

Cenários de composição do ecossistema florestal obtidos com maximização de utilidade esperada e entropia ponderada[♦]

Compositional scenarios of forest ecosystem obtained with maximization of expected utility and weighted entropy

José Pinto Casquilho*

Resumo

Neste artigo utiliza-se um índice quantitativo designado valor contributivo médio que combina os conceitos de utilidade esperada e de entropia ponderada. Visa-se indagar como a geometria das utilidades – côncava, neutra ou convexa – opera na obtenção das soluções ótimas de composição relativa de um ecossistema, exemplificado com habitats florestais selecionados na região de Nisa, em Portugal. Os resultados são discutidos num espaço de decisão bidimensional, comportando o valor económico e a diversidade paisagística como eixos, e mostram que as utilidades côncavas induzem soluções mais equilibradas na repartição de áreas, conforme ao sentido correlativo de “aversão ao risco” atribuído à medida de Arrow-Pratt, aqui usada para classificar as utilidades; pelo contrário, as utilidades neutra e convexa amplificam o valor económico, penalizando a diversidade paisagística. A aferição realizada aponta para utilidade da forma “raiz quadrada” como gerando o compromisso mais adequado no caso discutido.

Palavras-chave: Utilidades, relevância contextual, valor contributivo médio, medida de Arrow-Pratt, espaço de decisão

Rezumu

Iha artigu ida ne'ee utiliza indise kuantitativu nebe mak hanaran 'valór kontributivu médiu, nebe kombina konseitu sira 'utilidade esperada' nó 'etropia ponderada'. Hó hanoin ida katak atu indiga hanesan 'geometria das utilidades' – konkava, neutra ka konvexa –halo operasaun ba obtensaun solusaun nebe diak ba komposisaun liu-liu ba iha ekomosaiku, ezemplifika hó 'habitats florestais – knua ailaran' nebe selesiona iha rejiaun Nisa, iha Portugal. Resultadu sira ne'e sei hetan diskusaun nafatin iha fatin 'desisaun bidimensionál', komporta husi valor ekonómiku e diversidade paisajística hanesan eixus, nó hatudu ninia utilidade kónkava sira hodi indus solusaun sira equilibrada iha disaun área sira,

[♦] Texto correspondente a um seminário proferido na Universidade Nacional Timor Lorosa'e em 24 de Abril de 2014.

* Programa de Pós-graduação e Pesquisa da UNTL. Investigador: CIC.Digital e Centro de Ecologia Aplicada "prof. Baeta Neves", InBio, Universidade de Lisboa. E-mail: josecasquilho@gmail.com

komforme sentidu korelativu “aversaun ba risku” nebe atribui ba medida Arrow-Pratt, nebe usa iha ne’e atu klasifika utilidade sira, nó lá kontráriu katak, utilidade neutra sira nó konvexa amplika liu valor ekonómiku, penaliza mós diversidade paisajístiku. Aferisaun ne’e hala’o atu hodi aponta ba utilidade hó forma ‘raiz quadrada’ hanesan kompromisu ida adekuadu tebes ba kasu nebe diskute hela iha ne’e.

Abstract

In this paper, we use a quantitative index named mean contributive value which combines the concepts of expected utility and weighted entropy. We aim to investigate how the geometry of utilities – concave, neutral or convex – does operate in obtaining the optimal solutions of composition of an ecomosaic, exemplified with selected forest habitats in the region of Nisa, Portugal. The results are discussed in a two-dimensional decision space, comprising the axes of economic value and landscape diversity, and show that concave utilities induce more balanced compromises in relative distribution of areas, compatible with the original meaning of "risk aversion" assigned to the Arrow-Pratt measure, here used to classify the utilities; on the contrary, neutral and convex utilities amplify the economic value penalizing landscape diversity. A benchmark assessment points out the "square root" utility transformation as the one generating the most suitable compromise in the example discussed.

Keywords: Utilities, contextual relevance, mean contributive value, Arrow-Pratt measure, decision space

Cenários de composição do ecossistema florestal obtidos com maximização de utilidade esperada e entropia ponderada

Compositional scenarios of forest ecomosaic obtained with maximization of expected utility and weighted entropy

Introdução

O planeamento de uma área na sua composição em povoamentos de diferentes espécies arbóreas é uma das dimensões da ciência florestal, seja na ótica de rentabilidade económica ou na da sustentabilidade dos recursos, ou ainda num qualquer compromisso entre as duas. No tema, ressaltam os conceitos de resiliência, definida como a capacidade de um sistema absorver perturbações (Gillson, 2009; Holling, 2010) e de equilíbrio dinâmico dos ecossistemas. O planeamento florestal suscita múltiplas questões – tantas, que é referido por alguns como sendo uma *arte* (e.g. Gomide *et al.*, 2009) - em áreas frequentemente percebidas à escala da paisagem. Esta escala subtende uma extensão geográfica suficiente para apreender habitats, tornados as unidades que constituem o receptáculo da biodiversidade da região, numa heterogeneidade espacial indexada aos padrões associados à composição e configuração, incluindo tipos, extensão relativa, fragmentação, conectividade e outros.

O conceito de paisagem ainda permite acoplar a denotação expressa por Cauquelin (2008), afirmando-se que constitui uma substância que se expressa como um conjunto de valores ordenados numa visão, enunciado que invoca subsidiariamente a perspectiva de que só existe valorização no contexto de uma cultura. Chamando valor ao predicado, ou característica, atribuído a qualquer elemento das classes de equivalência do conjunto considerado (Almeida e Pinto, 2009), decorre que a sua mensuração constitui uma aplicação matemática do conjunto dos valores do domínio considerado num contradomínio numérico. Diaz Varela *et al.* (2013) enfatizam a abordagem semântica na análise da heterogeneidade de paisagens rurais, e, correlativamente, pode dizer-se que estas tornam-se um conjunto de signos que caracterizam uma unidade geográfica nos domínios físico e humano (Ferreira, 1997). Uma excursão etimológica e semiótica pelos conceitos de paisagem e de território, pode ser revista em Casquilho (2014a).

Ecomosaico é um termo cunhado originalmente por Forman (1995), definido como um paradigma da paisagem estruturada em elementos ou ecossistemas locais, com foco na geomorfologia, cultura humana e suas interações produzindo os mosaicos. O termo foi introduzido na língua portuguesa desde o final do século passado, com outro enfoque, reportado à necessidade, ou conveniência, em valorizar simultaneamente os elementos da

paisagem num espaço dual, económico e ecológico, de que resultam soluções de composição diferenciadas que devem ser aferidas e confrontadas (Casquilho, 1999) enquanto soluções alternativas e eventualmente conflituantes na lógica de ocupação do espaço geográfico. O mosaico vegetacional, acoplado às fisionomias dominantes, inserido em biomas, é sempre uma referência a considerar no diagnóstico de estados ou de impactos, por exemplo na distribuição espacial de áreas queimadas (e. g. Pereira *et al.*, 2013).

A ciência da sustentabilidade da paisagem (e.g. Wu, 2013) foca-se na relação dinâmica entre os serviços proporcionados pelos ecossistemas terrestres e o bem-estar humano, num contexto de mudanças ambientais, sociais e económicas. É tal a complexidade da mensuração do valor económico implicado nas relações de estados e de fluxos associados aos serviços ambientais, desde o sequestro de carbono à conservação do solo e regulação hidrológica, ou ainda da biodiversidade (e. g. de Groot *et al.*, 2012; Demir, 2013), que podemos interrogar-nos se a primeira instância numa estratégia de sustentabilidade dos recursos não deverá ser ancorada na salvaguarda, ou promoção, da diversidade paisagística.

Existe vasta informação reportando que as mudanças nos usos do solo evidenciadas por alterações no tipo de coberto vegetal são o resultado da interação entre as sociedades humanas e o ambiente, dirigidas principalmente por valores económicos percebidos no curto prazo, conforme referem Verbič e Slabe-Erker (2009) entre muitos outros, salientando-se ainda que as decisões relativas à conversão da paisagem normalmente seguem considerações de maximização da utilidade associadas aos usos do solo (Satake *et al.*, 2007). Por exemplo, o caso da transformação da paisagem do Córrego do Bezerro Vermelho em Tangará da Serra, Estado de Mato Grosso, entre os anos de 1984 e 2011 (Gouveia *et al.*, 2013) - onde se constatou que a área analisada incorreu nesse período numa diminuição de mais de 35% da cobertura florestal, na remoção total da vegetação secundária e, em contraponto, num acréscimo da área agricultada em quase 250% -, ilustra esta problemática. Em Portugal, a expansão da cultura do eucaliptal nas últimas três décadas, associada à força motriz dos rendimentos percebidos no curto prazo obtidos nas rotações de produção de fibra para pasta de papel tornou-se um caso paradigmático.

As questões relativas ao planeamento florestal mais discutidas na literatura lusófona recente são as que referem decisões de suporte ao manejo centradas na maximização do retorno financeiro de povoamentos, seja calculando o valor atualizado líquido, a taxa interna de retorno ou o valor periódico equivalente (e. g. Folmann *et al.*, 2014), frequentemente associadas a um domínio de restrições, de que decorrem problemas de programação linear, clássica ou inteira (e.g. Mello *et al.*, 2005; Rodrigues *et al.*, 2006; Haddad *et al.*, 2014) ou ainda de programação multiobjetivo associada a metas (Oliveira *et al.*, 2002).

Não será esse o caso aqui apresentado e discutido. Em termos de técnica matemática trata-se de um procedimento de otimização de uma função não

linear, diferenciável e côncava, num domínio convexo: um simplex. Mais propriamente ter-se-á em vista a maximização do valor contributivo médio de um sistema caracterizado por números reais positivos e medidas de extensão relativa de diferentes componentes. Acredita-se que as decisões políticas, ou de comunidades sociais, de alguma maneira estão vinculadas a critérios que envolvem a maximização da utilidade esperada incluindo numa forma subjetiva (Gilboa, 2009) e, conforme afirmam Clark *et al.* (2010), a análise de utilidade tem sido aplicada no desenho de políticas com incidência ambiental, visando articular preferências e providenciar funções objetivo que simplificam a comparação de políticas ou decisões de planeamento.

A metodologia que aqui se irá exemplificar – no caso com informação económica relativa a habitats florestais do concelho de Nisa localizado no Norte do Alentejo, em Portugal - não é sugerida como tendo natureza prescritiva, antes propondo-se ter uma função exploratória, heurística e aporética, tratando-se de um método de diagnóstico eventualmente enquadrável no paradigma de gestão adaptativa e ativa de ecossistemas (Gunderson *et al.*, 2010), no caso gerando cenários de composição relativa da ocupação do solo com diferentes habitats florestais. Esses cenários irão ser posteriormente aferidos e discutidos nas duas dimensões adotadas para o espaço de decisão: o valor económico e a diversidade da paisagem.

Breves Anotações sobre a Região de Estudo

O concelho de Nisa situa-se na região Norte do Alentejo, em Portugal, tem uma área aproximada de 576 Km², o clima da região é mediterrânico com Verões quentes e secos e Invernos húmidos e frios; a precipitação média anual é de 512 mm com uma amplitude que vai dos 3 mm em julho até 82 mm em novembro e a temperatura média anual é de 15.8°C com uma amplitude térmica que vai desde os valores mínimos de cerca de 9° C em dezembro/janeiro até 23°C em julho/agosto (e.g. Vaz *et al.*, 2013). O concelho de Nisa adotou uma matriz de valores económicos de ocupação do solo com 11 habitats florestais diferentes expressos em euros por hectare (€/ha), reportados num relatório técnico (PMDFCIN, 2007), de que vamos utilizar um subconjunto. Acrescenta-se que, na análise que sucede, esses valores numéricos característicos devem ser considerados apenas como indicativos no âmbito de uma exemplificação onde o que mais importa são os aspectos críticos da metodologia proposta.

Utilidades esperadas

O conceito de “utilidade esperada” é um dos principais esteios em Teoria da Decisão e Teoria dos Jogos, remontando pelo menos até 1738, quando Daniel Bernoulli propôs uma solução do paradoxo de São Petersburgo utilizando logaritmos dos valores em jogo, tornando assim a série numérica associada ao cálculo do valor esperado convergente. Bernoulli (1738, 1954) refere explicitamente que a determinação do valor de um item não deve ser baseada no seu preço mas antes na utilidade que produz, e ainda reporta que, numa carta escrita por Gabriel Cramer uma década antes, este matemático já resolvera o mencionado paradoxo utilizando as raízes quadradas dos valores originais.

Em síntese, os valores de utilidade - mais comumente designados apenas como utilidades -, são transformações monótonas positivas dos valores originais associados a um conjunto de estados estáveis de um sistema dinâmico, ou a um espaço de eventos, e a utilidade esperada não é mais do que o cálculo do valor médio desse conjunto de variáveis aleatórias. Alchian (1953) discute o tema afirmando que, se num dado contexto, se consegue atribuir valores numéricos às diferentes entidades que competem num processo de seleção então as escolhas racionais são feitas de forma a maximizar a utilidade. Uma revisão recente do tema, centrada na distinção entre utilidades esperadas e não-esperadas, estas focadas no conceito de pesos decisórios também designados por capacidades, pode ler-se em Casquilho (2015).

Formalizando, vamos considerar um espaço amostral de dimensão finita, indexado por valores característicos dos diferentes estados considerados, associados à realização dos eventos que os geram, seja $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ com $w_i > 0$ para $i = 1, \dots, n$. As utilidades são denotadas como $U(w_i) = f(w_i)$ sendo f uma transformação contínua, monótona positiva, obtendo-se $U(w_i) = u_i$ para $i = 1, \dots, n$ e o conjunto assim gerado, $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, com $u_i > 0, \forall i$ continua a indexar o espaço amostral original porquanto a transformação operada é injetiva. Naturalmente, estas considerações supõem-se associadas a um espaço de medida normalizado acoplado, correspondendo, consoante o contexto, a proporções ou a probabilidades (e.g. Seber, 2013), que, em qualquer caso, sendo medidas de extensão relativa, geram um simplex $n - 1$ dimensional, denotado por $\Delta^{n-1}: \{p_i\}_{i=1, \dots, n}$ com $p_i \geq 0$ e $\sum_{i=1}^n p_i = 1$.

As utilidades podem classificar-se de acordo com a medida de Arrow-Pratt (Pratt, 1964) que aqui representamos como $r(w_i) = -w_i U''(w_i) / U'(w_i)$ - também designada por “aversão proporcional ao risco” -, tomando valores positivos sendo as transformações côncavas, e negativos no caso de serem convexas, ainda anulando-se no caso da transformação linear associada à utilidade neutra seja $U(w_i) = cw_i, \forall i$ e $c > 0$. A aversão ao risco tem o significado genérico de que um determinado ato é menos preferido do que o seu valor esperado (Baillon *et al.*, 2012) e os atos, tais como referidos por Gilboa e

Schmeidler (1989), são aplicações dos estados dum sistema em distribuições finitas relativas a um conjunto de resultados. Usualmente distingue-se a tomada de decisões nos contextos e de incerteza, sendo a última relativa aos casos em que as distribuições de probabilidades não estão especificadas *a priori*,

No mosaico que irá ser exemplificado, os valores económicos dos habitats florestais considerados - dominados pelas seguintes espécies autóctones ou adaptadas na região de Nisa: *Pinus pinaster* (pinheiro bravo); *Quercus rotundifolia* (azinheira); *Eucalyptus globulus* (eucalipto); *Quercus suber* (sobreiro) e *Castanea sativa* (castanheiro) - bem assim como as transformações correspondentes às utilidades adotadas, apresentam-se na Tabela 1, associadas ao valor respectivo da medida de Arrow-Pratt.

Tabela 1. Valores económicos de ocupação do solo w_i (€/ha) de 5 tipos de habitats florestais na região de Nisa, Portugal; códigos: Pp-*Pinus pinaster*; Qr-*Quercus rotundifolia*; Eg-*Eucalyptus globulus*; Qs-*Quercus suber*; Cs-*Castanea sativa*; utilidades (u_i): raiz quadrada, logaritmos naturais e função quadrática, sendo a medida correspondente de Arrow-Pratt designada pela letra r^1 .

Utilidades	Habitats Florestais - Códigos					
	r	Pp	Qr	Eg	Qs	Cs
u_i						
w_i	0	91	112	136	618	830
$\sqrt{w_i}$	0.5	9.5394	10.583	11.662	24.860	28.810
$\log w_i$	1.0	4.5109	4.7185	4.9127	6.4265	6.7214
w_i^2	-1.0	8281.0	12544.0	18496.0	3.8192×10^5	6.889×10^5

Nos anos oitenta do século passado, a estrutura conceptual do tema das utilidades esperadas foi generalizada por forma a ultrapassar limitações derivadas do axioma da independência, que exige que o cálculo do valor médio seja linear nas probabilidades. Tal como Shaw e Woodward (2008) referem, o problema na teoria de utilidade clássica é que, no tema da otimização da gestão de recursos, os modelos podem ter que acomodar preferências que são não-lineares nas probabilidades. Existem vários exemplos neste âmbito, conhecidos pelo menos desde que Edwards (1962) discutiu em paralelo a teoria da utilidade de Kurt Lewin e a teoria da probabilidade subjetiva de Francis Irwin - introduzindo o conceito de pesos decisórios ao invés de probabilidades.

¹ **Table 1.** Soil occupation economic values w_i (€/ha) of five forest type habitats in the region of Nisa, Portugal; codes: Pp-*Pinus pinaster*; Qr-*Quercus rotundifolia*; Eg-*Eucalyptus globulus*; Qs-*Quercus suber*; Cs-*Castanea sativa*; utility transformations (u_i): square-root, natural logarithms and quadratic function, being the correspondent Arrow-Pratt measure denoted by symbol r .

Entropia Ponderada e Valor Contributivo Médio

A entropia ponderada, uma generalização da entropia estatística de Shannon (1948), foi inicialmente axiomatizada por Belis e Guiasu (1968) referida a um espaço dual composto de probabilidades objetivas e de utilidades subjetivas, sendo posteriormente estudada analiticamente por Guiasu (1971). Também foi/é designada como informação útil e induziu numerosas aplicações em vários domínios, que aqui não reproduzimos porquanto se dispõe de uma compilação recente que revê o tema, incluindo uma reinterpretação semiótica da entropia ponderada como relevância contextual média num espaço amostral indexado a um critério de utilidade (Casquilho, 2013).

Representamos a entropia ponderada como $H_U = -\sum_{i=1}^n u_i p_i \log p_i$, definida no simplex de probabilidades ou de proporções Δ^{n-1} , onde o conjunto de valores positivos $\{u_i\}_{i=1,\dots,n}$ denota as utilidades e a fórmula que vamos aplicar no desenvolvimento é o índice K_U cujas propriedades matemáticas estão enunciadas e demonstradas em Casquilho (2014b), pelo que neste texto se vai recuperar apenas os tópicos principais que serão utilizados na obtenção dos resultados e na sua discussão.

Considerando uma variável aleatória discreta Y que toma valores $y_i = u_i(1 - \log p_i)$ para $i = 1, \dots, n$, sendo $\Pr[U = u_i] = p_i$ podemos caracterizar y_i como sendo o valor contributivo da componente i do sistema, o que está conforme ao sentido da teoria de Kurt Lewin que valoriza a raridade; ainda podemos designar o produto $y_i p_i$ como a contribuição relativa da componente i ; donde, obtemos o valor médio da variável Y calculando: $E[Y] = \sum_{i=1}^n u_i(1 - \log p_i)p_i = K_U$, que designamos índice de valor contributivo médio e corresponde à soma das contribuições relativas de todas as componentes do sistema.

Ainda podemos proceder ao desenvolvimento sequencial: $K_U = \sum_{i=1}^n u_i p_i - \sum_{i=1}^n u_i p_i \log p_i = \bar{U} + H_U$, onde o termo $\bar{U} = E[U]$ designa a utilidade esperada tradicional e H_U a entropia ponderada; outrossim, denotando os termos $\pi(p_i) = \pi_i$ definidos como $\pi_i = p_i(1 - \log p_i)$ obtemos $K_U = \sum_{i=1}^n u_i \pi_i$, agora reinterpretável como utilidade “não-esperada” (ou não-linear nas probabilidades); os termos π_i podem ser chamados fatores ou pesos decisórios, tendo-se que se obtém o resultado $\lim_{p_i \rightarrow 0^+} \pi_i = 0$ e portanto, estendendo por continuidade, obtemos $0 \leq \pi_i \leq 1$, mas não são probabilidades pois que verifica-se que $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1 + H \leq 1 + \log n$; as condições $\pi(0) = 0$ e $\pi(1) = 1$, aqui verificadas, estão conforme à estandardização necessária dos pesos decisórios (e.g. Wu e Gonzalez, 1999 ; Starmer, 2000).

Prova-se, utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange e construindo a função auxiliar (designada “lagrangeana”) $L = \sum_{i=1}^n u_i p_i (1 - \log p_i) - \alpha (\sum_{i=1}^n p_i - 1)$ que existe uma só solução ótima do índice K_U para cada conjunto de valores positivos $\{u_i\}_{i=1, \dots, n}$, tornando o valor do índice máximo. No entanto, a solução ótima aparece definida implicitamente, obrigando à resolução numérica de uma equação, associada ao cálculo do valor ótimo do multiplicador de Lagrange, formalmente $\alpha^* : \sum_{i=1}^n \exp(-\alpha/u_i) - 1 = 0$.

Daí resulta que a solução ótima se pode escrever como: $p_i^* = \exp(-\alpha^*/u_i)$ para $i = 1, \dots, n$, obtendo-se então o ponto $\mathbf{p}^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*)$, verificando as condições: $0 < p_i^* < 1, \forall i$ e $\sum_{i=1}^n p_i^* = 1$. De entre as propriedades matemáticas deste dispositivo, talvez uma das mais interessantes seja a de que a solução ótima é insensível a mudanças de unidades, obtendo-se o mesmo resultado com as utilidades originais ou com a transformação linear positiva $v_i = ku_i$ para $i = 1, \dots, n$ e $k > 0$. Assim, no caso que nos propomos discutir, é indiferente calcular as proporções ótimas para uma área de 1 ha ou de 1000 ha, ou qualquer outra, desde que se utilizem as utilidades expressas nas unidades apropriadas. Pela mesma razão, também não importa qual é a base utilizada no cálculo das utilidades logarítmicas.

Resultados

Utilizando os procedimentos matemáticos atrás referidos, aplicados aos valores de utilidade apresentados na Tabela 1, obtemos os resultados numéricos que constam na Tabela 2 relativos às soluções ótimas de composição relativa do ecossistema com os habitats florestais selecionados, expressas como proporções.

Tabela 2. Cenários de composição relativa do ecossistema obtidos com os cinco habitats florestais referidos na Tabela 1, e os correspondentes valores de utilidade u_i : os números $\{p_i^*\}_{i=1, \dots, 5}$ – “código” são as proporções ótimas calculadas em cada caso².

u_i	Proporções Ótimas				
	$p_1^* - Pp$	$p_2^* - Qr$	$p_3^* - Eg$	$p_4^* - Qs$	$p_5^* - Cs$
w_i	0.0033	0.0096	0.0218	0.4310	0.5343
$\sqrt{w_i}$	0.0635	0.0833	0.1048	0.3471	0.4013

² **Table 2.** Relative compositional scenarios of the ecossistema obtained with the five forest habitats referred to in Table 1, and the correspondent utility values u_i : the numbers $\{p_i^*\}_{i=1, \dots, 5}$ – “code” are the optimal proportions evaluated in each case.

$\log w_i$	0.1443	0.1571	0.1690	0.2569	0.2727
w_i^2	0^a	0^b	0^c	0.3991	0.6009

$$a = 3.9839 \times 10^{-19}; b = 7.1339 \times 10^{-13}; c = 5.7825 \times 10^{-9}$$

Discussão no Espaço de Decisão

Podemos agora interrogar-nos sobre o que querem dizer as soluções expressas na Tabela 2, em termos que possamos traduzir e interpretar num processo de decisão. A análise de decisão é um procedimento lógico visando equilibrar os fatores que a influenciam, incorporando incertezas, valores e preferências, numa estrutura que modela a decisão (Howard, 2008), e o princípio da precaução alerta para que a resiliência de um ecossistema pode perder-se por causa de atividades de gestão que se focam numa estratégia de controlo otimal regida por uma única variável de decisão (Allen *et al.*, 2010). Por exemplo, Rovedder *et al.* (2013) referem que é importante diferenciar o solo apresentando as especificidades geradas pelos diferentes manejos e tipos de coberturas florestais.

Já vem de longe uma reflexão que procura articular valores na interface ecologia/economia utilizando índices quantitativos pelo que concomitantemente define-se aqui o espaço de decisão como bidimensional, sendo as suas dimensões o valor económico e a diversidade paisagística o que, sendo uma redução forte, todavia coloca-se além da redução extrema a uma única variável de decisão, como seria o caso de considerarmos apenas o valor económico; este é obviamente fulcral, revelador da pressão antrópica sobre o uso do solo no curto prazo; em contraponto, a diversidade paisagística elevada eventualmente resguardará externalidades que se colocam no âmbito dos serviços ambientais, seja a preservação da biodiversidade, da pedodiversidade, ou outras. Visamos pois aproximar-nos da observação de Pauleit *et al.* (2010) de que é preciso atender à interação entre aspectos sócio-económicos e ecológicos, considerada crucial para justificar decisões no âmbito do paradigma do desenvolvimento sustentável.

Se, no cálculo do valor económico de ocupação do solo só temos de efectuar a média ponderada pelas proporções dos valores dos habitats florestais presentes, seja $\bar{W} = \sum_{i=1}^n w_i p_i^*$, já em relação à mensuração da diversidade paisagística colocam-se vários métodos baseados nos índices de Shannon e de Simpson (e.g. Forman, 1995), sendo que, em relação ao primeiro, existe a referência expressa sobre a sua preferência por ser mais sensível à presença de habitats raros (Nagendra, 2002). No caso, optamos por escolher a forma exponencial do índice de Shannon, designado como número N_1 de Hill (1973), porque tem uma leitura direta: quando a paisagem se reduz a um único habitat, numa matriz homogénea, tem-se $N_1 = 1$ e, ao invés, quando todos os habitats

aparecem repartidos em partes iguais – designada como solução indiferente –, resulta $N_1 = n$. Para comparar os diferentes compromissos representados por cada solução ótima ainda vamos utilizar um aferidor construído pelo produto das duas variáveis de decisão: $A = \bar{W} \times N_1$; este aferidor, para além de representar a conjunção lógica das duas dimensões, tem a vantagem de também proporcionar uma leitura simples: numa solução homogénea resulta $A = w_i$ e na solução indiferente obtemos $A = \sum_{i=1}^n w_i$.

Tabela 3. Avaliação numérica das medidas utilizadas para discutir as soluções ótimas apresentadas na Tabela 2; as medidas são: valor económico \bar{W} e o segundo número de Hill N_1 ; o produto $A = \bar{W} \times N_1$ constitui um aferidor combinado para avaliar os compromissos; ainda, o símbolo p_0 denota a solução indiferente que serve para comparação³.

Utilidades u_i	Medidas		
	\bar{W}	N_1	A
w_i	714.2	2.33	1664.1
$\sqrt{w_i}$	577.0	3.87	2233.0
$\log w_i$	438.8	4.83	2119.4
w_i^2	745.4	1.96	1461.0
p_0	357.4	5.00	1787.0

Conforme podemos concluir da observação da Tabela 3, de entre as quatro soluções em análise ainda comparadas com a solução indiferente (denotada p_0), se o critério for preferenciar a diversidade paisagística – que, no caso, incorre em valores que vão de 1 (mínimo) a 5 (máximo) – as utilidades côncavas (logarítmica e raiz quadrada) obtêm melhores resultados; já se o critério for antes preferenciar o valor económico – que, no caso, vai de 91 €/ha (mínimo) a 830 €/ha (máximo) – as utilidades neutra ou convexa pontuam mais. Se o critério ainda for o de utilizar os maiores valores do aferidor A regressamos às utilidades côncavas, podendo escolher-se a transformação logarítmica para efeitos de salvaguardar maior diversidade paisagística ou a “raiz quadrada” se a opção prioritária for pelo valor económico.

³ **Table 3.** Numerical assessment of the measures used to discuss the optimal solutions presented in Table 2; the measures are: mean economic value \bar{W} and second Hill number N_1 ; the product $A = \bar{W} \times N_1$ is a benchmark indicator of the solution, used to assess the trade-offs; also, symbol p_0 denotes the indifference solution that stands for comparison.

Conclusões

Neste trabalho exemplificou-se e discutiu-se um paradigma definido em sentido corrente, ou seja: um exemplo padronizado construído por associação de procedimentos. Ou ainda, como refere Hegenberg (2005): o paradigma especifica o que deve contar como solução das dificuldades, o que deve, ou não, ser usado para efetuar análises dessas dificuldades. Recuperando-se um índice numérico denotado K_U designado valor contributivo médio, a novidade agora consistiu em perscrutar como a geometria das utilidades influencia as soluções ótimas, em termos interpretáveis num espaço de decisão em que as duas dimensões são o valor económico e a diversidade paisagística. Conclui-se que as utilidades côncavas favorecem a diversidade paisagística ao invés das utilidades neutra e convexa que promovem o valor económico. O sentido de “aversão ao risco” que informa as utilidades côncavas poderá agora ser reinterpretado no domínio da salvaguarda das externalidades associadas aos serviços ambientais como contempladas na preservação da diversidade paisagística. Aferindo os diferentes cenários expressos nas soluções, conclui-se que as utilidades côncavas parecem refletir os compromissos de composição do ecomosaico mais promissores numa perspectiva cautelar. Usando a “raíz quadrada” como referência no caso, pois corresponde ao valor mais elevado do aferidor utilizado, os povoamentos de castanheiro (*Castanea sativa*) e de sobreiro (*Quercus suber*) são, de longe, os habitats mais favorecidos, perfazendo no conjunto cerca de 75% da área; esta solução, no contexto, permite obter cerca de 70% do máximo valor económico e 77% da máxima diversidade paisagística avaliada pelo número N_1 de Hill.

Referências Bibliográficas

- Alchian, A. A. (1953). The meaning of utility measurement. *American Economic Review*, v. 43, n. 1, pp. 26-50.
- Allen, C.R.; Gunderson, L.H.; Holling, C.S. (2010). Commentary on part three articles. In: Gunderson, L.H.; Allen, C.R.; Holling, C.S. (Org.) *Foundations of Ecological Resilience*. Washington: Island Press, pp. 301-307.
- Almeida, J.F.; Pinto, J.M. (2009). Da teoria à investigação empírica. Problemas metodológicos gerais In: Silva, A. S.; Pinto, J. M. (Org.). *Metodologia das Ciências Sociais* (15ª Ed.), Porto: Edições Afrontamento, pp. 55-78.
- Baillon, A.; Driesen, B.; Wakker, P. P. (2012). Relative concave utility for risk and ambiguity. *Games and Economic Behavior*, v. 75, pp. 481-489.
- Belis, M.; Guiasu, S.A. (1968). A quantitative-qualitative measure of information in cybernetic systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 14, pp. 593-594.
- Bernoulli, D. (1738, 1954). Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica*, v. 22, n.1, pp. 23-36.

- Casquilho, J.A.P. (1999) *Ecomosaico: Índices para o Diagnóstico de Proporções de Composição*. Tese de Doutoramento em Engenharia Florestal. Lisboa: Universidade Técnica de Lisboa.
- Casquilho, J.P. (2013). Informação útil ou entropia ponderada: revisão e desenvolvimentos. *Revista Veritas*, v.1, n. 2, pp. 87-103.
- Casquilho, J.P. (2014a). Território, ecomosaico, ecocampo(s): tópicos de retórica da paisagem. *Revista Veritas*, v.2, n. 3, pp. 41-51.
- Casquilho, J.P. (2014b). Discussing an expected utility and weighted entropy framework. *Natural Science*, v. 6, n. 7, pp. 545-551.
- Casquilho, J.P. (2015). Combining expected utility and weighted Gini-Simpson index into a non-expected utility device. *Theoretical Economics Letters*, v. 5, n. 2, pp. 185-195.
- Cauquelin, A. (2008). *A Invenção da Paisagem*. Lisboa: Edições 70 Lda.
- Clark, W.C.; Jones, D.D.; Holling, C.S. (2010). Lessons for ecological policy design: a case study of ecosystem management. In: Gunderson, L.H.; Allen, C.R.; Holling, C.S. (Org.) *Foundations of Ecological Resilience*. Washington: Island Press, pp. 331-394.
- De Groot, R. S.; Brander, L.; Ploeg, S.; Costanza, R.; Bernard, F.; Mikechristie, B. L.; Crossman, N.; Ghermandi, A.; Hein, L.; Hussain, S.; Kumar, P.; Mcvittie, A.; Portela, R.; Rodriguez, L. C.; Brinkm, P.; Van Beukering, P. (2012). Global estimates of the value of ecosystems and their services in monetary units. *Ecosystem Services*, v.1, pp. 50-61.
- Demir, A. (2013). Economic of biodiversity: The importance of studies aimed at assessing the economic value of biological diversity. *African Journal of Agricultural Research*, v. 8, n. 43, pp. 5375-5385.
- Diaz Varela, E. R.; Rocés Diaz, J. V.; Cardin Pedrosa, M.; Álvarez López C. J. (2013). Aplicación de conceptos semânticos para el análisis de la heterogeneidade estructural del paisaje rural. In: *17th International Congress on Project Management and Engineering*, 2013, Logroño, pp. 563-572.
- Edwards, W. (1962). Utility, subjective probability, their interaction, and variance preferences. *Journal of Conflict Resolution*, v. 6, n. 1, pp. 42-51.
- Ferreira, M. J. (1997). A representação da paisagem – contributos para a semiótica do espaço geográfico. *Revista da Faculdade de Ciências Sociais e Humanas*, v. 10, pp. 185-200.
- Folmann, W. T.; Miranda, G. M.; Dias, A. N.; Moro, F. C.; Fernandez, M. L. Q. (2014). Viabilidade de projetos florestais em três regimes de manejo na mesorregião centro-oriental do Paraná. *Floresta*, v. 44, n. 1, pp. 153-160.
- Forman, R.T.T. (1995). *Land Mosaics: the Ecology of Landscapes and Regions*. New York: Cambridge University Press.
- Gilboa, I. (2009). *Theory of Decision under Uncertainty*. New York: Cambridge University Press.

- Gilboa, I.; Schmeidler, D. (1989). Maxmin expected utility with non-unique prior. *Journal of Mathematical Economics*, v. 18, pp. 141-153.
- Gillson, L. (2009). Landscapes in time and space. *Landscape Ecology*, v. 24, pp. 149-155.
- Gomide, L.R.; Arce, J. E.; Silva, A.C.L. (2009). Uso do algoritmo genético no planejamento florestal considerando seus operadores de seleção. *Cerne*, v. 15, n. 4, pp. 460-467.
- Gouveia, R.G.L.; Galvanin, E.A.S.; Neves, S.M.A.S. (2013). Aplicação do índice de transformação antrópica na análise multitemporal da bacia do Córrego do Bezerro Vermelho em Tangará da Serra – MT. *Revista Árvore*, v. 37, n.6, pp. 1045-1054.
- Guiasu, S. (1971). Weighted entropy. *Reports on Mathematical Physics*, v. 2, n.3, pp.165-179.
- Gunderson, L.H.; Holling, C.S.; Allen, C.R. (2010). Conclusion: the evolution of an idea – the past, present, and future of ecological resilience. In: Gunderson, L.H.; Allen, C.R.; Holling, C.S. (Org.) *Foundations of Ecological Resilience*. Washington: Island Press, pp. 423-444.
- Haddad, H.M.D.; Gomide, L.R.; Cruz, B. R.; Silva, S.T. (2014). An integer linear programming approach applied to the cerrado (savanna) management. *Floresta*, v. 44, n. 1, pp. 1-10.
- Hegenberg, L. (2005). Método científico I (*Wiener Kreis e received view*). In: Hegenberg, L; Silva, M.F.A. (Org.) *Métodos*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, pp.155-169.
- Hill, M.O. (1973). Diversity and evenness: a unifying notation and its consequences. *Ecology*, v. 54, n. 2, pp. 427-432.
- Holling, C.S. (2010). The resilience of terrestrial ecosystems. In: Gunderson, L.H.; Allen, C.R.; Holling, C.S. (Org.) *Foundations of Ecological Resilience*. Washington: Island Press, pp. 67-114.
- Howard, R.A. (2008). The foundations of decision analysis revisited. In: Edwards, W.; Milles, J.R.R.F.; Von Winterfeldt, D. (Org.) *Advances in Decision Analysis – from Foundations to Applications*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 32-56.
- Mello, A.A.; Carnieri, C.; Arce, J.E.; Sanquetta, C. R. (2005). Planejamento florestal visando à maximização dos lucros e a manutenção do estoque de carbono. *Cerne*, v. 11, n. 3, pp. 205-217.
- Nagendra, H. (2002). Opposite trends in response for the Shannon and Simpson indices of landscape diversity. *Applied Geography*, v. 22, pp. 175-186.
- Oliveira, F.; Volpi, N.M.P.; Sanquetta, C.R. (2002). Aplicação de *goal programming* em um problema florestal. *Ciência Florestal*, v. 12, n. 2, pp. 89-98.
- Pauleit, S.; Breuste, J.; Qureshi, S.; Sauerwein, M. (2010). Transformation of rural-urban cultural landscapes in Europe: integrating approaches from

- ecological, socio-economic and planning perspectives. *Landscape Online*, v. 20, pp.1-10.
- Pereira, A.A.; Barros, D.A.; Junior, F.W.A.; Pereira, J.A.A.; Reis A.A. (2013). Análise da distribuição espacial de áreas queimadas através da função K de Ripley. *Scientia Forestalis*, v. 41, n.100, pp. 445-455.
- PMDFCIN (2007). *Plano Municipal de Defesa da Floresta Contra Incêndios de Nisa*. Nisa: Câmara Municipal de Nisa e Florasul.
- Pratt, J.W. (1964). Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica*, v. 32, n.1/2, pp. 122-136.
- Rodrigues, F.L.; Silva, G.F.; Leite, H.G.; Xavier, A.C.; Pezzopane, J.E.M. (2006). Um modelo de regulação florestal e suas implicações na formulação e solução de problemas com restrições de recobrimento. *Revista Árvore*, v. 30, n. 5, pp. 769-778.
- Rovedder, A.P.M.; Suzuki, L.E.A.S.; Dalmolin, R.S.D.; Reichert, J.M.; Schenato, R.B. (2013). Compreensão e aplicabilidade do conceito de solo florestal. *Ciência Florestal*, v. 23, n. 3, pp. 517-528.
- Satake, A.; Janssen, M.A.; Levin, S.A.; Iwasa, Y. (2007). Synchronized deforestation induced by social learning under uncertainty of forest-use value. *Ecological Economics*, v. 63, n. 2-3, pp. 452-462.
- Shaw, W.D.; Woodward, R.T. (2008). Why environmental and resource economists should care about non-expected utility models. *Resource and Energy Economics*, v. 30, n.1, pp. 66-89.
- Seber, G.A.F. (2013). *Statistical Models for Proportions*. Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer.
- Shannon, C.E. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Tech. Journal*, v. 27, pp. 379-423.
- Starmer, C. (2000). Developments in non-expected utility theory: the hunt for a descriptive theory of choice under risk. *Journal of Economic Literature*, v. 38, pp. 332-382.
- Vaz, P.G.; Warren, D.R.; Merten, E.C.; Robinson, C.T.; Pinto, P.; Rego, F. C. (2013). Effects of forest type and stream size on volume and distribution of stream wood: legacies of wildfire in a Euro-Mediterranean context. *Freshwater Science*, v. 32, n.1, pp. 126-141.
- Verbič, M.; Slabe-Erker, R. (2009). An econometric analysis of willingness-to-pay for sustainable development: A case study of the Volčji Potok landscape area. *Ecological Economics*, v. 68, n.5, pp. 1316-1328.
- Wu, J. (2013). Landscape sustainability science: ecosystem services and human well-being in changing landscapes. *Landscape Ecology*, v. 18, pp. 999-1023.
- Wu, G.; Gonzalez, R. (1999). Nonlinear decision weights in choice under uncertainty. *Management Science*, v. 45, n. 1, pp. 74-85.