



***PROFIT-TESTING EM SEGUROS DE VIDA:
O CASO ESPECIAL DAS RENDAS
VITALÍCIAS IMEDIATAS***

Orientador: **Dr. António José Gregório Luís**

Constituição do júri:

Presidente **Dr. António José Gregório Luís**
Vogais **Doutor Gerberto Fernandes de Carvalho Dias**
Dr. Jorge Manuel Afonso Garcia

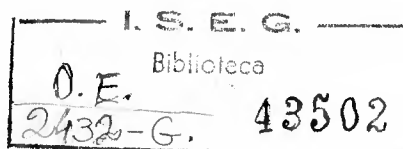
Jorge Manuel da Silva Mendes Carriço



UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO EM ACTUARIADO E GESTÃO DE RISCOS FINANCEIROS



HG 8781
C37
1995

***PROFIT-TESTING EM SEGUROS DE VIDA:
O CASO ESPECIAL DAS RENDAS
VITALÍCIAS IMEDIATAS***

Orientador: **Dr. António José Gregório Luís**

Constituição do júri:

Presidente **Dr. António José Gregório Luís**

Vogais **Doutor Gerberto Fernandes de Carvalho Dias**

Dr. Jorge Manuel Afonso Garcia

Jorge Manuel da Silva Mendes Carriço



AGRADECIMENTOS

Agradeço às seguintes pessoas e entidades:

- Professor Dr. Gregório Luís, tanto pelo seu reconhecido valor científico e profissional como, não menos importante do meu ponto de vista, pelas suas ímpares características pessoais que eu, de uma forma discreta e muito imparcial, tive a honra de notar. É de salientar a sua permanente prontidão e brevidade nas solicitações colocadas, louvando-lhe ainda a sua posição de saber estar em todas as situações;
- INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO, como instituição de prestígio que promoveu e realizou o curso de Actuariado e Gestão de Riscos Financeiros;
- FUNGEST - Sociedade Gestora de Fundos de Pensões, S.A., na qualidade de instituição sólida onde tive oportunidade de aplicar e consolidar os conhecimentos actuariais. Estou igualmente grato ao meu ex-colega Dr. Mário Rui Ribeiro;
- Ana Paula, por todo o apoio dado.

PREFÁCIO

A economia portuguesa defronta-se com sucessivos e crescentes desafios. No seio da União Europeia, prevê-se a criação do Espaço Financeiro Europeu, cujas consequências podem ser muito nefastas se as instituições que operam no mercado nacional descurarem as profundas alterações que o Espaço acarreta. À desregulamentação financeira verificada nos últimos anos em Portugal - primeiro sinal de abertura do mercado -, acrescem a harmonização normativa e a liberalização comunitárias. Sendo a concorrência cada vez mais intensa, é preciso conhecer o mercado para, a partir daí, se tomarem decisões estratégicas eficazes. O impacto de tudo isso na rentabilidade dos produtos financeiros é uma condição necessária para a definição de políticas; por abranger agentes com diferentes objectivos e requerer um elevado número de variáveis, torna-se uma tarefa algo difícil.

Especificamente, o presente trabalho enquadra-se em duas grandes vertentes de mutação e complexidade dos nossos dias. Por um lado, o carácter estrutural das mudanças que têm ocorrido - e estão para ocorrer - no sector segurador conduz a um espírito concorrencial, assente obrigatoriamente em produtos rentáveis. Por outro lado, face à reestruturação da Segurança Social (motivada pelos seus défices crescentes que elevam a dívida pública, associados à ineficácia do sistema de repartição), com o conseqüente aumento da proteção social privada sobretudo ao nível dos complementos de reforma, as companhias de seguros terão de competir não só com as suas congéneres como também com todas as outras entidades que pretendam igualmente conquistar esse importante mercado, de forma a ocuparem uma posição sólida na segurança social do futuro.

Lisboa, 31 de Outubro de 1995

ÍNDICE

I -	INTRODUÇÃO	1
II -	ANÁLISE TEÓRICA DO MÉTODO <i>PROFIT-TESTING</i>	
	II.1 - Definição	3
	II.2 - Hipóteses	4
	II.3 - Tipos de Taxas de Juro Utilizadas	5
	II.4 - Aplicações	8
III -	PARÂMETROS FUNDAMENTAIS DAS RENDAS VITALÍCIAS	
	III.1 - Tabelas de Mortalidade	12
	III.2 - Taxas de Juro	20
IV -	MODELO DE <i>PROFIT-TESTING</i> APLICADO ÀS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS	
	IV.1 - Aspectos Metodológicos	36
	IV.2 - Construção do Modelo	
	IV.2.1 - Hipóteses Centrais	40
	IV.2.2 - Óptica da Companhia de Seguros	45
	IV.2.3 - Óptica dos Segurados	67
	IV.2.4 - Contas de Exploração	69
	IV.3 - Equilíbrio Actuarial	71

V -	RENTABILIDADE DAS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS	
	V.1 - Indicadores de Rentabilidade	75
	V.2 - Análise de Cenários	81
	V.3 - Eventual Situação Deficitária Actual	96
	V.4 - Tarifação	97
VI -	ANÁLISE DE RISCO DAS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS	
	VI.1 - Hipóteses Preliminares	104
	VI.2 - Momentos e Parâmetros de Ordem	106
	VI.3 - Aplicação da Teoria das Probabilidades	112
VII -	CONCLUSÃO	118
	BIBLIOGRAFIA	121
	ANEXOS	
	1 - Demonstração do Efeito de $tt^{PM} < tt^{PU}$ no Cálculo das Provisões Matemáticas	
	2 - Mortalidade Teórica	
	3 - Mortalidade Real	
	4 - Benefícios / Prejuízos de Mortalidade	
	5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades	
	6 - Decomposição do Saldo Anual	
	7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de <i>Profit-Testing</i>	
	8 - Cálculo dos Momentos e Parâmetros de Ordem da V.A. da Rentabilidade Individual	

I - INTRODUÇÃO

Após o reconhecimento dos desafios, é preciso tentar resolvê-los ou, pelo menos, minimizar os seus efeitos perversos. Uma das características dos anos 90 reside na exigência de tomar medidas dinâmicas e concertadas. Face aos problemas surgidos, jamais faz sentido olhar para o futuro como uma sequência previsível dos fenómenos passados; pelo contrário, em todo o instante, a árvore de decisão apresenta-se ramificada, onde somente soluções prospectivas poderão ser válidas.

Dirigido para um domínio particular do sector segurador - seguros do ramo «Vida» -, este trabalho tem por fim utilizar o *profit-testing* como o método que permite medir a rentabilidade numa óptica plural na medida em que conjuga os interesses dos diferentes intervenientes na actividade seguradora, sobretudo os accionistas e os segurados, por oposição à visão tradicional em que apenas estavam presentes os interesses dos primeiros.

Dada a diversidade de produtos da indústria seguradora susceptíveis de serem estudados por esse método, optou-se, após parecer do meu orientador, por aplicar o *profit-testing* aos contratos de rendas vitalícias, mais especificamente às rendas vitalícias imediatas. Trata-se de uma modalidade com bastante expressão nos seguros em caso de vida mas que tem sido comercializada de forma incompatível com a realidade actual, uma vez que o isolamento do mercado nacional (existente até à primeira metade da última década) permitiu práticas violadoras dos critérios de rentabilidade.

Dessa forma, começa-se por fazer uma abordagem teórica do *profit-testing* como um instrumento possível de ser aplicado a qualquer contrato de seguro, explicando as suas potencialidades e obstáculos. Esse é o âmbito do capítulo II. A ideia fundamental do capítulo III é abordar dois domínios que, embora aplicáveis a vários tipos de contratos, são dirigidos especificamente às rendas vitalícias, por marcarem fortemente a sua rentabilidade; tratam-se das tabelas de mortalidade e das taxas de juro. Seguidamente, no capítulo IV, será apresentado um modelo de *profit-testing* construído para as rendas vitalícias imediatas, tanto na óptica da companhia como na dos segurados, incluindo algumas variantes conforme as características dos diferentes contratos; posteriormente, o



modelo irá ser testado através da verificação do equilíbrio actuarial. No capítulo V far-se-á uma abordagem quantitativa pormenorizada desses contratos de seguro; submete-se o modelo atrás referido a vários cenários, medindo a rentabilidade e avaliando a respectiva sensibilidade às variáveis do modelo. Daí, e através dos cenários mais prováveis, será feita a tarificação do produto a ser posto no mercado. Por fim, no capítulo VI, irá fazer-se uma avaliação do risco envolvido nos contratos de rendas vitalícias imediatas que a companhia de seguros pratica, calculando-se ao mesmo tempo a dimensão da carteira e ou a carga de segurança de modo a reduzir a probabilidade de ocorrência de prejuízos. Isso dependerá não só da construção dos contratos em si como também da composição das carteiras (relativamente às idades e, em particular, aos sexos). Complementarmente a esses capítulos, existirão vários anexos, com o fim de explicar suplementarmente e consolidar conteúdos que desenvolvidos ao longo do trabalho.

O objectivo deste trabalho poderá ser alcançado se, para além dos resultados extraídos e das análises feitas, servir para consciencializar os agentes do sector segurador acerca da importância de medidas inovadoras e rentáveis ao nível das diferentes áreas funcionais das companhias. Ao contrário do que à primeira vista se possa pensar, não se trata de um problema unicamente da área técnico-actuarial. Além disso, o êxito das seguradoras apenas será alcançado se, simultaneamente, elas se virarem para si próprias e para o exterior.

II - ANÁLISE TEÓRICA DO MÉTODO *PROFIT-TESTING*

II.1 - Definição

As alterações estruturais da demografia e das taxas de juro, com efeitos negativos nos seguros do ramo «Vida», exigem mecanismos de controlo prévio dos resultados. Foi nesse sentido que surgiu o *profit-testing* como o novo método de análise da rentabilidade desses seguros ¹. Embora sujeita a uma verificação *a posteriori*, é necessário fazer, logo de início, uma avaliação antecipada de vários domínios, nomeadamente das responsabilidades, reservas e escassez de capital, e resultados esperados. O método consiste em extrapolar, para cada período de referência da duração do contrato, todos os fluxos positivos e negativos, inscrevendo-os nas contas de exploração da seguradora e do segurado, e cuja acumulação ao longo do tempo permite, por meio da actualização actuarial, calcular a rentabilidade intrínseca tanto em relação aos contratos individuais como à carteira de um certo tipo de seguro.

Apesar de ainda ser pouco utilizado em Portugal, já está vulgarizado noutros países ocidentais, precisamente onde a abertura do mercado segurador começou há mais tempo. Surgiu em resposta ao método tradicional cujo único objectivo era determinar, de forma estática e fechada, o valor actual dos resultados. Efectivamente, para além de ignorar as eventuais necessidades de capital (e os respectivos custos) em certos períodos do contrato, esse método não considerava os interesses dos agentes envolvidos, incluindo os dos próprios accionistas da companhia dado que os lucros eram obtidos de forma residual.

Essas limitações são ultrapassadas pelo *profit-testing*, na medida em que incorpora todos os enquadramentos da actividade seguradora e as especificidades de cada contrato de seguro. Independentemente das hipóteses consideradas, o ponto de partida é a fixação do nível de rentabilidade para o investimento suportado pelos accionistas; só a partir daí é

¹ O método também se aplica aos produtos *unit-linked*, caracterizados pelo capital seguro ser expresso em unidades de participação de um fundo de investimento.

que entram os objectivos das restantes partes. Tenta-se, desse modo, concorrer com produtos rentáveis para a companhia e estabelecer uma relação de simbiose entre ela e os segurados.

Apesar das virtudes inegáveis do *profit-testing*, há que ser realista, encarando também os entraves centrais à sua eficiência. Eles consistem na necessidade de estimação das condições reais de toda a ordem - o que se torna sempre problemático e, por vezes, aleatório -, e na enorme possibilidade de errar a rentabilidade prevista devido a pequenos desvios em certas variáveis fundamentais. Essas desvantagens, subjacentes ao próprio método e que resultam da sua complexidade, apenas podem ser atenuadas, respectivamente com o tratamento de muita informação e com o controlo permanente dos desvios.

II.2 - Hipóteses

Existe unanimidade no facto da estimação dos resultados de cada período ser tanto mais rigorosa quanto as hipóteses de partida também forem. Assim, devem-se assumir critérios realistas, em vez de conservadores. Todavia, estão em causa acontecimentos futuros com evolução não determinística, pelo que a possibilidade de ocorrerem desvios desfavoráveis para a companhia justifica a utilização de hipóteses conservadoras. Face a esse dilema, a tendência é para adoptar, em caso de dúvida, pressupostos defensivos, o que justifica a existência de participação nos resultados nos seguros em caso de vida e, em particular, nos contratos de rendas. Visto tratarem-se de contratos a longo prazo, expostos a variáveis que, por vezes, se podem tornar voláteis (como é o caso das taxas de juro), é aconselhável o emprego de critérios algo prudentes de forma a balizar-se a rentabilidade por valores mínimos.

Nas rendas vitalícias, devem-se considerar como parâmetros não controláveis a mortalidade; a estrutura das várias taxas de juro, incluindo a taxa de desconto provável para a situação económica; a taxa de inflação expectável (compatível com as taxas de juro); os níveis de encargos de gestão. Na medida em que se torne necessário, são feitos reajustamentos nos parâmetros assumidos, de modo que as rentabilidades prevista e

efectiva sejam o mais próximo possível. Só assim se conseguem estabelecer pontos de encontro entre o maior número de sujeitos - accionistas, segurados, intermediários, colaboradores da companhia e até mesmo entidades supervisoras.

Por outro lado, vai-se admitir que o pagamento das rendas é feito postecipadamente em cada período. Para o cálculo dos saldos anuais, procede-se depois à respectiva actualização para o início de cada ano do contrato ¹.

II.3 - Tipos de Taxas de Juro Utilizadas

Atendendo às múltiplas taxas de juro envolvidas no *profit-testing* - como se verá no desenvolvimento do modelo no capítulo IV -, torna-se pertinente, antes de mais, explicar cada uma delas e as respectivas aplicações. Isso é fundamental, pois afecta fortemente a rentabilidade dos contratos.

Pode-se defender a utilização de cinco tipos de taxas de juro (ainda que, por vezes, algumas pareçam ser semelhantes, razão pela qual, na prática, os seus valores coincidam). Em rigor, as taxas são:

- tt^{PU} - Taxa técnica de juro para o cálculo do prémio único

Trata-se de uma taxa prevista que suporta o cálculo do prémio único das rendas. É da comparação entre a taxa efectiva "i" - ver abaixo - e essa taxa " tt^{PU} " que resultam os resultados financeiros; são positivos ou negativos, consoante o sinal da diferença $i - tt^{PU}$.

- i - Taxa nominal de rendimento

É com base na taxa de mercado "i" que se obtêm os rendimentos financeiros. É (ou devia ser) superior a " tt^{PU} ", como se compreende por razões de segurança da

¹ A metodologia de aplicação do *profit-testing* seguida neste trabalho será apresentada detalhadamente em IV.1.

companhia, ainda para mais existindo a figura jurídica de participação nos resultados, pois mesmo que existam grandes desvios favoráveis nos rendimentos financeiros, são canalizados (normalmente à volta de 3/4) para os segurados. Para efeitos de *profit-testing*, pode-se entender "i" como a taxa de cupão da dívida pública, por ser de risco mínimo.

- tt^{PM} - Taxa técnica de juro para o cálculo das provisões matemáticas

Por vezes, as entidades supervisoras da actividade seguradora exigem que as provisões matemáticas sejam calculadas com uma taxa técnica " tt^{PM} ", inferior a " tt^{PU} ". Por parte dessas entidades, tal atitude conservadora - que se traduz na obrigação da companhia reservar activos que cubram responsabilidades superiores àquelas que o contrato deveria suportar - encontra justificação em dois motivos:

- segurança que é necessário salvaguardar, nomeadamente porque as seguradoras podem não conseguir imunizar os seus activos financeiros face a variações desfavoráveis nas taxas de juro;
- " tt^{PU} " é uma taxa garantida, independente das oscilações no mercado.

Verificando-se a relação entre as taxas técnicas, ou seja, $tt^{PM} < tt^{PU}$, tem-se:

$$(1+i)_{\cdot k-1} V_x^{PM} - p_{x+k-1 \cdot k} V_x^{PM} > (1+i)_{\cdot k-1} V_x^{PU} - p_{x+k-1 \cdot k} V_x^{PU},$$

$\forall i$ e $k = 1, 2, \dots, \omega - x$, exprimindo ${}_k V_x^{PM}$ a provisão matemática (PM) calculada com " tt^{PM} ", para uma pessoa de idade " $x+k$ ", ou seja, para o k -ésimo ano de um certo contrato, e em que " ω " é a idade-limite admitida, o mesmo acontecendo com as restantes expressões de PM, com as necessárias adaptações. A demonstração dessa propriedade faz-se no Anexo 1. Na prática, assumir-se-á que essa diferença de taxas é de 1%.

Há a salientar que a relação anterior de desigualdade é válida sob duas hipóteses: presença das mesmas - sublinhe-se - estruturas de mortalidade e de encargos de gestão, e ausência de défices. Se a primeira reúne consensos, o mesmo pode não acontecer à segunda. No entanto, isso será profundamente debatido no capítulo IV, quando se tratarem das hipóteses centrais do modelo.

- g - Taxa de juro agravada de financiamento

Neste trabalho, emprega-se apenas a partir do momento em que ocorre o esgotamento das reservas ¹. Nessas circunstâncias, são necessárias entradas adicionais de capitais, quer próprios - injecções directas pelos accionistas da companhia - quer alheios - financiamentos contraídos a instituições externas.

Independentemente da natureza desses capitais, considera-se que vão ser remunerados a uma taxa de agravamento, que normalmente excederá em mais de metade a taxa "i". Isso é claramente aceitável no caso dos capitais alheios; quanto aos capitais próprios, essa hipótese também é legítima, visto que os accionistas, para acudir aos défices, têm de desmobilizar investimentos antes da maturidade, pelo que se justifica um prémio de remuneração.

Refira-se que nem sempre há recepção de novos capitais, pois face a necessidades de financiamento nalguma carteira de um certo tipo de contrato, é bastante provável que a companhia disponha de reservas noutras carteiras e que as canalize para as carteiras deficitárias, no intuito de evitar elevados custos financeiros (qualquer que fosse a origem do financiamento). No entanto, visto tratar-se de uma análise de rentabilidade, e como não é certa a existência de tais reservas, admite-se, por um critério de prudência, que, mesmo se existirem, a sua transferência na própria companhia é feita ao custo de mercado.

- d - Taxa de desconto

Essa taxa reflecte o custo de oportunidade do factor capital, devendo cobrir três componentes:

- taxa de inflação,
- taxa de juro real, e
- nível de risco, em função das expectativas dos investidores (ou accionistas), coadunadas com a situação e evolução da economia, de forma geral.

Essa taxa deve ser superior às três primeiras, visto ser ela que permite, através da actualização dos fluxos anuais, comparar a rentabilidade de um contrato de rendas

¹ Vejam-se igualmente as hipóteses centrais do modelo, em IV.2.1.

vitalícias imediatas com a de um contrato de seguro qualquer e, até, com a de outro projecto fora da indústria seguradora. Deve ter-se sempre presente a ideia de que o objectivo dos accionistas é, acima de tudo, obter dividendos; como tal, eles pautam-se pela rentabilidade do sector e, sobretudo, da economia, tentando investir nas empresas e sectores mais atractivos, ou seja, onde a rentabilidade se situe acima da média. Devido aos riscos do sector e da economia, é normal que os investidores apontem para uma taxa de desconto superior à taxa de rendimento da dívida pública em cerca de 50%.

A relação entre "d" e "i" merece um breve comentário. É consensual utilizar uma taxa de desconto superior à taxa de rendimento obtida não apenas por uma questão conservadora como também atendendo às exigências legais nas aplicações dos activos financeiros correspondentes às PM ¹. De facto, as taxas de rendimento obtidas num ambiente com restrições serão, em princípio, menores que numa situação de ausência dessas.

II.4 - Aplicações

A utilidade desse poderoso instrumento para medir a rentabilidade é visível sobretudo a três níveis: tarifação, análise de carteiras e informação de gestão. As considerações serão feitas genericamente mas, sempre que for possível e necessário, particularizadas ao contrato de seguro em estudo. Atendendo a que, com o método em causa, se pretende estudar somente a rentabilidade das rendas vitalícias (e não avaliar o impacto de certas estratégias de mercado praticadas pelas companhias), os dois últimos âmbitos de aplicação não serão desenvolvidos neste trabalho.

Tarifação

Como método de tarifação, o *profit-testing* permite determinar o prémio a cobrar de forma a que seja atingido um certo retorno do capital para os seus investidores. Dadas as

¹ Nunca se deve esquecer que as imposições são lançadas por motivos de segurança dos próprios segurados.

imposições colocadas pela concorrência, há que satisfazer a outra face dos contratos - os segurados -, pelo que se trata de um processo complexo e que requer conhecimento extremo do mercado. Certamente que será ao nível da política de preços que os sintomas das mudanças futuras se sentirão mais.

Para pessoas de diferentes sexos e idades, testam-se os contratos de rendas vitalícias sob vários cenários, analisando a sua vulnerabilidade às variáveis utilizadas, sobretudo às demográficas e económicas, por serem as mais importantes. Para cada cenário, os resultados obtidos são confrontados em duas direcções: com os objectivos de lucro previamente definidos pela companhia de seguros e, se possível, com os contratos de rendas de outras entidades concorrentes (analisados na óptica dos segurados). O processo de tarifação só termina após um longo trabalho de sucessivas adaptações do preço do produto a esses dois domínios. Sendo as condições dos contratos consideradas razoáveis para os dois lados - companhia e segurados -, está-se em posição de poder lançá-lo no mercado e encetar as necessárias medidas de comercialização.

Contudo, saliente-se desde já que este trabalho não se dirige aos contratos individuais mas sim às carteiras (de diferentes composições, em questões de sexo e idade). O processo de tarifação é suficientemente elucidativo e flexível para permitir essa simplificação e, em simultâneo, trabalhar com um modelo analítico relativamente abrangente de diversas situações.

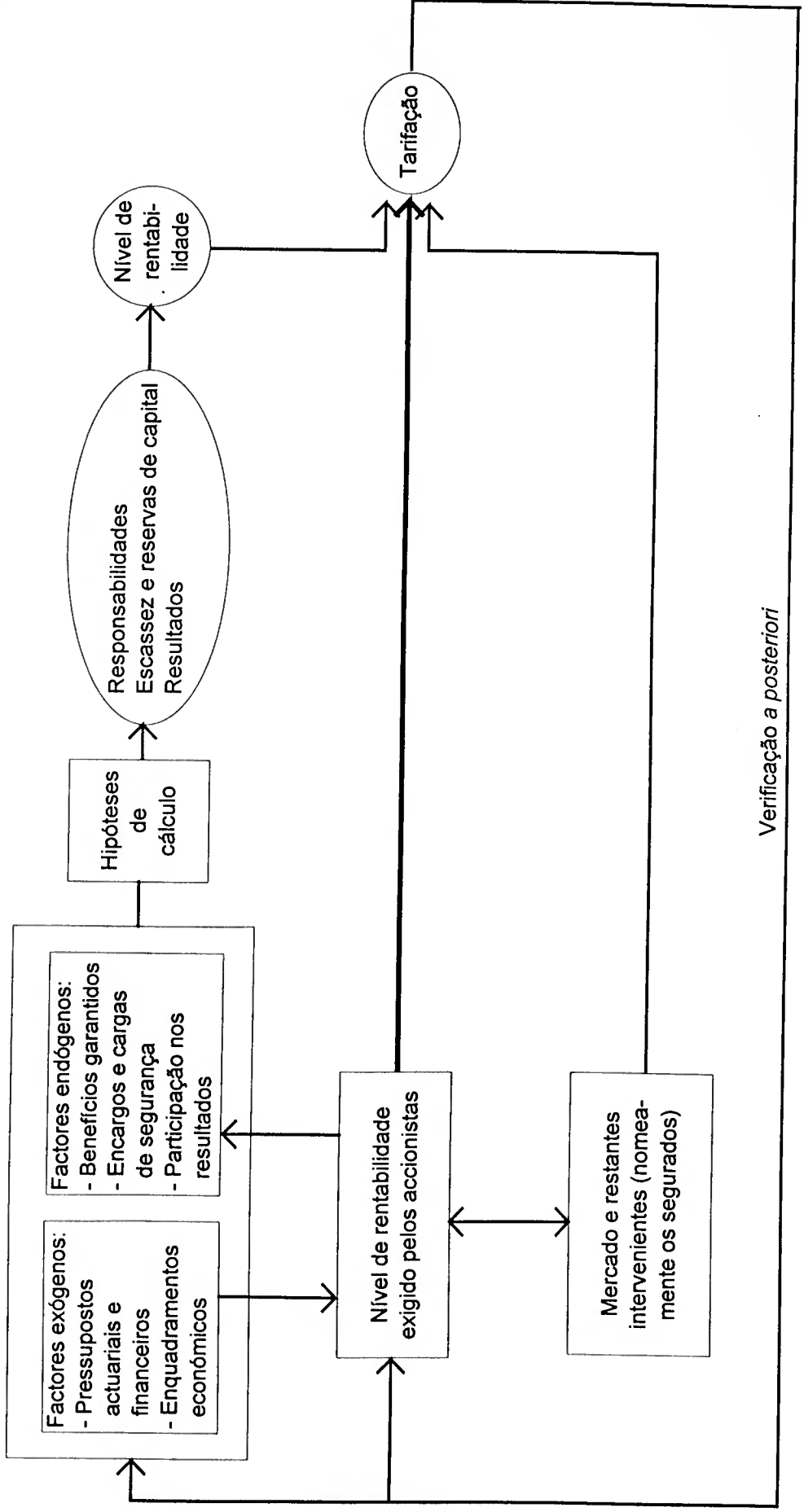
Apresente-se então na página seguinte um esquema do processo de tarifação baseado no *profit-testing*¹.

Análise de Carteiras

Há alturas onde é fundamental conhecer o valor efectivo das carteiras de uma seguradora, tanto por razões internas como como pela sua relação com o exterior. No tocante às primeiras, os exemplos podem ser as situações que exigem avultados investimentos,

¹ As cargas de segurança aí referidas serão oportunamente explicadas.

RESUMO ESQUEMÁTICO DO MÉTODO PROFIT-TESTING APLICADO À TARIFICAÇÃO



como sejam a aquisição ou construção de um importante imóvel para a companhia ou a introdução de um canal de distribuição; as segundas prendem-se, nomeadamente, com os casos da compra de parte (ou da totalidade) do capital de uma seguradora do ramo «Vida», tal como do risco associado a empréstimos (obrigacionistas ou bancários) ou a emissões de ações. Como tal, o *profit-testing* é, em ambientes concorrenciais, uma arma para responder à transparência das actividades que é necessário assumir no mundo actual.

Sendo assim, a análise passa de uma carteira de um certo tipo de produto para a carteira global dos produtos de «Vida» através da adição das contas de exploração de cada um deles, pelo que se tem de obter o valor actual dos resultados esperados em cada ano de vigência dos diferentes contratos de seguro. Com isso, calcula-se a rentabilidade geral da companhia e avalia-se a eficácia dos critérios de lucro fixados para cada tipo de contrato.

Informação de Gestão

A tentativa de previsão dos lucros futuros permite espelhar a situação da companhia durante um certo horizonte temporal. Uma análise estritamente histórica pode conduzir a conclusões erradas e, até mesmo, a práticas ineficazes. Atenda-se ao caso de uma companhia nova e com reduzido volume de negócios que, por força do mercado, altera certos contratos; na verdade, embora não visível no momento presente, essa medida poderá produzir elevados resultados no futuro. No caso das rendas vitalícias, essa questão pode-se pôr, por exemplo, no destino a dar aos resultados distribuídos; ainda que a entrega directa desses resultados aos segurados possa ser pior para o resultado do próprio ano, isso pode ser benéfico para ela se existirem prejuízos com a futura exploração dos contratos.

Como nota final sobre as aplicações do método, há a dizer que, por muito realistas que tenham sido as hipóteses, o *profit-testing* tem implícito um acompanhamento posterior, com correcções aos desvios, estudando as suas causas se esses forem significativos e, se for preciso, revendo as hipóteses e construindo novas políticas de mercado.

III - PARÂMETROS FUNDAMENTAIS DAS RENDAS VITALÍCIAS

Com este capítulo, e antes de se construir um modelo de *profit-testing*, pretende-se abordar dois assuntos que, de uma forma muito particular, afectam a rentabilidade das rendas vitalícias imediatas. Dada a natureza perpétua das rendas pagas pela companhia, qualquer hipótese mal assumida ao nível do valor actual esperado das mesmas pode traduzir-se em pesados prejuízos para a carteira ¹. As principais variáveis em que isso se pode verificar são as tabelas de mortalidade e as taxas de juro admitidas inicialmente; as primeiras originam o saldo de mortalidade (ou técnico ²) e as segundas o saldo financeiro. As conclusões aqui apresentadas serão, no capítulo V, oportunamente aprofundadas e adaptadas a cada tipo de contrato de rendas.

A análise que se irá fazer a partir de agora baseia-se em duas hipóteses fundamentais:

1. As idades iniciais dos rendeiros estão agrupadas em múltiplos de cinco anos, dos 50 aos 75, de forma a simplificar o estudo;
2. As carteiras de rendas vitalícias são uma média composta dos contratos para cada um dos seis grupos de idade atrás implícitos, cujos ponderadores são, respectivamente, 3%, 7%, 10%, 25%, 35% e 20% - carteiras do tipo I. Depois, será analisada uma outra carteira cujos ponderadores são 5%, 10%, 20%, 30%, 25% e 10% - carteiras do tipo II.

III.1 - Tabelas de Mortalidade

Os contratos de rendas vitalícias são certamente aqueles que mais sofrem a influência das tabelas de mortalidade, pelo que as condições demográficas esperadas são um elemento

¹ O problema põe-se apenas nos prejuízos, já que os benefícios, quando existem, são distribuídos aos segurados numa grande percentagem. Ainda que os prejuízos acumulados se possam recuperar através da redução dos valores a distribuir no futuro, pode acontecer que os primeiros superem os segundos, situação na qual os défices seriam assumidos apenas pela companhia.

² Essa igualdade de expressões é forçada, pois como se abordará na devida altura, os resultados técnicos incluem, para além da mortalidade, também o facto de se usar " tt^{PM} " nas provisões, em vez de " tt^{PU} ".

fundamental de alteração da rentabilidade, em termos gerais ¹. No entanto, a par da importância das tabelas, existe alguma dificuldade em escolhê-las visto haverem modificações, que consistem genericamente na redução da mortalidade para todas as idades ². Num estudo de rentabilidade, dado o desconhecimento da mortalidade futura, há que optar, por um lado, pela tábua a usar no cálculo dos prémios - mortalidade teórica - e, por outro, a tabela que melhor reflecta a mortalidade real, resultando dessa diferença o saldo de mortalidade dos contratos. Far-se-á uma análise puramente da mortalidade, abstraindo os efeitos das taxas de juro, os quais serão objecto do subcapítulo III.2 - "Taxas de Juro".

A - Mortalidade Teórica

Até ao final de 1994, em Portugal, os prémios dos seguros em caso de vida eram calculados imperativamente com base na tabela de mortalidade feminina francesa PF 60/64, adiante designada por PF. Contudo, em virtude do seu desajustamento temporal (e dos respectivos prejuízos técnicos causados nas carteiras onde a população feminina representava algum peso relativo ³), actualmente o cálculo é feito com uma tabela mais nova; neste trabalho, por se adaptar razoavelmente bem à população portuguesa, vai-se considerar a tabela GKF 80 ⁴, a partir de agora denominada GKF.

A esse propósito, refira-se que, na prática, pode ser usada uma diversidade de tabelas para as rendas vitalícias, dependendo dos critérios de cada companhia. Tratam-se não só de tabelas femininas de outros países como também tabelas específicas de rendeiros. Relativamente às primeiras, podem-se utilizar, além da GKF, por exemplo as seguintes:

¹ Como é óbvio, essas condições afectam tanto mais a rentabilidade dos contratos quanto maior a sua diferença relativamente à mortalidade real.

² Nessa generalidade ignoram-se duas situações:

- Não obstante a probabilidade de morte nas pessoas de idades muito avançadas ser maior nas tabelas mais novas (em cuja idade-limite é alguns anos superior à das tabelas desactualizadas, devido ao aumento da esperança de vida), esse facto torna-se irrelevante na população total;

- Embora exista um efeito crescente da mortalidade motivado por recentes doenças (cada vez mais frequentes e que actuam como um elemento contrário ao prolongamento da sobrevivência, como é o caso da SIDA), isso é excluído por considerar-se que o desenvolvimento da medicina permite neutralizar esse efeito.

³ Podem-se entender as carteiras cuja população feminina seja superior a 1/4.

⁴ Trata-se de uma tabela construída a partir de um universo de população feminina suíça da década de 80.

PEF 80, ELTW 80/82 e TV 88/90, respectivamente espanhola, inglesa e francesa; quanto às segundas, um exemplo é a tábua de rendeiros suíça GRF 80.

No Anexo 2 estão contidas as esperanças de vida em anos completos (e_x), bem como as respectivas probabilidades de morte (q_x) nas tabelas PF e GKF para cada idade "x" igual ou superior a 50 ¹.

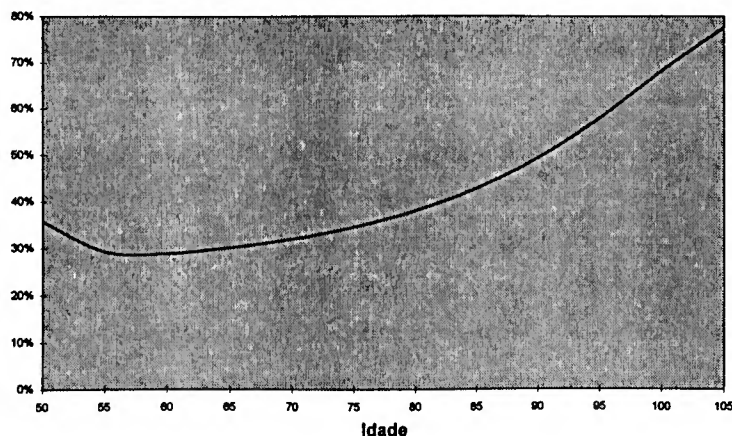
Conclui-se que para as carteiras do tipo I, essa última tabela é favorável em relação à primeira em quase 26% para as idades normais ², sendo a diferença sucessivamente superior quando se caminha para as idades mais extremas, o que prova que é sobretudo na aba da distribuição de mortalidade que os desvios entre as duas tabelas é maior, acontecendo praticamente o mesmo no caso das carteiras do tipo II, com a mínima diferença do benefício ser inferior em cerca de 0,5%.

No gráfico seguinte estão representados, em percentagem, os ganhos de mortalidade da GKF em relação à PF para as idades em causa ³. No entanto, para efeitos práticos, resta saber a amplitude do benefício em relação à mortalidade efectivamente verificada em Portugal, e não tanto a comparação entre duas tabelas teóricas.

¹ Assume-se que os contratos de rendas vitalícias são negociados apenas com indivíduos de idade igual ou superior a 50 anos, o que é natural. Assim, a partir de agora, a raiz para todas as tabelas corresponde à idade de 50 anos (i.e., l_{50}).

² Pode considerar-se idade normal como sendo a idade de cada pessoa que contrata uma renda vitalícia, acrescida da esperança completa de vida nessa idade.

³ Esses ganhos resultam de $(q_x^{PF} / q_x^{GKF}) - 1$.

Benefício de mortalidade da GKF em relação à PF

B - Mortalidade Real

Só por meio da mortalidade real é que se pode avaliar a rentabilidade dos contratos em termos técnicos. No entanto, o seu conhecimento não é fácil; isso resulta não apenas da necessidade em ter-se informação actualizada como, sobretudo, das mudanças demográficas estruturais verificadas. Só com a consciência de que esses dois aspectos foram atendidos é que se pode utilizar uma dada tabela como sendo a mortalidade real.

No caso português, a questão da informação está resolvida, recorrendo-se aos censos da população, com base nos quais o Instituto Nacional de Estatística constroi tábuas de mortalidade empíricas. Contudo, o aspecto mais difícil é a incorporação das alterações etárias, de modo a evitarem-se vícios de mortalidade e alcançar-se uma previsão mais eficaz. O problema ficaria resolvido com o uso de tábuas de mortalidade dinâmicas que, ao invés das clássicas, utilizam uma função temporal incorporando, em princípio, a evolução decrescente da força de mortalidade. Isso conseguia-se através do ajustamento e extrapolação dos dados biométricos ao longo de várias gerações.

A distribuição de mortalidade que se assumirá como sendo a efectiva está reflectida no Anexo 3. Trata-se de uma adaptação das tabelas autocorrectivas de mortalidade ¹: a partir da conjugação das tabelas elaboradas para a população portuguesa masculina e feminina (que vão ser identificadas por PPM e PPF, respectivamente), construiu-se a tabela PP 94, que posteriormente será expressa por PP, representando a mortalidade real para a população portuguesa em geral. Seguidamente, e de forma a que a análise seja mais próxima da realidade, adequam-se essas tabelas PPM e PPF à população das rendas vitalícias, pois o seu universo difere do da população geral; enquanto que no da última se admite, tendencialmente, uma igual repartição entre os sexos, no caso das rendas vitalícias verifica-se uma forte predominância da população masculina ².

C - Comparação entre as Mortalidades Teórica e Real

Dadas as mortalidades teórica e real, há que compará-las, (i) para testar a ideia corrente de que a tabela PF talvez se ajustasse a uma pseudotabela unissexual portuguesa e (ii) para estudar o tipo e a amplitude dos resultados de mortalidade consoante a tábua teórica utilizada. Esses dois objectivos e o modo como se obtiveram as conclusões à frente referidas são tratados numericamente no Anexo 4.

Como é de esperar, o uso de tabelas de mortalidade teóricas diferentes pode significar contratos rentáveis ou não. Pela análise da esperança completa de vida para cada idade das tabelas PF, GKF e PP ³, vê-se que ela, até aos 85 anos, é nitidamente superior na segunda. Num cenário de repartição semelhante entre os sexos, com a tabela PF existiriam prejuízos de mortalidade crescentes com a idade, enquanto que com a GKF haviam grandes benefícios até quase aos 80 anos, sucedendo prejuízos a partir dos 85 anos (o que não causava problema, pois além do saldo final de mortalidade ser positivo - ou seja, as perdas a partir das idades maiores são neutralizadas pelos ganhos obtidos até aí

¹ Foram construídas pela equipe do Professor Doutor João Tiago Mexia, e apresentadas ao público na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, no dia 08 de Fevereiro de 1995.

² Caso não existissem essas tabelas de mortalidade PPM e PPF, intrínsecas à população portuguesa, uma solução poderia ser a sua substituição por uma outra particularmente construída a partir da tabela teórica, admitindo uma certa percentagem de benefício de mortalidade, que seria directamente variável com o peso da população masculina nos contratos de rendas vitalícias.

³ Para não se levantarem conclusões erradas, saliente-se que a tabela PP considera igual proporção dos sexos.



- e da probabilidade de atingir essa faixa etária ser relativamente baixa, são raros os rendeiros que contraem contratos nessas idades).

Relativamente ao (i) primeiro objectivo, fica assim provado que a tabela PF sobrestima a mortalidade da população geral, o que é penoso para os seguros em caso de vida, sobretudo se não houver uma elevada preponderância de população masculina na composição das carteiras. Associando tudo isso com a tendência decrescente das taxas de juro, conclui-se que uma seguradora, ao aceitar contratos de rendas vitalícias baseados numa tabela antiga (com seja a PF) e numa taxa de juro técnica um pouco inferior à taxa de juro de mercado, poderá estar a contrair prejuízos; tudo seria diferente se se utilizasse uma tabela de mortalidade recente.

No entanto a situação não é tão grave quanto isso, visto a maioria das carteiras ser composta por rendeiros do sexo masculino em mais de 70%; embora a repartição por sexos varie conforme as companhias, a generalidade aproxima-se dos 90% de população masculina. Desse modo, os prejuízos de mortalidade com a tabela PF apenas se verificam, de forma geral, para idades superiores a 80 anos (o que não é normal, como atrás foi dito). Ao mesmo tempo, a necessidade em obterem-se taxas de juro elevadas não se põe com tanta acuidade.

Por agora, daí são extraídas as seguintes conclusões: continuando a receber contratos assentes na tabela PF, existe uma forte vulnerabilidade ao aumento da esperança de vida da população segura e à composição dessa população em termos de sexos e idades; por outro lado, a taxa de juro desempenha um papel muito importante para contrabalançar com as modificações desfavoráveis na população das carteiras.

No tocante ao (ii) segundo objectivo, é necessário segmentar a população por sexos. Além das duas hipóteses feitas no princípio deste capítulo, vai-se assumir, como é natural, que a população segura é constituída sobretudo por homens, admitindo-se três situações diferentes para a proporção deles no total (h) - 90, 80 e 70% -, sob as quais se irão medir os benefícios/prejuízos nas carteiras do tipo I. A escolha desses valores procurou coadunar-se com a realidade das seguradoras em Portugal. Posteriormente,

tentando fazer a adaptação a um hipotético ambiente futuro de alteração na estrutura dos contratos, submetem-se as carteiras do tipo II apenas ao valor de $h=70\%$, como sendo a combinação mais plausível face às alterações no sistema de repartição e, paralelamente, no mercado de trabalho, evidenciadas na população segura das rendas nos próximos tempos ¹.

Prova-se que, de acordo com as suposições postas quanto à composição das carteiras, os resultados dependem mais do sexo do que da idade, dentro de certos intervalos realistas. Essas observações, e as que a seguir se fazem, serão reforçadas com a introdução das taxas de juro.

Carteiras do tipo I

Para $h=90\%$, o benefício médio de mortalidade da GKF é cerca de 33%, sendo apenas 9% na PF. Os benefícios baixam, respectivamente, para 30% e 5%, com $h=80\%$, e para 26% e 0%, se $h=70\%$. Desse modo, para carteiras com "h" já próximo dos 70%, as companhias poderão sofrer prejuízos com a PF. Com a GKF, os prejuízos apenas são prováveis com "h" inferior a 12%, donde é nítida a segurança dessa tabela face a possíveis variações da população segura. Refira-se, somente a título indicativo, que da comparação da tabela GKF com a distribuição da população geral portuguesa - tabela PP (logo, com $h=50\%$) - tem-se um lucro de 18%, enquanto que com a PF existe uma perda de 11%.

Com a GKF, poderão começar a haver prejuízos a partir de idades superiores a 90 anos (para qualquer um dos três cenários de "h"); no entanto, isso não constitui problema, como já foi citado no segundo parágrafo desta secção (subjacente a $h=50\%$). Substituindo a GKF pela PF, os resultados são bem diferentes. Não obstante essa última tabela

¹ Essas alterações são o reflexo, respectivamente, do papel das rendas vitalícias como uma forma suplectiva das reformas (e onde não é alheio o estreitamento dos benefícios da Segurança Social, devido à sua necessária remodelação e contenção de despesas), e do crescente peso das mulheres no mundo do trabalho vivido nas últimas décadas.

Acrescente-se que na passagem das carteiras do tipo I para as do tipo II, para os respectivos valores de "h" - na tentativa de adaptação às características dos contratos no futuro -, comete-se o erro de desprezar as mudanças na estrutura de mortalidade, que só seria corrigido com a construção de tábuas de mortalidade dinâmicas devidamente adaptadas à população portuguesa.

subestimar, nos dois primeiros cenários, a mortalidade para as idades até aos 80 anos - daí a inexistência de perdas técnicas -, no cenário com $h=70\%$ as seguradoras já começam a ter problemas nos contratos cujos rendeiros têm idades superiores a 70 anos ¹. Sem haver preocupação, note-se que a partir das idades entre os 80 e os 83 anos, para qualquer desses cenários, os prejuízos são crescentes.

Carteiras do tipo II

Para $h=70\%$, os benefícios de mortalidade nas duas tabelas teóricas são 1% acima dos que se verificam para as carteiras do tipo I, i.e., 27% e 1%, respectivamente para a GKF e a PF. Por outro lado, os pontos críticos de "h" para cada tabela são 15% e 67%, muito semelhantes aos 12% e 70% vistos atrás na outra composição.

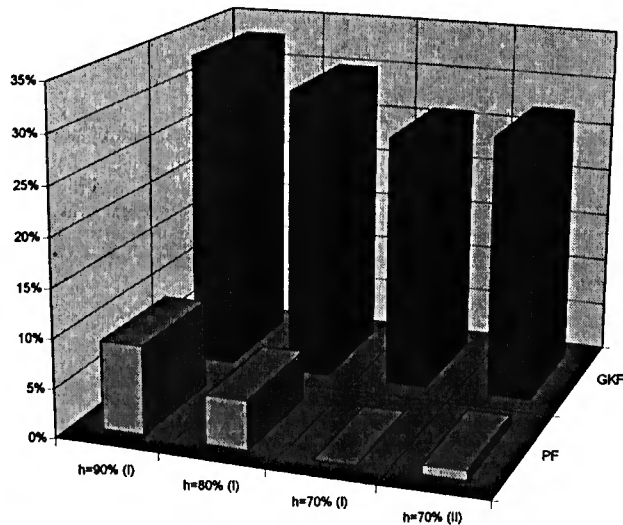
Seguidamente, apresentam-se os resultados resumidos da comparação entre os dois tipos de carteiras, designadamente quanto a:

- Pontos críticos de "h"

Tipos de carteiras	Valores de "h"	Tabelas teóricas	
		GKF	PF
I	12%	0%	-35%
	70%	26%	0%
II	15%	0%	-34%
	67%	25%	0%

¹ Recorde-se que, segundo a constituição da carteira média referida anteriormente, as pessoas dessas idades constituem 55% da população, o que é bastante relevante.

- Benefícios de mortalidade das tabelas GKF e PF para várias populações



Verificando-se a desadaptação da PF nas idades mais avançadas, e acima de tudo na composição das carteiras por sexos, é nítida a urgência da utilização de outra tabela, como seja a GKF dadas as suas características. Saliente-se que a existência de benefícios de mortalidade - que devem haver até por uma razão prudente - não significa necessariamente sobrecarga para os segurados, visto que os contratos podem contemplar a sua distribuição; no entanto, se tal não acontecer, os lucros de mortalidade podem traduzir-se efectivamente em prémios cobrados demasiado conservadores, gravosos para os segurados.

III. 2 - Taxas de Juro

Como se viu, as tabelas de mortalidade marcam fortemente a rentabilidade das rendas vitalícias. Neste momento, o objectivo é provar que a taxa de juro exerce também uma influência muito importante, levando mesmo em certos casos a anular o eventual benefício de mortalidade de uma tabela recente e acarretar uma rentabilidade negativa. Essa análise é agora feita, dado conhecerem-se as tabelas de mortalidade e a população segura. Simultaneamente, pretende-se provar o total afastamento da realidade nas seguradoras que continuam a utilizar a PF com 6% de taxa técnica tarifária.

A - Taxa Técnica e Enquadramento Macroeconómico

Ao adiantar-se um certo valor para a taxa técnica de juro a considerar no cálculo dos prémios, deve-se ter consciência tanto da incerteza como da importância desse valor. Essa taxa terá reflexo até à eternidade de cada contrato. A ocorrência de certos fenómenos pode fazer mudar o rumo da sua evolução normal, provocando desvios na rentabilidade prevista. Contudo, a partir da situação económica actual e das perspectivas futuras, pode-se afirmar sem receio que existe uma tendência decrescente das taxas de juro de longo prazo.

Para os mais cépticos e os que acreditam na forte influência da especulação cambial nas taxas de juro ¹, o compromisso de Portugal em cumprir os critérios de convergência nominal do Tratado de Maastricht funciona como um aval para o decréscimo das taxas. Dada a relação sólida entre as taxas de inflação e de juro, a exigência na redução da primeira para níveis próximos da média dos países da União Europeia ², obriga a segunda a levar o mesmo sentido.

Dessa forma, admitir 6% de taxa actuarial é um exagero - note-se que essa taxa de cálculo dos prémios é uma taxa garantida. Por outro lado, e ainda que actualmente poderá ser válida a taxa de 5%, crê-se que o correcto, em termos estruturais, é considerar não mais de 4%, sendo 3% um valor muito aceitável.

B - Análise dos Resultados nas Rendas Vitalícias

Recorrendo às rendas inteiras postecipadas, pretendem-se traduzir, sobretudo, os resultados obtidos pelas companhias seguradoras que até hoje têm conciliado a PF com a

¹ Em situações de mercado tendencialmente livre, e sob reconhecimento das autoridades monetárias, se os agentes considerarem que a taxa de câmbio ao incerto - no caso do escudo - está muito valorizada e apostarem na sua desvalorização, é normal que, em resposta, as taxas de juro subam para manter os investidores estrangeiros.

² Concretamente, a taxa de inflação deve situar-se, no máximo, 1,5% acima da média aritmética das três menores taxas na União.



taxa técnica de 6% e os que existiriam se elas combinassem uma tabela recente com outra taxa técnica ajustada à realidade. Serão excluídos os encargos, de forma a isolar as análises de mortalidade e financeira, para uma renda vitalícia unitária.

B.1 - Pressupostos

Os pressupostos básicos assumidos são os seguintes:

- a. Consideram-se três situações potenciais para a taxa dos prémios, a saber, seis, quatro e três por cento. A primeira foi a taxa praticada em Portugal até há pouco tempo, mercê de força legal; a segunda é uma taxa plausível no médio prazo e, de certa forma, no longo prazo; e a terceira é a taxa que se considera como sendo muito adequada no longo prazo, justificada pela previsível diminuição gradual da taxa de inflação e sua colocação no intervalo consentido pela União Europeia;
- b. Admitem-se cinco hipóteses para as taxas nominais de rendimento obtidas, em média, pelas seguradoras no período respeitante à duração dos contratos, concretamente três, quatro, cinco, seis e oito por cento. Mesmo no longo prazo, talvez a primeira seja pouco realista, sendo a segunda e terceira as mais prováveis; assume-se que a quarta seja válida sobretudo no curto e médio prazo; por fim, a quinta apenas é justificável no curto prazo ¹. As duas últimas só serão consideradas quando forem combinadas com a taxa técnica de 6%;
- c. Em relação às taxas de crescimento das rendas, adiantam-se dois cenários possíveis, nomeadamente zero e dois por cento. O cenário sem crescimento, embora usualmente praticável, não tem sido o melhor dada a desvalorização das rendas provocada pela inflação. No entanto, caso a taxa de inflação venha para o nível de certos países da União Europeia, e uma vez que o crescimento das pensões é, em média, inferior ao

¹ Uma vez que este trabalho visa uma análise actual e futura, excluem-se dos cenários para as taxas de juro nominais os valores da ordem dos dois dígitos e próximos que era possível assegurar até agora, característicos sobretudo na década de 80 e até ao princípio dos anos 90. Nas condições do mercado financeiro dessa altura, a taxa técnica de 6% era perfeitamente válida, sendo os ganhos financeiros obtidos suficientes para cobrir os hipotéticos prejuízos de mortalidade. Contudo, os benefícios oriundos da diferença entre as taxas de juro alcançada e garantida eram fortemente atenuados, dado os contratos preverem, na maioria das companhias, distribuição dos resultados financeiros.

dos salários, tal cenário é, nessas condições, perfeitamente defensável. O segundo cenário é válido actualmente e, no futuro, também será caso Portugal mantenha a taxa de inflação ao nível de aproximadamente dois pontos acima da média dos seus parceiros - mesmo assim, esse crescimento talvez seja contrário a uma análise de rentabilidade ¹;

- d. Por motivos de coerência com a realidade económica, assume-se que deve existir um diferencial mínimo de dois por cento entre a taxa técnica dos prémios e a taxa de crescimento das rendas;
- e. Pelo facto de não se antever uma diferença acentuada entre a taxa técnica garantida e a taxa de juro nominal a longo prazo, presume-se que o diferencial entre as duas não exceda dois pontos percentuais.

B.2 - Cenários

As principais combinações entre as três taxas em causa (e resultantes dos cinco pressupostos anteriores) estão expressas no quadro seguinte ²:

¹ Credo que se cumprem todos os critérios de convergência nominal - como se deseja -, só faz sentido antecipar a hipótese de crescimento das rendas se a nossa taxa de inflação se situar, no final do século, no patamar superior do intervalo admitido. Apesar de tudo, tal crescimento é optimista, justificando-se apenas dado que no médio prazo ainda existirão, porventura, condições que o legitimem. Ao invés, é macroeconomicamente incorrecto considerar uma taxa de inflação semelhante à taxa de crescimento das rendas, além disso alimentar significativamente o processo inflacionário - contrário ao pretendido.

² Como o objectivo é a avaliação do impacto da taxa de juro nominal no valor actual das rendas, à primeira vista poderiam supor-se excluídas as situações de igualdade entre essa taxa e a taxa de juro técnica, visto os desvios terem apenas um carácter de mortalidade. Tal não acontece pelo facto dos resultados técnicos de cada tabela não considerando qualquer taxa de juro - e que foram expressos no subcapítulo III.1 - estarem inerentes às esperanças de vida (que equivalem a valores actuais com taxa técnica nula); portanto, mesmo que as duas taxas coincidam, o benefício de mortalidade deve ser relacionado com o valor actual efectivo, o qual tem subjacente uma determinada taxa de juro.

Taxa técnica tarifária (tt^{PU})	Taxa de crescimento das rendas (r)	Taxa nominal de rendimento (i)
6%	0%	8%
6%	0%	6%
6%	0%	5%
6%	0%	4%
4%	0%	5%
4%	0%	4%
4%	0%	3%
3%	0%	5%
3%	0%	4%
3%	0%	3%
6%	2%	8%
6%	2%	6%
6%	2%	5%
6%	2%	4%
4%	2%	5%
4%	2%	4%
4%	2%	3%

Tentando medir os eventuais ganhos e perdas obtidas, submetem-se as várias populações seguras das carteiras (dos tipos I e II) a cada um desses dezassete cenários. O processo consiste em alcançar, para cada um dos grupos de idade, os resultados de mortalidade e financeiro médios, donde o resultado final da carteira provém da média aritmética ponderada pelo peso de cada grupo no total da população segura. Esses valores estão no Anexo 5. Como, neste momento, o objectivo é uma análise rápida e simples, tenha-se presente que eles não reflectem a rentabilidade efectiva, visto não incorporarem, por exemplo, os encargos, as provisões matemáticas e a participação nos resultados, além das taxas técnicas utilizadas assentarem em premissas não tão exactas quanto as que serão usadas no modelo.

As considerações que se vão fazer baseiam-se nos valores actuais esperado e efectivo para uma renda unitária. Enquanto o valor esperado ou teórico é construído, alternativamente, pelas tabelas de mortalidade PF ou GKF - "mt" (mortalidade teórica) - para uma dada taxa de juro técnica " tt^{PU} ", o valor efectivo ou real utiliza uma certa combinação das tabelas PPM e PPF (adaptada à população segura da carteira) - "mr" (mortalidade real) - e uma determinada taxa de juro nominal "i" que se supõe ser a de

mercado ¹. O saldo entre esses dois valores actuais, dito total, resulta da soma do saldo de mortalidade (SM) com o saldo financeiro (SF), em que:

$$SM = \frac{a_X^{mt;it^{PU}} - a_X^{mr;it^{PU}}}{a_X^{mr;i}}, \text{ e } SF = \frac{a_X^{mr;it^{PU}} - a_X^{mr;i}}{a_X^{mr;i}},$$

provindo daí o saldo total, $ST = \left(a_X^{mt;it^{PU}} / a_X^{mr;i} \right) - 1$, onde os símbolos a_X expressam simplesmente o valor actual das rendas inteiras postecipadas (para não sobrecarregar a análise) em cada grupo de pessoas de idade "X", assentes nas estruturas de mortalidade e nas taxa de juro atrás citadas. Além disso, está subjacente uma certa taxa de crescimento das rendas.

B.3 - Conclusões

O que a seguir se expõe, de acordo com as condições de mortalidade e de taxas de juro, dá a rentabilidade das rendas vitalícias imediatas, de forma ampla ².

Carteiras do tipo I

- Taxa técnica de 6%

Tendo subjacente as elevadas taxas conseguidas no mercado financeiro até a um passado recente, os lucros obtidos com as rendas sem crescimento, para a taxa técnica de 6%, num cenário de 8% de taxa nominal de rendimento e com $h=90\%$, eram acima de 17% mesmo considerando a tabela PF, sendo esse limite de 16 e 14% no caso de carteiras com 80 e 70% para "h", respectivamente ³; substituindo essa tabela pela GKF, os resultados seriam 12% superiores, em média. Com uma taxa de crescimento

¹ Deverá ser uma taxa de juro de longo prazo.

² Os dois próximos capítulos irão aperfeiçoar o estudo da rentabilidade, incluindo outras perspectivas de análise, motivo pelo qual a determinação dos saldos que aí se fará não coincidirá com a que agora se apresenta.

³ Trata-se de um resultado sobreavaliado, visto que a taxa de inflação superou, em muito, os 6% de taxa técnica utilizada nesse cálculo.

das rendas de 2%, os valores seriam acrescidos em 1-2% para a PF e 3-4% para a GKF. Saliente-se que os ganhos com a primeira tabela são sobretudo financeiros - aliás, com $h=70\%$, existe um prejuízo de mortalidade aproximado de 1%/ano, sendo de 2% se houver crescimento das rendas -, enquanto que com a segunda tabela a parte financeira representa pouco mais de metade. Contudo, cumpre dizer que a PF foi, até à data, a tabela usada pela quase totalidade das companhias nos seguros em caso de vida, pelo que os valores acima mencionados em relação à GKF são meramente comparativos.

Em seguida, analisam-se os possíveis resultados obtidos pelas seguradoras no curto e médio prazo na condição de continuarem a utilizar a taxa técnica de 6%. Com a taxa de rendimento a tender para a taxa técnica, então, com a PF e sem crescimento das rendas, tem-se um prejuízo anual de 1% para $h=70\%$ - como se esperava, pelo que acima se disse -, ao passo que com crescimento, os prejuízos começam a aparecer para "h" próximo dos 80%. Para a GKF, com essas taxas de juro, os benefícios alcançados são sempre superiores a 9% por ano.

Crendo que as taxas de juro "i" alcançadas nos próximos anos não ultrapassarão, de forma geral, os 6%, é visível a elevada exposição ao risco das carteiras de rendas vitalícias. De facto, com a taxa técnica de 6%, se a taxa de rendimento média verificada for de 5%, as perdas financeiras (com ambas as tabelas) são de 7% anuais no caso de não haver crescimento, e 1% a mais no caso contrário e, por outro lado, para uma taxa de 4%, os resultados negativos financeiros seriam, segundo a mesma ordem, cerca de 15 e 16%. Realce-se que, para a PF, em qualquer dessas duas taxas de rendimento, e independentemente do crescimento das rendas, as perdas financeiras cobrem os ténues (e eventuais) ganhos de mortalidade; para rendas sem crescimento, as perdas mínimas anuais são à volta de 5% na primeira taxa e 13% na segunda, sendo agravadas em 1% nas rendas com crescimento. Em contrapartida, para a GKF, os prejuízos só ocorrem nos cenários com taxa de 4%, situando-se no intervalo entre os 3,5 e os 7,5%; para a taxa de 5%, os ganhos totais anuais estariam compreendidos entre 1 e 5%.

Daí, reforçam-se duas grandes conclusões:

- a total desactualização (nociva para as companhias) da tabela PF e da taxa técnica de 6% na realidade portuguesa, e a relativa potência da GKF face a pequenas variações negativas nas taxas de juro;

- a forte influência das flutuações dos mercados financeiros no saldo, pelo que as seguradoras, para sua defesa, devem utilizar, no cálculo dos prémios, uma taxa nunca superior a 4%.
- Taxa técnica de 4%

Se a taxa de rendimento do mercado for 5%, os benefícios totais anuais ultrapassam os 7 e os 20%, respectivamente para a PF e a GKF, na hipótese de crescimento nulo das rendas. Com o crescimento de 2%, tais resultados mínimos subiam ligeiramente, sobretudo na segunda tabela.

Se, num cenário alternativo, a taxa de rendimento descesse 1%, os ganhos reduziam-se intensamente com a PF, havendo mesmo prejuízos com $h=70\%$ sem crescimento e $h=80\%$ em caso contrário, como era de esperar. Com a GKF, os ganhos estariam, ainda, além dos 10 ou 12%, consoante o tipo de crescimento usado.

Por fim, com a taxa de rendimento ao nível dos 3%, os prejuízos mínimos com a PF viriam próximo dos 6 ou 8%, conforme se considere crescimento das rendas nulo ou não. Com a GKF, embora as perdas financeiras com essa taxa de juro fossem elevadas, conseguiam-se obter, mesmo assim, resultados positivos (variáveis entre 1 e 6%, conforme a composição da carteira por sexos), graças aos ganhos de mortalidade.

- Taxa técnica de 3%

Agora, avalia-se o efeito das taxas de juro face à taxa técnica de 3% (que, apesar de não ser válida no âmbito do médio prazo, vai-se considerá-la numa possível análise de rentabilidade dado que a visão das seguradoras para os contratos em estudo deve ser de longo prazo). Para uma taxa de juro "i" obtida de 5%, os resultados mínimos com a PF são superiores a 16% - claro que devidos sobretudo à parte financeira -, ao passo que para a GKF ascendem aproximadamente os 32% - sendo 40 a 50% explicados pela mortalidade. Com a taxa de juro reduzida num ponto percentual, os limites mínimos dos benefícios anuais passam, em cada tabela, para 7 e 21%. Por último, assumindo uma taxa de juro nominal de 3%, os resultados técnicos coadunam-se com as considerações já feitas acerca da (des)adequação das duas tábuas de mortalidade.

Carteiras do tipo II

Nesse tipo de composição das carteiras, para $h=70\%$, os valores não diferem muito da análise anterior. Contudo, há a fazer os seguintes comentários:

1. Para todos os cenários, e independentemente da taxa de crescimento das rendas, os resultados de mortalidade com a PF são sistematicamente superiores em cerca de 0,5%-1% em relação às carteiras do tipo I, acontecendo o contrário com a tabela GKF.
2. Quanto aos resultados financeiros (portanto, indiferentemente das tabelas), conforme existam prejuízos ou ganhos nas carteiras do tipo I, eles são agravados ou beneficiados nas do tipo II (também na ordem dos 0,5%-1%, de forma geral).
3. Para os resultados totais, há que separar a análise por tabelas:
 - Na PF, com a mudança do tipo de carteira, as perdas são muito inferiores aos ganhos (embora se tratem de valores muito reduzidos, o que não faz alterar significativamente os resultados). Quando o diferencial entre as taxas técnica e de rendimento é desfavorável em 1%, as perdas são inferiores em 0,1% (!), e rondam os 0,5% quando essas taxas se separam 2%. Em todas as outras situações, os ganhos vão desde 0,5% (quando as taxas coincidem) a 1,5 ou 2% (se houver uma diferença favorável de 2% nas taxas, consoante se considerarem rendas sem crescimento ou não). Assim, é visível que a tabela PF tem resultados ligeiramente melhores nas carteiras do tipo II;
 - Na GKF, com a passagem para a nova composição das carteiras, sentiram-se perdas generalizadas em todos os cenários, tirando os casos em que a taxa de rendimento excede a taxa técnica em 2% (onde os ganhos médios foram 0,5%), bem como quando a diferença dessas taxas é de 1% mas no caso de crescimento das rendas (onde o aumento do benefício foi quase nulo - inferior a 0,1%). Logo, para essa tábua, conclui-se que a composição II é pior, ao contrário do que se verifica com a PF. No entanto, frise-se que isso em nada significa que as carteiras do tipo II tenham resultados positivos com a PF e negativos com a GKF pois, como se viu, a

última é mais rentável para as companhias, independentemente da população em estudo.

Conclui-se, assim, que a influência da composição das carteiras é incomparavelmente mais sentida na repartição por sexos do que na repartição por idades. Isto é reforçado recorrendo à análise gráfica dos resultados de mortalidade e financeiros contida nas páginas seguintes ¹.

C - Antevisão

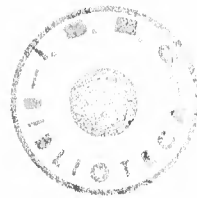
Partindo do conteúdo das secções anteriores, é aconselhável reflectir sobre a evolução futura das taxas, tentando perspectivar, dentro dos cenários apresentados, os mais verosímeis. Para a tarifa, é ponto assente que a taxa técnica de 6% apenas tem validade no curto prazo, sendo 3 ou 4% os valores mais prováveis no longo prazo (dada a expectável diminuição da taxa de inflação) ². Daí que as taxas nominais de rendimento admitidas sejam 4 e 5% ³. Por tudo isso, acha-se válida a existência de uma taxa nula para o crescimento das rendas vitalícias, embora, para a taxa de prémios a 4%, se utilize também a taxa de crescimento de 2%, somente para comparação.

Quanto às composições das carteiras, vão-se considerar $h=90\%$ e $h=80\%$ para as do tipo I e, posteriormente, $h=70\%$ para as do tipo II, na ideia de tentar acompanhar a tendência nesse segmento de seguros. Todas essas premissas de trabalho serão retomadas e desenvolvidas quantitativamente no capítulo V.

¹ Para as duas tábuas de mortalidade, apresentam-se os resultados tidos em cada um dos dezassete cenários, conforme o tipo de carteira em causa e o valor de "h", isto é, $h=90\%$ (I), $h=80\%$ (I) e $h=70\%$ (I) - tipo I -, bem como $h=70\%$ (II) - tipo II. Para uma dada taxa de crescimento das rendas, são confrontadas duas taxas de juro: taxa técnica dos prémios (" tt^{PU} ") versus taxa de rendimento nominal das aplicações ("i").

² Contudo, a taxa de 4% talvez seja defensável sobretudo no médio prazo.

³ Mesmo que a taxa de inflação desça para os níveis mais baixos, próximos de certos países comunitários, a taxa nominal de 3% não é provável, tanto mais devido à vocação financeira que as seguradoras possuem, quanto à gestão de activos. Certamente que não constituirá problema de maior o alcance de uma taxa de rendimento superior à taxa de inflação em, pelo menos, 2%.

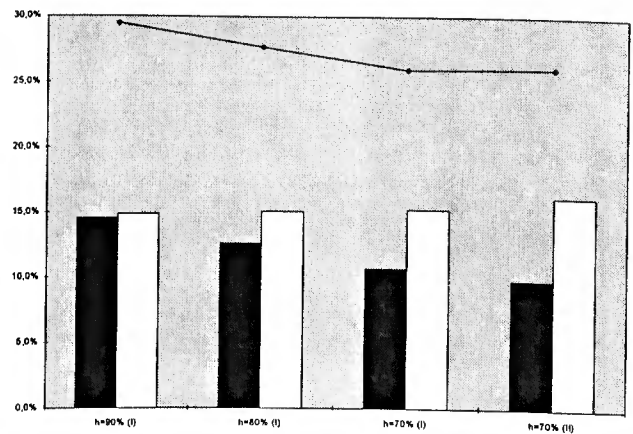
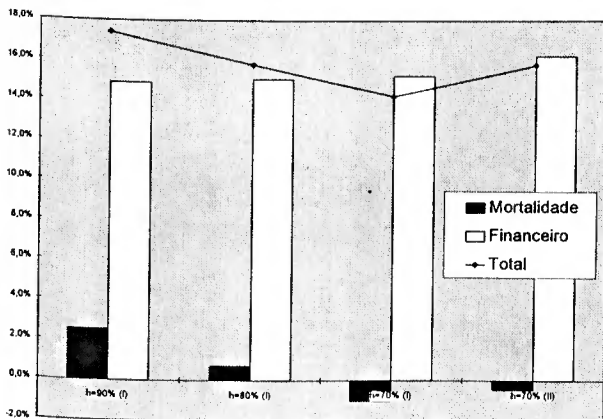


Taxa de crescimento das rendas = 0%

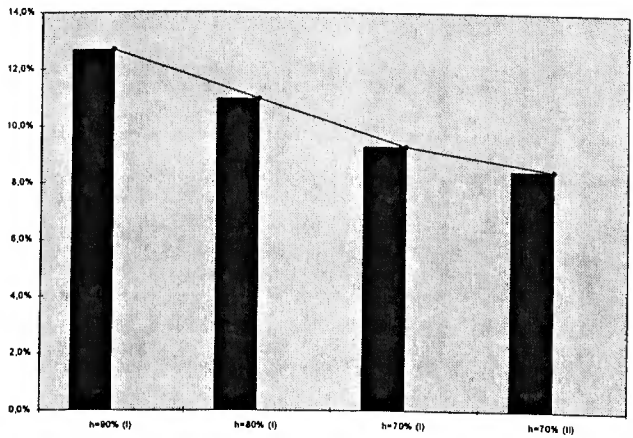
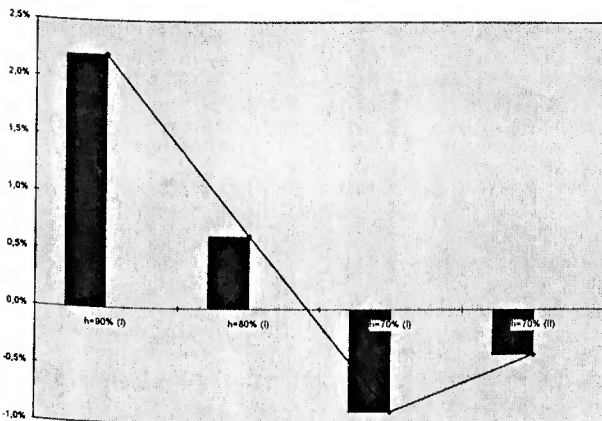
PF

GKF

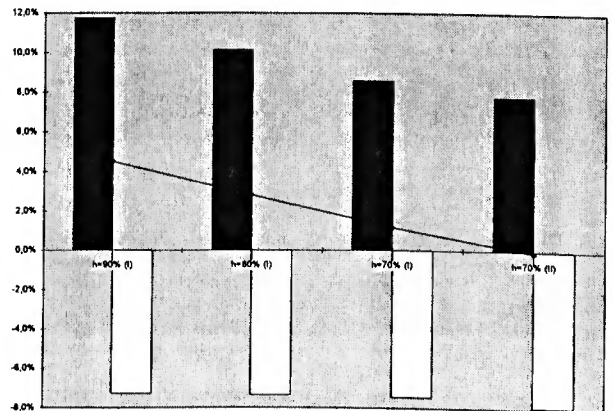
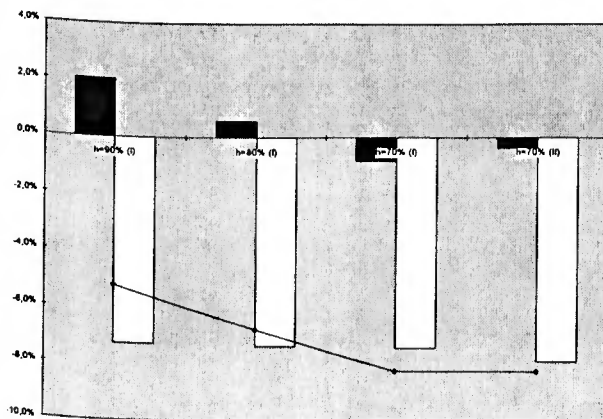
6% vs. 8%



6% vs. 6%



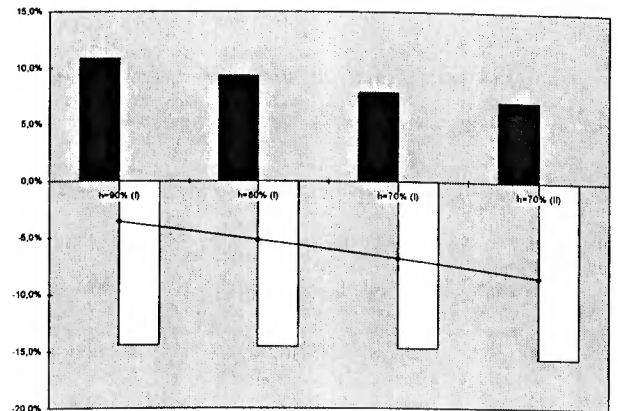
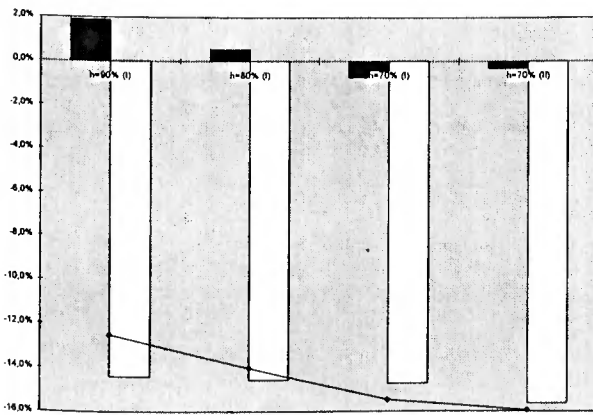
6% vs. 5%



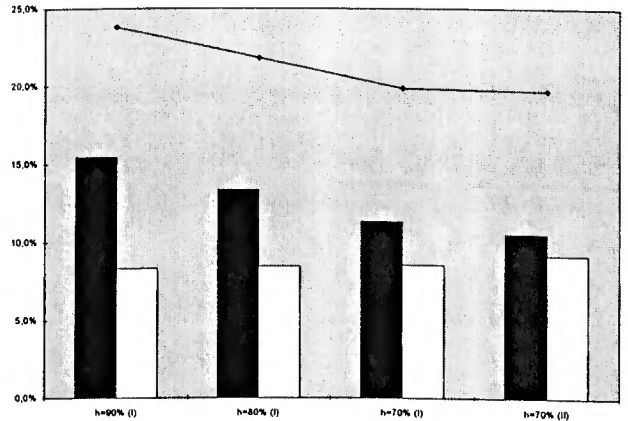
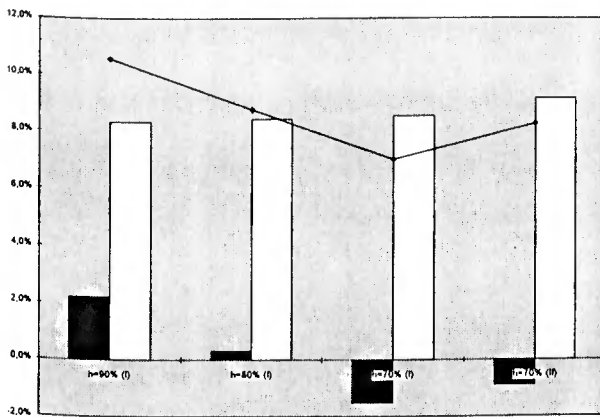
PF

GKF

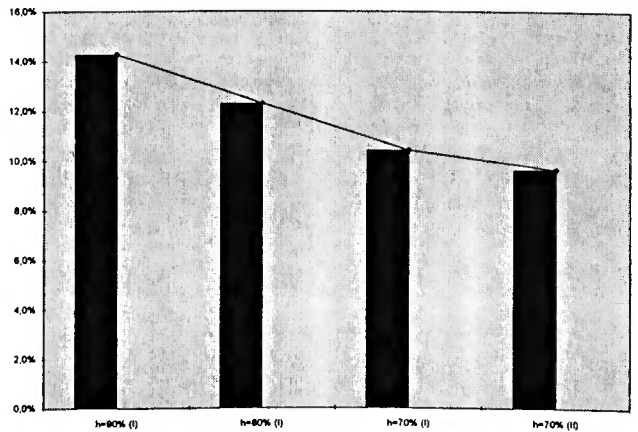
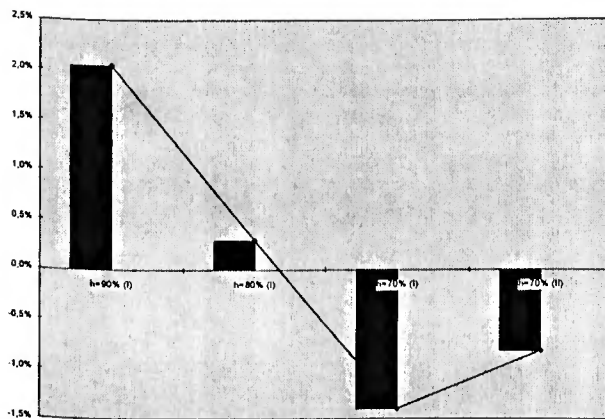
6% vs. 4%



4% vs. 5%



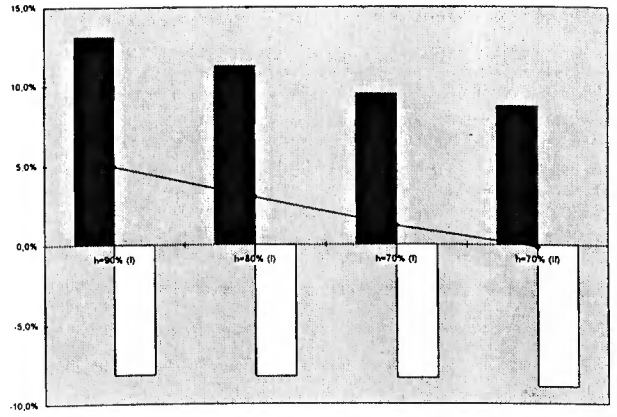
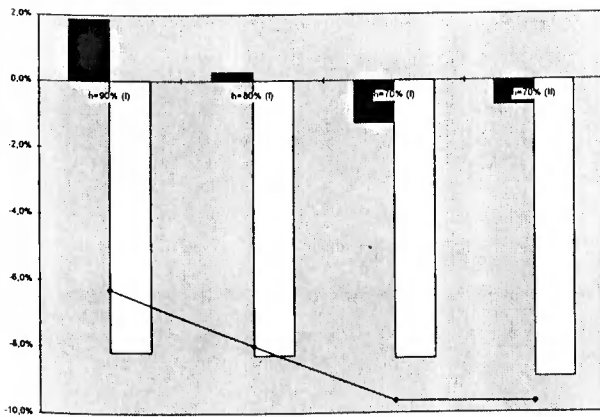
4% vs. 4%



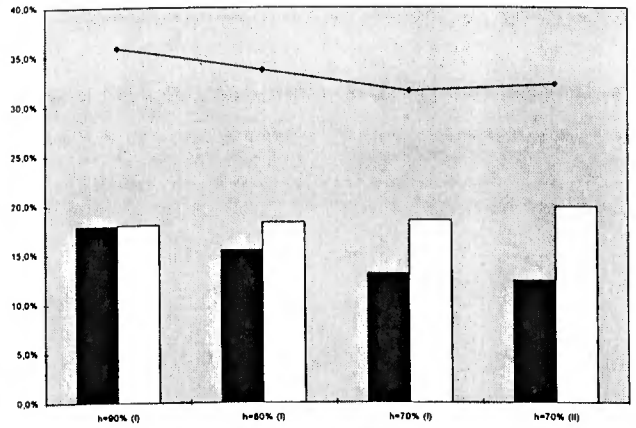
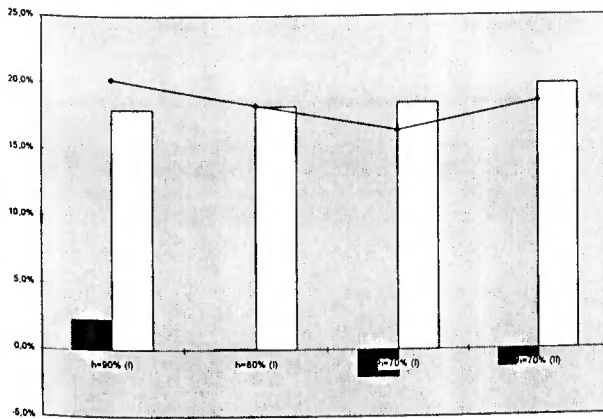
PF

GKF

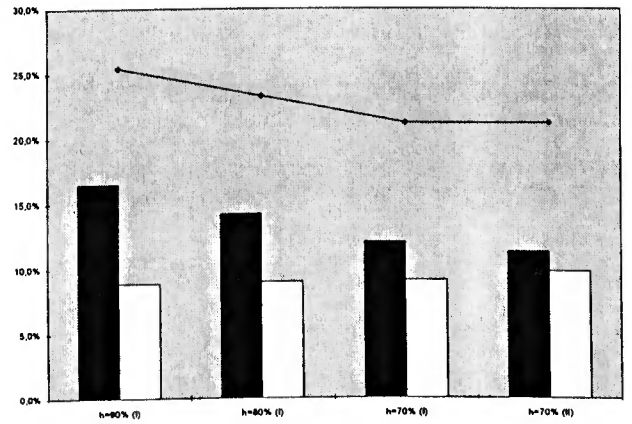
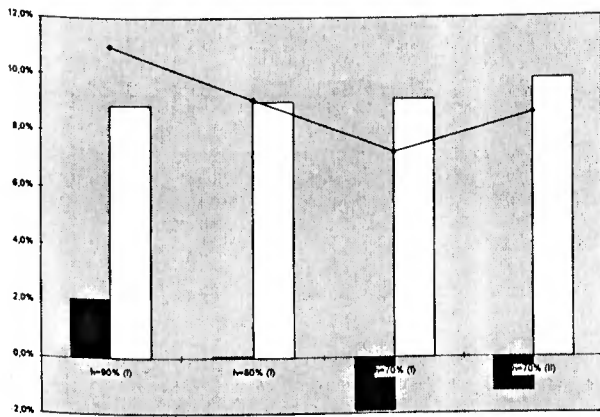
4% vs. 3%



3% vs. 5%



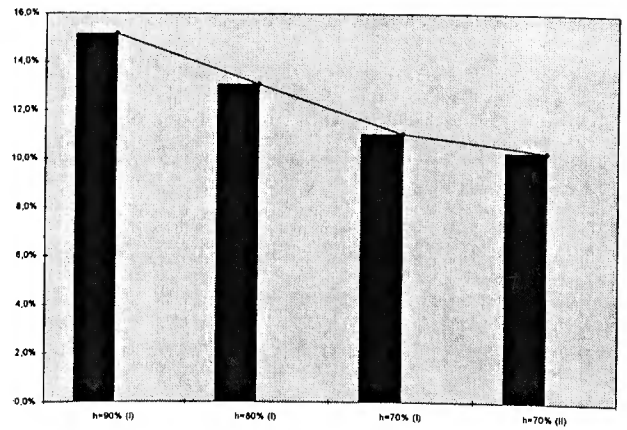
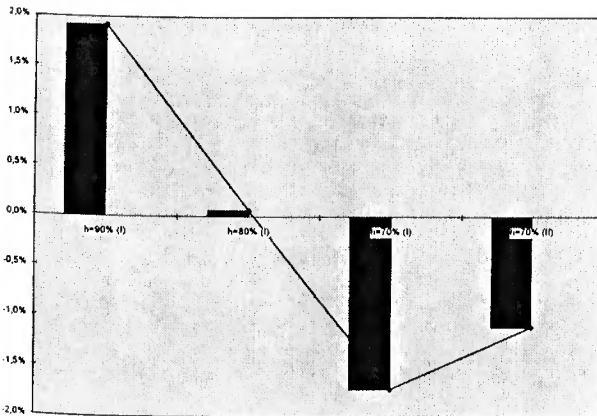
3% vs. 4%



PF

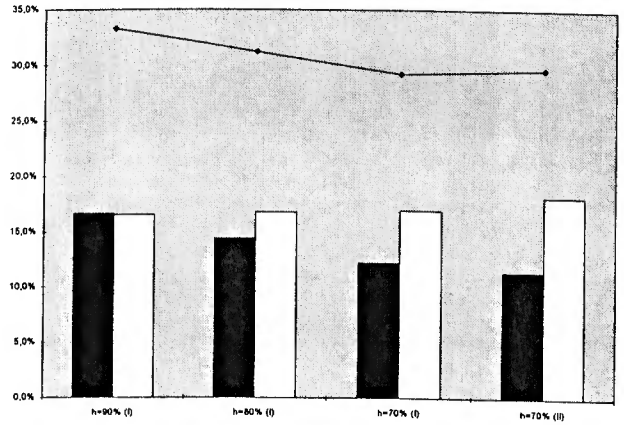
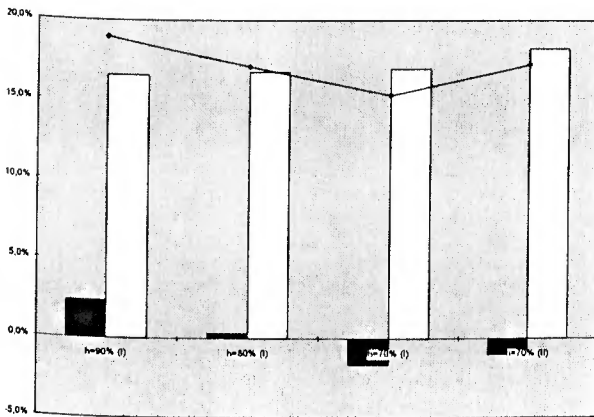
GKF

3% vs. 3%

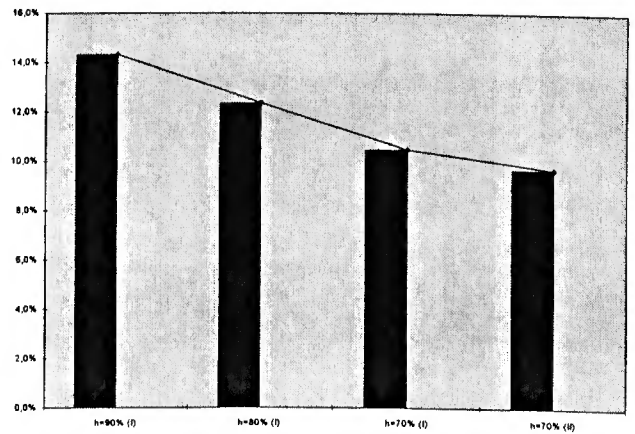
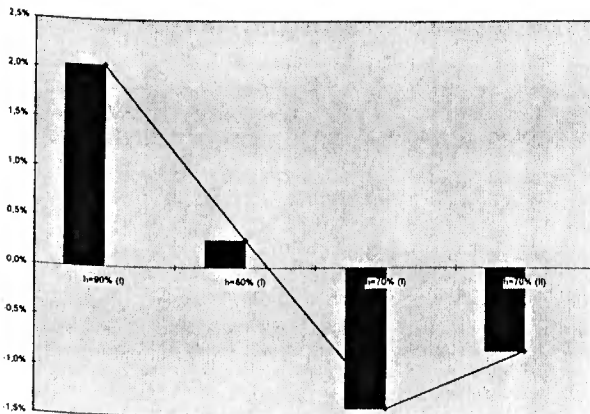


Taxa de crescimento das rendas = 2%

6% vs. 8%



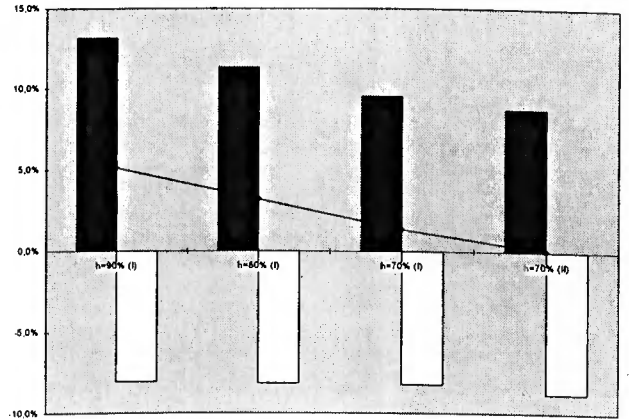
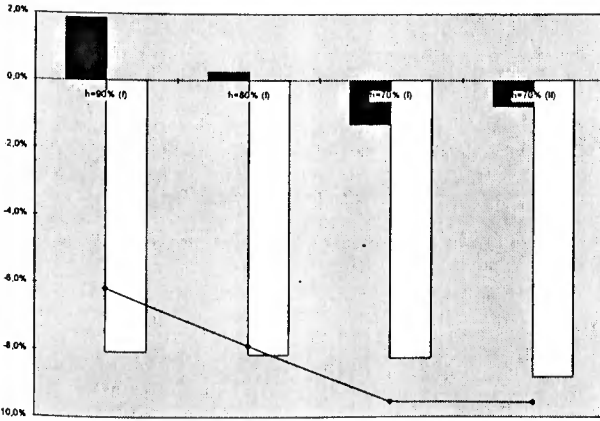
6% vs. 6%



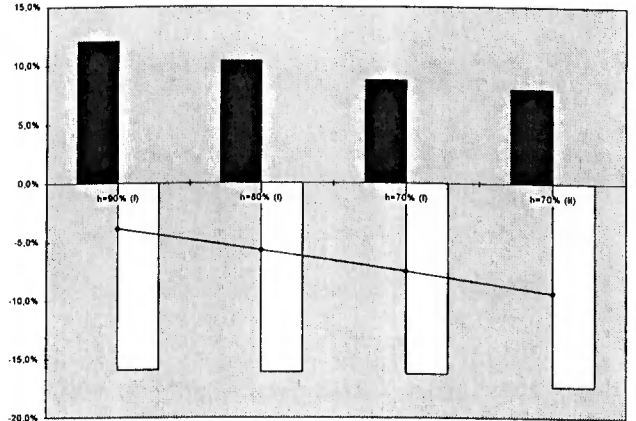
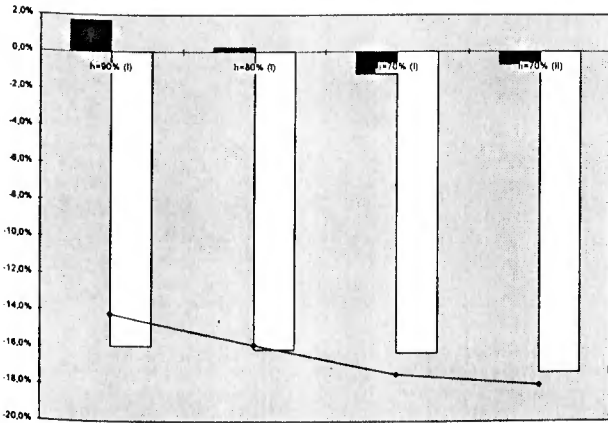
PF

GKF

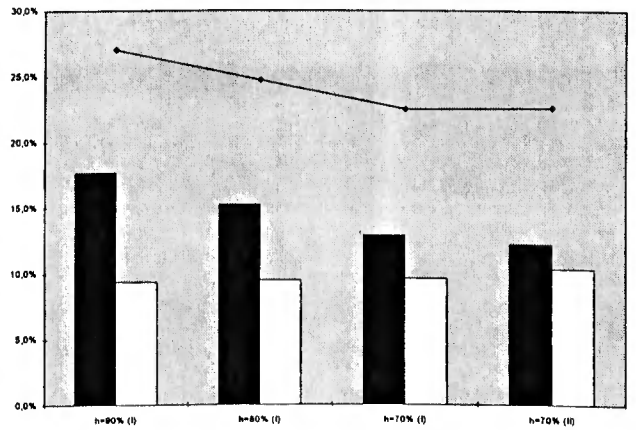
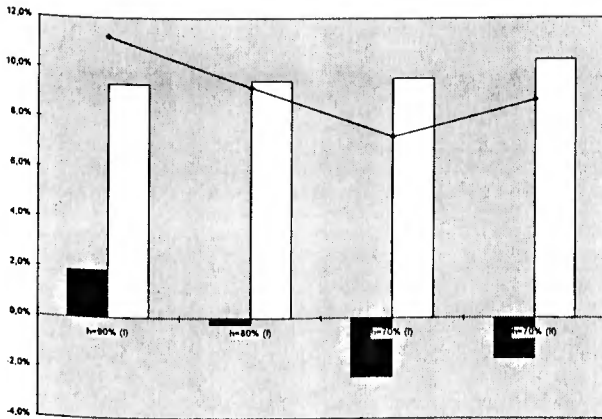
6% vs. 5%



6% vs 4%



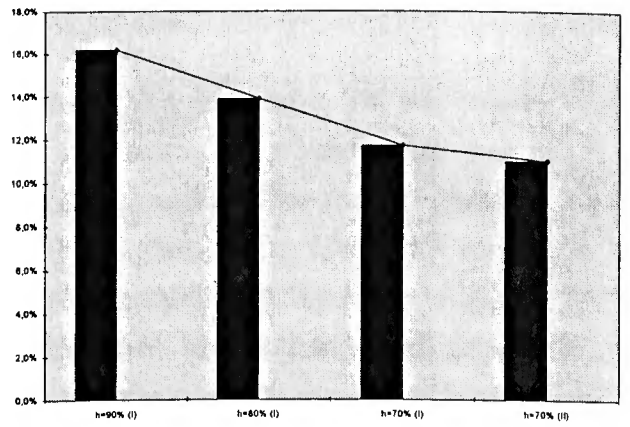
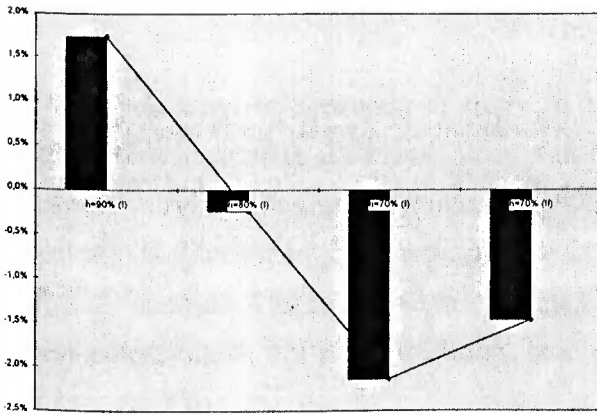
4% vs. 5%



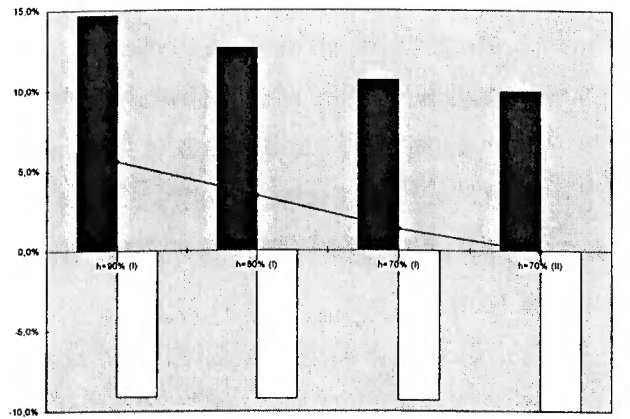
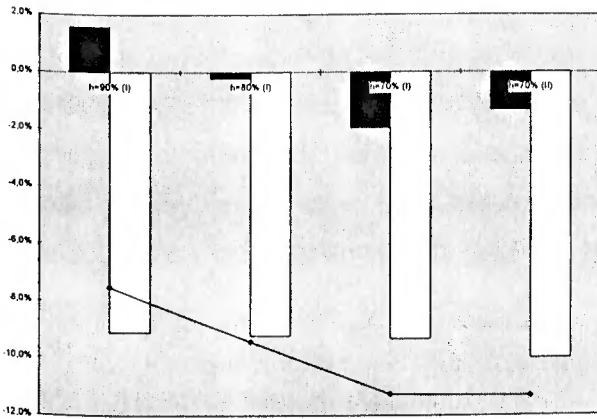
PF

GKF

4% vs. 4%



4% vs. 3%



IV - MODELO DE *PROFIT-TESTING* APLICADO ÀS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS

O capítulo anterior debruçou-se sobre os saldos resultantes do valor actual das rendas inteiras postecipadas unitárias. Esse valor entra no cálculo do prémio único e das respectivas provisões matemáticas, bem como, de modo mediato, nos rendimentos das aplicações financeiras, nas participações de resultados e, globalmente, nos saldos anuais de cada contrato. Contudo, embora se possa dizer que a rentabilidade das rendas vitalícias seja determinada, em primeira linha, pelo seu valor actual, não se devem negligenciar outros aspectos que, do seu efeito, a podem alterar bastante (dependendo da natureza de cada um deles ¹).

Antes da modelização da rentabilidade (através da aplicação das regras do *profit-testing*), começam-se por abordar antecipadamente as diferentes modalidades dos contratos de rendas susceptíveis de serem aplicadas nas companhias e, daí, retiram-se aquelas que serão desenvolvidas neste trabalho, com base nas quais o modelo assentará. Por fim, o modelo será verificado através da noção de equilíbrio actuarial, de forma a testá-lo.

IV.1 - Aspectos Metodológicos

Para o contrato genérico de rendas vitalícias imediatas existem inúmeras formas de comercialização ². Agrupadas e apresentadas essas formas, e dadas as múltiplas combinações possíveis, urge restringir o estudo àquelas que, cumulativamente, sejam correntes no mercado e possam simplificar os objectivos da análise posterior. O próximo quadro ilustra as principais variantes dos contratos de rendas e as escolhas que irão ser feitas, assinaladas com "X".

¹ Refira-se que o efeito de uma variação percentual na distribuição dos resultados ou mesmo na taxa de encargos é incomparável a uma variação no mesmo montante na taxa de juro.

² Este trabalho está orientado para as rendas vitalícias imediatas. Caso se tratasse de rendas vitalícias diferidas, teria de se adaptar o modelo de forma a retirar as conclusões correctas.

Variantes	Opções
a. Cálculo do valor actual das rendas	
a.1. Periodicidade dos pagamentos	
- Rendas inteiras (ou unitárias)	X
- Rendas fraccionadas	
a.2. Forma de pagamento	
- Rendas postecipadas	X
- Rendas antecipadas	
a.3. Crescimento dos termos	
- Rendas constantes	X
- Rendas crescentes	
- Em progressão aritmética	
- Em progressão geométrica	X
b. Número de vidas consideradas	
- Uma	X
- Mais que uma	
c. Evolução dos encargos de gestão	
- Encargos reais com crescimento igual à taxa de inflação	X
- Encargos reais com crescimento superior à taxa de inflação	X
- Encargos reais com crescimento inferior à taxa de inflação	X
d. Distribuição dos resultados anuais	
d.1. Tipos de saldos distribuídos	
- Totais	X
- Financeiros	X
- Técnicos	X
d.2. Formas de distribuição	
- Entrega directa aos segurados	X
- Aumento das rendas	X

Considerações:

- a. No modelo que se construirá, o cálculo actuarial apoiar-se-á em técnicas correntes nas seguradoras, de forma a aproximar-se o mais possível da realidade. Assim:
 - a.1. Assume-se que as rendas são pagas anualmente. Ou seja, visto que a manipulação de variantes mais rigorosas sobrecarregava o tratamento analítico do modelo (como se verá), compreende-se a abdicção das rendas fraccionadas (ou infra-anuais). As conclusões que se irão fazer não seriam muito alteradas se se considerassem rendas fraccionadas.
 - a.2. Durante o desenvolvimento do modelo, admite-se que o valor actual das rendas é calculado com os termos normais, i.e., postecipados. No entanto, tem-se a consciência de que, considerando rendas inteiras postecipadas (para simplificar), existe um erro no valor actual - que afecta a rentabilidade, ainda que tenuamente -, visto que grande parte dos contratos são feitos com rendas fraccionadas (geralmente mensais).
 - a.3. Retomam-se os valores actuais calculados no Anexo 5, para as taxas de crescimento das rendas de 0 e 2%. Não se utiliza o crescimento em progressão aritmética por não ser muito usual. Como se concluirá claramente pelo modelo, convém realçar que o crescimento das rendas interfere nos encargos de gestão dado que são, em regra, uma percentagem dessas.
- b. Não se estudam os contratos de rendas sobre mais que uma cabeça porque, na prática, além de representarem uma percentagem mínima nas carteiras, a inclusão no modelo trazia uma precisão marginal praticamente imperceptível.
- c. As cargas, designadamente de aquisição e de gestão, irão ter uma abordagem diferente: as primeiras, pela sua própria natureza, só ocorrem no início do contrato, enquanto as outras são plurianuais pelo que é mais provável que o seu valor previsto difira do valor efectivo. Assume-se que a referência para a evolução real dos encargos de gestão é a taxa de inflação, analisando-se assim as três hipóteses de evolução prevista face a essa taxa. O objectivo não é tanto demonstrar, por si só, o efeito de uma desadequação dos encargos previstos face aos reais - uma vez que o efeito na rentabilidade será mínimo - mas, antes, incorporar no modelo todas as situações de

modo a que, além dos saldos técnico e financeiro, se retire também o saldo dos encargos (que na realidade existe). As duas explicações principais para a existência desse último são: por um lado, uma subavaliação deliberada dos encargos, explicada por motivos concorrenciais; e, por outro, uma mudança não prevista na taxa de inflação de longo prazo.

- d. A participação nos resultados atribuída aos segurados é um processo que, além de ser justo e permitir conciliar os seus interesses com os da companhia, torna-se indispensável à concorrência dos produtos. Desse modo, a mensuração das condições de atribuição, por afectar bastante a rentabilidade dos contratos, tem de se levar em conta no *profit-testing*. Na prática, por vezes é aí que se pode distinguir, para o mesmo contrato, a rentabilidade positiva da negativa.
- d.1. Até agora, na maioria das companhias, os contratos têm prevista a participação dos saldos totais do ano ¹, independentemente dos resultados técnicos, ao passo que noutras isso é feito apenas para os saldos financeiros. Ora, nessa última situação, em virtude dos resultados técnicos serem muito inferiores aos resultados financeiros (e por vezes até eram negativos!), as seguradoras estavam a distribuir benefícios - porventura involuntariamente - na parte mais lucrativa, assumindo, elas próprias, o risco de mortalidade. Por esse motivo, vão-se comparar as rentabilidades nos casos da participação contemplar tanto os resultados totais como os resultados financeiros e técnicos isoladamente.
- d.2. Embora a influência seja muito menor que em d.1, a rentabilidade das rendas também depende da forma de distribuição dos resultados, ou seja, se são directamente entregues aos segurados através de numerário ou se, por oposição, são convertidos em aumento das rendas nos anos posteriores. A título de exemplo refira-se o seguinte: (i) se a rentabilidade no saldo que é distribuído for inferior à do saldo que não é, ou sobretudo (ii) se for provável existirem défices em anos futuros para um dado tipo de saldo distribuído (técnico e ou financeiro), então é inviável a opção de distribuição dos resultados através da segunda forma anterior pois, conforme esses casos, (i) os ganhos marginais potenciais obtidos poderão não compensar o risco de

¹ Trata-se da aglutinação dos saldos de todas as variáveis, correspondendo ao saldo efectivo do ano, entendido como a diferença entre as provisões matemáticas disponíveis no ano anterior devidamente capitalizadas à taxa de juro passiva "i" e a soma das rendas e encargos do ano com as respectivas provisões que é obrigatório constituir.

poder haver prejuízo no saldo em questão e (ii) os prejuízos agravam-se. Trata-se de um aspecto que o modelo pretende ultrapassar, fazendo uma ruptura nas condições usuais de atribuição dos resultados.

IV.2 - Construção do Modelo

Por forma a simplificar a apresentação do modelo, será feita uma análise parcial por grandes temas, com as classificações necessárias. O modelo final resulta da inclusão das seguintes parcelas: prémio único, provisões matemáticas, resultados do exercício sem participação, apuramento dos resultados e, finalmente, resultados do exercício após participação. Essa é a visão da companhia de seguros. Daí, e com as necessárias adaptações, parte-se para a perspectiva dos segurados. Após a exposição dessas duas faces de um contrato, apresentam-se as respectivas contas de exploração. Contudo, antes de tudo isso, é necessário apresentar as hipóteses fortes do modelo, o que será feito já de seguida.

IV.2.1 - Hipóteses Centrais

O modelo será construído à volta de dois objectivos principais, ainda que por vezes haja colisão entre eles. Por um lado, tenta-se seguir, o mais possível, os procedimentos praticados pela maior parte das seguradoras; e, por outro, incluem-se no modelo processos considerados aceitáveis (e entendidos como aqueles que melhor correspondem à situação real dos contratos) ainda que isso não se possa diluir com algumas matérias que são impostas, exteriormente, às companhias.

São três os pontos onde há divergência formal entre (1) o que é exigido às companhias e (2) o que o modelo considera. Eles referem-se (A) às provisões matemáticas, (B) aos défices e (C) à distribuição dos resultados. Para cada um desses pontos, compara-se (1) com (2), justificando as actuações seguidas no modelo.

(A) Provisões Matemáticas

- (1) Na prática, as seguradoras têm de calcular as PM com base nas condições (teóricas) da tarifa, no que respeita às probabilidades de sobrevivência e aos encargos de gestão. Relativamente à taxa técnica, é vulgar exigir-se às companhias uma $tt^{PM} < tt^{PU}$, mas isso acontece sobretudo quando " tt^{PU} " se situa próximo de um certo valor de " i " entendido como referência. Face aos cenários apresentados em III.2, é aceitável que, na realidade, apenas seja imposta a constituição de PM à taxa " tt^{PM} " nos cenários em que $tt^{PU} = 6\%$, já que nas restantes taxas técnicas - 3 e 4% - os valores são suficientes para permitir que as seguradoras cumpram o objectivo de segurança ¹.
- (2) Por questões de coerência e uniformização dos procedimentos e, por outro lado, de tentativas de adaptação às evoluções conjuntural e estrutural das taxas de juro - pois o que hoje pode ser considerado uma taxa relativamente baixa para " tt^{PU} ", em qualquer momento pode deixar de sê-lo, dadas as alterações ocorridas na taxa " i " -, vai-se usar sempre a relação $tt^{PM} = tt^{PU} - 1\%$.

Além disso, usam-se as condições de mortalidade e de encargos de gestão consideradas como sendo efectivas, em vez das condições teóricas. Essas duas condições efectivas exigem uma análise separada:

- Tendo sido já analisadas as tábuas de mortalidade - PF, GKF e PP^h -, pode-se afirmar que embora nas idades não excessivamente avançadas as tábuas PF e GKF se comportem bem face à mortalidade real, é nas idades a partir dos 80 ou 90 anos (respectivamente para cada tabela) que os défices começam a surgir. Para se precaverem, as seguradoras devem aprovisionar com base em probabilidades efectivas, e não teóricas;
- Raciocínio semelhante sucede com os encargos de gestão. Os motivos para a diferença entre os encargos teóricos e efectivos já foram mencionados; o que não foi é o facto de se utilizar, na tarifa, uma taxa de crescimento dos encargos igual à taxa de crescimento das rendas e também desse crescimento coincidir com o crescimento das rendas. Por outras palavras: se essa última taxa fosse nula, não se admitia crescimento nos encargos; mesmo que não fosse, mas desde que se admita

¹ São as instituições supervisoras que, implícita ou explicitamente, se pautam pelo valor das PM constituídas como referência do critério de segurança a ser cumprido pelas seguradoras.

que toma um valor inferior ao crescimento efectivo dos encargos (o que é de esperar), está-se permanentemente a subavaliar a realidade; além disso, ao considerar rendas geométricas postecipadas unitárias, está-se forçosamente a admitir que no primeiro ano não existe evolução dos encargos, o que também não é correcto. Todos esses problemas são solucionados considerando a evolução real dos encargos efectivos.

(B) Défices

(B.1) Défices nos anos iniciais

- (1) Quando é exigido o uso de " tt^{PM} " - e nunca quando $tt^{PM} = tt^{PU}$ -, pode acontecer que as reservas finais nos primeiros anos sejam inferiores às PM (calculadas com base nessa taxa técnica). Sendo um dado a obrigação de constituir essas PM, há duas formas de resolver os défices: cobrança de uma carga de segurança aos segurados (introduzida no prémio único) e, caso seja insuficiente, recolha de fundos externos ao contrato (quer seja através da contração de empréstimos ou da injeção de capitais dos accionistas, ou mesmo da transferência dessas verbas provindas de outras carteiras).

Portanto, no caso de recolha desses fundos - qualquer que fosse a sua origem -, haveria que considerar uma taxa de juro agravada de financiamento ¹. Uma forma de aplicá-la seria admitir o pagamento de rendas certas até que os défices acabassem.

Mais: calculando, como se viu, as PM sob condições teóricas, se a carga de segurança referida for muito ligeira então, em todas as situações onde é obrigatório o emprego de " tt^{PM} ", torna-se necessário recorrer a esse financiamento e, portanto, suportar os encargos que daí advêm o que, em termos de rentabilidade a longo prazo, se torna desaconselhável, como se explicará mais em pormenor.

¹ Taxa "g", vista em II.3.



- (2) Pelo contrário, o modelo trata os défices nos anos iniciais de uma maneira diferente, até porque esses défices são determinados, em parte, pelas condições admitidas no cálculo das PM (independentemente da taxa técnica adoptada) que, como já se disse, diferem entre (1) e (2).

Oportunamente irá ver-se que para a GKF, mesmo nos contratos sem cargas de segurança, nunca existem défices iniciais porque essa tábua goza de importantes ganhos de mortalidade nas idades mais baixas dos contratos - note-se que as idades iniciais médias são 67 anos nas carteiras do tipo I e 65 nas do tipo II - que superam o aumento das responsabilidades que advem de " tt^{PM} ". O problema põe-se é na PF onde, para os cenários com $tt^{PU}=6\%$ - portanto, mais propensos para que, actualmente, $tt^{PM} < tt^{PU}$ -, os défices ocorrem entre os primeiros três a cinco anos. Ou seja, admitindo-se que a tabela GKF é uma tabela orientada para os contratos que venham a ser constituídos, a necessidade de utilizar a taxa de financiamento "g" colocava-se apenas nos contratos que estão em vigor há pouco tempo ou - é isso que fundamentalmente interessa - que viessem a ser constituídos com base na PF.

No entanto, o modelo apenas considera essa taxa para défices de estrutura dos contratos, situação na qual os défices estavam sempre presentes, desde o início até ao fim dos contratos. Em termos de longo prazo, e sob uma óptica de rentabilidade, é fácil aceitar que, se um contrato for viável no sentido de, chegado o seu fim, ter gerado um valor actual acima do que é exigido, então não ser necessário incluir esse custo de financiamento. No entanto, apesar disso ser unânime, saliente-se que está subjacente o princípio de que, nesses anos, a companhia apenas reserva os valores que tem disponíveis, e não as PM. Ao nível do modelo, isso posteriormente terá implicações na participação dos resultados, como se verá na parte final de (C).

(B.2) Défices de estrutura

- (1) Esses défices, que aparecem quando as reservas se esgotam, são entendidos tal e qual como (B.1), ou seja, quando as reservas existentes não cobrirem as PM teóricas, há que colmatar as diferenças que, em princípio, são remuneradas à taxa "g". Dada a sua natureza, tratam-se de dois tipos de défices: os défices de estrutura propriamente ditos e os défices de PM.

Há a sublinhar que, face a certas condições adversas, se um contrato for eventualmente deficitário, haverão sempre défices (na hipótese dessas condições durarem até ao fim do contrato). Assim, ao ser imposta às seguradoras a constituição de PM para as quais elas não dispõem de reservas suficientes, está-se a contribuir para a acumulação de prejuízos; repare-se que, embora sob essas condições os prejuízos estivessem emergentes, eles só começariam efectivamente a ebulir e a ter efeitos práticos quando as reservas se esgotassem. É claro que se admite, a partir do surgimento dos défices, a contração de financiamentos para o pagamento das rendas e encargos.

- (2) É apenas aí que entra a taxa "g", e só a partir do momento em que as reservas se esgotam, ou seja, quando as rendas e encargos de gestão pagos estão a descoberto ¹. Nessas condições, opta-se por pagar cada défice anual através de uma renda certa, por um período correspondente até à idade-limite " ω ".

(C) Distribuição dos Resultados

- (1) Os resultados distribuídos são calculados com base nas PM legalmente constituídas, e de acordo com as condições dos contratos. Se, por exemplo, os resultados sujeitos a distribuição pelos segurados forem apurados a partir da segunda anuidade, então a companhia tem de os distribuir independentemente de terem sido anos deficitários ou não. Se isso parece não fazer muito sentido nos anos iniciais em que existem défices, a conclusão ainda é mais reforçada quando se tratam de défices de estrutura dado que a recuperação dos mesmos é irreversível.
- (2) Por prudência das companhias, e coadunação com as condições do próprio modelo, apenas se vai considerar participação nos resultados quando não houverem défices, sejam eles nos anos iniciais ou de estrutura. Sendo o pagamento de rendas uma obrigação regular que a companhia tem de honrar (pois, para tal, cobrou um certo prémio à cabeça), e dado que os resultados distribuídos constituem um benefício

¹ Felizmente para as companhias seguradoras, essa taxa é de rara utilização, como se verá no capítulo V, pois apenas se espera que ocorram necessidades de financiamento quando existirem fortes défices de mortalidade que anulem os prováveis benefícios financeiros, ou quando se verificarem prejuízos financeiros (ou seja, $tt^{PU} > i$, o que seria, para os contratos a celebrar, sintoma de imprudência).

extraordinário para os segurados, é defensável que esses resultados sejam dependentes da ocorrência de condições também elas extraordinárias para a companhia.

Há ainda a notar que, para todos os tipos de saldos distribuídos considerados - totais, financeiros ou técnicos -, o facto de se utilizar sempre " tt^{PM} " leva a que, nos anos onde haja distribuição, os segurados beneficiem pois os resultados apurados incidem sobre as PM. Nos saldos financeiro e técnico, isso observa-se directamente pela utilização de " tt^{PM} ", o que faz aumentar as PM; no caso do saldo total, vê-se pela relação demonstrada no Anexo 1.

IV.2.2 - Óptica da Companhia de Seguros

A - Prémio Único

Na tentativa de satisfazer certos objectivos de risco - estudados em pormenor na devida altura -, vai-se incorporar uma carga de segurança no prémio. O facto de, nos contratos de seguros, se confrontarem permanentemente os interesses da companhia com os dos segurados (ou seja, o mercado), e tendo a primeira uma fortuna limitada enquanto a dos segundos é quase ilimitada, leva a rejeitar qualquer "jogo" equitativo entre as duas partes contratantes; pelo contrário, os contratos têm de ser favoráveis à parte que tem capacidade limitada - a seguradora - porque senão, no longo prazo, terá probabilidade unitária de perder, ou seja, de falir ¹. Assim, a carga citada poderá neutralizar as oscilações prejudiciais na carteira e assegurar a sobrevivência da companhia no futuro.

Incidindo a carga directamente sobre o prémio puro ², resulta o seguinte prémio único comercial cobrado a um rendeiro com idade " x " ³:

¹ Trata-se do pressuposto básico da teoria dos jogos aplicada aos seguros.

² Desse modo, considera-se que o princípio de cálculo da carga de segurança é o do valor esperado, na medida em que $a_x' \cdot R$ constitui o valor esperado dos pagamentos a efectuar aos segurados, como se concluirá.

³ Considera-se que os segurados (ou rendeiros) têm data aniversária em 01 de Janeiro, de forma a evitar a interpolação no cálculo dos prémios.

$$(PU)^n = a_x^r \cdot (1 + \lambda + \alpha + \gamma + \delta) \cdot R \quad 1$$

As variáveis significam:

r	Taxa de crescimento anual das rendas
λ	Carga de segurança
α	Encargos de aquisição
γ	Encargos de gestão, por cada ano do prazo do contrato ²
δ	Encargos adicionais de gestão, referentes ao pagamento das rendas
R	Valor da renda anual ³
a_x^r	Valor actual das rendas com crescimento geométrico à taxa anual "r" ⁴

¹ Se se incluísem rendas pagas fraccionadamente (R), teria-se:

$$(PU)^n = a_x^{(m);r} \cdot (1 + \lambda + \alpha + \gamma + \delta) \cdot m \cdot R \quad ,$$

fazendo $a_x^{(m);r} = \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot \ddot{a}_x^r + \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot a_x^r$, que reflecte o valor actual das rendas (constantes infra-anualmente mas com os termos crescendo anualmente em progressão geométrica à taxa "r"). O parâmetro "m" representa o número de fraccionamentos anuais; toma o valor 1 nas rendas inteiras e 12 nas mensais, pelo que "m.R" traduz o total da renda paga por ano. Essa expressão para (PU)ⁿ é a que existiria quando o número de pagamentos anuais coincidissem com o respectivo número de fraccionamentos; caso contrário, teria de se considerar no prémio único a parte relativa ao(s) pagamento(s) suplementar(es), o que exigia um tratamento analítico muito mais pesado. Se se englobasse o pagamento do 13º mês em Novembro, por exemplo, e na hipótese de não existirem cargas adicionais a ele associado, viria:

$$(PU)^n = \left\{ a_x^{(m);r} \cdot (1 + \alpha + \gamma + \delta) \cdot m + v^{1/12} \cdot [1 - (11/12) \cdot q_x] \cdot a_{x+11/12}^r \right\} \cdot R \quad ,$$

onde $a_{x+11/12}^r = \frac{a_x^r \cdot [1 + (11/12) \cdot tt^{PU}] - (11/12) \cdot p_x}{1 - (11/12) \cdot q_x}$, e em que $v = 1/(1 + tt^{PU})$, traduzindo "tt^{PU}"

a taxa técnica de juro dos prémios.

² Normalmente expressam-se esses encargos por γ_1 (e concretamente nos contratos de rendas, por γ_1^*), para se distinguir de γ_2 que representa os encargos de gestão que incidem em cada ano do prazo de pagamento dos prémios.

³ Da maneira como o prémio está construído, note-se que, mesmo no primeiro ano dos contratos, a renda só é paga se os segurados estiverem vivos.

⁴ Recorde-se que para $r=0\%$ e $r=2\%$, os valores para diferentes taxas de juro constam do Anexo 5 que, no entanto, não engloba todas as combinações de taxas que uma análise cuidada de rentabilidade requer.

B - Provisões Matemáticas

Para cada ano "k" do período de vigência de um contrato individual, a provisão matemática (PM) efectiva (ou real) a prémio de inventário, ${}_kV'_x$ ¹ é:

$${}_kV'_x = \left[a'_{x+k}{}^r \cdot (1+r)^k + (\gamma' + \delta') \cdot a'_{x+k}{}^f \cdot (1+f)^{k+1} \right] \cdot R^2,$$

com ${}_0V'_x = 0$, em que γ' e δ' são os encargos de gestão efectivos, e onde $a'_{x+k}{}^r$ representa o mesmo que $a_{x+k}{}^r$ apenas com a (grande) diferença de ser construída com as tabelas de mortalidade supostas efectivas - e pondo-se uma ressalva quanto às taxas técnicas aplicadas, que consiste em usar a taxa " tt^{PM} " ($tt^{PM} < tt^{PU} < i < d$), na sequência do que vem de IV.2.1, concretamente de (A) - (2) -, enquanto a segunda tem subjacente as condições teóricas do prémio único.

$a'_{x+k}{}^f$ tem um significado idêntico a $a'_{x+k}{}^r$, só que agora admite-se que os encargos crescem anualmente em progressão geométrica à taxa de inflação "f". Por uma questão de aplicação à realidade - embora o efeito na rentabilidade final seja negligenciável -, e uma vez que serão consideradas rendas anuais postecipadas, assume-se que os encargos de gestão, por serem periódicos, acompanham o efeito inflacionário logo no primeiro ano. Por outro lado, para simplificar, considera-se que as alterações em "f" se reflectem nos encargos efectivos, ou seja, γ' e δ' .

De acordo com o *profit-testing*, a provisão que a companhia tem de constituir no final de cada ano não é ${}_kV'_x$ mas sim esse valor ponderado pela probabilidade de sobrevivência efectiva (retirada da tabela de mortalidade real, de acordo com o "h" em causa). Daí, o montante disponível para cada ano "k" - obtido através da diferença entre a provisão

¹ A notação ${}_kV'_x$ expressa a PM de inventário efectiva. Em rigor, esse símbolo costuma representar a PM a prémio de inventário teórica, sendo vulgar traduzir a PM a prémio puro (também teórica) por ${}_kV_x$. Visto que, neste trabalho, se usará a PM a prémio de inventário (a menos que se diga expressamente o contrário), irá utilizar-se ${}_kV_x$ para as provisões reais, e ${}_kV'_x$ para as provisões teóricas.

² Deve-se ter sempre presente que a'_{x+k} se retira de tábuas construídas com uma certa taxa de valorização ("r" ou "f"), desde a idade inicial "x".

inicial devidamente capitalizada e a provisão final expurgada da probabilidade de morte no ano - é expresso por:

$$(1+i) \cdot {}_{k-1}V'_x - P'_{x+k-1:k} V'_x ,$$

transitando ${}_{k-1}V'_x$ do ano anterior (tal como ${}_kV'_x$ passará para o ano seguinte, a título de PM inicial de "k+1"). Diga-se, desde já, que a diferença de cima é destinada a pagar as responsabilidades da companhia com rendas e encargos de gestão no ano "k" do contrato.

C - Resultados do Exercício Sem Participação

A determinação da rentabilidade de um contrato pressupõe, antes de mais, o conhecimento dos proveitos e custos da companhia, mais especificamente o prémio único cobrado, as provisões matemáticas, as rendas pagas anualmente e os vários encargos suportados, bem como a distribuição dos resultados. Os dois primeiros assuntos já foram debatidos; os restantes sê-lo-ão daqui para a frente. Por agora, o objectivo é equacionar os resultados de cada exercício sem participação nos resultados.

Para o cálculo dos saldos anuais, note-se que:

- as rendas, tal como os encargos, ocorrem no final de cada período, ou seja, são postecipadas;
- os encargos de aquisição são supostos serem contabilizados pela companhia de seguros aquando da recepção do prémio único, visto serem pagos quase em simultâneo com esse;
- sujeitas à taxa de juro de mercado presumida - taxa "i" - estão as operações financeiras de capitalização anual (e por períodos múltiplos) das provisões matemáticas. Por não existir qualquer probabilidade envolvida na obtenção dos rendimentos financeiros do primeiro ano (que derivam da aplicação da taxa "i" ao prémio único comercial líquido dos encargos de aquisição, i.e., $i \cdot [(PU) - \alpha \cdot a_x^r \cdot R]$

1), optou-se por inscrever, no saldo desse ano, o valor correspondente ao prémio líquido, ignorando a capitalização e a respectiva actualização.

Introduzindo os factores de actualização actuarial para o início do contrato (${}_k p'_x \cdot v^k$ e, para as PM iniciais, ${}_{k-1} p'_x \cdot v^k$, em que $v=1/(1+d)$, sendo "d" a taxa de desconto) têm-se, para cada "k", os seguintes saldos finais actuais (S'_k), para as rendas inteiras:

$$k=1 \quad S'_1 = [(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] - p'_x \cdot v \cdot [1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1 + f)] \cdot R - p'_x \cdot v \cdot {}_1 V'_x$$

$$k=2 \quad S'_2 = p'_x \cdot v^2 \cdot (1+i) \cdot {}_1 V'_x - {}_2 p'_x \cdot v^2 \cdot [(1+r) + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^2] \cdot R - {}_2 p'_x \cdot v^2 \cdot {}_2 V'_x$$

$$k=3 \quad S'_3 = {}_2 p'_x \cdot v^3 \cdot (1+i) \cdot {}_2 V'_x - {}_3 p'_x \cdot v^3 \cdot [(1+r)^2 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^3] \cdot R - {}_3 p'_x \cdot v^3 \cdot {}_3 V'_x$$

(:)

Nas expressões anuais anteriores estão ignoradas as eventuais necessidades de financiamento (NF) - recorde-se que são os défices de estrutura - que, como se referiu em II.3 e IV.2.1, são sujeitas à taxa de juro agravada "g". Elas só serão consideradas mais à frente, quando se conhecerem os défices e os respectivos encargos.

Para introduzir esse tipo de custo no modelo, e assumindo que ele só ocorre quando as reservas se esgotam - défices de estrutura -, seria preciso conhecer o ano " k^* " em que isso acontece, ou seja, aquele onde se tem:

$$[(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] - \sum_{z=1}^{k^*} {}_z p'_x \cdot v^z \cdot [(1+r)^{z-1} + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^z] \cdot R < 0,$$

¹ Há a salientar que não se pôs $(PU)'' - (\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R$ dada a distinção entre as naturezas probabilística de $\lambda \cdot a_x^r \cdot R$ e determinística de $\alpha \cdot a_x^r \cdot R$.

sendo o módulo desse valor a necessidade extraordinária de financiamento em " k^* " (NF_{k^*}).

Se o contrato estivesse em equilíbrio perfeito, então " k^* " coincidiria com " $\omega-x$ ", vindo nulo o resultado da diferença traduzida na expressão anterior. Nessa expressão, o somatório representa os pagamentos de rendas e encargos efectivos. Repare-se que, nesse âmbito, a taxa implícita em " v " é " i " (e não " d "). Ignorando por agora os encargos de gestão (que, tal como se viu, sofrem uma evolução temporal que pode diferir dos pressupostos da tarifa - ao contrário do que acontece com o crescimento das rendas, onde " R " e " r " são sempre controlados pelas companhias), vê-se facilmente que as reservas acumuladas são tanto maiores quanto menores forem as probabilidades ${}_z P'_x$ e maiores as taxas de juro (ou seja, menores os factores " v^z ").

A aplicação da taxa " i " na expressão da desigualdade anterior necessita de uma explicação. Note-se que " i " é a taxa que, efectivamente, ano após ano, a companhia obtém na aplicação das reservas existentes, pelo que não era realista usar uma taxa superior para o custo de oportunidade (isto é, a actualização) das rendas e encargos suportados. Nesse raciocínio, há que ter presente que as reservas aplicadas em cada ano são intrínsecas ao próprio prémio; por outras palavras, na construção desse teve-se em conta uma certa taxa de actualização (que, concretamente, é a taxa " tt^{PU} "). Olhando para a diferença entre (PU)" e todas as rendas e encargos actualizados, então quanto maior a taxa de actualização, maior essa diferença, o que sobrevalorizava as reservas disponíveis, não correspondendo à realidade nem ao espírito conservador das companhias.

Posto isso, os défices de estrutura (equivalentes às necessidades de financiamento a partir de " k^* ") são:

$$NF_{k^*} = \begin{cases} NF_{k^*} & , k^{\#} = k^* \\ {}_{k^{\#}} P'_x \cdot v^{k^{\#}} \cdot \left[(1+r)^{k^{\#}-1} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k^{\#}} \right] \cdot R & , k^{\#} = k^* + 1, k^* + 2, \dots \end{cases}$$

Isto é, a partir de " k^* ", qualquer pagamento efectuado pela companhia (a título de rendas e encargos) traduz-se numa perda que é suportada só por si (e cujo agravamento à taxa " g " se vai calcular).

Contudo, é impossível saber, logo à partida, o " k^* " exacto porque isso depende da tarifa cobrada e da evolução real dos contratos ¹. Para o ano " k^* " e seguintes, têm de se deduzir os encargos financeiros suportados, decorrentes dos défices NF_{k^*} . Admitindo-se que a dívida é paga regularmente no fim de cada ano até à expiração esperada dos contratos, o respectivo custo total do financiamento contraído - défice e encargos - é inscrito no exercício a que o défice respeita ² e resulta de:

$$NF_{k^*} \cdot \frac{a_{\omega-x-k^*} \lrcorner i}{a_{\omega-x-k^*} \lrcorner g},$$

sendo " ω " a idade-limite. $a_{\omega-x-k^*} \lrcorner g$ traduz a renda financeira à taxa " g ", que serve para o cálculo das prestações anuais a pagar, utilizando-se a renda à taxa " i " para obter o custo actual do financiamento ³.

¹ Apenas se supõe que, em princípio, se " k^* " existir, seja referente a um dos anos finais dos contratos. Também se prevê que, para os restantes " $k^{\#}$ " (ou melhor, a partir de " k^*+1 "), os défices sejam decrescentes, como é natural, devido às probabilidades de sobrevivência.

² A inscrição por essa maneira não só facilita a apresentação e o tratamento do modelo, como é mais correcta sob pena de se compararem valores certos - os pagamentos anuais da dívida - com valores esperados - a duração dos contratos - onde era possível suceder-se a situação dos contratos de rendas já terem terminado e a dívida ainda não estar saldada, pelo que essa poderia não ser integralmente abatida aos resultados anuais dos respectivos contratos.

³ Uma forma alternativa para o custo de financiamento seria considerar que o total da dívida (amortização e juros) era pago no final do contrato, pelo que viria: $NF_{k^*} \cdot \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^{\omega-x-k^*} > NF_{k^*} \cdot \frac{a_{\omega-x-k^*} \lrcorner i}{a_{\omega-x-k^*} \lrcorner g}$,

$$\forall \omega - x - k^{\#} > 1.$$

De facto, com $g > i$, tem-se:

$$\frac{(1+g)^{\omega-x-k^*}}{(1+i)^{\omega-x-k^*}} \cdot \frac{1-(1+i)^{-(\omega-x-k^*)}}{i} \cdot \frac{g}{1-(1+g)^{-(\omega-x-k^*)}} = \frac{(1+g)^{\omega-x-k^*}}{(1+i)^{\omega-x-k^*}} \cdot \frac{(1+i)^{\omega-x-k^*} - 1}{(1+i)^{\omega-x-k^*}} \cdot \frac{(1+g)^{\omega-x-k^*}}{(1+g)^{\omega-x-k^*} - 1} \cdot \frac{g}{i} =$$

$$= \frac{(1+g)^{\omega-x-k^*}}{(1+i)^{\omega-x-k^*}} \cdot \left[1 - \frac{(1+i)^{\omega-x-k^*} - 1}{(1+g)^{\omega-x-k^*} - 1} \cdot \frac{g}{i} \right] > 0, \text{ pois } \frac{(1+g)^{\omega-x-k^*} - 1}{g} > \frac{(1+i)^{\omega-x-k^*} - 1}{i}$$

No entanto, assumindo que a companhia tem capacidade para pagar gradualmente a dívida (e não apenas no final da vida dos contratos), essa hipótese é abandonada, até porque nem é vulgar.

De tudo isso resulta que, num dado contrato individual, o valor actual acumulado dos saldos é o que se segue:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{\omega-x} S'_k - \sum_{k^{\#}} NF_{k^{\#}} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^i}{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^g} - 1 \right) = \\
 & = \left[(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R \right] - R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k P'_x \cdot v^k \cdot \left[(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \right] + \\
 & + (1+i) \cdot \sum_{k=2}^{\omega-x} {}_{k-1} P'_x \cdot v^k \cdot {}_{k-1} V'_x - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k P'_x \cdot v^k \cdot V'_x - \sum_{k^{\#}} NF_{k^{\#}} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^i}{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^g} - 1 \right) = \\
 & = \left[(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R \right] - R \cdot \left[a_x^r + (\gamma' + \delta) \cdot a_x^f \cdot (1+f) \right] + \\
 & + (1+i) \cdot v \cdot \sum_{k=2}^{\omega-x} {}_{k-1} E'_{x \cdot k-1} V'_x - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k E'_{x \cdot k} V'_x - \sum_{k^{\#}} NF_{k^{\#}} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^i}{a_{\omega-x-k^{\#}-1}^g} - 1 \right)
 \end{aligned}$$

Para não incorrer no erro de dupla contagem dos valores, na última parcela estão representados apenas os encargos das necessidades de financiamento visto que os valores dos défices em si ($NF_{k^{\#}}$) estão incluídos nos saldos anuais (S'_k).

No entanto, alerte-se que o valor actual acumulado atrás referido pode não reflectir rigorosamente a realidade, dada a possível existência de défice(s) logo no(s) primeiro(s) ano(s) dos contratos, originado(s) pela utilização de $tt^{PM} < tt^{PU}$ nos cálculos das provisões. Desse modo, é provável que as reservas disponíveis no final do ano para um contrato cujo prémio se calculou segundo uma tabela antiga (como é a PF 60/64) sejam inferiores à PM final para $k=1$, e talvez para $k=2,3,\dots$, tanto mais quanto mais baixas forem as cargas de segurança ($\lambda \cdot a_x^r \cdot R$). Isso não acontece na GKF - para um diferencial entre as duas taxas técnicas de 1% - porque a sua mortalidade é, nos primeiros anos dos contratos, bastante inferior à tabela "real" usada nas provisões. De harmonia com a hipótese posta em IV.2.1, essa situação deficitária é só hipotética, pois no final de cada um desses anos apenas estão disponíveis as reservas iniciais capitalizadas e expurgadas das rendas e encargos de gestão do ano, e não as PM que seria necessário constituir, pelo que, nesses casos, o saldo - Saldo Anual - será nulo, como se explica a seguir.

Sendo " \bar{k} " o primeiro ano em que o Saldo Anual é positivo, então a solução para transpor a situação anterior consiste no seguinte:

$$\left. \begin{aligned} (1+i) \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x' \cdot R] - p'_x \cdot \{[1 + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)] \cdot R + V'_x\} < 0 & , k=1 \\ (1+i) \cdot \text{Reservas Iniciais}_k - p'_{x+k-1} \cdot \{[(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k] \cdot R + V'_x\} < 0 & , k=2,3,\dots, k < \bar{k} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Saldo Anual} = 0 ,$$

em que $\text{Reservas Iniciais}_k =$

$$= \begin{cases} (1+i) \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x' \cdot R] - p'_x \cdot [1 + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)] \cdot R & , k=2 \\ (1+i) \cdot \text{Reservas Iniciais}_{k-1} - p'_{x+k-2} \cdot [(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot R & , k=3,4,\dots \end{cases}$$

Portanto, devido ao emprego, para as PM, de uma taxa técnica inferior à dos prêmios, o *cash-flow* para efeitos de rentabilidade - o "Saldo Anual" - a considerar nesses primeiros anos pode ser nulo. Arrastado a isso vem a inexistência de participação nos resultados, pois por hipótese esses só são distribuídos se forem obtidos através das PM ("efectivas" - dado o emprego de $tt^{PM} < i$) bem como da capitalização das mesmas, nos casos em que não existem défices.

D - Apuramento dos Resultados

Obtidos os saldos anuais, é necessário retirar os saldos líquidos para a companhia de seguros, os quais dependem da forma de participação dos benefícios aos segurados - (1) ou (2), como se vai ver -, bem como do tipo de resultados distribuídos, para o que é necessário decompor os ditos saldos em diferentes naturezas.

D.1 - Formas de Participação nos Resultados

Considerando o cálculo da participação segundo o princípio histórico de contabilização (e não pelo princípio de especialização dos exercícios), é necessário atender ao seguinte:

(1) - Entrega directa aos segurados

Assume-se que os resultados a distribuir ficam disponíveis só no final da anuidade seguinte, momento em que são entregues aos segurados. Para a determinação dos saldos anuais, e de modo a ser coerente com o que se tem dito, actualiza-se o valor da distribuição através da taxa de desconto "d".

(2) - Aumento das rendas

Indo cada participação nos resultados (ou seja, DR_{k-1}) incrementar as rendas dos anos seguintes, é necessário calcular o aumento parcial de renda.

O aumento de benefício em cada um dos anos seguintes ao seu apuramento - k, k+1, ... - pode ser obtido por duas vias, conforme se considerem ou não os encargos de gestão. A primeira é a mais praticada pelas companhias, dado essas suportarem despesas de gestão com o aumento das rendas, e é a que se irá admitir no presente trabalho; a segunda vai ser empregue para avaliar o impacto dos encargos na rentabilidade, até porque a distribuição dos resultados sob a forma de entrega de numerário não engloba quaisquer encargos. Assim, vem:

- Aumento das rendas com encargos de gestão

Doravante, cada aumento parcial de renda a distribuir nos anos seguintes, e referente ao ano "k-1", representa-se por $\Delta_{k-1}^R = \frac{DR_{k-1}}{a_{x+k-1}^{u^{PV}; r=0} \cdot (1 + \gamma + \delta)}$, em que o divisor traduz o prémio único de inventário de uma renda unitária, calculado através das condições teóricas da tarifa e sem crescimento dos termos.

- Aumento das rendas sem encargos de gestão

Os aumentos parciais da renda resultam de $DR_{k-1} / a_{x+k-1}^{u^{PV}; r=0}$.

Relativamente a cada fracção de DR_{k-1} , do modo como se calculam os benefícios adicionais para os anos $k, k+1, \dots$, resultam dois desvios (desprezando aqueles originados pelos encargos de gestão):

- um, de mortalidade (que na tabela GKF é geralmente positivo)

$$(p_{x+t-1} - p'_{x+t-1}) \cdot \frac{DR_{k-1}}{a_{x+k-1}^{\text{"PU";r=0}} \cdot (1 + \gamma + \delta)}, \text{ com } t = k, k+1, \dots, \omega-x$$

- e outro, financeiro (que, em princípio, será positivo)

$$(i - tt^{\text{PU}}) \cdot \frac{DR_{k-1}}{a_{x+k-1}^{\text{"PU";r=0}} \cdot (1 + \gamma + \delta)}$$

Se não se incluíssem os encargos de gestão, a adaptação seria imediata.

Daí conclui-se que, em caso de possíveis condições de mortalidade e financeiras desfavoráveis que provoquem prejuízos de exploração, seja aconselhável a companhia distribuir os resultados sob a forma (1) em vez de (2).

A utilização de $r=0$ prende-se sobretudo com a necessidade de uma melhor distribuição dos benefícios ao longo dos anos - não obstante a desvalorização dos acréscimos ser uma desvantagem, para cada DR_{k-1} , uma vez que em caso de distribuição de resultados referentes a múltiplos exercícios (DR_{k-1} , DR_k , DR_{k+1} , ... - se existirem), os aumentos acumulados em cada ano (e relativos a diferentes DR) permitem colmatar o efeito inflacionário, nas rendas com $r=0$. Pelo contrário, se se calculasse com $r>0$, então os crescimentos geométricos de cada aumento parcial da distribuição dos resultados e, por outro lado, possivelmente da própria renda anual em si, traduziam-se em exageradas taxas de crescimento anuais, contrárias a um espírito regular de acompanhamento do nível de vida dos rendeiros.

Funcionando essa forma de distribuição dos resultados como um compromisso da companhia em assegurar, vitaliciamente, o pagamento de uma renda adicional aos

segurados, surge a necessidade de alterar as provisões a constituir no final do ano, face a essas obrigações posteriores. Como tal, vem:

$${}_k V'_x{}^{\Delta^R} = {}_k V'_x + \left[a'_{x+k}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot a'_{x+k}{}^f \cdot (1+f)^{k+1} \right] \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s{}^R,$$

quaisquer que sejam os resultados distribuídos, e em que $\sum_s \Delta_s{}^R$ representa a soma de todos os aumentos adicionais de rendas distribuídos até "k". Note-se que cada "s" é o ano a que se refere o apuramento dos resultados, e não o ano da sua distribuição.

Quando a distribuição dos resultados sob o aumento de rendas incide sobre o saldo total, o limite superior do somatório anterior é "k-2" embora, em rigor, devesse ser "k-1" dado que a companhia, em "k", tem de constituir provisões para cobrir o aumento parcial periódico de $\Delta_{k-1}{}^R$. Começa-se em "k-2", pelas seguintes razões conjugadas:

- Assemelhando-se, para todos os efeitos, os aumentos parciais de rendas (referentes a um certo apuramento anual de resultados, DR_{k-1}) ao prémio único de inventário - e igual a $DR_{k-1} = a'_{x+k-1}{}^{PU; r=0} \cdot (1+\gamma+\delta) \cdot \Delta_{k-1}{}^R$ - então, no caso de se constituir a PM final no primeiro ano de distribuição de $\Delta_{k-1}{}^R$, ou seja, em "k", seria preciso considerar, para obtenção do saldo de exploração associado ao primeiro aumento da renda $(S_1^{\Delta_{k-1}{}^R})^1$, o prémio de inventário capitalizado. Isto é, em "k", ter-se-ia:

$$S_1^{\Delta_{k-1}{}^R} = (1+i) \cdot DR_{k-1} - p'_{x+k-1} \cdot \left\{ \left[1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \right] \cdot \Delta_{k-1}{}^R + {}_k V'_x{}^{\Delta_{k-1}{}^R} \right\},$$

em que ${}_k V'_x{}^{\Delta_{k-1}{}^R} = \left[a'_{x+k}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot a'_{x+k}{}^f \cdot (1+f)^{k+1} \right] \cdot \Delta_{k-1}{}^R$.

- Acabou-se por admitir que $S_1^{\Delta_{k-1}{}^R} = 0$, já que se assim não fosse seria necessário considerar, nesse primeiro ano, o impacto da diferença entre as condições teóricas admitidas e as que depois se concretizam, o que obrigava a um tratamento muito mais pesado, com a agravante do resultado ficar (praticamente) inalterado, nomeadamente

¹ Esse saldo acresceria ao saldo de exploração do contrato inicial no respectivo ano.

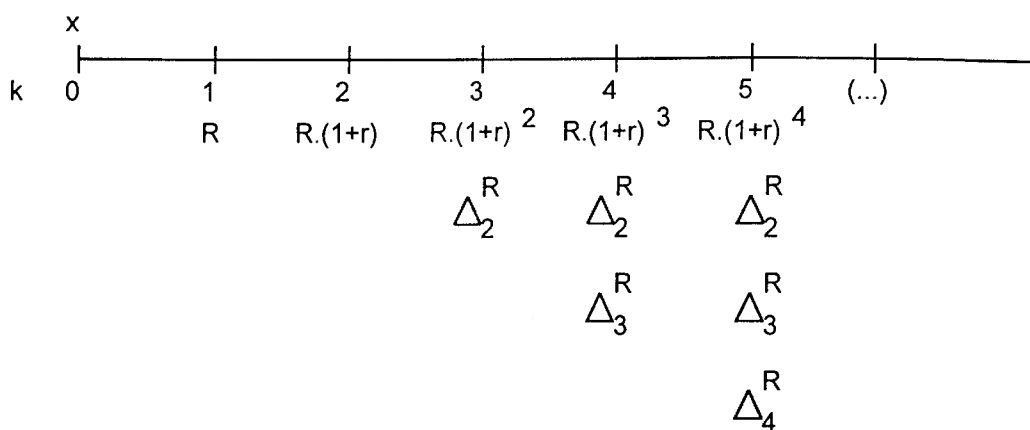


em termos de rentabilidade, pois os valores envolvidos são infinitésimos ¹. Note-se que a distinção dessas condições, tal como se fará na próxima secção para os contratos gerais, exigia a repetição desse processo (de distinção das condições) para cada DR_{k-1} .

Por tudo isso, compreende-se que o limite para o caso do saldo total seja "k-2", em vez de "k-1".

Há a realçar, por outro lado, que o tal somatório não acaba em "k" visto não fazer sentido a companhia estar a aprovisionar verbas sobre responsabilidades incertas. De facto, no momento da constituição das provisões, ainda não estão apurados os resultados obtidos em "k". Se existirem, eles só entrarão nas provisões do ano "k+1", dadas as obrigações futuras regulares da seguradora a partir dessa data.

Para melhor elucidação de tudo o que foi dito, faça-se a seguinte representação gráfica:



¹ Além disso, note-se que pelo facto de se utilizar, para as $PM_k V_x^{\Delta_{k-1}^R}$, uma taxa técnica inferior à dos prémios, podem existir saldos negativos nos anos iniciais ($S_1^{\Delta_{k-1}^R}$, $S_2^{\Delta_{k-1}^R}$, ..., respectivamente para "k", "k+1", ...), o que exigia um procedimento especial, à semelhança do que se considerou para as rendas normais.

D.2 - Decomposição do Saldo Anual

Para apurar a distribuição de benefícios aos segurados, e visualizar as diferentes causas responsáveis pelos ganhos e perdas em cada saldo anual da companhia, há que separar três tipos de resultados, que são: técnico ¹, financeiro e de encargos. A soma deles traduz-se no saldo total.

Assumindo, para simplificar, que em cada ano "k", a distribuição dos resultados é feita pela sua entrega directa aos segurados, então o saldo resulta do desvio entre as condições efectivas dos contratos (A) e as hipóteses iniciais avançadas para os mesmos (B). Contudo, uma vez que (B) é sempre nulo, o saldo total consiste em (A).

Embora o saldo total anual se decomponha nas parcelas técnica, financeira e de encargos, vai-se orientar a atenção para outro âmbito de análise, que consiste em dividir esse saldo em componentes, que são concretamente: PM iniciais, rendas do ano, encargos do ano e PM finais.

Isso traduz-se em ²:

$$\begin{aligned}
 (A) - (B) &= \left\{ (1+i)_{\cdot k-1} V'_x - p'_{x+k-1} \cdot \left[(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \right] \cdot R + {}_k V'_x \right\} - \\
 &- \left\{ (1+tt^{PU})_{\cdot k-1} V_x - p_{x+k-1} \cdot \left[(1+r)^{k-1} \cdot (1+\gamma + \delta) \cdot R + {}_k V_x \right] \right\} = \\
 &= \left[(1+i)_{\cdot k-1} V'_x - (1+tt^{PU})_{\cdot k-1} V_x \right] + (p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R + \\
 &+ \left[p_{x+k-1} \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1+r)^{k-1} - p'_{x+k-1} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \right] \cdot R + (p_{x+k-1} \cdot V_x - p'_{x+k-1} \cdot V'_x) = \\
 &= (1) + (2) + (3) + (4)
 \end{aligned}$$

Veja-se que ${}_k V'_x = a'_{x+k} {}^{''PM,r} \cdot (1+r)^k \cdot R + (\gamma' + \delta) \cdot a'_{x+k} {}^{''PM,f} \cdot (1+f)^{k+1} \cdot R$ (PM reais), enquanto que ${}_k V_x = a_{x+k} {}^{''PU,r} \cdot (1+r)^k \cdot (1+\gamma + \delta) \cdot R$ (PM teóricas).

¹ Corresponde aos desvios de mortalidade e também ao ganho de exploração pela utilização de "tt^{PM}" (< tt^{PU}).

² Vão-se ignorar os encargos financeiros das eventuais necessidades de financiamento.

Como as componentes do saldo anual (à excepção da segunda) têm incorporados desvios conjuntos - devido às variações nos vários parâmetros envolvidos -, vão-se desagregá-las em desvios isolados. Só assim é possível a explicação exacta acerca da contribuição de cada desvio no saldo total. Isso faz-se apenas por uma questão teórica visto que, na prática, só interessam aqueles que são objecto de distribuição aos segurados, independentemente da forma de participação. O Anexo 6 mostra a forma como se decompõe o saldo do ano.

D.3 - Tipos de Saldos a Distribuir

Seguindo a metodologia proposta em IV.1, vão-se expor as fórmulas para calcular o valor da participação nos resultados aos segurados, para cada forma de distribuição. Os saldos distribuídos (sejam totais, financeiros ou técnicos) - DR_{k-1} - estão líquidos dos défices anuais acumulados até ao ano anterior ao apuramento dos resultados. Além disso, a condição central para a participação nos benefícios alcançados é a garantia (previsível) de que não existirão défices de estrutura, ou seja, $NF_{k^*} = 0$.

Por outro lado, independentemente do tipo de saldos, considera-se que a participação nos resultados é apurada só a partir da segunda anuidade dos contratos, sendo distribuídos a partir do terceiro ano. Saliente-se ainda que a prova de vida é feita no fim de cada ano, para estar em consonância com o pagamento postecipado das rendas.

D.3.1 - Saldo Total

Trata-se do modo como as companhias de seguros, normalmente, apuram os resultados a distribuir, não sendo assim necessário, nesse caso, decompor o saldo anual visto que a totalidade é objecto de distribuição. Como se vai analisar, poderão existir alguns problemas.



(1) Entrega directa aos segurados

Relativamente ao ano "k-1", tem-se:

$$STotal_{k-1} = (1+i)_{\cdot k-2} V'_x - p'_{x+k-2} \cdot \left\{ [(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot R_{+k-1} V'_x \right\}, k=3,4,\dots$$

Mesmo que existam deficiências nos contratos (aos níveis técnico, financeiro e de encargos), através da definição do saldo total nota-se que esse pode ser positivo porque:

- a taxa técnica de referência é " tt^{PM} " e não " tt^{PU} " pelo que, se $tt^{PM} < i < tt^{PU}$, existem resultados positivos camuflados;
- as PM são construídas usando (" tt^{PM} " e) as probabilidades de sobrevivência e os encargos de gestão efectivas, donde os desvios em relação às condições da tarifa não são retratadas no saldo anual. Apenas se reflectem, como se deduz, os desvios entre " i " e " tt^{PM} ".

Dessa forma, há que condicionar necessariamente a atribuição dos resultados à inexistência de prejuízos que impliquem, no seu todo, saldos deficitários. Assim, assume-se a hipótese de só haver $STotal_{k-1}$ desde que:

$$(p_{x+k-2} - p'_{x+k-2}) \cdot \left\{ [(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot R_{+k-1} V'_x \right\} + (i - tt^{PU})_{\cdot k-2} V'_x > 0$$

ou seja, se a soma entre $STécnico_{k-1}$ e $SFinanceiro_{k-1}$ (definidos mais à frente) seja positiva.

Também há a incluir os eventuais défices acumulados de anos anteriores a "k-1" e não amortizados, que se traduzem por $D^a_{k-2} = \sum_{n=1}^{k-3} D_{k-1-n}$ ¹. Para um qualquer "k", entende-se

¹ Repare-se que, com $n=k-3$, $D^a_2 = D_2$, visto tratar-se do primeiro défice susceptível de existir.

Por outro lado, note-se que nessa representação, para todo o "k" possível, se $n=1$ então o défice é total, ou seja, não foi alvo de qualquer amortização.

que $D_k = (p'_{x+k-1} - p_{x+k-1}) \cdot \left\{ [(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k] \cdot R +_k V'_x \right\} + (tt^{PU} - i) \cdot_{k-1} V'_x > 0$,
 que traduz o défice anual¹. Assim, $D^a_{k-1} = D_{k-1} + D^a_{k-2}$.

Posto isso, a atribuição dos resultados aos segurados de acordo com o saldo total anual, sendo "p" a percentagem de participação, é:

$$DR_{k-1} = \begin{cases} p \cdot (STotal_{k-1} - D^a_{k-1}) & \Leftarrow STotal_{k-1} > 0 \wedge STotal_{k-1} > D^a_{k-1} \wedge \\ & \wedge D_{k-1} = 0 \\ 0 & \Leftarrow \text{outros casos} \end{cases}$$

Se $STotal_{k-1} < 0$ (devido, de forma geral, a $i < tt^{PM}$), então verifica-se que o módulo $|STécnico_{k-1} + SFinanceiro_{k-1}| = D_{k-1}$ (se $STécnico_{k-1} + SFinanceiro_{k-1} < 0$), que será transferido para o ano seguinte. Por outro lado, se $STotal_{k-1} > 0$ e $D_{k-1} = 0$, e se $STotal_{k-1} < D^a_{k-1}$, então o défice não amortizado a transportar para o ano seguinte corresponde a $D^a_{k-1} - STotal_{k-1}$.

O valor actual de todas as DR_{k-1} , através da taxa de desconto "d" e das probabilidades efectivas, é traduzido por:

$$\sum_{k=3}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1}$$

(2) Aumento das rendas

Para cada ano "k", com essa forma de distribuição, teria-se:

$$STotal_{k-1} = (1+i) \cdot \left\{ {}_{k-2} V'_x + \left[a'_{x+k-2} \stackrel{r=0}{\cdot} + (\gamma' + \delta) \cdot a'_{x+k-2} \stackrel{f}{\cdot} \cdot (1+f)^{k-1} \right] \cdot \sum_{s=2}^{k-3} \Delta_s^R \right\} -$$

¹ Se for considerada a participação nos resultados através do aumento de rendas, torna-se necessário alterar D_k , como se analisará na devida altura.

$$-p'_{x+k-2} \cdot \left\{ \left[(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \right] \cdot R + \left[1 + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \right] \cdot \sum_{s=2}^{k-2} \Delta_s^R \right\} -$$

$$-p'_{x+k-2} \cdot \left\{ {}_{k-1}V'_x + \left[a'_{x+k-1} \stackrel{r=0}{=} + (\gamma' + \delta) \cdot a'_{x+k-1} \cdot (1+f)^k \right] \cdot \sum_{s=2}^{k-2} \Delta_s^R \right\},$$

onde o inicializador Δ_2^R utiliza DR_2 calculado da maneira anteriormente vista para o modo de distribuição (1). Contudo, para efeitos de cálculo substituem-se, nos limites superiores dos dois últimos somatórios, "k-2" por "k-3", pelos motivos já explicados lá atrás.

Logo, cada benefício adicional sob a forma de aumento das rendas anuais obtém-se através de:

$$\Delta_{k-1}^R = \frac{DR_{k-1}}{a_{x+k-1} \stackrel{r=0}{=} \cdot (1 + \gamma + \delta)},$$

onde $DR_{k-1} = p \cdot (STotal_{k-1} - D^a_{k-1})$, se $STotal_{k-1} > 0 \wedge STotal_{k-1} > D^a_{k-1} \wedge D_{k-1} = 0$.

A actualização efectiva das participações - correspondentes a cada DR_{k-1} - assume o seguinte valor:

$$\sum_{k=3}^{w-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R$$

D.3.2 - Saldo Financeiro

Do modo como se apresentaram os saldos do exercício - vistos na secção C -, é visível que a área financeira envolve os rendimentos obtidos com a aplicação das PM iniciais ditas efectivas. A participação nos resultados cedida aos segurados, para as duas formas de distribuição, apresenta-se já de seguida.

$$SFinanceiro_{k-1} = (i - tt^{PU}) \cdot \left\{ {}_{k-2}V'_x + \left[a'_{x+k-2} \stackrel{r=0}{=} + (\gamma' + \delta) \cdot a'_{x+k-2} \stackrel{f}{=} \cdot (1+f)^{k-1} \right] \cdot \sum_{s=2}^{k-3} \Delta_s^R \right\}$$

Respeitando as mesmas condições de atribuição de DR_{k-1} , resulta daí que cada aumento de renda é dado por:

$$\Delta_{k-1}^R = \frac{DR_{k-1}}{a_{x+k-1} \stackrel{tt^{PU}; r=0}{=} \cdot (1 + \gamma + \delta)}$$

Nessa perspectiva, tem-se:

$$\sum_{k=3}^{\omega-x} {}_kP'_x \cdot v^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R$$

D.3.3 - Saldo Técnico

Não obstante as seguradoras não distribuírem isoladamente os resultados técnicos, isso vai ser incluído na análise. Assim, façam-se as seguintes observações, para dissipar incompreensões:

1. Restringindo os saldos de origem técnica do quadro do Anexo 6, considera-se resultado técnico anual a distribuir os ganhos (ou perdas) motivados pela diferença entre as probabilidades de sobrevivência prevista e efectiva, no tocante às rendas pagas e encargos suportados e às PM finais da anuidade anterior.
2. As provisões consideradas são as reais. Tendo-se utilizado, na obtenção dos saldos anuais para efeitos de rentabilidade, as PM que se crêem corresponder à realidade - isto é, ${}_{k-1}V'_x$ e ${}_kV'_x$, respectivamente provisões iniciais e finais -, é admissível proceder da mesma forma no cálculo da distribuição dos resultados, dado que são essas as PM que efectivamente ficam disponíveis no final de cada ano.
3. Os encargos de gestão incluídos nos dois pontos anteriores são, igualmente, os reais.

Tal como se fez nos outros dois tipos de saldos a distribuir, uma parcela que as companhias devem incluir, sob o perigo de poderem estar a empolar benefícios que, de facto, não ocorreram, é a que se refere aos défices, tanto os do ano "k-1" como os de anos passados que ainda não foram superados por resultados técnicos positivos, respectivamente D_{k-1} e D^a_{k-1} .

Respeitando as condições de atribuição dos benefícios aos segurados, os valores actuais para cada forma de distribuição dos resultados estão expostos abaixo.

(1) Entrega directa aos segurados

$$\sum_{k=3}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1}, \text{ em que:}$$

$$DR_{k-1} = \begin{cases} p \cdot (ST\acute{e}cnico_{k-1} - D^a_{k-1}) & \Leftarrow ST\acute{e}cnico_{k-1} > 0 \quad \wedge \quad ST\acute{e}cnico_{k-1} > D^a_{k-1} \quad \wedge \\ & \wedge \quad D_{k-1} = 0 \\ 0 & \Leftarrow \text{outros casos} \end{cases}$$

Por sua vez,

$$ST\acute{e}cnico_{k-1} = (p_{x+k-2} - p'_{x+k-2}) \cdot \left\{ [(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot R + {}_{k-1}V'_x \right\}$$

(2) Aumento das rendas

$$\sum_{k=3}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R$$

Δ_{k-1}^R calcula-se do mesmo modo, havendo a notar que, agora, tem-se:



$$ST\acute{e}cnico_{k-1} = (P_{x+k-2} - P'_{x+k-2}) \cdot \left\{ [(1+r)^{k-2} + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot R + [1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^{k-1}] \cdot \sum_{s=2}^{k-2} \Delta_s^R \right\} + (P_{x+k-2} - P'_{x+k-2}) \cdot \left\{ {}_{k-1}V'_x + [a'_{x+k-1}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot a'_{x+k-1}{}^f \cdot (1+f)^k] \cdot \sum_{s=2}^{k-2} \Delta_s^R \right\}$$

E - Resultados do Exercício Após Participação

Expostas as secções anteriores e as respectivas hipóteses e considerações, há que agregá-las de forma a finalizar o modelo que irá ser utilizado para obter a rentabilidade das rendas vitalícias imediatas. Dado que as formas de participação interferem na rentabilidade, os saldos acumulados dos fluxos actualizados para um dado contrato individual serão os seguintes ¹:

(1) - Entrega directa aos segurados

$$\begin{aligned} & [(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] - R \cdot [a_x^r + (\gamma' + \delta') \cdot a_x^f \cdot (1+f)] + \\ & + \left[(1+i) \cdot v \cdot \sum_{k=2}^{\omega-x} {}_{k-1}E'_{x:k-1} V'_x - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_kE'_{x:k} V'_x \right] - \\ & - \sum_{k=3}^{\omega-x} {}_kP'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1} - \sum_{k^\#} NF_{k^\#} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^\#}^{\neg i}}{a_{\omega-x-k^\#}^{\neg g}} - 1 \right) \end{aligned}$$

(2) - Aumento das rendas

$$\begin{aligned} & [(PU)'' - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] - R \cdot [a_x^r + (\gamma' + \delta') \cdot a_x^f \cdot (1+f)] + \\ & + \left[(1+i) \cdot v \cdot \sum_{k=2}^{\omega-x} {}_{k-1}E'_{x:k-1} V'_x \Delta^R - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_kE'_{x:k} V'_x \Delta^R \right] - \\ & - \sum_{k=3}^{\omega-x} {}_kP'_x \cdot v^k \cdot [1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k] \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R - \sum_{k^\#} NF_{k^\#} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^\#}^{\neg i}}{a_{\omega-x-k^\#}^{\neg g}} - 1 \right) \end{aligned}$$

¹ No entanto, as duas expressões seguintes desprezam o posterior ajustamento que se tem de fazer imperativamente de forma a evitarem-se saldos de exploração negativos nos primeiros anos, como se alertou na secção C.

IV.2.3. - Óptica dos Segurados

A rentabilidade dos contratos de rendas vitalícias no âmbito dos segurados resulta, em termos gerais, da inversão da análise feita em relação às companhias de seguros, pois os fluxos são simétricos. As principais excepções verificam-se para as provisões matemáticas e para as necessidades de financiamento, visto as primeiras não estarem directamente incorporadas nas contas de exploração dos segurados - apenas existem, numa pequena expressão, através dos resultados distribuídos - e as segundas (incluindo os seus encargos financeiros) serem assumidas na totalidade pelas companhias.

Posto isso, o prémio único pago à seguradora é a despesa suportada pelos segurados, e são receitas as rendas e a participação nos resultados (consoante o tipo de distribuição), conforme a seguir se indica.

(1) Entrega directa aos segurados

- Rendas recebidas no final de cada ano "k", traduzidas por:

$$R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot (1+r)^{k-1} = R \cdot a'_x r$$

- Participação nos resultados, em "k", obtida através de:

$$\sum_{k=3}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1},$$

em que são aplicadas as mesmas considerações vistas para a seguradora.

Portanto, para avaliar a rentabilidade quando os resultados são entregues directamente aos rendeiros, tem-se a expressão que se segue:

$$\left(R \cdot a'_x \cdot r + \sum_{k=3}^{\omega-x} k P'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1} \right) - (PU)^n$$

(2) Aumento das rendas

Dessa forma de distribuição dos resultados, e seguindo a mesma lógica, resulta o seguinte valor actual dos fluxos:

$$\left(R \cdot a'_x \cdot r + \sum_{k=3}^{\omega-x} k P'_x \cdot v^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R \right) - (PU)^n$$

É através dessas duas fórmulas que se estuda a rentabilidade das rendas vitalícias na perspectiva dos segurados, que será contraposta com a das companhias. Note-se, por outro lado, que a taxa de desconto ("d") no factor de actualização dos fluxos é a mesma nas duas perspectivas, pois trata-se de uma taxa de referência para toda a economia.

Isso não quer dizer que a capacidade de atingir essa taxa através de operações no mercado seja a mesma para as companhias e os segurados. De facto, o conhecimento (*know-how*) das primeiras e o seu poder negocial permitem obter taxas superiores à dos agentes individuais. Para os últimos, mais importante que a utilização da taxa "d" na actualização dos fluxos anuais é o valor da Taxa Interna de Rentabilidade (TIR) e a sua comparação com a taxa que os segurados poderiam obter no mercado financeiro, ainda que isso não seja muito correcto, por dois motivos: (i) risco dos segurados excederem as probabilidades de sobrevivência supostas na tarifa e (ii) prestação de um serviço de seguro pelas companhias.

Quanto a (i), há a considerar que os rendeiros poderão obter um benefício adicional, em virtude das probabilidades de sobrevivência efectivas excederem as assumidas no início dos contratos. No entanto, é intenção das companhias anular esse benefício, adoptando uma tabela recente que não cause prejuízos de mortalidade - frise-se o que preconiza a teoria dos jogos já anteriormente referida. É por isso que, face ao risco que as companhias

correm por poderem suportar condições reais adversas relativamente às previstas, se justifica o princípio da prudência e a existência das tais margens de segurança.

Além de tudo isso, está presente (ii) um serviço (também de importância social) prestado pelas seguradoras, que consiste na retenção de poupanças que são dirigidas para um esquema de racionalização do consumo e a garantia de um nível de vida mínimo estável.

IV.2.4 - Contas de Exploração

Vistas as componentes dos resultados anuais nas duas vertentes de um contrato, respectivamente em IV.2.2 e IV.2.3, constroam-se as contas de exploração, de forma a visualizar a evolução dos saldos no final de cada ano, permitindo assim uma melhor ilustração para efeitos de rentabilidade de um contrato de rendas. Acrescente-se que a contabilização das várias rubricas é corrigida pela actualização actuarial, como se exige.

Companhia de Seguros

Para cada "k", fazem parte da conta de exploração os seguintes elementos:

- Crédito

- | | |
|---|---|
| 1 Prémio único comercial (k=1) | (PU) ⁿ |
| 2 Provisão matemática inicial (k=2,3,...) | ${}_{k-1}P'_x \cdot v^k \cdot {}_{k-1}V'_x$ |
| 3 Rendimentos financeiros das provisões (k=2,3,...) | ${}_{k-1}P'_x \cdot v^k \cdot i \cdot {}_{k-1}V'_x$ |

- Débito

- | | |
|-------------------------------|--|
| 4 Rendas | ${}_kP'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (1+r)^{k-1}$ |
| 5 Encargos de aquisição (k=1) | $\alpha \cdot a_x^r \cdot R$ |
| 6 Encargos de gestão | ${}_kP'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k$ |

7	Provisão matemática final	${}_k P'_x \cdot v^k \cdot {}_k V'_x$
8	Participação nos resultados	A ¹
9	Custos financeiros	B ²

Em relação à parte devedora da conta de exploração da companhia, essas são as rubricas no caso da participação nos resultados ser entregue directamente aos rendeiros através de numerário. Se se tratar de participação sob a forma de aumento das rendas, as alterações a fazer consistem na substituição de ${}_{k-1} V'_x$ e ${}_k V'_x$ por ${}_{k-1} V'^{\Delta R}_x$ e ${}_k V'^{\Delta R}_x$ e na agregação da "participação nos resultados" às "rendas", e ainda no incremento dos encargos de gestão. Vem, então:

4	Rendas	${}_k P'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (1+r)^{k-1} + A'^3$
6	Encargos de gestão	${}_k P'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k + A''^4$

Os saldos anuais efectivos, na óptica da companhia, e baseados nos elementos anteriores, são os seguintes:

$$S'_{Companhia} = \begin{cases} (1+2+3) - (4+5+6+7+8+9) & \Leftarrow \text{Entrega directa aos segurados} \\ (1+2+3) - (4+5+6+7+9) & \Leftarrow \text{Aumento das rendas} \end{cases}$$

$$^1 A = {}_k P'_x \cdot v^k \cdot DR_{k-1}, k = 3, 4, \dots, \omega-x$$

$$^2 B = NF_{k^*} \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k^*-1}^i}{a_{\omega-x-k^*-1}^g} - 1 \right)$$

$$^3 A' = {}_k P'_x \cdot v^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R, k = 3, 4, \dots, \omega-x$$

$$^4 A'' = {}_k P'_x \cdot v^k \cdot (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \cdot \sum_{s=2}^{k-1} \Delta_s^R, k = 3, 4, \dots, \omega-x$$

Segurados

Adaptando os procedimentos, há a considerar as seguintes componentes na conta de exploração dos segurados:

- Crédito

1	Rendas	${}_k p'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (1+r)^{k-1}$
2	Participação nos resultados	A

- Débito

3	Prémio único comercial (k=1)	(PU)"
---	------------------------------	-------

Os mesmos comentários são feitos se se tratar da participação através do acréscimo das rendas. Ou seja, para cada "k", as rendas recebidas são, em valor actual, iguais ao montante ${}_k p'_x \cdot v^k \cdot R \cdot (1+r)^{k-1} + A'$.

Autonomizando a parcela do prémio único - pela razão que se verá em V.1, no seu ponto 3 (a propósito da TIR) -, os saldos anuais efectivos, na óptica dos segurados, consistem nos elementos a crédito da conta de exploração, designando-se por $S'_{Segurados}$.

IV.3 - Equilíbrio Actuarial

Embora pareça trazer pouca informação adicional, o presente subcapítulo é muito importante porque permite validar o modelo atrás construído, até porque ele, ao pretender englobar múltiplas situações, ficou pesado. Desse modo, utiliza-se o processo denominado de equilíbrio actuarial. Isso é fundamental não apenas para confirmar o ajustamento do prémio único comercial aos benefícios garantidos e aos encargos da companhia, como também para ajudar a uma correcta análise de rentabilidade através do

modelo. Apesar de tudo, a técnica não é tão potente que autentique as situações mais complexas - a extracção dos saldos adicionais e dos custos de financiamento -, curiosamente onde faria mais falta.

O equilíbrio actuarial verifica-se quando a actualização actuarial das receitas iguala a que ocorre para as despesas. Por outras palavras, a soma de todos os saldos do exercício actualizados deve ser nula. Note-se que esses saldos ignoram a participação nos resultados, dado que, por definição, a condição central para um contrato estar em equilíbrio é a coincidência entre as condições reais e as previstas, pelo que não haveria lugar a quaisquer ganhos ou perdas. Aliás, a distribuição de resultados - quando há lugar a ela - é feita precisamente para compensar os segurados por hipóteses conservadoras feitas pela companhia, como já se disse.

A demonstração do equilíbrio actuarial num contrato de rendas vitalícias imediatas será desdodrada em duas, para melhor ilustração: uma sem as provisões matemáticas e a segunda apenas com elas. A análise irá basear-se na secção C - "Resultados do Exercício Sem Participação", vista em IV.2.2.

Fluxos Anuais Sem Provisões Matemáticas

Dadas as condições teóricas admitidas ¹, pretende-se mostrar que:

$$\left[(PU)'' - \lambda \cdot a_x^r \cdot R - \alpha \cdot a_x^r \cdot R \right] - R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k p'_x \cdot v^k \cdot \left[(1+r)^{k-1} + (\gamma + \delta) \cdot (1+f)^k \right] = 0$$

Resulta, então, o seguinte:

$$(PU)'' - (\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R - R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k p_x \cdot v^k \cdot \left[(1+r)^{k-1} + \frac{(\gamma + \delta) \cdot (1+r)^k}{(1+r)} \right] = 0 \Leftrightarrow$$

¹ Por exemplo, agora têm-se todas as taxas de juro iguais à taxa técnica " tt^{PU} ", pelo que $v=1/(1+tt^{PU})$.

$$\Leftrightarrow (PU)'' - (\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R - R \cdot [a_x^r \cdot (1 + \gamma + \delta)] = 0 \Leftrightarrow (PU)'' = a_x^r \cdot (1 + \lambda + \alpha + \gamma + \delta) \cdot R \quad ,$$

como se queria provar.

Fluxos de Provisões Matemáticas

Feita a demonstração anterior, se a conclusão for idêntica à que se obtiver para as provisões matemáticas, fica provado que a soma actualizada dos fluxos anuais é nula (na condição imprescindível de igualdade entre as hipóteses consideradas e a realidade), garantindo-se, desse modo, uma taxa de rentabilidade do contrato igual à taxa de juro tarifária (" tt^{PU} "), qualquer que seja a taxa "r".

Novamente, para as hipóteses de partida, quer-se concluir que:

$$(1+i) \cdot \sum_{k=2}^{\omega-x} {}_k P'_x \cdot v^k \cdot {}_{k-1} V'_x - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k P'_x \cdot v^k \cdot {}_k V'_x = 0$$

Logo, vem:

$$\begin{aligned} (1+tt^{PU}) \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k P_x \cdot v^{k+1} \cdot {}_k V_x - \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k P_x \cdot v^k \cdot {}_k V_x &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k E_x \cdot v \cdot (1+tt^{PU}) \cdot {}_k V_x &= \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k E_x \cdot {}_k V_x \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k E_x \cdot {}_k V_x = \sum_{k=1}^{\omega-x} {}_k E_x \cdot {}_k V_x \quad , \end{aligned}$$

como se pretendia demonstrar.

Recorrendo às PM teóricas, assim como às condições da tarifa, verifique-se que o valor actual do prémio único cobrado aos segurados, deduzido dos encargos de aquisição e da margem de segurança, resulta da soma actualizada dos saldos na perspectiva da companhia:

$$\begin{aligned}
& v \cdot \left\{ (1 + tt^{PU}) \cdot \left[(PU)'' - (\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R \right] - p_{x:1} V_x \right\} + \\
& + \left[\sum_{k=2}^{\omega-x} k-1 p_x \cdot v^k \cdot (1 + tt^{PU})_{k-1} V_x - \sum_{k=2}^{\omega-x} k p_x \cdot v^k \cdot {}_k V_x \right] = \\
& = \left\{ \left[(PU)'' - (\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R \right] - {}_1 E_x \cdot a_{x+1}^r \cdot (1+r) \cdot (1+\gamma+\delta) \cdot R \right\} + \\
& + \left[\sum_{k=2}^{\omega-x} k-1 E_x \cdot ({}_k V_x - {}_{k-1} E_{x+k-1} \cdot {}_k V_x) \right] = \\
& = \left[a_x^r \cdot (1+\gamma+\delta) \cdot R - {}_1 E_x \cdot a_{x+1}^r \cdot (1+r) \cdot (1+\gamma+\delta) \cdot R \right] + \\
& + \left[\sum_{k=2}^{\omega-x} k-1 E_x \cdot \left[a_{x+k-1}^r \cdot (1+r)^{k-1} - {}_{k-1} E_{x+k-1} \cdot a_{x+k}^r \cdot (1+r)^k \right] \cdot (1+\gamma+\delta) \cdot R \right] = \\
& = (1+\gamma+\delta) \cdot R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} k-1 E_x \cdot (1+r)^{k-1} \cdot \left[a_{x+k-1}^r - {}_{k-1} E_{x+k-1} \cdot a_{x+k}^r \cdot (1+r) \right] = {}^1 \\
& = (1+\gamma+\delta) \cdot R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} k-1 E_x \cdot {}_1 E_{x+k-1} \cdot (1+r)^{k-1} = (1+\gamma+\delta) \cdot R \cdot a_x^r \quad ,
\end{aligned}$$

pelo que, somando $(\lambda + \alpha) \cdot a_x^r \cdot R$, vem o prémio único total, ou seja, $(PU)''$.

¹ Através das igualdades actuariais, essa diferença é simplificada do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
& a_{x+k-1}^r - {}_{k-1} E_{x+k-1} \cdot a_{x+k}^r \cdot (1+r) = {}_1 E_{x+k-1} \cdot \ddot{a}_{x+k}^r - {}_{k-1} E_{x+k-1} \cdot a_{x+k}^r \cdot (1+r) = \\
& = {}_1 E_{x+k-1} \cdot \left\{ \left[1 + a_{x+k}^r \cdot (1+r) \right] - a_{x+k}^r \cdot (1+r) \right\} = {}_1 E_{x+k-1}
\end{aligned}$$

V - RENTABILIDADE DAS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS

Este capítulo visa um estudo completo da rentabilidade, submetida a diferentes hipóteses para as variáveis consideradas, e sob vários critérios de medida. A análise está separada em quatro fases. A primeira explana levemente os indicadores usados na rentabilidade e os pressupostos de cada um. Depois, adiantam-se os valores para cada variável do modelo construído, no intuito de, seguidamente, se confrontarem os resultados finais; isso é feito através de um tratamento quantitativo profundo de todos os cenários, conforme as características dos contratos. Em seguida, estuda-se a situação deficitária latente que as seguradoras vivem actualmente, por terem estado a contrair, até há algum tempo, contratos de rendas à taxa técnica de 6% e baseados na tábua PF 60/64; com isso, reforça-se a ideia do papel das taxas de juro na rentabilidade das rendas vitalícias. Por fim, escolhem-se os cenários mais prováveis no futuro para a tarificação. Deve-se ter a consciência de que, face à tendencial diminuição das taxas de juro, talvez seja natural o andamento também decrescente das rentabilidades ¹.

A natureza da análise acima explicada e o seu posterior desenvolvimento alicerçam-se em duas grandes hipóteses que, apesar de simplificadoras, não distorcem o caudal das conclusões. Elas são: dá-se relevância à idade-padrão da população segura; e não se incorporam as futuras entradas nas carteiras ².

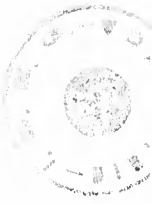
V.1 - Indicadores de Rentabilidade

Irão focar-se quatro medidas baseadas na técnica dos *cash-flows* (ou fluxos de liquidez) ³, sendo as três primeiras as mais correntes na literatura actuarial (embora, quanto à terceira,

¹ Assim, na avaliação e crítica de um certo indicador de rentabilidade, há que contar com a duração futura dos contratos, pelo que se deve entendê-lo como o resultado de uma mistura de vários períodos de tempo, onde as condições efectivas dos contratos (nomeadamente as taxas de juro) podem ser razoavelmente diferentes.

² Tal hipótese não levanta problemas pois, como se prevê, as alterações na composição das carteiras são estruturais.

³ Note-se que tais medidas tratam apenas da rentabilidade, e que em nada se referem à solvabilidade e liquidez. Esses dois domínios são da área da gestão financeira de projectos/productos, e não da sua avaliação.



se coloquem reticências no caso das seguradoras, para as rendas vitalícias imediatas). Essas medidas são as seguintes:

1 - Valor Líquido Actual (VLA)

Consiste num indicador precioso em qualquer teste de rentabilidade, pelo que é bastante enaltecido ao nível do *profit-testing*, nomeadamente no desenvolvimento dos produtos, e em especial para as seguradoras.

Esse valor resulta da soma dos saldos líquidos anuais actualizados para o momento inicial que, por sua vez, advêm da diferença entre todos os fluxos positivos e negativos de cada ano. Vem, então, para as duas partes dos contratos:

Companhia	Segurados
$VLA = \sum_{k=1}^{\omega-x} (S'_{Companhia})_k$	$VLA = \sum_{k=1}^{\omega-x} (S'_{Segurados})_k - (PU)''$

Analisando as carteiras, "x" representa a sua idade-padrão, pelo que " $\omega-x$ " é a respectiva duração máxima ¹. Como se sabe, o factor de actualização actuarial usa as probabilidades de sobrevivência efectivas e a taxa de desconto (ou de actualização - "d") pré-definida ².

O critério consiste em implementarem-se cenários com VLA positivos. Isso significa a capacidade de recuperação e remuneração dos fluxos negativos a cargo da companhia, além de criação de um excedente líquido encaixado, supondo que o valor disponível em cada instante é reinvestido à taxa de actualização, entendida como a taxa de retorno mínima. Esse valor líquido é obtido após o pagamento das rendas e a distribuição dos resultados, e ainda após a remuneração dos factores produtivos intervenientes em cada

¹ A duração máxima admitida nas carteiras do tipo I é 43 anos, e 45 nas do tipo II, visto que:

I $3\%.50+7\%.55+10\%.60+25\%.65+35\%.70+20\%.75=66,6 \cong 67$ anos

II $5\%.50+10\%.55+20\%.60+30\%.65+25\%.70+10\%.75=64,5 \cong 65$ anos

Note-se que $\omega=110$.

² Essa taxa é vulgarmente conhecida por *risk discount rate*.

contrato, considerando também um determinado nível de risco (incluído na taxa de actualização) ¹. Trata-se, desse modo, de um lucro puro.

Para o caso das rendas em estudo, e seguindo um procedimento comum nos contratos de seguro, representa-se o VLA em percentagem das comissões e outros encargos iniciais, isto é:

$$\frac{VLA}{\alpha \cdot a_x^r \cdot R} \cdot 100\%$$

Intrínseco ao processo de reprodução do capital, tem-se $\partial VLA / \partial d < 0$. Face a uma situação de desconhecimento do futuro, como acontece na actividade das seguradoras, a defesa é o emprego de uma taxa majorada para o custo de oportunidade do capital - taxa "d" -, de forma a obter-se o VLA actuarial mínimo.

Apesar de tratar-se de um método bastante potente - por ser o único que reflecte a dimensão absoluta dos fluxos -, não se deve utilizá-lo isoladamente porque:

- é muito sensível à taxa "d" (com a agravante dessa ser dinâmica). Além disso, surge o problema de qual a melhor taxa a utilizar. Reflectindo essa taxa o custo de oportunidade do capital, ela depende muito da estrutura a prazo das taxas de juro, sendo aí que as diferentes teorias podem divergir bastante;
- não é referenciado em termos de taxa. A regra de avançar com os contratos cujo VLA seja positivo pode ser algo incómoda quanto à sua interpretação. Isso é atenuado se o VLA for dividido, por um lado, pelos encargos de aquisição iniciais - como atrás se fez - e, por outro, pelo prémio único comercial - método da margem de lucro (ML);
- é inadequado para comparar produtos com maturidades diferentes. Para solucionar esse caso, aconselha-se o método da anuidade actuarial (AA).

¹ Por outras palavras, no prémio único comercial cobrado estão incluídos todos os custos previstos a suportar pela companhia (nomeadamente os gastos administrativos, despesas gerais - tais como salários, rendas, impostos -, comissões e encargos de comercialização), bem como as margens de lucro exigidas pelos accionistas.

2 - Margem de Lucro (ML)

Como se viu atrás, esse indicador é expresso pelo quociente entre o VLA actuarial e o prémio único comercial, e representa a percentagem de lucro médio em relação ao prémio cobrado, ou seja:

$$ML = \frac{VLA}{(PU)} \cdot 100\%$$

Em rigor, esse VLA deveria ser obtido não com a taxa de desconto mas sim com a taxa de juro das operações passivas, concretamente a taxa de rendimento nominal "i". Visto que o objectivo pretendido com a ML é a medida da rentabilidade dos contratos de rendas em si, compreendia-se a utilização dessa taxa e não a indexação à taxa "d" da economia em geral, ainda por cima porque "i" se aproxima mais da taxa tarifária " i^{PU} " usada no cálculo do prémio único ¹. Assim, a comparação entre o dividendo e o divisor não ficaria tão adulterada.

No entanto, por questões de conservadorismo das companhias e de simplificação na apresentação dos valores, usar-se-á a taxa de desconto, havendo portanto a necessidade de ter-se presente que as margens assim calculadas estão subavaliadas na perspectiva do negócio de cada contrato de rendas vitalícias imediatas.

3 - Taxa Interna de Rentabilidade (TIR)

Consiste numa forma de resolver os problemas encontrados no VLA quanto à escolha da taxa que melhor reflecta o custo de oportunidade do capital e à sensibilidade da rentabilidade em relação a essa taxa.

¹ Recorde-se que $d > i > i^{PU}$.

Trata-se da taxa de actualização que dá $VLA=0$; por outras palavras, é aquela que assegura a passagem de VLA negativo para VLA positivo. A anulação da soma actualizada dos *cash-flows* líquidos anuais resulta de um processo interactivo de modo a permitir fazer uma interpolação entre uma taxa para a qual o VLA é negativo mas muito próximo de zero e outra taxa ligeiramente inferior com a qual se tem um VLA positivo igualmente muito próximo de zero.

Para os mesmos *cash-flows* de investimento - i.e., $(PU)''$, para os segurados - ou para idênticos *cash-flows* de exploração - representados pelos saldos anuais, também na óptica dos segurados -, verifica-se que $\partial TIR / \partial VLA > 0$ ¹.

Para as seguradoras, a TIR - se existir - é o valor tal que $\sum_{k=1}^{\omega-x} \frac{(S'_{Companhia})_k}{(1+TIR)^k} = 0$, sendo nos segurados aquele onde $\sum_{k=1}^{\omega-x} \frac{(S'_{Segurados})_k}{(1+TIR)^k} = (PU)''$.

A decisão de escolha à custa dos valores da TIR é dúbia e subjectiva. Mas, tanto quanto possível, pode-se afirmar que dada uma taxa de referência (que normalmente é a taxa do custo de oportunidade para os accionistas - taxa de desconto), deve-se optar por um dos projectos/produtos em que a TIR seja superior a tal taxa, e abandonar os outros onde seja inferior, já que é preferível aproveitar outras oportunidades melhores. Num determinado contrato de seguros, a TIR significa a taxa de rentabilidade durante o período " $\omega-x$ ", desde que se admita - tal como para o VLA - que os fundos disponíveis sejam reinvestidos a essa taxa ².

¹ Essa relação entre o VLA e a TIR é a regra geral. De facto, como se verá em termos quantitativos, podem suceder situações pontuais em que $\partial TIR / \partial VLA < 0$ (embora os efeitos contrários entre os dois indicadores sejam irrelevantes em questão de valores), ocorrendo isso para diferentes *cash-flows* de investimento e de exploração ou, mesmo para *cash-flows* de investimento iguais, em certas situações onde os *cash-flows* de exploração têm uma estrutura bastante diferente.

² No caso de se levantar a hipótese de aplicação (dos capitais libertados) à mesma taxa, considerando, como tal, todas as possíveis taxas anuais de reinvestimento diferenciadas (z_k), deixava-se de ter a TIR para passar a existir a TIRI (Taxa Interna de Rentabilidade Integrada). Na óptica dos segurados, trata-se da taxa " z^* " que é solução da seguinte equação:

$$(PU)'' \cdot (1+z^*)^{\omega-x} = \sum_{k=1}^{\omega-x} (S'_{Segurados})_k \cdot (1+z_k)^{\omega-x-k}$$

A TIR e o VLA são dois poderosos indicadores de rentabilidade, que devem ser conjugados. Embora o primeiro seja, comparativamente, muito mais intuitivo e fácil de perceber tem, por isso mesmo, a desvantagem de ser relativo, enquanto o segundo é uma medida absoluta. Assim, quando se seleccionam produtos com dimensões diferentes, o VLA é preferível à TIR por essa última ignorar a escala dos valores envolvidos, nomeadamente o excedente libertado.

Além disso, o facto dos contratos de rendas vitalícias serem contraídos a prémio único, aconselha a utilizar a TIR com reservas, ou mesmo a afastá-la, na análise da rentabilidade na óptica das companhias. Se não houver qualquer ano com saldo final negativo, o uso da TIR é impossível. Se, pelo contrário, houver esse saldo - também estão incluídas as situações de défices durante alguns anos (sucessivos ou não) -, e o seu valor for relativamente diminuto, a TIR que daí advém será porventura muito elevada, sem reflexo na realidade ¹.

Apesar de tudo, a TIR será bastante valorizada na óptica dos segurados, atendendo a que, aí, a teoria do ciclo inverso da produção praticada pelas companhias de seguros encaixa-se perfeitamente na filosofia da TIR, dado que o prémio único comercial pago é o capital inicial, e todos os restantes fluxos constituem as receitas.

Recorde-se que $(S'_{Segurados})_k$ representa os saldos anuais positivos, ou melhor, os fluxos - *cash-flows* - associados a cada ano de exploração, que incluem as rendas e as participações nos resultados.

Embora esse método seja realista, tem pouca operacionalidade não só por não ser normalmente possível determinar essa taxa " z^* " univocamente, como pela necessidade de conhecer, antecipadamente, o vector das taxas de juro anuais a prazo. Assim, na prática, considera-se que todas as taxas " z_k " são iguais entre si e coincidem com a taxa que permite anular o VLA, donde $TIRI=TIR$.

O espírito da TIRI mantém-se quando é aplicada às companhias de seguros, vindo:

$$\sum_{k=1}^{\omega-x} (SN'_{Companhia})_k \cdot (1+z^*)^{\omega-x-k} = \sum_{k=1}^{\omega-x} (SP'_{Companhia})_k \cdot (1+z_k)^{\omega-x-k}, \quad \text{onde as expressões}$$

$(SN'_{Companhia})_k$ e $(SP'_{Companhia})_k$ traduzem, respectivamente, os saldos negativos (se os houverem) e positivos de $(S'_{Companhia})_k$. Saliente-se no entanto que, para o caso das seguradoras, há problemas quanto

à existência e interpretação dessa taxa " z^* ", como se verá seguidamente na TIR.

¹ Note-se, no entanto, que se os défices forem em anos não consecutivos, é normal calcular-se a TIR por troços (e não para todo o período), pelo que se verifica a existência de vários valores para a TIR. Isso acontece nos projectos e produtos sujeitos a renovações de investimento (nomeadamente elevadas comissões periódicas), verificando-se portanto os défices em anos intercalados. Por carecer de significado nas rendas vitalícias, esse princípio de cálculo da TIR não tem aqui aplicação.

4 - Anuidade Actuarial (AA)

Esse método é muito defendido na selecção de projectos/produtos quando o VLA não pode ser usado - o mesmo é dizer, quando a maturidade é diferente -, por traduzi-los na mesma unidade. Quanto maior for a AA, mais rentável será o contrato. Consiste numa variante do VLA, e calcula-se do seguinte modo:

$$AA \cdot a'_x = VLA \Leftrightarrow AA = VLA/a'_x$$

Coloca-se a dúvida quanto à taxa de actualização a utilizar, pois enquanto o (i) primeiro indicador referido neste subcapítulo, o VLA actuarial, se calcula com a taxa "d", no (ii) segundo poderia-se empregar a taxa "i". Dessa forma, há duas vias de obtenção de AA, sendo os resultados parecidos. Assim, vem: (i) $AA^d = VLA^d/a'_x{}^d$, ou (ii) $AA^i = VLA^i/a'_x{}^i$. Contudo, a primeira é mais usada, pois resulta do VLA propriamente dito.

V.2 - Análise de Cenários

A - Quantificação das Variáveis

Os valores propostos para as diferentes variáveis tentam medir, em pormenor, a rentabilidade das rendas vitalícias imediatas no curto, médio e longo prazo, aprofundando o que se fez, superficialmente, no capítulo III. Diga-se, já no começo, que os valores referentes às taxas de juro poderão parecer, por vezes, algo reduzidos; o objectivo disso não é um conservadorismo premeditado mas, antes, uma crença optimista quanto à descida das taxas de inflação e de juro.

Vão-se separar os cenários em três grupos: grupo A, para a taxa técnica de 6% ¹; grupo B, para a taxa de 4%; e grupo C, para a taxa de 3%.

A partir daí, enquadram-se as restantes taxas, conforme ilustra o quadro abaixo:

Tipos de taxas	Cenários		
	Grupo A	Grupo B	Grupo C
Taxa técnica do prémio único (tt^{PU})	6%	4%	3%
Taxa técnica das provisões matemáticas (tt^{PM})	5%	3%	2%
Taxa de rendimento nominal (i)	8%	5%	5% 4%
Taxa agravada de financiamento (g)	13%	9%	8% 7%
Taxa de actualização (d)	11%	8%	7% 6%
Taxa de inflação (f)	5,5%	3,5%	1,5%

Associados a esses grupos estão, para os dois primeiros, as taxas de crescimento das rendas (r) de 0% e 2%, e a taxa nula para o terceiro. Como tal, conclui-se que esses três grupos se reportam, respectivamente, para o curto, médio e longo prazo. Conjugando tudo isso com as composições das carteiras de rendas, e respeitando a linha seguida até agora, submetem-se os cenários do segundo grupo a $h=90$ e 80%, para as carteiras do tipo I, e os cenários do terceiro grupo apenas a $h=70\%$, para as do tipo II. Quanto aos do primeiro grupo, utilizam-se as carteiras do tipo I e orienta-se a análise para as três composições consideradas, na intenção de verificar a permeabilidade da taxa técnica utilizada ¹. Todos os cenários basear-se-ão nas duas tabelas teóricas - PF e GKF -, para se poderem comparar os resultados.

As variáveis que restam, e os seus valores, são:

Renda anual inicial contratada (R)	300 contos
Percentagens de participação nos resultados (p)	70% e 80%
Cargas de segurança	0, 2 e 4%

¹ Submete-se a rentabilidade das rendas vitalícias à taxa técnica de 6% usada no nosso país até há pouco tempo, para reforçar as conclusões retiradas do capítulo III.

¹ Embora $h=90\%$ tipificasse a situação no presente, vão-se incluir propositadamente os três valores possíveis de "h" para avaliar o impacto na rentabilidade.

Encargos de aquisição		1,5%
Encargos de gestão	$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \\ \delta \end{array} \right.$	1% 0,5%

Quanto aos encargos supostamente reais, supõem-se três situações diferentes:

- $\gamma' = \gamma$; $\delta' = \delta$
- $\gamma' + \delta' = 2\% > \gamma + \delta$
- $\gamma' + \delta' = 1\% < \gamma + \delta$

B - Simulação e Sensibilidade

Observando o modelo construído e os indicadores de rentabilidade expostos, nota-se a necessidade de escolher os cenários entendidos, de certa forma, como representativos do presente estudo, tal como de mostrar os resultados sintetizados para permitir uma interpretação fácil e rápida.

B.1 - Cenários

Na apresentação dos cenários, ter-se-á um objectivo de acompanhamento da evolução temporal dos contratos de rendas vitalícias imediatas, associando-os por isso com os valores-padrão admitidos para certas variáveis. Assim, considera-se $p=70\%$ no curto e médio prazo e, por motivos concorrenciais, $p=80\%$ no longo prazo ¹.

Os cenários escolhidos serão:

¹ Posteriormente, concluir-se-á que $p = 90\%$ será um valor a defender no futuro, quando se analisar a tarificação.

Cenários	Características										
	tt^{PU}	r	i	g^1	d	h	Tipos de DR ²	Tipos de saldos	p	$\gamma'+\delta$	f
A.1.1	6%	0%	8%	13%	11%	90%	(1)	S.Total	70%	1,5%	5,5%
A.1.2	"	"	"	"	"	80%	"	"	"	"	"
A.1.3.1	"	"	"	"	"	70%	"	"	"	"	"
A.1.3.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	"	"	"
A.2.1.1	"	2%	"	"	"	90%	(1)	"	"	"	"
A.2.1.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	"	"	"
A.2.2.1	"	"	"	"	"	80%	(1)	"	"	"	"
A.2.2.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	"	"	"
A.2.3.1.1	"	"	"	"	"	70%	(1)	"	"	"	"
A.2.3.1.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
A.2.3.1.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"
A.2.3.2.1	"	"	"	"	"	"	(2)	S.Total	"	"	"
A.2.3.2.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
A.2.3.2.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"
B.1.1.1	4%	0%	5%	9%	8%	90%	(1)	S.Total	"	"	3,5%
B.1.1.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	"	"	"
B.1.2.1.1.1	"	"	"	"	"	80%	(1)	"	"	2%	"
B.1.2.1.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1,5%	"
B.1.2.1.1.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1%	"
B.1.2.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	1,5%	"
B.1.2.2.1	"	"	"	"	"	"	(2)	"	70%	"	"
B.1.2.2.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	"	"
B.2.1.1	"	2%	"	"	"	90%	(1)	"	70%	"	"
B.2.1.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	"	"	"
B.2.2.1.1.1	"	"	"	"	"	80%	(1)	"	"	2%	"
B.2.2.1.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1,5%	"
B.2.2.1.1.3	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1%	"
B.2.2.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	1,5%	"
B.2.2.2	"	"	"	"	"	"	(2)	"	70%	"	"
C.1.1.1.1	3%	0%	"	8%	7%	70%	(1)	"	"	"	1,5%
C.1.1.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	"	"
C.1.1.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
C.1.1.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"
C.1.2.1.1	"	"	"	"	"	"	(2)	S.Total	70%	"	"
C.1.2.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	"	"
C.1.2.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
C.1.2.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"
C.2.1.1.1	"	"	4%	7%	6%	"	(1)	S.Total	70%	"	"
C.2.1.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	"	"
C.2.1.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
C.2.1.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"
C.2.2.1.1	"	"	"	"	"	"	(2)	S.Total	70%	"	"
C.2.2.1.2	"	"	"	"	"	"	"	"	80%	"	"
C.2.2.2	"	"	"	"	"	"	"	S.Fin.	"	"	"
C.2.2.3	"	"	"	"	"	"	"	S.Téc.	"	"	"

¹ Na prática, como se constatará, essas taxas não serão utilizadas, por não existirem necessidades estruturais de financiamento.

² (1) - Entrega directa aos segurados ; (2) - Aumento das rendas

B.2 - Rentabilidade

Para atingir os objectivos propostos no cálculo da rentabilidade, seguir-se-ão seis etapas, a saber:

- 1ª) Determinar as reservas acumuladas para cada "k" e, a partir daí, o ano " k^* " (se houver) e os respectivos custos financeiros totais com a entrada de novos capitais (independentemente de serem capitais próprios ou alheios).
- 2ª) Seguidamente, há que conhecer os possíveis anos iniciais em que existem défices, devido à utilização de $tt^{PM} < tt^{PU}$. Recorde-se que " \bar{k} " é o primeiro ano "k" em que o saldo é positivo, na óptica das companhias.
- 3ª) Para conseguir os saldos anuais, há que obter as participações nos resultados, para ambas as formas de distribuição. Note-se que, para isso, $k=2, 3, \dots, k^*-1$, se não houverem condições em contrário, já abordadas quando se expuseram, no capítulo anterior, as fórmulas de DR_{k-1} e Δ_{k-1}^R .
- 4ª) Através das três fases anteriores, calculam-se os saldos anuais actualizados, para todo o período de vida dos contratos, necessários para o estudo dos contratos, na vertente da companhia.
- 5ª) Executados os passos anteriores, torna-se facilitada a representação dos valores para efeitos de rentabilidade na perspectiva dos segurados.
- 6ª) Através das 4ª e 5ª fases, aplicam-se os indicadores de rentabilidade apresentados no subcapítulo anterior.

Se houverem necessidades de financiamento, a determinação da rentabilidade resume-se às primeira, quinta e sexta fases, visto não existirem resultados a distribuir pois, face a essas necessidades, não haveria qualquer " \bar{k} " durante a duração dos contratos.

Antes da apresentação dos indicadores, para os 45 cenários admitidos, vão-se calcular os valores das reservas libertas na expiração dos contratos caso não houvesse participação nos resultados. Esses valores foram obtidos com base na seguinte expressão:

$$\left[(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R \right] - R \cdot \sum_{k=1}^{\omega-x} E'_k \cdot \left[(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \right]$$

Pelas mesmas razões invocadas em IV.2.2, na secção C, quanto à utilização da taxa "i" na obtenção do primeiro ano de défice de estrutura, "k*", agora considera-se a mesma taxa (que está implícita no factor ${}_k E'_x$). Essas reservas libertas traduzem, no fundo, o acréscimo de prémio em relação às rendas e encargos pagos. O objectivo é comparar os benefícios, para as companhias, entre as duas tábuas de mortalidade admitidas, para cada carga de segurança proposta (0, 2 e 4%). O quadro da página seguinte mostra essas reservas, conforme as variáveis que as afectam, e estão representadas (a) em contos e (b) em percentagem do prémio único líquido dos encargos de aquisição. Alerta-se que a apresentação das reservas individuais disponíveis após o fim esperado dos contratos não deve ser comparado com o VLA por duas razões implícitas: inexistência de resultados distribuídos e utilização da taxa "i".

Uma vez que, na perspectiva da companhia, todos os contratos são rentáveis - como se verá na análise detalhada da rentabilidade dos cenários -, não é de admirar os números que constam do quadro, variáveis conforme os cenários, as tábuas e os " λ ". Como seria de esperar, a percentagem das reservas livres no final dos contratos em função do prémio líquido dos encargos de aquisição é muito maior na GKF, devido aos elevados benefícios de mortalidade. Essa percentagem, na GKF, é superior à PF desde 7,68% (no cenário A.1.1, com $\lambda=4\%$) até 11,53% (no cenário B.2.2.1.1.1, com $\lambda=0\%$). Só isso justifica a inexistência de qualquer carga de segurança, para a primeira tábua, como se analisará em pormenor.

Variáveis						(a)						$(b) = \left\{ \frac{(a)}{[(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R]} \right\} \cdot 100\%$					
t^{PU}	r	i	h	$\gamma + \delta$	f	PF 60/64			GKF 80			PF 60/64			GKF 80		
						0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%
6%	0%	8%	90%	1,5%	5,5%	362	414	466	630	687	744	13,80	15,47	17,07	21,78	23,30	24,75
"	"	"	80%	"	"	326	377	429	593	650	707	12,41	14,10	15,73	20,51	22,05	23,53
"	"	"	70%	"	"	290	342	393	558	615	672	11,04	12,76	14,42	19,28	20,84	22,34
"	2%	"	90%	"	"	508	569	629	880	948	1.015	16,60	18,21	19,76	25,63	27,06	28,45
"	"	"	80%	"	"	462	522	583	834	901	969	15,09	16,73	18,31	24,28	25,74	27,15
"	"	"	70%	"	"	417	478	538	789	856	924	13,62	15,29	16,90	22,97	24,46	25,89
4%	0%	5%	90%	"	3,5%	265	325	385	632	699	766	8,70	10,46	12,16	18,52	20,09	21,61
"	"	"	80%	2%	"	193	253	313	560	627	694	6,35	8,16	9,90	16,42	18,04	19,59
"	"	"	"	1,5%	"	212	272	332	579	646	713	6,96	8,76	10,49	16,97	18,58	20,12
"	"	"	"	1%	"	231	291	351	598	665	732	7,58	9,36	11,08	17,52	19,11	20,65
"	2%	"	90%	1,5%	"	396	468	539	917	998	1.080	11,05	12,77	14,42	22,28	23,78	25,23
"	"	"	80%	2%	"	311	382	452	830	912	993	8,64	10,40	12,10	20,17	21,71	23,20
"	"	"	"	1,5%	"	329	400	471	849	930	1.011	9,16	10,91	12,60	20,62	22,16	23,63
"	"	"	"	1%	"	348	419	490	868	949	1.030	9,68	11,42	13,10	21,08	22,60	24,07
3%	0%	"	70%	1,5%	1,5%	507	577	647	933	1.012	1.091	14,22	15,88	17,47	23,40	24,88	26,30
"	"	4%	"	"	"	239	310	380	666	745	823	6,72	8,52	10,26	16,70	18,31	19,86

Há a referir que para a obtenção do indicador AA, se vão utilizar os seguintes valores para $a'_x{}^d$:

Tipos de carteiras	Valores de "h"	Taxas "d"			
		11%	8%	7%	6%
I (x = 67)	90%	6,150485	7,360622	-	-
	80%	6,228894	7,470652	-	-
	70%	6,307322	7,580256	-	-
II (x = 65)	70%	-	-	8,557537	9,22288

Através do modo de cálculo explicado no Anexo 7, constroem-se os seguintes quadros, que evidenciam a rentabilidade para cada cenário ¹. Apresentam-se os seguintes indicadores: VLA (em contos), VLA / Encargos de Aquisição, Margem de Lucro (ML), TIR e Anuidade Actuarial (AA) (em contos). Assim sendo, tem-se:

¹ Dado o elevado número de cenários envolvidos, e o respectivo tratamento associado a cada um deles, tornava-se fastidiosa e com muito pouco valor prático a apresentação de todos eles. Por isso, e porque o processo é sempre semelhante, optou-se por expor duas situações descritas mais à frente, em V.3, por se considerarem adequadas para exemplificar o funcionamento do modelo.

Rentabilidade das rendas vitalícias imediatas para três tipos de cargas de segurança

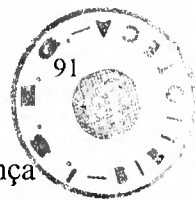
Cenários	Indicadores	PF 60/64									GKF 80 ($\bar{k} = 1$)					
		Companhia			Segurados			\bar{k}			Companhia			Segurados		
		0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%
A.1.1	VLA	148	164	175	-671	-690	-704				333	388	444	-870	-927	-984
	VLA / E. Aq.	3,81	4,22	4,51	-	-	-				7,79	9,08	10,38	-	-	-
	ML (%)	5,55	6,03	6,32	-25,18	-25,42	-25,43	3	2	1	11,34	12,98	14,55	-29,64	-30,98	-32,27
	TIR (%)	-	-	-	6,45	6,38	6,34				-	-	-	5,54	5,28	5,03
	AA	24,0	26,6	28,4	-109,1	-112,2	-114,4				54,1	63,1	72,1	-141,4	-150,1	-160,0
A.1.2	VLA	135	155	170	-668	-692	-710				287	342	397	-836	-893	-950
	VLA / E. Aq.	3,49	3,98	4,38	-	-	-				6,70	8,00	9,30	-	-	-
	ML (%)	5,08	5,69	6,13	-25,08	-25,47	-25,67	4	3	2	9,76	11,43	13,03	-28,50	-29,86	-31,17
	TIR (%)	-	-	-	6,53	6,44	6,38				-	-	-	5,82	5,56	5,31
	AA	21,7	24,8	27,2	-107,2	-111,0	-114,0				46,0	54,9	63,8	-134,3	-143,4	-152,6
A.1.3.1	VLA	122	144	163	-663	-691	-714				241	297	352	-768	-825	-882
	VLA / E. Aq.	3,15	3,71	4,19	-	-	-				5,65	6,95	8,24	-	-	-
	ML (%)	4,58	5,31	5,88	-24,90	-25,44	-25,80	5	4	3	8,23	9,92	11,56	-26,15	-27,56	-28,91
	TIR (%)	-	-	-	6,61	6,51	6,42				-	-	-	6,33	6,07	5,81
	AA	19,3	22,8	25,8	-105,2	-109,5	-113,2				32,5	41,3	50,1	-121,7	-130,7	-139,8
A.1.3.2	VLA	99	117	132	-659	-687	-712				194	249	305	-803	-860	-917
	VLA / E. Aq.	2,55	3,02	3,40	-	-	-				4,54	5,83	7,13	-	-	-
	ML (%)	3,72	4,31	4,77	-24,73	-25,31	-25,72	5	4	3	6,61	8,33	10,00	-27,34	-28,73	-30,06
	TIR (%)	-	-	-	6,82	6,75	6,70				-	-	-	6,50	6,26	6,03
	AA	15,7	18,6	20,9	-104,5	-108,9	-112,9				30,8	39,5	48,4	-127,3	-136,4	-145,4
A.2.1.1	VLA	203	218	227	-847	-865	-877				468	533	599	-1.130	-1.198	-1.266
	VLA / E. Aq.	4,49	4,82	5,01	-	-	-				9,21	10,51	11,81	-	-	-
	ML (%)	6,54	6,88	7,02	-27,24	-27,32	-27,18	3	2	1	13,42	15,01	16,55	-32,44	-33,73	-34,96
	TIR (%)	-	-	-	6,43	6,38	6,36				-	-	-	5,42	5,19	4,96
	AA	33,0	35,4	36,9	-137,6	-140,7	-142,6				76,0	86,7	97,4	-183,8	-194,8	-205,8
A.2.1.2	VLA	147	152	149	-833	-852	-864				444	510	576	-1.164	-1.231	-1.299
	VLA / E. Aq.	3,25	3,36	3,29	-	-	-				8,75	10,05	11,35	-	-	-
	ML (%)	4,73	4,80	4,62	-26,82	-26,90	-26,77	3	2	1	12,74	14,36	15,91	-33,40	-34,67	-35,89
	TIR (%)	-	-	-	6,81	6,82	6,85				-	-	-	5,70	5,48	5,27
	AA	23,9	24,7	24,2	-135,4	-138,5	-140,5				72,2	82,9	93,7	-189,3	-200,2	-211,2
A.2.2.1	VLA	188	206	220	-844	-868	-886				384	450	516	-1.064	-1.132	-1.199
	VLA / E. Aq.	4,15	4,55	4,85	-	-	-				7,57	8,87	10,17	-	-	-
	ML (%)	6,04	6,51	6,80	-27,17	-27,40	-27,43	4	3	2	11,02	12,67	14,25	-30,54	-31,86	-33,14
	TIR (%)	-	-	-	6,51	6,44	6,41				-	-	-	5,84	5,60	5,37
	AA	30,1	33,1	35,2	-135,5	-139,3	-142,2				61,7	72,2	82,8	-170,8	-181,7	-192,5
A.2.2.2	VLA	135	144	146	-828	-851	-868				347	413	479	-1.093	-1.160	-1.228
	VLA / E. Aq.	2,98	3,18	3,23	-	-	-				6,84	8,14	9,44	-	-	-
	ML (%)	4,34	4,54	4,52	-26,06	-26,87	-26,88	4	3	2	9,96	11,63	13,23	-31,35	-32,66	-33,92
	TIR (%)	-	-	-	6,86	6,85	6,87				-	-	-	6,16	5,94	5,73
	AA	21,7	23,1	23,4	-132,9	-136,6	-139,4				55,7	66,3	76,9	-175,5	-186,2	-197,2
A.2.3.1.1	VLA	172	194	211	-840	-868	-891				302	368	433	-999	-1.066	-1.134
	VLA / E. Aq.	3,80	4,28	4,66	-	-	-				5,95	7,24	8,54	-	-	-
	ML (%)	5,54	6,11	6,54	-27,04	-27,41	27,60	5	4	3	8,66	10,35	11,97	-28,66	-30,02	-31,33
	TIR (%)	-	-	-	6,58	6,51	6,45				-	-	-	6,23	5,99	5,76
	AA	27,3	30,7	33,4	-133,2	-137,7	-141,3				47,8	58,3	68,7	-158,3	-169,0	-179,8
A.2.3.1.2	VLA	228	262	293	-896	-937	-973				469	535	601	-1.166	-1.234	-1.302
	VLA / E. Aq.	5,04	5,79	6,48	-	-	-				9,25	10,54	11,84	-	-	-
	ML (%)	7,34	8,27	9,09	-28,84	-29,57	-30,16	5	4	3	13,47	15,07	16,60	-33,47	-34,74	-35,96
	TIR (%)	-	-	-	6,23	6,09	5,97				-	-	-	5,34	5,11	4,89
	AA	36,2	41,5	46,5	-142,1	-148,5	-154,3				74,4	84,8	95,3	-184,9	-195,6	-206,4
A.2.3.1.3	VLA	315	369	424	-983	-1.044	-1.104				514	580	646	-1.211	-1.279	-1.346
	VLA / E. Aq.	6,96	8,15	9,37	-	-	-				10,13	11,43	12,73	-	-	-
	ML (%)	10,14	11,65	13,13	-31,64	-32,95	-34,20	5	4	3	14,75	16,33	17,84	-34,75	-36,00	-37,19
	TIR (%)	-	-	-	5,66	5,42	5,20				-	-	-	5,19	4,97	4,75
	AA	50,0	58,5	67,2	-155,9	-165,5	-175,0				81,5	91,9	102,4	-192,0	-202,7	-213,4
A.2.3.2.1	VLA	123	136	143	-823	-850	-871				250	316	381	-1.020	-1.088	-1.156
	VLA / E. Aq.	2,72	3,01	3,16	-	-	-				4,92	6,22	7,51	-	-	-
	ML (%)	3,96	4,29	4,43	-26,48	-26,82	-26,97	5	4	3	7,17	8,89	10,53	-29,28	-30,63	-31,93
	TIR (%)	-	-	-	6,91	6,88	6,88				-	-	-	6,60	6,38	6,17
	AA	19,5	21,6	22,7	-130,5	-134,8	-138,1				39,6	50,1	60,4	-161,7	-172,5	-183,3

Rentabilidade das rendas vitalícias imediatas para três tipos de cargas de segurança
(continuação)

Cenários	Indicadores	PF 60/64									GKF 80 ($\bar{k} = 1$)					
		Companhia			Segurados			\bar{k}			Companhia			Segurados		
		0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%
A.2.3.2.2	VLA	208	239	267	-894	-935	-974				465	531	597	-1.198	-1.266	-1.333
	VLA / E. Aq.	4,60	5,28	5,90	-	-	-				5,12	6,05	6,98	-	-	-
	ML (%)	6,69	7,54	8,27	-28,76	-29,52	-30,16	5	4	3	7,46	8,65	9,78	-34,38	-35,63	-36,84
	TIR (%)	-	-	-	6,38	6,27	6,17				-	-	-	5,45	5,24	5,03
	AA	33,0	37,9	42,3	-141,7	-148,2	-154,4				73,7	84,2	94,7	-189,9	-200,7	-211,3
A.2.3.2.3	VLA	315	368	423	-983	-1.044	-1.104				505	570	636	-1.229	-1.297	-1.365
	VLA / E. Aq.	6,96	8,13	9,35	-	-	-				6,31	7,47	8,66	-	-	-
	ML (%)	10,13	11,62	13,11	-31,64	-32,95	-34,20	5	4	3	9,19	10,67	12,14	-35,28	-36,52	-37,70
	TIR (%)	-	-	-	5,66	5,43	5,20				-	-	-	5,34	5,12	4,92
	AA	49,9	58,3	67,1	-155,9	-165,5	-175,0				80,1	90,4	100,8	-194,9	-205,6	-216,4
B.1.1.1	VLA	108	118	145	-784	-800	-832				348	413	479	-1.048	-1.115	-1.182
	VLA / E. Aq.	2,40	2,61	3,23	-	-	-				2,94	3,65	4,53	-	-	-
	ML (%)	3,50	3,73	4,53	-25,40	-25,41	-25,94	5	3	2	4,29	5,22	6,35	-30,28	-31,61	-32,89
	TIR (%)	-	-	-	3,97	3,95	3,84				-	-	-	3,09	2,86	2,64
	AA	14,7	16,0	19,8	-106,6	-108,7	-113,1				47,3	56,1	65,0	-142,4	-151,5	-160,6
B.1.1.2	VLA	92	97	121	-785	-805	-840				352	418	483	-1.087	-1.154	-1.221
	VLA / E. Aq.	2,05	2,16	2,71	-	-	-				2,84	3,51	4,35	-	-	-
	ML (%)	2,98	3,19	3,79	-25,43	-25,57	-26,18	5	3	2	4,13	5,20	6,09	-31,40	-32,71	-33,96
	TIR (%)	-	-	-	4,08	4,08	4,00				-	-	-	3,15	2,93	2,73
	AA	12,5	13,2	16,6	-106,7	-109,4	-114,1				47,8	56,8	65,6	-147,7	-156,8	-165,9
B.1.2.1.1.1	VLA	79	112	120	-766	-808	-822				260	326	391	-979	-1.046	-1.114
	VLA / E. Aq.	1,75	2,49	2,66	-	-	-				2,00	2,86	3,56	-	-	-
	ML (%)	2,54	3,56	3,73	-24,80	-25,66	-25,63	6	5	3	2,92	4,09	4,99	-28,30	-29,66	-30,98
	TIR (%)	-	-	-	4,11	3,96	3,95				-	-	-	3,49	3,26	3,04
	AA	10,5	15,0	16,0	-102,5	-108,2	-110,1				34,8	43,6	52,3	-131,1	-140,0	-149,1
B.1.2.1.1.2	VLA	77	94	126	-781	-807	-846				265	330	400	-1.003	-1.070	-1.137
	VLA / E. Aq.	1,72	2,10	2,80	-	-	-				1,93	2,67	3,54	-	-	-
	ML (%)	2,50	3,00	3,93	-25,27	-25,63	-26,36	7	5	4	2,81	3,81	4,97	-28,97	-30,32	-31,63
	TIR (%)	-	-	-	4,03	3,97	3,84				-	-	-	3,37	3,14	2,92
	AA	10,4	12,6	16,9	-104,5	-108,0	-113,2				35,5	44,2	52,9	-134,2	-143,2	-152,2
B.1.2.1.1.3	VLA	95	109	139	-767	-788	-824				307	372	437	-1.007	-1.074	-1.141
	VLA / E. Aq.	2,12	2,42	3,09	-	-	-				2,46	3,19	4,07	-	-	-
	ML (%)	3,09	3,46	4,33	-24,83	-25,03	-25,67	6	4	3	3,58	4,55	5,70	-29,08	-30,43	-31,74
	TIR (%)	-	-	-	4,10	4,06	3,94				-	-	-	3,35	3,12	2,90
	AA	12,8	14,6	18,6	-102,6	-105,5	-110,2				41,0	49,8	58,5	-134,7	-143,7	-152,7
B.1.2.1.2	VLA	68	99	100	-755	-795	-802				227	293	358	-946	-1.013	-1.080
	VLA / E. Aq.	1,51	2,19	2,22	-	-	-				1,75	2,57	3,21	-	-	-
	ML (%)	2,20	3,13	3,11	-24,45	-25,24	-25,01	6	5	3	2,55	3,67	4,50	-27,33	-28,71	-30,05
	TIR (%)	-	-	-	4,17	4,04	4,05				-	-	-	3,66	3,42	3,20
	AA	9,1	13,2	13,4	-101,1	-106,4	-107,4				30,4	39,2	47,9	-126,6	-135,6	-144,6
B.1.2.2.1	VLA	61	92	94	-763	-806	-824				259	324	390	-1.019	-1.086	-1.153
	VLA / E. Aq.	1,36	2,05	2,09	-	-	-				1,88	2,70	3,35	-	-	-
	ML (%)	1,98	2,92	2,93	-24,70	-25,60	-25,67	6	5	3	2,73	3,86	4,69	-29,43	-30,78	-32,07
	TIR (%)	-	-	-	4,22	4,09	4,11				-	-	-	3,57	3,36	3,15
	AA	8,2	12,3	12,6	-102,1	-107,9	-110,3				34,7	43,4	52,2	-136,4	-145,4	-154,3
B.1.2.2.2	VLA	47	75	69	-751	-792	-803				223	288	353	-989	-1.056	-1.123
	VLA / E. Aq.	1,05	1,67	1,54	-	-	-				1,60	2,38	2,95	-	-	-
	ML (%)	1,52	2,38	2,15	-24,32	-25,15	25,02	6	5	3	2,33	3,40	4,14	-28,57	-29,93	-31,24
	TIR (%)	-	-	-	4,30	4,19	4,24				-	-	-	3,75	3,53	3,33
	AA	6,3	10,0	9,2	-100,5	-106,0	-107,5				29,9	38,6	47,3	-132,4	-141,4	-150,3
B.2.1.1	VLA	158	193	189	-1.009	-1.052	-1.054				504	583	662	-1.389	-1.470	-1.551
	VLA / E. Aq.	2,97	3,63	3,56	-	-	-				3,71	4,59	5,21	-	-	-
	ML (%)	4,33	5,19	4,98	-27,64	-28,27	-27,78	5	4	2	5,40	6,55	7,30	-33,25	-34,52	-35,74
	TIR (%)	-	-	-	3,94	3,83	3,87				-	-	-	2,99	2,78	2,58
	AA	21,5	26,2	25,7	-137,1	-142,9	-143,1				68,5	79,2	89,9	-188,7	-199,7	-210,7
B.2.1.2	VLA	121	149	129	-1.002	-1.044	-1.047				483	562	641	-1.425	-1.507	-1.588
	VLA / E. Aq.	2,28	2,80	2,42	-	-	-				3,36	4,35	4,68	-	-	-
	ML (%)	3,31	4,00	3,40	-27,44	-28,07	-27,61	5	4	2	4,89	6,21	6,56	-34,12	-35,37	-36,58
	TIR (%)	-	-	-	4,12	4,04	4,14				-	-	-	3,17	2,97	2,79
	AA	16,4	20,2	17,5	-136,1	-141,8	-142,2				65,2	81,2	87,1	-193,6	-204,7	-215,7

Rentabilidade das rendas vitalícias imediatas para três tipos de cargas de segurança
(continuação)

Cenários	Indicadores	PF 60/64									GKF 80 ($\bar{k} = 1$)					
		Companhia			Segurados			\bar{k}			Companhia			Segurados		
		0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%
B.2.2.1.1.1	VLA	122	157	191	-989	-1.034	-1.076				388	467	546	-1.299	-1.380	-1.461
	VLA / E. Aq.	2,29	2,96	3,59	-	-	-				2,66	3,51	4,37	-	-	-
	ML (%)	3,34	4,23	5,04	-27,08	-27,80	-28,38	6	5	4	3,88	5,01	6,12	-31,09	-32,40	-33,66
	TIR (%)	-	-	-	4,07	3,96	3,85	-	-	-	-	-	-	3,40	3,19	2,99
	AA	16,3	21,1	25,6	-132,3	-138,5	-144,1	-	-	-	51,9	62,5	73,1	-173,9	-184,7	-195,6
B.2.2.1.1.2	VLA	127	140	173	-1.010	-1.034	-1.075				401	480	558	-1.330	-1.411	-1.493
	VLA / E. Aq.	2,39	2,63	3,25	-	-	-				2,68	3,38	4,23	-	-	-
	ML (%)	3,48	3,76	4,55	-27,66	-27,77	-28,35	7	5	4	3,90	4,83	5,93	-31,84	-33,14	-34,39
	TIR (%)	-	-	-	3,99	3,96	3,86	-	-	-	-	-	-	3,27	3,07	2,86
	AA	17,0	18,7	23,1	-135,1	-138,4	-143,9	-	-	-	53,6	64,2	74,8	-178,1	-188,9	-199,8
B.2.2.1.1.3	VLA	139	175	176	-989	-1.035	-1.044				442	521	600	-1.334	-1.415	-1.496
	VLA / E. Aq.	2,61	3,29	3,32	-	-	-				3,09	3,96	4,61	-	-	-
	ML (%)	3,80	4,70	4,65	-27,10	-27,82	-27,54	6	5	3	4,50	5,66	6,47	-31,94	-33,23	-34,48
	TIR (%)	-	-	-	4,07	3,95	3,97	-	-	-	-	-	-	3,26	3,05	2,85
	AA	18,6	23,4	23,6	-132,4	-138,6	-139,8	-	-	-	59,2	69,8	80,3	-178,6	-189,5	-200,3
B.2.2.1.2	VLA	106	138	167	-972	-1.015	-1.052				379	458	537	-1.290	-1.371	-1.452
	VLA / E. Aq.	1,99	2,59	3,14	-	-	-				2,52	3,34	4,16	-	-	-
	ML (%)	2,90	3,70	4,40	-26,64	-27,27	-27,75	6	5	4	3,68	4,77	5,84	-30,87	-32,19	-33,46
	TIR (%)	-	-	-	4,15	4,04	3,96	-	-	-	-	-	-	3,43	3,22	3,01
	AA	14,2	18,4	22,4	-130,2	-135,8	-140,9	-	-	-	50,8	61,3	71,9	-172,7	-183,5	-194,4
B.2.2.2	VLA	85	114	140	-997	-1.022	-1.064				352	431	510	-1.331	-1.412	-1.494
	VLA / E. Aq.	1,60	2,14	2,63	-	-	-				2,28	3,06	3,86	-	-	-
	ML (%)	2,33	3,06	3,69	-26,76	-27,47	-28,05	6	5	4	3,33	4,38	5,40	-31,87	-33,16	-34,41
	TIR (%)	-	-	-	4,25	4,16	4,09	-	-	-	-	-	-	3,62	3,42	3,23
	AA	11,4	15,3	18,7	-130,8	-136,8	-142,4	-	-	-	47,1	57,7	68,3	-178,2	-189,0	-200,0
C.1.1.1.1	VLA	199	222	240	-823	-852	-875				392	469	546	-1.043	-1.121	-1.200
	VLA / E. Aq.	3,78	4,21	5,04	-	-	-				3,96	4,80	6,22	-	-	-
	ML (%)	5,50	6,02	6,38	-22,77	-23,12	-23,29	5	4	3	5,77	6,86	7,88	-25,76	-27,17	-28,53
	TIR (%)	-	-	-	3,84	3,77	3,73	-	-	-	-	-	-	3,32	3,10	2,89
	AA	23,2	25,9	28,0	-96,2	-99,6	-102,2	-	-	-	45,8	54,8	63,8	-121,9	-131,0	-140,2
C.1.1.1.2	VLA	168	185	196	-793	-815	-831				330	407	485	-981	-1.060	-1.139
	VLA / E. Aq.	3,19	3,52	3,73	-	-	-				3,35	4,15	4,92	-	-	-
	ML (%)	4,65	5,02	5,22	-21,92	-22,12	-22,13	5	4	3	4,88	5,93	6,91	-24,24	-25,68	-27,07
	TIR (%)	-	-	-	3,97	3,93	3,91	-	-	-	-	-	-	3,54	3,33	3,12
	AA	19,6	21,6	22,9	-92,6	-95,3	-97,1	-	-	-	38,6	47,6	56,6	-114,7	-123,9	-133,1
C.1.1.2	VLA	250	283	313	-875	-913	-947				494	571	648	-1.145	-1.224	-1.302
	VLA / E. Aq.	4,76	5,38	5,94	-	-	-				4,98	5,89	6,79	-	-	-
	ML (%)	6,93	7,69	8,32	-24,20	-24,79	-25,23	5	4	3	7,25	8,42	9,53	-28,29	-29,65	-30,97
	TIR (%)	-	-	-	3,61	3,51	3,43	-	-	-	-	-	-	2,93	2,72	2,52
	AA	29,2	33,1	36,5	-102,2	-106,7	-110,7	-	-	-	57,7	66,8	75,8	-133,8	-143,0	-152,2
C.1.1.3	VLA	411	475	538	-1.036	-1.105	-1.173				665	742	819	-1.316	-1.395	-1.473
	VLA / E. Aq.	7,81	9,02	10,22	-	-	-				7,25	8,45	9,66	-	-	-
	ML (%)	11,38	12,89	14,32	-28,65	-29,99	-31,23	5	4	3	10,56	12,07	13,53	-32,51	-33,79	-35,03
	TIR (%)	-	-	-	2,88	2,68	2,48	-	-	-	-	-	-	2,35	2,15	1,96
	AA	48,0	55,5	62,9	-121,0	-129,1	-137,1	-	-	-	77,7	86,7	95,7	-153,8	-163,0	-172,1
C.1.2.1.1	VLA	159	177	186	-815	-846	-867				405	482	560	-1.113	-1.191	-1.270
	VLA / E. Aq.	3,02	3,36	3,53	-	-	-				3,83	4,62	5,37	-	-	-
	ML (%)	4,40	4,80	4,95	-22,55	-22,95	-23,09	5	4	3	5,57	6,60	7,53	-27,49	-28,87	-30,20
	TIR (%)	-	-	-	4,05	4,01	4,02	-	-	-	-	-	-	3,40	3,21	3,02
	AA	18,6	20,7	21,7	-95,2	-98,9	-101,3	-	-	-	47,3	56,3	65,4	-130,1	-139,2	-148,4
C.1.2.1.2	VLA	114	125	129	-776	-800	-817				339	416	493	-1.055	-1.134	-1.212
	VLA / E. Aq.	2,17	2,37	2,45	-	-	-				3,14	3,88	4,59	-	-	-
	ML (%)	3,16	3,39	3,43	-21,46	-21,70	-21,76	5	4	3	4,58	5,54	6,43	-26,06	-27,47	-28,83
	TIR (%)	-	-	-	4,24	4,23	4,23	-	-	-	-	-	-	3,64	3,45	3,26
	AA	13,3	14,6	15,1	-90,7	-93,5	-95,5	-	-	-	39,6	48,6	57,6	-123,3	-132,5	-141,6
C.1.2.2	VLA	222	252	278	-870	-911	-948				512	589	666	-1.205	-1.284	-1.362
	VLA / E. Aq.	4,22	4,79	5,28	-	-	-				4,90	5,79	6,67	-	-	-
	ML (%)	6,14	6,84	7,41	-24,07	-24,72	-25,24	5	4	3	7,14	8,27	9,34	-29,77	-31,11	-32,40
	TIR (%)	-	-	-	3,78	3,71	3,65	-	-	-	-	-	-	3,00	2,80	2,62
	AA	25,9	29,5	32,5	-101,7	-106,5	-110,8	-	-	-	59,8	68,8	77,8	-140,8	-150,0	-159,2


 Rentabilidade das rendas vitalícias imediatas para três tipos de cargas de segurança
 (continuação)

Cenários	Indicadores	PF 60/64									GKF 80 ($\bar{k} = 1$)					
		Companhia			Segurados			\bar{k}			Companhia			Segurados		
		0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%	0%	2%	4%
C.1.2.3	VLA	411	475	538	-1.036	-1.105	-1.174				671	748	826	-1.342	-1.420	-1.499
	VLA / E. Aq.	7,81	9,02	10,22	-	-	-				7,29	8,49	9,70	-	-	-
	ML (%)	11,37	12,88	14,32	-28,65	-29,99	-31,25	5	4	3	10,62	12,12	13,59	-33,14	-34,41	-35,64
	TIR (%)	-	-	-	2,88	2,68	2,49				-	-	-	2,42	2,23	2,05
	AA	48,0	55,5	62,9	-121,1	-129,1	-137,2				78,4	87,4	96,5	-156,8	-165,9	-175,2
C.2.1.1.1	VLA	98	117	155	-752	-780	-825				273	350	427	-963	-1.042	-1.120
	VLA / E. Aq.	1,85	2,51	2,93	-	-	-				1,86	2,59	3,47	-	-	-
	ML (%)	2,70	3,59	4,11	-20,79	-21,16	-21,95	8	6	5	2,71	3,70	4,86	-23,78	-25,24	-26,63
	TIR (%)	-	-	-	3,25	3,19	3,08				-	-	-	2,78	2,57	2,37
	AA	10,6	15,1	16,8	-81,5	-87,0	-89,4				29,6	38,0	46,3	-104,4	-112,9	-121,5
C.2.1.1.2	VLA	85	99	132	-739	-762	-802				229	306	383	-919	-997	-1.076
	VLA / E. Aq.	1,62	2,22	2,51	-	-	-				1,57	2,26	3,09	-	-	-
	ML (%)	2,35	3,17	3,53	-20,44	-20,66	-21,37	8	6	5	2,29	3,23	4,33	-22,69	-24,17	-25,58
	TIR (%)	-	-	-	3,30	3,27	3,16				-	-	-	2,93	2,72	2,52
	AA	9,2	13,5	14,4	-80,1	-85,3	-87,0				24,8	33,2	41,5	-99,6	-108,1	-116,7
C.2.1.2	VLA	135	173	221	-789	-836	-891				406	483	560	-1.096	-1.174	-1.253
	VLA / E. Aq.	2,57	3,43	4,20	-	-	-				2,69	3,60	4,62	-	-	-
	ML (%)	3,74	4,90	5,88	-21,83	-22,67	-23,72	8	6	5	3,92	5,14	6,48	-27,06	-28,45	-29,79
	TIR (%)	-	-	-	3,08	2,96	2,81				-	-	-	2,31	2,11	1,91
	AA	14,7	20,1	24,0	-85,6	-92,0	-96,6				44,0	52,3	60,7	-118,8	-127,3	-135,8
C.2.1.3	VLA	181	243	306	-835	-905	-976				410	487	564	-1.100	-1.178	-1.257
	VLA / E. Aq.	3,44	4,61	5,80	-	-	-				3,04	4,15	5,29	-	-	-
	ML (%)	5,02	6,58	8,14	-23,10	-24,57	-25,98	8	6	5	4,43	5,92	7,42	-27,16	-28,55	-29,88
	TIR (%)	-	-	-	2,88	2,67	2,47				-	-	-	2,35	2,15	1,96
	AA	19,7	26,3	33,1	-90,6	-98,2	-105,8				44,4	52,8	61,1	-119,2	-127,7	-136,3
C.2.2.1.1	VLA	80	94	128	-746	-775	-821				276	353	430	-1.007	-1.086	-1.164
	VLA / E. Aq.	0,77	1,78	2,43	-	-	-				1,78	2,46	3,30	-	-	-
	ML (%)	2,21	2,55	3,41	-20,65	-21,04	-21,85	8	6	5	2,59	3,52	4,63	-24,88	-26,31	-27,69
	TIR (%)	-	-	-	3,32	3,30	3,20				-	-	-	2,83	2,64	2,45
	AA	8,7	10,2	13,9	-80,9	-84,0	-89,0				29,9	38,3	46,6	-109,2	-117,8	-126,2
C.2.2.1.2	VLA	65	71	100	-733	-756	-796				228	306	383	-966	-1.045	-1.123
	VLA / E. Aq.	1,23	1,35	1,90	-	-	-				1,47	2,10	2,90	-	-	-
	ML (%)	1,80	1,93	2,66	-20,26	-20,49	-21,21	8	6	5	2,14	3,01	4,06	-23,87	-25,32	-26,71
	TIR (%)	-	-	-	3,39	3,39	3,30				-	-	-	2,99	2,80	2,62
	AA	7,1	7,7	10,8	-79,5	-82,0	-86,3				24,7	33,2	41,5	-104,7	-113,3	-121,8
C.2.2.2	VLA	126	161	208	-787	-835	-891				412	489	567	-1.125	-1.204	-1.283
	VLA / E. Aq.	2,40	3,06	3,95	-	-	-				2,66	3,54	4,56	-	-	-
	ML (%)	3,49	4,37	5,54	-21,77	-22,64	-23,72	8	6	5	3,87	5,06	6,38	-27,80	-29,17	-30,50
	TIR (%)	-	-	-	3,13	3,02	2,88				-	-	-	2,34	2,15	1,96
	AA	13,7	17,5	22,6	-85,3	-90,5	-96,6				44,7	53,0	61,5	-122,0	-130,5	-139,1
C.2.2.3	VLA	181	242	305	-835	-905	-975				407	484	561	-1.119	-1.198	-1.277
	VLA / E. Aq.	3,44	4,59	5,79	-	-	-				3,03	4,12	5,27	-	-	-
	ML (%)	5,00	6,56	8,12	-23,10	-24,56	-25,97	8	6	5	4,41	5,89	7,39	-27,65	-29,03	-30,35
	TIR (%)	-	-	-	2,88	2,68	2,48				-	-	-	2,42	2,23	2,05
	AA	19,6	26,2	33,1	-90,5	-98,1	-105,7				44,1	52,5	60,8	-121,3	-124,5	-138,5

Nota final:

Recorde-se que da forma como o modelo está construído, garante-se, para bem da companhia, que apenas exista distribuição de resultados quando se perspectiva que não haverá problemas na exploração dos contratos, ou seja, quando não surgirem quaisquer défices que obriguem a necessidades de financiamento com os consequentes encargos

financeiros. Limitando-se a participação nos benefícios só a partir do ano " \bar{k} ", assegura-se a incompatibilidade entre essa participação e os contratos onde hajam prejuízos. Se não se colocasse essa limitação - permitindo-se que, por exemplo, a partir da terceira anuidade os resultados adicionais seriam distribuídos -, estariam-se a acumular prejuízos no caso de haverem necessidades de financiamento.

B.3 - Interpretação dos Resultados

Dos valores mencionados nos últimos quadros, cumpre fazer as seguintes observações:

- Como seria de esperar, o impacto das mudanças de cenários é um "jogo de soma nula", pois o sentido na variação da rentabilidade entre as seguradoras e os segurados varia inversamente. Há, no entanto, duas ressalvas a fazer.
 1. Se a taxa de juro "i" aumentar, ambas as partes ganham com isso, pois maior fica a diferença entre essa taxa e a taxa " t^{PU} ", advindo daí maiores resultados. Por outro lado, se a exploração dos contratos se traduzir globalmente em défices, ambas as partes saem prejudicadas; a primeira pelo compromisso de cumprir responsabilidades para as quais não cobrou o prémio necessário, e a segunda porque, face ao prémio pago, apenas recebe as respectivas rendas, não beneficiando portanto de qualquer resultado adicional distribuído. O subcapítulo seguinte vai dar especial atenção a esse caso.
 2. Existem situações em que, passando da distribuição dos resultados sob a entrega directa aos segurados para o aumento das rendas, ambas as partes saem beneficiadas, como se verá mais à frente.
- Na GKF, é de salientar que a maior parte dos VLA se deve ao facto de ter-se sempre $\bar{k}=1$ e de apenas se distribuírem os resultados a partir do terceiro ano.
- Entre os cenários considerados, os benefícios da companhia são, para ambas as tábuas, tanto maiores quanto maior for a taxa de crescimento das rendas, uma vez que não existem prejuízos de exploração dos contratos. Quanto a isso, há a esclarecer dois aspectos:

- Como se sabe, dada a inexistência de necessidades de financiamento, a taxa de juro agravada ("g") não foi usada para os cenários em causa;
- A relação crescente (citada anteriormente) entre a rentabilidade das seguradoras e a taxa de crescimento das rendas também pode ser válida quando houverem prejuízos globais dos contratos, desde que existam elevados ganhos de mortalidade ¹.
- Para a tabela PF, num ambiente *caeteris paribus*, a rentabilidade para as companhias é crescente no caso da participação nos resultados abarcar, respectivamente, os saldos totais, financeiros e técnicos. Essa regra é mais acentuada - isto é, a diferença é um pouco mais nítida - quando os ganhos são distribuídos sob a forma de aumento das rendas. Quanto à GKF, embora essas considerações continuem a ser válidas na generalidade, têm uma excepção nos cenários do grupo C, quando $i=4\%$ e os resultados são distribuídos através do aumento das rendas onde, nesse caso, a rentabilidade com o saldo financeiro é ligeiramente superior - ainda que muito pouco imperceptível - à verificada com o saldo técnico, dados os elevados ganhos de mortalidade tidos com essa tábua, superando o ganho diferencial de 1% nas taxas de juro. Aliás, com $i=4\%$, mesmo com a distribuição dos resultados através da entrega de numerário, as rentabilidades com o saldo financeiro e com o saldo técnico são praticamente idênticas, ainda que a favor do primeiro tipo de saldo.
- A passagem do tipo de distribuição de resultados de (1) - entrega directa aos segurados - para (2) - aumento das rendas - traduz-se, para as seguradoras, numa redução sistemática da rentabilidade na PF, enquanto na GKF, embora a tendência se mantenha em termos gerais nos cenários dos grupos A e B (com excepção de B.1.1.2, onde $i=5\%$ e $h=90\%$), o mesmo não acontece nos do grupo C podendo-se dizer que existe vantagem para a companhia nos contratos com (2). Essas reduções são mais nítidas sobretudo quando são distribuídos os saldos totais. Além disso, essa passagem de (1) para (2) é, de longe, muito mais sentida na primeira tábua.

¹ A esse propósito, e fazendo $g=10\%$, $d=9\%$ e $i=5\%$, confrontem-se os VLA, na óptica da companhia, dos cenários A.1.1. e A.2.1.1 ($h=90\%$) e, por outro lado, dos cenários A.1.3.1 e A.2.3.1.1 ($h=70\%$), para a tábua PF e $\lambda=0\%$:

h = 90%		h = 70%	
r = 0%	r = 2%	r = 0%	r = 2%
-240,3	-208,6	-400,8	-411,0

Para $h=70\%$, visto que os benefícios de mortalidade com a PF são ténues, o prejuízo, por contrato, é maior com $r=2\%$ do que usando $r=0\%$, ao contrário do que se verifica com $h=90\%$.

A esse propósito, repare-se que nos cenários A, para a PF, as diminuições do VLA por esse motivo superam os ganhos pela passagem para uma carteira composta por um "h" imediatamente superior.

Na GKF, as alterações na rentabilidade motivadas pela mudança na composição das carteiras são, sem sombra de dúvidas, muito mais sentidas que a substituição de (1) por (2). Quer os aumentos quer as diminuições na rentabilidade devido a essa substituição são, na sua maior parte, ligeiros.

- Como se esperava, o efeito na diminuição do nível de rentabilidade das companhias devido ao aumento de $p=70%$ para $80%$ é mais saliente na GKF.
- Na óptica dos segurados, a passagem de (1) para (2) traduz-se sempre no aumento da rentabilidade, visível nas TIR. Esse ganho é independente do que ocorre nas seguradoras; ou melhor, mesmo nos casos em que, para elas, existe mais benefício com (2) do que com (1) - situações vistas para a GKF -, isso é extensível aos segurados, não se verificando portanto o tal "jogo de soma nula". Quanto a isso, e à rentabilidade para os segurados em geral, há a focar alguns pontos.
 1. Ao contrário do que se poderia pensar, a situação em (2) é sistematicamente melhor porque, mesmo com a GKF (cujas probabilidades de sobrevivência são superiores às da PF), começam a existir prejuízos de mortalidade, para qualquer tipo de carteira considerada, a partir dos 93 anos, pelo que daí para a frente não haveriam resultados distribuídos através de (1), ao passo que com a forma (2) a distribuição continua, quaisquer que fossem as condições reais. A vantagem de (2), para os segurados, é reforçada com a PF pois, como se viu na secção C de III.1, os problemas com essa tábua começam a dar-se, para as mesmas carteiras, entre os 80 e os 83 anos, conforme "h" for 70 ou 90%.
 2. Na passagem de (1) para (2), há a realçar uma situação que, à primeira vista, parece paradoxal, e que consiste na existência, em especial na GKF, de VLA mais negativos e, ao mesmo tempo, TIR superiores, ou seja, $\partial TIR / \partial VLA < 0$. Embora os prémios sejam os mesmos, isso deve-se a dois factores: a uma estrutura de saldos anuais que difere bastante consoante se trate de (1) ou (2) e, por outro lado, da utilização de uma taxa de desconto que vai actualizar valores muito díspares.

3. Por vezes, entre duas cargas de segurança, tem-se, para a PF, uma TIR que é superior na que tem carga mais elevada, ocorrendo o contrário para o VLA no caso das seguradoras. Isso deve-se aos anos " \bar{k} ", sobre os quais dependem a participação nos resultados. Um exemplo disso é o cenário A.2.1.2 .

- Ainda em relação aos segurados, note-se na coincidência que existe, na GKF e para qualquer carga " λ ", entre as TIR dos cenários C.1.1.3 e C.2.1.3, para a forma de distribuição (1) e, por outro lado, entre C.1.2.3 e C.2.2.3, para a forma (2), visto que a distribuição dos resultados depende somente das condições de mortalidade. Os valores dos VLA diferem devido ao uso de taxas de desconto diferentes. É devido aos anos " \bar{k} " que essa igualdade não ocorre na PF, embora as diferenças sejam praticamente nulas.
- Retomando a relação entre o VLA e a TIR, os cenários A.1.1 e A.2.1.1, para a PF e $\lambda=4\%$, são um exemplo doutro género de situações em que $\partial TIR / \partial VLA < 0$, ao contrário do que é normal. Aí, está-se em presença de diferentes "(PU)" e saldos anuais.
- Tanto em termos da companhia como dos segurados, o efeito de alterações nos encargos de gestão é muito pouco sentido - analisem-se os indicadores ML e TIR ¹. Quanto maiores os encargos de gestão efectivos, pior para a companhia; pelo contrário, e visto que o apuramento dos resultados é feito sobre as PM efectivas, os segurados saem tanto mais beneficiados, ainda que ligeiramente, quanto maiores forem esses encargos.
- Neste momento, seria oportuno reportar aos valores de III.2 relativamente aos resultados totais obtidos, para certas taxas, tábuas e composições de carteiras, alertando para o facto dos resultados aí mostrados não poderem ser comparáveis imediatamente aos valores de ML, visto tratarem-se de cálculos diferentes, como se pode observar facilmente através das respectivas fórmulas. Analisando, para $x=65$ anos, $h=70\%$ e $tt^{PU}=3\%$, e com $i=5$ e 4% , os valores para ambas as tabelas teóricas de mortalidade - vide quadro 16 do Anexo 5 -, conclui-se que os resultados totais aí expostos são bastante superiores à ML líquida (qualquer que seja a carga de seguran-

¹ Isso é nítido na tabela GKF, em que $\bar{k}=1$. Na PF, a extrema aproximação entre os valores não é tão marcante porque face a alterações de " $\gamma' + \delta$ ", os respectivos " \bar{k} " diferem.

ça ¹⁾, para as mesmas taxas consideradas, sendo os desvios motivados sobretudo pela utilização, na ML, de uma taxa " tt^{PU} " no denominador - ou seja, em (PU)" - que é inferior à taxa "i" usada em $\alpha_x^{mr;i}$ para os resultados totais de III.2 .

- Por último, e somente a título de curiosidade, refira-se que a não inclusão dos encargos de gestão no cálculo dos aumentos adicionais de renda tem um efeito praticamente nulo, tanto em relação às companhias como aos segurados, sendo o impacto nesses últimos, por exemplo ao nível da TIR, apenas cerca de duas centésimas percentuais a mais. Por acrescentar quase nenhuma informação relevante, optou-se por não apresentar os resultados nessa hipótese de ausência de encargos.

V.3 - Eventual Situação Deficitária Actual

Os cenários atrás descritos supõem sempre condições favoráveis para a companhia. Contudo, pelo menos para os contratos em vigor - normalmente construídos com a taxa técnica de 6% e a tábua PF 60/64 -, é bastante provável que a rentabilidade seja muito diferente do que podem fazer crer alguns desses cenários. É isso que seguidamente vai ser analisado.

Nos contratos de rendas contraídos sob a taxa técnica e a tábua de mortalidade acima descritas, pode-se admitir, muito legitimamente, que as mudanças futuras nas variáveis sejam prejudiciais para as seguradoras nos dois aspectos, ou seja, na redução das taxas de juro e no aumento da longevidade embora, na verdade, o primeiro seja muito mais temido. De facto, para os contratos cujos prémios foram cobrados com $tt^{PU}=6\%$, qualquer taxa de juro obtida abaixo desse valor provoca a inviabilidade dos mesmos, ainda que possam existir benefícios de mortalidade. Isso faz, só por si, alterar a ideia frequentemente cimentada de que os contratos de rendas vitalícias são muito lucrativos para as seguradoras. Não nos devemos esquecer que estão em causa contratos de muito longo prazo e que, mesmo que inicialmente as condições reais não sejam adversas, poderão ocorrer evoluções desfavoráveis que terão de ser exclusivamente suportadas

¹ Exceptuam-se apenas os cenários C.2.1.3 e C.2.2.3, para a PF e $\lambda = 4\%$, em que $i - tt^{PU} = 1\%$, e sendo os resultados técnicos os que são objecto de distribuição.

pelas companhias. Esse risco que elas têm por assumir as responsabilidades futuras sem poderem repor a situação é uma explicação para o princípio da prudência.

Por exemplo, relativamente aos cenários A.2.3.1.1 e A.2.3.2.1, e fazendo $\lambda=0\%$, mudem-se as taxas "g" e "d" respectivamente para 10 e 9%, e comparem-se os indicadores de rentabilidade face a valores diferentes para a taxa "i", utilizando a PF:

Indicadores de rentabilidade	Companhia			Segurados		
	i = 5%	i = 8%		i = 5%	i = 8%	
		(1)	(2)		(1)	(2)
VLA	-411,0	203,2	143,6	-690,8	-514,0	-474,3
TIR	-	-	-	5,64%	6,58%	6,91%

Note-se que o prejuízo de 411,0 contos que a companhia suporta com $i=5\%$ inclui não só os défices actualizados (284,4), como também os respectivos encargos financeiros (126,6); nesse caso, não existe " \bar{k} ", pelo que não há lugar à distribuição de resultados. Para $i=8\%$, $\bar{k}=5$.

A forma exaustiva como todos esses valores se obtiveram pode ser vista no Anexo 7. Refira-se ainda que o défice de 411 contos, se $i=5\%$, já foi anteriormente visto no quadro de uma nota de rodapé de B.3.

Por outro lado, a escolha de valores diferentes para as taxas "g" e "d" prende-se com a tentativa de uma aproximação mais coerente entre essas e a taxa "i". Efectivamente, para um cenário em que se admite $i=5\%$, é defensável que as taxas de juro agravada e de desconto venham inferiores às dos cenários A.2.3.1.1 e A.2.3.2.1. Ainda que a taxa de $i=8\%$ fizesse mais sentido com os valores de "g" e "d" nesses dois cenários, vai-se utilizar $d=9\%$ apenas para se avaliar o impacto de uma alteração nas taxas de juro "i", mantendo todas as restantes variáveis constantes.

V.4 - Tarifação

Sendo uma realidade a criação do mercado único no sector dos seguros, caracterizado sobretudo por uma acesa concorrência entre os agentes da oferta, há que estabelecer critérios congruentes de forma a que se eleve a rentabilidade dos segurados (através, nomeadamente, da atribuição de resultados nas condições que lhes são mais favoráveis), e que se defina uma postura das companhias no mercado transmitindo as suas intenções em minimizar os eventuais conflitos latentes entre elas e os segurados. Além disso, dado que os VLA na óptica das companhias são elevados (em especial na GKF), é conveniente construir os contratos igualmente na óptica dos segurados não apenas por uma questão de competitividade como também de justiça. Deve-se também ter presente que o VLA incorpora a taxa "d" que, por natureza, deve ser elevada, pelo que os valores actuais não são optimistas.

É urgente sublinhar que esse procedimento só é válido se estiverem salvaguardados os limites de segurança das companhias. Nesse sentido, estão banidas as situações de se estarem a negociar, actualmente, contratos com $it^{PU}=6\%$. Do ponto de vista da rentabilidade, tratam-se de situações irracionais, mercê do baixo nível das taxas de juro e da expectativa de continuação da sua diminuição. Ainda que tais situações possam ser justificadas por questões de posição das companhias no mercado, este trabalho, porque está orientado para o estudo da rentabilidade, desaconselha-as, por estarem a "hipotecar" o futuro de uma fatia das carteiras das seguradoras do ramo «Vida».

Como se pôde ver, qualquer mudança nos valores das variáveis tem muito mais impacto na rentabilidade das seguradoras que na dos segurados. Mas ainda que assim seja - pelo que não se consegue, dentro do domínio da realidade, alterar significativamente a rentabilidade dos últimos -, não é crível que, estando assegurada a prudência das primeiras, elas utilizem esse argumento para defender políticas tarifárias muito mais rentáveis que as exigências colocadas inicialmente (por parte dos accionistas) sob o pretexto dos segurados serem pouco prejudicados. A rentabilidade para as seguradoras será suficientemente elevada - visível por exemplo ao nível do VLA -, pelo que se torna necessário proceder à tarifação olhando para os segurados.

Não se deve esquecer, por outro lado, que se a companhia conseguir passar para o mercado essa sua intenção orientada, também, para os segurados, ela certamente terá proveitos superiores; para tanto, terá que contar com políticas, circuitos e agentes comerciais dirigidos para esse fim. Num sector relativamente pouco transparente como tem sido o segurador, pode-se defender essa postura, dando boa imagem não só a quem a faz bem como ao próprio sector.

Contudo, é necessário ética nas regras de actuação comercial e de esclarecimento dos segurados, nomeadamente ao nível da taxa de rentabilidade como uma forma de promoção da companhia. Nesse aspecto, dever-se-ia indicar sempre o modo de cálculo dessa taxa e ao que ela, concretamente, se refere, evitando assim poderem-se estar a comparar situações diferentes. Após essas observações, passe-se então para a tarifação propriamente dita, dirigida para o longo prazo.

Alguns cenários do grupo C, ainda que razoáveis, vão ser abdicados. A construção das tarifas, que passa essencialmente pela escolha da taxa técnica a adoptar, vai ser orientada para a minimização do VLA das seguradoras para os valores positivos mais baixos, considerando uma dada taxa de desconto aceite como válida a longo prazo.

De acordo com as considerações já feitas e com os resultados da rentabilidade apresentados, assumem-se como fixos os seguintes pressupostos:

- $x=65$ anos
- $tt^{PU}=3\%$
- $h=70\%$
- Participação nos resultados:
 - Saldo Total
 - $p=90\%$
- $\gamma' + \delta' = 1,5\%$
- $f=1,5\%$

Admitem-se ambas as formas de distribuição dos resultados - (1) e (2) -, visto tratar-se de uma questão de opção pessoal dos segurados e, ainda, dado que a diferença entre as rentabilidades nessas duas formas é pouco marcante.

Quanto à taxa de crescimento das rendas, consideram-se dois cenários alternativos à escolha dos segurados: 0 e 1%. O valor de $r=1\%$ prende-se com duas razões: tentar acompanhar potenciais desvalorizações das rendas - ainda que previsivelmente pequenas, devido à taxa de inflação adiantada para o longo prazo - ao longo da vida dos contratos; e, simultaneamente, não permitir a alimentação de um processo inflacionário.

Em redor disso calculam-se os valores para os indicadores de rentabilidade considerando que, no longo prazo, as taxas "i" e "d" assumirão os valores dos cenários do grupo C, ou seja, 5 e 4% para "i" e 7 e 6% para "d". Ainda que a tarifação incida sobre a tábua GKF, também se vai usar a PF para contrapor os resultados obtidos.

Nesta fase, e para defesa contra o risco, vai-se assumir uma carga de segurança de 2%, ainda que isso seja conservador, por traduzir um ônus dos segurados a acrescentar aos já elevados benefícios de mortalidade da tabela GKF incluídos no prémio. Paralelamente, também se admite uma carga nula. O próximo capítulo, por meio de uma análise da variância, permite refinar o valor a considerar para essa carga, consoante a dimensão da carteira.

Posto tudo isso, veja-se então o quadro da página seguinte, que evidencia, para as formas de distribuição dos resultados (1) e (2), a rentabilidade dos cenários escolhidos como sendo os mais susceptíveis na construção de tarifas para os produtos a colocar no mercado.

As observações já feitas para os cenários dos três grupos vistos mantêm-se válidas. Além disso, para a GKF, " \bar{k} " é sempre o primeiro ano. Para a PF, e com $i=5\%$, para qualquer " r ", " \bar{k} " toma os valores 5 ou 4, conforme " λ " seja 0 ou 2%. Ainda para a PF, e quando $i=4\%$, vem $\bar{k}=8$ se $\lambda=0\%$, enquanto que com $\lambda=2\%$ vem $\bar{k}=6$ se $r=0\%$ e $\bar{k}=7$ se $r=1\%$.

r (%)	i; d (%)	Indica- dores	PF 60/64								GKF 80							
			(1)				(2)				(1)				(2)			
			Companhia		Segurados		Companhia		Segurados		Companhia		Segurados		Companhia		Segurados	
			0%	2%	0%	2%	0%	2%	0%	2%	0%	2%	0%	2%	0%	2%	0%	2%
0	5; 7	VLA VLA / E. Aq. ML (%) TIR (%)	137 2,61 3,80 -	148 2,82 4,02 -	-762 - -21,07 4,10	-779 - -21,12 4,08	72 1,37 1,99 -	75 1,42 2,02 -	-739 - -20,43 4,41	-756 - -20,51 4,42	269 2,39 4,64 -	346 2,85 4,88 -	-920 - -22,73 3,77	-999 - -24,20 3,55	271 2,46 4,64 -	348 2,91 4,88 -	-996 - -24,60 3,88	-1.075 - -26,04 3,69
	4; 6	VLA VLA / E. Aq. ML (%) TIR (%)	73 1,38 2,01 -	80 1,52 2,17 -	-727 - -20,10 3,35	-743 - -20,16 3,34	49 0,92 1,34 -	47 0,90 1,28 -	-719 - -19,88 3,46	-735 - -19,93 3,48	185 1,88 3,56 -	262 2,27 4,64 -	-875 - -21,60 3,09	-953 - -23,10 2,87	180 1,75 4,17 -	257 2,27 4,51 -	-924 - -22,83 3,16	-1.003 - -24,30 2,96
1	5; 7	VLA VLA / E. Aq. ML (%) TIR (%)	156 2,71 3,95 -	165 2,85 4,08 -	-864 - -21,79 4,13	-878 - -21,74 4,12	50 0,87 1,26 -	42 0,73 1,04 -	-814 - -20,54 4,54	-824 - -20,40 4,57	330 3,04 5,35 -	415 3,35 5,74 -	-1.069 - -23,83 3,74	-1.156 - -25,28 3,53	287 3,09 4,89 -	372 3,24 5,12 -	-1.124 - -25,06 4,00	-1.211 - -26,49 3,81
	4; 6	VLA VLA / E. Aq. ML (%) TIR (%)	92 1,60 2,33 -	129 2,23 3,19 -	-834 - -21,04 3,35	-881 - -21,80 3,25	55 0,96 1,39 -	85 1,47 2,09 -	-819 - -20,66 3,48	-863 - -21,38 3,41	234 2,69 5,03 -	320 2,98 5,26 -	-1.020 - -22,73 3,06	-1.107 - -24,20 2,86	197 2,32 4,59 -	283 3,16 4,86 -	-1.055 - -23,51 3,23	-1.142 - -24,97 3,04

Dado que esses quatro cenários serão, porventura, bastante prováveis no longo prazo, e admitindo que a tabela GKF será utilizada pelas companhias, pode-se dizer que, em termos médios, se espera uma TIR para os segurados compreendida entre 2,86 e 3,55% se $\lambda=2\%$, e entre 3,06 e 3,77% se $\lambda=0\%$, para a forma de distribuição (1) e, para a forma (2), entre 2,96 e 3,81% se $\lambda=2\%$ e entre 3,16 e 4,00% se $\lambda=0\%$.

Como já foi referido na devida altura, saliente-se que não se deve fazer uma comparação linear entre essa taxa de rentabilidade e a taxa de juro nominal para o mesmo período de análise, pois estão em causa factores específicos que distorcem essa comparação. São eles:

- A razão fundamental prende-se com as motivações subjectivas dos rendeiros ao contraírem esses contratos. No seu foro psicológico, eles têm expectativas de virem a

ter uma longevidade acima da média. Ao nível da carteira, isso é um factor de risco para as companhias, que invalida a comparação acima referida;

- Outro factor a realçar, e que vem na sequência do anterior, é a existência de um serviço de seguro que é prestado, pelo que as companhias cobram cargas que reduzem ligeiramente a rentabilidade na óptica dos segurados.

Repare-se, no entanto, que todas as taxas de rentabilidade para esses quatro cenários são superiores à taxa de inflação admitida; excedem cerca de duas vezes e meia na PF e mais do dobro na GKF. Trata-se certamente de uma questão que deve ser levada em conta na promoção dos produtos.

Para a companhia, de acordo com as hipóteses feitas, os contratos são sempre rentáveis, sobretudo se a tabela adoptada for a GKF, como se espera. Conforme " λ " for 2 ou 0%, os VLA médios são cerca de 335 ou 255 contos, para (1) e, para (2), 315 ou 235 . Se se utilizasse a PF, esses valores desceriam respectivamente para 130 ou 115 contos, e 60 ou 55 , consoante se tratar de (1) ou (2). Como se verá no próximo capítulo, isso prova que o risco das companhias contraírem prejuízos é praticamente nulo, dentro das hipóteses de mortalidade e financeiras consideradas (e esperando não se afastarem significativamente da realidade).

VI - ANÁLISE DE RISCO DAS RENDAS VITALÍCIAS IMEDIATAS

Antes de mais, há a referir que, neste capítulo, a alusão à palavra "risco" tem subjacente a expectativa probabilística de variação dos saldos anuais da companhia em relação à média. Por conseguinte, ficam afastadas as possíveis situações dúbias de associação dessa palavra aos desvios relativamente às condições teóricas esperadas, sejam eles técnicos, financeiros ou de encargos.

Convém esclarecer que esses desvios face às condições assumidas no prémio são apresentados como dados de probabilidade unitária, a partir dos quais é estudada a rentabilidade num contexto de risco. O que, nessa matéria, se costuma fazer, é uma análise de cenários composta, avançando certos coeficientes subjectivos para cada um deles, supostos como os mais viáveis em certa altura. Esses, compreendidos entre zero e um, traduzem a crença de cada cenário, com base no tratamento da informação disponível na altura da decisão. Dessa forma, a análise da rentabilidade tem uma forte componente qualitativa - embora apoiada em critérios quantitativos -, que passa pela identificação das alternativas prováveis. A rentabilidade global esperada resulta, portanto, da média ponderada das rentabilidades dos vários cenários.

Até aqui, os valores expostos para os indicadores de rentabilidade construídos assentavam em duas bases fundamentais, que serão a partir de agora abandonadas. São elas:

- contratos unitários. Considerou-se que a carteira era composta somente por um único contrato;
- ausência de risco. Apenas se tiveram em conta os indicadores de rentabilidade, ignorando por exemplo a variância, sendo essa imprescindível quando a companhia tem de constituir verbas (ditas margens de segurança) para se defender de situações desfavoráveis no tocante tanto às condições efectivas dos contratos como à dimensão da carteira. Como oportunamente se verá, se bem que a situação da globalidade dos cenários sujeitos à análise não seja trágica, é fundamental a introdução do risco numa correcta análise de rentabilidade.

O método de trabalho agora seguido baseia-se em três fases, que são:

1ª) Definição das hipóteses preliminares

Pretende-se limitar a análise de risco às situações consideradas principais. Assim, faz-se uma selecção tanto dos cenários que interessam como da própria orientação da análise.

2ª) Cálculo dos momentos e parâmetros de ordem

Realizada a fase anterior, aplicam-se conceitos estatísticos por forma a determinar os valores concretos para os diferentes momentos e respectivos parâmetros. Como se verá na devida ocasião, dada a elevada assimetria da distribuição avançada para a rentabilidade, o estudo vai até ao terceiro momento.

3ª) Aplicação da teoria das probabilidades à análise de risco

Trata-se da manipulação conjunta de três aspectos: (a) dimensão da carteira, (b) carga de segurança e (c) probabilidade de ruína. É aqui que se levantam simultaneamente as duas hipóteses referidas anteriormente em §3. Existindo uma relação inversa entre (a) e (b), pode-se obter, para um determinado número de (a), o valor necessário de (b) e, por outro lado, face aos limites existentes em (b), calcula-se um número para (a); essas duas vertentes do risco supõem que existe uma restrição, que consiste em respeitar uma certa probabilidade máxima de ruína. Se, doutra forma, tanto (a) como (b) estiverem fixos, então o objectivo será conhecer essa probabilidade de ruína.

VI.1 - Hipóteses Preliminares

Atendendo à vastidão dos cenários apresentados ao longo deste trabalho, e dos respectivos indicadores de rentabilidade, é imprescindível restringir o estudo. A análise futura assenta em três hipóteses-pilares, apresentadas e justificadas seguidamente.

1. A análise de risco incide sobre os cenários escolhidos para a tarificação. Embora se preveja que as companhias adotem, por exemplo, a GKF, vai-se usar igualmente a PF apenas para comparação. De igual modo, e para provar que são as taxas de juro "i" que exercem, na realidade, a primazia na rentabilidade das rendas vitalícias, também se vai analisar o risco do cenário visto em V.3, quando $i=5\%$ e $tt^{PU}=6\%$.
2. O papel central da análise é atribuído às companhias de seguros, por se considerar que elas é que, de facto, estão expostas ao risco. Embora a análise também fizesse sentido na perspectiva dos segurados ¹, só o simples "embate" efectivo entre o mercado (composto pelos segurados) e a companhia justifica a direcção que vai ser seguida. Esse confronto, que se traduz no dualismo traduzido por fortuna (quase) infinita dos segurados *versus* fortuna finita da seguradora, como já se referiu, é agravado pela introdução, por parte dos segurados, de informação imperfeita nos contratos de rendas vitalícias, o que realça a importância da análise de risco nas seguradoras, e explica o princípio da prudência que lhes é inerente.
3. Dos indicadores apresentados que medem a rentabilidade na vertente das seguradoras, utiliza-se o VLA para medir o risco (por ser absoluto e por não depender de outros valores). O VLA é calculado anualmente do modo já analisado; no entanto, agora devem-se considerar os valores acumulados, i.e., a medida a utilizar na análise de risco é $VLA_t^a = VLA_t + VLA_{t-1}^a = \sum_{j=1}^t VLA_j$. Nos casos em que existe o ano "k*" a partir do qual ocorrem défices de estrutura, incluem-se também os encargos actualizados das necessidades de financiamento.

Frise-se que "t" é o número de anos completos ao fim dos quais o contrato expira. Ou seja, para um contrato que dure até ao k-ésimo ano, tem-se $t=k-1$. Por exemplo, para um contrato cujo rendimento morra durante o terceiro ano, isto é, $k=3$, tem-se $t=2$ pois houveram apenas dois anos completos. Contudo, dada a idade-limite " ω ", então "t" pode ir até " $\omega - x$ ", e não " $\omega - x - 1$ ".

¹ Repare-se que o VLA obtido em termos individuais pode ser substancialmente diferente no caso da mortalidade verificada *a posteriori* se afastar bastante da que foi avançada nos ${}_kP'_x$.

VI.2 - Momentos e Parâmetros de Ordem

Designando "T" a variável aleatória (v.a.) que traduz a rentabilidade total (por hipótese expressa em contos) da carteira de rendas vitalícias imediatas, tem-se $E(T)$ para traduzir a esperança matemática (ou valor esperado) e $V(T)$ para a variância. Convencionou-se que o risco é medido pelo coeficiente de variação, i.e., $v_T = \sigma_T / E(T)$, onde $\sigma_T = \sqrt{V(T)}$ que representa o desvio-padrão da v.a. "T".

A - Definição da Variável Aleatória "T"

"T" é uma v.a. agregada que representa os resultados totais da carteira. Esses resultados, na sequência do que se aludiu na terceira hipótese de VI.1, representam a totalidade dos valores actuais encaixados pela companhia pelo facto de um contrato expirar em cada ano "k", ou seja, enquanto o rendeiro viveu.

Assim, "T" resulta de duas v.a.: do número de contratos, "N", e dos resultados actualizados de um contrato individual, "Z". Vem, então, que $T = \sum_{i=1}^N Z_i$, onde $\{Z_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ é o conjunto de v.a. independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), e independentes da v.a. "N". Assim, as v.a. $\{Z_i\}$ passam a ser expressas genericamente por "Z".

B - Definição dos Momentos e Parâmetros de Ordem

Recorrendo à teoria das distribuições compostas, têm-se os três primeiros momentos centrados na origem, para a v.a. "T":

$$\mu'_1(T) = E(T) = E(N) \cdot E(Z)$$

$$\mu'_2(T) = E(T^2) = E(N^2) \cdot [E(Z)]^2 + E(N) \cdot V(Z)$$

$$\mu'_3(T) = E(T^3) = E(N^3) \cdot [E(Z)]^3 + 3 \cdot E(N^2) \cdot E(Z) \cdot V(Z) + E(N) \cdot \mu_3(Z)$$

Daí, os segundo e terceiro momentos centrais, definidos por $E\left[[T - E(T)]^j\right]$, $j = 2, 3$, são respectivamente:

$$V(T) = E(T^2) - [E(T)]^2 = V(N) \cdot [E(Z)]^2 + E(N) \cdot V(Z)$$

$$\begin{aligned} \mu_3(T) &= E(T^3) - 3 \cdot E(T) \cdot E(T^2) + 2 \cdot [E(T)]^3 = \\ &= \mu_3(N) \cdot [E(Z)]^3 + 3 \cdot V(N) \cdot E(Z) \cdot V(Z) + E(N) \cdot \mu_3(Z) \end{aligned}$$

Para concretizar as expressões anteriores, formulem-se, em concreto, os momentos das v.a. "N" e "Z":

- Admite-se que "N", representativa da dimensão da carteira, é uma v.a. degenerada, traduzida pelo valor "n". Mais importante que as considerações teóricas acerca do tipo de distribuição que melhor traduza a v.a. "N", é considerar que a carteira é composta por um dado número de rendeiros e que esse número influencia o risco da carteira. No entanto, para considerar que "n" explicita a v.a. "N", há que impor uma condição que, embora seja forte, vai no sentido de todo o trabalho feito até aqui; trata-se da hipótese de supor que os "n" contratos são homogéneos (tanto em termos de características da composição da carteira como de benefícios na atribuição dos resultados). Por tudo isso, $E(N) = n$, e $V(N) = \mu_3(N) = 0$;
- Quanto às v.a. "Z", não se avança qualquer hipótese de distribuição. Isso tem a ver não só com a dificuldade em encontrar uma distribuição teórica que se adaptasse razoavelmente bem a qualquer distribuição real de VLA^a como também, acima de tudo, com o facto da análise de risco que se pretende não exigir mais do que o cálculo dos principais parâmetros de ordem. Esses serão calculados, para cada cenário considerado, através dos valores reais encaixados pela companhia em cada ano.

Provém então que:

- $E(T) = n \cdot E(Z)$
- $V(T) = n \cdot V(Z)$, donde o coeficiente de variação, $v_T = \frac{\sqrt{n}}{n} \cdot \frac{\sigma_Z}{E(Z)}$, com $\sigma_Z = \sqrt{V(Z)}$, advindo daí a justificação de que o mecanismo de mutualismo (ou *pooling*) diminui o risco das carteiras (entendido como o coeficiente de variação). Ou seja, embora a variância aumente com o número de apólices individuais (n), esse aumento é menos que proporcional (\sqrt{n}/n); por outras palavras, o risco agregado é inferior à soma dos riscos individuais, e é tanto menor quanto maior for a dimensão das carteiras. No entanto, como o risco depende (em qualquer tipo de seguro) do número das apólices e das suas correlações, há a salientar que a frase anterior só é literalmente válida se se supuser - como acontece - independência entre as v.a. "Z", isto é, se não houver qualquer correlação entre os contratos, o que se justifica.
- $\mu_3(T) = n \cdot \mu_3(Z)$, pelo que o coeficiente de assimetria (ou de enviesamento), $\gamma_T = \frac{\mu_3(T)}{[V(T)]^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\mu_3(Z)}{\sigma_Z^3} = \frac{\sqrt{n}}{n} \cdot \frac{\mu_3(Z)}{\sigma_Z^3}$. Também agora o coeficiente baixa à medida que cresce a dimensão da carteira.

C - Espaço de Probabilidades

O espaço de probabilidades a ser considerado para as v.a. "Z" requer um tratamento autónomo. Até agora calcularam-se os valores de VLA; a partir de agora, o objectivo é obter os momentos das v.a. "Z", em que essas reflectem a distribuição dos valores de VLA^a de cada contrato, em cada ano. Portanto, as probabilidades ${}_k p'_x$ utilizadas no cálculo dos VLA - e que resultam da própria definição desse indicador - têm de ser formuladas de modo a que a sua soma em todo o espaço (de probabilidades) resulte na unidade.

Nesse sentido, os momentos ordinários de ordem "j" (sendo, neste caso, $j = 1, 2, 3$) de cada v.a. "Z" são representados por $E(Z^j) = \sum_{t=0}^{\omega-x} (VLA_t^a)^j \cdot {}_t q'_x$.

Essas observações podem ser reforçadas se atendermos a que (a) o indicador VLA e (b) as v.a. representativas de VLA^a têm âmbitos diferentes. Repare-se:

- (a) Para um dado contrato, a companhia vê libertado, no final do contrato, o montante VLA se, em cada ano, o segurado sobreviver pelo menos até ao fim do ano com uma certa probabilidade. Dá-se ênfase, portanto, às probabilidades ${}_t p'_x$;
- (b) Para retirar os parâmetros da distribuição do VLA^a num determinado contrato, é preciso conhecer a probabilidade do rendeiro estar vivo no início do ano mas ter falecido antes do fim desse ano. Daí que as probabilidades usadas sejam ${}_t q'_x$.

Desse modo, $\sum_{t=0}^{\omega-x} {}_t q'_x = 1$, senão repare-se:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\omega-x} {}_t q'_x &= \sum_{t=0}^{\omega-x} ({}_t p'_x - {}_{t+1} p'_x) = \\ &= ({}_0 p'_x - {}_1 p'_x) + ({}_1 p'_x - {}_2 p'_x) + \dots + ({}_{\omega-x-1} p'_x - {}_{\omega-x} p'_x) + ({}_{\omega-x} p'_x - {}_{\omega-x+1} p'_x) = \\ &= {}_0 p'_x - {}_{\omega-x+1} p'_x = 1 \end{aligned}$$

D - Cálculo dos Momentos e Parâmetros de Ordem

Os três primeiros momentos ordinários da v.a. "Z" genérica são visíveis no Anexo 8. A partir deles, e assumindo que a carteira é composta por "n" contratos i.i.d. que seguem, individualmente, a distribuição (real) da v.a. "Z", constroem-se os momentos e parâmetros de ordem da v.a. agregada "T" que interessam, caso haja independência entre as v.a. "Z". Isso está resumido no seguinte quadro, para cada cenário considerado individualmente:

Cenários (considerando distribuição do Saldo Total)													(1) Entrega directa aos segurados						(2) Aumento das rendas					
Nº	r	i	g	d	h	p	f	λ	Tá- bua	Valor líquido actual final		Momentos ordinários		Coeficientes		Valor líquido actual final		Momentos ordinários		Coeficientes				
										E(Z)	E(Z ²)	E(Z)	E(Z ³)	U _Z	γ _Z	E(Z)	E(Z ²)	E(Z)	E(Z ³)	U _Z	γ _Z			
1	6%	2%	8%	-	9%	70%	5,5%	0%	PF	203	145	25084	4459750	0,44	-1,38	144	103	12457	1523757	0,41	-1,75			
2	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	225	167	32199	6383758	0,40	-1,55	156	116	15258	2034439	0,36	-2,00			
3	3%	0%	5%	"	7%	90%	1,5%	0%	"	137	104	12416	1503588	0,39	-1,88	72	62	4404	318644	0,38	-1,80			
4	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	148	116	15037	1977465	0,35	-2,14	75	66	4930	373640	0,35	-1,93			
5	"	"	4%	"	6%	"	"	0%	"	73	44	2544	152167	0,55	-0,87	49	28	1029	39385	0,55	-0,81			
6	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	80	52	3350	221690	0,47	-1,16	47	29	1019	37814	0,48	-0,95			
7	"	1%	5%	"	7%	"	"	0%	"	156	114	15124	2039275	0,40	-1,72	50	44	2416	148027	0,51	-0,12			
8	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	165	123	17262	2455868	0,36	-1,92	42	39	2018	121792	0,56	-0,43			
9	"	"	4%	"	6%	"	"	0%	"	92	54	3840	286489	0,57	-0,74	55	28	1089	45660	0,61	-0,33			
10	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	129	86	9050	979560	0,48	-1,25	85	54	3586	245842	0,48	-1,16			
11	"	0%	5%	"	7%	"	"	0%	GKF	269	247	62932	16116562	0,17	-4,38	271	249	64001	16347194	0,17	-4,20			
12	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	346	323	106913	35543588	0,16	-5,05	348	325	108286	36256733	0,16	-4,90			
13	"	"	4%	"	6%	"	"	0%	"	185	168	29160	5088424	0,17	-4,23	180	166	28321	4868709	0,17	-4,28			
14	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	262	244	60944	15287201	0,16	-5,18	257	241	59734	14830384	0,16	-5,23			
15	"	1%	5%	"	7%	"	"	0%	"	330	301	93470	29188755	0,17	-4,27	287	268	73460	20257265	0,16	-4,94			
16	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	415	385	152150	60378798	0,16	-4,92	372	351	126374	45576065	0,15	-5,55			
17	"	"	4%	"	6%	"	"	0%	"	234	212	46484	10245391	0,17	-4,14	197	184	34646	6556034	0,16	-5,09			
18	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	320	296	89960	27432490	0,16	-5,04	283	268	73234	20080890	0,15	-5,87			

Observações:

- Analisando os contratos individualmente, conclui-se que o risco - avaliado através dos coeficientes de variação - decresce com o aumento da carga de segurança, e é menor nas tabelas de mortalidade mais recentes. Para tal, comparem-se, em cada cenário onde $tt^{PU} = 3\%$, os coeficientes (ν_z) da PF e da GKF.
- Já se viu que, para $tt^{PU} = 6\%$, vem $\bar{k} = 5$ se $\lambda = 0\%$. O valor de " \bar{k} " passa para 4 se $\lambda = 2\%$.
- É também devido às alterações em " \bar{k} " que, por vezes, se devem os valores dos coeficientes (de variação e de assimetria) com alguma distorção relativamente ao que se poderia prever.

Retomando o cenário visto em V.3, e fazendo " λ " igual a 0 e 2%, vejam-se os respectivos valores:

Cenários											Valor líquido actual final	Momentos ordinários			Coeficientes	
Nº	tt^{PU}	r	i	g	d	h	p	f	λ	Tá-bua		E(Z)	E(Z ²)	E(Z ³)	ν_z	γ_z
19	6%	2%	5%	10%	9%	70%	70%	5,5%	0%	PF	-411	-77	23418	-7771178	-1,72	-1,42
20	"	"	"	"	"	"	"	"	2%	"	-319	-50	11797	-3030850	-1,92	-1,69

Repare-se na fortíssima alteração sofrida nos coeficientes de variação devido à passagem de "i" de 8% para 5%. Com $i=5\%$, seria necessário uma carga de 11,22% para manter o risco igual ao do cenário onde $i=8\%$ (com $\lambda = 0\%$, e num ambiente de ausência de distribuição de resultados); teriam-se, em ambas as situações, $\nu_z = 0,493$ (e sendo " γ_z " -1,23 ou -1,03, conforme "i" fosse 5 ou 8%) - repare-se que, com $\lambda=11,22\%$, não existiriam necessidades de financiamento, pelo que a taxa "g" não seria usada.

Os quadros anteriores, e sobretudo o último, serão objecto de uma análise de risco alargada à carteira, após algumas considerações teóricas que passam a ser feitas de seguida.

VI.3 - Aplicação da Teoria das Probabilidades

Para terminar uma análise de risco, é preciso chegar às conclusões mais úteis sobre a dimensão desejada da carteira e ou a carga de segurança necessária para as companhias exercerem o seu papel sem terem problemas quanto ao seu futuro. Por outro lado, há que saber até que ponto elas terão esses problemas com certos tipos de composições de carteiras e de políticas tarifárias ¹.

Para atingir esses objectivos, é necessário, antes de mais, explanar acerca do tipo de distribuição teórica a usar como aproximação de uma v.a. "T" genérica, para se poderem aplicar os conceitos da teoria das probabilidades.

A - Teorema de Lindberg - Levy

De acordo com o teorema de Lindberg - Levy, se existir uma sucessão $\{Z_N\}$ de v.a. i.i.d., com média $E(Z)$ e variância finita $V(Z)$, então a sucessão $\{T_N\}$ de termo geral $T_N = \left(\sum_{i=1}^N Z_i - N.E(Z) \right) / \sqrt{N.V(Z)}$ converge em distribuição para uma v.a. com distribuição Normal estandardizada, ou seja, $T_N \sim N(0,1)$ ². Saliente-se que essa

¹ Relativamente a esse último aspecto, dado que se fixam a taxa técnica (em que $tt^{PU} = 3\%$) e os encargos de aquisição e de gestão bem como os possíveis valores de "r", as condições tarifárias que se teriam de estudar em termos de risco eram essencialmente as cargas de segurança a cobrar, pois é bastante provável - pelo menos de acordo com as hipóteses e conclusões avançadas neste trabalho - que a tábua a ser utilizada será a GKF 80, ou uma outra ainda mais recente.

² De acordo com Bento José Ferreira Murteira, in "Probabilidades e Estatística" - volume I, Editora McGraw-Hill Lda., em pp. 341, "(...) dada uma sucessão de v.a. $\{X_N\}$ e a correspondente sucessão de f.d., $\{F_N(x)\}$, existe convergência em distribuição para a v.a. X com f.d. F(x), sse, $\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(x) = F(x)$, para todo o x que seja ponto de continuidade de F(x). Para assinalar o facto

convolução de v.a. só é válida (para qualquer que seja a distribuição seguida pela sucessão $\{Z_N\}$), desde que N seja suficientemente elevado - considere-se $N > 30$.

É essa a técnica a ser seguida no cálculo das probabilidades. Contudo, a aproximação de "T" à distribuição Normal tem duas variantes: aproximação Normal e aproximação Normal Poderosa (NP), cuja utilização passa a ser explicada ¹.

B - Aproximação Normal *versus* Aproximação Normal Poderosa

A aproximação Normal será preterida relativamente à outra nos seguintes casos cumulativos:

- Coeficiente de assimetria, " γ_T ", com valores absolutos acima de 0,1. Compreende-se agora porque, no início deste capítulo, se tinha informado que a análise iria até ao cálculo do terceiro momento ordinário. É com base nesse coeficiente que se decide sobre o tipo mais correcto de aproximação a usar. Nas distribuições com significativa assimetria, a simples aproximação Normal produz erros que podem revelar-se elevados sobretudo nas caudas das distribuições;
- Sendo $P(T \leq z)$ a função de distribuição (f.d.) Normal estandardizada da v.a. agregada "T", a aproximação NP só tem validade quando $z > 1$, pela razão que mais abaixo se registará.

Na Aproximação NP, quando $|\gamma_T| \geq 0,1$, tem-se a f.d. $H(t + \Delta t) \approx \Phi(t)$, em que $\Delta t = \frac{\gamma_T}{6} \cdot (t^2 - 1)$, desde que $t > 1$; fazendo $y = t + \Delta t$, tem-se $H(y) \approx \Phi(t)$. Por outro

lado, explicitando "t" em função de "y", vem $t = -\frac{3}{\gamma_T} \pm \sqrt{\frac{9}{\gamma_T^2} + 1 + \frac{6}{\gamma_T} \cdot y}$ (conforme

também se diz que X_N tem distribuição assintótica F(x) simbolicamente, $X_N \sim F(x)$ (...)", em que f.d. é a abreviatura de funções de distribuição.

¹ Sobre a aproximação NP, veja-se "Técnicas Actuarias", Maria de Lourdes Centeno, ISEGI - Universidade Nova de Economia, pps. 35-36.

$\gamma_T \geq 0,1$ - sinal "+" - ou $\gamma_T \leq -0,1$ - sinal "-"), donde $H(y) \approx \Phi\left(-\frac{3}{\gamma_T} \pm \sqrt{\frac{9}{\gamma_T^2} + 1 + \frac{6}{\gamma_T} \cdot y}\right)$, de modo a que a probabilidade dos valores - extraída de $\Phi(t)$ - pertencerem à aba esquerda seja maior ¹.

Como a distribuição "real" tem a cauda esquerda mais enviesada que a distribuição Normal (visto que $\gamma_T < 0$), há que corrigir o valor "t" de modo a que as probabilidades dadas pelas duas distribuições sejam semelhantes. Desse modo, há que somar a "t" o valor Δt , razão pela qual só se justificar a necessidade de usar a aproximação NP quando $t > 1$; isso acontece quando "y" for função de "t". Para "t" função de "y", é necessário que $y > 1$.

C - Dimensão da Carteira, Margem de Segurança e Probabilidade de Ruína

Através das secções anteriores e dos resultados obtidos no último subcapítulo para cada v.a. "Z", vai-se tentar manipular, conforme os fins a atingir, os valores de "n", "λ" e "ε" que traduzem, respectivamente, a dimensão da carteira, a carga de segurança e a probabilidade de ruína.

Façam-se duas observações em relação a esses valores:

- Enquanto "λ" traduz a carga de segurança, " $\lambda \cdot a_x^r \cdot R$ " é uma margem de segurança num dado contrato (no nosso caso, numa dada carteira, dado que "x" representa a idade média da carteira);
- Entende-se por ruína a existência de rentabilidades negativas, corrigidas pela sua média e desvio-padrão. Assume-se que não existem reservas exteriores à carteira que sirvam para sua segurança em caso de necessidade. Por outras palavras, as reservas existentes no início dos contratos correspondem exactamente à margem de segurança

¹ Tal como se viu em D de VI.2, as distribuições de VLA^a são assimetricamente negativas, pois $\gamma_Z < 0$.

cobrada (e incorporada no prémio único), pelo que estão incluídas nos próprios valores de VLA^a de cada ano.

Observando a tabela da f.d. de uma v.a. Normal estandardizada, constata-se que para os valores assumidos por essa v.a. a partir de 3,5 têm-se probabilidades praticamente unitárias. No caso presente, como $\frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} \sim N(0,1)$, então $\Phi(t) \cong 1$ se $t \geq 3,5$ ¹.

Assim sendo, para os primeiros dezoito cenários vistos anteriormente, e para um "n" razoavelmente grande que justifique a aplicação do teorema de Lindberg - Levy, têm-se sempre valores de "t" acima de 3,5, pelo que a probabilidade de ruína é, como se esperava, praticamente nula (independentemente do tipo de aproximação que se faça). Quando "n" assume 30, 50, 100 e 150 contratos individuais, vejam-se alguns valores de "y" - como se verá, $y = 1/v_T$:

Cenários (nº)	Tipos de DR	v_Z	v_T				y			
			30	50	100	150	30	50	100	150
1	(2)	0,41	0,07	0,06	0,04	0,03	13,36	17,25	24,39	29,87
5	(1)	0,55	0,10	0,08	0,06	0,04	9,96	12,86	18,18	22,27
13	(1)	0,17	0,03	0,02	0,02	0,01	32,22	41,59	58,82	72,04

Conclusões bem diferentes retiram-se, como é natural, nos dois restantes cenários, em que "i" está abaixo da taxa técnica do prémio único. Apresentam-se, então, para os mesmos valores de "n", os coeficientes de variação e de assimetria e, posteriormente, as respectivas probabilidades de ruína.

Cenários (nº)	V.a. "Z"		V.a. "T"											
	v_Z	γ_Z	v_T				y				γ_T			
			30	50	100	150	30	50	100	150	30	50	100	150
19	-1,72	-1,42	-0,31	-0,24	-0,17	-0,14	-3,18	-4,11	-5,81	-7,12	-0,26	-0,20	-0,14	-0,12
20	-1,92	-1,69	-0,35	-0,27	-0,19	-0,16	-2,85	-3,68	-5,21	-6,38	-0,31	-0,24	-0,17	-0,14

¹ Só a título de exemplo, refira-se que $\Phi(3,49) = 0,9998$.

A forma de cálculo dos coeficientes da v.a. "T" já foi debatida. Antes de obter os valores de "ε", há que fazer algumas considerações. Ei-las:

- Para um dado "λ", e fixando "n", a probabilidade de ruína da v.a. "T", ou seja, o risco de perda, é traduzida por:

$$P(T < 0) = P\left(\frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} < \frac{0 - E(T)}{\sqrt{V(T)}}\right) = P\left(U < -\frac{E(T)}{\sqrt{V(T)}}\right) = P\left(U < -\frac{I}{v_T}\right) = \varepsilon \quad ,$$

onde $U \sim N(0,1)$.

- Portanto, se $|v_T| \geq 1$, aplicava-se a aproximação Normal, e no caso contrário a aproximação NP se $|\gamma_T| \geq 0,1$.

$$- \quad |v_T| \geq 1 \quad \vee \quad |\gamma_T| < 0,1 \quad \Rightarrow \quad P\left(U < -\frac{I}{v_T}\right) = \Phi\left(-\frac{I}{v_T}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{I}{v_T}\right) = \varepsilon$$

$$- \quad |v_T| < 1 \quad \wedge \quad |\gamma_T| \geq 0,1 \quad \Rightarrow \quad P\left(U < -\frac{I}{v_T}\right) = H\left(-\frac{I}{v_T}\right) = 1 - H\left(\frac{I}{v_T}\right) \approx$$

$$\approx 1 - \Phi\left(-\frac{3}{\gamma_T} \pm \sqrt{\frac{9}{\gamma_T^2} + 1 + \frac{6}{\gamma_T} \cdot \frac{I}{v_T}}\right) = \varepsilon$$

Assim sendo, têm-se os valores de "ε" expostos no quadro seguinte, conforme o tipo de aproximação usada:

Ce- nâ- rios (n°)	y				t ¹				Φ(t) ²				ε ³			
	30	50	100	150	30	50	100	150	30	50	100	150	30	50	100	150
19	-3,18	-4,11	-5,81	-7,12	-2,87	-3,69	-5,20	-6,34	0,0021	≅ 0	≅ 0	≅ 0	0,9979	≅ 1	≅ 1	≅ 1
20	-2,85	-3,68	-5,21	-6,38	-2,56	-3,29	-4,63	-5,66	0,0052	0,0005	≅ 0	≅ 0	0,9948	0,9995	≅ 1	≅ 1

¹ Como se viu, $t = -\frac{3}{\gamma_T} - \sqrt{\frac{9}{\gamma_T^2} + 1 + \frac{6}{\gamma_T} \cdot y}$, onde $y > 0$ e $\gamma_T \leq -0,1$.

² Como $t < 0$, então $\Phi(t) = 1 - \Phi(-t)$.

³ "ε" resulta de $1 - \Phi(t)$.



Como seria de esperar, com $i=5\%$ e $tt^{PU}=6\%$, as probabilidades de ruína são praticamente unitárias, e crescentes com a dimensão da carteira pois os prejuízos agravam-se. É possível fazer diminuí-las, de acordo com o aumento de " λ "; há, no entanto, a sublinhar que essa diminuição não é muito marcante - para valores de " λ " minimamente praticáveis, isto é, não demasiado elevados -, visto que são as taxas de juro " i " e o seu afastamento em relação a " tt^{PU} " que, efectivamente, decidem sobre o sentido do pêndulo da rentabilidade, ou seja, se $i > tt^{PU}$, a probabilidade de ruína é praticamente inexistente, enquanto que se $i < tt^{PU}$, essa probabilidade é extremamente elevada ¹.

Notas finais:

1. Chame-se a atenção que nos cenários onde $i < tt^{PU}$, os valores de " ε " seriam maiores se a companhia se comprometesse em distribuir resultados (quando houvesse), independentemente das condições reais negativas que podessem ocorrer. Além disso, outra causa para elevar as probabilidades " ε " seria considerar os défices (não apenas os de estrutura mas também os dos anos iniciais) tal como as companhias seriam obrigadas a suportá-los, isto é, calculados com base na diferença entre as reservas existentes e as provisões matemáticas exigidas pelas instituições de controle da actividade seguradora.
2. A análise de risco não foi tão explorada quanto as potencialidades teóricas dado que, na prática, as taxas de juro exercem o papel fulcral, determinando o sinal e a dimensão da rentabilidade e, por conseguinte, as probabilidades de ocorrerem ou não prejuízos.

¹ A dimensão da carteira exerce um papel de acumulação de lucros ou prejuízos, caso " i " exceda " tt^{PU} " ou caso contrário, respectivamente. O papel da carga de segurança é mais relevante quando estão em causa situações deficitárias, dado que as atenua.

VII - CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho salientou-se a necessidade que as companhias seguradoras têm em fazer uma análise correcta dos seus produtos, de modo a que possam posicionar-se concorrencialmente no mercado e, em simultâneo, satisfazer os seus objectivos internos. Para que tudo isso ocorra, são fundamentais o diagnóstico das situações e a concertação nas medidas a tomar, de forma a garantir a sua eficácia.

Este trabalho procurou abordar a rentabilidade das rendas vitalícias imediatas, através de um modelo de *profit-testing* destinado concretamente a esse fim. Neste momento, convinha dirigir a atenção para quatro assuntos essenciais.

1. Os resultados obtidos basearam-se em populações estáticas e em hipóteses do modelo consideradas correctas (nomeadamente quanto às provisões matemáticas, défices e distribuição dos resultados). Daí que, embora na globalidade a rentabilidade possa não ser muito diferente da realidade, existem aspectos que, por vezes, chocam com o quadro normativo vigente.

Pode-se aproveitar essa questão para afirmar que a flexibilidade e mudança desse quadro deve ser uma constante sempre que for necessário, à semelhança aliás do que ocorreu num passado relativamente recente com as tábuas de mortalidade e as taxas técnicas dos prémios. Deve haver um diálogo permanente entre as normas e a realidade e sua evolução.

2. A imprescindível remodelação da Segurança Social, entre outros factores, é um indício do crescimento futuro sustentado do segmento das rendas vitalícias. Face às profundas alterações do sistema de repartição que (têm ocorrido e sobretudo) estão para ocorrer, é conveniente que as companhias, além de entenderem as rendas vitalícias como um instrumento para concorrer com outros produtos com objectivos relativamente similares, se apercebam - e isso é que é fulcral - da colossal diferença entre os seguros de rendas vitalícias e os outros produtos (que assentam também na

técnica das rendas vitalícias). Essa diferença reside na forma de pagamento da produção.

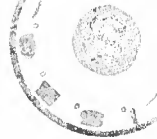
Melhor dizendo: enquanto os prémios dos seguros de rendas vitalícias, sejam elas rendas diferidas ou imediatas, são pagos à cabeça (sob a forma de prémios únicos ou anuais nas primeiras e através de prémios únicos nas outras), nos produtos similares o valor da produção é pago normalmente através de múltiplas contribuições anuais, funcionando como um adiantamento ao benefício a garantir, mas em que as contribuições pagas ao longo do período de diferimento contêm correcções aos desvios entretanto provocados e devidos a alterações nos pressupostos actuariais e financeiros. Como nos seguros de rendas vitalícias estão previamente definidos tanto os prémios como os benefícios, e nos restantes produtos afins apenas estão pré-definidos ou os prémios - contribuições - ou os benefícios, é nítida a postura diferente que as instituições devem ter num e noutra caso - realce-se que, em ambos os casos, podem estar as companhias de seguros do ramo «Vida». Como corolário disso, há a notar que nos seguros de rendas vitalícias os cálculos para efeitos de cobrança de prémios são feitos, por contrato individual, uma única vez, enquanto nos outros produtos existem reavaliações periódicas. É nesse sentido que se apela à necessidade das seguradoras focarem a sua atenção para a avaliação eficaz das condições reais subjacentes às rendas vitalícias, pois todos os desvios negativos que ocorram serão suportados pelas próprias companhias.

3. Uma estrita medição da rentabilidade permite, em princípio, aferir da viabilidade ou não de um certo tipo de tarifa. No entanto, viu-se que numa avaliação global das carteiras torna-se útil uma análise de risco. Desse modo, realçou-se a utilidade da utilização de análises de risco não só nas rendas vitalícias imediatas como nos restantes seguros do ramo «Vida».
4. Por último, cumpre dizer que este trabalho é sobretudo uma abordagem quantitativa. Sabe-se que a informação quantitativa pode servir para orientar os investidores, e deverá servir se se tratarem de investimentos racionais. Mas, na decisão de estratégias de vária ordem, e para as quais será, em princípio, fundamental o conhecimento das rentabilidades prováveis, o que realmente conta são os critérios subjectivos e qualitativos. É a visão, ou melhor, a previsão dos decisores quanto ao negócio e à

economia em geral que marca a diferença. É claro que, para formarem o seu juízo, é muito útil a informação disponível, esteja ela quantificada ou não.

Contudo, na boa verdade, não pode ficar subentendido que a informação quantitativa exerce um papel somenos importante. De facto, ela procura abarcar muita informação qualitativa, resumida nas variáveis utilizadas, não para ser rigorosa mas antes para ser mais aproximada à realidade. É por isso que, na prática, serve para fazer uma triagem das alternativas, entrando então, a seguir, os outros tipos de informação.

Os quatro aspectos anteriores pretendem não apenas resumir as ideias centrais do trabalho desenvolvido como alertar para os problemas latentes no tipo de seguros em estudo. Dado esses problemas serem recentes e ser previsível o crescimento da procura desses seguros, é conveniente que, posteriormente, se desenvolva esta problemática, pois trata-se de um domínio muito dinâmico, onde qualquer solução proposta pode tornar-se desajustada no futuro, sendo também muito útil para a actividade seguradora que se alargasse a atenção para outros produtos de seguros.



BIBLIOGRAFIA

- Centeno, Maria de Lourdes; "Técnicas Actuarias"; ISEGI - Universidade Nova de Economia
- Chuard, Marc; "Profit Testing"; Zurich Vie; Hôtel Tivoli - Lisbonne, le 25.11.1993
- Delvaux, Thierry e Magnée, Martine; "Les Nouveaux Produits d'Assurance-Vie"; Editions de L'Université de Bruxelles
- Murteira, Bento José Ferreira; "Probabilidades e Estatística" - volume I; Editora McGraw-Hill Lda.; 1979
- Patigny, Marc; "Le profit testing: Un outil puissant pour l'analyse de contracts vie"; Le Monde de l'Assurance - n°81; 08.05.91
- Ribeiro, Rosário Alves; "Rendas Vitalícias: Risco e Rentabilidade" ("Seminário - Seguros: uma Actividade de Futuro - Ramo Vida em Portugal. Situação actual e desafios futuros"); BPA Seguros Vida; 15 de Junho de 1993

ANEXOS

Nota:

Os quadros expostos nos Anexos 2 ao 5 contêm colunas cujos valores não são exactamente iguais aos que se obteriam através das operações que lhes estão implícitas. De facto, os números que aí constam derivam de operações sobre os valores originais - l_x no caso das tabelas teóricas, e e_x nas tabelas PPM e PPF - e não das colunas dos próprios quadros, visto que essas contêm valores aproximados. Daí se justificam as infinitésimas diferenças. O mesmo sucede com os Anexos 7 e 8, visto basearem-se em valores de Anexos acima referidos.

ANEXO 1

Demonstração do Efeito de $tt^{PM} < tt^{PU}$ no Cálculo das Provisões Matemáticas

A demonstração da utilização de " tt^{PM} " no cálculo das provisões matemáticas pressupõe, para melhor entendimento; o conhecimento dos diferentes símbolos utilizados, os quais constam das secções A e B de IV.2.2.

$$(1+i) \cdot {}_{k-1}V_x^{''PM} - p_{x+k-1} \cdot {}_kV_x^{''PM} - \left[(1+i) \cdot {}_{k-1}V_x^{''PU} - p_{x+k-1} \cdot {}_kV_x^{''PU} \right] \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases} ?$$

$$\begin{aligned} & (1+i) \cdot \left({}_{k-1}V_x^{''PM} - {}_{k-1}V_x^{''PU} \right) - p_{x+k-1} \cdot \left({}_kV_x^{''PM} - {}_kV_x^{''PU} \right) = \\ & = (1+i) \cdot \left[\left(a_{x+k-1}^{''PM;r} - a_{x+k-1}^{''PU;r} \right) \cdot (1+r)^{k-1} + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_{x+k-1}^{''PM;f} - a_{x+k-1}^{''PU;f} \right) \cdot (1+f)^k \right] \cdot R - \\ & - p_{x+k-1} \cdot \left[\left(a_{x+k}^{''PM;r} - a_{x+k}^{''PU;r} \right) \cdot (1+r)^k + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_{x+k}^{''PM;f} - a_{x+k}^{''PU;f} \right) \cdot (1+f)^{k+1} \right] \cdot R \end{aligned}$$

Pelo método de indução matemática consegue-se conhecer o sinal de relação da diferença acima expressa - propriedade "P" -, para todo o número natural variável "k" ¹, se se verificarem cumulativamente duas condições, a saber:

1ª) A propriedade "P" citada é uma proposição verdadeira para um número natural qualquer "j", com $j \in K = \{1, 2, \dots, \omega - x\}$;

2ª) A propriedade "P" é hereditária.

Dessa forma, "P" verifica-se para todo o número natural $n > j$. I.e.:

$$P(j) \wedge [\forall n \in K, P(n) \Rightarrow P(n+1)] \xrightarrow{P} P(k), \quad \forall k \in K$$

¹ Na verdade, $k=1, 2, \dots, \omega-x$

Provem-se, então, as duas condições do caso em estudo:

1ª) $k=j=1$

$$\begin{aligned} & (1+i) \cdot \left[\left(a_x^{u^{PM};r} - a_x^{u^{PU};r} \right) + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_x^{u^{PM};f} - a_x^{u^{PU};f} \right) \cdot (1+f) \right] \cdot R - \\ & - p_x \cdot \left[\left(a_{x+1}^{u^{PM};r} - a_{x+1}^{u^{PU};r} \right) \cdot (1+r) + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_{x+1}^{u^{PM};f} - a_{x+1}^{u^{PU};f} \right) \cdot (1+f)^2 \right] \cdot R = \\ & = \left\{ [(1+i) \cdot (1) + (1+i) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (2) \cdot (1+f)] - p_x \cdot [(3) \cdot (1+r) + (\gamma + \delta) \cdot (4) \cdot (1+f)^2] \right\} \cdot R = \\ & = \left\{ [(1+i) \cdot (1) - p_x \cdot (1+r) \cdot (3)] + [(1+i) \cdot (2) - p_x \cdot (1+f) \cdot (4)] \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1+f) \right\} \cdot R \end{aligned}$$

Analistem-se isoladamente as partes relevantes:

$$(1) \quad a_x^{u^{PM};r} - a_x^{u^{PU};r} = \sum_{y=1}^{\omega-x} {}_y E_x^{u^{PM};r} - \sum_{y=1}^{\omega-x} {}_y E_x^{u^{PU};r} = \sum_y {}_y P_x \cdot \left[\frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y} \right]$$

$$(2) \quad a_x^{u^{PM};f} - a_x^{u^{PU};f} = \sum_y {}_y P_x \cdot \left[\frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y} \right]$$

$$(3) \quad a_{x+1}^{u^{PM};r} - a_{x+1}^{u^{PU};r} = \sum_y {}_y P_{x+1} \cdot \left[\frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y} \right]$$

$$(4) \quad a_{x+1}^{u^{PM};f} - a_{x+1}^{u^{PU};f} = \sum_y {}_y P_{x+1} \cdot \left[\frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y} \right]$$

(i) Designe-se $\frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+r)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y}$ por "S" e $\frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PM})^y} - \frac{(1+f)^{y-1}}{(1+tt^{PU})^y}$ por "T".

Vê-se facilmente que, para $tt^{PM} < tt^{PU}$, tem-se sempre $S > 0$, $\forall r, y > 0$, e $T > 0$, $\forall f, y > 0$, pelo que (1), (2), (3) e (4) são sempre positivos, com $y \in K$.



(ii) Por outro lado, tem-se:

$$\begin{aligned} (1) - (3) &= \sum_y {}_y p_x \cdot S - \sum_y {}_y p_{x+1} \cdot S = \\ &= \sum_y p_x \cdot {}_{y-1} p_{x+1} \cdot S - \sum_y {}_{y-1} p_{x+1} \cdot p_{x+y} \cdot S = \sum_y (p_x - p_{x+y}) \cdot {}_{y-1} p_{x+1} \cdot S > 0 \end{aligned}$$

e

$$(2) - (4) = \sum_y (p_x - p_{x+y}) \cdot {}_{y-1} p_{x+1} \cdot T > 0$$

Essas desigualdades positivas pressupõem o andamento decrescente das probabilidades de sobrevivência, o que é válido nas tabelas de mortalidade teóricas. Também se verifica - como é de esperar - nas tabelas reais (qualquer que seja a composição da sua população), na generalidade das idades. Diz-se na generalidade porque, como se verá no Anexo 3 - "Mortalidade Real", existem exceções nas quais, para alguns anos, essas probabilidades são superiores às dos anos anteriores. Embora sejam raras tais situações, isso ocorre em idades que se podem considerar algo críticas em termos de rendas vitalícias, ou seja, nas idades mais avançadas; no entanto, esse facto é praticamente desprezível em termos da rentabilidade global dos contratos.

De (i) e (ii) resulta que, para $k=1$, e com $i>r$ e $i>f$ ¹, a propriedade é válida.

2ª) $k=n$, $n>1$

$$\begin{aligned} (1+i) \cdot \left[\left(a_{x+n-1}^{u^{PM};r} - a_{x+n-1}^{u^{PU};r} \right) \cdot (1+r)^{n-1} + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_{x+n-1}^{u^{PM};f} - a_{x+n-1}^{u^{PU};f} \right) \cdot (1+f)^n \right] \cdot R - \\ - p_{x+n-1} \cdot \left[\left(a_{x+n}^{u^{PM};r} - a_{x+n}^{u^{PU};r} \right) \cdot (1+r)^n + (\gamma + \delta) \cdot \left(a_{x+n}^{u^{PM};f} - a_{x+n}^{u^{PU};f} \right) \cdot (1+f)^{n+1} \right] \cdot R = \end{aligned}$$

¹ É indiscutível que a taxa de juro obtida pelas companhias é superior à taxa de crescimento das rendas e à taxa de inflação.

$$= \left\{ [(1+i) \cdot (1') - p_{x+n-1} \cdot (1+r) \cdot (3')] \cdot (1+r)^{n-1} \right\} \cdot R + \\ + \left\{ [(1+i) \cdot (2') - p_{x+n-1} \cdot (1+f) \cdot (4')] \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1+f)^n \right\} \cdot R$$

"S" e "T" continuam a designar as mesmas expressões, tendo-se agora:

$$(1') \quad a_{x+n-1}^{u^{PM};r} - a_{x+n-1}^{u^{PU};r} = \sum_{y=1}^{\omega-x} {}_yE_{x+n-1}^{u^{PM};r} - \sum_{y=1}^{\omega-x} {}_yE_{x+n-1}^{u^{PU};r} = \sum_y p_{x+n-1} \cdot S$$

$$(2') \quad a_{x+n-1}^{u^{PM};f} - a_{x+n-1}^{u^{PU};f} = \sum_y p_{x+n-1} \cdot T$$

$$(3') \quad a_{x+n}^{u^{PM};r} - a_{x+n}^{u^{PU};r} = \sum_y p_{x+n} \cdot S$$

$$(4') \quad a_{x+n}^{u^{PM};f} - a_{x+n}^{u^{PU};f} = \sum_y p_{x+n} \cdot T$$

Desse modo:

$$(1') - (3') = \sum_y (p_{x+n-1} - p_{x+n+y-1}) \cdot {}_{y-1}p_{x+n} \cdot S$$

e

$$(2') - (4') = \sum_y (p_{x+n-1} - p_{x+n+y-1}) \cdot {}_{y-1}p_{x+n} \cdot T ,$$

em que ambas as diferenças são maiores que zero para qualquer $y \in \mathbb{K}$, na mesma condição de evolução decrescente das probabilidades de sobrevivência, provindo então o sinal positivo da propriedade para $k > 1$ (e continuando a crer que $i > r$ e $i > f$).

\therefore Fica assim provado o sinal positivo da propriedade "P", justificando-se o efeito de $tt^{PM} < tt^{PU}$.

ANEXO 2

Mortalidade Teórica

Quadro 1 - Comparação entre as tabelas PF e GKF

x	e_x		q_x		(A)	Carteiras do tipo I		Carteiras do tipo II		
	PF	GKF	PF (1)	GKF (2)		(2)/(1)	(B)		(B)	
							Benefício de mortalidade de (2) em relação a (1) = 26%		Benefício de mortalidade de (2) em relação a (1) = 25%	
						(1 - Bm).(1) (3)	(2)/(3)	(1 - Bm).(1) (4)	(2)/(4)	
50	27,896012	30,761698	0,004078	0,003004	0,736763	0,003018	0,995626	0,003058	0,982351	
51	27,010237	29,854399	0,004461	0,003330	0,746563	0,003301	1,008869	0,003346	0,995418	
52	26,131272	28,954161	0,004887	0,003691	0,755361	0,003616	1,020758	0,003665	1,007148	
53	25,259601	28,061439	0,005359	0,004089	0,762993	0,003966	1,031071	0,004019	1,017324	
54	24,395695	27,176649	0,005883	0,004524	0,769077	0,004353	1,039293	0,004412	1,025435	
55	23,540065	26,300168	0,006464	0,005000	0,773457	0,004783	1,045212	0,004848	1,031276	
56	22,693217	25,432319	0,007109	0,005516	0,775877	0,005261	1,048483	0,005332	1,034503	
57	21,855699	24,573375	0,007825	0,006094	0,778763	0,005790	1,052383	0,005869	1,038351	
58	21,028067	23,724038	0,008620	0,006706	0,777901	0,006379	1,051217	0,006465	1,037201	
59	20,210907	22,884195	0,009501	0,007382	0,776996	0,007031	1,049994	0,007126	1,035994	
60	19,404773	22,054388	0,010479	0,008130	0,775878	0,007754	1,048483	0,007859	1,034504	
61	18,610267	21,235168	0,011564	0,008958	0,774602	0,008557	1,046760	0,008673	1,032803	
62	17,827996	20,427102	0,012767	0,009872	0,773236	0,009448	1,044914	0,009575	1,030982	
63	17,058548	19,630766	0,014101	0,010882	0,771729	0,010435	1,042877	0,010576	1,028972	
64	16,302532	18,846743	0,015581	0,011998	0,770054	0,011530	1,040613	0,011686	1,026738	
65	15,560561	18,075615	0,017221	0,013231	0,768285	0,012744	1,038224	0,012916	1,024381	
66	14,833226	17,317974	0,019039	0,014591	0,766400	0,014089	1,035675	0,014279	1,021866	
67	14,121116	16,574411	0,021054	0,016093	0,764361	0,015580	1,032921	0,015790	1,019149	
68	13,424816	15,845502	0,023287	0,017749	0,762184	0,017232	1,029978	0,017465	1,016245	
69	12,744894	15,131827	0,025760	0,019575	0,759901	0,019062	1,026893	0,019320	1,013201	
70	12,081883	14,433946	0,028499	0,021587	0,757471	0,021089	1,023610	0,021374	1,009962	
71	11,436305	13,752409	0,031532	0,023803	0,754887	0,023334	1,020118	0,023649	1,006516	
72	10,808657	13,087742	0,034888	0,026242	0,752186	0,025817	1,016467	0,026166	1,002914	
73	10,199381	12,440450	0,038602	0,028925	0,749312	0,028565	1,012584	0,028952	0,999083	
74	9,608906	11,811007	0,042708	0,031873	0,746302	0,031604	1,008516	0,032031	0,995069	
75	9,037591	11,199854	0,047248	0,035111	0,743116	0,034963	1,004211	0,035436	0,990821	

Quadro 1 - Comparação entre as tabelas PF e GKF (continuação)

x	e_x		q_x		(A) (2)/(1)	Carteiras do tipo I		Carteiras do tipo II	
	PF	GKF	PF (1)	GKF (2)		(B)		(B)	
						Benefício de mortalidade de (2) em relação a (1) = 26%		Benefício de mortalidade de (2) em relação a (1) = 25%	
					(1 - Bm).(1) ¹ (3)	(2)/(3)	(1 - Bm).(1) ² (4)	(2)/(4)	
76	8,485774	10,607397	0,052264	0,038662	0,739750	0,038675	0,999662	0,039198	0,986333
77	7,953732	10,033997	0,057803	0,042555	0,736205	0,042774	0,994872	0,043352	0,981607
78	7,441688	9,479972	0,063915	0,046817	0,732489	0,047297	0,989849	0,047936	0,976651
79	6,949798	8,945594	0,070656	0,051476	0,728539	0,052285	0,984513	0,052992	0,971386
80	6,478177	8,431065	0,078085	0,056564	0,724396	0,057783	0,978913	0,058564	0,965861
81	6,026870	7,936556	0,086264	0,062113	0,720030	0,063835	0,973014	0,064698	0,960040
82	5,595855	7,462164	0,095262	0,068153	0,715428	0,070494	0,966795	0,071446	0,953904
83	5,185055	7,007929	0,105150	0,074718	0,710582	0,077811	0,960245	0,078863	0,947442
84	4,794330	6,573828	0,116003	0,081839	0,705490	0,085842	0,953364	0,087002	0,940653
85	4,423468	6,159776	0,127900	0,089548	0,700140	0,094646	0,946135	0,095925	0,933520
86	4,072203	5,765624	0,140924	0,097876	0,694530	0,104284	0,938554	0,105693	0,926040
87	3,740211	5,391164	0,155158	0,106850	0,688650	0,114817	0,930609	0,116369	0,918200
88	3,427115	5,036123	0,170687	0,116496	0,682515	0,126308	0,922318	0,128015	0,910020
89	3,132472	4,700171	0,187598	0,126836	0,676105	0,138823	0,913656	0,140699	0,901474
90	2,855817	4,382920	0,205972	0,137888	0,669450	0,152419	0,904662	0,154479	0,892600
91	2,596621	4,083933	0,225889	0,149663	0,662552	0,171435	0,873001	0,173606	0,862083
92	2,354326	3,802724	0,247420	0,162166	0,655429	0,192824	0,841010	0,195102	0,831190
93	2,128341	3,538758	0,270627	0,175397	0,648113	0,216880	0,808726	0,219259	0,799954
94	1,918042	3,291468	0,295562	0,189342	0,640618	0,243938	0,776190	0,246407	0,768415
95	1,722798	3,060244	0,322250	0,203986	0,633004	0,274372	0,743463	0,276916	0,736634
96	1,541939	2,844458	0,350703	0,219296	0,625304	0,308603	0,710610	0,311203	0,704673
97	1,374783	2,643454	0,380905	0,235234	0,617566	0,347104	0,677704	0,349735	0,672607
98	1,220634	2,456554	0,412798	0,251753	0,609871	0,390409	0,644845	0,393038	0,640531
99	1,078728	2,283080	0,446283	0,268792	0,602290	0,439117	0,612119	0,441703	0,608535
100	0,948157	2,122340	0,481243	0,286279	0,594875	0,493901	0,579629	0,496394	0,576719
101	0,827746	1,973629	0,517469	0,304206	0,587872	0,555520	0,547605	0,557856	0,545312
102	0,715427	1,836511	0,554795	0,322242	0,580830	0,624827	0,515729	0,626928	0,514001
103	0,606960	1,709684	0,592674	0,340645	0,574759	0,702781	0,484709	0,704552	0,483491
104	0,490108	1,592962	0,631295	0,359113	0,568852	0,790460	0,454309	0,791788	0,453547
105	0,329268	1,485559	0,670732	0,377584	0,562944	0,889078	0,424692	0,889824	0,424335
106	0,000000	1,386762	1,000000	0,395938	0,395938	1,000000	0,395938	1,000000	0,395938
107		1,295728		0,414161					
108		1,211749		0,432005					
109		1,133381		0,449596					
110		1,059179		0,466955					
111		0,987034		0,482982					
112		0,909091		0,500000					
113		0,818182		0,514107					
114		0,683871		0,529032					
115		0,452055		0,547945					
116		0,000000		1,000000					

¹ Para $x \geq 91$, o ajustamento não foi $(1 - 0,26) \cdot q_x^{PF}$ mas sim $(q_{90}^{(3)})^{(106-x)/16}$, de forma a que $q_{\omega} = 1$, em que ω representa a idade-limite.

² Procedeu-se a um ajustamento semelhante ao das carteiras do tipo I, ou seja, $(q_{90}^{(4)})^{(106-x)/16}$.

Através de duas formas alternativas - (A) e (B) - conclui-se que o benefício de mortalidade da tabela GKF em relação à PF é aproximadamente 26% nas carteiras do tipo I e 25% nas do tipo II. A primeira forma, por ser mais simples, é a que irá ser seguida daqui para a frente. No entanto, e apenas agora, irão explicitar-se as duas para provar que são exactamente idênticas. Esse raciocínio está reflectido no quadro 2.

- (A) Para cada um dos seis grupos de idade, calculou-se uma média aritmética simples dos quocientes de q_x^{GKF} por q_x^{PF} . O número de termos dessa média depende da esperança completa de vida da tabela PF para cada grupo "X" ($e_x^{o PF}$ ¹), arredondadas às unidades - $e_x^{o PF}$ ². Por exemplo, para X=75, tem-se:

$$\left(\sum_{x=75}^{84} q_x^{GKF} / q_x^{PF} \right) / e_{75}^{o PF} = (0,743116 + 0,739750 + 0,736205 + 0,732489 + 0,728539 + 0,724396 + 0,720030 + 0,715428 + 0,710582 + 0,705490) / 10 = 0,725602$$

Depois, a partir dessas médias, obteve-se a média ponderada de acordo com as composições das carteiras de rendas (dos tipos I e II), resultando assim o benefício médio da tabela GKF ³.

- (B) Para a estrutura de idades em causa e as carteiras-modelo consideradas para as rendas vitalícias - dos tipos I ou II -, trata-se de um processo de aproximações sucessivas de modo a que os q_x da PF (corrigidos desse benefício) e da GKF fossem o mais próximo possível. O ajustamento fez-se de modo idêntico ao de (A), até que a média ponderada dos quocientes entre os q_x fosse aproximadamente igual à unidade. Continuando a exemplificar com X=75, vem:

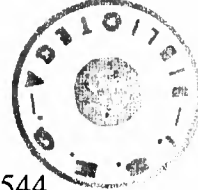
- Carteiras do tipo I

$$\left(\sum_{x=75}^{84} q_x^{GKF} / [(1 - 0,26) \cdot q_x^{PF}] \right) / e_{75}^{o PF} =$$

¹ $e_x^{o PF} = e_x^{PF} + 0,5$

² Depende de e_x^{o} e não de e_x , pretendendo que a aproximação anual seja mais realista. Em cada grupo de idade, e independentemente do tipo de composição das carteiras, tem-se para $e_x^{o PF}$ os seguintes anos: 28, 24, 20, 16, 13 e 10.

³ Saliente-se que esse benefício é teórico, pois a tabela PF não traduz a mortalidade real da população das rendas vitalícias. A análise serve somente para comparar as duas tabelas teóricas.



$$= (1,004211 + 0,999662 + \dots + 0,953364) / 10 = 0,980544$$

• Carteiras do tipo II

$$\left(\sum_{x=75}^{84} q_x^{GKF} / [(1 - 0,25) \cdot q_x^{PF}] \right) / e_{75}^{PF} =$$

$$= (0,990821 + 0,986333 + \dots + 0,940653) / 10 = 0,967470$$

Adiante-se ainda que a adaptação feita no quadro 1 para as idades a partir dos 91 anos em nada interfere no cálculo do benefício visto essas idades não entrarem no cálculo dos quocientes entre os q_x .

Quadro 2 - Cálculo do benefício de mortalidade

Grupos de idade (X)	$\frac{{}_o PF}{e_X}$ (números inteiros)	$\frac{\sum_{x=X}^{X+e_X} {}^o PF - 1 \left(\frac{q_x^{GKF}}{K \cdot q_x^{PF}} \right)}{{}_o PF}{e_X}$ (1)			Ponderadores (P_x)		$P_x \cdot (1)$			
		(A) K = 1	(B) K = 1 - Bm		I	II	I		II	
			I	II			(A)	(B)	(A)	(B)
		50	28	0,761415	1,028939	1,015220	3%	5%	0,022842	0,030868
55	24	0,761723	1,029355	1,015630	7%	10%	0,053321	0,072055	0,076172	0,101563
60	20	0,756344	1,022087	1,008459	10%	20%	0,075634	0,102209	0,151269	0,201692
65	16	0,749111	1,012313	0,998815	25%	30%	0,187278	0,253078	0,224733	0,299645
70	13	0,738470	0,997933	0,984627	35%	25%	0,258465	0,349276	0,184617	0,246067
75	10	0,725602	0,980544	0,967470	20%	10%	0,145120	0,196109	0,072560	0,096747
							0,742660	1,003595	0,747422	0,996475
							⇓	≅	⇓	≅
							25,7340%	1	25,2578%	1

ANEXO 3

Mortalidade Real

A partir dos censos da população publicados pelo Instituto Nacional de Estatística (INE), a equipe liderada pelo Professor Doutor João Tiago Mexia utilizou o método do alisamento exponencial duplo para elaborar tabelas autocorrectivas de mortalidade para a população masculina e feminina - tabelas PPM 94 e PPF 94 ¹. Observou-se o número de pessoas sobreviventes para cada idade "x" (l_x) e, com base nisso, extrapolaram-se os respectivos e_x para os dois tipos de população, isoladamente, conforme se pode ver na página seguinte. A partir desses dados finais imprescindíveis, vão-se procurar construir, neste trabalho, distribuições de mortalidade adaptadas às rendas vitalícias em Portugal. O processo é explicado imediatamente.

Através dos e_x , obtiveram-se os q_x correspondentes, fazendo $q_x = 1 - e_x / (e_{x+1} + 1)$, admitindo assim que se trata da esperança de vida em anos completos. Outra opção seria considerar esses e_x como a esperança de vida completa, donde os q_x resultariam de $1 - (e_x - 1) / e_{x+1}$, que seriam ligeiramente superiores aos q_x anteriores. Escolheu-se o primeiro processo por defender melhor a companhia face ao aumento previsível da longevidade.

Embora só existam dados até $x=106$, aumentaram-se os q_x até 110 ². A extrapolação dos q_x justifica-se porque, para as tabelas PPM e PPF, os valores das esperanças de vida para a idade de 106 anos são cerca de 1,5 anos, pelo que é perfeitamente aceitável admitir que a idade-limite seja alguns anos superior a 106; a questão é sabê-la em concreto. Atendendo a que, para as idades muito avançadas (e nomeadamente para $x=106$), os valores e_x dessas tabelas são superiores ao da tabela GKF ³, seria plausível ajustar as duas tabelas de 1994 - PPM e PPF - à idade-limite da tabela GKF, ou seja, 116 anos. Contudo,

¹ A própria equipe prevê a actualização das tabelas com a informação de cada futuro censo da população.

² O processo foi $q_x = q_{105}^{(110-x)/5}$, com $x = 106, 107, 108, 109, 110$.

³ Veja-se e_x da GKF no quadro 1 do Anexo 2.

e sobretudo de modo a não alterar demasiado os dados iniciais, considera-se um alargamento das tabelas de mortalidade dos 106 para os 110 anos ¹. A partir dos q_x , calcularam-se os q_x ajustados (q^*_x) para ambos os sexos, através do alisamento pelo método das médias móveis com sete termos centrados ². Por último, note-se que, tal como foi reconhecido pelos autores das tabelas autocorrectivas, para as idades à volta dos 100 anos, existe uma bossa nos q_x para ambos os sexos, acontecendo conseqüentemente o mesmo aos q^*_x . Os valores constam do quadro 3.

Quadro 3 - q^*_x ajustados segundo a PPM e a PPF

x	e_x ³		q_x		q^*_x	
	PPM	PPF	PPM	PPF	PPM	PPF
47	28,95115	34,43140	0,005116	0,002023		
48	28,10002	33,50120	0,005227	0,001985		
49	27,24768	32,56784	0,004901	0,002277		
50	26,38187	31,64216	0,005728	0,002808	0,006130	0,002872
51	25,53385	30,73125	0,006113	0,003021	0,006704	0,003118
52	24,69090	29,82438	0,007520	0,004181	0,007428	0,003446
53	23,87798	28,94959	0,008303	0,003811	0,008281	0,003794
54	23,07789	28,06034	0,009138	0,003740	0,009099	0,004116
55	22,29072	27,16569	0,010291	0,004287	0,009968	0,004409
56	21,52249	26,28264	0,010876	0,004713	0,010854	0,004695
57	20,75915	25,40710	0,011455	0,005060	0,011923	0,005344
58	19,99971	24,53632	0,012194	0,005073	0,012874	0,005746
59	19,24659	23,66142	0,013719	0,006182	0,013748	0,006163
60	18,51431	22,80861	0,015785	0,008350	0,014791	0,006665
61	17,81125	22,00066	0,015795	0,006557	0,016127	0,007283
62	17,09710	21,14586	0,016411	0,007203	0,017373	0,008162
63	16,38237	20,29928	0,018177	0,008234	0,019191	0,008936
64	15,68567	19,46781	0,020806	0,009386	0,020635	0,009361
65	15,01896	18,65227	0,020917	0,011222	0,022791	0,010465
66	14,33982	17,86397	0,026445	0,011598	0,024881	0,011606
67	13,72934	17,07359	0,025893	0,011325	0,027082	0,012957
68	13,09429	16,26917	0,030887	0,014287	0,029421	0,014566
69	12,51162	15,50498	0,031038	0,015187	0,031729	0,015477
70	11,91240	14,74409	0,033590	0,017691	0,032709	0,016514
71	11,32644	14,00963	0,037177	0,020651	0,035889	0,018882
72	10,76378	13,30504	0,037073	0,017601	0,039944	0,021862
73	10,17819	12,54342	0,033306	0,018856	0,044555	0,025213
74	9,52886	11,78449	0,048152	0,027902	0,049605	0,028757
75	9,01091	11,12274	0,059270	0,035144	0,055230	0,032954

¹ Diga-se que os dados iniciais apenas vão até aos 106 anos porque o mesmo acontece com as estatísticas do INE, nomeadamente as suas tabelas de mortalidade.

² Para $x \geq 108$, $q_x = q^*_x$

³ Dados iniciais.

Quadro 3 - q^*_x ajustados segundo a PPM e a PPF (continuação)

x	e_x		q_x		q^*_x	
	PPM	PPF	PPM	PPF	PPM	PPF
76	8,57864	10,52788	0,063315	0,038646	0,061554	0,038102
77	8,15851	9,95110	0,068944	0,042495	0,069998	0,044600
78	7,76264	9,39274	0,076549	0,050032	0,076330	0,050802
79	7,40612	8,88743	0,081343	0,053634	0,081763	0,056528
80	7,06190	8,39112	0,092416	0,064343	0,086889	0,061992
81	6,78099	7,96816	0,092475	0,071318	0,092607	0,069471
82	6,47195	7,58007	0,097299	0,075229	0,099874	0,071762 ²
83	6,16954	7,19670	0,099194	0,076894	0,105297	0,074053
84	5,84891	6,79618	0,108973	0,094846	0,112533	0,082285
85	5,56424	6,50831	0,127420	0,026984	0,119720	0,091410
86	5,37676	5,68880	0,119301	0,108755	0,130909	0,101692
87	5,10511	5,38299	0,143070	0,121969	0,140294	0,111948
88	4,95744	5,13075	0,142785	0,135191	0,150551	0,119993
89	4,78320	4,93281	0,175619	0,147205	0,154542	0,139231
90	4,80217	4,78429	0,164891	0,148685	0,160977	0,145782
91	4,75035	4,61988	0,180768	0,151161	0,166228	0,154291
92	4,79854	4,44259	0,155362	0,161651	0,171889	0,161603
93	4,68118	4,29921	0,164342	0,154614	0,172933 ¹	0,168151
94	4,60179	4,08550	0,179828	0,181528	0,173977	0,173174
95	4,61076	3,99162	0,182414	0,186377	0,166912	0,178315
96	4,63948	3,90598	0,174744	0,193044	0,162233	0,189132
97	4,62186	3,84039	0,180382	0,183845	0,156156	0,187465
98	4,63904	3,70546	0,131310	0,187145	0,144717	0,180467
99	4,34027	3,55858	0,122610	0,237373	0,127350	0,169129
100	3,94680	3,66621	0,121805	0,142946	0,136008	0,174744
101	3,49422	3,27769	0,099751	0,132541	0,156922	0,194937
102	2,88139	2,77849	0,060847	0,107007	0,192344	0,220369
103	2,06808	2,11144	0,235355	0,232348	0,240602	0,250270
104	1,70462	1,75052	0,326778	0,325201	0,303050	0,307904
105	1,53203	1,59413	0,379262	0,365170	0,385734	0,384447
106	1,46809	1,51111	0,460418	0,446680	0,494718	0,485949
107			0,558938	0,546383	0,603953	0,595614
108			0,678541	0,668341	0,678541	0,668341
109			0,823736	0,817521	0,823736	0,817521
110			1,000000	1,000000	1,000000	1,000000

Existindo os q^*_x , calculam-se os l_x para ambos os sexos (l^*_x), através dos quais se obtêm os q_x da população total (q_x^T), e as respectivas esperanças de vida em anos completos (e_x^T). Veja-se o quadro 4.

¹ Trata-se da semi-soma dos q^*_x imediatamente anterior e posterior, sendo portanto uma exceção ao método das médias móveis com sete termos, de forma a alcançarem-se q^*_x crescentes.

² Idem.

Quadro 4 - q_x e e_x esperados para a população portuguesa

x	l_x^* 1		q_x^T 2	e_x^T 3
	PPM	PPF		
50	100.000,000	100.000,000	0,004501	28,862820
51	99.387,040	99.712,774	0,004908	27,993317
52	98.720,730	99.401,911	0,005430	27,131385
53	97.987,480	99.059,337	0,006026	26,279515
54	97.176,027	98.683,466	0,006589	25,438824
55	96.291,782	98.277,266	0,007160	24,607543
56	95.331,938	97.843,936	0,007734	23,785011
57	94.297,236	97.384,541	0,008580	22,970408
58	93.172,965	96.864,159	0,009241	22,169202
59	91.973,486	96.307,589	0,009868	21,375969
60	90.709,027	95.714,092	0,010619	20,589009
61	89.367,343	95.076,110	0,011568	19,809994
62	87.926,127	94.383,625	0,012604	19,041845
63	86.398,583	93.613,265	0,013858	18,284920
64	84.740,505	92.776,763	0,014743	17,541870
65	82.991,879	91.908,297	0,016314	16,804356
66	81.100,412	90.946,459	0,017863	16,083047
67	79.082,590	89.890,953	0,019568	15,375569
68	76.940,851	88.726,250	0,021465	14,682440
69	74.677,174	87.433,856	0,022964	14,004514
70	72.307,739	86.080,614	0,023908	13,333669
71	69.942,614	84.659,060	0,026576	12,660252
72	67.432,449	83.060,500	0,029964	12,005899
73	64.738,945	81.244,638	0,033790	11,376756
74	61.854,525	79.196,204	0,037899	10,774626
75	58.786,213	76.918,792	0,042604	10,199063
76	55.539,455	74.384,015	0,048127	9,652917
77	52.120,772	71.549,869	0,055304	9,140971
78	48.472,399	68.358,769	0,061393	8,676098
79	44.772,489	64.886,012	0,066831	8,243594
80	41.111,758	61.218,116	0,071995	7,833981
81	37.539,616	57.423,061	0,078617	7,441740
82	34.063,188	53.433,822	0,082706	7,076705
83	30.661,154	49.599,309	0,085989	6,714764
84	27.432,631	45.926,342	0,093596	6,346478
85	24.345,551	42.147,290	0,101775	6,001823
86	21.430,892	38.294,611	0,112176	5,681874
87	18.625,397	34.400,351	0,121905	5,399773
88	16.012,362	30.549,305	0,130502	5,149415
89	13.601,689	26.883,604	0,144375	4,922283
90	11.499,652	23.140,569	0,150827	4,752852
91	9.648,475	19.767,081	0,158206	4,597033
92	8.044,630	16.717,203	0,164945	4,460997
93	6.661,846	14.015,653	0,169692	4,342158
94	5.509,793	11.658,902	0,173432	4,229574
95	4.551,215	9.639,880	0,174658	4,117030

$$^1 l_{50}^* = 100.000 ; l_x^* = l_{x-1}^* \cdot (1 - q_{x-1}^*) , x = 51, 52, \dots, 110$$

$$^2 q_x^T = 1 - \left(l_{x+1}^{*PPM} + l_{x+1}^{*PPF} \right) / \left(l_x^{*PPM} + l_x^{*PPF} \right)$$

$$^3 e_x^T = p_x^T \cdot (e_{x+1}^T + 1) , \text{ com } p_x^T = 1 - q_x^T$$

Quadro 4 - q_x e e_x esperados para a população portuguesa (continuação)

x	l_x^*		q_x^T	e_x^T
	PPM	PPF		
96	3.791,565	7.920,947	0,180424	3,988270
97	3.176,449	6.422,841	0,177105	3,866262
98	2.680,427	5.218,781	0,168336	3,698365
99	2.292,525	4.276,962	0,154549	3,446946
100	2.000,573	3.553,605	0,160791	3,077052
101	1.728,478	2.932,636	0,180840	2,666612
102	1.457,241	2.360,955	0,209673	2,255301
103	1.176,949	1.840,673	0,246500	1,853632
104	893,773	1.380,007	0,305996	1,460028
105	622,915	955,097	0,384955	1,103775
106	382,635	587,913	0,489406	0,794625
107	193,339	302,217	0,598867	0,556276
108	76,571	122,212	0,672270	0,386764
109	24,615	40,533	0,819869	0,180131
110	4,339	7,396	1,000000	0,000000

Note-se que os q_x^T acima expressos (com base nos quais se calculam os l_x para a população total - l_x^T) têm implícita a hipótese de igual proporção entre as populações masculina e feminina, a qual não é válida nas rendas, tal como se exprimiu no corpo do trabalho. De facto, como $l_x^T = (l_x^{PPM} + l_x^{PPF})/2$, e $l_x^T = l_{x-1}^T \cdot (1 - q_{x-1}^T)$, tem-se:

$$q_{x-1}^T = 1 - \frac{l_x^T}{l_{x-1}^T} = 1 - \frac{(l_x^{PPM} + l_x^{PPF})/2}{(l_{x-1}^{PPM} + l_{x-1}^{PPF})/2} = 1 - \frac{l_x^{PPM} + l_x^{PPF}}{l_{x-1}^{PPM} + l_{x-1}^{PPF}}$$

Do exposto conclui-se que os q_x^T anteriores são válidos para a população geral. Dado que nas rendas vitalícias existe maior peso dos segurados do sexo masculino, os q_x para a população segura (q_x^S) têm de se obter do seguinte modo:

$$q_x^S = 1 - \frac{l_{x+1}^S}{l_x^S} = 1 - \frac{h \cdot l_{x+1}^{PPM} + (1-h) \cdot l_{x+1}^{PPF}}{h \cdot l_x^{PPM} + (1-h) \cdot l_x^{PPF}},$$

¹ Veja-se a penúltima coluna do quadro 5.

em que "h" exprime a proporção de homens no total. Neste trabalho, vão-se considerar três tipos de população segura, constituídas por 90, 80 e 70% de homens.

No quadro 5 apresentam-se os valores de l_x^s e q_x^s não só para essas três proporções como também para um cenário de igual proporção (que, como se disse, corresponde à população geral). Saliente-se que esse processo mecânico de construção de tábuas de mortalidade agregadas (variável conforme a composição da população) mantem a estrutura de mortalidade por sexos isoladamente.

Quadro 5 - l_x^S e q_x^S para diferentes proporções da população

x	h = 90%		h = 80%		h = 70%		h = 50%	
	l_x^S	q_x^S	l_x^S	q_x^S	l_x^S	q_x^S	l_x^S	q_x^S
50	100.000,000	0,005804	100.000,000	0,005478	100.000,000	0,005152	100.000,000	0,004501
51	99.419,613	0,006344	99.452,187	0,005985	99.484,760	0,005626	99.549,907	0,004908
52	98.788,848	0,007027	98.856,966	0,006627	98.925,084	0,006227	99.061,320	0,005430
53	98.094,665	0,007828	98.201,851	0,007376	98.309,037	0,006925	98.523,408	0,006026
54	97.326,771	0,008594	97.477,515	0,008090	97.628,259	0,007588	97.929,747	0,006589
55	96.490,330	0,009402	96.688,879	0,008838	96.887,427	0,008277	97.284,524	0,007160
56	95.583,138	0,010223	95.834,338	0,009596	96.085,538	0,008972	96.587,937	0,007734
57	94.605,966	0,011245	94.914,697	0,010573	95.223,427	0,009904	95.840,888	0,008580
58	93.542,085	0,012136	93.911,204	0,011403	94.280,323	0,010677	95.018,562	0,009241
59	92.406,897	0,012958	92.840,307	0,012174	93.273,717	0,011398	94.140,538	0,009868
60	91.209,533	0,013938	91.710,040	0,013095	92.210,546	0,012261	93.211,559	0,010619
61	89.938,220	0,015192	90.509,096	0,014269	91.079,973	0,013357	92.221,727	0,011568
62	88.571,877	0,016391	89.217,627	0,015424	89.863,377	0,014471	91.154,876	0,012604
63	87.120,052	0,018089	87.841,520	0,017005	88.562,988	0,015939	90.005,924	0,013858
64	85.544,131	0,019412	86.347,756	0,018212	87.151,382	0,017034	88.758,634	0,014743
65	83.883,520	0,021440	84.775,162	0,020118	85.666,804	0,018824	87.450,088	0,016314
66	82.085,017	0,023410	83.069,621	0,021974	84.054,226	0,020572	86.023,436	0,017863
67	80.163,426	0,025498	81.244,262	0,023957	82.325,099	0,022455	84.486,771	0,019568
68	78.119,391	0,027734	79.297,931	0,026097	80.476,470	0,024508	82.833,550	0,021465
69	75.952,842	0,029858	77.228,511	0,028049	78.504,179	0,026299	81.055,515	0,022964
70	73.685,027	0,030817	75.062,314	0,028995	76.439,602	0,027238	79.194,177	0,023908
71	71.414,259	0,033873	72.885,904	0,031938	74.357,548	0,030080	77.300,837	0,026576
72	68.995,254	0,037767	70.558,059	0,035687	72.120,864	0,033696	75.246,475	0,029964
73	66.389,515	0,042188	68.040,084	0,039936	69.690,653	0,037790	72.991,792	0,033790
74	63.588,693	0,047009	65.322,861	0,044550	67.057,029	0,042218	70.525,364	0,037899
75	60.599,471	0,052402	62.412,729	0,049739	64.225,987	0,047226	67.852,503	0,042604
76	57.423,911	0,058516	59.308,367	0,055671	61.192,823	0,053002	64.961,735	0,048127
77	54.063,682	0,066637	56.006,592	0,063509	57.949,501	0,060591	61.835,321	0,055304
78	50.461,036	0,072872	52.449,673	0,069676	54.438,310	0,066713	58.415,584	0,061393
79	46.783,841	0,078263	48.795,193	0,075052	50.806,546	0,072095	54.829,250	0,066831
80	43.122,393	0,083354	45.133,029	0,080135	47.143,665	0,077190	51.164,937	0,071995
81	39.527,961	0,089246	41.516,305	0,086207	43.504,650	0,083446	47.481,339	0,078617
82	36.000,251	0,095702	37.937,315	0,091955	39.874,378	0,088573	43.748,505	0,082706
83	32.554,969	0,100537	34.448,785	0,096300	36.342,600	0,092505	40.130,231	0,085989
84	29.282,003	0,107789	31.131,374	0,103608	32.980,745	0,099897	36.679,487	0,093596
85	26.125,725	0,115153	27.905,899	0,111169	29.686,073	0,107662	33.246,420	0,101775
86	23.117,264	0,126069	24.803,636	0,121887	26.490,008	0,118238	29.862,752	0,112176
87	20.202,892	0,135468	21.780,388	0,131340	23.357,883	0,127770	26.512,874	0,121905
88	17.466,056	0,145206	18.919,750	0,140683	20.373,445	0,136805	23.280,833	0,130502
89	14.929,881	0,151785	16.258,072	0,149479	17.586,264	0,147521	20.242,647	0,144375
90	12.663,743	0,158200	13.827,835	0,155891	14.991,927	0,153941	17.320,111	0,150827
91	10.660,335	0,164014	11.672,196	0,162185	12.684,057	0,160647	14.707,778	0,158206
92	8.911,887	0,169960	9.779,144	0,168372	10.646,402	0,167044	12.380,916	0,164945
93	7.397,227	0,172027	8.132,607	0,171285	8.867,988	0,170666	10.338,750	0,169692
94	6.124,704	0,173824	6.739,615	0,173699	7.354,525	0,173595	8.584,347	0,173432
95	5.060,082	0,169084	5.568,948	0,170859	6.077,815	0,172337	7.095,548	0,174658
96	4.204,503	0,167300	4.617,441	0,171462	5.030,379	0,174940	5.856,256	0,180424
97	3.501,088	0,161900	3.825,728	0,166669	4.150,367	0,170692	4.799,645	0,177105
98	2.934,263	0,151075	3.188,098	0,156421	3.441,933	0,160978	3.949,604	0,168336
99	2.490,969	0,134523	2.689,413	0,140638	2.887,856	0,145912	3.284,744	0,154549
100	2.155,876	0,142393	2.311,179	0,147920	2.466,482	0,152751	2.777,089	0,160791
101	1.848,893	0,162952	1.969,309	0,168244	2.089,725	0,172927	2.330,557	0,180840
102	1.547,612	0,196619	1.637,984	0,200423	1.728,355	0,203829	1.909,098	0,209673
103	1.243,322	0,242034	1.309,694	0,243320	1.376,066	0,244482	1.508,811	0,246500
104	942,396	0,303761	991,020	0,304402	1.039,643	0,304983	1.136,890	0,305996
105	656,133	0,385547	689,351	0,385377	722,570	0,385224	789,006	0,384955
106	403,163	0,493440	423,691	0,492285	444,219	0,491237	485,274	0,489406
107	204,227	0,602719	215,114	0,601610	226,002	0,600608	247,778	0,598867
108	81,135	0,677004	85,699	0,675632	90,264	0,674398	99,392	0,672270
109	26,206	0,822775	27,798	0,821924	29,390	0,821165	32,574	0,819869
110	4,644	1,000000	4,950	1,000000	5,256	1,000000	5,868	1,000000

ANEXO 4

Benefícios / Prejuízos de Mortalidade

Para ter a primeira perspectiva das estruturas demográficas subjacentes a cada tabela, comparem-se os ${}^o e_x$ para cada idade, conforme demonstra o quadro 6.

Quadro 6 - ${}^o e_x$ segundo as tabelas

x	${}^o e_x$		
	PF	GKF	PP ¹
50	28,396012	31,261698	29,362820
51	27,510237	30,354399	28,493317
52	26,631272	29,454161	27,631385
53	25,759601	28,561439	26,779515
54	24,895695	27,676649	25,938824
55	24,040065	26,800168	25,107543
56	23,193217	25,932319	24,285011
57	22,355699	25,073375	23,470408
58	21,528067	24,224038	22,669202
59	20,710907	23,384195	21,875969
60	19,904773	22,554388	21,089009
61	19,110267	21,735168	20,309994
62	18,327996	20,927102	19,541845
63	17,558548	20,130766	18,784920
64	16,802532	19,346743	18,041870
65	16,060561	18,575615	17,304356
66	15,333226	17,817974	16,583047
67	14,621116	17,074411	15,875569
68	13,924816	16,345502	15,182440
69	13,244894	15,631827	14,504514
70	12,581883	14,933946	13,833669
71	11,936305	14,252409	13,160252
72	11,308657	13,587742	12,505899
73	10,699381	12,940450	11,876756
74	10,108906	12,311007	11,274626
75	9,041939	11,699854	10,699063
76	8,985774	11,107397	10,152917
77	8,453732	10,533997	9,640971
78	7,941688	9,979972	9,176098
79	7,449798	9,445594	8,743594
80	6,978177	8,931065	8,333981

¹ População portuguesa, pelo que h=50%

Quadro 6 - e_x^o segundo as tabelas (continuação)

x	e_x^o		
	PF	GKF	PP
81	6,526870	8,436556	7,941740
82	6,095855	7,962164	7,576705
83	5,685055	7,507929	7,214764
84	5,294330	7,073828	6,846478
85	4,923468	6,659776	6,501823
86	4,572203	6,265624	6,181874
87	4,240211	5,891164	5,899773
88	3,927115	5,536123	5,649415
89	3,632472	5,200171	5,422283
90	3,355817	4,882920	5,252852
91	3,096621	4,583933	5,097033
92	2,854326	4,302724	4,960997
93	2,628341	4,038758	4,842158
94	2,418042	3,791468	4,729574
95	2,222798	3,560244	4,617030
96	2,041939	3,344458	4,488270
97	1,874783	3,143454	4,366262
98	1,720634	2,956554	4,198365
99	1,578728	2,783080	3,946946
100	1,448157	2,622340	3,577052
101	1,327746	2,473629	3,166612
102	1,215427	2,336511	2,755301
103	1,106960	2,209684	2,353632
104	0,990108	2,092962	1,960028
105	0,829268	1,985559	1,603775
106	0,500000	1,886762	1,294625
107		1,795728	1,056276
108		1,711749	0,886764
109		1,633381	0,680131
110		1,559179	0,500000
111		1,487034	
112		1,409091	
113		1,318182	
114		1,183871	
115		0,952055	
116		0,500000	

Carteiras do tipo I

O quadro 7 pormenoriza a comparação entre as três tabelas, no caso de existir igual repartição de população masculina e feminina (i.e., $h=50\%$). O quadro 8 tem por fim traduzir o ponto crítico de "h" para a tabela GKF. Os quadros 9, 10 e 11 fazem a análise considerando, respectivamente, $h=90\%$, $h=80\%$ e $h=70\%$ na população segura total, em que esse último valor de "h" é o ponto crítico para a tabela PF. Os ganhos/perdas de mortalidade obtidos derivam do mesmo processo utilizado no Anexo 2, só que agora usam-se não os ${}_{o}^{PF}e_x$ mas sim ${}_{o}^{PP}e_x$ que são, para cada grupo de idade, respectivamente 29, 25, 21, 17, 14 e 11 anos, considerando $h=50\%$. Além disso, a análise é puramente de mortalidade, logo sem qualquer consideração financeira.

Quadro 7 - Comparação da PP^h ¹ com a PF e a GKF, para $h=50\%$

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 11% ² (1)/(3)	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 18% ³ (2)/(3)
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)		
50	0,004078	0,003004	0,004501	0,906026	0,667526
51	0,004461	0,003330	0,004908	0,908953	0,678591
52	0,004887	0,003691	0,005430	0,899970	0,679802
53	0,005359	0,004089	0,006026	0,889368	0,678582
54	0,005883	0,004524	0,006589	0,892906	0,686713
55	0,006464	0,005000	0,007160	0,902747	0,698236
56	0,007109	0,005516	0,007734	0,919148	0,713146
57	0,007825	0,006094	0,008580	0,911983	0,710219
58	0,008620	0,006706	0,009241	0,932855	0,725669
59	0,009501	0,007382	0,009868	0,962807	0,748097
60	0,010479	0,008130	0,010619	0,986789	0,765628
61	0,011564	0,008958	0,011568	0,999634	0,774319
62	0,012767	0,009872	0,012604	1,012895	0,783207
63	0,014101	0,010882	0,013858	1,017550	0,785273
64	0,015581	0,011998	0,014743	1,056854	0,813834
65	0,017221	0,013231	0,016314	1,055607	0,811008

¹ PP^h traduz a combinação de PPM com PPF, para um valor específico de "h".

² $3\%.1,024064 + 7\%.1,050315 + 10\%.1,081568 + 25\%.1,102145 + 35\%.1,121936 + 20\%.1,126460 = 1,105907 \Rightarrow Pm \cong 11\%$

³ $3\%.0,778252 + 7\%.0,797933 + 10\%.0,816126 + 25\%.0,823909 + 35\%.0,826418 + 20\%.0,813881 = 0,818815 \Rightarrow Bm \cong 18\%$

Quadro 7 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=50\%$
(continuação)

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 11%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 18%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
66	0,019039	0,014591	0,017863	1,065813	0,816838
67	0,021054	0,016093	0,019568	1,075948	0,822413
68	0,023287	0,017749	0,021465	1,084879	0,826878
69	0,025760	0,019575	0,022964	1,121764	0,852429
70	0,028499	0,021587	0,023908	1,192049	0,902943
71	0,031532	0,023803	0,026576	1,186480	0,895658
72	0,034888	0,026242	0,029964	1,164331	0,875793
73	0,038602	0,028925	0,033790	1,142393	0,856009
74	0,042708	0,031873	0,037899	1,126881	0,840993
75	0,047248	0,035111	0,042604	1,109009	0,824123
76	0,052264	0,038662	0,048127	1,085960	0,803339
77	0,057803	0,042555	0,055304	1,045190	0,769474
78	0,063915	0,046817	0,061393	1,041070	0,762572
79	0,070656	0,051476	0,066831	1,057229	0,770233
80	0,078085	0,056564	0,071995	1,084596	0,785677
81	0,086264	0,062113	0,078617	1,097272	0,790069
82	0,095262	0,068153	0,082706	1,151810	0,824037
83	0,105150	0,074718	0,085989	1,222837	0,868926
84	0,116003	0,081839	0,093596	1,239396	0,874381
85	0,127900	0,089548	0,101775	1,256690	0,879859
86	0,140924	0,097876	0,112176	1,256276	0,872521
87	0,155158	0,106850	0,121905	1,272784	0,876503
88	0,170687	0,116496	0,130502	1,307927	0,892680
89	0,187598	0,126836	0,144375	1,299381	0,878518
90	0,205972	0,137888	0,150827	1,365622	0,914216
91	0,225889	0,149663	0,158206	1,427813	0,946000
92	0,247420	0,162166	0,164945	1,500019	0,983156
93	0,270627	0,175397	0,169692	1,594814	1,033619
94	0,295562	0,189342	0,173432	1,704199	1,091740
95	0,322250	0,203986	0,174658	1,845039	1,167916
96	0,350703	0,219296	0,180424	1,943771	1,215448
97	0,380905	0,235234	0,177105	2,150731	1,328219
98	0,412798	0,251753	0,168336	2,452224	1,495541
99	0,446283	0,268792	0,154549	2,887641	1,739198
100	0,481243	0,286279	0,160791	2,992961	1,780439
101	0,517469	0,304206	0,180840	2,861473	1,682179
102	0,554795	0,322242	0,209673	2,645994	1,536874
103	0,592674	0,340645	0,246500	2,404361	1,381927
104	0,631295	0,359113	0,305996	2,063082	1,173587
105	0,670732	0,377584	0,384955	1,742363	0,980852
106	1,000000	0,395938	0,489406	2,043292	0,809017
107		0,414161	0,598867		0,691574
108		0,432005	0,672270		0,642607
109		0,449596	0,819869		0,548375
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Quadro 8 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=12\%$

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 35% ¹	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 0% ²
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
50	0,004078	0,003004	0,003263	1,249703	0,920735
51	0,004461	0,003330	0,003547	1,257803	0,939030
52	0,004887	0,003691	0,003921	1,246279	0,941391
53	0,005359	0,004089	0,004328	1,238301	0,944815
54	0,005883	0,004524	0,004706	1,250078	0,961405
55	0,006464	0,005000	0,005064	1,276343	0,987196
56	0,007109	0,005516	0,005417	1,312249	1,018144
57	0,007825	0,006094	0,006111	1,280476	0,997188
58	0,008620	0,006706	0,006572	1,311560	1,020263
59	0,009501	0,007382	0,007037	1,350234	1,049126
60	0,010479	0,008130	0,007595	1,379639	1,070431
61	0,011564	0,008958	0,008288	1,395245	1,080760
62	0,012767	0,009872	0,009200	1,387674	1,073000
63	0,014101	0,010882	0,010082	1,398622	1,079357
64	0,015581	0,011998	0,010610	1,468582	1,130887
65	0,017221	0,013231	0,011817	1,457372	1,119678
66	0,019039	0,014591	0,013045	1,459482	1,118547
67	0,021054	0,016093	0,014470	1,455014	1,112157
68	0,023287	0,017749	0,016137	1,443094	1,099903
69	0,025760	0,019575	0,017173	1,500053	1,139891
70	0,028499	0,021587	0,018179	1,567720	1,187502
71	0,031532	0,023803	0,020604	1,530367	1,155255
72	0,034888	0,026242	0,023664	1,474296	1,108944
73	0,038602	0,028925	0,027109	1,423964	1,066994
74	0,042708	0,031873	0,030763	1,388276	1,036073
75	0,047248	0,035111	0,035056	1,347769	1,001549
76	0,052264	0,038662	0,040269	1,297880	0,960107
77	0,057803	0,042555	0,046895	1,232616	0,907458
78	0,063915	0,046817	0,053053	1,204743	0,882461
79	0,070656	0,051476	0,058699	1,203711	0,876951
80	0,078085	0,056564	0,064081	1,218536	0,882703

¹ $3\%.1,365015 + 7\%.1,381879 + 10\%.1,392126 + 25\%.1,377275 + 35\%.1,340046 + 20\%.1,283278 = 1,346885 \Rightarrow P_m \cong 35\%$

² $3\%.1,038284 + 7\%.1,051193 + 10\%.1,051934 + 25\%.1,030972 + 35\%.0,988153 + 20\%.0,927739 = 0,999070 \Rightarrow B_m \cong 0\%$

Quadro 8 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=12\%$
(continuação)

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 35% (1)/(3)	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 0% (2)/(3)
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)		
81	0,086264	0,062113	0,071365	1,208778	0,870357
82	0,095262	0,068153	0,074010	1,287144	0,920859
83	0,105150	0,074718	0,076482	1,374839	0,976935
84	0,116003	0,081839	0,084563	1,371788	0,967782
85	0,127900	0,089548	0,093477	1,368252	0,957968
86	0,140924	0,097876	0,103764	1,358122	0,943257
87	0,155158	0,106850	0,113897	1,362270	0,938128
88	0,170687	0,116496	0,122031	1,398711	0,954642
89	0,187598	0,126836	0,140219	1,337892	0,904556
90	0,205972	0,137888	0,146747	1,403589	0,939632
91	0,225889	0,149663	0,155036	1,457012	0,926562
92	0,247420	0,162166	0,162236	1,525060	0,912115
93	0,270627	0,175397	0,168442	1,606644	0,896269
94	0,295562	0,189342	0,173223	1,706255	0,879009
95	0,322250	0,203986	0,177625	1,814216	0,860346
96	0,350703	0,219296	0,187484	1,870579	0,840298
97	0,380905	0,235234	0,185487	2,053538	0,818900
98	0,412798	0,251753	0,178127	2,317432	0,796222
99	0,446283	0,268792	0,166283	2,683876	0,772331
100	0,481243	0,286279	0,171982	2,798216	0,747319
101	0,517469	0,304206	0,192109	2,693620	0,721459
102	0,554795	0,322242	0,218194	2,542669	0,694311
103	0,592674	0,340645	0,249495	2,375494	0,666811
104	0,631295	0,359113	0,307510	2,052923	0,638647
105	0,670732	0,377584	0,384552	1,744189	0,610059
106	1,000000	0,395938	0,486664	2,054806	0,581184
107		0,414161	0,596283		0,552312
108		0,432005	0,669144		0,523398
109		0,449596	0,817997		0,494873
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Quadro 9 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=90\%$

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 9% ¹	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 33% ²
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
50	0,004078	0,003004	0,005804	0,702628	0,517670
51	0,004461	0,003330	0,006344	0,703147	0,524944
52	0,004887	0,003691	0,007027	0,695456	0,525320
53	0,005359	0,004089	0,007828	0,684581	0,522331
54	0,005883	0,004524	0,008594	0,684539	0,526463
55	0,006464	0,005000	0,009402	0,687514	0,531763
56	0,007109	0,005516	0,010223	0,695380	0,539529
57	0,007825	0,006094	0,011245	0,695833	0,541890
58	0,008620	0,006706	0,012136	0,710316	0,552555
59	0,009501	0,007382	0,012958	0,733241	0,569725
60	0,010479	0,008130	0,013938	0,751803	0,583307
61	0,011564	0,008958	0,015192	0,761195	0,589623
62	0,012767	0,009872	0,016391	0,778875	0,602255
63	0,014101	0,010882	0,018089	0,779535	0,601590
64	0,015581	0,011998	0,019412	0,802631	0,618069
65	0,017221	0,013231	0,021440	0,803204	0,617090
66	0,019039	0,014591	0,023410	0,813291	0,623306
67	0,021054	0,016093	0,025498	0,825698	0,631132
68	0,023287	0,017749	0,027734	0,839665	0,639979
69	0,025760	0,019575	0,029858	0,862742	0,655598
70	0,028499	0,021587	0,030817	0,924775	0,700490
71	0,031532	0,023803	0,033873	0,930897	0,702722
72	0,034888	0,026242	0,037767	0,923770	0,694847
73	0,038602	0,028925	0,042188	0,915006	0,685625
74	0,042708	0,031873	0,047009	0,908512	0,678024
75	0,047248	0,035111	0,052402	0,901636	0,670020
76	0,052264	0,038662	0,058516	0,893155	0,660711
77	0,057803	0,042555	0,066637	0,867432	0,638608
78	0,063915	0,046817	0,072872	0,877085	0,642455
79	0,070656	0,051476	0,078263	0,902802	0,657727
80	0,078085	0,056564	0,083354	0,936786	0,678604

¹ $3\%.0,798398 + 7\%.0,823440 + 10\%.0,857166 + 25\%.0,887826 + 35\%.0,927838 + 20\%.0,961243 = 0,906258 \Rightarrow Bm \cong 9\%$

² $3\%.0,606470 + 7\%.0,625146 + 10\%.0,646275 + 25\%.0,663112 + 35\%.0,682938 + 20\%.0,694211 = 0,670230 \Rightarrow Bm \cong 33\%$

Quadro 9 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=90\%$
(continuação)

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 9%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 33%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
81	0,086264	0,062113	0,089246	0,966588	0,695973
82	0,095262	0,068153	0,095702	0,995405	0,712141
83	0,105150	0,074718	0,100537	1,045889	0,743189
84	0,116003	0,081839	0,107789	1,076204	0,759251
85	0,127900	0,089548	0,115153	1,110695	0,777642
86	0,140924	0,097876	0,126069	1,117830	0,776366
87	0,155158	0,106850	0,135468	1,145353	0,788748
88	0,170687	0,116496	0,145206	1,175480	0,802283
89	0,187598	0,126836	0,151785	1,235945	0,835629
90	0,205972	0,137888	0,158200	1,301970	0,871604
91	0,225889	0,149663	0,164014	1,377250	0,912500
92	0,247420	0,162166	0,169960	1,455760	0,954147
93	0,270627	0,175397	0,172027	1,573165	1,019589
94	0,295562	0,189342	0,173824	1,700352	1,089276
95	0,322250	0,203986	0,169084	1,905859	1,206416
96	0,350703	0,219296	0,167300	2,096251	1,310794
97	0,380905	0,235234	0,161900	2,352720	1,452961
98	0,412798	0,251753	0,151075	2,732401	1,666413
99	0,446283	0,268792	0,134523	3,317516	1,998108
100	0,481243	0,286279	0,142393	3,379671	2,010483
101	0,517469	0,304206	0,162952	3,175593	1,866841
102	0,554795	0,322242	0,196619	2,821667	1,638910
103	0,592674	0,340645	0,242034	2,448726	1,407427
104	0,631295	0,359113	0,303761	2,078264	1,182224
105	0,670732	0,377584	0,385547	1,739690	0,979347
106	1,000000	0,395938	0,493440	2,026591	0,802404
107		0,414161	0,602719		0,687155
108		0,432005	0,677004		0,638113
109		0,449596	0,822775		0,546439
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Quadro 10 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=80\%$

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 5% ¹	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 30% ²
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
50	0,004078	0,003004	0,005478	0,744407	0,548451
51	0,004461	0,003330	0,005985	0,745381	0,556474
52	0,004887	0,003691	0,006627	0,737437	0,557031
53	0,005359	0,004089	0,007376	0,726542	0,554346
54	0,005883	0,004524	0,008090	0,727158	0,559240
55	0,006464	0,005000	0,008838	0,731377	0,565688
56	0,007109	0,005516	0,009596	0,740823	0,574787
57	0,007825	0,006094	0,010573	0,740115	0,576375
58	0,008620	0,006706	0,011403	0,755931	0,588039
59	0,009501	0,007382	0,012174	0,780412	0,606377
60	0,010479	0,008130	0,013095	0,800223	0,620875
61	0,011564	0,008958	0,014269	0,810437	0,627766
62	0,012767	0,009872	0,015424	0,827723	0,640025
63	0,014101	0,010882	0,017005	0,829221	0,639934
64	0,015581	0,011998	0,018212	0,855516	0,658793
65	0,017221	0,013231	0,020118	0,855986	0,657642
66	0,019039	0,014591	0,021974	0,866437	0,664037
67	0,021054	0,016093	0,023957	0,878839	0,671751
68	0,023287	0,017749	0,026097	0,892336	0,680125
69	0,025760	0,019575	0,028049	0,918384	0,697881
70	0,028499	0,021587	0,028995	0,982903	0,744521
71	0,031532	0,023803	0,031938	0,987286	0,745289
72	0,034888	0,026242	0,035687	0,977622	0,735353
73	0,038602	0,028925	0,039936	0,966606	0,724289
74	0,042708	0,031873	0,044550	0,958653	0,715445
75	0,047248	0,035111	0,049739	0,949912	0,705895
76	0,052264	0,038662	0,055671	0,938796	0,694474
77	0,057803	0,042555	0,063509	0,910157	0,670062
78	0,063915	0,046817	0,069676	0,917317	0,671924
79	0,070656	0,051476	0,075052	0,941431	0,685870
80	0,078085	0,056564	0,080135	0,974422	0,705867

¹ $3\%.0,846687 + 7\%.0,872578 + 10\%.0,906676 + 25\%.0,936338 + 35\%.0,973831 + 20\%.1,002790 = 0,952632 \Rightarrow Bm \cong 5\%$

² $3\%.0,643203 + 7\%.0,662529 + 10\%.0,683706 + 25\%.0,699467 + 35\%.0,716896 + 20\%.0,724277 = 0,704679 \Rightarrow Bm \cong 30\%$

Quadro 10 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=80\%$
(continuação)

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 5%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 30%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
81	0,086264	0,062113	0,086207	1,000663	0,720508
82	0,095262	0,068153	0,091955	1,035961	0,741155
83	0,105150	0,074718	0,096300	1,091904	0,775887
84	0,116003	0,081839	0,103608	1,119627	0,789886
85	0,127900	0,089548	0,111169	1,150505	0,805514
86	0,140924	0,097876	0,121887	1,156181	0,803002
87	0,155158	0,106850	0,131340	1,181347	0,813535
88	0,170687	0,116496	0,140683	1,213275	0,828079
89	0,187598	0,126836	0,149479	1,255017	0,848523
90	0,205972	0,137888	0,155891	1,321254	0,884514
91	0,225889	0,149663	0,162185	1,392788	0,922794
92	0,247420	0,162166	0,168372	1,469483	0,963142
93	0,270627	0,175397	0,171285	1,579982	1,024006
94	0,295562	0,189342	0,173699	1,701575	1,090059
95	0,322250	0,203986	0,170859	1,886055	1,193880
96	0,350703	0,219296	0,171462	2,045376	1,278982
97	0,380905	0,235234	0,166669	2,285401	1,411387
98	0,412798	0,251753	0,156421	2,639016	1,609460
99	0,446283	0,268792	0,140638	3,173274	1,911232
100	0,481243	0,286279	0,147920	3,253396	1,935365
101	0,517469	0,304206	0,168244	3,075700	1,808117
102	0,554795	0,322242	0,200423	2,768117	1,607806
103	0,592674	0,340645	0,243320	2,435782	1,399987
104	0,631295	0,359113	0,304402	2,073887	1,179734
105	0,670732	0,377584	0,385377	1,740454	0,979777
106	1,000000	0,395938	0,492285	2,031345	0,804286
107		0,414161	0,601610		0,688422
108		0,432005	0,675632		0,639410
109		0,449596	0,821924		0,547004
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Quadro 11 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=70\%$

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 0% ¹ (1)/(3)	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 26% ² (2)/(3)
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)		
50	0,004078	0,003004	0,005152	0,791468	0,583124
51	0,004461	0,003330	0,005626	0,792979	0,592009
52	0,004887	0,003691	0,006227	0,784743	0,592765
53	0,005359	0,004089	0,006925	0,773872	0,590459
54	0,005883	0,004524	0,007588	0,775277	0,596247
55	0,006464	0,005000	0,008277	0,780999	0,604069
56	0,007109	0,005516	0,008972	0,792331	0,614752
57	0,007825	0,006094	0,009904	0,790068	0,615276
58	0,008620	0,006706	0,010677	0,807372	0,628056
59	0,009501	0,007382	0,011398	0,833536	0,647654
60	0,010479	0,008130	0,012261	0,854670	0,663119
61	0,011564	0,008958	0,013357	0,865740	0,670604
62	0,012767	0,009872	0,014471	0,882259	0,682195
63	0,014101	0,010882	0,015939	0,884690	0,682741
64	0,015581	0,011998	0,017034	0,914671	0,704345
65	0,017221	0,013231	0,018824	0,914855	0,702870
66	0,019039	0,014591	0,020572	0,925498	0,709301
67	0,021054	0,016093	0,022455	0,937597	0,716663
68	0,023287	0,017749	0,024508	0,950196	0,724224
69	0,025760	0,019575	0,026299	0,979504	0,744326
70	0,028499	0,021587	0,027238	1,046300	0,792542
71	0,031532	0,023803	0,030080	1,048271	0,791327
72	0,034888	0,026242	0,033696	1,035363	0,778785
73	0,038602	0,028925	0,037790	1,021482	0,765408
74	0,042708	0,031873	0,042218	1,011596	0,754956
75	0,047248	0,035111	0,047226	1,000455	0,743454
76	0,052264	0,038662	0,053002	0,986083	0,729455
77	0,057803	0,042555	0,060591	0,953996	0,702336
78	0,063915	0,046817	0,066713	0,958052	0,701762
79	0,070656	0,051476	0,072095	0,980046	0,714002
80	0,078085	0,056564	0,077190	1,011596	0,732796

¹ $3\%.0,899790 + 7\%.0,926225 + 10\%.0,960139 + 25\%.0,987921 + 35\%.1,021374 + 20\%.1,044130 = 1,001131 \Rightarrow Bm \cong 0\%$

Repare-se que, para as carteiras do tipo I, $h=70\%$ é o ponto crítico na tabela PF.

² $3\%.0,683615 + 7\%.0,703369 + 10\%.0,724153 + 25\%.0,738150 + 35\%.0,752025 + 20\%.0,754211 = 0,740748 \Rightarrow Bm \cong 26\%$

Quadro 11 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=70\%$
(continuação)

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 0%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 26%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
81	0,086264	0,062113	0,083446	1,033776	0,744350
82	0,095262	0,068153	0,088573	1,075523	0,769459
83	0,105150	0,074718	0,092505	1,136702	0,807720
84	0,116003	0,081839	0,099897	1,161227	0,819234
85	0,127900	0,089548	0,107662	1,187977	0,831751
86	0,140924	0,097876	0,118238	1,191865	0,827786
87	0,155158	0,106850	0,127770	1,214355	0,836266
88	0,170687	0,116496	0,136805	1,247667	0,851552
89	0,187598	0,126836	0,147521	1,271675	0,859786
90	0,205972	0,137888	0,153941	1,337995	0,895720
91	0,225889	0,149663	0,160647	1,406120	0,931627
92	0,247420	0,162166	0,167044	1,481172	0,970803
93	0,270627	0,175397	0,170666	1,585713	1,027721
94	0,295562	0,189342	0,173595	1,702595	1,090712
95	0,322250	0,203986	0,172337	1,869879	1,183640
96	0,350703	0,219296	0,174940	2,004711	1,253554
97	0,380905	0,235234	0,170692	2,231538	1,378123
98	0,412798	0,251753	0,160978	2,564303	1,563894
99	0,446283	0,268792	0,145912	3,058568	1,842146
100	0,481243	0,286279	0,152751	3,150507	1,874159
101	0,517469	0,304206	0,172927	2,992417	1,759157
102	0,554795	0,322242	0,203829	2,721863	1,580941
103	0,592674	0,340645	0,244482	2,424203	1,393332
104	0,631295	0,359113	0,304983	2,069935	1,177486
105	0,670732	0,377584	0,385224	1,741148	0,980168
106	1,000000	0,395938	0,491237	2,035679	0,806002
107		0,414161	0,600608		0,689571
108		0,432005	0,674398		0,640579
109		0,449596	0,821165		0,547510
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Carteiras do tipo II

Os quadros 12 e 13 representam, respectivamente, os pontos críticos de "h" nas tabelas GKF e PF.

Quadro 12 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=15\%$

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 34% ¹	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 0% ²
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
50	0,004078	0,003004	0,003361	1,213367	0,893964
51	0,004461	0,003330	0,003654	1,220854	0,911445
52	0,004887	0,003691	0,004040	1,209620	0,913700
53	0,005359	0,004089	0,004461	1,201235	0,916534
54	0,005883	0,004524	0,004854	1,212008	0,932127
55	0,006464	0,005000	0,005229	1,236239	0,956178
56	0,007109	0,005516	0,005599	1,269763	0,985180
57	0,007825	0,006094	0,006304	1,241320	0,966695
58	0,008620	0,006706	0,006780	1,271360	0,988992
59	0,009501	0,007382	0,007257	1,309300	1,017320
60	0,010479	0,008130	0,007830	1,338351	1,038397
61	0,011564	0,008958	0,008542	1,353843	1,048690
62	0,012767	0,009872	0,009462	1,349215	1,043262
63	0,014101	0,010882	0,010372	1,359523	1,049184
64	0,015581	0,011998	0,010926	1,426069	1,098149
65	0,017221	0,013231	0,012159	1,416283	1,088110
66	0,019039	0,014591	0,013411	1,419679	1,088041
67	0,021054	0,016093	0,014855	1,417283	1,083317
68	0,023287	0,017749	0,016538	1,408129	1,073253
69	0,025760	0,019575	0,017606	1,463133	1,111836
70	0,028499	0,021587	0,018605	1,531795	1,160291
71	0,031532	0,023803	0,021046	1,498227	1,130992
72	0,034888	0,026242	0,024128	1,445965	1,087634
73	0,038602	0,028925	0,027598	1,398743	1,048095
74	0,042708	0,031873	0,031282	1,365256	1,018893
75	0,047248	0,035111	0,035601	1,327142	0,986220

¹ $5\% \cdot 1,330769 + 10\% \cdot 1,349095 + 20\% \cdot 1,362265 + 30\% \cdot 1,351820 + 25\% \cdot 1,321192 + 10\% \cdot 1,270814 = 1,336826 \Rightarrow P_m \cong 34\%$

² $5\% \cdot 1,012144 + 10\% \cdot 1,026117 + 20\% \cdot 1,029227 + 30\% \cdot 1,011788 + 25\% \cdot 0,974153 + 10\% \cdot 0,918680 = 0,998007 \Rightarrow B_m \cong 0\%$

Quadro 12 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=15\%$
(continuação)

x	q_x			Prejuízo de mortalidade de (1) em relação a (3) = 34%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 0%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
76	0,052264	0,038662	0,040832	1,279978	0,946864
77	0,057803	0,042555	0,047493	1,217092	0,896030
78	0,063915	0,046817	0,053641	1,191529	0,872781
79	0,070656	0,051476	0,059268	1,192155	0,868531
80	0,078085	0,056564	0,064630	1,208181	0,875202
81	0,086264	0,062113	0,071864	1,200379	0,864309
82	0,095262	0,068153	0,074605	1,276889	0,913522
83	0,105150	0,074718	0,077126	1,363356	0,968776
84	0,116003	0,081839	0,085169	1,362025	0,960894
85	0,127900	0,089548	0,094029	1,360224	0,952347
86	0,140924	0,097876	0,104318	1,350903	0,938243
87	0,155158	0,106850	0,114420	1,356040	0,933838
88	0,170687	0,116496	0,122580	1,392449	0,950368
89	0,187598	0,126836	0,140486	1,335351	0,902838
90	0,205972	0,137888	0,147007	1,401099	0,937966
91	0,225889	0,149663	0,155237	1,455118	0,925001
92	0,247420	0,162166	0,162408	1,523448	0,910658
93	0,270627	0,175397	0,168521	1,605891	0,894918
94	0,295562	0,189342	0,173236	1,706125	0,877761
95	0,322250	0,203986	0,177438	1,816130	0,859201
96	0,350703	0,219296	0,187037	1,875050	0,839254
97	0,380905	0,235234	0,184952	2,059479	0,817956
98	0,412798	0,251753	0,177496	2,325671	0,795374
99	0,446283	0,268792	0,165518	2,696275	0,771577
100	0,481243	0,286279	0,171243	2,810289	0,746656
101	0,517469	0,304206	0,191356	2,704225	0,720882
102	0,554795	0,322242	0,217617	2,549411	0,693818
103	0,592674	0,340645	0,249290	2,377447	0,666396
104	0,631295	0,359113	0,307406	2,053617	0,638307
105	0,670732	0,377584	0,384580	1,744063	0,609788
106	1,000000	0,395938	0,486853	2,054010	0,580977
107		0,414161	0,596460		0,552165
108		0,432005	0,669357		0,523305
109		0,449596	0,818123		0,494829
110		0,466955	1,000000		0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Quadro 13 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=67\%$

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 0% ¹	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 25% ²
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
50	0,004078	0,003004	0,005055	0,806769	0,594398
51	0,004461	0,003330	0,005518	0,808461	0,603567
52	0,004887	0,003691	0,006108	0,800128	0,604386
53	0,005359	0,004089	0,006790	0,789275	0,602211
54	0,005883	0,004524	0,007438	0,790948	0,608299
55	0,006464	0,005000	0,008108	0,797182	0,616586
56	0,007109	0,005516	0,008786	0,809152	0,627802
57	0,007825	0,006094	0,009704	0,806326	0,627937
58	0,008620	0,006706	0,010460	0,824111	0,641077
59	0,009501	0,007382	0,011167	0,850807	0,661073
60	0,010479	0,008130	0,012012	0,872351	0,676838
61	0,011564	0,008958	0,013086	0,883683	0,684503
62	0,012767	0,009872	0,014187	0,899880	0,695820
63	0,014101	0,010882	0,015623	0,902612	0,696572
64	0,015581	0,011998	0,016685	0,933810	0,719083
65	0,017221	0,013231	0,018441	0,933862	0,717473
66	0,019039	0,014591	0,020157	0,944520	0,723880
67	0,021054	0,016093	0,022012	0,956455	0,731077
68	0,023287	0,017749	0,024040	0,968682	0,738314
69	0,025760	0,019575	0,025785	0,999031	0,759164
70	0,028499	0,021587	0,026723	1,066454	0,807808
71	0,031532	0,023803	0,029537	1,067548	0,805879
72	0,034888	0,026242	0,033116	1,053508	0,792433
73	0,038602	0,028925	0,037166	1,038630	0,778258
74	0,042708	0,031873	0,041542	1,028060	0,767243
75	0,047248	0,035111	0,046500	1,016084	0,755068
76	0,052264	0,038662	0,052233	1,000603	0,740196
77	0,057803	0,042555	0,059753	0,967371	0,712183
78	0,063915	0,046817	0,065866	0,970372	0,710786
79	0,070656	0,051476	0,071253	0,991627	0,722439
80	0,078085	0,056564	0,076355	1,022660	0,740811
81	0,086264	0,062113	0,082666	1,043528	0,751372
82	0,095262	0,068153	0,087621	1,087203	0,777816
83	0,105150	0,074718	0,091442	1,149912	0,817106
84	0,116003	0,081839	0,098863	1,173368	0,827799
85	0,127900	0,089548	0,106691	1,198794	0,839324
86	0,140924	0,097876	0,117232	1,202092	0,834889
87	0,155158	0,106850	0,126791	1,223730	0,842722
88	0,170687	0,116496	0,135747	1,257389	0,858187
89	0,187598	0,126836	0,146990	1,276270	0,862893
90	0,205972	0,137888	0,153413	1,342595	0,898800

¹ $5\%.0,916782 + 10\%.0,943309 + 20\%.0,977038 + 30\%.1,004059 + 25\%.1,035969 + 10\%.1,056502 = 1,001438 \Rightarrow Bm \cong 0\%$

² $5\%.0,696549 + 10\%.0,716380 + 20\%.0,736944 + 30\%.0,750258 + 25\%.0,762814 + 10\%.0,763173 = 0,745952 \Rightarrow Bm \cong 25\%$

Quadro 13 - Comparação da PP^h com a PF e a GKF, para $h=67\%$
(continuação)

x	q_x			Benefício de mortalidade de (1) em relação a (3) = 0%	Benefício de mortalidade de (2) em relação a (3) = 25%
	PF (1)	GKF (2)	PP^h (3)	(1)/(3)	(2)/(3)
91	0,225889	0,149663	0,160232	1,409758	0,934038
92	0,247420	0,162166	0,166686	1,484348	0,972885
93	0,270627	0,175397	0,170500	1,587258	1,028722
94	0,295562	0,189342	0,173567	1,702869	1,090888
95	0,322250	0,203986	0,172734	1,865588	1,180924
96	0,350703	0,219296	0,175874	1,994056	1,246891
97	0,380905	0,235234	0,171779	2,217417	1,369402
98	0,412798	0,251753	0,162217	2,544717	1,551950
99	0,446283	0,268792	0,147356	3,028599	1,824096
100	0,481243	0,286279	0,154084	3,123255	1,857948
101	0,517469	0,304206	0,174228	2,970066	1,746018
102	0,554795	0,322242	0,204782	2,709191	1,573581
103	0,592674	0,340645	0,244809	2,420964	1,391470
104	0,631295	0,359113	0,305147	2,068823	1,176854
105	0,670732	0,377584	0,385180	1,741345	0,980279
106	1,000000	0,395938	0,490941	2,036906	0,806488
107		0,414161	0,600326	0,000000	0,689895
108		0,432005	0,674052	0,000000	0,640909
109		0,449596	0,820953	0,000000	0,547651
110		0,466955	1,000000	0,000000	0,466955
111		0,482982			
112		0,500000			
113		0,514107			
114		0,529032			
115		0,547945			
116		1,000000			

Para $h=70\%$, os benefícios de mortalidade das tabelas PF e GKF são, respectivamente, 1% e 27%, obtidos do seguinte modo ¹:

- $5\% \cdot 0,899790 + 10\% \cdot 0,926225 + 20\% \cdot 0,960139 + 30\% \cdot 0,987921 + 25\% \cdot 1,021374 + 10\% \cdot 1,044130 = 0,985773 \Rightarrow B_m \cong 1\%$
- $5\% \cdot 0,683615 + 10\% \cdot 0,703369 + 20\% \cdot 0,724153 + 30\% \cdot 0,738150 + 25\% \cdot 0,752025 + 10\% \cdot 0,754211 = 0,734221 \Rightarrow B_m \cong 27\%$

¹ Aplicam-se os ponderadores da carteira em causa às médias aritméticas dos quocientes entre as probabilidades de morte, para cada grupo de idade, ilustradas nas duas notas de rodapé do quadro 11.

ANEXO 5

Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 14 - Valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos nula

Taxas de juro ¹	Grupos etários	PF	GKF	PP ^h				
				PPM (h=100%)	PPF (h=0%)	h=90%	h=80%	h=70%
3%	50	17,97159	19,11374	17,07376	19,44703	17,31109	17,54841	17,78574
	55	15,98709	17,22141	15,15438	17,58884	15,39783	15,64128	15,88472
	60	13,87825	15,20502	13,19647	15,56394	13,43318	13,66993	13,90668
	65	11,69954	13,10117	11,19500	13,38324	11,41382	11,63265	11,85147
	70	9,52582	10,97353	9,24559	11,09527	9,43056	9,61553	9,80050
	75	7,44671	8,90367	7,33885	8,79471	7,48443	7,63002	7,77560
4%	50	15,85059	16,71384	15,10869	16,97892	15,29572	15,48274	15,66976
	55	14,29004	15,25542	13,57903	15,56037	13,77717	13,97530	14,17344
	60	12,57439	13,64796	11,97345	13,95712	12,17182	12,37018	12,56855
	65	10,74467	11,91595	10,28274	12,16730	10,47120	10,65965	10,84811
	70	8,86465	10,11122	8,59172	10,22374	8,75492	8,91812	9,08132
	75	7,01751	8,30683	6,88990	8,20484	7,02139	7,15289	7,28438
5%	50	14,10703	14,76819	13,49007	14,98105	13,63916	13,78826	13,93736
	55	12,86678	13,63016	12,25720	13,88545	12,42002	12,58285	12,74567
	60	11,45878	12,33537	10,92848	12,60368	11,09600	11,26352	11,43104
	65	9,91133	10,89730	9,48957	11,12286	9,65290	9,81623	9,97956
	70	8,27642	9,35597	8,01397	9,46100	8,15868	8,30338	8,44808
	75	6,62857	7,77455	6,48765	7,67967	6,60685	6,72606	6,84526
6%	50	12,65926	13,17230	12,14270	13,34474	12,26290	12,38311	12,50331
	55	11,66326	12,27344	11,13821	12,48883	11,27327	11,40834	11,54340
	60	10,49788	11,21996	10,02896	11,45439	10,17151	10,31405	10,45659
	65	9,18025	10,01610	8,79565	10,21974	8,93806	9,08047	9,22288
	70	7,75095	8,69106	7,50084	8,78984	7,62974	7,75864	7,88754
	75	6,27502	7,29791	6,12567	7,21005	6,23411	6,34255	6,45098
8%	50	10,41871	10,73980	10,04904	10,85570	10,12971	10,21038	10,29104
	55	9,75680	10,15903	9,36139	10,31556	9,45681	9,55222	9,64764
	60	8,93864	9,44121	8,56901	9,62326	8,67443	8,77986	8,88528
	65	7,96456	8,57756	7,64481	8,74597	7,75492	7,86504	7,97516
	70	6,85558	7,57985	6,63227	7,66861	6,73591	6,83954	6,94317
	75	5,65070	6,48282	5,50190	6,40814	5,59252	5,68315	5,77377

¹ Taxa de juro técnica e ou taxa de juro das aplicações.

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 15 - Valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos de 2%

Taxas de juro	Grupos etários	PF	GKF	PP ^h				
				PPM (h=100%)	PPF (h=0%)	h=90%	h=80%	h=70%
3%	50	23,89158	25,98537	22,54941	26,53256	22,94773	23,34604	23,74436
	55	20,55901	22,65709	19,40282	23,20902	19,78344	20,16406	20,54468
	60	17,27082	19,36443	16,39213	19,86321	16,73924	17,08634	17,43345
	65	14,10148	16,16295	13,50879	16,52877	13,81079	14,11278	14,41478
	70	11,13591	13,13054	10,85958	13,27941	11,11156	13,34354	11,58553
	75	8,46043	10,35183	8,42140	10,23093	8,60235	8,78331	8,96426
4%	50	20,69320	22,24276	19,59176	22,67034	19,89662	20,20748	20,51534
	55	18,11642	19,72885	17,13164	20,17936	17,43641	17,74119	18,04596
	60	15,47833	17,14802	14,70084	17,57102	14,98786	15,27488	15,56190
	65	12,84618	14,54885	12,29594	14,86966	12,55331	12,81068	13,06806
	70	10,30331	12,00521	10,02100	12,13914	10,23281	10,44462	10,65644
	75	7,94148	9,60380	7,86324	9,48815	8,02573	8,18822	8,35071
5%	50	18,11027	19,27187	17,20214	19,60978	17,44290	17,68367	17,92443
	55	16,09685	17,34958	15,25627	17,72116	15,80276	15,74925	15,99574
	60	13,96166	15,30545	13,27475	15,66763	13,51404	13,75333	13,99261
	65	11,75997	13,17681	11,25287	13,46087	11,47367	11,69447	11,91527
	70	9,56723	11,02801	9,28672	11,15036	9,47308	9,65944	9,84581
	75	7,47333	8,94100	7,36687	8,83165	7,51335	7,65982	7,80630
6%	50	16,00207	16,88407	15,24917	17,15386	15,43964	15,63011	15,82057
	55	14,41244	15,39622	13,69268	15,70557	13,89397	14,09526	14,29654
	60	12,66936	13,76055	12,06246	14,07326	12,26354	12,46462	12,66570
	65	10,81489	12,00246	10,34970	12,25603	10,54033	10,73096	10,92160
	70	8,91373	10,17474	8,64008	10,28791	8,80487	8,96965	9,13443
	75	7,04965	8,35118	6,92333	8,24864	7,05586	7,18839	7,32092
8%	50	12,81639	13,34462	12,28912	13,52131	12,41234	12,53555	12,65877
	55	11,79490	12,42103	11,26069	12,64069	11,39869	11,53669	11,67469
	60	10,60382	11,34223	10,12813	11,58033	10,27335	10,41857	10,56379
	65	9,26149	10,11344	8,87268	10,31949	9,01736	9,16205	9,30673
	70	7,80980	8,76507	7,55818	8,86453	7,68881	7,81945	7,95008
	75	6,31492	7,35135	6,16635	7,26267	6,27598	6,38562	6,49525

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 16 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos nula (em %)

Cenários ¹	Grupos etários	Tipos de saldos ²	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
6 \ 8	50	T	25,975	31,080	16,604	21,340	24,972	30,036	23,984	29,009	23,012	27,998
		M	5,140	10,246	-6,314	-1,588	3,913	8,978	2,705	7,729	1,515	6,501
		F	20,834	20,834	22,928	22,928	21,059	21,059	21,280	21,280	21,497	21,497
	55	T	24,589	31,107	13,065	18,980	23,332	29,784	22,100	28,488	20,892	27,217
		M	5,609	12,127	-8,003	-2,088	4,124	10,576	2,669	9,057	1,242	7,567
		F	18,980	18,980	21,068	21,068	19,208	19,208	19,431	19,431	19,650	19,650
	60	T	22,510	30,936	9,089	16,592	21,021	29,345	19,568	27,792	18,149	26,276
		M	5,472	13,899	-9,940	-2,436	3,763	12,087	2,094	10,318	0,465	8,591
		F	17,038	17,038	19,028	19,028	17,258	17,258	17,474	17,474	17,684	17,684
	65	T	20,085	31,018	4,965	14,522	18,380	29,158	16,722	27,350	15,111	25,591
		M	5,031	15,964	-11,885	-2,328	3,123	13,901	1,269	11,896	-0,534	9,946
		F	15,054	15,054	16,851	16,851	15,257	15,257	15,454	15,454	15,645	15,645
	70	T	16,867	31,042	1,074	13,333	15,069	29,026	13,326	27,071	11,634	25,174
		M	3,771	17,946	-13,547	-1,288	1,799	15,756	-0,112	13,633	-1,967	11,573
		F	13,096	13,096	14,621	14,621	13,270	13,270	13,438	13,438	13,601	13,601
	75	T	14,052	32,643	-2,077	13,885	12,204	30,494	10,415	28,413	8,681	26,398
		M	2,715	21,306	-14,591	1,371	0,732	19,022	-1,188	16,810	-3,048	14,669
		F	11,337	11,337	12,514	12,514	11,472	11,472	11,603	11,603	11,729	11,729
6 \ 6	50	T	4,254	8,479	-5,137	-1,292	3,232	7,416	2,230	6,373	1,247	5,350
		M	4,254	8,479	-5,137	-1,292	3,232	7,416	2,230	6,373	1,247	5,350
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	55	T	4,714	10,192	-6,610	-1,725	3,459	8,872	2,235	7,583	1,038	6,324
		M	4,714	10,192	-6,610	-1,725	3,459	8,872	2,235	7,583	1,038	6,324
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	60	T	4,676	11,876	-8,351	-2,047	3,209	10,308	1,782	8,783	0,395	7,300
		M	4,676	11,876	-8,351	-2,047	3,209	10,308	1,782	8,783	0,395	7,300
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	65	T	4,373	13,876	-10,171	-1,993	2,710	12,061	1,099	10,304	-0,462	8,601
		M	4,373	13,876	-10,171	-1,993	2,710	12,061	1,099	10,304	-0,462	8,601
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	70	T	3,334	15,868	-11,819	-1,124	1,589	13,910	-0,099	12,018	-1,732	10,187
		M	3,334	15,868	-11,819	-1,124	1,589	13,910	-0,099	12,018	-1,732	10,187
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	75	T	2,438	19,137	-12,968	1,219	0,656	17,064	-1,065	15,063	-2,728	13,129
		M	2,438	19,137	-12,968	1,219	0,656	17,064	-1,065	15,063	-2,728	13,129
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6 \ 5	50	T	-6,159	-2,356	-15,498	-12,074	-7,185	-3,423	-8,188	-4,467	-9,170	-5,489
		M	3,829	7,632	-4,576	-1,151	2,906	6,668	2,003	5,724	1,119	4,800
		F	-9,988	-9,988	-10,923	-10,923	-10,091	-10,091	-10,191	-10,191	-10,289	-10,289
	55	T	-4,846	0,132	-16,004	-11,609	-6,093	-1,180	-7,308	-2,459	-8,492	-3,705
		M	4,284	9,262	-5,946	-1,551	3,140	8,053	2,026	6,875	0,940	5,728
		F	-9,129	-9,129	-10,058	-10,058	-9,233	-9,233	-9,334	-9,334	-9,433	-9,433
	60	T	-3,940	2,667	-16,708	-10,979	-5,390	1,117	-6,798	-0,387	-8,163	-1,847
		M	4,291	10,898	-7,589	-1,860	2,941	9,449	1,632	8,043	0,361	6,678
		F	-8,231	-8,231	-9,119	-9,119	-8,332	-8,332	-8,430	-8,430	-8,525	-8,525
	65	T	-3,260	5,549	-17,465	-9,950	-4,896	3,763	-6,479	2,036	-8,009	0,366
		M	4,053	12,861	-9,346	-1,831	2,509	11,168	1,017	9,531	-0,427	7,948
		F	-7,312	-7,312	-8,119	-8,119	-7,405	-7,405	-7,495	-7,495	-7,582	-7,582
	70	T	-3,282	8,449	-18,075	-8,138	-4,997	6,525	-6,653	4,669	-8,252	2,876
		M	3,121	14,852	-10,981	-1,044	1,486	13,008	-0,093	11,229	-1,617	9,511
		F	-6,403	-6,403	-7,094	-7,094	-6,483	-6,483	-6,560	-6,560	-6,635	-6,635
	75	T	-3,277	12,489	-18,290	-4,971	-5,023	10,460	-6,706	8,502	-8,330	6,613
		M	2,302	18,069	-12,175	1,144	0,619	16,101	-1,004	14,204	-2,571	12,372
		F	-5,580	-5,580	-6,115	-6,115	-5,642	-5,642	-5,702	-5,702	-5,760	-5,760

¹ Para cada cenário, a ordem é taxa de juro técnica ("i^{PU}") e taxa de juro das aplicações ("i").

² T - Total ; M - Mortalidade ; F - Financeiro .

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 16 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos nula (em %) (continuação)

Cenários	Grupos etários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
4 \ 3	50	T	-7,164	-2,108	-18,494	-14,055	-8,437	-3,450	-9,675	-4,756	-10,880	-6,027
		M	4,345	9,401	-5,802	-1,363	3,205	8,192	2,096	7,015	1,017	5,870
		F	-11,509	-11,509	-12,691	-12,691	-11,642	-11,642	-11,771	-11,771	-11,897	-11,897
	55	T	-5,704	0,667	-18,755	-13,266	-7,194	-0,925	-8,639	-2,467	-10,039	-3,962
		M	4,692	11,062	-7,222	-1,734	3,331	9,600	2,012	8,184	0,734	6,812
		F	-10,395	-10,395	-11,533	-11,533	-10,525	-10,525	-10,651	-10,651	-10,773	-10,773
	60	T	-4,714	3,422	-19,208	-12,310	-6,393	1,599	-8,014	-0,161	-9,580	-1,860
		M	4,554	12,689	-8,884	-1,986	2,997	10,989	1,494	9,347	0,042	7,762
		F	-9,268	-9,268	-10,324	-10,324	-9,390	-9,390	-9,508	-9,508	-9,622	-9,622
	65	T	-4,023	6,440	-19,715	-10,964	-5,863	4,399	-7,633	2,435	-9,339	0,544
		M	4,126	14,589	-10,630	-1,878	2,396	12,658	0,731	10,800	-0,873	9,010
		F	-8,149	-8,149	-9,086	-9,086	-8,259	-8,259	-8,364	-8,364	-8,466	-8,466
	70	T	-4,120	9,363	-20,104	-8,869	-6,001	7,218	-7,809	5,155	-9,549	3,171
		M	2,952	16,435	-12,249	-1,014	1,164	14,382	-0,556	12,408	-2,211	10,509
		F	-7,072	-7,072	-7,855	-7,855	-7,164	-7,164	-7,253	-7,253	-7,338	-7,338
	75	T	-4,379	13,190	-20,208	-5,547	-6,239	10,988	-8,028	8,870	-9,750	6,832
		M	1,739	19,307	-13,501	1,160	-0,052	17,175	-1,774	15,124	-3,432	13,149
		F	-6,117	-6,117	-6,707	-6,707	-6,187	-6,187	-6,253	-6,253	-6,318	-6,318
3 \ 5	50	T	33,221	41,687	19,962	27,586	31,765	40,139	30,340	38,623	28,945	37,140
		M	6,655	15,122	-9,849	-2,225	4,843	13,217	3,069	11,353	1,133	9,528
		F	26,565	26,565	29,811	29,811	26,922	26,922	27,271	27,271	27,612	27,612
	55	T	30,430	40,500	15,136	24,025	28,720	38,658	27,055	36,864	25,431	35,116
		M	6,794	16,864	-11,535	-2,646	4,744	14,683	2,748	12,558	0,803	10,487
		F	23,637	23,637	26,671	26,671	23,976	23,976	24,306	24,306	24,628	24,628
	60	T	26,992	39,132	10,113	20,640	25,074	37,032	23,214	34,994	21,408	33,015
		M	6,239	18,379	-13,375	-2,848	4,011	15,968	1,849	13,629	-0,249	11,358
		F	20,753	20,753	23,487	23,487	21,063	21,063	21,365	21,365	21,657	21,657
	65	T	23,288	38,059	5,185	17,786	21,202	35,723	19,186	33,464	17,235	31,280
		M	5,317	20,087	-15,137	-2,536	2,960	17,480	0,681	14,960	-1,522	12,523
		F	17,972	17,972	20,322	20,322	18,242	18,242	18,504	18,504	18,757	18,757
	70	T	18,865	36,930	0,685	15,987	16,757	34,501	14,722	32,157	12,757	29,894
		M	3,497	21,562	-16,589	-1,287	1,168	18,912	-1,080	16,355	-3,251	13,885
		F	15,368	15,368	17,274	17,274	15,589	15,589	15,803	15,803	16,009	16,009
	75	T	14,783	37,240	-3,033	15,938	12,712	34,764	10,714	32,376	8,786	30,071
		M	1,663	24,120	-17,553	1,419	-0,571	21,481	-2,725	18,936	-4,805	16,479
		F	13,120	13,120	14,519	14,519	13,283	13,283	13,440	13,440	13,591	13,591
3 \ 4	50	T	18,949	26,508	5,846	12,573	17,494	24,961	16,075	23,452	14,690	21,979
		M	5,942	13,502	-8,690	-1,963	4,318	11,785	2,733	10,110	1,186	8,475
		F	13,006	13,006	14,536	14,536	13,176	13,176	13,342	13,342	13,504	13,504
	55	T	17,734	26,824	2,742	10,675	16,041	25,000	14,395	23,227	12,796	21,505
		M	6,132	15,222	-10,294	-2,361	4,277	13,236	2,474	11,307	0,722	9,431
		F	11,601	11,601	13,036	13,036	11,763	11,763	11,921	11,921	12,074	12,074
	60	T	15,909	26,989	-0,565	8,941	14,020	24,920	12,191	22,917	10,420	20,977
		M	5,694	16,775	-12,078	-2,572	3,657	14,557	1,684	12,410	-0,226	10,330
		F	10,214	10,214	11,513	11,513	10,363	10,363	10,507	10,507	10,647	10,647
	65	T	13,778	27,409	-3,844	7,675	11,731	25,116	9,755	22,904	7,849	20,769
		M	4,907	18,538	-13,838	-2,318	2,729	16,114	0,628	13,776	-1,401	11,520
		F	8,872	8,872	9,994	9,994	9,002	9,002	9,128	9,128	9,249	9,249
	70	T	10,872	27,722	-6,826	7,334	8,805	25,341	6,814	23,048	4,895	20,836
		M	3,262	20,112	-15,351	-1,191	1,088	17,624	-1,006	15,227	-3,025	12,917
		F	7,610	7,610	8,525	8,525	7,717	7,717	7,820	7,820	7,919	7,919
	75	T	8,082	29,228	-9,240	8,517	6,057	26,808	4,108	24,477	2,228	22,230
		M	1,565	22,712	-16,429	1,328	-0,537	20,213	-2,563	17,806	-4,515	15,486
		F	6,516	6,516	7,189	7,189	6,595	6,595	6,671	6,671	6,744	6,744

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 16 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos nula (em %) (continuação)

Cenários	Grupos etários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
3 \ 3	50	T	5,259	11,948	-7,587	-1,714	3,815	10,413	2,411	8,920	1,045	7,467
		M	5,259	11,948	-7,587	-1,714	3,815	10,413	2,411	8,920	1,045	7,467
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	55	T	5,495	13,640	-9,107	-2,089	3,827	11,843	2,211	10,102	0,644	8,415
		M	5,495	13,640	-9,107	-2,089	3,827	11,843	2,211	10,102	0,644	8,415
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	60	T	5,197	15,221	-10,831	-2,306	3,313	13,190	1,524	11,230	-0,204	9,336
		M	5,197	15,221	-10,831	-2,306	3,313	13,190	1,524	11,230	-0,204	9,336
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	65	T	4,507	17,027	-12,581	-2,108	2,503	14,783	0,575	12,624	-1,282	10,545
		M	4,507	17,027	-12,581	-2,108	2,503	14,783	0,575	12,624	-1,282	10,545
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	70	T	3,031	18,689	-14,145	-1,097	1,010	16,361	-0,933	14,123	-2,803	11,969
		M	3,031	18,689	-14,145	-1,097	1,010	16,361	-0,933	14,123	-2,803	11,969
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	75	T	1,470	21,322	-15,327	1,239	-0,504	18,962	-2,403	16,693	-4,230	14,508
		M	1,470	21,322	-15,327	1,239	-0,504	18,962	-2,403	16,693	-4,230	14,508
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Quadro 17 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos de 2% (em %)

Cenários	Grupos etários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
6 \ 8	50	T	30,213	37,390	18,347	24,870	28,921	36,026	27,653	34,689	26,411	33,378
		M	6,127	13,304	-8,518	-1,995	4,531	11,637	2,967	10,003	1,434	8,401
		F	24,087	24,087	26,865	26,865	24,389	24,389	24,686	24,686	24,977	24,977
	55	T	27,989	36,725	14,016	21,799	26,439	35,070	24,927	33,454	23,450	31,877
		M	6,392	15,128	-10,230	-2,447	4,549	13,179	2,749	11,277	0,993	9,419
		F	21,597	21,597	24,246	24,246	21,891	21,891	22,178	22,178	22,458	22,458
	60	T	25,091	35,865	9,404	18,827	23,323	33,944	21,604	32,077	19,932	30,261
		M	5,992	16,766	-12,123	-2,700	3,950	14,572	1,965	12,439	0,035	10,364
		F	19,099	19,099	21,527	21,527	19,372	19,372	19,638	19,638	19,897	19,897
	65	T	21,890	35,274	4,801	16,309	19,934	33,104	18,040	31,002	16,205	28,965
		M	5,243	18,628	-13,965	-2,457	3,045	16,215	0,916	13,878	-1,147	11,614
		F	16,647	16,647	18,766	18,766	16,889	16,889	17,124	17,124	17,352	17,352
	70	T	17,935	34,619	0,555	14,780	15,931	32,332	13,994	30,121	12,121	27,983
		M	3,621	20,305	-15,502	-1,227	1,416	17,816	-0,715	15,411	-2,776	13,096
		F	14,314	14,314	16,057	16,057	14,515	14,515	14,709	14,709	14,897	14,897
	75	T	14,325	35,431	-2,933	14,988	12,327	33,066	10,399	30,781	8,536	28,574
		M	2,049	23,156	-16,509	1,412	-0,099	20,639	-2,173	18,209	-4,176	15,862
		F	12,276	12,276	13,576	13,576	12,426	12,426	12,572	12,572	12,712	12,712

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 17 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos de 2% (em %) (continuação)

Cenários	Grupos etários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
6 \ 6	50	T	4,937	10,721	-6,714	-1,573	3,643	9,355	2,380	8,023	1,147	6,722
		M	4,937	10,721	-6,714	-1,573	3,643	9,355	2,380	8,023	1,147	6,722
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	55	T	5,257	12,441	-8,234	-1,970	3,732	10,812	2,250	9,230	0,811	7,692
		M	5,257	12,441	-8,234	-1,970	3,732	10,812	2,250	9,230	0,811	7,692
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	60	T	5,031	14,077	-9,976	-2,222	3,309	12,207	1,643	10,397	0,029	8,644
		M	5,031	14,077	-9,976	-2,222	3,309	12,207	1,643	10,397	0,029	8,644
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	65	T	4,495	15,969	-11,759	-2,069	2,605	13,872	0,782	11,849	-0,977	9,897
		M	4,495	15,969	-11,759	-2,069	2,605	13,872	0,782	11,849	-0,977	9,897
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	70	T	3,167	17,762	-13,357	-1,100	1,236	15,558	-0,623	13,435	-2,416	11,389
		M	3,167	17,762	-13,357	-1,100	1,236	15,558	-0,623	13,435	-2,416	11,389
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	75	T	1,825	20,624	-14,536	1,243	-0,088	18,358	-1,930	16,176	-3,705	14,073
		M	1,825	20,624	-14,536	1,243	-0,088	18,358	-1,930	16,176	-3,705	14,073
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6 \ 5	50	T	-6,976	-1,849	-18,398	-13,900	-8,260	-3,204	-9,509	-4,522	-10,725	-5,804
		M	4,377	9,504	-5,874	-1,376	3,224	8,281	2,103	7,091	1,013	5,933
		F	-11,353	-11,353	-12,524	-12,524	-11,485	-11,485	-11,613	-11,613	-11,737	-11,737
	55	T	-5,531	0,917	-18,671	-13,120	-7,033	-0,687	-8,488	-2,242	-9,898	-3,748
		M	4,718	11,166	-7,297	-1,746	3,344	9,690	2,014	8,260	0,725	6,875
		F	-10,249	-10,249	-11,374	-11,374	-10,377	-10,377	-10,502	-10,502	-10,623	-10,623
	60	T	-4,560	3,660	-19,137	-12,172	-6,250	1,824	-7,881	0,053	-9,457	-1,658
		M	4,572	12,792	-8,961	-1,996	3,003	11,077	1,489	9,423	0,026	7,824
		F	-9,132	-9,132	-10,176	-10,176	-9,253	-9,253	-9,370	-9,370	-9,483	-9,483
	65	T	-3,892	6,661	-19,657	-10,834	-5,742	4,609	-7,521	2,634	-9,235	0,732
		M	4,134	14,687	-10,706	-1,884	2,393	12,743	0,718	10,873	-0,896	9,071
		F	-8,026	-8,026	-8,951	-8,951	-8,135	-8,135	-8,239	-8,239	-8,339	-8,339
	70	T	-4,016	9,562	-20,059	-8,750	-5,905	7,407	-7,720	5,335	-9,467	3,341
		M	2,947	16,525	-12,324	-1,015	1,149	14,461	-0,579	12,476	-2,242	10,566
		F	-6,963	-6,963	-7,735	-7,735	-7,054	-7,054	-7,141	-7,141	-7,225	-7,225
	75	T	-4,306	13,361	-20,177	-5,440	-6,172	11,151	-7,966	9,026	-9,693	6,980
		M	1,715	19,382	-13,576	1,161	-0,083	17,240	-1,811	15,180	-3,475	13,198
		F	-6,021	-6,021	-6,601	-6,601	-6,089	-6,089	-6,155	-6,155	-6,218	-6,218
6 \ 4	50	T	-18,322	-13,821	-29,414	-25,524	-19,586	-15,154	-20,811	-16,446	-21,999	-17,700
		M	3,843	8,345	-5,081	-1,190	2,826	7,259	1,841	6,205	0,885	5,184
		F	-22,165	-22,165	-24,333	-24,333	-22,412	-22,412	-22,652	-22,652	-22,884	-22,884
	55	T	-15,872	-10,130	-28,578	-23,703	-17,343	-11,701	-18,763	-13,218	-20,135	-14,683
		M	4,201	9,944	-6,408	-1,533	2,973	8,616	1,788	7,333	0,642	6,094
		F	-20,074	-20,074	-22,170	-22,170	-20,316	-20,316	-20,551	-20,551	-20,777	-20,777
	60	T	-13,819	-6,396	-27,896	-21,686	-15,469	-8,189	-17,058	-9,914	-18,587	-11,575
		M	4,128	11,551	-7,990	-1,780	2,708	9,988	1,340	8,484	0,024	7,035
		F	-17,947	-17,947	-19,906	-19,906	-18,177	-18,177	-18,398	-18,398	-18,611	-18,611
	65	T	-12,045	-2,387	-27,269	-19,282	-13,848	-4,388	-15,579	-6,309	-17,542	-8,154
		M	3,783	13,442	-9,692	-1,705	2,187	11,647	0,655	9,925	-0,817	8,271
		F	-15,828	-15,828	-17,577	-17,577	-16,035	-16,035	-16,234	-16,234	-16,425	-16,425
	70	T	-11,049	1,534	-26,570	-16,182	-12,891	-0,568	-14,657	-2,584	-16,354	-4,520
		M	2,731	15,314	-11,320	-0,932	1,064	13,387	-0,535	11,538	-2,071	9,762
		F	-13,780	-13,780	-15,250	-15,250	-13,955	-13,955	-14,122	-14,122	-14,283	-14,283
	75	T	-10,347	6,205	-25,700	-11,983	-12,162	4,055	-13,905	1,990	-15,580	0,006
		M	1,606	18,159	-12,637	1,081	-0,077	16,140	-1,694	14,201	-3,249	12,337
		F	-11,953	-11,953	-13,064	-13,064	-12,085	-12,085	-12,211	-12,211	-12,332	-12,332

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 17 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para cada grupo etário, com taxa de crescimento dos termos de 2% (em %) (continuação)

Cenários	Grupos etários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
4 \ 5	50	T	20,294	29,302	5,525	13,427	18,634	27,518	17,019	25,781	15,447	24,092
		M	6,403	15,411	-10,082	-2,180	4,550	13,433	2,747	11,509	0,992	9,637
		F	13,891	13,891	15,607	15,607	14,084	14,084	14,272	14,272	14,455	14,455
	55	T	18,747	29,316	2,230	11,329	16,859	27,260	15,030	25,269	13,258	23,338
		M	6,455	17,024	-11,641	-2,542	4,386	14,787	2,383	12,621	0,441	10,521
		F	12,292	12,292	13,872	13,872	12,473	12,473	12,648	12,648	12,817	12,817
	60	T	16,600	29,178	-1,208	9,449	14,535	26,890	12,542	24,683	10,618	22,551
		M	5,857	18,435	-13,357	-2,700	3,629	15,985	1,479	13,620	-0,597	11,335
		F	10,743	10,743	12,149	12,149	10,906	10,906	11,063	11,063	11,215	11,215
	65	T	14,159	29,290	-4,566	8,083	11,962	26,802	9,848	24,408	7,813	22,103
		M	4,890	20,021	-15,032	-2,383	2,553	17,392	0,304	14,863	-1,862	12,428
		F	9,269	9,269	10,466	10,466	9,410	9,410	9,545	9,545	9,675	9,675
	70	T	10,947	29,273	-7,597	7,667	8,764	26,730	6,666	24,285	4,647	21,932
		M	3,040	21,366	-16,462	-1,201	0,744	18,710	-1,463	16,156	-3,587	13,699
		F	7,907	7,907	8,868	8,868	8,020	8,020	8,129	8,129	8,233	8,233
	75	T	7,800	30,365	-10,079	8,743	5,698	27,823	3,677	25,379	1,732	23,026
		M	1,062	23,627	-17,513	1,309	-1,121	21,004	-3,221	18,481	-5,242	16,052
		F	6,738	6,738	7,433	7,433	6,820	6,820	6,898	6,898	6,974	6,974
4 \ 4	50	T	5,622	13,531	-8,721	-1,886	3,988	11,775	2,404	10,072	0,867	8,420
		M	5,622	13,531	-8,721	-1,886	3,988	11,775	2,404	10,072	0,867	8,420
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	55	T	5,748	15,160	-10,223	-2,233	3,900	13,147	2,115	11,204	0,390	9,326
		M	5,748	15,160	-10,223	-2,233	3,900	13,147	2,115	11,204	0,390	9,326
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	60	T	5,289	16,647	-11,910	-2,407	3,272	14,413	1,332	12,263	-0,537	10,192
		M	5,289	16,647	-11,910	-2,407	3,272	14,413	1,332	12,263	-0,537	10,192
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	65	T	4,475	18,322	-13,608	-2,157	2,333	15,897	0,277	13,568	-1,698	11,331
		M	4,475	18,322	-13,608	-2,157	2,333	15,897	0,277	13,568	-1,698	11,331
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	70	T	2,817	19,801	-15,123	-1,103	0,689	17,321	-1,353	14,941	-3,314	12,657
		M	2,817	19,801	-15,123	-1,103	0,689	17,321	-1,353	14,941	-3,314	12,657
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	75	T	0,995	22,135	-16,301	1,219	-1,050	19,663	-3,013	17,288	-4,901	15,006
		M	0,995	22,135	-16,301	1,219	-1,050	19,663	-3,013	17,288	-4,901	15,006
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4 \ 3	50	T	-8,232	-1,360	-22,008	-16,168	-9,825	-3,072	-11,363	-4,726	-12,850	-6,324
		M	4,885	11,756	-7,452	-1,612	3,458	10,211	2,081	8,718	0,749	7,275
		F	-13,116	-13,116	-14,557	-14,557	-13,283	-13,283	-13,444	-13,444	-13,599	-13,599
	55	T	-6,630	1,680	-21,942	-14,995	-8,426	-0,276	-10,155	-2,158	-11,819	-3,971
		M	5,075	13,386	-8,889	-1,941	3,437	11,588	1,861	9,857	0,343	8,191
		F	-11,705	-11,705	-13,054	-13,054	-11,864	-11,864	-12,016	-12,016	-12,162	-12,162
	60	T	-5,575	4,611	-22,075	-13,669	-7,533	2,442	-9,411	0,361	-11,215	-1,637
		M	4,743	14,929	-10,536	-2,130	2,930	12,905	1,191	10,963	-0,479	9,098
		F	-10,318	-10,318	-11,540	-11,540	-10,463	-10,463	-10,602	-10,602	-10,735	-10,735
	65	T	-4,905	7,699	-22,280	-11,979	-6,984	5,344	-8,975	3,090	-10,882	0,930
		M	4,073	16,677	-12,242	-1,941	2,121	14,449	0,252	12,316	-1,539	10,273
		F	-8,978	-8,978	-10,038	-10,038	-9,105	-9,105	-9,226	-9,226	-9,343	-9,343
	70	T	-5,122	10,549	-22,411	-9,595	-7,190	8,140	-9,170	5,833	-11,067	3,622
		M	2,600	18,272	-13,825	-1,009	0,635	15,965	-1,246	13,757	-3,048	11,642
		F	-7,722	-7,722	-8,587	-8,587	-7,825	-7,825	-7,924	-7,924	-8,019	-8,019
	75	T	-5,699	14,040	-22,378	-6,130	-7,682	11,642	-9,584	9,342	-11,410	7,134
		M	0,929	20,668	-15,118	1,130	-0,979	18,345	-2,809	16,117	-4,565	13,979
		F	-6,628	-6,628	-7,260	-7,260	-6,703	-6,703	-6,775	-6,775	-6,844	-6,844

Os valores actuais das rendas nas carteiras compostas por diferentes proporções de ambos os sexos serão calculados por meio das tabelas construídas propriamente para esse fim, ou

seja, conjugando as tabelas PPM e PPF ¹. Contudo, eles poderiam obter-se aproximadamente utilizando uma relação directa entre os valores actuais para essas duas tabelas, pois os resultados extraídos eram desprezivelmente inferiores ². Aliás, se se pretender conhecer qualquer valor actual para uma carteira com uma população diferente das que se têm adoptado, essa segunda forma pode ser utilizada, que os resultados são praticamente os mesmos, com a grande vantagem de flexibilidade dos cálculos.

Carteiras do tipo I

Quadro 18 - Valor actual das rendas para as carteiras

Taxas de crescimento das rendas	Taxas de juro	PF	GKF	PP^h				
				PPM (h=100%)	PPF (h=0%)	h=90%	h=80%	h=70%
0%	3%	10,79433	12,19617	10,39514	12,35912	10,59154	10,78794	10,98433
	4%	9,92556	11,11337	9,55690	11,25541	9,72675	9,89660	10,06646
	5%	9,17006	10,18452	8,83037	10,30978	8,97831	9,12625	9,27419
	6%	8,50889	9,38178	8,19619	9,49339	8,32591	8,45563	8,58535
	8%	7,41161	8,07135	7,14655	8,16222	7,24811	7,34968	7,45125
2%	3%	12,99798	15,00880	12,53622	15,23310	12,80591	13,07560	13,34529
	4%	11,84278	13,52290	11,41103	13,71351	11,64128	11,87153	12,10178
	5%	10,84944	12,26538	10,44842	12,42971	10,64655	10,84468	11,04281
	6%	9,98933	11,19232	9,61833	11,33584	9,79008	9,96183	10,13358
	8%	8,58230	9,47044	8,26654	9,58351	8,39824	8,52993	8,66163

¹ O valor actual médio de cada carteira resulta da ponderação de cada grupo etário. Assim, para cada "h", tem-se: $a_{carteira} = 3\%.a_{50} + 7\%.a_{55} + 10\%.a_{60} + 25\%.a_{65} + 35\%.a_{70} + 20\%.a_{75}$ para as carteiras do tipo I, passando-se o mesmo para as carteiras do tipo II, apenas sendo preciso substituir os ponderadores (por 5%, 10%, 20%, 30%, 25% e 10%).

² Ou seja, $a_{carteira} = h.a_{carteira}^{PPM} + (1-h).a_{carteira}^{PPF}$, cujos desvios em relação ao processo anterior são mínimos, como se provará no final deste anexo.

Quadro 19 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para as carteiras ¹

Taxas de crescimento das rendas	Cenários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=90%		h=80%		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
0%	6 \ 8	T	19,063	31,277	4,247	14,942	17,395	29,438	15,772	27,649	14,194	25,909
		M	4,376	16,590	-12,062	-1,367	2,525	14,568	0,725	12,601	-1,026	10,689
		F	14,687	14,687	16,309	16,309	14,870	14,870	15,048	15,048	15,220	15,220
	6 \ 6	T	3,815	14,465	-10,370	-1,176	2,198	12,682	0,630	10,953	-0,891	9,277
		M	3,815	14,465	-10,370	-1,176	2,198	12,682	0,630	10,953	-0,891	9,277
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6 \ 5	T	-3,641	6,245	-17,468	-9,001	-5,228	4,494	-6,765	2,800	-8,252	1,160
		M	3,541	13,426	-9,549	-1,083	2,038	11,760	0,584	10,148	-0,824	8,588
		F	-7,182	-7,182	-7,919	-7,919	-7,266	-7,266	-7,348	-7,348	-7,427	-7,427
	6 \ 4	T	-10,966	-1,832	-24,402	-16,646	-12,521	-3,547	-14,022	-5,202	-15,473	-6,802
		M	3,272	12,406	-8,747	-0,992	1,881	10,855	0,538	9,358	-0,760	7,912
		F	-14,238	-14,238	-15,655	-15,655	-14,402	-14,402	-14,560	-14,560	-14,713	-14,713
	4 \ 5	T	12,403	25,854	-3,727	7,794	10,550	23,780	8,758	21,774	7,023	19,831
		M	4,175	17,626	-12,899	-1,378	2,214	15,44	0,317	13,333	-1,519	11,288
		F	8,228	8,228	9,172	9,172	8,336	8,336	8,441	8,441	8,543	8,543
	4 \ 4	T	3,857	16,286	-11,815	-1,262	2,044	14,256	0,293	12,295	-1,400	10,400
		M	3,857	16,286	-11,815	-1,262	2,044	14,256	0,293	12,295	-1,400	10,400
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4 \ 3	T	-4,517	6,909	-19,690	-10,080	-6,288	4,927	-7,994	3,017	-9,639	1,175
		M	3,546	14,973	-10,760	-1,149	1,877	13,092	0,268	11,279	-1,283	9,531
		F	-8,064	-8,064	-8,930	-8,930	-8,165	-8,165	-8,262	-8,262	-8,356	-8,356
	3 \ 5	T	22,241	38,116	4,700	18,297	20,227	35,840	18,278	33,638	16,391	31,507
		M	4,521	20,396	-15,178	-1,580	2,259	17,872	0,070	15,431	-2,049	13,067
		F	17,720	17,720	19,878	19,878	17,968	17,968	18,208	18,208	18,440	18,440
3 \ 4	T	12,948	27,616	-4,096	8,358	10,976	25,388	9,071	23,236	7,231	21,157	
	M	4,177	18,845	-13,903	-1,448	2,085	16,497	0,065	14,230	-1,887	12,038	
	F	8,771	8,771	9,806	9,806	8,891	8,891	9,006	9,006	9,118	9,118	
3 \ 3	T	3,840	17,326	-12,661	-1,318	1,915	15,150	0,059	13,054	-1,730	11,032	
	M	3,840	17,326	-12,661	-1,318	1,915	15,150	0,059	13,054	-1,730	11,032	
	F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2%	6 \ 8	T	20,841	35,393	4,235	16,787	18,946	33,270	17,109	31,212	15,328	29,217
		M	4,488	19,041	-14,050	-1,498	2,373	16,697	0,322	14,426	-1,665	12,223
		F	16,353	16,353	18,285	18,285	16,573	16,573	16,787	16,787	16,994	16,994
	6 \ 6	T	3,857	16,365	-11,878	-1,266	2,035	14,323	0,276	12,352	-1,424	10,448
		M	3,857	16,365	-11,878	-1,266	2,035	14,323	0,276	12,352	-1,424	10,448
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6 \ 5	T	-4,394	7,120	-19,633	-9,955	-6,173	5,126	-7,887	3,206	-9,540	1,354
		M	3,551	15,064	-10,833	-1,155	1,871	13,171	0,254	11,347	-1,306	9,588
		F	-7,945	-7,945	-8,800	-8,800	-8,045	-8,045	-8,141	-8,141	-8,234	-8,234
	6 \ 4	T	-12,459	-1,917	-27,157	-18,385	-14,190	-3,857	-15,855	-5,721	-17,456	-7,515
		M	3,251	13,794	-9,819	-1,047	1,712	12,045	0,232	10,365	-1,192	8,749
		F	-15,710	-15,710	-17,338	-17,338	-15,902	-15,902	-16,086	-16,086	-16,264	-16,264
	4 \ 5	T	13,345	29,425	-4,722	8,795	11,236	27,017	9,204	24,696	7,244	22,459
		M	4,132	20,212	-15,050	-1,534	1,893	17,673	-0,265	15,227	-2,345	12,869
		F	9,213	9,213	10,328	10,328	9,343	9,343	9,469	9,469	9,590	9,590
	4 \ 4	T	3,784	18,507	-13,642	-1,390	1,731	16,163	-0,242	13,910	-2,140	11,743
		M	3,784	18,507	-13,642	-1,390	1,731	16,163	-0,242	13,910	-2,140	11,743
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4 \ 3	T	-5,532	7,871	-22,256	-11,227	-7,521	5,599	-9,428	3,421	-11,259	1,331
		M	3,444	16,846	-12,281	-1,251	1,573	14,693	-0,220	12,629	-1,941	10,649
		F	-8,975	-8,975	-9,976	-9,976	-9,094	-9,094	-9,209	-9,209	-9,318	-9,318

¹ Para cada cenário, os saldos totais dos valores actuais das rendas para as carteiras são calculados de modo idêntico aos executados para os grupos etários, ou seja, $\left(a_{carteira}^{m; n; pu} / a_{carteira}^{m; i} \right) - 1$, em que $a_{carteira}$ são os valores calculados anteriormente no quadro 18; em relação aos saldos de mortalidade e financeiros, os procedimentos adoptados são igualmente os mesmos que se fizeram para os grupos etários.

Carteiras do tipo II

Quadro 20 - Valor actual das rendas para as carteiras

Taxas de crescimento das rendas	Taxas de juro	PF	GKF	pp^h		
				PPM (h=100%)	PPF (h=0%)	h=70%
0%	3%	11,90893	13,28293	11,41220	13,51228	12,04222
	4%	10,87773	12,02410	10,42977	12,22302	10,96774
	5%	9,98915	10,95414	9,58505	11,12841	10,04806
	6%	9,21818	10,03734	8,85322	10,19139	9,25467
	8%	7,95342	8,55765	7,65409	8,68075	7,96209
2%	3%	14,56511	16,60457	13,95585	16,92175	14,84562
	4%	13,16580	14,84096	12,61328	15,11015	13,36234
	5%	11,97466	13,36379	11,47491	13,59515	12,11098
	6%	10,95308	12,11548	10,50148	12,31655	11,04600
	8%	9,30346	10,13821	8,93414	10,29445	9,34223

ANEXO 5 - Resultados de Mortalidade e Financeiros das Anuidades

Quadro 21 - Ganhos / perdas no valor actual das rendas para as carteiras ¹

Taxas de crescimento das rendas	Cenários	Tipos de saldos	PPM (h=100%)		PPF (h=0%)		h=70%	
			PF	GKF	PF	GKF	PF	GKF
0%	6 \ 8	T	20,435	31,137	6,191	15,628	15,776	26,064
		M	4,768	15,470	-11,211	-1,775	-0,458	9,830
		F	15,667	15,667	17,402	17,402	16,234	16,234
	6 \ 6	T	4,122	13,375	-9,549	-1,512	-0,394	8,457
		M	4,122	13,375	-9,549	-1,512	-0,394	8,457
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6 \ 5	T	-3,828	4,719	-17,165	-9,804	-8,259	-0,107
		M	3,808	12,354	-8,745	-1,384	-0,363	7,789
		F	-7,635	-7,635	-8,420	-8,420	-7,896	-7,896
	6 \ 4	T	-11,617	-3,763	-24,583	-17,882	-15,952	-8,483
		M	3,499	11,353	-7,962	-1,260	-0,333	7,136
		F	-15,116	-15,116	-16,621	-16,621	-15,619	-15,619
	4 \ 5	T	13,486	25,446	-2,253	8,049	8,257	19,666
		M	4,673	16,634	-12,089	-1,787	-0,896	10,513
		F	8,813	8,813	9,836	9,836	9,153	9,153
	4 \ 4	T	4,295	15,286	-11,006	-1,627	-0,821	9,631
		M	4,295	15,286	-11,006	-1,627	-0,821	9,631
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4 \ 3	T	-4,683	5,362	-19,498	-11,014	-9,670	-0,150
		M	3,925	13,970	-9,956	-1,472	-0,748	8,772
		F	-8,609	-8,609	-9,541	-9,541	-8,923	-8,923
	3 \ 5	T	24,245	38,580	7,014	19,361	18,520	32,194
		M	5,182	19,517	-14,408	-2,061	-1,327	12,348
		F	19,063	19,063	21,422	21,422	19,846	19,846
3 \ 4	T	14,182	27,356	-2,570	8,671	8,581	21,109	
	M	4,763	17,936	-13,118	-1,876	-1,215	11,312	
	F	9,420	9,420	10,548	10,548	9,797	9,797	
3 \ 3	T	4,353	16,392	-11,866	-1,697	-1,107	10,303	
	M	4,353	16,392	-11,866	-1,697	-1,107	10,303	
	F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2%	6 \ 8	T	22,598	35,609	6,398	17,689	17,243	29,685
		M	5,055	18,065	-13,245	-1,953	-0,995	11,448
		F	17,543	17,543	19,643	19,643	18,237	18,237
	6 \ 6	T	4,300	15,369	-11,070	-1,633	-0,841	9,682
		M	4,300	15,369	-11,070	-1,633	-0,841	9,682
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	6 \ 5	T	-4,548	5,582	-19,434	-10,884	-9,561	0,037
		M	3,936	14,065	-10,029	-1,479	-0,767	8,831
		F	-8,483	-8,483	-9,405	-9,405	-8,793	-8,793
	6 \ 4	T	-13,162	-3,947	-27,512	-19,819	-18,030	-9,331
		M	3,580	12,796	-9,024	-1,331	-0,695	8,004
		F	-16,743	-16,743	-18,488	-18,488	-17,335	-17,335
	4 \ 5	T	14,735	29,334	-3,158	9,164	8,710	22,541
		M	4,815	19,414	-14,302	-1,980	-1,623	12,209
		F	9,920	9,920	11,144	11,144	10,332	10,332
	4 \ 4	T	4,380	17,661	-12,868	-1,781	-1,471	11,066
		M	4,380	17,661	-12,868	-1,781	-1,471	11,066
		F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	4 \ 3	T	-5,661	6,342	-22,196	-12,297	-11,315	-0,031
		M	3,959	15,962	-11,490	-1,591	-1,324	9,960
		F	-9,620	-9,620	-10,706	-10,706	-9,991	-9,991

¹ Os saldos (totais, de mortalidade e financeiros) dos valores actuais das rendas para as carteiras obtêm-se de modo idêntico ao das carteiras do tipo I, extraíndo-se $\alpha_{carteira}$ do quadro 20.



Retomando o que atrás foi referido acerca da obtenção do valor actual das rendas vitalícias para uma dada carteira composta por segurados de ambos os sexos, prove-se, agora, que existe a relação $a_x^h > h \cdot a_x^{PPM} + (1-h) \cdot a_x^{PPF}$, onde "X" representa os grupos de idade, à excepção do primeiro ¹, o que equivale a:

$$\left({}_1E_x^h + {}_2E_x^h + \dots + {}_{\omega-x}E_x^h \right) > h \cdot \left({}_1E_x^{PPM} + {}_2E_x^{PPM} + \dots + {}_{\omega-x}E_x^{PPM} \right) + (1-h) \cdot \left({}_1E_x^{PPF} + {}_2E_x^{PPF} + \dots + {}_{\omega-x}E_x^{PPF} \right)$$

Por exemplo, para o primeiro factor de actualização actuarial de cada uma das três partes anteriores ², demonstre-se que:

$${}_1E_x^h - \left[h \cdot {}_1E_x^{PPM} + (1-h) \cdot {}_1E_x^{PPF} \right] > 0$$

Quer-se retirar, então, o sinal de:

$$p_x^h \cdot v - \left[h \cdot p_x^{PPM} \cdot v + (1-h) \cdot p_x^{PPF} \cdot v \right] = \left\{ \frac{h \cdot l_{x+1}^{PPM} + (1-h) \cdot l_{x+1}^{PPF}}{h \cdot l_x^{PPM} + (1-h) \cdot l_x^{PPF}} - \left[h \cdot \frac{l_{x+1}^{PPM}}{l_x^{PPM}} + (1-h) \cdot \frac{l_{x+1}^{PPF}}{l_x^{PPF}} \right] \right\} \cdot v$$

Designando l_{x+1}^{PPM} , l_x^{PPM} , l_{x+1}^{PPF} e l_x^{PPF} , respectivamente por M', M, F' e F, e ignorando "v" (uma vez que $v > 0$), vem:

$$\frac{h \cdot M' + (1-h) \cdot F'}{h \cdot M + (1-h) \cdot F} - \left[h \cdot \frac{M'}{M} + (1-h) \cdot \frac{F'}{F} \right] = \frac{h \cdot M' + (1-h) \cdot F'}{h \cdot M + (1-h) \cdot F} - \frac{h \cdot M' \cdot F + (1-h) \cdot M \cdot F'}{M \cdot F} = \frac{h \cdot M \cdot M' \cdot F + (1-h) \cdot M \cdot F \cdot F' - h^2 \cdot M \cdot M' \cdot F - h \cdot (1-h) \cdot M^2 \cdot F' - h \cdot (1-h) \cdot M' \cdot F^2 - (1-h)^2 \cdot M \cdot F \cdot F'}{[h \cdot M + (1-h) \cdot F] \cdot M \cdot F}$$

¹ Como se deduzirá na demonstração que irá ser feita, para $X=50$ a relação entre os valores actuais pelos dois processos é de igualdade, ou seja, $a_{50}^h = h \cdot a_{50}^{PPM} + (1-h) \cdot a_{50}^{PPF}$. Isso deve-se ao facto de se ter $l_{50}^h = l_{50}^{PPM} = l_{50}^{PPF} = 100.000$.

² Para os restantes factores de actualização, o procedimento é o mesmo, atendendo a que se tem ${}_nE_x = {}_1E_{x+1} \cdot {}_1E_{x+1} \cdot \dots \cdot {}_1E_{x+n-1}$, em que ${}_1E_{x+j}$, com $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$, tem particularidades idênticas a ${}_1E_x$.

Sendo o denominador sempre positivo, simplifique-se o numerador:

$$\begin{aligned} & h^2 \cdot (-M \cdot M' \cdot F + M^2 \cdot F' + M' \cdot F^2 - M \cdot F \cdot F') + h \cdot (M \cdot M' \cdot F - M \cdot F \cdot F' - M^2 \cdot F' - M' \cdot F^2 + 2 \cdot M \cdot F \cdot F') = \\ & = h^2 \cdot [M' \cdot F \cdot (F - M) - M \cdot F' \cdot (F - M)] + h \cdot [-M' \cdot F \cdot (F - M) + M \cdot F' \cdot (F - M)] = \\ & = h \cdot (M' \cdot F - M \cdot F') \cdot (F - M) \cdot (h - 1) > 0 \quad , \end{aligned}$$

visto que $h \in (0,1)$, $F > M$ e, como se pode verificar pelo quadro 4 do Anexo 3, $M' \cdot F < M \cdot F'$ para a generalidade das idades, provando portanto que $a_x^h > h \cdot a_x^{PPM} + (1-h) \cdot a_x^{PPF}$. Refira-se, no entanto, que para as idades compreendidas entre os 95 e os 104 anos (inclusivé), $M' \cdot F > M \cdot F'$, constituindo assim uma excepção à relação anterior.

ANEXO 6

Decomposição do Saldo Anual

Verifica-se a existência de quatro componentes no saldo de cada ano, que são:

- (1) PM iniciais
- (2) Rendas do ano
- (3) Encargos do ano
- (4) PM finais

Excluindo a segunda - que é motivada só pelo desvio de mortalidade do ano e expressa por $(p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R$ -, há que decompor as restantes para relevar a natureza de cada desvio associado às variáveis separadamente.

- (1) PM iniciais

$$(1+i) \cdot {}_{k-1}V'_x - (1+tt^{PU}) \cdot {}_{k-1}V_x = (i - tt^{PU}) \cdot {}_{k-1}V'_x + ({}_{k-1}V'_x - {}_{k-1}V_x) \cdot (1+tt^{PU})$$

Por sua vez, vem:

$$\begin{aligned} & {}_{k-1}V'_x - {}_{k-1}V_x = \\ & = \left(a'_{x+k-1} \cdot {}^{PM;r} - a_{x+k-1} \cdot {}^{PU;r} \right) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R + \\ & + \left[a'_{x+k-1} \cdot {}^{PM;f} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k - a_{x+k-1} \cdot {}^{PU;r} \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1+r)^{k-1} \right] \cdot R \end{aligned}$$

A primeira parte é relativa às rendas, e divide-se em duas, enquanto a segunda se refere aos encargos, e desdobra-se em cinco.

(4) PM finais

$$p_{x+k-1} \cdot k V'_x - p'_{x+k-1} \cdot k V'_x = (p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot k V'_x + p_{x+k-1} \cdot ({}_k V'_x - k V'_x)$$

Analogamente, verifica-se:

$$\begin{aligned} & {}_k V'_x - k V'_x = \\ & = \left(a_{x+k} {}^{''PU;r} - a'_{x+k} {}^{''PM;r} \right) \cdot (1+r)^k \cdot R + \\ & + \left[a_{x+k} {}^{''PU;r} \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1+r)^k - a'_{x+k} {}^{''PM;f} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k+1} \right] \cdot R \end{aligned}$$

Para cada saldo anual, tem-se portanto:

Componentes	Decomposição em desvios simples	Saldos	
		Origem	Tipos ¹
(1) PM iniciais	$(i - tt^{PU})_{k-1} V'_x +$	$i \neq tt^{PU}$	F
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left(a'_{x+k-1} {}^{''PU;r} - a_{x+k-1} {}^{''PU;r} \right) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R +$	Mortalidade	T
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left(a'_{x+k-1} {}^{''PM;r} - a_{x+k-1} {}^{''PU;r} \right) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R +$	$tt^{PM} \neq tt^{PU}$	T
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left(a'_{x+k-1} {}^{''PU;f} - a_{x+k-1} {}^{''PU;f} \right) \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R +$	Mortalidade (sobre os encargos)	T
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left(a'_{x+k-1} {}^{''PM;f} - a_{x+k-1} {}^{''PU;f} \right) \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R +$	$tt^{PM} \neq tt^{PU}$ (sobre os encargos)	T
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left[a_{x+k-1} {}^{''PU;f} \cdot (1+f)^{k-1} - a_{x+k-1} {}^{''PU;r} \cdot (1+r)^{k-1} \right] \cdot (\gamma + \delta) \cdot R +$	Valor actual dos encargos	E
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot \left[(\underline{\gamma}_3 - \underline{\gamma}_4) + (\underline{\delta}_3 - \underline{\delta}_4) \right] \cdot a_{x+k-1} {}^{''PU;f} \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R +$	$\gamma' + \delta' \neq \gamma + \delta$	E
	$+(1 + tt^{PU}) \cdot f \cdot a'_{x+k-1} {}^{''PM;f} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R$	Desfazamento no crescimento dos encargos	E
(2) Rendas do ano	$(p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot (1+r)^{k-1} \cdot R$	Mortalidade do ano	T

¹ Técnico (T), financeiro (F) ou de encargos (E)

Componentes	Decomposição em desvios simples	Saldos	
		Origem	Tipos
(3) Encargos do ano	$(p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R +$	Mortalidade do ano (sobre os encargos)	T
	$+ \left[(1+r)^{k-1} - \frac{(1+f)^{k-1}}{2} \right] \cdot p_{x+k-1} \cdot (\gamma + \delta) \cdot R +$	Referência dos encargos do ano	E
	$+ \left[(\underline{\gamma}_2 - \underline{\gamma}'_1) + (\underline{\delta}_2 - \underline{\delta}'_1) \right] \cdot p_{x+k-1} \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R -$	$\gamma' + \delta' \neq \gamma + \delta$	E
	$- f \cdot p'_{x+k-1} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^{k-1} \cdot R$	Desfazamento no crescimento dos encargos	E
(4) PM finais	$(p_{x+k-1} - p'_{x+k-1}) \cdot V'_x +$	Mortalidade do ano	T
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left(a_{x+k}^{''PU;r} - a'_{x+k}^{''PU;r} \right) \cdot (1+r)^k \cdot R +$	Mortalidade	T
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left(a'_{x+k}^{''PU;r} - a'_{x+k}^{''PM;r} \right) \cdot (1+r)^k \cdot R +$	$tt^{PM} \neq tt^{PU}$	T
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left(a_{x+k}^{''PU;f} - a'_{x+k}^{''PU;f} \right) \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \cdot R +$	Mortalidade (sobre os encargos)	T
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left(a'_{x+k}^{''PU;f} - a'_{x+k}^{''PM;f} \right) \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \cdot R +$	$tt^{PM} \neq tt^{PU}$ (sobre os encargos)	T
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left[a_{x+k}^{''PU;r} \cdot (1+r)^k - a_{x+k}^{''PU;f} \cdot (1+f)^k \right] \cdot (\gamma + \delta) \cdot R +$	Valor actual dos encargos	E
	$+ p_{x+k-1} \cdot \left[(\underline{\gamma}_4 - \underline{\gamma}'_2) + (\underline{\delta}_4 - \underline{\delta}'_2) \right] \cdot a_{x+k}^{''PU;f} \cdot (1+f)^k \cdot R -$	$\gamma' + \delta' \neq \gamma + \delta$	E
$- p_{x+k-1} \cdot f \cdot a'_{x+k}^{''PM;f} \cdot (\gamma' + \delta) \cdot (1+f)^k \cdot R$	Desfazamento no crescimento dos encargos	E	

Da exposição anterior, nota-se que a decomposição do saldo anual supôs que (1) os resultados distribuídos são reportados directamente aos segurados. Se, pelo contrário, se considerasse que (2) esses resultados eram afectados anualmente aos segurados através de aumentos de rendas, seria preciso substituir $_{k-1}V'_x$ e $_kV'_x$ por $_{k-1}V'_x \Delta^R$ e $_kV'_x \Delta^R$, e às rendas e encargos do ano a cargo da companhia haveria que incluir os respectivos acréscimos, retirando daí, por fim, os desvios parciais, embora depois só se aproveitassem alguns deles para a participação nos resultados, à semelhança, aliás, do que se fará com a decomposição seguida em (1).

ANEXO 7

Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de *Profit-Testing*

Os valores apresentados para os indicadores de rentabilidade assentam no modelo realizado no capítulo IV. Dado que, para cada cenário, se torna necessário construir vários quadros interligados, é compreensível que apenas se irá expor detalhadamente o modo de cálculo para alguns cenários, juntamente com os respectivos quadros preenchidos para todos os anos de vida dos contratos.

Como o objectivo deste anexo é demonstrar o funcionamento do modelo, vai-se começar pela situação de existência de necessidades de financiamento, calculando os respectivos encargos financeiros - Situação A. Seguidamente, e em relação a essa Situação, analisa-se o impacto de uma variação na taxa de juro "i", quantificando a rentabilidade para cada tipo de participação nos resultados, bem como para cada tipo de saldos distribuídos - Situação B.

Situação A

$$\begin{array}{llll}
 tt^{PU} = 6\% & i = 5\% & d = 9\% & \gamma' + \delta = 1,5\% \\
 r = 2\% & g = 10\% & h = 70\% & f = 5,5\%
 \end{array}$$

Reservas finais / Custos de financiamento

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Reservas iniciais sem rendi- mentos financeiros (a)	Factores de actua- lização (b)	Rendas + Encargos de gestão		Reservas finais (valores actuali- zados em contos) (d)	Custos de financiamento (valores actualizados em contos)		
			Valores correntes (c.1)	Valores actualizados (c.2)		Défices (e.1)	Encargos (e.2)	Totais (e.3)
1	3062,0	0,930995	304,7	283,7	2778,2	0,0	0,0	0,0
2	2778,2	0,864932	311,0	269,0	2509,2	0,0	0,0	0,0
3	2509,2	0,802081	317,4	254,6	2254,7	0,0	0,0	0,0
4	2254,7	0,743080	323,9	240,7	2013,9	0,0	0,0	0,0
5	2013,9	0,686408	330,6	226,9	1787,0	0,0	0,0	0,0
6	1787,0	0,631694	337,4	213,2	1573,9	0,0	0,0	0,0
7	1573,9	0,578878	344,4	199,4	1374,5	0,0	0,0	0,0
8	1374,5	0,528037	351,5	185,6	1188,9	0,0	0,0	0,0
9	1188,9	0,479142	358,8	171,9	1017,0	0,0	0,0	0,0
10	1017,0	0,432140	366,2	158,3	858,7	0,0	0,0	0,0
11	858,7	0,386625	373,8	144,5	714,2	0,0	0,0	0,0
12	714,2	0,343650	381,6	131,1	583,1	0,0	0,0	0,0
13	583,1	0,303690	389,5	118,3	464,8	0,0	0,0	0,0
14	464,8	0,266903	397,6	106,1	358,7	0,0	0,0	0,0
15	358,7	0,232982	405,9	94,6	264,1	0,0	0,0	0,0
16	264,1	0,202234	414,4	83,8	180,3	0,0	0,0	0,0
17	180,3	0,174787	423,0	73,9	106,4	0,0	0,0	0,0
18	106,4	0,149835	431,9	64,7	41,6	0,0	0,0	0,0
19	41,6	0,127337	440,9	56,1	0,0	14,5	7,8	22,3
20	0,0	0,106934	450,2	48,1	0,0	48,1	25,0	73,1
21	0,0	0,088829	459,6	40,8	0,0	40,8	20,4	61,3
22	0,0	0,073026	469,3	34,3	0,0	34,3	16,5	50,8
23	0,0	0,059289	479,2	28,4	0,0	28,4	13,2	41,6
24	0,0	0,047773	489,3	23,4	0,0	23,4	10,4	33,8
25	0,0	0,038189	499,7	19,1	0,0	19,1	8,1	27,2
26	0,0	0,030295	510,3	15,5	0,0	15,5	6,3	21,7
27	0,0	0,023928	521,1	12,5	0,0	12,5	4,8	17,3
28	0,0	0,018833	532,2	10,0	0,0	10,0	3,7	13,7
29	0,0	0,014845	543,6	8,1	0,0	8,1	2,8	10,8
30	0,0	0,011665	555,2	6,5	0,0	6,5	2,1	8,6
31	0,0	0,009213	567,1	5,2	0,0	5,2	1,6	6,8
32	0,0	0,007362	579,2	4,3	0,0	4,3	1,2	5,5
33	0,0	0,005988	591,7	3,5	0,0	3,5	0,9	4,5
34	0,0	0,004832	604,5	2,9	0,0	2,9	0,7	3,6
35	0,0	0,003806	617,5	2,4	0,0	2,4	0,5	2,8
36	0,0	0,002886	630,9	1,8	0,0	1,8	0,3	2,2
37	0,0	0,002077	644,6	1,3	0,0	1,3	0,2	1,6
38	0,0	0,001375	658,6	0,9	0,0	0,9	0,1	1,0
39	0,0	0,000805	673,0	0,5	0,0	0,5	0,1	0,6
40	0,0	0,000390	687,7	0,3	0,0	0,3	0,0	0,3
41	0,0	0,000148	702,8	0,1	0,0	0,1	0,0	0,1
42	0,0	0,000046	718,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
43	0,0	0,000008	734,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
			3.346,4			284,4	126,6	411,0

Portanto, $k^* = 19$, ano a partir do qual surgem os défices de estrutura.

Notas:

$$(a)_k = \begin{cases} (PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R & , k = 1 \\ (d)_{k-1} & , k = 2, 3, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(b)_k = E'_x \text{ (usando a taxa "i"), com } k = 1, 2, \dots, \omega - x$$

$$(c.1)_k = \left[(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \right] \cdot R \quad , \quad k = 1, 2, \dots, \omega - x$$

$$(c.2)_k = (b)_k \cdot (c.1)_k$$

$$(d)_k = (a)_k - (c.2)_k \quad , \quad k = 1, 2, \dots, k^* - 1 \quad ; \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, \omega - x\}, (d)_k \geq 0$$

$$(e.1)_k = \begin{cases} -(d)_k & , k = k^* \quad , \text{ onde } (d)_k < 0 \\ (c.2)_k & , k = k^* + 1, k^* + 2, \dots, \omega - x - k^* \end{cases}$$

$$(e.2)_k = (e.1)_k \cdot \left(\frac{a_{\omega-x-k}^{\neg i}}{a_{\omega-x-k}^{\neg g}} - 1 \right) \quad , \quad k = k^*, k^* + 1, \dots, \omega - x - k^*$$

Tratam-se dos valores $NF_{k^{\#}}$, $k^{\#} = k^*, k^* + 1, k^* + 2, \dots$, abordados no desenvolvimento do modelo.

$$(e.3)_k = (e.1)_k + (e.2)_k$$

Como existem necessidades de financiamento, tem-se $VLA = (3.062,0 - 3.346,4) - 126,6 = -411,0$, sendo $VLA / [(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] = -411,0 / 3.062,0 = -13,42\%$. Por outro lado, vinha $VLA / \text{Encargos de Aquisição} = -411,0 / (3.107,2 - 3.062,0) = -9,09$ e $ML = -411,0 / 3.107,2 = -13,23\%$. Além disso, teria-se $AA = -411,0 / 7,13303 = -57,62$, em que $a'_{67}^{d=9\%} = 7,13303$, com $h=70\%$.

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de *Profit-Testing*

$$tt^{PU} = 6\% \quad r = 2\% \quad i = 5\% \quad d = 9\% \quad h = 70\%$$

Segurados

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; (PU)" = 3.107,2 contos

Anos (k)	Rendas (prémio)	Participação nos resulta- dos (independente- mente do tipo de participação e de saídos)	P'_{x+k-1}	Atualização		Saldos do ano (em contos)			
				${}_{k-1}P'_x$	${}_{k-1}E'_x \cdot v$	Valores correntes [(1) + (2)] . (3)	Valores actualizados		
							Com (4) [(4) . (6)]	Com (5) [(5) . (6)]	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)		
1	300,0	0,0	0,977545	1,000000	0,917431	293,3	293,3	269,0	
2	306,0	0,0	0,975492	0,977545	0,822780	298,5	291,8	245,6	
3	312,1	0,0	0,973701	0,953587	0,736344	303,9	289,8	223,8	
4	318,4	0,0	0,972762	0,928509	0,657779	309,7	287,6	203,7	
5	324,7	0,0	0,969920	0,903218	0,587030	315,0	284,5	184,9	
6	331,2	0,0	0,966304	0,876050	0,522360	320,1	280,4	167,2	
7	337,8	0,0	0,962210	0,846530	0,463081	325,1	275,2	150,5	
8	344,6	0,0	0,957782	0,814539	0,408790	330,1	268,8	134,9	
9	351,5	0,0	0,952774	0,780151	0,359203	334,9	261,3	120,3	
10	358,5	0,0	0,946998	0,743307	0,313981	339,5	252,4	106,6	
11	365,7	0,0	0,939409	0,703911	0,272788	343,5	241,8	93,7	
12	373,0	0,0	0,933287	0,661260	0,235101	348,1	230,2	81,8	
13	380,5	0,0	0,927905	0,617145	0,201300	353,0	217,9	71,1	
14	388,1	0,0	0,922810	0,572652	0,171364	358,1	205,1	61,4	
15	395,8	0,0	0,916554	0,528449	0,145079	362,8	191,7	52,6	
16	403,8	0,0	0,911427	0,484353	0,121994	368,0	178,2	44,9	
17	411,8	0,0	0,907495	0,441452	0,102008	373,7	165,0	38,1	
18	420,1	0,0	0,900103	0,400616	0,084928	378,1	151,5	32,1	
19	428,5	0,0	0,892338	0,360596	0,070132	382,3	137,9	26,8	
20	437,0	0,0	0,881762	0,321773	0,057414	385,4	124,0	22,1	
21	445,8	0,0	0,872230	0,283727	0,046446	388,8	110,3	18,1	
22	454,7	0,0	0,863195	0,247475	0,037166	392,5	97,1	14,6	
23	463,8	0,0	0,852479	0,213620	0,029433	395,4	84,5	11,6	
24	473,1	0,0	0,846059	0,182106	0,023019	400,2	72,9	9,2	
25	482,5	0,0	0,839353	0,154073	0,017867	405,0	62,4	7,2	
26	492,2	0,0	0,832956	0,129321	0,013759	410,0	53,0	5,6	
27	502,0	0,0	0,829334	0,107719	0,010514	416,3	44,8	4,4	
28	512,1	0,0	0,826405	0,089335	0,008000	423,2	37,8	3,4	
29	522,3	0,0	0,827663	0,073827	0,006065	432,3	31,9	2,6	
30	532,8	0,0	0,825060	0,061104	0,004605	439,6	26,9	2,0	
31	543,4	0,0	0,829308	0,050414	0,003486	450,7	22,7	1,6	
32	554,3	0,0	0,839022	0,041809	0,002652	465,1	19,4	1,2	
33	565,4	0,0	0,854088	0,035079	0,002042	482,9	16,9	1,0	
34	576,7	0,0	0,847249	0,029960	0,001600	488,6	14,6	0,8	
35	588,2	0,0	0,827073	0,025384	0,001243	486,5	12,3	0,6	
36	600,0	0,0	0,796171	0,020994	0,000944	477,7	10,0	0,5	
37	612,0	0,0	0,755518	0,016715	0,000689	462,4	7,7	0,3	
38	624,2	0,0	0,695017	0,012629	0,000478	433,8	5,5	0,2	
39	636,7	0,0	0,614776	0,008777	0,000305	391,4	3,4	0,1	
40	649,4	0,0	0,508763	0,005396	0,000172	330,4	1,8	0,1	
41	662,4	0,0	0,399392	0,002745	0,000080	264,6	0,7	0,0	
42	675,7	0,0	0,325602	0,001096	0,000029	220,0	0,2	0,0	
43	689,2	0,0	0,178835	0,000357	0,000009	123,2	0,0	0,0	
						5,638282%	-690,8		
						TIR	VLA		

Para os segurados, embora a TIR seja o principal indicador de rentabilidade, os outros dois seriam: $ML = - 690,8 / 3.107,2 = - 22,23\%$ e $AA = - 690,8 / 7,13303 = - 96,85$.

Situação B**1ª etapa)**

$$\begin{array}{llll}
 tt^{PU} = 6\% & i = 8\% & d = 9\% & \gamma' + \delta' = 1,5\% \\
 r = 2\% & p = 70\% & h = 70\% & f = 5,5\%
 \end{array}$$

Reservas finais / Custos de financiamentoPF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Reservas iniciais sem rendi- mentos financeiros	Factores de actua- lização	Rendas + Encargos de gestão		Reservas finais (valores actuali- zados em contos)	Custos de financiamento (valores actualizados em contos)		
			Valores correntes (c.1)	Valores actualizados (c.2)		Défices (e.1)	Encargos (e.2)	Totais (e.3)
	(a)	(b)	(c.1)	(c.2)	(d)	(e.1)	(e.2)	(e.3)
1	3062,0	0,905134	304,7	275,8	2786,1	0,0	0,0	0,0
2	2786,1	0,817548	311,0	254,3	2531,9	0,0	0,0	0,0
3	2531,9	0,737080	317,4	234,0	2297,9	0,0	0,0	0,0
4	2297,9	0,663893	323,9	215,1	2082,8	0,0	0,0	0,0
5	2082,8	0,596225	330,6	197,1	1885,7	0,0	0,0	0,0
6	1885,7	0,533457	337,4	180,0	1705,7	0,0	0,0	0,0
7	1705,7	0,475276	344,4	163,7	1542,0	0,0	0,0	0,0
8	1542,0	0,421491	351,5	148,2	1393,9	0,0	0,0	0,0
9	1393,9	0,371839	358,8	133,4	1260,5	0,0	0,0	0,0
10	1260,5	0,326047	366,2	119,4	1141,1	0,0	0,0	0,0
11	1141,1	0,283603	373,8	106,0	1035,1	0,0	0,0	0,0
12	1035,1	0,245077	381,6	93,5	941,5	0,0	0,0	0,0
13	941,5	0,210563	389,5	82,0	859,5	0,0	0,0	0,0
14	859,5	0,179916	397,6	71,5	788,0	0,0	0,0	0,0
15	788,0	0,152688	405,9	62,0	726,0	0,0	0,0	0,0
16	726,0	0,128856	414,4	53,4	672,6	0,0	0,0	0,0
17	672,6	0,108274	423,0	45,8	626,8	0,0	0,0	0,0
18	626,8	0,090239	431,9	39,0	587,8	0,0	0,0	0,0
19	587,8	0,074559	440,9	32,9	555,0	0,0	0,0	0,0
20	555,0	0,060873	450,2	27,4	527,6	0,0	0,0	0,0
21	527,6	0,049162	459,6	22,6	505,0	0,0	0,0	0,0
22	505,0	0,039293	469,3	18,4	486,5	0,0	0,0	0,0
23	486,5	0,031016	479,2	14,9	471,7	0,0	0,0	0,0
24	471,7	0,024297	489,3	11,9	459,8	0,0	0,0	0,0
25	459,8	0,018883	499,7	9,4	450,3	0,0	0,0	0,0
26	450,3	0,014564	510,3	7,4	442,9	0,0	0,0	0,0
27	442,9	0,011184	521,1	5,8	437,1	0,0	0,0	0,0
28	437,1	0,008558	532,2	4,6	432,5	0,0	0,0	0,0
29	432,5	0,006558	543,6	3,6	429,0	0,0	0,0	0,0
30	429,0	0,005010	555,2	2,8	426,2	0,0	0,0	0,0
31	426,2	0,003847	567,1	2,2	424,0	0,0	0,0	0,0
32	424,0	0,002989	579,2	1,7	422,3	0,0	0,0	0,0
33	422,3	0,002364	591,7	1,4	420,9	0,0	0,0	0,0
34	420,9	0,001854	604,5	1,1	419,8	0,0	0,0	0,0
35	419,8	0,001420	617,5	0,9	418,9	0,0	0,0	0,0
36	418,9	0,001047	630,9	0,7	418,2	0,0	0,0	0,0
37	418,2	0,000732	644,6	0,5	417,7	0,0	0,0	0,0
38	417,7	0,000471	658,6	0,3	417,4	0,0	0,0	0,0
39	417,4	0,000268	673,0	0,2	417,3	0,0	0,0	0,0
40	417,3	0,000126	687,7	0,1	417,2	0,0	0,0	0,0
41	417,2	0,000047	702,8	0,0	417,1	0,0	0,0	0,0
42	417,1	0,000014	718,3	0,0	417,1	0,0	0,0	0,0
43	417,1	0,000002	734,2	0,0	417,1	0,0	0,0	0,0
				2.644,8		0,0	0,0	0,0

Daí, teriam-se reservas finais de $3.062,0 - 2.644,8 = 417,1$ contos (usando a taxa "i"),
 donde $VLA / [(PU)^n - \alpha \cdot a_x' \cdot R] = 13,62\%$.

2ª etapa)

$$\begin{array}{llll} tt^{PU} = 6\% & i = 8\% & d = 9\% & \gamma' + \delta' = 1,5\% \\ r = 2\% & p = 70\% & h = 70\% & f = 5,5\% \end{array}$$

Evolução inicial dos saldos anuais

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	$(1+i) \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x' \cdot R]$ (A)	$(1+i) \cdot (Res. Iniciais)_k$ (B)	Rendas + Encargos de gestão (C)	PM finais (D)	${}_k P'_x$ (E)	$[(A) \text{ ou } (B)] - [(C) + (D)] \cdot (E)$ (F)	Saldos Anuais (G)
1	3306,9	-	304,7	3357,9	0,977545	-273,5	0,0
2	-	3249,7	311,0	3297,0	0,953587	-190,8	0,0
3	-	3189,4	317,4	3231,4	0,928509	-105,7	0,0
4	-	3126,3	323,9	3157,4	0,903218	-18,1	0,0
5	-	3060,4	330,6	3080,6	0,876050	72,0	72,0

Notas:

$$(B)_k = \begin{cases} (1+i) \cdot [(A)_{k-1} - (C)_{k-1} \cdot (E)_{k-1}] & \Leftarrow (F)_{k-1} < 0, \quad k = 2 \\ (1+i) \cdot [(B)_{k-1} - (C)_{k-1} \cdot (E)_{k-1}] & \Leftarrow (F)_{k-1} < 0, \quad k = 3, 4, \dots \end{cases}$$

com $k \leq \bar{k}$, sendo " \bar{k} " o primeiro ano onde $(F)_k > 0$. Assim, $\bar{k} = 5$

$$(C)_k = [(1+r)^{k-1} + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k] \cdot R, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$(D)_k = {}_k V'_x, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$(G)_k = \begin{cases} 0 & , \quad k < \bar{k} \\ (F)_k & , \quad k = \bar{k} \end{cases}$$

Assumindo que a existência de saldos deficitários nos anos iniciais (i.e., $k < \bar{k}$) impede *de per si* a distribuição de resultados, então esse quadro é válido para ambas as formas de participação.

3ª etapa)

$ft^{PU} = 6\%$ $i = 8\%$ $d = 9\%$ $\gamma' + \delta = 1,5\%$
 $r = 2\%$ $p = 70\%$ $h = 70\%$ $f = 5,5\%$

Participação através da entrega directa aos segurados

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; (PU) = 3.107,2 contos

Anos (k)	PM iniciais (i)	Rendas + Encargos de gestão + PM finais (ii)	P_{x+k-2} (iii)	P'_{x+k-2} (iv)	Saldos do ano			D_{k-1}			DR_{k-1}			
					Saldo Total (v)	Saldo Financeiro (vi)	Saldo Técnico (vii)	Saldo Total (viii)	Saldo Financeiro (x)	Saldo Técnico (xi)	Saldo Total (xii)	Saldo Financeiro (xiii)	Saldo Técnico (xiv)	
														(ix)
3	3357,9	3608,0	0,976713	0,975492	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	3297,0	3548,8	0,974240	0,973701	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	3231,4	3481,3	0,971501	0,972762	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	3157,4	3411,2	0,968468	0,969920	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	3080,6	3340,5	0,965112	0,966304	99,1	61,6	-4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	43,1	0,0	0,0
8	3003,0	3269,9	0,961398	0,962210	96,9	60,1	-2,7	0,0	0,0	0,0	0,0	67,9	0,0	0,0
9	2925,5	3199,9	0,957292	0,957782	94,7	58,5	-1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	66,3	0,0	0,0
10	2848,4	3131,7	0,952752	0,952774	92,5	57,0	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	64,8	0,0	0,0
11	2772,9	3066,9	0,947736	0,946998	90,4	55,5	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	63,3	0,0	1,6
12	2700,7	3010,8	0,942197	0,939409	88,3	54,0	8,4	0,0	0,0	0,0	0,0	61,8	0,0	5,9
13	2637,0	2958,9	0,936085	0,933287	86,5	52,7	8,3	0,0	0,0	0,0	0,0	60,6	0,0	5,8
14	2577,3	2908,3	0,929344	0,927905	84,8	51,5	4,2	0,0	0,0	0,0	0,0	59,4	0,0	2,9
15	2518,8	2857,7	0,921915	0,922810	83,2	50,4	-2,6	0,0	0,0	0,0	0,0	58,2	0,0	0,0
16	2460,1	2809,8	0,913736	0,916554	81,6	49,2	-7,9	0,0	0,0	0,0	0,0	57,1	0,0	0,0
17	2403,9	2760,7	0,904738	0,911427	80,0	48,1	-18,5	0,0	0,0	0,0	0,0	56,0	0,0	0,0
18	2346,4	2706,0	0,894850	0,907495	78,4	46,9	-34,2	0,0	0,0	0,0	0,0	54,9	0,0	0,0
19	2283,0	2654,1	0,883997	0,900103	76,6	45,7	-42,7	0,0	0,0	0,0	0,0	53,6	0,0	0,0
20	2222,2	2605,6	0,872100	0,892338	74,9	44,4	-52,7	8,3	8,3	8,3	8,3	0,0	0,0	0,0

Participação através da entrega directa aos segurados (continuação)

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; (PU) = 3.107,2 contos

Anos (k)	PM iniciais (i)	Rendas + Encargos de gestão + PM finais (ii)	P_{x+k-2} (iii)	P'_{x+k-2} (iv)	Saldos do ano			D_{k-1}			D^a_{k-1}			DR_{k-1}		
					Saldo Total (v)	Saldo Financeiro (vi)	Saldo Técnico (vii)	Saldo Total (viii)	Saldo Financeiro (x)	Saldo Técnico (xi)	Saldo Total (xii)	Saldo Financeiro (xiii)	Saldo Técnico (xiv)			
21	2164,7	2568,3	0,859076	0,881762	73,3	43,3	-58,3	15,0	15,0	23,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
22	2118,1	2540,1	0,844842	0,872230	72,0	42,4	-69,6	27,2	27,2	50,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
23	2080,5	2520,8	0,829313	0,863195	71,0	41,6	-85,4	43,8	43,8	94,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
24	2051,5	2516,7	0,812402	0,852479	70,2	41,0	-100,9	59,8	59,8	154,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
25	2037,5	2518,2	0,794028	0,846059	69,9	40,7	-131,0	90,3	90,3	244,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
26	2028,9	2527,5	0,774111	0,839353	69,8	40,6	-164,9	124,3	144,7	368,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
27	2027,8	2545,3	0,752580	0,832956	69,9	40,6	-204,6	164,0	239,0	532,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
28	2035,1	2565,4	0,729373	0,829334	70,2	40,7	-256,4	215,7	384,9	748,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
29	2044,3	2586,1	0,704438	0,826405	70,7	40,9	-315,4	274,5	589,1	1023,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
30	2053,9	2594,0	0,677750	0,827663	71,2	41,1	-388,9	347,8	866,2	1370,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
31	2050,4	2597,6	0,649297	0,825060	71,3	41,0	-456,6	415,5	1210,6	1786,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
32	2042,4	2573,7	0,619095	0,829308	71,4	40,8	-541,0	500,2	1639,4	2286,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
33	2006,7	2498,8	0,587202	0,839022	70,7	40,1	-629,2	589,1	2157,2	2875,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
34	1919,5	2347,1	0,553717	0,854088	68,5	38,4	-705,0	666,6	2753,1	3542,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
35	1755,4	2162,4	0,518757	0,847249	63,7	35,1	-710,3	675,2	3359,9	4217,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
36	1558,0	1964,5	0,482531	0,827073	57,8	31,2	-676,9	645,7	3941,8	4863,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
37	1347,0	1762,7	0,445205	0,796171	51,3	26,9	-618,7	591,7	4475,8	5454,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
38	1131,8	1559,0	0,407326	0,755518	44,6	22,6	-542,8	520,2	4944,6	5975,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
39	914,4	1367,0	0,368705	0,695017	37,4	18,3	-446,1	427,8	5327,9	6402,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
40	708,4	1195,2	0,329268	0,614776	30,3	14,2	-341,2	327,1	5617,5	6729,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
41	522,2	1062,6	0,000000	0,508763	23,3	10,4	-540,6	530,2	6117,4	6573,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
42	374,9	970,1	0,000000	0,399392	17,4	7,5	-387,5	380,0	6474,0	7640,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
43	267,3	846,1	0,000000	0,325602	13,2	5,3	-275,5	270,1	6726,7	7910,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

Notas:

(i)_k = _{k-2}V'_k, k = 3, 4, ..., k*, embora só exista aplicação para k > k̄ + 1¹.

(ii)_k = [(1+r)^{k-2} + (γ'+δ).(1+f)^{k-1}].R+_{k-1}V'_x, k-1 = 2, 3, ..., k*-1, ou seja, k=3,4,..., k* (visto que os resultados distribuídos se reportam à anuidade anterior), apesar de serem usados apenas os valores para k > k̄ + 1.

$$(v) = (1+i).(i) - (ii).(iv)^2$$

$$(vi) = (i - tt^{PU}).(i)$$

$$(vii) = (ii).[(iii) - (iv)]$$

$$(viii) = \begin{cases} -[(vi) + (vii)] & \Leftarrow (vi) + (vii) < 0, \quad k > \bar{k} + 1 \wedge k < k^* + 1 \\ 0 & \Leftarrow (vi) + (vii) \geq 0 \end{cases}$$

Repare-se que $D^a_{k-1} = D_{k-1} + D^a_{k-2}, k \geq 4$, k = 3, 4, ..., k*, e k > k̄ + 1, pelo que vem:

¹ Se, pelo contrário, se suposesse uma co-existência entre os eventuais défices nos primeiros anos (dada a utilização de "tt^{PM}") e a participação nos resultados, e se essa participação incidisse sobre as reservas existentes, então a coluna (i) seria alterada, comportando as reservas iniciais, que estariam separadas em:

$$\begin{cases} (1+i)^{k-2} \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] - \\ - \sum_{j=1}^{k-2} (1+i)^{k-2-j} \cdot {}_j p'_x \cdot [(1+r)^{j-1} + (\gamma'+\delta) \cdot (1+f)^j] \cdot R & , \quad k \leq \bar{k} + 1 \\ {}_{k-2} V'_x & , \quad k > \bar{k} + 1 \end{cases}$$

Desse modo, para os anos $k \leq \bar{k} + 1$, consideravam-se as reservas existentes (que seriam inferiores às PM iniciais correspondentes), coincidindo com os valores da coluna (B) do segundo quadro da Situação B - 2ª etapa -, em que, para cada "k", $(i)_k, k=3,4,\dots = [(B)_k, k=2,3,\dots] / (1+i)$.

² Não se confunda o factor (1+i), em que "i" designa a taxa de rendimento, com os "(i's)" das colunas.

$$(ix)_k = \begin{cases} (viii)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (ix)_{k-1} \leq (v)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (viii)_k + [(ix)_{k-1} - (v)_{k-1}] & \Leftrightarrow (ix)_{k-1} > (v)_{k-1} \quad \wedge \quad (v)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (viii)_k + (ix)_{k-1} & \Leftrightarrow (ix)_{k-1} > (v)_{k-1} \quad \wedge \quad (v)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(x)_k = \begin{cases} (viii)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (x)_{k-1} \leq (vi)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (viii)_k + [(x)_{k-1} - (vi)_{k-1}] & \Leftrightarrow (x)_{k-1} > (vi)_{k-1} \quad \wedge \quad (vi)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (viii)_k + (x)_{k-1} & \Leftrightarrow (x)_{k-1} > (vi)_{k-1} \quad \wedge \quad (vi)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(xi)_k = \begin{cases} (viii)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (xi)_{k-1} \leq (vii)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (viii)_k + [(xi)_{k-1} - (vii)_{k-1}] & \Leftrightarrow (xi)_{k-1} > (vii)_{k-1} \quad \wedge \quad (vii)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (viii)_k + (xi)_{k-1} & \Leftrightarrow (xi)_{k-1} > (vii)_{k-1} \quad \wedge \quad (vii)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

(xii) = $p \cdot [(v) - (ix)]$, se for positivo e se $(vi) + (vii) > 0$ (ou seja se, para o respectivo "k", $D_{k-1} = 0$), e ainda se $k > \bar{k} + 1 \quad \wedge \quad k < k^* + 1$.

(xiii) = $p \cdot [(vi) - (x)]$, desde que se cumpram as condições anteriores.

(xiv) = $p \cdot [(vii) - (xi)]$, sujeitas às mesmas condições referidas em cima.

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de *Profit-Testing*

3ª etapa)

$$\begin{aligned}
 tt^{PU} &= 6\% & i &= 8\% & d &= 9\% & \gamma' + \delta' &= 1,5\% \\
 r &= 2\% & p &= 70\% & h &= 70\% & f &= 5,5\%
 \end{aligned}$$

Participação através do aumento das rendas

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	PM iniciais (i)	Rendas + Encargos de gestão + PM finais (ii)	$\sum \Delta_{-2}^R$		$\sum \Delta_{-1}^R$ (Saldo Técnico) (iv)	$d_{x+k-1}^{r=0}$ (v)	d'_{x+k-1}^f (vi)	$d_{x+k-2}^{r=0}$ (vii)	d'_{x+k-2}^f (viii)	P_{x+k-2} (ix)	P'_{x+k-2} (x)
			Saldo Total	Saldo Financeiro							
			(iii)								
3	3357,9	3608,0	-	-	-	10,325544	14,036376	10,732325	14,737717	0,976713	0,975492
4	3297,0	3548,8	-	-	0,0	9,916324	13,347169	10,325544	14,036376	0,974240	0,973701
5	3231,4	3481,3	0,0	0,0	0,0	9,493810	12,655869	9,916324	13,347169	0,971501	0,972762
6	3157,4	3411,2	0,0	0,0	0,0	9,076131	11,986525	9,493810	12,655869	0,968468	0,969920
7	3080,6	3340,5	0,0	0,0	0,0	8,668882	11,345723	9,076131	11,986525	0,965112	0,966304
8	3003,0	3269,9	0,0	0,0	0,0	8,274328	10,735436	8,668882	11,345723	0,961398	0,962210
9	2925,5	3199,9	10,0	6,2	0,0	7,893146	10,155526	8,274328	10,735436	0,957292	0,957782
10	2848,4	3131,7	20,1	12,5	0,0	7,528046	9,608392	7,893146	10,155526	0,952752	0,952774
11	2772,9	3066,9	31,0	19,0	0,0	7,183181	9,098069	7,528046	9,608392	0,947736	0,946998
12	2700,7	3010,8	42,6	25,8	0,3	6,871383	8,638981	7,183181	9,098069	0,942197	0,939409
13	2637,0	2958,9	55,0	32,9	1,3	6,579110	8,212645	6,871383	8,638981	0,936085	0,933287
14	2577,3	2908,3	68,3	40,3	2,5	6,298820	7,808789	6,579110	8,212645	0,929344	0,927905
15	2518,8	2857,7	82,7	48,1	3,1	6,026450	7,421864	6,298820	7,808789	0,921915	0,922810
16	2460,1	2809,8	98,1	56,2	3,1	5,768500	7,059193	6,026450	7,421864	0,913736	0,916554
17	2403,9	2760,7	114,8	64,8	3,1	5,515233	6,708499	5,768500	7,059193	0,904738	0,911427
18	2346,4	2706,0	132,8	73,8	3,1	5,256170	6,357288	5,515233	6,708499	0,894850	0,907495
19	2283,0	2654,1	152,5	83,4	3,1	5,011270	6,029370	5,256170	6,357288	0,883997	0,900103
20	2222,2	2605,6	173,8	93,5	3,1	4,781062	5,724801	5,011270	6,029370	0,872100	0,892338
21	2164,7	2568,3	197,1	104,3	3,1	4,581643	5,461686	4,781062	5,724801	0,859076	0,881762
22	2118,1	2540,1	222,4	115,7	3,1	4,407287	5,232074	4,581643	5,461686	0,844842	0,872230
23	2080,5	2520,8	222,4	115,7	3,1	4,255951	5,032559	4,407287	5,232074	0,829313	0,863195
24	2051,5	2516,7	222,4	115,7	3,1	4,139275	4,875460	4,255951	5,032559	0,812402	0,852479
25	2037,5	2518,2	222,4	115,7	3,1	4,036313	4,735242	4,139275	4,875460	0,794028	0,846059
26	2028,9	2527,5	222,4	115,7	3,1	3,950275	4,614800	4,036313	4,735242	0,774111	0,839353
27	2027,8	2545,3	222,4	115,7	3,1	3,881959	4,514009	3,950275	4,614800	0,752580	0,832956
28	2035,1	2565,4	222,4	115,7	3,1	3,818486	4,417136	3,881959	4,514009	0,729373	0,829334
29	2044,3	2586,1	222,4	115,7	3,1	3,756500	4,319671	3,818486	4,417136	0,704438	0,826405
30	2053,9	2594,0	222,4	115,7	3,1	3,672176	4,194386	3,756500	4,319671	0,677750	0,827663
31	2050,4	2597,6	222,4	115,7	3,1	3,581703	4,059639	3,672176	4,194386	0,649297	0,825060
32	2042,4	2573,7	222,4	115,7	3,1	3,445930	3,872011	3,581703	4,059639	0,619095	0,829308
33	2006,7	2498,8	222,4	115,7	3,1	3,227879	3,593041	3,445930	3,872011	0,587202	0,839022
34	1919,5	2347,1	222,4	115,7	3,1	2,890486	3,186939	3,227879	3,593041	0,553717	0,854088
35	1755,4	2162,4	222,4	115,7	3,1	2,511955	2,743686	2,890486	3,186939	0,518757	0,847249
36	1558,0	1964,5	222,4	115,7	3,1	2,126490	2,301622	2,511955	2,743686	0,482531	0,827073
37	1347,0	1762,7	222,4	115,7	3,1	1,749452	1,877163	2,126490	2,301622	0,445205	0,796171
38	1131,8	1559,0	222,4	115,7	3,1	1,383671	1,472828	1,749452	1,877163	0,407326	0,755518
39	914,4	1367,0	222,4	115,7	3,1	1,049399	1,109082	1,383671	1,472828	0,368705	0,695017
40	708,4	1195,2	222,4	115,7	3,1	0,757165	0,795492	1,049399	1,109082	0,329268	0,614776
41	522,2	1062,6	222,4	115,7	3,1	0,532018	0,556169	0,757165	0,795492	0,000000	0,508763
42	374,9	970,1	222,4	115,7	3,1	0,371249	0,385938	0,532018	0,556169	0,000000	0,399392
43	267,3	846,1	222,4	115,7	3,1	0,173726	0,179687	0,371249	0,385938	0,000000	0,325602

Participação através do aumento das rendas (continuação)

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	$a_{x+k-1}^{i^{PU}, r=0}$	Saldos do ano			D_{k-1}	D^a_{k-1}			Δ_{k-1}^R		
		Saldo Total	Saldo Financeiro	Saldo Técnico		Saldo Total	Saldo Financeiro	Saldo Técnico	Saldo Total	Saldo Financeiro	Saldo Técnico
	(xi)	(xii)	(xiii)	(xiv)	(xv)	(xvi)	(xvii)	(xviii)	(xix)	(xx)	(xxi)
3	8,042946	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4	7,750946	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5	7,457020	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
6	7,161800	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	6,865934	99,1	61,6	-4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	10,0	6,2	0,0
8	6,570112	96,9	60,1	-2,7	0,0	0,0	0,0	0,0	10,2	6,3	0,0
9	6,275020	99,0	59,6	-1,6	0,0	0,0	0,0	0,0	10,9	6,5	0,0
10	5,981376	100,7	59,0	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	11,6	6,8	0,0
11	5,689900	102,5	58,4	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	12,4	7,1	0,3
12	5,401310	104,2	57,9	8,4	0,0	0,0	0,0	0,0	13,3	7,4	1,1
13	5,116312	106,1	57,4	8,3	0,0	0,0	0,0	0,0	14,3	7,7	1,1
14	4,835612	108,2	57,0	4,2	0,0	0,0	0,0	0,0	15,4	8,1	0,6
15	4,559893	110,3	56,7	-2,6	0,0	0,0	0,0	0,0	16,7	8,6	0,0
16	4,289807	112,4	56,3	-8,0	0,0	0,0	0,0	0,0	18,1	9,0	0,0
17	4,025979	114,6	55,9	-18,6	0,0	0,0	0,0	0,0	19,6	9,6	0,0
18	3,768999	116,7	55,4	-34,5	0,0	0,0	0,0	0,0	21,4	10,1	0,0
19	3,519403	118,6	54,8	-43,1	0,0	0,0	0,0	0,0	23,2	10,7	0,0
20	3,277683	120,6	54,3	-53,1	0,0	0,0	0,0	0,0	25,4	11,4	0,0
21	3,044279	122,8	53,8	-58,7	4,9	4,9	4,9	4,9	0,0	0,0	0,0
22	2,819574	125,7	53,5	-70,0	16,5	16,5	16,5	21,4	0,0	0,0	0,0
23	2,603883	122,8	52,4	-86,0	33,6	33,6	33,6	55,0	0,0	0,0	0,0
24	2,397477	120,3	51,5	-101,5	50,1	50,1	50,1	105,0	0,0	0,0	0,0
25	2,200549	118,8	50,9	-131,9	80,9	80,9	80,9	186,0	0,0	0,0	0,0
26	2,013240	117,6	50,5	-166,0	115,4	115,4	145,4	301,4	0,0	0,0	0,0
27	1,835625	116,8	50,3	-205,9	155,5	155,5	250,4	456,9	0,0	0,0	0,0
28	1,667719	116,5	50,3	-258,0	207,7	246,4	407,8	664,6	0,0	0,0	0,0
29	1,509495	116,3	50,4	-317,3	266,9	396,9	624,3	931,5	0,0	0,0	0,0
30	1,360848	116,3	50,5	-391,2	340,7	621,2	914,7	1272,3	0,0	0,0	0,0
31	1,221634	115,5	50,2	-459,2	409,0	914,0	1273,2	1681,3	0,0	0,0	0,0
32	1,091653	114,6	49,9	-544,2	494,3	1292,8	1717,2	2175,6	0,0	0,0	0,0
33	0,970620	112,4	48,9	-632,8	584,0	1762,1	2251,3	2759,5	0,0	0,0	0,0
34	0,858091	107,8	46,6	-708,9	662,3	2312,1	2864,8	3421,9	0,0	0,0	0,0
35	0,753375	99,2	42,5	-714,2	671,8	2876,0	3490,0	4093,6	0,0	0,0	0,0
36	0,654978	88,8	37,6	-680,5	642,9	3419,7	4090,4	4736,6	0,0	0,0	0,0
37	0,559452	77,8	32,4	-622,0	589,5	3920,4	4642,4	5326,1	0,0	0,0	0,0
38	0,455883	66,6	27,2	-545,7	518,5	4361,1	5128,5	5844,6	0,0	0,0	0,0
39	0,310630	55,1	21,9	-448,4	426,5	4721,0	5527,8	6271,1	0,0	0,0	0,0
40	0,231902	43,9	16,9	-343,0	326,1	4992,0	5832,0	6597,2	0,0	0,0	0,0
41	0,210374	33,3	12,4	-543,3	530,9	5478,9	6346,0	7128,1	0,0	0,0	0,0
42	0,173128	24,6	8,9	-389,4	380,5	5826,1	6714,1	7508,5	0,0	0,0	0,0
43	0,096491	18,3	6,3	-276,8	270,5	6072,0	6975,7	7779,1	0,0	0,0	0,0

Notas:

(i) São os mesmos valores da coluna (i) do quadro anterior - sem aumento de rendas.

(ii) Idem - sem aumento de rendas.

$$(iii)_k = \sum_{j=3}^{k-2} [(xix) \text{ ou } (xx)]_j = \sum_{s=2}^{k-3} \Delta_s^R$$

$$(iv)_k = \sum_{j=3}^{k-1} (xxi)_j = \sum_{s=2}^{k-2} \Delta_s^R$$

(xi) Atendendo a que $\omega_{PP \ 94^h} = 110 > \omega_{PF \ 60/64} = 106$, assume-se por hipótese que, na PF,

$$\text{para } x+k-1 \in \{106, 107, 108, 109\}, a_{x+k-1}^{t^{PU}; r=0} = \left(a_{105}^{t^{PU}; r=0} \right)^{1 + \frac{1}{110 - (x+k-1)}}.$$

$$(xii)_k = (1+i) \cdot \left\{ (i) + (iii) \cdot \left[(vii) + (\gamma' + \delta') \cdot (viii) \cdot (1+f)^{k-1} \right] - \right. \\ \left. - \left[(ii) + (iii) \cdot \left[1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^{k-1} \right] + [(v) + (\gamma' + \delta') \cdot (vi) \cdot (1+f)^k] \right] \right\} \cdot (x)$$

$$(xiii)_k = (i - t^{PU}) \cdot \left\{ (i) + (iii) \cdot \left[(vii) + (\gamma' + \delta') \cdot (viii) \cdot (1+f)^{k-1} \right] \right\}$$

$$(xiv)_k = \left\{ (ii) + (iv) \cdot \left[1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^{k-1} \right] + [(v) + (\gamma' + \delta') \cdot (vi) \cdot (1+f)^k] \right\} \cdot [(ix) - (x)]$$

$$(xv) = \begin{cases} -[(xiii) + (xiv)] & \Leftrightarrow (xiii) + (xiv) < 0, \quad k > \bar{k} + 1 \wedge k < k^* + 1 \\ 0 & \Leftrightarrow (xiii) + (xiv) \geq 0 \end{cases}$$

Novamente, tem-se $D_{k-1}^a = D_{k-1} + D_{k-2}^a, k \geq 4$, $k = 3, 4, \dots, k^*$, e $k > \bar{k} + 1$, só que agora a definição dos saldos inclui os aumentos adicionais de rendas e encargos.

$$(xvi)_k = \begin{cases} (xv)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (xvi)_{k-1} \leq (xii)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (xv)_k + [(xvi)_{k-1} - (xii)_{k-1}] & \Leftrightarrow (xvi)_{k-1} > (xii)_{k-1} \wedge (xii)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (xv)_k + (xvi)_{k-1} & \Leftrightarrow (xvi)_{k-1} > (xii)_{k-1} \wedge (xii)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(xvii)_k = \begin{cases} (xv)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (xvii)_{k-1} \leq (xiii)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (xv)_k + [(xvii)_{k-1} - (xiii)_{k-1}] & \Leftrightarrow (xvii)_{k-1} > (xiii)_{k-1} \wedge (xiii)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (xv)_k + (xvii)_{k-1} & \Leftrightarrow (xvii)_{k-1} > (xiii)_{k-1} \wedge (xiii)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(xviii)_k = \begin{cases} (xv)_k & \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ (xviii)_{k-1} \leq (xiv)_{k-1} \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases} \\ (xv)_k + [(xviii)_{k-1} - (xiv)_{k-1}] & \Leftrightarrow (xviii)_{k-1} > (xiv)_{k-1} \wedge (xiv)_{k-1} \geq 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \\ (xv)_k + (xviii)_{k-1} & \Leftrightarrow (xviii)_{k-1} > (xiv)_{k-1} \wedge (xiv)_{k-1} < 0 \quad , \quad k = 4, 5, \dots, k^* \end{cases}$$

$$(xix) = p \cdot \frac{(xii) - (xvi)}{(xi) \cdot (1 + \gamma + \delta)}$$

$$(xx) = p \cdot \frac{(xiii) - (xvii)}{(xi) \cdot (1 + \gamma + \delta)}$$

$$(xxi) = p \cdot \frac{(xiv) - (xviii)}{(xi) \cdot (1 + \gamma + \delta)}$$



As colunas (xii), (xiii) e (xiv) do quadro anterior comportam a soma de duas componentes: por um lado, a que deriva do contrato inicial propriamente dito, e com base na qual se calcularam os valores de DR_{k-1} , para cada tipo de saldo; e, por outro, a que incorpora os saldos, em cada ano, dos benefícios atribuídos através do aumento de rendas. A primeira é visível no quadro "Participação através da entrega directa aos segurados" (nas colunas (v), (vi) e (vii), respectivamente). A segunda (Δ^R) está representada no quadro seguinte, para cada tipo de saldo distribuído:

Idades (x)	Anos (k)	Saldo Total					Saldo Financeiro	Saldo Técnico
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5) (Δ^R)	(6) (Δ^R)	(7) (Δ^R)
67								
68								
69								
70	3	10,98	0,00	11,59	0,00	0,00	0,00	0,00
71	4	10,57	0,00	11,18	0,00	0,00	0,00	0,00
72	5	10,16	0,00	10,76	0,00	0,00	0,00	0,00
73	6	9,74	0,00	10,34	0,00	0,00	0,00	0,00
74	7	9,32	0,00	9,94	0,00	0,00	0,00	0,00
75	8	8,92	0,00	9,54	0,00	0,00	0,00	0,00
76	9	8,52	91,66	9,16	87,40	4,25	1,05	0,00
77	10	8,14	177,00	8,80	168,79	8,21	2,03	0,00
78	11	7,77	260,40	8,45	248,31	12,08	2,96	0,00
79	12	7,43	342,04	8,14	326,17	15,87	3,84	0,01
80	13	7,12	423,17	7,85	403,54	19,62	4,69	0,03
81	14	6,83	503,89	7,58	480,53	23,36	5,50	0,03
82	15	6,55	584,41	7,31	557,33	27,09	6,29	-0,02
83	16	6,27	664,74	7,05	633,94	30,80	7,05	-0,06
84	17	6,02	745,92	6,80	711,37	34,55	7,79	-0,14
85	18	5,77	827,09	6,54	788,79	38,31	8,51	-0,25
86	19	5,51	906,62	6,30	864,64	41,98	9,18	-0,31
87	20	5,26	987,69	6,07	941,97	45,72	9,84	-0,38
88	21	5,03	1070,86	5,88	1021,30	49,56	10,49	-0,41
89	22	4,83	1161,29	5,71	1107,56	53,73	11,18	-0,48
90	23	4,66	1120,05	5,56	1068,24	51,81	10,79	-0,58
91	24	4,51	1084,60	5,46	1034,44	50,16	10,45	-0,67
92	25	4,40	1057,94	5,36	1009,03	48,91	10,19	-0,86
93	26	4,31	1034,77	5,29	986,95	47,82	9,97	-1,06
94	27	4,23	1015,93	5,23	969,00	46,93	9,78	-1,29
95	28	4,17	1001,66	5,18	955,41	46,25	9,65	-1,59
96	29	4,12	988,64	5,13	943,01	45,63	9,52	-1,92
97	30	4,06	976,01	5,06	930,98	45,03	9,40	-2,33
98	31	3,99	957,55	4,98	913,38	44,17	9,22	-2,68
99	32	3,90	937,40	4,85	894,16	43,24	9,03	-3,13
100	33	3,77	905,26	4,63	863,48	41,78	8,72	-3,57
101	34	3,54	851,25	4,27	811,90	39,35	8,20	-3,94
102	35	3,19	765,33	3,87	729,87	35,46	7,37	-3,90
103	36	2,78	667,88	3,46	636,84	31,05	6,43	-3,66
104	37	2,36	567,87	3,06	541,36	26,52	5,47	-3,29
105	38	1,95	469,34	2,66	447,28	22,05	4,52	-2,84
106	39	1,55	373,01	2,30	355,34	17,67	3,59	-2,30
107	40	1,18	284,36	1,98	270,75	13,62	2,74	-1,73
108	41	0,86	206,31	1,73	196,31	9,99	1,99	-2,71
109	42	0,61	145,81	1,56	138,67	7,15	1,40	-1,91
110	43	0,43	102,37	1,34	97,26	5,11	0,99	-1,34

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de *Profit-Testing*

$$(1)_k = a'_{x+k-2}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot (1 + f)^{k-1} \cdot a'_{x+k-2}{}^f$$

$$(2)_k = (1)_k \cdot (1 + i) \cdot \left(\sum_{S.Total} \Delta_{-2}^R \right), \text{ para o ano de distribuição "k", i.e., a partir de } k = 7^1$$

$$(3)_k = \left[1 + (\gamma' + \delta') \cdot (1 + f)^{k-1} \right] + \left[a'_{x+k-1}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot (1 + f)^k \cdot a'_{x+k-1}{}^f \right]$$

$$(4)_k = (3)_k \cdot p'_{x+k-2} \cdot \left(\sum_{S.Total} \Delta_{-2}^R \right), \text{ para o ano de distribuição "k"}$$

$$(5)_k = (2)_k - (4)_k$$

$$(6)_k = (1)_k \cdot (i - tt^{PU}) \cdot \left(\sum_{S.Financeiro} \Delta_{-2}^R \right)$$

$$(7)_k = (3)_k \cdot (p_{x+k-2} - p'_{x+k-2}) \cdot \left(\sum_{S.Técnico} \Delta_{-1}^R \right)$$

¹ Como $\bar{k} = 5$, só a partir de $k = 6$ é que se apuram os resultados sujeitos a distribuição, ocorrendo essa a partir do ano seguinte.

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de Profit-Testing

4ª etapa)

$$\begin{aligned}
 it^{PU} &= 6\% & i &= 8\% & d &= 9\% & \gamma' + \delta' &= 1,5\% \\
 r &= 2\% & p &= 70\% & h &= 70\% & f &= 5,5\%
 \end{aligned}$$

Companhia de Seguros
Entrega directa aos segurados - Saldo Total

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Reservas iniciais com ren- dimentos finan- ceiros (1)	Rendas (2)	Encar- gos de gestão (3)	PM finais (4)	DR_{k-1} (5)	P'_{x+k-1} (6)	[(2)+(3)+ (4)+(5)]. (6) (7)	Actualização		Saldos actualizados	
								${}_{k-1}P'_x$ (8)	${}_{k-1}E'_x \cdot v$ (9)	Com (8) (10)	Com (9) (11)
1	3306,9	300,0	4,7	3357,9	-	0,977545	3580,4	1,000000	0,917431	0,0	0,0
2	3249,7	306,0	5,0	3297,0	-	0,975492	3519,6	0,977545	0,822780	0,0	0,0
3	3189,4	312,1	5,3	3231,4	0,0	0,973701	3455,5	0,953587	0,736344	0,0	0,0
4	3126,3	318,4	5,6	3157,4	0,0	0,972762	3386,5	0,928509	0,657779	0,0	0,0
5	3060,4	324,7	5,9	3080,6	0,0	0,969920	3308,6	0,903218	0,587030	72,0	46,8
6	3327,1	331,2	6,2	3003,0	0,0	0,966304	3227,9	0,876050	0,522360	86,9	51,8
7	3243,3	337,8	6,5	2925,5	69,4	0,962210	3213,1	0,846530	0,463081	25,5	14,0
8	3159,6	344,6	6,9	2848,4	67,9	0,957782	3129,8	0,814539	0,408790	24,2	12,2
9	3076,3	351,5	7,3	2772,9	66,3	0,952774	3046,9	0,780151	0,359203	22,9	10,5
10	2994,7	358,5	7,7	2700,7	64,8	0,946699	2965,7	0,743307	0,313981	21,6	9,1
11	2916,7	365,7	8,1	2637,0	63,3	0,939409	2887,8	0,703911	0,272788	20,3	7,9
12	2848,0	373,0	8,6	2577,3	61,8	0,933287	2819,2	0,661260	0,235101	19,1	6,8
13	2783,5	380,5	9,0	2518,8	60,6	0,927905	2754,8	0,617145	0,201300	17,7	5,8
14	2720,3	388,1	9,5	2460,1	59,4	0,922810	2691,9	0,572652	0,171364	16,3	4,9
15	2656,9	395,8	10,0	2403,9	58,2	0,916554	2628,7	0,528449	0,145079	14,9	4,1
16	2596,2	403,8	10,6	2346,4	57,1	0,911427	2568,3	0,484353	0,121994	13,5	3,4
17	2534,1	411,8	11,2	2283,0	56,0	0,907495	2506,5	0,441452	0,102008	12,2	2,8
18	2465,6	420,1	11,8	2222,2	54,9	0,900103	2438,4	0,400616	0,084928	10,9	2,3
19	2400,0	428,5	12,4	2164,7	53,6	0,892338	2373,0	0,360596	0,070132	9,8	1,9
20	2337,9	437,0	13,1	2118,1	0,0	0,881762	2264,6	0,321773	0,057414	23,6	4,2
21	2287,5	445,8	13,9	2080,5	0,0	0,872230	2215,5	0,283727	0,046446	20,4	3,3
22	2246,9	454,7	14,6	2051,5	0,0	0,863195	2175,9	0,247475	0,037166	17,6	2,6
23	2215,6	463,8	15,4	2037,5	0,0	0,852479	2145,4	0,213620	0,029433	15,0	2,1
24	2200,5	473,1	16,3	2028,9	0,0	0,846059	2130,6	0,182106	0,023019	12,7	1,6
25	2191,2	482,5	17,2	2027,8	0,0	0,839353	2121,5	0,154073	0,017867	10,7	1,2
26	2190,0	492,2	18,1	2035,1	0,0	0,832956	2120,2	0,129321	0,013759	9,0	1,0
27	2197,9	502,0	19,1	2044,3	0,0	0,829334	2127,6	0,107719	0,010514	7,6	0,7
28	2207,9	512,1	20,2	2053,9	0,0	0,826405	2137,2	0,089335	0,008000	6,3	0,6
29	2218,2	522,3	21,3	2050,4	0,0	0,827663	2147,0	0,073827	0,006065	5,3	0,4
30	2214,5	532,8	22,4	2042,4	0,0	0,825060	2143,1	0,061104	0,004605	4,4	0,3
31	2205,8	543,4	23,7	2006,7	0,0	0,829308	2134,4	0,050414	0,003486	3,6	0,2
32	2167,2	554,3	25,0	1919,5	0,0	0,839022	2096,5	0,041809	0,002652	3,0	0,2
33	2073,1	565,4	26,3	1755,4	0,0	0,854088	2004,6	0,035079	0,002042	2,4	0,1
34	1895,8	576,7	27,8	1558,0	0,0	0,847249	1832,1	0,029960	0,001600	1,9	0,1
35	1682,6	588,2	29,3	1347,0	0,0	0,827073	1624,8	0,025384	0,001243	1,5	0,1
36	1454,8	600,0	30,9	1131,8	0,0	0,796171	1403,4	0,020994	0,000944	1,1	0,0
37	1222,4	612,0	32,6	914,4	0,0	0,755518	1177,8	0,016715	0,000689	0,7	0,0
38	987,5	624,2	34,4	708,4	0,0	0,695017	950,1	0,012629	0,000478	0,5	0,0
39	765,1	636,7	36,3	522,2	0,0	0,614776	734,8	0,008777	0,000305	0,3	0,0
40	564,0	649,4	38,3	374,9	0,0	0,508763	540,6	0,005396	0,000172	0,1	0,0
41	404,9	662,4	40,4	267,3	0,0	0,399392	387,5	0,002745	0,000080	0,0	0,0
42	288,7	675,7	42,6	127,8	0,0	0,325602	275,5	0,001096	0,000029	0,0	0,0
43	138,0	689,2	45,0	0,0	0,0	0,178835	131,3	0,000357	0,000009	0,0	0,0

203,2

VLA

Notas:

(1) Para $k=1$, tem-se $(1+i) \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R]$;

$$\text{para os outros "k", vem: } \begin{cases} (1+i) \cdot [(1)_{k-1} - [(2)_{k-1} + (3)_{k-1}] \cdot (6) \cdot (8)] & , k \leq \bar{k} \\ (1+i) \cdot (4)_{k-1} & , k > \bar{k} \end{cases}$$

$$(2)_k = (1+r)^{k-1} \cdot R$$

$$(3)_k = (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \cdot R$$

$$(4)_{k=1} = V'_x$$

$$(10) = \begin{cases} 0 & , k < \bar{k} \\ (1) - [(2) + (3) + (4)] \cdot (6) \cdot (8) & , k = \bar{k} \\ [(1) - (7)] \cdot (8) & , k > \bar{k} \end{cases}$$

$$(11) = \begin{cases} 0 & , k < \bar{k} \\ (1) - [(2) + (3) + (4)] \cdot (6) \cdot (9) & , k = \bar{k} \\ [(1) - (7)] \cdot (9) & , k > \bar{k} \end{cases}$$

A passagem abrupta dos saldos actualizados do quadro anterior de $k = 5$ e $k = 6$ para os anos posteriores deve-se ao facto de só existir entrega directa dos resultados aos segurados a partir do sétimo ano, quando $\bar{k} = 5$.

Portanto, exemplificando, os indicadores seriam: $VLA / \text{Encargos de Aquisição} = 203,2 / (3.107,2 - 3.062,0) = 203,2 / 45,2 = 4,50$, $ML = 203,2 / 3.107,2 = 6,54\%$ e $AA = 203,2 / 7,13303 = 28,49$.

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de Profit-Testing

4ª etapa)

$$\begin{aligned}
 i^{PU} &= 6\% & i &= 8\% & d &= 9\% & \gamma' + \delta &= 1,5\% \\
 r &= 2\% & p &= 70\% & h &= 70\% & f &= 5,5\%
 \end{aligned}$$

Companhia de Seguros
Aumento das rendas - Saldo Total

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Reservas iniciais com ren- dimentos finan- ceiros (1)	Rendas (2)	Encar- gos de gestão (3)	PM finais (4)	$\sum \Delta^R$ (5)	P'_{x+k-1} (6)	[(2) + (3) + (4)] . (6) (7)	Atualização		Saldos atualizados	
								${}_{k-1}P'_x$ (8)	${}_{k-1}E'_x \cdot v$ (9)	Com (8) (10)	Com (9) (11)
1	3306,9	300,0	4,7	3357,9	-	0,977545	3580,4	1,000000	0,917431	0,0	0,0
2	3249,7	306,0	5,0	3297,0	-	0,975492	3519,6	0,977545	0,822780	0,0	0,0
3	3189,4	312,1	5,3	3231,4	0,0	0,973701	3455,5	0,953587	0,736344	0,0	0,0
4	3126,3	318,4	5,6	3157,4	0,0	0,972762	3386,5	0,928509	0,657779	0,0	0,0
5	3060,4	324,7	5,9	3080,6	0,0	0,969920	3308,6	0,903218	0,587030	72,0	46,8
6	3327,1	331,2	6,2	3003,0	0,0	0,966304	3227,9	0,876050	0,522360	86,9	51,8
7	3243,3	347,8	6,8	3010,4	10,0	0,962210	3237,8	0,846530	0,463081	4,6	2,5
8	3251,2	364,7	7,4	3012,3	20,1	0,957782	3241,5	0,814539	0,408790	7,9	4,0
9	3253,3	382,5	8,0	3014,0	31,0	0,952774	3243,7	0,780151	0,359203	7,4	3,4
10	3255,1	401,2	8,8	3017,4	42,6	0,946998	3245,6	0,743307	0,313981	7,0	3,0
11	3258,7	420,7	9,6	3028,8	55,0	0,939409	3249,6	0,703911	0,272788	6,4	2,5
12	3271,1	441,4	10,5	3043,9	68,3	0,933287	3262,5	0,661260	0,235101	5,7	2,0
13	3287,4	463,1	11,5	3059,9	82,7	0,927905	3279,8	0,617145	0,201300	4,7	1,5
14	3304,7	486,2	12,6	3075,6	98,1	0,922810	3298,5	0,572652	0,171364	3,6	1,1
15	3321,6	510,6	13,9	3094,6	114,8	0,916554	3317,1	0,528449	0,145079	2,4	0,7
16	3342,1	536,6	15,3	3112,2	132,8	0,911427	3339,6	0,484353	0,121994	1,3	0,3
17	3361,2	564,3	16,9	3122,4	152,5	0,907495	3361,0	0,441452	0,102008	0,1	0,0
18	3372,2	593,9	18,6	3136,8	173,8	0,900103	3374,7	0,400616	0,084928	-1,0	-0,2
19	3387,7	625,5	20,6	3156,2	197,1	0,892338	3393,0	0,360596	0,070132	-1,9	-0,4
20	3408,7	659,5	22,9	3193,4	222,4	0,881762	3417,5	0,321773	0,057414	-2,8	-0,5
21	3448,8	668,2	24,1	3117,5	222,4	0,872230	3323,1	0,283727	0,046446	35,7	5,8
22	3366,9	677,1	25,4	3055,7	222,4	0,863195	3244,2	0,247475	0,037166	30,4	4,6
23	3300,2	686,2	26,8	3017,0	222,4	0,852479	3179,9	0,213620	0,029433	25,7	3,5
24	3258,4	695,5	28,3	2987,0	222,4	0,846059	3139,6	0,182106	0,023019	21,6	2,7
25	3226,0	705,0	29,9	2968,5	222,4	0,839353	3108,4	0,154073	0,017867	18,1	2,1
26	3206,0	714,6	31,5	2962,5	222,4	0,832956	3089,2	0,129321	0,013759	15,1	1,6
27	3199,5	724,5	33,3	2959,7	222,4	0,829334	3083,0	0,107719	0,010514	12,5	1,2
28	3196,5	734,5	35,1	2957,6	222,4	0,826405	3080,2	0,089335	0,008000	10,4	0,9
29	3194,2	744,8	37,0	2937,1	222,4	0,827663	3077,9	0,073827	0,006065	8,6	0,7
30	3172,0	755,2	39,1	2910,3	222,4	0,825060	3056,5	0,061104	0,004605	7,1	0,5
31	3143,2	765,9	41,2	2844,9	222,4	0,829308	3028,6	0,050414	0,003486	5,8	0,4
32	3072,4	776,7	43,5	2707,7	222,4	0,839022	2960,0	0,041809	0,002652	4,7	0,3
33	2924,4	787,8	45,9	2464,0	222,4	0,854088	2816,5	0,035079	0,002042	3,8	0,2
34	2661,2	799,1	48,4	2176,4	222,4	0,847249	2562,0	0,029960	0,001600	3,0	0,2
35	2350,5	810,6	51,0	1872,8	222,4	0,827073	2261,6	0,025384	0,001243	2,3	0,1
36	2022,6	822,4	53,9	1566,4	222,4	0,796171	1944,8	0,020994	0,000944	1,6	0,1
37	1691,7	834,4	56,8	1259,8	222,4	0,755518	1625,1	0,016715	0,000689	1,1	0,0
38	1360,6	846,7	59,9	971,7	222,4	0,695017	1305,5	0,012629	0,000478	0,7	0,0
39	1049,5	859,1	63,2	713,2	222,4	0,614776	1005,5	0,008777	0,000305	0,4	0,0
40	770,3	871,9	66,7	509,9	222,4	0,508763	736,9	0,005396	0,000172	0,2	0,0
41	550,7	884,9	70,4	362,1	222,4	0,399392	526,1	0,002745	0,000080	0,1	0,0
42	391,0	898,1	74,3	172,4	222,4	0,325602	372,8	0,001096	0,000029	0,0	0,0
43	186,2	911,6	78,3	0,0	222,4	0,178835	177,0	0,000357	0,000009	0,0	0,0

143,6

VLA

Notas:

$$(1)_k = \begin{cases} (1+i) \cdot [(PU)^n - \alpha \cdot a_x^r \cdot R] & , k = 1 \\ (1+i) \cdot [(1)_{k-1} - [(2)_{k-1} + (3)_{k-1}] \cdot (6) \cdot (8)] & , k = 2, 3, \dots , k \leq \bar{k} \\ (1+i) \cdot (4)_{k-1} & , k = 2, 3, \dots , k > \bar{k} \end{cases}$$

$$(2)_k = (1+r)^{k-1} \cdot R + (5)_k$$

$$(3)_k = (\gamma' + \delta') \cdot (1+f)^k \cdot [R + (5)_k]$$

$$(4)_k = {}_kV'_x{}^{\Delta^R} = {}_kV'_x + [a'_{x+k}{}^{r=0} + (\gamma' + \delta') \cdot a'_{x+k}{}^f \cdot (1+f)^{k+1}] \cdot (5)_k$$

As considerações feitas para as colunas (10) e (11) do quadro referente à outra forma de distribuição dos resultados têm agora a mesma validade.

Na coluna (11) vê-se nitidamente o impacto, no VLA, pelo facto da distribuição dos resultados ter apenas lugar dois anos após o ano " \bar{k} ".

Segundo o mesmo processo, $VLA / \text{Encargos de Aquisição} = 143,6 / 45,2 = 3,18$, $ML = 143,6 / 3.107,2 = 4,62\%$ e $AA = 143,6 / 7,13303 = 20,13$.

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de *Profit-Testing*

5ª etapa)

$$\begin{aligned}
 tt^{PU} &= 6\% & i &= 8\% & d &= 9\% & \gamma' + \delta' &= 1,5\% \\
 r &= 2\% & p &= 70\% & h &= 70\% & f &= 5,5\%
 \end{aligned}$$

Segurados
Entrega directa aos segurados - Saldo Total

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)^n = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Rendas (prémio)	DR_{k-1}	p'_{x+k-1}	Actualização		Saldos do ano (em contos)			
				${}_{k-1}p'_x$	${}_{k-1}E'_x \cdot v$	Valores correntes [(1) + (2)] · (3)	Valores actualizados		
							Com (4) [(4) · (6)]	Com (5) [(5) · (6)]	
									(4)
1	300,0	-	0,977545	1,000000	0,917431	293,3	293,3	269,0	
2	306,0	-	0,975492	0,977545	0,822780	298,5	291,8	245,6	
3	312,1	0,0	0,973701	0,953587	0,736344	303,9	289,8	223,8	
4	318,4	0,0	0,972762	0,928509	0,657779	309,7	287,6	203,7	
5	324,7	0,0	0,969920	0,903218	0,587030	315,0	284,5	184,9	
6	331,2	0,0	0,966304	0,876050	0,522360	320,1	280,4	167,2	
7	337,8	69,4	0,962210	0,846530	0,463081	391,9	331,7	181,5	
8	344,6	67,9	0,957782	0,814539	0,408790	395,0	321,8	161,5	
9	351,5	66,3	0,952774	0,780151	0,359203	398,1	310,6	143,0	
10	358,5	64,8	0,946998	0,743307	0,313981	400,9	298,0	125,9	
11	365,7	63,3	0,939409	0,703911	0,272788	403,0	283,7	109,9	
12	373,0	61,8	0,933287	0,661260	0,235101	405,8	268,4	95,4	
13	380,5	60,6	0,927905	0,617145	0,201300	409,2	252,6	82,4	
14	388,1	59,4	0,922810	0,572652	0,171364	412,9	236,5	70,8	
15	395,8	58,2	0,916554	0,528449	0,145079	416,2	219,9	60,4	
16	403,8	57,1	0,911427	0,484353	0,121994	420,0	203,4	51,2	
17	411,8	56,0	0,907495	0,441452	0,102008	424,6	187,4	43,3	
18	420,1	54,9	0,900103	0,400616	0,084928	427,5	171,3	36,3	
19	428,5	53,6	0,892338	0,360596	0,070132	430,2	155,1	30,2	
20	437,0	0,0	0,881762	0,321773	0,057414	385,4	124,0	22,1	
21	445,8	0,0	0,872230	0,283727	0,046446	388,8	110,3	18,1	
22	454,7	0,0	0,863195	0,247475	0,037166	392,5	97,1	14,6	
23	463,8	0,0	0,852479	0,213620	0,029433	395,4	84,5	11,6	
24	473,1	0,0	0,846059	0,182106	0,023019	400,2	72,9	9,2	
25	482,5	0,0	0,839353	0,154073	0,017867	405,0	62,4	7,2	
26	492,2	0,0	0,832956	0,129321	0,013759	410,0	53,0	5,6	
27	502,0	0,0	0,829334	0,107719	0,010514	416,3	44,8	4,4	
28	512,1	0,0	0,826405	0,089335	0,008000	423,2	37,8	3,4	
29	522,3	0,0	0,827663	0,073827	0,006065	432,3	31,9	2,6	
30	532,8	0,0	0,825060	0,061104	0,004605	439,6	26,9	2,0	
31	543,4	0,0	0,829308	0,050414	0,003486	450,7	22,7	1,6	
32	554,3	0,0	0,839022	0,041809	0,002652	465,1	19,4	1,2	
33	565,4	0,0	0,854088	0,035079	0,002042	482,9	16,9	1,0	
34	576,7	0,0	0,847249	0,029960	0,001600	488,6	14,6	0,8	
35	588,2	0,0	0,827073	0,025384	0,001243	486,5	12,3	0,6	
36	600,0	0,0	0,796171	0,020994	0,000944	477,7	10,0	0,5	
37	612,0	0,0	0,755518	0,016715	0,000689	462,4	7,7	0,3	
38	624,2	0,0	0,695017	0,012629	0,000478	433,8	5,5	0,2	
39	636,7	0,0	0,614776	0,008777	0,000305	391,4	3,4	0,1	
40	649,4	0,0	0,508763	0,005396	0,000172	330,4	1,8	0,1	
41	662,4	0,0	0,399392	0,002745	0,000080	264,6	0,7	0,0	
42	675,7	0,0	0,325602	0,001096	0,000029	220,0	0,2	0,0	
43	689,2	0,0	0,178835	0,000357	0,000009	123,2	0,0	0,0	
							6,582715%	-514,0	
							TIR	VLA	

ANEXO 7 - Determinação da Rentabilidade segundo o Modelo de Profit-Testing

5ª etapa)

$$\begin{array}{llll}
 tt^{PU} = 6\% & i = 8\% & d = 9\% & \gamma' + \delta = 1,5\% \\
 r = 2\% & p = 70\% & h = 70\% & f = 5,5\%
 \end{array}$$

Segurados
Aumento das rendas - Saldo Total

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; $(PU)'' = 3.107,2$ contos

Anos (k)	Rendas		P'_{x+k-1}	Atualização		Saldos do ano (em contos)		
	Prémio	Resultados $(\sum \Delta^R)$		${}_{k-1}P'_x$	${}_{k-1}E'_x \cdot v$	Valores correntes [(1) + (2)] · (3)	Valores actualizados	
							Com (4) [(4) · (6)]	Com (5) [(5) · (6)]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	
1	300,0	-	0,977545	1,000000	0,917431	293,3	293,3	269,0
2	306,0	-	0,975492	0,977545	0,822780	298,5	291,8	245,6
3	312,1	0,0	0,973701	0,953587	0,736344	303,9	289,8	223,8
4	318,4	0,0	0,972762	0,928509	0,657779	309,7	287,6	203,7
5	324,7	0,0	0,969920	0,903218	0,587030	315,0	284,5	184,9
6	331,2	0,0	0,966304	0,876050	0,522360	320,1	280,4	167,2
7	337,8	10,0	0,962210	0,846530	0,463081	334,7	283,3	155,0
8	344,6	20,1	0,957782	0,814539	0,408790	349,3	284,6	142,8
9	351,5	31,0	0,952774	0,780151	0,359203	364,4	284,3	130,9
10	358,5	42,6	0,946998	0,743307	0,313981	379,9	282,4	119,3
11	365,7	55,0	0,939409	0,703911	0,272788	395,3	278,2	107,8
12	373,0	68,3	0,933287	0,661260	0,235101	411,9	272,4	96,8
13	380,5	82,7	0,927905	0,617145	0,201300	429,7	265,2	86,5
14	388,1	98,1	0,922810	0,572652	0,171364	448,6	256,9	76,9
15	395,8	114,8	0,916554	0,528449	0,145079	468,0	247,3	67,9
16	403,8	132,8	0,911427	0,484353	0,121994	489,1	236,9	59,7
17	411,8	152,5	0,907495	0,441452	0,102008	512,1	226,1	52,2
18	420,1	173,8	0,900103	0,400616	0,084928	534,6	214,2	45,4
19	428,5	197,1	0,892338	0,360596	0,070132	558,2	201,3	39,1
20	437,0	222,4	0,881762	0,321773	0,057414	581,5	187,1	33,4
21	445,8	222,4	0,872230	0,283727	0,046446	582,9	165,4	27,1
22	454,7	222,4	0,863195	0,247475	0,037166	584,5	144,7	21,7
23	463,8	222,4	0,852479	0,213620	0,029433	585,0	125,0	17,2
24	473,1	222,4	0,846059	0,182106	0,023019	588,4	107,2	13,5
25	482,5	222,4	0,839353	0,154073	0,017867	591,7	91,2	10,6
26	492,2	222,4	0,832956	0,129321	0,013759	595,3	77,0	8,2
27	502,0	222,4	0,829334	0,107719	0,010514	600,8	64,7	6,3
28	512,1	222,4	0,826405	0,089335	0,008000	607,0	54,2	4,9
29	522,3	222,4	0,827663	0,073827	0,006065	616,4	45,5	3,7
30	532,8	222,4	0,825060	0,061104	0,004605	623,1	38,1	2,9
31	543,4	222,4	0,829308	0,050414	0,003486	635,1	32,0	2,2
32	554,3	222,4	0,839022	0,041809	0,002652	651,7	27,2	1,7
33	565,4	222,4	0,854088	0,035079	0,002042	672,9	23,6	1,4
34	576,7	222,4	0,847249	0,029960	0,001600	677,1	20,3	1,1
35	588,2	222,4	0,827073	0,025384	0,001243	670,5	17,0	0,8
36	600,0	222,4	0,796171	0,020994	0,000944	654,8	13,7	0,6
37	612,0	222,4	0,755518	0,016715	0,000689	630,4	10,5	0,4
38	624,2	222,4	0,695017	0,012629	0,000478	588,4	7,4	0,3
39	636,7	222,4	0,614776	0,008777	0,000305	528,2	4,6	0,2
40	649,4	222,4	0,508763	0,005396	0,000172	443,6	2,4	0,1
41	662,4	222,4	0,399392	0,002745	0,000080	353,4	1,0	0,0
42	675,7	222,4	0,325602	0,001096	0,000029	292,4	0,3	0,0
43	689,2	222,4	0,178835	0,000357	0,000009	163,0	0,1	0,0
						6,906085%	-474,3	
						TIR	VLA	

Segundo igual raciocínio, na óptica dos segurados, as ML para cada forma de distribuição dos resultados são, respectivamente, -16,54% e -15,26% , e as AA são -72,06 e -66,49 .

Os VLA e as TIR dos quatro últimos quadros anteriores são válidos se a participação nos resultados incidir sobre os saldos totais. Se fossem utilizados os saldos financeiros e, por outro lado, os técnicos, a rentabilidade viria como mostra o quadro abaixo. Para tanto, bastava preencher as colunas referentes a DR_{k-1} e a Δ_{k-1}^R de acordo com o tipo de saldos, refazendo os cálculos posteriores de modo idêntico ao efectuado para os saldos totais. Nesse quadro também estão incluídos os indicadores quando se empregam os saldos totais, para facilitar a comparação. Veja-se, então:

Tipos de saldos	Indicadores de rentabilidade	Companhia		Segurados	
		(1)	(2)	(1)	(2)
Saldo total	VLA	203,2	143,6	-514,0	-474,3
	TIR	-	-	6,582715%	6,906085%
Saldo financeiro	VLA	271,4	247,0	-582,2	-569,0
	TIR	-	-	6,225388%	6,380203%
Saldo técnico	VLA	376,7	376,1	-687,5	-687,3
	TIR	-	-	5,657132%	5,661451%

Correspondendo os valores expressos no quadro anterior ao que seria esperado - face às características dos contratos em abordagem e às considerações feitas neste trabalho -, há contudo a realçar uma questão relativa aos saldos técnicos. Focando a análise nos dois tipos de participação - (1) ou (2) -, verifica-se que os VLA na vertente da companhia são, no caso dos saldos técnicos, muito próximos um do outro. Tal deve-se ao facto do valor actual dos benefícios de mortalidade (que são objecto de distribuição) serem praticamente idênticos, nas carteiras em causa ($h=70\%$), para as duas formas de participação nos resultados.

ANEXO 8

Cálculo dos Momentos e Parâmetros de Ordem da V.A. da Rentabilidade Individual

Para tornar leve a apresentação do modo de cálculo, utiliza-se apenas o cenário número 1, cuja rentabilidade foi minuciosamente estudada no Anexo anterior. Nos restantes cenários, o raciocínio é o mesmo.

A determinação dos momentos e dos parâmetros de ordem é feita para os dois tipos de participação nos resultados. Repare-se que, para cada um desses tipos - (1) ou (2) -, as duas últimas colunas são uma forma alternativa de calcular os momentos centrais de "Z". A outra forma, como se depreende da própria definição desses momentos para a v.a. "T" - vista na secção B de VI.2 - seria a seguinte ¹ (para o caso da forma (1), por exemplo):

$$V(Z) = E(Z^2) - [E(Z)]^2 = 25.084 - 145^2 \cong 4.084 = E\left[[Z - E(Z)]^2\right]$$

$$\begin{aligned}\mu_3(Z) &= E(Z^3) - 3.E(Z).E(Z^2) + 2.[E(Z)]^3 = \\ &= 4.459.750 - 3 \times 145 \times 25.084 + 2 \times 145^3 \cong -359.006 = E\left[[Z - E(Z)]^3\right]\end{aligned}$$

Obtidos os momentos de "Z", vem então:

$$E(T) = 145.n$$

$$V(T) = 4.084.n, \text{ donde } \nu_T = 0,44 \cdot \frac{\sqrt{n}}{n}$$

$$\mu_3(T) = -359.006.n, \text{ pelo que } \gamma_T = -1,38 \cdot \frac{\sqrt{n}}{n}$$

¹ Os resultados mostrados não são exactamente iguais porque os valores totais estão aproximados à unidade.

Note-se que, ainda para a forma (1), tem-se:

$$(3) = (1) \cdot (2)$$

$$(4) = (1) \cdot (2)^2$$

$$(5) = (1) \cdot (2)^3$$

$$(6) = (1) \cdot [(2) - E(Z)]^2$$

$$(7) = (1) \cdot [(2) - E(Z)]^3$$

$tt^{PU} = 6\%$ $i = 8\%$ $d = 9\%$ $\gamma' + \delta = 1,5\%$
 $r = 2\%$ $p = 70\%$ $h = 70\%$ $f = 5,5\%$

Momentos ordinários e centrais da v.a. "Z"

PF 60/64 ; $\lambda = 0\%$; (PU) = 3.107,2 contos

x	t	${}_tP'_x$	${}_tq'_x$	(1) Entrega directa aos segurados							(2) Aumento das rendas						
				VLA ^a	E(Z)	E(Z ²)	E(Z ³)	V(Z)	$\mu_3(Z)$	VLA ^a	E(Z)	E(Z ²)	E(Z ³)	V(Z)	$\mu_3(Z)$		
			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)		
67	0	1,000000	0,022455	-	0	0	0	472	-68338	-	0	0	0	240	-24767		
68	1	0,977545	0,023957	0,0	0	0	0	503	-72910	0,0	0	0	0	256	-26424		
69	2	0,953587	0,025078	0,0	0	0	0	527	-76321	0,0	0	0	0	268	-27661		
70	3	0,928509	0,025291	0,0	0	0	0	531	-76967	0,0	0	0	0	270	-27895		
71	4	0,903218	0,027169	0,0	0	0	0	571	-82683	0,0	0	0	0	290	-29966		
72	5	0,876050	0,029520	46,8	3022	65	3022	284	-27897	46,8	1	65	3022	94	-5335		
73	6	0,846530	0,031991	98,6	30641	311	30641	69	-3184	98,6	3	311	30641	1	-3		
74	7	0,814539	0,034389	112,5	436	436	49015	36	-1167	101,1	3	352	3552	0	0		
75	8	0,780151	0,036844	124,7	71437	573	71437	15	-305	105,1	4	407	42742	0	0		
76	9	0,743307	0,039397	135,2	97447	721	97447	4	-36	108,5	4	464	50327	1	5		
77	10	0,703911	0,042650	144,4	128302	889	128302	0	0	111,5	5	530	59077	3	23		
78	11	0,661260	0,044115	152,2	155641	1022	155641	2	17	114,0	5	573	65306	5	53		
79	12	0,617145	0,044493	159,0	178881	1125	178881	9	125	116,0	5	599	69445	7	91		
80	13	0,572652	0,044203	164,8	197761	1200	197761	17	346	117,5	5	611	71765	9	127		
81	14	0,528449	0,044097	169,6	215292	1269	215292	27	667	118,6	5	620	73567	10	157		
82	15	0,484353	0,042900	173,7	224960	1295	224960	36	1027	119,3	5	610	72773	11	174		
83	16	0,441452	0,040836	177,1	227004	1281	227004	42	1367	119,6	5	584	69825	11	175		
84	17	0,400616	0,040020	180,0	233243	1296	233243	49	1722	119,6	5	572	68463	11	173		
85	18	0,360596	0,038822	182,3	235096	1290	235096	54	2024	119,4	5	553	66058	10	161		



JOSÉ
PEDRO
CARDOSO

POLÍTICA
CAMBIAL
NOS PAÍSES
EM VIAS
DE DESENI-
VOLVIMENTO

E
NOS PAÍSES
TRANSIÇÃO

1999

1999

ISE

HG3877
C37
1999

Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior de Economia e Gestão

Mestrado em Economia Monetária e Financeira

**POLÍTICA CAMBIAL NOS
PAÍSES EM VIAS DE DESENVOLVIMENTO E NOS
PAÍSES EM TRANSIÇÃO**

José Pedro Viegas Cardoso

Orientação: Professor Dr. Vítor Manuel Ribeiro Constâncio

Composição do Júri:

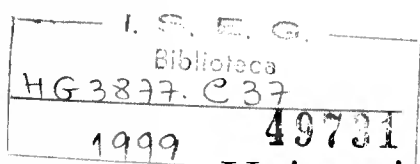
Presidente: Professor Doutor Paulo Meneses Brasil de Brito

Vogais: Professor Doutor Vítor Augusto Mendes dos Santos

Professora Doutora Margarida Paula Calado Neca Vieira de Abreu

Professor Dr. Vítor Manuel Ribeiro Constâncio

Outubro / 1999



Reservado



Universidade Técnica de Lisboa
Instituto Superior de Economia e Gestão

Mestrado em Economia Monetária e Financeira

**POLÍTICA CAMBIAL NOS
PAÍSES EM VIAS DE DESENVOLVIMENTO E NOS
PAÍSES EM TRANSIÇÃO**

José Pedro Viegas Cardoso

Orientação: Professor Dr. Vítor Manuel Ribeiro Constâncio

Composição do Júri:

- Presidente: Professor Doutor Paulo Meneses Brasil de Brito
- Vogais: Professor Doutor Vítor Augusto Mendes dos Santos
- Professora Doutora Margarida Paula Calado Neca Vieira de Abreu
- Professor Dr. Vítor Manuel Ribeiro Constâncio

Outubro / 1999

GLOSSÁRIO



ACC	Acordo de Cooperação Cambial
ADF	Augmented Dickey-Fuller
AFTA	Asian Free Trade Area
ANZCERTA	Australia — New Zealand Closer Economic Relations Trade Agreement
AR	Autoregressive
ARMA	Autoregressive Moving Average
ASEAN	Asian South Eastern Associated Nations
art.	Artigo
BCEAO	Banque Centrale des États de l'Afrique de l'Ouest
BCF	Balança de Capitais e Financeira
BCRA	Banco Central da República Argentina
BEAC	Banque des États de l'Afrique Centrale
BTC	Balança de Transações Correntes
CB	Currency Board
CEE	Comunidade Económica Europeia
CFA	Communauté Financière Africaine
CFA	Coopération Financière en Afrique Centrale
CFP	Comptoirs Français du Pacifique
CVE	Escudo Cabo-verdiano
DF	Dickey-Fuller
DSE	Direito de Saque Especial
EUA	Estados Unidos da América
FED	Federal Reserve System
FEER	Fundamental Equilibrium Exchange Rate
FMI	Fundo Monetário Internacional
I(1)	Integrada de Ordem 1
IPC	Índice de Preços no Consumidor
ITCEN	Índice de Taxa de Câmbio Efectiva Nominal
ITCER	Índice de Taxa de Câmbio Efectiva Real
Mercosul	Mercado Comum do Cone Sul
MTC	Mecanismo de Taxas de Câmbio
NAIRU	Non-Accelerating-Inflation Rate of Unemployment
NFEER	Nominal Fundamental Equilibrium Exchange Rate
OCA	Optimum Currency Area
PALOP	Países Africanos de Língua Oficial Portuguesa
PIB	Produto Interno Bruto
PPP	Purchasing Power Parity
PTE	Escudo Português
PVD	País em Vias de Desenvolvimento
SME	Sistema Monetário Europeu
UE	União Europeia
UEMOA	Union Economique et Monetaire Ouest-Africaine
UMOA	Union Monetaire Ouest-Africaine
USD	United States Dollar
VER	Voluntary Export Restraints

SUMÁRIO



As rápidas transformações que se têm vindo a processar nos países em vias de desenvolvimento e nos países em transição, a nível económico, social e institucional, têm levantado uma série de questões de política económica. Sendo consensual uma orientação económica assente nos mecanismos de mercado, subsistem porém questões sobre a forma como essa orientação deve ser organizada. Uma das questões centrais, e que condiciona todas as outras, é a relacionada com a política cambial.

Os estudos de política cambial têm centrado a sua atenção essencialmente ao nível do regime cambial. Porém, tão ou mais importante que o regime cambial revela-se o tipo e grau de convertibilidade da moeda, área de estudo que começou a ser descurada com o fim do sistema de Bretton Woods e a preferência revelada por uma maior flexibilidade do regime cambial. Desta forma, este trabalho analisa as opções de política cambial dos países em vias de desenvolvimento e dos países em transição, tendo em conta não só o regime cambial, mas igualmente a convertibilidade da moeda.

Para além de fornecer material teórico para a escolha da orientação de política cambial, este trabalho analisa quatro casos práticos actuais: (i) Argentina, (ii) países em transição, (iii) zona franco e Cabo Verde e (iv) Timor Loro Sae (em anexo). No que respeita a Cabo Verde, dado o interesse gerado pelo facto de a sua moeda ter sido recentemente ligada ao escudo português (presentemente ao euro), estimou-se a taxa de câmbio de equilíbrio fundamental através da aplicação da metodologia FEER (*Fundamental Equilibrium Exchange Rate*) desenvolvida por Williamson (1983) e através de uma variante a esta metodologia desenvolvida neste trabalho — que se designou por NFEER (*Nominal Fundamental Equilibrium Exchange Rate*) — especialmente aplicável a países em vias de desenvolvimento ou em transição, cuja estrutura produtiva e de exportações se encontra ainda a ser montada ou em fase de conversão.

Classificação do JEL: E42, E52, F31, F33, E58, C51.

Palavras-chave: política cambial, convertibilidade da moeda, regimes cambiais, FEER, países em vias de desenvolvimento, países em transição, Argentina, zona franco, Cabo Verde, Timor Loro Sae.

ABSTRACT

The rapid transformations which have been taking place in the developing countries and in the transition countries at the economic, social and institutional level have raised a series of economic policy issues. With a consensual economic orientation which relies on market mechanisms, some issues remain however as to the way in which this orientation shall be organised. One of the main issues which restrains the remaining ones, relates to foreign exchange policy.

Researches on foreign exchange policy have focused their attention essentially at the level of the exchange rate regime. However, equally or even far more important than the exchange rate regime is the type and degree of currency convertibility, an area of research which started to be neglected with the end of the Bretton Woods system and the preference revealed for a greater flexibility of the exchange rate regime. Thus, this essay analyses the options as regards the foreign exchange policy of the developing countries and the transition countries, taking into account not only the exchange rate regime, but also the currency convertibility.

Apart from supplying theoretical material in order to choose the foreign exchange policy orientation, this essay analyses four current practical cases: (i) Argentina, (ii) transition countries, (iii) franc zone and Cape Verde and (iv) Timor Loro Sae (see annex). As far as Cape Verde is concerned, given the interest attributable to the fact that its currency has been recently pegged to the Portuguese escudo (and presently to the euro), the fundamental equilibrium exchange rate (FEER) was estimated by applying the FEER methodology developed by Williamson (1983) and by applying a variant of this methodology developed in this essay — that was designated by NFEER (Nominal Fundamental Equilibrium Exchange Rate) — especially applicable to developing countries or to transition countries, whose output and export structure is still in an embryonic or conversion phase.

JEL classification: E42, E52, F31, F33, E58, C51.

Keywords: foreign exchange policy, currency convertibility, exchange rate regimes, FEER, developing countries, transition countries, Argentina, franc zone, Cape Verde, Timor Loro Sae.

ÍNDICE

I – Introdução	11
II – Convertibilidade da moeda.....	12
II.1 – <i>Introdução</i>	12
II.2 – <i>Restrições comerciais e restrições cambiais</i>	13
II.3 – <i>Tipos e graus de convertibilidade da moeda</i>	14
II.3.1 – Noção de convertibilidade com base no regime cambial: Convertibilidade fraca <i>versus</i> convertibilidade forte	15
II.3.2 – Noção de convertibilidade com base na transacção subjacente: Convertibilidade real <i>versus</i> convertibilidade financeira Convertibilidade da BTC <i>versus</i> convertibilidade da BCF.....	17
II.3.3 – Noção de convertibilidade com base na abrangência geográfica: Convertibilidade regional <i>versus</i> convertibilidade global	18
II.3.4 – Noção de convertibilidade com base nos detentores dos activos: Convertibilidade interna <i>versus</i> convertibilidade externa	19
II.4 – <i>Vantagens e desvantagens associadas aos diversos tipos e graus de convertibilidade</i>	21
II.4.1 – Convertibilidade real e convertibilidade financeira	21
II.4.2 – Convertibilidade da BTC e convertibilidade da BCF	22
II.4.3 – Convertibilidade regional ou convertibilidade global.....	24
II.4.4 – Convertibilidade interna e convertibilidade externa.....	24
II.4.5 – Convertibilidade fraca ou convertibilidade forte.....	28
II.4.6 – Comentário final	29
II.4.7 – A noção de convertibilidade adoptada pelo FMI; aplicação ao caso dos PALOP	29

III – Regimes cambiais	35
<i>III.1 – Caracterização dos vários regimes de taxa de câmbio consoante o seu grau de rigidez.....</i>	<i>35</i>
<i>III.2 – Evolução recente dos regimes cambiais adoptados.....</i>	<i>37</i>
<i>III.3 – A escolha do regime cambial mais apropriado</i>	<i>40</i>
<i>III.4 – Currency Boards: vantagens e ilusões</i>	<i>45</i>
<i>III.5 – O caso argentino: o sucesso de 9 anos de currency board e a actual perspectiva da sua insustentabilidade; a proposta de dolarização; alternativas à dolarização</i>	<i>48</i>
III.5.1 – As particularidades do currency board argentino	48
III.5.2 – A proposta argentina de dolarização	49
III.5.3 – Alternativas à dolarização no contexto da teoria das zonas monetárias óptimas.....	53
<i>III.6 – O caso dos países em transição; a atracção do euro.....</i>	<i>55</i>
III.6.1 – Enquadramento legal e questões em aberto.....	56
III.6.2 – Situação dos cinco países melhor posicionados para a adesão à UE e entrada na zona euro	58
III.6.2.1 – Enquadramento económico e evolução do processo de reformas.....	58
III.6.2.2 – Impacto das crises financeiras russa e brasileira e do conflito no Kosovo.....	59
III.6.2.3 – Posição de convertibilidade da moeda.....	60
III.6.3 – O dilema cambial enfrentado pelos países em transição	62
III.6.4 – Grande rigidez: euroização versus currency board	63
III.6.5 – Flexibilidade com disciplina: inflation target	64
<i>III.7 – O caso da zona franco e do Acordo de Cooperação Cambial entre Portugal e Cabo Verde.....</i>	<i>65</i>
III.7.1 – A zona franco.....	65
III.7.2 – O Acordo de Cooperação Cambial entre Portugal e Cabo Verde.....	67
III.7.3 – Implicações do euro como a nova referência cambial	68

IV – Metodologia FEER	71
V – Aplicação da metodologia FEER ao caso de Cabo Verde.....	80
VI – Aplicação de uma variante da Metodologia FEER ao caso de Cabo Verde	84
VII – Conclusão da aplicação da metodologia FEER e da sua variante ao caso de Cabo Verde; o efeito incompleto da curva <i>J</i>	92
VIII – Anexos e gráficos	94
<i>VIII.1 – Anexo A: a questão monetária em Timor Loro Sae.....</i>	<i>94</i>
<i>VIII.2 – Anexo B: estudo do grau de integração das séries.....</i>	<i>108</i>
<i>VIII.3 – Anexo C: estudo da existência de drift nas séries</i>	<i>111</i>
<i>VIII.4 – Anexo D: testes de cointegração</i>	<i>114</i>
<i>VIII.5 – Anexo E: descrição dos dados.....</i>	<i>115</i>
<i>VIII.6 – Gráficos.....</i>	<i>117</i>
Referências bibliográficas.....	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Classificação do conceito de convertibilidade do FMI	32
Quadro 2: Restrições comerciais e posição de convertibilidade da moeda de cada PALOP	34
Quadro 3: Considerações sobre a escolha do regime cambial	44
Quadro 4: Estudo do grau de integração das séries	110

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: FEER (em primeiras diferenças) e $HDtcr$	82
Gráfico 2: $Hbfy$ e tcn	85
Gráfico 3: tcn e $FEER^* = NFEER$ (usando <i>Trend</i>)	86
Gráfico 4: tcn e $FEER^* = NFEER$ (usando <i>ypt</i>)	88
Gráfico 5: bfy	117
Gráfico 6: $Dbfy$	117
Gráfico 7: piy	117
Gráfico 8: $Dpiy$	117
Gráfico 9: tcr	117
Gráfico 10: $Dtcr$	117
Gráfico 11: $Hbfy$	118

Gráfico 12: <i>DHbfy</i>	118
Gráfico 13: <i>tcn</i>	118
Gráfico 14: <i>Dtcn</i>	118
Gráfico 15: <i>ypt</i>	118
Gráfico 16: <i>Dypt</i>	118
Gráfico 17: <i>Hbfy</i> e respectivo <i>Trend</i>	119
Gráfico 18: <i>tcn</i> e respectivo <i>Trend</i>	119
Gráfico 19: <i>ypt</i> e respectivo <i>Trend</i>	119
Gráfico 20: <i>Hbfy</i>	120
Gráfico 21: <i>Hbfy</i> e <i>Hbfy*</i>	120
Gráfico 22: <i>DHbfy*</i>	120

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar gostaria de agradecer e de manifestar toda a estima ao Professor Dr. Vítor Constâncio pela qualidade dos seus ensinamentos e pela facilidade, naturalidade e intuição com que abordou a temática da economia monetária e financeira. Agradeço ainda o apoio prestado e todos os conselhos bastante proficuos que tive o privilégio de receber durante a orientação da Tese.

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho foram inúmeras as pessoas cuja troca de impressões se revelou bastante enriquecedora. Injusto seria se não destacasse os Professores Dr. Carlos Robalo Marques e Doutor José Passos, pelos valiosos esclarecimentos econométricos, simpatia e disponibilidade demonstradas. O seu apoio transcendeu as fronteiras da mera elaboração desta Tese, possibilitando-me ensinamentos que reforçaram significativamente os meus conhecimentos econométricos.

Agradeço ao Dr. José de Matos, Director do Departamento de Relações Internacionais (DRI) do Banco de Portugal pelo apoio e disponibilidade que me proporcionou para a frequência do Mestrado.

Aos Amigos Pedro Lucas e Gonçalo Ribeiro um obrigado por todas as conversas e troca de impressões, e Jorge Mourato pela revelação de fontes bibliográficas bastante úteis. Um muito obrigado muito especial à Teresa Oliveira, cuja Amizade me permite tratá-la por Teresinha, a quem muitas vezes chamei “Santa”, por toda a paciência e prontidão que me proporcionou nas pesquisas bibliográficas na documentação do DRI.

Sem nunca esquecer a Família e Amigos, cuja companhia tive que os privar, a certeza de uma maior atenção e disponibilidade. Um carinho muito especial à minha namorada Paulinha, que contando os dias que faltavam para eu entregar a Tese sempre me deu todo o apoio e força.

I – Introdução

Esta Tese centra a atenção sobre a temática cambial nos países que ainda não são classificados como desenvolvidos, ou seja, nos países em vias de desenvolvimento (PVD) e nos países em transição. A sua organização pode ser separada em duas partes. Na primeira parte, as secções 2 e 3 fornecem o material teórico para o estudo da política cambial de um país. Na segunda parte, as secções 4 a 7 focam a estimação da taxa de câmbio de equilíbrio de um PVD com uma ligação cambial ao euro: Cabo Verde.

A secção 2 aborda a temática da convertibilidade da moeda, nos seus diversos tipos e graus, distinguindo, para cada uma das suas características, as vantagens e desvantagens. É ainda classificado o conceito de convertibilidade do Fundo Monetário Internacional (FMI) e apresentada a posição de convertibilidade da moeda de cada PALOP. A secção 3 analisa os diversos regimes cambiais, a sua evolução e os factores a ter em conta na escolha de um regime cambial. Esta secção abrange ainda o estudo de três casos: a perspectiva de dolarização total na Argentina, a atracção dos países em transição pelo euro e as implicações do euro na zona franco e em Cabo Verde. Dada a actualidade do tema, a questão monetária em Timor é analisada em anexo.

A secção 4 apresenta os aspectos teóricos da metodologia FEER (*fundamental equilibrium exchange rate*) de John Williamson para a estimação da taxa de câmbio de equilíbrio fundamental e a secção 5 aplica-a ao caso de Cabo Verde. Na secção 6 é desenvolvida nesta Tese uma variante da metodologia FEER, aplicável a economias em vias de desenvolvimento e a economias em transição, cujo processo de industrialização se encontra numa fase inicial (como o cabo-verdiano) ou em reestruturação. A conclusão da segunda parte é efectuada na secção 7, a qual, igualmente, apresenta a característica diferenciadora das economias em vias de desenvolvimento e em transição, que torna a aplicação da variante da metodologia FEER, mais adequada que a metodologia FEER tradicional, para o cálculo da taxa de câmbio de equilíbrio fundamental.

II – Convertibilidade da moeda

II.1 – Introdução

A convertibilidade de uma moeda tem sido sempre um ponto fundamental das relações económicas internacionais. Contudo, com o abandono do sistema de Bretton Woods descurou-se a atenção sobre esta matéria. Uma das razões poderá ter sido a preferência e prevalência do regime de câmbios flexíveis observada desde então, associada à convicção de que este regime tornaria desnecessárias ou redundantes as restrições de natureza cambial ou de qualquer outra natureza. Deste modo, uma moeda assente num regime de câmbios flexíveis seria convertível por definição. Mas o que pode ser esperado em princípio, nem sempre se materializa na prática; as restrições cambiais, assim como diversas restrições de outra natureza, continuaram a existir nos países com um regime de câmbios flexíveis, ressurgindo assim novamente questões relacionadas com a convertibilidade da moeda.

Para além deste motivo, o interesse dirigido ao estudo da convertibilidade de uma moeda ganhou importância nos últimos anos devido a dois conjuntos de acontecimentos: (i) o alastramento do processo de reformas actualmente em curso nas economias da Europa Central e Oriental e na antiga União Soviética e (ii) o processo de desregulamentação do sector financeiro e de liberalização dos mercados de capitais que *de jure* ou *de facto* está a ocorrer em vários PVD.

Do ponto de vista dos países em transição, a convertibilidade da moeda constitui um pilar importante no seu processo de reformas. Neste contexto, o conceito de convertibilidade transcende as fronteiras de um assunto meramente monetário, contendo elementos políticos decisivos para a estratégia de transformação de uma economia planificada numa economia de mercado.

Relativamente aos PVD, o progresso e globalização dos mercados financeiros tornaram essencial a discussão do tema da convertibilidade da moeda. No entanto, neste caso a discussão não se centra tanto ao nível do conceito, mas ao nível do grau de

convertibilidade. Neste contexto, a principal questão centra-se sobre o debate de um país adoptar somente a convertibilidade da balança de transacções correntes (BTC) ou, para além desta, também a convertibilidade da balança de capitais e financeira (BCF).

Pretende-se, nos parágrafos a seguir, discutir a convertibilidade nos seus vários tipos e graus. A convertibilidade, tal como outros conceitos económicos relacionados (como liquidez e restrições), não é susceptível de uma definição invariante no tempo e na linguagem económica, pelo que se torna necessário explicitá-la precisamente. No entanto, antes de entrar no estudo da convertibilidade começa-se por distinguir e caracterizar dois conceitos bastante importantes para o seu estudo: as restrições comerciais e as restrições cambiais.

II.2 – Restrições comerciais e restrições cambiais

Restrições comerciais (tarifárias e não tarifárias)

As restrições comerciais incidem sobre a importação e exportação de bens e sobre o débito e crédito de serviços, e podem ser divididas em tarifárias e não tarifárias. As primeiras consistem nas tarifas¹ sobre as importações e exportações de bens. As segundas incidem sobre a importação e exportação de bens, e sobre o débito e crédito de serviços, e abrangem as quotas à importação, as restrições voluntárias à exportação — *voluntary export restrains*² (VER) — e as barreiras administrativas. Nestas últimas estão incluídos, entre outros, os licenciamentos portuários, as autorizações oficiais e os padrões restritivos (de qualidade, segurança, ambientais ...) à importação e exportação de bens e ao débito e crédito de serviços, e os direitos aduaneiros de compensação (*countervailing duties*) sobre bens importados que foram subsidiados nos países de origem.

¹ Entenda-se não só as tarifas em sentido estrito, mas igualmente todos os demais encargos financeiros (impostos, sobretaxas ...).

² Consiste num acordo bilateral entre dois países, ao abrigo do qual o país exportador aceita limitar a exportação de determinados produtos para o país importador. Este acordo resulta por pressão do país importador, que ameaça avançar com medidas mais restritivas caso o país exportador não aceite o acordo.

Restrições cambiais

As restrições cambiais referem-se a toda a regulamentação restritiva relativa:

- à aquisição, detenção ou transacção de activos denominados em moeda estrangeira;
- à utilização, nas transacções com o exterior, de activos denominados em moeda nacional ou em moeda estrangeira.

As restrições cambiais podem assumir diversas formas, incluindo: orçamentos cambiais; depósito de fundos como requisito prévio às importações; obrigatoriedade de repatriamento, ou de repatriamento e de conversão em moeda nacional junto do Banco Central, das receitas de exportação de bens e/ou de crédito de invisíveis; limitações e proibições aos pagamentos; licenciamentos e autorizações oficiais ao débito ou crédito de rendimentos e de transferências unilaterais correntes, assim como às operações de capital e financeiras; e prática de câmbios múltiplos³.

II.3 – Tipos e graus de convertibilidade da moeda

Até inícios deste século, convertibilidade significava o direito de trocar moeda por ouro a uma determinada taxa fixa. Este direito consistia numa componente essencial do funcionamento do *gold standard*. Segundo este conceito, nenhuma moeda hoje seria convertível. Actualmente, o ouro já não desempenha um papel monetário significativo e, deste modo, a convertibilidade de uma moeda em ouro já não é um conceito relevante. Em vez disso, a convertibilidade de uma moeda refere-se, regra geral, à possibilidade de trocar essa moeda por qualquer outra moeda e de utilizar essa moeda para efectuar transacções com o exterior. Ou seja, o grau de convertibilidade de uma moeda depende do grau de restrições cambiais impostas a essa moeda. Podem ser identificados vários graus de convertibilidade, desde a total convertibilidade até à total inconvertibilidade.

Uma moeda é totalmente convertível se não houver qualquer restrição cambial a

³ Considera-se haver prática de câmbios múltiplos sempre que um Estado-membro adopte acções que originem um *spread* superior a 2% entre as taxas de compra e venda para transacções cambiais à vista (*spot*) com qualquer outro Estado-membro.

essa moeda, ou seja, se não houver qualquer limitação à troca dessa moeda por qualquer outra moeda nem qualquer barreira à possibilidade de utilizar essa moeda para efectuar transacções com o exterior.

Pode ainda ser defendido um conceito mais forte de total convertibilidade, no qual esta só se verificaria se, para além da não existência das restrições acima referidas, não houvesse, igualmente, quaisquer restrições comerciais (tarifárias à importação e exportação de bens e não tarifárias à importação e exportação de bens e ao débito e crédito de serviços). Por se tratar de uma definição demasiado "exigente" (pois assim nenhuma moeda seria convertível) esta última definição de total convertibilidade não é geralmente adoptada.

Em contraste, uma moeda é totalmente inconvertível se não for possível, *de jure* e *de facto*, trocar essa moeda por qualquer outra moeda nem utilizá-la para efectuar transacções com o exterior.

II.3.1 – Noção de convertibilidade com base no regime cambial:

Convertibilidade fraca *versus* convertibilidade forte

Com o fim do sistema de Bretton Woods ganhou relevo a posição teórica de a flexibilidade da taxa de câmbio acabar com a necessidade de restrições cambiais, ou seja, o facto de a taxa de câmbio resultar das condições de oferta e procura do mercado tornaria redundante a existência de restrições cambiais. Desta forma, apenas nos regimes de taxa de câmbio fixa se deveria verificar a existência deste tipo de restrições. Quanto maior fosse a flexibilidade do regime da taxa de câmbio, menor deveria ser o grau de restrições cambiais existente. O conceito de convertibilidade não seria, assim, indiferente ao regime cambial, e este raciocínio poderia ser a base da definição de um classificador de convertibilidade. A moeda seria convertível por definição num regime de câmbios flexíveis, e poderia apresentar diversos graus de convertibilidade num regime de câmbios fixos, consoante o grau de restrições cambiais existente. No entanto, a realidade veio demonstrar que a maior flexibilidade da taxa de câmbio não tornou

redundante a existência de restrições cambiais. Desta forma, a evidência empírica não validou a definição de um classificador de convertibilidade com base neste raciocínio teórico.

Apesar de o estudo da convertibilidade com base no regime cambial não ser possível de efectuar segundo o raciocínio atrás referido, há uma outra forma de abordar o regime cambial que pode ser utilizada para classificar a convertibilidade de uma moeda: o valor cambial de uma moeda. Segundo esta abordagem, o valor cambial de uma moeda num regime de câmbios fixos é superior ao valor cambial de uma moeda num regime de câmbios flexíveis. O valor cambial assenta, assim, no risco cambial de uma moeda (risco de a moeda perder valor face às outras moedas). Num regime de câmbios flexíveis existe o risco cambial, mas num regime de câmbios fixos (credível) este risco é, em princípio, bastante reduzido. Segundo este raciocínio, uma moeda num regime de câmbios flexíveis assenta num conceito fraco de convertibilidade (uma vez que está sujeita ao risco cambial) e uma moeda num regime de câmbios fixos assenta num conceito forte de convertibilidade (dado o menor risco cambial a que, em princípio, está sujeita).

Desta forma, é possível identificar dois classificadores de convertibilidade com base no regime cambial. A **convertibilidade fraca** é a capacidade de utilizar uma moeda sob um regime de câmbios flexíveis. A **convertibilidade forte** é a capacidade de utilizar uma moeda sob um regime de câmbios fixos.

O Sistema Monetário Europeu (SME) consistia num excelente exemplo destes dois conceitos de convertibilidade. As moedas nele participantes apresentavam uma convertibilidade forte entre elas e uma convertibilidade fraca com as restantes moedas⁴.

⁴ Excluindo alguns casos como as moedas da zona franco e o escudo cabo-verdiano (os quais se encontravam fixados ao franco francês e ao escudo português, respectivamente). Estas duas moedas apresentavam uma convertibilidade forte face a qualquer moeda do SME (e apresentam actualmente uma convertibilidade forte face ao euro).

II.3.2 – Noção de convertibilidade com base na transacção subjacente:

Convertibilidade real *versus* convertibilidade financeira

Convertibilidade da BTC *versus* convertibilidade da BCF

Até agora a discussão tem sido conduzida tendo como base a noção de que convertibilidade é um conceito de natureza financeira ou monetária e que depende do grau de restrições cambiais existentes e do tipo de regime cambial. Contudo, mesmo que não existam restrições cambiais, a convertibilidade pode ser afectada por um outro tipo de restrições. Pode ser afectada por controlos às transacções subjacentes, nomeadamente por restrições comerciais. Assim, uma moeda que seja convertível, no sentido de não estar sujeita a restrições cambiais (noção geralmente adoptada), pode ser tornada praticamente inconvertível através da imposição de restrições comerciais. Esta separação entre transacções financeiras (ou monetárias) e transacções reais (ou de bens e serviços) é a fronteira que separa o conceito de **convertibilidade financeira** ou monetária (inexistência de restrições cambiais) do conceito de **convertibilidade real** ou de bens e serviços (inexistência de restrições comerciais).

Para além desta classificação, a transacção subjacente permite ainda a identificação de outros dois classificadores de convertibilidade: a convertibilidade da BTC e a convertibilidade da BCF.

A **convertibilidade da BTC** assenta na liberalização das transacções correntes. No entanto, a liberalização destas encerra duas componentes: a liberalização cambial (associada à noção de convertibilidade financeira) e a liberalização comercial (associada à noção de convertibilidade real). O conceito mais exigente de convertibilidade da BTC assume a convertibilidade financeira e a convertibilidade real. No entanto, o conceito mais comum é menos exigente, pois assume apenas a convertibilidade financeira. Existe um conceito ainda menos exigente, o qual requer somente algum grau de

convertibilidade financeira, nomeadamente o direito de converter saldos de moeda nacional em moeda estrangeira resultantes de, ou necessários para efectuar, transacções correntes, podendo existir outras formas de restrições cambiais que limitem a convertibilidade financeira.

A **convertibilidade da BCF** assenta na liberalização das operações de capitais e financeiras, ou seja, assenta na liberalização cambial (associada à noção de convertibilidade financeira) deste tipo de operações. Tal como no caso anterior, existe um conceito menos exigente, o qual requer somente algum grau de convertibilidade financeira, nomeadamente o direito de converter saldos de moeda nacional em moeda estrangeira resultantes de, ou necessários para efectuar, operações de capital ou financeiras, podendo existir outras formas de restrições cambiais que limitem a convertibilidade financeira.

II.3.3 – Noção de convertibilidade com base na abrangência geográfica:

Convertibilidade regional *versus* convertibilidade global

Do ponto de vista da abrangência geográfica, a distinção pode ser feita entre convertibilidade regional e convertibilidade global. A **convertibilidade regional** refere-se ao direito de converter moeda nacional em activos denominados nas moedas de países de uma determinada região. A **convertibilidade global**, por seu lado, confere o direito de converter moeda nacional em activos denominados em qualquer moeda.

Em relação a estes dois classificadores de convertibilidade é necessário ter em atenção duas ressalvas. A primeira é que a convertibilidade apenas é relevante ou necessária em relação às principais moedas internacionais. Tal como acontece com as línguas, não é necessário saber falar todas as línguas do planeta; basta falar algumas das línguas mais faladas para assegurar a comunicação global. Com isto entenda-se que basta que uma moeda seja convertível em relação às principais moedas para que (através dos câmbios cruzados) seja convertível em qualquer moeda. A segunda é que só faz

sentido dizer que determinada moeda satisfaz o conceito de convertibilidade regional se as outras moedas da região não forem convertíveis noutras moedas fora da região. Caso contrário, poderá haver convertibilidade global, ou pelo menos convertibilidade regional referente a um espaço superior àquele a que essa determinada moeda é directamente convertível.

II.3.4 – Noção de convertibilidade com base nos detentores dos activos:

Convertibilidade interna *versus* convertibilidade externa

Sob o ponto de vista dos detentores dos activos, a distinção faz-se entre convertibilidade interna (ou convertibilidade dos residentes) e convertibilidade externa (ou convertibilidade dos não residentes).

A **convertibilidade interna** refere-se ao direito atribuído aos residentes de adquirir, deter e transaccionar activos denominados em moeda estrangeira⁵. É uma noção de convertibilidade da moeda entre residentes. Em contraste, **convertibilidade externa** refere-se ao direito atribuído aos não residentes de adquirir, deter e transaccionar activos denominados em moeda estrangeira. É uma noção de convertibilidade da moeda entre residentes e não residentes.

Tal como os conceitos anteriores, na óptica dos detentores dos activos podem ser definidos vários graus de convertibilidade. Uma noção menos exigente de convertibilidade interna/externa assenta simplesmente na possibilidade de os residentes/não residentes abrirem e movimentarem contas bancárias em moeda estrangeira nos bancos nacionais e deterem moeda estrangeira (as quais constituem apenas uma parte dos activos denominados em moeda estrangeira possíveis de existir). Nesta noção menos exigente, basta esta possibilidade existir para já ser considerado

⁵ Contudo, este termo já foi usado, em alguns países em transição, como o direito de trocar moeda nacional por bens (uma vez que se verificavam algumas restrições em adquirir alguns tipos de bens) e como sinónimo de convertibilidade da BTC.

haver convertibilidade interna/externa.

De salientar, no entanto, que qualquer uma destas noções de convertibilidade interna e externa não é compatível com a aplicação de taxas diferenciadas ou subsídios à aquisição, detenção ou transacção de activos denominados em moeda estrangeira. A sua aplicação constitui uma restrição à convertibilidade interna e externa.

A noção de convertibilidade analisada sob o ponto de vista dos detentores dos activos é um conceito imprescindível no estudo dos PVD e dos países em transição. O desenvolvimento dos mercados financeiros nos PVD e a orientação para uma economia de mercado por parte dos países em transição — com o crescente acesso a uma diversa gama de activos estrangeiros — sujeita estes dois grupos de países ao risco da substituição de activos ou, pelo menos, ao risco da dolarização⁶. Para evitar este risco, verifica-se muitas vezes a existência de restrições à convertibilidade interna, sendo as mais comuns as relacionadas com a aquisição, detenção ou transacção de moeda estrangeira, as quais são normalmente materializadas através da interdição da abertura de contas bancárias em moeda estrangeira, ou da imposição de condicionalismos à sua movimentação, assim como através da obrigatoriedade de repatriar e converter em moeda nacional, junto do Banco Central, as divisas resultantes das receitas de exportação de bens e de crédito de invisíveis.

Após a caracterização dos vários classificadores de convertibilidade, torna-se agora necessário apresentar detalhadamente as vantagens e desvantagens dos diversos tipos e graus de convertibilidade de uma moeda.

⁶ A dolarização é normalmente medida através do *ratio* dos depósitos em moeda estrangeira relativamente à massa monetária (sendo incluído nesta os depósitos em moeda estrangeira). O termo dolarização não se refere, assim, somente ao USD, mas igualmente às restantes moedas estrangeiras.

II.4 – Vantagens e desvantagens associadas aos diversos tipos e graus de convertibilidade

II.4.1 – Convertibilidade real e convertibilidade financeira

Relativamente à classificação segundo o ponto de vista da transacção subjacente são possíveis duas subclassificações. A primeira contrapõe a convertibilidade real à convertibilidade financeira, consoante se verifiquem restrições comerciais ou restrições cambiais, respectivamente. A adopção de uma ou de outra não é independente das relações políticas entre os países. De facto, quando um país adopta medidas restritivas de natureza comercial (ou seja, medidas proteccionistas) sujeita-se à crítica e à retaliação por parte dos seus parceiros comerciais. Podem criar-se *lobbies* de pressão política e a necessidade de negociações diplomáticas entre os países. As restrições cambiais, por seu lado, são menos perceptíveis e sempre justificáveis, entre outros argumentos, com a escassez de meios de pagamento externos para o cumprimento das obrigações.

As restrições comerciais e as restrições cambiais podem substituir-se uma à outra ou complementar-se. As restrições cambiais são usadas mais frequentemente na execução da política macroeconómica, como, por exemplo, evitar a redução do nível de reservas externas. As restrições comerciais são essencialmente usadas com o objectivo de proteger ou promover as indústrias nacionais. No entanto, este objectivo também pode ser procurado com a adopção de restrições cambiais, nomeadamente às importações ou, se o objectivo for proteger as indústrias já instaladas, ao investimento directo estrangeiro ou ao pagamento de rendimentos a não residentes. Relativamente às implicações fiscais, as restrições cambiais podem afectar as receitas do Governo indirectamente, consoante os seus efeitos sobre a base fiscal interna. Em contraste, as restrições comerciais, nomeadamente os impostos, têm uma implicação fiscal directa.

A liberalização comercial e cambial podem ambas aumentar o bem estar, a eficiência inter e intra-temporal da afectação de recursos e o crescimento económico. O



desafio assenta na sequência e coordenação das várias fases da liberalização cambial e comercial de modo a minimizar o custo de ajustamento. Regra geral, tem-se constatado que a liberalização cambial precedendo, ou pelo menos acompanhado, a liberalização comercial tem possibilitado a minimização dos custos de ajustamento e a sustentabilidade da execução das reformas.

II.4.2 – Convertibilidade da BTC e convertibilidade da BCF

A segunda classificação, segundo o ponto de vista da transacção subjacente, contrapõe a convertibilidade da BTC à convertibilidade da BCF. Trata-se de uma noção que à primeira vista parece muito próxima da anterior uma vez que as restrições comerciais apenas afectam a BTC e quando se pensa em restrições cambiais, pensa-se inicialmente em restrições à BCF. No entanto, as restrições cambiais afectam igualmente a BTC, sendo em muitos casos o tipo de restrição dominante à realização destas transacções. A lógica da separação entre convertibilidade da BTC e convertibilidade da BCF apresenta-se, assim, distinta da lógica da separação entre convertibilidade real e convertibilidade financeira, apesar de ambas se basearem na análise ao tipo de transacção subjacente.

A convertibilidade da BTC (no sentido mais exigente, ou seja, satisfazendo os conceitos de convertibilidade financeira e de convertibilidade real), apresenta a vantagem de proporcionar novas oportunidades de consumo e de promover a produção interna através da maior facilidade de acesso a matérias primas industriais e tecnologia. Não menos importante que estes benefícios directos, são os benefícios indirectos resultantes da criação de um ambiente mais competitivo e da consequente necessidade de tomada de decisões de investimento e produção assentes numa melhor afectação de recursos e na vantagem comparativa do país.

Apesar de as vantagens apontarem favoravelmente para a adopção da convertibilidade da BTC, as desvantagens assentes nos riscos envolvidos têm inibido as decisões políticas nesse sentido. De facto, a liberalização das transacções correntes pode originar graves consequências económicas, sendo de destacar o aumento das

importações, quer de bens exclusivamente produzidos no exterior, quer através da substituição de produtos nacionais por bens importados, situação que provoca desequilíbrios na BTC, pressões sobre a taxa de câmbio, aumento do desemprego e um menor crescimento económico — com todas as consequências sociais associadas. Este é, regra geral, o maior receio dos decisores políticos em dar o passo decisivo de liberalizar as transacções correntes.

Relativamente à convertibilidade da BCF, as vantagens de uma liberalização assentam no acesso a capital e a tecnologias existentes no exterior, constituindo factores decisivos no desenvolvimento económico. A sua implementação não é tão simples quanto a da convertibilidade da BTC, pois normalmente são necessárias reformas profundas no enquadramento legal e nos sistemas financeiros. As desvantagens assentam nos riscos inerentes a uma fuga ou a uma entrada massiva de capitais e consequente grande variabilidade do nível de reservas externas, volatilidade das taxas de juro e pressão para a instabilidade das taxas de câmbio — situação que inibe a adopção deste tipo de convertibilidade nos países com um regime de câmbios fixos.

A convertibilidade da BCF não tem sido tão adoptada quanto a convertibilidade da BTC, mas a recente liberalização dos mercados de capitais e desregulamentação do sector financeiro, verificadas a nível mundial, têm contribuído para o aumento da convertibilidade, *de jure* ou *de facto*, da BCF.

Quer a convertibilidade da BTC quer a convertibilidade da BCF podem dificultar seriamente a gestão da política macroeconómica dado o forte impacto que podem ter nas diversas rubricas da balança de pagamentos. Sob um regime de câmbios fixos, a autoridade tem pouco espaço de manobra para operações de esterilização e, deste modo, desequilíbrios externos (défices ou excedentes) têm um impacto directo na massa monetária em circulação e no nível de reservas, podendo originar uma enorme pressão para o ajustamento da taxa de câmbio. Sob um regime de câmbios flexíveis, a taxa de câmbio pode tornar-se bastante volátil, e a transmissão dos seus efeitos pode dificultar os esforços para manter uma inflação baixa e um crescimento económico sustentado.

II.4.3 – Convertibilidade regional ou convertibilidade global

O primeiro passo para a convertibilidade da moeda adoptado por um país é a convertibilidade da BTC. No entanto, a decisão política para este primeiro passo é muitas vezes difícil dados os riscos envolvidos atrás caracterizados. Uma das possíveis formas de minorar este risco é somente tornar a moeda convertível face a determinadas moedas de uma região, nomeadamente face a moedas de uma região com a qual as trocas comerciais são mais intensas e se verificam eventuais remessas de emigrantes (o que traduz a existência de mobilidade do trabalho). Desta forma, a implementação da convertibilidade regional estaria próxima do conceito teórico das zonas monetárias óptimas, o que poderia minimizar os eventuais custos de ajustamento e ser um factor favorável para a sustentabilidade da convertibilidade regional. O passo seguinte, a convertibilidade global, permitiria ao país beneficiar de uma plena integração económica e financeira no contexto mundial.

II.4.4 – Convertibilidade interna e convertibilidade externa

Uma das principais vantagens para um país adoptar a convertibilidade interna é o facto de permitir aos residentes a imunização face ao risco de inflação (perda do poder de compra da moeda nacional) e face ao risco cambial (depreciação da moeda). Ou seja, ao permitir que os residentes detenham activos denominados em moeda estrangeira (por exemplo, a abertura de contas bancárias em moeda estrangeira, ou a simples posse de moeda estrangeira), estes deixam de estar sujeitos àqueles dois tipos de risco. Isto não significa que a convertibilidade interna implique que a moeda estrangeira tenha de circular como moeda oficial, a par com a moeda nacional. Basta que a moeda estrangeira seja credível e com aceitação geral nas funções de unidade de conta, meio de pagamento e reserva de valor.

A contra-argumentação desta vantagem baseia-se no facto de a convertibilidade interna poder originar a substituição da moeda — a má moeda afasta a boa moeda. Regra geral, verifica-se a substituição da moeda nacional pelo USD, pelo que se costuma designar este fenómeno de substituição de moeda por dolarização,

(ressalvando, no entanto, o facto de este ser um termo genérico e não dizer respeito somente ao USD). A convertibilidade interna pode facilitar este fenómeno, mas não pode ser defendido que a convertibilidade interna seja a sua causa. A sua causa assenta na descredibilização da moeda nacional. A experiência tem demonstrado que nos países em que a moeda nacional não é credível e não existe convertibilidade interna está fortemente implantado um mercado paralelo de câmbios, o qual permite a compra de moeda estrangeira para o propósito, entre outros, de reserva de valor.

O incentivo a um mercado paralelo de câmbios pode existir quer sob um regime de câmbios flexíveis, quer sob um regime de câmbios fixos. Sob um regime de câmbios flexíveis, os agentes procuram moeda estrangeira para fazer face ao risco de inflação e ao risco cambial. Sob um regime de câmbios fixos, os agentes procuram moeda estrangeira para fazer face somente ao risco de inflação, uma vez que a taxa de câmbio está fixa e assim, em princípio, o risco cambial é reduzido. No entanto, podem procurar igualmente moeda estrangeira para fazer face ao risco cambial se a credibilidade do regime de câmbios fixos começar a ser posta em causa (o que poderá originar, de facto, a insustentabilidade do regime).

Para além destas considerações, a ausência de convertibilidade interna pode originar graves consequências económicas, nomeadamente:

(i) a dificuldade da gestão macroeconómica, devido ao desenvolvimento de uma economia paralela assente na circulação ilegal de moeda estrangeira, que escapa ao crivo das estatísticas oficiais. As suas consequências sentem-se em todas as esferas da área económica. Na esfera monetária e real, porque a oferta de moeda deixa de ser uma variável endógena e, deste modo, as autoridades ficam incapazes de conduzir a política monetária, originando implicações sobre o sector real da economia e comprometendo o objectivo de estabilidade de preços. Na esfera fiscal, porque a economia paralela priva os cofres do estado de receitas tributárias. Na esfera cambial, porque a economia paralela que funciona com base na circulação ilegal de moeda estrangeira, normalmente o USD, pode originar uma taxa de câmbio da moeda nacional completamente separada da realidade do mercado, ou seja, pode levar à indeterminação da taxa de câmbio.

- (ii) a alimentação da cadência inflacionista e uma pressão para o défice comercial, uma vez que na ausência de aplicações que funcionem como reserva de valor, os agentes têm um incentivo a trocar toda a moeda nacional que detenham por bens (de produção interna ou importados), originando uma forte pressão sobre a procura e, deste modo, a aceleração da inflação.
- (iii) o fomento de um elemento de desintermediação financeira, quer por os bancos comerciais se verem privados de uma área de negócios, quer por estes perderem o incentivo para a intermediação económica, uma vez que a especulação cambial, nestas circunstâncias, pode originar rendimentos significativamente mais atractivos que a intermediação económica.
- (iv) o fomento de um elemento discriminatório, beneficiando os agentes com acesso a divisas à taxa oficial, face aos que não têm esta possibilidade e, deste modo, são obrigados a recorrer ao mercado paralelo de câmbios e a suportar o prémio a ele associado.
- (v) a má afectação de recursos, uma vez que os agentes com acesso a divisas à taxa oficial as utilizam para obter rendimentos bastante elevados com a especulação cambial.
- (vi) uma maior instabilidade cambial, uma vez que a impossibilidade de detenção de activos denominados em moeda estrangeira como, por exemplo, a detenção de moeda estrangeira, não permite que estes funcionem como um estabilizador automático da taxa de câmbio. Esta situação é sobretudo importante nos PVD, pois muitos deles concentram as suas exportações essencialmente num único produto (como a castanha de cajú ou o cacau) e, assim, a entrada de divisas na economia acontece sempre em determinadas alturas do ano. Não havendo a possibilidade de os agentes económicos deterem moeda estrangeira, não pode haver a acumulação de divisas por altura dos recebimentos e a desacumulação de divisas sempre que seja necessário efectuar pagamentos. A procura e oferta de divisas não pode ser atenuada através da variação do montante de moeda estrangeira que os agentes detenham, sendo sempre transmitida para o mercado de câmbios e, deste forma, repercutindo-se numa maior instabilidade da taxa de câmbio.

(vii) uma maior propensão para a fuga de capitais, pois os agentes económicos procuram no exterior activos que os protejam do risco de inflação e do risco cambial.

É ainda importante salientar que em muitos países existe a obrigatoriedade de se efectuar, total ou parcialmente, o repatriamento e a conversão em moeda nacional, junto do Banco Central, das receitas de exportação de bens e/ou de crédito de invisíveis. A inexistência de convertibilidade interna é um incentivo ao incumprimento desta obrigação por diversos expedientes, ou pelo menos um incentivo ao não repatriamento da parte das receitas que não se encontra sujeita a esta obrigação.

Directamente proporcional com o grau de convertibilidade externa é a atractividade do país à entrada de capitais, nomeadamente à entrada de capitais não especulativos como o investimento directo estrangeiro, contribuindo decisivamente para o acesso a novas tecnologias, desenvolvimento industrial e crescimento económico.

Para concluir, pode-se referir que a convertibilidade interna melhora a eficiência financeira, uma vez que proporciona uma competição entre os activos internos e externos e uma maior variedade de activos com rendimentos e riscos diferentes. O confronto entre as condições das aplicações internas e externas permite que as políticas económicas nacionais sejam comparadas e avaliadas face às políticas económicas adoptadas pelos outros países. Por outro lado, a convertibilidade externa está muito associada aos incentivos para o movimento de capitais. A existência de restrições à convertibilidade externa limita esses movimentos. A não existência deste tipo de restrições, ou seja, a observância de convertibilidade externa é uma garantia e, deste modo, um incentivo para os não residentes efectuarem transacções económicas com os residentes de um país em que esta se verifique. A adopção da convertibilidade interna e da convertibilidade externa não são mutuamente exclusivas. Pelo contrário, não é muito praticável apenas a implementação de uma delas e o sucesso de uma depende do sucesso da outra.

II.4.5 – Convertibilidade fraca ou convertibilidade forte

Neste estudo das vantagens e desvantagens associadas aos diversos tipos de convertibilidade, deixou-se propositadamente para o fim os classificadores de convertibilidade fraca e convertibilidade forte. Até agora, todos os classificadores apresentados podiam ser delimitados, pelo menos conceptualmente. Ou seja, segundo a análise da transacção subjacente, é possível utilizar uma moeda para todo o tipo de transacções, ou é impossível utilizá-la de todo. Segundo a análise da abrangência geográfica, é possível trocar uma moeda por qualquer outra moeda (convertível), ou é impossível trocá-la de todo. Segundo a análise dos detentores dos activos, é possível um residente/não residente adquirir, deter e transaccionar activos denominados em moeda estrangeira, ou é impossível de todo. Qualquer um destes extremos define a fronteira destes conceitos de convertibilidade.

No entanto, a análise à convertibilidade segundo a óptica do regime cambial (ou seja, a utilização dos classificadores de convertibilidade fraca e de convertibilidade forte) assenta no conceito de valor cambial da moeda, o qual não é possível ser delimitado. Uma moeda que verifique a noção de convertibilidade forte (regime de câmbios fixos) garante, pelo menos em princípio, o seu valor, mas o mesmo já não se passa em relação a uma moeda que verifique a noção de convertibilidade fraca (regime de câmbios flexíveis). Torna-se assim claro, que a utilidade do conceito de convertibilidade de uma moeda quando o seu valor pode oscilar sem limites é muito reduzido, podendo até ser questionado se existe de facto. A questão essencial nesta abordagem assenta no risco cambial. Será que quem opera com uma moeda está disposto a suportar o risco cambial inerente à mesma? A convertibilidade forte afecta este risco ao emissor de moeda; a convertibilidade fraca transfere este risco para o detentor da moeda⁷.

⁷ Na prática considera-se que as moedas têm diversos graus de convertibilidade segundo o seu valor, o qual depende não só do regime cambial adoptado, mas igualmente da credibilidade e liquidez da moeda. Assim, pode acontecer que uma moeda credível e com grande liquidez que verifique a noção fraca de convertibilidade seja encarada como tendo mais valor que uma moeda menos credível e com menos liquidez que verifique a noção forte de convertibilidade.

II.4.6 – Comentário final

Relativamente aos dois grupos de classificadores mais utilizados, (convertibilidade da BTC *versus* convertibilidade da BCF e convertibilidade interna *versus* convertibilidade externa), pode salientar-se que a convertibilidade da BTC, assim como a convertibilidade interna, têm em atenção a competitividade da economia, ao passo que a convertibilidade da BCF, assim como a convertibilidade externa, têm em atenção a capacidade da economia em atrair capitais estrangeiros. Há, concerteza, sobreposições nos efeitos de cada tipo de convertibilidade, mas eles não invalidam esta distinção genérica.

II.4.7 – A noção de convertibilidade adoptada pelo FMI; aplicação ao caso dos PALOP

O Acordo Relativo ao FMI prevê, no artigo VIII, um grau de convertibilidade intermédio. Para a moeda de um Estado-membro ser considerada convertível segundo o art. VIII, este não pode aplicar:

- 1) restrições a pagamentos⁸ referentes a transacções correntes — secção 2;
- 2) prática de câmbios múltiplos⁹ — secção 3;
- 3) restrições à convertibilidade de saldos de moeda nacional em moeda estrangeira, detidos por outros membros do FMI (não residentes), adquiridos em resultado de transacções correntes ou necessários para efectuar pagamentos respeitantes a transacções correntes — secção 4.

Os Estados-membros que não se encontrem ainda ao abrigo do art. VIII beneficiam das disposições transitórias do art. XIV, secção 2, as quais permitem que um país, ao tornar-se membro do FMI, mantenha e adapte às novas circunstâncias a

⁸ Entenda-se estes pagamentos (i) em sentido lato, ou seja, pagamentos e transferências e (ii) nos dois sentidos, isto é, de residentes a não residentes (pagamentos) e de não residentes a residentes (recebimentos).

⁹ O FMI considera haver prática de câmbios múltiplos, sujeita à jurisprudência do Fundo ao abrigo do art. VIII, sempre que um Estado-membro adopte acções que originem um *spread* superior a 2% entre as taxas de compra e venda para transacções cambiais à vista (*spot*) com qualquer outro Estado-membro.

primeira interdição atrás referida. Neste caso, a moeda do Estado-membro é considerada como inconvertível.

Considerações adicionais

- 1) Não é o facto de um Estado-membro aceitar as disposições do art. VIII que garante que a sua moeda seja automaticamente trocada pela moeda de qualquer outro Estado-membro. É apenas um compromisso, por parte do Estado-membro que aceitou as disposições do art. VIII, em comprar os saldos da sua própria moeda em posse de outro membro, por contrapartida de DSE ou da moeda do membro que esteja a requer o pagamento, nas condições previstas pelo art. VIII.
- 2) O conceito de convertibilidade segundo o art. VIII não é violado se um Estado-membro aplicar:
 - restrições comerciais, ou seja:
 - restrições tarifárias à importação ou exportação de bens;
 - restrições não tarifárias à importação ou exportação de bens, ou ao débito ou crédito de serviços;
 - restrições às operações de capital e financeiras;
 - restrições à convertibilidade de saldos de moeda nacional em moeda estrangeira detidos por outros membros do FMI (não residentes), se os saldos a converter não forem adquiridos em resultado de transacções correntes ou se a sua conversão não se destinar a efectuar pagamentos referentes a transacções correntes;
 - restrições à convertibilidade de saldos de moeda estrangeira em moeda nacional.
- 3) A prática do FMI tem admitido uma excepção à convertibilidade da BTC, ou seja, tem admitido a existência de uma restrição cambial às transacções correntes. Trata-se da obrigatoriedade de repatriar, ou de repatriar e de converter em moeda nacional junto do Banco Central, as receitas de exportação de bens e/ou de crédito de

invisíveis correntes.

4) Pode haver excepções a cada uma das interdições previstas no art. VIII. A primeira interdição pode ser temporariamente suspensa de acordo com as condições do art. VII secção 3(b), (escassez de uma moeda). A segunda interdição pode ser suspensa por autorização do Fundo, conforme a redacção do próprio art. VIII, secção 3. A terceira pode igualmente ser suspensa de acordo com o previsto no art. VIII, secção 4(b), que abarca as seguintes situações: (i) escassez de moeda; (ii) saldos acumulados em resultado de transacções efectuadas anteriormente à supressão, por um membro, das restrições mantidas ou impostas nos termos do art. XIV, secção 2; (iii) saldos adquiridos de forma contrária à regulamentação cambial do membro ao qual foi solicitada a sua aquisição; e (iv) impossibilidade, por qualquer razão, do direito de comprar ao Fundo moedas de outros membros contra a sua própria moeda. Desta forma, uma moeda que seja considerada convertível de acordo com o art. VIII, pode ver as interdições previstas nas secções 2, 3 e 4 temporariamente suspensas continuando, contudo, a ser considerada convertível de acordo com o art. VIII.

Para melhor compreensão do conceito de convertibilidade da moeda utilizado pelo FMI, elaborou-se o seguinte quadro que o posiciona de acordo com os classificadores de convertibilidade atrás caracterizados:

Quadro 1: Classificação do conceito de convertibilidade do FMI

Regime cambial

- | | | |
|--|---|----------------|
| - convertibilidade fraca (regime de câmbios flexíveis)
ou
- convertibilidade forte (regime de câmbios fixos) | } | Não distingue. |
|--|---|----------------|

Transacção subjacente

- | | |
|--|---|
| - convertibilidade real (inexistência de restrições comerciais)
e
- convertibilidade financeira (inexistência de restrições cambiais) | - Não exigida.

- Exigida somente para as transacções correntes.* |
| - convertibilidade da BTC (transacções correntes liberalizadas)
e
- convertibilidade da BCF (oper. de capital e financ. liberalizadas) | - Exigida somente a liberalização cambial.*

- Não exigida. |

Abrangência geográfica

- | | | |
|---|---|--|
| - convertibilidade regional (face a algumas moedas)
ou
- convertibilidade global (face a todas a moedas convertíveis) | } | Tem de existir convertibilidade global relativamente a todas as moedas convertíveis. |
|---|---|--|

Detentor dos activos

- | | |
|---|---|
| - convertibilidade interna (convertibilidade dos residentes)
e
- convertibilidade externa (convertibilidade dos não residentes) | - Não exigida.

- Exigida em algum grau, nomeadamente que seja permitida, aos não residentes, a conversão em moeda estrangeira dos seus saldos de moeda nacional resultantes de, ou necessários para efectuar, transacções correntes. |
|---|---|

* Salvo a excepção admitida pela prática do FMI, identificada no ponto 3 das considerações adicionais.

ou seja:

- não distingue entre convertibilidade fraca e convertibilidade forte. A noção de convertibilidade adoptada pelo FMI é indiferente ao regime cambial (flexível ou fixo) adoptado pelo país;
- não exige a convertibilidade real, apenas exige a convertibilidade financeira e somente para as transacções correntes, ou seja, admite a existência de restrições comerciais, apenas não admite a existência de restrições cambiais às transacções correntes (salvo a excepção admitida pela prática do FMI, identificada no ponto 3 das considerações adicionais);
- não exige a convertibilidade da BCF, apenas exige a convertibilidade da BTC, e apenas no sentido da inexistência de restrições cambiais (salvo a excepção admitida pela prática do FMI, identificada no ponto 3 das considerações adicionais);
- exige a convertibilidade global, embora este global diga somente respeito às moedas convertíveis;
- não exige a convertibilidade interna e apenas exige algum grau de convertibilidade externa (o direito atribuído aos não residentes de converter em moeda estrangeira os seus saldos de moeda nacional resultantes de, ou necessários para efectuar, transacções correntes).

A seguir é apresentado um quadro em que se aplicam os critérios de convertibilidade do FMI aos países africanos de língua oficial portuguesa (PALOP), esquematizando detalhadamente as restrições comerciais e a posição de convertibilidade de moeda de cada PALOP.

Quadro 2: Restrições Comerciais e Posição de Convertibilidade da Moeda de Cada PALOP

	Angola	Cabo Verde	Guiné-Bissau	Mozambique	São Tomé e Príncipe	Convertibilidade segundo o art. VIII
Restrições à balança de pagamentos						
Restrições às transações correntes						
Comerciais (restrições tarifárias à importação/exportação de bens e restrições não tarifárias à importação/exportação de bens e ao débito/crédito de serviços)						
1	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Admissível
2	Sim	Não	Não	Não	Não	Admissível
3	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Admissível
4	Sim	Não	Não	Não	Não	Admissível
Restrições Comerciais:						
Posição de Convertibilidade da Moeda:						
5	Sim	Não	Não	Não	Não	Não admissível
6	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não admissível
7	Sim	Não	Não	Não	Não	Não admissível
8	Sim	Não	Não	Sim	Não	Não admissível
9	Não	Não	Não	Não	Não	Não admissível
10	Não	Não	Não	Não	Não	Não admissível
11	Não	Não	Não	Não	Não	Não admissível
12	Não	Não	Não	Não	Não	Não admissível
13	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Admissível
14	Não	Não	Não	Não	Sim	Não admissível
15	Sim	Não	Não	Não	Não	Não admissível
16	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Admissível
Restrições à conversibilidade de saldos em moeda nacional detidos por outros membros do FMI (não residentes) resultantes de, ou para efectuar pagamentos respeitantes a, transações correntes - art.VIII, secção 4 (restrição cambial)						
Obrigatoriedade de repatriamento, ou de repatriamento e de conversão em moeda nacional junto do Banco Central, das receitas de exportação de bens e/ou de crédito de invisíveis (A prática do FMI não tem considerado esta obrigatoriedade como estando em contradição com o art. VIII, apesar de em termos técnicos englobar uma restrição cambial às transações correntes).						
Beneficia das disposições transitórias do art. XIV? (Se sim => moeda considerada como não convertível)						
Moeda convertível segundo o art. VIII? (Se sim => o Estado-membro já abdicou das disposições transitórias do art. XIV)						
Moeda totalmente convertível?						

Fonte: Exchange Arrangements and Exchange Restrictions - Annual Report 1999, legislação nacional dos PALOP.

Sim

Admissível

Significa que são admissíveis restrições segundo o conceito de convertibilidade do art. VIII.

Significa que existem restrições que não são admissíveis segundo o conceito de convertibilidade do art. VIII.

Significa que não são admissíveis restrições segundo o conceito de convertibilidade do art. VIII.

III – Regimes cambiais

III.1 – Caracterização dos vários regimes de taxa de câmbio consoante o seu grau de rigidez

- Câmbios flexíveis (em ordem crescente de rigidez)

- Flutuação livre — *independent floating*

A taxa de câmbio é determinada pelo mercado, podendo haver, no entanto, intervenções no mercado cambial para reduzir a volatilidade e para precaver grandes flutuações na taxa de câmbio, sem qualquer pretensão para a manter num determinado nível.

- Flutuação controlada — *managed floating*

Neste caso, a autoridade monetária intervém no mercado cambial com o objectivo de influenciar o movimento da taxa de câmbio, sem o especificar nem se comprometer com qualquer evolução pretendida.

- Câmbios fixos (em ordem crescente de rigidez)

- Ligação cambial deslizante com banda de flutuação — *crawling band*

A moeda nacional de um país encontra-se ligada, *de jure* ou *de facto*, a outra moeda ou a um cabaz de moedas, podendo a taxa de câmbio variar dentro de uma banda de flutuação superior a $\pm 1\%$ face à taxa central, a qual é ajustada periodicamente a uma taxa fixa pré-anunciada ou em resposta a alterações em determinados indicadores quantitativos.

- Ligação cambial deslizante — *crawling peg*

A moeda nacional de um país encontra-se ligada, *de jure* ou *de facto*, a outra

moeda ou a um cabaz de moedas, podendo a taxa de câmbio variar dentro de uma margem apertada que não pode exceder $\pm 1\%$ face à taxa central, a qual é ajustada periodicamente, em pequenas variações, a uma taxa fixa pré-anunciada ou em resposta a alterações em determinados indicadores quantitativos.

- Ligação cambial com banda de flutuação — *peg with bands*

A moeda nacional de um país encontra-se ligada, *de jure* ou *de facto*, a outra moeda ou a um cabaz de moedas, podendo a taxa de câmbio variar dentro de uma banda de flutuação superior a $\pm 1\%$ face à taxa central.

- Ligação cambial — *peg*

A moeda nacional de um país encontra-se ligada, *de jure* ou *de facto*, a outra moeda ou a um cabaz de moedas, podendo a taxa de câmbio variar dentro de uma margem apertada que não pode exceder $\pm 1\%$ face à taxa central.

- *Currency Board Arrangement*

Na sua forma mais simples, um *currency board* (CB) pode ser definido como um acordo monetário (i) baseado num compromisso legal e explícito de a autoridade monetária trocar a moeda nacional por uma determinada moeda estrangeira (a moeda de reserva) a uma taxa de câmbio fixa e (ii) associado a um requisito explícito (*backing rule*) de os passivos monetários se encontrarem totalmente garantidos pela moeda de reserva, por qualquer outro activo estrangeiro ou por ouro. Este regime monetário implica que a moeda nacional apenas seja emitida em contrapartida da entrada no país (para a conta de reservas oficiais) do respectivo contravalor em activos externos e que permaneça sempre garantida por activos externos.

Num CB com estas características são eliminadas, assim, duas funções tradicionais de um Banco Central: a de regulação monetária (nomeadamente conceder crédito e proceder a operações de esterilização) e a de prestamista de última instância. Um CB com estas características é qualificado como um CB puro.

Contudo, os CB existentes não podem ser qualificados como puros, uma vez que incorporam modificações para que haja algum espaço de manobra para a execução das funções de regulação monetária e de prestamista de última instância, assim como modificações de modo a reflectir os factores locais (como acordos já existentes) e as condições macroeconómicas iniciais (incluindo o montante de reservas existente no momento em que o CB foi estabelecido). Uma das diferenças fundamentais entre os diversos CB consiste na proporção em que os passivos monetários têm que se encontrar garantidos por activos (*backing rule*) e quais os activos elegíveis.

- **Acordo cambial** (união monetária ou substituição total da moeda) — **exchange arrangements with no separate legal tender**

Um acordo cambial é a forma mais rígida de um regime cambial. Neste caso, a moeda nacional não é ligada a outra moeda. A moeda nacional é trocada pela adopção de outra moeda. A nova moeda oficialmente em circulação pode resultar por duas vias. Uma consiste na adesão do país a uma união monetária, cujos estados membros partilham a mesma moeda (como é o caso, por exemplo, da União Europeia (UE) e da zona franco). A outra assenta na substituição total da moeda nacional por outra determinada moeda (como é o caso, por exemplo, do Panamá e como poderá vir a ser o caso da Argentina — país que está ponderando a substituição total do peso pelo USD).

III.2 – Evolução recente dos regimes cambiais adoptados

Com o fim do sistema de Bretton Woods e a adopção de um regime de câmbios flexíveis por parte das economias mais avançadas no início dos anos 70, a maior parte dos PVD continuou, numa primeira fase, a ligar a respectiva moeda nacional a outra moeda — predominantemente o USD ou o franco francês — ou a um cabaz de moedas. Numa segunda fase, a partir do início dos anos 80, este grupo de países começou a aumentar a flexibilidade dos seus regimes cambiais. Inicialmente, a tendência consistiu numa maior preferência por ligar a moeda a um cabaz de moedas (como por exemplo o DSE) ou por adoptar um regime mais flexível, em detrimento de ligar a moeda nacional a uma única moeda âncora, mas gradualmente foi-se assistindo a uma preferência, quer

em termos de número de países, quer em termos da sua importância económica relativa, em flexibilizar ainda mais o regime cambial.

Não obstante esta preferência por uma maior flexibilidade cambial, alguns países mantiveram um regime de câmbios fixos e outros, inclusivamente, optaram por tal em detrimento de regimes mais flexíveis. Como exemplo de países que mantiveram um regime de câmbios fixos podem ser apontados os integrantes da zona franco, zona dividida em três blocos de países, partilhando os países de cada bloco a mesma moeda, que se encontra ligada ao franco francês desde 1948 (tendo-se registado, no entanto, uma significativa desvalorização em 1994, para corrigir a elevada apreciação real da moeda). Relativamente aos países que preferiram um regime de câmbios fixos em detrimento de regimes mais flexíveis, podem ser enunciados os casos de Hong Kong (China) e da Argentina, os quais adoptaram um CB, em 1983 e 1991, respectivamente, sendo o USD a moeda de referência. Todos os restantes PVD que adoptaram um regime de câmbios fixos, em detrimento de regimes mais flexíveis, acabaram, mais tarde, por regressar a regimes mais flexíveis.

Podem ser tecidas várias considerações sobre a evolução das preferências em matéria de regime cambial dos vários países. A reacção inicial dos PVD em continuar a ligar (com um grau variado de rigidez) a sua moeda nacional às principais moedas internacionais, após estas, no início dos anos 70, terem adoptado os câmbios flexíveis, reflectiu a situação em que se encontrava o sistema financeiro de cada PVD na altura. Regra geral, os países com uma maior estabilidade do sistema financeiro conseguiram manter as ligações cambiais, mas os países cujas condições do sistema financeiro não se apresentavam estáveis incorreram frequentemente em ajustamentos da taxa de câmbio ou reduziram a rigidez adoptando *crawling pegs*, tendo, no entanto, alguns deles abandonado efectivamente os câmbios fixos.

Com o decorrer do tempo, outros factores começaram a influenciar a preferência do regime cambial dos países. Um deles foi a evolução evidenciada pelas principais moedas internacionais (que consistiam nas moedas de referência dos câmbios fixos). Os países cujas moedas nacionais se encontravam ligadas à libra esterlina ou ao USD por

razões históricas, e não por fundamentos económicos, começaram a preferir como referência um cabaz de moedas, em detrimento de uma única moeda, à medida que se constatava uma depreciação da libra esterlina na segunda metade dos anos 70 e uma forte apreciação do USD na primeira metade dos anos 80. Mais genericamente, a simples incerteza associada à flutuação cambial das principais moedas internacionais induziu vários países neste movimento de trocar uma única moeda por um cabaz de moedas como referência do regime de câmbios fixos.

Um outro factor que influenciou a preferência do regime cambial consistiu no espoletar de uma cadência inflacionista em muitos PVD durante a década de 80. Os países com taxas de inflação mais elevadas que os seus parceiros comerciais foram obrigados a desvalorizar as suas moedas para evitar a apreciação real da moeda e a consequente deterioração da sua competitividade internacional. Este fenómeno sentiu-se com particular incidência nos países da América Latina, tendo-se verificado em alguns deles a preferência por uma menor rigidez através da substituição de um regime assente num *peg* por um regime assente num *crawling peg*. Contudo, a aceleração da cadência inflacionista para valores excessivamente elevados fez alguns países adoptar um programa económico que definia como elemento central de estabilização a sustentação de um *peg*.

Um terceiro factor que pode ser identificado consistiu nos vários choques externos sentidos na década de 80, nomeadamente o forte aumento da taxa de juro internacional e o abrandamento do crescimento dos países industrializados no início da década, assim como a deterioração dos termos de troca e a crise da dívida em alguns PVD. Um outro ponto digno de realce, embora mais premente a partir do fim dos anos 80, início dos anos 90, foi a maior mobilidade do capital, responsável por um aumento do risco de desequilíbrios externos e internos, numa situação em que paralelamente as operações de esterilização se revelavam cada vez menos eficazes à medida que a mobilidade do capital aumentava.

Desta forma, a preferência por uma maior flexibilidade da taxa de câmbio é uma reacção dos países a condicionalismos internos e externos, sendo a apreciação real da

moeda e a deterioração das contas externas as mais características. A flexibilização da taxa de câmbio tornou-se, assim, num instrumento do processo de ajustamento num mundo que começava a ser cada vez mais integrado e globalizado — dada a crescente liberalização comercial e financeira e inovação tecnológica financeira — e, por esta via, cada vez mais instável e incerto. Paralelamente, começaram a ser reduzidas gradualmente, ou até mesmo eliminadas, as restrições cambiais e a ser estabelecidos leilões e mercados interbancários cambiais reduzindo, assim, o papel directo das autoridades monetárias na determinação da taxa de câmbio. A estas medidas associaram-se a gradual eliminação dos limites de crédito e da fixação das taxas de juro, e o desenvolvimento dos instrumentos indirectos de controlo monetário.

A evolução para um regime de câmbios flexíveis não assentou, contudo, numa flutuação livre, mas numa flutuação controlada, uma vez que a maior parte dos PVD não se encontrava numa posição que permitisse uma flutuação livre das taxas de câmbio, tal como se verificava com as principais moedas internacionais. Os mercados financeiros ainda eram embrionários ou não se encontravam suficientemente desenvolvidos e os mercados cambiais não apresentavam uma profundidade suficiente. Nestas circunstâncias, um mercado não controlado pela autoridade monetária apresentava-se muito volátil e sujeito a grandes flutuações, dado o pequeno número de operações realizadas. Tornava-se, assim, difícil para os agentes económicos aperceberem-se da taxa de câmbio de equilíbrio.

III.3 – A escolha do regime cambial mais apropriado

A escolha do regime cambial mais apropriado à realidade económica de um país tem vindo a ser estudada por todas as correntes económicas. Os principais factores identificados para a tomada de decisão centram-se nas características estruturais, macroeconómicas e institucionais da economia, na sua susceptibilidade aos diversos tipos de choques (choques nominais ou reais, internos ou externos) e na credibilidade dos decisores de política económica e monetária perante os agentes nacionais e estrangeiros.

Teoria das zonas monetárias óptimas

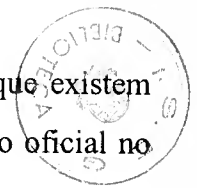
Uma abordagem para a escolha do regime cambial baseia-se na teoria das zonas monetárias óptimas, a qual foca a atenção para o estudo da capacidade do país em manter o equilíbrio externo e interno sob um regime de câmbios fixos ou sob um regime de câmbios flexíveis.

Segundo esta teoria, um regime de câmbios fixos torna-se mais adequado quanto menor for a dimensão do país e maior for o grau de abertura da economia, a concentração da produção e das exportações e a concentração geográfica do comércio. A atractividade dos câmbios fixos aumenta ainda quanto maior for a mobilidade do trabalho (nomeadamente numa situação de grande rigidez de salários e preços) e menor for a mobilidade do capital e o desenvolvimento do sistema económico e financeiro. Relativamente ao diferencial entre a inflação interna e a inflação dos seus maiores parceiros comerciais, quanto maior este for, mais difícil se torna manter um regime de câmbios fixos, pois maior é a necessidade de frequentemente se ajustar a taxa de câmbio (especialmente nos casos de maior mobilidade de capital). No entanto, um país que esteja a viver uma situação de hiperinflação pode obrigar-se a uma disciplina na condução da política económica e adquirir um rápido ganho de credibilidade, através da adopção de um programa económico que defina como elemento central a sustentação de uma regime de câmbios fixos.

Análise dos efeitos dos vários choques económicos

Uma outra abordagem centra-se nos efeitos dos vários choques sobre a economia. Segundo esta análise, o regime cambial mais adequado é aquele que estabiliza o desempenho económico. Regra geral, é aquele que minimiza a flutuação do produto e o crescimento dos preços (podendo, no entanto, ser igualmente assumidos outros objectivos). A escolha de um regime de câmbios fixos ou flexíveis depende, assim, da fonte e da natureza dos choques económicos, das preferências políticas de quais os choques a minimizar e das características estruturais da economia.

Uma extensão desta abordagem considera que a escolha do regime cambial não



se resume à opção entre câmbios (perfeitamente) fixos ou flexíveis, mas que existem vários graus de rigidez, que reflectem diferentes intensidades de intervenção oficial no mercado cambial.

A conclusão central desta análise aos efeitos dos choques sobre a economia aponta para a adequação de alguma rigidez cambial no caso de a economia se encontrar sujeita a choques nominais internos (como choques na procura de moeda) e para a adequação de alguma flexibilidade se a economia se encontrar sujeita a choques nominais externos ou a choques reais externos ou internos (como choques na procura de bens produzidos internamente).

A importância da credibilidade

Um outro factor que pode ser considerado para a escolha do regime cambial é a credibilidade das autoridades económicas e monetárias nacionais. A atenção sobre este factor torna-se premente nos casos em que a taxa de inflação atinge valores bastante elevados e as políticas desenvolvidas pelas autoridades nacionais se revelam incapazes de reduzir a cadência inflacionista por falta de credibilidade. Nestes casos, fixar a taxa de câmbio providencia à economia uma âncora nominal simples e perfeitamente perceptível para os agentes económicos, credibilizando, assim, a intenção das autoridades nacionais em adoptar medidas tendentes à redução da inflação.

Esta é uma visão oposta à preferência de regimes mais flexíveis no caso em que a inflação de um país é sistematicamente superior à dos seus principais parceiros comerciais, só devendo ser entendida como aplicável nos casos extremos de elevada inflação e reduzida credibilidade.

Normalmente, a principal fonte geradora de problemas é o financiamento monetário dos défices públicos. Esta é uma situação característica dos PVD, os quais são muitas vezes incapazes de separar a política orçamental da política monetária. Adoptar uma taxa de câmbio fixa obriga à contenção dos défices públicos e elimina, ou pelo menos restringe significativamente, o seu financiamento monetário, o que origina a perda do imposto de inflação como uma componente importante para o equilíbrio das

contas públicas. Desta forma, consegue-se reduzir substancialmente as expectativas inflacionistas dos agentes nacionais, o que constitui, de facto, um passo efectivo para a redução da inflação.

Síntese dos diversos factores a considerar na escolha de um regime cambial

O quadro da página seguinte sintetiza todo o raciocínio desenvolvido, nos três pontos anteriores, sobre as considerações relativas à decisão do regime cambial a implementar num país. Os factores que devem ser tomados em conta nesta decisão são apresentados ao centro. Consoante a situação do país relativamente a estes factores, assim a decisão deve tender para a adopção de maior rigidez no regime cambial (coluna da esquerda) ou para a adopção de maior flexibilidade no regime cambial (coluna da direita).

Quadro 3: Considerações sobre a escolha do regime cambial

**Regime de
câmbios fixos**

**Regime de
câmbios flexíveis**

Teoria das zonas monetárias óptimas

pequena	dimensão da economia	grande
elevado	grau de abertura da economia	reduzido
elevada	concentração da produção e das exportações	reduzida
elevada	concentração geográfica do comércio	reduzida
depende	diferencial entre a inflação interna e externa	depende
reduzido	grau do desenvolvimento económico e financeiro	elevado
elevada	mobilidade do trabalho	reduzida
reduzida	mobilidade do capital	elevada

Efeitos dos choques económicos

muito frequentes	choques nominais internos	pouco frequentes
pouco frequentes	choques nominais externos	muito frequentes
pouco frequentes	choques reais internos ou externos	muito frequentes

Credibilidade

reduzida	credibilidade das autoridades monetárias	elevada
----------	--	---------

III.4 – Currency Boards: vantagens e ilusões

Nos últimos anos, os CB têm ganho alguma popularidade, eventualmente derivada do sucesso da sua adopção por Hong Kong em 1983. Após este caso, seguiu-se, já nos anos 90, a sua adopção pela Argentina (1991), Estónia (1992), Lituânia (1994), Bósnia-Herzegovina (1997) e Bulgária (1997). A sua adopção está a ser estudada na Ásia pela Indonésia, Tailândia e Malásia; na América Latina pelo México, Venezuela e, com menor convicção, pelo Brasil; e na Europa pelos países em transição candidatos à UE.

Contudo, uma atenção mais detalhada aos pressupostos destes vários casos permite constatar que não são CB puros, facto que poderá ter contribuído para a sua sustentabilidade, dada a maior flexibilidade na condução da política económica e monetária. Relativamente a um CB puro, são normalmente apresentadas algumas vantagens que o caracterizam como um regime cambial que sobressai pela positiva quando comparado com outras formas de fixar a taxa de câmbio. As vantagens normalmente enunciadas são, no entanto, um mito, pois assentam em pressupostos incorrectos. Podem ser identificados três mitos normalmente associados aos CB.

1º mito - Não ocorrem ataques especulativos contra um CB porque é um compromisso credível de taxa de câmbio fixa, dado a base monetária estar totalmente coberta por reservas externas

Este é um dos principais mitos que rodeiam um CB. Segundo a argumentação de defesa dos CB, nunca se concretizaria um ataque especulativo e, deste modo, a taxa de juro interna nunca se afastaria significativamente da taxa em vigor no país em relação ao qual foi ligada a moeda. O que a constatação empírica demonstra é o contrário. Os CB não evitam ataques especulativos, como é evidente pelos ataques a que estiveram sujeitos Hong Kong em 1997 (em consequência da crise asiática) e a Argentina em 1995 (com a crise mexicana) e no início de 1999 (com a crise brasileira). A rápida saída de capitais originou a redução automática da liquidez destes países e a consequente subida das taxas de juro provocou uma recessão económica.

Uma das maiores críticas, se não mesmo a maior, que pode ser apontada aos CB diz respeito ao argumento de ser um compromisso credível devido à base monetária se encontrar totalmente coberta por reservas externas. Este argumento encerra uma falha de raciocínio, muitas vezes em consequência da maneira propositada como os CB são apresentados. O erro de raciocínio assenta no facto de os activos nacionais que podem ser trocados por moeda estrangeira não estarem limitados à base monetária (a qual, num CB, está totalmente coberta por reservas) mas a todo o *stock* de activos financeiros líquidos (que constitui um largo múltiplo da base monetária). Desta forma, o facto de a base monetária se encontrar totalmente coberta por reservas externas pouco ou nada garante face a um ataque especulativo. Um indicador mais adequado da sustentabilidade do CB seria o *ratio* entre os activos financeiros líquidos e as reservas externas.

2º mito - Os CB são adequados para a estabilidade do sistema financeiro e estabilidade económica.

A realidade é oposta. Num CB a entrada e saída de capitais é automaticamente reflectida na liquidez da economia, uma vez que a autoridade monetária não pode efectuar operações de esterilização. Em períodos de entrada de capitais, o sistema financeiro pode encontrar-se com excesso de liquidez; em períodos de saída de capitais pode encontrar-se com falta de liquidez. Este facto dificulta a actividade bancária dada a necessidade de constituição de reservas, por imposição legal ou medida prudencial, e dada a consequente volatilidade das taxas de juro. Relativamente à actividade económica, em alturas de excesso de liquidez verifica-se um sobreaquecimento da economia e uma pressão inflacionista; em alturas de carência de liquidez o crescimento económico pode encontrar-se comprometido.

3º mito - Os CB são preferíveis às uniões monetárias porque os países não perdem as receitas de senhoriagem

As receitas de senhoriagem resultam da capacidade do Estado em emitir moeda nacional e de a utilizar para cumprir as suas obrigações. Um Estado que entre num acordo cambial não dispõe desta capacidade, mas um Estado que adopte um CB dispõe, de facto, da capacidade de obter receitas de senhoriagem por conta da moeda emitida.

No entanto, esta está limitada à entrada no país de activos de reserva, não sendo significativa numa situação de estabilidade financeira. Apenas pode atingir alguma expressão numa situação de entrada massiva de capitais, o que não é necessariamente uma situação desejável. A importância relativa das receitas de senhoriagem é inversamente proporcional ao desenvolvimento do sistema financeiro, dado o menor peso da base monetária face ao PIB.

Não obstante poderem ser identificados estes três mitos, os CB evidenciam algumas características que os tornam mais credíveis que um simples *peg*: (i) existe uma barreira legal bem publicitada à alteração da taxa de câmbio (comparativamente a um *peg*, alterar a taxa de câmbio num CB envolve um processo legal muito mais complexo); (ii) existem regras bem definidas que restringem as instituições públicas de incorrer em défices elevados e que restringem o financiamento monetário dos défices públicos; (iii) as reservas oficiais atingem normalmente um montante significativamente mais elevado que o verificado num *peg*; (iv) a sua implementação requer o reforço do sistema financeiro e uma liberalização significativa dos movimentos de capitais, para se alcançar uma redução da taxa de juro, para um nível próximo da verificada no país cuja moeda constitui a referência do CB e (v) a taxa de juro reflecte automaticamente qualquer variação nos fluxos de capitais. A taxa de juro aumenta no caso de saída de capitais (contrariando o incentivo para a saída) e diminui no caso da entrada de capitais (contrariando o incentivo para a entrada). A taxa de juro funciona como um estabilizador automático para a sustentabilidade do CB. Contudo, numa situação de crise e rápida saída de capitais, o aumento da taxa de juro, por ser significativamente elevado e/ou por persistir por bastante tempo, pode deteriorar significativamente as condições económicas do país, o que descredibiliza ainda mais o CB e põe em causa a sua sustentabilidade — é esta a situação em que se encontra a Argentina.

Os casos de sucesso de aplicação dos CB são sempre temporários e normalmente resultam, não da implementação do CB em si, mas da disciplina na condução das políticas macroeconómicas e das reformas estruturais efectuadas (nomeadamente ao nível da liberalização dos movimentos de capitais e do reforço do sistema financeiro). A sua aplicação em países com um historial de défices orçamentais elevados e

monetizados é uma forma rápida e eficiente de ganhar credibilidade, imprescindível para a redução da cadência inflacionista e da taxa de juro e para a instauração de um clima de confiança propício à entrada de capitais (com particular relevo para o investimento directo estrangeiro) e ao desenvolvimento económico. No entanto, não é necessário um país adoptar um CB e sujeitar-se aos custos a ele inerentes para alcançar estes resultados. Um CB não é mais que um “capataz” para os decisores de política económica.

III.5 – O caso argentino: o sucesso de 9 anos de currency board e a actual perspectiva da sua insustentabilidade; a proposta de dolarização; alternativas à dolarização

O estudo do caso argentino permite uma análise detalhada do que é um CB (nomeadamente dos desvios que na prática existem à sua concepção teórica), das suas vantagens e desvantagens e dos incentivos, ou não, a dar o passo seguinte, ou seja, em adoptar a dolarização total, a seguir apenas designada por dolarização.

III.5.1 – As particularidades do *currency board* argentino

No CB argentino, a *backing rule* é de 100% da base monetária (uma das características dum CB puro). No entanto, os activos elegíveis não são apenas activos externos. Também são admissíveis, até ao limite de 1/3 da *backing rule*, dívida do Governo argentino denominada em USD (ou seja, o BCRA compra títulos de dívida pública do Estado argentino denominados em USD e paga esses títulos com pesos). Esta característica afasta o CB argentino de um CB puro.

Uma vez que o passivo monetário não tem de ser totalmente apoiado por activos externos, a autoridade monetária mantém, por contrapartida do seu passivo monetário que é garantido por activos internos denominados em USD (e, desta forma, limitada no seu montante), as suas funções de (i) regulação monetária e de (ii) prestamista de última instância.

Adicionalmente, no CB argentino é possível o BCRA acumular reservas sem colocar a circular na economia o correspondente valor em pesos. Esta acumulação de reservas seria assim excedentária. Ou seja, em momentos em que é necessário uma política monetária mais contraccionista, o BCRA pode acumular reservas em excesso e não injectar na economia o correspondente valor em pesos; e em momentos em que é necessário uma política monetária mais expansionista, o BCRA pode injectar pesos na economia por conta das reservas excedentárias acumuladas. Assim, esta via permite algum espaço de manobra ao BCRA para desempenhar a função de regulação monetária e de prestamista de última instância.

Paralelamente ao CB argentino, existem ainda duas formas de algum exercício destas duas funções por parte do BCRA: uma delas consiste na possibilidade de accionar a *Contingent Financing Facility* (um instrumento que permite o financiamento do BCRA junto de alguns bancos internacionais) e a outra consiste na faculdade de alterar as condições do *Deposit Guarantee Fund* (mecanismo semelhante ao coeficiente de reservas obrigatórias).

III.5.2 – A proposta argentina de dolarização

A proposta de dolarização surgiu no rescaldo da crise brasileira no início de 1999, com a ameaça de o CB não suportar a rápida saída de capitais (associada ao descrédito dos mercados emergentes) e de se concretizar o risco cambial de haver uma desvalorização — risco que seria eliminado com a dolarização. A existência deste risco é responsável por duas situações que constroem um crescimento económico sustentado: a persistência de um *spread* significativo entre a taxa de juro da Argentina e dos EUA¹⁰ e a elevada variabilidade desse *spread* directamente proporcional com os períodos de maior turbulência nos mercados financeiros internacionais.

Uma economia que adopte a dolarização encontra-se teoricamente numa situação

¹⁰ Não se espere com a dolarização que a taxa de juro na Argentina seja exactamente igual à dos EUA. A razão assenta no facto de o risco soberano englobar o risco cambial e o risco-país. Se o primeiro pode ser eliminado com a dolarização, o segundo já não. Entre investir na Argentina ou investir nos EUA, os investidores preferirão investir nos EUA dada a sua dimensão e longa experiência democrática. Desta forma haverá sempre algum *spread* entre as taxas de juro nos dois países.

idêntica à de um CB puro em termos de possibilidade de regulação monetária e de apoio de última instância: inexistência de ambas. Contudo, na prática é possível a instauração de alguns mecanismos semelhantes à função de prestamista de última instância (adiante abordados). A principal diferença entre a dolarização e o CB argentino consiste na perda das receitas de senhoriagem com a adopção da dolarização, com particular relevo para as receitas resultantes da aplicação que a Argentina faz dos seus activos de reserva nos mercados financeiros internacionais (cujo juro é uma receita para o BCRA, ao abrigo da qual emite pesos). Com a dolarização, os activos de reserva seriam convertidos em USD e trocados pelos pesos. Os USD passariam a ser, assim, a nova moeda em circulação.

É intenção das autoridades argentinas que os EUA reconheçam a dolarização como algo benéfico para os EUA. Mais ainda: argumentam que a Argentina deveria ser compensada pelo orçamento de Estado dos EUA da perda das receitas de senhoriagem e que os EUA ainda beneficiariam com este facto. As reservas oficiais argentinas incluem obrigações dos EUA no valor de cerca de USD 15 mil milhões. Estas vencem juro, que constitui uma receita para o BCRA. Com a dolarização, estas obrigações seriam convertidas em notas de USD, as quais seriam trocadas pelos pesos em circulação. Desta forma, com a dolarização a Argentina perderia o juro resultante de possuir nas suas reservas obrigações dos EUA, não podendo assim injectar pesos na economia pelo respectivo contravalor (perda das receitas de senhoriagem). O argumento da Argentina assenta no facto de a posse de obrigações dos EUA nas reservas do BCRA ser um custo para o orçamento dos EUA, avaliado em cerca de USD 750 milhões por ano. Se a Argentina dolarizasse a economia, os EUA já não teriam este custo, nem o BCRA essa receita. Desta forma, a Argentina argumenta que deveria ser compensada pelo facto de adoptar a dolarização. Se a Argentina fosse compensada em, por exemplo, USD 600 milhões por um determinado período (como, por exemplo, o período de maturidade das obrigações dos EUA), os EUA "poupariam" cerca de USD 150 milhões por ano durante esse período. Por sua vez, esta compensação recebida pela Argentina possibilitaria a constituição de um fundo para a criação de um mecanismo que reforçasse a função de prestamista de última instância do BCRA.

Esta lógica é algo rebuscada na medida em que há um factor que nela não está a

ser considerado. As receitas de senhoriagem obtidas pelo BCRA (referentes às obrigações dos EUA) advêm do facto de este as ter comprado por contrapartida de USD. É um rendimento de uma aplicação financeira. Se o BCRA vendesse essas obrigações dos EUA, já não estaria a aplicar esses USD, já não estaria a financiar os EUA. Tentar convencer os EUA a pagar (parte) de um juro de um financiamento que já não está a receber é algo que, numa primeira análise, pode não ser compreendido.

No entanto, podem ser formuladas algumas considerações adicionais para incentivar os EUA a compensar a Argentina. A adopção da dolarização pela Argentina é uma extensão da influência dos EUA na América do Sul. Permitiria o reforço da integração financeira entre os dois países e o fomento das suas relações comerciais. Se a dolarização na Argentina provasse os resultados esperados por este país (maior imunidade à turbulência financeira internacional e relançamento económico da economia argentina) então esta experiência poderia ser copiada por outros países vizinhos, estendendo ainda mais a influência dos EUA na América do Sul.

Convencer os EUA a firmar um acordo com a Argentina para apoiar a sua dolarização poderia advir formalmente como resultado da compensação das receitas de senhoriagem, mas eventualmente a razão principal (não declarada) seria esta extensão da influência dos EUA. De facto, os EUA têm assistido a alguma recuperação de terreno da influência da UE na América do Sul. Um bom exemplo são os contactos havidos entre a UE e o Mercosul para a constituição da maior zona de comércio livre do mundo. E caso esta zona venha a ser constituída, toda a lógica da dolarização poderia ser substituída pela lógica da euroização no médio/longo prazo, pois o euro poderia ser uma âncora nominal tão boa ou melhor que o USD. É a moeda de um conjunto de economias com uma grande disciplina nominal e integradas na UE que, relativamente aos EUA, ocupa um lugar de maior destaque no comércio internacional argentino¹¹ e dos restantes países do Mercosul. Com a constituição de uma grande zona de comércio livre entre a UE e o Mercosul, as relações comerciais intensificar-se-iam. Mais ainda, há muito que se

¹¹ Tomando como referência o ano de 1997, 15.7% das exportações argentinas destinaram-se à UE (e apenas cerca de metade deste valor aos EUA) e 27.4% das importações foram originárias da UE (sendo as importações dos EUA 2/3 deste valor).

profetiza a explosão da bolha especulativa dos EUA e o aumento das suas taxas de juro de referência. A UE, pelo contrário, apresenta taxas de juro mais reduzidas e encontra-se na baixa do seu ciclo económico, esperando-se uma retoma do crescimento para o ano 2000. Embora a racionalidade económica aponte o euro como uma boa âncora nominal, não pode ser menosprezado o aspecto psicológico do USD na Argentina e nos países vizinhos. O USD é, e sempre foi, por excelência, a moeda que tem ocupado a função de reserva de valor e tem total aceitação na firmação de contratos e nos pagamentos em qualquer um dos países da região. O euro é algo desconhecido e demoraria muito tempo a alcançar a aceitação do USD.

Relativamente aos aspectos técnicos da dolarização, é necessário analisar qual o impacto sobre as duas funções que o CB actual da argentina permite (embora de uma forma limitada) e que teoricamente seriam eliminadas com a dolarização: a (i) regulação monetária e o (ii) apoio de última instância ao sistema financeiro.

Em relação ao primeiro, o risco consiste no facto de a política seguida pelos EUA ser contracíclica com a conjuntura económica argentina. Os EUA não impedem que um país adopte a dolarização, mas não admitem que a sua política monetária venha a ser influenciada por qualquer necessidade conjuntural de um país dolarizado. A apresentação deste risco tem sido, no entanto, minorada com o argumento de que a maior instabilidade nominal se concretizou na altura em que se dispunha da política monetária, não sendo reconhecida, por parte dos agentes económicos argentinos, e sobretudo internacionais, credibilidade na condução de uma política monetária autónoma.

Relativamente ao segundo, a sua necessidade tem sido igualmente minorada com o argumento de a dolarização permitir que bancos argentinos procurem nos mercados financeiros internacionais o financiamento que necessitem em condições mais vantajosas. Este argumento falha, contudo, na verdadeira concepção de apoio de última instância, pois não é muito plausível que as instituições em dificuldade consigam apoio financeiro nos mercados internacionais. Uma solução pretendida pelas autoridades argentinas é o acesso dos bancos argentinos às facilidades de financiamento facultadas

pelo FED às instituições dos EUA. Esta pretensão não encontrou, contudo, receptividade por parte das autoridades dos EUA. No entanto, nada impede que os bancos argentinos, que já se encontram significativamente internacionalizados, entrem no sistema financeiro dos EUA ou com ele se associem obtendo, desta forma indirecta, o financiamento que necessitem.

Apesar de esta ser uma forma alternativa de financiamento de última instância, a percepção, por parte dos financiadores internacionais, da inexistência formal de um instrumento de apoio de última instância poderia ser encarada como uma fragilidade do sistema financeiro, impedindo assim que a economia argentina alcançasse o objectivo de diminuição do *spread* das taxas de juro. De recordar que actualmente existe um instrumento formal de apoio de última instância: a *Contingent Financing Facility*, a qual poderia ser reforçada com a adopção da dolarização. No entanto, uma vez que esta facilidade apresenta como garantia títulos argentinos, a sua utilização nos momentos em que é preciso (nos momentos de crise) tornar-se-ia particularmente cara.

Deste modo, as autoridades argentinas manifestaram alguma preocupação com o facto de este mecanismo poder não ser considerado como suficiente nem adequado pelos mercados financeiros internacionais e propuseram a criação de uma nova facilidade financiada com a eventual compensação, por parte dos EUA, das receitas de senhoriagem perdidas pela Argentina. O fluxo anual, ainda que temporário, dessa compensação seria utilizado para a criação de um fundo, ou como garantia ao financiamento internacional, para apoio de última instância.

III.5.3 – Alternativas à dolarização no contexto da teoria das zonas monetárias óptimas

Segundo a teoria das zonas monetárias óptimas — que, recorde-se, constituiu a teoria de base para a integração monetária na UE — nem o actual CB argentino, nem a dolarização são regimes adequados para a Argentina. De facto, mesmo com 9 anos de experiência de um CB, a integração comercial entre a Argentina e os EUA não alcançou o nível que inicialmente se poderia esperar. No entanto, a aplicabilidade desta teoria ao

caso argentino ou, mais abrangentemente, à América do Sul poderá falhar logo à partida nos seus pressupostos, uma vez que a realidade desta região é diametralmente oposta à realidade em que a UE se encontrava. Outro ponto a ter em conta é o facto de na América do Sul haver uma grande carga psicológica de confiança no USD, conforme já referido, e de este facto não ser captado pela teoria das zonas monetárias óptimas.

Onde esta teoria poderia encontrar alguma aplicabilidade seria na formulação de uma integração monetária entre a Argentina e os seus países vizinhos, nomeadamente do Mercosul. De facto, a sua grande integração comercial e semelhante sensibilidade aos choques financeiros suportam perfeitamente a adopção de uma política monetária comum. Contudo, a integração monetária nesta zona é liminarmente rejeitada após a análise de quatro pontos concretos e dificultada por um quinto ponto, a seguir enunciados.

Primeiro, a constituição de uma moeda regional, tendo como base de partida a importância das diversas moedas, nunca seria uma âncora nominal tão boa quanto o USD ou mesmo o euro, dada a fraca capacidade de disciplina na condução económica demonstrada no passado.

Segundo, demoraria muito tempo até que se alcançasse uma cooperação política necessária à sua realização. A tradição democrática nestes países ainda é muito recente, nem existiria, nos países que a integrassem, nenhuma potência económica democrática que fomentasse essa cooperação política (ao contrário a que estiveram sujeitos alguns países da Europa quando se candidataram à Comunidade Económica Europeia (CEE), nomeadamente a Grécia, Portugal e Espanha).

Um terceiro tópico a considerar consiste no facto de a elevada dolarização dificultar a adopção de uma nova moeda regional, quer por razões operacionais, quer por razões psicológicas. O USD é uma moeda de aceitação generalizada na região, desempenha por excelência a função de reserva de valor e é a moeda de referência dos contratos não só internacionais, mas igualmente nacionais. Muito dificilmente a nova moeda regional conseguiria substituir o lugar actualmente ocupado pelo USD.

Em quarto lugar, a simples suspeita dos mercados internacionais de que as autoridades argentinas estariam a ponderar a adopção de uma moeda regional poderia provocar um descrédito no CB actual, o que resultaria numa forte pressão para a desvalorização do peso argentino, que se traduziria num aumento das taxas de juro. E, se as autoridades argentinas cedessem à pressão e deixassem a moeda desvalorizar, as consequências seriam ainda mais graves para os agentes económicos argentinos, devido a grande parte das dívidas assumidas e dos contratos de importação estarem denominados em USD. Estes agentes veriam significativamente dificultada a sua capacidade em cumprir as obrigações financeiras, causando incumprimentos que afectariam a solvabilidade do sistema financeiro argentino, com todas as implicações já conhecidas.

Para quinto lugar ficou a análise de um ponto, que também é comum à adopção da dolarização e que, não obstante ser aqui referido em último lugar, a experiência tem demonstrado ser o ponto pelo qual se começa a discussão. Trata-se do factor político, associado a sentimentos de perda de soberania. A sua importância reside no facto de os seus efeitos poderem afectar a racionalidade económica de qualquer opção que venha a ser tomada.

III.6 – O caso dos países em transição; a atracção do euro

As economias da Europa Central e Oriental enfrentam presentemente um dilema sobre a política cambial a adoptar. Por um lado, os objectivos de adesão à UE e à zona euro tornam atractiva a política cambial de ligar as suas moedas nacionais ao euro, quer como indicação do forte empenhamento nacional para esse objectivo, quer como indicação de a economia se encontrar preparada para a adesão, sem esquecer, igualmente, que tal iria proporcionar uma âncora nominal, que poderia ser bastante importante como medida desinflationista para alguns países em transição. Por outro lado, este objectivo torna-se difícil de sustentar dada a crescente mobilidade de capital e dada a tendência de apreciação real da moeda, factos que iriam restringir a actividade económica e descredibilizar a sustentabilidade de um regime de câmbios fixos, pondo

em risco os esforços de convergência macroeconómica.

III.6.1 – Enquadramento legal e questões em aberto

A convergência macroeconómica, de acordo com as condições de adesão à UE definidas no Conselho Europeu de Copenhaga, em Junho de 1993, para os países candidatos, assenta no estabelecimento de uma economia de mercado e na adopção de políticas económicas adequadas e compatíveis com os objectivos da União Económica e Monetária.

O principal instrumento da UE para fomentar a convergência macroeconómica da Europa Central e Oriental é o *Joint Assessment of Medium-Term Economic Policy Priorities*, desenvolvido pela Comissão Europeia em 1997 e refinado em 1998. Este instrumento pretende satisfazer três objectivos: (i) ajudar os países a atingir, a um ritmo adequado, os critérios económicos de adesão (ii) servir como um exercício preparatório à coordenação das políticas económicas entre os países candidatos e a UE, (iii) credibilizar as medidas económicas adoptadas pelos candidatos e, desta forma, contribuir para o investimento e crescimento nestes países.

Sobre as condições de Copenhaga interessa salientar dois pontos. O primeiro consiste no facto de estas apenas exigirem dos países candidatos a adopção de reformas estruturais e institucionais, não tendo sido definida nenhuma meta de convergência nominal, como por exemplo os critérios de Maastricht, à data de adesão à UE ou durante um período anterior, uma vez que as reformas estruturais e institucionais foram consideradas mais importantes que o esforço de convergência nominal nesse período de pré-adesão — ideia mais tarde reforçada, em Dezembro de 1995, no Conselho Europeu de Madrid. Nesse espírito, apesar da atenção que deve ser focada aos indicadores quantitativos (inflação, taxas de câmbio, contas públicas, produção, desemprego e transacções correntes), no período de pré-adesão espera-se essencialmente uma evolução estrutural e institucional evidenciada por indicadores qualitativos (liberalização dos preços, convertibilidade, privatizações, reestruturação empresarial, reforma do sistema bancário, investimento directo estrangeiro e mercado de capitais).

O segundo é um ponto ainda em aberto e consiste na questão de obrigar ou não os candidatos a participar no Mecanismo de Taxas de Câmbio (MTC) - II como pré-requisito para aderirem ao euro. Se assim for — e o presente enquadramento legal a isso obriga — os países candidatos só poderiam entrar na zona euro no mínimo dois anos após a adesão à UE, por estarem obrigados a participar e a cumprir com o estipulado no MTC-II durante esse período. Esta é a visão reflectida no *Accession Partnerships*, adoptado pelo Conselho Europeu em Março de 1998.

No entanto, reafirma-se o facto de esta ser uma questão em aberto, uma vez que os países candidatos têm demonstrado interesse em entrar na zona euro simultaneamente com a adesão à UE, o que justifica o recente interesse de muitos deles em ligar a sua taxa de câmbio ao euro, como demonstração do seu forte empenhamento em alcançar este duplo objectivo.

Se a UE mantiver o actual enquadramento legal, a entrada na zona euro teria de ser posterior à adesão na UE (pelo período mínimo, atrás referido, de dois anos, em que o país teria de participar e cumprir com o estipulado no MTC-II). Neste caso, a convergência nominal poderia ser exigida apenas quando o país já fosse membro da UE, embora fosse conveniente que, num período anterior à adesão, o país demonstre ter aplicado medidas tendentes ao alcance de alguma convergência nominal.

Se, pelo contrário, a UE decidir que o país possa entrar na zona euro sem participar previamente no MTC-II, então a entrada na zona euro poderia ser coincidente com a adesão à UE. Neste caso, teria obrigatoriamente de se exigir a convergência nominal durante um período anterior à entrada na UE e na zona euro. De certa forma, seria criar um mecanismo semelhante ao MTC-II, aplicável a países associados, mas ainda não membros.

Ambas têm vantagens e desvantagens. A adesão à UE com a participação no MTC-II durante um determinado período e a posterior entrada na zona euro é, teoricamente, a mais adequada para as instituições e os agentes económicos conseguirem alcançar uma maior maturidade e cultura comunitária por altura da entrada na zona euro. No entanto, apresenta o risco, evitável caso se decida por uma entrada na

UE e na zona euro em simultâneo, de se perpetuar a existência de uma UE a duas velocidades ou, melhor ainda, de se criar um *ghetto* dentro da UE, pois poderia ser do interesse (manifestado à posteriori), de algum novo membro de Leste, pertencer à UE sem entrar na zona euro e, desta forma, não estar condicionado pela rigidez da política monetária estabelecida para o conjunto dos países da zona euro — situação que poderia, inclusivamente, ser fomentada por alguns países pertencentes à UE, nomeadamente pelo Reino Unido.

III.6.2 – Situação dos cinco países melhor posicionados para a adesão à UE e entrada na zona euro

III.6.2.1 – Enquadramento económico e evolução do processo de reformas

O grupo dos cinco países candidatos melhor posicionados para a adesão à UE e entrada na zona euro é constituído pela Eslovénia, Estónia, Hungria, Polónia e República Checa. Existem algumas diferenças na evolução de convergência real e nominal entre estes cinco países. Após a recessão no início dos anos 90, o crescimento económico processou-se a bom ritmo em todos os países, podendo destacar-se a Polónia, por já ter conseguido superar o nível de produção com que se encontrava antes do período de transição. Pela negativa destacou-se a República Checa que viveu uma recessão durante 1998. A Hungria tem sido o único país com défices orçamentais superiores a 3%, prevendo-se que a República Checa apresente igualmente um défice superior a 3% no corrente ano de 1999. A inflação tem apresentado em todos os países uma trajectória descendente, atingindo em alguns casos um único dígito nos últimos anos (República Checa, exceptuando em 1998, e Eslovénia). A taxa de desemprego constitui a área onde a evolução tem sido mais díspar. Nos últimos anos, a Hungria e a Polónia têm apresentado uma descida, na Eslovénia observa-se a persistência a um nível superior ao dos outros candidatos, na Estónia a sustentação de uma taxa relativamente reduzida e na República Checa um aumento nos anos recentes. A permanência destas

diferenças poderá afectar a convergência futura e as perspectivas de adesão à UE.

Se a UE decidir que a entrada destes cinco países deva ocorrer simultaneamente, então os países que têm apresentado uma maior rapidez na implementação das reformas estruturais (Estónia, Hungria e Polónia) poderiam perder o incentivo em continuar a adoptá-las com rapidez, pois teriam de esperar pelos países cujo processo de reformas estivesse mais atrasado (República Checa e Eslovénia, países cuja dinâmica na aplicação de reformas poderá ser considerada insuficiente para a realização do processo de convergência no médio prazo). Uma das áreas em que poderia haver essa perda de incentivo poderia ser a da liberalização dos movimentos de capitais.

Se a UE decidir por uma adesão mais rápida e apenas dos países que fossem considerados aptos, então nenhum país perderia o incentivo em aplicar as reformas, e os países mais atrasados sentir-se-iam impelidos a aplicá-las mais rapidamente, uma vez que uma adesão posterior poderia ser menos vantajosa por pressão dos países candidatos que entretanto já tivessem entrado na UE, pois estes iriam defender os seus privilégios.

III.6.2.2 – Impacto das crises financeiras russa e brasileira e do conflito no Kosovo

Relativamente às recentes crises dos mercados emergentes, originadas pela crise financeira russa em Agosto de 1998 e brasileira em Janeiro de 1999, os cinco países candidatos não foram significativamente afectados, nem as expectativas neles depositadas. Os possíveis efeitos directos (resultantes das trocas comerciais e do financiamento externo) foram pouco expressivos dado o peso cada vez menor da Rússia na estrutura comercial dos cinco países e praticamente negligenciável no financiamento externo destes, uma vez que as suas relações económicas e financeiras têm vindo a ser reorientadas para a UE desde o início do processo de transição. Relativamente à crise brasileira não pode ser apontado qualquer efeito directo. No entanto, tal como aconteceu com as crises anteriores, sentiram-se os efeitos indirectos da crise russa e da crise brasileira em consequência do facto de as fontes de financiamento internacionais atribuírem uma maior avaliação de risco aos mercados emergentes como um todo. Este

facto não interditou o acesso ao financiamento externo por parte dos cinco países candidatos, pois os mercados financeiros continuaram a discriminá-los favoravelmente, mas este efectuou-se a um custo mais elevado.

Se o financiamento internacional se retraiu com a crise nos mercados emergentes, o mesmo não aconteceu com o investimento directo estrangeiro. Reconhecendo a adopção de reformas e políticas macroeconómicas adequadas, o elevado potencial de crescimento, a proximidade dos mercados da UE e as perspectivas de nela aderirem, o investimento directo estrangeiro manteve-se forte. Mesmo a República Checa, que viveu a crise nos mercados emergentes em recessão, viu o investimento directo estrangeiro duplicar em 1998 (quando medido em USD correntes).

Relativamente ao conflito no Kosovo, a sua influência, para além da própria Jugoslávia, estendeu-se aos países vizinhos a sul e a leste, por pressão da procura interna e das despesas orçamentais com a entrada de refugiados (Albânia e Macedónia), assim como por perdas directas derivadas da redução dos fluxos comerciais e indirectas resultantes da impossibilidade de se efectuarem as rotas comerciais habituais (Bulgária, Macedónia e, em menor grau, Bósnia-Herzegovina e Roménia). Os cinco candidatos, mesmo os dois geograficamente mais próximos (Eslovénia e Hungria), não foram significativamente afectados pelo conflito no Kosovo.

Desta forma, as crises financeiras russa e brasileira e o conflito no Kosovo não afectaram significativamente o processo de transição, nomeadamente em matéria de política cambial. Mais relevante que estas crises mostrou-se a introdução do euro, que se tornou na moeda âncora mais importante para os países da Europa Central e Oriental, sendo de salientar a expectativa de a sua importância se reforçar nos anos futuros.

III.6.2.3 – Posição de convertibilidade da moeda

Durante o processo de transição, todos os cinco países candidatos eliminaram as restrições cambiais às transacções correntes e as suas moedas já foram reconhecidas pelo FMI como convertíveis segundo o art. VIII dos *Articles of Agreement*. No entanto,

destes apenas a Estónia liberalizou totalmente os movimentos de capitais. A Hungria, Polónia e República Checa já atingiram um elevado grau de liberalização e a Eslovénia ainda se situa numa fase intermédia.

Nenhum dos cinco países candidatos adoptou medidas adicionais de controle de capitais em reacção à crise nos mercados emergentes. No entanto, o ritmo de liberalização poderá ter abrandado e a completa liberalização da conta de capitais, com particular relevo para os capitais de curto prazo, só deverá ocorrer, na maior parte dos casos, num período muito próximo da adesão à UE. Exceptuando os países Bálticos (entre os quais se encontra a Estónia), nenhum país em transição liberalizou totalmente os movimentos de capitais de curto prazo.

O restabelecimento temporário do controle de capitais nestes cinco países em situações de crise é algo que ainda pode acontecer até um período muito próximo da adesão à UE. Esta possibilidade não deve ser descurada, pois ela chegou a ser ponderada por países com um grau de desenvolvimento económico e financeiro superior ao destes cinco candidatos, aquando das recentes turbulências financeiras.

A liberalização do movimento dos capitais de curto prazo, para além de dificultar a sustentabilidade de uma taxa de câmbio fixa face ao euro, coloca ainda problemas adicionais na manutenção da estabilidade financeira de um país. Uma crise financeira acontece quando, motivados por algum acontecimento ou expectativa, os investidores internacionais precipitam uma rápida saída de capitais de curto prazo. As consequências macroeconómicas serão tanto mais preocupantes se essa saída de capitais envolver dívida, nomeadamente dívida soberana ou do sistema bancário. Um *default*, ou a sua expectativa, da dívida soberana põe em causa todas as relações financeiras internacionais desse país. A esta consequência se chega igualmente no caso da dívida do sistema bancário, uma vez que este constitui a base do sistema de pagamentos de um país.



III.6.3 – O dilema cambial enfrentado pelos países em transição

Os países da Europa Central e Oriental têm manifestado um desejo crescente de entrarem na zona euro. Nesse sentido, tem-se assistido a uma ligação das suas moedas nacionais ao euro sob diversas formas. Relativamente aos cinco países candidatos melhor posicionados, o euro é actualmente a moeda com maior peso no cabaz cambial de referência à *crawling band* seguida pela Hungria e Polónia (com uma banda de flutuação de $\pm 2.25\%$ para o primeiro e de $\pm 12.5\%$ para o segundo) e é a moeda de referência para a Eslovénia e República Checa (que praticam um *managed float*) e para a Estónia (que adoptou um CB).

O desejo, manifestado por estes países, de uma ligação mais profunda entre as suas moedas e o euro pode ser concretizado através de diversas opções. A opção cambial mais extrema assenta na euroização total e consiste na substituição da moeda nacional de um país pelo euro (sob a forma de alguma das suas denominações nacionais).

Se o país decidir manter a sua moeda nacional, a opção cambial mais rígida consiste na adopção de um CB, sendo o euro (igualmente sob a forma de alguma das suas denominações nacionais) a moeda de referência. Um CB pode igualmente ser encarado como um passo intermédio para a euroização total. Se o país não pretender formas tão extremas, pode optar por um *peg*, por um *peg with bands*, por um *crawling peg* ou por uma *crawling band*.

As opções que mais têm atraído os países da Europa Central e Oriental são as duas mais rígidas, euroização total e adopção de um CB, sendo esta última a mais pretendida (e recentemente adoptada pela Bulgária, em 1997, e pela Bósnia-Herzegovina, em 1999). No entanto, são igualmente as duas que mais problemas podem levantar, nomeadamente a ocorrência de choques assimétricos, a tendência para a apreciação real da moeda e, exclusivamente para o caso do CB, a vulnerabilidade a ataques especulativos. Dado que uma das razões dos países em transição em ligar as suas moedas nacionais ao euro assenta no facto de este proporcionar uma âncora nominal, pode ser apontada uma via alternativa para o alcance deste objectivo num

ambiente de relativa flexibilidade cambial, que consiste na definição de um *inflation target*. Estas duas grandes opções constituem os dois caminhos que os países podem seguir para alcançar o objectivo de convergência nominal.

III.6.4 – Grande rigidez: euroização *versus* currency board

A euroização total e, em menor grau, um CB constituem as duas formas mais rígidas de um regime de câmbios fixos. Para além das suas características próprias, já apresentadas atrás no capítulo referente ao caso argentino, a situação europeia apresenta algumas particularidades.

Ao contrário da Argentina e dos EUA, os países em transição e a zona euro estão mais próximos de constituírem uma zona monetária óptima, encontrando-se imediatamente duas características importantes neste sentido: são vizinhos da UE, ou seja, estão geograficamente próximos (o que facilita, por exemplo, a mobilidade do trabalho) e estão em crescente integração comercial e industrial (o que reduz a eventualidade de ocorrência de choques assimétricos). Um outro ponto a ter em conta consiste no facto de estes países pretenderem entrar na UE e na zona euro, pelo que esta não pode ficar alheia à estratégia por eles adoptada, não só devido à pretensão destes, mas igualmente porque a sua estratégia poderá ter implicações políticas, económicas e financeiras para a UE e, em particular, para o eurosistema, pelo que esta aproximação cambial por parte dos países em transição não é necessariamente, ao contrário do que à primeira vista podia parecer, um situação favorável para a zona euro.

Uma implicação que pode ser apontada é a eventualidade de o eurosistema vir a ser pressionado, pelos países que adoptem uma destas modalidades cambiais, para levar em consideração, na condução da sua política monetária, a situação económica em que estes países se encontrem, a qual pode ser contracíclica com a situação da zona euro, (ou até mesmo dar-se a situação de estes países estarem em contraciclo entre eles, gerando-se solicitações de apoio de sentido oposto). Outra consequência que pode ser referida é a possibilidade de estes países solicitarem apoio de última instância ao eurosistema, nomeadamente em situações de crise financeira.

Estes dois factos podem provocar uma forte pressão política sobre o eurosistema, o que poderia pôr em causa a sua credibilidade na condução da política monetária. Mas mesmo que a zona euro adopte uma posição semelhante à dos EUA face à Argentina — uma posição oficial em que não apoia o processo de substituição total de moeda, não admite qualquer ingerência na condução da política monetária e não presta qualquer apoio de última instância — a zona euro ou, mais abrangentemente, a UE perderia bastante se estes países entrassem em dificuldades económicas e se gerassem nacionalismos que os afastassem política e comercialmente.

Estas pressões seriam mais efectivas no caso da euroização total, e não tanto no caso do CB, uma vez que abandonar o euro e regressar à moeda nacional num contexto de crise é uma opção de praticabilidade bastante reduzida.

Tal como os EUA relativamente ao caso argentino, a UE não pode impedir que um Estado soberano adopte unilateralmente qualquer uma destas duas modalidades cambiais. No entanto, ao contrário do que os países da Europa Central e Oriental poderão esperar, a zona euro poderá não apoiar, e até mesmo desincentivar, uma maior ligação das suas moedas nacionais face ao euro (pelo menos nos próximos tempos relativamente a alguns países mais atrasados no processo de transição), mas poderá prestar apoio técnico em formas alternativas de estabilização nominal como, por exemplo, a definição de um *inflation target*.

III.6.5 – Flexibilidade com disciplina: *inflation target*

Uma alternativa a um regime de câmbios fixos é a definição de um *inflation target*. Um *inflation target* é muitas vezes caracterizado (erradamente) como uma regra. Na realidade contém características de regras e de discricionariedade, devendo ser caracterizado como um *enquadramento coordenado de políticas*.

Os dois países que optaram por um *inflation target* foram a República Checa no início de 1998 e a Polónia um ano depois, a qual manteve, no entanto, uma *crawling band*, mas com uma banda de flutuação bastante elevada ($\pm 12.5\%$). A República Checa

fixa a inflação líquida (variação do IPC excluindo o impacto de aumentos nos impostos, nas tarifas e nos preços administrados). O corredor fixado para finais de 1999 é de 4% a 5%. A Polónia fixa a inflação (com base no IPC), tendo reduzido, em Março de 1999, o corredor fixado para finais de 1999 de 8% a 8.5% para 6.6% a 7.8%.

Num *inflation target*, o país não define objectivos intermédios para uma determinada variável (como algum agregado monetário, por exemplo), mas define e publicita um objectivo último para a política monetária — a taxa de inflação — através da utilização de todos os instrumentos e de toda a informação disponível. A sua formulação assenta: (i) na atribuição de independência à autoridade monetária para tomada de medidas que julgue adequadas, (ii) na responsabilização da autoridade monetária através dum contrato entre esta e o Governo, no qual são definidos os incentivos e as penalizações, (iii) na publicação de como a autoridade monetária vai tentar atingir o objectivo (transparência), e (iv) na elaboração de relatórios que apresentem a evolução alcançada (medição da eficiência).

Desta forma, consiste numa estratégia monetária bastante flexível e com características (independência da autoridade monetária e publicação dos objectivos, dos meios utilizados e dos resultados alcançados) que permitem credibilizar as políticas adoptadas por um país a um custo e risco muito inferior relativamente à adopção de uma regra (como a escolha da Estónia em seguir um CB).

III.7 – O caso da zona franco e do Acordo de Cooperação Cambial entre Portugal e Cabo Verde

III.7.1 – A zona franco

A zona franco foi estabelecida em 1948 através da ligação das moedas que a constituem ao franco francês.

Actualmente a zona franco é constituída por 15 países africanos reunidos em dois grandes grupos da África Subsahariana — a UEMOA (*Union Economique et*

Monétaire Ouest-Africaine) e a zona BEAC (*Banque des États de l'Afrique Centrale*) — e ainda pela República Federal Islâmica das Comores que não pertence a qualquer destes grupos.

A UEMOA foi estabelecida em 10 de Janeiro de 1994 e foi ratificada pelos membros em 1 de Agosto de 1994, data a partir da qual entrou em efeito, complementando a UMOA (*Union Monétaire Ouest-Africaine*) estabelecida em 14 de Novembro de 1973. É constituída pelo Benim, Burkina Faso, Costa do Marfim, Mali, Níger, Senegal, Togo e, desde 5 de Março de 1997, pela Guiné-Bissau.

A zona de emissão do BEAC foi estabelecida em 16 de Março de 1994 mas não foi ainda ratificada pelos seus membros, os quais são: Camarões, Chade, Congo, Gabão, Guiné-Equatorial e República Centro-Africana.

Estes dois grupos e a República Federal Islâmica das Comores possuem o seu próprio Banco Central e moeda:

- o franco CFA (*Communauté Financière Africaine*) na UEMOA, emitido pelo *Banque Centrale des États de l'Afrique de l'Ouest* (BCEAO);
- o franco CFA (*Coopération Financière en Afrique Centrale*) na zona de emissão do BEAC;
- o franco comoriano para as Comores, emitido pelo Banco Central das Comores.

Até meados dos anos 80, estes países registaram baixa inflação e um crescimento económico sustentado. Contudo, a partir de 1985 a situação económica e financeira da zona franco começou a apresentar uma evolução desfavorável em consequência de dois grandes choques:

- os termos de troca da zona deterioraram-se cerca de 50% em resultado, sobretudo, da forte queda dos preços internacionais dos principais produtos de exportação (cacau, café, algodão e petróleo);
- a competitividade externa da zona enfraqueceu ainda mais devido à apreciação do

franco francês face aos outros maiores parceiros comerciais da zona.

Em resposta a esta situação, em Janeiro de 1994 os países da zona franco e a França acordaram desvalorizar o franco CFA em 50% (de 0.020 francos franceses para 0.010 francos franceses por cada franco CFA) e o franco comoriano em 33% (de 0.020 francos franceses para 0.013 francos franceses por cada franco comoriano).

Uma ressalva deve contudo ser efectuada. É normalmente referido que o franco CFA foi desvalorizado em 50% e que o franco comoriano foi desvalorizado em 33%. Tal é verdade considerando a cotação ao certo, ou seja, considerando o número de unidades de moeda estrangeira (neste caso o franco francês) necessário para adquirir uma unidade da moeda em questão (o franco CFA ou o franco comoriano). Contudo, a França, assim como todos os restantes países, excluindo o Reino Unido, utilizam a cotação ao incerto, ou seja, o número de unidades da moeda em questão (o franco CFA ou o franco comoriano) necessário para adquirir uma unidade de moeda estrangeira (o franco francês). Considerando a cotação ao incerto, que é a cotação utilizada pelos países em questão, a desvalorização não foi de 50% e 33%, mas de 100% e de 50%, respectivamente, correspondendo a uma variação de 50 francos CFA para 100 francos CFA, por cada franco francês, e de 50 francos comorianos para 75 francos comorianos, por cada franco francês, respectivamente.

O Tesouro francês garante a convertibilidade das moedas da zona franco com o franco francês, a uma paridade fixa e sem limite de montante. Em contrapartida desta convertibilidade ilimitada, os Bancos Centrais da zona franco têm de manter pelo menos 65% das suas reservas cambiais depositadas no Tesouro francês numa *conta de operações* aberta em nome de cada um deles, por intermédio da qual se efectuam todas as transferências com o exterior.

III.7.2 – O Acordo de Cooperação Cambial entre Portugal e Cabo Verde

O Acordo de Cooperação Cambial (ACC) entre Portugal e Cabo Verde, assinado

em 13 de Março de 1998, visa essencialmente ajudar à criação de condições que permitam viabilizar a convertibilidade do escudo cabo-verdiano. Nesse sentido, as autoridades cabo-verdianas ligaram o escudo cabo-verdiano (CVE) ao escudo português (PTE) à taxa de 0.55 CVE/PTE.

O Tesouro português disponibiliza uma facilidade de crédito que poderá ascender a PTE 9 mil milhões (equivalente a cerca de $\frac{1}{4}$ das mercadorias anualmente importadas por Cabo Verde), mobilizável a título de antecipação de reservas cambiais e utilizável no financiamento de importações ou na liquidação de dívida externa, em caso de insuficiência das reservas cabo-verdianas. É reembolsável a curto prazo e vence juros concessionais de 0.5% ao ano.

III.7.3 – Implicações do euro como a nova referência cambial

Antes do nascimento do euro, as moedas da zona franco e cabo-verdiana encontravam-se ligadas ao franco francês e ao escudo português, respectivamente, ambas moedas pertencentes ao MTC do SME, o qual admitia, desde Agosto de 1993 (em consequência das crises cambiais de Setembro de 1992 e da Primavera e Verão de 1993) uma flutuação das diversas moedas pertencentes ao MTC de $\pm 15\%$ face à paridade central. Desta forma, havia, *de jure*, uma ligação cambial entre as moedas da zona franco e o franco francês, assim como entre o escudo cabo-verdiano e o escudo português, e havia, *de facto*, uma ligação cambial com banda de flutuação entre as moedas da zona franco, o escudo cabo-verdiano e as moedas do MTC excluindo o franco francês e escudo português.

Com o nascimento do euro este panorama cambial alterou-se, pois passou a haver uma taxa de conversão fixa entre as diversas denominações nacionais do euro (ficando de fora as moedas do Reino Unido, da Suécia, da Dinamarca e da Grécia, estas duas últimas presentemente integrantes do MTC-II). Deste modo, passou a haver, *de jure*, uma ligação cambial entre as moedas da zona franco e o euro, e entre o escudo cabo-verdiano e o euro, e passou a haver, *de facto*, uma ligação cambial entre as moedas da zona franco e o escudo cabo-verdiano.

Este facto originou algumas repercussões importantes:

- (i) Antes do nascimento do euro, os países da zona franco e Cabo Verde apresentavam um risco cambial praticamente nulo relativamente ao franco francês e ao escudo português, respectivamente. Mas dada a banda de flutuação do MTC, a zona franco e Cabo Verde estavam sujeitos ao risco cambial nas operações realizadas nas moedas dos países do MTC excluindo o franco francês e o escudo português, respectivamente. Com o nascimento do euro, este risco cambial passou a ser praticamente nulo relativamente a todos os países integrantes da zona euro.
- (ii) O risco cambial de um país é um dos factores determinantes na decisão de realizar operações comerciais e financeiras. Desta forma, antes do nascimento do euro havia um incentivo para uma concentração destas operações entre os países cujas moedas não ofereciam risco cambial, ou seja, entre os países da zona franco e a França, e entre Cabo Verde e Portugal. Com o nascimento do euro, a França e Portugal perderam o relacionamento privilegiado com a zona franco e Cabo Verde, respectivamente, passando a haver um incentivo para uma maior integração comercial e financeira entre a zona franco, Cabo Verde e os países da zona euro para além da França e de Portugal.
- (iii) O SME constituía, na prática, a zona de influência do marco alemão. No entanto, a política monetária era conduzida pelos respectivos países, embora subordinada pelos condicionalismos de pertencerem ao MTC. Os laços de cooperação mantidos entre a França e Portugal com a zona franco e Cabo Verde, respectivamente, facilitavam a percepção, por estes, da orientação monetária seguida. Após o nascimento do euro, os Bancos Centrais nacionais foram esvaziados da sua função de condução da política monetária. Esta passou a ser centralizada num outro país, a Alemanha, o que obrigou a zona franco e Cabo Verde a reorientarem a sua atenção para este país.

Relativamente ao enquadramento legal da zona franco e do ACC entre Portugal e Cabo Verde, o Conselho da UE decidiu, com base no n.º 3 do art. 111º (ex n.º 3 do art. 109º) do Tratado que institui a Comunidade Europeia, que a França e Portugal podiam manter os actuais acordos, sendo a ligação às anteriores moedas nacionais (franco

francês e escudo português) substituída pela ligação ao euro a partir de 1 de Janeiro de 1999.

IV – Metodologia FEER

A metodologia seguida consiste na aplicação do conceito de taxa de câmbio de equilíbrio fundamental (FEER) desenvolvido por Williamson (1983). Esta metodologia caracteriza-se por calcular o índice da taxa de câmbio efectiva real (adiante apenas designado por taxa de câmbio real, por simplificação de linguagem) que é compatível com o equilíbrio interno e externo. Considera-se como equilíbrio interno a situação em que o produto se encontra ao nível potencial e em que não existem pressões inflacionistas e como equilíbrio externo a existência de equilíbrio na balança fundamental, ou seja, um saldo nulo na balança fundamental.

A balança fundamental corresponde à soma do saldo primário da BTC com o valor líquido dos fluxos externos dos capitais estáveis (os quais também podem ser designados por estruturais, permanentes ou fundamentais).

A balança fundamental é analiticamente expressa pela seguinte equação:

$$bf_t = btc_t + i_t^* \cdot e_t \cdot B_{t-1}^* + ce_t \quad (1)$$

em que **bf** significa a balança fundamental, **btc** a balança de transacções correntes, ***i**** a taxa de juro internacional, ***e*** a taxa de câmbio nominal cotada ao incerto (ou seja, considerando o número de unidades de moeda nacional necessário para adquirir uma unidade de moeda estrangeira), ***B**** a dívida externa líquida (excluindo o saldo líquido dos capitais estáveis) denominada em moeda estrangeira e ***ce*** o saldo líquido dos capitais estáveis.

O equilíbrio externo corresponde assim a uma situação em que se regista uma simetria entre o saldo primário da BTC e o movimento de capitais estáveis.

$$0 = btc_t + i_t^* \cdot e_t \cdot B_{t-1}^* + ce_t \Leftrightarrow btc_t + i_t^* \cdot e_t \cdot B_{t-1}^* = -ce_t \quad (2)$$

Na prática, a identificação dos fluxos de capitais estáveis pode não ser imediatamente óbvia. Os movimentos de capital a incluir na balança fundamental são os

que permaneçam vários anos até ser atingido um novo equilíbrio — face a uma alteração nos diferenciais de rendibilidade entre aplicações de longo prazo internas e externas ou face a uma alteração nas preferências de carteira — assim como os movimentos de capital que, pelas suas características, não tenham de ser reembolsados, como são o caso das transferências unilaterais de capital (donativos). Todos os movimentos de capital que não se enquadrem nestas características correspondem à variação da dívida externa líquida, ou seja, ao endividamento líquido.

O saldo líquido dos capitais estáveis corresponde, assim, ao saldo líquido da balança de capitais e financeira (*bcf*), deduzido do endividamento líquido, ou seja, deduzido da variação da dívida externa líquida (não considerando o saldo líquido dos capitais estáveis) denominada em moeda estrangeira.

$$bcf_t = ce_t + e_t \cdot (B_t^* - B_{t-1}^*) \Leftrightarrow ce_t = bcf_t - e_t \cdot (B_t^* - B_{t-1}^*) \quad (3)$$

A noção de equilíbrio fundamental apresenta, assim, características normativas, não só sobre a noção de equilíbrio externo, atrás referida, mas igualmente sobre a noção de equilíbrio interno. O equilíbrio interno geralmente considerado consiste no conceito de NAIRU (*non-accelerating-inflation rate of unemployment*) que corresponde ao nível máximo de produto consistente com a estabilidade dos preços, o qual não é pacífico uma vez que podem existir diferentes combinações de políticas para atingir este objectivo de equilíbrio interno. Na implementação da metodologia FEER, o equilíbrio interno é incorporado no modelo através da utilização das variáveis explicativas em tendência, assumindo-se implicitamente a hipótese de que em média, isto é, abstraindo os efeitos dos ciclos económicos, a economia está em equilíbrio, ou tende para o equilíbrio.

A análise FEER assenta numa base transacções e não numa base liquidações. Por exemplo, partindo de uma situação de equilíbrio, se um país importasse um bem e incorresse em incumprimento no seu pagamento, a balança de pagamentos base transacções registaria um défice, mas a balança de pagamentos base liquidações continuaria equilibrada. Outro exemplo, se a balança de pagamentos não registasse as

amortizações programadas mas somente as amortizações efectuadas (que em caso de incumprimento são menores que as programadas) não se estaria a registar um défice pelo montante do incumprimento e assim a balança continuaria equilibrada. Deste modo, a taxa de câmbio de equilíbrio de longo prazo que se vai estimar é a taxa de câmbio que equilibra a balança de pagamentos compatível com o cumprimento de todos os compromissos.

Como qualquer modelo que tente captar os aspectos mais significativos da realidade económica em estudo, a metodologia FEER está sujeita a algumas limitações. Em primeiro lugar, consiste numa análise de equilíbrio parcial, encontrando-se, assim, sujeita à crítica de Lucas, uma vez que as variáveis explicativas são consideradas em níveis de equilíbrio determinados fora do modelo e incorporadas numa equação previamente estimada para a balança fundamental, a qual é posteriormente resolvida, numa situação de equilíbrio da balança fundamental, em ordem à taxa de câmbio real — que, calculada nestas condições, corresponde à FEER.

Em segundo lugar, esta metodologia só permite identificar com alguma segurança grandes *misalignments* dado o carácter normativo na definição dos equilíbrios interno e externo. O equilíbrio interno assume que, em média, a economia está em equilíbrio, ou tende para o equilíbrio. O equilíbrio externo depende dos movimentos de capital que se considerem como estáveis.

A terceira limitação consiste no facto de, por não considerar uma noção de equilíbrio temporal, se estar a ignorar a existência de uma interacção entre os desvios da taxa de câmbio real face ao equilíbrio e a própria trajectória de equilíbrio. Desta forma, se num determinado período a taxa de câmbio real for superior à FEER, regista-se uma acumulação de dívida¹², podendo ser necessário que a balança fundamental registe saldos positivos nalgum período futuro para que a restrição externa intertemporal seja satisfeita. Assim, a FEER, ou seja, a taxa de câmbio real compatível com um saldo nulo da balança fundamental, teria de estar, num período futuro, mais depreciada que a

¹² Considerando que a taxa de câmbio real é um índice geométrico, ou seja, um aumento/diminuição traduz uma apreciação/depreciação da taxa de câmbio real, respectivamente.

verdadeira taxa de equilíbrio — assumindo que se verifica a condição de Marshall-Lerner¹³.

Em último lugar, é de referir que esta metodologia não se baseia numa teoria explícita de determinação da taxa de câmbio real, pelo que não é possível identificar os factores que determinam as alterações de equilíbrio da taxa de câmbio ou a existência de *misalignments*.

Em compensação, a metodologia FEER apresenta algumas características que a tornam bastante adequada para o cálculo de uma taxa de câmbio real de equilíbrio. Em primeiro lugar, esta noção de equilíbrio externo contrasta com a imposição de equilíbrio permanente na BTC primária, usualmente considerada. De facto, a balança fundamental ao reunir os fluxos de carácter estável da balança de pagamentos é mais adequada que a BTC para averiguar a sustentabilidade da política cambial no médio/longo prazo por dois motivos. O primeiro assenta no facto de, numa situação em que a poupança interna é diferente das oportunidades de investimento internas avaliadas à taxa de juro mundial, os países poderem observar importações ou exportações de capitais estruturais, ou não especulativos, ao longo de vários anos mantendo desequilíbrios prolongados na BTC. O segundo, que é característico de uma economia como a cabo-verdiana, resulta do facto de os donativos serem uma rubrica significativa para o equilíbrio da balança de pagamentos. Uma vez que uma parte deles são transferências unilaterais de capital, a sua contabilização não é feita na BTC, mas na balança de capitais, segundo a 5ª versão (1993) do Manual da Balança de Pagamentos do FMI¹⁴. Por serem donativos, ou seja, por não terem de ser reembolsados, não são dívida externa, sendo por excelência capitais estáveis.

Em segundo lugar, constitui uma boa alternativa à teoria PPP (*purchasing power parity* — paridade dos poderes de compra), a qual, ao assumir a taxa de câmbio real como uma constante, não tem encontrado aderência empírica. A metodologia FEER,

¹³ A condição de Marshall-Lerner afirma que se a soma da elasticidade das exportações face à taxa de câmbio real com a elasticidade das importações face à taxa de câmbio real for superior a um, então uma depreciação real da moeda melhora o saldo da balança comercial e uma apreciação real da moeda deteriora o saldo da balança comercial.

¹⁴ Na versão anterior todas as transferências unilaterais (correntes e de capital) eram contabilizadas na BTC.

pelo contrário, assume que a taxa de câmbio real não é constante, aproximando-se assim mais da evidência empírica.

Em terceiro lugar, pelo facto de não assumir a taxa de câmbio real como uma constante, não assenta numa noção de *steady state*, mas numa noção de equilíbrio de longo prazo. Desta forma, ao contrário de um modelo assente numa noção de *steady state* (como o modelo PPP) em que o equilíbrio calculado não admite a existência de incentivos para o movimento de capitais, o modelo FEER incorpora a existência destes incentivos.

Por fim, assenta numa lógica simples e em princípios facilmente aceites, o que a torna bastante apropriada como método de análise na realização de estudos em que se disponha de um número limitado de observações.

Partindo da equação de balança fundamental, Dolado e Viñals (1991) deduziram a restrição orçamental de equilíbrio intertemporal para uma economia aberta. Começaram incorporando a equação dos capitais estáveis (3) na equação da balança fundamental (1), obtendo:

$$bf_t = btc_t + bcf_t + (1 + i_t^*)e_t \cdot B_{t-1}^* - e_t \cdot B_t^* \quad (4)$$

Uma vez que em equilíbrio a soma da BTC com a BCF é nula, a equação da balança fundamental fica:

$$bf_t = (1 + i_t^*) \cdot e_t \cdot B_{t-1}^* - e_t \cdot B_t^* \quad (5)$$

Dividindo pelo produto nominal $y_t = y_{t-1} \cdot (1 + \eta_t) \cdot (1 + \pi_t)$, (sendo η a taxa de crescimento real de tendência do produto e π a taxa de inflação), e rearranjando fica:

$$bfy_t = \frac{bf_t}{y_t} = (1 + i_t^*) \cdot \frac{e_{t-1} \cdot B_{t-1}^*}{y_{t-1}} \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \cdot \frac{1}{(1 + \eta_t) \cdot (1 + \pi_t)} - \frac{e_t \cdot B_t^*}{y_t} \quad (6)$$

sendo bfy a balança fundamental sobre o PIB. Definindo

$$b_t = \frac{e_t \cdot B_t^*}{y_t} \quad (7)$$

$$b_{t-1} = \frac{e_{t-1} \cdot B_{t-1}^*}{y_{t-1}} \quad (8)$$

(representando b a dívida externa líquida (excluindo o saldo líquido dos capitais estáveis) denominada em moeda nacional, sobre o PIB nominal) e substituindo em (6) fica:

$$bfy_t = (1 + i_t^*) \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \cdot \frac{1}{(1 + \eta_t)(1 + \pi_t)} \cdot b_{t-1} - b_t \quad (9)$$

Em equilíbrio i^* , η e π são constantes, logo a expressão vem:

$$bfy_t = (1 + i^*) \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \cdot \frac{1}{(1 + \eta)(1 + \pi)} \cdot b_{t-1} - b_t \quad (10)$$

Resolvendo em ordem a b_t fica:

$$b_t = (1 + i^*) \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \cdot \frac{1}{(1 + \eta)(1 + \pi)} \cdot b_{t-1} - bfy_t \quad (11)$$

Tendo em conta a paridade não coberta das taxas de juro

$$(1 + i_t) = (1 + i_t^*) \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \quad (12)$$

(sendo i_t a taxa de juro) e assumindo que se verifica a paridade relativa dos poderes de compra

$$(1 + \pi_t) = (1 + \pi_t^*) \cdot \frac{e_t}{e_{t-1}} \quad (13)$$

(sendo π_t^* a taxa de inflação internacional) a equação (11) fica:

$$b_t = \frac{1+r^*}{1+\eta} \cdot b_{t-1} - bfy_t \quad (14)$$

(sendo r^* a taxa de juro real internacional).

Definindo $\lambda = \frac{r^* - \eta}{1 + \eta}$ fica: (15)

$$b_t = (1 + \lambda) \cdot b_{t-1} - bfy_t \quad (16)$$

que consiste na **equação de acumulação de dívida externa**.

Se a taxa de juro real internacional for inferior à taxa de crescimento real do produto ($r^* < \eta \Rightarrow \lambda < 0 \Rightarrow 1 + \lambda < 1$), qualquer trajectória estável da balança fundamental sobre o PIB é consistente com um *ratio* dívida externa / PIB estável e o país é solvente independentemente do valor inicial da sua dívida externa¹⁵. Contudo, se a taxa de juro real internacional for superior à taxa de crescimento real do produto ($r^* > \eta \Rightarrow \lambda > 0 \Rightarrow 1 + \lambda > 1$) é necessário calcular a restrição orçamental de equilíbrio intertemporal de uma economia aberta, para a equação de acumulação de dívida externa não ser explosiva. É essa condição que se vai derivar a seguir.

Recorrendo ao operador de atraso L para a variável b_{t-1} e rearranjando, a equação (16) fica:

$$b_t = \frac{-1}{[1 - (1 + \lambda) \cdot L]} \cdot bfy_t \quad (17)$$

¹⁵ Ver Cohen (1985).

No caso de $1 + \lambda > 1$, para tornar a expressão acima uma progressão geométrica de raiz menor que 1 multiplica-se o numerador e o denominador por $-(1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1}$ ficando:

$$b_t = (1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1} \cdot \frac{1}{[1 - (1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1}]} \cdot bfy_t \quad (18)$$

Nesta forma já temos uma progressão geométrica de raiz $0 < (1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1} < 1$, pelo que podemos reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$b_t = (1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1} \cdot bfy_t \cdot \left\{ 1 + (1 + \lambda)^{-1} \cdot L^{-1} + (1 + \lambda)^{-2} \cdot L^{-2} + (1 + \lambda)^{-3} \cdot L^{-3} + \dots \right\} \quad (19)$$

Uma vez que o inverso do operador de atraso consiste no operador de avanço ($L^{-1} = F$),

$$b_t = (1 + \lambda)^{-1} \cdot F \cdot bfy_t \cdot \left\{ 1 + (1 + \lambda)^{-1} \cdot F + (1 + \lambda)^{-2} \cdot F^2 + (1 + \lambda)^{-3} \cdot F^3 + \dots \right\} \quad (20)$$

e que a sua aplicação a bfy corresponde ao valor esperado em t para o saldo de bfy no período $t + i$, com $i = 1, 2, \dots$, fica:

$$b_t = (1 + \lambda)^{-1} \cdot E_t(bfy_{t+1}) + (1 + \lambda)^{-2} \cdot E_t(bfy_{t+2}) + (1 + \lambda)^{-3} \cdot E_t(bfy_{t+3}) + \dots \quad (21)$$

ou seja:

$$b_t = \sum_{i=1}^{\infty} \left[(1 + \lambda)^{-i} \cdot E_t(bfy_{t+i}) \right] \quad (22)$$

sendo necessário impor a condição de transversalidade $\lim_{N \rightarrow \infty} (1 + \lambda)^{-N} \cdot E_t(b_{t+N}) = 0$ para garantir a solvência da economia. A **restrição orçamental de equilíbrio intertemporal de uma economia aberta** corresponde assim ao sistema de equações:

$$\begin{cases} b_t = \sum_{i=1}^{\infty} \left[(1 + \lambda)^{-i} \cdot E_t(bfy_{t+i}) \right] \\ \lim_{N \rightarrow \infty} (1 + \lambda)^{-N} \cdot E_t(b_{t+N}) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Esta restrição impõe que o *ratio* dívida externa / PIB iguale o valor "atualizado" dos saldos esperados da balança fundamental sobre o PIB. Isto significa que se o país regista num determinado período défices fundamentais com o exterior (acumulando assim dívida externa líquida), terá de registar excedentes no futuro para cumprir as suas obrigações externas. Qualquer trajetória da balança fundamental sobre o PIB que verifique esta restrição é uma trajetória sustentável. Uma trajetória admissível é a regra de manter equilibrada a balança fundamental sobre o PIB todos os períodos. No caso da metodologia FEER, a trajetória é calculada tendo em conta a evolução da tendência das variáveis explicativas que influenciam o comportamento desta balança. Trata-se, assim, de uma regra de equilíbrio em média, compatível com o equilíbrio interno e externo.

V – Aplicação da metodologia FEER ao caso de Cabo Verde

Na aplicação da metodologia FEER, a primeira etapa é, assim, a definição das rubricas que devem ser englobadas na balança fundamental. A principal dificuldade consiste em qualificar quais os capitais que se podem caracterizar como estáveis. Tendo em conta a especificidade de Cabo Verde (nomeadamente a inexistência de um mercado de capitais), considerou-se como capitais estáveis o investimento directo estrangeiro líquido em Cabo Verde (diferença entre o investimento directo do exterior em Cabo Verde e o investimento directo de Cabo Verde no exterior) e as transferências líquidas de capital¹⁶ (que consistem basicamente nos donativos para projectos de investimento recebidos por Cabo Verde). Desta forma, a balança fundamental engloba o saldo primário da BTC, o investimento directo estrangeiro líquido e as transferências líquidas de capital.

A segunda etapa consiste em identificar quais as variáveis que afectam a evolução da balança fundamental. Uma delas é, inerente à aplicação desta metodologia, o índice da taxa de câmbio efectiva real (ITCER). Adicionalmente, procuraram-se outros factores explicativos da evolução da balança fundamental, tendo em atenção o facto de se disporem de poucas observações. Quanto mais variáveis explicativas se introduzissem no modelo, menor a potência dos testes econométricos. O modelo teria, assim, de incluir poucas variáveis, mas fortemente explicativas da evolução da balança fundamental. A evolução do ITCER capta alguns factores externos e internos. No entanto, dado o fraco peso das exportações, e o forte peso das importações, na balança fundamental, os factores externos que influenciam as exportações não se apresentam tão significativos quanto os factores internos que influenciam as importações, considerando-se, deste modo, adequado incluir a variável procura interna em percentagem do PIB, para captar esses factores internos.

¹⁶ Antes da adopção dos preceitos previstos na 5ª versão (1993) do Manual da Balança de Pagamentos do FMI, estas transferências encontravam-se incluídas na BTC na rubrica transferências unilaterais (as quais englobavam, assim, as transferências correntes e de capital). Com a adopção desta nova versão do Manual, as transferências unilaterais de capital saíram para fora da BTC, passando a fazer parte da balança de capitais.

Definiram-se assim as séries *bfy* como a balança fundamental em percentagem do PIB nominal, *piy* como o logaritmo da procura interna em percentagem do PIB nominal e *tcr* como o logaritmo do índice da taxa de câmbio efectiva real (ITCER). As fontes utilizadas são descritas no anexo E.

A próxima etapa consiste em efectuar o estudo do grau de integração das séries. Este estudo foi efectuado no anexo B, tendo-se chegado à conclusão que *bfy* é estacionária e que *piy* e *tcr* são I(1), ou seja, integradas de ordem 1.

Uma vez que as variáveis exógenas são I(1) — e uma estimação que inclua variáveis não estacionárias origina o enviesamento dos habituais testes de aderência — uma forma de resolver o problema é estacionarizar as séries, calculando a primeira diferença de cada variável. Esta metodologia apresenta, no entanto, um custo, que consiste no facto de uma análise em primeiras diferenças não permitir a construção de um índice para a FEER, por não existir uma âncora que sirva de base às primeiras diferenças estimadas da FEER. Assim, apenas é possível comparar, em cada período, a variação desejada estimada pela FEER, com a variação registada na tendência das primeiras diferenças do ITCER.

Deste modo, estacionarizando as variáveis *piy* e *tcr* através do cálculo das suas primeiras diferenças, representadas respectivamente por *Dpiy* e *Dtcr*, a regressão

$$bfy_t = \beta_0 + \beta_1 Dpiy_t + \beta_2 Dtcr_t + \varepsilon_t \quad (24)$$

originou os seguintes resultados, (sendo apresentado entre parêntesis os *t-ratios*):

$$bfy_t = -0.92967 - 85.623 Dpiy_t - 39.395 Dtcr_t \quad (25)$$

(-1.286) (-3.728) (-2.219)

Excluindo a constante, por não ser estatisticamente significativa, o resultado obtido foi:

$$bfy_t = -83.973 Dpiy_t - 43.144 Dtcr_t \quad (26)$$

(-3.600) (-2.422)

$R^2=0.519$

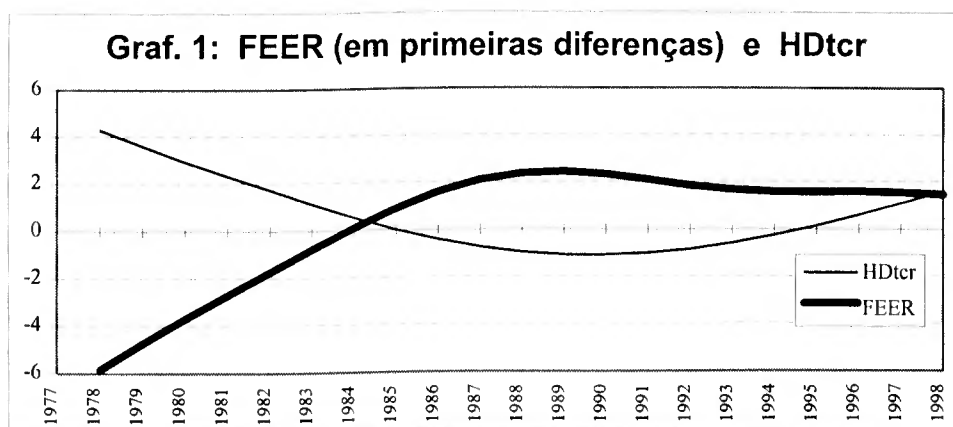
Breusch-Godfrey[autocorrelação]~F(1,18)=2.229 (0.1527)

White[heteroescedasticidade]~F(5,13)=0.290 (0.9103)

RESET[especificação]~F(1,18)=0.605 (0.4467)

O *t-ratio* do coeficiente de *Dpiy* é bastante bom (correspondendo a um *p-value* de 0.19%) e de *Dtcr* é aceitável (correspondendo a um *p-value* de 2.56%). Os sinais são os esperados: um aumento da procura interna (em percentagem do PIB) e uma apreciação efectiva real da moeda deterioraram o saldo da balança fundamental (em percentagem do PIB). Poder-se-ia esperar, no entanto, um *t-ratio* mais favorável para *Dtcr*, ou pelo menos um *t-ratio* para *Dtcr* mais favorável que o *t-ratio* obtido para *Dpiy*. Uma vez que a análise FEER assenta na determinação da taxa de câmbio efectiva real que equilibra a tendência da balança fundamental, é de todo conveniente que esta taxa se revele uma variável explicativa bastante significativa, para validar a FEER que se vai estimar.

A FEER corresponde ao valor de *Dtcr* que equilibra *bfi* (ou seja, que torna $bfi=0$), considerando os valores da série *Dpiy* em tendência (*HDpiy*), calculados utilizando o filtro de Hodrick-Prescott (HP) com $\lambda=100$ (valor *standard* para séries anuais) e os coeficientes estimados na equação 26. Nesta fase de aplicação da metodologia, chegámos ao ponto em que a análise consiste na comparação gráfica entre a FEER estimada e os valores de *Dtcr* em tendência (*HDtcr*), utilizando novamente o mesmo processo de cálculo através do filtro HP.



Graficamente pode-se distinguir dois grandes períodos: o primeiro de 1978 a 1984 e o segundo de 1984 até 1998, ano em que as autoridades cabo-verdianas estabeleceram um *peg* do escudo cabo-verdiano ao escudo português.

No primeiro período registaram-se sucessivas apreciações em *HDtcr*, embora

cada vez menores, e a FEER estimada apontava para a necessidade de uma depreciação efectiva real da moeda, embora igualmente cada vez menor.

No ano de 1984, pode-se verificar que *HD_{ter}* e a FEER se encontram ambas muito próximas de zero, ou seja, *HD_{ter}* manteve-se sensivelmente ao mesmo nível e a FEER não acusava a necessidade de a taxa de câmbio efectiva real se alterar face ao período anterior.

No segundo período, a FEER aponta sempre para a necessidade de uma apreciação efectiva real da moeda. Neste período, constata-se que *HD_{ter}* depreciou até 1995 e que a partir deste ano se registaram apreciações até se atingir em 1998 novamente uma situação em que a apreciação registada coincidiu com a variação desejada pela FEER estimada.

Podem assim ser encontrados dois anos em que se verificou um equilíbrio conjuntural, uma vez que a variação registada em *HD_{ter}* coincide com a variação que a estimação da FEER aponta como desejável: o ano de 1984 e o ano de 1998.

O facto de 1998 ser um ano de equilíbrio reveste-se de uma importância singular, pois foi neste ano que as autoridades de Cabo Verde estabeleceram um *peg* do escudo cabo-verdiano ao escudo português. Segundo a metodologia FEER, a apreciação efectiva real registada na moeda cabo-verdiana em 1998 foi a adequada para manter equilibrada a tendência da balança fundamental em percentagem do PIB.

VI – Aplicação de uma variante da Metodologia FEER ao caso de Cabo Verde

Uma vez que as características das séries obrigaram a uma análise em primeiras diferenças, o que, dada a inexistência de uma âncora, não permitiu a construção de um índice para a FEER, procuraram-se outras relações entre as diversas variáveis. Nesta escolha de um caminho alternativo já se suspeitava de alguma regularidade entre as séries tomando em consideração o índice da taxa de câmbio efectiva nominal (ITCEN), por dois motivos muito fortes.

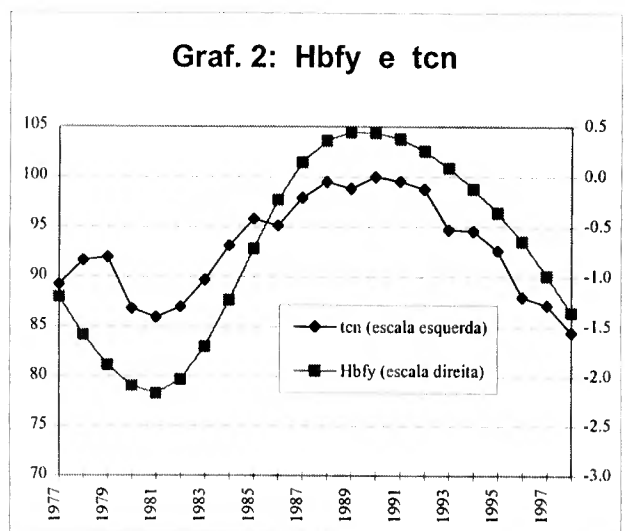
O primeiro assenta no facto de as importações serem bastante inelásticas face ao seu custo e de estas serem a principal rubrica da balança fundamental (e, mais abrangentemente, da balança de pagamentos). Uma vez que o ITCER é bastante influenciado pelo crescimento dos preços em Cabo Verde, a sua evolução inclui, assim, características distintas das que influenciam a evolução do valor das importações. Isto significa que ao utilizar o ITCER na metodologia FEER se está a esbater a regularidade estatística entre as séries. Desta forma, nas actuais condições da economia cabo-verdiana, torna-se mais adequado a utilização do ITCEN para compreender a evolução do valor das importações e, dado o seu forte peso, da balança fundamental.

O segundo assenta nas remessas dos emigrantes, principal rubrica da balança de pagamentos a seguir às importações, e consiste no facto de os emigrantes, nas suas decisões dos montantes a remeter para Cabo Verde, terem em atenção a evolução da taxa de câmbio entre a moeda cabo-verdiana e a moeda do país onde se situam, não considerando, e inclusivamente ignorando, a evolução, em termos reais, da taxa de câmbio. Quanto maior o ritmo de desvalorização da moeda cabo-verdiana, maior a preferência dos emigrantes em atrasar o envio das suas remessas, pois o valor destas em escudos cabo-verdianos é maior se forem enviadas mais tarde, ou seja, quando aumenta o ritmo de desvalorização do escudo cabo-verdiano, diminuem as remessas enviadas pelos emigrantes. As remessas dos emigrantes são, assim, inversamente proporcionais à desvalorização da moeda cabo-verdiana face às moedas dos países de onde são

enviadas. Pode ainda ser considerado um outro factor a que as remessas dos emigrantes são sensíveis, que consiste na evolução do crescimento económico dos países onde os emigrantes se situam. As remessas dos emigrantes são directamente proporcionais à variação real do produto nesses países.

Estes dois factores, que influenciam decisivamente as duas principais rubricas da balança de pagamentos, estão assim bastante ligados à evolução, em termos nominais, da taxa de câmbio. E, quando se confrontaram as séries estatísticas à procura de alguma regularidade entre elas, constatou-se que a tendência¹⁷ da balança fundamental em percentagem do PIB (*Hbfy*) acompanhava praticamente na perfeição o ITCEN (*tcn*) como se pode constatar graficamente.

Encontrou-se assim, entre a evolução de longo prazo da balança fundamental em percentagem do PIB e o ITCEN uma regularidade estatística, ou seja, uma partilha da sua evolução de longo prazo, o que indicia que as duas séries cointegram.



Para além da constatação gráfica indicar que as duas séries cointegram, torna-se agora necessário qualificar analiticamente a regressão de cointegração. Para tal é necessário efectuar o estudo do grau de integração das séries e o estudo da existência, ou não, de um *drift* nas séries. O primeiro foi efectuado no anexo B e o segundo no anexo C, tendo-se chegado à conclusão de ambas as séries serem $I(1)$, mas apenas *Hbfy* possuir um *drift*.

¹⁷ Utilizando o filtro de Hodrick-Prescott (HP) com $\lambda=100$ (valor *standard* para séries anuais).

Desta forma, é econometricamente justificável a inclusão de um *trend* na regressão de cointegração entre *Hbfy* e *tcn*.

$$Hbfy_t = c + kT + \beta tcn_t + u_t \quad (27)$$

Os resultados obtidos (sendo apresentados entre parêntesis os *t-ratios*) foram:

$$Hbfy_t = -14.957 + 0.064535T + 0.14517tcn_t \quad (28)$$

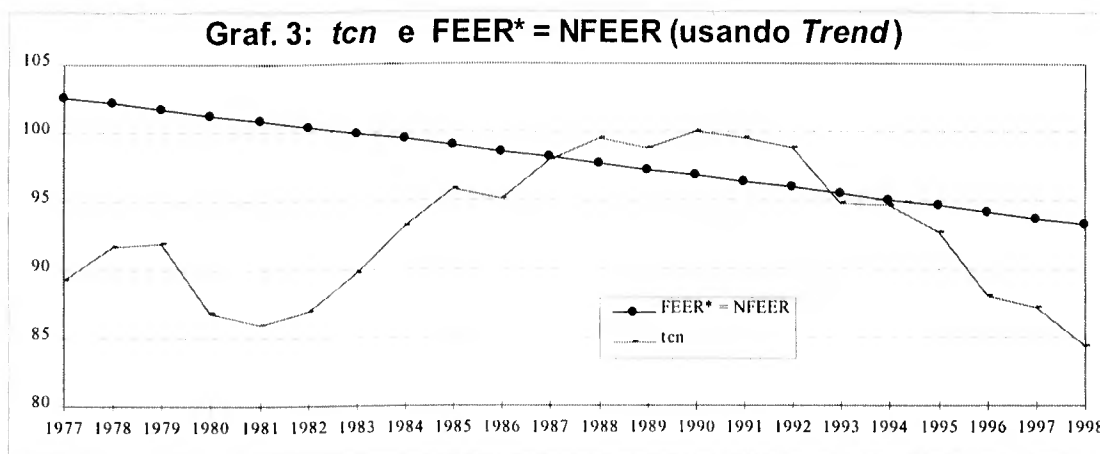
(-14.123) (7.285) (12.631)

$R^2=0.928$ $DW=1.39$ $Breusch-Godfrey[autocorrelação]-F(1,18)=0.153$ (0.7004)

$White[heteroescedasticidade]-F(5,13)=2.338$ (0.1010) $RESET[especificação]-F(1,18)=0.586$ (0.4539)

Como a análise gráfica permitia antever, os *t-ratios* apresentam-se elevados. O sinal de *tcn*, tal como se esperava, é positivo, significando que uma depreciação nominal da moeda (variação negativa de *tcn*) torna as importações mais caras e faz aumentar a preferência dos emigrantes em atrasar o envio das suas remessas para Cabo Verde, provocando, assim, uma variação negativa no saldo de *Hbfy*. A existência de cointegração entre as séries (ou seja, a constatação da estacionaridade dos resíduos obtidos na regressão de cointegração) foi demonstrada no anexo D.

O resultado gráfico de *tcn* que equilibra *Hbfy* — adiante designado por FEER*, significando o asterisco que não é uma taxa de câmbio efectiva real, mas nominal — é o seguinte:



Apesar da existência do *trend* se encontrar validada devido ao facto de apenas a



série $Hbfy$ possuir um *drift*, em termos económicos podia ser argumentado que esse *trend* significava a omissão de uma variável no modelo, nomeadamente de uma variável I(1) com *drift*, que se enquadre no raciocínio do modelo e cujo *drift* compense, ou seja, anule, o *drift* existente na variável endógena. Estaríamos, neste caso, não só em presença de cointegração estocástica, mas igualmente em presença de cointegração determinista.

Ora relembando o segundo motivo atrás exposto — remessas dos emigrantes — verificamos que estas se apresentam sensíveis a um outro factor que até agora não está a ser captado pelo modelo: o crescimento económico nos países onde os emigrantes se situam. Como *proxy* para este factor optou-se por utilizar a série logaritmicada do PIB português a preços de 1990 (ypt). A justificação da sua utilização como *proxy* assenta no grande número de emigrantes cabo-verdianos em Portugal, nas ligações afectivas privilegiadas com os familiares das ilhas de Cabo Verde (dada a grande proximidade dos dois países) e no facto de o PIB português seguir a evolução do crescimento económico mundial¹⁸.

Em termos de fundamentação teórica, ypt parece adequada, pois enquadra-se no raciocínio do modelo. Falta agora verificar se possui as propriedades estatísticas adequadas, nomeadamente se é uma série I(1) com *drift*. Este estudo foi efectuado nos anexos B e C, os quais demonstram que, de facto, se trata de uma série com estas propriedades estatísticas.

A série ypt parece assim reunir as condições necessárias para ser incluída na regressão de cointegração. A nova regressão de cointegração é assim:

$$Hbfy_t = c + \beta_1 ypt_t + \beta_2 tcn_t + u_t \quad (29)$$

¹⁸ A variável ypt é igualmente adequada como *proxy* para captar a procura externa (Portugal é destacadamente o maior parceiro comercial), embora não se reconheça na procura externa uma importância significativa quando comparada com os outros factores já identificados.

a qual gerou os seguintes resultados:

$$Hbfy_t = -34.694 + 2.2323ypt + 0.14753tcn, \quad (30)$$

(-11.339) (6.802) (12.256)

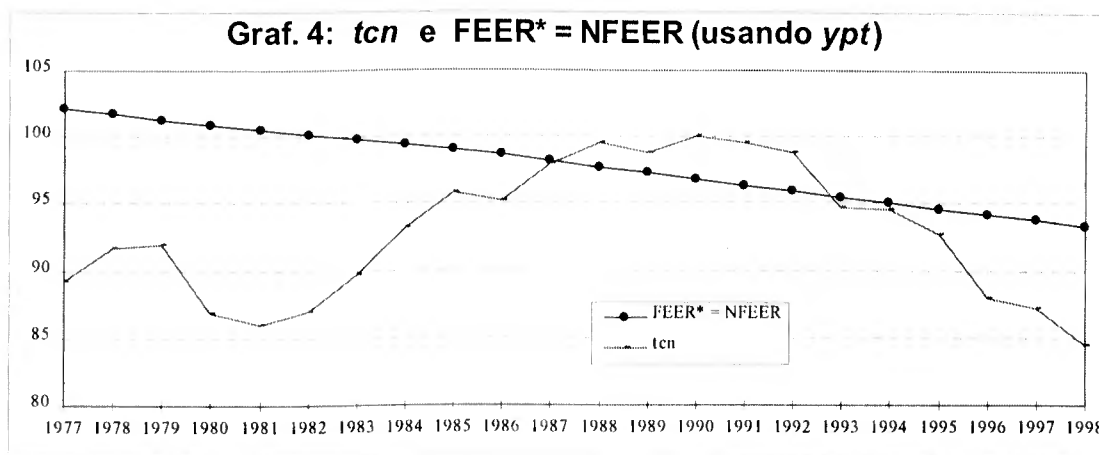
$R^2=0.920$ $DW=1.36$ $Breusch-Godfrey[autocorrelação] \sim F(1,18)=0.289$ (0.5975)

$White[heteroescedasticidade] \sim F(5,13)=2.690$ (0.0700) $RESET[especificação] \sim F(1,18)=0.009$ (0.9258)

(Para confirmar, efectuou-se a mesma regressão incluindo um *trend*. Como era de esperar, este não se revelou significativo).

Os *t-ratios* apresentam-se elevados e os sinais dos coeficientes são os esperados. A existência de cointegração foi demonstrada no anexo D. Destaca-se o sinal positivo do coeficiente associado a *ypt*, o que corrobora o raciocínio atrás assumido de uma aceleração do crescimento económico nos países onde os emigrantes se situam originar uma melhoria no saldo de *Hbfy*.

O cálculo do *tcn* que equilibra *Hbfy* (considerando os valores da série *ypt* em tendência através da utilização do filtro HP com $\lambda=100$), designado por FEER*, origina o seguinte resultado gráfico:



Como se pode verificar, as diferenças com o gráfico anterior são imperceptíveis. O modelo inclui variáveis com *drift*, mas não necessita de um *trend* para os resíduos obtidos na regressão de cointegração serem estacionários. Para além de cointegração estocástica estamos, assim, em presença de cointegração determinista.

Podia ser referido que seria conveniente recorrer ao modelo dinâmico sob a forma de mecanismo corrector do erro (MCE) com o argumento de o valor esperado das primeiras diferenças das variáveis Hb_{fy} e y_{pt} (variáveis I(1) com *drift*) ser não nulo e que esse facto faria a diferença na definição da relação de longo prazo. Todavia, em presença de cointegração determinista, se o modelo dinâmico estiver correctamente especificado, a relação de longo prazo calculada com base no modelo dinâmico é a mesma que a relação de longo prazo definida pelo modelo estático. Assim, não há qualquer vantagem em utilizar o modelo dinâmico. Bem pelo contrário, no modelo dinâmico, por se perderem observações devido à utilização de variáveis em diferenças e, ainda por cima, desfasadas, estaríamos a reduzir a amostra (que já é pequena) e a comprometer a análise.

Um outro argumento utilizado para a formulação de um modelo dinâmico consiste no facto de através deste se tentar evitar a autocorrelação geralmente presente nos resíduos da regressão de cointegração. Convém não esquecer, no entanto, que a metodologia FEER é uma análise de longo prazo, pelo que este problema não se coloca, pois está assumidamente a utilizar-se um modelo estático. (De qualquer forma, nem a regressão da FEER, nem a regressão da FEER*, evidenciaram autocorrelação dos resíduos, eventualmente por os dados serem anuais).

Regressando à análise da FEER* estimada, constatamos uma ligeira evolução decrescente, ou seja, uma evolução no sentido de uma ligeira depreciação efectiva nominal da moeda. Este facto reflecte o crescimento económico mundial, directamente proporcional ao envio das remessas dos emigrantes e (embora assumidamente com pouco impacto) à procura externa. O facto de a FEER* estimada evidenciar como desejável uma ligeira depreciação é ainda compatível com a menor produtividade da economia cabo-verdiana face ao exterior (quer pela sua fraca industrialização, quer pela sua pequena dimensão não permitir o aproveitamento de economias de escala).

Confrontando graficamente a FEER* estimada com o ITCEN registado, verifica-se que podem ser claramente definidos três períodos: um primeiro período de 1977 a 1986, um segundo período entre os anos de 1987 e 1993, e um terceiro período

de 1994 a 1998.

Nos anos de 1987 e 1993 (e também 1994) o ITCEN coincide com a FEER* estimada. E, de facto, constata-se que a tendência da balança fundamental em percentagem do PIB (*Hbfy*) se encontra praticamente equilibrada nesses dois anos. Nos restantes anos, o ITCEN não coincide com a FEER* estimada, constatando-se que *Hbfy* também não se encontra equilibrada.

No primeiro período pode verificar-se que o ITCEN se revela depreciado relativamente ao que as estimativas da FEER* apontam como desejável, ao que corresponde uma *Hbfy* deficitária. No entanto, verifica-se igualmente que à medida que a depreciação do ITCEN face à FEER* diminui, o saldo deficitário de *Hbfy* diminui também, até se alcançar o ano de 1987, em que o ITCEN e a FEER* coincidem e *Hbfy* se encontra equilibrada.

Entre os anos de 1987 e 1993, o ITCEN revela-se apreciado relativamente ao que as estimativas da FEER* indicam como desejável e, de facto, *Hbfy* apresenta um saldo excedentário.

Por sua vez, a partir de 1994 constata-se uma crescente depreciação do ITCEN relativamente ao que as estimativas da FEER* apontam como desejável, ao que corresponde um sucessivo aumento dos défices de *Hbfy*.

A aderência empírica do modelo apresenta-se assim perfeitamente coerente com a evolução dos dados. Nos dois anos em que o ITCEN coincide com a FEER*, *Hbfy* encontra-se praticamente equilibrada. Nos restantes anos verifica-se que à medida que o ITCEN se aprecia relativamente ao que as estimativas da FEER* evidenciam como desejável, aumenta o excedente de *Hbfy*; e que à medida que o ITCEN se deprecia relativamente ao que as estimativas da FEER* evidenciam como desejável, aumenta o défice de *Hbfy*.

Assim, esta FEER* revela-se apropriada, não só na sua fundamentação teórica, mas igualmente na sua aderência empírica. O que se fez de diferente nesta análise foi adaptar a metodologia FEER — assente na evolução da taxa de câmbio efectiva real e,

por este motivo, usualmente aplicada aos países com uma estrutura industrial já montada — a um PVD, com uma estrutura industrial ainda pouco desenvolvida (e, deste modo, pouco reactiva a variações na taxa de câmbio efectiva real) e bastante dependente de bens importados e das remessas dos emigrantes. A actual posição produtiva da economia cabo-verdiana faz com que as suas contas externas sejam essencialmente influenciadas pela evolução nominal da taxa de câmbio e não tanto pela evolução real, a qual esbate a regularidade estatística entre as variáveis. Esta é, assim, uma metodologia adaptada a um país com uma estrutura industrial incipiente e fracamente estimulada por variações reais na taxa de câmbio — situação característica de muitos PVD e de muitos países em transição. É uma nova orientação da tradicional metodologia FEER, que não assenta na sensibilidade da balança fundamental à taxa de câmbio efectiva real, mas na sensibilidade desta balança à taxa de câmbio efectiva nominal. Assim, podemos intitular esta taxa de câmbio efectiva nominal estimada segundo esta nova metodologia — e até agora designada por FEER*, para a distinguir da FEER tradicional — por *Nominal Fundamental Equilibrium Exchange Rate* (NFEER).

Voltando à análise gráfica da NFEER, uma primeira percepção poderia indicar que haveria espaço para as autoridades cabo-verdianas fixarem o *peg* do escudo cabo-verdiano face ao escudo português a um nível mais apreciado para a moeda cabo-verdiana. No entanto, perspectivando o médio/longo prazo é preciso tomar em consideração dois factores: o primeiro advém do facto de a NFEER apresentar uma evolução decrescente, ou seja, uma evolução no sentido de uma ligeira depreciação anual; e o segundo assenta no facto de a partir de 1998 o ITCEN ter obrigatoriamente de se manter estável, uma vez que nesse ano foi estabelecido um *peg* do escudo cabo-verdiano face ao escudo português, e Portugal é destacadamente o maior parceiro comercial. Com a substituição do escudo português pelo euro, o escudo cabo-verdiano passou a estar ligado a um espaço maior, o que reforça ainda mais a estabilidade do ITCEN. Desta forma, dada a evolução decrescente da NFEER e a estabilidade que terá de vigorar no ITCEN, a depreciação do ITCEN face à NFEER esbater-se-á nos próximos anos, pelo que no médio/longo prazo o nível a que foi fixado o *peg* se encontra, *ceteris paribus*, validado pela análise econométrica.

VII – Conclusão da aplicação da metodologia FEER e da sua variante ao caso de Cabo Verde; o efeito incompleto da curva *J*

Numa primeira fase, em que a evolução da balança de pagamentos é essencialmente marcada pela evolução das importações (com um forte peso dos bens de investimento), em que a estrutura industrial ainda está a começar a ser montada, ou está em fase de reconversão (e assim qualquer estímulo às exportações é algo inócuo) e, se for o caso, em que as remessas dos emigrantes constituem uma rubrica importante da balança de pagamentos, o PVD ou o país em transição deve tomar em atenção preferencialmente a sua taxa de câmbio efectiva nominal. À medida que a capacidade industrial começa a ficar montada, o país deverá orientar a sua atenção para a taxa de câmbio efectiva real, pois o peso dos bens de investimento nas importações começa a ser menor (ganhando maior peso os bens de consumo) e as exportações começam a ganhar importância na balança de pagamentos. Desta forma, o cálculo da NFEER revela-se apropriado às condições de Cabo Verde no período em análise, mas a execução do processo de privatizações e a captação de investimento directo estrangeiro previstas para um futuro próximo irão alterar a estrutura económica deste país. Nessa altura, a metodologia NFEER poderá já não ser a adequada, podendo a metodologia FEER tradicional revelar-se mais apropriada às novas condições económicas.

A metodologia NFEER é, deste modo, adaptada a economias que, como a cabo-verdiana, se encontram permanentemente na primeira fase da curva *J*, nunca chegando a entrar na segunda fase.

A curva *J* é a designação que caracteriza dois efeitos, temporalmente desfasados, resultantes de uma alteração da taxa de câmbio nominal: o efeito preço (sentido numa primeira fase) e o efeito volume (sentido numa segunda fase).

Por exemplo, após uma desvalorização nominal da moeda (e a consequente alteração do preço relativo dos bens nacionais e estrangeiros), dada a rigidez do volume já contratado de importações e exportações verifica-se uma deterioração do saldo da

balança comercial. Nesta primeira fase, o efeito volume é diminuto, prevalecendo o efeito preço. (Pelo raciocínio oposto, uma valorização nominal da moeda melhora o saldo da balança comercial).

Numa segunda fase, o volume contratado de importações e exportações irá ajustar-se ao novo preço relativo. No caso de uma desvalorização irá haver uma redução do volume importado e um aumento do volume exportado, que provocará, a prazo (e assumindo que se verifica a condição de Marshall-Lerner), uma melhoria na balança comercial, (e vice-versa no caso de uma valorização).

Assim, após uma desvalorização nominal da moeda, haverá, numa primeira fase (devido ao efeito preço), uma deterioração do saldo da balança comercial e, numa segunda fase (devido ao efeito volume), uma melhoria do referido saldo, o que graficamente se assemelha à letra *J*, advindo daí a designação de curva *J*.

Acontece que as economias como a cabo-verdiana nunca chegam a entrar nesta segunda fase, uma vez que (i) a inelasticidade das importações ao preço é bastante elevada dada a grande dependência de bens importados e (ii) não possuem uma estrutura industrial que permita uma reacção das exportações ao novo preço relativo.

Desta forma, economias como a cabo-verdiana encontram-se permanentemente na primeira fase da curva *J*. Como consequência deste fenómeno, chega-se à conclusão, validada econometricamente pela metodologia NFEER, que uma desvalorização nominal da moeda deteriora o saldo da balança fundamental e que uma valorização nominal da moeda melhora o saldo da balança fundamental.

O caso cabo-verdiano apresenta ainda a particularidade de o efeito da primeira fase ser reforçado pelo facto de os emigrantes, em períodos de maior desvalorização nominal da moeda cabo-verdiana (relativamente à moeda do país onde se situam), atrasarem o envio das remessas (pois um atraso no seu envio representará um maior montante em termos de escudos cabo-verdianos). Por esta via, uma desvalorização da moeda implica, igualmente, uma deterioração do saldo da balança fundamental.

VIII – Anexos e gráficos

VIII.1 – Anexo A: a questão monetária em Timor Loro Sae

O novo Estado de Timor Loro Sae enfrenta presentemente a questão de qual a moeda, ou moedas, a adoptar em substituição da rupia indonésia, uma vez que qualquer cooperação monetária com a Indonésia, ou a simples continuação da circulação da sua moeda em Timor, não parece ser uma opção sequer ponderável. Não só por parte dos dirigentes timorenses, mas, logo como ponto fundamental de partida, devido ao facto de a população rejeitar tudo o que é indonésio. Se começar a haver outras moedas a circular no território, a população timorense deixa de aceitar e de utilizar um dos símbolos da ocupação indonésia: a sua moeda, estampada e cunhada com o rosto sorridente do antigo Presidente Suharto.

Desta forma, foram levantadas algumas hipóteses para responder a esta questão, nomeadamente a criação de uma moeda nacional para Timor, e a utilização do euro, sob a denominação nacional de escudo português, no período transitório enquanto a moeda nacional não entrasse em circulação. Eventualmente, a introdução da nova moeda nacional coincidiria com a substituição das denominações nacionais do euro pelas novas notas e moedas em euro na Europa, processo que terá de estar completo, o mais tardar, no final do primeiro semestre de 2002.

A substituição da moeda indonésia pelo euro, sob a denominação nacional de escudo português, a seguir designado apenas por escudo por simplificação de linguagem, durante esse período transitório, poderia resultar por diversas vias:

- i) efectuando o pagamento dos salários dos funcionários públicos e das reformas dos pensionistas (que entretanto deixaram de ser pagos pela Indonésia) em escudos;
- ii) privilegiando o pagamento da ajuda humanitária em escudos em detrimento de outras moedas internacionais;

- iii) realizando os pagamentos em escudos e os recebimentos em rupias nas transacções efectuadas com Timor;
- iv) acordando com os agentes estrangeiros (humanitários, militares, técnicos e da comunicação social) a utilização exclusiva do escudo em Timor;
- v) possibilitando a troca das rupias, ou de qualquer outra moeda em circulação, pelo escudo português.

Este processo levanta, no entanto, algumas questões legais e práticas.

- 1) A introdução do euro, sob a denominação nacional de escudo português, pode ser efectuada à margem das instituições da UE?
- 2) Poderá Portugal vir a ser obrigado a compensar o eurosistema das receitas de senhoriagem associadas à introdução do escudo em Timor?

Relativamente à primeira, o orçamento geral do Estado português pode pagar os salários dos funcionários públicos, pagar as reformas dos pensionistas, ou simplesmente doar dinheiro a Timor, sem qualquer constrangimento legal¹⁹. O único problema que pode ser levantado é a eventualidade de o Estado português entrar em dificuldades no cumprimento do pacto de estabilidade, mas este é um problema da competência portuguesa na sua gestão orçamental.

Relativamente à segunda, Portugal pode, de facto, obter alguma receita de senhoriagem com a introdução do escudo em Timor. Importa, no entanto, esclarecer dois pontos. Primeiro, no caso de o eurosistema decidir que Portugal deva com ele repartir esta categoria de receitas, Portugal pode, no entanto, propor que estas receitas constituam uma forma adicional de apoio financeiro a Timor, o que em princípio não deverá ser rejeitado pelos países do eurosistema, tanto mais que os valores nunca teriam qualquer expressão significativa. Segundo, e mais importante, dificilmente se colocará esta questão, pois tal nunca foi exigido. Mas mesmo que tal viesse a ser exigido,

¹⁹ Relembrar os casos, com alguma analogia, da zona franco e do Acordo de Cooperação Cambial entre Portugal e Cabo Verde.

Portugal só teria a ganhar, pois a compensação a receber por Portugal respeitante às receitas de senhoriagem recebidas pelos restantes países do eurosistema, excederiam, seguramente, qualquer receita que Portugal viesse a obter com a introdução do euro, sob a denominação nacional de escudo português, em Timor. Basta pensar nas receitas obtidas pela Alemanha e pela França, resultantes da utilização do euro sob a denominação nacional de marco alemão no leste europeu, e de franco francês nas províncias ultramarinas e antigas colónias francesas, respectivamente.

Para além destes factores, há ainda outras considerações que podem ser formuladas.

Primeiro, nos próximos anos Timor será muito dependente do fornecimento de bens do exterior, sendo previsível que a Austrália venha a ser um dos principais fornecedores comerciais de Timor e um canal de distribuição privilegiado para as transacções comerciais de Timor com o resto do mundo. Deste modo, é natural que o dólar australiano venha a revelar-se uma moeda mais útil que o euro. De certo modo seria um raciocínio próximo da teoria das zonas monetárias óptimas (*optimum currency areas* — OCA) de Robert Mundell, embora o estado actual de Timor não constitua uma OCA com a Austrália, nem com qualquer outra zona monetária.

Segundo, a presença internacional humanitária, militar, de assistência técnica e dos meios de comunicação social em Timor originará a circulação e convivência de diversas moedas internacionais.

Terceiro, o motivo anterior pode, contudo, originar uma atracção pela utilização comum de uma única moeda de aceitação generalizada na região: o USD.

Quarto, a criação de uma moeda nacional é um processo demorado. Apesar de em Portugal haver tecnologia e capacidade para a produção de papel-moeda e moeda metálica, seria necessário elaborar o projecto das notas e moedas, fabricá-las, transportá-las para Timor e organizar um processo de substituição da moeda indonésia e das moedas que entretanto começassem a circular em Timor, pela nova moeda nacional. Um outro elemento que não pode ser esquecido consiste na necessidade de implementar

um Banco Central em Timor e de formar quadros com a capacidade técnica necessária, processo que levaria bastante mais tempo que a introdução da nova moeda.

Quinto, seria conveniente que a substituição do euro, sob a denominação nacional de escudo português, pela nova moeda nacional timorense coincidissem com a substituição do euro, sob as diversas denominações nacionais, pelas próprias notas e moedas de euro na Europa, pelo que o tempo disponível para a implementação da nova moeda em Timor pode ser considerado como já estando em contagem decrescente. Caso contrário, o euro, sob a denominação nacional de escudo português, teria de ser substituído pelas novas notas e moedas de euro, o que obrigaria, outra vez, os timorenses a adaptarem-se a uma nova unidade de conta.

Sexto, uma moeda própria, embora seja um dos símbolos nacionais, não se encontra na mesma posição de grandeza que um hino ou uma bandeira — veja-se o exemplo dos países da zona euro, que aceitaram abdicar da sua moeda nacional e adoptar uma moeda comum — pelo que uma moeda própria não é encarada, pelo menos pelo exterior, como um símbolo necessário para a afirmação da soberania de Timor.

Por estes motivos, pode ser levantada a questão da adequabilidade da escolha do euro, sob a denominação nacional de escudo português, a circular temporariamente em Timor, enquanto não é criada a moeda nacional. Mais ainda, pode ser levantada a questão da utilidade de criar uma moeda nacional e da praticabilidade de a pôr a circular, numa altura em que os timorenses já estão familiarizados na utilização de alguma(s) moeda(s) forte(s). Convencer os timorenses a abdicar de uma moeda que facilita as transacções com o exterior e que garante a função de reserva de valor, por uma nova moeda nacional, pode ser difícil de concretizar na prática.

Porque não adoptar (i) a moeda do país com o qual as relações comerciais tenderão a tornar-se mais intensas (o dólar australiano), ou (ii) a moeda de aceitação generalizada na região (o USD), ou até mesmo um sistema *multi-currency* dominado por estas duas moedas e pelo euro, deixando ao mercado a escolha da moeda mais conveniente?

Um sistema *multi-currency* apresenta a vantagem de os agentes económicos poderem orientar as suas preferências monetárias para a moeda mais conveniente, na altura, evitando assim, no caso de adopção de uma única moeda, a incorporação de políticas monetárias contra-cíclicas por parte do país de moeda de referência. No entanto, convém não esquecer que a grande maioria da população timorense é analfabeta, pelo que a utilização de várias cotações e preços poderia dar azo a alguma confusão e até mesmo a comportamentos oportunistas.

A adopção do euro não é, deste modo, a única solução monetária para Timor. Existem outras alternativas monetárias (com uma ou mais que uma moeda), ainda que eventualmente temporárias, para além do euro. Mesmo que Timor opte por adoptar uma única moeda, os inconvenientes tradicionais de um regime de câmbios fixos não se colocam, pois é um facto assumido que a sobrevivência deste país nos primeiros anos terá de ser assegurada pelo exterior. Do ponto de vista do país cuja moeda nacional é adoptada em Timor, há vantagens resultantes da extensão da sua influência, da ausência de risco cambial nas operações correntes, de capital e financeiras e da obtenção de receitas de senhoriagem.

Relativamente ao quinto motivo acima identificado, uma vez que dentro de dois anos já começam a circular notas e moedas de euro, seria interessante saber a reacção da UE à seguinte ideia: pôr a circular em Timor as novas notas e moedas de euro. Deste modo, havia uma poupança de recursos, evitava-se o processo de troca de notas (que pode ser complicado se a segurança de Timor se mantiver instável) e não se sujeitava os timorenses à necessidade de habituação a uma nova unidade de conta com duração temporária. Em termos legais o euro já existe. Haveria apenas a necessidade de a UE autorizar uma antecipação da utilização das novas notas e moedas de euro em Timor.

Questão monetária ou questão política?

A questão monetária em Timor é, antes de mais, uma questão política. Dada a particularidade do caso, a escolha da moeda a adoptar por Timor terá de dar primazia a factores políticos em detrimento de critérios estritamente económicos. Os factores políticos centram-se em dois grandes eixos não mutuamente exclusivos: protecção

diplomática e boa vizinhança. Ambos apontam o euro como a escolha politicamente mais adequada para Timor.

Protecção diplomática

Timor necessita actualmente, e durante alguns anos, de apoio logístico, financeiro, técnico e, tão ou mais importante, de protecção diplomática. Consoante a moeda que Timor decida adoptar, assim o maior relacionamento político, comercial e financeiro com esse país. Das várias opções possíveis (adopção do euro, do dólar australiano, do USD, ou de qualquer outra moeda), a adopção do euro parece a que mais protecção diplomática oferece. Senão veja-se:

- i) os EUA tenderão a esquecer Timor, pois a sua motivação pelo caso apenas resultou da forte pressão da opinião pública internacional e não querem que se relembre a sua responsabilidade na invasão de Timor, nem que se deteriore ainda mais as suas relações privilegiadas com o aliado indonésio.
- ii) a Austrália poderia proporcionar algum apoio diplomático, tanto mais que a força multinacional de imposição de segurança é liderada por este país. No entanto, a Austrália já ocupou Timor no passado e até há pouco tempo foi dos mais acérrimos defensores da sua integração na Indonésia, tendo com isso obtido benefícios na exploração de petróleo no mar de Timor (Timor Gap). Para além de poder ser encarado pelos timorenses como não suficientemente credível e com uma durabilidade determinada pelos interesses económicos, a liderança da Austrália na força multinacional azedou as relações deste país com a Indonésia, pelo que centrar o relacionamento diplomático com a Austrália seria optar por um dos lados do fogo cruzado em que Timor se encontra, dificultando qualquer pacificação entre Timor e a Indonésia.
- iii) a UE é respeitada pela Austrália e pela Indonésia (dadas as relações históricas com o Reino Unido e Holanda, respectivamente) e integra a voz activa de Portugal, o mais forte aliado da causa timorense. A introdução do euro em Timor, e o consequente apoio técnico por parte do eurosistema, reforçaria os contactos entre Timor e a UE, o

que garantiria a atenção permanente da UE sobre Timor e, deste modo, a protecção diplomática pretendida.

A adopção do euro parece ser assim a melhor opção segundo o critério da protecção diplomática.

Boa vizinhança

É do interesse de Timor pacificar as suas relações com a Indonésia, quanto mais não seja por motivos da sua própria segurança interna. Essa pacificação aconselha a não assentar exclusivamente as suas relações políticas, comerciais e financeiras com apenas alguns países da região, pelo menos num futuro próximo. Neste sentido, a opção pelo dólar australiano apresenta-se como uma má opção.

Timor encontra-se entre dois grandes blocos de interesse económico. A sul existe a ANZCERTA (*Australia — New Zealand Closer Economic Relations Trade Agreement*) estabelecida em 1983 pela Austrália e Nova Zelândia, com o objectivo de livre circulação de mercadorias. A norte existe a ASEAN (*Asian South Eastern Associated Nations*) criada em 1967 pela Indonésia, Malásia, Filipinas, Singapura e Tailândia, e alargada em 1985 com a adesão do Brunei Darussalam. Para além dos objectivos económicos, a ASEAN pretende ainda ser um fórum político, social e cultural. O seu relativo insucesso no plano económico tem sido compensado ao nível da prevenção de conflitos entre os seus membros. No entanto, para colmatar os fracos resultados alcançados ao nível económico está prevista a constituição de uma zona de comércio livre — a AFTA (*Asian Free Trade Area*) — em 2002.

Timor situa-se no meio destes dois blocos. Por um lado, tem todo o interesse em pertencer à ANZCERTA dada a expectativa de a Austrália ganhar um papel preponderante nas suas relações comerciais e financeiras. Por outro, a sua adesão à ASEAN e à futura AFTA permitir-lhe-ia uma afirmação de soberania num espaço, até há pouco tempo, hostil, e uma voz num fórum regional com interesse na pacificação das relações entre Timor e a Indonésia. A opção, segundo a lógica económica, de aderir à ANZCERTA é contrariada pela opção, segundo a lógica de boa vizinhança, de aderir à

ASEAN e à futura AFTA. Na situação de adesão à ASEAN, os seus membros poderiam não encarar com agrado a substituição da rupia (a moeda da Indonésia, que é um dos países fundadores) pelo dólar australiano (a moeda de um país do outro bloco regional).

Desta forma, tendo em conta a necessidade de protecção diplomática da UE e de manter um equilíbrio nas suas relações externas com os países vizinhos, a melhor opção parece ser a adopção do euro — moeda bem aceite em qualquer um dos blocos regionais — mantendo um bom relacionamento com estes dois blocos, ainda que apenas com o estatuto de observador (o que não é necessariamente negativo, uma vez que a adesão de Timor a algum destes organismos regionais, sem a adequada maturidade e capacitação dos novos organismos do Estado, pode ser contraproducente).

Opções monetárias na região

À semelhança dos exemplos da zona franco e do ACC entre Portugal e Cabo Verde, existe no sudeste asiático uma extensão da influência do euro via franco francês: o franco CFP (*Comptoirs Français du Pacifique*), que é a moeda da Polinésia Francesa, da Nova Caledónia e de Wallis e Futuna (que, no entanto, não são Estados soberanos, mas províncias ultramarinas francesas). O franco CFP encontrava-se ligado ao franco francês, passando, com o nascimento do euro, a ficar ligado ao euro. O interesse neste exemplo assenta no facto de a influência do euro na região não ser novidade, o que pode ser apontado como um argumento à viabilidade do euro em Timor, enquadrado numa região fortemente dolarizada.

Relativamente a Estados soberanos da região que adoptaram a moeda de outro país como a sua moeda oficial, podem ser constituídos dois grupos. Um grupo de países que adoptou o dólar australiano e outro grupo que adoptou o USD.

O grupo de países que adoptou o dólar australiano como moeda oficial é composto por Kiribati, Nauru e Tuvalu. Para além do dólar australiano ser a moeda oficial, há a salientar ainda a particularidade de Kiribati ter uma moeda nacional (kiribati) que circula apenas sob a forma de moeda de trocos e de Tuvalu ter uma moeda nacional (dólar de Tuvalu) com paridade unitária face ao dólar australiano. Estes casos

podem ser apontados como pequenos Estados soberanos que adoptaram a moeda de outro país como moeda oficial, tendo dois deles criado uma moeda nacional, para utilização meramente simbólica — um exemplo que poderá ser seguido por Timor.

O grupo de países que adoptou o USD como moeda oficial é composto pelos Estados Federados da Micronésia, Ilhas Marshall e Palau.

Questões adicionais

Há ainda algumas questões de segunda ordem, mas nem por isso menos importantes. Pelo contrário, qualquer decisão que venha a ser tomada, mesmo que motivada e assente em critérios essencialmente de natureza política, deverá ter alguma consciência das implicações que estas questões de segunda ordem levantam.

1. Deverão ser impostas restrições comerciais e cambiais, ainda que temporariamente, em Timor?
2. Se sim, qual o tipo e grau das restrições?
3. Se Timor optar por uma moeda própria:
 - 3.1. qual o regime cambial a adoptar?
 - 3.2. qual o tipo e grau de convertibilidade da moeda? (Este conceito inclui o tipo e grau de restrições comerciais e cambiais).

Estas questões apenas foram classificadas de segunda ordem porque parece ser clara a motivação social de rejeitar a moeda indonésia e a motivação política de criar uma moeda nacional assente em razões de afirmação de soberania. A resposta a estas questões de segunda ordem não é independente (i) da moeda ou moedas que venham a circular, (ii) da decisão de efectivamente se criar uma moeda nacional, (iii) da profundidade e tipo (em espécie ou em dinheiro) de apoio que Timor venha a receber, (iv) das preferências políticas relativas ao grau de liberalização (comercial, financeiro e laboral) que se queira incutir na economia e (v) da evolução que os factores identificados no quadro 3 venham a revelar.

Tomando o caso mais provável de introdução do euro em Timor e a sua posterior substituição por uma moeda nacional, há algumas considerações que podem ser efectuadas relativamente às questões levantadas.

A resposta à primeira questão, podendo parecer acessória, torna-se de uma importância vital se se pensar que nesta fase é o único mecanismo que as autoridades timorenses dispõem para regular a massa monetária em circulação, uma vez que esta reflecte as transacções correntes e as operações de capital e financeiras realizadas entre Timor e o exterior.

Esta regulação poderia resultar por diversas formas, sendo aconselhável a incidência sobre as restrições cambiais (reservando as restrições comerciais para outras matérias). Por exemplo, ao nível da BTC, a percentagem das receitas de exportação de bens (essencialmente petróleo, mas também café e mármore) que deva ser repatriada poderá funcionar, nesta economia sem qualquer instrumento monetário disponível, como um mecanismo para a regulação da liquidez na economia. Outro mecanismo poderia ser o montante de moeda que cada cidadão poderia transportar para o exterior (débito de serviços), salvaguardando alguns serviços como despesas de saúde. Ao nível da BCF, a regulação monetária poderia ser realizada através dos montantes possíveis de transferir e de depositar no exterior.

Todos estes exemplos podem ser pouco praticáveis numa economia com um sector privado já com algum desenvolvimento, sob risco de surgirem problemas de sub-facturação das exportações, sobre-facturação das importações e o surgimento de uma economia paralela. A sua utilização deve, portanto, pautar-se da devida precaução e enquanto não se dispõe de um sistema financeiro. Com um sistema financeiro montado será natural a necessidade de manutenção de algumas destas restrições para haver capacidade de controlo monetário. No entanto, a alteração das suas condições para efeitos de regulação monetária deverá ser evitada, dando agora ênfase a outros mecanismos como o coeficiente de reservas obrigatórias e, com o aprofundamento do sistema financeiro, operações de *open-market*.

Deste modo, ao contrário do que inicialmente se pode pensar, é possível um país

adoptar como moeda oficial a moeda de outro país e, ao mesmo tempo, regular a liquidez na economia. O instrumento que permite esta regulação é uma utilização responsável das restrições cambiais.

Uma ressalva deve, contudo, ser efectuada relativamente ao caso argentino apresentado atrás. No caso da Argentina, a dolarização total da economia (substituição do peso argentino pelo USD) não permite que este país possua uma política monetária autónoma, uma vez que o objectivo da Argentina é a redução do diferencial de taxas de juro face aos EUA e assim a Argentina não pode apresentar restrições cambiais ou, pelo menos, as restrições cambiais não podem ser expressivas. Isto significa que há aqui um *trade-off* quando um país adopta a moeda de outro país. Ou um país praticamente elimina as restrições cambiais, como é o caso da Argentina, e beneficia da redução do diferencial entre as taxas de juro internas e do país cuja moeda adoptou, mas perde o controlo monetário; ou um país, como pode ser o caso de Timor, utiliza as restrições cambiais para ter um controlo da massa monetária, mas perde a possibilidade de uma afectação de recursos financeiros mais eficiente e a atractividade perante o investimento directo estrangeiro. (É claro que nas condições em que Timor actualmente se encontra, o que a Argentina se propõe fazer não é aplicável a Timor).

Relativamente à segunda questão, uma vez que está a nascer um novo país, as organizações internacionais, com particular relevo para o FMI, Banco Mundial e ONU, têm a possibilidade de criar de raiz instituições públicas e uma organização económica à luz dos princípios que apregoam. Nesse sentido, o que o Acordo Relativo ao FMI expressa como desejável é a adopção da noção de convertibilidade de acordo com as secções 2, 3 e 4 do art. VIII, ou seja, a ausência de restrições cambiais às transacções correntes, a interdição à prática de câmbios múltiplos, assim como (embora não se aplique em Timor porque não existe moeda nacional) um grau de convertibilidade externa suficiente para a livre conversão de saldos de moeda nacional em moeda estrangeira, adquiridos em resultado de transacções correntes ou necessários para efectuar pagamentos respeitantes a transacções correntes.

Apesar de esta ser a situação desejável, o Acordo Relativo ao FMI prevê, no art.

XIV, secção 2, a possibilidade de um país, ao tornar-se membro do FMI, manter e adaptar às novas circunstâncias as restrições cambiais às transacções correntes.

Relativamente a este ponto é necessário efectuar três ressalvas. Primeiro, Timor é um novo país, pelo que se questiona a aplicabilidade do art. XIV (que se refere às condições que existiam nos Estados-membros à data de adesão).

Segundo, apesar de Timor nunca ter sido reconhecido como território indonésio, o facto ter estado ocupado pela Indonésia pode ser utilizado como argumento de que as condições anteriores eram as que vigoravam na Indonésia. Trata-se, no entanto, de um argumento que morre pela base. Basta pensar que Timor está desprovido de qualquer organização institucional e financeira, pelo que não há qualquer comparação possível com a situação indonésia.

Terceiro, dada a inexistência de uma moeda nacional e a circulação interna de uma, ou mais do que uma, moeda estrangeira, as restrições cambiais assumem-se como um instrumento que pode vir a revelar-se bastante importante para controlar a liquidez na economia. Desta forma, as particularidades do caso timorense aconselham a alguma prudência, no sentido de não serem aceites nos próximos anos as disposições do art. VIII, ou seja, será conveniente que, pelo menos nos primeiros anos, Timor se encontre numa situação análoga a um país ao abrigo do art. XIV.

A terceira questão é a mais difícil de responder, uma vez que as variáveis que determinam a sua resposta ainda não são conhecidas. O único ponto assente é que é uma pequena economia, o que geralmente aconselha um regime de câmbios fixos. Quanto maior for o grau de abertura da economia, a concentração da produção e das exportações, a concentração geográfica do comércio, a mobilidade do trabalho e a frequência de choques nominais internos, maior a preferência por um regime de câmbios fixos. Um regime de câmbios fixos é igualmente preferível quanto menor for o grau de desenvolvimento económico e financeiro, a mobilidade do capital, a frequência de choques reais externos e internos e de choques nominais externos, e a credibilidade das autoridades monetárias. Relativamente ao critério do diferencial entre a inflação interna e externa, quanto maior for este diferencial, maior será a necessidade de ajustamentos na

taxa de câmbio e, deste modo, mais adequados serão os câmbios flexíveis. No entanto, numa situação de elevado diferencial, um programa económico assente na sustentação de um regime de câmbios fixos pode ser o mais adequado para credibilizar uma política desinflationista. Os próximos anos revelarão a orientação que estas variáveis irão tomar. No entanto, já se prevê alguma concentração da produção e das exportações (petróleo, café e mármore), assim como alguma concentração geográfica do comércio (Austrália e zona euro).

De qualquer modo, com uma moeda nacional, e independentemente do regime cambial que vier a ser adoptado, as principais diferenças relativamente à utilização de uma moeda estrangeira (no caso mais provável o euro), residem no facto de a função de regulação monetária e de prestamista de última instância serem agora mais fáceis de efectuar (relembrar que se está a assumir a existência de restrições cambiais, o que torna viáveis as intervenções de esterilização monetária), mas em contrapartida as operações com o exterior passam a estar sujeitas a custos de transacção e ao risco cambial (tanto maior num regime de câmbios flexíveis ou num regime de câmbios fixos pouco credível).

Se a opção for câmbios fixos, quanto maior o grau de rigidez do regime, maior a aproximação ao regime de utilização de uma moeda estrangeira. Neste caso, face à situação em que circulava uma moeda estrangeira, há um maior espaço de manobra para a função de prestamista de última instância, havendo, como desvantagens, uma política monetária que tem que tomar em atenção a sustentabilidade da taxa de câmbio, assim como custos de transacção e risco cambial nas operações com o exterior. Deste modo, pode ser questionado se a opção de trocar a utilização de uma moeda estrangeira, por uma moeda nacional sob um regime de câmbios fixos, é a mais apropriada. E, para além deste ponto, pode ainda ser questionado se será facilmente praticável a tentativa de substituição da moeda estrangeira (euro) pela nova moeda nacional, menos credível e com menos garantias de proporcionar a função de reserva de valor.

Se a opção for um regime de câmbios flexíveis, relativamente ao caso anterior o país já dispõe de uma política monetária autónoma e a função de prestamista de última

instância torna-se mais fácil, podendo, no entanto, haver maiores custos de transacção e maior risco cambial. A adopção dos câmbios flexíveis levanta, no entanto, a questão de o futuro Banco Central poder exercer uma política monetária autónoma, no sentido de já possuir a capacidade técnica para tal e de ser independente do Governo que venha a ser instalado ou eleito. No entanto, dado o forte auxílio deste país por parte das organizações internacionais, nomeadamente pelo FMI, é previsível um forte acompanhamento na condução da política monetária, o que credibilizaria bastante a sua moeda.

Quanto ao tipo e grau de convertibilidade da nova moeda nacional, a prudência aconselha a algum compasso de espera até à aceitação da noção de convertibilidade segundo o art. VIII. Após a nova moeda nacional ter sido generalizadamente aceite no país, e a capacidade técnica do novo Banco Central apresentar alguma maturidade, Timor encontrar-se-á numa situação mais propícia a comprometer-se com as disposições do art. VIII e a tornar a sua moeda convertível segundo a noção adoptada pelo FMI.

VIII.2 – Anexo B: estudo do grau de integração das séries

O estudo baseou-se na realização do teste *Dickey-Fuller* (DF) ou, no caso de a sua aplicação revelar autocorrelação dos resíduos, no teste *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Na sua realização, dado o facto de a amostra ser pequena e de os dados serem anuais, partiu-se de uma situação inicial sem desfasamentos (teste DF), acrescentando-os (teste ADF) caso tal fosse necessário para eliminar a autocorrelação dos resíduos.

Assim, para testar a existência de uma raiz unitária, assume-se inicialmente que a série segue um processo autoregressivo de ordem 1, AR(1), podendo ser admitida ainda a existência de uma constante, e de uma constante e tendência:

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = \mu + \beta t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t$$

O teste à existência de uma raiz unitária assenta assim na hipótese nula de ρ não ser significativamente diferente de 1, $H_0: \rho = 1$. Na prática, a realização do teste DF assenta na estimação pelos mínimos quadrados ordinários destas equações reparametrizadas na forma:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde $\gamma = \rho - 1$ e a hipótese $H_0: \rho = 1$ é, portanto, equivalente à hipótese $H_0: \gamma = 0$

(Mesmo que no terceiro processo a constante não seja significativa é conveniente incluí-la, pois a qualidade do ajustamento é melhor e os pontos críticos não são

alterados).

Estes testes estão a considerar que a variável residual é não autocorrelacionada. Mas no caso de haver evidência de autocorrelação nos resíduos, o estimador $\hat{\rho}$ obtido pelo método dos mínimos quadrados é inconsistente e, assim, os testes DF não são válidos. Para ultrapassar esta situação deve ser utilizado o teste ADF, no qual se admite que a série segue um processo auto-regressivo de ordem p , AR(p), (podendo ser admitida ainda a existência de uma constante, e de uma constante e tendência), aumentando p até se eliminar a autocorrelação nos resíduos, o que equivale, na forma reparametrizada, a:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \gamma y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \delta_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

Note-se que o teste ADF depende de forma crítica da hipótese de partida de que a série temporal y_t segue um processo auto-regressivo puro. Na prática, todavia, ele é vulgarmente utilizado para todo o tipo de séries, um pouco dentro do pressuposto de que podemos aproximar qualquer processo ARMA através de um processo AR de ordem suficientemente elevada.

No quadro seguinte são apresentados os resultados obtidos:

Quadro 4: Estudo do grau de integração das séries

Séries	Teste	Valor do Teste	Grau de significância			Grau de integração
			10%	5%	1%	
<i>bfy</i>	DF	-4.213	-1.60	-1.958	-2.682	Estacionária
<i>piy</i>	DF; c; T	-2.808	-3.24	-3.645	-4.469	I(1)
<i>tcr</i>	DF; c	-2.861	-2.63	-3.011	-3.785	I(1)
<i>Hbfy</i>	ADF(2); c; T	-0.1392	-3.24	-3.675	-4.535	I(1)
<i>ypt</i>	ADF(1); c; T	-2.608	-3.24	-3.659	-4.500	I(1)
<i>tcn</i>	DF	-0.4515	-1.60	-1.958	-2.682	I(1)

Relativamente à coluna "Teste", usou-se a seguinte terminologia:

DF - teste de *Dickey-Fuller*.

ADF(n) - teste de *Augmented Dickey-Fuller* de ordem *n*.

c - significa que a regressão de teste inclui uma constante.

T - significa que a regressão de teste inclui uma tendência.

A série *Hbfy* (graficamente muito semelhante a *tcn*) revelou-se ser I(1) no teste ADF(2), numa regressão com constante e tendência linear, cujo valor da estatística de -0.1392 compara com os valores críticos de -3.24 a um nível de significância de 10%; de -3.675 a um nível de significância de 5%; e de -4.535 a um nível de significância de 1%. Esta série, pelo facto de ter resultado da aplicação do filtro HP à série *bfy*, apresenta um grande alisamento, o que pode levar uma análise gráfica a rejeitá-la como I(1). No entanto, se perturbarmos o seu alisamento com uma irregularidade, mesmo que mínima (ver gráficos no anexo), a análise gráfica já a qualifica claramente como sendo uma série I(1). Assim, não se rejeita a série *Hbfy* como sendo I(1).



VIII.3 – Anexo C: estudo da existência de drift nas séries

Para além do grau de integração torna-se necessário saber se as séries têm, ou não, *drift*. A sua existência é determinante para o tipo de cointegração existente entre as séries e a admissibilidade, ou não, de um *trend* na regressão de cointegração.

Se nenhuma das séries evidenciar a existência de um *drift*, apenas será possível obter cointegração estocástica e não é admissível a existência de um *trend* significativo. Caso exista, significa que o modelo está mal especificado.

Se mais do que uma série evidenciar a existência de um *drift* então não basta haver cointegração estocástica. É necessário haver igualmente cointegração determinista. Ou seja, as tendências deterministas das séries com *drift* devem anular-se. Caso contrário, seria necessário incluir um *trend* na regressão de cointegração (para os resíduos serem estacionários em torno da origem, e não em torno de um *trend*) o que seria dificilmente explicável pela teoria económica, significando assim que o modelo estaria mal especificado.

Se apenas uma das séries evidenciar a existência de um *drift* é admissível a existência de um *trend*, pois uma variável $I(1)$ com *drift* inclui uma tendência estocástica e uma tendência determinista. Se existir cointegração, existe uma combinação linear que torna a parte estocástica estacionária, mas esta combinação linear pode não eliminar a tendência determinista, o que pode levar à rejeição indevida do modelo se não se acrescentar uma tendência linear na regressão de cointegração. Econometricamente há fundamentação teórica para a inclusão do *trend*, mas a última palavra terá de ser da teoria económica, pois também pode ser argumentado que o *trend* está a substituir o efeito de uma variável que deveria estar a ser considerada no modelo e que se encontra omissa. Nesse caso, já sabemos algumas características da variável omissa, nomeadamente que é uma variável $I(1)$ com *drift*, originando assim uma anulação das duas tendências deterministas associadas às variáveis com *drift*. Nesta situação, para além de cointegração estocástica, estaríamos igualmente em presença de cointegração determinista, não sendo agora admissível a existência de um *trend* na

regressão de cointegração (que a existir significaria que a nova variável tinha sido erradamente introduzida e o modelo continuaria mal especificado).

Para verificar se uma série I(1) tem um *drift* significativo, o processo geralmente utilizado consiste em assumir que a série I(1) segue um passeio aleatório com *drift*

$$y_t = K + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

que reparametrizando em primeiras diferenças fica

$$\Delta y_t = K + \varepsilon_t$$

No caso de ε_t ser um ruído branco, K é o *drift* da série I(1). No entanto, se existir autocorrelação nos resíduos deverão ser acrescentados, como variáveis explicativas, o número de desfasamentos necessários à série Δy até se eliminar a autocorrelação e ε_t ser um ruído branco:

$$\Delta y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \text{ com } p \text{ tal que } \varepsilon_t \text{ seja um ruído branco.}$$

Neste caso, o *drift* da série I(1) corresponde a $K = \frac{\mu}{1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i}$.

O problema desta metodologia consiste no facto de à medida que se introduzem variáveis em primeiras diferenças desfasadas (para eliminar a autocorrelação dos resíduos) se estarem a sacrificar as primeiras observações, o que numa pequena amostra pode levar a resultados falsos, aceitando ou rejeitando erradamente a existência de um *drift*. Por este motivo, para pequenas amostras uma forma de ultrapassar esta dificuldade consiste em estimar a regressão estática

$$y_t = c + \alpha T + \varepsilon_t$$

para avaliar a significância do *trend*, sabendo-se que neste tipo de regressões, apesar de os resíduos serem I(1), o estimador dos mínimos quadrados para α é consistente. No caso de o *trend* se revelar significativo, admite-se que a série tem um *drift*. Esta

metodologia apresenta assim a vantagem de não se perderem observações — situação que pode fazer toda a diferença em pequenas amostras.

A aplicação desta última metodologia permite constatar assim que *Hbfy* e *ypt* apresentam um *trend* significativo (com um *t-ratio* de 3.061 e de 30.511, respectivamente) e que *tcn* não apresenta um *trend* significativo (com um *t-ratio* de 0.633), situação que se pode confirmar graficamente (gráficos 17, 18 e 19 da secção VIII.6).

VIII.4 – Anexo D: testes de cointegração

Testar a existência de cointegração, ou seja, a partilha de uma evolução de longo prazo entre as séries, corresponde a testar a estacionaridade dos resíduos obtidos na potencial regressão de cointegração. Deste modo, recorre-se habitualmente aos testes DF e ADF para avaliar a presença de uma raiz unitária no vector dos resíduos obtidos u_t . O teste assenta assim na regressão auxiliar

$$\Delta \hat{u}_t = \gamma \hat{u}_{t-1} + \varepsilon_t$$

sob a hipótese nula ($H_0: \gamma = 0$).

A rejeição da hipótese nula significa que os resíduos são estacionários havendo, assim, cointegração entre as séries. Há, todavia, uma diferença relativamente ao teste do grau de integração das séries, que consiste no facto de a distribuição não depender somente do número de observações, mas também do número de variáveis incluídas na regressão de cointegração. O procedimento que foi adoptado para a realização destes testes foi semelhante ao utilizado no estudo do grau de integração das séries, ou seja, o teste inicial não incluía qualquer desfasamento de $\Delta \hat{u}_t$ (teste DF), mas caso houvesse autocorrelação nos resíduos desta regressão auxiliar (ε_t), foram acrescentados desfasamentos (teste ADF) até se eliminar a autocorrelação — estratégia mais aconselhada para pequenas amostras de dados anuais.

Assim, os resíduos obtidos com a regressão da equação (28) revelaram-se estacionários, no teste DF, cujo valor da estatística de -5.369 compara com os valores críticos de -3.20, a um nível de significância de 5%, e de -4.00, a um nível de significância de 1%. Desta forma, a equação (28) traduz uma regressão de cointegração entre as duas séries. Os resíduos obtidos com a regressão da equação (30) revelaram-se igualmente estacionários, no teste DF, cujo valor da estatística de -5.091 compara com os valores críticos de -3.20, a um nível de significância de 5%, e de -4.00, a um nível de significância de 1%. Desta forma, a equação (30) traduz igualmente uma regressão de cointegração entre as duas séries.

VIII.5 – Anexo E: descrição dos dados

Tendo em conta a independência de Cabo Verde em 1975, o período da amostra encontrava-se à partida limitado. Por outro lado, as estatísticas disponíveis das contas nacionais e da balança de pagamentos apresentam uma frequência anual. Desta forma, a estimação assentou em séries anuais e abrangeu o período amostral entre os anos de 1977 e 1998. As fontes utilizadas foram as séries das International Financial Statistics (IFS) do FMI, complementadas pelos relatórios anuais sobre a Evolução das Economias dos PALOP elaborados pelo Banco de Portugal.

Relativamente à balança de pagamentos, dada a inexistência da série juros da dívida externa para os anos de 1977 a 1986, foi utilizada a série débito de rendimentos, uma vez que esta resulta, praticamente na totalidade, dos referidos juros.

Nas contas nacionais, a inexistência de dados respeitantes aos anos de 1989 e 1990 foi preenchida através de uma interpolação linear entre os anos imediatamente anterior e posterior, respeitando deste modo a tendência marcadamente crescente das séries em valores correntes.

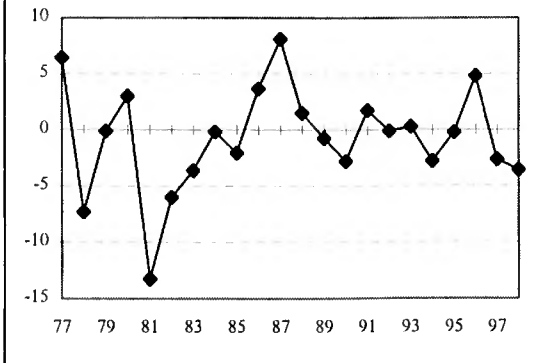
Para construir o índice de taxa de câmbio foi utilizada a média geométrica, pelo que uma variação positiva do índice significa uma apreciação e uma variação negativa significa uma depreciação. Como ponderadores foram utilizados os pesos relativos dos quatro maiores países tendo em conta dois factores: comércio externo e remessas dos emigrantes. De notar que de 1980 a 1998, a moeda cabo-verdiana seguia um cabaz que procurava reflectir exactamente estes dois factores, embora a sua fraca qualidade estatística permitisse alguma margem de manobra na definição do referido cabaz. Para efeitos deste trabalho, e tendo em conta as estatísticas disponíveis, considerou-se para o período em estudo uma ponderação de 65% para Portugal, 15% para os EUA e 10% para a Holanda e França, no cálculo da referida média geométrica.

Onde o problema de dados foi mais premente foi ao nível do índice de preços do consumidor, pois entre os anos de 1977 e 1982 não havia qualquer estatística disponível. No entanto, tendo em conta, após a independência de Cabo Verde, a manutenção dos

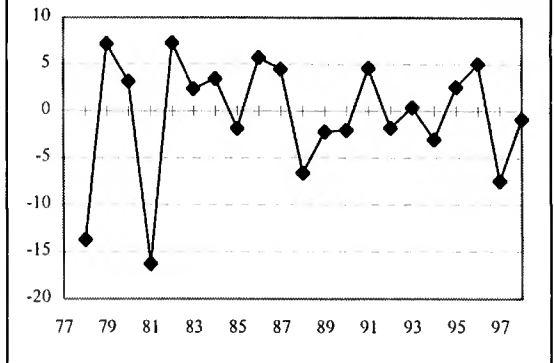
canais comerciais com Portugal, e a elevada dependência do fornecimento de bens do exterior, nomeadamente de Portugal, assumiu-se que Cabo Verde “importou” inflação portuguesa, pelo que o índice de preços do consumidor para os anos de 1977 a 1982 reflecte uma taxa de inflação semelhante à verificada em Portugal. Tratou-se da solução considerada a melhor possível dada a ausência de dados. Reconhece-se, contudo, que este facto poderá limitar de alguma forma a análise e a qualidade do ajustamento da estimação nos primeiros anos, pois eventualmente a taxa de inflação verificada em Cabo Verde nesse período não terá alcançado os valores registados em Portugal.

VIII.6 – Gráficos

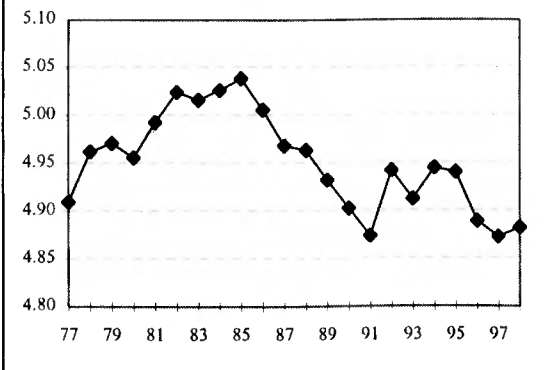
Gráf. 5: bfy



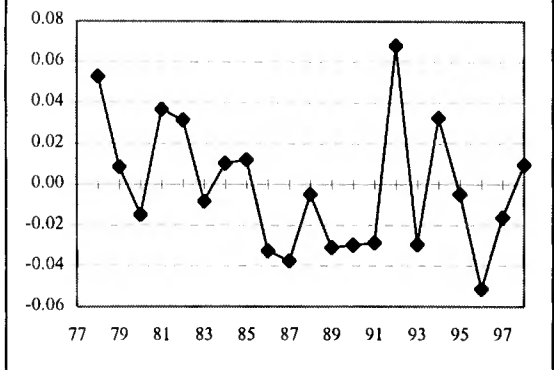
Gráf. 6: Dbfy



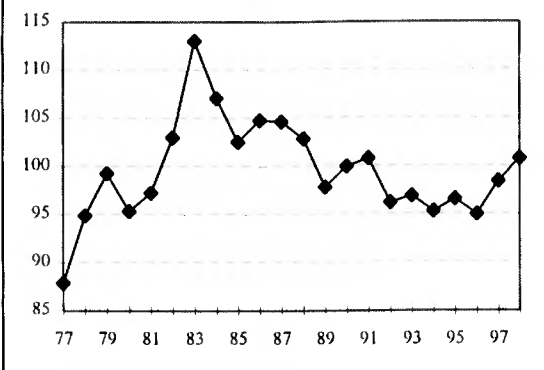
Gráf. 7: piy



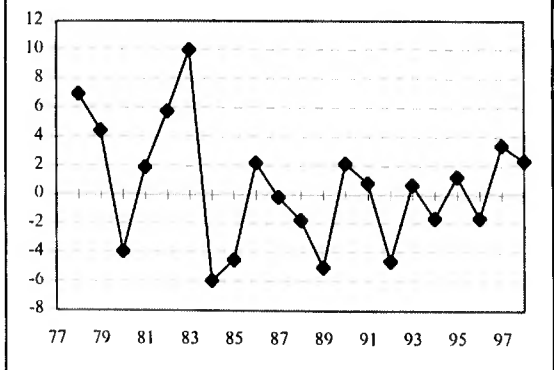
Gráf. 8: Dpiy



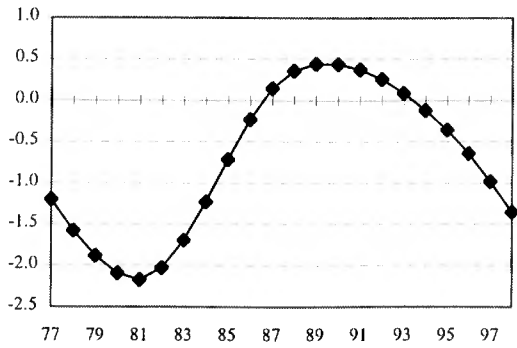
Gráf. 9: ter



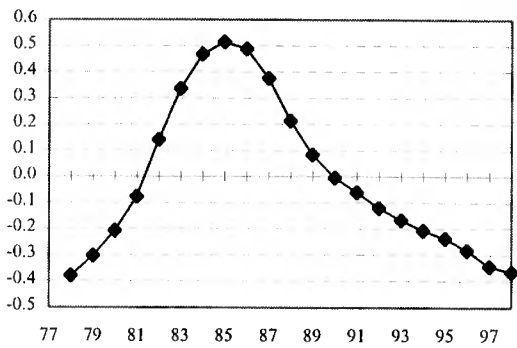
Gráf. 10: Dter



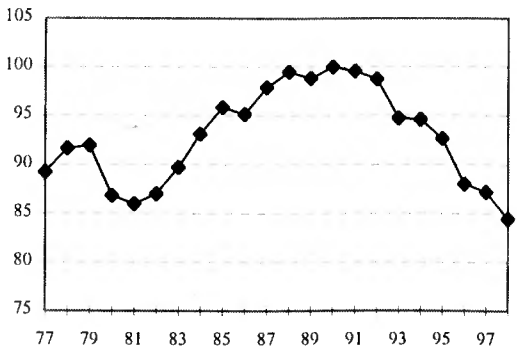
Gráf. 11: Hbfy



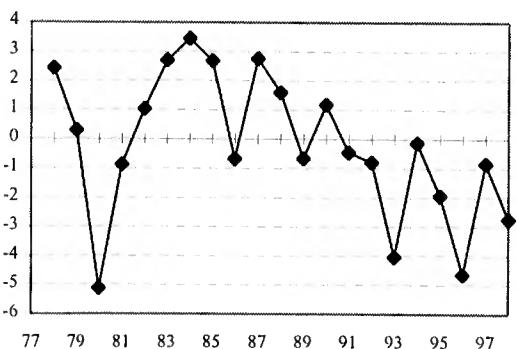
Gráf. 12: DHbfy



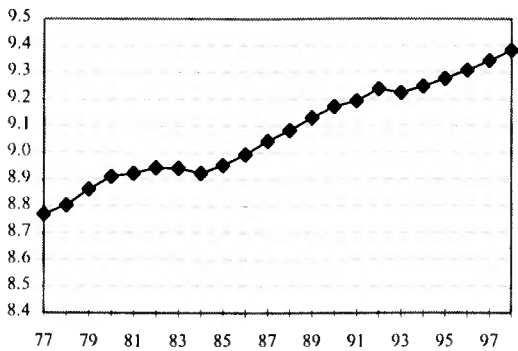
Gráf. 13: ten



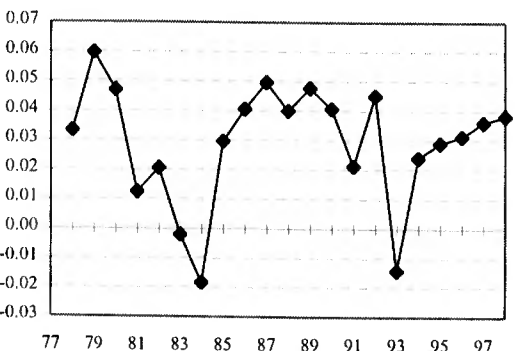
Gráf. 14: Dten



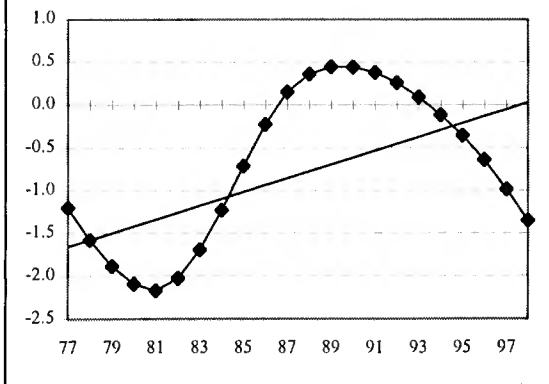
Gráf. 15: ypt



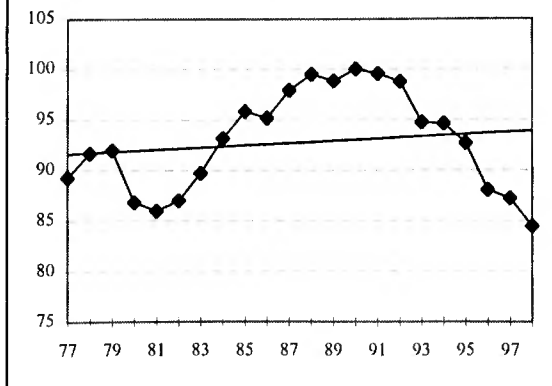
Gráf. 16: Dypt



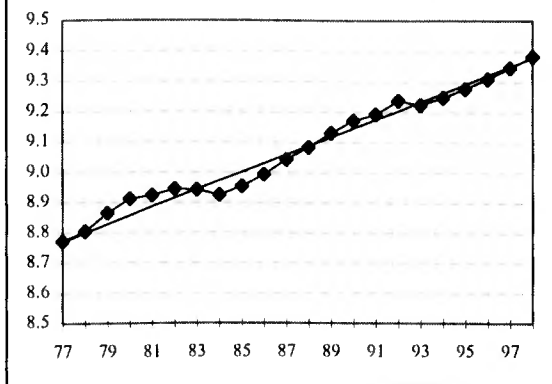
Gráf. 17: Hbfy e respectivo *Trend*



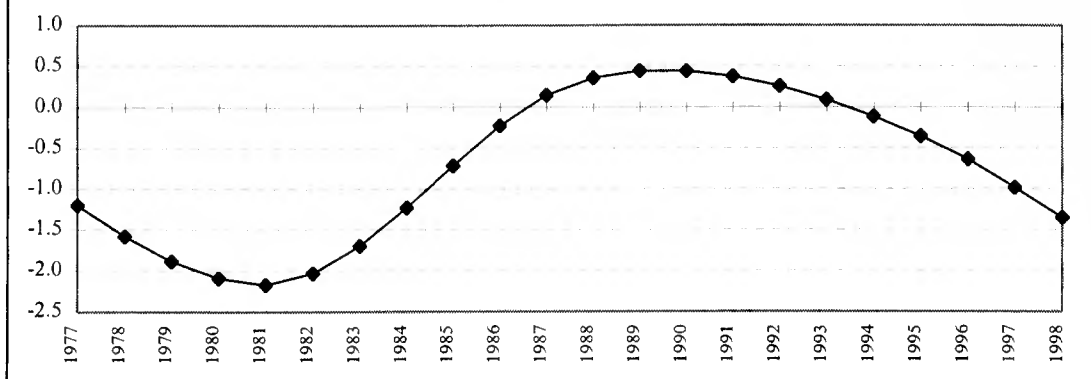
Gráf. 18: tcn e respectivo *Trend*



Gráf. 19: ypt e respectivo *Trend*

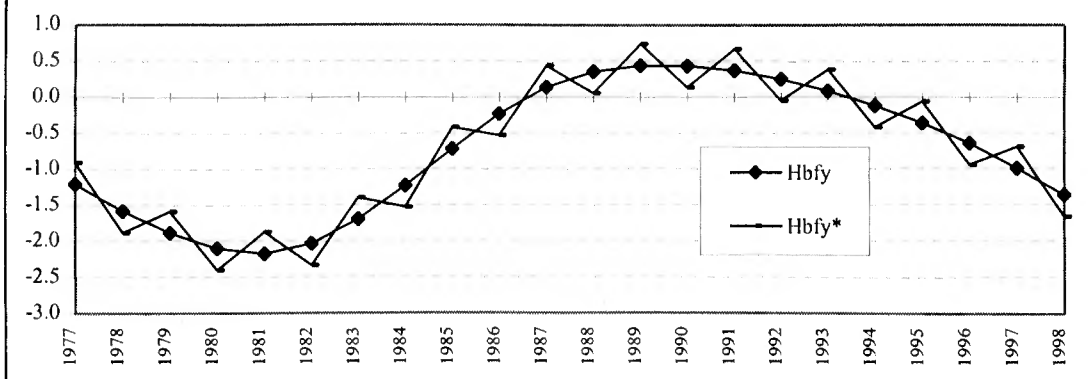


Gráf. 20: Hbfy

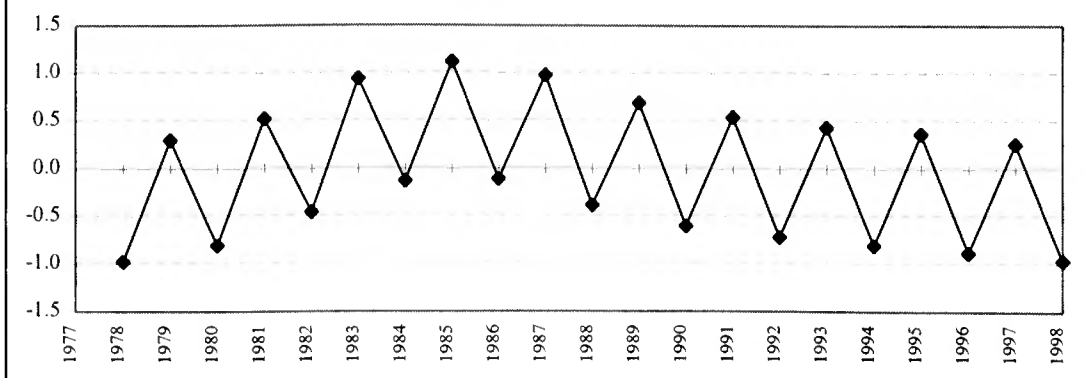


A série Hbfy, pelo facto de ter resultado da aplicação do filtro HP à série bfy, apresenta um grande alisamento, o que pode levar uma análise gráfica a rejeitá-la como I(1). No entanto, se perturbarmos o seu alisamento com uma irregularidade, mesmo que mínima, (ver Hbfy* e DHbfy*) a análise gráfica já a qualifica claramente como sendo uma série I(1). Assim, não se rejeita a série Hbfy como sendo I(1).

Gráf. 21: Hbfy e Hbfy*



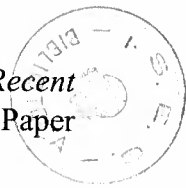
Gráf. 22: DHbfy*



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aghevli, B., Khan, M. e Montiel, P. (1991), *Exchange Rate Policy in Developing Countries: Some Analytical Issues*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº 78, March.
- Argy, V. (1994), *International Macroeconomics: Theory and Policy*, New York: Routledge.
- Argy, V., Grauwe, P., Polak, J. (1990), *Choosing an Exchange Rate Regime: The Challenge for Smaller Industrial Countries*, International Monetary Fund, Macquarie University.
- Baliño, T., Bennett, A. e Borensztein, E. (1999), *Monetary Policy in Dollarized Economies*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº171.
- Baliño, T. e Enoch, C. (1997), *Currency Board Arrangements: Issues and Experiences*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº151, August.
- Banco de Portugal, *Evolução das Economias dos PALOP*, várias edições.
- Banque de France, *La Zone Franc —Rapport Annuel*, várias edições.
- Barrell, R. e Wren-Lewis, S. (1989), *Fundamental Equilibrium Exchange Rates for G7*, Centre for Economic Policy Research, nº 323, June.
- Bayoumi, T., Clark, P., Symansky, S., e Taylor, M. (1994), *Robustness of Equilibrium Exchange Rate Calculations to Alternative Assumptions and Methodologies*, International Monetary Fund, WP/94/117.
- Bhatia, R. (1985), *The West African Monetary Union: An Analytical Review*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº 35, May.
- Blejer, M., Frenkel, J., Leiderman, L., Razin, A. e Cheney, D. (1997), *Optimum Currency Areas: New Analytical and Policy Developments*, International Monetary Fund.
- Calvo, G. (1999), *Argentina's Dollarization Project: A Primer*, Roubini's Internet Site.
- Calvo, G. (1999), *On Dolarization*, Roubini's Internet Site.
- Charmenza, W. e Deadman, D. (1992), *New Directions in Econometric Practice*, Edward Elgar.
- Claassen, E. (1991), *Exchange Rate Policies in Developing and Post-Socialist Countries*, An International Center for Economic Growth Publication, San Francisco: ICS.

- Clark, P., Bartolini, L., Bayoumi, T. e Symansky, S. (1994), *Exchange Rates and Economic Fundamentals*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº115, December.
- Cohen, D. (1985), *How to Evaluate the Solvency of an Indebted Nation*, Economic Policy, nº2, April.
- Costa, S. (1995), *Determinação da Taxa de Câmbio Real de Equilíbrio para a Economia Portuguesa com base na FEER*, Tese do Mestrado em Economia da FEUNL.
- Dolado, J. e Viñals, J. (1991), *Macroeconomic Policy, External Targets and Constraints: the Case of Spain*, CEPR Discussion Paper, n.º 505, January.
- Edwards, S. (1989), *Real Exchange Rates, Devaluation and Adjustment: Exchange Rate Policy in Developing Countries*, Cambridge, NIA: MIT Press.
- Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc.
- Enders, W. (1995), *Rats Handbook for Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc.
- Enoch, C. e Gulde, A. (1997), *Making a Currency Board Operational*, International Monetary Fund, PPAA/97/10, November.
- Freitas, M. (1992), *Sobre a Futura Paridade do Escudo: Há lugar para uma apreciação real?*, Working Paper nº 183, Universidade Nova de Lisboa, Abril.
- Frenkel, J., Goldstein, M. e Masson, P. (1991), *Characteristics of a Successful Exchange Rate System*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº 82, July.
- Gaspar, V., Pinheiro, M. (1994), *Desinflação e Competitividade*, Boletim Trimestral do Banco de Portugal, Junho.
- Ghosh, A., Gulde, A. e Wolf, H. (1998) *Currency Boards: The Ultimate Fix?*, International Monetary Fund, WP/98/8, January.
- Greene, W. (1997), *Econometric Analysis*, 3rd ed., Prentice-Hall International, Inc.
- Guitián, M. e Nsouli, S. (1996), *Currency Convertibility in the Middle East and North Africa*, International Monetary Fund.
- Hansen, H. e Juselius, K. (1995), *Cats in Rats*, Illinois: Estima.
- Hendry, D. e Doornik, J. (1996a), *Empirical Econometric Modelling Using PcGive for Windows*, International Thomson Business Press.
- Hendry, D. e Doornik, J. (1996b), *Give Win: An Interface to Empirical Modelling*, International Thomson Business Press.



Hernandez-Cata, E. (1998), *The West African Economic and Monetary Union: Recent Developments and Policy Issues*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº170.

International Monetary Fund, Articles of Agreement

International Monetary Fund, International Financial Statistics, várias edições.

International Monetary Fund, World Economic Outlook, várias edições.

International Monetary Fund (1999), *Exchange Arrangements and Exchange Restrictions — Annual Report 1999*.

International Monetary Fund, *World Economic Outlook*, várias edições.

Isard, P. (1995) - *Exchange Rate Economics*, Cambridge.

Isard, P. e Faruqee, H. (1998), *Exchange Rate Assessment: Extensions of the Macroeconomic Balance Approach*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº167.

Johnston, J. e Dinardo, J. (1997), *Econometric Methods*, 4th ed., McGraw-Hill International Editions

Kyei, A. e Yoshimura, T. (1996), *Internal Currency Convertibility: Survey of Issues and Practice*, International Monetary Fund, WP/96/10.

Luis, J. (1993), *Taxa de Câmbio de Equilíbrio e Sustentabilidade Intertemporal da Balança de Pagamentos*, Tese do Mestrado em Economia Monetária e Financeira do ISEG.

MacDonald, R. (1995), *Long-Run Exchange Rate Modelling: A Survey of the Recent Evidence*, International Monetary Fund, WP/95/14, January.

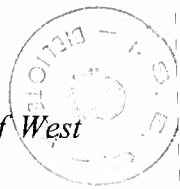
Mackinnon, J. (1991), *Critical Values for Cointegration Tests*, Long-run economic relationships, Chapter 13, edited by Engle and Granger, Oxford University Press.

Manteu, C. e Mello, A. (1992), *Taxa de Câmbio de Equilíbrio Fundamental*, Boletim Trimestral do Banco de Portugal, Dezembro.

Marques, C. (1998), *Modelos Dinâmicos, Raízes Unitárias e Cointegração*, Lisboa: Edinova.

Marques, C., Botas, S. e Machado, J. (1996), *Paridade dos Poderes de Compra e Inflação em Portugal*, Boletim Trimestral do Banco de Portugal, Dezembro.

Marques, C., Félix, R. e Botas, S. (1999), *Homogeneidade Dinâmica em Modelos de Mecanismo Corrector do Erro*, Departamento de Estudos Económicos, Banco de Portugal, Julho.



- McLenaghan, J. (1982), *Currency Convertibility in the Economic Community of West African States*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº13, August.
- Mussa, M., Goldstein, M., Clark, P., Mathieson, D. e Bayoumi, T. (1994), *Improving the International Monetary System: Constraints and Possibilities*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº116, December.
- Quirk, P., Evans O. (1995), *Capital Account Convertibility: Review of Experience and Implications for IMF Policies*, International Monetary Fund, Occasional Paper nº131, October.
- Roubini, N. (1998), *The Case Against Currency Boards: Debunking 10 Myths about the Benefits of Currency Boards*, Stern School of Business, New York University, February.
- Santiprabhob, V. (1997), *Bank Soundness and Currency Board Arrangements: Issues and Experience*, International Monetary Fund, PPAA/97/11, December.
- Schuler, K. e Hanke, S. (1999) *A Dolarization Blueprint for Argentina*, Roubini's Internet Site.
- Stewart, J. e Gill, L. (1998), *Econometrics*, 2nd edition, Prentice-Hall Europe, Inc.
- Vidal, M. e Reis, T. (1994), *Índice de Taxa de Câmbio Efetiva do Escudo: Estudo dos Ponderadores do Comércio Externo e Apresentação da Nova Metodologia*, Boletim Trimestral do Banco de Portugal, Vol. 16.
- Willem IN't Veld, J. (1991), *Fundamental Balance and Equilibrium Exchange Rates*, Journal of Money Credit and Finance, Vol. 10, 279-291.
- Williamson, J. (1983), *The Exchange Rate System, Policy Analysis in International Economics*, nº 5, Institute for International Economics, Washington D.C., September.
- Williamson, J. (1991a), *Currency Convertibility in Eastern Europe*, Institute for International Economics, Washington D. C..
- Williamson, J. (1991b), *Equilibrium Exchange Rate: An Update*, Institute for International Economics Washington D.C..
- Williamson, J. (1994), *Estimating Equilibrium Exchange Rates*, Institute for International Economics, Washington D.C..
- Wren-Lewis, S. (1998), *Real Exchange Rates for the Year 2000*, Institute for International Economics, nº 54, Institute for International Economics, Washington D.C., May.

