



**Comparação de modelos para o *Fleet Assignment Problem*
(Problema de Afetação de Frotas)**

Jorge Miguel Batista Mendes

Mestrado em Estatística e Investigação Operacional
Especialização em Investigação Operacional

Dissertação orientada por:
Professor Doutor Pedro Martins Pereira Serrão de Moura

Agradecimentos

O trabalho realizado ao longo dos últimos meses muito dificilmente teria sido levado a cabo sem o apoio e contribuição de algumas pessoas a quem estou profundamente grato.

Aos meus pais, endereço um emotivo agradecimento, pela possibilidade que me deram, acreditando em mim e apoiando-me em todos os momentos, sem qualquer ceticismo. A vossa confiança em mim foi fulcral.

À Mariana, a quem tenho o privilégio de ter como companheira, que dia após dia esteve sempre a meu lado, acarinhando-me, apoiando-me e acreditando em mim incessantemente, agradeço por tudo, tendo a esperança de poder retribuir da melhor forma e apoiá-la a alcançar o sucesso que certamente lhe está destinado.

Porque felizmente a minha família não fica por aqui, gostaria também de agradecer à minha avó, à Cristina, ao João e aos meus queridos irmãos.

Ao meu orientador, com quem tive o prazer de trabalhar, agradeço por todo o apoio, partilha de conhecimento, conselhos e disponibilidade demonstrada.

À faculdade, agradeço a disponibilização de espaço e equipamento de qualidade, que permitiu o desenvolvimento desta dissertação.

Aproveito também para deixar um especial agradecimento à D. Isabel, Sr. Fernando, Joana e André pela amizade e integração na família.

Por fim, mas não menos importante, gostaria de mencionar os meus amigos, que contribuíram das mais variadas formas para o meu sucesso. Por isso, gostaria de agradecer ao Miguel, Alexandre, Nuno, André, Mike, Inês e César.

Resumo

Na indústria da aviação é crucial a gestão minuciosa em todos os campos. Dada a complexidade de otimização das operações ligadas ao voo, o planeamento de uma companhia aérea é usualmente dividido em diversas fases sequenciais: planeamento da frota, planeamento das rotas a operar, afetação da frota, gestão e manutenção da mesma e afetação da tripulação.

Nesta dissertação aborda-se o problema de afetação de frota de forma isolada, embora alguns autores optem por integrar este sub-problema com considerações mais amplas relativas à manutenção dos aparelhos e/ou afetação da tripulação. Considerando um conjunto de voos que uma dada companhia aérea (com um *hub* fixo) tem agendados, e conhecendo as estimativas de procura associada a esses mesmos voos, torna-se perentório utilizar a frota disponível da melhor forma, de modo a que a cada voo seja afeto o avião mais adequado em termos de capacidade e minimizando os custos associados.

Consideram-se dois modelos com estrutura de redes distintas, que serão comparados relativamente à dimensão, tempo de execução e qualidade dos limites inferiores obtidos através da relaxação linear, face a um conjunto de instâncias. A aplicação dos modelos será ainda estendida a um horizonte temporal diferente do apresentado na literatura.

Para cada instância foram testados cenários com diferentes níveis de procura e com diferentes composições de frota. As soluções obtidas com estes cenários foram comparadas, indicando as melhores opções para cada caso.

Palavras Chave: Afetação de Frota; Redes Aéreas; Otimização; Problema Inteiro; Relaxação Linear.

Abstract

In the aviation industry, the thorough management in all fields is crucial. Given the complexity of flight operations optimization, the planning of an aviation company is usually divided in several sequential stages: the fleet planning, the routes planning, the fleet assignment, the aircraft routing and management and the crew scheduling.

In this thesis, the fleet assignment problem is approached in an isolated way, although some authors choose to integrate this subproblem in a framework considering factors like aircraft maintenance and crew scheduling. Given a set of scheduled flights of some aviation company with a fixed hub, and knowing the associated flights demand, it becomes peremptory the good usage of the available fleet in order to assign to each flight the most suitable aircraft in terms of capacity, minimizing at the same time the associated costs.

Two models are considered with different network structures that will be compared against a set of instances in terms of the size, execution time and the quality of the lower bounds obtained by the linear relaxation. The models application will be extended to a time horizon different from that presented in the literature.

For each instance different demand level scenarios and different fleet composition scenarios were tested. The solutions obtained with these scenarios were compared, indicating the best options for each case.

Keywords: Fleet Assignment; Airline network; Optimization; Integer problem; Linear relaxation.

Conteúdo

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
Glossário	xiii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento temático	1
1.2 Conceitos introdutórios	2
1.3 Planeamento de redes aéreas	3
1.3.1 Caracterização das redes	3
1.4 Planeamento do processo aéreo	4
1.4.1 Planeamento da frota	5
1.4.2 Planeamento de rotas	5
1.4.3 Afetação da frota	5
1.4.4 Gestão e manutenção da frota	5
1.4.5 Afetação da tripulação	6
1.5 Objetivo da dissertação	6
2 Revisão de Literatura	7
3 Modelos Lineares	13
3.1 Modelo básico utilizando uma estrutura de redes de conexões	13
3.1.1 Descrição da estrutura da rede	13
3.1.2 Notação utilizada e definição de variáveis	17
3.1.3 Formulação para afetação diária	17
3.1.4 Formulação para afetação semanal & mensal	18
3.2 Modelo básico utilizando uma estrutura de redes <i>time-space</i>	20
3.2.1 Descrição da estrutura da rede	20
3.2.2 Notação utilizada e definição de variáveis	24
3.2.3 Formulação para a afetação para qualquer horizonte temporal	25
3.2.4 Pré-Processamentos propostos	26
4 Descrição e tratamento dos dados	29
4.1 <i>Dataset</i>	29
4.1.1 Aeroportos	30
4.1.2 A frota	31

4.1.3	Modelação dos custos	31
4.2	Modelo com estrutura de redes de conexões	32
4.3	Modelo com estrutura de redes <i>time-space</i>	33
5	Aplicação ao estudo de caso	37
5.1	Instâncias e cenários	37
5.1.1	Medidas analisadas no desempenho dos modelos	37
5.1.2	Instâncias de teste consideradas	37
5.1.3	Medidas de comparação entre instâncias	38
5.2	Resultados computacionais	38
5.2.1	Comparação entre modelos	38
5.2.2	Comparação entre cenários	45
5.2.3	Variação da penalização associada à perda de passageiros	49
5.2.4	Variação da composição de frota	53
6	Conclusões	59
	Bibliografia	61
	Anexos	63
A	Resultados computacionais completos	65
B	Resultados referentes à variação do valor associado à penalização	78

Lista de Figuras

1.1	Dois tipos distintos de estruturas.	3
1.2	Fases do design do planeamento aéreo.	4
3.1	Exemplo de uma estrutura de rede de conexões (a traço cheio, os arcos que representam as conexões entre <i>legs</i> e a tracejado, os arcos fictícios que representam o início de dia e fim de dia).	15
3.2	Estrutura de rede de conexões reduzida.	15
3.3	Solução com 4 aviões (permitindo que os mesmos possam pernoitar nos <i>spokes</i>), antes do início ou depois do fim do horizonte temporal (1 dia no exemplo)	16
3.4	Solução com 3 aviões (não permitindo que os mesmos pernoitem nos <i>spokes</i>). . .	16
3.5	Exemplo de uma estrutura de rede <i>time-space</i> (a traço cheio, os <i>flight arcs</i> , a cinzento os <i>ground arcs</i> e a tracejado, os <i>wrap-around arcs</i>).	21
3.6	Solução com 4 aviões (permitindo que os mesmos possam pernoitar nos <i>spokes</i> , apenas 1 noite), análoga à solução da figura 3.3.	22
3.7	Solução com 3 aviões (não permitindo que os mesmos pernoitem nos <i>spokes</i>), análoga à figura 3.4.	23
3.8	Estrutura de redes <i>time-space</i>	26
3.9	Redução da rede para uma estrutura de redes <i>time-space</i> para uma dada frota numa dada estação.	27
4.1	representação do tuplo $\langle leg_atual, leg_subs, frota \rangle$, usado para <i>input</i>	33
4.2	representação do tuplo $\langle frota, estação, t \rangle$, usado para <i>input</i> . (representativo da categorização presente na tabela 4.9.	35
4.3	representação do tuplo <i>Conj_Legs</i> , usado para <i>input</i>	36
5.1	Solução obtida através do modelo 2 para a instância 1 de maio, utilizando 5 aviões do tipo II.	39
5.2	Solução obtida através do modelo 2 para a instância 1 de maio, utilizando 3 aviões do tipo III.	40
5.3	Solução obtida através do modelo 1 para a instância 1 de maio, utilizando 5 aviões do tipo II e 3 aviões do tipo III.	41
5.4	Comparação do CPU entre os dois modelos para as quatro instâncias semanais. .	42
5.5	Comparação do CPU entre os dois modelos para a instância mensal.	43
5.6	Comparação entre n° de variáveis e restrições entre os 2 modelos para instância mensal.	43

5.7	Comparação da relação entre nº de variáveis, restrições, <i>legs</i> e conexões entre ambos os modelos (modelo 1 à esquerda e modelo 2 à direita).	44
5.8	Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de <i>spill</i> para a composição de frota 1.	50
5.9	Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de <i>spill</i> para a composição de frota 2.	50
5.10	Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de <i>spill</i> para a composição de frota 3.	51
5.11	Variação do custo e da percentagem de <i>spill</i> pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura baixa.	54
5.12	Variação do custo e da percentagem de <i>spill</i> pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura média.	55
5.13	Variação do custo e da percentagem de <i>spill</i> pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura alta.	56

Lista de Tabelas

3.1	Lista de voos.	14
3.2	Possibilidades de conexão em cada estação.	14
4.1	Correção para os voos noturnos.	30
4.2	Localização do <i>hub</i> e <i>spokes</i>	31
4.3	Descrição da frota considerada no caso de estudo.	31
4.4	Penalizações entre par O-D (valor igual para o sentido inverso) por cada passageiro perdido.	32
4.5	Distância em quilômetros entre par O-D (valor igual para o sentido inverso).	32
4.6	Dados referentes aos <i>ready-times</i> (exemplo).	33
4.7	Categorização dos eventos (a verde, os eventos de partida, e a laranja os eventos de <i>ready-time</i>).	34
4.8	Eventos correspondentes a conexões perdidas (a verde, os eventos de partida, e a laranja os eventos de <i>ready-time</i>).	34
4.9	Eventos para cada <i>leg</i> associada a cada tipo de frota.	35
5.1	Comparação entre os 2 modelos relativamente às medidas de performance consideradas.	42
5.2	Variação entre nº de variáveis e restrições de duas instâncias por modelo.	45
5.3	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para instâncias diárias.	46
5.4	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para instâncias semanais e mensal.	48
5.5	Quadro-resumo das melhores configurações para cada cenário.	49
5.6	Variações (em percentagem) entre aumento da penalização para os 3 cenários de procura, 3 composições de frota, na instância mensal.	52
5.7	Quadro-resumo relativo às composições que minimizam custo total e percentagem de <i>spill</i> para os vários cenários, em instância mensal.	53
5.8	Variação no custo e na percentagem de <i>spill</i> , pela adição/ remoção de um avião de cada tipo de frota, para os 3 cenários de procura.	54
A.1	Resultados computacionais completos para o dia 1 - modelo 1.	65
A.2	Resultados computacionais completos para o dia 1 - modelo 2.	65
A.3	Resultados computacionais completos para o dia 2 - modelo 1.	66
A.4	Resultados computacionais completos para o dia 2 - modelo 2.	66
A.5	Resultados computacionais completos para o dia 3 - modelo 1.	67

A.6	Resultados computacionais completos para o dia 3 - modelo 2.	67
A.7	Resultados computacionais completos para o dia 4 - modelo 1.	68
A.8	Resultados computacionais completos para o dia 4 - modelo 2.	68
A.9	Resultados computacionais completos para o dia 5 - modelo 1.	69
A.10	Resultados computacionais completos para o dia 5 - modelo 2.	69
A.11	Resultados computacionais completos para o dia 6 - modelo 1.	70
A.12	Resultados computacionais completos para o dia 6 - modelo 2.	70
A.13	Resultados computacionais completos para o dia 7 - modelo 1.	71
A.14	Resultados computacionais completos para o dia 7 - modelo 2.	71
A.15	Resultados computacionais completos para a semana 1 - modelo 1.	72
A.16	Resultados computacionais completos para a semana 1 - modelo 2.	72
A.17	Resultados computacionais completos para a semana 2 - modelo 1.	73
A.18	Resultados computacionais completos para a semana 2 - modelo 2.	73
A.19	Resultados computacionais completos para a semana 3 - modelo 1.	74
A.20	Resultados computacionais completos para a semana 3 - modelo 2.	74
A.21	Resultados computacionais completos para a semana 4 - modelo 1.	75
A.22	Resultados computacionais completos para a semana 4 - modelo 2.	75
A.23	Resultados computacionais completos para o mês - modelo 1.	76
A.24	Resultados computacionais completos para o mês - modelo 2.	77
B.25	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para ins- tâncias diárias com penalizações a 150%.	78
B.26	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para ins- tâncias semanais e mensal com penalizações a 150%.	79
B.27	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para ins- tâncias diárias com penalizações a 200%.	79
B.28	Custo, percentagem de custo referente ao <i>spill</i> , e percentagem de <i>spill</i> para ins- tâncias semanais e mensal com penalizações a 200%.	80

Glossário

Nesta secção serão apresentados e descritos sucintamente os termos comumente usados na área da aviação e mais precisamente os que serão utilizados ao longo deste artigo.

- **Classes aéreas:** Criadas pela IATA, as classes aéreas são compostas por um *booking code*. As classes mais comuns são: primeira classe, classe executiva e classe económica. Cada uma das 3 pode conter especificidades que diferem mesmo entre uma determinada classe. A distinção é feita pelo *booking code*.
- **Cockpit:** Compartimento do avião destinado ao piloto e ao copiloto.
- **Conexão:** Quando um voo aterra em determinado local, e é necessária uma mudança de aparelho para iniciar um novo voo. Resulta também na alteração do número único de voo.
- **Escala:** Do inglês, *Through-flight/ Stopover*, significa que um voo único de uma origem para um destino, aterra em determinado local para abastecimento, ou desembarcar outros passageiros, não havendo necessidade de troca de avião até ao destino final.
- **Evento:** Categorização das horas, sejam elas respetivas a partidas, chegadas ou *ready-time*, devidamente ordenadas de ordem ascendente no horizonte temporal, e devidamente identificados caso sejam *eventos* referentes a partidas ou *ready-times*
- **Família de frotas:** Consiste num determinado tipo de diferentes frotas, mas com as mesmas especificidades de configuração do *cockpit* e qualificação da tripulação de bordo.
- **Flight arcs:** Arcos representativos das *legs* na rede.
- **Gate:** Porta de embarque ou desembarque dos passageiros para o avião.
- **Ground arcs:** Arcos que representam a permanência de um avião na mesma estação durante período de tempo.
- **Hub:** Designação dada por uma companhia aérea a um, ou mais aeroportos que são pontos de conexão, levando os passageiros para o destino final pretendido. Aeroporto onde os aviões pernoitam e fazem as respetivas manutenções.
- **IATA:** *International Air Transport Association* (Associação Internacional de Transporte Aéreo).
- **Inbound:** Arco representativo da viagem de regresso.
- **Itinerário:** Percurso existente que perfaz uma ligação O-D.

- **Leg:** Ou *flight-legs*, abrange o tempo desde a decolagem do avião até à correspondente aterragem.
- **Master sink:** Nodo conceptualizado na rede com intuito de contabilizar os efeitos no início do dia.
- **Master source:** Nodo conceptualizado na rede com intuito de contabilizar os efeitos no fim do dia.
- **'O-D':** Caminho composto por um par de origem - destino, no qual o passageiro tenciona voar.
- **Outbound:** Arco representativo da viagem de ida, relativamente a um dado aeroporto.
- **Overnight arcs:** Arcos que conectam o último evento do dia, ao primeiro do dia subsequente.
- **Ready-time:** Após ter aterrado, a hora a que um avião estará pronto para nova decolagem, após ter aterrado.
- **Spill:** Número de passageiros por *voo* que excede o número de lugares (capacidade) do avião.
- **Spokes:** Aeroportos para os quais uma dada companhia voa sendo a mesma sediada num determinado *hub*;
- **Tarifas aéreas:** Em inglês, *fare class*, as tarifas correspondem a diferentes tipos de bilhetes que conferem às companhias aéreas vender bilhetes em diferentes condições. As tarifas podem variar consoante diversas condições.
- **Tipo de frota:** Corresponde a um determinado modelo de avião. Todos os aviões do mesmo tipo são compostos pela mesma configuração do *cockpit*, mesmas qualificações da tripulação de bordo, manutenções requeridas e capacidade.
- **Turnaround-time ou TAT:** Tempo mínimo necessário entre uma aterragem, de um dado avião e subsequente decolagem.
- **UTC:** Sigla para *Coordinated Universal Time*, também conhecido como tempo civil, representa o fuso horário de referência com o qual é possível calcular todas as outras zonas horárias do mundo.
- **Voo:** *Leg* ou *legs* realizadas consecutivamente por determinado avião. Contém um número de voo único.
- **Wrap-around arcs:** O mesmo que *Overnight arcs*.

Capítulo 1

Introdução

No primeiro capítulo desta dissertação, realizar-se-á o enquadramento temático do problema de afetação de frotas no contexto de gestão de uma companhia aérea. Serão apresentados os conceitos introdutórios, os diferentes tipos de rede, e as fases que compõem o planeamento do processo associado a uma companhia aérea.

No capítulo 2, será feita uma breve revisão literária das diversas abordagens associadas ao problema em questão. Os dois modelos lineares para o problema em questão, são descritos no capítulo 3, referindo as diferenças entre um modelo básico de estrutura de rede de conexões e um modelo básico de estrutura de rede *time-space*. O trabalho de pré-processamento realizado aos dados e aos modelos, de modo a permitir a correta implementação dos mesmos é feito no capítulo 4. Ambos os modelos serão alvo de testes, no capítulo 5, relativamente a diversos cenários de procura e composição da frota da companhia aérea, em diversos planeamentos de gestão da afetação, permitindo deste modo, comparar os efeitos relativos às penalizações por procura não satisfeita e consequente custo adicional (calculado com base num valor fixo, por cada passageiro "perdido"), para cada um dos cenários. Os dois modelos serão comparados em termos de consumo de tempo de CPU na obtenção da solução ótima, dimensão, bem como em termos da qualidade dos limites inferiores (assumindo um objetivo de minimização de custos) fornecidos pelas respetivas relaxações lineares.

1.1 Enquadramento temático

As companhias aéreas operam num mercado competitivo e sendo assim, o objetivo prioritário passa por terem melhores resultados do que as restantes, garantido assim o maior número de clientes possível, levando ao crescimento da própria companhia no mercado. Para atingir tal objetivo, as companhias aéreas necessitam de tomar decisões complexas, na maior parte dos casos. Estas têm de ter em atenção fatores como a localização dos diversos aeroportos (ou estações) e as suas restrições, nomeadamente, em termos de horários de funcionamento e **tipos de frota** que podem receber, os diferentes tipos de aviões que poderão operar numa determinada rota, as qualificações da tripulação, regulamentação existente quanto à mesma, diferentes mercados, elevado número de diferentes rotas, entre diversas outras razões. No entanto, modelar e resolver problemas de otimização na indústria da aviação pode ser uma árdua tarefa, devido à enorme dimensão e complexidade do problema. O resultado será uma seleção de voos calendarizados, que maximiza o lucro da companhia, usando os recursos disponíveis de uma

forma otimizada. Geralmente, dada a grandeza do problema em questão, o mesmo é dividido em diversas fases sequenciais, devidamente explicadas ao longo deste capítulo, com especial destaque na secção 1.4.

1.2 Conceitos introdutórios

Quando o tema da aviação é assunto de uma conversa num grupo de pessoas, o interesse passa por saber que destinos são aliciantes para visitar em primeiro lugar, qual o preço dos bilhetes, tempo de voo, número de escalas e caso existam, duração das mesmas, hora de partida/chegada, etc. Deste modo, a aviação depende fortemente do interesse das pessoas num dado destino. A este interesse, está associada a procura para cada par origem/destino (designado por **O-D**, no restante desta dissertação), ou seja, a procura de uma dada ligação com uma certa origem para um determinado destino. Assim, o fator procura é um elemento fundamental para a existência e hábil gestão das companhias aéreas. Tendo em conta que a grande maioria dos voos (quer seja por motivos de lazer ou negócios), compreende um voo de ida e volta, é fundamental definir também o conceito de *leg outbound* e *leg inbound*. O primeiro conceito diz respeito ao voo de partida que determinado passageiro faz, com sentido ao destino desejado. Já o conceito de *leg inbound*, refere-se ao voo de regresso.

Um dos conceitos principais, voo, define-se como sendo composto por uma ou mais *legs* voadas de forma consecutiva por um dado avião. A cada voo está também associado um único número de voo.

Outro dos conceitos primários, o *avião*, em que o modelo de *avião* corresponde a todos os aviões do mesmo tipo, isto é, compostos pela mesma configuração do *cockpit* (compartimento destinado ao piloto e copiloto), mesmas qualificações da tripulação de bordo, manutenções requeridas e capacidade. Podem existir diferentes *tipos de frota* que pertençam à mesma *família de frota*, bastando que tenham certas especificações equivalentes. Por exemplo, para o caso de estudo presente nesta dissertação existem dois tipos de frota (CRJ700 e CRJ900) que pertencem à mesma *família de frota*, (construídas pela *Bombardier*), uma vez que a versão CRJ900 é uma versão "esticada" da versão CRJ700, tendo deste modo, maior capacidade de lugares.

Quando se deseja comprar um bilhete, depara-se com as *classes aéreas*, criadas pela *IATA* (Associação Internacional de Transporte Aéreo). Pode-se assim, comprar um ou mais bilhetes para a classe económica, classe executiva e primeira classe. A tarifa associada a cada uma destas *classes* difere consoante as especificidades das mesmas.

Existem três situações possíveis para um itinerário **O-D**:

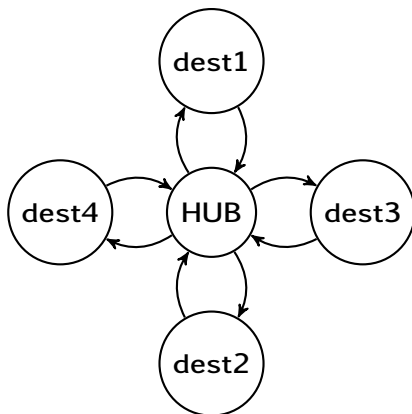
1. O seu voo é direto (ou *nonstop*), não tendo quaisquer paragens entre a origem e o destino.
2. O seu voo pode estar sujeito a *escalas*, isto é, o avião que faz o *itinerário O-D* tem a necessidade de aterrar, antes de chegar ao destino final, para abastecimento ou desembarcar passageiros, mas sem necessidade de mudar de avião.
3. O seu *voo* pode estar sujeito a *conexões*. Este conceito é muitas vezes confundido com *escalas*, contudo, quando um voo tem uma *conexão*, significa que o mesmo está sujeito a uma alteração do avião. Neste caso, o número único de voo difere.

1.3 Planeamento de redes aéreas

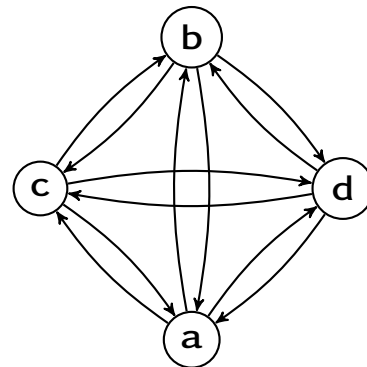
Uma rede aérea pode ser definida como sendo um grafo onde os nodos da rede referem-se aos aeroportos e as arestas às ligações entre os mesmos. Podem existir diversos tipos de redes, tendo em conta fatores como por exemplo, se a mesma é definida a nível mundial ou localmente para uma dada região, ou para uma companhia aérea. A escala da mesma também é importante, já que pode ser considerada uma rede doméstica ou uma rede global. O fator temporal também leva a que durante um dia, as ligações existentes na rede possam variar, já que poderão existir rotas que só sejam feitas durante a parte da manhã, por exemplo.

1.3.1 Caracterização das redes

Existem diversas estruturas de rede aplicadas na área da aviação. Estruturas como *hub-and-spoke* 1.1a e *ponto a ponto* 1.1b, são as mais comuns. No primeiro tipo de rede, a companhia aérea define um aeroporto como *hub* para ser o centro de distribuição dos seus voos, e todos os destinos para onde essa companhia voe, são denominados por *spokes*, não existindo ligação entre os mesmos. Neste tipo de estrutura, é comum para companhias aéreas de pouca expressão, que os seus aviões regressam ao *hub* sempre no final do dia. Contrariamente, na estrutura *ponto a ponto*, a companhia aérea avalia o potencial de cada par O-D, garantido assim um menor tempo de viagem para os passageiros para determinado *itinerário*.



(a) estrutura hub-and-spoke



(b) estrutura ponto a ponto

Figura 1.1: Dois tipos distintos de estruturas.

1.4 Planeamento do processo aéreo

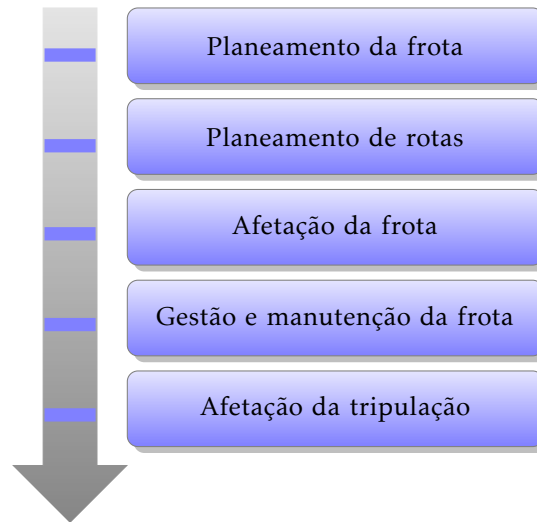


Figura 1.2: Fases do design do planeamento aéreo.

Analisando a figura 1.2, numa primeira fase, o sub-problema da companhia aérea diz respeito à tomada de decisão, tendo em conta diversos fatores, como a frota a adquirir e/ou manter. De modo a satisfazer a procura prevista e até potenciar novos destinos, estas decisões são de importância extrema, nomeadamente, pelos elevados custos envolvidos na eventual compra de novos aviões e a imprevisibilidade e/ou flutuação da procura pelos destinos. Tendo em conta a frota existente, é necessário definir o conjunto de pares O-D que a companhia deseja oferecer.

No segundo sub-problema, o objetivo passa por planear as rotas, tendo em conta fatores como a procura prevista, frota existente e orçamento da companhia. O planeamento dos horários enquadra-se ainda neste sub-problema, dada a extrema importância de minimizar o custo associado, e competitividade com outras companhias.

Após todo o planeamento e calendarização dos voos, é necessário afetar a cada voo o aparelho que melhor se adapte às características do itinerário, minimizando o custo associado de cada avião a cada frota. Perante isto, os agentes de decisão terão de optar por possíveis soluções de rotas ou sequência de *flight-legs* em que sejam respeitadas as manutenções exigidas dos aparelhos. Por último, é necessário proceder à alocação da tripulação, seja ela de cabine ou *cockpit*, à *flight-leg* em questão. É fundamental ter em conta as qualificações da tripulação para determinado tipo de avião e o período máximo que a tripulação fica fora do país da sua companhia deve ser respeitado. No que diz respeito à sua regulamentação, não deverá ser excedido o limite máximo estipulado em que dada tripulação pode estar em serviço. Todo este processo de tomadas de decisão deverá ser definido para um dado período de funcionamento.

No que concerne a esta dissertação, considera-se que a afetação das frotas poderá ser realizada para uma operação de um dia, e ser repetida para os dias seguintes, que é o mais comum na literatura. Porém, também serão tidas em conta operações para uma semana e um mês completo, menos referidos na literatura, devido à complexidade computacional que leva à obtenção de soluções para modelos desta dimensão.

1.4.1 Planeamento da frota

Fatores como o modelo do avião, a capacidade, o custo periódico de manutenção, o tempo de entrega podem pesar na hora de uma companhia aérea avançar para a encomenda de determinado aparelho. Se a companhia aérea funcionar em estrutura de *hub*, deverá também ter em conta se o aeroporto está preparado para receber determinados modelos de aparelhos, já que podem existir constrangimentos associados à dimensão da pista e de mangas. Deste modo, dada a necessidade, orçamento e previsão futura de determinada companhia aérea, este sub-problema revela-se importante de modo a estudar não só os custos associados e receitas previstas, mas também o tempo útil de vida de cada aparelho. Nesta fase existem duas abordagens: *Top-down* e *Bottom-up*. A primeira abordagem envolve uma análise financeira profunda quanto ao impacto económico de cada opção. Tipicamente, são usadas estimativas relativas à procura e receitas. Esta abordagem é a mais comumente utilizada nos dias de hoje, já que não envolve uma detalhada análise de pressupostos e previsões a longo prazo, que de certo modo, podem ser irreais. A abordagem *Bottom-up* tem em conta as variadas simulações relativas às diversas operações por parte de determinada companhia aérea. Porém, dado que esta abordagem é realizada através de simulação, a mesma depende efetivamente da qualidade dos dados, para um maior acerto nas previsões para cenários futuros. Esta área não será discutida na presente dissertação.

1.4.2 Planeamento de rotas

Nesta fase, crucial para a competitividade das companhias aéreas, o tempo e recursos despendidos é elevado, dado que a frota da companhia terá de ser rentabilizada da melhor forma possível. Deste modo, a companhia aérea decide que mercados serão apetecíveis de explorar, e com que regularidade. Nesta fase, o planeamento dos horários é feito com extremo cuidado, dadas as restrições inerentes aos aeroportos nos destinos, e também à procura existente para os mesmos. Com o avançar do tempo, as alterações de horários ou frequência para determinado mercado, estarão sempre dependentes das alterações referentes ao nível da procura, tanto a nível sazonal, como por novos fatores.

1.4.3 Afetação da frota

O objetivo deste sub-problema é afetar a frota existente às rotas pré-definidas tentando da melhor forma possível que a procura por determinada *leg* seja o mais próximo possível (caso não seja igual, idealmente deverá ser muito pouco menor) da capacidade do aparelho, de modo a evitar "passageiros perdidos", *spill*, ou seja, quando a procura prevista é superior à capacidade do avião que fica afeto à *leg*, levando assim, por conseguinte à perda de receita possível. Por outro lado, se o avião tiver uma capacidade muito acima da procura da *leg* à qual está afetado, resultará em diversos lugares vazios, os quais poderiam ser melhor rentabilizados para uma *leg* com maior procura.

1.4.4 Gestão e manutenção da frota

Nesta fase, o objetivo passa por afetar para além dos voos, também as manutenções que cada modelo de frota necessita. Aqui, nem todos os aparelhos podem realizar a manutenção durante a noite, pois podem chegar ao *hub* tardiamente, o que reduz a janela temporal disponível para

a manutenção, ou ainda, poderão ter manutenções de longa duração. Para não correr o risco de haver aparelhos da mesma família de frota cuja manutenção pode ser feita diariamente dado o seu fluxo de voos, e outros cuja manutenção será de difícil alocação, o roteamento dos aparelhos permite isso mesmo, um maior equilíbrio entre manutenções, para que todos os aparelhos estejam operacionais, não descuidando a afetação dos mesmos aos voos agendados.

1.4.5 Afetação da tripulação

Por último, e não menos importante, a afetação da tripulação é passível de se designar como sendo o problema de alocação de trabalhadores a um conjunto de tarefas. As tripulações são tipicamente intercambiáveis, embora em alguns casos, tripulações distintas possuem características diferentes, tornando-as assim mais aptas para determinadas tarefas. Existem ainda, uma série de restrições que poderão impedir um conjunto de soluções viáveis, como a regulamentação governamental a que cada aeroporto está sujeito, para além da regulamentação imposta quanto às limitações de tempo de voo e requisitos de repouso. Numa perspetiva de redução de custos, é fundamental ter em atenção, a boa gestão de gastos extraordinários com a tripulação, nomeadamente para fazer face aos requisitos de repouso, a companhia ter a necessidade de investir em alojamento/ hotéis nos destinos, quando deverá existir o melhor planeamento possível para que toda a tripulação cumpra esses requisitos na base, evitando, assim, gastos extraordinários para a companhia.

1.5 Objetivo da dissertação

O objetivo desta dissertação intenta no estudo do problema de afetação de frotas, no âmbito da aviação. Para tal, serão comparadas duas metodologias distintas, referentes a modelos de otimização inteiros. O intuito passa por analisar e comparar as diferenças de performance de cada modelo, numa dada instância.

O estudo de caso é composto por um conjunto de três diferentes combinações possíveis de composição de frota que uma dada companhia aérea dispõe, para além de um conjunto de voos, programados para o mês de maio de 2017. Para cada voo, são considerados três cenários distintos de procura associada. O caso de estudo é realizado para uma gestão de afetação diária, onde são considerados os sete dias da primeira semana, isoladamente. Para além da afetação diária, os modelos foram modificados de modo a ser possível uma gestão semanal e mensal. Nestas configurações, são consideradas as quatro semanas existentes no mês, e o mês na sua totalidade. Para ambos os modelos serão obtidos os valores referentes à relaxação linear, para além do valor ótimo do problema inteiro associado a cada um dos mesmos. A dita comparação será feita através dos valores da relaxação linear em cada modelo, para a mesma configuração de teste, e ainda o CPU, tendo em conta o número de variáveis e restrições associados a cada instância de teste.

Por fim, e numa perspetiva de otimização de custos operacionais, será realizada uma análise de variação, para cada uma das três composições de frota da companhia, em cada cenário de procura, aumentando e reduzindo em uma unidade o termo independente associado ao número de aviões de cada frota. Através dessa análise, serão comparados os valores ótimos do problema inteiro, e a variação do custo associado aos (*spill passengers*), determinado as vantagens ou desvantagens da adição e remoção de um aparelho à frota já existente.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

A primeira vez que a necessidade de decisões eficientes levou à construção de um modelo segundo determinada estratégia de otimização, data de 1955, [11], por Ferguson e Dantzing. Este primeiro modelo, combinava a afetação de frotas com problemas de *aircraft routing*, com o intuito de maximizar o lucro para um dado plano de voos. Um ano mais tarde, com a intenção de melhorar as suas propostas, introduziram níveis estocásticos relativamente à procura. Em 1978, Simpson [19], desenvolveu um modelo cujo único objetivo era a afetação de aviões a *legs*, satisfazendo a procura e minimizando os custos associados. No entanto, segundo consta na literatura, nenhum destes modelos foi realmente utilizado, por companhias aéreas. Finalmente, em 1989, [1] Abara, enquanto trabalhava para a *American Airlines*, desenvolveu um modelo linear para o problema de afetação de frotas, sendo o primeiro modelo a ser efetivamente utilizado por uma companhia aérea. O seu modelo, uma estrutura de redes de conexões, foi um dos primeiros a ser utilizado para problemas de afetação de dimensão real. A sua formulação contém quatro grupos de restrições intrínsecas e uma opcional. As restrições que Abara considera fundamentais são:

- Cobertura - requer que cada voo seja precedido de uma chegada ou por um arco de origem, que é coberto por um tipo de frota.
- Continuidade - Assegura a integridade do modelo, garantido que o aparelho que inicia um voo é o mesmo que o termina.
- Conservação de fluxo - em cada vértice na rede para cada [tipo de frota](#).
- Disponibilidade de frota - que obriga a que o número de aviões utilizados é menor ou igual ao número de aviões disponíveis.
- Opcionais - são "restrições delimitadoras", ou seja, limites inferiores ou superiores que delimitem qualquer variável aditiva, isto é, variável em que o valor associado à combinação de voos seja igual à soma dos valores de cada voo. Por exemplo, poderá ser necessário ter em conta um limite de aviões que pode pernoitar numa dada estação ou grupo de estações. Abara introduziu ainda o conceito de *time-space* de modo a representar a disponibilidade da frota em cada aeroporto com o passar do tempo.

Mais tarde, no artigo [12] Hane et al., abordaram o problema de afetação de frotas com um modelo idêntico ao de Abara, que apesar de ser designado básico devido ao facto de não conter restrições de manutenção ou considerações sobre a tripulação, apresenta uma estrutura de

redes distinta. Descrevem uma estrutura de redes *time-space*, que implica uma série de estruturas de redes, uma para cada [tipo de frota](#) e estação, permitindo assim ter em conta a variável temporal no modelo. Para além disso, os autores propõem uma série de pré-processamentos com o intuito de diminuir a dimensão da rede, já que devido à inclusão do fator temporal, o aumento da dimensão tornaria o modelo muito mais complexo. As técnicas de pré processamento referidas pelos autores, serão abordadas mais à frente durante esta dissertação [3.2.4](#).

No artigo de Sherali et al. [18], os autores referem os modelos básicos propostos por [1] Abara utilizando uma estrutura de redes de conexões, no entanto com ligeiras alterações na formulação, não considerando as penalizações na função objetivo que Abara considerou, nem considerando as restrições de cobertura relaxadas, no caso de nem todos os voos necessitarem de cobertura obrigatória. Na abordagem proposta por Abara, o grupo de restrições de repetição (para o dia seguinte) e disponibilidade da frota são consideradas "*soft*", sendo relaxadas utilizando penalizações apropriadas adicionadas na função objetivo. O segundo modelo básico apresentado por estes autores, usando uma estrutura de redes *time-space* baseada nos primeiros artigos a usar este tipo de estrutura, de Berge et al. [7] e Hane et al. [12], já referido anteriormente, retrata para além da formulação do modelo, os pré-processamentos de Hane et al. [12]: *time-space line, node aggregation e islands*, os quais serão descritos mais à frente na secção [3.2.4](#).

Após os modelos lineares referidos no artigo de Sherali et al. [18], é descrita uma secção sobre modelos integrados. Diversos autores começaram por integrar no problema de afetação de frotas outras considerações, nomeadamente a calendarização de voos, considerações sobre a manutenção dos aviões, o problema de *aircraft routing* e ainda algumas considerações relativas à tripulação. Assim, nos modelos integrados é visível o uso de outras metodologias para obter uma solução, dado o aumento da complexidade dos modelos integrados. No artigo de Sherali et al. [18], os autores dividem a secção referente a estes modelos em duas subsecções. A primeira, referente ao problema de afetação de frotas, integrado com considerações relativas à calendarização dos voos. Mais concretamente, Rexing et al. [17] propõem também uma abordagem utilizando um modelo com *time windows*, em que as horas de partida e de chegada variavam dentro de um determinado intervalo de tempo. O objetivo desta abordagem passava por reduzir o número e o custo de aviões a operar uma dada calendarização de voos. Para tal, utilizando um plano de voos básico, aplicaram uma heurística de modo a obter uma solução admissível.

Também Desaulniers et al. [10] construíram um modelo de afetação de frotas integrado com calendarização, adicionando ao modelo de Abara [1] dois novos conjuntos de restrições. No entanto, dado que um dos dois conjuntos de restrições é não linear, leva a que a complexidade do modelo seja tal, que torna o uso do mesmo inconsequente. Porém, esse conjunto de restrições foi substituído por um outro, comumente utilizado nos problemas de *vehicle routing*. A última abordagem, proposta por Lohatepanont e Barnhart [14] presente na primeira subsecção, diz respeito a um modelo de afetação de frotas integrado a considerações relativas a *leg selection decisions*. Nesta abordagem eram tidas em conta as alterações realizadas na calendarização de voos no passado, que naturalmente sofreriam alterações referentes à procura associada, para a calendarização futura. Deste modo, foi então considerado um modelo em que a remoção de voos que sofreram alterações seria possível, levando assim, à obtenção de [legs](#)

cuja oferta é opcional. Os autores também tiveram em conta o cálculo de benefício ou custo associados à remoção de determinada *leg*, já que como os próprios autores afirmam, a remoção de uma *leg* obviamente trará um conseqüente aumento na procura em outras *legs* ou itinerários com o mesmo par O-D da *leg* ou *legs* removidas, aumento esse que pode ser traduzido em maior benefício financeiro e diminuição do custo associado à existência de determinada *leg* e conseqüente afetação de um avião à mesma.

Na segunda subsecção dos modelos integrados, estão descritas considerações sobre manutenção dos aviões, *routing* e ainda algumas considerações sobre a tripulação. Clarke et al. [9] apresentaram um modelo matemático para o problema de afetação de frotas, integrando considerações sobre a tripulação e manutenção dos aviões. No que diz respeito às considerações sobre manutenção dos aviões, existem quatro tipos de verificações exigidas pela FAA (*Federal Aviation Administration*), classificadas como A, B, C e D. As verificações dos tipos C e D demoram mais de 24 horas. Nos outros tipos, as verificações dos tipos A e B demoram, respectivamente, à volta de 4 horas e entre 10 a 15 horas. Clarke et al. [9], classificaram como *manutenções curtas* as verificações do tipo A, e como *manutenções longas*, as verificações do tipo B. Dadas estas considerações, o modelo apresenta um grupo de restrições relativas à manutenção dos aparelhos. Para além das considerações sobre manutenção, Clarke et al. [9] também apresenta algumas considerações relativas a *crew scheduling*, limitando o número de *lonely overnights*, isto é, quando a tripulação tenha de pernoitar fora, acarretando desta forma, custos para a companhia aérea da qual provêm. Estes casos acontecem sempre que uma tripulação aterre numa estação diferente da sua base e nesse dia não haja nenhuma partida para a qual esteja apta ou no caso em que a tripulação esteja há muito tempo em serviço e seja obrigatório proceder ao tempo de repouso regulamentado. Assim, um dos objetivos de Clarke et al. [9] passa por reduzir o tempo em que uma tripulação fica fora da base. Desta forma, a solução para o seu modelo é obtida através duma abordagem utilizando o algoritmo *branch-and-bound*. Barnhart et al. [3] combinaram o problema de afetação de frotas com *routing* de aviões. Este modelo, que integra os dois problemas, junta os custos associados ao uso de cada avião numa determinada rota, e algumas considerações sobre a manutenção dos mesmos, e tem ainda a particularidade de apresentar uma sequência de *strings* (sequência de voos conectados que começam e acabam numa dada estação e satisfazem a conservação de fluxo, isto é, se existe uma chegada a uma dada estação, seguidamente haverá uma partida da mesma estação), com o intuito de afetar a frota, e de seguida, determinar a sequência de voos sob a condição de que a calendarização dos horários de partidas e chegadas, para cada *leg* são definidos *a priori*. Assim, dada a aparente vantagem de Barnhart et al. [4] em resolver simultaneamente os dois problemas integrados, de afetação de frotas e de *routing*, desenvolveram uma abordagem *branch-and-price*, na qual a relaxação linear é resolvida para cada nodo da árvore de pesquisa do algoritmo *branch-and-bound* utilizando uma metodologia de geração de colunas.

Também outros autores, não referidos no artigo de Sherali et al. [18], propuseram modelos integrados ao problema de afetação de frotas. No artigo de Mancel et al. [15], os autores integram o problema de afetação de frotas com modelos de mercado. A sua proposta, iterativa, visava uma abordagem de *simulated annealing* para afetar a frota, com um modelo de mercado que calculava o fluxo de tráfego do passageiro em cada iteração do processo. No entanto, foi proposta ainda uma segunda abordagem, semelhante à primeira que adicionava ao algoritmo

de *simulated annealing*, um modelo linear baseado no itinerário para o fluxo de tráfego dos passageiros. Esta segunda abordagem melhorou consideravelmente relativamente à primeira, no que diz respeito ao lucro associado afetação tendo em conta a nova rede.

Baseado no modelo de Hane et al. [12], Belanger et al. [6] consideraram um modelo com *time windows*, integrado a um conceito de dependência entre a receita de determinado voo e a sua calendarização, com o nome de *time-dependent revenues*. A proposta dos autores baseava-se num algoritmo *branch-and-price*. Comparativamente ao método *branch-and-bound*, esta abordagem reduziu significativamente o número de aviões necessários, permitindo assim, a resolução de instâncias com dimensão e complexidade superiores.

Retomando o artigo de H.D. Sherali et al. [18], após a secção dos modelos integrados (secção 4 do artigo [18]), são descritos, na secção seguinte, considerações adicionais para modelos de afetação de frotas. Nesta secção, para além dos modelos integrados, existe uma compilação de outras metodologias propostas por alguns autores, que optaram por relaxar algumas das restrições dos modelos básicos do problema de afetação de frotas. Ou seja, mais precisamente, são descritas nesta secção considerações sobre a procura dos passageiros, em que são apresentados três modelos distintos:

1. *Path-based fleet assignment model*, proposto por Barnhart et al. (2002) [5], o qual tem como objetivo minimizar a perda de benefício devido a "derrames" (*spill costs*), isto é, grande parte da procura por parte dos passageiros consiste em itinerários compostos por mais do que uma *leg*, advindo assim a que alguns passageiros utilizem apenas uma *leg* de determinado itinerário, levando à possibilidade de que nas restantes *legs* que compõem o itinerário, existam lugares vazios e conseqüente perda de benefício. Assim, o termo *network effect* consiste na procura existente por um dado itinerário estar dependente da disponibilidade de lugares em todas as *legs* pertencentes ao itinerário. Para além disso, passageiros que desejem voar em determinado itinerário, podem ser alocados a outros caminhos similares. A este conceito, dá-se o nome de *recapture effect*. Barnhart et al. [5] propuseram uma técnica heurística, baseando-se num conjunto de colunas restrito geradas pela relaxação linear.
2. *Integrated leg selection and path-based fleet assignment model*, proposto por Lohatepanont et al. [14], esta abordagem tem em conta o histórico das calendarizações de voos. Ou seja, as *legs* para as quais a procura passada foi baixa, podem ser removidas. Por conseguinte, naturalmente ocorrerá um aumento na procura pelas restantes *legs* que contenham, quer seja de forma individual ou em conjunto com mais *legs*, um par O-D igual ao das *legs* removidas. Contudo, de modo a decidir o conjunto de *legs* a oferecer, é necessário proceder a cálculos relativos à alteração de custo/benefício tendo em conta a remoção de *legs*. Esta abordagem surtiu efeito, tendo-se registado uma diminuição de custos devido ao facto da redução do número de aparelhos em circulação.
3. *Integrated scheduling and FAM with passenger demand considerations*
Proposta por Yan et al. [20] esta metodologia tem em conta o fator da procura numa diferente perspectiva, integrando aos modelos de afetação da frota e calendarização dos voos, a previsão da mesma. Isto é, ao invés de definir uma procura fixa para determinada *leg*, os autores consideram os pares O-D existentes, e esperam que o modelo selecione *legs* possíveis de modo a cobrir a procura prevista para os itinerários considerados. Desta forma,

os autores recorrem a dois grupos de redes. O primeiro, inclui o fluxo da frota para redes com estrutura *time-space*, construído para cada tipo de frota onde a decisão passa por selecionar que *legs* serão realizadas em cada *tipo de frota*, e inclui-las na calendarização das mesmas. O segundo grupo de redes, diz respeito ao fluxo de passageiros para cada par O-D. Para solucionar a abordagem proposta, os autores recorrem a uma relaxação *Lagrangiana*. O valor obtido a partir da solução dual *Lagrangiana* deste sub-problema (contém apenas os grupos de restrições referentes à disponibilidade de frota, cobertura de *legs*, e passageiros aceites para cada frota), fornece um limite inferior para o problema original. De modo a obter um limite superior, são observadas as restantes restrições do modelo original. Separadamente, essas restrições são relacionadas com o fluxo de passageiros e com o fluxo de utilização da frota. Deste modo, a otimização dual *Lagrangiana* é realizada até o *gap* entre os limites superiores e inferiores esteja contido num intervalo aceitável, ou que o número de iterações do processo seja excedido.

Após as considerações sobre os passageiros, é descrita uma abordagem relativa ao tema *A weekly fleeting model*. Todos os modelos de afetação de frotas descritos anteriormente focam-se apenas numa afetação diária, repetindo-a igualmente para o horizonte temporal desejado. Belanger et al. [6] estudaram este tipo de abordagem. As suas ideias passavam por saber se um *tipo de frota* "dominante" era afetado a uma dada *leg*, as discrepâncias provenientes deste tipo "dominante" poderiam ser reduzidas através da penalização para diferentes afetações. Como resolução, os autores propõem duas técnicas heurísticas: A primeira utiliza um algoritmo de pesquisa *branch-and-bound* que cessa quando a primeira solução admissível é descoberta. Alternativamente, uma heurística sub-dividida em duas fases é proposta com intuito de redução do tempo de CPU. A primeira fase consiste em selecionar um número reduzido de *legs* de modo a determinar o tipo "dominante" de frota para cada voo. Na segunda fase, são tidas em conta as frotas "dominantes" dadas previamente, e então é obtida a afetação para todos os voos da semana em questão.

No fim da secção 5 do artigo [18], é ainda descrita uma metodologia de *combined through-fleet assignment model*. Recorde-se a designação de *through-flight* como sendo a sequência de duas ou mais *legs*, operadas pelo mesmo avião. No artigo de Ahuja et al. [2], os autores desenvolveram uma metodologia chamada "*Very Large-Scale Neighborhood (VSLN) Search Algorithm* para *combined through-fleet assignment model (ctFAM)*". O processo é iniciado pela obtenção de uma solução admissível para o problema de afetação de frotas, e após essa obtenção, é aplicado um algoritmo gerador de soluções vizinhas para determinar os *through-flights* sequencialmente. O algoritmo que leva à obtenção de vizinhanças, é conhecido como sendo um algoritmo de *tabu search*.

A última secção do artigo Sherali et al. [18] diz respeito a mecanismos de re-afetação de frotas, baseados em atualizações das previsões relativas à procura. Na prática, segundo o artigo, a afetação de frotas aos voos é calendarizada com antecedência. Isto acontece devido ao facto da necessidade de geração da tripulação com 8 a 12 semanas de antecedência relativamente às datas de partidas dos voos calendarizados. Qualquer re-afetação de frota é um processo bastante complexo, dado que já existem afetações de tripulações que tornam as suas alterações bastante complexas e dispendiosas. Berge et al. [7] foram dos primeiros autores a propor uma

re-afetação baseada nas flutuações dos valores de procura. Os autores propuseram, assim, duas heurísticas, que encontram soluções para a re-afetação num curto espaço de tempo.

Mais à frente, Bish et al. [8] estudaram os benefícios do mecanismo de *demand driven swapping (DDS)* caracterizado em termos de *timing* (quando e quantas vezes deve ser feita a troca). Pretende-se que a implementação desta abordagem seja realizada o mais próximo possível das partidas, evitando deste modo, um elevado número de alterações/ cancelamentos por parte dos clientes.

Como última referencia, e por sinal a mais recente, Jamili refere no seu artigo [13] uma abordagem heurística utilizando um algoritmo de *simulated annealing*. É importante também referir que o seu modelo incorpora a calendarização dos voos integrando também a afetação da frota aos mesmos. O algoritmo de *simulated annealing* pode ser descrito como uma meta-heurística variante de um algoritmo com uma estratégia de pesquisa local. No final de um certo número de iterações, se a probabilidade de aceitar uma solução "pior" (ou *temperatura*) significa que se chegou a um ponto de ótimo local. Este procedimento permite ainda que se troque uma "boa solução" por tempo de computação, isto é, quanto maior for o tempo de "arrefecimento", maior será a probabilidade de obter a solução ótima, ou um valor convergente para a mesma. Jamili descreve o seu procedimento heurístico dividido em três partes:

1. Considerando cada avião disponível, e gerado o conjunto de aeroportos e sequência de voos existente entre os mesmos, utilizando o caminho mais curto entre eles começando na base e acabando no mesmo aeroporto de partida. A computação do caminho mais curto entre os aeroportos é feita através do algoritmo de *Nearest Neighbor (NN)* (desenvolvido para o problema de *Travelling Salesman Problem (TSP)*) onde neste caso a "escolha" recai sobre o mais próximo aeroporto não visitado, partindo do aeroporto base. São considerados os tempos de voo e [TAT](#).
2. Na segunda parte, são gerados um número de passageiros para cada par [O-D](#), de acordo com a capacidade de cada avião.
3. Por fim, é gerado um número de passageiros alocados ao voo de forma indireta (voo com duas ou mais [legs](#), tendo este tipo de passageiros, voado apenas em uma delas, que não a primeira), tendo em conta a restante capacidade livre do avião para cada par [O-D](#).

Por fim, o autor conclui que integrando o problema de calendarização dos voos e afetação de frota e dada a metodologia aplicada, após comparação de resultados e respetiva análise, foi observado que à medida que o fator de "arrefecimento" aumenta, o valor da solução para o problema melhora. O autor refere ainda, que com um certo fator de arrefecimento descrito no seu artigo, o algoritmo proposto atinge a solução ótima em 50% dos casos gerados aleatoriamente.

Capítulo 3

Modelos Lineares

Na presente secção descrevem-se dois modelos básicos, apresentados na literatura [18].

Os modelos referentes são formulados em programação inteira, tendo em conta uma dada estrutura de rede distinta em cada modelo. A construção da rede tem em conta duas abordagens distintas: Na primeira, a estrutura baseia-se nas conexões entre *legs*. E na segunda, uma estrutura *time-space*, onde, tal como o nome indica, o tempo passa a ter um papel fundamental. Contudo, ambos os modelos são similares no que diz respeito ao tipo de conjunto de restrições - cobertura, conservação de fluxo e disponibilidade da frota. Por outro lado, embora não seja o que ocorre na realidade, nos modelos presentes na literatura, a procura é descrita como sendo constante, igual em todos os dias, com o intuito de diminuir significativamente a complexidade computacional. Posto isto, serão consideradas as formulações baseadas nas subjacentes redes, uma usando uma estrutura de redes de conexões e outra, utilizando uma estrutura de redes de *time-space*. Destarte, ao longo desta dissertação, os modelos apresentados serão ligeiramente adaptados face ao descrito na literatura, sendo ainda consideradas variantes para um modelo de gestão semanal e um modelo de gestão mensal. Nesta dissertação considerar-se-à que para além de existir apenas um *hub*, os aviões têm sempre de regressar ao mesmo para pernoitarem, visto que a companhia aérea considerada no caso de estudo, ser de pequena dimensão.

3.1 Modelo básico utilizando uma estrutura de redes de conexões

3.1.1 Descrição da estrutura da rede

Abara [1] foi um dos dos primeiros investigadores a utilizar modelos matemáticos para o problema de afetação de frotas aplicado a uma companhia aérea. O seu modelo, baseia-se numa estrutura de redes de conexões, definida para um modelo de planeamento diário, ou seja, apenas considera a afetação das *legs* de um dia à frota existente, repetindo-se esta afetação diariamente. Este tipo de rede pode ser descrita de uma forma sucinta através de um grafo, em que os nodos representam as *legs*. Será necessário ainda criar em cada estação, dois nodos fictícios para representar o início (*master source*) e o fim do dia (*master sink*), respetivamente. Ou seja, se uma dada *leg l* for precedida pelo *master source*, significa que o avião inicia a sua sequência de voo com a *leg l* (início do dia). Por outro lado, se uma dada *leg l* preceder o *master sink*, significa que o avião termina a sua sequência de voo com a *leg l* (fim do dia). Por uma questão de conservação de fluxo em cada estação, estes dois nodos serão representados pelo mesmo nodo fictício, indicando assim, a possibilidade de um avião pernoitar na estação. Sem

perda de generalidade, considera-se que as sequências de voo dos aviões têm início e fim na estação *hub*, e portanto a primeira *leg* da sequência é precedida pelo *master source* no *hub*. No caso de alguma *leg* intermédia na sequência preceder o *master sink* ou ser precedida pelo *master source* numa estação *spoke*, considera-se que o avião pernoita fora do *hub*. Existirão assim três tipos de arcos nesta rede:

- *Arcos de conexão de legs*, designados na literatura por *flight connection arcs*, dizem respeito aos arcos (i, j) , onde i e j são *legs* (de partida e chegada) respetivamente ou vice-versa.
- *Arcos de início de dia*, designados na literatura por *originating (connection) arcs*, dizem respeito aos arcos que representam a saída do avião do *hub*, $(0, i)$, sendo i uma *leg outbound*.
- *Arcos de fim de dia*, designados na literatura por *terminating (connection) arcs*, são referentes ao regresso do avião ao *hub*, após a realização de uma *leg inbound* j , não sendo utilizado até ao final do horizonte temporal considerado (dia, semana ou mês), $(j, 0)$.

De seguida apresenta-se um exemplo ilustrativo da construção de uma rede deste tipo:

Exemplo: Considere-se uma pequena rede em sistema *Hub-and-Spoke* com 4 aeroportos (ou estações): Ljubljana (LJU), Bruxelas (BRU), Charles de Gaulle (CDG) e Copenhaga (CPH) e onde o (único) *hub* encontra-se localizado em Ljubljana. Na tabela 3.1 apresentam-se 10 *legs* entre o *hub* e os restantes aeroportos, para um planeamento diário.

Tabela 3.1: Lista de voos.

Leg	Partida	Hora	Chegada	Hora
1	LJU	7:00	BRU	8:40
2	LJU	7:10	CDG	9:00
3	LJU	17:05	BRU	18:45
4	LJU	17:15	CPH	19:05
5	LJU	17:20	CDG	19:10
6	BRU	10:05	LJU	11:40
7	BRU	20:25	LJU	22:00
8	CDG	9:45	LJU	11:25
9	CDG	20:00	LJU	21:40
10	CPH	19:45	LJU	21:35

A partir desta tabela, e para apenas um *tipo de frota* em que o *TAT* é de 30 minutos (ou seja, o tempo desde a aterragem do avião até estar pronto para nova partida), as conexões possíveis são as seguintes: (respeitando a hora de partida de uma *leg* ser não inferior à hora de chegada da *leg* anterior somada ao valor do *TAT*)

Tabela 3.2: Possibilidades de conexão em cada estação.

Estação	Leg chegada → Leg partida
LJU	6 → 3; 6 → 4; 6 → 5; 8 → 3; 8 → 4; 8 → 5
BRU	1 → 6; 1 → 7; 3 → 7
CDG	2 → 8; 2 → 9; 5 → 9
CPH	4 → 10

Na rede seguinte, em cada estação, os arcos de conexão (a traço cheio) correspondem às conexões possíveis constantes na tabela 3.2. Note-se que cada *leg* surge duplicada nas duas estações O-D (numa como *leg* de chegada, noutra como *leg* de partida).

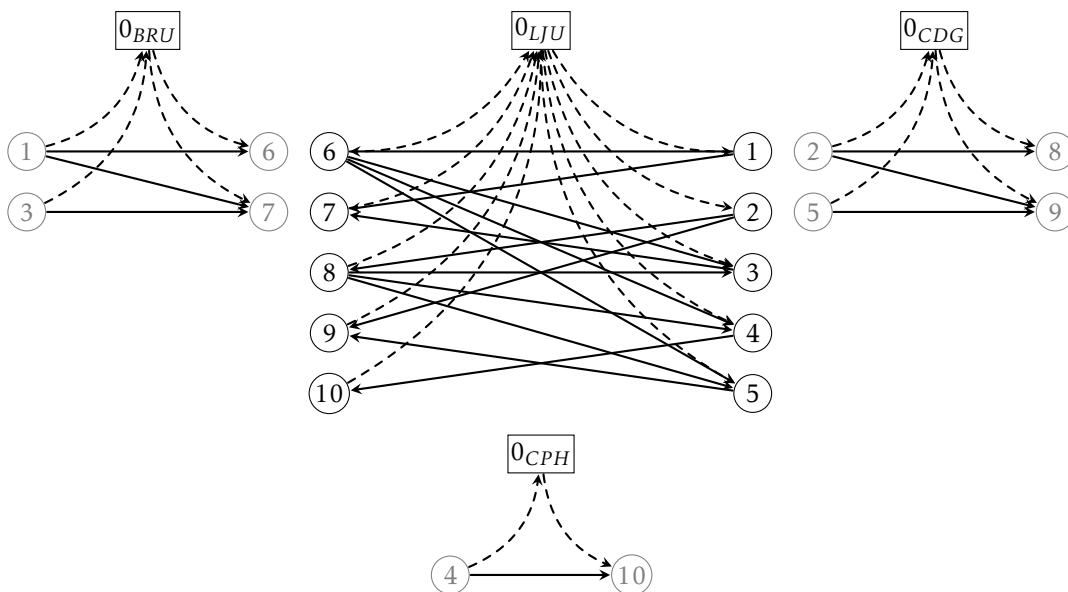


Figura 3.1: Exemplo de uma estrutura de rede de conexões (a traço cheio, os arcos que representam as conexões entre *legs* e a tracejado, os arcos fictícios que representam o início de dia e fim de dia).

Em cada estação s , os arcos $(0_s, i)$, são os arcos de início de dia, e os arcos $(i, 0_s)$, de fim de dia. Se os mesmos foram utilizados, significa que a sequência tem início ou fim, respetivamente nessa estação no caso do *hub*, ou que o avião pernoita, no caso dos *spokes*. O facto de a rede representada funcionar em sistema *hub-and-spoke* com um único *hub*, leva a que todas as *legs* representadas nas estações *spoke*, tenham uma cópia na estação *hub*. Sendo assim, a rede da figura 3.1 pode ser simplificada sobrepondo os nodos com o mesmo índice, obtendo-se assim, a figura 3.2.

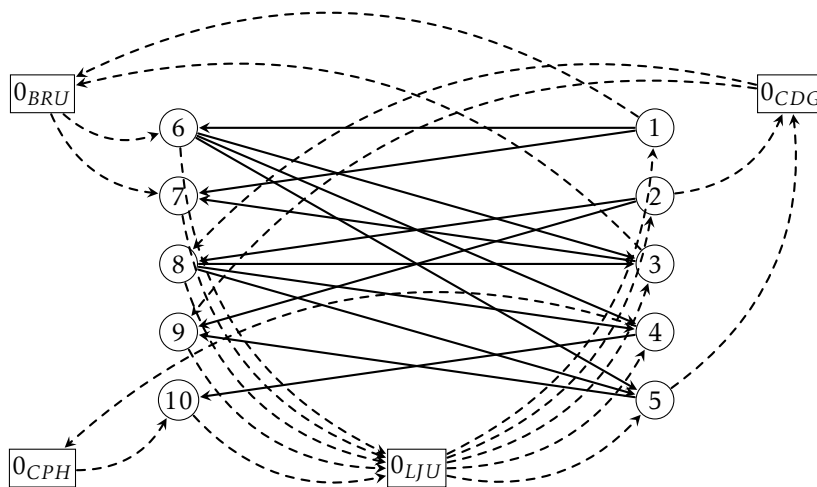


Figura 3.2: Estrutura de rede de conexões reduzida.

De seguida apresenta-se um conjunto de sequências possíveis de voos nesta rede

onde cada cor representa a sequência de cada avião:

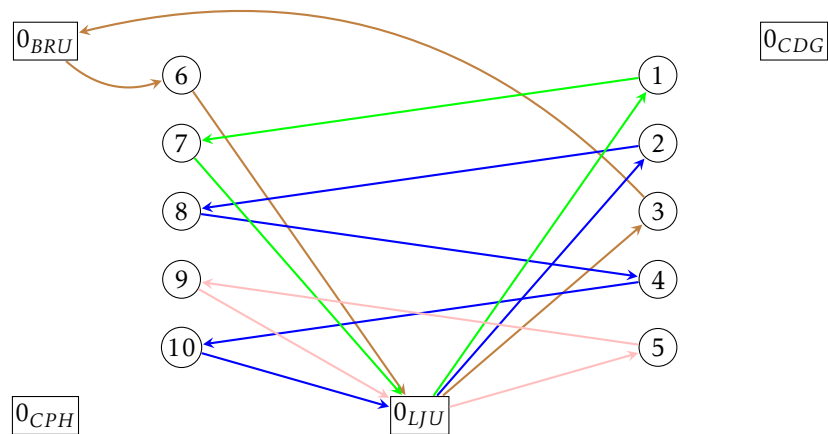


Figura 3.3: Solução com 4 aviões (permitindo que os mesmos possam pernoitar nos *spokes*), antes do início ou depois do fim do horizonte temporal (1 dia no exemplo).

Nesta solução, um avião (a castanho) pernoita fora do *hub*, na estação *BRU*. Note-se que no caso do avião a castanho, já estava em *BRU* no dia anterior, pelo que no dia em que a afetação decorre, a sua sequência de voo começa pela *leg* 6 que parte às 10:05, e chega a Ljubljana às 11:40 e termina com a *leg* 3 que parte às 17:05 de Ljubljana e chega a Bruxelas às 18:45, pernoitando nessa estação, replicando assim este ciclo para os dias seguintes.

No cenário de uma pequena companhia aérea, não é usual aviões pernoitarem fora do *hub*, e sendo assim, apresenta-se um conjunto de sequências em que nenhum avião pernoita fora do *hub*, na figura 3.4, em que desta forma, os nodos fictícios criados para cada estação, podem ser eliminados da representação da rede. Assim sendo, esta será a configuração da representação da rede, aquando do uso deste modelo ao longo desta dissertação.

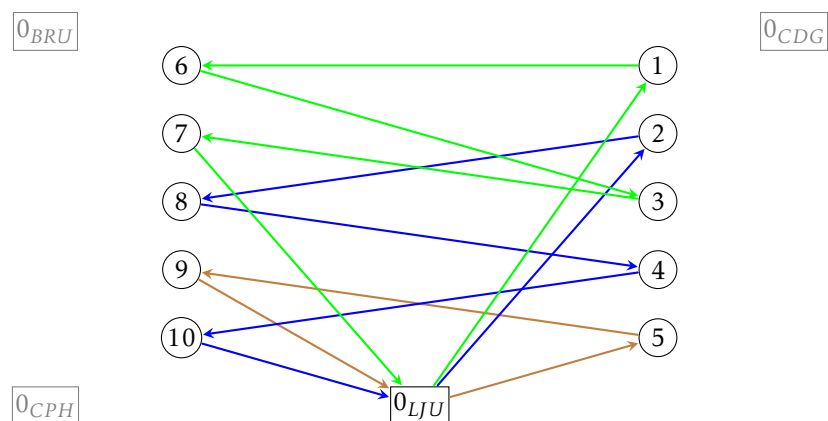


Figura 3.4: Solução com 3 aviões (não permitindo que os mesmos pernoitem nos *spokes*).

Note-se, apenas a título de exemplo que, nesta solução foi utilizado menos um avião, para cobrir todas as *legs*, do que na solução da figura 3.3, em que é possível os aviões pernoitarem fora do *hub*.

Considere-se então, o grafo $G = (V', A)$, onde (para $n = 2 \times k$ legs no total),

- $V' = \{0\} \cup L_o \cup L_i$, onde $L_o = \{1, \dots, k\}$, representa o conjunto de *legs outbound*, $L_i = \{k + 1, \dots, n\}$, representa o conjunto de *legs inbound* e 0 representa o nodo fictício que servirá como *master sink* e *master source*.
- $A = \{(0, i) : i \in L_o\} \cup \{(j, 0) : j \in L_i\} \cup \{(i, j) : (i, j) \text{ é uma conexão possível}\}$.

3.1.2 Notação utilizada e definição de variáveis

Seja L o conjunto de *flight-legs* e F o conjunto de *tipos de frota*. Defina-se x_{ijf} ($i, j \in L, f \in F$) como sendo uma variável de decisão binária, que toma o valor 1 se a conexão da *leg* i para a *leg* j é admissível e é coberta por um aparelho da frota do tipo f , e toma o valor 0 caso contrário. Considere-se ainda $i = 0$ e $j = 0$ para denotar respetivamente os nodos de origem e fim (fictícios), ou seja, os nodos *master sink* e *master source*.

O objetivo consiste em minimizar o custo associado à afetação dos aparelhos de modo a que todas as *legs* sejam cobertas. O parâmetro c_{jf} define-se como sendo o custo de afetar um avião da frota f , à *leg* j . Este custo incorpora a soma de três parcelas: um custo fixo de utilização do avião, um custo dependente da distância da *leg*, e outro custo referente ao *spill*. Na secção 4.1.3 encontra-se a definição detalhada do cálculo deste custo. Por fim, A_f designa a disponibilidade de aviões de cada frota f .

3.1.3 Formulação para afetação diária

A formulação para o modelo de afetação de frota baseado no modelo de Abara [1], numa perspetiva de afetação diária.

$$\min \sum_{i \in L} \sum_{j \in L} \sum_{f \in F} x_{ijf} c_{jf} \quad (3.1)$$

$$\text{s.a. : } \sum_{f \in F} \left(x_{0jf} + \sum_{i \in L_i} x_{ijf} \right) = 1 \quad \forall j \in L_o, \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in L_i} x_{ijf} + x_{0jf} - \sum_{i \in L_i} x_{jif} = 0 \quad \forall j \in L_o, \forall f \in F, \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in L_o} x_{ijf} - \sum_{k \in L_o} x_{jkf} - x_{0jf} = 0 \quad \forall j \in L_i, \forall f \in F, \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in L_o} x_{0if} - \sum_{i \in L_i} x_{i0f} = 0 \quad \forall f \in F, \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in L_o} x_{0if} \leq A_f \quad \forall f \in F, \quad (3.6)$$

$$x_{ijf} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in L, \forall f \in F \quad (3.7)$$

Na formulação acima apresentada, o conjunto de restrições (3.2) garante que todas as *legs* agendadas são realizadas na medida em que sejam precedidas por uma chegada ou por um arco

de origem coberto por determinado **tipo de frota**. Estas restrições podem ainda ser relaxadas substituindo-se o sinal "=" pelo sinal " \leq ", permitindo assim que nem todas as *legs* sejam de facto, realizadas. Contudo, tal não será abordado nesta dissertação. O conjunto de restrições de conservação de fluxo (3.3) e (3.4), assegura o fluxo em cada vértice na rede, para cada **tipo de frota**. Todavia, esta partição em dois conjuntos de restrições de conservação de fluxo (para as *legs outbound* e para as *legs inbound*), foi uma adaptação feita relativamente ao modelo de Abara [1], com a intenção de facilitar a perceção da formulação, dado que a mesma é adaptada para uma afetação com estrutura de *hub-and-spoke*. A cobertura das *legs inbound* fica garantida pelas restrições de cobertura das *legs outbound*, (3.2), conservação de fluxo, (3.3) e (3.4) e regresso dos aviões à base, (3.5).

O conjunto de restrições (3.5) garante que o mesmo número de aviões do mesmo tipo pernoitam na mesma estação todas as noites, garantido assim que a afetação da frota se repita no dia seguinte. Note-se que este conjunto é apenas utilizado para o modelo de afetação diária. Mais à frente será explicado porque este conjunto é suprimido na formulação dos modelos para mais do que um dia.

As restrições de disponibilidade (3.6), obrigam a que o número de aviões utilizados seja menor ou igual ao número de aviões disponíveis. Por fim, as restrições (3.7) representam o domínio das variáveis. É importante referir, que Abara [1] considerou na sua formulação, ligeiras alterações relativamente ao conjunto de restrições (3.3), (3.4) e (3.5), relaxando-as, introduzindo penalidades na função objetivo (3.1) da sua formulação. Detalhadamente, nas restrições (3.6) é aplicada uma penalização quando existe escassez de frotas numa dada estação levando à utilização de aparelhos extra relativos ao número de aparelhos existentes. Contudo, tal abordagem não é utilizada no modelo apresentado nesta secção. É sim utilizada, uma penalização por *spill passengers* cada vez que a procura é superior à capacidade do avião, ou seja, uma penalização introduzida na função objetivo, cada vez que ficam lugares vagos num determinado avião afetado a uma determinada *leg*.

3.1.4 Formulação para afetação semanal & mensal

A formulação para o modelo de afetação com uma estrutura de rede de conexões é idêntica na perspetiva diária, e perspetiva de afetação para mais que um dia isolado. Seja a afetação para dois dias, semanal, ou mensal. A notação utilizada é a mesma, o tipo de restrições à exceção do conjunto de restrições de regresso à base por parte dos aviões também é o mesmo. Os conjuntos de restrições de cobertura aliados aos conjuntos de restrições de conservação de fluxo, garantem o regresso dos aviões ao *hub* no fim do dia, excetuando no caso dos voos noturnos. Tendo em conta que o planeamento será feito para mais do que um dia, as restrições têm de ser satisfeitas para cada um dos dias, fazendo deste modo, a cobertura para *legs outbound* e *inbound* de cada dia, para todo o intervalo temporal da afetação. Deste modo, a partição do conjunto L é feita, não só, para as *legs* de *outbound* e *inbound*, mas também para cada um dos dias do horizonte temporal.

Defina-se então o conjunto H , como sendo o conjunto discreto dos dias que constituem o horizonte temporal, mais concretamente $H = \{1, 2, \dots, n_H\}$ e introduza-se o índice, $d \in H$, na notação usada anteriormente para indicar um dia específico do horizonte. Sejam L_{Id} e L_{Od} os conjuntos de *legs* em que o *hub* é a estação de chegada e partida, respetivamente, no dia d do horizonte temporal.

Assim, para qualquer horizonte temporal definido entre $1, \dots, n_H$, é usada a seguinte formulação:

$$\min \sum_{i \in L} \sum_{j \in L} \sum_{f \in F} x_{ijf} c_{jf} \quad (3.1)$$

$$s.a : \sum_{f \in F} \left(x_{0jf} + \sum_{i \in L_{1,d}} x_{ijf} \right) = 1 \quad \forall j \in L_{O,d}, \forall d \in H, \quad (3.8)$$

$$\sum_{d'=1}^d \sum_{i \in L_{1,d'}} x_{ijf} + x_{0jf} - \sum_{d'=d}^{n_H} \sum_{i \in L_{1,d'}} x_{jif} = 0 \quad \forall j \in L_{O,d}, \forall f \in F, \forall d \in H, \quad (3.9)$$

$$\sum_{d'=1}^d \sum_{i \in L_{O,d'}} x_{ijf} - \sum_{d'=d}^{n_H} \sum_{k \in L_{O,d'}} x_{jkf} - x_{0jf} = 0 \quad \forall j \in L_{I,d}, \forall f \in F, \forall d \in H, \quad (3.10)$$

$$\sum_{d \in H} \sum_{i \in L_{O,d'}} x_{0if} - \sum_{d \in H} \sum_{i \in L_{1,d'}} x_{i0f} = 0 \quad \forall f \in F, \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in L_{O,d}} x_{0if} \leq A_f \quad \forall f \in F, \forall d \in H, \quad (3.12)$$

$$x_{ijf} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in L, \forall f \in F \quad (3.7)$$

Detalhadamente, a introdução do índice d , implica que nas restrições de cobertura (3.8), todas as *legs* de *outbound* do conjunto sejam cobertas, tal como nas restrições (3.2) do modelo anterior.

No grupo de restrições de conservação de fluxo, (3.9) e (3.10) é onde se registam maiores alterações: Admita-se a verificação das questões horárias para as *legs* subsequentes. Para o conjunto de restrições de conservação de fluxo *outbound* (3.9), a introdução dos somatórios em d' que percorrem os dias deve-se ao facto da existência possível de pernoitas entre dias do horizonte temporal, e respetivas conexões admissíveis, isto é, um avião em que a *leg outbound* subsequente j à qual está afeto seja referente a $d = 1$, a mesma pode ser precedida por qualquer *leg inbound* i do próprio dia, ou por arcos de início de dia $(0_s, j)$, mas terá como *leg* subsequente, uma qualquer *leg* i de um dia posterior a d do horizonte temporal, d, \dots, n_H .

Analogamente para o conjunto de restrições de conservação de fluxo *inbound*, um avião em que a *leg inbound* subsequente j à qual está afeto seja referente a $d = 1$, pode ser precedida por qualquer *leg outbound* i do próprio dia, mas terá como *leg* subsequente, qualquer *leg* k de qualquer dia seguinte do horizonte temporal, d, \dots, n_H ou um arco de fim de dia $(j, 0_s)$.

O conjunto de restrições 3.11, respeitante ao regresso à base, é distinto do conjunto 3.5, devido à existência de conexões admissíveis entre vários dias do horizonte temporal. Desta forma, a contagem de aviões que saem da base e que chegam à base é independente do dia em questão. Importa apenas que o número de aviões que sai da base em qualquer dia do horizonte temporal, regresse na sua totalidade até ao último dia do horizonte temporal. Dado que o número de voos existente pode diferir diariamente implica a possibilidade de um avião iniciar a sua sequência de voo num dia que não o primeiro, ou que num determinado dia não sejam necessários tantos aviões, pode resultar no regresso de alguns aviões à base antes do último dia. Assim, não se discrimina o dia em que os mesmos saem e voltam à base.

3.2 Modelo básico utilizando uma estrutura de redes *time-space*

Nesta abordagem, o fator tempo tem um papel fundamental na rede e por conseguinte no modelo. Além disso, a introdução deste fator torna o modelo muito mais complexo. Em geral, na estrutura de redes *time-space*, os nodos representam um dado **evento** localizado no tempo, sendo o mesmo referente a dia, mês ou ano. Os **eventos** representam o instante de partida ou instante em que o avião está pronto para voar, após a sua chegada. Este último instante, corresponde ao instante de aterragem somado ao **TAT**, e terá a designação de *ready-time*. A dimensão da rede aumenta consideravelmente relativamente à estrutura de redes de conexões, já que no que diz respeito ao número de nodos da rede, esta apresenta um nodo por cada **evento** existente em cada aeroporto, e para cada **tipo de frota** existente, contrariamente à estrutura de redes de conexões, em que existem $n + 2$ nodos, sendo n o número de *legs* existentes.

Quanto ao número de arcos, existirão tantos, quanto o número de conexões possíveis entre um par de **eventos**, quer sejam nodos-evento no mesmo aeroporto ou entre aeroportos, representando estes, as *legs* existentes. Note-se que o número de conexões varia consoante o **tipo de frota**, já que para cada tipo, poderão haver mais, ou menos **eventos** existentes, dado que alguns destes podem ser referentes a uma partida e *ready-time* simultaneamente (dado que os *ready-times* variam consoante o **tipo de frota** devido ao valor do **TAT** que difere para cada tipo), ou ainda que dada conexão não seja possível de ser realizada por um **tipo de frota**, se um evento referente a uma partida ocorre mais cedo do que o *ready-time* respetivo. Este facto será detalhado abaixo.

A representação da rede *time-space* é composta por diversas redes "parciais" que a compõem na totalidade, sendo que cada rede parcial será referente a um dado **tipo de frota**, numa dada estação. Em cada rede parcial, existem três tipos de arcos:

1. *Flight arcs*, que representam as *legs*.
2. *Ground arcs*, que representam a existência de aviões estacionados na mesma estação durante eventos consecutivos.
3. *Wrap-around arcs*, ou *overnight arcs*, que conectam o último **evento** do horizonte temporal, ao primeiro **evento** do horizonte temporal para permitir a repetição do ciclo de afetações num período seguinte.

3.2.1 Descrição da estrutura da rede

Considere-se de novo o **exemplo** apresentado para o modelo de estrutura de redes de conexões, apresentado na secção anterior. A estrutura de rede *time-space*, em conformidade com as conexões apresentadas na tabela 3.2, correspondente à rede apresentada na figura 3.1. Nesta rede, apresentada na figura 3.5, os arcos a traço cheio, referentes às *legs*, são correspondentes aos *flight arcs*, a cinzento, os *ground arcs* e a tracejado, os *wrap-around arcs*.

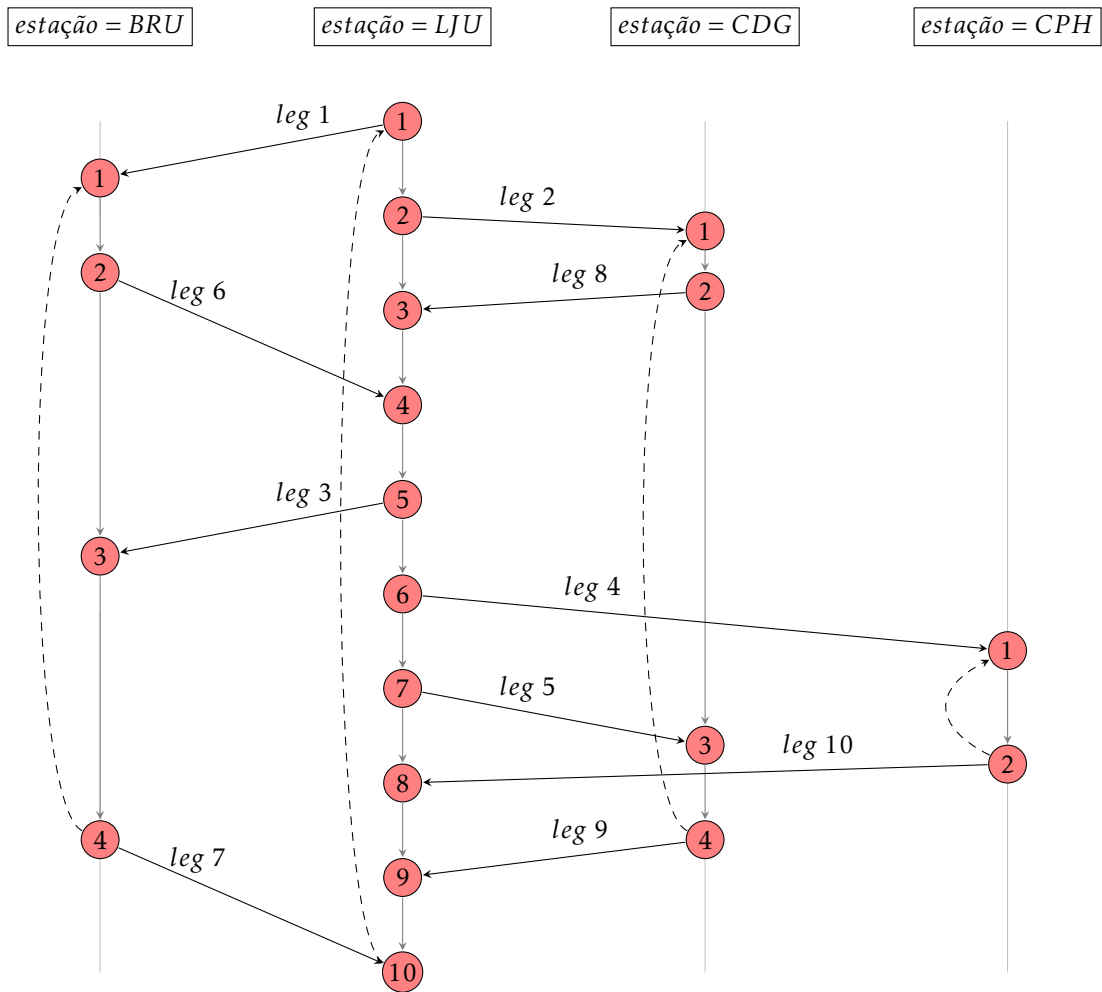


Figura 3.5: Exemplo de uma estrutura de rede *time-space* (a traço cheio, os *flight arcs*, a cinzento os *ground arcs* e a tracejado, os *wrap-around arcs*).

Desta forma, apresenta-se um conjunto de seqüências admissíveis de voos, correspondente solução apresentada na figura 3.3, permitindo que os aviões possam pernoitar nas estações *spoke*.

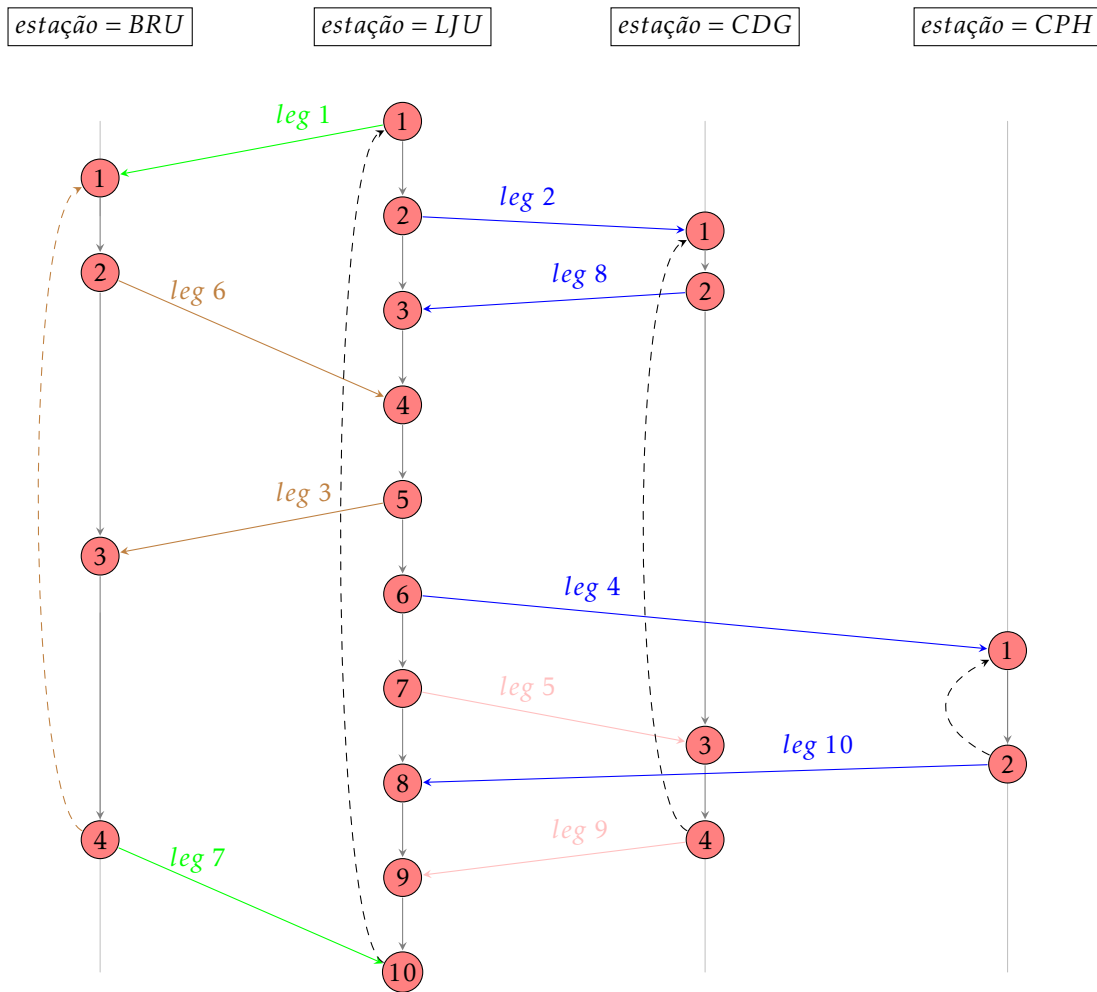


Figura 3.6: Solução com 4 aviões (permitindo que os mesmos possam pernoitar nos *spokes*, apenas 1 noite), análoga à solução da figura 3.3.

Nesta solução, existe um avião (correspondentes às *legs* a castanho) que pernoita fora do *hub*, na estação BRU.

Os aviões que cobrem as *legs* a verde, rosa e azul não pernoitam nos *spokes*, já que observando o *ground arc* referente ao *hub*, verifica-se, que os *eventos* de partida antecedem os *eventos* de *ready-time*, isto é, a *leg* 1 parte no *evento* 1 para BRU, e regressa pela *leg* 7, no *evento* 10 (no *hub*), a *leg* 5 parte no *evento* 7 e regressa pela *leg* 9 (*evento* 9 no *hub*) e a azul, a *leg* 2 parte no *evento* 2 para CDG, regressa pela *leg* 8, no *evento* 3, volta a sair do *hub* no *evento* 6 (*leg* 4) e regressa na *leg* 10, *evento* 8.

Nas *legs* a castanho, já se verifica a pernoita em BRU, já que o *evento* de partida no *hub* é o 5 (*leg* 3), e o de *ready-time*, correspondente à *leg* 6, é o *evento* 4. Assim sendo, sai um avião afeto à *leg* 3, pernoita em BRU, e regressa ao *hub* no dia seguinte cobrindo a *leg* 6.

Apresenta-se na figura 3.7 o conjunto de sequências admitindo que nenhum avião pernoita fora do *hub*, solução análoga à da figura 3.4 para o modelo com estrutura de redes de conexões:

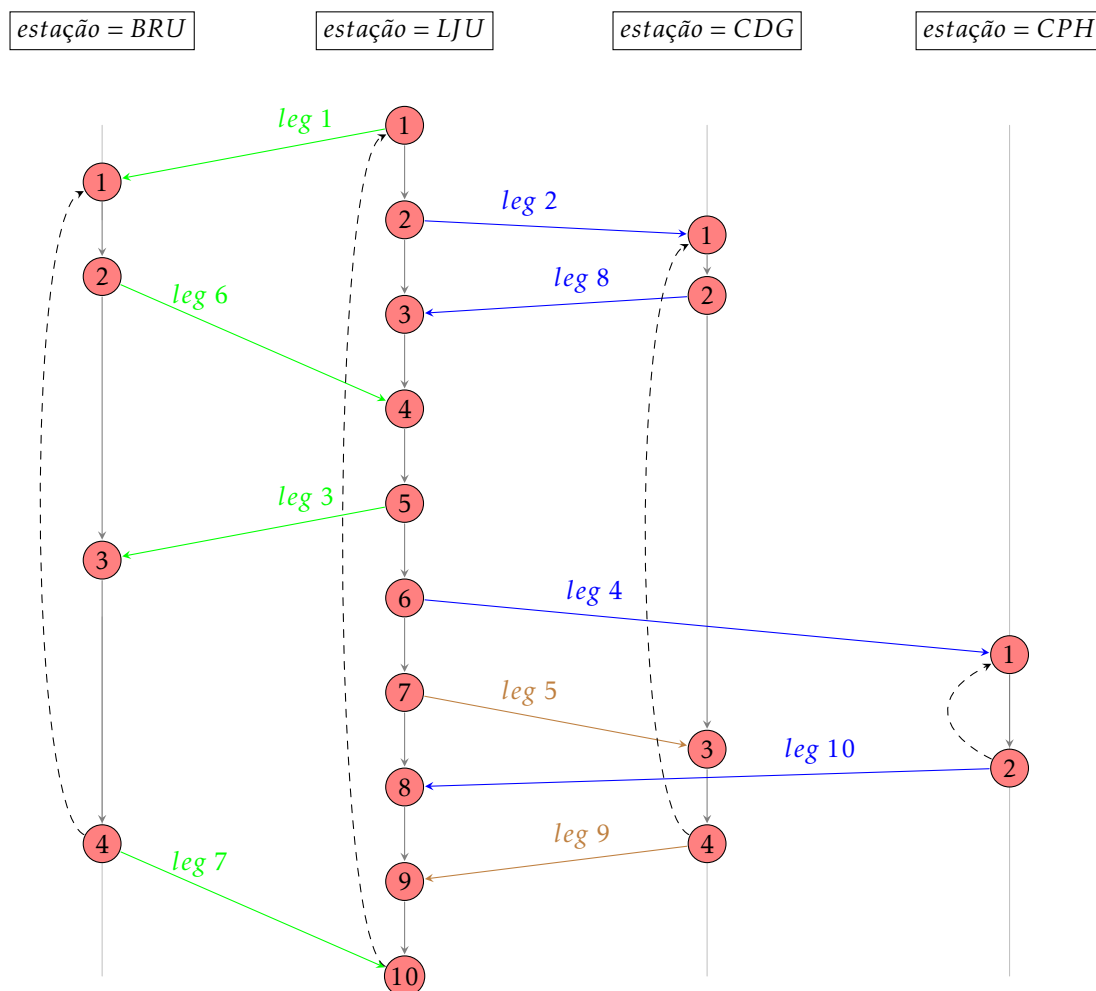


Figura 3.7: Solução com 3 aviões (não permitindo que os mesmos pernoitem nos *spokes*), análoga à figura 3.4.

Tal como na figura 3.4, não é permitido que os aviões pernoitem nos *spokes*, e por esse motivo, os seus *wrap-around arcs* têm o valor 0, na solução. Assim, a sequência realizada pelo avião cujas *legs* estão a verde é *leg 1* → *leg 6* → *leg 3* → *leg 7*. A azul, *leg 2* → *leg 8* → *leg 4* → *leg 10*. E por fim, o último avião, afeto às *legs* a castanho, *leg 5* → *leg 9*.

A estrutura da rede *time-space* pode assim ser descrita através de um grafo $G = (V, A)$, onde V representa o conjunto de eventos existentes em cada estação para cada frota, e A , o conjunto de arcos descritos anteriormente. Assim, enquanto a estrutura de rede de conexões tem como nodos, as *legs*, e como arcos, a ligação (conexões possíveis) entre um par de *legs* que seja admissível, dadas as possibilidades de ligação existentes, a estrutura de redes *time-space* é mais complexa. Para cada estação existe uma rede parcial com tantos eixos consoante o número de frotas distintas existentes. Cada nodo representa um *evento* nessa estação, para um *tipo de frota*. Cada nodo será assim composto pela estação onde se encontra, *tipo de frota* e pela ordem cronológica ordenada pela hora em que o mesmo ocorre. Essa hora poderá ser de partida e/ou de *ready-time*, isto é, a hora de chegada do avião à estação somada ao *TAT* respetivo ao *tipo de frota* desse avião. Note-se que um dado *evento* pode corresponder a mais do que uma partida, a mais do que um *ready-time* ou inclusive a uma partida e um *ready-time* simultâneos. Assim, o *ground arc* referente após um *evento* de "chegada", corresponderá ao o número de aviões na

estação desde o seu *ready-time* até ao próximo *evento*.

- $V = \bigcup_{s \in S} \bigcup_{f \in F} V_{sf}$, onde S representa o conjunto de estações existentes na rede, F o conjunto de diferentes *tipos de frota* existentes e V_{sf} representa o conjunto de eventos existentes na estação s para o *tipo de frota* f .
- $A = \{\bigcup_{s,s' \in S} \bigcup_{f \in F} A_{s,s',f}^F\} \cup \{\bigcup_{s \in S} \bigcup_{f \in F} A_{s,f}^G\} \cup \{\bigcup_{s \in S} \bigcup_{f \in F} A_{s,f}^W\}$, onde $A_{s,s',f}^F$ representa o conjunto de *flight arcs* entre as estações s e s' para a frota do tipo f , $A_{s,f}^G$, o conjunto de *ground arcs* na estação s para a frota do tipo f e $A_{s,f}^W$, o conjunto de *wrap-around arcs* de cada estação s e frota do tipo f .

3.2.2 Notação utilizada e definição de variáveis

Seja S o conjunto de estações na rede, F o conjunto de diferentes *tipos de frota*, L , o conjunto de *flight-legs*, em que cada *leg* pode também ser identificada por um terno $\{odt\}$, onde $o, d \in S$ representa o par *O-D*, e t denota o *evento* de *ready-time* de um avião do tipo f , à estação d . Seja ainda N o conjunto de nodos da rede, indexados por $\{fst\}$ em que $f \in F$, $s \in S$ e t é o *evento*. O conceito de *evento* denota-se como sendo uma categorização das horas, sejam elas relativas a partidas, ou *ready-times*, devidamente ordenadas no horizonte temporal, e os *eventos*, devidamente identificados caso sejam referentes a partidas ou *ready-times*.

Considere-se O_f como sendo o conjunto de arcos para cada *tipo de frota* f que ultrapassam o último período do horizonte temporal, permitindo deste modo, a contagem de aviões que façam voos "noturnos". Note-se que este conjunto não é utilizado nesta dissertação, devido ao facto de não existirem restrições horárias quanto à hora de abertura e fecho das estações, permitindo assim que o primeiro e último *eventos* possam ser durante a madrugada. Sem perda de generalidade, considera-se que a abertura de um qualquer aeroporto corresponde à hora do primeiro voo *outbound* e o fecho do aeroporto a hora do último voo *inbound*. Finalmente, A_f diz respeito ao número de aviões do tipo $f \in F$ disponíveis.

Quanto às variáveis de decisão x_{fl} , considere-se que toma o valor 1 caso a frota do tipo $f \in F$ cubra a *leg* $l \in L$, ou toma o valor 0, caso contrário. A variável $y_{fstt'}$ é descrita como sendo o número de aviões existentes no *ground arc* do nodo $\{fst\}$ até ao nodo $\{fst'\}$ na estação $s \in S$, cuja frota do avião seja do tipo $f \in F$, onde t e t' são dois *eventos* consecutivos, tais que $t' = t + 1$, onde $t = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ para qualquer *evento*, ou no caso dos *wrap-around arcs* onde $t' = t_1$ e $t = t_m$.

Por fim, defina-se c_{fl} como sendo o custo total de afetação da *leg* l ao avião da frota f . O cálculo deste custo é equivalente ao cálculo do custo no modelo anterior, que está detalhado na secção 4.1.3.

3.2.3 Formulação para a afetação para qualquer horizonte temporal

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{f \in F} c_{fl} x_{fl} \quad (3.13)$$

$$s.a : \sum_{f \in F} x_{fl} = 1 \quad \forall l \in L, \quad (3.14)$$

$$\sum_{o \in S : o \neq s} x_{fost} + y_{fst-t} - \sum_{d \in S : d \neq s} x_{f_sdt} - y_{fstt^+} = 0 \quad \forall \{fst\} \in N, \quad (3.15)$$

$$\sum_{l \in O(f)} x_{fl} + \sum_{s \in S} y_{fst_m t_1} \leq A_f \quad \forall f \in F, \quad (3.16)$$

$$y_{fst_m t_1} = 0 \quad \forall f \in F, \forall s \in S \setminus \{1\} \quad (3.17)$$

$$x_{fl} \in \{0, 1\}, \quad \forall f \in F, \forall l \in L, \quad (3.18)$$

$$y_{fst-t} \geq 0, y_{fstt^+} \geq 0 \quad \forall \{fst\} \in N \quad (3.19)$$

Comparativamente com a formulação do [modelo 3.1](#), a formulação presente neste modelo apresenta um conjunto de restrições idêntico. Com o primeiro conjunto de restrições, [\(3.14\)](#), garante-se a cobertura de todas as *legs* existentes na rede. Nas restrições [\(3.15\)](#) a conservação de fluxo é realizada utilizando as variáveis x_{fl} , com l escrito como terno $\{odt\}$ e y_{fstt^+} , no sentido em que o número de aviões de um determinado [tipo de frota](#) f que chega (ou está disponível) a uma determinada estação s no instante t , juntamente com os aviões que já estavam na estação terá de ser igual ao número de aviões dessa frota do tipo f que parte estação no instante t , somado ao número de aviões que permanecerão na estação.

O conjunto de restrições de disponibilidade de frota é dado pelo conjunto de restrições [\(3.16\)](#), à semelhança das restrições [\(3.6\)](#).

Para evitar que os aviões pernoitem fora do *hub* no final do horizonte temporal e assim garantir que o plano é "fechado" no que diz respeito à presença de todos os aviões no *hub* final do horizonte, acrescentou-se a restrição [3.17](#) onde $s = 1$ identifica a estação *hub*.

Contrariamente à rede do [modelo 1](#), e como foi referido na explicação deste modelo, os nodos não representam *legs*, mas sim os eventos, para cada estação e para cada [tipo de frota](#).

Deste modo, apresenta-se na [figura 3.8](#) uma solução numa rede de planeamento diário em que para cada uma das três estações presentes, existem três [tipos de frota](#) (tipo I a verde, tipo II a vermelho e tipo III a azul). Para cada estação e para cada [tipo de frota](#) são visíveis os *ground arcs*, com o fluxo de aviões existentes correspondendo a um fluxo unitário entre cada par de eventos subsequentes. Os *flight arcs* são os arcos que vão de um nodo (numa dada estação e com um dado [tipo de frota](#)) para outro nodo (numa outra estação e com o mesmo [tipo de frota](#)). Por fim, os *wrap-around arcs* estão representados a laranja, fazendo a ligação entre o último [evento](#) e o primeiro. Estes arcos contêm também o fluxo de aviões de cada tipo que permanece na estação desde o fim do dia para o início do dia seguinte. No *hub* são visíveis os três fluxos para cada [tipo de frota](#) com valor 1, isto é, não existem voos noturnos, pois os três aviões permanecem no *hub* durante a noite.

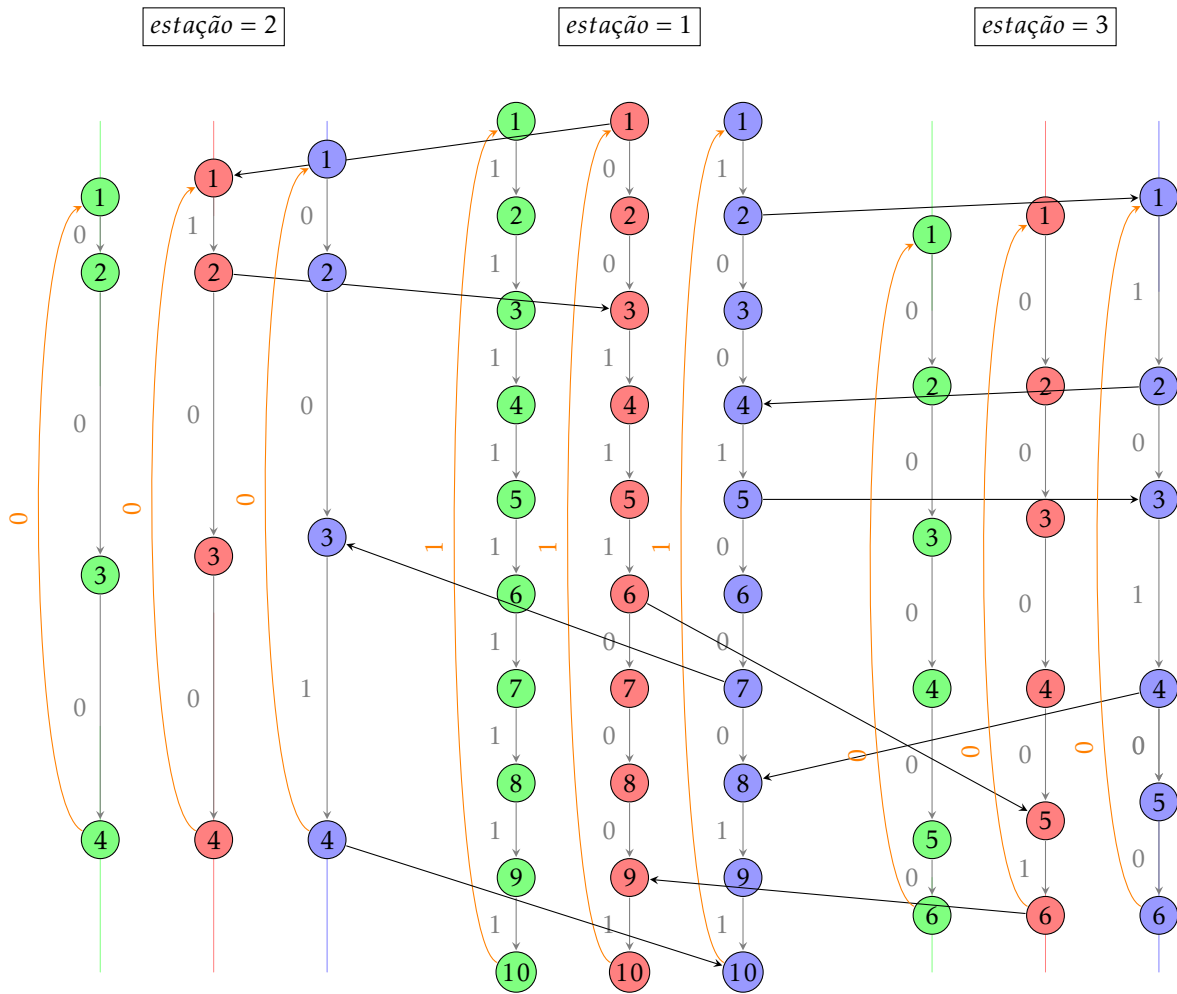


Figura 3.8: Estrutura de redes *time-space*.

3.2.4 Pré-Processamentos propostos

Tal como foi mencionado anteriormente, no artigo de Hane et al.[12], os autores propuseram uma série de pré-processamentos com o intuito de diminuir a dimensão da rede, já que tal como foi referido antes, a inclusão do fator temporal aumenta a dimensão e complexidade da rede. De seguida, enumerar-se-ão os pré-processamentos propostos:

1. O primeiro pré-processamento consiste na observação da rede que contém as conexões de partidas e "chegadas" (ou *ready-times*). Assim sendo, as chegadas consecutivas com subsequente partidas consecutivas, podem ser agrupadas num único nodo. Esta técnica tem o nome de *agregação de nodos*. Contudo, existirão uma série de chegadas que não poderão ser agregadas no mesmo nodo que determinadas partidas cuja hora seja anterior à hora das chegadas, obtendo-se assim um conjunto de arcos que não serão utilizados na solução ótima do problema. Estes arcos são alvo de modificações no segundo pré-processamento. Na primeira representação na figura 3.9 os nodos 2 e 3 que correspondem a dois *ready-times* consecutivos são agregados com os nodos seguintes, 4 e 5 que correspondem a duas partidas consecutivas obtendo-se o nodo 2' da segunda figura;
2. Nas estações *spoke* - tendo em conta configurações *hub-and-spoke*, cujos *eventos* sejam

relativamente poucos, nomeadamente em que não existam aviões em terra durante um certo período de tempo, leva a que, devido à não existência de fluxo nesses arcos, estes possam ser removidos da rede. Isto é, por cada *ground arc* removido, haverá outro *ground arc* com valor nulo, que é encontrado após um igual número de chegadas e partidas. Esse arco também deve ser removido. Assim sendo, este processamento leva à criação de *ilhas* na linha temporal de cada estação. Como cada frota tem o seu próprio *ready-time*, a estrutura de *ilhas* pode ser diferente para cada *tipo de frota*, na mesma estação. Na terceira representação da figura 3.9 a ilha 3' corresponde às duas *legs* (uma de *inbound* e outra de *outbound*) que têm de ser realizadas em sequência. Sendo assim, as variáveis associadas a estas *legs* podem ser combinadas numa única variável que representará o par de *legs*. Deixa, assim, de existir decisão em relação à afetação da frota à *leg* de *outbound*, pois passa a estar completamente dependente da decisão tomada para a *leg* de *inbound*.

3. Por fim, o terceiro pré-processamento leva à eliminação de conexões perdidas. No caso em que dois *flight arcs* sejam consecutivos, poderá acontecer que um deles resulte numa conexão perdida. Assim, e neste caso, ambos os arcos poderão ser removidos. Na quarta figura da figura 3.9, a *leg* de chegada ao nodo 7 perdeu a conexão com a *leg* de partida do nodo 6. Esta situação acontece geralmente em frotas cujo *ready-time* é maior (tipicamente em aviões com maior capacidade). Estes nodos são removidos da rede, para o respetivo *tipo de frota*.

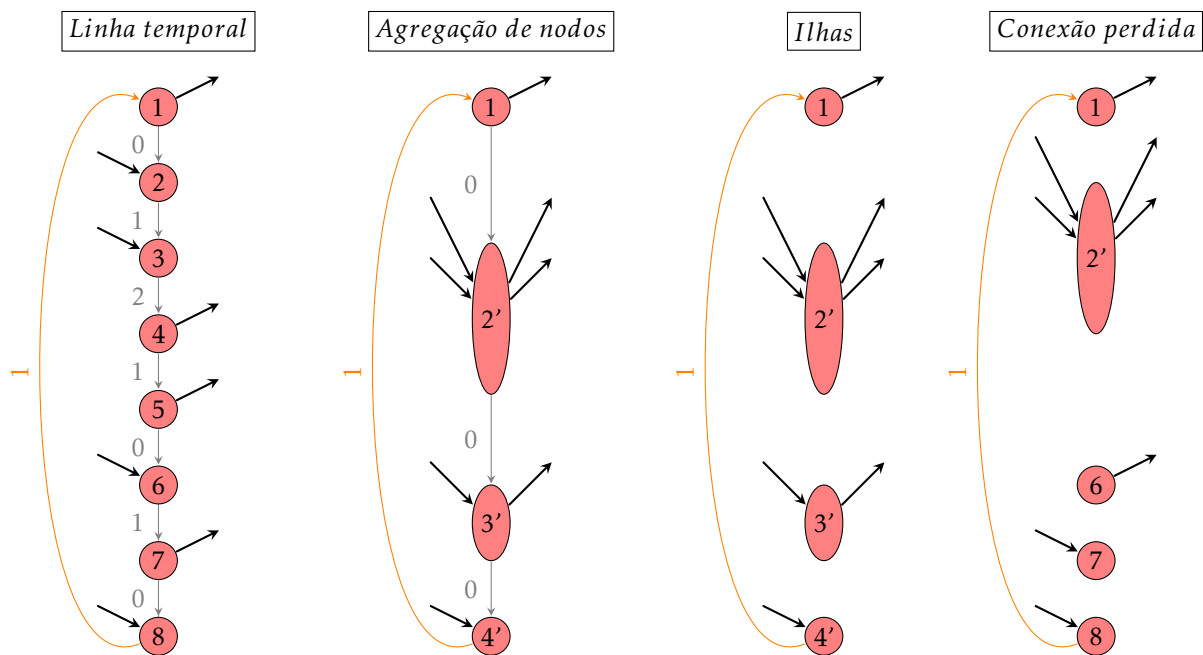


Figura 3.9: Redução da rede para uma estrutura de redes *time-space* para uma dada frota numa dada estação.

Segundo o artigo de Sherali et. al [18], no artigo original, de Hane et al. [12], os autores obtiveram grandes melhorias em termos de decréscimo no número de linhas e colunas do modelo. Mais à frente, na secção *comparação entre modelos*, será testado este pré-processamento em duas instâncias com horizontes temporais de planeamento distintos.

Capítulo 4

Descrição e tratamento dos dados

Ao longo da aplicação prática dos modelos apresentados na secção anterior ao caso de estudo, foram encontradas algumas inconsistências ao nível do conjunto de dados utilizados ¹, e mesmo na implementação da formulação (por vezes demasiado genérica) dos modelos apresentados na literatura, como por exemplo [18]. Sendo assim, neste capítulo serão descritas algumas das dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento da implementação dos modelos e a forma de as ultrapassar. Este capítulo encontra-se dividido em três secções: *dataset*, considerações sobre a implementação do [modelo de redes de conexões](#) e considerações sobre a implementação do [modelo de redes time-space](#).

4.1 Dataset

O conjunto de dados fornecido diz respeito aos voos realizados durante os trinta e um dias do mês de maio do ano de 2017. Neste conjunto de dados, o *hub* situa-se em Ljubljana, sendo que a companhia em causa voa para quinze destinos (*spokes*).

O conjunto de dados referente aos voos realizados apenas num dia, por exemplo, o dia 1 de maio de 2017, foi sujeito às seguintes alterações:

- Foram identificados 23 voos de *outbound* e 25 voos *inbound*. O motivo desta diferença prende-se com o facto do conjunto de dados ter sido obtido através duma extração de apenas 1 dia, omitindo assim os voos noturnos cujos arcos *outbound* ou *inbound* tenham fim no dia seguinte ou início no dia anterior, respetivamente. Admitindo um planeamento de afetação diária, optou-se por retirar todos os voos do dia 1 de maio cujos pares da rotação correspondente fizessem parte do dia anterior ou do dia seguinte. Desta forma, e neste exemplo foram excluídos dois voos (ambos de *inbound*).
- Relativamente aos horários dos voos, foram ainda encontrados alguns problemas, nomeadamente no que diz respeito aos voos noturnos. Determinadas partidas são por volta das 22:00, o que leva muitas vezes a que o voo de regresso ao *hub* seja de madrugada, portanto já no dia seguinte. Se forem extraídos apenas os voos referentes a horários do dia 1 de maio, o voo de regresso correspondente a estes voos noturnos não surgiria. Na realidade, o conjunto de dados utilizado, o voo de "regresso" da estação *spoke* chega ao *hub* na madrugada do dia considerado, pois por se tratar de um voo iniciado no dia anterior,

¹Disponibilizados por um especialista [16]

provocaria problemas em termos de rotatividade do planeamento. Por forma a incluir este voo no planeamento, considerou-se a hora de chegada já no dia seguinte e assim a instância correspondente ao dia especificado passa a incluir na realidade, instantes do dia seguinte (ver tabela 4.1).

Tabela 4.1: Correção para os voos noturnos.

<i>leg</i>	<i>origem</i>	<i>destino</i>	<i>partida</i>	<i>chegada</i>
Inicialmente				
14	1	10	5/1/2017 22:30	5/1/2017 23:50
37	10	1	5/1/2017 4:40	5/1/2017 6:05
Após alteração				
14	1	10	5/1/2017 22:30	5/1/2017 23:50
37	10	1	5/2/2017 4:40	5/2/2017 6:05

Inicialmente, foi considerado um tempo único de *TAT*, isto é, o tempo que dista entre a chegada de determinado avião e o momento em que volta a estar pronto para partir. Este tempo corresponde à soma dos tempos de limpeza, reabastecimento de combustível, de alimentação e ligeiras manutenções que inicialmente considerou-se de 1 hora. No entanto, de modo a aproximar-se da realidade, acabou por ser considerado que seria preferível ter um tempo distinto para cada *tipo de frota*. Após consulta de um especialista (Autor da dissertação [16]), e dados os três tipos de frota existentes, pelo conhecimento e experiência do mesmo, foram disponibilizados tempos distintos para cada um dos *tipos de frota* (ver tabela 4.3).

Ainda no que diz respeito à coleção inicial de dados, foram também disponibilizados três cenários de procura existente por *leg*, podendo esta ser de nível baixo, intermédio ou alto. Estes cenários foram gerados aleatoriamente tendo em conta intervalos realistas. Para a instância diária de 1 de maio, verificou-se que a variação média entre os valores de procura de época baixa para época média foi de 24% e procura de época baixa para época alta, de 37%. Tendo em consideração os aparelhos disponíveis, foram disponibilizados para teste, também três composições distintas, em que para qualquer uma delas existem três *tipos de frota* distintos, mas com quantidades diferentes de aparelhos.

Foram disponibilizadas as capacidades reais de cada frota. Para cada ligação as distâncias (em km) e tempo (em minutos) com elevado grau de precisão face à realidade das ligações existentes no conjunto de dados. Para além disto, foram disponibilizados diversos custos associados às operações (em unidades monetárias), entre os quais o custo fixo de afetação de determinado aparelho, o custo por km de cada frota, e ainda uma penalização, que tem em conta uma afetação em que a capacidade do avião é inferior à procura existente, levando assim à penalização por não afetação de passageiros (*spill passengers*). Esta penalização depende da ligação existente (par *O-D*), e foi convertida para cada *leg*.

4.1.1 Aeroportos

A rede de voos utilizada nesta dissertação contempla a existência de quinze destinos, a partir do *hub* em Ljubljana (LJU). As localizações, códigos *IATA* e fusos horários dos mesmos, estão presentes abaixo:

Tabela 4.2: Localização do *hub* e *spokes*.

Codigo	Categorização	Localização		GMT
LJU	1	Ljubljana	(Eslovénia)	+1
BRU	2	Bruxelas	(Bélgica)	+1
CDG	3	Charles de Gaulle	(Paris/ França)	+1
CPH	4	Copenhaga	(Dinamarca)	+1
FRA	5	Frankfurt	(Alemanha)	+1
MUC	6	Munique	(Alemanha)	+1
PRG	7	Praga	(Republica Checa)	+1
PRN	8	Pristina	(Kosovo)	+1
SJJ	9	Sarajevo	(Bósnia e Herzegovina)	+1
SKP	10	Skrope	(Macedónia)	+1
SVO	11	Sheremetievo	(Moscovo/ Rússia)	+3
TGD	12	Podgorica	(Montenegro)	+1
TIA	13	Tirana	(Albânia)	+1
VIE	14	Viena	(Austria)	+1
WAW	15	Varsóvia	(Polónia)	+1
ZRH	16	Zurique	(Suiça)	+1

4.1.2 A frota

Tabela 4.3: Descrição da frota considerada no caso de estudo.

Frota	Capacidade	Custo fixo de utilização	Custo por km percorrido	TAT (min)	Disp. Comp. 1	Disp. Comp. 2	Disp. Comp. 3
A319	144	130000	8	50	3	2	4
CRJ900	90	10000	6	40	6	3	3
CRJ700	72	10000	5	35	3	6	3

Para todos os cenários para os quais os modelos foram testados, no que diz respeito às configurações de frota, a única variante é o número de aparelhos de cada tipo existente. Foram considerados três testes, em que a disponibilidade de cada um dos três aviões existentes varia. Na tabela acima, encontram-se as especificidades de cada [tipo de frota](#). Para além dos dois custos já mencionados referentes à utilização dos aviões (custo fixo e custo por km), apresentam-se também as capacidades de cada um deles, bem como o seu TAT. Por fim, consideram-se três composições de frota, com disponibilidades diferentes de cada avião.

4.1.3 Modelação dos custos

A modelação dos custos é a mesma para cada um dos dois modelos considerados no capítulo 3. Tal como foi referido anteriormente na definição da função objetivo de ambos os modelos, a componente do custo encontra-se dividida em duas parcelas: Penalização por perda de passageiros e custo de afetação de um avião para uma *leg*.

Penalização por perda de passageiros

Dada a procura existente para determinado voo, torna-se prudente afetar um aparelho que consiga satisfazê-la. Caso não se consiga satisfazer toda a procura, considera-se que existe *spill* que corresponde à parte da procura não satisfeita (medida em número de passageiros).

Caso não se tomasse em consideração estas penalizações, poderia ocorrer o cenário de que para minimizar o custo, afetar-se-ia sempre o aparelho menos dispendioso, não existindo qualquer tipo de consideração pela procura. Deste modo, a introdução das penalizações leva o modelo a minimizar não só os custos operacionais, mas também a perda de passageiros, denominado na literatura como *spill costs*, aproximando assim, o modelo à realidade.

Tabela 4.4: Penalizações entre par O-D (valor igual para o sentido inverso) por cada passageiro perdido.

Origem/ Destino Destino/ Origem	LJU SVO	LJU CPH	LJU CDG	LJU BRU	LJU WAW	LJU SKP	LJU TIA	LJU PRN	LJU FRA	LJU TGD	LJU ZRH	LJU PRG	LJU SJJ	LJU MUC	LJU VIE
Penalização por cada passageiro perdido	150	200	120	125	85	50	60	40	100	72	175	30	20	90	180

Custo associado à utilização da frota para determinada *leg*

Para esta dissertação, a modelação do custo associado à operação de um aparelho numa determinada *leg*, será relativamente simples. Dada a informação disponível, os custos associados, dependerão do *tipo de frota* utilizada, quer um custo fixo, quer um custo por quilómetro, variável consoante a distância percorrida.

Posto isto, a fórmula do cálculo dos custos, é a seguinte:

$$Custo_{jf} = cof_f + cpm_f * d_j + cpen_j * spill_{jf} \quad \forall j \in legs, \forall f \in Frota$$

onde, o significado dos parâmetros é o seguinte:

- cof_f : custo fixo da utilização de um aparelho de uma dada frota f ;
- cpm_f : custo referente à utilização de um aparelho de uma dada frota f por km percorrido (ver tabela 4.3);
- d_j : distância da *leg* j em quilómetros (ver tabela 4.5);
- $cpen_j$: penalização por cada passageiro perdido, numa determinada *leg* j (ver tabela 4.4);
- $spill_{jf}$: número de passageiros perdidos em determinada *leg* j , para cada avião da frota do tipo f .

O parâmetro $spill_{jf}$ é modelado da seguinte forma:

$$spill_{jf} = \max(procura_j - capacidade_f; 0)$$

Tabela 4.5: Distância em quilómetros entre par O-D (valor igual para o sentido inverso).

Origem/ Destino Destino/ Origem	LJU SVO	LJU CPH	LJU CDG	LJU BRU	LJU WAW	LJU SKP	LJU TIA	LJU PRN	LJU FRA	LJU TGD	LJU ZRH	LJU PRG	LJU SJJ	LJU MUC	LJU VIE
Distância em quilómetros	1926	1051	946	900	813	744	681	661	610	575	472	431	406	311	264

4.2 Modelo com estrutura de redes de conexões

Após o pré-processamento do conjunto de dados referido no início da secção 4.1, e antes da sua utilização no modelo implementado, foi necessário proceder a uma seleção das *legs* pos-

síveis de serem subsequentes a outras *legs*. Assim, numa primeira abordagem, criou-se com base nos dados fornecidos uma matriz de valores binários tendo apenas em conta os horários de partida e chegada de cada *leg*. Ou seja:

$$poss(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se a leg } j \text{ pode preceder a leg } i \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

Note-se ainda o motivo para o qual terão de existir, eventualmente, três matrizes destas, uma por frota, dado que existem três *tipos de frota*, e que devem ser considerados os *ready-times*, e não a hora de chegada, em cada *leg*, para cada *tipo de frota*. Por outro lado, quanto maior o número de *legs*, maior a dimensão destas matrizes, e dado que a mesma apenas serve como *input* para o problema e apenas interessam os pares de *legs* que possam ocorrer subsequentemente, ou seja, só interessam as células com valor 1. Sendo assim, optou-se por outro tipo de *input*: Apenas um terno em que as primeiras duas componentes dizem respeito a uma conexão possível entre par de *legs* para um dado *tipo de frota*. Desta forma, a dimensão dos parâmetros de entrada é bastante inferior, e menos complexa. Abaixo, uma figura representativa do *input*, efetivamente considerado para as possibilidades de *legs* subsequentes, onde por exemplo, o primeiro terno corresponde à possibilidade de um avião de frota tipo 1 voar a *leg* 2 imediatamente a seguir à *leg* 24:

$$\text{ternos} = \{ \langle 24, 2, 1 \rangle, \langle 24, 4, 1 \rangle, \langle 24, 5, 1 \rangle, \langle 24, 7, 1 \rangle, \langle 24, 8, 1 \rangle, \langle 24, 10, 1 \rangle, \langle 24, 13, 1 \rangle, \dots, \langle 24, 2, 2 \rangle, \langle 24, 4, 2 \rangle, \dots, \langle 24, 2, 3 \rangle, \langle 24, 4, 3 \rangle \dots \};$$

Figura 4.1: representação do tuplo $\langle leg_atual, leg_subs, frota \rangle$, usado para *input*.

Note-se por exemplo, que não existe o terno $\langle 24, 16, 1 \rangle$, apesar de existirem os ternos $\langle 24, 16, 2 \rangle$ e $\langle 24, 16, 3 \rangle$. Isto é explicado pelo facto de o valor do *TAT* para a frota do tipo 1, somado à hora de chegada da *leg* 24 ($11:40+0:50=12:30$) ultrapassar a hora de partida da *leg* 16 ($12:25$). Para as frotas do tipo 2 e 3, a sequência é admissível, já que os seus *ready-times* são de ($11:40+0:40=12:20$) e ($11:40+0:35=12:15$), respetivamente.

4.3 Modelo com estrutura de redes *time-space*

Como foi referido no capítulo 3.2 referente a este modelo, o facto da estrutura da rede do modelo ser feita através de *eventos*, leve a que a criação dos mesmos, tenha em conta as estações existentes e respetivos horários dos *eventos* na mesma. Serão então descritas de forma detalhada, algumas das fases mais importantes para a criação de todo o *input* necessário para a aplicação do modelo em questão:

- Através das horas de partida e de *ready-time* em cada estação, devidamente ordenadas no tempo por ordem cronológica, é realizada a categorização numérica, de forma a ser possível uma ordenação para se aplicar o conceito de *evento anterior* e *evento seguinte*. Segue abaixo, um exemplo da categorização:

Tabela 4.6: Dados referentes aos *ready-times* (exemplo).

origem	partida	destino	chegada	<i>ready-time_1</i>	<i>ready-time_2</i>	<i>ready-time_3</i>
1	5/1/2017 7:00	2	5/1/2017 8:40	5/1/2017 9:30	5/1/2017 9:20	5/1/2017 9:15
1	5/1/2017 17:05	2	5/1/2017 18:45	5/1/2017 19:35	5/1/2017 19:25	5/1/2017 19:20

Em que cada *ready-time* é referente a cada um dos três tipos de frota existentes.

Tabela 4.7: Categorização dos eventos (a verde, os eventos de partida, e a laranja os eventos de *ready-time*).

estação	hora	frota	t
1	5/1/2017 7:00	1	1
1	5/1/2017 7:00	2	1
1	5/1/2017 7:00	3	1
...			
1	5/1/2017 11:05	3	8
1	5/1/2017 11:10	2	8
1	5/1/2017 11:20	1	7
...			
2	5/1/2017 9:15	3	1
2	5/1/2017 9:20	2	1
2	5/1/2017 9:30	1	1
...			
2	5/1/2017 19:20	3	3
2	5/1/2017 19:25	2	3
2	5/1/2017 19:35	1	3
...			

A categorização dos eventos é feita consoante os seguintes critérios:

- ordenação por estações e por ordem cronológica;
- atribuição do valor '1' aos primeiros eventos do dia de cada frota em cada estação;
- incremento de uma unidade à medida que na mesma estação, e na mesma frota, o horário do evento atual diferir do horário do evento anterior;
- eventos da mesma frota, com o mesmo horário (independentemente de serem partidas (verde) ou *ready-times* (laranja)), são categorizados com o mesmo valor.
- Quando existem eventos tais que nos *spokes* a partida do voo com destino ao *hub* seja mais cedo que o *ready-time* do voo proveniente do *hub*, significa que esse par de *legs* (*outbound* e *inbound*) não é possível ser feito para o tipo de frota em questão. Deste modo, esses eventos são categorizados com o valor '0', impossibilitando assim que essas *legs* sejam realizadas. Note-se ainda, que para cada par de eventos categorizados com '0' num dado *spoke* (correspondente a uma *leg inbound*), também existirá um par de eventos no *hub* (correspondente à *leg outbound* respetiva) que também terão de ser categorizados da mesma forma, isto é, com o valor '0'. A figura abaixo, ilustra a ocorrência descrita:

Tabela 4.8: Eventos correspondentes a conexões perdidas (a verde, os eventos de partida, e a laranja os eventos de *ready-time*).

estacao	hora	frota	t
3	5/1/2017 9:35	3	1
3	5/1/2017 9:40	2	1
3	5/1/2017 9:45	1	0
3	5/1/2017 9:45	2	2
3	5/1/2017 9:45	3	2
3	5/1/2017 9:50	1	0

É visível a existência de 1 **evento** de partida (a verde) na estação 3 (*spoke*) para um avião da frota do tipo 1, que está agendado às 9:45, para antes do seu *ready-time* (a laranja), agendado para as 9:50. Portanto, este par de **eventos** é categorizado com o valor '0'. Adicionalmente, o par de **eventos** correspondentes na estação 1, também terão de ser categorizados com o mesmo valor.

Este tipo de situação corresponde ao ponto 3 dos pré-processamentos referidos na secção 3.2.4.

- Criação do conjunto de nodos N : Com a categorização aplicada e corrigida para os casos mencionados no ponto acima, criou-se do conjunto referente aos nodos da rede onde cada tuplo $\langle f, s, t \rangle$ refere o tipo de frota f , a estação s e o correspondente evento categorizado, t :

$$\text{Conj_N}=\{ \\ \langle 1,1,1 \rangle \\ \langle 1,2,1 \rangle \\ \langle 1,3,1 \rangle \\ \langle 1,3,8 \rangle \\ \langle 1,2,8 \rangle \\ \langle 1,1,7 \rangle \\ \dots \};$$

Figura 4.2: representação do tuplo $\langle \text{frota}, \text{estação}, t \rangle$, usado para *input*. (representativo da categorização presente na [tabela 4.9](#)).

- É ainda necessário definir uma ligação entre o conjunto dos nodos, e o conjunto L , referente às *legs*. Desta forma, cada conjunto de *legs* é replicado o número de vezes correspondente aos diferentes **tipos de frota** existentes no conjunto de dados (3 **tipos de frota** no conjunto de dados utilizado). Assim, é possível identificar para cada *leg*, e para cada **tipos de frota**, o **evento** correspondente à hora de partida e à hora de *ready-time* (já que esta hora depende do **tipos de frota**). Para ilustrar este processo considere-se o seguinte exemplo:

Tabela 4.9: **Eventos** para cada *leg* associada a cada **tipo de frota**.

legs	origem	partida	destino	frota	ready-time_f	evento_p	evento_c
1	1	5/1/2017 7:00	2	1	5/1/2017 9:30	1	1
2	1	5/1/2017 17:05	2	1	5/1/2017 19:35	18	3
1	1	5/1/2017 7:00	2	2	5/1/2017 9:20	1	1
2	1	5/1/2017 17:05	2	2	5/1/2017 19:25	22	3
1	1	5/1/2017 7:00	2	3	5/1/2017 9:15	1	1
2	1	5/1/2017 17:05	2	3	5/1/2017 19:20	23	3

As duas últimas colunas, $evento_p$ e $evento_c$, correspondem ao evento categorizado na estação origem e chegada, respetivamente. Assim, para um avião do tipo 1, a *leg* 2 parte da estação 1, no **evento** categorizado 18 e chega à estação 2 no evento categorizado 3.

Já para um avião do tipo 2, a mesma *leg* parte da estação 1 no **evento** categorizado 22 e chega à estação 2 no **evento** categorizado 3.

- Por último, a criação do tuplo $Legs < leg, org, tp1, tp2, tp3, dest, tc1, tc2, tc3, pb, pm, pa, pen, dist >$ referente ao conjunto L . A legenda das componentes do tuplo é a seguinte:
 - leg : número da leg ;
 - org : valor numérico da estação de origem;
 - $tp1$: **evento** de partida para a frota do tipo 1;
 - $tp2$: **evento** de partida para a frota do tipo 2;
 - $tp3$: **evento** de partida para a frota do tipo 3;
 - $dest$: valor numérico da estação de destino;
 - $tc1$: **evento** de *ready-time* para a frota do tipo 1;
 - $tc2$: **evento** de *ready-time* para a frota do tipo 2;
 - $tc3$: **evento** de *ready-time* para a frota do tipo 3;
 - pb : valor da procura considerando época baixa;
 - pm : valor da procura considerando época média;
 - pa : valor da procura considerando época alta;
 - pen : custo de **spill** de 1 passageiro;
 - $dist$: distância do *voe* entre o par O-D.

```

Conj_L={
  <1,1,1,1,1,2,1,1,1,56,72,83,125,900>
  <2,1,18,22,23,2,3,3,3,56,68,86,125,900>
  ...};

```

Figura 4.3: representação do tuplo $Conj_Legs$, usado para *input*.

Note-se que os eventos categorizados para cada leg e **tipo de frota** segundo a [tabela 4.9](#), são visíveis na figura acima. Ao invés de se fazerem $3 \times n_legs$ optou-se por criar o tuplo em que cada tuplo contém a ordem de cada **evento**, para cada **tipo de frota**.

Alterações na formulação

Dado que nesta dissertação, a afetação é realizada para uma rede com estrutura *hub-and-spoke*, e apenas com um *hub*, a restrição de conservação de fluxo relativa ao modelo de *redes time-space*, foi ajustada de modo a que o fluxo que passa nos *wrap-around arcs* nas estações *spokes* e apenas no final do horizonte temporal, sejam 0, com o intuito de não existirem aviões a passar a noite fora do *hub*, indo ao encontro do pretendido.

Adicionalmente, foi acrescentado um conjunto de restrições (3.17), com o objetivo de evitar que haja *wrap-around arcs* com fluxo superior a 0, após o último **evento**, impedindo que existam aviões que ultrapassem o horizonte temporal em *legs outbound*, para regressarem numa *leg inbound*, no novo "ciclo" da linha temporal existente.

Capítulo 5

Aplicação ao estudo de caso

Neste capítulo, serão apresentadas comparações relativamente aos dois modelos implementados, tendo em conta todos os cenários possíveis. Primeiramente serão apresentadas as especificidades que compõem cada cenário. De seguida, para cada um dos modelos, serão comparados esses mesmos cenários. Por último, serão comparados os dois modelos, apresentando os prós e contras de cada um.

5.1 Instâncias e cenários

5.1.1 Medidas analisadas no desempenho dos modelos

De modo a proceder à análise e respetiva comparação entre os dois modelos considerados, são tidas em conta as seguintes medidas de performance:

- Tempo de CPU;
- Número de variáveis e de restrições;
- Valor da relaxação linear;

5.1.2 Instâncias de teste consideradas

Para o conjunto de dados fornecido, foram considerados os seguintes horizontes temporais para a afetação:

- 1 dia (7 instâncias);
- 1 semana (4 instâncias);
- 1 mês (1 instância).

Tendo em conta a existência de 12 horizontes temporais distintos, e a existência de três cenários de procuras associadas a cada *leg* e três cenários de composição de frota, o número de instâncias base de teste resume-se a 108 ($12 \times 3 \times 3$). Alguns destes cenários foram alvo de variações numa fase pós-otimização.

5.1.3 Medidas de comparação entre instâncias

Para além da comparação entre a performance de cada modelo, serão comparados alguns resultados de cada instância, em cada um dos modelos. Desta forma, dado que ambos os modelos são exatos, com conseqüente igualdade dos valores obtidos para o problema inteiro, serão comparadas duas medidas relativas à perda de passageiros:

- Impacto do *spill* na totalidade do custo de afetação;
- Percentagem de *spill* relativo à totalidade da procura associada ao cenário em questão;
- Impacto da penalização por passageiro perdido, no custo, e na percentagem de *spill*.

5.2 Resultados computacionais

Os tempos de execução (CPU), em segundos, para os modelos implementados utilizando o *software IBM ILOG CPLEX Optimization Studio OPL V12.6.2*, foram obtidos através de uma máquina com um processador Intel(R) Core(TM) i5-4590 CPU @ 3.30GHz e 8.00GB de memória RAM.

Sem perda de generalidade, note-se que o modelo com estrutura de redes de conexões será chamado de modelo 1 e o modelo com estrutura de redes *time-space* de modelo 2.

5.2.1 Comparação entre modelos

De modo a ilustrar as diferenças no tipo de estrutura de rede de cada um dos modelos, segue nas figuras 5.1 e 5.2 a solução relativa à afetação do dia 1 de maio, obtida pelo modelo 2, respetivamente para as frotas do tipo II e III. E mais abaixo, a figura que ilustra a solução obtida através do modelo 1, para a mesma instância. Assim, tal como foi descrito anteriormente no exemplo 3.1.1, são visíveis através de uma instância real, a dimensão de cada rede.

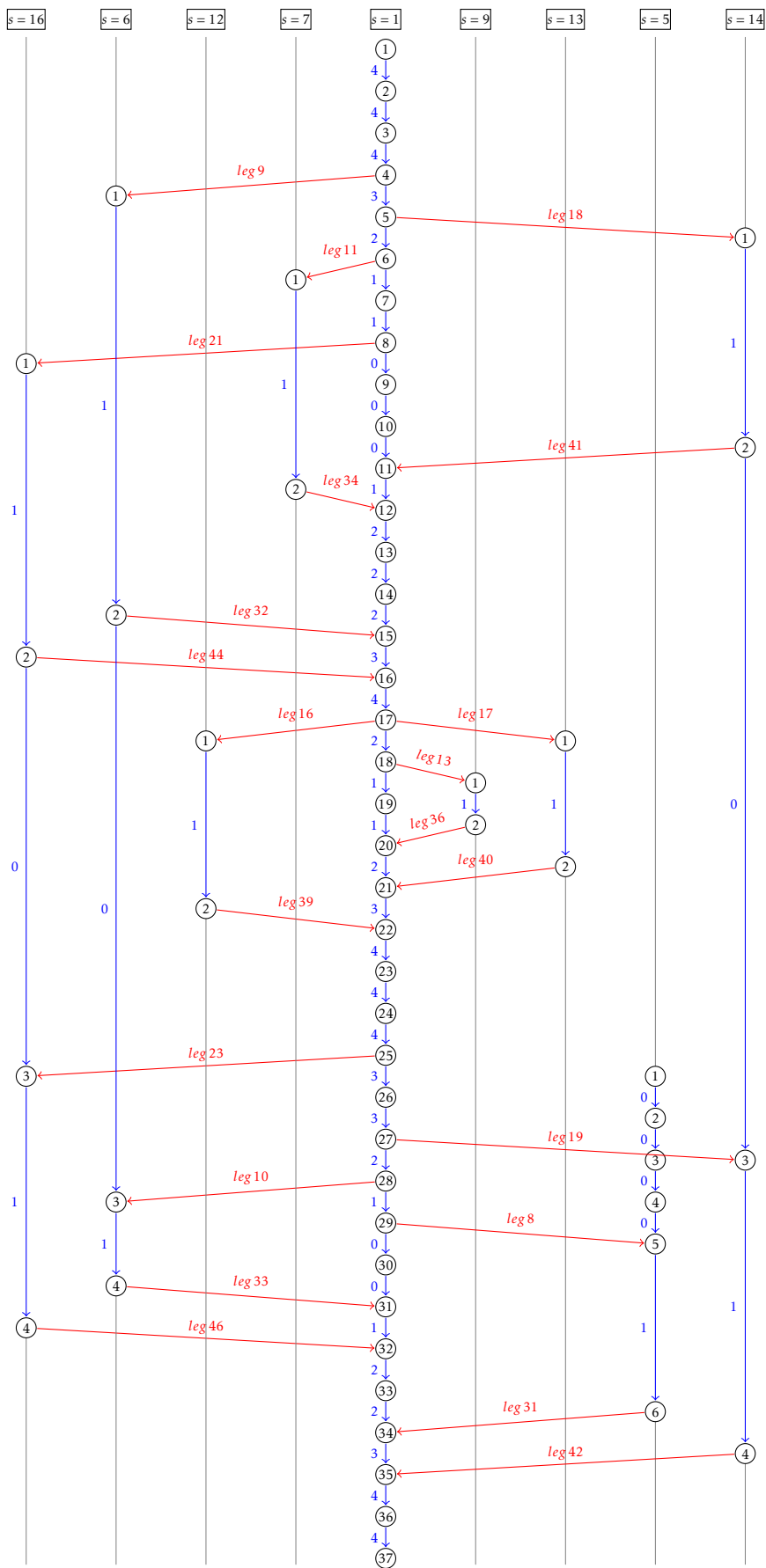


Figura 5.1: Solução obtida através do modelo 2 para a instância 1 de maio, utilizando 5 aviões do tipo II.

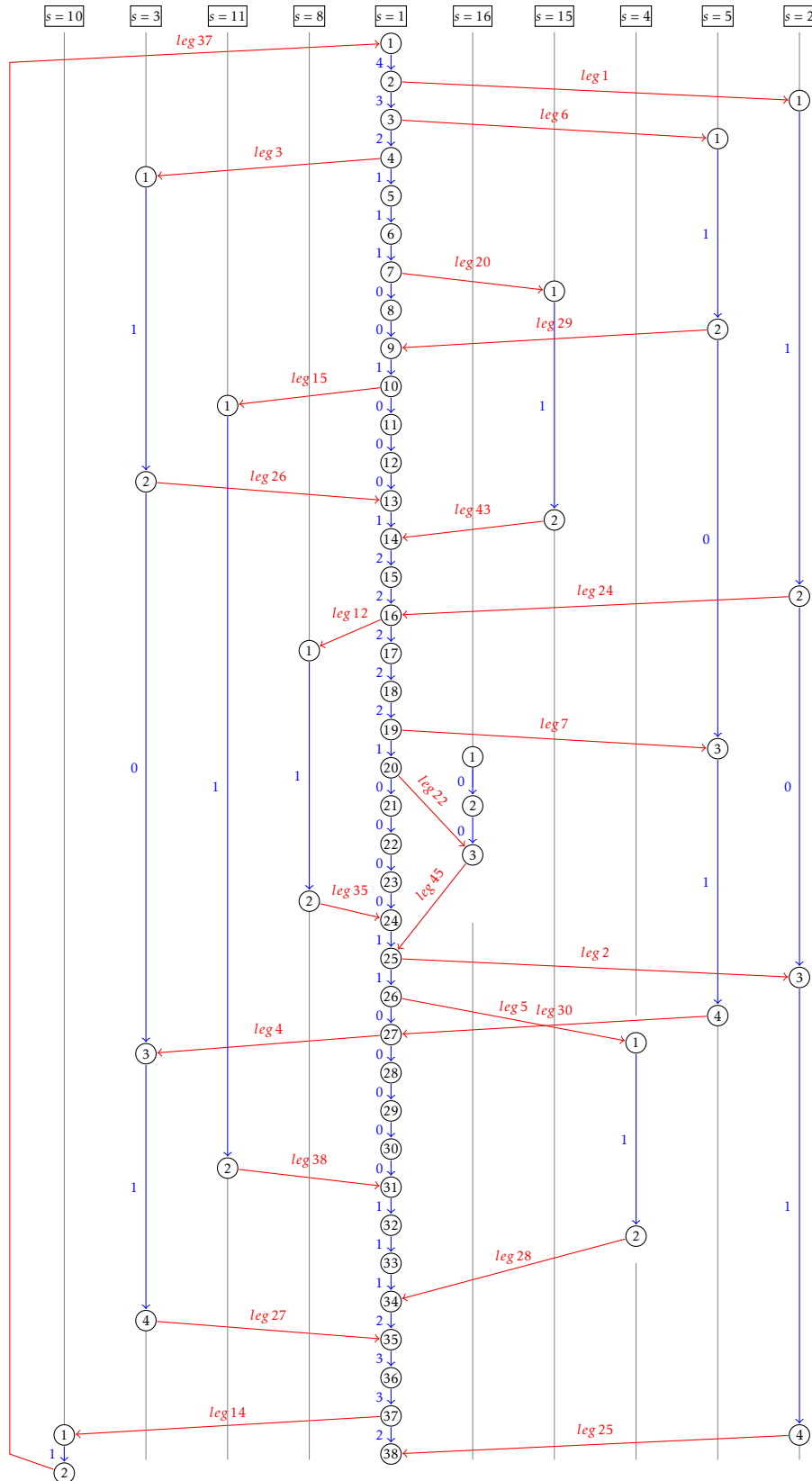


Figura 5.2: Solução obtida através do modelo 2 para a instância 1 de maio, utilizando 3 aviões do tipo III.

Quanto à solução análoga, obtida pelo modelo 1, é apresentada na figura 5.3, para ambos os tipos de frota utilizados:

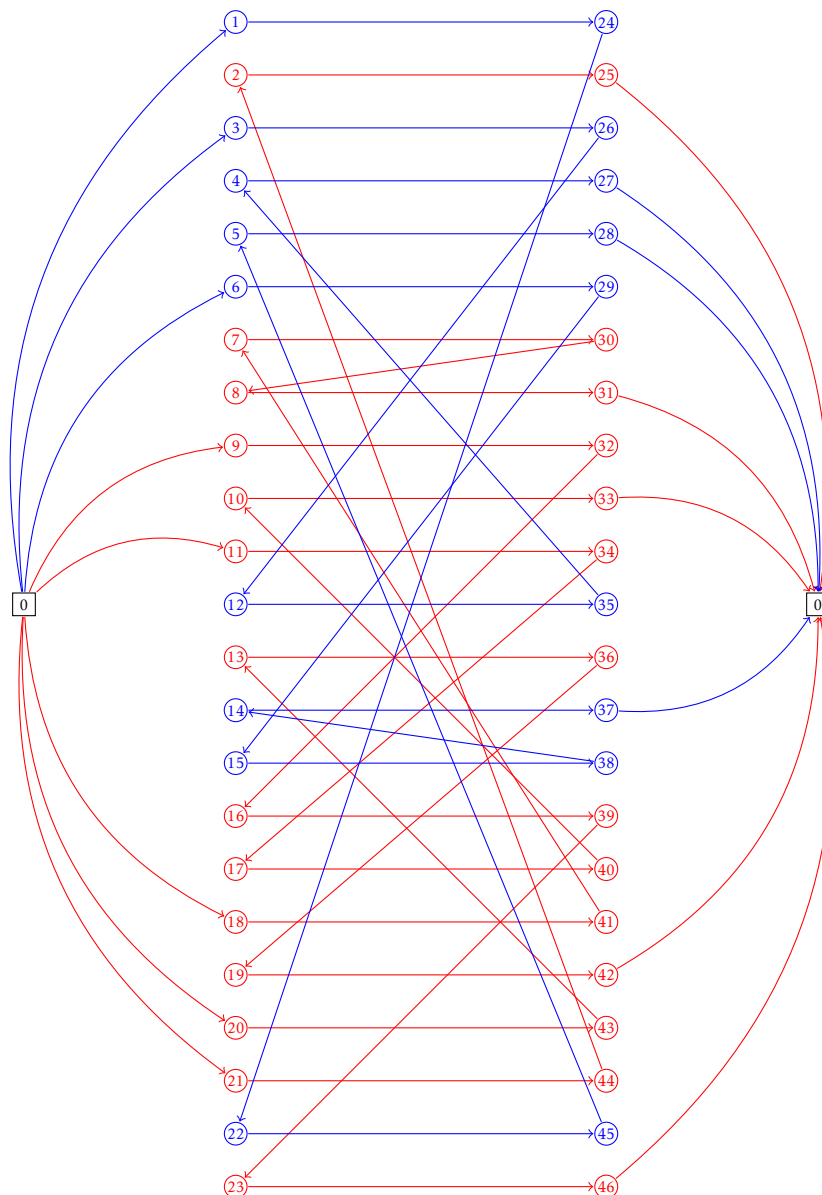


Figura 5.3: Solução obtida através do modelo 1 para a instância 1 de maio, utilizando 5 aviões do tipo II e 3 aviões do tipo III.

O facto de não serem utilizados aviões com frota do tipo I será explicado à frente, na secção 5.2.2.

De seguida, na tabela 5.1, são apresentados os valores obtidos para ambos os modelos, relativos às medidas de performance consideradas e apresentadas na secção 5.1.1.

Tabela 5.1: Comparação entre os 2 modelos relativamente às medidas de performance consideradas.

Instância	Modelo 1				Modelo 2				Comum aos 2 modelos	
	Tempo PI (s)	Tempo RL (s)	nº var	nº rest	Tempo PI (s)	Tempo RL (s)	nº var	nº rest	nº conexões	nº legs
Dia 1	<1	<1	708	190	<1	<1	368	323	708	46
Dia 2	<1	<1	496	158	<1	<1	308	269	496	38
Dia 3	<1	<1	605	174	<1	<1	340	300	605	42
Dia 4	<1	<1	596	174	<1	<1	335	295	596	42
Dia 5	<1	<1	599	174	<1	<1	341	302	599	42
Dia 6	<1	<1	362	134	<1	<1	261	234	362	32
Dia 7	<1	<1	502	158	<1	<1	304	266	502	38
Semana 1	10	8	31194	1163	10	10	2338	1806	31194	290
Semana 2	11	9	32505	1187	11	11	2388	1844	32505	296
Semana 3	2	1	32075	1179	11	11	2370	1830	32075	294
Semana 4	6	4	33364	1196	11	11	2406	1854	33364	300
Mensal	85	29	657780	5276	195	187	10661	8057	657780	1326

Na tabela 5.1, os tempo de CPU, apresentados correspondem à mediana dos tempos de CPU obtidos nos 9 cenários existentes para cada instância (3 cenários de procura \times 3 composições de frota). O número de variáveis e número de restrições mantém-se o mesmo, dado que as variações dos cenários são feitas apenas nos valores dos coeficientes associados às variáveis e restrições. Abaixo, considerar-se-ão representações gráficas que ilustram mais facilmente as diferenças entre os modelos.

No que aos tempos de execução dos modelos diz respeito, tanto para o problema inteiro, como para a relaxação linear, comparar-se-ão apenas, para instâncias semanais e mensais, dado que para as instâncias diárias, o tempo de execução foi quase imediato (< 1 segundo, em mediana).

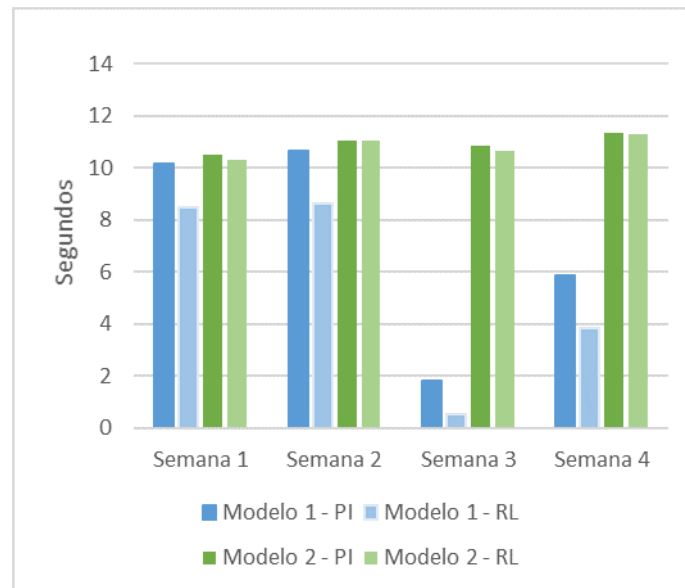


Figura 5.4: Comparação do CPU entre os dois modelos para as quatro instâncias semanais.

Na figura 5.4, verifica-se que o modelo 1 apresenta melhor tempo de CPU relativamente ao modelo 2, embora para as duas primeiras semanas, as diferenças sejam nulas. Verifica-se também que a relaxação linear (RL) do modelo 1 apresenta melhor performance nesta medida de desempenho, relativamente ao problema inteiro (PI). Contrariamente, no modelo 2, não são visíveis quaisquer variações entre o tempo de CPU do problema inteiro e o tempo de CPU da relaxação linear.

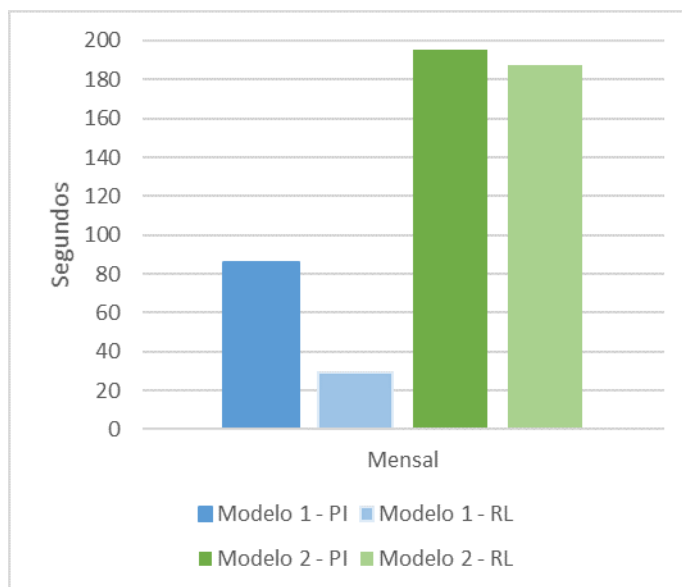


Figura 5.5: Comparação do CPU entre os dois modelos para a instância mensal.

No horizonte temporal de planeamento mensal, que é o maior considerado, as variações acentuam-se, pelo que as conclusões apresentadas para o horizonte semanal apresentam maior precisão. Deste modo, através da figura 5.5, é corroborado o que foi concluído para as instâncias semanais, isto é, que o tempo de CPU para o modelo 1 é inferior relativamente ao modelo 2, tanto para o problema inteiro (PI), como para a relaxação linear (RL). Verifica-se ainda, tal como nas instâncias semanais, que o tempo de CPU da relaxação linear (RL) é manifestamente inferior que o tempo de CPU do problema inteiro (PI) para o modelo 1, e que para o modelo 2, a variação não é significativa.

De seguida, serão ilustradas as comparações para cada modelo relativamente ao número de variáveis e número de restrições, apenas para a instância mensal, visto que é a instância onde as diferenças são mais visíveis.

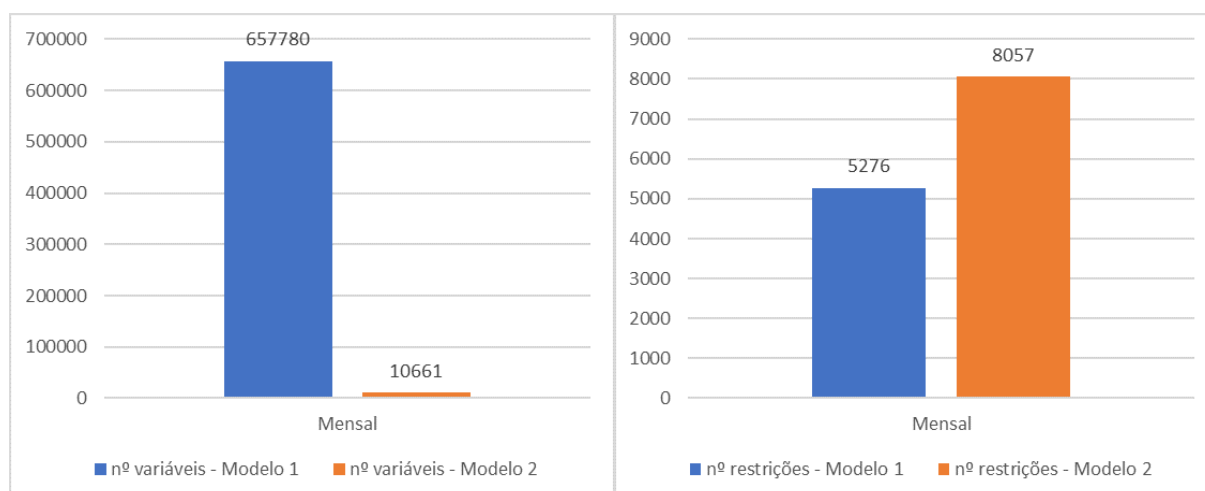


Figura 5.6: Comparação entre nº de variáveis e restrições entre os 2 modelos para instância mensal.

Relativamente ao número de variáveis, é visível tendo em conta a figura 5.6 uma diferença abrupta entre ambos os modelos, sendo que o número de variáveis no modelo 1 é aproximadamente 61 vezes o número de variáveis do modelo 2. No que concerne ao número de restrições,

acontece o oposto, embora em menor dimensão, isto é, o número de restrições é superior no modelo 2, embora não atinja sequer o dobro. Dada a informação anterior relativamente ao tempo de CPU, e sabendo já que o modelo 1 obtém soluções mais rapidamente que o modelo 2, estes resultados podem significar que o número de restrições tem maior impacto na obtenção de tempos de CPU baixos do que no número de variáveis, já que o modelo 2 (mais lento), tem menor número de variáveis, mas maior número de restrições. Contudo, esta associação não pode ser afirmada categoricamente, já que não existe nenhum fundamento estatístico que verifique esta (possível) associação. Seria necessário testar mais instâncias.

De seguida, faz-se uma comparação em termos de perfil, relativamente aos dois modelos, no que diz respeito à dimensão do problema para as sete instâncias diárias. Por constrangimentos de escala, não foram efetuadas representações análogas para as instâncias semanais e mensal.

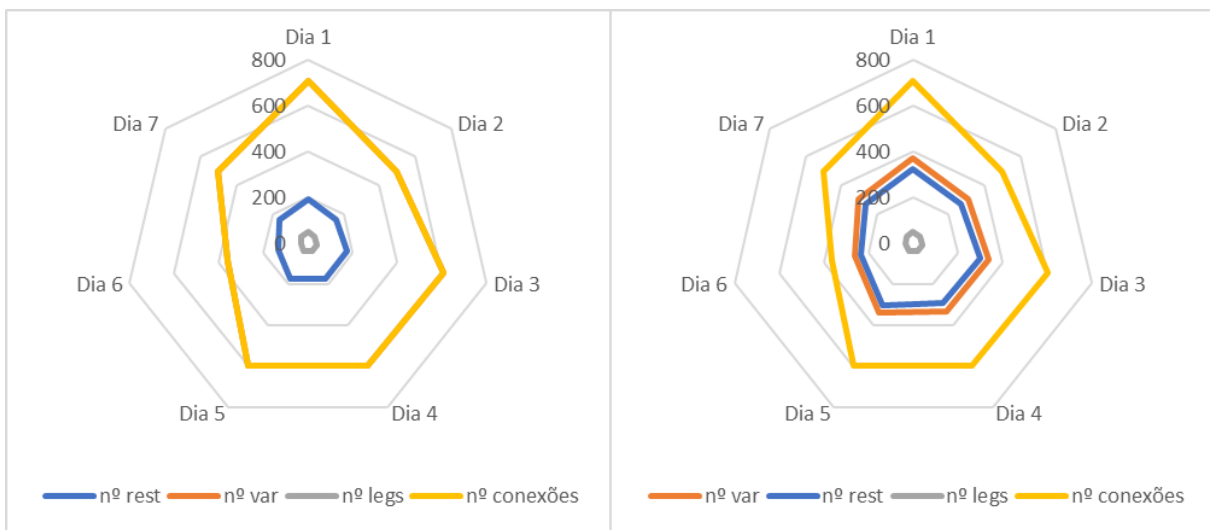


Figura 5.7: Comparação da relação entre nº de variáveis, restrições, *legs* e conexões entre ambos os modelos (modelo 1 à esquerda e modelo 2 à direita).

Analisando a figura 5.7, e sabendo de antemão pela tabela 5.1, que o número de *legs* e número de conexões é igual entre modelos para cada instância verifica-se o que foi concluído acima. Para o modelo 1 (à esquerda), o número de variáveis é igual ao número de conexões possíveis. O número de restrições para este modelo é bastante inferior relativamente ao modelo 2 (à direita), para todas as instâncias consideradas. No modelo 2 verifica-se que o número de variáveis (superior ao modelo 1) é, também, ligeiramente superior ao número de restrições, contrastando com o modelo 1, em que o número de variáveis é bastante superior ao número de restrições.

Aplicação dos pré-processamentos ao modelo com estrutura de rede *time-space*

Tal como foi descrito na secção 3.2.4, foram aplicados os pré-processamentos a duas instâncias (uma diária e uma semanal), tendo-se obtido reduções tanto no número de variáveis, como de restrições. A agregação dos nodos foi feita apenas para as estações *spoke*, dada a existência de um menor número de *eventos*, facilitando a observação de um número de chegadas consecutivas igual ao número de partidas consecutivas subsequentes. Encontra-se na tabela 5.2, os

valores referentes à dimensão das instâncias para cada um dos modelos.

Tabela 5.2: Variação entre nº de variáveis e restrições de duas instâncias por modelo.

Instância	Medida	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 2 - PP
Dia 1	nº var	708	368	307
	nº rest	190	323	262
Semana 1	nº var	31194	2338	1948
	nº rest	1163	1806	1414

Desta forma, para o dia 1, verificou-se uma descida de 16.68% no número de variáveis e 21.71% no número de restrições. Para o planeamento semanal em exemplo, concretamente para a primeira semana, o decréscimo foi de 16.58% e 18.89% para o número de variáveis e restrições, respetivamente. Relativamente ao CPU, não foram obtidos os tempos, já que dado que a solução para a instância semanal era obtida relativamente rápida (10 segundos), só faria sentido a comparação de CPU para instâncias cuja solução fosse mais demorada a ser obtida. Assim, como prova de conceito, corrobora-se as afirmações dos autores do artigo Hane et al. [12], em que se verificam decréscimos significativos no número de linhas e colunas do problema.

5.2.2 Comparação entre cenários

Tal como foi afirmado anteriormente, nesta secção a análise recairá sobre sobre os cenários de teste. Inicialmente, tendo em conta as variações de procura associada, e composições de frota, serão apresentados os valores de custo total, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* em toda a procura associada ao horizonte temporal e cenário de procura associado.

De seguida, apresentam-se na tabela 5.3, os valores das métricas anteriores relativas a cada cenário, para cada uma das 12 instâncias consideradas (7 dias, 4 semanas, 1 mês).

Tabela 5.3: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias diárias.

Cenários			Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7	Média
Procura	Composição									
baixa	1	Custo total	633985	525934	572178	579260	577236	446890	526420	565894
		Custo <i>spill</i> %	0.94	1.71	1.02	0.80	1.12	2.07	2.07	1.39
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	2	Custo total	623729	520080	564380	571632	569840	439964	520444	544296
		Custo <i>spill</i> %	0.96	1.73	1.04	0.81	1.14	2.11	1.55	1.33
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	3	Custo total	665098	539606	599624	605244	603540	451628	541100	572263
		Custo <i>spill</i> %	0.12	1.26	0.20	0.37	0.46	1.36	1.49	0.75
		<i>Spill</i> %	0.47	2.52	0.45	0.71	1.05	2.69	2.47	1.48
média	1	Custo total	653623	554067	585313	597436	606096	461250	549888	572525
		Custo <i>spill</i> %	1.44	6.34	3.24	3.64	0.05	3.22	2.48	2.92
		<i>Spill</i> %	3.56	11.11	7.11	4.96	0.17	5.03	3.08	5.00
	2	Custo total	647395	551032	579813	592606	600999	455702	548845	568056
		Custo <i>spill</i> %	1.94	6.91	3.35	3.98	0.65	3.76	2.86	3.35
		<i>Spill</i> %	4.49	11.93	7.29	5.70	1.54	6.10	3.89	5.85
	3	Custo total	670459	562832	600943	615028	613152	461250	551292	582137
		Custo <i>spill</i> %	0.51	3.83	0.19	1.88	0.05	3.22	0.24	1.42
		<i>Spill</i> %	0.82	6.76	0.28	2.93	0.17	5.03	0.42	2.34
alta	1	Custo total	685545	594436	613331	625797	632348	487094	583072	603089
		Custo <i>spill</i> %	4.45	6.04	3.50	2.89	2.79	7.61	4.26	4.51
		<i>Spill</i> %	7.36	9.71	6.57	4.38	4.97	11.61	5.03	7.09
	2	Custo total	694983	598597	619688	634717	639824	489572	588512	609413
		Custo <i>spill</i> %	7.70	7.74	6.03	5.67	5.89	7.61	6.02	6.67
		<i>Spill</i> %	12.34	11.83	10.07	8.90	9.04	11.61	8.14	10.28
	3	Custo total	706594	602543	631702	647221	645582	489572	588512	615961
		Custo <i>spill</i> %	5.15	6.83	4.84	4.74	5.00	7.61	6.02	5.74
		<i>Spill</i> %	7.20	10.28	6.77	7.01	6.96	11.61	8.14	8.28

Recordem-se as três composições de frota:

- Composição 1: 3 aviões A319, 6 aviões CRJ900, 3 aviões CRJ700;
- Composição 2: 2 aviões A319, 3 aviões CRJ900, 6 aviões CRJ700;
- Composição 3: 4 aviões A319, 3 aviões CRJ900, 3 aviões CRJ700.

Sendo que adotar-se-á a seguinte designação: A319 := tipo 1, CRJ900 := tipo 2, CRJ700 := tipo 3.

Adicionalmente, recorde-se ainda a capacidade de cada aparelho:

- A319: 144;
- CRJ900: 90;
- CRJ700: 72;

Por fim, note-se ainda (ver 4.3), que o avião com custo de utilização mais alto, considerando a soma do custo de afetação com o custo por quilómetro, (assumindo a mesma distância entre um par O-D) é o A319, o menos dispendioso é o CRJ700, e o intermédio, é o CRJ900 (embora estes dois tenham igual custo de afetação, o custo por quilómetro é inferior para o CRJ700).

Analisando o *spill*, para o cenário de procura baixa, verifica-se que para a composição 1 e composição 2, a percentagem de *spill* é a mesma. Na composição 3 verifica-se um decréscimo

da percentagem de *spill*. Estes valores podem ser explicados da seguinte forma: Em relação à composição 3, as duas primeiras composições apresentam mais aviões disponíveis do tipo 2 e tipo 3, que são usados na totalidade na solução ótima obtida, não sendo nunca usado qualquer avião do tipo 1 (com maior capacidade), o que diminuiria o *spill*. Não compensa afetar um avião do tipo 1, visto que o seu custo, mesmo que cubra a procura total, será superior a afetar um avião dos outros dois tipos, mesmo havendo *spill*. Como na composição 3, para satisfazer a cobertura de todas as *legs* é necessário afetar um avião do tipo 1 visto existirem menos aviões dos outros dois tipos, o *spill* será menor, mas com a consequência de aumento do custo total. Entre as duas primeiras composições verifica-se que para a composição 2, o custo é inferior, apesar de ter o mesmo *spill*. Este facto poderá ser explicado devido à maior existência e utilização de aviões do tipo 3, que são menos dispendiosos. Por outro lado, é importante referir que para o *spill* ser igual para ambas as composições, as *legs* com maior procura que são realizadas por aviões do tipo 2 na composição 1, também podem ser realizadas com menos aviões do tipo 2, na composição 2, já que a capacidade dos aviões do tipo 2 é suficiente para satisfazer esses valores de procura. Ou, alternativamente, existem *legs* que não têm *spill*, se forem cobertas por aviões do tipo 3, mas que por constrangimentos de disponibilidade na composição 1, são cobertas por aviões do tipo 2, aumentando o custo e mantendo-se o *spill*, e na composição 2, essas *legs* são afetadas a aviões do tipo 3, diminuindo o custo relativamente à afetação de aviões do tipo 2 no cenário da composição 1, sem prejuízo de aumento do *spill*.

Quando o cenário de procura passa para época média, verifica-se naturalmente um aumento no custo, associado ao aumento do *spill*. A composição mais apelativa a nível de custo continua a ser a composição 2. No entanto, neste cenário de procura média, o *spill* já difere entre as duas primeiras composições. Este cenário de aumento de procura faz com que haja um menor número de *legs* em que seja indiferente cobri-las com aviões do tipo 2 ou do tipo 3 sem ter *spill*. Pelo que os 6 aviões do tipo 2 existentes na composição 2, são mais atrativos neste cenário de procura (tendo em conta apenas a minimização de *spill*). Tal como no cenário de procura baixa, a composição 3 continua a ser a que apresenta maior custo e menor *spill*.

Por fim, considerando o cenário de procura alta, registam-se algumas alterações: A composição 1 passa a ser a mais atrativa a nível de minimização de custo, e na maior parte dos casos, de minimização da percentagem de *spill*. Este facto é esperado, dado que para uma maior procura, existe maior *spill* para frota do tipo 3 (aumentando o custo de *spill* nas composições de frota que têm mais aviões deste tipo). Note-se que a diferença entre a percentagem de custo de *spill* para a procura média era quase nula entre as composições 1 e 2, mas neste cenário já existe uma ligeira diferença (2 a 3% entre ambas as composições). Assim, visto que a composição 2 já apresenta uma maior percentagem de *spill*, o custo de *spill* também será maior, sendo que passa a compensar afetar aviões do tipo 2 ao invés do que acontecia quando se afetavam aviões do tipo 1. Quanto à composição 3, os 4 aviões do tipo 1 e os 3 aviões do tipo 2, são uma pior escolha, em termos de *spill*, relativamente ao cenário da composição 1 que apresenta menos um avião do tipo 1, mas o dobro dos aviões do tipo 2. Deste modo, a composição 1 é, inequivocamente, a mais atrativa, para este cenário de procura alta.

Tabela 5.4: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias semanais e mensal.

Cenários			Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Mês 1
Procura	Composição						
baixa	1	Custo total	3994518	4070720	4038152	4131395	18237186
		Custo <i>spill</i> %	1.53	0.99	1.02	1.23	1.11
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.40	2.63	2.42
	2	Custo total	3942684	4018936	3984930	4081439	18005552
		Custo <i>spill</i> %	1.17	1.00	1.03	1.24	1.12
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.40	2.63	2.42
	3	Custo total	4141900	4220432	4184692	4307570	18935235
		Custo <i>spill</i> %	0.68	0.43	0.48	0.87	0.55
		<i>Spill</i> %	1.37	1.05	1.25	1.69	1.23
média	1	Custo total	4141282	4213211	4177823	4305258	18893880
		Custo <i>spill</i> %	2.72	2.86	3.34	3.57	3.18
		<i>Spill</i> %	4.72	4.81	6.27	6.24	5.68
	2	Custo total	4111130	4182891	4149139	4279664	18763673
		Custo <i>spill</i> %	3.16	3.34	3.46	3.99	3.56
		<i>Spill</i> %	5.56	5.69	6.58	7.01	6.40
	3	Custo total	4209885	4295951	4262943	4410300	19290402
		Custo <i>spill</i> %	1.28	1.34	1.58	2.12	1.60
		<i>Spill</i> %	2.16	2.47	2.70	3.37	2.71
alta	1	Custo total	4368463	4425400	4391731	4514024	19835068
		Custo <i>spill</i> %	4.37	3.53	4.42	4.97	4.15
		<i>Spill</i> %	6.83	5.34	6.91	7.72	6.48
	2	Custo total	4415110	4470521	4436879	4555498	20029388
		Custo <i>spill</i> %	6.68	5.67	6.69	7.33	6.38
		<i>Spill</i> %	10.14	8.57	10.41	11.60	10.00
	3	Custo total	4460762	4515239	4486436	4631393	20280200
		Custo <i>spill</i> %	5.73	4.72	5.26	5.48	5.09
		<i>Spill</i> %	8.15	6.92	7.29	7.93	7.35

Analisando agora os resultados para as instâncias semanais e mensal (ver 5.4), verifica-se que o aumento do horizonte temporal em nada altera as conclusões referidas para a análise de instâncias diárias, já que não existem variações significativas em cada cenário de procura com o aumento do horizonte temporal. Posto isto, apresenta-se abaixo, um quadro resumo, relativamente à melhor composição de frota, tendo em conta a minimização do custo total e a minimização da percentagem de *spill*.

Tabela 5.5: Quadro-resumo das melhores configurações para cada cenário.

Instância	Procura baixa		Procura média		Procura alta	
	minimização		minimização		minimização	
	custo total	% de <i>spill</i>	custo total	% de <i>spill</i>	custo total	% de <i>spill</i>
Dia 1	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 3
Dia 2	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Dia 3	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Dia 4	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Dia 5	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 1 ou 3	comp. 1	comp. 1
Dia 6	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 1 ou 4	comp. 1	comp. 1
Dia 7	comp. 2	qualquer	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Melhor diário	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Semana 1	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Semana 2	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Semana 3	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Semana 4	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Melhor semanal	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Mensal	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1

Como é visível na tabela 5.5, as conclusões retiradas para as instâncias diárias, são análogas para instâncias semanais e mensal, tendo em conta a minimização do custo total e percentagem de *spill*. Concluindo, caso o gestor da companhia aérea queira optar por minimizar o custo total, deve escolher a composição 2 face a cenários de procura baixa e média. Considerando o cenário de procura alta, a composição que minimiza o custo total, será a composição 1. Por outro lado, caso o gestor opte por minimizar a percentagem de *spill*, deverá escolher a composição 3 para os cenários de procura baixa e média. Para o cenário de procura alta, a opção deverá passar pela composição 1.

Não é o objetivo maior desta dissertação, averiguar os melhores e piores cenários para um agente de decisão optar. Porém, caso fosse, seria pertinente utilizar uma análise multi-critério, onde fossem dados pesos a cada objetivo (custo e *spill*). Desta forma, haveria um maior leque de escolha para o gestor poder conciliar a minimização de ambos os objetivos, considerados nesta dissertação de forma isolada. Contudo, deve ser reforçado que nesta dissertação não se procura minimizar o *spill*, mas apenas o custo total de afetação.

5.2.3 Variação da penalização associada à perda de passageiros

Na secção anterior, verificou-se que para minimizar o *spill*, raramente foi considerada a composição 1 (que contém mais aviões do tipo 1, que têm maior capacidade), o que significa que é preferível pagar a penalização por *spill* do que afetar aviões do tipo 1. Dado este facto, decidiu-se criar outros dois cenários de penalização: Aumentar os custos de penalização em 50% e em 100% face aos custos atuais. Com isto, é esperado que seja preferível afetar aviões do tipo 1, do que pagar penalizações pelo *spill*, levando a que a composição 1 seja a escolhida para minimizar o custo total.

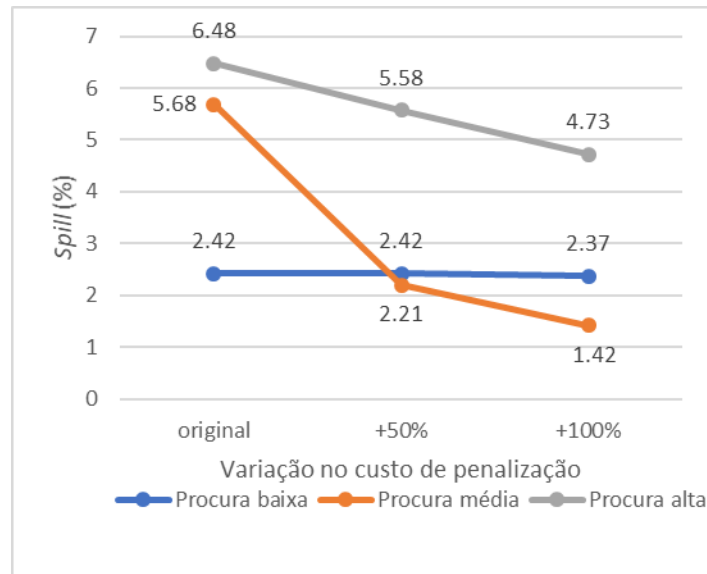


Figura 5.8: Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de *spill* para a composição de frota 1.

É visível na figura 5.8 um decréscimo acentuado na percentagem *spill* aquando o aumento do custo de penalização, à exceção do cenário de procura baixa, que tal como indicam os valores do referido cenário, a variação entre o cenário de penalização base e de aumento de 50% é nulo. Entre o cenário base e o cenário de aumento de 100% a variação é mínima (decréscimo do *spill* em 0.1%). Para os cenários de procura média e alta, já se verificam decréscimos assinaláveis: Para o cenário de procura média, entre o cenário de penalização base e o cenário de aumento de 50% existe um decréscimo de 3.5%, e entre o cenário base e de aumento de 100% o decréscimo ronda os 4.3%. Por fim, para o cenário de procura alta, do cenário de penalização base para o cenário de aumento de 50% o decréscimo foi de 0.9% e entre o cenário base e o cenário de aumento de 100%, o decréscimo foi de 1.8%. Desta forma, verifica-se que o cenário de procura onde o aumento dos custos de penalização por passageiro perdido acentua a variação do *spill* foi o cenário de procura média.

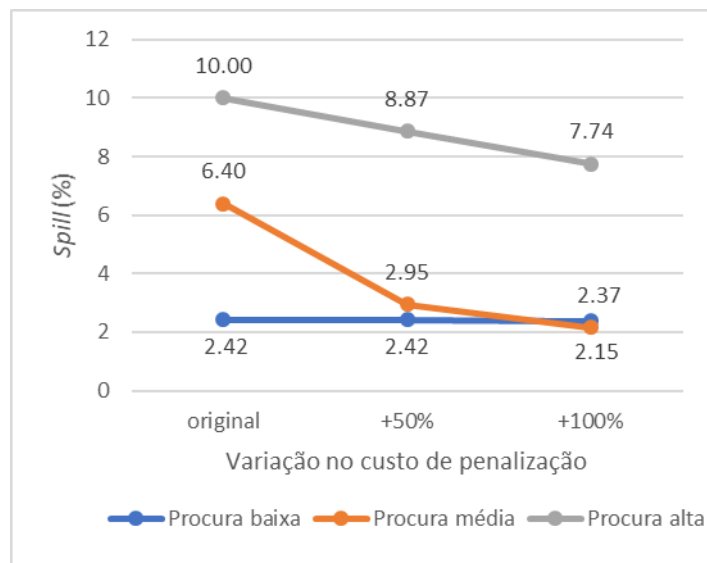


Figura 5.9: Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de *spill* para a composição de frota 2.

Para a 2ª composição (ver figura 5.9), relativamente à variação do *spill*, para o cenário de procura baixa, é exatamente igual ao mesmo cenário de procura para a composição de frota do tipo 1. Quanto aos restantes cenários de procura, a variação de *spill* para a procura média é de -3.4% e cerca de -4.2% entre o cenário de penalização base, para os cenários de aumento de penalização em 50% e 100%, respetivamente. Para a procura alta, a variação volta a ser bastante menor, tal como na composição anterior, isto é, aproximadamente de -1.1% e -2.3% entre o cenário de penalização base para os cenários de aumento da penalização 50% e 100%, respetivamente.

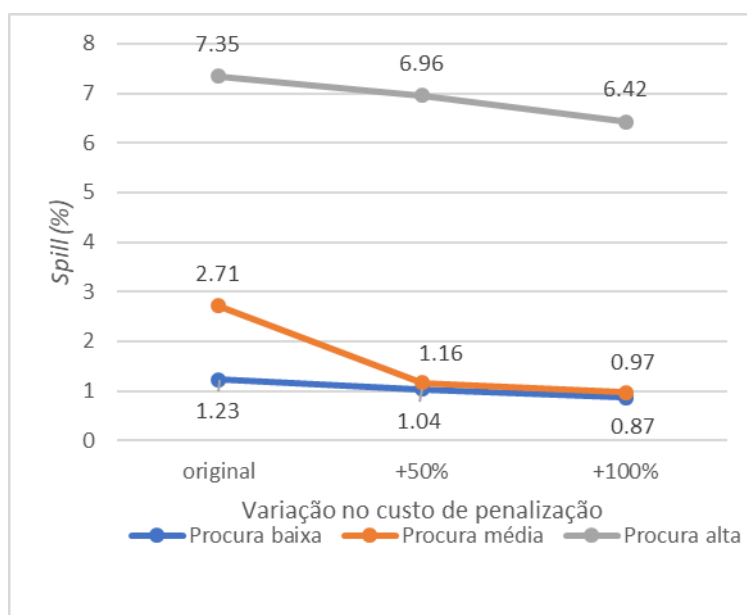


Figura 5.10: Comparação entre cenários de penalização tendo em conta a percentagem de *spill* para a composição de frota 3.

Por fim, para a última composição de frota, verifica-se tendo em conta a figura 5.10, que mesma é a que apresenta menor percentagem de *spill* para cenários de procura baixa e média. Quanto à variação do *spill* entre os três cenários de penalizações, foram obtidas as seguintes variações: -0.2% e -0.4% para o aumento do cenário de penalização base em 50% e 100%, respetivamente, para cenário de procura baixa, -1.6% e -1.7% para o aumento do cenário de penalização base em 50% e 100%, respetivamente, para cenário de procura média e para o cenário de procura alta -0.4% e -0.9% para o aumento do cenário de penalização base em 50% e 100%, respetivamente. Note-se ainda, que à exceção do cenário de procura baixa, a composição de frota 3, é a que apresenta menor variação de percentagem de *spill* aquando o aumento dos custos de penalização em metade e para o dobro.

Na tabela 5.6 estão representadas as variações de custo total, percentagem do custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill*, para a instância mensal, dado que é o maior horizonte temporal e por conseguinte, o que terá variações mais acentuadas.

Tabela 5.6: Variações (em percentagem) entre aumento da penalização para os 3 cenários de procura, 3 composições de frota, na instância mensal.

		Variações entre cenários de penalização					
		atual → +50%			atual → +100%		
Cenário de procura	Composição de frota	custo total (%)	% custo <i>spill</i>	% <i>spill</i>	custo total (%)	% custo <i>spill</i>	% <i>spill</i>
Procura baixa	Composição 1	0.6	0.5	0.0	1.1	1.0	-0.1
	Composição 2	0.6	0.6	0.0	1.1	1.0	-0.1
	Composição 3	0.2	0.1	-0.2	0.5	0.3	-0.4
Procura média	Composição 1	0.9	-1.5	-3.5	1.4	-1.7	-4.3
	Composição 2	1.1	-1.3	-3.4	1.8	-1.4	-4.2
	Composição 3	0.5	-0.5	-1.6	0.8	-0.3	-1.7
Procura alta	Composição 1	2.0	1.4	-0.9	3.8	2.6	-1.8
	Composição 2	3.1	2.2	-1.1	5.8	3.5	-2.3
	Composição 3	2.5	2.0	-0.4	4.8	3.3	-0.9

Consultando a tabela 5.6, caso as penalizações por passageiro perdido aumentem em 50%, em cenário de procura baixa, verifica-se que a composição que teve uma variação mais favorável, foi a 3ª, já que o *spill* reduz em 0.2% com um aumento do custo em 0.1%. Em cenário de procura média, é visível que para a composição 1, o custo associado ao *spill* decresce em 1.5%, e apesar do *spill* decrescer em maior percentagem nessa composição, relativamente à composição 3 (-3.5% vs -1.6%, respetivamente), a composição 1 apresenta um maior aumento no custo, relativamente à composição 3 (0.9% vs 0.5%, respetivamente), perfazendo, deste modo a composição 3, a que apresenta melhor variação. Em cenário de procura alta, a composição 1 já é a que apresenta melhor variação, isto é, é aquela cujo custo aumenta em menor percentagem, 2.0%, e cuja percentagem de penalização decresce em 0.9%.

Relativamente a quando os valores de penalização passam para o dobro, no cenário de procura baixa, a composição com variações mais benéficas mantém-se, a 3ª: aumento de 0.5% no custo com benefício de redução da percentagem de *spill* em -0.4%. No cenário de procura média, voltam a existir 2 composições com variações equivalentes, isto é, novamente a composição 1 tem uma redução de 1.7% no custo referente ao *spill*, a redução do *spill* é de 4.3%, com um aumento do custo total de 1.4%. Já para a composição 3, o custo total aumenta menos, 0.8%, porém, o decréscimo de *spill* também é menor, 1.7%. Abaixo, e tendo em conta os valores exatos, com o auxílio de um quadro-resumo idêntico ao da tabela 5.5, deduzir-se-á se alguma destas composições de frota será a melhor em minimização de custo total e/ou minimização de *spill*. Por fim, para o cenário de procura alta, tal como na variação de aumento em 50%, a composição 1 mantém-se, inequivocamente, como a que apresenta melhores variações. O aumento do custo é o menor (em percentagem) entre as três composições, sendo de 3.8% com a segunda maior redução de *spill* entre as mesmas, ou seja, uma redução de 1.8%.

De seguida, na tabela 5.7 apresenta-se o quadro-resumo, relativo às composições que minimizam o custo total e que minimiza o *spill*, dadas as variações aplicadas à penalização, para a instância mensal.

Tabela 5.7: Quadro-resumo relativo às composições que minimizam custo total e percentagem de *spill* para os vários cenários, em instância mensal.

Aumento de 50% no custo de penalização						
Instância	Procura baixa minimização		Procura média minimização		Procura alta minimização	
	custo total	% <i>spill</i>	custo total	% <i>spill</i>	custo total	% <i>spill</i>
Mensal	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1
Aumento de 100% no custo de penalização						
Instância	Procura baixa minimização		Procura média minimização		Procura alta minimização	
	custo total	% <i>spill</i>	custo total	% <i>spill</i>	custo total	% <i>spill</i>
Mensal	comp. 2	comp. 3	comp. 2	comp. 3	comp. 1	comp. 1

Apesar das variações positivas obtidas a nível de decréscimo do *spill* com impacto sempre abaixo dos 6% relativamente ao aumento do custo, não se obtiveram diferentes composições de frota que minimizem quer o custo total, quer a percentagem de *spill* para qualquer um dos cenários de procura, tanto quando se consideram valores dos custos de penalização a 150% como a 200%. Posto isto, é possível afirmar que mesmo que os valores de penalização aumentem para o dobro, o gestor da companhia aérea poderá manter as decisões tomadas apenas com a informação relativa ao cenário de penalizações base.

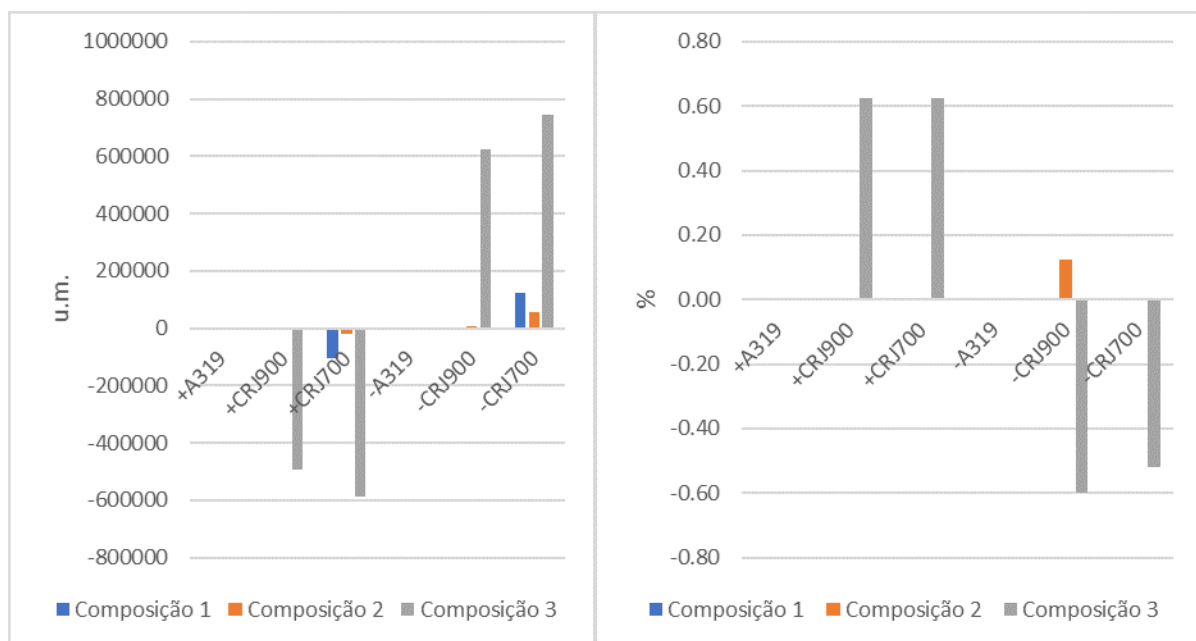
5.2.4 Variação da composição de frota

Nesta secção, serão consideradas variações de uma unidade em cada *tipo de frota*, para cada uma das três composições de frota. Ou seja, serão alterados os coeficientes relativos à disponibilidade de cada frota na restrição de disponibilidade (3.6) do modelo 1. Apenas serão consideradas variações nas restrições ativas, isto é, quando os aparelhos disponíveis de determinado tipo são usados na sua totalidade, adicionar-se-á um aparelho desse tipo a essa composição, e recolhem-se os resultados. Sob as mesmas condições, também será considerada a remoção de um aparelho (consultar anexo A.23).

Tabela 5.8: Variação no custo e na percentagem de *spill*, pela adição/ remoção de um avião de cada tipo de frota, para os 3 cenários de procura.

Cenário de procura		procura baixa		procura média		Procura alta	
Configuração de referência	Alteração do coeficiente	variação do custo	variação do <i>spill</i>	variação do custo	variação do <i>spill</i>	variação do custo	variação do <i>spill</i>
Composição 1 3-6-3	4-6-3	0	0.00	0	0.00	0	0.00
	3-7-3	0	0.00	0	0.00	-2200	-0.06
	3-6-4	-103772	0.00	-64357	0.27	-1350	0.21
	2-6-3	0	0.00	0	0.00	2496	0.08
	3-5-3	0	0.00	1440	-0.07	23915	0.40
	3-6-2	124568	0.00	86272	-0.21	6370	-0.36
Composição 2 2-3-6	3-3-6	0	0.00	0	0.00	-4044	-0.11
	2-4-6	0	0.00	-1212	0.05	-105852	-1.58
	2-3-7	-21302	0.00	-6768	0.10	0	0.00
	1-3-6	0	0.00	656	0.08	57097	1.43
	2-2-6	8620	0.13	9434	-0.29	159585	2.07
	2-3-5	57634	0.00	27008	-0.35	138	-0.02
	5-3-3	0	0.00	0	0.00	0	0.00
Composição 3 4-3-3	4-4-3	-492221	0.62	-305942	1.32	-310510	-0.37
	4-3-4	-585813	0.62	-368213	1.39	-211139	1.45
	3-3-3	0	0.00	0	0.00	364	0.00
	4-2-3	624438	-0.60	506687	-1.11	536860	0.46
	4-3-2	742932	-0.52	583523	-1.34	412546	-1.53

Para as composições 1 e 2, não foi considerado o aumento ou diminuição de aviões de frotas do tipo 1, em cenário de procura baixa, por não terem sido usados aviões deste tipo. Similarmente, em cenário de procura média, para a composição 1, também não foi considerada a adição e remoção de frotas do tipo 1. Esta decisão justifica-se pelo facto de não terem sido utilizados todos os aparelhos relativos a estes tipos, nas composições de frota apresentadas, para os cenários de procura considerados.

Figura 5.11: Variação do custo e da percentagem de *spill* pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura baixa.

Na figura 5.11, estão representadas as variações de custo e percentagem de *spill* para o cenário de procura baixa. Neste cenário, é possível verificar que sempre que se adiciona mais um aparelho a cada composição, ocorre uma das seguintes situações: Ou o aparelho acabou por não ser utilizado em substituição de um aparelho de outro tipo, e devido a isso, não houve alteração no custo, ou o aparelho foi usado, o que leva a que um outro aparelho, de outro tipo, não o seja, acarretando assim, uma diminuição no custo. Note-se que o avião adicionado pode substituir outro do mesmo tipo, não havendo impacto nas medidas avaliadas. Por outro lado, quando o avião adicionado substitui, efetivamente, um avião (ou mais) de outro tipo em determinadas *legs*, o custo desceu sempre.

Como foi concluído na comparação de cenários, é preferível pagar as penalizações associadas ao *spill* do que afetar um avião do tipo 1. Devido a esse facto, é natural que possa acontecer um aumento de *spill* enquanto decresce o custo total, como é o caso da adição de um avião do tipo 2 ou de um avião do tipo 3, à composição 3.

No que diz respeito à remoção de um avião, note-se que apenas houve variações aquando da remoção de aviões do tipo 2 e do tipo 3 para as três composições. Sempre que houve variações no custo, estas foram no sentido de aumentar o mesmo, já que se se retiraram aviões do tipo 2 e 3, que são muito menos dispendiosos relativamente ao tipo 1, e se o avião retirado for substituído por um do tipo 1, nas *legs* afetadas ao avião retirado, é natural que o custo aumente, e o *spill* diminua (tal como acontece na remoção de aparelhos na composição 3). No entanto, também poderá acontecer que removendo um aparelho do tipo 2 ou 3, as suas *legs* passarem a ser afetadas a aviões do tipo 3 e 2, respetivamente. Neste caso, poderá ser mais improvável (para este cenário de procura), uma descida no *spill* (poderá até mesmo aumentar quando se substitui um avião do tipo 2 por um avião do tipo 3). Este caso ocorre na remoção de um avião do tipo 2 para a composição 2 (caso em que o *spill* aumenta). Na remoção de um avião do tipo 2 e um avião do tipo 3 para a composição 3, o *spill* diminui.

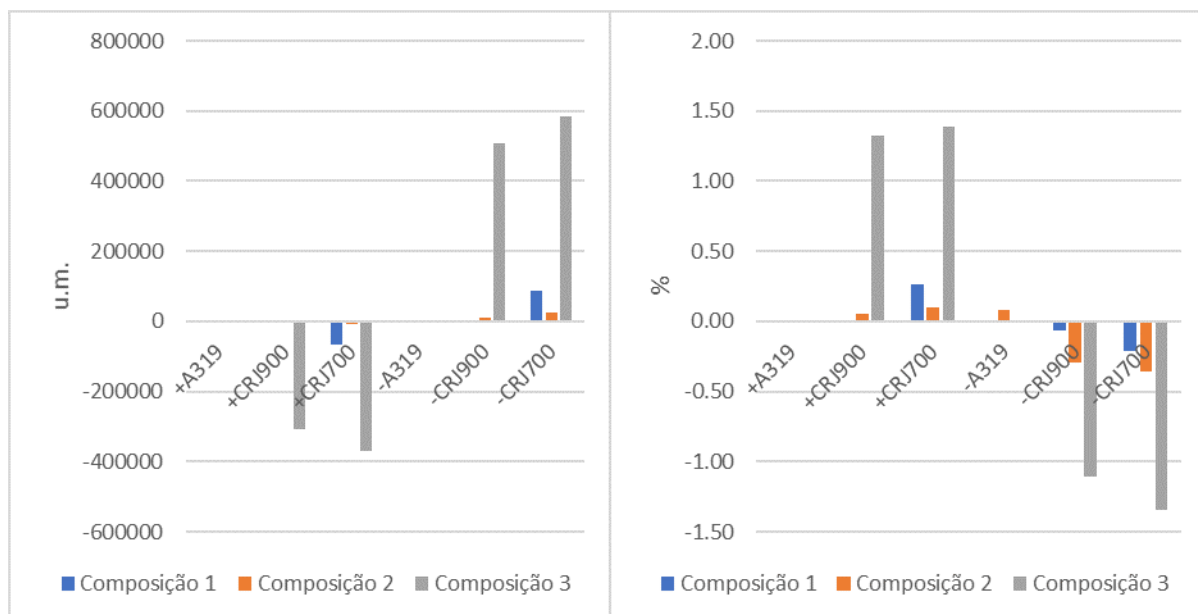


Figura 5.12: Variação do custo e da percentagem de *spill* pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura média.

No que concerne ao cenário de procura média, não existem ocorrências distintas às verifi-

casas no cenário de procura baixa. Isto é, continua-se a verificar descida no custo e aumento da percentagem de *spill* aquando da adição de aparelhos. Também se continua a verificar, na remoção de aviões, aumento do custo e descida da percentagem de *spill*, aumento do custo e aumento da percentagem de *spill*. Apenas não acontece o aumento do custo e a não modificação da percentagem de *spill*, que se verificou em cenários de procura baixa.

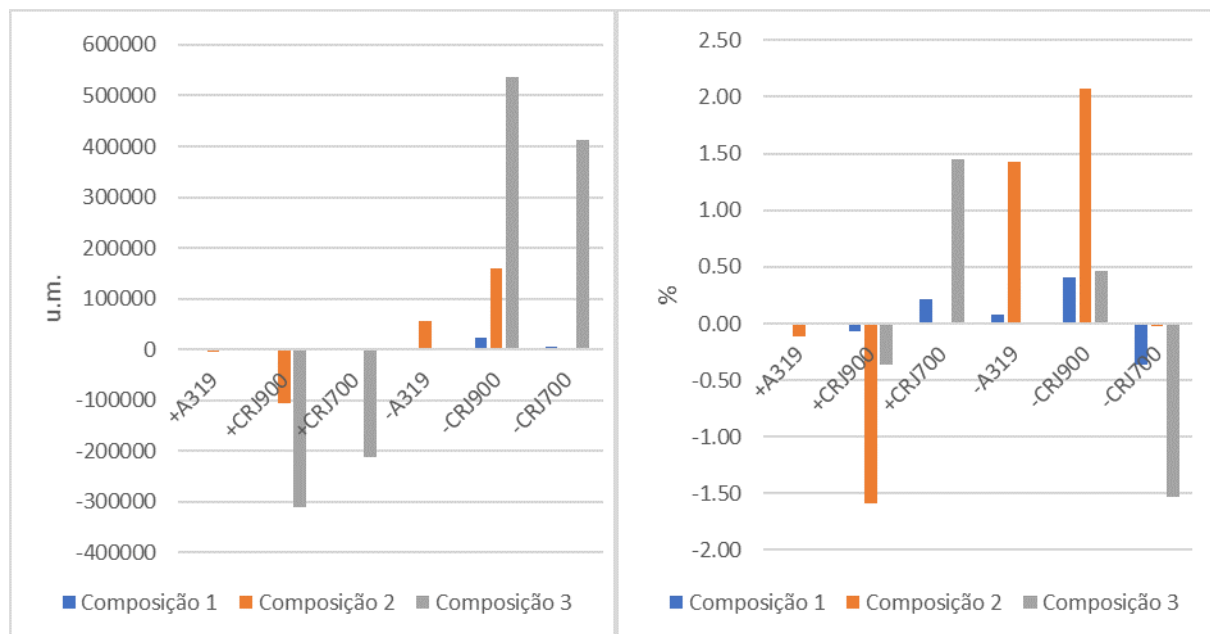


Figura 5.13: Variação do custo e da percentagem de *spill* pela adição/ remoção de um aparelho de cada tipo em cenário de procura alta.

Relativamente ao último cenário, o de procura alta, foi verificado um novo caso de variação: descida do custo e do *spill*, tornando as composições de frota para onde este caso ocorre, as únicas onde se verificaram melhorias relativas às duas medidas consideradas. Para a composição 1, adicionar um avião do tipo 2 reduz ligeiramente o custo e percentagem de *spill*. Para a composição 2, acontece o mesmo, para a adição de aviões do 1º e 2º tipos, embora para esta composição, as reduções sejam superiores. Para a última composição de frota, a 3ª, a adição de um avião do tipo 2, também reduz ambas as métricas de variação consideradas. Quanto à remoção de aviões, e como já foi referido, não ocorreram novos casos.

Com a adição de aparelhos verificou-se que reduz significativamente os custos de afetação nos três cenários de procura, para as três composições, mas apenas para o cenário de procura alta, foi possível reduzir o custo e a da percentagem de *spill*. Quanto à redução de aparelhos, verificou-se que as três composições têm aviões suficientes para se obterem soluções admissíveis, isto é, para que a cobertura das *legs* continue a ser total. Verificou-se ainda que é possível existir um decréscimo na percentagem de *spill*, mas que na maioria dos casos, o aumento do custo associado é muito grande. Por fim, não se verificaram casos onde a remoção de um aparelho resultasse numa melhoria na minimização do custo.

Para terminar, analisando a poupança no custo total associada à obtenção de um avião para cada um dos cenários de procura, conclui-se o seguinte:

- Tendo em conta o cenário de procura baixa, independentemente da composição de frota, ter um avião adicional do tipo 3 é sempre benéfico, chegando mesmo a uma diminuição

de aproximadamente 585000.00 unidades monetárias na composição 3. Ter um avião adicional do tipo 1 não tem vantagens ao nível de poupança. Só na composição 3 é possível poupar no custo com um avião adicional do tipo 2, poupança essa que ronda aproximadamente 492000.00 unidades monetárias.

- Para o cenário de procura média, a poupança é menor para todas as composições aquando qualquer adição. Todavia, a adição do tipo 3 continua a significar ser a mais rentável. Novamente, não é benéfico a nível de custo, ter outro avião do tipo 1. Neste cenário, a rentabilidade de ter outro avião é menor comparativamente ao cenário de procura anterior.
- No cenário de procura alta, a rentabilidade de possuir mais um avião de qualquer tipo, para qualquer composição, volta a ser menor. Contudo, pela primeira vez é rentável dispor um avião adicional do tipo 1, levando a uma poupança de 4000.00 unidades monetárias. Adicionalmente, a maior poupança é obtida com a posse adicional de um avião do tipo 2: cerca de 310000.00 poupados, na composição 3.

Conclui-se também que a composição 3 é a mais susceptível a poupança.

Resumindo, a perda de um avião resulta tipicamente no aumento do custo total de afetação, sendo o maior aquando a remoção de um avião do tipo 3, para qualquer composição. No entanto, para o cenário de procura baixa, existem casos onde não se verifica aumento do custo, nomeadamente quando se perde um aparelho do tipo 1. No cenário de procura média, a conclusão é semelhante, à exceção da composição 2, onde a perda de um avião do tipo 1, leva a um aumento ligeiro do custo, cerca de 600.00 unidades monetárias. Novamente, o decréscimo de uma unidade na disponibilidade de aviões do tipo 3 resulta no maior aumento do custo. Por fim, tendo em conta o cenário de procura alta, qualquer remoção de um aparelho, em qualquer composição, resulta sempre em aumento do custo, sendo o maior no valor de aproximadamente 536000.00 unidades monetárias. Conclui-se que a frota cuja remoção em uma unidade resulta menos vezes em aumento do custo é a frota do tipo 1.

Capítulo 6

Conclusões

O objetivo desta dissertação focou-se na comparação de dois modelos de programação inteira para o problema de afetação de frotas, para uma companhia aérea com estrutura *hub-and-spoke*, com apenas um *hub*, e onde os aviões regressam ao *hub* após o fim do ciclo de voos diário ou ao fim do horizonte do planeamento.

Relativamente aos dois modelos testados, o primeiro apresenta uma estrutura de redes de conexões entre *legs* em que as sequências de voo têm início e fim na estação *hub*. O segundo modelo, composto por uma estrutura de rede *time-space*, onde o fator temporal é introduzido considerando-se assim sequências entre *eventos* localizados numa dada estação, para um determinado *tipo de frota*.

Para comparar os modelos estudados, foi considerado um *set* de voos relativos ao mês de maio do ano de 2017. Para cada voo existem três cenários de procura, para época baixa, média e alta. Adicionalmente também foi considerado um *set* de três composições possíveis da frota da companhia aérea. Cada composição de teste contém três *tipo de frota*, com disponibilidades diferentes de aviões por *tipo de frota*, para os quais se conhece a capacidade, custo fixo de utilização, custo por quilómetro e *turnaround-time*. Quando um avião é afeto a uma determinada *leg* cuja procura associada é superior à capacidade do avião, ocorre o que se designa por *spill* e é aplicada uma penalização de modo a evitar que sejam alocados aviões com menor capacidade, de forma a minimizar o custo total de afetação. Relativamente à aplicação dos modelos, os mesmos foram adaptados para afetações cujo horizonte temporal fosse, para além do diário, o semanal e mensal e assim para além de instâncias diárias, também se consideraram quatro instâncias semanais e uma instância com o mês na sua totalidade.

De forma a avaliar ambos os modelos e proceder a uma análise comparativa, tiveram-se em conta medidas de performance dos mesmos na obtenção da solução ótima, e do valor da relaxação linear de cada um deles. Essas medidas passaram por recolher os tempos de execução (CPU), para cada modelo, tanto para o modelo inteiro como para a respetiva relaxação linear, o número de variáveis e restrições associadas a cada instância considerada, com um determinado número de *legs*. Para além da comparação realizada entre os modelos, também foram comparadas as instâncias de teste, para os diversos cenários de procura e composição de frota, com o objetivo de verificar que composição poderá ser mais adequada para determinado cenário de procura. Adicionalmente, aplicaram-se variações nos custos de penalização base,

aumentando-os, e variações nas composições de frota existentes, adicionando ou removendo um avião de cada tipo (considerando apenas um tipo de cada vez), consoante os já existentes desse tipo para a composição base fossem totalmente utilizados.

Os resultados computacionais foram bastante conclusivos. Relativamente à comparação entre os modelos, verificou-se que o modelo com estrutura de rede de conexões, foi o que obteve melhores resultados quanto ao CPU, tanto para o problema inteiro, como para a relaxação linear. Contudo, relativamente à relaxação linear, foi inclusivo saber qual dos dois modelos é mais forte, já que o valor de ambas foi igual ao valor do problema inteiro, existindo portanto um *gap* igual a 0 para ambos. Relativamente aos pré-processamentos propostos por Hane et al. [12], verificaram-se, de facto, decréscimos significativos no número de variáveis e restrições, embora a nível de tempo de CPU não foram retiradas conclusões, já que a maior instância testada foi respetiva a um planeamento semanal, cuja solução foi de rápida obtenção

No que diz respeito à comparação entre cenários, verificou-se que a composição 2 que é a que tem mais aviões CRJ700, é a que minimiza o custo total para cenários de procura baixa e média. Para o cenário de procura alta, a composição 1, cuja frota com maior disponibilidade são aviões CRJ900, é a que apresenta melhores resultados em termos de custo total. A composição 3, que apresenta mais A319, não minimiza o custo para qualquer cenário de procura, mas é a que tem melhores resultados de minimização de percentagem de *spill* para os cenários de procura baixa e média, ao contrário do cenário de procura alta, que tem na composição 1, a composição que para além de minimizar o custo, também minimiza a percentagem de *spill*. Os aumentos de 50% e 100% no custo de penalização, não surtiram em diferenças quanto às composições mais vantajosas para qualquer cenário de procura aquando o custo das penalizações sem aumento, reforçando a qualidade das composições consideradas mais vantajosas. Por fim, estudando a possibilidade de adição ou remoção de aviões, sem considerar a mais valia da remoção (venda) ou o custo de adição, verificaram-se significativos decréscimos no custo total alicerçadas à adição, principalmente de aviões CRJ900 e CRJ700. Contudo, esse acréscimo de frota, só para um cenário de procura mais alta, aliou a descida do custo, à descida da percentagem de *spill*. Quanto à remoção de aviões, verificou-se que para todas as composições de frota, obtiveram-se soluções admissíveis e verificaram-se ainda que para a composição 3, abdicar de 1 avião A319 para cenários de procura baixa e média, não tem impacto nem no custo total, nem no *spill*.

Como propostas para desenvolvimento futuro, seria interessante considerar estruturas que não fossem de *hub-and-spoke*, ou estruturas com mais do que 1 *hub*. Seria pertinente aplicar os modelos para companhias aéreas onde fosse possível que os aviões pernoitassem fora. Adicionalmente, a aplicação de métodos heurísticos para re-afetações com constrangimentos de última hora ou a resolução de modelos inteiros integrados com questões de manutenção, onde para cada avião seria necessário obter o seu plano de voo (o que não acontece nesta dissertação, já que os aviões não são diferenciados) e por fim, testar o pré-processamento proposto por Hane et al. [12] para instâncias cuja solução demore mais tempo a obter, nomeadamente para instâncias semanais de maior dimensão ou mensais.

Bibliografia

- [1] Jeph Abara. Applying integer linear programming to the fleet assignment problem. *Interfaces*, 19(4):20–28, 1989.
- [2] Ravindra K Ahuja, Özlem Ergun, James B Orlin, and Abraham P Punnen. A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1-3):75–102, 2002.
- [3] Cynthia Barnhart, Natasha L Boland, Lloyd W Clarke, Ellis L Johnson, George L Nemhauser, and Rajesh G Sheno. Flight string models for aircraft fleet and routing. *Transportation science*, 32(3):208–220, 1998.
- [4] Cynthia Barnhart, Ellis L Johnson, George L Nemhauser, Martin WP Savelsbergh, and Pamela H Vance. Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations research*, 46(3):316–329, 1998.
- [5] Cynthia Barnhart, Timothy S Kniker, and Manoj Lohatepanont. Itinerary-based airline fleet assignment. *Transportation Science*, 36(2):199–217, 2002.
- [6] Nicolas Belanger, Guy Desaulniers, François Soumis, and Jacques Desrosiers. Periodic airline fleet assignment with time windows, spacing constraints, and time dependent revenues. *European Journal of Operational Research*, 175(3):1754–1766, 2006.
- [7] Matthew E Berge and Craig A Hopperstad. Demand driven dispatch: A method for dynamic aircraft capacity assignment, models and algorithms. *Operations research*, 41(1):153–168, 1993.
- [8] Ebru K Bish, Rawee Suwandechochai, and Douglas R Bish. Strategies for managing the flexible capacity in the airline industry. *Naval Research Logistics (NRL)*, 51(5):654–685, 2004.
- [9] Lloyd W Clarke, Christopher A Hane, Ellis L Johnson, and George L Nemhauser. Maintenance and crew considerations in fleet assignment. *Transportation Science*, 30(3):249–260, 1996.
- [10] Guy Desaulniers, Jacques Desrosiers, Yvan Dumas, Marius M Solomon, and François Soumis. Daily aircraft routing and scheduling. *Management Science*, 43(6):841–855, 1997.
- [11] Allen R Ferguson and George B Dantzig. The allocation of aircraft to routes—an example of linear programming under uncertain demand. *Management science*, 3(1):45–73, 1956.

- [12] Christopher A Hane, Cynthia Barnhart, Ellis L Johnson, Roy E Marsten, George L Nemhauser, and Gabriele Sigismondi. The fleet assignment problem: Solving a large-scale integer program. *Mathematical Programming*, 70(1-3):211–232, 1995.
- [13] Amin Jamali. A robust mathematical model and heuristic algorithms for integrated aircraft routing and scheduling, with consideration of fleet assignment problem. *Journal of Air Transport Management*, 58:21–30, 2017.
- [14] Manoj Lohatepanont and Cynthia Barnhart. Airline schedule planning: Integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science*, 38(1):19–32, 2004.
- [15] Catherine Mancel and Felix Mora-Camino. Airline fleet assignment: A state of the art.
- [16] Hugo Oliveira. Desenvolvimento de um modelo de otimização para planeamento de rotas de companhias aéreas. Master's thesis, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2017.
- [17] Brian Rexing, Cynthia Barnhart, Tim Kniker, Ahmad Jarrah, and Nirup Krishnamurthy. Airline fleet assignment with time windows. *Transportation Science*, 34(1):1–20, 2000.
- [18] Hanif D Sherali, Ebru K Bish, and Xiaomei Zhu. Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms. *European Journal of Operational Research*, 172(1):1–30, 2006.
- [19] RW Simpson. Airline operations class notes. *Massachusetts Institute of Technology, unpublished working paper*, 1978.
- [20] Shangyao Yan and Chich-Hwang Tseng. A passenger demand model for airline flight scheduling and fleet routing. *Computers & Operations Research*, 29(11):1559–1581, 2002.

Anexos

A Resultados computacionais completos

Tabela A.1: Resultados computacionais completos para o dia 1 - modelo 1.

Dia 1 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	633985	0.94	51	1.84	3-1-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	623729	0.96	51	1.84	2-1-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	665098	0.12	13	0.47	1-0-0	0.1	0	0.0
Dia 1 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	653623	1.44	130	3.56	2-2-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	647395	1.94	164	4.49	1-2-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	670459	0.51	30	0.82	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 1 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	685545	4.45	326	7.36	2-0-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	694983	7.70	547	12.34	1-0-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	706594	5.15	319	7.20	2-0-0	0.1	0	0.0
nº variáveis				nº restrições					
708				190					

Tabela A.2: Resultados computacionais completos para o dia 1 - modelo 2.

Dia 1 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	633985	0.94	51	1.84	3-1-0	0.5	0	0.3
Teste 2	2-3-6	623729	0.96	51	1.84	2-1-0	0.5	0	0.3
Teste 3	4-3-3	665098	0.12	13	0.47	1-0-0	0.5	0	0.3
Dia 1 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	653623	1.44	130	3.56	2-2-0	0.5	0	0.3
Teste 2	2-3-6	647395	1.94	164	4.49	1-2-0	0.5	0	0.3
Teste 3	4-3-3	670459	0.51	30	0.82	2-0-0	0.5	0	0.3
Dia 1 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	685545	4.45	326	7.36	2-0-0	0.5	0	0.3
Teste 2	2-3-6	694983	7.70	547	12.34	1-0-0	0.5	0	0.3
Teste 3	4-3-3	706594	5.15	319	7.20	2-0-0	0.5	0	0.3
nº variáveis				nº restrições					
368				323					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.3: Resultados computacionais completos para o dia 2 - modelo 1.

Dia 2 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	525934	1.71	86	3.38	3-0-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	520080	1.73	86	3.38	2-0-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	539606	1.26	64	2.52	3-0-0	0.1	0	0.0
Dia 2 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	554067	6.34	363	11.11	3-1-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	551032	6.91	390	11.93	2-0-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	562832	3.83	221	6.76	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 2 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	594436	6.04	394	9.71	1-0-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	598597	7.74	480	11.83	0-0-2	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	602543	6.83	417	10.28	2-0-0	0.1	0	0.0
nº variáveis				nº restrições					
496				158					

Tabela A.4: Resultados computacionais completos para o dia 2 - modelo 2.

Dia 2 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	525934	1.71	86	3.38	3-0-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	520080	1.73	86	3.38	2-0-0	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	539606	1.26	64	2.52	3-0-0	0.2	0	0.2
Dia 2 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	554067	6.34	363	11.11	3-1-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	551032	6.91	390	11.93	2-0-0	0.3	0	0.2
Teste 3	4-3-3	562832	3.83	221	6.76	2-0-0	0.3	0	0.2
Dia 2 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	594436	6.04	394	9.71	1-0-0	0.3	0	0.2
Teste 2	2-3-6	598597	7.74	480	11.83	0-0-2	0.3	0	0.2
Teste 3	4-3-3	602543	6.83	417	10.28	2-0-0	0.2	0	0.2
nº variáveis				nº restrições					
308				269					

Tabela A.5: Resultados computacionais completos para o dia 3 - modelo 1.

Dia 3 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	572178	1.02	78	2.95	3-0-0	0.2	0	0.1
Teste 2	2-3-6	564380	1.04	78	2.95	2-1-0	0.2	0	0.1
Teste 3	4-3-3	599624	0.20	12	0.45	2-0-0	0.2	0	0.2
Dia 3 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	585313	3.24	230	7.11	3-0-0	0.2	0	0.1
Teste 2	2-3-6	579813	3.35	236	7.29	2-1-0	0.2	0	0.1
Teste 3	4-3-3	600943	0.19	9	0.28	2-0-0	0.2	0	0.1
Dia 3 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	613331	3.50	263	6.57	2-0-0	0.2	0	2.3
Teste 2	2-3-6	619688	6.03	403	10.07	1-0-1	0.2	0	0.1
Teste 3	4-3-3	631702	4.84	271	6.77	2-0-0	0.2	0	0.1
nº variáveis				nº restrições					
605				174					

Tabela A.6: Resultados computacionais completos para o dia 3 - modelo 2.

Dia 3 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	572178	1.02	78	2.95	3-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	564380	1.04	78	2.95	2-1-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	599624	0.20	12	0.45	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 3 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	585313	3.24	230	7.11	3-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	579813	3.35	236	7.29	2-1-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	600943	0.19	9	0.28	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 3 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	613331	3.50	263	6.57	2-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	619688	6.03	403	10.07	1-0-1	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	631702	4.84	271	6.77	2-0-0	0.3	0	0.3
nº variáveis				nº restrições					
340				300					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.7: Resultados computacionais completos para o dia 4 - modelo 1.

Dia 4 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	579260	0.80	34	1.33	3-1-0	2.3	0	0.1
Teste 2	2-3-6	571632	0.81	34	1.33	2-1-0	2.3	0	0.2
Teste 3	4-3-3	605244	0.37	18	0.71	2-0-0	0.2	0	0.1
Dia 4 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	597436	3.64	159	4.96	3-0-0	0.2	0	0.1
Teste 2	2-3-6	592606	3.98	183	5.70	2-0-0	0.2	0	0.1
Teste 3	4-3-3	615028	1.88	94	2.93	2-0-0	0.2	0	0.1
Dia 4 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	625797	2.89	172	4.38	1-0-0	0.2	0	0.1
Teste 2	2-3-6	634717	5.67	349	8.90	0-0-1	0.2	0	0.1
Teste 3	4-3-3	647221	4.74	275	7.01	1-0-0	0.2	0	0.1
nº variáveis				nº restrições					
596				174					

Tabela A.8: Resultados computacionais completos para o dia 4 - modelo 2.

Dia 4 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	custo de spill (%)	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	579260	0.80	34	1.33	3-1-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	571632	0.81	34	1.33	2-1-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	605244	0.37	18	0.71	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 4 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	597436	3.64	159	4.96	3-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	592606	3.98	183	5.70	2-0-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	615028	1.88	94	2.93	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 4 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	625797	2.89	172	4.38	1-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	634717	5.67	349	8.90	0-0-1	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	647221	4.74	275	7.01	1-0-0	0.3	0	0.3
nº variáveis				nº restrições					
335				295					

Tabela A.9: Resultados computacionais completos para o dia 5 - modelo 1.

Dia 5 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	577236	1.12	67	2.51	3-1-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	569840	1.14	67	2.51	2-1-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	603540	0.46	28	1.05	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 5 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	606096	0.05	6	0.17	1-1-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	600999	0.65	54	1.54	0-1-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	613152	0.05	6	0.17	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 5 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	632348	2.79	208	4.97	1-0-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	639824	5.89	378	9.04	0-0-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	645582	5.00	291	6.96	2-0-0	0.1	0	0.0
nº variáveis				nº restrições					
599				174					

Tabela A.10: Resultados computacionais completos para o dia 5 - modelo 2.

Dia 5 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	577236	1.12	67	2.51	3-1-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	569840	1.14	67	2.51	2-1-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	603540	0.46	28	1.05	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 5 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	606096	0.05	6	0.17	1-1-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	600999	0.65	54	1.54	0-1-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	613152	0.05	6	0.17	2-0-0	0.3	0	0.3
Dia 5 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	632348	2.79	208	4.97	1-0-0	0.3	0	0.3
Teste 2	2-3-6	639824	5.89	378	9.04	0-0-0	0.3	0	0.3
Teste 3	4-3-3	645582	5.00	291	6.96	2-0-0	0.3	0	0.3
nº variáveis				nº restrições					
341				302					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.11: Resultados computacionais completos para o dia 6 - modelo 1.

Dia 6 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	446890	2.07	69	3.63	3-2-0	0.0	0	0.0
Teste 2	2-3-6	439964	2.11	69	3.63	2-2-0	0.0	0	0.0
Teste 3	4-3-3	451628	1.36	51	2.69	3-0-0	0.1	0	0.0
Dia 6 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	461250	3.22	122	5.03	2-3-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	455702	3.76	148	6.10	1-3-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	461250	3.22	122	5.03	3-0-0	0.1	0	0.0
Dia 6 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	487094	6.64	285	9.35	2-1-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	489572	7.61	354	11.61	1-0-3	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	489572	7.61	354	11.61	3-0-0	0.1	0	0.0
nº variáveis				nº restrições					
362				134					

Tabela A.12: Resultados computacionais completos para o dia 6 - modelo 2.

Dia 6 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	446890	2.07	69	3.63	3-2-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	439964	2.11	69	3.63	2-2-0	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	451628	1.36	51	2.69	3-0-0	0.2	0	0.2
Dia 6 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	461250	3.22	122	5.03	2-3-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	455702	3.76	148	6.10	1-3-0	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	461250	3.22	122	5.03	3-0-0	0.2	0	0.2
Dia 6 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	487094	6.64	285	9.35	2-1-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	489572	7.61	354	11.61	1-0-3	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	489572	7.61	354	11.61	3-0-0	0.2	0	0.2
nº variáveis				nº restrições					
261				234					

Tabela A.13: Resultados computacionais completos para o dia 7 - modelo 1.

Dia 7 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	526420	1.53	59	2.47	3-2-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	520444	1.55	59	2.47	2-1-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	541100	1.49	59	2.47	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 7 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	549888	2.48	95	3.08	2-2-0	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	548845	2.86	120	3.89	1-1-0	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	551292	0.24	13	0.42	2-0-0	0.1	0	0.0
Dia 7 de Maio Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	583072	4.26	189	5.03	1-1-1	0.1	0	0.0
Teste 2	2-3-6	588512	6.02	306	8.14	0-0-3	0.1	0	0.0
Teste 3	4-3-3	588512	6.02	306	8.14	2-0-0	0.1	0	0.0
nº variáveis				nº restrições					
502				158					

Tabela A.14: Resultados computacionais completos para o dia 7 - modelo 2.

Dia 7 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	526420	1.53	59	2.47	3-2-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	520444	1.55	59	2.47	2-1-0	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	541100	1.49	59	2.47	2-0-0	0.2	0	0.2
Dia 7 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	549888	2.48	95	3.08	2-2-0	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	548845	2.86	120	3.89	1-1-0	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	551292	0.24	13	0.42	2-0-0	0.2	0	0.2
Dia 7 de Maio Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	583072	4.26	189	5.03	1-1-1	0.2	0	0.2
Teste 2	2-3-6	588512	6.02	306	8.14	0-0-3	0.2	0	0.2
Teste 3	4-3-3	588512	6.02	306	8.14	2-0-0	0.2	0	0.2
nº variáveis				nº restrições					
304				266					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.15: Resultados computacionais completos para a semana 1 - modelo 1.

Semana 1 Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	3994518	1.15	422	2.33	3-0-0	10.3	0	8.5
Teste 2	2-3-6	3942684	1.17	422	2.33	2-0-0	10.2	0	8.4
Teste 3	4-3-3	4141900	0.68	249	1.37	0-0-0	10.1	0	8.7
Semana 1 Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4141282	2.72	1086	4.72	1-0-0	10.2	0	8.5
Teste 2	2-3-6	4111130	3.16	1279	5.56	0-0-0	10.2	0	8.4
Teste 3	4-3-3	4209885	1.28	498	2.16	0-0-0	10.1	0	8.6
Semana 1 Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4368463	4.37	1930	6.83	0-0-0	10.0	0	8.4
Teste 2	2-3-6	4415110	6.68	2866	10.14	0-0-0	10.2	0	8.5
Teste 3	4-3-3	4460762	5.73	2303	8.15	0-0-0	10.0	0	8.5
nº variáveis				nº restrições					
31194				1163					

Tabela A.16: Resultados computacionais completos para a semana 1 - modelo 2.

Semana 1 Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	3994518	1.15	422	2.33	3-0-0	11.0	0	11.0
Teste 2	2-3-6	3942684	1.17	422	2.33	2-0-0	10.8	0	10.3
Teste 3	4-3-3	4141900	0.68	249	1.37	0-0-0	10.5	0	10.3
Semana 1 Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4141282	2.72	1086	4.72	1-0-0	10.5	0	10.3
Teste 2	2-3-6	4111130	3.16	1279	5.56	0-0-0	10.5	0	10.6
Teste 3	4-3-3	4209885	1.28	498	2.16	0-0-0	10.5	0	10.4
Semana 1 Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4368463	4.37	1930	6.83	0-0-0	10.4	0	10.3
Teste 2	2-3-6	4415110	6.68	2866	10.14	0-0-0	10.4	0	10.4
Teste 3	4-3-3	4460762	5.73	2303	8.15	0-0-0	10.4	0	10.3
nº variáveis				nº restrições					
2338				1806					

Tabela A.17: Resultados computacionais completos para a semana 2 - modelo 1.

Semana 2 Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4070720	0.99	383	2.13	3-0-0	12.8	0	8.8
Teste 2	2-3-6	4018936	1.00	383	2.13	2-0-0	10.5	0	8.5
Teste 3	4-3-3	4220432	0.43	188	1.05	0-0-0	10.7	0	8.6
Semana 2 Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4213211	2.86	1113	4.81	1-0-0	12.7	0	8.6
Teste 2	2-3-6	4182891	3.34	1316	5.69	0-0-0	10.4	0	8.5
Teste 3	4-3-3	4295951	1.34	571	2.47	0-0-0	10.7	0	8.6
Semana 2 Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4425400	3.53	1507	5.34	0-0-0	10.5	0	8.6
Teste 2	2-3-6	4470521	5.67	2416	8.57	0-0-0	10.5	0	8.7
Teste 3	4-3-3	4515239	4.72	1951	6.92	0-0-0	10.7	0	8.7
nº variáveis				nº restrições					
32505				1187					

Tabela A.18: Resultados computacionais completos para a semana 2 - modelo 2.

Semana 2 Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4070720	0.99	383	2.13	3-0-0	11.1	0	11.6
Teste 2	2-3-6	4018936	1.00	383	2.13	2-0-0	11.0	0	11.2
Teste 3	4-3-3	4220432	0.43	188	1.05	0-0-0	11.0	0	11.1
Semana 2 Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4213211	2.86	1113	4.81	1-0-0	11.1	0	11.0
Teste 2	2-3-6	4182891	3.34	1316	5.69	0-0-0	11.0	0	11.0
Teste 3	4-3-3	4295951	1.34	571	2.47	0-0-0	11.0	0	11.0
Semana 2 Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4425400	3.53	1507	5.34	0-0-0	11.0	0	11.1
Teste 2	2-3-6	4470521	5.67	2416	8.57	0-0-0	11.0	0	11.0
Teste 3	4-3-3	4515239	4.72	1951	6.92	0-0-0	11.0	0	11.0
nº variáveis				nº restrições					
2388				1844					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.19: Resultados computacionais completos para a semana 3 - modelo 1.

Semana 3 Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4038152	1.02	433	2.40	3-0-0	1.8	0	0.5
Teste 2	2-3-6	3984930	1.03	433	2.40	2-0-0	1.8	0	0.5
Teste 3	4-3-3	4184692	0.48	225	1.25	0-0-0	2.0	0	0.6
Semana 3 Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4177823	3.34	1456	6.27	1-0-0	1.8	0	0.5
Teste 2	2-3-6	4149139	3.46	1529	6.58	0-0-0	1.8	0	0.5
Teste 3	4-3-3	4262943	1.58	626	2.70	0-0-0	2.0	0	0.6
Semana 3 Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4391731	4.42	1958	6.91	0-0-0	1.8	0	0.5
Teste 2	2-3-6	4436879	6.69	2951	10.41	0-0-0	1.9	0	0.5
Teste 3	4-3-3	4486436	5.26	2065	7.29	0-0-0	2.0	0	0.5
nº variáveis				nº restrições					
32075				1179					

Tabela A.20: Resultados computacionais completos para a semana 3 - modelo 2.

Semana 3 Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4038152	1.02	433	2.40	3-0-0	10.7	0	10.6
Teste 2	2-3-6	3984930	1.03	433	2.40	2-0-0	11.0	0	10.6
Teste 3	4-3-3	4184692	0.48	225	1.25	0-0-0	11.0	0	10.6
Semana 3 Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4177823	3.34	1456	6.27	1-0-0	10.8	0	10.9
Teste 2	2-3-6	4149139	3.46	1529	6.58	0-0-0	10.7	0	10.9
Teste 3	4-3-3	4262943	1.58	626	2.70	0-0-0	11.2	0	10.6
Semana 3 Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4391731	4.42	1958	6.91	0-0-0	10.7	0	10.6
Teste 2	2-3-6	4436879	6.69	2951	10.41	0-0-0	10.7	0	10.6
Teste 3	4-3-3	4486436	5.26	2065	7.29	0-0-0	10.8	0	10.7
nº variáveis				nº restrições					
2370				1830					

Tabela A.21: Resultados computacionais completos para a semana 4 - modelo 1.

Semana 4 Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4131395	1.23	488	2.63	3-0-0	7.9	0	3.8
Teste 2	2-3-6	4081439	1.24	488	2.63	2-0-0	5.9	0	5.9
Teste 3	4-3-3	4307570	0.87	314	1.69	0-0-0	5.9	0	3.9
Semana 4 Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4305258	3.57	1503	6.24	0-0-0	5.7	0	3.8
Teste 2	2-3-6	4279664	3.99	1688	7.01	0-0-0	5.8	0	3.7
Teste 3	4-3-3	4410300	2.12	811	3.37	0-0-0	5.9	0	3.9
Semana 4 Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4514024	4.97	2245	7.72	0-0-0	5.8	0	3.8
Teste 2	2-3-6	4555498	7.33	3373	11.60	0-0-0	5.8	0	3.8
Teste 3	4-3-3	4631393	5.48	2304	7.93	0-0-0	5.9	0	3.9
nº variáveis				nº restrições					
33364				1196					

Tabela A.22: Resultados computacionais completos para a semana 4 - modelo 2.

Semana 4 Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4131395	1.23	488	2.63	3-0-0	11.5	0	11.3
Teste 2	2-3-6	4081439	1.24	488	2.63	2-0-0	11.5	0	11.3
Teste 3	4-3-3	4307570	0.87	314	1.69	0-0-0	11.4	0	11.3
Semana 4 Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4305258	3.57	1503	6.24	0-0-0	11.4	0	11.3
Teste 2	2-3-6	4279664	3.99	1688	7.01	0-0-0	11.3	0	11.6
Teste 3	4-3-3	4410300	2.12	811	3.37	0-0-0	11.3	0	11.3
Semana 4 Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	4514024	4.97	2245	7.72	0-0-0	11.3	0	11.3
Teste 2	2-3-6	4555498	7.33	3373	11.60	0-0-0	11.3	0	11.3
Teste 3	4-3-3	4631393	5.48	2304	7.93	0-0-0	11.2	0	11.7
nº variáveis				nº restrições					
2406				1854					

A. RESULTADOS COMPUTACIONAIS COMPLETOS

Tabela A.23: Resultados computacionais completos para o mês - modelo 1.

Mês Modelo 1	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	18237186	1.11	1976	2.42	3-0-0	85.3	0	27.5
Teste 2	2-3-6	18005552	1.12	1976	2.42	2-0-0	76.3	0	21.6
Teste 3	4-3-3	18935235	0.55	1001	1.23	0-0-0	104.3	0	46.2
Teste 1.2	3-7-3	18237186	1.11	1976	2.42	3-0-0	82.6	0	28.3
Teste 1.3	3-6-4	18133414	1.12	1976	2.42	3-0-0	80.3	0	26.8
Teste 2.2	2-4-6	18005552	1.12	1976	2.42	2-0-0	76.3	0	22.3
Teste 2.3	2-3-7	17984250	1.12	1976	2.42	2-0-0	75.4	0	19.2
Teste 3.1	5-3-3	18935235	0.55	1001	1.23	0-0-0	105.9	0	46.3
Teste 3.2	4-4-3	18443014	0.87	1510	1.85	0-0-0	94.5	0	42.0
Teste 3.3	4-3-4	18349422	0.87	1510	1.85	0-0-0	95.6	0	35.8
Teste 1.5	3-5-3	18237186	1.11	1976	2.42	3-0-0	89.5	0	27.7
Teste 1.6	3-6-2	18361754	1.10	1976	2.42	3-0-0	84.9	0	29.7
Teste 2.5	2-2-6	18014172	1.18	2078	2.55	2-0-0	77.3	0	24.1
Teste 2.6	2-3-5	18063186	1.12	1976	2.42	2-0-0	79.7	0	24.9
Teste 3.4	3-3-3	18935235	0.55	1001	1.23	0-0-0	103.8	0	42.1
Teste 3.5	4-2-3	19559673	0.29	511	0.63	0-0-0	111.8	0	43.9
Teste 3.6	4-3-2	19678167	0.31	578	0.71	0-0-0	109.3	0	43.2
Mês Modelo 1	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	18893880	3.18	5953	5.68	0-0-0	84.1	0	27.8
Teste 2	2-3-6	18763673	3.56	6704	6.40	0-0-0	79.8	0	24.2
Teste 3	4-3-3	19290402	1.60	2843	2.71	0-0-0	107.4	0	38.8
Teste 1.1	4-6-3	18893880	3.18	5953	5.68	0-0-0	87.5	0	26.6
Teste 1.2	3-7-3	18893880	3.18	5953	5.68	0-0-0	84.7	0	28.2
Teste 1.3	3-6-4	18829523	3.35	6233	5.95	0-0-0	80.6	0	27.3
Teste 2.1	3-3-6	18763673	3.56	6704	6.40	0-0-0	81.1	0	24.1
Teste 2.2	2-4-6	18762461	3.58	6759	6.45	0-0-0	78.9	0	22.4
Teste 2.3	2-3-7	18756905	3.61	6805	6.50	0-0-0	76.3	0	20.7
Teste 3.1	5-3-3	19290402	1.60	2843	2.71	0-0-0	108.1	0	40.2
Teste 3.2	4-4-3	18984460	2.36	4231	4.04	0-0-0	94.6	0	36.5
Teste 3.3	4-3-4	18922189	2.41	4295	4.10	0-0-0	97.0	0	34.6
Teste 1.4	2-6-3	18893880	3.18	5953	5.68	0-0-0	86.7	0	28.9
Teste 1.5	3-5-3	18895320	3.14	5883	5.62	0-0-0	86.9	0	28.0
Teste 1.6	3-6-2	18980152	3.04	5731	5.47	0-0-0	81.3	0	29.2
Teste 2.4	1-3-6	18764329	3.62	6791	6.48	0-0-0	84.2	0	24.0
Teste 2.5	2-2-6	18773107	3.39	6399	6.11	0-0-0	94.2	0	31.7
Teste 2.6	2-3-5	18790681	3.37	6333	6.05	0-0-0	83.4	0	27.6
Teste 3.4	3-3-3	19290402	1.60	2843	2.71	0-0-0	106.4	0	38.3
Teste 3.5	4-2-3	19797089	1.00	1680	1.60	0-0-0	114.8	0	42.9
Teste 3.6	4-3-2	19873925	0.87	1435	1.37	0-0-0	114.4	0	42.3
Mês Modelo 1	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	19835068	4.15	8268	6.48	0-0-0	79.6	0	24.1
Teste 2	2-3-6	20029388	6.38	12755	10.00	0-0-0	83.1	0	29.2
Teste 3	4-3-3	20280200	5.09	9376	7.35	0-0-0	101.1	0	37.3
Teste 1.1	4-6-3	19835068	4.15	8268	6.48	0-0-0	82.4	0	22.4
Teste 1.2	3-7-3	19832868	4.12	8187	6.42	0-0-0	75.5	0	20.6
Teste 1.3	3-6-4	19833718	4.21	8540	6.69	0-0-0	79.6	0	22.9
Teste 2.1	3-3-6	20025344	6.28	12611	9.88	0-0-0	83.3	0	24.5
Teste 2.2	2-4-6	19923536	5.43	10734	8.41	0-0-0	83.3	0	27.9
Teste 2.3	2-3-7	20029388	6.38	12755	10.00	0-0-0	86.5	0	29.0
Teste 3.1	5-3-3	20280200	5.09	9376	7.35	0-0-0	103.4	0	35.7
Teste 3.2	4-4-3	19969690	4.86	8910	6.98	0-0-0	92.1	0	32.9
Teste 3.3	4-3-4	20069061	5.88	11227	8.80	0-0-0	93.9	0	30.6
Teste 1.4	2-6-3	19837564	4.23	8376	6.56	0-0-0	84.2	0	22.1
Teste 1.5	3-5-3	19858983	4.49	8783	6.88	0-0-0	84.7	0	26.1
Teste 1.6	3-6-2	19841438	4.01	7804	6.12	0-0-0	84.9	0	26.5
Teste 2.4	1-3-6	20086485	7.45	14574	11.42	0-0-0	90.2	0	31.6
Teste 2.5	2-2-6	20188973	7.65	15397	12.07	0-0-0	82.3	0	29.5
Teste 2.6	2-3-5	20029526	6.38	12728	9.97	0-0-0	81.4	0	28.9
Teste 3.4	3-3-3	20280564	5.09	9374	7.35	0-0-0	106.0	0	37.3
Teste 3.5	4-2-3	20817060	5.20	9967	7.81	0-0-0	117.4	0	41.0
Teste 3.6	4-3-2	20692746	4.05	7424	5.82	0-0-0	110.2	0	41.0

Tabela A.24: Resultados computacionais completos para o mês - modelo 2.

Mês Modelo 2	composição do teste	procura baixa							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	18237186	1.11	1976	2.42	3-0-0	195.2	0	178.1
Teste 2	2-3-6	18005552	1.12	1976	2.42	2-0-0	261.7	0	175.1
Teste 3	4-3-3	18935235	0.55	1001	1.23	0-0-0	205.8	0	187.1
Mês Modelo 2	composição do teste	procura media							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	18893880	3.18	5953	5.68	0-0-0	224.1	0	195.1
Teste 2	2-3-6	18763673	3.56	6704	6.40	0-0-0	191.5	0	185.9
Teste 3	4-3-3	19290402	1.60	2843	2.71	0-0-0	194.7	0	187.3
Mês Modelo 2	composição do teste	procura alta							
		custo		spill		Frota que ficou por usar:	CPU (s)	relaxação linear	
		total	% do custo de spill	total	% de toda a procura			gap	CPU (s)
Teste 1	3-6-3	19835068	4.15	8268	6.48	0-0-0	193.6	0	210.3
Teste 2	2-3-6	20029388	6.38	12755	10.00	0-0-0	240.7	0	204.5
Teste 3	4-3-3	20280200	5.09	9376	7.35	0-0-0	195.3	0	212.0
nº variáveis				nº restrições					
10661				8057					

B. RESULTADOS REFERENTES À VARIAÇÃO DO VALOR ASSOCIADO À PENALIZAÇÃO

B Resultados referentes à variação do valor associado à penalização

Tabela B.25: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias diárias com penalizações a 150%.

Cenários			Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7	Média
Procura	Composição									
baixa	1	Custo total	636978	530434	575103	581585	580476	451525	530450	555222
		Custo <i>spill</i> %	1.41	2.55	1.53	1.20	1.67	3.08	2.28	1.96
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	2	Custo total	626722	524580	567305	573957	573080	444599	524474	547817
		Custo <i>spill</i> %	1.43	2.57	1.55	1.22	1.70	3.13	2.31	1.99
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	3	Custo total	665488	543006	599808	606369	604940	454688	542210	573787
		Custo <i>spill</i> %	0.18	1.88	0.00	0.56	0.69	2.02	0.57	0.84
		<i>Spill</i> %	0.47	2.52	0.00	0.71	1.05	2.69	0.79	1.17
média	1	Custo total	657825	563273	591286	603043	606202	468551	551957	577448
		Custo <i>spill</i> %	0.59	1.52	1.37	0.31	0.04	4.39	0.36	1.22
		<i>Spill</i> %	0.63	2.57	2.90	0.22	0.11	4.82	0.42	1.67
	2	Custo total	653196	560093	585995	599248	602962	464262	551145	573843
		Custo <i>spill</i> %	1.38	1.90	1.49	0.84	0.98	5.53	0.36	1.78
		<i>Spill</i> %	1.59	3.06	3.09	1.00	1.54	6.10	0.42	2.40
	3	Custo total	671937	570329	601511	618046	613258	468576	551957	585088
		Custo <i>spill</i> %	0.57	1.50	0.28	0.46	0.04	4.67	0.36	1.13
		<i>Spill</i> %	0.63	2.57	0.28	0.44	0.11	4.86	0.42	1.33
alta	1	Custo total	699817	610858	624066	634555	640926	502454	595492	615453
		Custo <i>spill</i> %	5.16	6.90	5.16	4.03	3.86	9.07	6.26	5.77
		<i>Spill</i> %	4.92	6.39	6.57	3.70	4.42	8.23	5.03	5.61
	2	Custo total	719632	620237	638015	652390	657959	508207	606061	628929
		Custo <i>spill</i> %	9.28	9.31	8.53	8.09	8.06	11.00	7.21	8.78
		<i>Spill</i> %	9.09	8.51	10.07	9.25	7.77	11.61	6.68	9.00
	3	Custo total	724794	621765	646359	661328	661453	508207	606061	632852
		Custo <i>spill</i> %	7.53	8.11	6.62	6.37	7.18	11.00	7.21	7.72
		<i>Spill</i> %	7.20	7.62	6.22	6.98	7.03	11.61	6.68	7.62

Tabela B.26: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias semanais e mensal com penalizações a 150%.

Cenários			Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Mês 1
Procura	Composição						
baixa	1	Custo total	4017503	4090860	4058760	4156701.5	18338318
		Custo <i>spill</i> %	1.72	1.48	1.52	1.83	1.65
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.40	2.63	2.42
	2	Custo total	3965669	4039076	4005538	4106745.5	18106684
		Custo <i>spill</i> %	1.74	1.50	1.54	1.85	1.68
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.40	2.63	2.42
	3	Custo total	4152569	4229199	4194195	4322942	18982389.5
		Custo <i>spill</i> %	0.71	0.61	0.64	1.02	0.70
		<i>Spill</i> %	0.98	0.92	1.08	1.32	1.04
média	1	Custo total	4175677.5	4245150	4219964.5	4350371	19067295
		Custo <i>spill</i> %	1.32	1.18	1.83	2.31	1.71
		<i>Spill</i> %	1.89	1.40	2.57	2.93	2.21
	2	Custo total	4151578.5	4222239.5	4197298.5	4334488	18971798
		Custo <i>spill</i> %	1.75	1.75	2.21	3.12	2.30
		<i>Spill</i> %	2.49	2.15	3.08	3.85	2.95
	3	Custo total	4230833.5	4307624.5	4282550.5	4442962	19383543
		Custo <i>spill</i> %	1.01	0.54	1.06	1.96	1.11
		<i>Spill</i> %	1.21	0.67	1.02	1.95	1.16
alta	1	Custo total	4459055.5	4500988	4483443.5	4618232	20224046
		Custo <i>spill</i> %	5.67	4.97	6.05	6.44	5.56
		<i>Spill</i> %	5.38	4.78	6.42	6.39	5.58
	2	Custo total	4557427	4593489	4580823.5	4712390	20643919.5
		Custo <i>spill</i> %	8.75	7.84	9.41	9.59	8.56
		<i>Spill</i> %	8.71	8.11	9.91	10.27	8.87
	3	Custo total	4584286.5	4620379.5	4601989	4752498	20783717.5
		Custo <i>spill</i> %	7.64	6.78	7.49	7.29	7.13
		<i>Spill</i> %	7.32	6.83	7.11	7.07	6.96

Tabela B.27: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias diárias com penalizações a 200%.

Cenários			Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7	Média
Procura	Composição									
baixa	1	Custo total	639970	534934	578028	583910	583716	456160	534480	558743
		Custo <i>spill</i> %	1.87	3.36	2.02	1.59	2.22	4.06	3.02	2.59
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	2	Custo total	629714	529080	570230	576282	576320	449234	528504	551338
		Custo <i>spill</i> %	1.90	3.40	2.05	1.61	2.25	4.13	3.05	2.63
		<i>Spill</i> %	1.84	3.38	2.95	1.33	2.51	3.63	2.47	2.59
	3	Custo total	665878	546406	599808	607494	606340	457748	543240	575273
		Custo <i>spill</i> %	0.23	2.49	0.00	0.74	0.92	2.67	0.76	1.12
		<i>Spill</i> %	0.47	2.52	0.00	0.71	1.05	2.69	0.79	1.17
média	1	Custo total	658732	565612	593978	603668	606282	475406	552622	579471
		Custo <i>spill</i> %	0.54	0.39	1.81	0.41	0.05	5.77	0.48	1.35
		<i>Spill</i> %	0.41	0.21	2.90	0.22	0.11	4.82	0.42	1.30
	2	Custo total	655228	563122	588896	600924	604474	472724	551810	576740
		Custo <i>spill</i> %	0.96	0.88	1.97	1.12	0.93	7.09	0.48	1.92
		<i>Spill</i> %	0.82	0.70	3.09	1.00	1.28	5.94	0.42	1.89
	3	Custo total	673224	572668	602078	618986	613338	475876	552622	586970
		Custo <i>spill</i> %	0.76	0.38	0.38	0.61	0.05	6.14	0.48	1.26
		<i>Spill</i> %	0.63	0.21	0.28	0.44	0.11	4.86	0.42	0.99
alta	1	Custo total	711432	624710	632538	643070	648938	517644	607912	626606
		Custo <i>spill</i> %	6.50	8.83	4.80	5.30	4.92	11.74	8.17	7.18
		<i>Spill</i> %	4.49	5.77	3.32	3.70	3.80	8.23	5.03	4.91
	2	Custo total	741050	638392	652816	669980	675634	526842	620636	646479
		Custo <i>spill</i> %	10.48	10.38	7.81	10.50	10.46	14.15	9.39	10.45
		<i>Spill</i> %	7.74	7.00	5.70	9.25	7.77	11.61	6.68	7.96
	3	Custo total	742582	638392	660390	675368	675436	526842	620332	648477
		Custo <i>spill</i> %	9.55	10.38	7.41	8.32	7.74	14.15	7.92	9.35
		<i>Spill</i> %	6.77	7.00	5.10	6.98	6.36	11.61	5.77	7.09

B. RESULTADOS REFERENTES À VARIAÇÃO DO VALOR ASSOCIADO À PENALIZAÇÃO

Tabela B.28: Custo, percentagem de custo referente ao *spill*, e percentagem de *spill* para instâncias semanais e mensal com penalizações a 200%.

Cenários			Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Mês 1
Procura	Composição						
baixa	1	Custo total	4040488	4111000	4078468	4182008	18438550
		Custo <i>spill</i> %	2.28	1.96	1.76	2.42	2.14
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.17	2.63	2.37
	2	Custo total	3988654	4059216	4025246	4132052	18206916
		Custo <i>spill</i> %	2.31	1.98	1.79	2.45	2.16
		<i>Spill</i> %	2.33	2.13	2.17	2.63	2.37
	3	Custo total	4162464	4237204	4202368	4337086	19024658
		Custo <i>spill</i> %	0.95	0.68	0.75	1.25	0.81
		<i>Spill</i> %	0.98	0.74	0.85	1.20	0.87
média	1	Custo total	4192630	4253546	4241844	4381706	19155272
		Custo <i>spill</i> %	1.27	0.33	1.84	2.44	1.48
		<i>Spill</i> %	1.17	0.29	1.82	2.25	1.42
	2	Custo total	4173496	4237522	4224686	4376790	19092208
		Custo <i>spill</i> %	1.75	1.06	2.55	3.43	2.21
		<i>Spill</i> %	1.71	1.07	2.70	3.04	2.15
	3	Custo total	4244460	4314208	4297144	4470798	19452216
		Custo <i>spill</i> %	1.08	0.54	1.33	2.15	1.32
		<i>Spill</i> %	0.83	0.47	0.93	1.39	0.97
alta	1	Custo total	4540628	4573086	4566080	4712842	20579586
		Custo <i>spill</i> %	7.10	6.05	6.91	7.92	6.72
		<i>Spill</i> %	4.74	4.13	4.84	5.79	4.73
	2	Custo total	4684690	4708552	4708038	4855508	21200276
		Custo <i>spill</i> %	10.44	9.31	9.40	11.44	9.88
		<i>Spill</i> %	7.73	7.19	7.41	9.32	7.74
	3	Custo total	4698432	4723806	4711680	4864716	21257924
		Custo <i>spill</i> %	9.26	8.17	8.45	8.88	8.37
		<i>Spill</i> %	6.93	6.31	6.45	6.65	6.42