

PROMOVENDO O ESTABLECIMENTO DE CONEXÕES DURANTE A DISCUSSÃO COLETIVA COM ALUNOS DO 3.º ANO

Isabel Velez

Unidade de Investigação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

velez@campus.ul.pt

Lurdes Serrazina

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa

lurdess@eselx.ipl.pt

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

jpponte@ie.ul.pt

Resumo

Neste artigo, analisamos as ações de duas professoras do 3.º ano, Sandra e Sónia, com o objetivo de compreender como promovem nos seus alunos o estabelecimento de conexões entre diferentes representações matemáticas. Focamos a análise dos dados no momento de discussão coletiva, pois este é um momento privilegiado para evidenciar as conexões efetuadas entre as diversas representações. Os dados foram recolhidos através da observação participante apoiada pela gravação vídeo da aula e das produções escritas dos alunos e a sua análise foi realizada através de análise de conteúdo. De forma geral, as professoras dão primazia ao estabelecimento de conexões entre representações de forma a converter as representações icónicas em representações simbólicas.

Palavras-chave: Representações; Conexões; 1.º ciclo; ações do professor.

Introdução

As representações matemáticas desempenham um papel importante na Matemática. Procurando concretizar a definição de representação, o NCTM (2007) refere que “representação” respeita ao processo de representar e, ao mesmo tempo, ao produto resultante desse processo. Para compreender as representações matemáticas e conseguir relacioná-las, é importante estabelecer, progressivamente, conexões entre elas. Nesse processo, de acordo com o NCTM (2007), os alunos devem contactar gradualmente com diversas representações convencionais, utilizando representações matemáticas cada vez mais complexas com o decorrer da escolaridade. Na prática, no 1.º ciclo, os alunos utilizam representações que incluem os próprios dedos, materiais manipuláveis, diagramas bem como novos símbolos matemáticos. Para Stylianou (2010), as representações utilizadas pelos professores nos momentos de discussão podem promover a reflexão e também o surgimento de novas representações nos alunos. A autora indica que a apresentação de representações próprias pelos alunos enriquece a discussão, tendo o professor um papel fundamental no tipo de orientação e questionamento dos alunos. O

objetivo desta comunicação é compreender como duas professoras promovem nos seus alunos o estabelecimento de conexões entre diferentes representações matemáticas.

Representações

Goldin (2008) define uma representação como “uma configuração que representa algo, de alguma forma”. Cada representação matemática está integrada num sistema representacional próprio, com regras, significados e normas aceites por um certo grupo social. Apenas através deste enquadramento é possível existir comunicação matemática, com a utilização de representações aceites por esse grupo. Para Goldin (2008), a compreensão da complexidade dos sistemas representacionais torna-se progressivamente mais difícil, na medida em que, com uma representação, podemos sempre estabelecer conexões com outras representações e com nuances de significado. Assim, o desenvolvimento dos sistemas representacionais de cada pessoa ocorre lentamente, sendo essencial comparar e estabelecer conexões entre uma nova representação e representações que já conhecemos. Só desta forma é possível compreender o significado da nova representação, para depois conseguir utilizá-la de forma adequada. Assim, é muito importante o estabelecimento de conexões entre as diversas representações. De acordo com Goldin (2008) e Goldin e Shteingold (2001) apesar de conhecermos uma representação, num determinado contexto, podemos sentir dificuldade em compreender o significado que lhe está associado noutra contexto. Goldin e Shteingold (2001) referem ainda que alunos que aparentemente aplicam com sucesso regras e definições matemáticas, podem estar apenas a reproduzi-las de memória sem compreenderem ou interpretarem o que representam.

Com o intuito de promover o estabelecimento de conexões entre diferentes representações, Thomas, Mulligan e Goldin (2002) recomendam que as tarefas a propor aos alunos: (i) lhes proporcionem a familiarização e o recurso a diferentes representações matemáticas; (ii) os consciencializem no que diz respeito à transformação de representações matemáticas, encorajando a sua discussão; e (iii) os tornem conscientes da natureza e do valor das representações matemáticas, em conjunto com as ideias de critério e de escolha da representação adequada. Por sua vez, Bishop e Goffree (1986) sugerem que os alunos criem e usem representações próprias e que os professores utilizem uma “linguagem mais comum”, enquanto recorrem a representações que os alunos já dominam, o que permite o estabelecimento de conexões entre representações, respeitando o ritmo dos alunos. Nesta comunicação, a partir dos autores referidos, consideramos cinco tipos de representações: (i) ativas (manipulação de objetos ou movimentos); (ii) pictóricas (desenhos próximos da realidade); (iii) icónicas (desenhos abstratos e esquemas); (iv) verbais (palavras); e (v) simbólicas (notação matemática).

Prática letiva dos professores

As práticas dos professores são caracterizadas por Saxe (1999) como atividades do seu quotidiano profissional, realizadas frequentemente. Schoenfeld (2000) dá especial atenção ao modo como os professores tomam decisões, as prioridades que definem, os planos de ação que formulam e atende também ao modo como estes planos são ou não concretizados em sequências de ação.

Ponte, Nunes e Quaresma (2012) identificam quatro momentos durante a realização de uma tarefa: (i) apresentação, de curta duração, tem como objetivo promover a compreensão da tarefa pelos alunos, (ii) trabalho autónomo dos alunos em que o professor acompanha os alunos pela sala respondendo às perguntas dos alunos (iii) a discussão coletiva com toda a turma, em que os alunos apresentam os seus resultados, seguido do (iv) momento de síntese e sistematização. Assim, torna-se importante a análise das ações

dos professores durante a sua prática. Pelo seu lado, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013) identificam quatro ações do professor durante a discussão coletiva da resolução de uma tarefa: (i) convidar; (ii) desafiar; (iii) apoiar ou guiar; e (iv) informar ou sugerir.

Tendo por base estes autores, definimos um quadro de análise onde relacionamos as ações dos professores com a atividade dos alunos, no que diz respeito ao trabalho com representações matemáticas na sala de aula (Tabela 1). Para a elaboração desta tabela, assumindo a influência mútua entre as ações do professor e a atividade dos alunos, enumerámos diferentes categorias, a partir das quais é possível analisar o comportamento de professores e alunos em sala de aula. Assim, na atividade dos alunos identificámos, quatro categorias: (i) produzir/escolher, em que os alunos determinam a representação que utilizarão na realização da tarefa; (ii) usar, em que os alunos utilizam e interpretam a representação que escolheram; (iii) transformar, em que os alunos estabelecem conexões entre a representação escolhida e outras representações adequadas para a realização da tarefa, o que possibilita a compreensão de outras representações, bem como de eventuais tratamentos e conversões; e (iv) refletir, em que os alunos sistematizam a informação mais relevante relativa à representação utilizada e à sua adequação na realização da tarefa. No que diz respeito às ações dos professores, de forma geral, nesta tabela podemos agrupar as diferentes categorias em três tipos: (i) desafiar ou pedir para interpretar, através das quais os professores possibilitam que os alunos ultrapassem as expectativas do professor; (ii) conduzir ou dar sugestões, em que os professores têm como objetivos orientar os alunos para uma atividade específica; e (iii) informar ou invalidar, em que através de indicações precisas, os professores condicionam a atividade dos alunos.

Tabela 1 – Ações dos professores relacionadas com a atividade dos alunos relativa a representações

Atividade dos alunos (relacionada com representações)	Ações do professor
Produzir/Escolher	Privilegiar a escolha livre de representações Desafiar para a escolha de representações diferentes das conhecidas Dar sugestões sobre representações adequadas Sugerir explicitamente ou dar exemplos
Usar	Desafiar para a utilização de uma representação Pedir para explicar ou interpretar uma representação Dar sugestões para salientar a utilização ou interpretação de uma representação Informar os alunos sobre a interpretação e utilização de uma representação (In)validar a representação escolhida pelos alunos
Transformar	Desafiar para o estabelecimento de tratamentos, conversões e conexões Conduzir ao estabelecimento de conexões

	Conduzir à identificação de tratamentos e conversões possíveis
	Informar sobre tratamentos e conversões
Refletir	Desafiar para a sistematização e avaliação das representações utilizadas
	Conduzir à sistematização de informação relevante e à avaliação do trabalho realizado
	Informar sobre aspetos relevantes e sobre a adequação das representações utilizadas

Tipos de ações e de questionamento dos professores

As características de cada professor são determinantes na forma como comunicam com os seus alunos, no modo como os questionam e na definição dos objetivos que definem para as ações que tomam. Assim, é importante compreender como se caracterizam as ações e o questionamento dos professores. Ponte e Serrazina (2000) referem que cabe ao professor gerir a participação dos alunos, pedindo-lhes que justifiquem e clarifiquem as suas ideias, sempre que o considerar necessário. Mason (2000) refere que as questões colocadas pelos professores são instrumentos pedagógicos que envolvem os alunos e avaliam a sua compreensão de ideias e técnicas. Assim, refere três objetivos no questionamento dos professores: (i) focalizar, em que o professor questiona os alunos focando-os num determinado aspeto; (ii) testar, em que o professor afere a compreensão dos alunos, o modo como articulam ideias e como estabelecem conexões e (iii) inquirir, em que o professor procura compreender o pensamento dos seus alunos e quais os aspetos que valorizam e desvalorizam. Para Mason (2000), este último objetivo é bastante difícil de atingir, principalmente quando se sabe previamente a resposta. Da mesma forma, Ponte e Serrazina (2000) enumeram três tipos de perguntas: (i) focalização, em que o professor orienta os alunos na realização da tarefa, (ii) confirmação, em que o professor procurar certificar-se de que os alunos sabem a resposta correta e (iii) inquirição, em que o professor procura compreender o processo de resolução da tarefa. Blosser (1975) refere que quando os professores conhecem o tipo de perguntas que podem fazer, conseguem desenvolver um questionamento mais diversificado. Nesse sentido, a autora identifica quatro categorias de perguntas: (i) gerenciais, com o intuito de orientar os alunos; (ii) retóricas, usadas para enfatizar uma ideia ou afirmação; (iii) fechadas, com um número limitado de respostas, sendo utilizadas para dar ao professor um feedback concreto sobre o conhecimento do aluno (iv) abertas, com um número abrangente de respostas possíveis, podendo ser usadas como promotoras na discussão coletiva e na formulação de hipóteses. Tendo em conta a importância que o questionamento dos professores tem durante a exploração de uma tarefa e a partir dos autores referidos, elaborámos uma tabela de análise relativa ao questionamento dos professores (Tabela 2).

Tabela 2 – Tipos de questionamento do professor.

Tipos de questionamento	Tipos de perguntas	Exemplos
Focalização	Perguntas retóricas	Já vimos que temos o par AB, certo?
	Perguntas processuais	Podem abrir na página...?
	Perguntas orientadoras	Então e se somasses?

Confirmação	Perguntas fechadas	Com quantos ficamos se juntarmos 10?
	Perguntas abertas	Podemos resolver a tarefa de outra forma?
Inquirição	Perguntas abertas	Concordas com a resposta do colega? Porquê?

Nesta tabela, consideramos três tipos de questionamento dos professores, aos quais correspondem diferentes tipos de perguntas. Em primeiro lugar, o questionamento por focalização é utilizado com o intuito de ajudar o aluno a focar-se num determinado aspeto. Neste tipo de questionamento existem três tipos de perguntas: (i) retóricas, utilizadas para enfatizar uma ideia sem que se espere resposta por parte dos alunos; (ii) processuais, utilizadas com o intuito de dar instruções sobre um processo; e (iii) orientadoras, utilizadas para orientar os alunos de acordo com os objetivos e intenções do professor. Em segundo lugar, o questionamento por confirmação é utilizado pelo professor de forma a obter uma resposta do aluno e neste tipo de questionamento podem existir dois tipos de perguntas: (i) fechadas, em que só existe uma resposta possível; e (ii) abertas em que existem várias respostas possíveis. Por último, no questionamento por inquirição, os professores procuram conhecer os processos utilizados ou quando pretendem que os alunos encontrem processos alternativos. A este tipo de questionamento correspondem apenas as perguntas abertas, na medida em que existem muitas respostas possíveis e o professor desconhece a resposta que o aluno dará.

Metodologia de investigação

Este estudo usa uma abordagem qualitativa e interpretativa, tendo por base parte da investigação da primeira autora desta comunicação, realizada no âmbito da tese de doutoramento. Esta investigação foi realizada com quatro jovens professores do 3.º ano do 1.º ciclo do ensino básico de uma escola localizada no distrito de Lisboa. Sónia e Sandra faziam parte desta equipa de quatro professores, com quem trabalhavam regularmente. Os professores indicaram inicialmente que nas diferentes turmas era habitual a realização de tarefas no âmbito da resolução de problemas, mas consideraram que seria benéfico fazê-lo com maior regularidade, tendo em conta as necessidades e dificuldades que identificaram nos seus alunos (relacionadas com a noção de número e com as estratégias na resolução de problemas). Nesta comunicação analisamos apenas a interação entre cada uma das professoras e os seus alunos durante o momento de discussão coletiva da tarefa: “Numa peça de teatro, o João, o Pedro e o Ulisses queriam ser o rei. A Ana, a Inês e a Estrela disputaram o papel de rainha. Quantos pares de rei e rainha poderão ser formados?” Os dados foram recolhidos através da observação participante da primeira autora apoiada pela gravação áudio e vídeo, que foi posteriormente transcrita. Foram também recolhidas as produções escritas dos alunos. Para a análise, recorreu-se à análise de conteúdo, havendo um maior enfoque nas ações das professoras (Tabela 1) e no tipo de questionamento a que recorreram (Tabela 2) de forma a promoverem o estabelecimento de conexões nos seus alunos. De forma a preservar a identidade da professora e dos alunos, todos os nomes utilizados são fictícios.

Discussão coletiva da tarefa – Turma de Sónia

Durante a exploração da tarefa, Sónia procurou promover nos seus alunos a escolha livre de representações, enquanto observava e discutia individualmente o seu trabalho. No início da discussão coletiva, Sónia pede a Luís que apresente a sua resposta (Figura 1).

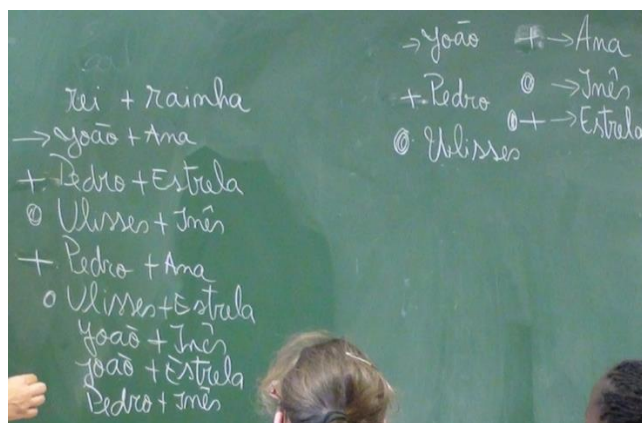


Figura 1 – Representação icónica utilizada por Sónia (esquema com representações icónicas e verbais).

Sónia: . . . Luís. . . Quantos pares descobriste?

Luís: Seis!

Sónia: Seis... Quem é que descobriu mais pares? (alunos levantam o dedo no ar). Primeiro: Luís ... Quais são os teus pares?

Luís: João e Ana... (indica os pares encontrados e Sónia regista-os no quadro) . . .

Alunos: Professora eu sei mais! Professora eu sei mais!!

Luís: Não?! Aaa... Já! . . .

Sónia: . . . Vamos olhar para o primeiro rei... Temos o João (assinala o João no quadro com uma seta) com a Ana (assinala a Ana no quadro com uma seta)... E... Voltaste a fazer o par do João com a Inês... (assinala a Inês no quadro com uma seta) . . . Então e o João não pode fazer par com mais ninguém?!?

Luís e restantes alunos: Pode!!

Luís: ... Com a Estrela...

Alunos: A Estrela!!

Sónia: Porque é que tu não consideraste o João com a Estrela? Porque é que não fizeste esse par?

Luís: Professora não me lembrei...

Sónia: Não te lembraste? Mas agora... Parece-te bem que o João faça par com a Estrela?

Luís: Sim...

Sónia: Então vou acrescentar? (aluno acena positivamente com a cabeça). Então temos aqui sete!

Sónia dá sugestões a Luís de forma a salientar a interpretação da representação utilizada pelo aluno, questionando-o através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantos pares descobriste?”, “Então e o João não pode fazer par com mais ninguém?!?”). Paralelamente, regista através de representações verbais os pares identificados pelo aluno e inclui representações icónicas próprias (setas, cruces e bolinhas) para explicitar os pares.

Quando Luís reconhece que a sua resposta está incompleta, identificando um par em falta, Sónia pede-lhe para interpretar a representação que utilizou e questiona-o através de uma pergunta de inquirição (“Porque é que tu não consideraste o João com a Estrela?”), mas Luís não consegue explicar. Sónia prossegue:

Sónia: . . . Então vamos continuar a olhar para os teus exemplos... . . .
Vamos ao Pedro... E ele fez par com a Estrela (assinala Pedro e Estrela com uma cruz)... E a seguir fez par com a Ana (assinala Pedro e Ana com uma cruz)... E o Pedro não pode fazer par com a Inês?

Luís: Pode!

Sónia: Também te voltaste a esquecer? Foi? (aluno assente com a cabeça)
Então vou acrescentar o Pedro e a Inês! Então agora temos o Ulisses com a Inês e o Ulisses com a Estrela... E olha... Eu volto a perguntar...
Afinal... O Ulisses pode fazer par com mais alguma menina? Ele já fez com a Inês e com a Estrela...

Luís (pensativo): Ah! Pode fazer com a Ana!

Sónia: Pode fazer par com a Ana... Muito bem! Então, vamos aqui acrescentar o Ulisses mais a Ana! E há mais alguma possibilidade Luís?
O Ulisses pode fazer par com mais alguém?

Luís: Não!

Sónia: . . . Quantos pares é que nós conseguimos? (conta os pares que registou no quadro, em voz alta com os alunos) Nove! Então... Poderão ser formados... Quantos pares?

Alunos: Nove pares!

Sónia, procura promover a sistematização e compreensão da solução encontrada e alterna as suas ações entre dar sugestões para salientar a interpretação ou utilização da representação, informar sobre a informação mais relevante e informar sobre a utilização da representação. Simultaneamente, recorre a perguntas de focalização retóricas (“Também te voltaste a esquecer? Foi?”) e de confirmação fechada (“O Ulisses pode fazer par com mais alguma menina?”), parecendo conseguir que a turma compreenda que existem apenas nove pares. Sónia parece ficar insatisfeita com as representações icónicas encontradas pelos alunos (muito semelhantes com a representação de Luís) e procura estabelecer conexões com representações simbólicas às quais a sua turma não recorreu. Assim, propõe a discussão coletiva da segunda alínea da tarefa (“Durante os ensaios, a Inês desistiu de ser rainha. Quantos pares rei/rainha ainda poderão ser formados?”), tendo em conta que anteriormente, alguns alunos concluíram rapidamente a resolução da tarefa e exploraram esta segunda alínea. Laura é uma dessas alunas e explica como resolveu a alínea (Figura 2):

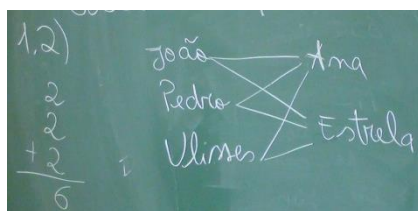


Figura 2 – Representação icónica (esquema com representações simbólicas) e representação simbólica utilizadas por Sónia.

Sónia (para Laura): . . . Quantos pares agora é que eu vou poder formar?

Laura: Seis...

Sónia: Porque é que são seis?

Laura: Porque o João pode ser com a Ana e com a Estrela...

Sónia: Tens duas hipóteses para o João, não é?

Laura: Sim...

Sónia: Então o João pode fazer par com a Ana e com a Estrela... Sim?

Laura: O Pedro pode fazer com a Ana e com a Estrela... . . . E o Ulisses pode fazer com a Ana e com a Estrela... Que dá seis!

Sónia: O que a Laura me está a dizer... É que... o João pode fazer par com a Ana ou com a Estrela (Une com um traço João e Ana e João e Estrela)... Têm duas possibilidades para o João (escreve o algarismo 2 ao lado da representação icónica – Figura 2) ... O Pedro pode fazer par com a Ana ou com a Estrela (completa o esquema unindo com traços Pedro e Ana e Pedro e Estrela)... Também duas possibilidades para o Pedro (escreve o algarismo 2 por baixo do primeiro) e tenho o Ulisses com a Ana e o Ulisses com a Estrela (termina o esquema). Tenho mais duas possibilidades (Escreve o algarismo 2 por baixo dos anteriores)! Então ao todo são... Seis (transforma a lista de algarismos “2” na representação simbólica da adição)!

Sónia pede a Laura para interpretar a representação que utilizou questionando-a através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos pares agora é que eu vou poder formar?”) e de confirmação aberta (“Porque é que são seis?”). Apesar da aluna responder com facilidade às questões que coloca, a professora opta por informar a turma sobre a utilização da representação da aluna, questionando-a através de perguntas focalização retórica (“Tens duas hipóteses para o João, não é?”). Sónia transforma também a representação verbal da aluna numa representação icónica, para depois promover o estabelecimento de conexões e a conversão desta representação na representação simbólica da adição. Sónia prossegue (Figura 3):

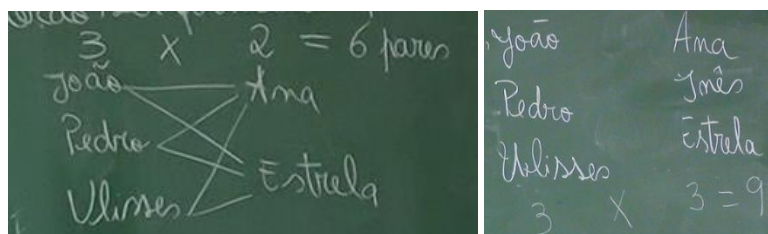


Figura 3 - Representações utilizadas por Sónia.

Sónia: . . . Lembram-se no primeiro exercício quantos meninos é que nós tínhamos? (ao mesmo tempo que os alunos)... Três...!! E quantas meninas tínhamos...? (ao mesmo tempo que os alunos) Três!!! Então se temos três meninos e três meninas (escreve o algarismo 3 por baixo do nome das meninas e outro algarismo 3 por baixo do nome dos meninos). Eu tenho... (escreve o sinal \times entre os dois algarismos 3)...

Alunos: Nove!

Sónia: Nove hipóteses! Temos três meninos a combinar com três meninas! É ou não é? . . . Então três vezes três... Eu tenho... Nove pares! Vamos ver o que aconteceu aqui na situação de quando a Inês desistiu de ser rainha... Com quantos meninos é que eu fiquei? (ao mesmo tempo que os alunos) Três!! Cada menino... Conseguia formar quantos pares? (ao mesmo tempo que os alunos) Dois!!!

Aluno: Fica três vezes dois!

Sónia informa os alunos sobre a conversão da representação icónica na representação simbólica da multiplicação, através de perguntas de focalização retóricas (“E quantas meninas tínhamos...? Três!!!”). Paralelamente, conduz os alunos ao estabelecimento de conexões entre as representações registadas no quadro

Discussão coletiva da tarefa – Sandra

À semelhança de Sónia, Sandra procurou também promover nos seus alunos a escolha livre de representações, enquanto observava e discutia individualmente o seu trabalho. Perante uma grande variedade de representações, inicia a discussão coletiva da tarefa pedindo a três alunos que apresentem as soluções corretas que encontraram. O primeiro a apresentar é Jonas, um aluno tímido e inseguro, que apresenta dificuldades em comunicar com a turma. O aluno reproduz a solução encontrada no quadro (Figura 4):

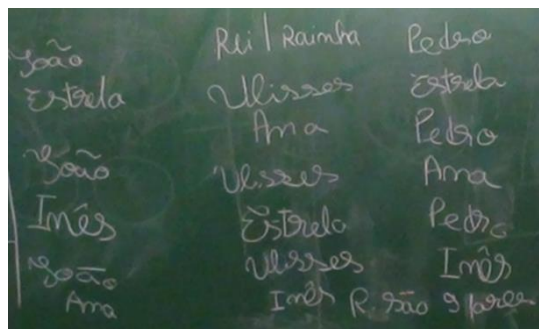


Figura 4 – Representação icónica de Jonas (esquema com representações verbais).

Sandra: Então vamos lá... João e a Estrela, o João e a Inês... Vamos lá...
. . . Então e quantos pares são?

Jonas: São nove...

Sandra: Então... Escreve isso aqui em baixo... (Jonas escreve a resposta – canto inferior direito). Então... Vamos lá todos tomar atenção...

Jonas... Queres tentar explicar esse esquema que fizeste? Explica-me lá porque é que tu fizeste assim? . . . (silêncio)

Jonas: Fiz aqui o João... (silêncio)

Sandra: E porque é que tu escolheste o João? O João e a Inês? O João e a Estrela...? Porquê? Porque é que tu fizeste um esquema assim?

Jonas: Para fazer quais os pares que dava para fazer... Então eu fiz [os pares]...

Sandra: Fizeste os pares... E não sabes porquê? Apeteceu-te fazer assim? Foi?

Jonas: Então... Estava a tentar fazer um rapaz... (silêncio)

Sandra: Estavas a tentar fazer um rapaz e depois a rapariga... É isso?

Jonas: É...

Sandra: Está bem... Toda a gente fez assim?

Alunos: Nãoooooo...

Sandra pede a Jonas para interpretar a representação utilizada e questiona-o, recorrendo a uma pergunta de confirmação fechada (“Então e quantos pares são?”) e a perguntas de inquirição (“Queres tentar explicar esse esquema que fizeste?”, “E porque é que tu escolheste o João?”). Perante as dificuldades de comunicação do aluno, decide informar a turma sobre a interpretação e utilização da representação de Jonas. Para isso, questiona-o através de perguntas de focalização retórica (“Estavas a tentar fazer um rapaz e depois a rapariga... É isso?”). Em seguida, Mauro apresenta também a sua representação, tendo sido o único aluno a utilizar uma representação icónica deste tipo (Figura 5).

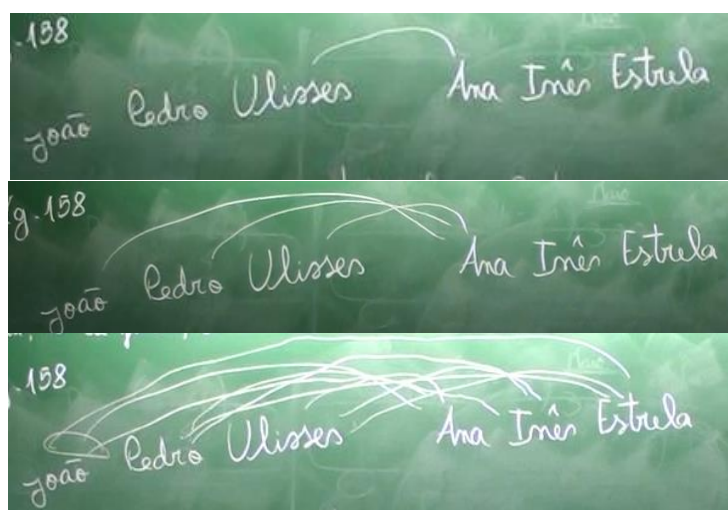


Figura 5 – Evolução da representação icónica de Mauro (esquema com representações verbais)

Mauro: Eu escrevi os nomes . . . Posso fazer [no quadro]?

Sandra: Isso é o quê (referindo-se ao traço que o aluno acabou de desenhar)?

Mauro: O que está ligado? É um par!

Sandra: É um par... Qual é o par?

Mauro: Ulisses e Ana!

Sandra: Ulisses e Ana! Ele tem ali um par... Ulisses e Ana! Mais? (aluno continua a fazer pares e Sandra lê)... Pedro e a Ana... João e a Ana... E a seguir? . . . Acho que já me perdi! (aluno indica que falta fazer pares com a Estrela). Ah! Falta a Estrela, sim! Então... Fizeste o João e a Estrela... . . . Se vocês repararem... Quantos pares é que pode fazer o João?

Alunos: Nove!!

Sandra: Quantos pares é que fez aqui o Mauro (aponta para o esquema de Mauro e circula o início das três linhas)?

Alunos: Três!

Sandra: Três pares... O Pedro pode fazer...

Alunos: Três!

Sandra: E o Ulisses pode fazer...

Alunos: Três!

À medida que Mauro reproduz no quadro a representação que utilizou, Sandra pede-lhe para a interpretar, recorrendo a perguntas de inquirição (“Como é que tu fizeste?”). No final, conduz a turma ao estabelecimento de conexões entre as representações de Jonas e de Mauro. Informa ainda os alunos relativamente ao tratamento das representações, com o intuito de lhes mostrar que ambas as representações são adequadas à resolução da tarefa. Durante as ações de conduzir e informar, Sandra questiona os alunos através de perguntas de confirmação fechadas (“Quantos pares é que pode fazer o João?”) e, paralelamente, recorre a uma representação icónica (uma forma circular) de forma a evidenciar o número de pares que cada rapaz consegue fazer. Depois dos dois alunos, Sandra pede a Mariana que apresente à turma a representação simbólica que utilizou (Figura 6):

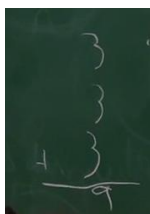


Figura 6 – Representação simbólica de Mariana.

Sandra: Mariana... Queres vir explicar o que é que tu fizeste? (aluna vai ao quadro) Como é que resolveste o teu exercício.... . .

Mariana: A Inês e o João, a Ana e o João, a Estrela e o João. Depois fiz outra vez a Estrela com o Ulisses, a Inês com o Ulisses e a Ana com o Ulisses (enquanto enumera os pares, a aluna conta-os pelos dedos).

Sandra: Ela viu que... Podia fazer os... A Ana com o João, A Inês com o João e a Estrela com o João... Então o João pode fazer quantos pares?

Alunos: Três...

Sandra: Com três não foi? Então vá...Coloca lá... (aluna escreve “3” no quadro) Depois ela fez a Ana e o Pedro, a Inês com o Pedro e a Estrela com o Pedro. Então quantos pares é que pode fazer o Pedro...

Alunos: Três!!

Sandra: E ela... Colocou lá o 3... Depois fez a Inês com o Ulisses, a Estrela com o Ulisses e a Ana com o Ulisses... Quantos pares é que pode fazer o Ulisses?

Alunos: Três!!

Sandra: E a seguir o que é que tu fizeste?

Mariana: Fiz a soma...

Sandra: E a seguir fez a soma! Muito bem!

Mariana: E [também] dava nove!

Sandra pede a Mariana para interpretar a representação simbólica que utilizou, e questiona-a através de perguntas de inquirição (“Queres vir explicar o que é que tu fizeste?”). Tal como Jonas, a aluna é tímida e tem dificuldade comunicar para a turma. Apesar de individualmente não demonstrar dificuldades em explicar a sua representação à professora, o mesmo não acontece face aos colegas, ficando em silêncio, enquanto conta pelos dedos (representação ativa). Perante a situação, Sandra altera as suas ações e decide informar a turma sobre a interpretação e utilização da representação simbólica de Mariana, enquanto a questiona através de perguntas de confirmação fechada (“Quantos pares é que pode fazer o Ulisses?”) e de perguntas de focalização retóricas (“Com três não foi?”). No final, quando pede novamente a Mariana para interpretar a representação utilizada, através do recurso a uma pergunta de inquirição (“E a seguir o que é que tu fizeste?”), a aluna parece sentir-se mais confiante para explicar a representação utilizada (“Fiz a soma”) explicitando em seguida a conexão entre a representação que utilizou e as representações apresentadas pelos colegas que a antecederam (“E [também] dava nove!”).

Depois da apresentação dos três alunos, Sandra provoca a turma (Figura 7):

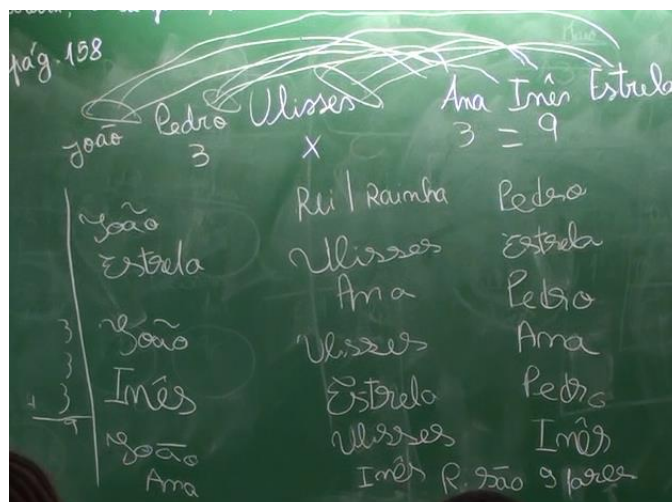


Figura 7 – Representações apresentadas e registadas no quadro pelos alunos e pela professora (icónicas e simbólicas).

Sandra: Olha então vou-vos ensinar um truque...!! Então vamos lá tomar atenção... Quantos rapazes é que eu tenho?

Alunos: Três!!

Sandra: E quantas meninas?

Alunos: Três!!

Sandra: Cada menino pode fazer três pares...

Fernando: Professora! São três pares de três!

Mauro: É três vezes três!

Sandra: Então, também podes fazer 3×3 (escreve no quadro) que dá...

Alunos: Nove!!

Ao utilizar a expressão “Vou-vos ensinar um truque” a professora capta imediatamente a atenção dos seus alunos. Em seguida, inicialmente parece apenas informá-los relativamente às condições do problema, questionando-os através de perguntas de focalização retórica. No entanto, implicitamente, Sandra desafia a turma para o estabelecimento de conexões e simultaneamente, para a conversão das representações apresentadas na representação simbólica da multiplicação. Assim, a partir das representações dos alunos e através das ações e do tipo de questionamento a que recorre, Sandra procura mostrar que há “três pares de três” e que, tal como as representações icónicas apresentadas pelos alunos, a representação simbólica 3×3 é adequada para a resolução da tarefa. No entanto, apesar da participação assertiva de Mauro, não é possível saber quantos alunos da turma compreenderam a conversão das representações icónicas na representação simbólica da multiplicação.

Discussão e conclusão

Durante a realização da tarefa, tal como sugerem Bishop e Goffree (1986) os alunos foram encorajados a utilizar representações próprias. A maior ou menor variedade de representações parece influenciar as ações das professoras durante a discussão coletiva dos resultados. Na turma de Sandra verificou-se uma maior diversidade de representações. Ao discutir os diferentes tipos de representações que surgiram, a professora mostra facilidade em evidenciar as conexões existentes entre elas. Pelo seu lado, perante a escassez na variedade de representações, Sónia recorre frequentemente a ações de informar e conduzir. Com estas ações, a professora parece ter o intuito de promover o estabelecimento de conexões entre a representação que a maioria dos alunos utiliza e as representações icónicas (setas, cruces e bolinhas) e simbólicas (dígitos e sinais de adição e multiplicação) que introduz (e que os alunos não utilizaram durante a realização da tarefa).

Para além disso, a forma como cada professora dinamiza a discussão coletiva, influencia também as suas ações. Assim, o facto de Sónia discutir coletivamente a resposta incompleta de um aluno, parece influenciar as suas ações e o tipo de questionamento que utiliza, na medida em que primeiramente, conduz o aluno ao encontro da resposta correta. Pelo seu lado, ao discutir coletivamente três respostas corretas, Sandra foca-se maioritariamente no estabelecimento de conexões entre as diferentes representações apresentadas. O registo de todas as representações no quadro parece facilitar o estabelecimento de conexões entre elas, por parte dos alunos. Assim, a partir desses registos, na turma de Sandra, os alunos são conduzidos ou desafiados a comparar as diferentes representações com o intuito de as compreender e de estabelecer conexões entre elas. À semelhança das ações das professoras, o tipo de questões a que recorrem parece também variar. Assim, Sónia recorre com maior frequência a perguntas de confirmação e Sandra a perguntas de inquirição.

O modo como os diferentes alunos são convidados a apresentar as suas representações (progressivamente mais abstratas) parece ter como intuito a condução da turma no estabelecimento de conexões entre as representações icónicas e as representações simbólicas. Tal como referem Goldin (2008) e Goldin e Shteingold (2001) apesar de os alunos das duas professoras conhecerem previamente a representação simbólica da multiplicação, nesta tarefa sentiram dificuldade em compreender como se adequaria à sua resolução, o que fez com que não a utilizassem. Embora seguindo estratégias muito diferentes, ambas as professoras foram promovendo conexões entre representações, tendo em vista chegar à representação simbólica que traduzia a solução da tarefa proposta.

Referências

- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Blosser, P. E. (1975). *How to ask the right questions*. Washington, DC: National Science Teachers Association.
- Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 178-203). NY, New York: Routledge.
- Goldin, G. A., & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and development of mathematical concepts. In J. Cuoco (Ed), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa, APM.
- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 97–111.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-82.
- Ponte, J. P., Nunes, C. C., & Quaresma, M. (2012). Explorar, investigar, interagir na aula de Matemática: Elementos fundamentais para a aprendizagem. In A. C. Silva, M. Carvalho & R. G. Rêgo (Eds.), *Ensinar Matemática: Formação, investigação e práticas docentes* (pp. 49-74). Cuiabá: UFMT.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.
- Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 13, 325-343.
- Thomas, N. D., Mulliganb, J. T., & Goldin, G. A. (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1–100. *Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 117-133.
- Saxe, G. B. (1999). Professional development, classroom practices, and students' mathematics learning. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 121-128). Haifa, Israel.
- Schoenfeld, A. (2000). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(3), 243-261.