UMA APLICAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO MULTI-OBJECTIVOS AO MODELO *INPUT-OUTPUT* PARA O SECTOR AGRO-ALIMENTAR (*)

Carlos Noéme (**)

I – Introdução

1. A construção de modelos económicos, nomeadamente nas áreas do Crescimento e do Planeamento Económico, têm, em geral, duas características básicas *subjacentes:*

— a possibilidade de aproximação linear das funções que estabelecem as relações económicas, embora se tenham verificado avanços importantes na utilização das funções não lineares;

— a pesquisa de um máximo ou de um mínimo nas funções económicas. Como refere Samuelson *et al.* (1958), «. . . pelo menos desde Adam Smith e Cournot, a teoria económica tem estado associada aos problemas de máximo e mínimo». Porém, só desde há cerca de três décadas a determinação do óptimo em sistemas lineares com restrições tem resolução prática.

Quer do ponto de vista teórico quer do ponto de vista operacional, tem-se assistido ao desenvolvimento de metodologias que têm em conta o comportamento linear (ou a sua aproximação) dos fenómenos económicos: a Programação Linear, a análise *input-output* e a Teoria dos Jogos.

Destes três métodos, o primeiro a ser desenvolvido foi o da Teoria dos Jogos, a partir de estudos de Von Neumann e O. Morgenstern, em 1944 (1). A Teoria dos Jogos assenta na ideia de que existem objectivos conflituais entre vários agentes económicos, sendo que cada objectivo será atingido consoante o comportamento dos vários agentes intervenientes. Cada agente deverá suspeitar o que cada um dos seus opositores espera da sua forma de actuação, bem como das reacções dos seus opositores relativamente aos juízos que formulam.

Demonstra-se, a partir de certas hipóteses, que cada agente actua por forma a garantir pelo menos um certo ganho mínimo (ou perda máxima).

(*) O trabalho agora apresentado é o resultado da correcção e actualização de um relatório elaborado no âmbito da cadeira de «Optimização» dirigida pelo Prof. Dias Coelho, que se inseriu no 1.º Curso de Mestrado de Métodos Matemáticos para Economia e Gestão, a funcionar no ISE.

(**) Assistente do ISA. Quero agradecer ao Dr. João Ferreira do Amaral as suas úteis sugestões a uma versão inicial do trabalho. Como é óbvio, os erros eventuais são da minha total responsabilidade.

(1) Note-se que o teorema central da teoria dos jogos foi enunciado por Von Neumann em 1928.

A análise *input-output* é o segundo ramo historicamente a aparecer, com W. Leontieff, em 1936. A análise *input-output* é utilizada para encontrar os níveis de actividade nos vários sectores da economia que sejam compatíveis com a procura final (2). O modelo *input-output* tem grande importância para a economia numa dupla perspectiva: do ponto de vista teórico, pode dizer-se que corresponde à sistematização do Equilíbrio Geral de Walras; do ponto de vista prático e a sua aplicação, tem um papel importante nos modelos de planeamento e de desenvolvimento económico.

O último método linear que historicamente se desenvolveu foi a Programação Linear, com G. Dantzig, em 1947. Poderá dizer-se que existe uma grande analogia entre o modelo de Leontieff e a PL. No entanto, enquanto o primeiro garante apenas um único nível de actividade para os vários sectores que sejam consistentes com a procura final, a PL permite a discussão de níveis alternativos e pesquisa qual a melhor escolha.

A PL vem dar resolução prática a problemas que consideram um grande número de funções de produção parciais, uma por cada tipo de actividade.

A partir do desenvolvimento destas metodologias, houve a possibilidade de aplicação de técnicas que têm por base a combinação de algumas delas, em particular o modelo *input-output* e a PL, com grande aplicação nos domínios do planeamento.

A utilização de tais técnicas tem um limite teórico importante, que deriva do facto de determinar um «óptimo» a partir de uma só função-objectivo. Cada vez mais, porém, a ciência económica exige a tomada de decisões de «compromisso», isto é, decisões que deverão ser tomadas a partir de objectivos alternativos, normalmente conflituais.

Basicamente, seria a aplicação das técnicas *input-output* e da PL, associadas ao esquema de raciocínio da teoria dos jogos. A pesquisa alarga-se, não a encontrar uma solução *óptima,* mas uma *boa* solução, que representa a solução de melhor compromisso a partir da noção de «solução não dominada».

A metodologia da programação Multi-Objectivos contribui para a resolução deste tipo de problemas, e desenvolve-se basicamente a partir da PL. Assim, a PMO é uma técnica cuja utilização se aplica a problemas com vários objectivos, que podem ser contraditórios, fornecendo os algoritmos de PMO ao decisor um conjunto de soluções não dominadas, por forma à tomada de decisão baseada na opção de melhor compromisso.

2. Cohon, L. (1978), chama a atenção para três áreas de problemas na programação multi-objectivos: problemas multi-objectivos contínuos, problemas multi-objectivos discretos e planeamento multi-objectivos.

Porque esta distinção é importante relativamente à aplicação prática adiante estudada, deter-nos-emos resumidamente naquela distinção, seguindo o autor citado.

---

(2) Este raciocínio é válido quando se considera o «sistema aberto» de Leontieff.

Como exemplo de problemas discretos pode apontar-se o planeamento de transportes ou a localização de investimentos, caracterizados pelo facto de as alternativas previamente definidas estarem avaliadas quando se inicia a análise multi-objectivos.

Os problemas multi-objectivos contínuos não são caracterizados por um conjunto de alternativas previamente definidas. Neste caso, é formulado um modelo, que vai gerar as alternativas a partir das variáveis de decisão e das restrições que são introduzidas no modelo. Como refere Cohon (1978), «o problema é contínuo, no sentido em que as variáveis de decisão, que representam as alternativas, podem tomar quaisquer valores sujeitos às restrições do sistema em estudo».

Os problemas de planeamento multi-objectivos não podem ser considerados propriamente problemas específicos, dado que estão relacionados quer com os problemas contínuos quer com os problemas discretos.

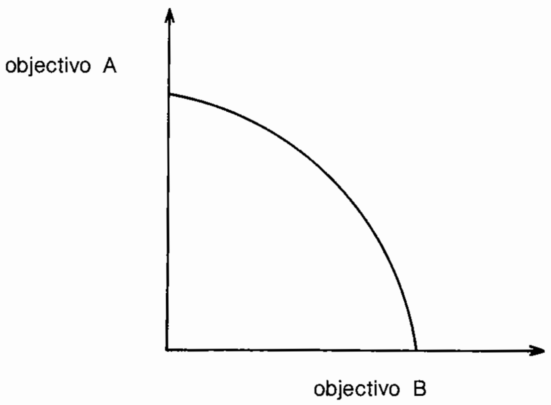
Quer pelas suas características quer pelo método de resolução utilizado, o problema de aplicação prática desenvolvido posteriormente cai dentro desta última categoria de problemas de programação multi-objectivos.

II – Princípios e técnicas da PMO – Breve resumo

3. Os problemas de natureza económica (como, por exemplo, a aplicação de políticas económicas) caracterizam-se, em geral, pelo facto de prosseguirem objectivos conflituais: uma política expansionista no nível do rendimento pode conduzir a economia a problemas mais ou menos graves de défice da balança de pagamentos, devido a efeitos induzidos das importações (tanto maiores quanto a estrutura económica for dependente).

Situações conflituais podem também verificar-se quando se consideram objectivos sectoriais: para o sector agrícola em Portugal, por exemplo, a introdução de novas tecnologias e de novos sistemas produtivos provocará necessariamente um acréscimo de desemprego no sector.

Esta ideia pode traduzir-se graficamente, considerando apenas dois objectivos, por uma curva côncava semelhante à conhecida «curva de possibilidades de produção»:



Esta curva corresponde ao enunciado pelo qual um acréscimo num dos objectivos só pode ser feito à custa de um decréscimo no outro objectivo.

Se tivermos um problema multi-objectivos com duas funções objectivo para as mesmas restrições, o «sacrifício» exigido a um dos objectivos para fazer aumentar o outro, dado pela taxa marginal de substituição, corresponde às variáveis duais de cada um dos problemas, se fosse tomado isoladamente.

4. São várias as classificações das técnicas utilizadas na PMO. Segundo Cohon (1978), a classificação das técnicas deve basear-se no tipo de informação trocada entre o decisor e o analista. Tal classificação baseia-se em dois tipos de fluxos de informação: do decisor para o analista (de cima para baixo) e do analista para o decisor (de baixo para cima). A informação de baixo para cima contém resultados acerca do conjunto não dominado: alternativas não dominadas, seus impactos nos objectivos e as compensações entre objectivos. A informação de cima para baixo verifica-se quando o decisor explicita uma articulação de preferências, por forma que uma solução de melhor compromisso possa ser identificada.

Com base nestes critérios, é feita uma classificação das técnicas utilizadas:

a) Técnicas geradoras *(generating techniques)*:

Método dos pesos;
Método das restrições;
Dedução de uma relação funcional para o conjunto não dominado.

b) Técnicas baseadas na articulação prévia de preferências:

Não iterativas;
Iterativas;

c) Técnicas para problemas de decisão múltipla.

a) Técnicas geradoras

O objectivo de todas as técnicas geradoras é identificar o conjunto de soluções não dominadas X^* (no espaço das decisões), bem como o conjunto não dominado $Z(X^*)$ (no espaço dos objectivos).

As técnicas geradoras fornecem toda a informação que se pode extrair de um modelo multi-objectivos. Assim, o analista aplica uma técnica geradora para encontrar uma representação exacta ou aproximada do conjunto não dominado no espaço dos objectivos e no espaço das decisões. O decisor, com base nesta informação, selecciona a solução de melhor compromisso.

É importante notar que, embora a articulação de preferências não tenha de ser explicitada pelo decisor, a escolha da solução de melhor compromisso não pode ser feita sem, pelo menos implicitamente, levar em conta as preferências do decisor pelos objectivos.

b) Técnicas baseadas na articulação prévia de preferências

Estas técnicas exigem uma articulação adequada entre as preferências do decisor e a informação que deverá ser prestada ao analista.

Distinguem-se aqui duas classes: métodos não iterativos e métodos iterativos.

Os métodos não iterativos requerem que o decisor articule as suas preferências previamente ao analista. Alternativamente, o analista pode ensaiar hipóteses acerca de como deveriam ser formuladas as preferências. Em qualquer caso, porém, a solução de melhor compromisso é definida sem gerar o conjunto (ou partes) não dominado.

Os resultados iterativos, incorporando preferências, operam com aproximações locais das preferências do decisor. A informação da preferência aproximada localmente é articulada pelo decisor em resposta à informação local acerca do conjunto não dominado gerado pelo analista. A informação da preferência é usada pelo analista para encontrar uma nova solução. O processo iterativo continua até que a preferência do decisor seja satisfeita ou quando se impuser uma condição operativa.

c) Técnicas para problemas de decisão múltipla

As técnicas deste tipo estão ligadas à resolução de conflitos entre vários grupos de interesse ou vários decisores. Estritamente associadas a problemas de economia do bem-estar, caem fora da problemática do presente trabalho.

5. O desenvolvimento da aplicação que iremos apresentar foi feito utilizando o método das restrições para encontrar o conjunto de soluções não dominadas.

Assim, faremos de seguida uma breve exposição teórica sobre aquilo em que consiste o referido método, procurando estudar os seus fundamentos [3].

O método das restrições consiste basicamente em gerar soluções não dominadas a partir da resolução de problemas com um só objectivo.

---

[3] Foi seguida de perto a exposição feita por Cohon (1978) e Fayette.

Assim, dado um problema com p objectivos:

$$\textbf{Max} \quad Z(x_1, \ldots, x_n) = [Z_1(x_1, \ldots, x_n), \ldots, Z_p(x_1, \ldots, x_n)]$$

$$\text{s.a.:} \quad (x_1, \ldots, x_n) \in R_a$$

O método das restrições consiste em maximizar cada uma das funções objectivo do problema, incluindo nas restrições todas as outras funções objectivo:

$$\textbf{Max} \quad Z_h(x_1, \ldots, x_n)$$

$$\text{s.a.:} \quad (x_1, \ldots, x_n) \; R_a$$

$$Z_k(x_1, \ldots, x_n) \geqslant L_k \qquad k = 1, 2, \ldots, h-1, \; h+1, \ldots, p$$

onde o objectivo escolhido para maximização é arbitrário.

Com esta formulação geral, há que garantir duas condições: a primeira diz respeito aos valores de L_k, que devem ser escolhidos de tal forma que garantam a existência de soluções admissíveis para o problema com um só objectivo (veremos mais adiante a forma como deve ser assegurada esta condição); a segunda condição, relacionada com a anterior, estabelece que todas as restrições respeitantes aos objectivos têm de ser limitadas na solução óptima do problema. Se tal não acontecer e se houver soluções óptimas alternativas para o problema com um só objectivo, então algumas destas soluções serão alternativas dominadas para o problema multi-objectivos original.

Na solução de cada problema com um só objectivo, o preço sombra (w_k), associado à restrição de cada objectivo,

$$Z_k(x_1, \ldots, x_n) - x' = L_k$$

indica-nos quanto deverá crescer a função objectivo que está a ser maximizada, $Z_h(x_1, \ldots, x_n)$. Este preço sombra pode então ser interpretado como o *tradeoff* entre o objectivo h e os k objectivos.

Vejamos agora a formalização de um algoritmo para a aplicação do método das restrições [4].

Passo 1 — Construção do quadro *payoff:*

Terá de se transformar o problema inicial de p objectivos, em p problemas com um só objectivo, por forma a encontrar os valores óptimos de cada objectivo inicial, sujeito às restrições do problema original.

Se houver soluções alternativas óptimas, escolher-se-ão os valores óptimos não dominados.

---

[4] Na formalização, seguiu-se de perto o método usado por Cohon, L. (1978).

É possível, a partir do conjunto de valores obtidos, construir então o quadro *payoff* para os p objectivos:

	$Z_1(X^k)$	$Z_2(X^k)$	...	$Z_p(X^k)$
X^1	$Z_1(X^1)$	$Z_2(X^1)$	...	$Z_p(X^1)$
X^2	$Z_1(X^2)$	$Z_2(X^2)$	...	$Z_p(X^2)$
•	•	•		•
•	•	•	...	•
•	•	•		•
X^p	$Z_1(X^p)$	$Z_2(X^p)$	...	$Z_p(X^p)$

onde $Z_1(X^k)$, $Z_2(X^k), \ldots, Z_p(X^k)$ com $k=1, 2, \ldots, p$ são os valores encontrados para cada objectivo em cada uma das p soluções óptimas.

A construção deste quadro é importante, pois permite retirar os valores máximo (M_k) e mínimo (n_k) de cada coluna, valores esses que são a chave para a fixação do limite de variação de cada objectivo, L_k.

Passo 2:

Pode agora formalizar-se o problema multi-objectivos inicial em p problemas com um só objectivo, adicionando uma restrição para cada um dos outros objectivos, isto é,

Max $\quad Z_h(x_1, \ldots, x_n)$

s.a.: $\quad (x_1, \ldots, x_n) \in R_a$

$$Z_k(x_1, \ldots, x_n) \geqslant L_k \qquad (k=1, 2, \ldots, h-1,\ h+1, \ldots, p)$$

Passo 3:

Os valores máximo e mínimo tirados de cada coluna do quadro *payoff* permitem escrever os limites de variação para cada função objectivo: $n_k \leqslant Z_k \leqslant M_k$.

Terá então de escolher-se os valores de L_k, a partir dos limites (n_k, M_k), por forma a gerar soluções não dominados.

Passo 4:

Passa-se à resolução de cada problema com um só objectivo referido no passo 2, para toda a combinação de valores de L_k com

$$(k=1, 2, \ldots, h-1, h+1, \ldots, p)$$

a partir da expressão:

$$L_k = n_1 + \left[\frac{t}{r-1}(M_k - n_k)\right] \text{ com } t=0, 1, 2, \ldots, r-1$$

Dado que se vão utilizar r valores para cada um dos objectivos que estão nas restrições (com excepção para o objectivo h), existem r^{p-1} combinações de valores de L_k. Cada um dos r^{p-1} problemas com restrições que seja admissível conduzirá a uma solução não dominada (se todos os objectivos que estão nas restrições forem limitados). *Estas soluções constituem a aproximação ao conjunto não dominado.*

O método adoptado para os valores de L_k baseia-se no facto de, por tal processo, se ter a garantia de encontrar soluções admissíveis e não dominadas para o problema em que as FO figuram nas restrições. Esta garantia é perfeitamente válida para problemas com dois objectivos (característica do problema que a seguir desenvolveremos) como se pode verificar através da construção do quadro *payoff:*

	$Z_1(X^k)$	$Z_2(X^k)$
X^1........	M_1	n_2
X^2........	n_1	M_2

Assim, quando se obtém a solução do problema do máximo de Z_1, o valor de Z_2 vem mínimo no conjunto não dominado e inversamente. É de notar que Z_2 pode não atingir o seu mínimo absoluto quando Z_1 é máximo, atingindo somente o valor mais baixo no conjunto não dominado.

Poderá, genericamente, concluir-se que o método das restrições é uma boa aproximação para se encontrar soluções de melhor compromisso quando se tem um problema com dois objectivos.

III – Aplicação da PMO a um problema prático

III.1 – Critérios de agregação da matriz utilizada

O problema de PMO que estudaremos é feito a partir de uma agregação 5×5 da matriz das relações interindustriais do INE para 1980. Levantam-se problemas teóricos e práticos importantes acerca da agregação da matriz original 49×49, dispensando-nos, porém, de fazer essa discussão no âmbito deste trabalho. Considerámos a matriz 5×5 cujos sectores de actividade podem assim ser definidos:

A — Agricultura.
IAA — Indústrias agro-alimentares.
IPF — Outras indústrias predominantemente produtoras de bens para usos finais.
IPI — Outras indústrias predominantemente produtoras de bens intermédios.
S — Serviços.

QUADRO 1

Matriz das relações interindustriais (5 × 5 1980)

10^6 Esc.

	A	IAA	IPF	IPI	S	PI	C	FBC	X	PF	PT
A	9 985	144 681	37 808	15 562	1 890	209 926	100 363	13 009	8 466	121 838	331 764
IAA ...	35 241	72 038	3 920	624	15 987	127 810	277 238	4 007	23 085	304 330	432 140
IPF ...	5 980	5 269	188 092	16 934	49 515	265 790	228 727	343 118	149 858	721 703	987 493
IPI	28 082	34 476	162 178	290 633	87 431	602 800	108 605	45 809	76 404	230 818	833 618
S	1 620	5 774	22 009	17 839	89 388	136 630	373 557	12 967	42 217	428 741	565 371
CI	80 908	262 238	414 007	341 592	244 211	1 342 956	1 088 490	418 910	300 030	1 807 430	3 150 386
VA	182 823	146 923	403 043	242 981	298 146	1 273 916					
PB	263 731	409 161	817 050	584 573	542 357	2 616 872					
M	68 033	22 979	170 443	249 045	23 014	533 514					
R	331 764	432 140	987 493	833 618	565 371	3 150 386					

A — Agricultura, silvicultura e pescas.

IAA — Carne, lacticínios, conservas de peixe, óleos e gorduras, produtos dos cereais, outros produtos alimentares, bebidas, hotéis e restaurantes.

IPF — Máquinas não eléctricas, máquinas e outro material eléctrico, material de transporte, tabaco, têxteis e vestuário, curtumes e calçado, madeira e cortiça, outros produtos industriais, construção, recuperação e reparação.

IPI — Carvão, petróleo, electricidade, gás e água, minérios e produtos metálicos de base, minérios e produtos não metálicos, porcelanas e faianças, vidro, materiais de contrução, produtos químicos, produtos metálicos elaborados, papel e publicações, borracha e material plástico.

S — Comércio, transportes terrestres, transportes marítimos e aéreos, serviços anexos aos transportes dos bancos, seguros, aluguer de habitação, serviços prestados às empresas, serviços comerciais de educação, serviços comerciais de saúde, outros serviços comerciais, serviços não comerciais de administração pública, serviços não comerciais de educação, serviços não comerciais de saúde, outros serviços não comerciais.

Fonte: INE.

Desta divisão, realça uma preocupação de garantia de dois critérios básicos:

a) Critérios de ordem metodológica: o estudo do sector agrícola não pode ser independente do estudo do sector das indústrias agro-alimentares num país em que os coeficientes de integração do sector agrícola têm tido uma evolução crescente (quer a montante, quer a jusante);

b) Critérios de ordem funcional: se o objectivo é estudar determinado comportamento do sector agro-alimentar (SAA — considerando o sector agrícola e o sector das indústrias agro-alimentares), interessaria «isolá-lo» do resto da economia e verificar as relações estabelecidas, tendo presente o nosso défice alimentar.

Em resumo, o critério de agregação da matriz traduz o realce dado à economia agro-alimentar e a possibilidade de a tratar como subsector da economia global. Relativamente às IAA, considerámos mais estritamente as indústrias alimentares (IA) por dois tipos de razões principais:

— no desenvolvimento dos problemas PL, apareciam-nos resultados relativamente empolados para certos agregados da procura final,

como é o caso das exportações, cujo valor crescente poderia em parte ser explicado pelo sector madeira e cortiça.
— uma preocupação de isolar o mais possível a *componente alimentar* dentro do SAA, dada a nossa característica de país com balanço alimentar deficitária.

Foi construída, assim, uma matriz 5×5 agregada cujo resultado pode ser visto no quadro 1.

III.2 – Resolução do problema PMO aplicado à matriz das relações interindustriais. Definição dos objectivos

A definição dos objectivos é a questão central em problemas de PMO por três tipos de razões principais:

— os objectivos a atingir são conflituais. Se tal não acontecer a aplicação de técnicas de PMO têm interesse reduzido;
— há que ter o cuidado, utilizando o método das restrições, de garantir que as FO que estão sucessivamente nas restrições, sejam limitadas. Caso contrário, não é possível encontrar soluções não inferiores;
— o interesse, do ponto de vista económico, na definição dos objectivos.

Assim, foram definidos dois objectivos para serem resolvidos através dum problema PMO:

1) Maximização da produção total do sector agro-alimentar;
2) Minimização do défice do saldo da balança comercial.

Em termos das grandezas da matriz, o problema terá como função objectivo:

MAX *(A + IAA)*

MIN *(M — X)* ou ***MAX*** *(X — M)*

A resolução dos problemas PL respeitantes a cada uma destas FO mostra-nos que eles são relativamente conflituais. Porém, ensaiámos o problema substituindo a 1.ª FO por outra que corresponderia à maximização da produção total das outras indústrias [isto é, ***MAX*** *(IPF + IPI)*] e, como seria de esperar, obtivemos resultados mais conflituais.

Uma alternativa possível seria a de introduzir uma 3.ª FO. Não seguimos essa via por dois tipos de razões básicas:

— perca de conflituosidade relativamente à 1.ª FO, com prejuízo da preocupação de «isolar» o SAA do seu meio envolvente económico. Esta preocupação deriva principalmente do facto de a produção de bens alimentares continuar a ser escassa relativamente à procura, fazendo com que a balança comercial alimentar se torne cada vez mais deficitária, ao mesmo tempo que se assiste a uma maior contribuição do SAA para a inflação;

— pretendermos manter a formalização de um problema em que existe um primeiro objectivo que escapa ao controle mais directo dos organismos de intervenção económica (mais geralmente, dos decisores), e um outro objectivo em que as entidades oficiais possuem uma maior capacidade de intervenção e controle.

Tentámos trabalhar com uma 1.ª FO que consistia na maximização da contribuição do SAA para a produção de bens alimentares, ou seja, *MAX VAB (A + IAA).* No entanto, esta FO é não limitada quando está em restrição no desenvolvimento do algoritmo. Considerando esta FO, não era possível gerar soluções não dominadas (5).

A segunda FO é de natureza macroeconómica e traduz uma preocupação especial dos responsáveis pela definição de política económica desde 1976-1977: a redução do défice da balança de pagamentos (com relevo para a BC).

Definição das restrições

a) Restrições tecnológicas

São as restrições que decorrem da matriz dos coeficientes técnicos. Impusemos a hipótese da não existência de progresso técnico, trabalhando, portanto, com a constância dos coeficientes técnicos.

A hipótese da não introdução de progresso técnico põe em realce as limitações dos resultados obtidos e o seu carácter indicativo.

Temos então o conjunto de restrições:

$$X = (I - A^*)^{-1} Y$$

X: Vector do *output* total
A^*: Matriz dos coeficientes técnicos
Y: Vector da procura final

b) Restrições relativas aos inputs *primários dos sectores*

Admitiu-se que o valor acrescentado de cada um dos sectores não poderia crescer além de 10 % dos valores verificados para 1980:

VA	*A:*	201 105
VA	*IAA:*	161 615
VA	*IPF:*	443 347
VA	*IPI:*	267 279
VA	*S:*	327 961

(5) Este problema pode ser ultrapassado utilizando uma metodologia que pesquisa óptimos alternativos. Não o desenvolvemos, dado que cai fora do âmbito do trabalho a que nos propusemos.

O crescimento sectorial admitido não tem em conta qualquer horizonte temporal e, portanto, os resultados a obter têm apenas uma validade indicativa.

Não se admitiram, para o *output* de cada sector, limites inferiores. Esta hipótese, bastante forte, pode justificar-se por se obter uma maior sensibilidade de variação quando a *FO* é a de minimizar o défice, isto é, permite-nos fazer realçar os sectores relativamente mais dependentes [6].

c) *Restrições relativas às variáveis macroeconómicas*

Quanto às grandezas macroeconómicas, admitiu-se a possibilidade de crescimento até 10 % para o consumo (que na matriz agregada corresponde ao consumo das famílias e dos gastos do Estado) e de 15 % quer para as exportações, quer para as importações:

$$C \leqslant 1\,197\,339$$
$$X \leqslant 345\,035$$
$$M \leqslant 613\,541$$

Será útil reforçar de novo que o campo de variação admitido tem apenas um valor indicativo, já que não supôs qualquer estudo específico sobre aquelas variáveis macroeconómicas. No entanto, fizemos um ensaio obrigando a que as importações não crescessem. Os resultados obtidos mostram que não é possível uma política «pura» de substituição de importações pela via da sua restrição. As variáveis macroeconómicas consideradas na matriz sofreriam descréscimos assinaláveis, como, de resto, o mesmo se verificaria para a produção total de cada sector. Como é óbvio, as exportações cresceriam para o valor máximo admissível e o *VAB* de cada sector sofreria acréscimos não verosímeis, pondo em relevo o carácter dependente da nossa estrutura tecnológica.

Admitiu-se ainda a não existência de uma situação económica depressiva traduzida por variações negativas no *PIB* e na variável mais sensível da despesa. Assim, impusemos limites inferiores:

$$PIB \geqslant 1\,273\,916$$
$$C \geqslant 1\,088\,490$$

III.3 – Resultados do problema de *PMO* utilizando a técnica das restrições

A resolução de um problema *PL* para cada um dos objectivos conduziu-nos ao seguinte quadro *payoff:*

	z_1	z_2
X^1........	1 314 360	— 192 781
X^2........	727 636	— 160 750

[6] Como é óbvio, esta «medida de dependência» faz tanto mais sentido quanto maior for a desagregação da matriz.

Seguindo o algoritmo já anteriormente exposto, e com $r=6$, obtivemos os seguintes valores:

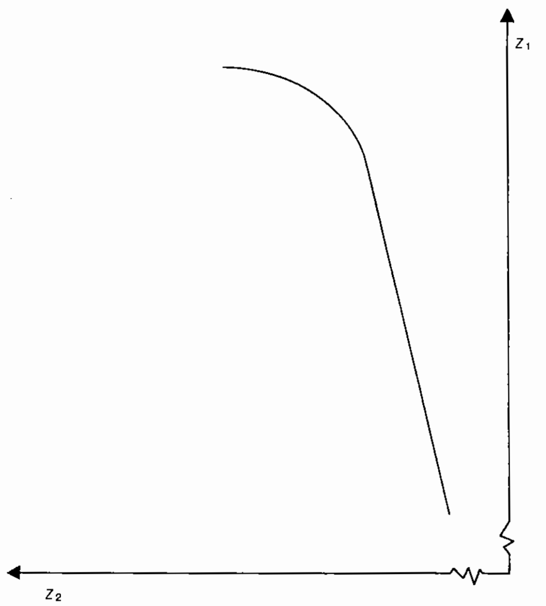
a) Maximização de Z_1, fixando sucessivamente Z_2:

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
Z_1	1 314 360	1 303 455	1 292 549	1 199 290	963 464	727 636
Z_2	— 192 781	— 186 375	— 179 969	— 173 563	— 167 156	— 160 750

b) Minimização de Z_2, fixando sucessivamente Z_1:

	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
Z_2	— 160 750	— 163 938	— 167 125	— 170 313	— 173 501	— 192 781
Z_1	727 636	844 981	962 326	1 079 670	1 197 015	1 314 360

A partir destes valores, é possível construir uma curva aproximada do conjunto de soluções não dominadas no espaço das funções objectivo, como o mostra o gráfico seguinte:



III.4 – Interpretação dos resultados

Para a interpretação dos resultados, teremos de ter em atenção, não só o valor obtido para as *FO,* mas também o valor das variáveis que aparecem na base quando do desenvolvimento dos vários problemas PL.

a) Maximização de Z_1 fixando sucessivamente Z_2:

	L_1	L_2	L_5	L_6
Z_1	1 314 360	1 303 455	963 464	727 636
Z_2	— 192 781	— 186 375	— 167 156	— 160 750
A	465 911	461 277	372 790	313 561
IAA	848 449	842 178	590 674	414 075
IPF	860 832	849 652	856 145	874 269
IPI	758 050	748 851	755 802	772 662
S	538 104	530 181	750 977	922 074
C	1 134 057	1 116 757	1 088 490	1 088 490
FBC	461 186	455 848	451 415	454 553
X	345 035	345 035	345 035	345 035
VA_1	201 105	184 879	171 836	181 694
VA_2	161 615	161 615	161 615	161 615
VA_3	443 347	443 347	443 347	443 347
VA_4	267 279	267 279	267 279	267 279
VA_5	327 961	327 961	327 961	327 961
M	537 816	531 410	512 191	505 785

b) Minimização de Z_2, fixando sucessivamente Z_1 (7):

	L_2	L_3	L_4	L_5
Z_2	— 163 938	— 167 125	— 170 313	— 173 501
Z_1	844 981	962 326	1 079 670	1 197 015
A	343 033	372 503	401 976	431 447
IAA	501 948	589 821	677 694	765 568
IPF	865 251	856 233	847 215	838 196
IPI	764 273	755 883	747 494	739 104
S	836 938	751 803	666 667	581 531
C	1 088 490	1 088 490	1 088 490	1 088 490
FBC	452 992	451 430	449 868	448 306
X	345 035	345 035	345 035	345 035
VA_1	176 789	171 884	166 979	162 074
VA_2	161 615	161 615	161 615	161 615
VA_3	443 347	443 347	443 347	443 347
VA_4	267 279	267 279	267 279	267 279
VA_5	327 961	327 961	327 961	327 961
M	508 973	512 160	515 348	518 536

Do conjunto de valores apresentados nestes quadros, poderemos então retirar algumas ilações importantes:

i) A redução no défice da balança comercial provoca alterações siginificativas no *output* total do *SAA*. Porém, tais variações concentram-se em grande parte no *output* total das *IAA*.

(7) Não vamos considerar L_1 e L_6 dado que nestes casos um problema é o dual do outro.

Assim, estamos perante uma situação de rigidez relativa do *output* agrícola em relação ao défice da *BC* e, pelo contrário, perante uma situação de elasticidade relativa do *output* das *IAA*.

Daqui deriva que as *IAA*, para a sua produção, estão muito dependentes das importações e, portanto, a sua expansão, com a estrutura tecnológica considerada, exige também uma expansão nas importações. De notar que se inclui nas *IAA* os «alimentos compostos para animais» e que, pelo seu peso, podem enviezar os resultados obtidos, dada a grande dependência daquele ramo em matérias-primas importadas.

Numa situação de melhoria do défice da *BC*, garantida pelo modelo utilizado, verifica-se que as exportações crescem até ao limite admitido, variando apenas o montante das importações. Ensaiámos o modelo com a divisão das exportações pelos sectores considerados na matriz, e os resultados obtidos indicam que, com a agregação considerada, o sector de maior contribuição para as exportações é precisamente o das IAA.

É uma situação própria de um país onde se assiste ao progresso de desenvolvimento das *IAA*, com uma componente de exportação importante (por exemplo, o concentrado de tomate em Portugal), deparando-se com um mercado interno relativamente restrito ([8]).

O sector agrícola, perante os resultados obtidos, «moderniza-se» e «industrializa-se». Sobre os efeitos de arrastamento das *IAA*, ao mesmo tempo que aumenta a sua componente de consumos intermédios (que pode ser verificado conjugando os valores do *output* total e do valor acrescentado);

ii) Os outros sectores industriais considerados revelam valores para o *output* global sempre inferiores aos valores originais da matriz. No entanto, os montantes do valor acrescentado respectivo situam-se sempre no nível máximo admitido. De facto, numa situação de contenção do défice, o *output* industrial tende também a diminuir, realçando a sua grande dependência tecnológica.

A amplitude de variação do *output* relativo aos serviços revela-se bastante grande e acompanhando, em sentido contrário, o do *SAA* e em particular das *IAA*. Se bem que esta variação em sentido contrário também se verifique

---

([8]) De notar que, para o trabalho feito para 1974, já se notavam estas características.

relativamente aos outros sectores considerados, o grau elevado de «substituição» dos serviços pelas *IAA* leva-nos a admitir que estamos perante um sector de *IAA* já muito tercializado (e aí já comparável com *IAA* muito desenvolvidas, como é o caso de Inglaterra);

iii) Relativamente às variáveis macroeconómicas, verifica-se uma forte restrição ao consumo, traduzido pelo facto de se manter quase inalterado no nível mínimo admitido pelo modelo. Assim, dentro das hipóteses do modelo, uma política restritiva do défice da *BC* passa também por uma política de restrição ao consumo final. Porém, assiste-se a uma variação do *PIB* da ordem dos 3 %, principalmente explicado pelo aumento nas exportações, quando visto na óptica da despesa.

Nota final

Como já foi referido, os resultados a que chegámos não nos permitem tomar uma decisão definitiva de entre as várias soluções não dominadas. Nem é esse, como é obvio, o objectivo pretendido: poderão contar eventualmente as indicações possíveis no domínio do planeamento para a definição de medidas de política económica a serem seguidas.

Tal trabalho, se bem que indicativo, obrigaria necessariamente a um estudo das variáveis duais múltiplas, fazendo uma pesquisa a partir das análises de sensibilidade e pós-optimização. Porém, o estudo da dualidade em *PMO* aplicado ao caso prático estudado cai fora do âmbito para que fixámos este trabalho.

REFERÊNCIAS

BRADLEY, et. al. — *Applied Mathematical Programming,* Adison-Wesley, Massachussets, 1977.

COHON, L. — *Multiobjective Programming and Planning»,* Academic Press, London, 1978.

COHON, L., and MARKS, D. — «A review and evaluation of multiobjective programming techiques», in *Water Resources Research,* April, 1975.

DORFMAN, R. SAMUELSON P. and SOLOW, R. — *Linear Programming and Economic Analysis,* McGraw-Hill, 1958.

FARIA, L. — *Análise Exploratória do Complexo Agro-Alimentar Industrial Através das Matrizes Multisectoriais de 1970 e 1974,* MAP, Lisboa, 1979.

FAYETTE, J. — «Sur l'utilisation de la programmation linéaire a plusieurs fontions d'objectif dans la planification», in *Mondes en Developpement.*

FAYETTE, J. — *Programmation Linéaire a Plusieurs Objectif: Application a la Planification Agricole en Republique de Coree.*

HENRY, W. — *Irish Full Employment Structures 1968 and 1975,* The Economic and Social Research Institute, Dublin, 1974.

O'CONNOR, R., and HENRY, W. — *Input-output Analysis and its Applications,* Charles Griffin & Co., London, 1975.

ZELENY, M. — *Linear Multiobjective Programming,* Springer-Verlag, New York, 1974.

NOÉME, Carlos — **Uma aplicação do programa multi-objectivos ao modelo *input-output* para o sector agro-alimentar.**

RESUMO:

O trabalho agora apresentado é o resultado da correcção e actualização de um relatório elaborado no âmbito da cadeira de «Optimização» dirigida pelo Prof. Dias Coelho, que se insere no Curso de Mestrado de Métodos Matemáticos para Economia e Gestão.

Depois de uma breve explicação metodológica da Programação Multi-Objectivos (PMO), faz-se uma aplicação empírica a partir de uma agregação da Matriz das Relações Interindustriais. É dado relevo às relações do Sector Agro-Alimentar (SAA) com os restantes sectores da economia, bem como com as variáveis macroeconómicas da despesa, com incidência especial para a balança comercial.

NOÉME, Carlos — **An application of multi-objectives programming to the input-output model of the agro-alimentary sector**

ABSTRACT:

A brief methodological explanation of the multi-objectives programming is presented and an empirical aplication to the input-output table is made. Special emphasis is given to the relations between the agro-alimentary sector and other industries, and with macro-economic variables as well. Consequencies upon the Balance of are analysed.