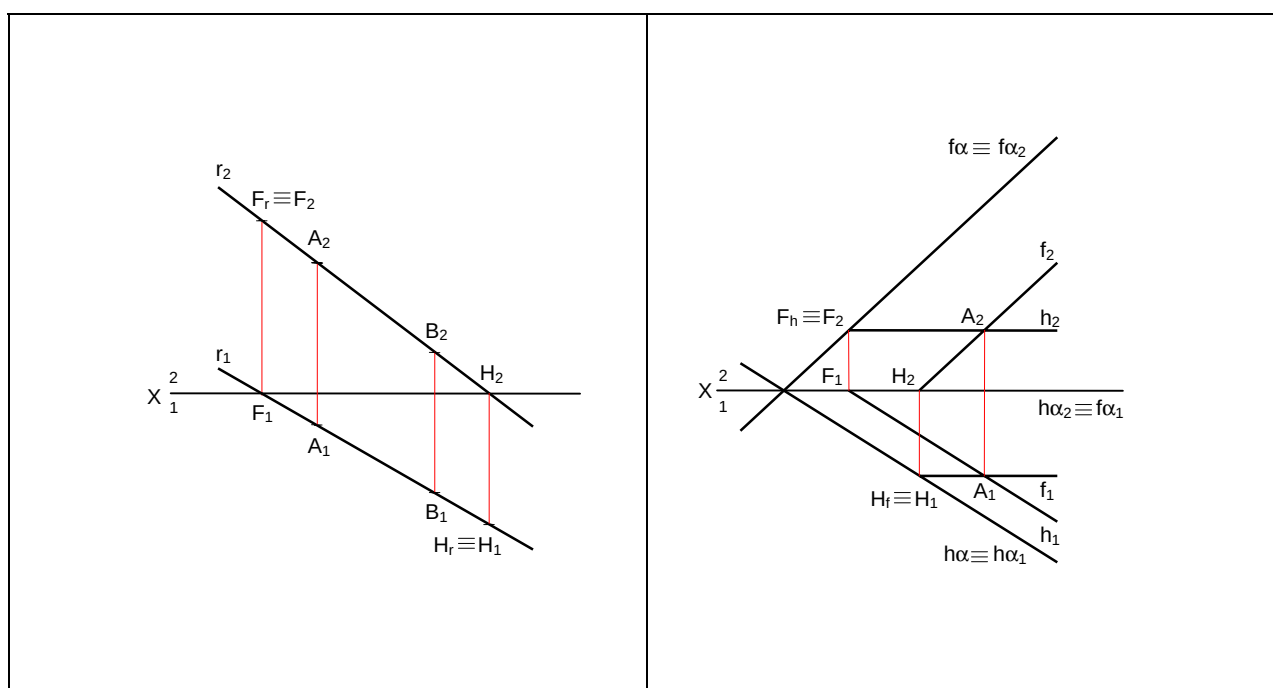
4.4.3	Método dos cortes (só no caso da axonometria ortogonal)		
-------	---	--	--

CONVENÇÕES DE REPRESENTAÇÃO E SIMBOLOGIA



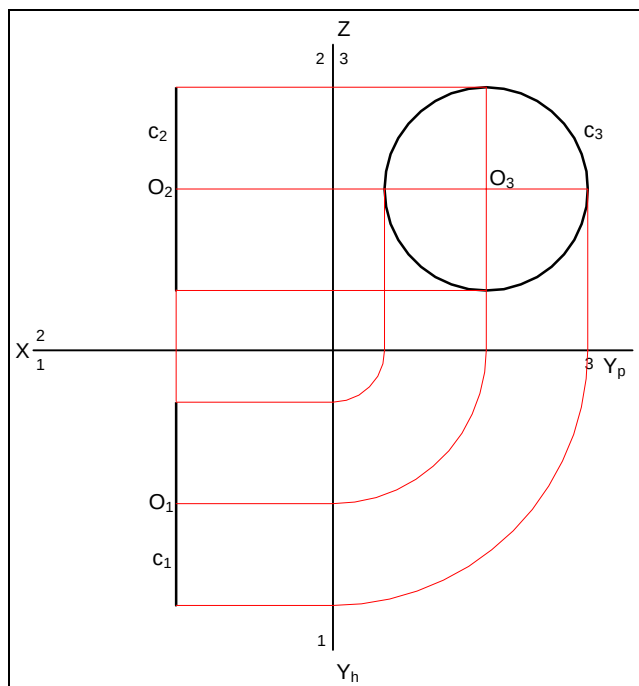
Representação diédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas

Representação triédrica de um ponto **A** de coordenadas positivas

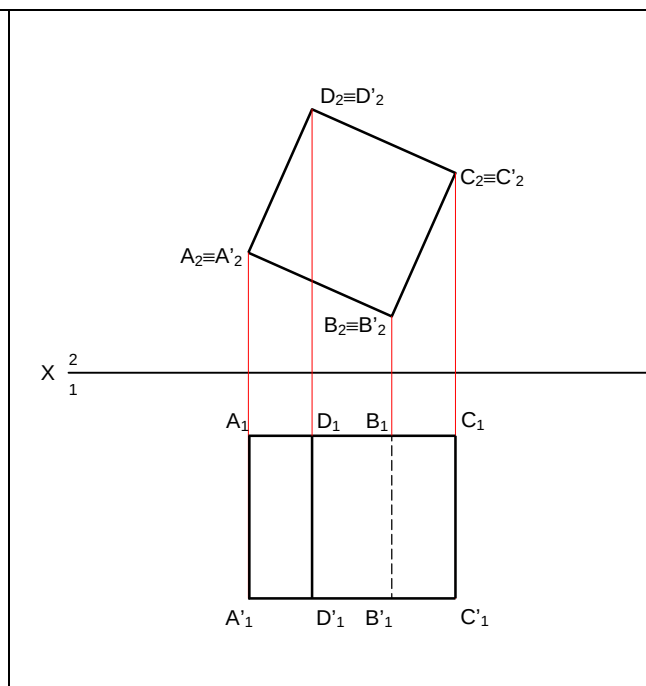


Representação de uma recta **r** e dos seus traços horizontal e frontal

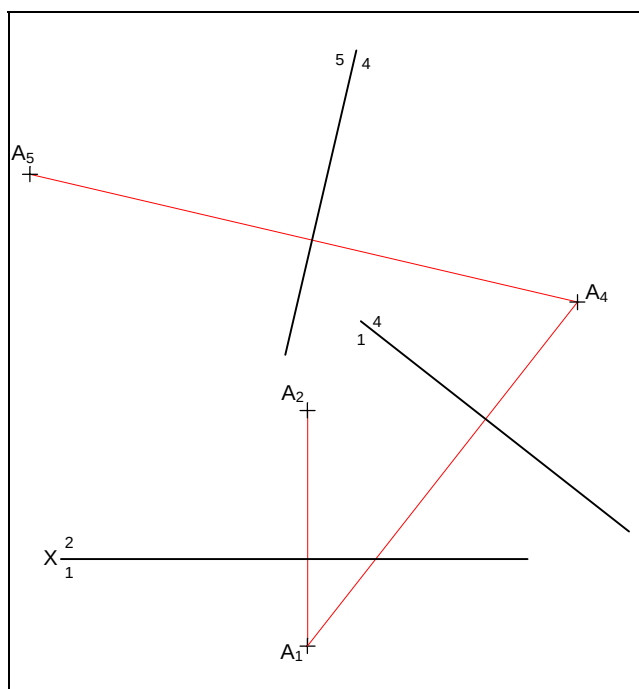
Representação de um plano **alpha** pelos seus traços horizontal e frontal e duas rectas horizontal e frontal do plano



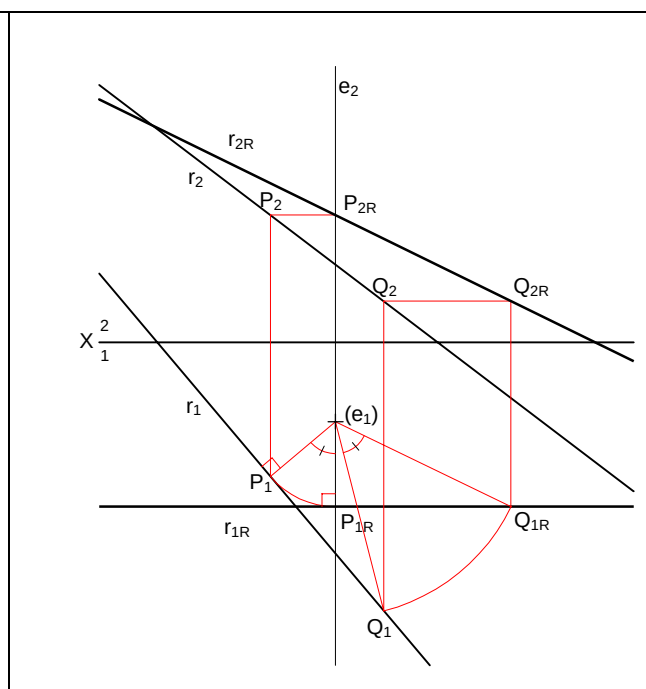
Representação triédrica de uma circunferência c de perfil



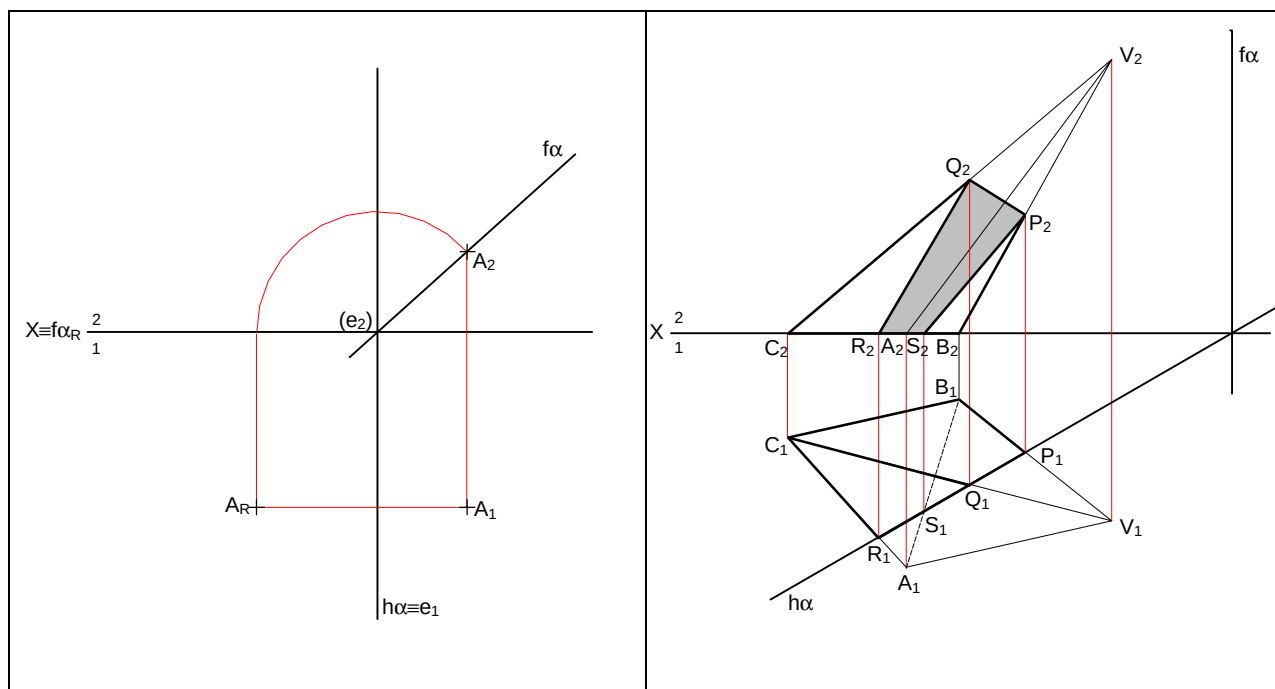
Representação diédrica de um prisma regular de bases frontais



Mudança de diedros
Projeções de um ponto A em diferentes diedros

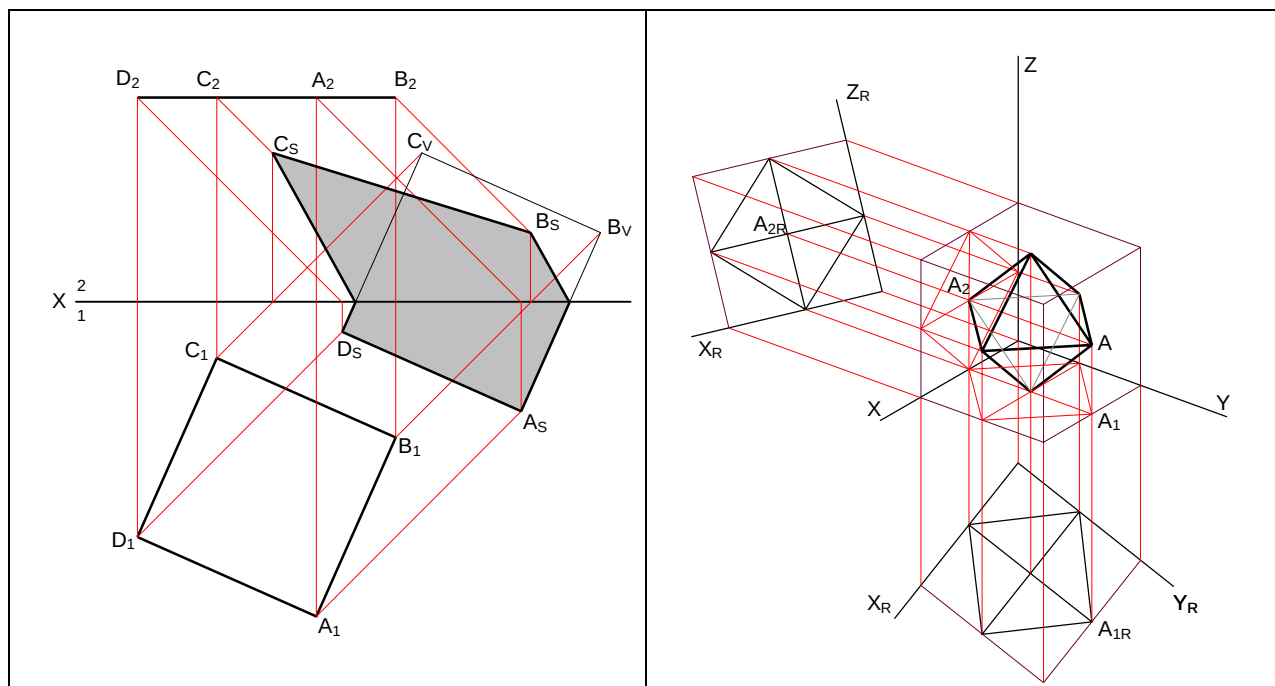


Transformação de uma recta oblíqua r numa recta frontal
através de uma rotação em torno de um eixo vertical e



Rebatimento de um plano de topo em torno do seu traço horizontal

Secção de uma pirâmide oblíqua de base regular por um plano vertical



Sombra produzida por um quadrado [ABCD] nos planos de projecção

Representação trimétrica de um octaedro com aplicação simultânea de dois métodos construtivos: do paralelepípedo envolvente e dos cortes

MODELOS DIDÁCTICOS

Existe um conjunto de modelos expressamente concebidos para a leccionação da disciplina de Geometria Descritiva que são os seguintes:

MODELO A

Este modelo é constituído pelo sistema de planos (realizados em acrílico transparente) utilizados na representação diédrica e permite o rebatimento do plano horizontal e do plano de perfil para o plano frontal de projecção.

Como acessórios são fornecidas elementos que representam tridimensionalmente pontos, rectas e planos que podem ser projectados e representados nos planos de projecção.

MODELOS B a K

Este conjunto de modelos permite a visualização cinética de várias superfícies através da rotação de uma geratriz em torno de um eixo vertical.

Concretamente torna-se possível ver e entender o modo como é gerado um plano, um cilindro, um cone, uma esfera, um hiperbolóide (dois modelos de uma folha e um modelo de duas folhas), um parabolóide, um elipsóide e um toro.

MODELO L

Este modelo é um acessório do modelo A tendo sido concebido para visualizar a rotação de uma recta.

MODELO M

Modelo destinado a visualizar o rebatimento de um plano oblíquo, quer pelo triângulo do rebatimento quer pelas rectas horizontais ou frontais do plano. O plano oblíquo é truncado por um plano projectante que lhe é perpendicular, também ele rebatível, de modo a permitir a visualização do triângulo do rebatimento e a determinação da sua verdadeira grandeza, o que permite reproduzir espacialmente todas as operações que serão efectuadas no papel para rebater o plano.

MODELO N

Realizado com esquadros de desenho este modelo, que se destina à leccionação das axonometrias, permite a visualização do triedro definido pelos planos coordenados e da pirâmide axonométrica quando fazemos coincidir a sua base (triângulo fundamental) com o plano axonométrico. Nesta última situação torna-se possível efectuar o rebatimento de uma face da pirâmide para o plano de projecção, bem como o seu contra-rebatimento, dando a entender os procedimentos necessários para a determinação de verdadeiras grandezas e das escalas axonométricas.

GLOSSÁRIO

eixo X ou **aresta dos diedros** (linha de terra) - recta de intersecção do plano horizontal de projecção com o plano frontal de projecção

axonometrias clinogonais – axonometrias oblíquas (ver projecção clinogonal)

axonometria planométrica – designação pela qual é actualmente conhecida a axonometria militar (norma ISO 5456)

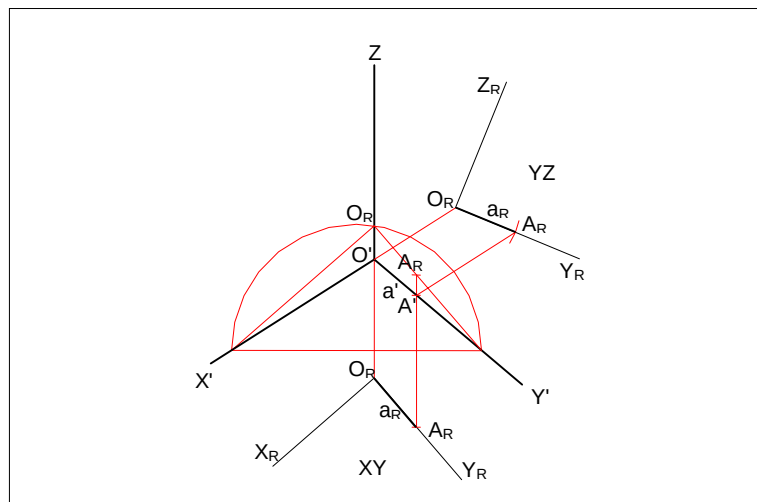
diedros de projecção (quadrantes) – são as quatro regiões do espaço definidas pelos planos de projecção horizontal e frontal. Trata-se, por conseguinte, de quatro diedros rectos, arestalmente opostos. Distinguem-se de qualquer outro diedro dada a sua especificidade devida à condição de serem definidos pelos planos de projecção.

eixos de coordenadas ortogonais - referencial analítico ou cartesiano do espaço definido pelas rectas de intersecção dos planos coordenados: horizontal, frontal e de perfil; este referencial deve ser considerado em sentido directo o que, convém notar, tem como consequência que as *abscissas* ou *larguras* positivas são marcadas para a esquerda do plano de perfil

incidência - o conceito de incidência diz respeito à mais simples relação possível entre as entidades fundamentais da geometria projectiva - os pontos, as rectas e os planos - ou seja a relação de pertença (**incidir** significa *estar em* ou *passar por*)

sistema de representação – caracteriza-se pela utilização de um determinado tipo de projecção, discriminação do número de planos de projecção e da sua posição relativa, pelo modo como é efectuada a passagem do tri para o bidimensional (ver normas ISO 5456-2, ISO 5456-3, ISO 5456-4 e ISO 10209-2)

método dos cortes – processo que consiste no rebatimento dos planos coordenados para o interior da pirâmide axonométrica (para evitar que os planos coordenados apresentem faces distintas após o rebatimento), seguido de uma translação de cada par de eixos de coordenadas segundo uma direcção normal à charneira do rebatimento, permitindo a representação de cortes horizontais e verticais do objecto. Por contra-rebatimento e através da conjugação de, pelo menos, dois cortes, obtém-se a projecção axonométrica do objecto.



mudança de diedros de projecção (mudança de planos) - utiliza-se esta designação dado que a mudança de um plano de projecção implica a mudança de diedros (note-se que as novas projecções de um ponto se correspondem através de uma nova linha de chamada)

plano frontal de projecção (plano vertical de projecção) - plano frontal de afastamento nulo

projecção clinogonal - termo utilizado para designar a projecção paralela oblíqua em relação a um plano de projecção; o termo clinogonal surge por contraponto ao termo ortogonal, encontrando-se ambos ao mesmo nível por implicarem, em si mesmos, o conceito de direcção

rectas de maior declive de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano horizontal

rectas de maior inclinação de um plano - rectas de maior inclinação (ou de maior ângulo) do plano em relação ao plano frontal

representação diédrica ou **sistema de representação diédrica** - método ou sistema de Monge, método ou sistema da dupla projecção ortogonal, método ou sistema diédrico, projecção diédrica, etc...

teorema de Désargues - se dois triângulos têm os seus vértices alinhados a partir de um ponto (centro de projecção próprio ou impróprio), as rectas que prolongam os seus lados cortam-se, duas a duas, segundo três pontos alinhados

triedros trirrectângulos de projecção - são os oito triedros rectos definidos pelos planos de projecção horizontal, frontal e de perfil

4. BIBLIOGRAFIA

As indicações bibliográficas seguintes destinam-se fundamentalmente a professores. As obras assinaladas com um asterisco podem também ser do interesse dos alunos.

Didáctica Específica

Bensabat, F. (1996). *Ensinar Geometria Descritiva*. Trabalho realizado em regime de licença sabática, Lisboa. [texto policopiado]

Fruto da própria experiência pessoal do autor, como professor, e do contributo directo de alguns colegas, este trabalho é uma reflexão sobre o ensino da geometria descritiva e as consequências da sua aprendizagem no crescimento dos estudantes enquanto seres humanos (o que é confirmado pelos depoimentos finais de alguns alunos) sem descuidar o quanto o próprio professor aprende ao ensinar. Constitui, por conseguinte, um contributo importante para a definição das finalidades da aprendizagem da disciplina no âmbito do ensino secundário, para a delimitação do âmbito de objectivos e conteúdos e de uma metodologia de ensino da Geometria Descritiva.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Planos a médio e longo prazo - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 11º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Gama, M. J.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P.; Rebelo, J. A. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Ponto, Recta, Plano, Rebatimento)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.. (1986). *Modelos Didácticos, Filme Didáctico (Superfícies)*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

*Rebelo, J. A.; Silveira, M. F.; Carvalho, J. P. (1987). *Geometria Descritiva - Actividades de Aprendizagem e de Avaliação - 12º ano Técnico-Profissional*. Lisboa: Ministério da Educação e Cultura.

Estas obras, que culminaram a experiência pedagógica do relançamento do ensino técnico em Portugal em 1983-1984 pelo MEC, foram o resultado da necessidade de realizar estudos pedagógicos que possibilitassem leccionar, com sucesso e em menos tempo, os mesmos conteúdos da via vocacional.

Geometria

*Aguilar, L. T. (1993). *Alguns conceitos geométricos*. Lisboa: Lusolivro.

Este livro veicula informação essencial sobre geometria euclidiana que o autor considera indispensável como matéria introdutória ao estudo da Geometria Descritiva. Alguns dos conceitos geométricos referidos correspondem aos conteúdos do módulo inicial previsto neste Programa.

Castelnuovo, E. (1965). *La Via della Matematica - La Geometria* (5ª ed. 1977). Florença: La Nuova Italia.

Livro que ensina a ensinar geometria em ligação à realidade concreta, recorrendo frequentemente ao uso de modelos bi ou tridimensionais dinâmicos. Muitas das propostas de trabalho apresentadas são uma antecipação do *software* de geometria dinâmica que hoje temos à nossa disposição. Saliência especial para o capítulo sobre transformações geométricas.

Dahan-Dalmedico A. & Peiffer J. (1986). *Une Histoire des Mathématiques - Routes et Dédalles*. Paris: Editions du Seuil.

Sendo, como o próprio título indica, uma história das matemáticas, este livro dá particular relevo à história da geometria tratando, cuidadosamente, os temas relacionados com a geometria projectiva.

Fernandes, A.N. P. (1967). *Elementos de Geometria* (2). Coimbra: Coimbra Editora.

É um “antigo” compêndio para o 3º, 4º e 5º anos dos liceus, que aborda a geometria euclidiana, no plano e no espaço, de forma axiomática. Inclui, por conseguinte, numerosos teoremas da geometria euclidiana e as respectivas demonstrações.

Glaser, R. (1927). *Geometría del Espacio*. Barcelona: Editorial Labor SA, Biblioteca de Iniciación Cultural.

Uma geometria no espaço (euclidiano) tratada de forma axiomática mas que aborda também, sumariamente, as projecções paralelas ou cilíndricas. Particularmente relevante é o estudo de superfícies e corpos de revolução e das respectivas secções planas. Atenda-se, igualmente, ao estudo desenvolvido da esfera e da superfície esférica.

Godeaux, L. (1960). *As Geometrias*. Lisboa: Edições Europa-América, Colecção Saber.

Este livro trata a evolução da geometria, desde a geometria elementar (euclidiana) até à topologia, sistematizando as diferentes geometrias de acordo com a racionalização proposta por Klein e Sophus Lie, alicerçada, no conceito de invariante de uma transformação geométrica e na teoria dos grupos de Galois.

Joly, L. (1978). *Structure*. Lausanne: Editions Spes.

Obra geral sobre geometria, na qual são abordadas várias geometrias. Concebido como um livro didático visa permitir uma visão geral da estrutura das formas físicas e, mais particularmente, mostrar a importância capital da Geometria na criação e na existência de formas de qualquer espécie. Particularmente indicado para o ensino da geometria em cursos artísticos. No dizer de Rainer Mason este livro está concebido como uma “verdadeira escola da visão sem extrapolações filosóficas”.

Loria, G. (1921). *Storia della Geometria Descrittiva dalle Origini sino ai Giorni nostri*. Milano: Ulrico Hoepli, Manuali Hoepli.

História dos diferentes sistemas de representação descritivos (perspectiva, dupla projecção ortogonal, planos cotados e axonometria), construída através das contribuições provenientes de diversas personagens, e respectivos países, para o desenvolvimento da Geometria Descritiva. Saliência especial para a referência à situação portuguesa onde é referido o contributo de Motta Pegado e Schiappa Monteiro.

Macedo, A. A F.(1947). *A Geometria ao Alcance de toda a Gente, Parte I, Iniciação geométrica* (Vol. I e II, pp. 127 e 133). Lisboa: Cosmos, Biblioteca Cosmos.

Este livro de iniciação à geometria elementar, no plano (vol. I, planimetria) e no espaço (vol. II, estereometria e complementos), acaba por tratar os conceitos fundamentais da geometria de forma desenvolvida e rigorosa mas bastante acessível porque ligada a situações concretas retiradas da realidade envolvente. Salienta-se no 1º volume o tema da semelhança de triângulos e a sua aplicação na determinação de distâncias inacessíveis e, no 2º, o estudo desenvolvido da perpendicularidade de rectas e planos directamente relacionada, mais uma vez, com o problema da determinação de distâncias.

Marcolli, A. (1971). *Teoria del Campo - Corso di educazione alla Visione* (2). Florença: Sansoni.

Texto relativo aos fundamentos visuais, tratados em articulação com actividades de projecto, mas que aborda com bastante desenvolvimento temas da geometria, da geometria descritiva e projectiva, da cartografia, da matemática, da topologia, sempre ligados a experiências desenvolvidas na sala de aula.

Massironi, M. (1983). *Ver pelo Desenho - Aspectos técnicos, cognitivos, comunicativos*. Lisboa: Edições 70.

"Ver pelo desenho", como o próprio título pressupõe, procura demonstrar como o desenho é um instrumento determinante de conhecimento e de comunicação. Constituindo uma abordagem lata a todas as formas de representação este livro não deixa de abordar, especificamente, a participação da geometria descritiva e do desenho técnico neste processo.

*Morais, J. S.(1996). *Desenho de Construções mecânicas I (Desenho Básico)*. Porto: Porto Editora.

Manual que aborda a normalização referente ao desenho (traçado, equipamento e cotagem), as construções básicas da geometria plana (no capítulo desenho geométrico), e trata o tema das projecções, com uma introdução à representação diédrica e múltipla projecção, à axonometria e perspectiva.

Reinhardt, F.& Soeder H. (1984). *Atlas de Matemáticas 1 - Fundamentos, Álgebra y Geometria*. Madrid: Alianza Editorial.

Obra de carácter expositivo, justapondo a cada página de texto uma página de ilustrações correspondente, recolhendo exemplos, fórmulas, tabelas e representações geométricas. O 1º volume abarca fundamentos de matemática, a álgebra, a geometria e a topologia. Em virtude do índice alfabético pormenorizado este livro pode utilizar-se também como obra de consulta e prontuário.

*Veloso, E. (1998). *Geometria - Temas actuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Esta obra cobre inúmeros temas de Geometria Elementar (e menos elementar) e contém um manual de sugestões de trabalho para abordar os diferentes aspectos da Geometria. São de salientar os muitos exemplos históricos que ajudam a perceber a importância que a Geometria desempenhou na evolução da Matemática, ao mesmo tempo que fornecem excelentes exemplos para uso na sala de aula ou como proposta de trabalho a desenvolver, eventualmente, na área de projecto, ou ainda para alunos mais interessados. É altamente recomendável a leitura do capítulo I que foca a evolução do ensino da geometria em Portugal e no resto do mundo e ajuda a perceber a origem das dificuldades actuais com o ensino da Geometria. O recurso a *software* de geometria dinâmica é usado de forma "natural" para "resolver - ou suplementar a resolução - de problemas, proceder a investigações, verificar conjecturas, etc." Este livro tem já um "prolongamento" na Internet no endereço:
<http://www.iie.min-edu.pt/iie/edicoes/livros/cdces/cdces11/index.htm>

Geometria Descritiva

Albuquerque, L. (1969). *Elementos de Geometria Projectiva e Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Almedina.

Este livro, que se inicia com uma abordagem à geometria projectiva e, seguidamente, desenvolve o estudo do sistema da dupla projecção ortogonal, da projecção cónica central e das projecções cotadas, evidencia, pela sua própria organização, a importância estrutural da geometria projectiva na construção de qualquer sistema descritivo.

Almeida, Á. D. (1996). Nota acerca de alguns equívocos suscitados por um método de edição de axonometria (contributo para uma necessária discussão de conceitos). *Boletim da APROGED*, (1) 10-11.

Reflexão sobre a adequação e vocação da axonometria na representação de formas. Nomeadamente defende-se, com justeza, que, quanto mais ordenada for a forma do objecto relativamente ao sistema de eixos coordenados, maior será a eficácia do sistema axonométrico na sua representação.

*Aubert, J. (1982), *Dessin d'Architecture a partir de la Geometrie Descriptive*. Paris: Edition la Villette.

Curso de Desenho de Architectura a partir da Geometria Descritiva, para uso dos alunos do 1º ano das escolas de arquitectura.

*Carreira, A. (1972). *Compêndio de Desenho* [para o 3º ciclo do ensino liceal]. Lisboa: Livraria Sá e Costa.

Adoptado como livro único nos anos 60/70 para um programa iniciado em 1949 foi, à morte do autor, completado por Mata de Almeida. É uma obra bem sistematizada abarcando o desenho geométrico (geometria descritiva), o esboço cotado e o desenho à vista. É um digno continuador da obra de Marques Leitão de 1909.

Costa, M. C. (1997). Reflexões sobre o ensino e as aplicações da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED*, (3 e 4.) 9-13.

Este texto, onde são enunciadas as finalidades, os objectivos, as competências e os conteúdos que devem integrar o ensino da Geometria Descritiva a nível secundário e a nível superior, constituiu (conjuntamente com os pareceres dados pelo autor sobre versões anteriores) um referencial determinante na elaboração dos actuais Programas de Geometria Descritiva do Ensino Secundário.

Costa, M. C. (1998). O futuro da Geometria Descritiva. *Boletim da APROGED*, (7). 3-14.

Produzido na sequência da palestra com o mesmo título proferida no Seminário “Como ensinar Geometria Descritiva”, organizado pela APROGED, este artigo revisita a história da Geometria Descritiva para enquadrar o momento actual e perspectivar o futuro da disciplina face aos novos desafios levantados pela invenção formal, aliada às novas possibilidades tecnológicas, de arquitectos como Ghery e Eisenman, postulando a indispensabilidade da disciplina no âmbito da representação gráfica e da estruturação formal dos objectos, particularmente, como ferramenta conceptual.

*França, A. (s/d). *Caderno Auxiliar de Geometria Descritiva*. Porto: Livraria Athena.

Livro de exercícios que é um complemento do compêndio de António Carreira.

Geffroy, J. (1945). *Traité pratique de Géometrie Descriptive*. Paris: Librairie Armand Colin.

É um pequeno tratado de geometria descritiva que trata as várias situações espaciais utilizando em simultâneo as projecções cotadas e a dupla projecção ortogonal. Destaca-se o recurso a qualquer dos métodos auxiliares e a preocupação de estabelecer maiores ou menores valias de cada um deles na resolução concreta de problemas. Dedicar um dos capítulos à homologia plana.

*Gonçalves, L. (1979). *Geometria Descritiva 1 - 10º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda.

*Gonçalves, L. (1981). *Geometria Descritiva 2 - 11º Ano de Escolaridade*. Lisboa: Emp. Lit. Fluminense Lda..

Baseado nos programas em vigor nos anos 80, foram na verdade, como o próprio autor afirma no prefácio “uma resposta possível aos condicionalismos do nosso Ensino e às dificuldades que os alunos vêm sentindo”, evitando “receitas” e situações que, pelo seu particularismo, se tornassem “enigmas”.

Gordon, V.O., Sementsov, M.A. & Oguievsky (1974). *Problemas de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Gordon, V. O., Sementsov, M. A. & Oguievsky (1980). *Curso de Geometria Descriptiva*. Moscovo: Mir.

Os parâmetros que caracterizam esta obra assemelham-se aos indicados na obra de Krylov, abaixo referida.

Guasp, J. B. (1995). *Sistema Diedrico Directo - Fundamentos y Ejercicios 1*. San Sebastián: Editorial Donostiarra.

Neste livro é proposta a utilização do sistema diédrico directo, no qual, as entidades geométricas, consideradas individualmente ou em relação, são tratadas sem ter em consideração um referencial fixo de projecção. Deste modo torna-se irrelevante a representação das rectas de intersecção dos planos de projecção (eixo X ou LT), bem como, dos traços de rectas e de planos nesses mesmos planos de projecção. Num dos capítulos procura-se estabelecer uma comparação entre a representação diédrica convencional (ou clássica) e a directa.

Haack, W. (1962). *Geometria Descriptiva*. Cidade do México: Uthea. [3 Volumes]

Nos dois primeiros tomos desta obra trata-se, principalmente, dos sistemas de representação que indicam as dimensões dos corpos; enquanto no terceiro volume se expõem, preferencialmente os que proporcionam um carácter mais intuitivo e imediato ao desenho. A relação com resultados puramente matemáticos consiste na dedução e nas demonstrações dos diferentes sistemas.

Izquierdo Asensi, F. (1985). *Geometria Descriptiva* (Vol. 16). Madrid: Editorial Dossat SA.

Esta *Geometria Descriptiva* trata exaustivamente os sistemas diédrico, cotado, axonométrico e cónico (onde se inclui uma abordagem à projecção gnomónica e à construção de relógios de sol), ainda que o tipo de abordagem proposto seja, sobretudo, pragmática. É contudo, no âmbito do sistema diédrico, que é dado maior desenvolvimento ao estudo de sólidos e de superfícies, sendo tratadas questões de concordância ou de intersecção recíproca.

Krylov, N., Lobandievsky, P. & Maine, S. (1971). *Géométrie Descriptive*. Moscovo: MIR.

Esta obra centra o desenvolvimento dos seus conteúdos na importância prática da Geometria Descritiva na familiarização com a linguagem representativa e técnica expressiva dos desenhos, ensinando a construí-los e a lê-los sem dificuldade. Obviamente o estudo da Geometria Descritiva contribui para formar uma imaginação representativa e adquirir hábitos de raciocínio lógico. Aperfeiçoa a aptidão para recriar em pensamento a forma dos objectos representados sobre um plano e prepara, assim, o futuro técnico (arquitecto, designer, engenheiro), para o estudo de disciplinas espaciais e para a criação técnica pelo estabelecimento de projectos.

*Leitão, C.A. M. (1909). *Desenho*. Lisboa: Fernandes e Companhia Editores. [5 volumes]

Apesar da sua edição datar de 1909, pode considerar-se, pedagogicamente, das obras mais profundas no ensino do, então, Desenho, com uma qualidade gráfica (e de leitura) que não vemos conseguida actualmente em obras do ensino secundário de Desenho e Geometria Descritiva.

Mateus, N. C. (2001). Os problemas básicos da Geometria Descritiva (a propósito dos novos Programas). *Boletim da APROGED*, (14). 3-9.

Transcrição da intervenção do autor no III encontro da APROGED – “Geometria: que futuro?” – onde se questiona, com pertinência, a sequência metodológica clássica no ensino da Geometria Descritiva que, na opinião do autor, tem contribuído para o insucesso escolar real na aprendizagem da disciplina. Nuno Mateus acompanha esta crítica de uma contraproposta que justifica, cuidadosamente, quer sob o ponto de vista científico quer pedagógico.

Monge, G. (ed. 1996). *Geometría Descriptiva*. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales e Puertos.

Trata-se da edição *facsimilada* de uma tradução castelhana de 1803, da Geometria Descritiva de Monge para uso na “Escuela de Caminos”, precedida do historial da respectiva escola e de algumas notas sobre a Geometria Descritiva e o seu ensino em Espanha. Destaque para a qualidade, excelente, das ilustrações.

Morais, J. S. (1995). *Geometria Descritiva* [para o 1º Ano de Engenharia Mecânica]. Porto: FEUP – DMEGI. [policopiado]

Sebenta, destinada aos alunos de Engenharia Mecânica da FEUP, sobre os fundamentos da representação diédrica, onde se ensaia e se tenta demonstrar a maior versatilidade e funcionalidade do sistema directo em contraponto com sistema clássico de Monge. Destaca-se, ainda, o desenvolvimento do estudo da representação axonométrica ortogonal e o capítulo consagrado a planificações.

Nannoni, D. (1978, 1981). *Il Mondo delle Proiezioni - Applicazioni della Geometria Descritiva e Proiettiva* (1, 2, 3). Bologna: Cappelli Editore.

Este tratado de geometria projectiva e descritiva trata de forma rigorosa e exhaustiva os diferentes sistemas de representação. Salienta-se a primeira parte do livro sobre homologia e afinidade e os capítulos onde se desenvolve o estudo das sombras.

Pal, I. (1959). *Geometria Descriptiva (con Figuras estereoscópicas)*. Madrid: Aguilar.

Na linha de TAIBO, tem um similar recente na obra de R. SCHMIDT.

Pegado, L. P. M. (1899). *Curso de Geometria Descritiva da Escola Polytechnica - Tomo I e II - Texto*. Lisboa: Typographia da Academia Real das Sciencias.

Este curso, da autoria de um dos maiores géometras portugueses, é um verdadeiro tratado sobre a matéria sendo, por isso, indispensável para todos que a queiram estudar a fundo. Extremamente relevante é o facto de Motta Pegado, dando nota de uma total actualização científica, tratar a geometria descritiva tendo sempre como pano de fundo as transformações geométricas. É, aliás, por aí que se inicia o seu livro. Considerando irrelevante a fixação dos planos de projecção Pegado não utiliza a LT. Para além da dupla projecção ortogonal o autor também trata o sistema das projecções cotadas.

*Pinheiro, C. S. & Sousa, P. F. (1979). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 39). Lisboa: Ministério da Educação.

*Pinheiro, C. S. & Sousa, P. F. (1980). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 55). Lisboa: Min. da Educação e Ciência.

Compêndios destinados ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU39 compreende o estudo de superfícies e das sombras em dupla projecção ortogonal. O TPU55 desenvolve estudo da perspectiva e da representação axonométrica.

Ribeiro, C. T. (1991), *Geometria Projectiva*. Lisboa: Editora Europress.

“...sem dúvida, um excelente auxiliar dos estudantes e profissionais de engenharia, visando ensinar e ajudar a utilizar de forma mais eficiente a linguagem da profissão.” (Transcrição, com a devida vénia, da opinião de Veiga da Cunha no prefácio desta obra).

Rodríguez de Abajo, F. J. (1992). *Geometria Descritiva - Sistema Diédrico*. San Sebastian: Editorial Donostiarra.

Abordagem exhaustiva e sistemática do “sistema diédrico”. Nota-se que o autor sugere o recurso à tripla projecção ortogonal para resolver situações de perfil. Saliência, também, como é norma em todos os livros dirigidos por Rodríguez de Abajo, para o capítulo introdutório sobre homologia onde se realiza um estudo desenvolvido das cónicas. Esse capital oferecido logo de início é activamente utilizado nas diversas situações projectivas tratadas em representação diédrica.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BENGUA, V. A. (1987). *Geometria Descritiva - Sistema Axonometrico*. (5ª ed.) Alcoy: Editorial Marfil SA.

Na linha do livro dedicado ao sistema diédrico também este desenvolve, com profundidade, o estudo do sistema axonométrico ortogonal.

Rodríguez de Abajo, F. J. & BLANCO, A. R. (1982), *Geometria Descritiva - Sistema de Perspectiva Caballera*. (3ª ed.) San Sebastian: Editorial Donostiarra.

Estudo desenvolvido da axonometria por projecção oblíqua muito semelhante ao dedicado à axonometria ortogonal.

Sánchez Gallego, J. A. (1992). *Geometría Descritiva - Sistemas de Proyección cilíndrica*. Barcelona. Ediciones UPC.

Livro muito interessante sobre os diversos sistemas de projecção cilíndrica particularmente porque se propõe o estudo das diversas situações/problemas espaciais utilizando em simultâneo os vários sistemas de representação. Também relevantes são os capítulos iniciais onde se discute a essência de cada um deles e a sua vocação particular. Em relação à

representação diédrica a preferência de Gallego recai sobre o diédrico directo, preferência essa que justifica com uma sólida argumentação. Em relação à representação axonométrica são apresentados dados históricos que enquadram o aparecimento do “método dos cortes” sendo devidamente explicado o seu funcionamento e aplicação.

*Sant’ana, S. & GOMES, B. (1980). *Desenho e Geometria Descritiva*. Porto: Porto Editora.

Livro de texto conciso, com exercícios muito bem elaborados.

*Santos, P.(s/d). *Aprender a ver em Geometria Descritiva*. Coimbra: Livraria Arnado.

Obra destinada à iniciação em Geometria Descritiva como o próprio título sugere. A sua apresentação como livro em folhas soltas permite que os alunos executem a montagem tridimensional e, efectuando os cortes e dobragens convenientes, tenham a “percepção” da passagem ao bidimensional (plano de desenho).

*Schmidt, R. (1986). *Geometria Descriptiva con Figuras estereoscópicas*. Barcelona: Editorial Reverté SA.

A obra mais completa e cuidada em termos de representação de superfícies em estereoscopia.

*Sousa, P. F.(s/d). *Desenho*. Textos Pré-Universitários (Vol. 13). Lisboa: Ministério da Educação.

Compêndio destinado ao ano propedêutico (que o 12º ano de escolaridade substituiu). O TPU13 compreende uma introdução à dupla projecção ortogonal seguida do estudo dos métodos auxiliares e de problemas métricos.

Taibo, A. (1943). *Geometria Descriptiva e sus aplicaciones* [3 volumes]. Madrid: s/ed.

Das primeiras obras com figuras em estéreo.

Xavier, J. P. (1999). Acerca da “nova” terminologia dos Programas de Desenho e Geometria Descritiva A e B. *Boletim da APROGED*, (9). 13-15.

Neste artigo, como o próprio título indica, procura-se mostrar que a terminologia usada nos actuais Programas de Geometria Descritiva não tem qualquer novidade estando já largamente difundida e utilizada (excepto no nosso País) à luz da necessidade de fazer convergir áreas disciplinares distintas, mas afins, como sejam, a Geometria Analítica, a Geometria Descritiva e o Desenho Técnico.

Xavier, J. P. (2000). A Axonometria como método descritivo. *Boletim da APROGED*, (12). 7-22.

Transcrição de uma comunicação apresentada no Encontro Nacional da APROGED, “Saber ver a Geometria Descritiva”, onde o autor se debruça sobre o enquadramento histórico-cultural da representação axonométrica. O texto constitui, igualmente, uma reflexão sobre a preponderância actual deste sistema de representação na modelação tridimensional em CAD. Na parte final é apresentado um método construtivo na axonometria ortogonal, conhecido como “método dos cortes”, secundado pela amostragem de trabalhos de alunos de Geometria da FAUP.

Desenho Técnico

*Cunha, L. V. (1984). *Desenho Técnico* (Vol. 6). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Manual sobre os mais variados temas de desenho técnico (embora não actualizado) precedido de informação sobre muitas construções geométricas euclidianas.

Morais, J. S. (1996). *Desenho de construções mecânicas III (Desenho Técnico)*. Porto: Porto Editora.

Livro de referência sobre Desenho Técnico e, também, um dos mais actualizados sobre o tema.

NORMAS

Norma ISO 128 Princípios gerais de representação

Norma ISO 216 Formatos de papéis

Norma ISO 2594 Métodos de projecção (desenho de construção civil)

Norma ISO 3098 Escrita

Norma ISO 5456-1/2/3/4 Métodos de projecção

Norma ISO 5457 Formatos dos desenhos

Norma ISO 9175 a 9180 Material de desenho

Norma ISO 10209-1 Termos relativos aos desenhos técnicos (generalidades e tipo de desenho)

Norma ISO 10209-2 Termos relativos aos métodos de projecção

Endereços na Internet:

<http://www.geom.umn.edu/>

<http://www.ul.ie/~rynnnet/keanea/homepage.html>

<http://www.albares.com/dibujotecnico/salaestudios/salaestudios.htm>

<http://www.arq.ufrgs.br/>

<http://www.mat.uel.br/barison/DGGDcont.htm>

http://www.cce.ufsc.br/~ligsouza/geometria_descritiva.htm

<http://indigo.ie/~paulmcd/>

<http://www.engr.ukans.edu/~rhale/ae421/giesecke/CHAP17.PDF>

<http://thales.cica.es/ed/practicas/TecInfo/09/indice.html>

<http://www.anth.org.uk/NCT/>

<http://mane.mech.virginia.edu/~engr160/Graphics/Outline.html>

<http://drr.arc.uniroma1.it/decarlo/>

<http://www.terravista.pt/ancora/6707/impindex2.html>

<http://www.fc.up.pt/attractor>



Alfabeto grego

α - Alfa	ι - Iota	ρ - Ró
β - Beta	κ - Kapa	σ - Sigma
γ - Gama	λ - Lambda	τ - Tau
δ - Delta	μ - Miú	υ - Ipsilon
ϵ - Épsilon	ν - Niú	φ - Fi
ζ - Zeta	ξ - Csi	χ - Qui
η - Eta	$\omicron$ - Omicron	ψ - Psi
θ - Teta	π - Pi	ω - Omega



Interseção entre planos

Conteúdos anteriores necessários:

- Nome, relativa posição e características dos planos, nomeadamente se são projetantes (têm traço absorvente) ou não:

Plano	Características
Horizontal	p.f.; V.G. no PHP
Topo	p.f.
Perfil	p.f. e p.h.
Vertical	p.h.
Frontal	p.h.; V.G. no PFP
Rampa	
Passante (por x)	
Obliquo	

p.f. = projetante frontal; p.h. = projetante horizontal; V.G. = verdadeira grandeza

- Traços de uma reta (pontos notáveis da reta):

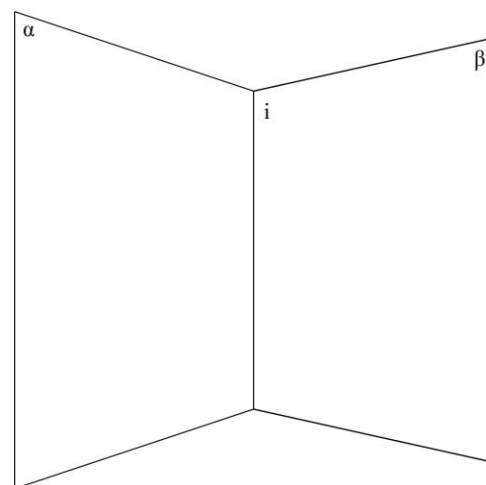
“Traço de uma reta num plano é o ponto de interseção da reta com o plano.” (Müller, 2009, p. 16)

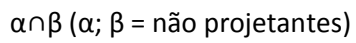
 - “Os traços de uma reta nos planos de projeção são os pontos de interseção da reta com os planos de projeção.” (Müller, 2009, p. 16)
 - $r \cap \text{PHP} = H$; $r \cap \text{PFP} = F$
 - “Os traços de uma reta nos planos bissetores são os pontos de interseção da reta com os planos bissetores, $\beta_{1,3}$ e $\beta_{2,4}$.” (Müller, 2009, p. 16)
 - $r \cap \beta_{1,3} = Q$; $r \cap \beta_{2,4} = I$ ($Q_1=Q_2$; $I_1=I_2$)
- Relações de pertença – $P \in r \in \alpha$
 - “Um ponto pertence a uma reta quando as suas projeções estão situadas sobre as projeções do mesmo nome (homónimas) da reta.” (Müller, 2009, p. 13)
 - $P_1 \in r_1$; $P_2 \in r_2$
 - “Uma reta pertence a um plano definido pelos seus traços quando os traços da reta estão sobre os traços do mesmo nome (homónimos) do plano.” (Müller, 2009, p. 63)
 - $H_1 \in h\alpha$; $F_2 \in f\alpha$
 - “Um ponto pertence a um plano quando pertence a uma reta contida nesse plano.” (Müller, 2009, p. 56)

- Representação triédrica - 3PO

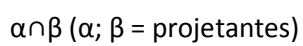
Fev 26 – Interseção entre planos

“Dois planos intersectam-se segundo uma reta. A reta de interseção pertence simultaneamente aos dois planos, pelo que é o lugar geométrico dos pontos comuns a ambos os planos.” (Müller, 2009, p.128)





Uma das projeções da reta i é imediata. Mas para marcar a outra tem de se encontrar **F** e **H**.



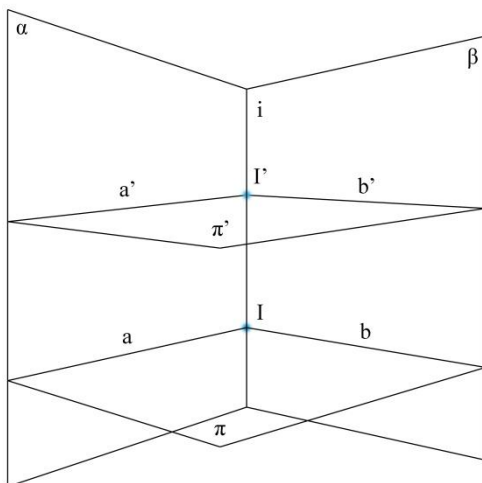
3

Com planos de rampa e passantes, para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal*.

Fev 27 – Interseção entre planos – Método Geral

Método Geral:

(*Planos de rampa e passantes; quando os traços dos planos não se cruzam dentro dos limites do papel;...)



- Traçar um plano auxiliar projetante – π
 - $\pi \cap \alpha = a$; $\pi \cap \beta = b$
 - $a \cap b = I$

Caso ainda não se tenha outro ponto da reta i , repete-se o método (os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas interseções com os planos dados produzem retas paralelas):

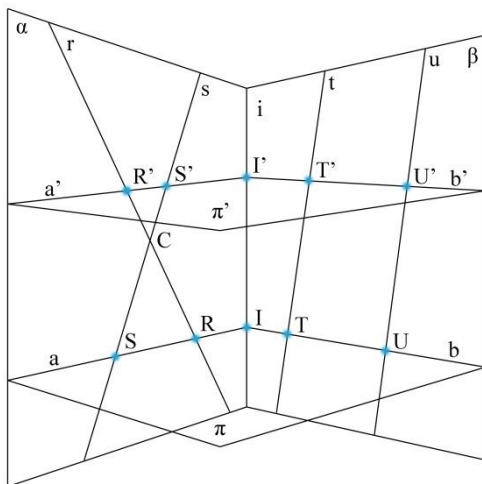
- Traçar um plano auxiliar projetante – π'
 - $\pi' \cap \alpha = a'$; $\pi' \cap \beta = b'$
 - $a' \cap b' = I'$
- $[II'] = i$

Mar 06 – Interseção entre planos – Método Geral (sem recorrer aos traços dos planos)

“Um plano pode ser definido por:

- Três pontos não colineares;
- Uma reta e um ponto exterior à reta;
- Duas retas concorrentes ou duas retas paralelas.” (Müller, 2009, p.50)

Método Geral (sem recorrer aos traços dos planos):



- Traçar um plano auxiliar projetante – π
 - $\pi \cap r = R; \pi \cap s = S$
 - $[RS] = a$
 - $\pi \cap t = T; \pi \cap u = U$
 - $[TU] = b$
 - $a \cap b = I$

Caso ainda não se tenha outro ponto da reta i , repete-se o método (os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas interseções com os planos dados produzem retas paralelas):

- Traçar um plano auxiliar projetante – π'
 - $\pi' \cap r = R'$
 - Por $R', a' // a$
 - $\pi' \cap t = T'$
 - Por $T', b' // b$
 - $a' \cap b' = I'$
- $[II'] = i$

Mar 12 – Interseção entre planos – Método Geral

Quando se trabalha com planos passantes, deve passar-se o plano auxiliar pelo ponto do plano.

Referencias Bibliográficas:

- Müller, M. (2009). Guia de Estudo de Geometria Descritiva A – 10º ano. Porto: Porto Editora.

Professora Vera Bettencourt' 2013



Mar 08 – Interseção entre planos não definidos pelos seus traços

“338 – Determine as projeções das retas q e i , de interseção do plano θ com o $\beta_{1,3}$ e com o $\beta_{2,4}$, sabendo que:

- o plano θ contém o ponto $P(0; 2; 4)$ e a reta fronto-horizontal a ;
- a reta a tem $-2,5$ cm de afastamento e 6 cm de cota.” (Müller, 2009, p. 145)

Tempo recomendado: 15 a 20 minutos.

“344 – Determine as projeções da reta de interseção i dos planos oblíquos, α e γ , sabendo que:

- o plano α é definido pelos pontos $R(0; 5; 1)$, $S(3; 2; 4)$ e $T(5; 7; 1)$;
- o plano γ é definido pelos pontos $A(-4; 4; 3)$, $B(-7; 6; 3)$ e $C(-9; 5; 6)$.” (Müller, 2009, p. 146)

Tempo recomendado: 25 a 30 minutos.

“347 – Determine as projeções da reta de interseção i dos planos oblíquos, α e δ , sabendo que:

- os planos α e δ são, ambos, definidos por uma das suas retas de maior declive;
- a reta d é uma reta de maior declive do plano α e o seu traço horizontal é o ponto $H(5; 3; 0)$;
- as projeções horizontal e frontal da reta d fazem, respetivamente, ângulos de 45° (a.e.) e 60° (a.d.) com o eixo x ;
- a reta d' contém o ponto $P(-3; 4; 2)$ e é uma reta de maior declive do plano δ ;
- as projeções da reta d' fazem, ambas, ângulos de 45° (a.d.) com o eixo x .” (Müller, 2009, p. 147)

Tempo recomendado: 25 a 30 minutos.

Mar 12 – Interseção de um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante

Determine as projeções da reta de interseção dos planos p e α sabendo que:

- o plano p é passante e está definido pelo eixo x e por $A (-2; 2; 3)$;
- o plano α está definido pelas retas r e h ;
- a reta r contém os pontos $F (7; 0; 7)$ e $H (3; 5; 0)$;
- a reta h é horizontal, concorrente com r num ponto C com 5 cm de cota e a sua projeção horizontal faz um ângulo de 60° (a.e.).

Solução semelhante à do exercício 509 do Livro de Exercícios (Santa-Rita, 2009).

Tempo recomendado: 20 a 25 minutos.

Referencias Bibliográficas:

- Müller, M. (2009). Guia de Estudo de Geometria Descritiva A – 10º ano. Porto: Porto Editora.
- Santa-Rita, J. (2009). Geometria Descritiva –A/B – 10º ano: Livro de exercícios. Lisboa: Texto Editora.

Professora Vera Bettencourt' 2013

ESCOLA SECUNDÁRIA DE PEDRO NUNES 2012-13
Trabalho prático
GEOMETRIA DESCRITIVA A 10º Ano
Fevereiro 2013



duração 90 minutos

Os desenhos devem ser executados rigorosamente e apresentados a lápis.

Bom Trabalho!

Intersecção entre planos definidos pelos seus traços. - Casos gerais; Casos particulares.

1. Determine as projeções da reta i resultante da intersecção dos planos oblíquos, λ e θ .

Os traços frontal e horizontal de λ fazem, com o eixo x ângulos de 60° (a.e.) e 30° (a.e.), respectivamente, e são concorrentes com o eixo x num ponto com abcissa -3.

Os traços frontal e horizontal de θ são coincidentes, concorrentes com o eixo x num ponto com abcissa 3, sendo que o traço horizontal de θ é paralelo ao traço horizontal de λ . **(25 pontos)**

2. Exame de 1999 2ª Fase

Determine a recta de intersecção i dos planos de rampa alfa e beta.

O traço horizontal do plano alfa tem 4 de afastamento, e o seu traço frontal tem 5 de cota. O plano beta é definido pelo seu traço horizontal, que tem 6 de afastamento, e pelo ponto B (O; 3; 2).

Nota: determine os traços do plano beta. **(40 pontos)**

3. Exame de 2002 2ª Fase (programa em vigor de 2002 a 2006)

Determine as projeções da recta de intersecção i dos planos oblíquos alfa e beta.

Os traços do plano alfa são concorrentes num ponto N, com 0 de abcissa, e fazem ambos ângulos de 45° com o eixo x : o traço horizontal com abertura para a esquerda, e o traço frontal com abertura para a direita;

O plano beta é definido pelo ponto X (-7; 0; 0) e pela reta r ;

A projeção horizontal r_1 da reta r coincide com o traço horizontal do plano alfa;

O traço horizontal da reta r tem 5 cm de afastamento;

O traço frontal da reta r tem 5 cm de cota.

Nota: determine os traços do plano beta. **(40 pontos)**

4. Determine as projecções das retas de intersecção, i e i' , do plano oblíquo ω com os bissectores β_{13} e β_{24} .

Dados: o plano ω intersecta o eixo x no ponto com 5 de abcissa;

Os traços horizontal e frontal do plano ω fazem, respetivamente, ângulos de 50° e de 30° , ambos de abertura para a direita, com o eixo x . **(40 pontos)**

5. Exame de 2009 1ª Fase

Determine as projeções da recta de intersecção, i , dos planos oblíquos alfa e beta, que contêm o mesmo ponto do eixo x .

Dados: os traços do plano alfa intersectam o eixo x no ponto com -1 de abcissa e fazem, ambos, ângulos de 60° , de abertura para a direita, com esse mesmo eixo;

O plano beta é definido pelo seu traço horizontal e pela reta b ;

O traço horizontal faz um ângulo de 20° , de abertura para a direita, com o eixo x ;

A reta b é de perfil passante e contém o ponto B (2; 6). **(45 pontos)**

6. Exame de 2011 2ª fase

Determine as projeções da recta de intersecção, i , do plano oblíquo δ com o plano de rampa ρ .

Dados: o plano δ está definido por uma recta de maior declive, d ;

A reta d contém o ponto P (-2; 3; 4);

As projeções, horizontal e frontal, da recta d fazem, com o eixo x , ângulos de 30° , de abertura para a esquerda, e de 50° , de abertura para a direita, respectivamente;

Os traços horizontal e frontal do plano ρ têm -5 de afastamento e 7 de cota, respectivamente.

Nota: determine os traços dos dois planos. **(35 pontos)**



duração 90 minutos

Antes de iniciar a prova, leia com atenção todo o enunciado.

As questões 1, 3 e 4 são de resposta obrigatória

Na questão 2, escolha entre o exercício A ou B.

Identifique a sua folha e indique qual a letra correspondente ao seu teste.

Os desenhos devem ser executados rigorosamente e apresentados a lápis.

BOM TRABALHO!

1. Represente pelas suas projeções um prisma hexagonal oblíquo com bases horizontais, e pertencente ao espaço do 1º Diedro.

O $(0;5;1)$, é o centro de uma das bases do sólido. A circunferência circunscrita à base tem 4,5 cm de raio. Duas das arestas das bases são segmentos de reta fronto horizontais.

As arestas laterais do prisma são oblíquas, e as suas projeções frontais e horizontais fazem com o eixo x ângulos de 60° (a.d.) e 30° (a.d.) respetivamente.

A altura do prisma é igual a 5cm.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

(50 pontos)

2A. Represente pelas suas projeções um cone de revolução, de base pertencente a um plano de perfil δ e situado no 1.º diedro.

o ponto A $(0; 2; 2,5)$ é um dos pontos da circunferência da base do cone;

o vértice do cone é o ponto V $(8;6;5)$.

(50 pontos)

OU

2B. Determine as projeções da reta i de interseção do plano beta (β) com o plano alfa (α).

Dados:

o plano **beta** é **frontal** e contém um ponto A $(3; 5; 3)$;

o plano **alfa** é **oblíquo** e contém o ponto B $(-2; 7; 2)$;

fa intersecta o eixo x no ponto de abcissa nula e faz, com o mesmo, um ângulo de 45° (abertura para a esquerda).

Exame de 2003 1ª Fase 1ª Chamada (adaptação) (50 pontos)

3. Determine as projeções da reta i, de interseção do plano de topo alfa com o plano oblíquo beta.

Considere que os traços horizontais dos planos não se intersectam nos limites da sua folha.

Dados:

o plano de topo alfa contém o ponto P $(-4; 2; 3)$, e faz com PHP/ v_0 um ângulo de 45° , com abertura para a esquerda;

os traços do plano oblíquo beta intersectam-se num ponto com 5 de abcissa;

o traço horizontal do plano beta faz um ângulo de 55° com o eixo x, de abertura para a direita; o traço frontal do plano beta faz um ângulo de 60° com o mesmo eixo, de abertura para a direita.

Exame de 2004 2ª Fase (adaptação) (50 pontos)

4. Determine as retas i e i', de interseção do plano de rampa θ (teta) respetivamente com o Bissetor β_{13} e com o Bissetor β_{24} .

O plano **teta** é definido pelo seu **traço horizontal**, que tem **6 de afastamento**, e pelo ponto

B $(0; 3; 2)$.

Nota: determine o traço frontal do plano teta.

Exame de 1999 2ª Fase (adaptação) (50 pontos)



duração 90 minutos

Antes de iniciar a prova, leia com atenção todo o enunciado.

As questões 1, 3 e 4 são de resposta obrigatória

Na questão 2, escolha entre o exercício A ou B.

Identifique a sua folha e indique qual a letra correspondente ao seu teste.

Os desenhos devem ser executados rigorosamente e apresentados a lápis.

BOM TRABALHO!

1. Represente pelas suas projeções um prisma hexagonal oblíquo com bases frontais, e pertencente ao espaço do 1º Diedro.

O $O(0;1;5)$, é o centro de uma das bases do sólido. A circunferência circunscrita à base tem 4,5 cm de raio. Duas das arestas das bases são segmentos de reta verticais.

As arestas laterais do prisma são horizontais, e fazem com o Plano Frontal de Projeção φ_0 ângulos de 60° (a.d.).

A altura do prisma é igual a 5cm.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

(50 pontos)

2A. Represente pelas suas projeções uma pirâmide pentagonal regular, de base contida num plano de perfil δ e situada no 1.º diedro.

o ponto A $(1; 2; 2,5)$ é um dos vértices da base [ABCDE] da pirâmide;

o vértice da pirâmide é o ponto V $(9;6;5)$.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

(50 pontos)

OU

2B. Determine as projeções da reta i de interseção do plano beta (β) com o plano alfa (α).

Dados:

o plano beta é horizontal e contém um ponto A $(-3; 3; 5)$;

o plano alfa é oblíquo e contém o ponto B $(2; 2; 7)$;

h_α intersecta o eixo x no ponto de abcissa nula e faz, com o mesmo, um ângulo de 45° (abertura para a direita).

Exame de 2003 1ª Fase 1ª Chamada (adaptação) (50 pontos)

3. Determine as projeções da reta i , de interseção do plano vertical alfa com o plano oblíquo beta. Considere que os traços frontais dos planos não se intersectam nos limites da sua folha.

Dados:

o plano vertical alfa contém o ponto A $(4; 3; 2)$, e o seu traço horizontal faz um ângulo de 45° com o eixo x, com abertura para a direita;

os traços do plano oblíquo beta intersectam-se num ponto com -5 de abcissa;

o traço horizontal do plano beta faz um ângulo de 60° com o eixo x, de abertura para a esquerda; o traço frontal do plano beta faz um ângulo de 55° com o mesmo eixo, de abertura para a esquerda.

Exame de 2004 2ª Fase (adaptação) (50 pontos)

4. Determine a reta de interseção i dos planos de rampa alfa e beta.

O traço horizontal do plano **alfa** tem 4 de afastamento, e o seu traço frontal tem -10,5 de cota;

O plano **beta** é definido pelo seu **traço horizontal**, que tem **6 de afastamento**, e pelo ponto

B $(0; 3; 2)$.

Nota: determine o traço frontal do plano beta

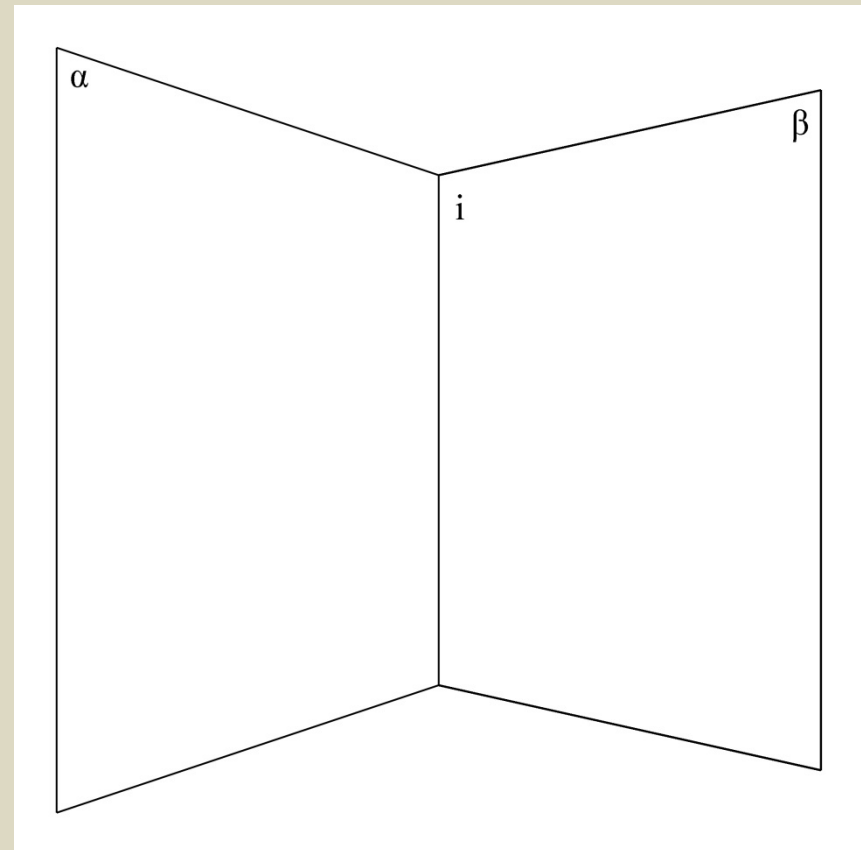
Exame de 1999 2ª Fase (adaptação) (50 pontos)

Interseções entre planos

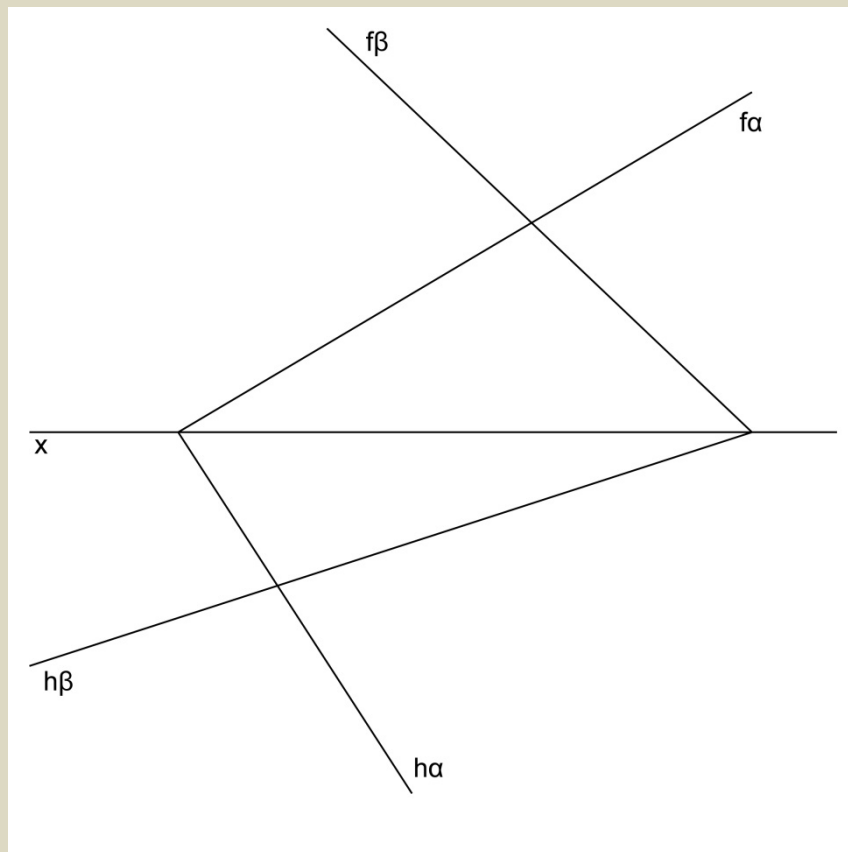
1. Planos com traços paralelos a x (projetantes ou não);
2. Planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel;
3. Planos não definidos pelos seus traços;
4. Um plano definido ou não pelos seus traços com um plano passante.

Interseção de planos – resumo

“Dois planos interse-
tam-se segundo uma reta. A
reta de interseção
pertence
simultaneamente aos dois
planos, pelo que é o lugar
geométrico dos pontos
comuns a ambos os
planos.” (Müller, 2009,
p.128)



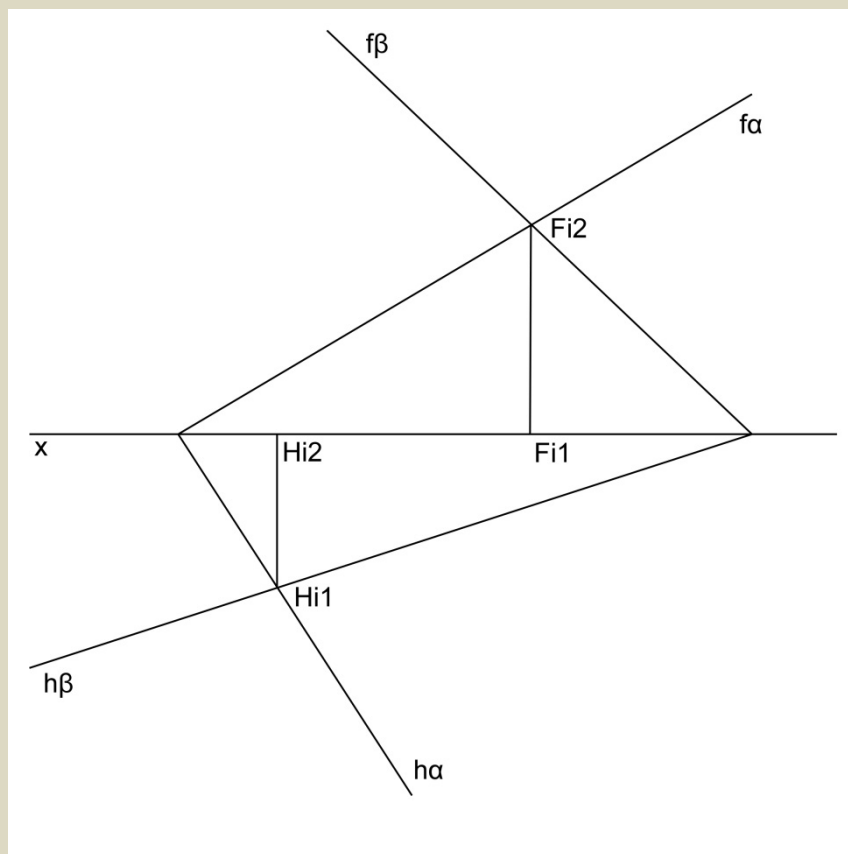
Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta =$ não projetantes

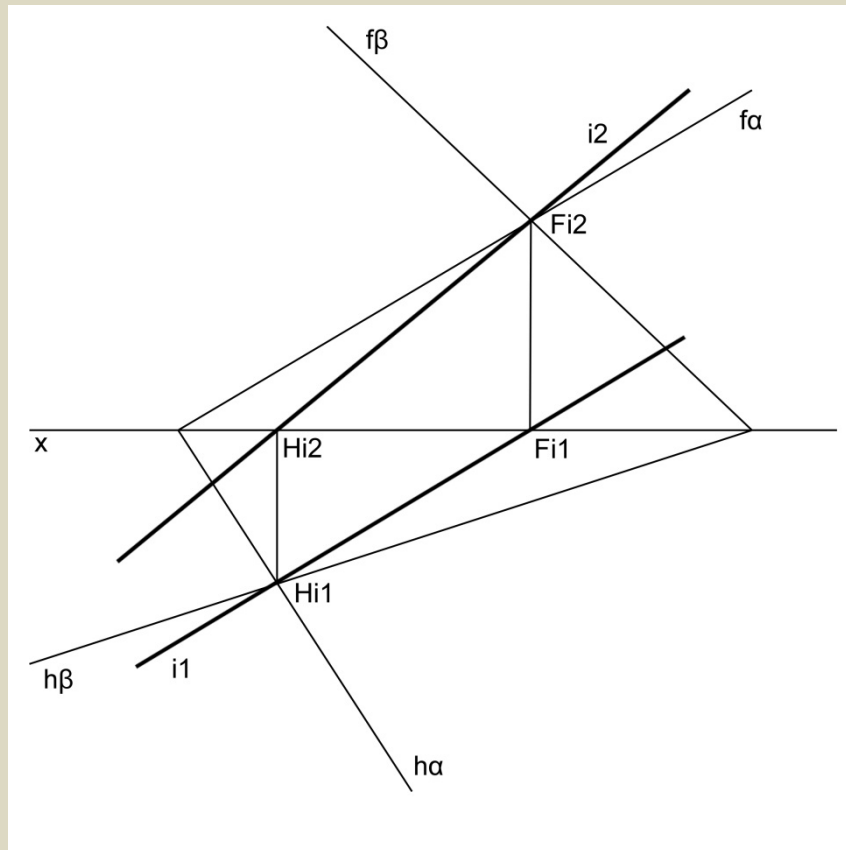
Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta =$ não projetantes

Interseção de planos – resumo

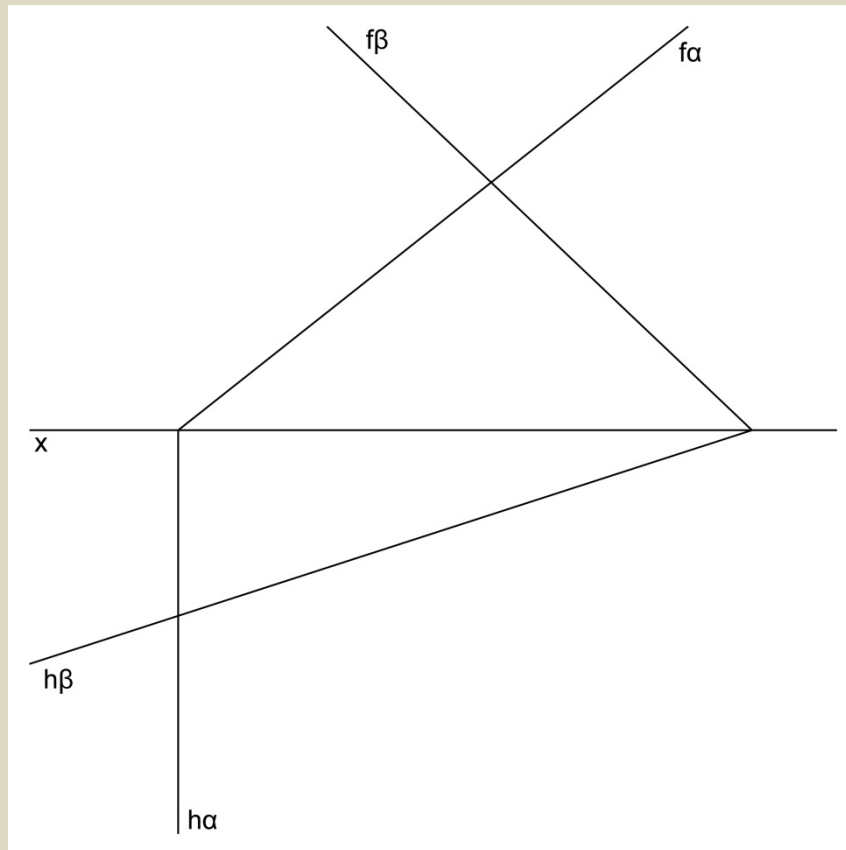


$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta =$ não projetantes

Tem de se encontrar F e H.

Interseção de planos – resumo

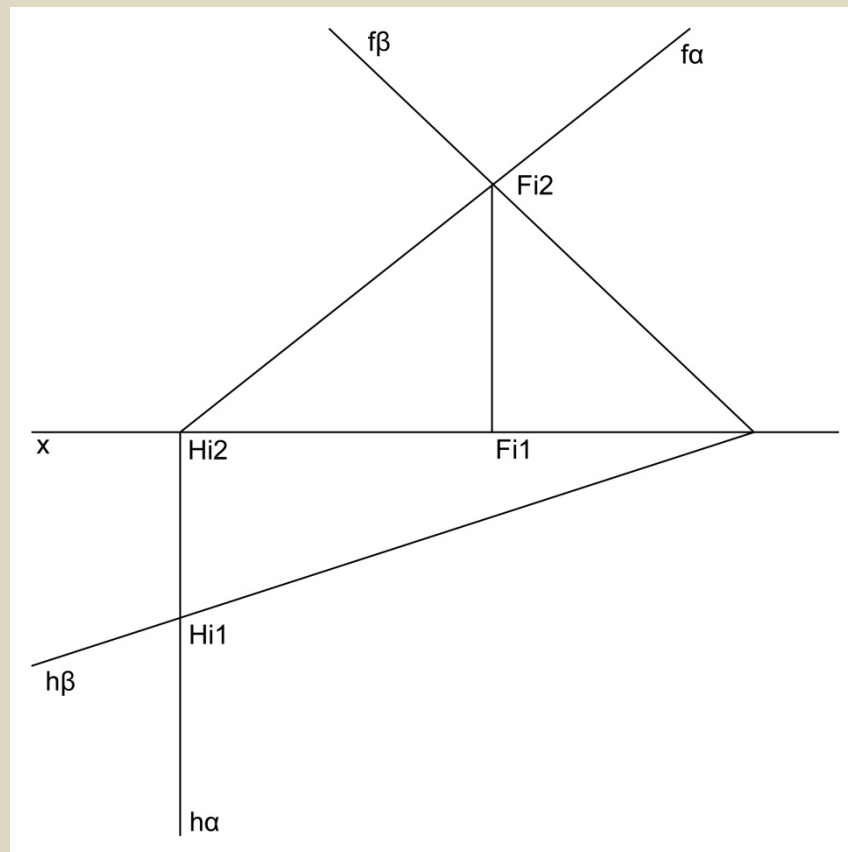


$\alpha \cap \beta$

α = projetante

β = não projetante

Interseção de planos – resumo

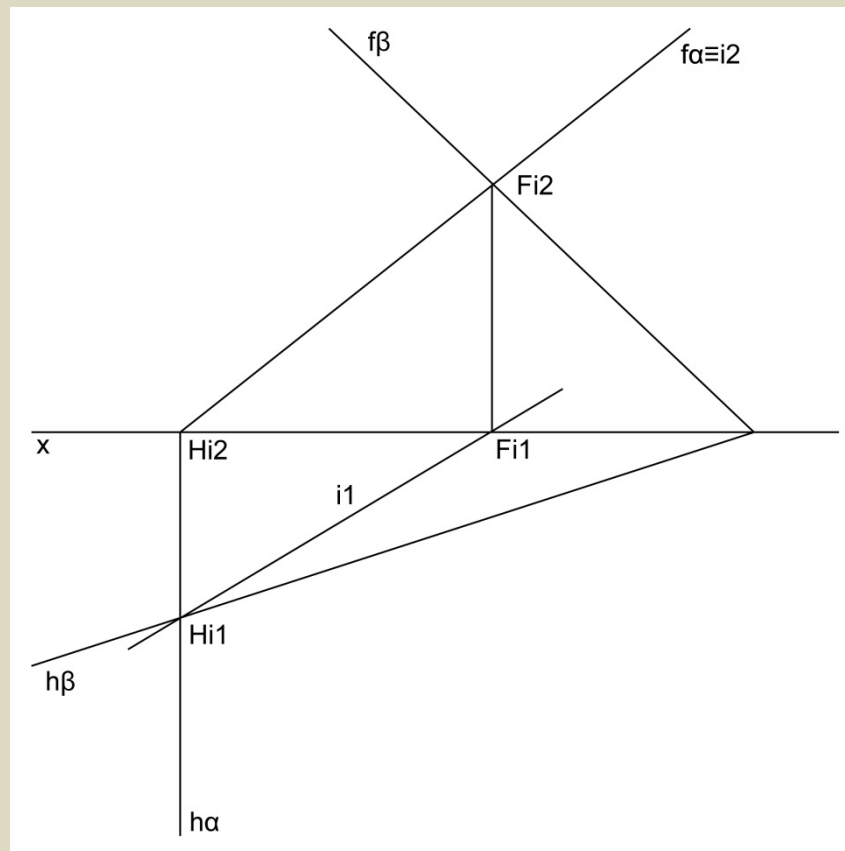


$\alpha \cap \beta$

α = projetante

β = não projetante

Interseção de planos – resumo



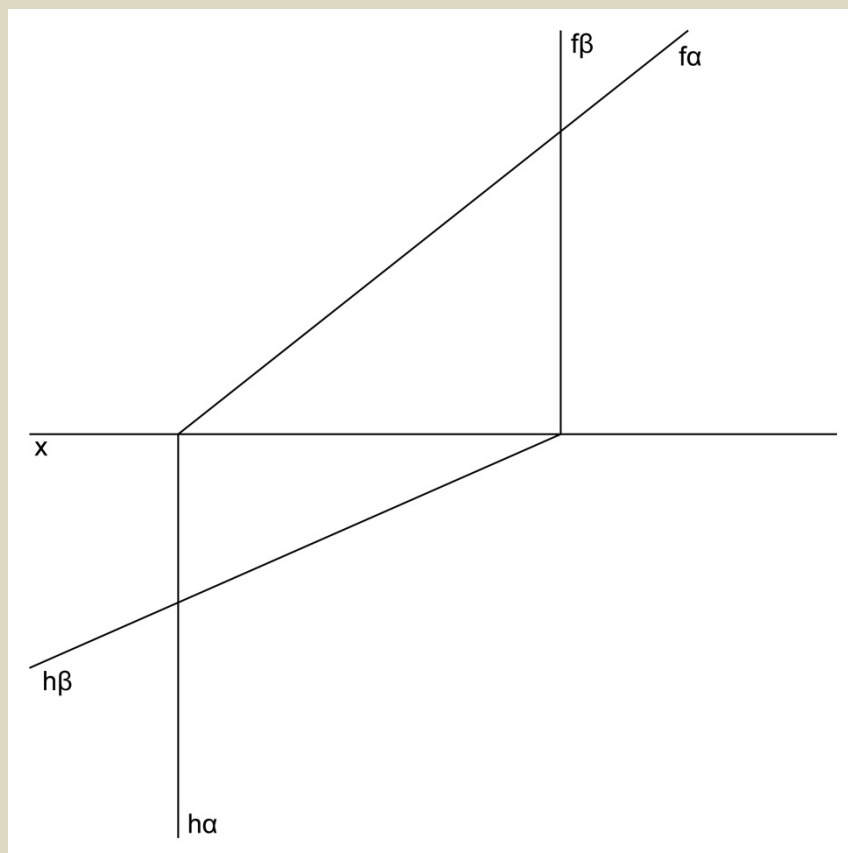
$\alpha \cap \beta$

α = projetante

β = não projetante

Uma das projeções da reta i é imediata. Mas para marcar a outra tem de se encontrar F e H .

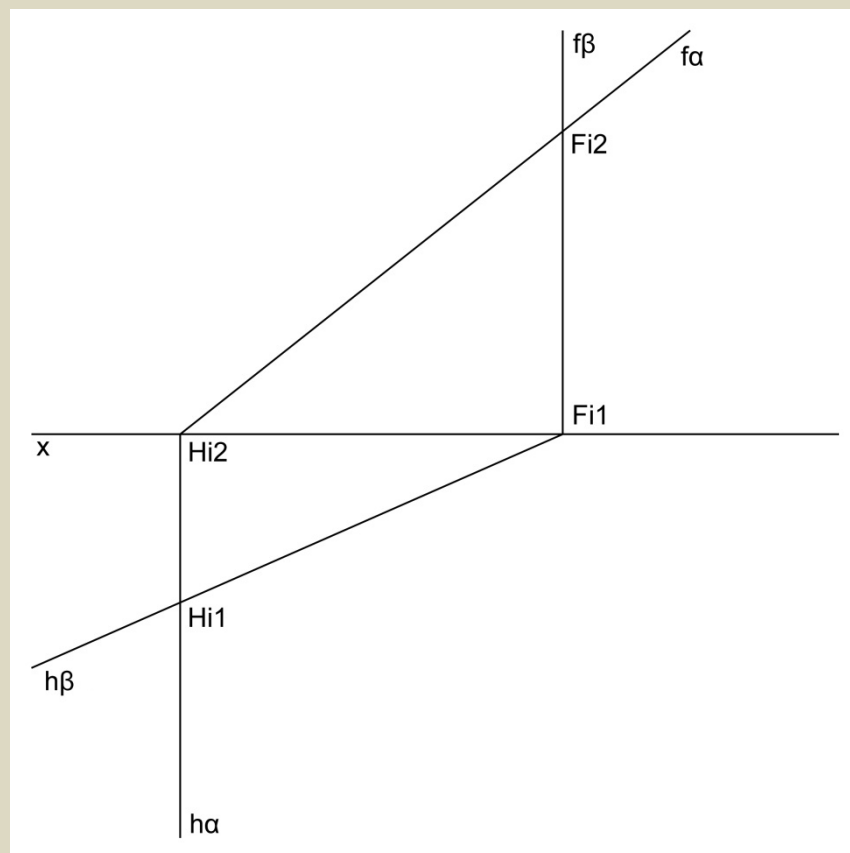
Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta = \text{projetantes}$

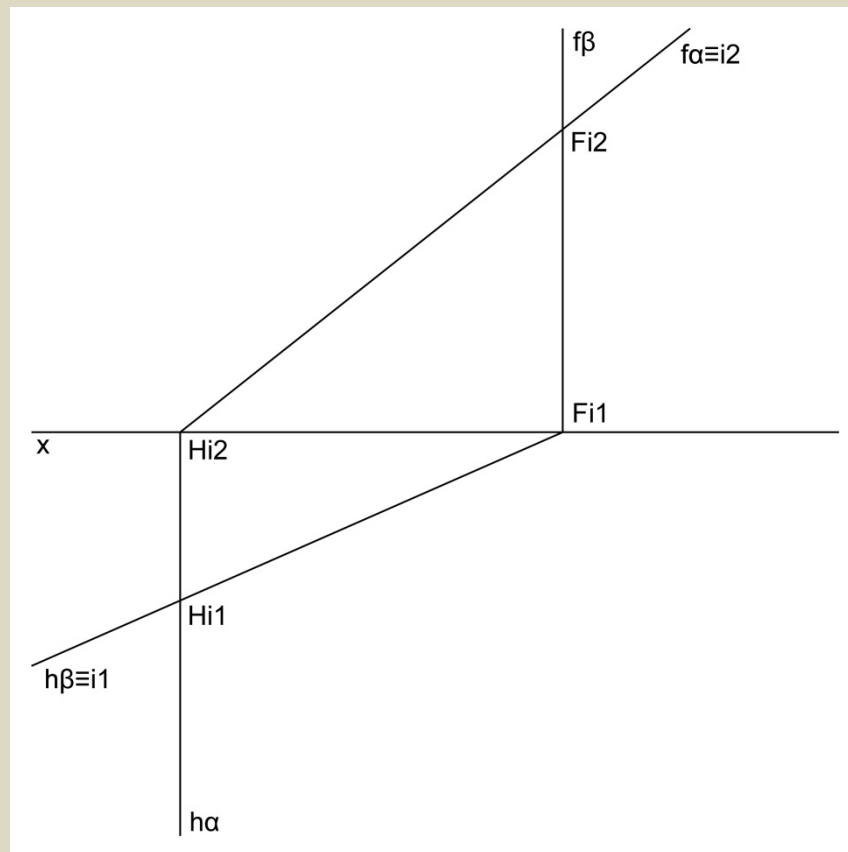
Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta = \text{projetantes}$

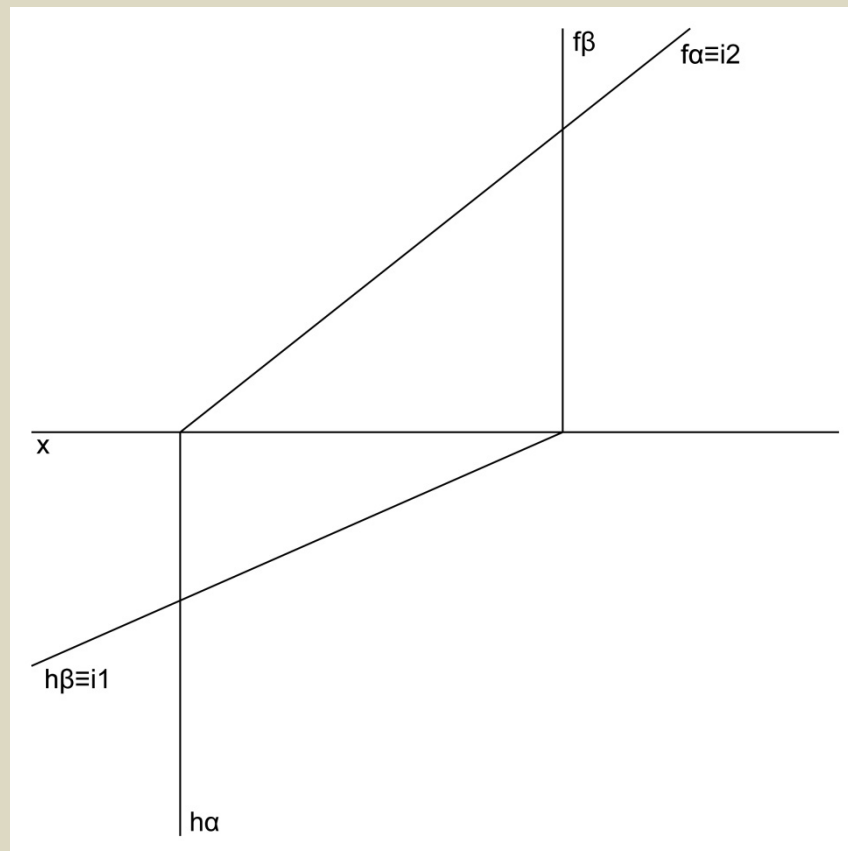
Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta = \text{projetantes}$

Interseção de planos – resumo



$\alpha \cap \beta$

$\alpha; \beta = \text{projetantes}$

Interseção imediata

Visualização espacial através de recursos mínimos

Geometria Descritiva



Visualização espacial através de recursos mínimos

**visualização
espacial
(tridimensional)**



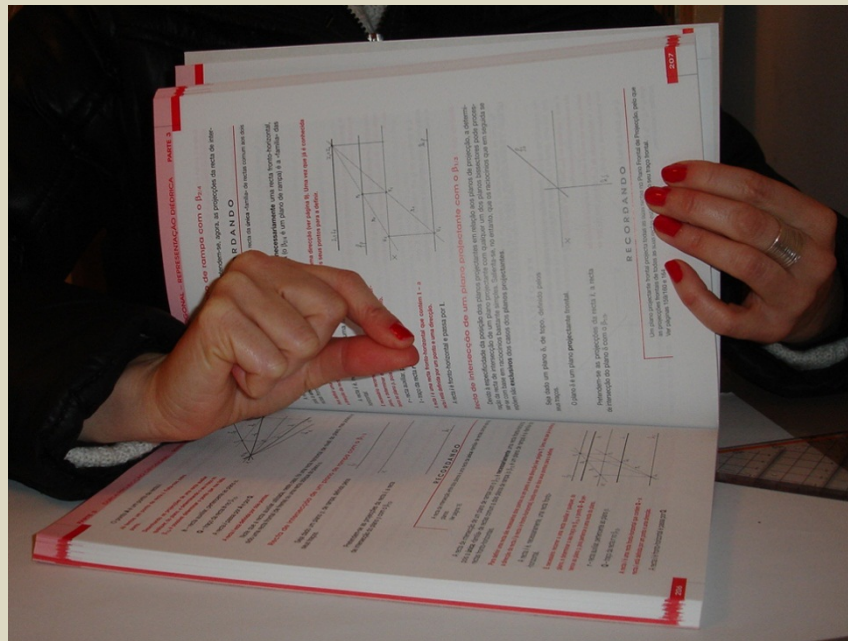
espaço



referencial

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

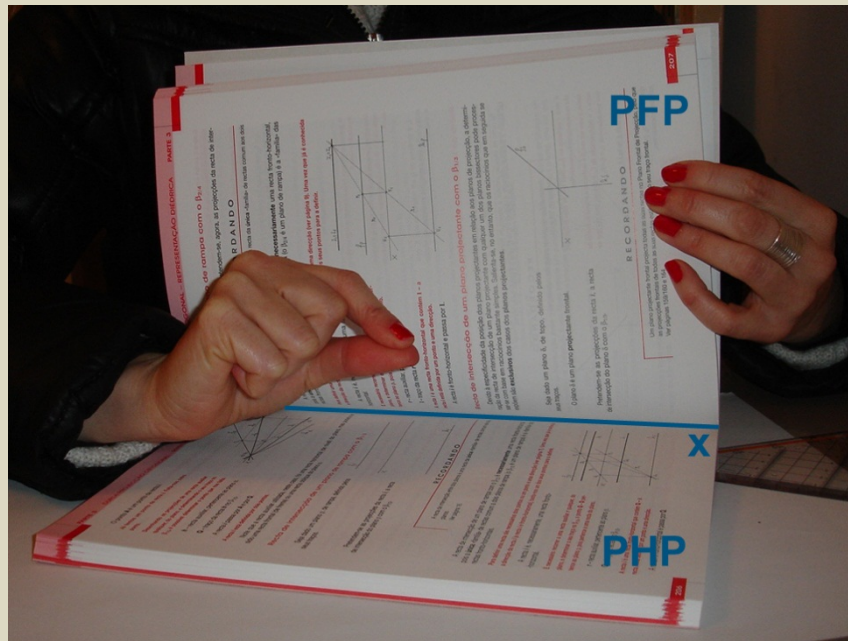
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

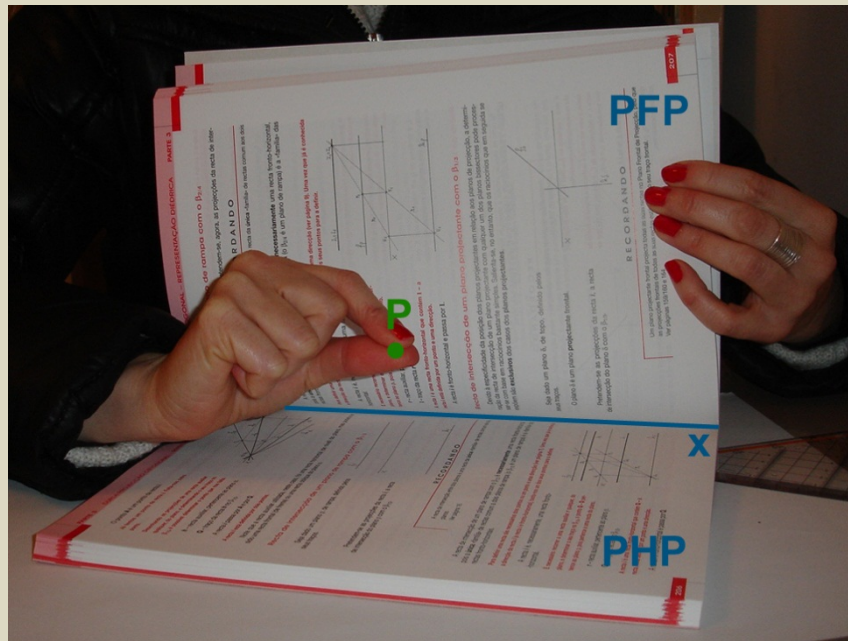
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

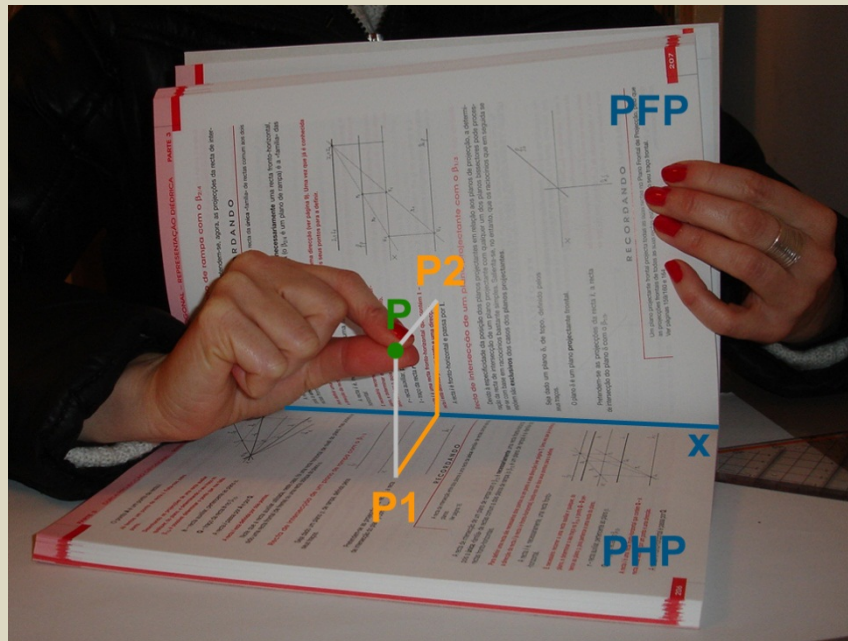
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

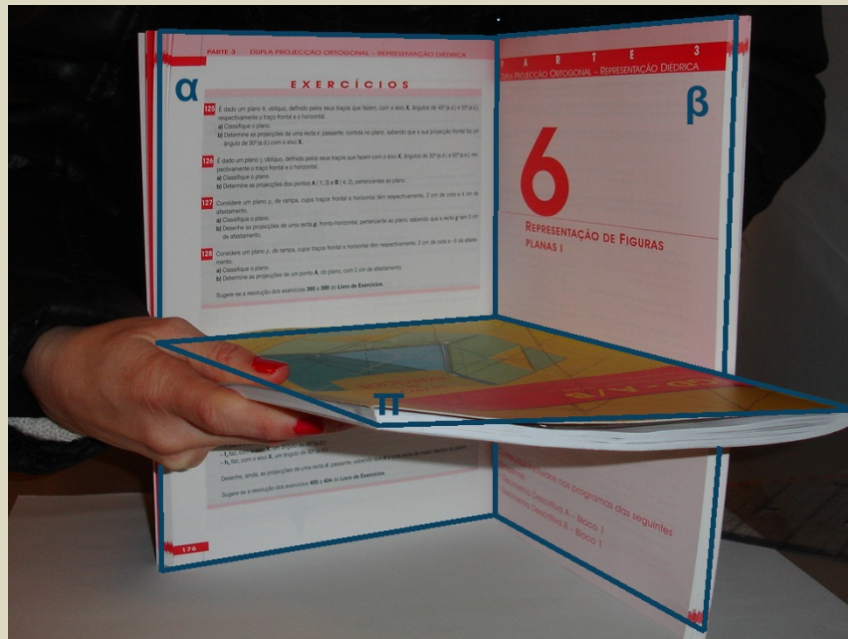
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

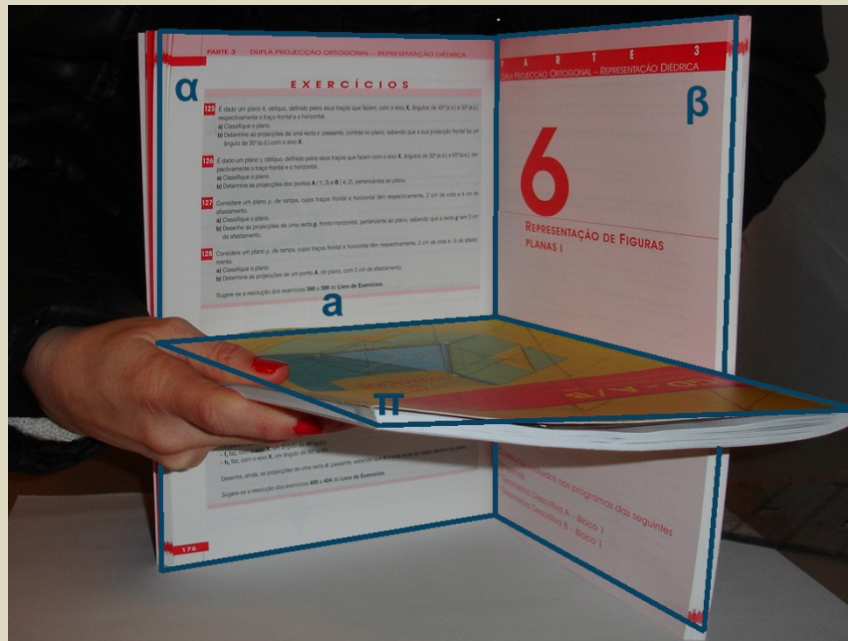
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

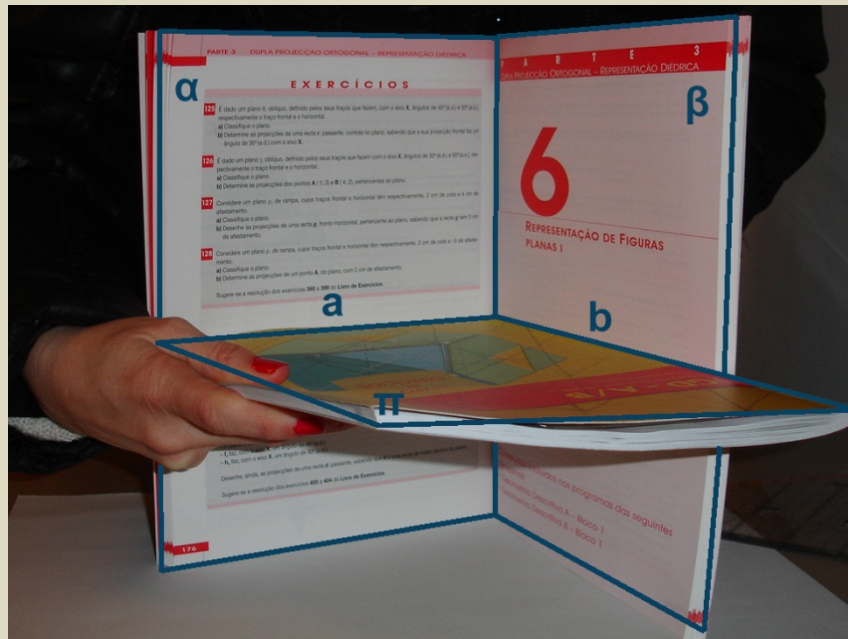
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

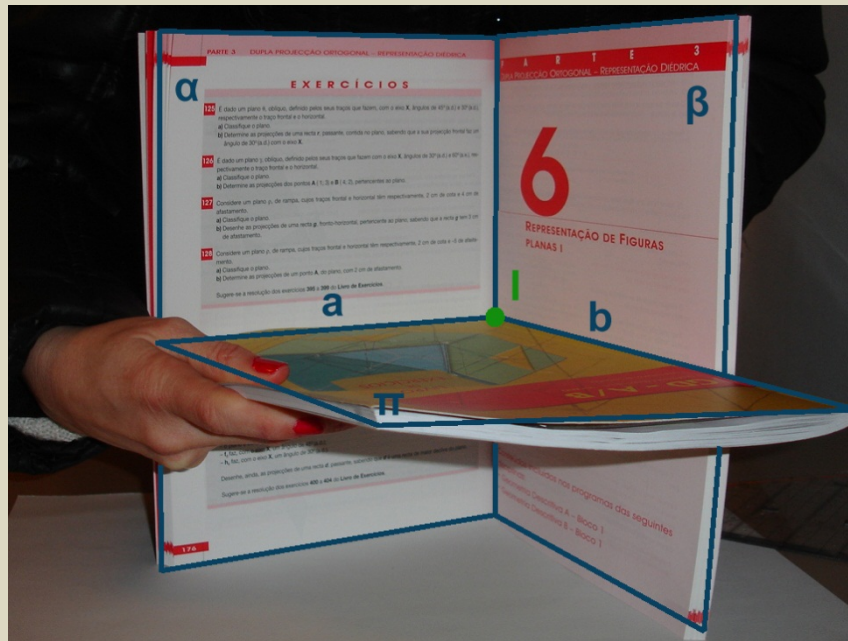
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

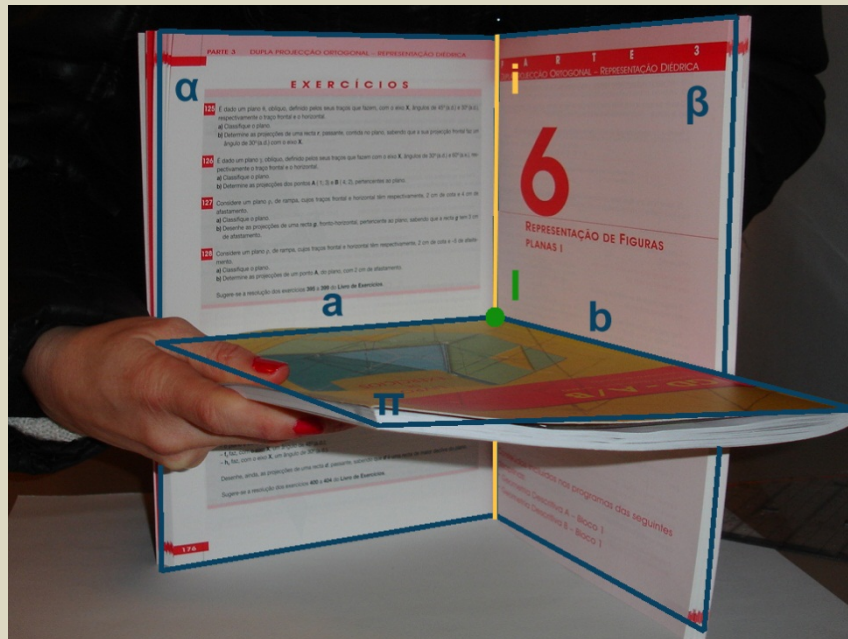
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

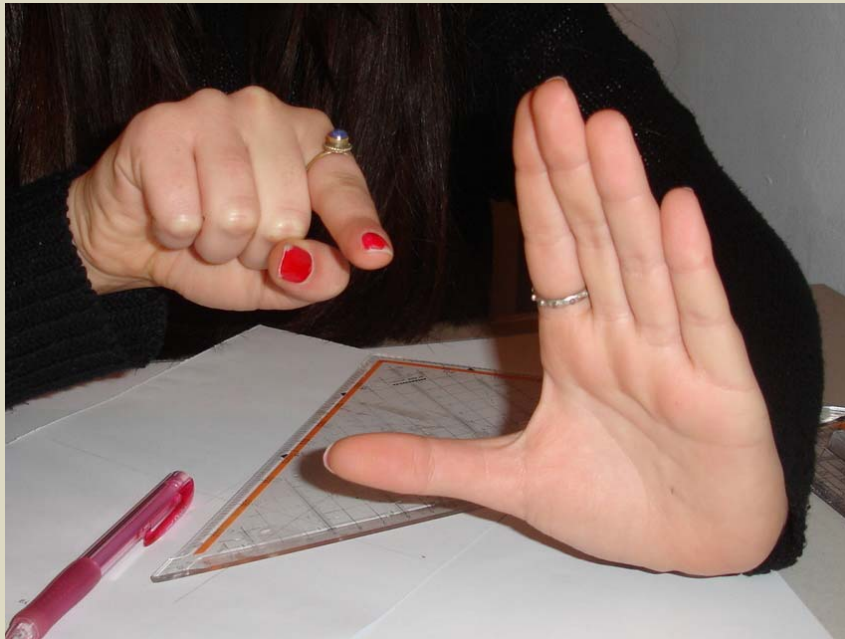
Uso do dossier, dos livros e da lapiseira.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

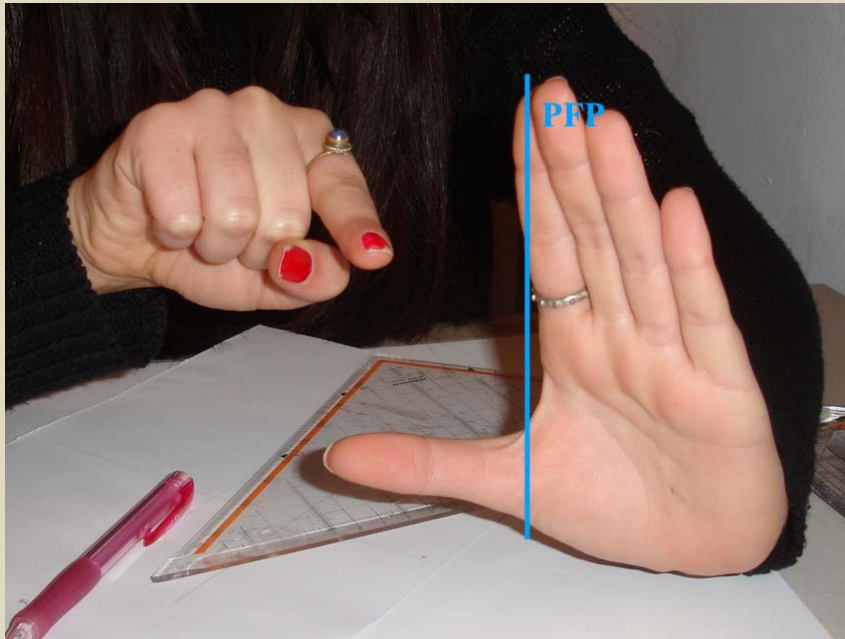
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

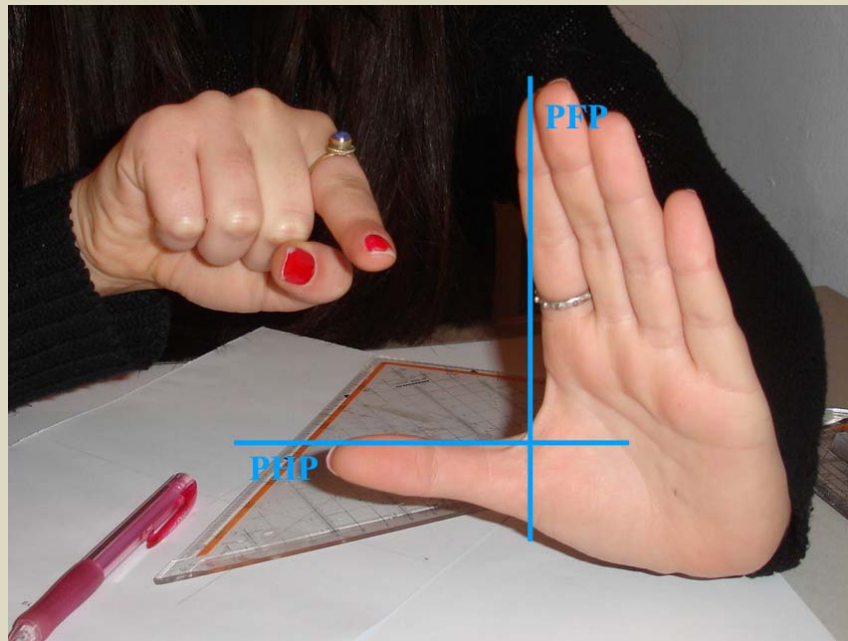
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

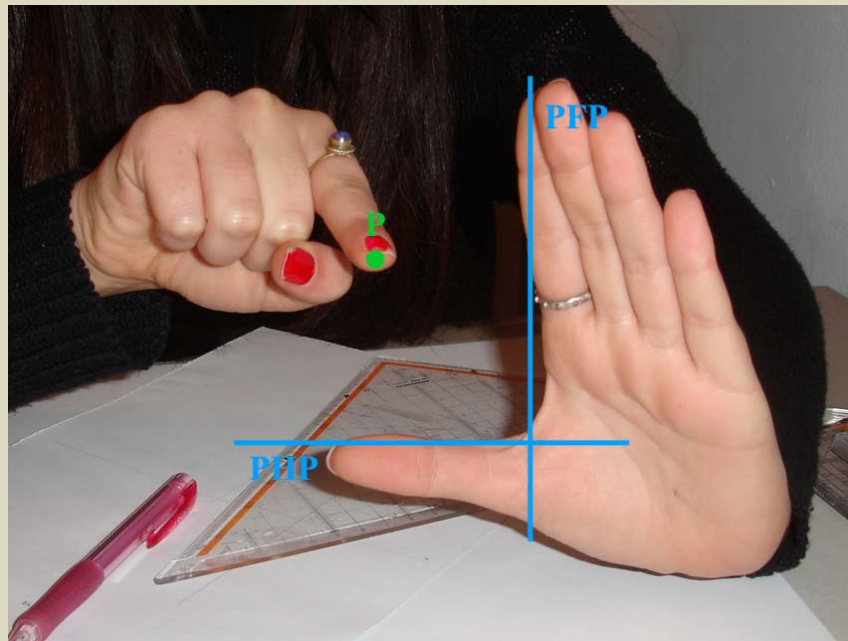
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

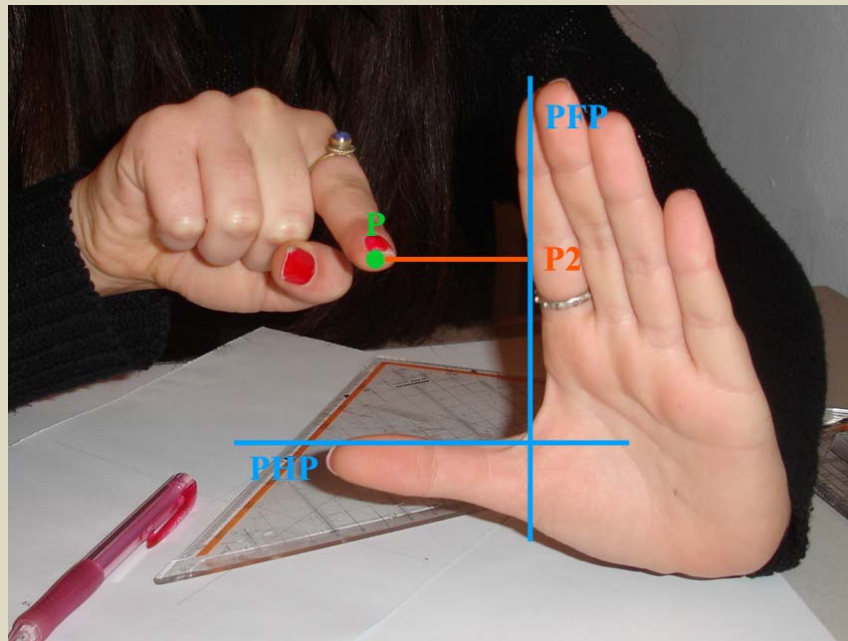
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

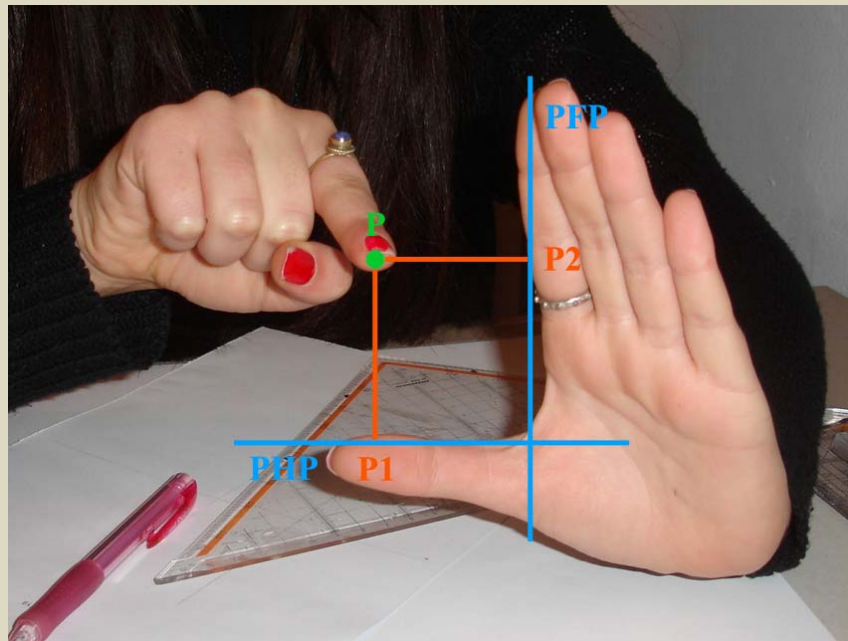
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

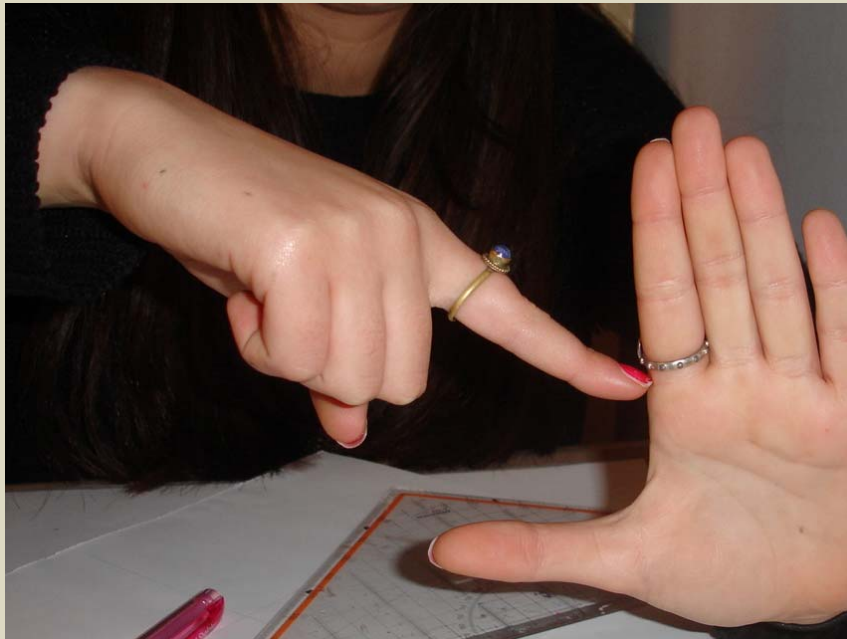
Uso das mãos.



Ponto

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

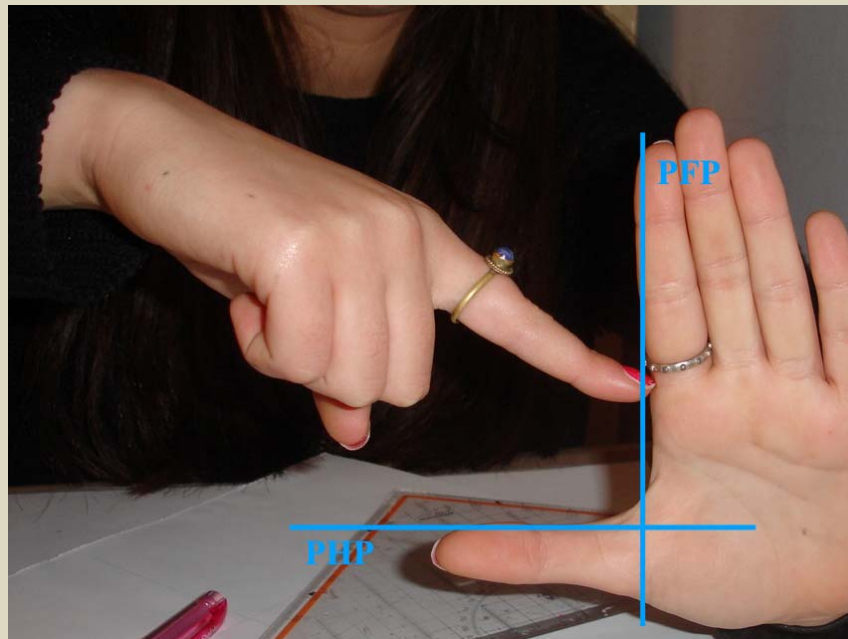
Uso das mãos.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

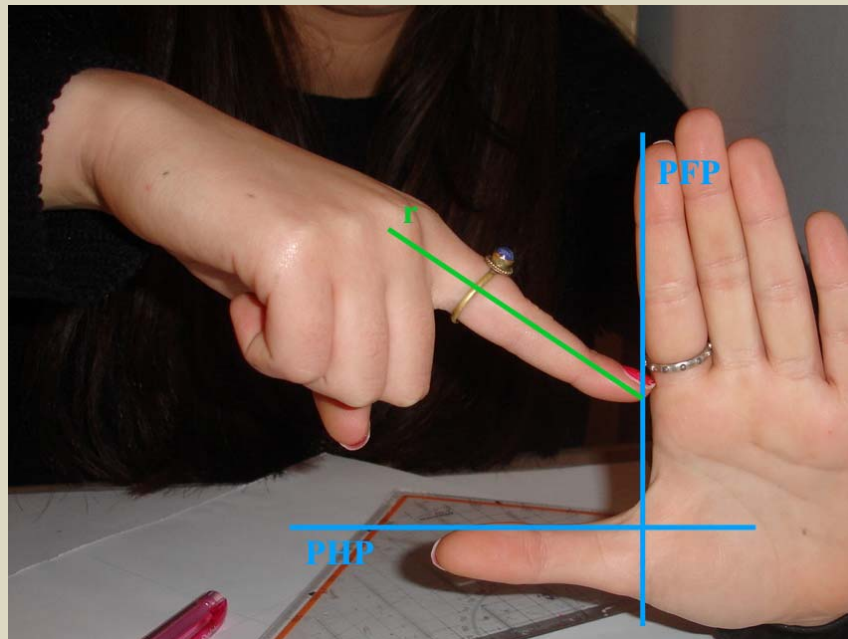
Uso das mãos.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

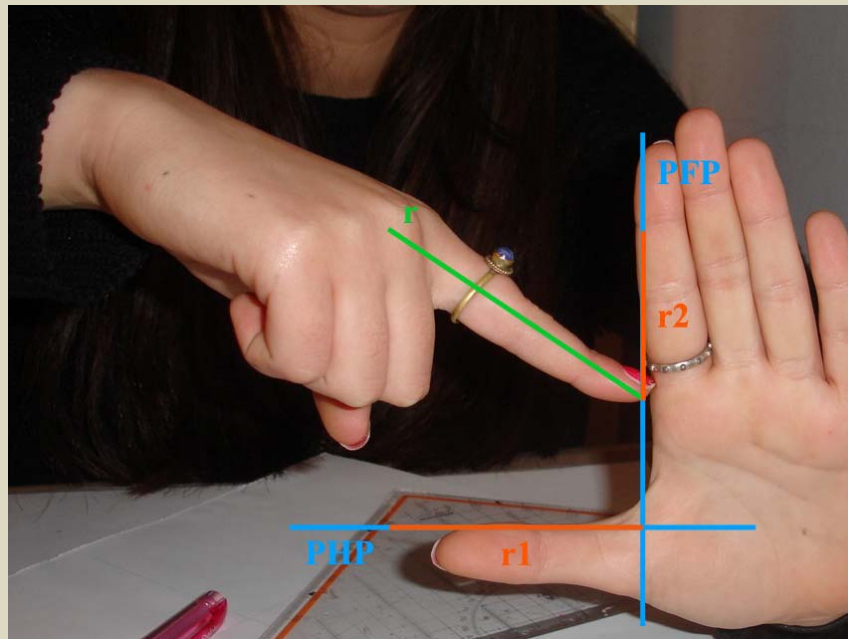
Uso das mãos.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso das mãos.



Reta

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

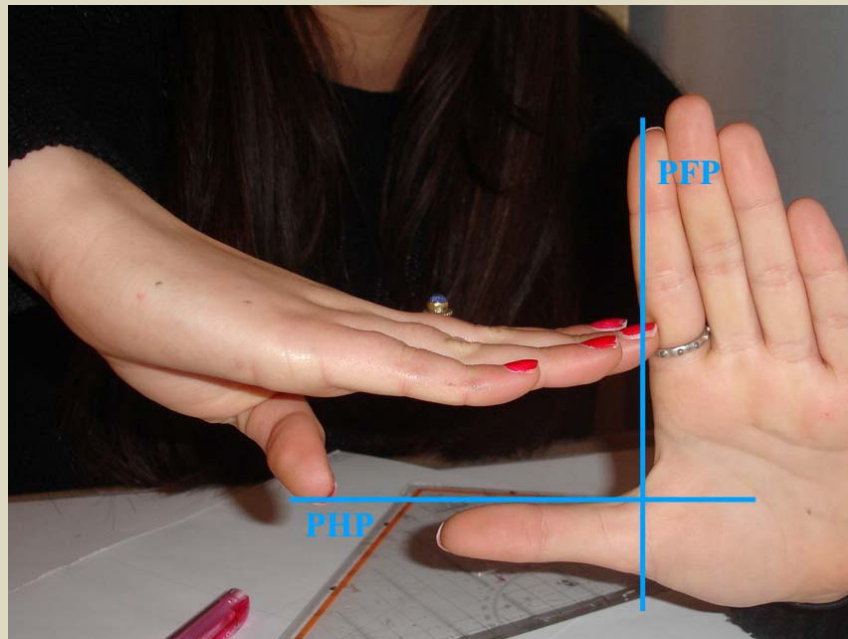
Uso das mãos.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

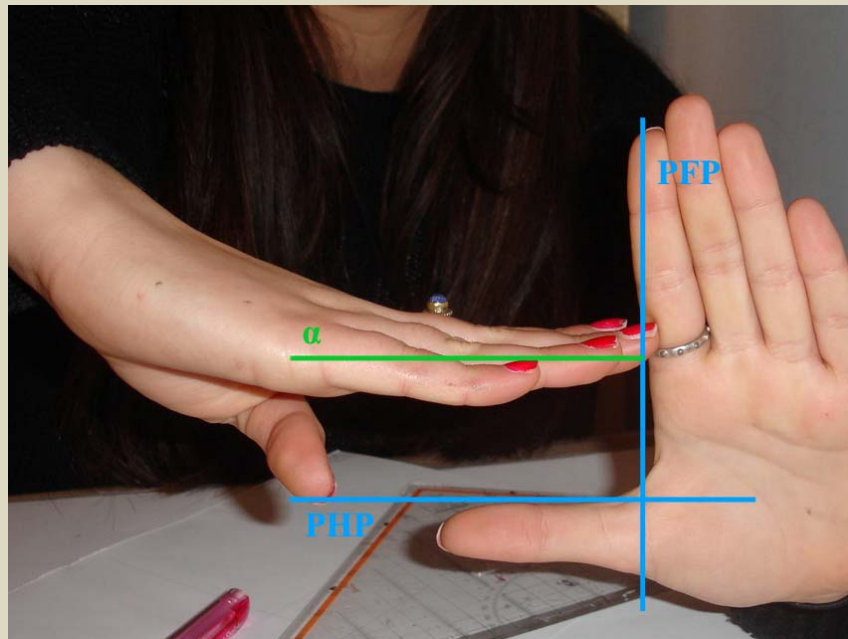
Uso das mãos.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

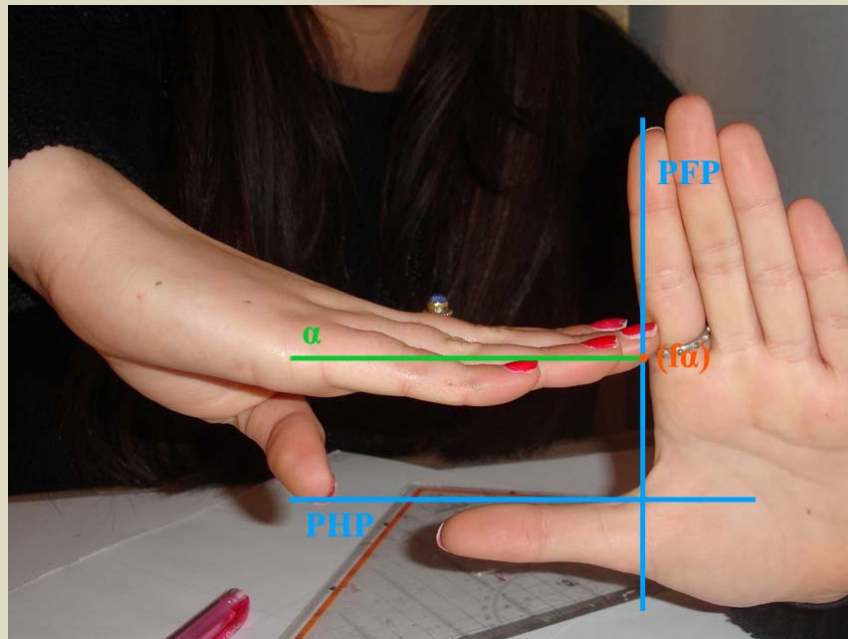
Uso das mãos.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

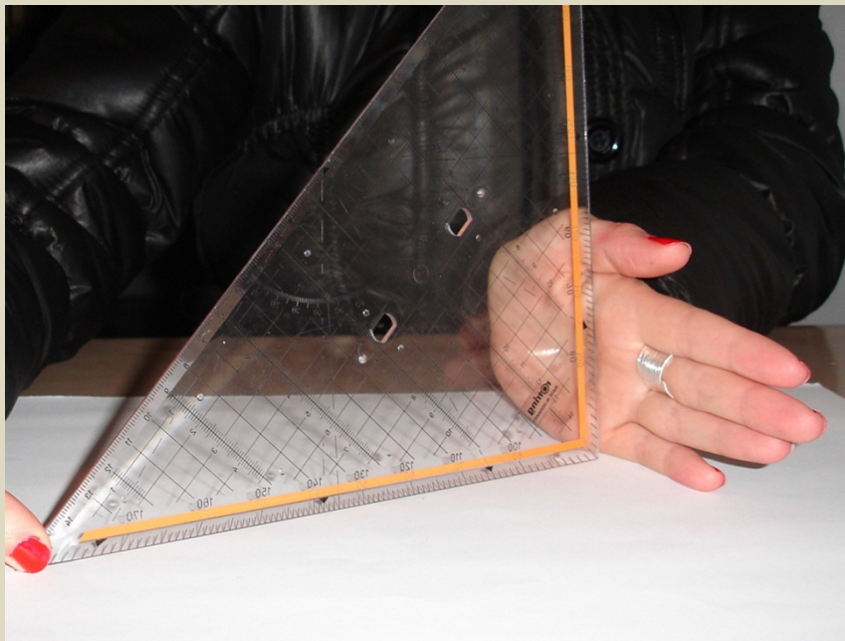
Uso das mãos.



Plano

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

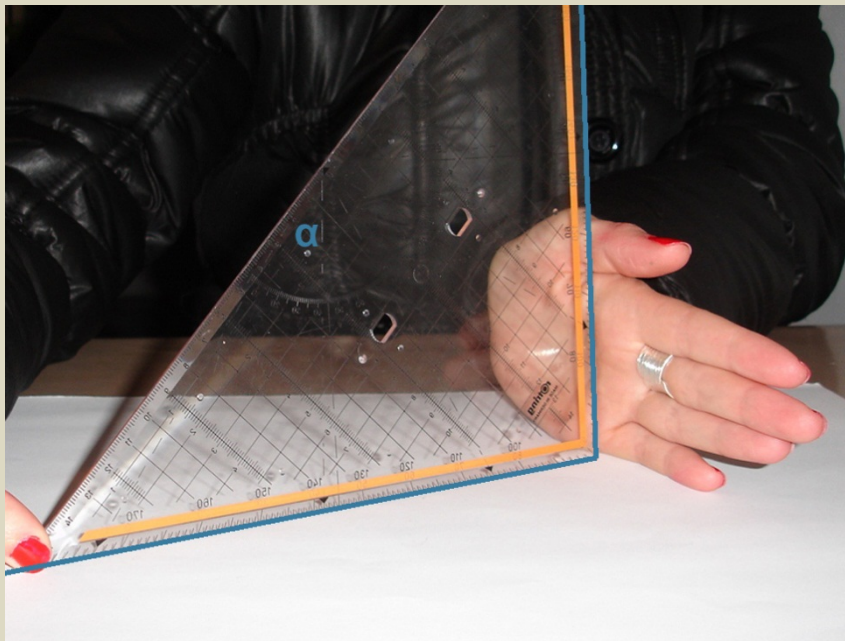
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

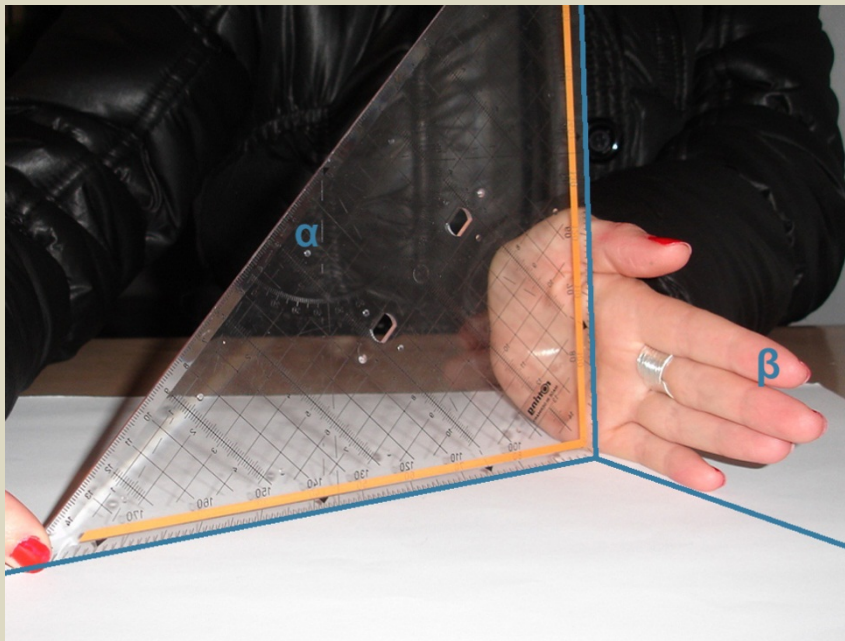
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

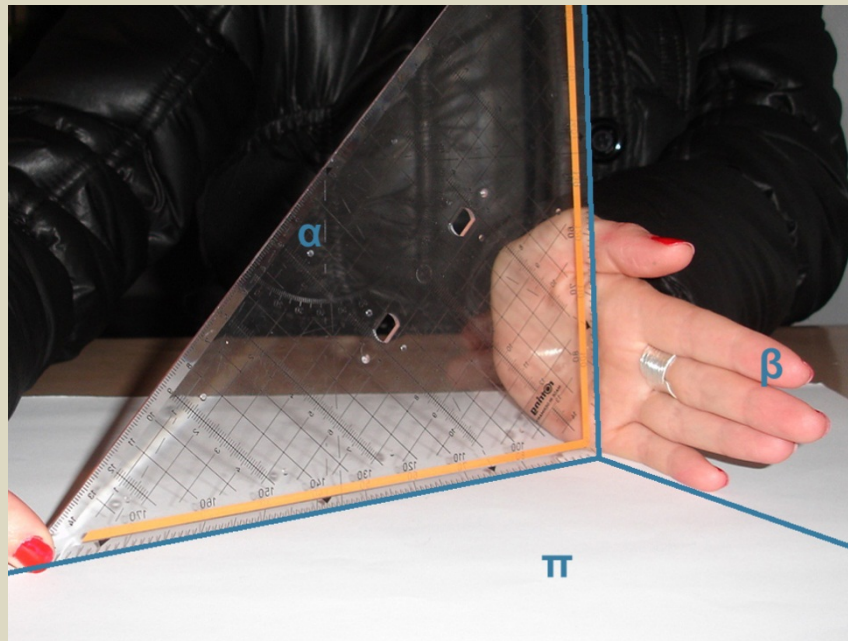
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

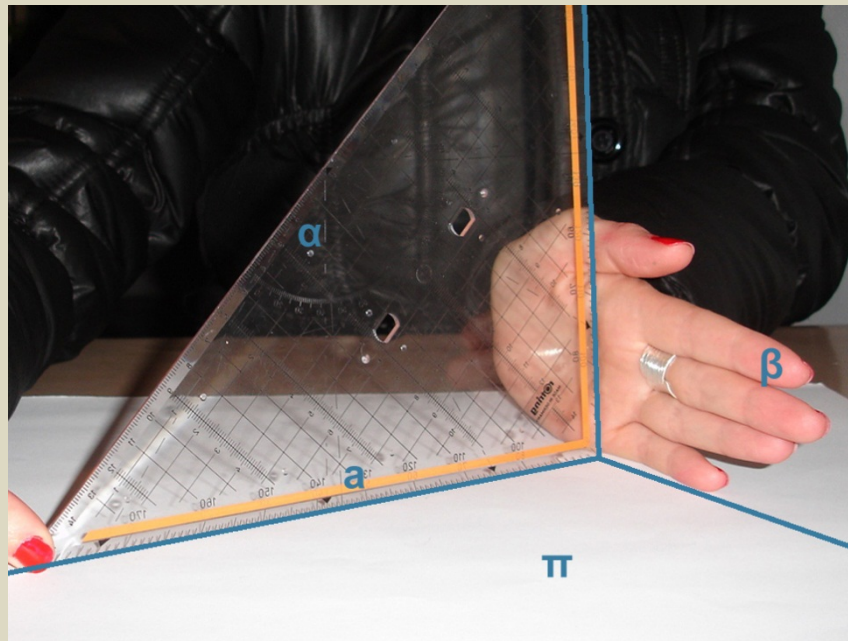
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

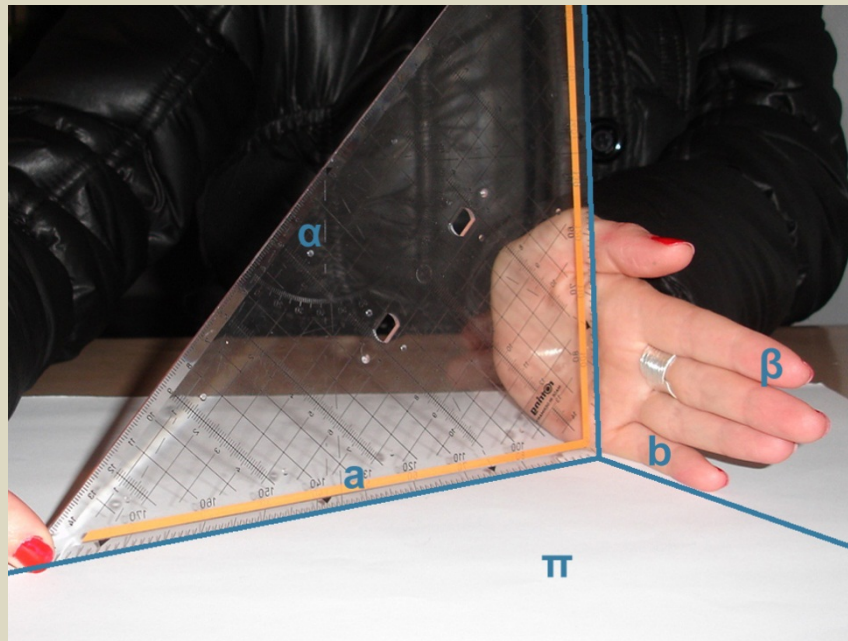
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

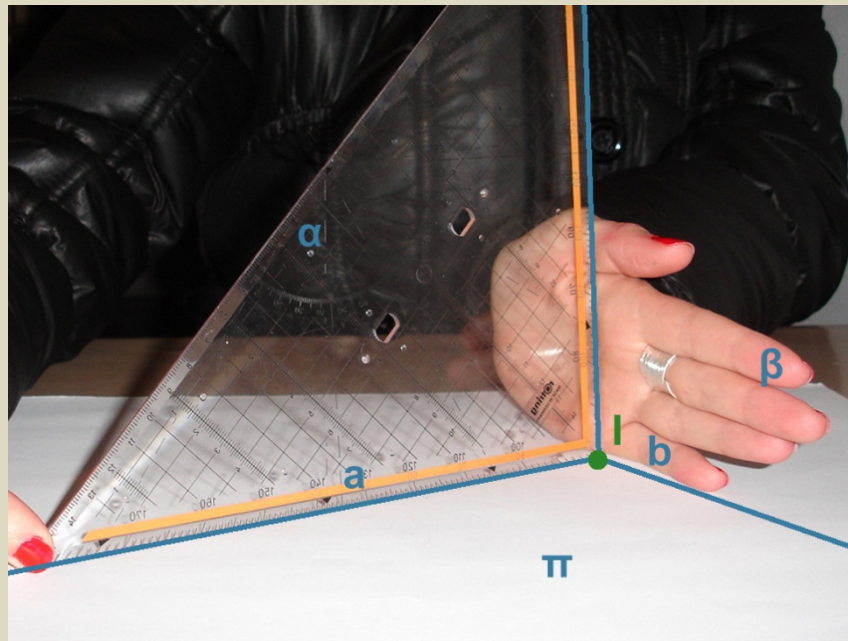
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

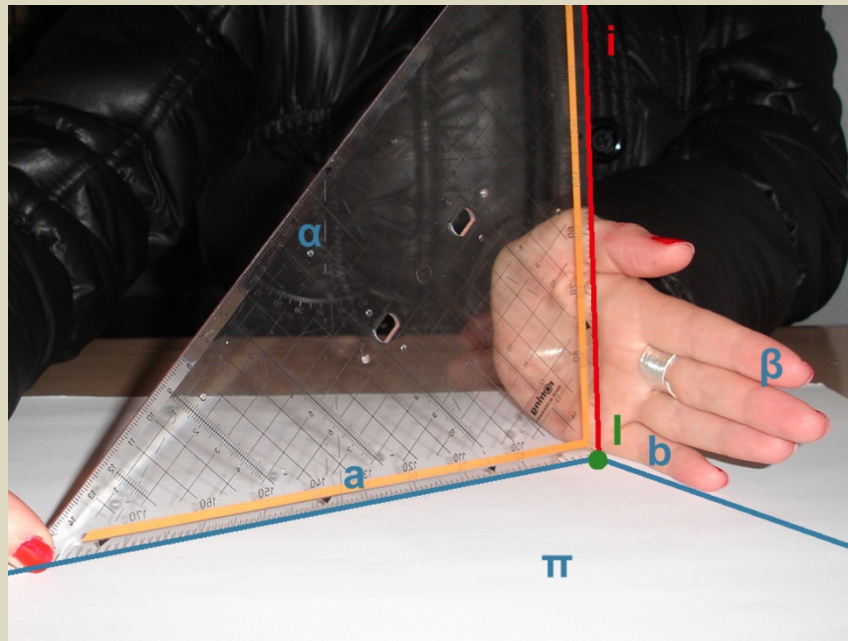
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

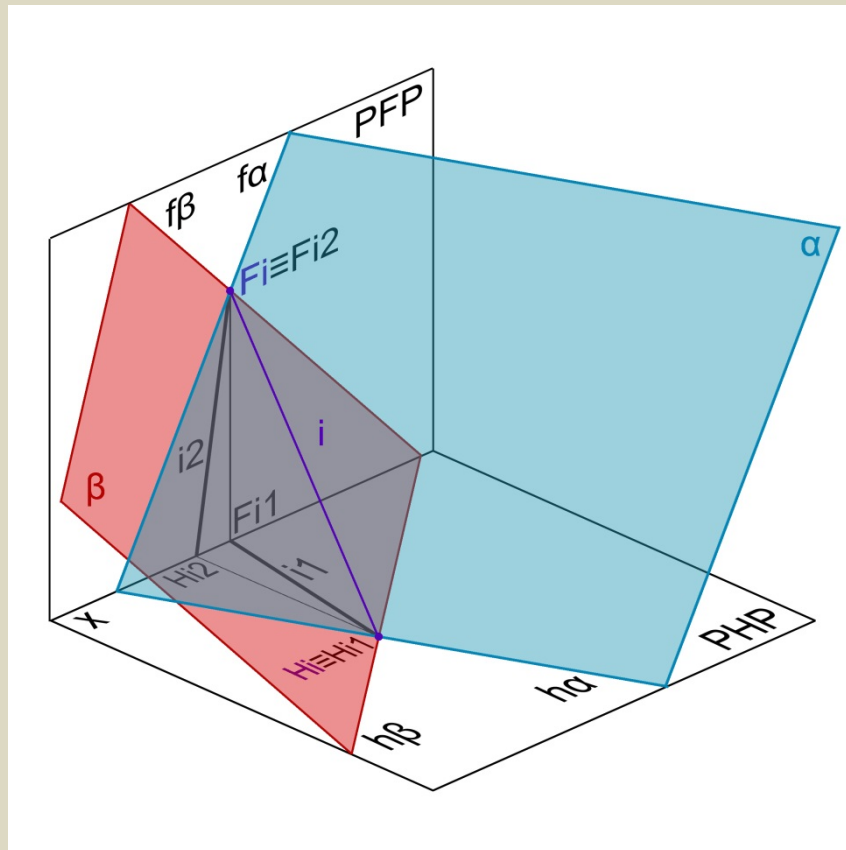
Uso das mãos.



Interseção de planos –
Método Geral.

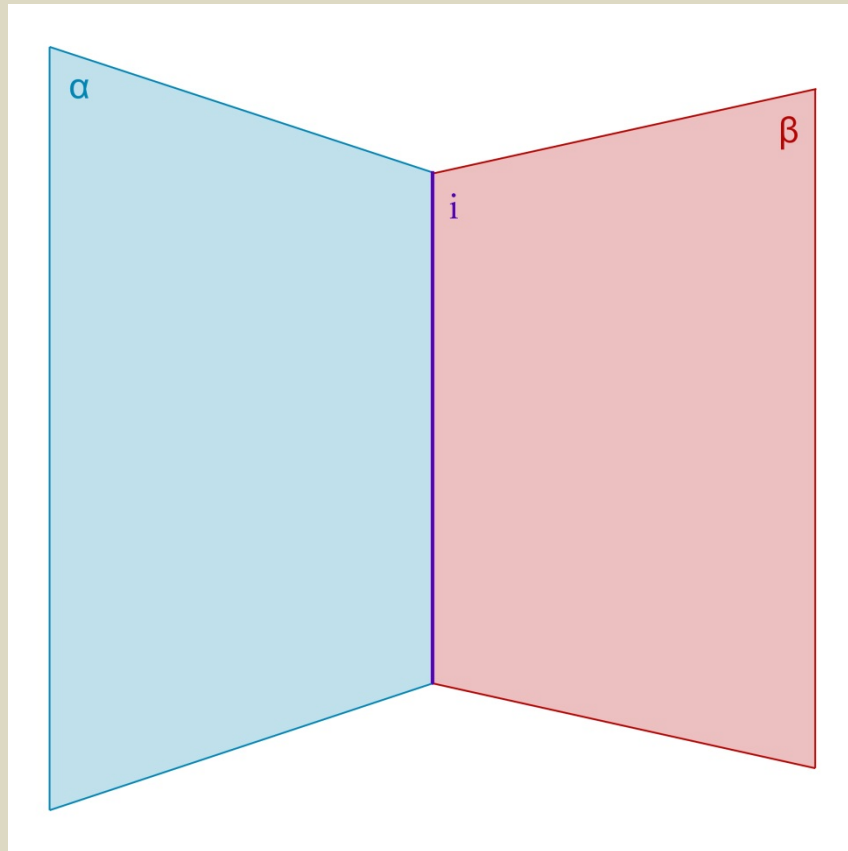
Visualização espacial através de recursos mínimos – no referencial

Uso do desenho.



Interseção de planos.

Visualização espacial através de recursos mínimos – no espaço

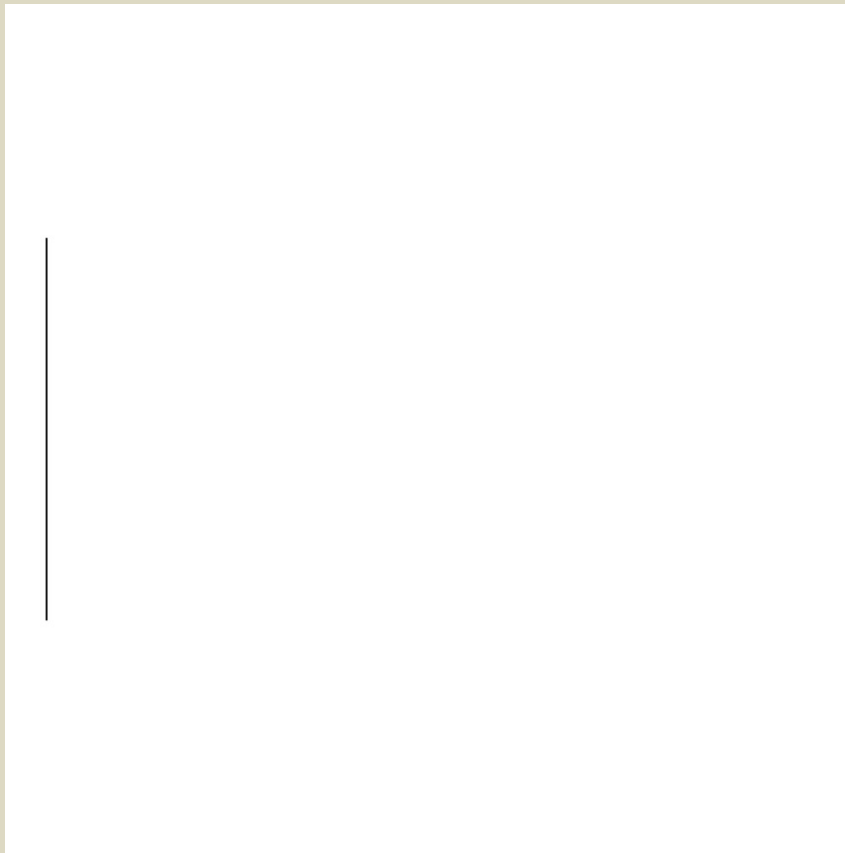


Uso do desenho.

Interseção de planos.

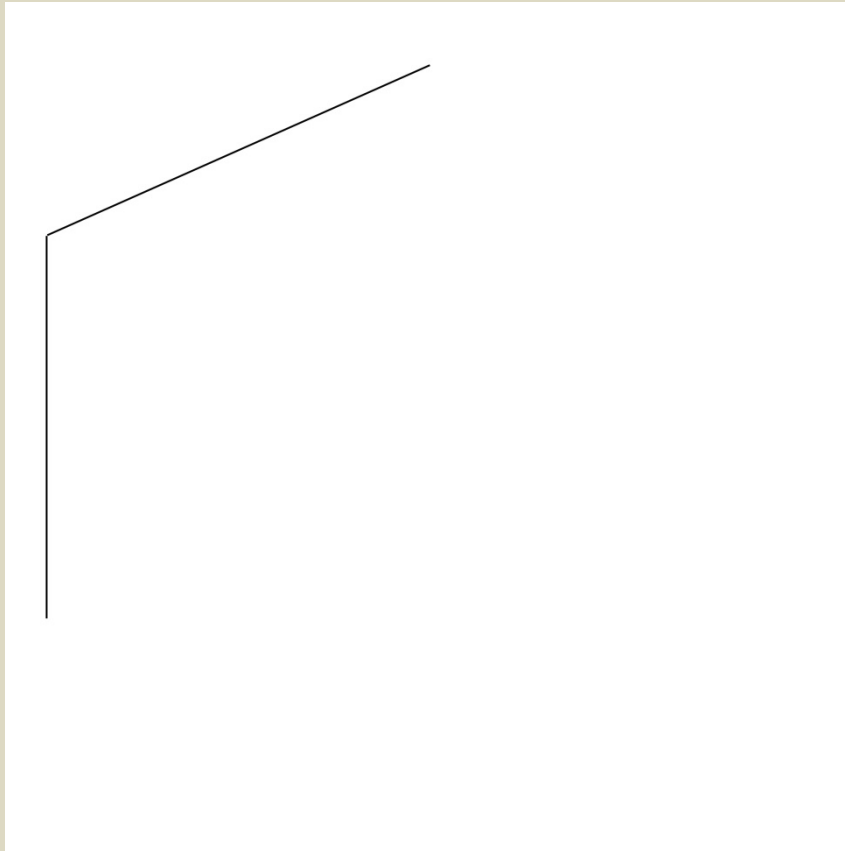
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



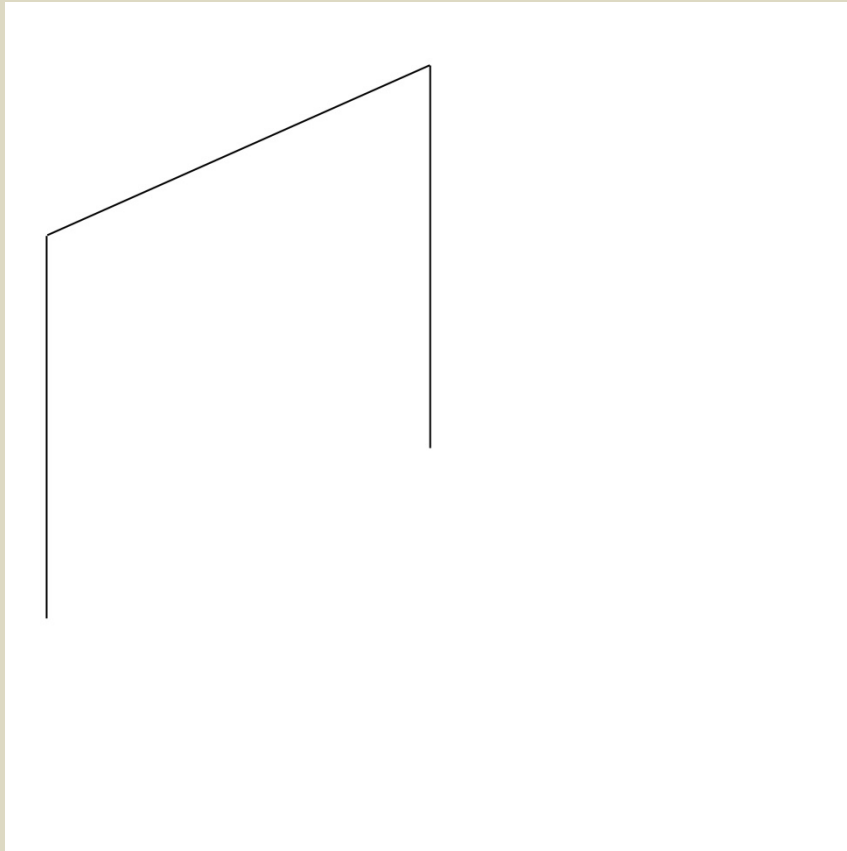
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



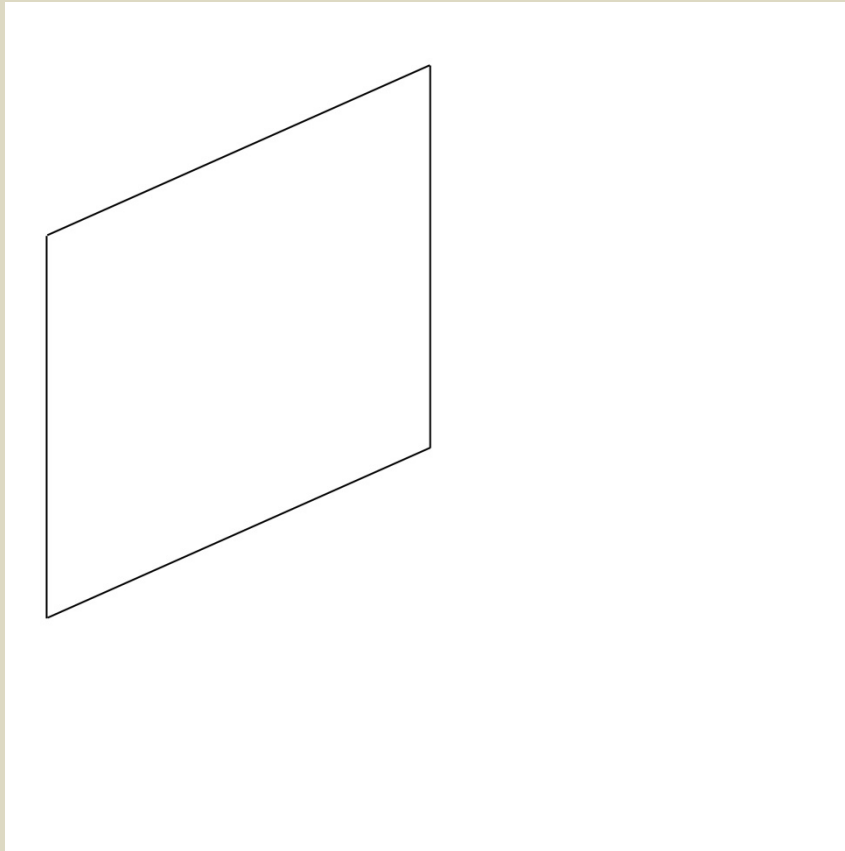
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



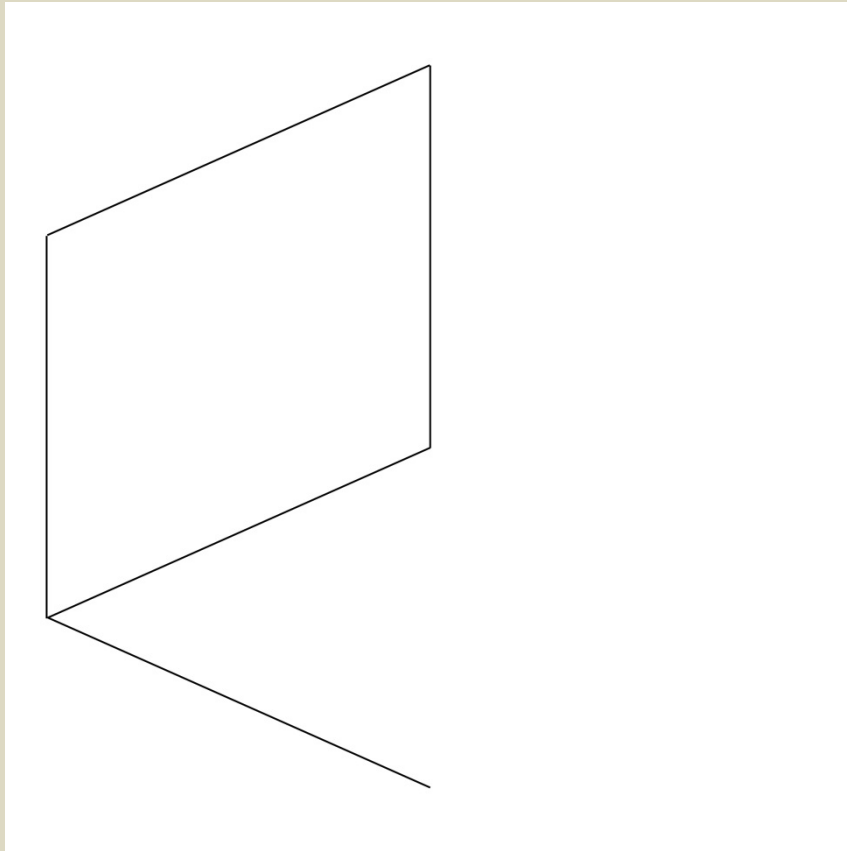
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



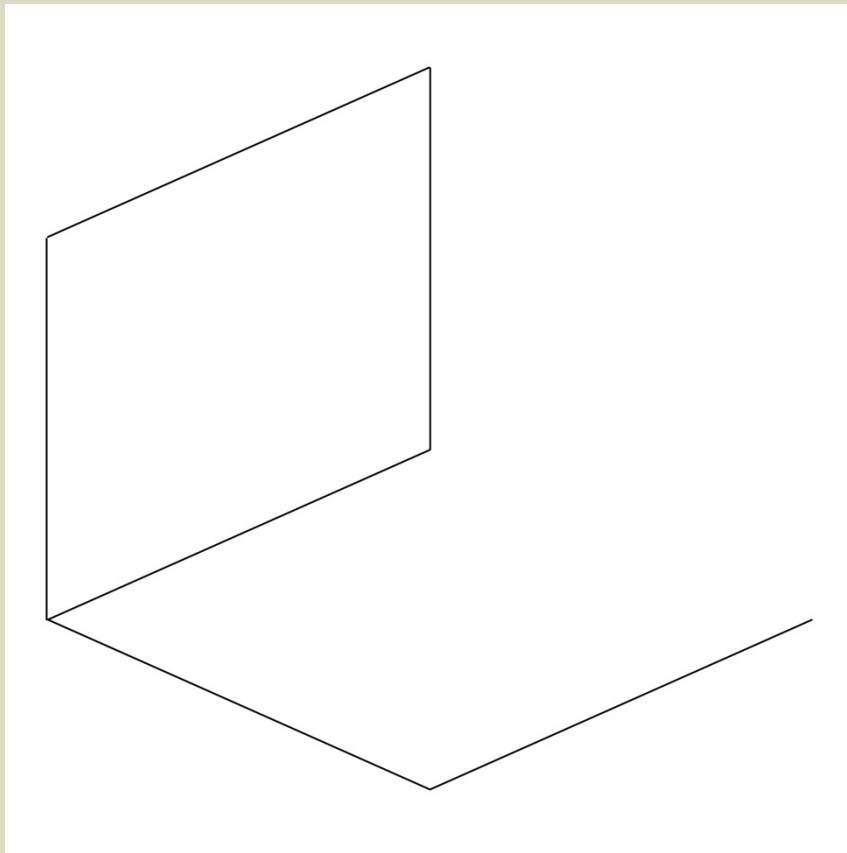
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



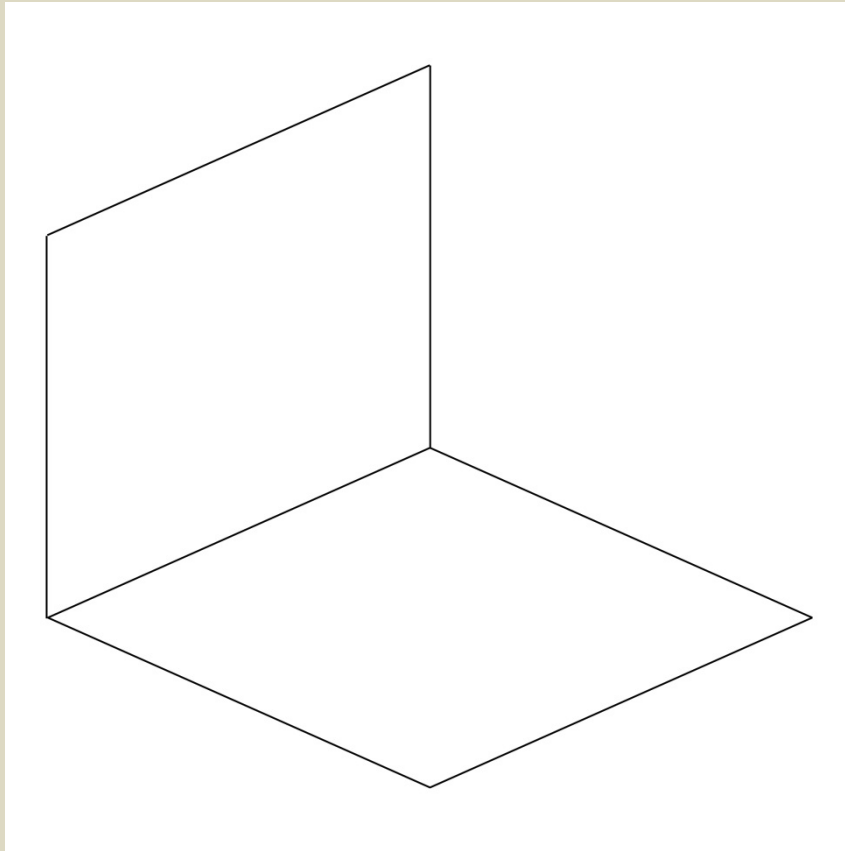
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



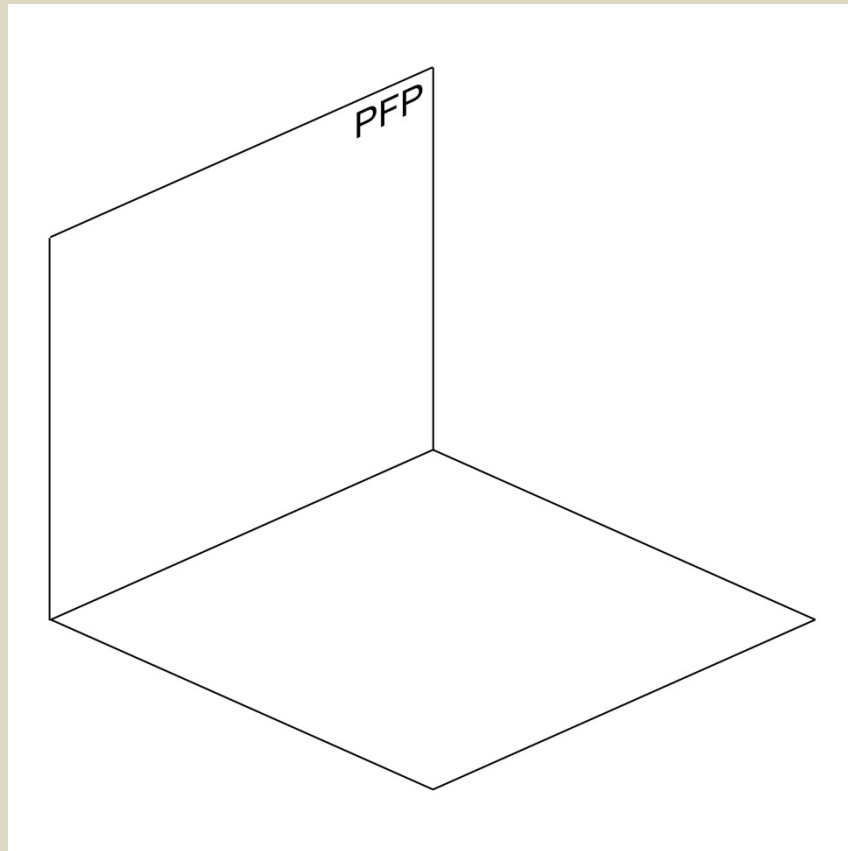
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



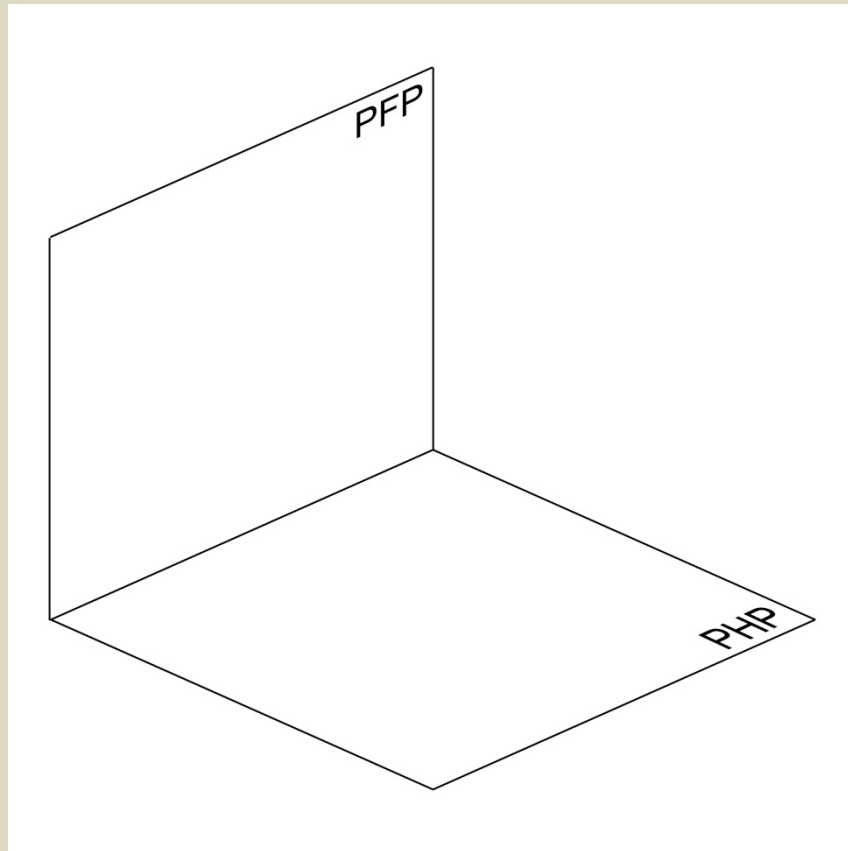
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



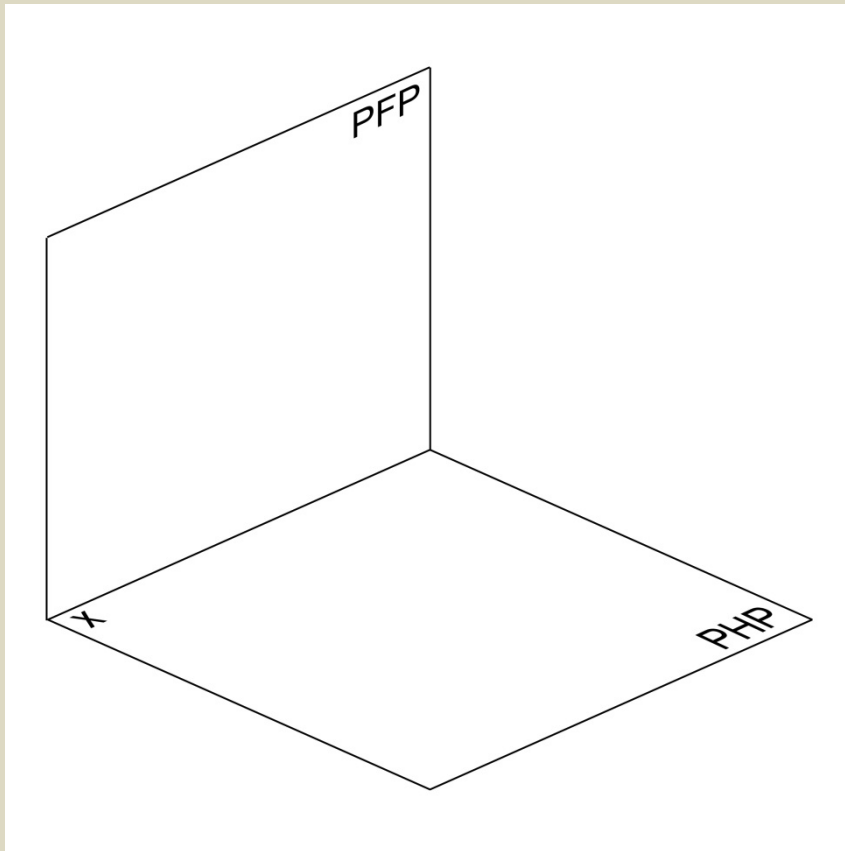
Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.

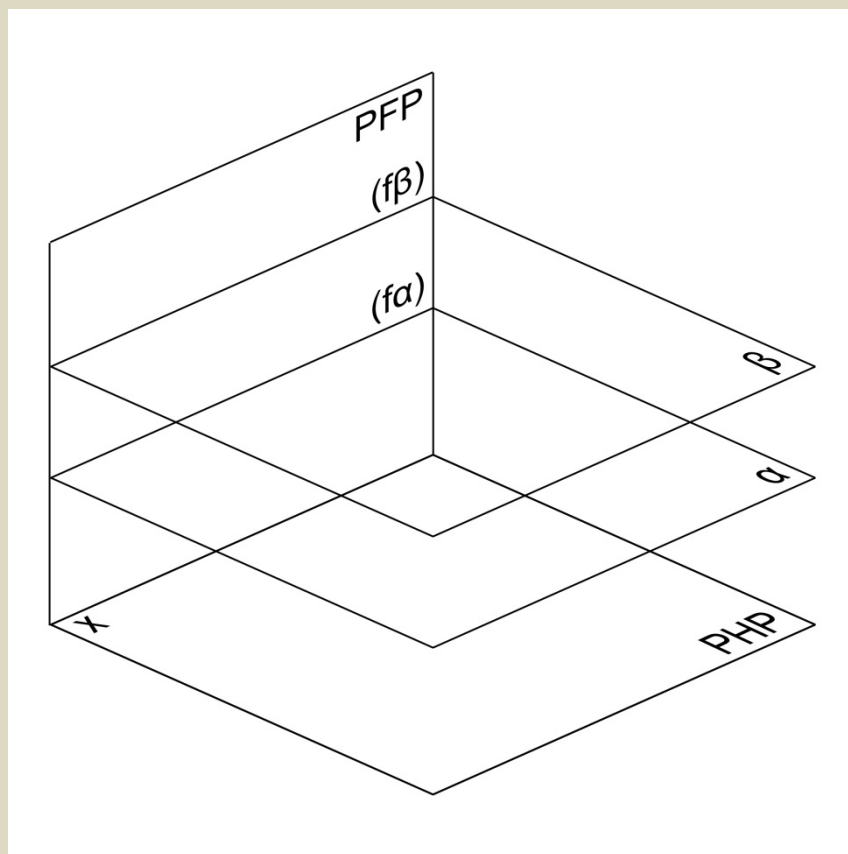


Visualização espacial através de recursos mínimos

Desenhar um referencial.



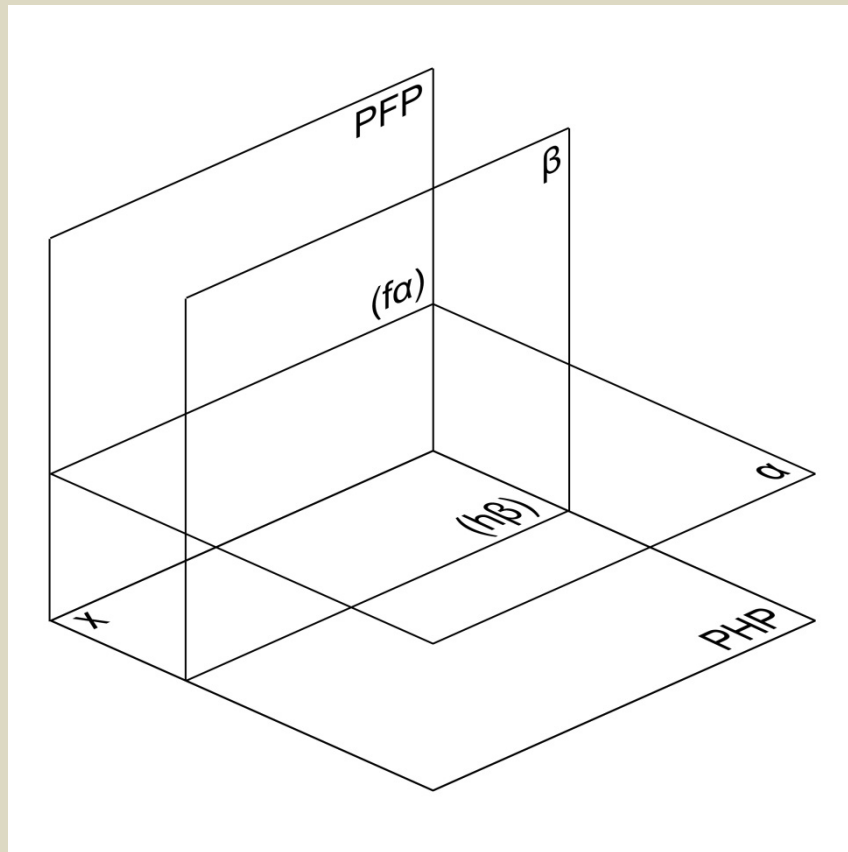
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano horizontal $\cap$ plano horizontal

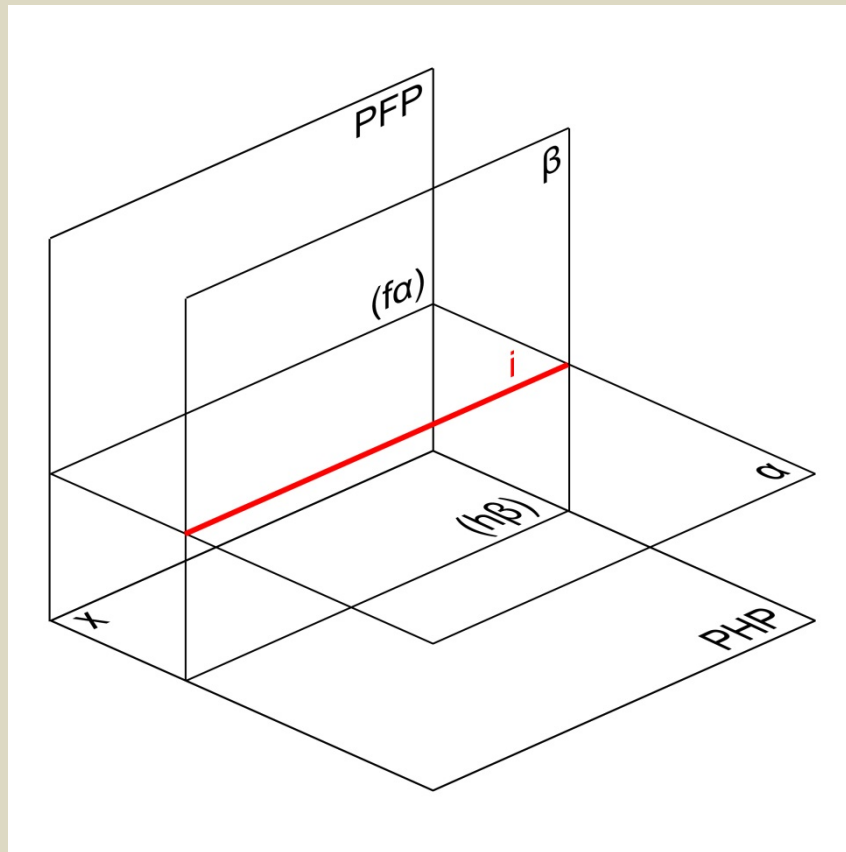
Os planos são paralelos. A sua reta de interseção está no infinito: é imprópria.

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



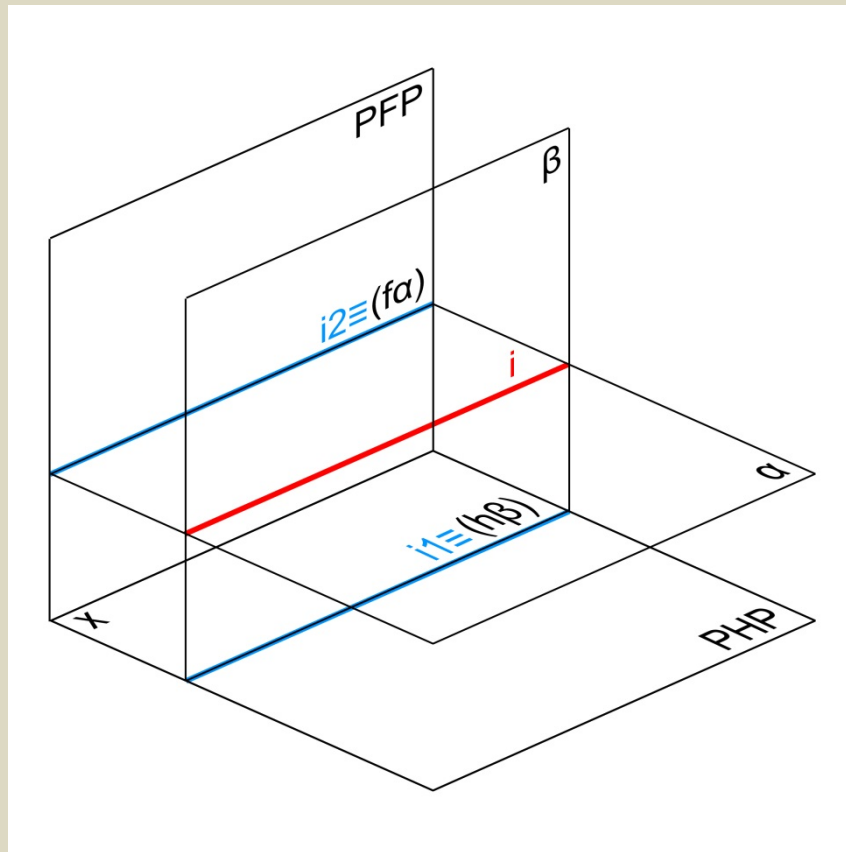
Plano horizontal $\cap$ plano frontal

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



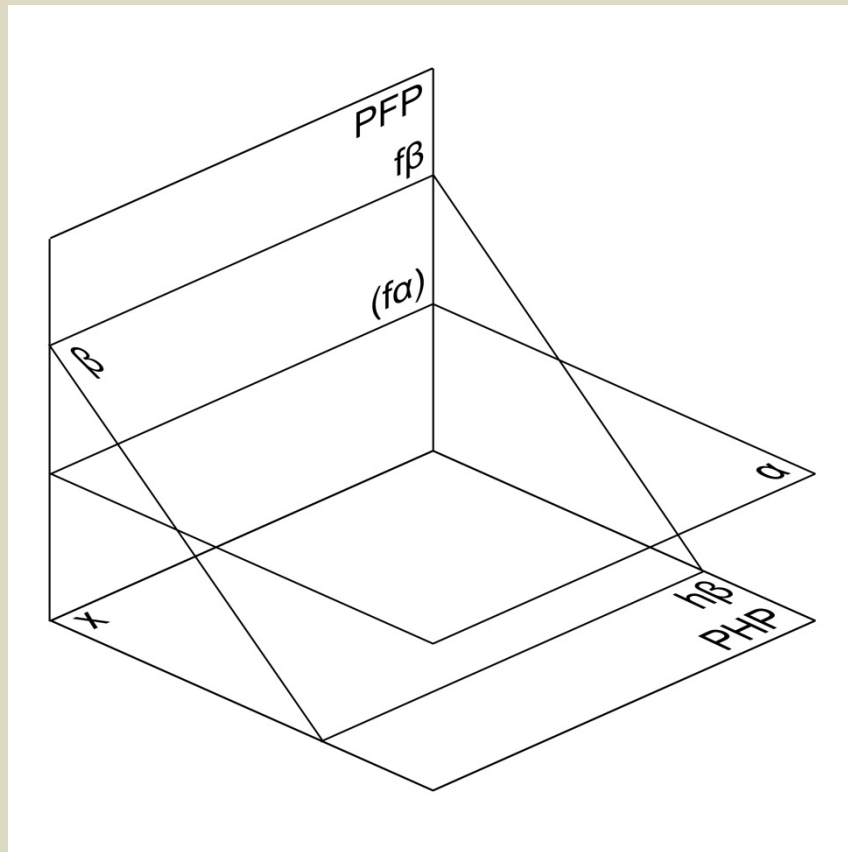
Plano horizontal $\cap$ plano frontal

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano horizontal $\cap$ plano frontal

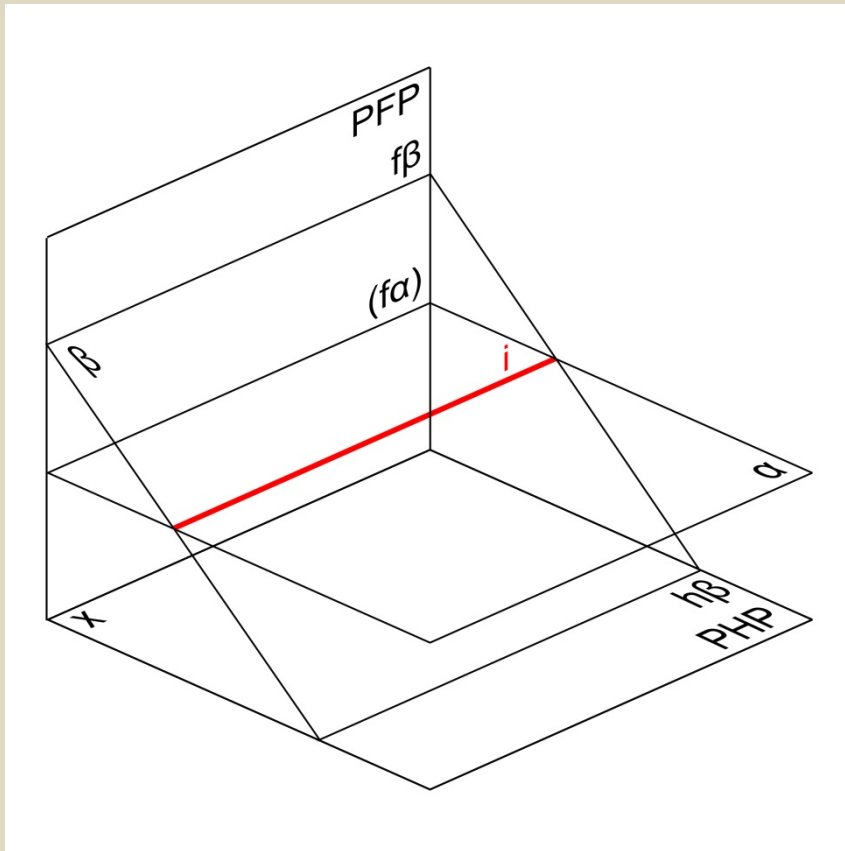
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



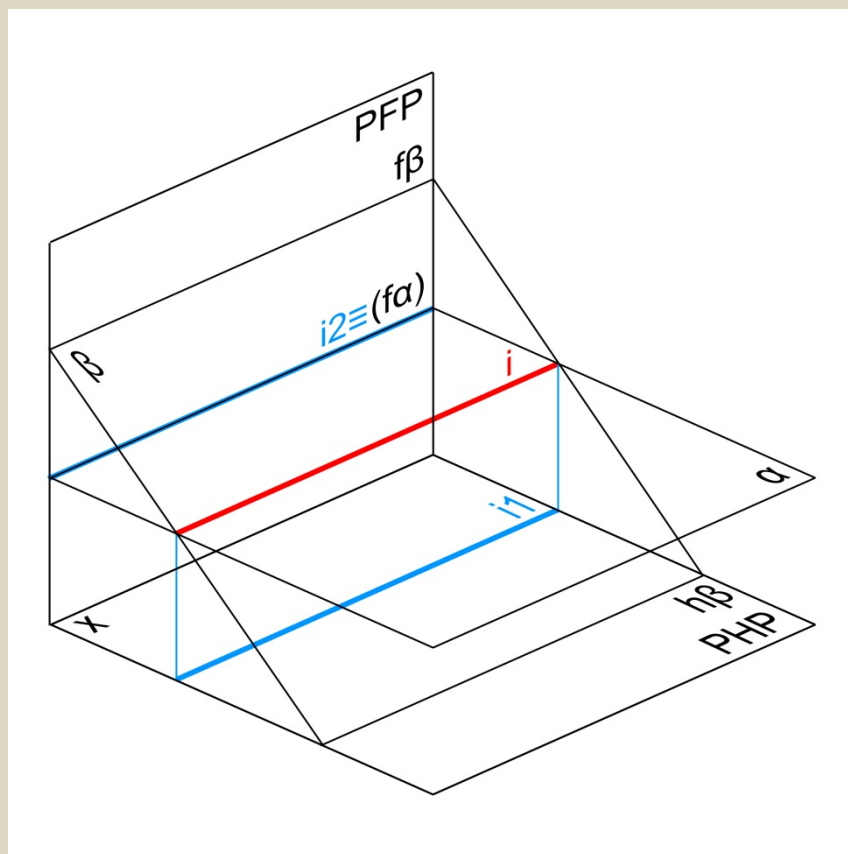
Plano horizontal $\cap$ plano de rampa

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Plano horizontal $\cap$ plano de rampa



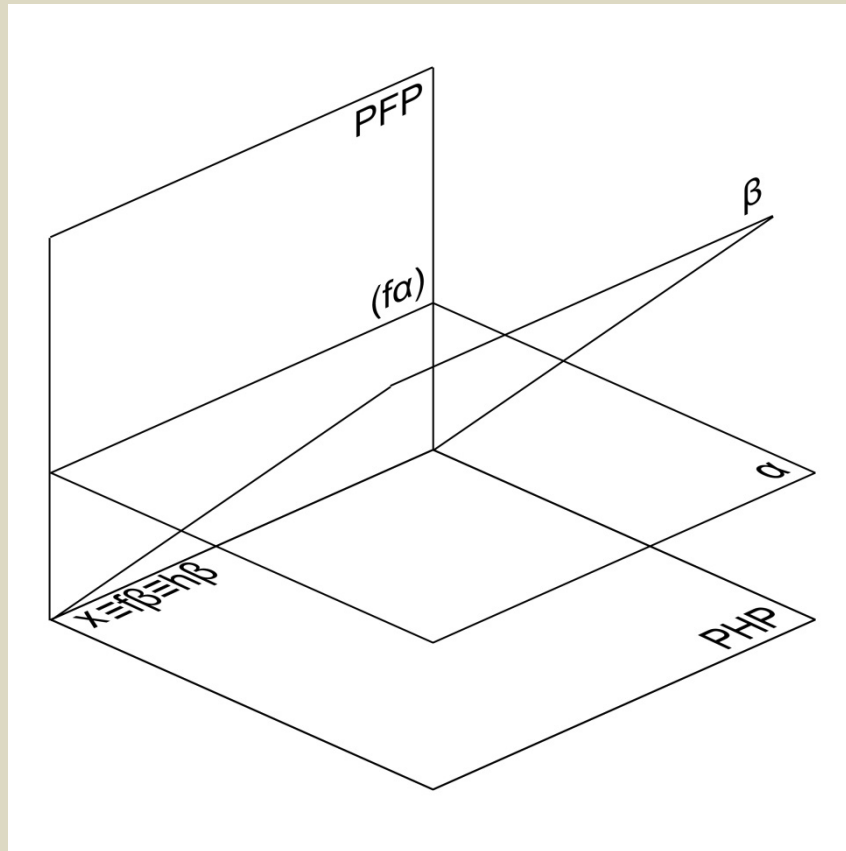
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano horizontal $\cap$ plano
rampa

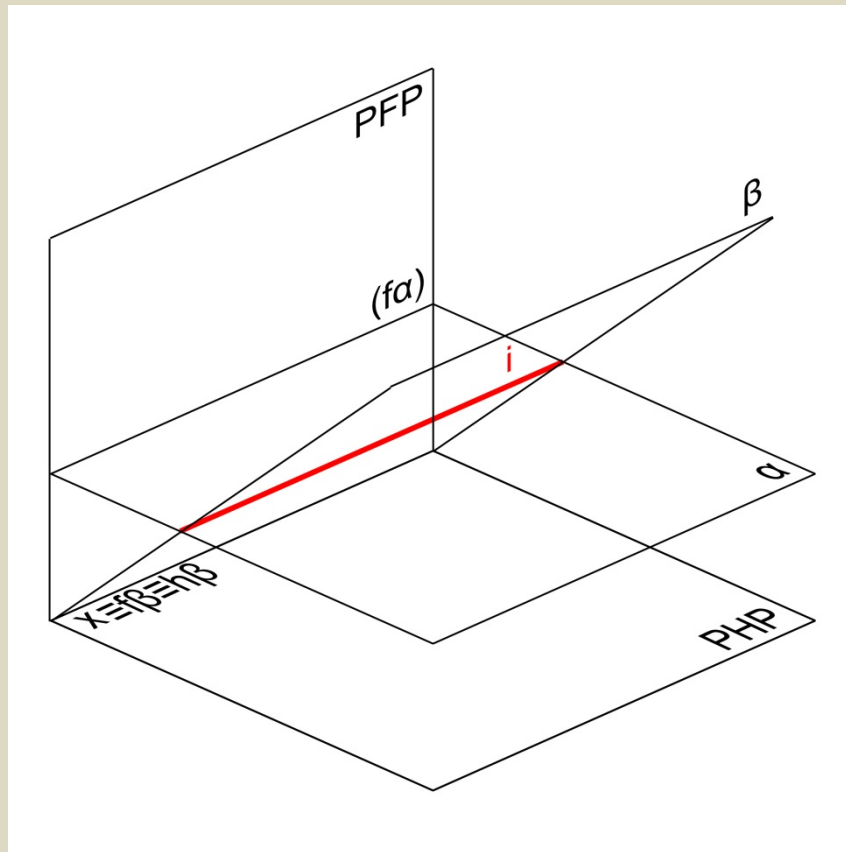
Para encontrar a reta de interseção
pode recorrer-se à Tripla Projeção
Ortogonal (aplica-se aos planos de
rampa e aos passantes).

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



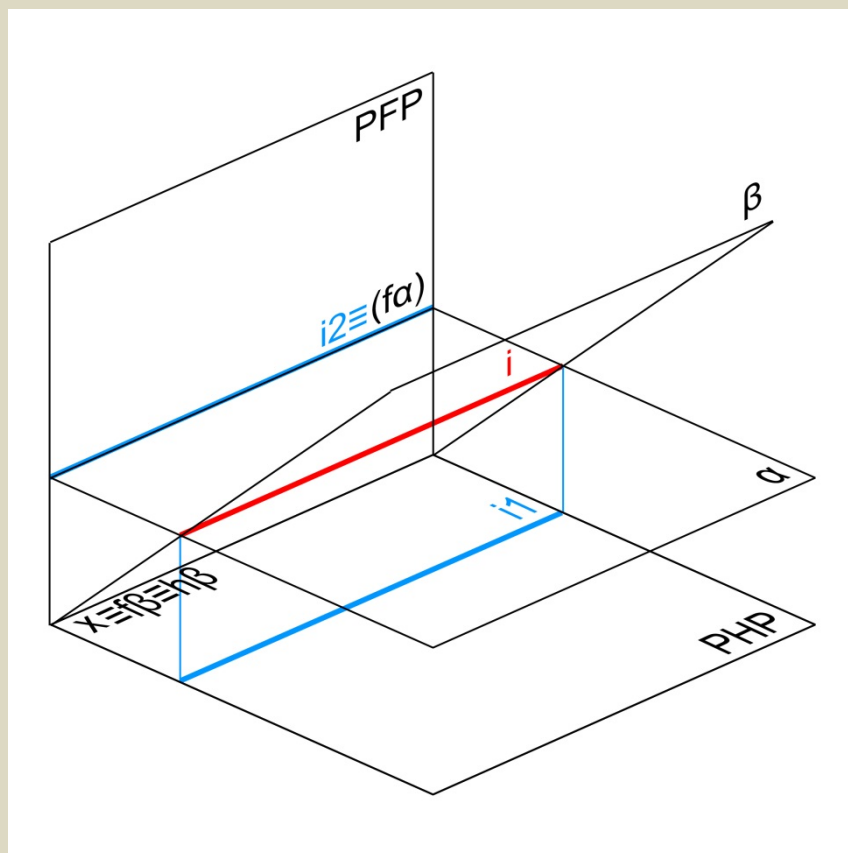
Plano horizontal $\cap$ plano passante

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano horizontal $\cap$ plano passante

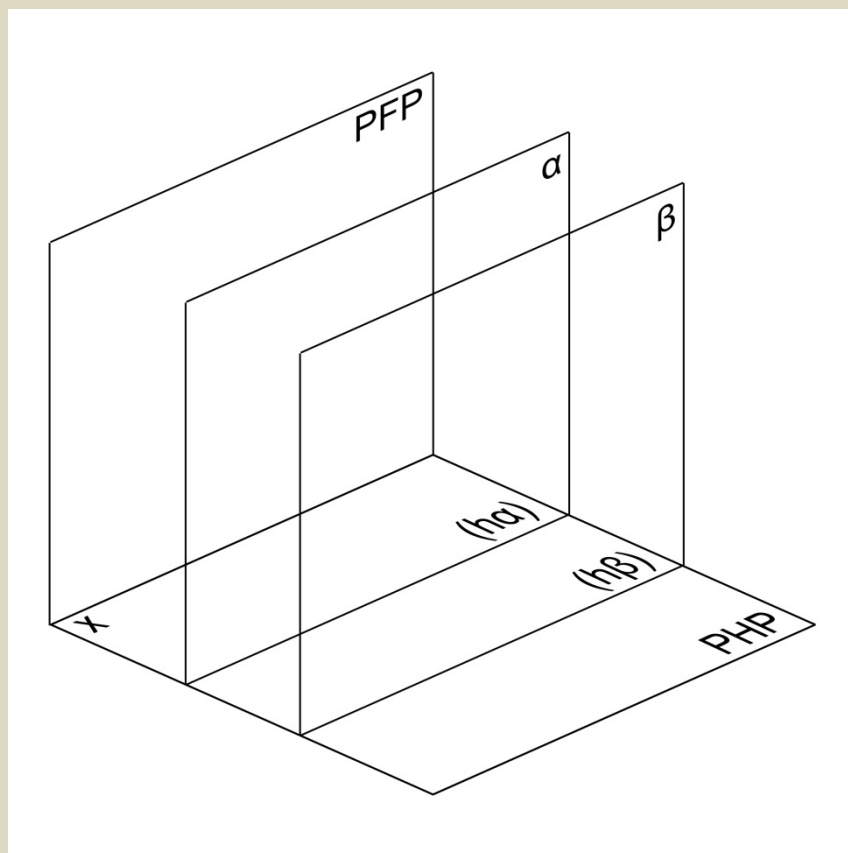
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano horizontal $\cap$ plano passante

Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

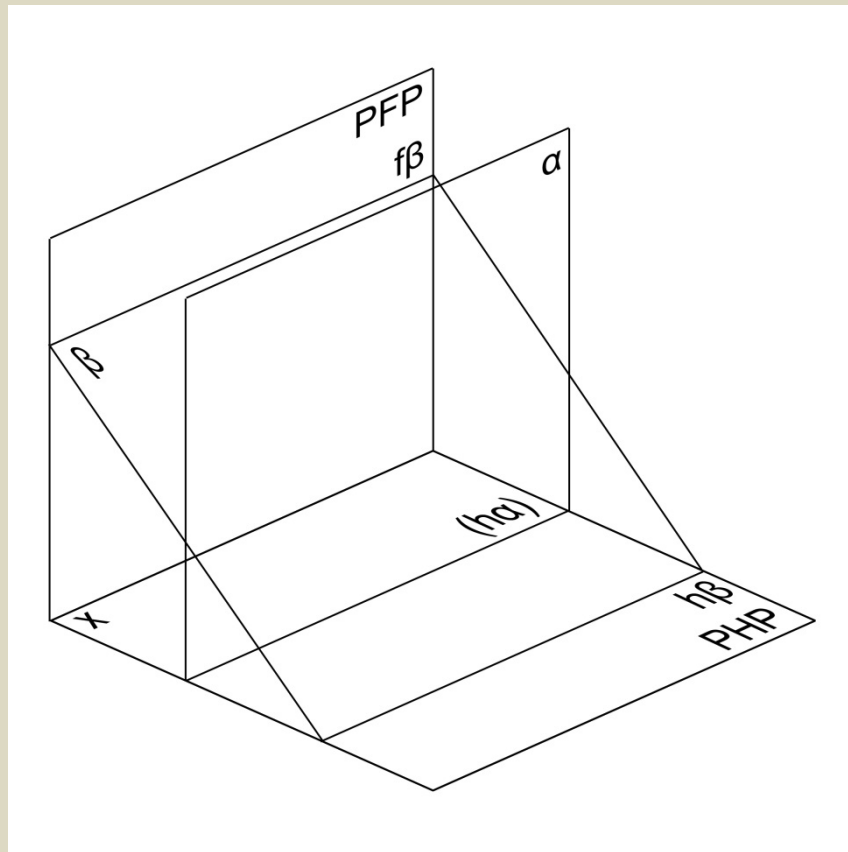


Plano frontal $\cap$ plano frontal

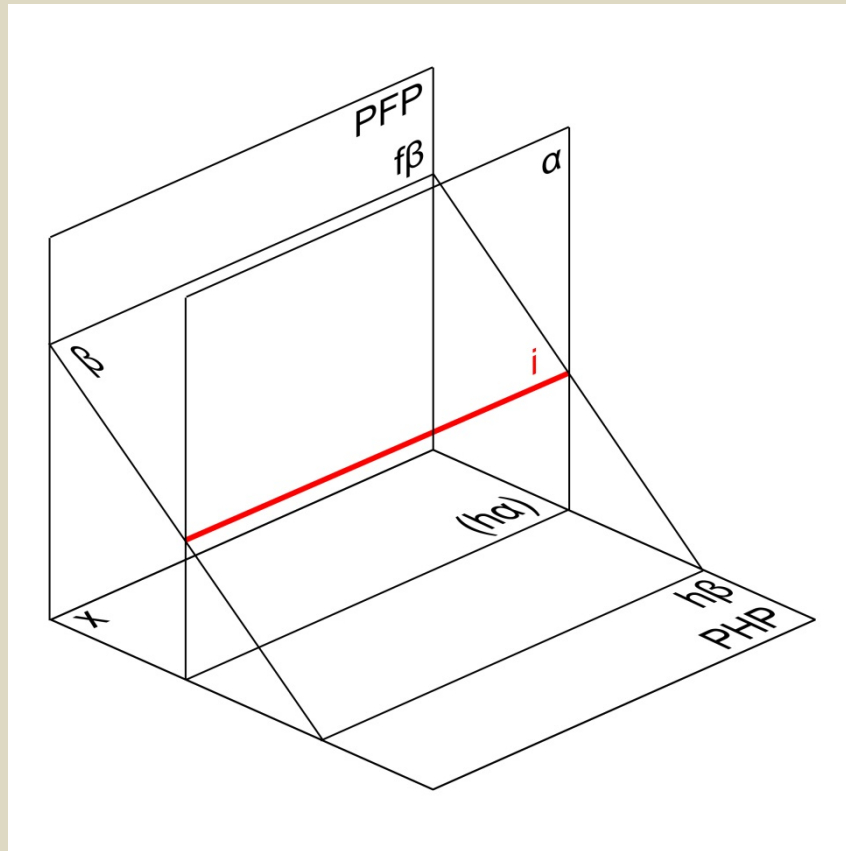
Os planos são paralelos. A sua reta de interseção está no infinito: é imprópria.

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Plano frontal $\cap$ plano
rampa

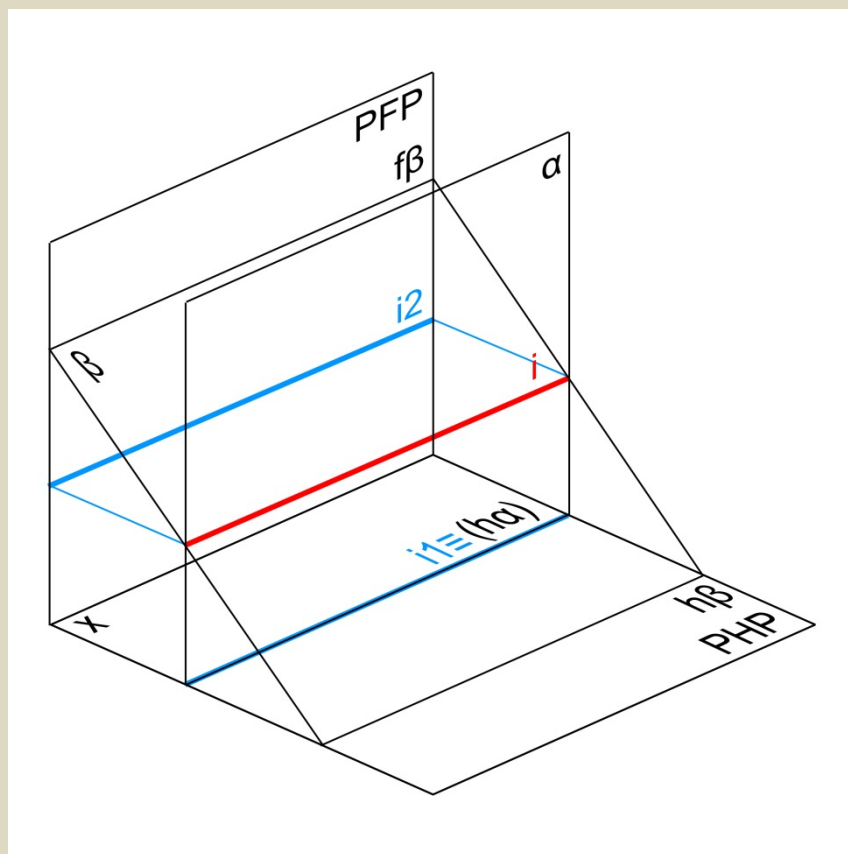


Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano frontal $\cap$ plano
rampa

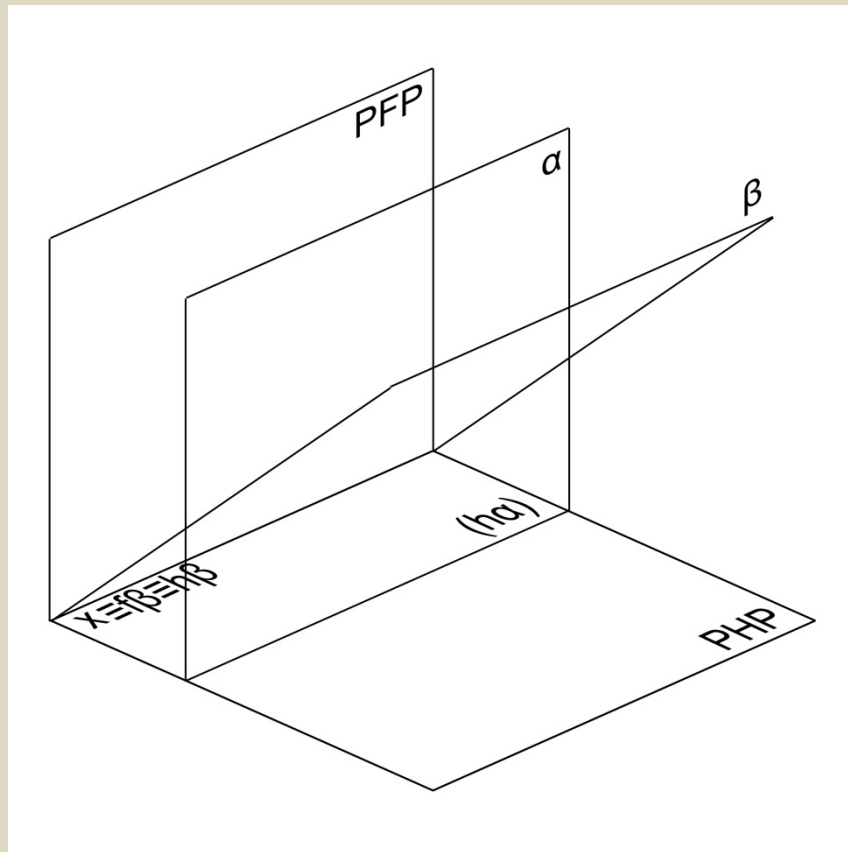
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano frontal $\cap$ plano
rampa

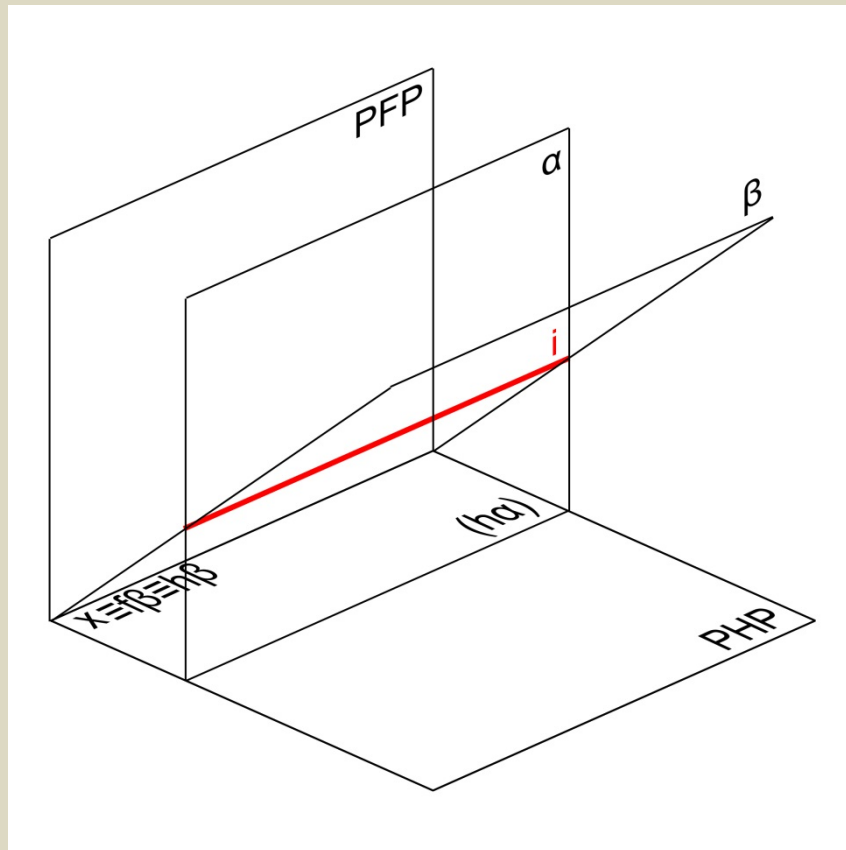
Para encontrar a reta de interseção
pode recorrer-se à Tripla Projeção
Ortogonal (aplica-se aos planos de
rampa e aos passantes).

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



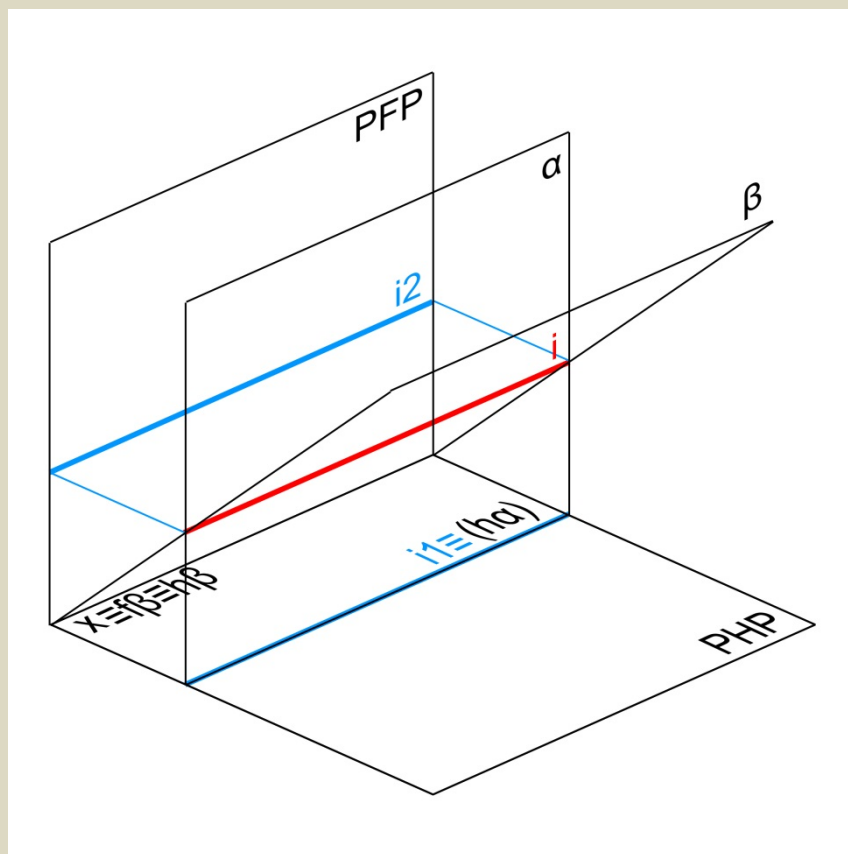
Plano frontal $\cap$ plano passante

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano frontal $\cap$ plano
passante

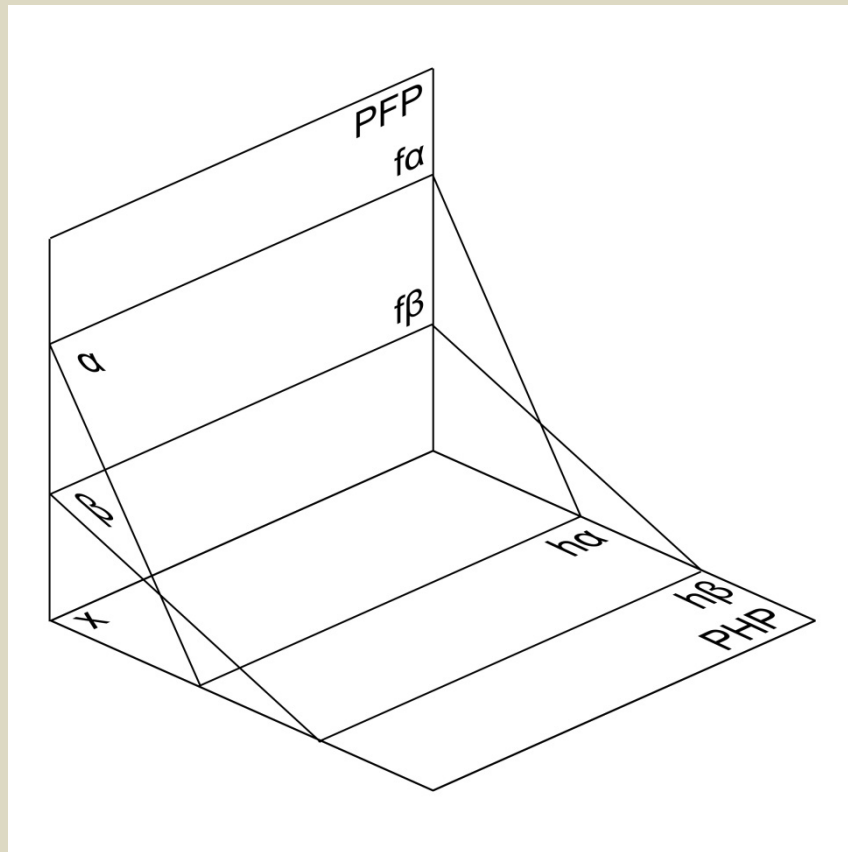
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano frontal $\cap$ plano passante

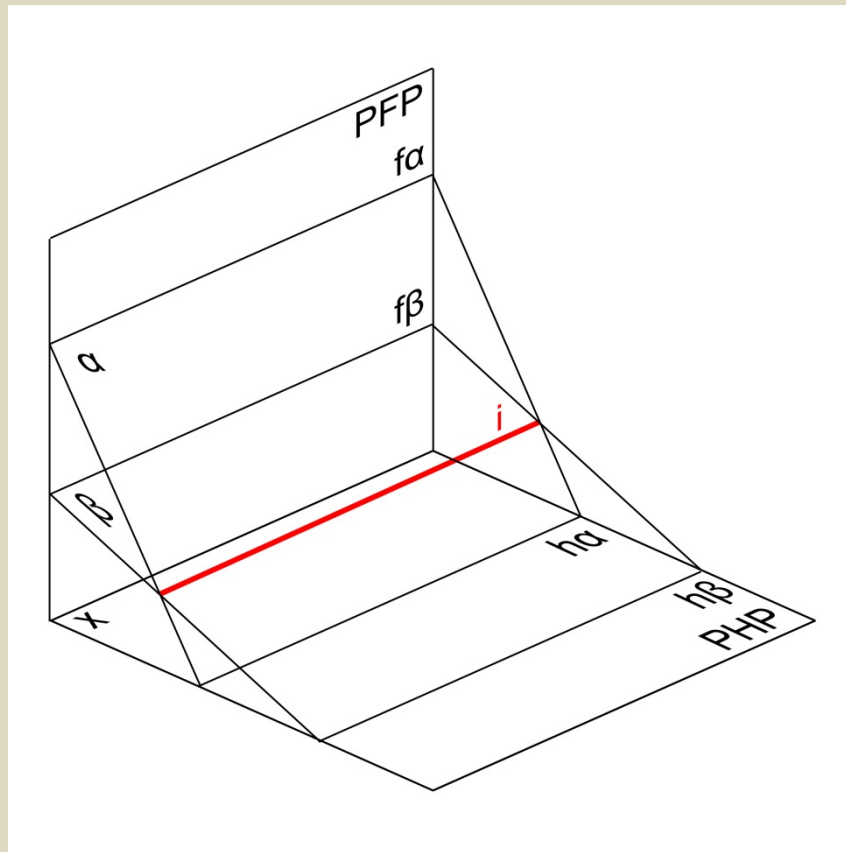
Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



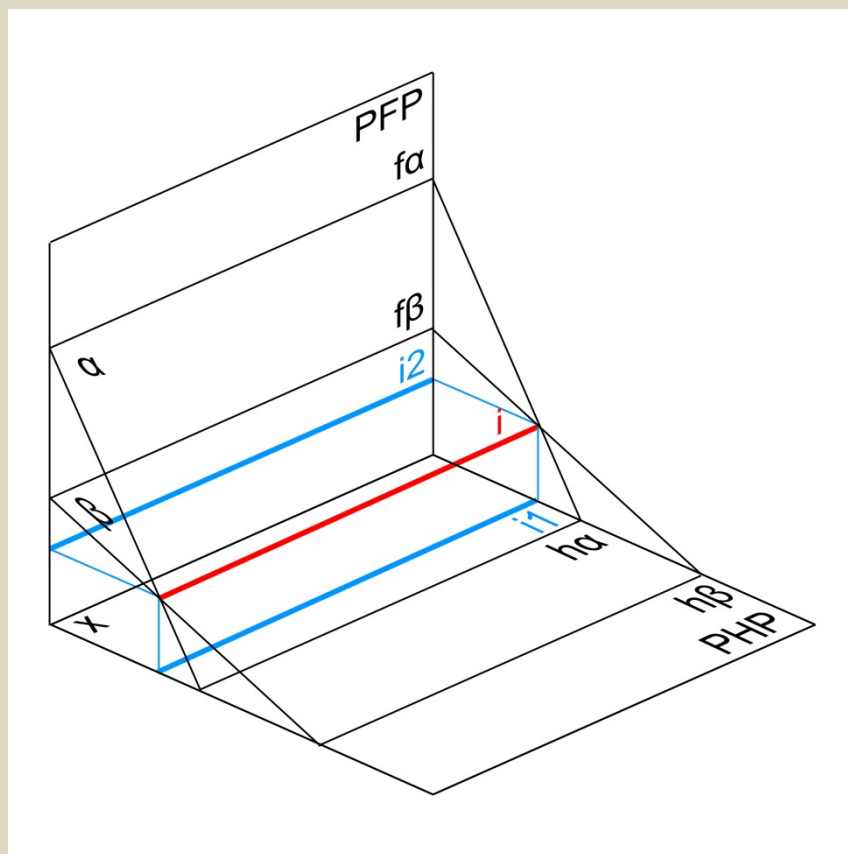
Plano rampa $\cap$ plano
rampa

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano rampa $\cap$ plano
rampa

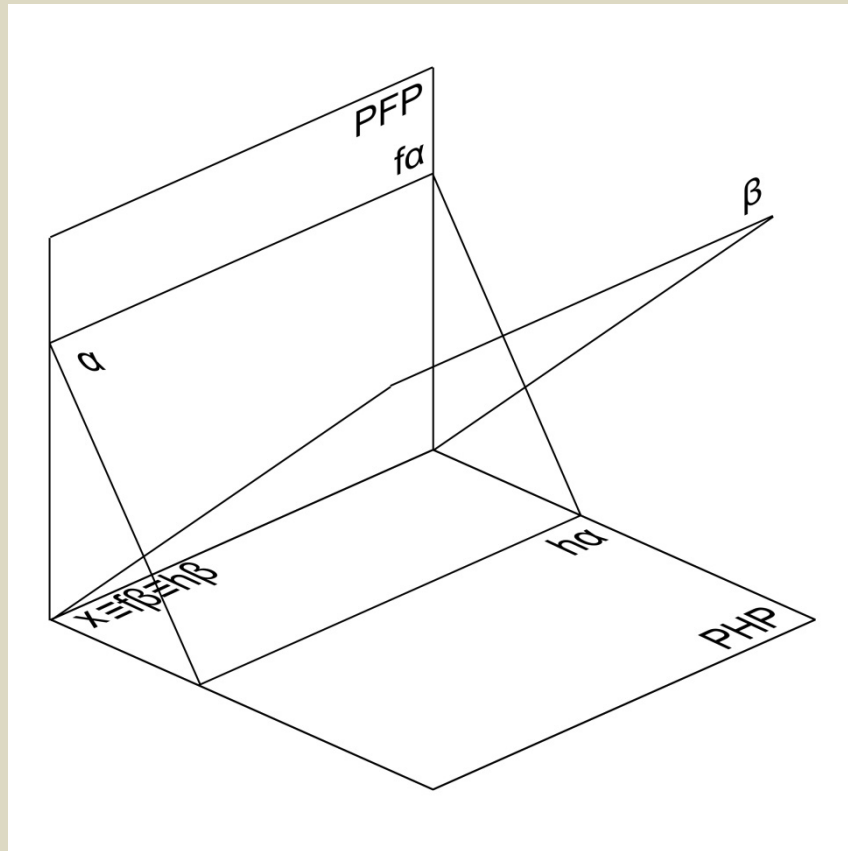
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano rampa $\cap$ plano
rampa

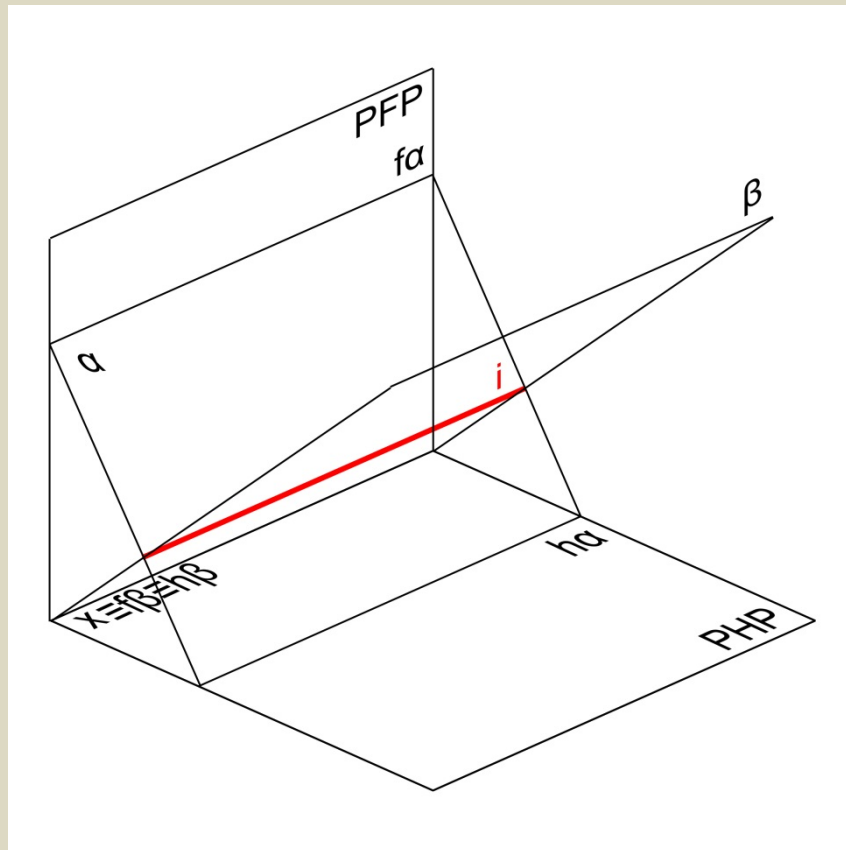
Para encontrar a reta de interseção
pode recorrer-se à Tripla Projeção
Ortogonal (aplica-se aos planos de
rampa e aos passantes).

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



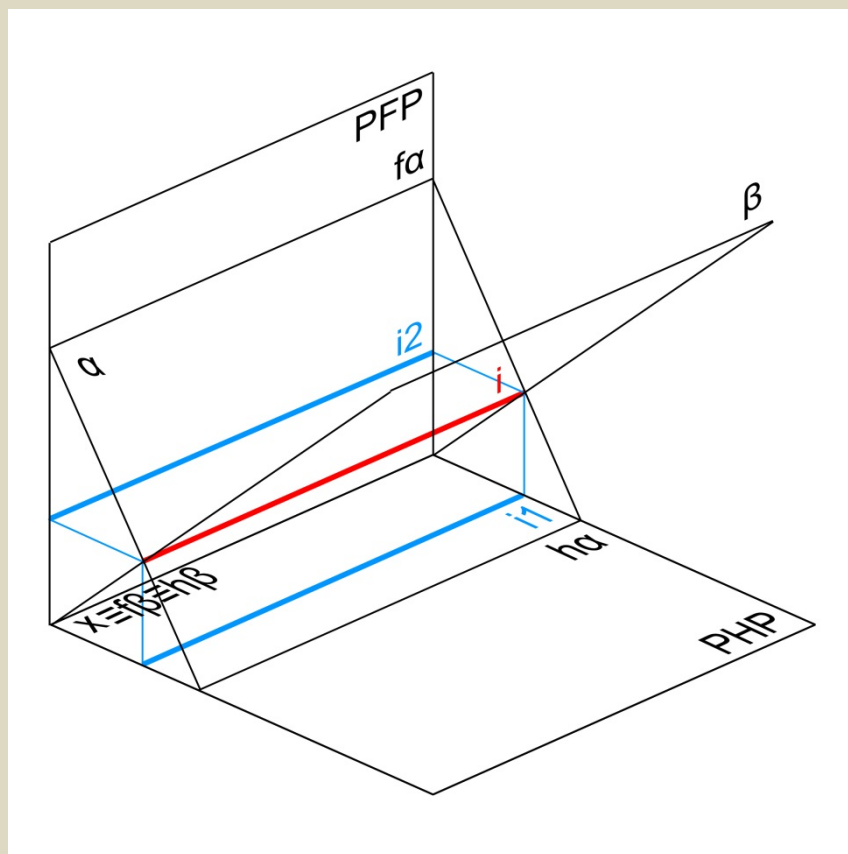
Plano rampa $\cap$ plano passante

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)



Plano rampa $\cap$ plano passante

Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

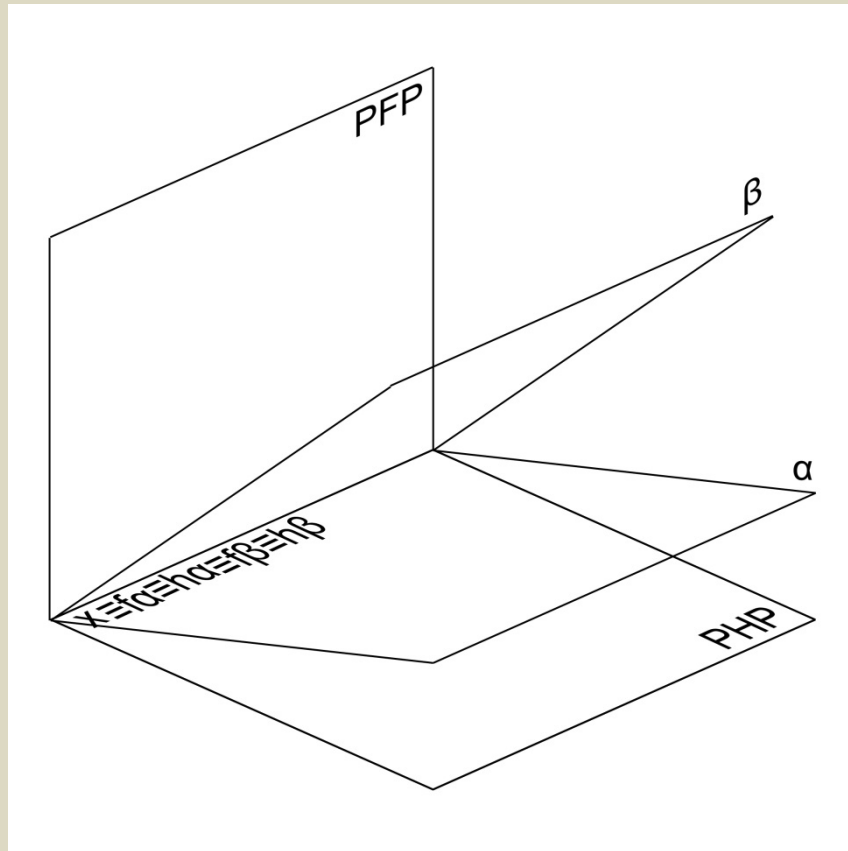


Plano rampa $\cap$ plano passante

Para encontrar a reta de interseção pode recorrer-se à Tripla Projeção Ortogonal (aplica-se aos planos de rampa e aos passantes).

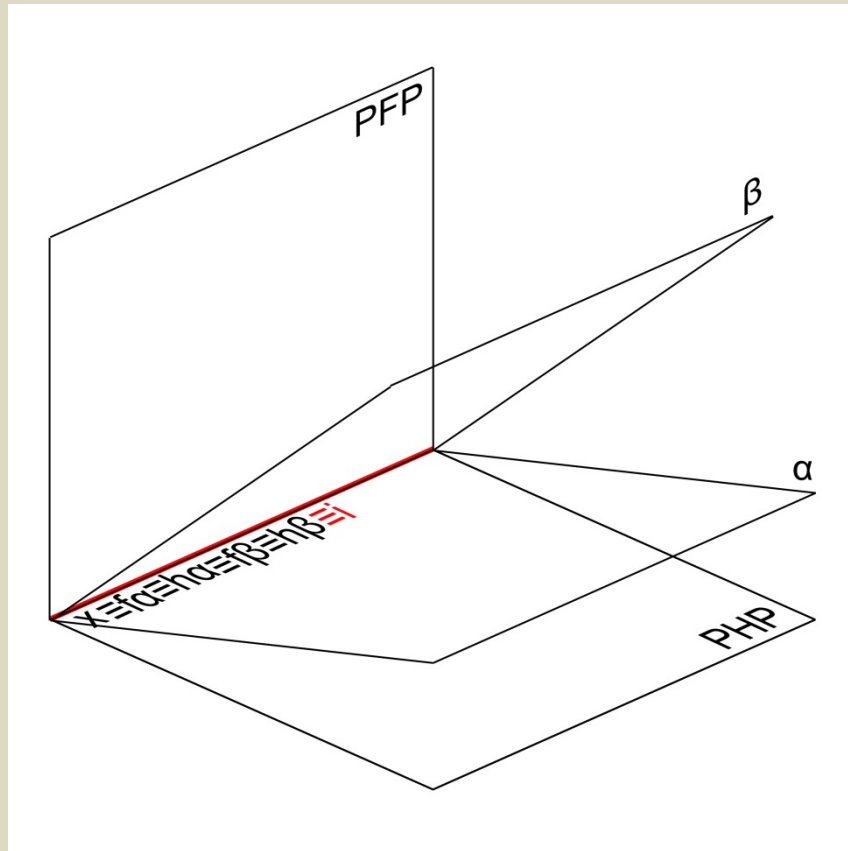
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Plano passante $\cap$ plano passante



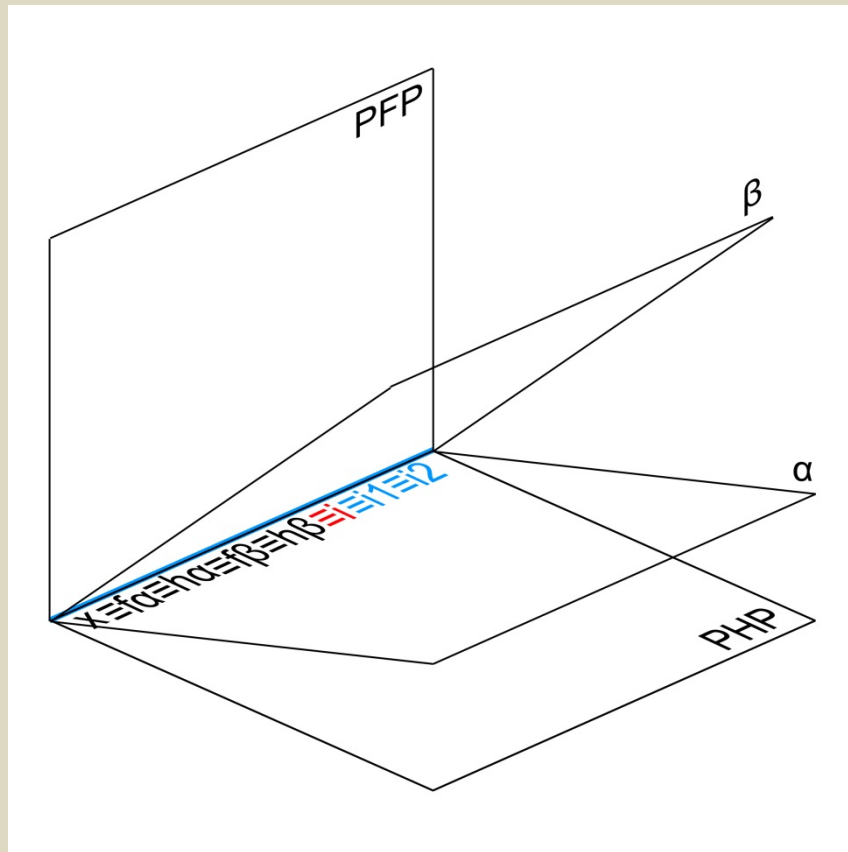
Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Plano passante $\cap$ plano passante

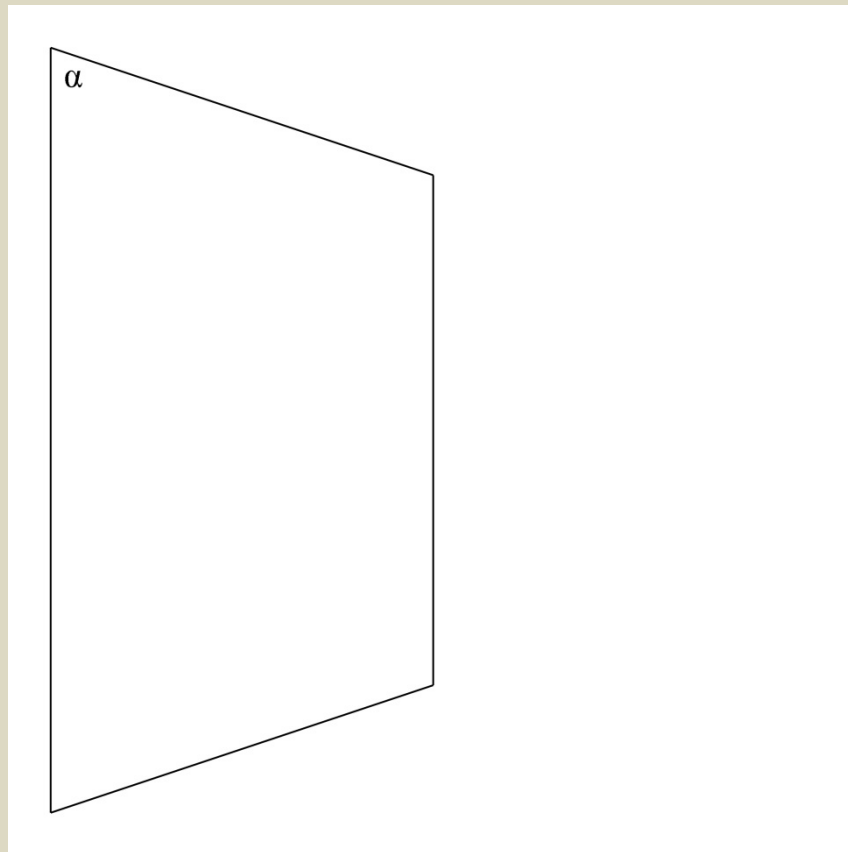


Interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)

Plano passante $\cap$ plano passante

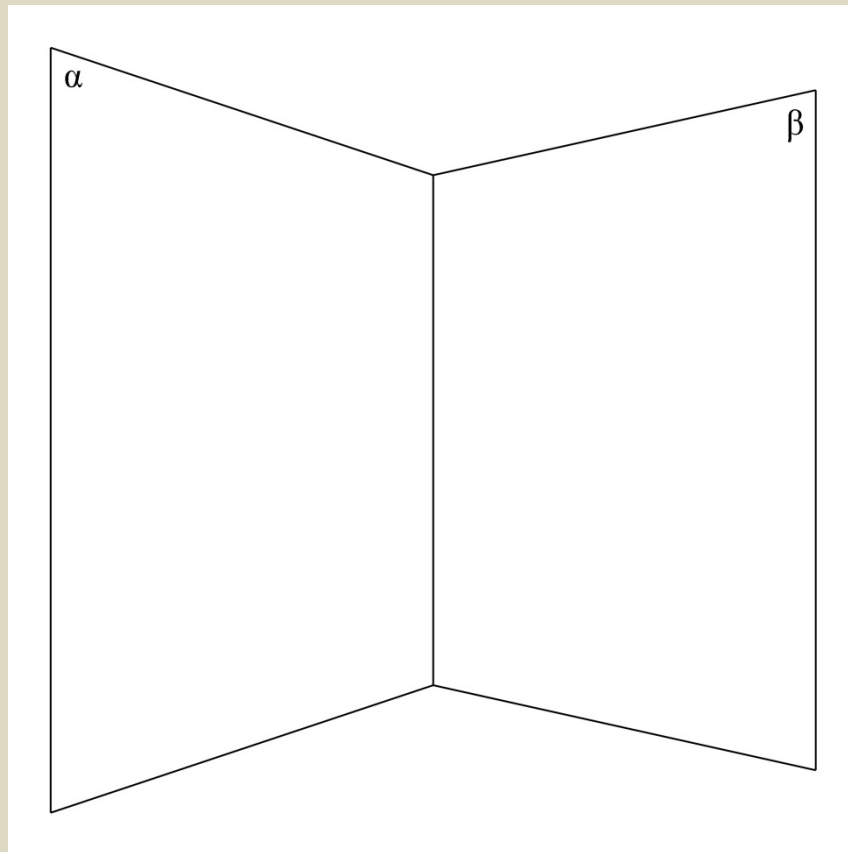


Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



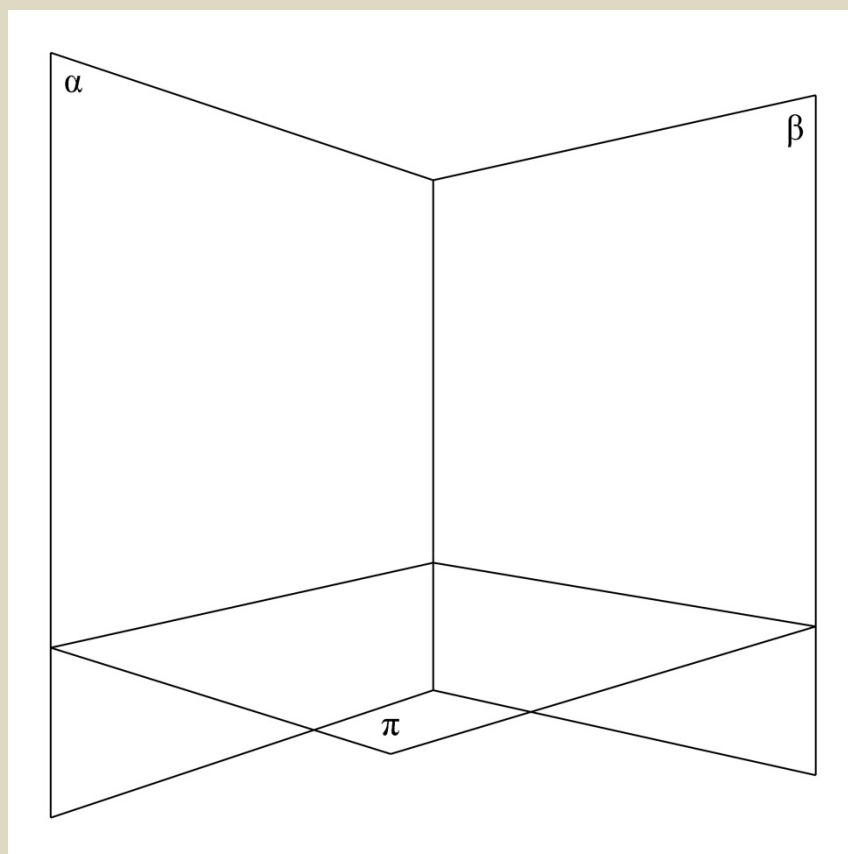
α

Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



β

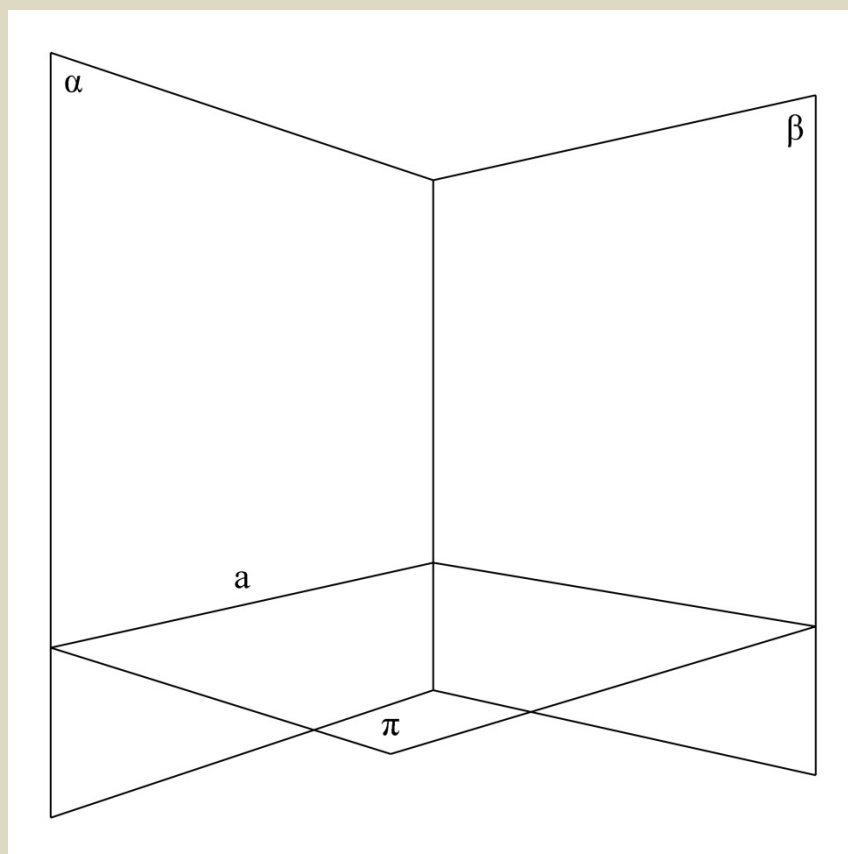
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- Traçar um plano auxiliar projetante – π

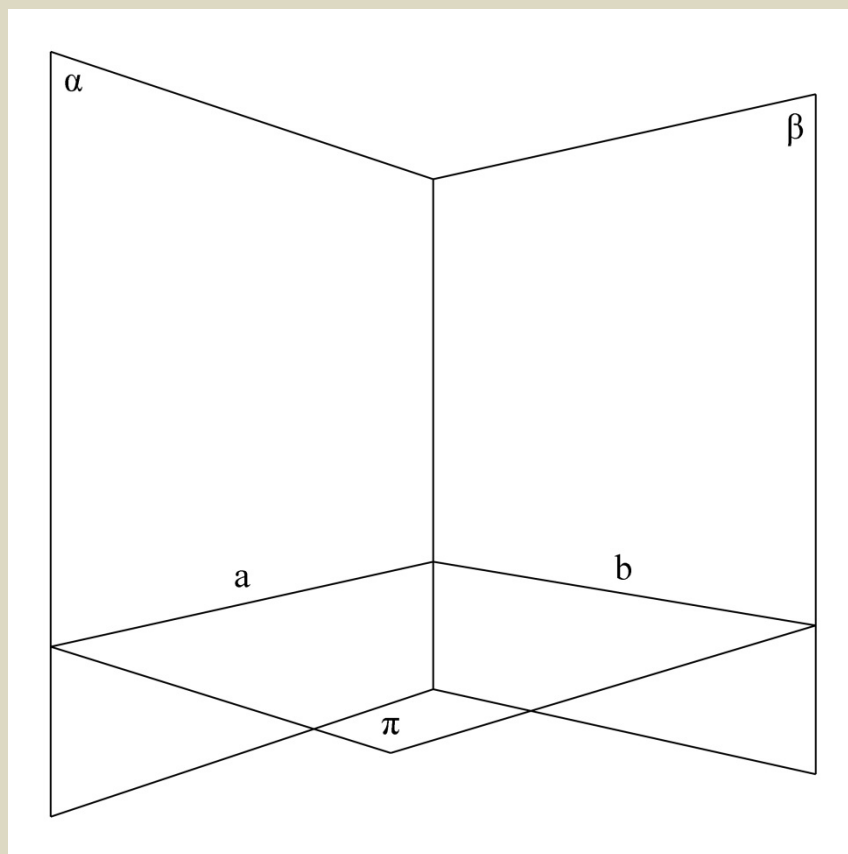
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $\pi \cap \alpha = a$

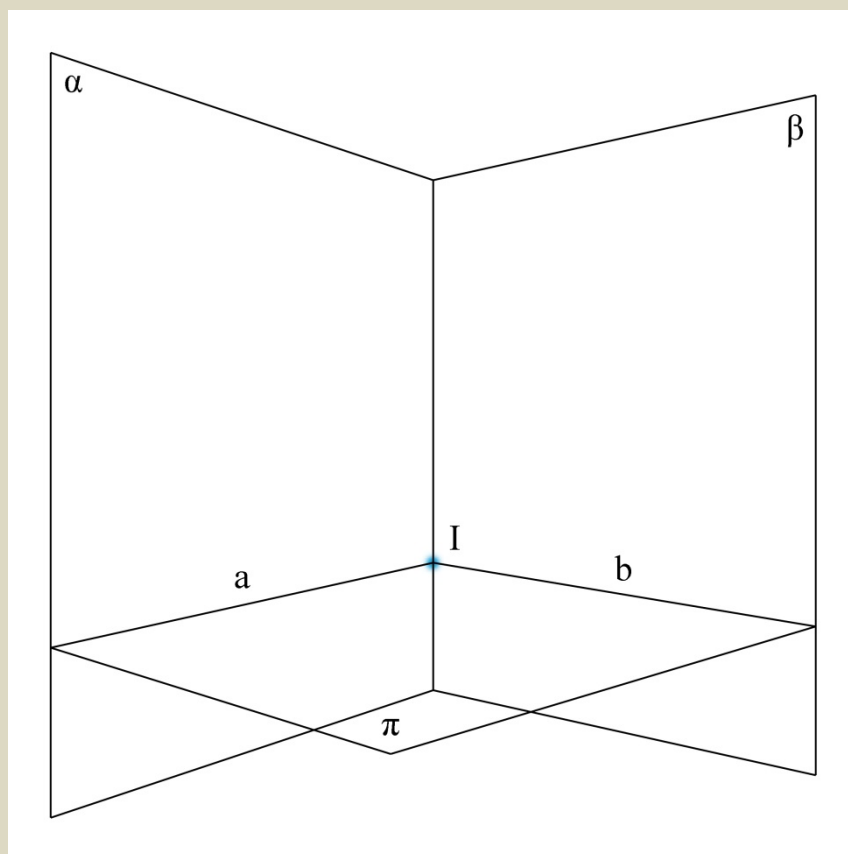
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $\pi \cap \beta = b$

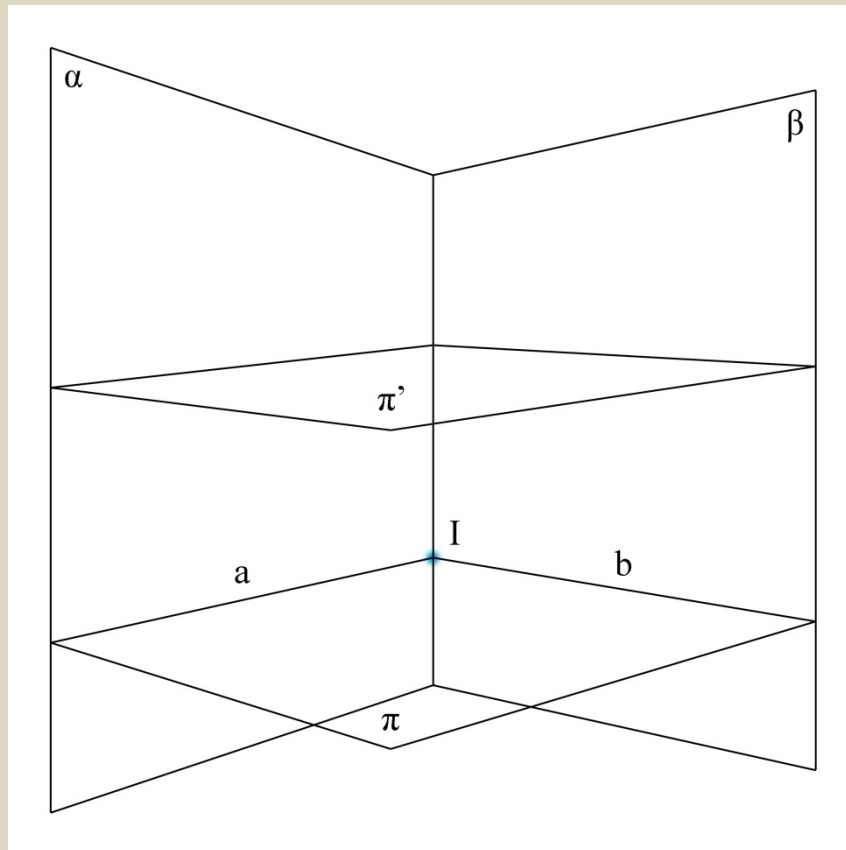
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $a \cap b = I$

Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



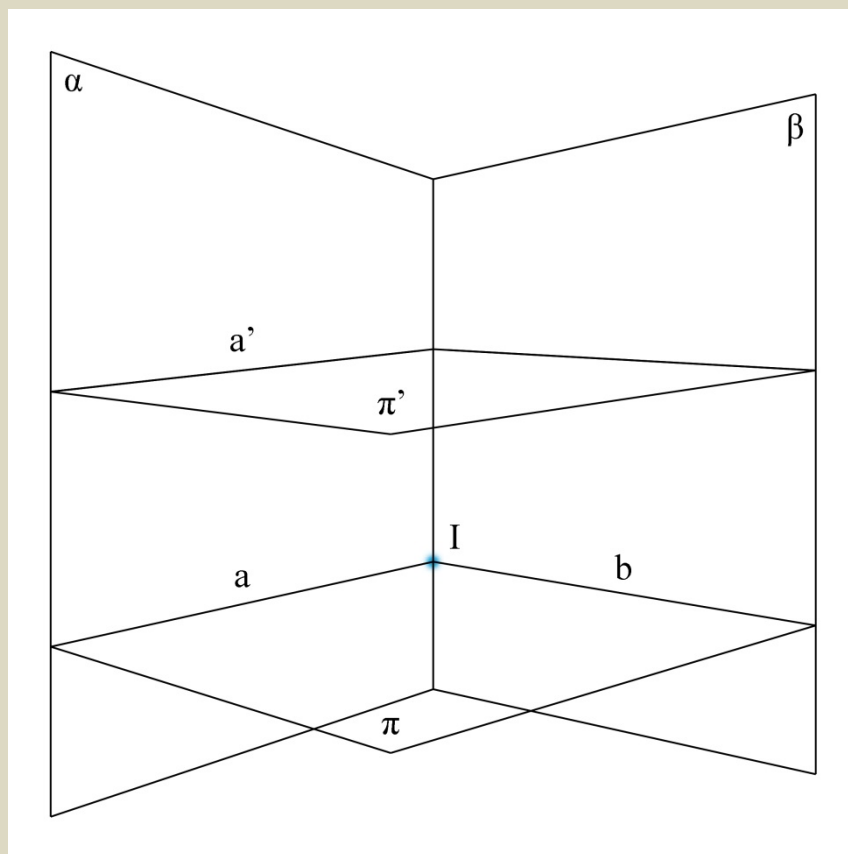
Método Geral:

Caso ainda não se tem outro ponto da reta i , repete-se o método.

Os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas intersecções com os planos dados produzem retas paralelas.

- Traçar um plano auxiliar projetante – π'

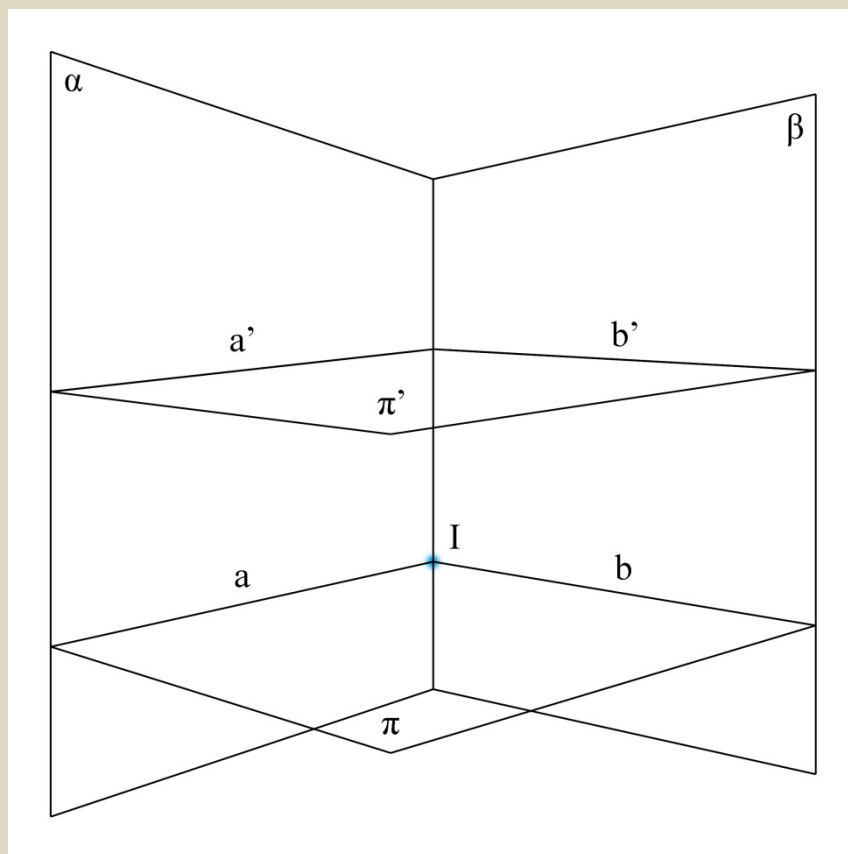
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $\pi' \cap \alpha = a'$

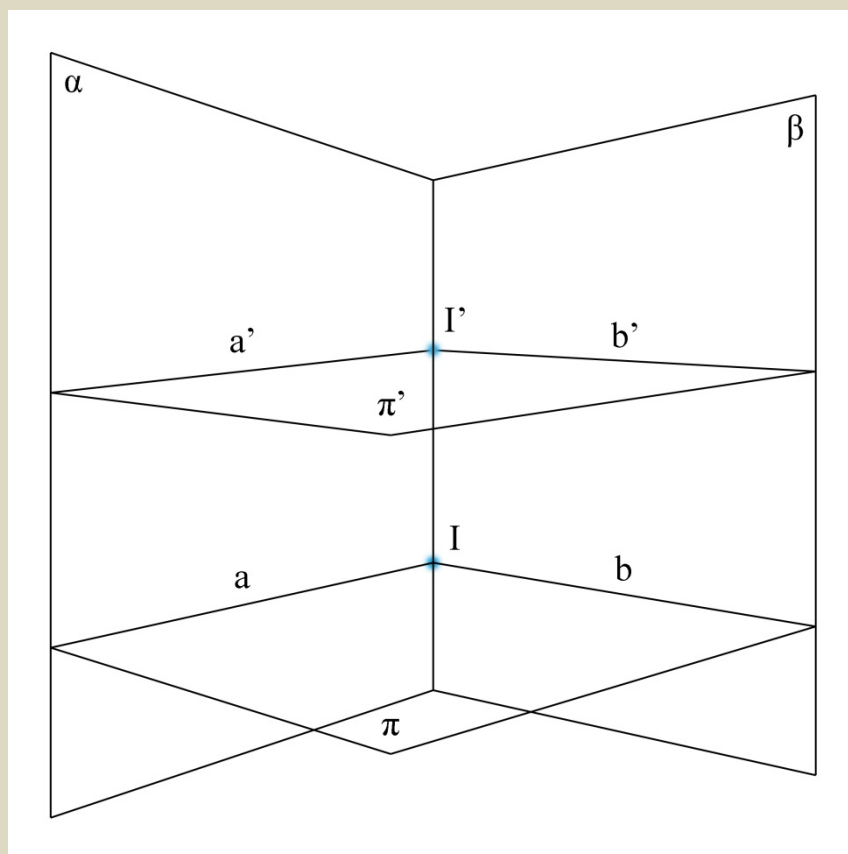
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $\pi' \cap \beta = b'$

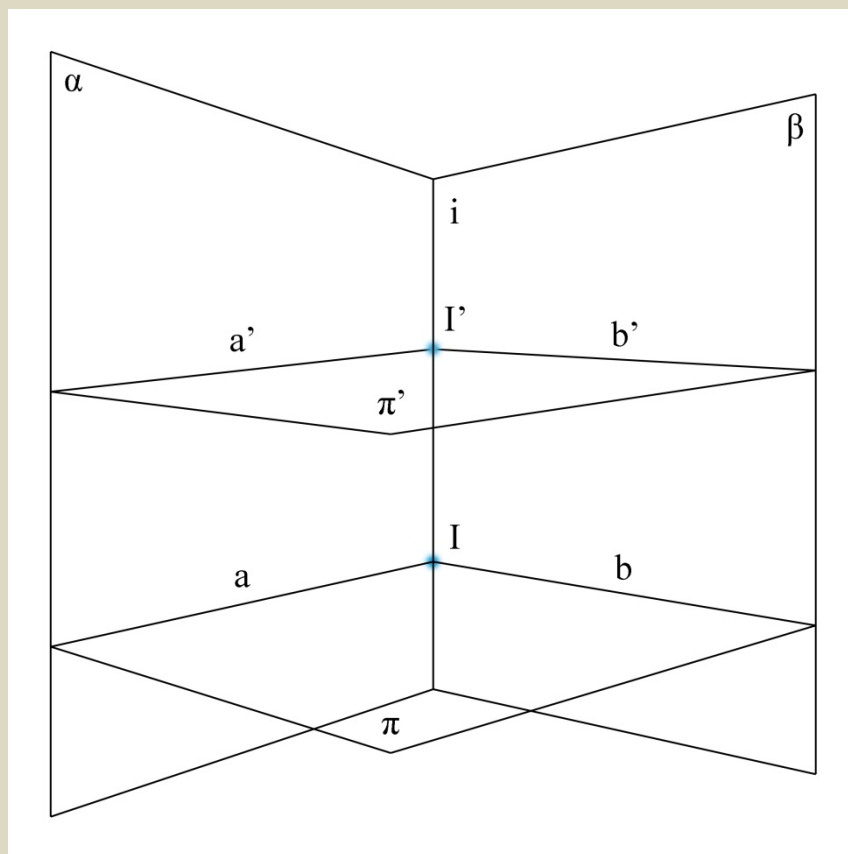
Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $a' \cap b' = I'$

Interseção de planos quando os seus traços não se cruzam dentro dos limites do papel



Método Geral:

- $[II'] = i$

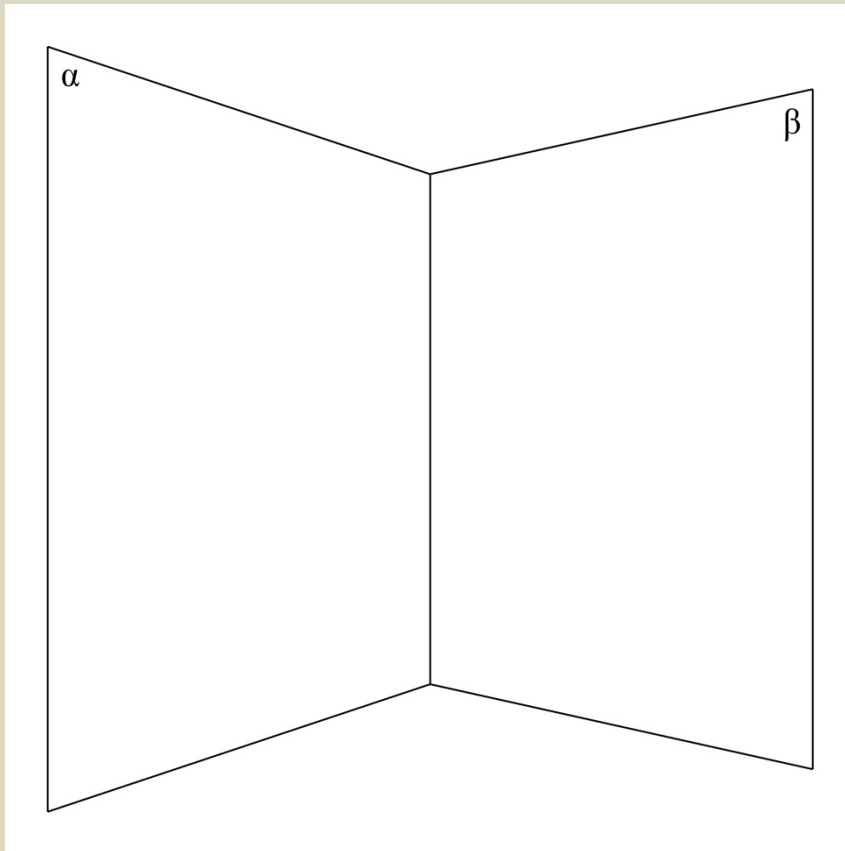
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços

“Um plano pode ser definido por:

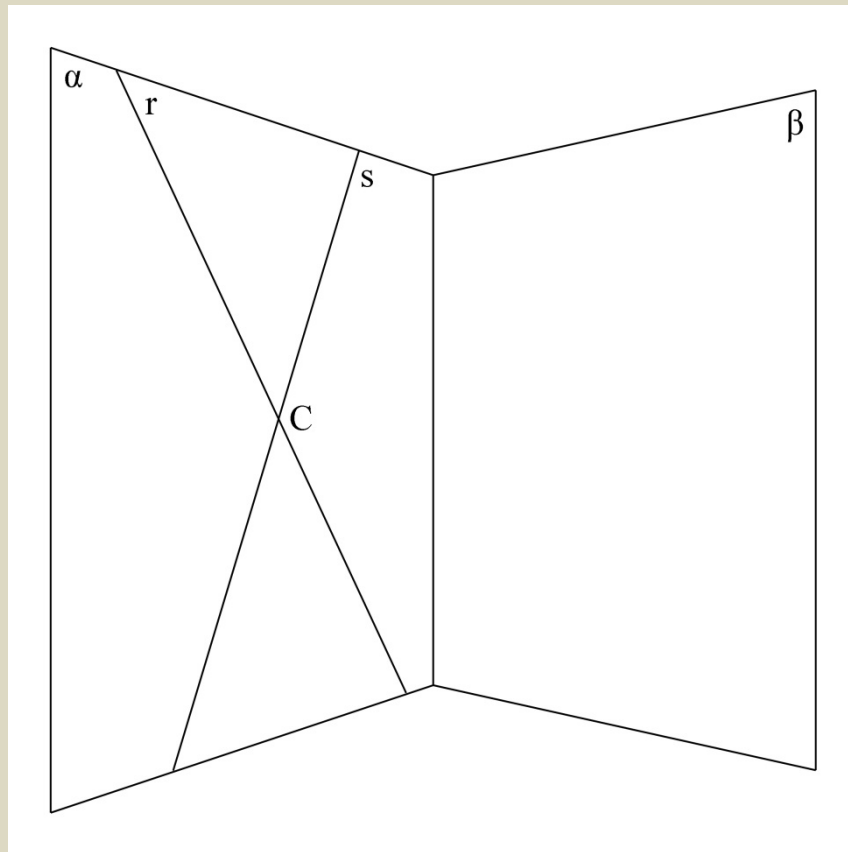
- Três pontos não colineares;
- Uma reta e um ponto exterior à reta;
- Duas retas concorrentes ou duas retas paralelas.” (Müller, 2009, p.50)

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços

$\alpha; \beta$

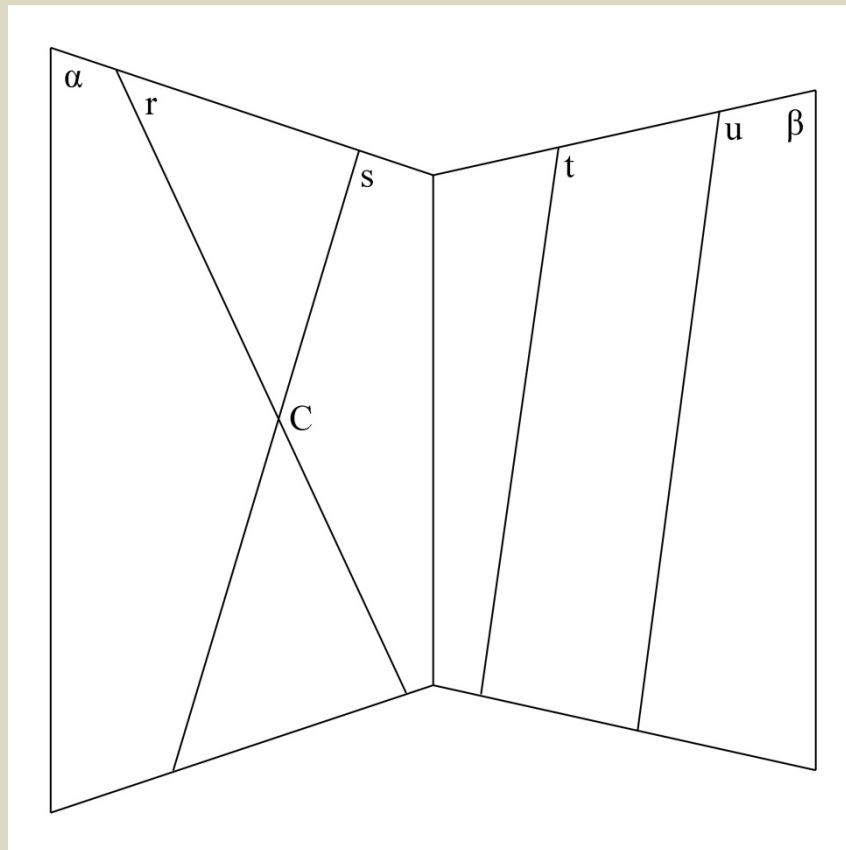


Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



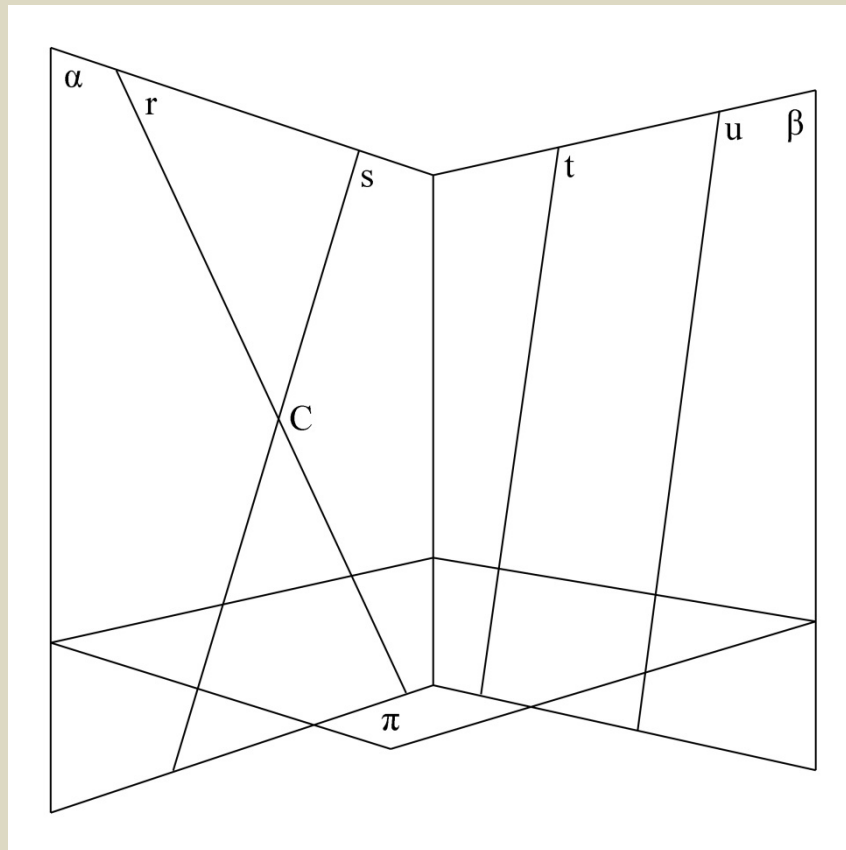
α - definido por duas retas, r e s , concorrentes em C .

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



β - definido por duas retas, t e u , paralelas.

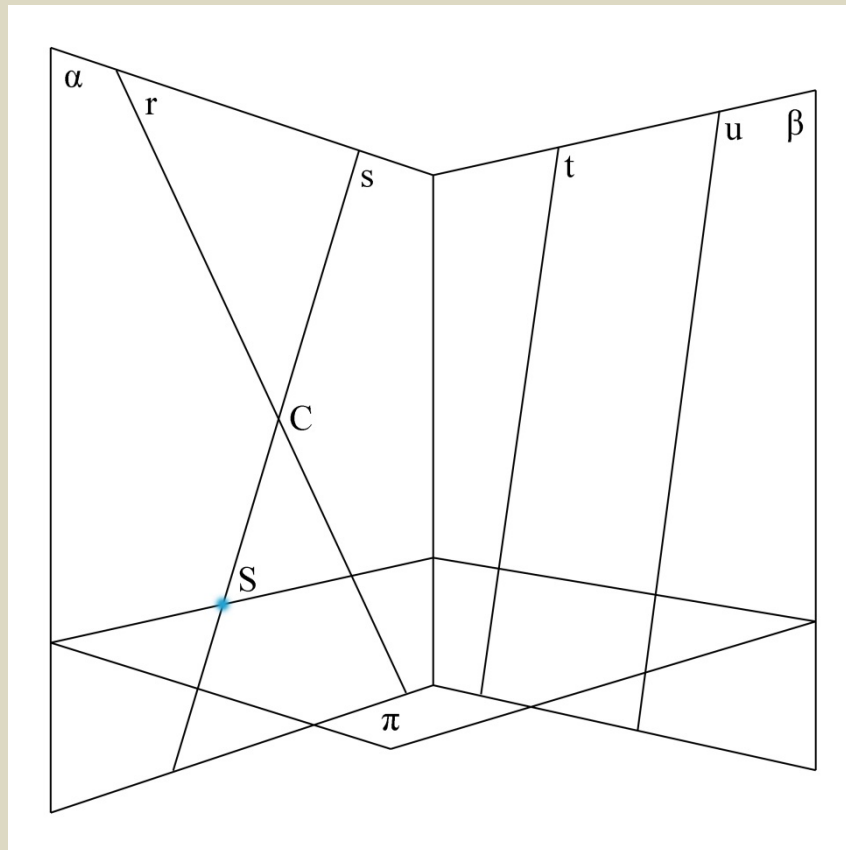
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- Traçar um plano auxiliar projetante – π

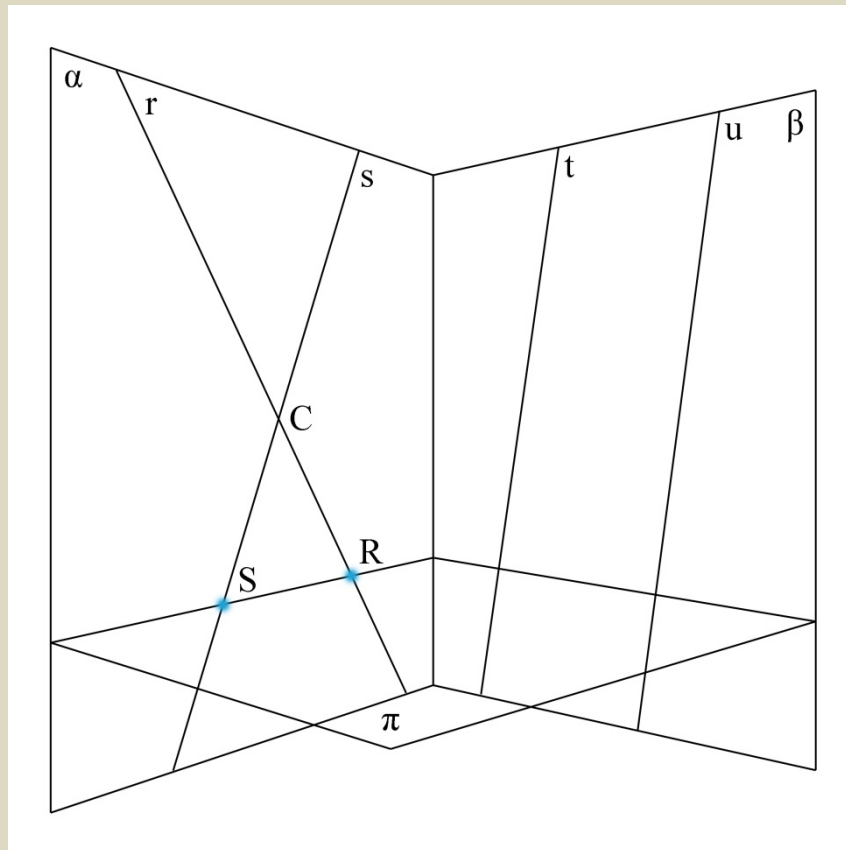
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $\pi \cap s = S$

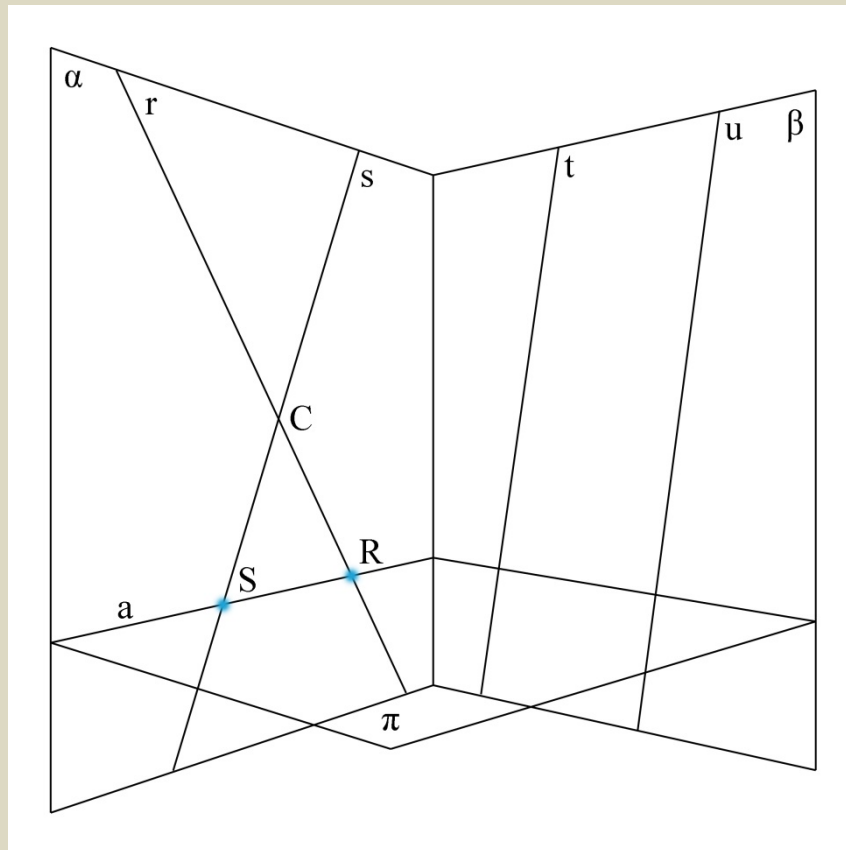
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $\pi \cap r = R$

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



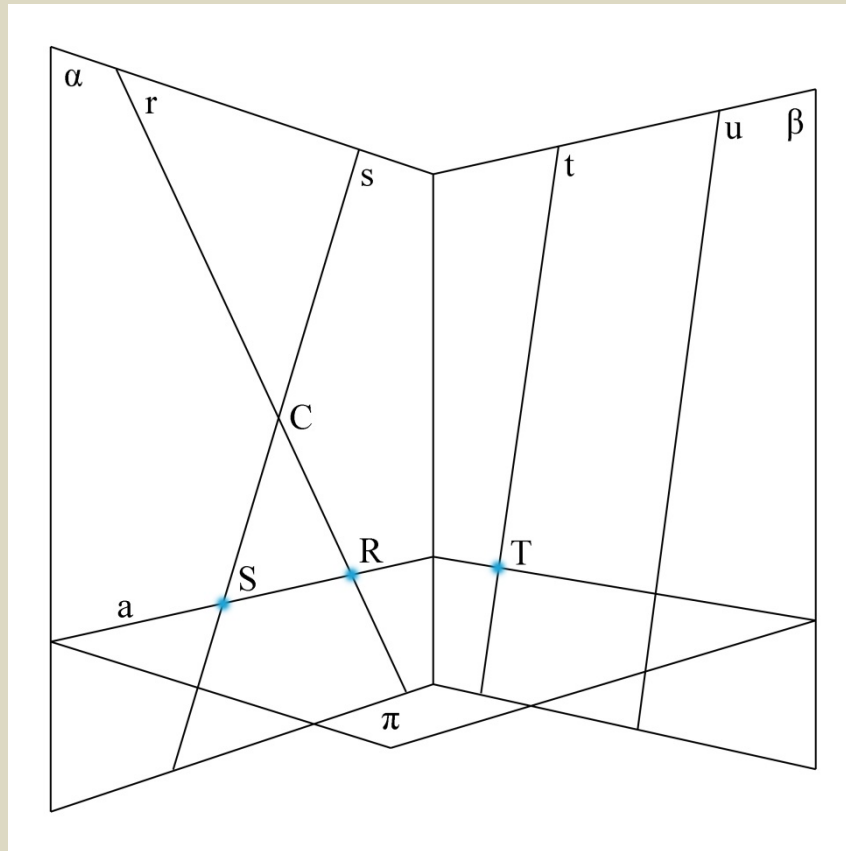
Método Geral:

- $[RS]=a$

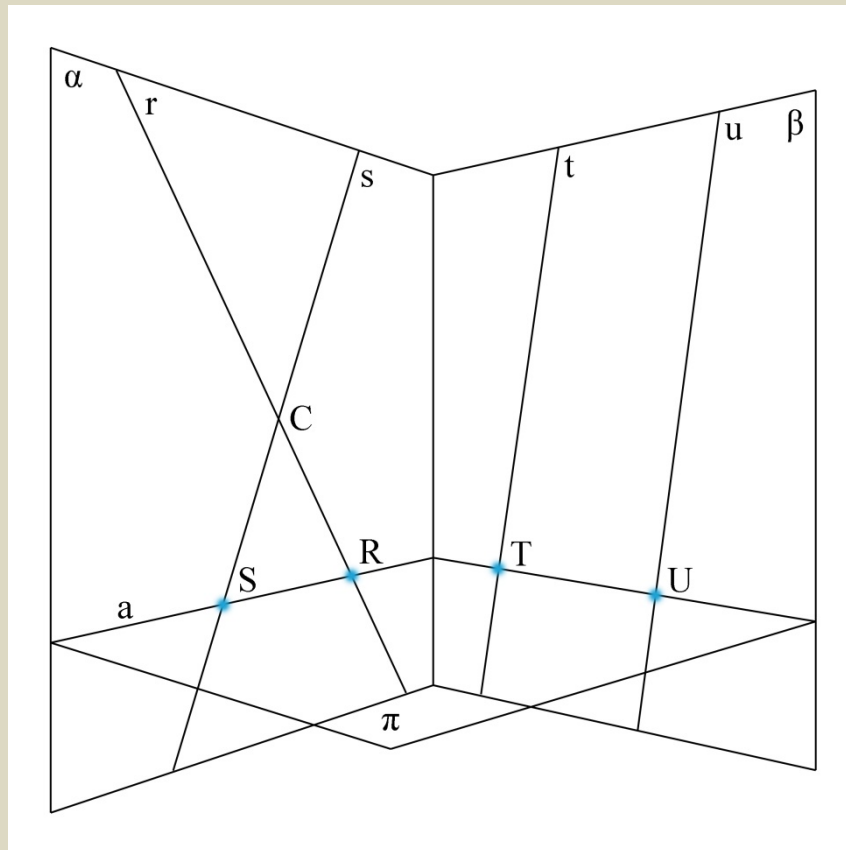
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços

Método Geral:

- $\pi \cap t = T$



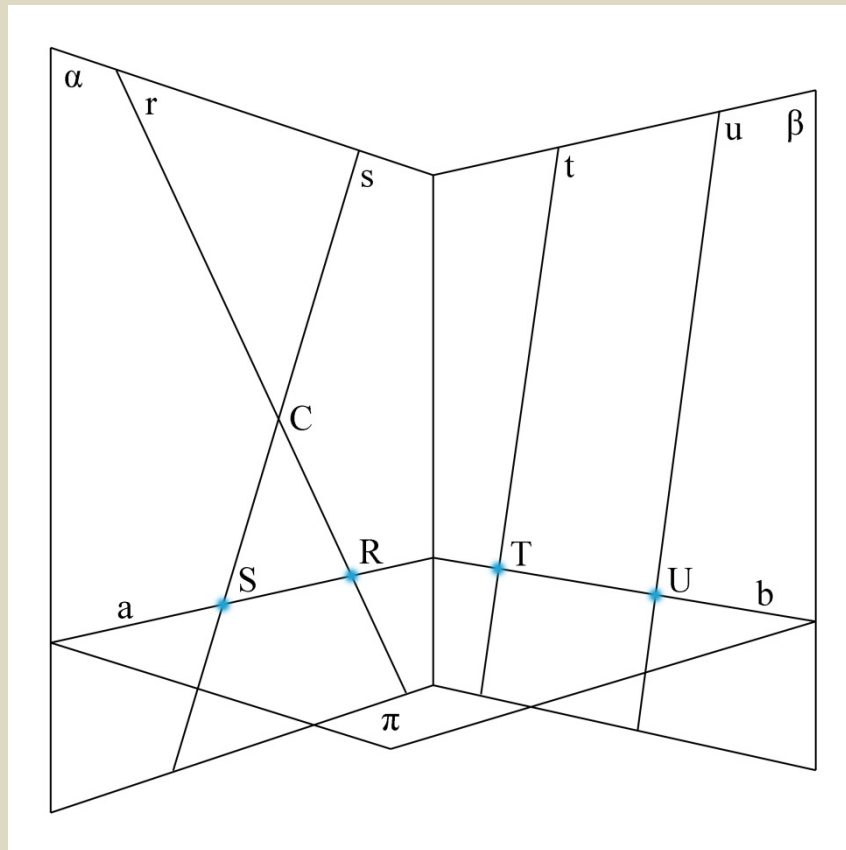
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $\pi \cap u = U$

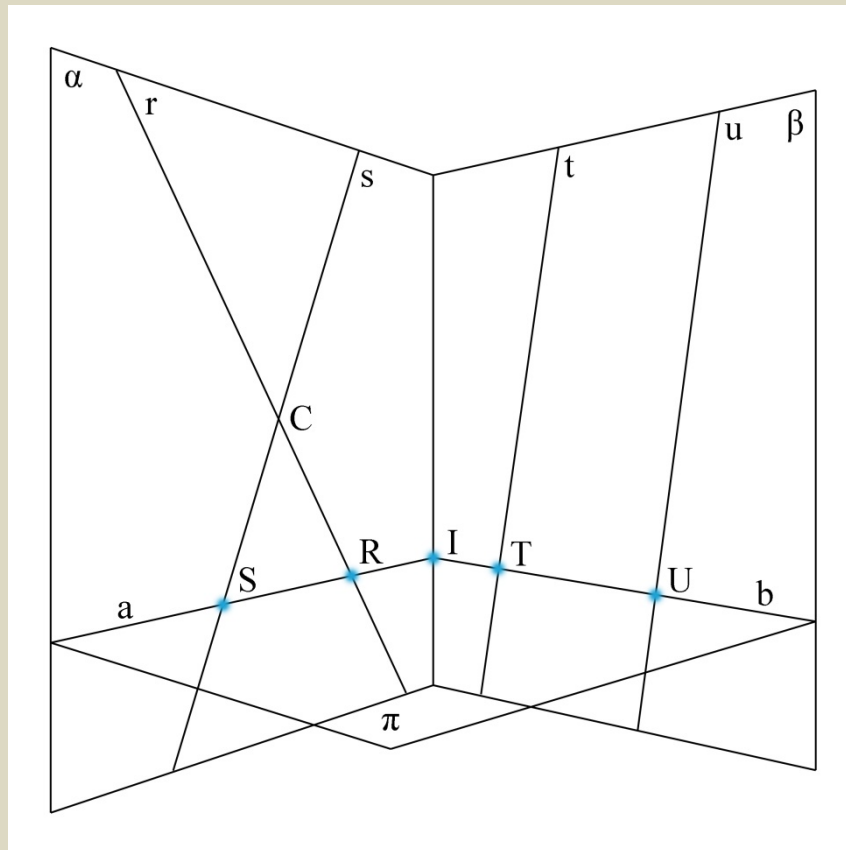
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $[TU]=b$

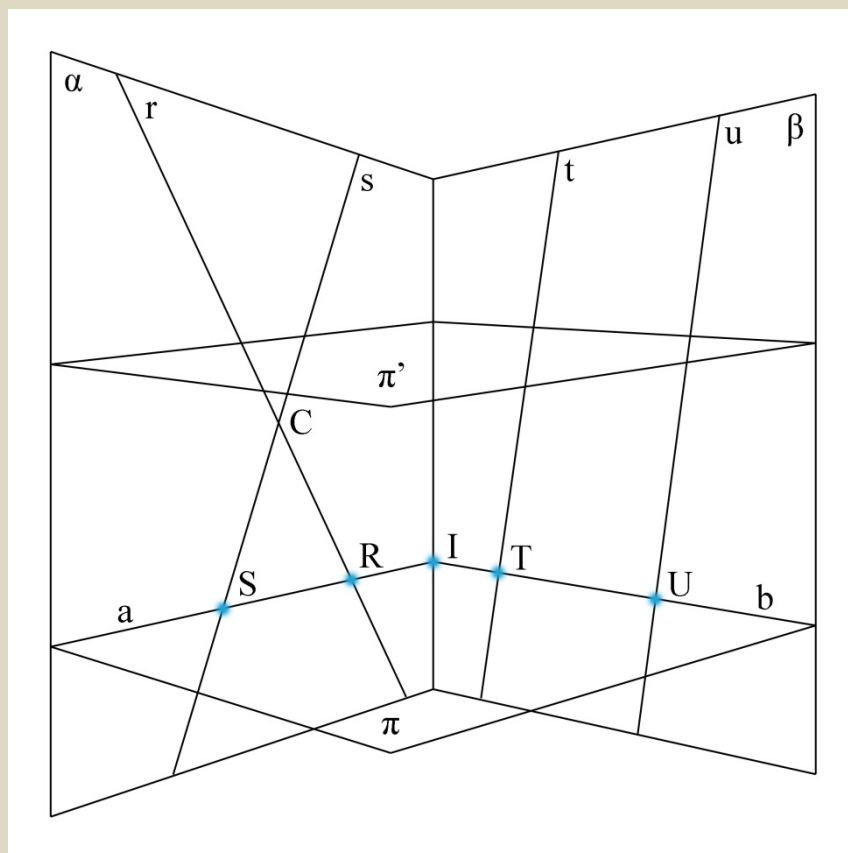
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $a \cap b = l$

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



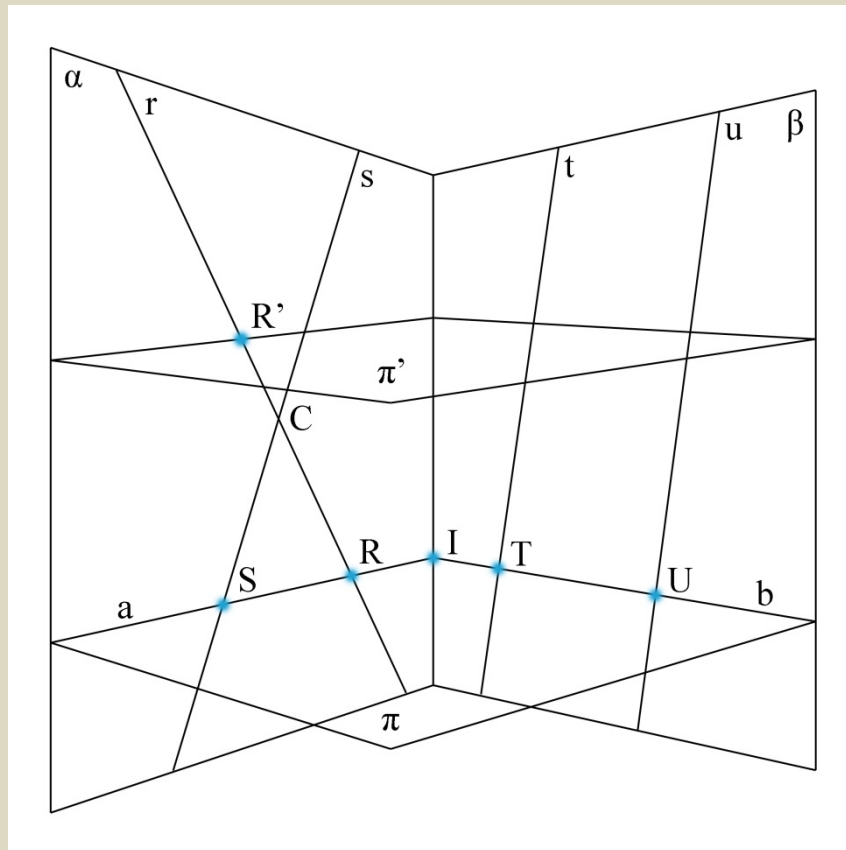
Método Geral:

Caso ainda não se tem outro ponto da reta i , repete-se o método.

Os planos auxiliares não têm de ser paralelos, mas, se o forem, as suas intersecções com os planos dados produzem retas paralelas.

- Traçar um plano auxiliar projetante – π'

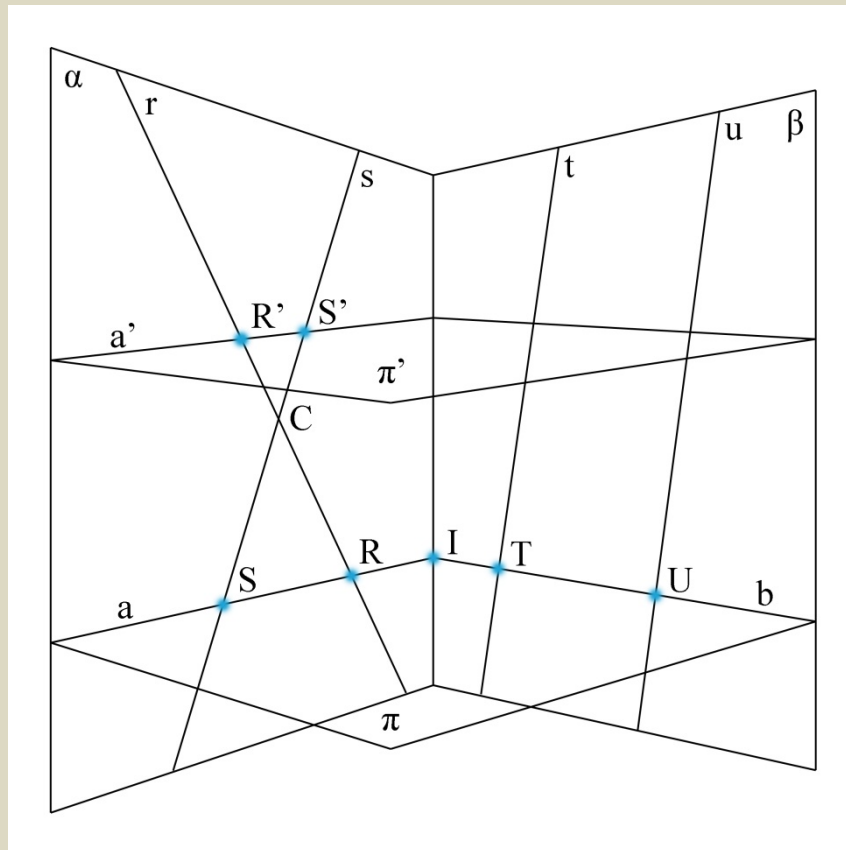
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $\pi' \cap r = R'$

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



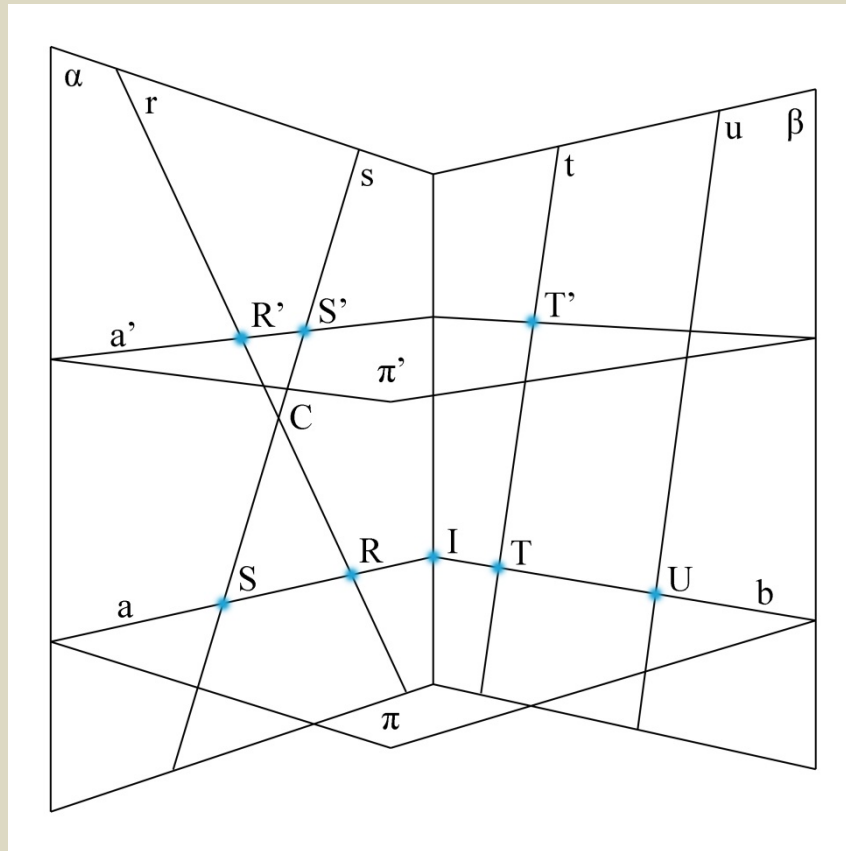
Método Geral:

- Por R' , $a'//a$

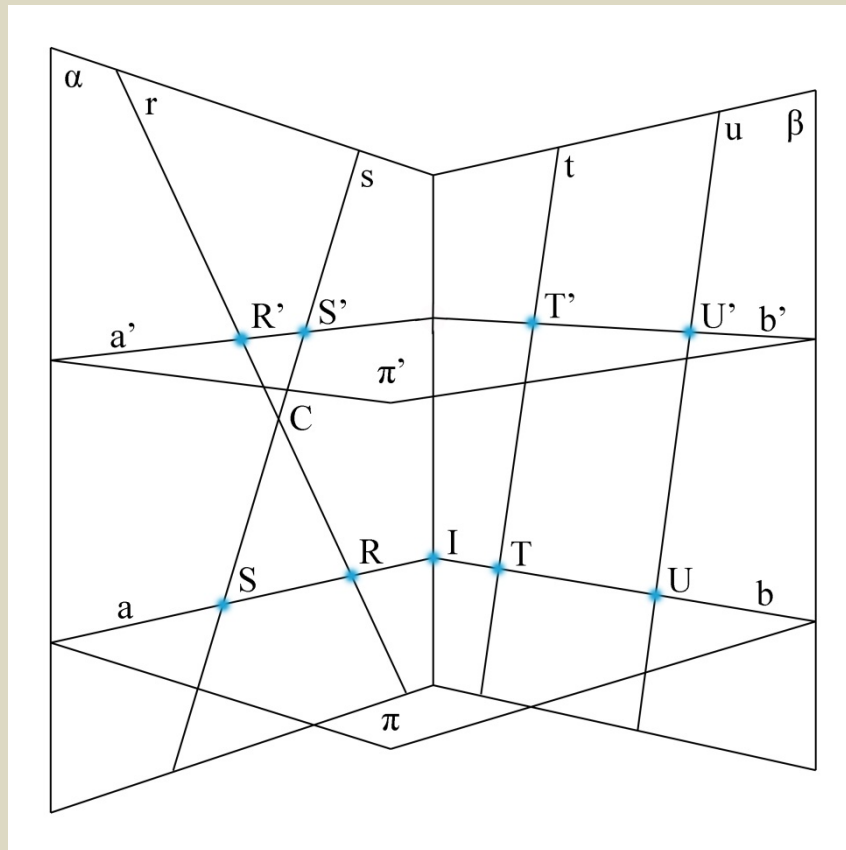
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços

Método Geral:

- $\pi' \cap t = T'$



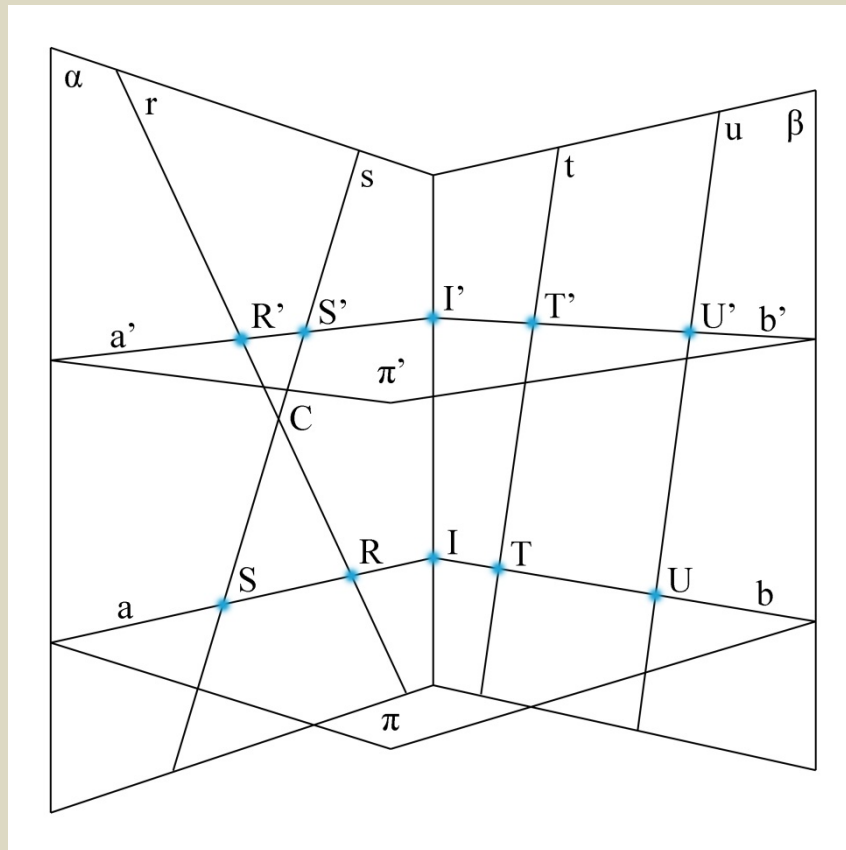
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- Por $T', b' // b$

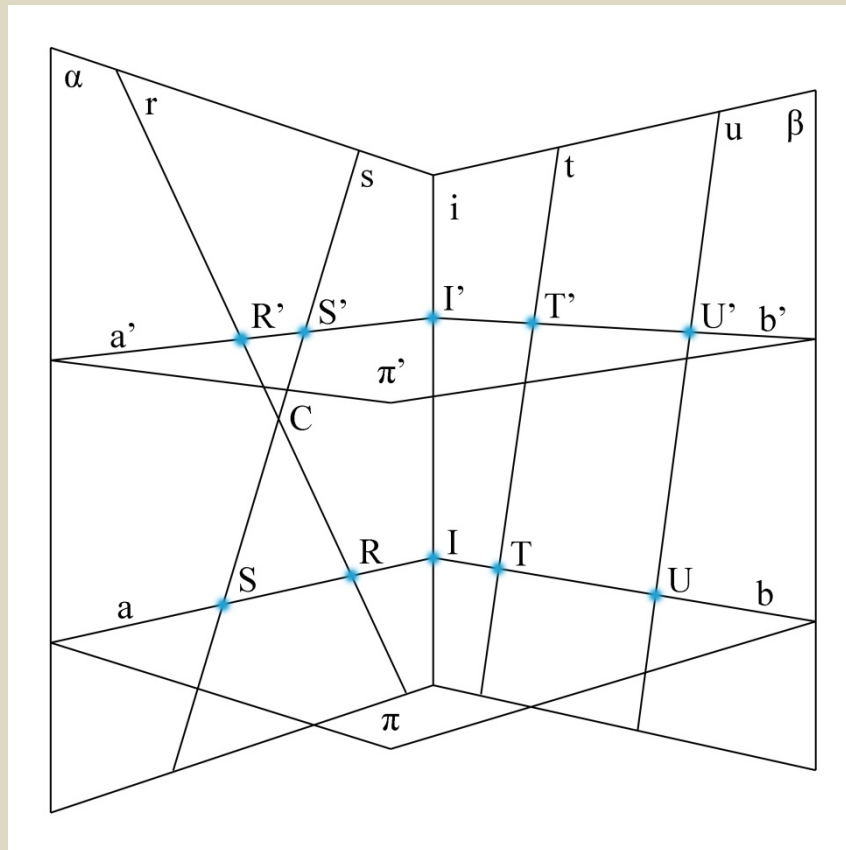
Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $a' \cap b' = I'$

Intersecção entre planos não definidos pelos seus traços



Método Geral:

- $[II'] = i$

Método Geral – Interseção entre planos

- Quando se trabalha com planos passantes, deve passar-se o plano auxiliar pelo ponto do plano.
- Na **interseção de planos com traços paralelos a x (projetantes ou não)**, recorreu-se à Tripla Projeção Ortogonal sempre que se tinha um plano de **rampa ou passante**. Também se pode recorrer ao Método Geral.



Universidade de Lisboa
Prática de Ensino Supervisionada

Questionário alunos

Classifica o quanto consideras que foram uteis para a tua aprendizagem/envolvimento nas aulas:

A disponibilização de resumos da matéria.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
As demonstrações no espaço, por etapas, através de PowerPoint.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
O uso de recursos mínimos* para a visualização espacial. *dossier, livros, lapiseira, mãos e desenho.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
O uso de sinais gráficos adotados da linguagem matemática para acompanhar e fixar o processo de resolução dos exercícios.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
Resolução de exercícios em <i>trabalho cooperativo</i> , destacando um colega para o quadro.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
Pedido da realização de um exercício, como TPC, por dia.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐
A disponibilização do PowerPoint das aulas.	Muito ☐
	Indiferente ☐
	Nada ☐

Faz a tua apreciação das aulas, **referindo os aspetos que gostaste e fazendo sugestões para os que consideras que devem ser melhorados:**

Obrigada!

Professora Vera Bettencourt