

UNIVERSIDADE DE LISBOA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS



## **Cálculo e análise do risco imobiliário do modelo interno de uma companhia de seguros**

Inês Maria Grencho Rodrigues

**Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e Gestão**

Trabalho de Projeto orientado por:  
João Pedro Silva Brito Boto



## **Resumo**

Este documento descreve o trabalho desenvolvido durante um estágio profissional numa companhia de seguros para obtenção do Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e Gestão na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Uma companhia de seguros tem necessidade de construir modelos de solvência de forma a poder identificar e gerir adequadamente os riscos a que está exposta. O regime de solvência II, aparece para ir de encontro a esse objetivo.

Com a solvência II emerge também o conceito de requisitos de capital de forma a verificar que os compromissos para com os tomadores de seguros são cumpridos. No entanto, sendo uma diretiva universal, pode não satisfazer a companhia na sua totalidade. A construção de um modelo interno vem no sentido de verificar a adequabilidade da mesma.

Dentro dos vários riscos a que uma seguradora está exposta, inclui-se o risco de mercado e dentro deste o risco imobiliário.

O objetivo do presente trabalho será verificar se a taxa utilizada no método padrão (pela solvência II) é ou não favorável à seguradora em causa.

**Palavras-Chave:** Requisito de Capital de Solvência, Risco de Mercado, Diversificação, Análise de Componentes Principais, Retorno logarítmico

## **Review**

This document describes the ... for the master's degree in Mathematics Applied to Economics and Management at the University of Sciences of the University of Lisbon.

An insurance company needs to construct solvency models in order to properly identify and manage the risks to which it is exposed. The Solvency II directive has emerged to meet this objective.

With the Solvency II directive, the concept of capital requirements also arises, in order to verify that commitments to policyholders are fulfilled. However, being an universal directive, it may not fully satisfy the insurance company.

The construction of an internal model is aimed at verifying its adequacy. Among the various risks to which an insurer is exposed, the market risk is one of them, and within him, the real estate risk. The objective of this work will be to verify whether the rate used in the standard method (by Solvency II) is favorable or not to the insurer in question.

**Keywords:** Solvency Capital Requirement, Market Risk, Diversification, Principal Components Analysis, Logarithmic returns

## Índice

|  |    |
|--|----|
| 1. Negócio Segurador .....   | 9  |
| 1.1. Seguros Vida e Não Vida.....  | 9  |
| 1.2. Gestão de Investimentos e alocação de ativos .....                        | 10 |
| 2. Solvência II .....  | 11 |
| 2.1. Enquadramento Geral: Balanço Económico, SCR, Rácio de Solvência .....     | 11 |
| 2.1.1. Balanço Económico .....   | 11 |
| 2.1.2. SCR.....  | 11 |
| 2.1.3. Rácio de Solvência.....   | 12 |
| 2.2. Risco de Mercado .....  | 12 |
| 2.2.1. Risco de imobiliário .....  | 13 |
| 2.3. Cálculo do SCR de Imobiliário (e mercado) a 2024Q4 .....                  | 14 |
| 2.4. Alocação de Capital ao Imobiliário.....                                   | 16 |
| 3. Modelo Interno .....  | 17 |
| 3.1. Resumo.....   | 17 |
| 3.2. Metodologia.....  | 17 |
| 3.2.1. Recolha de dados para cada variável económica .....                     | 17 |
| 3.2.2. Análise dos Componentes Principais: .....                               | 18 |
| 3.2.3. Encontrar a distribuição com o melhor Goodness of Fit (GoF).....        | 21 |
| 3.2.4. Revalorização dos fundos próprios para cada cenário .....               | 23 |
| 3.2.5. Cópula-t:.....  | 23 |
| 3.2.6. Revalorizar os fundos próprios para cada cenário .....                  | 23 |
| 3.2.7. Benefício de diversificação .....                                       | 24 |
| 4. Dados utilizados para gerar a série histórica dos retornos Imobiliário..... | 24 |
| 4.1. SCR de Imobiliário (modelo interno).....                                  | 27 |
| 4.2. Alocação de Capital ao Imobiliário.....                                   | 28 |
| 5. Comparação de Resultados e Conclusões .....                                 | 29 |
| 6. Referências .....   | 30 |

**Índice de figuras:**

Figura 1.2.1: Distribuição de ativos ..... 10

Figura 1.2.2: Distribuição dos ativos da companhia de seguros em 2024..... 10

Figure 2.2.1: Retornos anuais do estudo em causa (CEIOPS-DOC-66/10; 29 janeiro 2010; página 30)..... 14

Figure 2.3: Distribuição do valor de mercado imobiliário pelos tipos de imóvel da companhia de seguros em 2024 ..... 15

## **Índice de tabelas:**

|  |    |
|--|----|
| Tabela 2.3.1: Valores de SCR calculado pelo método padrão em 2024 (sem alocação) .....                                     | 15 |
| Tabela 2.3.2: Matriz de correlação do risco de mercado (Diretiva 2009/138/CE, de 25 de novembro de 2009; página 105) ..... | 16 |
| Tabela 2.4.1: Valores de SCR calculado pelo método padrão em 2024 (comparação com alocação) .....                          | 16 |
| Tabela 3.2.1: Dimensão dos dados para cada tipo de risco .....   | 18 |
| Tabela 3.2.2.1: Resumo da análise de componentes principais para o modelo interno.....                                     | 19 |
| Tabela 3.2.2.2: Exemplo ilustrativo da recolha de dados para a análise de componentes principais das taxas de juro .....   | 19 |
| Tabela 3.2.3: Resultados da aplicação das distribuições ao imobiliário.....  | 22 |
| Tabela 4.1: Análises estatísticas dos 100 mil cenários do risco imobiliário .....  | 25 |
| Tabela 4.2: Análises estatísticas dos 100 mil cenários do risco imobiliário .....  | 25 |
| Tabela 4.3: Retornos da Companhia Vs Retornos Históricos em estudo .....   | 25 |
| Tabela 4.4: Cálculo da correlação de Kendall Tau (pares concordantes e discordantes)                                       |    |
| Tabela 4.1.1: Valores de SCR calculado pelo modelo interno em 2024 (sem alocação).....                                     | 27 |
| Tabela 4.1.2: Nova matriz de correlação do risco de mercado (Modelo interno).....  | 27 |
| Tabela 4.2.1: Valores de SCR calculado pelo modelo interno em 2024 (comparação com alocação) .....                         | 28 |

## **Siglas**

- SCR- Solvency Capital Requirement (Capital de Solvência Requerido)
- PC- Principal Component (Componente Principal)
- VaR- Value at Risk (Valor em Risco)
- ORSA- Own Risk and Solvency Assessment (Autoavaliação de Risco e Solvência)
- LAC DT- Loss Absorbing Capacity of Deferred Taxes (Capacidade de Absorção de Perdas de Impostos Diferidos)
- LAC TP- Loss Absorbing Capacity of Technical Provisions (Capacidade de Absorção de Perdas das Provisões Técnicas)
- GoF- Goodness of Fit (Qualidade do Ajustamento)
- ACP- Análise dos Componentes Principais

## 1. Negócio Segurador

### 1.1. Seguros Vida e Não Vida

Um seguro é um contrato realizado entre um tomador de seguro e um segurador. Neste contrato, o segurador compromete-se a assumir a responsabilidade de indenizar o segurado ou terceiros no caso de se verificar um sinistro, em troca do pagamento de um prémio por parte do tomador.

É possível distinguir entre dois segmentos de negócio: seguros de vida e seguros não vida.

Os seguros de vida têm como principal objetivo prevenir consequências económicas de uma situação inesperada que possa resultar em morte ou incapacidade. Este protege os dependentes da pessoa segura, fazendo com que os beneficiários recebam o capital acordado em caso de morte ou invalidez.

Podemos distinguir entre quatro principais seguros: seguros de vida risco, vida financeiros, rendas e unit-linked.

No ramo vida, os seguros e operações que podem ser comercializados abrangem:

- Seguros de vida risco, em que o segurador se compromete a pagar o capital seguro em caso de morte. O tomador de seguro paga um prémio periódico, normalmente anual.
- Seguros de vida rendas, em que o tomador de seguro paga um montante lumpsum (único) em troca de receber uma renda enquanto sobreviver.
- Seguros unit linked que são seguros de vida onde o valor a ser recebido pelo beneficiário varia de acordo com o desempenho de um fundo de investimento de que é formado por unidades de participação adquiridas pelo tomador. Este tipo de seguro acarreta risco para o cliente pois não há um rendimento mínimo garantido, podendo até dar-se o caso de haver perda de capital.
- Seguros de vida financeiros que se traduzem em formas de investimento a médio/longo prazo, que têm capital garantido e podem ou não ter uma taxa garantida de retorno, mediante o pagamento de um prémio único ou periódico. Caso o desempenho dos ativos sob gestão seja superior à taxa garantida e às comissões da seguradora, será possível o beneficiário receber um montante adicional em forma de participação de resultados.

O ramo não vida engloba todos os seguros que têm como objeto os bens patrimoniais e também os seguros pessoais (exceto os de vida).

Os seguros de não vida incluem, nomeadamente, seguros de acidentes de trabalho, seguros de automóvel, seguros de saúde, seguros de incêndio e multirriscos, seguros de crédito, entre outros.

Normalmente, o tomador de seguro paga um prémio anual à seguradora.

No caso dos seguros não vida o único montante a pagar pela seguradora ao **segurado** é a indemnização em caso de sinistro. Desta forma, o retorno em excesso dos investimentos feitos pela seguradora pertence à companhia.

A companhia seguradora encontra-se sujeita a uma variedade de riscos que podem impactar o seu balanço, a sua solvência, e consequentemente a habilidade da companhia fazer face aos seus compromissos perante os tomadores de seguro. No caso do negócio de seguros de vida, estes riscos incluem taxas de mortalidade (ou longevidade) mais elevadas do que o estimado, maior número de resgates, ou algum acontecimento catastrófico que afete múltiplos tomadores simultaneamente. No caso de seguros de não vida, os principais riscos a que a companhia está

sujeita incluem a possibilidade de o pricing (atribuição de preço) ou o cálculo das reservas não estar adequado à realidade, levando a resultados negativos para a companhia, ou novamente, algum acontecimento catastrófico, que afete múltiplas apólices simultaneamente, tais como catástrofes naturais.

## 1.2. Gestão de Investimentos e alocação de ativos

No âmbito da sua atividade, a seguradora realiza a chamada alocação estratégica de ativos, que visa distribuir os recursos financeiros, nomeadamente os prémios recebidos pelos tomadores de seguro, em diferentes classes de investimentos, como ações, obrigações, imobiliário, depósitos, empréstimos e outros, com o objetivo de criar uma carteira de investimentos rentável e diversificada, que permita simultaneamente a gestão eficaz dos riscos a que a seguradora está sujeito. A existência destes investimentos faz com que a seguradora esteja também exposta a riscos de mercado. No entanto, ao diversificar a carteira, o risco dos diferentes tipos de investimentos é distribuído, mitigando o impacto de perdas numa determinada classe de ativos.

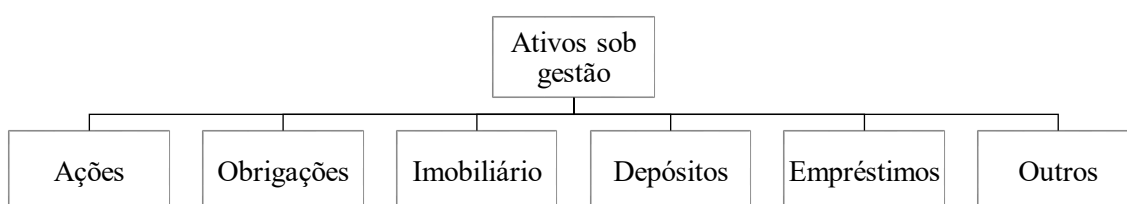


Figura 1.2.1: Distribuição de ativos

Analisando a alocação dos ativos da seguradora para o 4º trimestre de 2024 podemos verificar um maior peso de obrigações com 60,00%, seguida do imobiliário com uma percentagem de 10,00%, dos empréstimos com 8,00%, das ações com 15,00%, e dos depósitos com 7,00%.

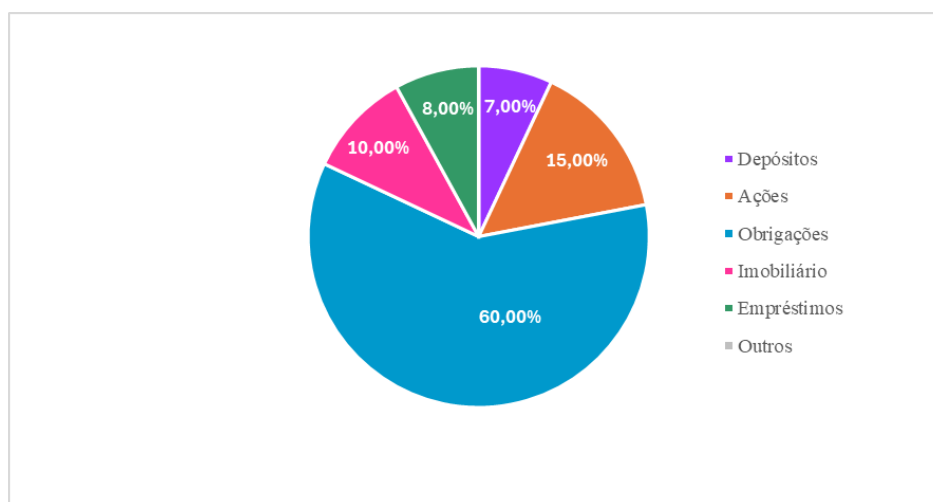


Figura 1.2.2: Distribuição dos ativos da companhia de seguros em 2024

## **2. Solvência II**

### **2.1. Enquadramento Geral: Balanço Económico, SCR, Rácio de Solvência**

O regime de Solvência II (diretiva da União Europeia) introduz uma abordagem baseada em risco, através da qual se pretende avaliar a solvência das seguradoras e resseguradoras europeias através de requisitos quantitativos e qualitativos. Implementar um modelo standard que permita calcular os requisitos de solvência e a adequação de capital, para fazer face aos riscos incorridos por uma companhia de seguros.

O regime de Solvência II está estruturado de acordo com 3 pilares:

- O pilar 1 representa os requisitos quantitativos, estabelecendo regras sobre o cálculo de capital necessário para cobrir os riscos a que uma seguradora está exposta (riscos de mercado, subscrição, crédito e operacional). Este assenta no princípio do Balanço Económico.
- O pilar 2 representa a avaliação da adequação dos sistemas de gestão de risco e dos sistemas de controlo interno, incluindo a realização anual de um processo de revisão interna de solvência (ORSA).
- O pilar 3 é referente à divulgação e transparência. Exige que as seguradoras forneçam informações claras e detalhadas sobre a sua situação financeira e de solvência, garantindo maior transparência para os reguladores e o público.

#### **2.1.1. Balanço Económico**

O Balanço Económico consiste no balanço financeiro, dividido em 4 componentes: os ativos, os passivos, o capital próprio livre e o capital exigível (sendo os dois últimos subdivisões do capital próprio).

Os ativos e os passivos (na forma de provisões técnicas) devem ser avaliados com base no montante pelo qual devem ser transacionados, transferidos ou liquidados no mercado. Em caso de ausência de valor de mercado, os passivos são determinados com base em melhores estimativas adicionadas de uma margem de risco.

O capital exigível é o montante de capital necessário, colocado em forma de reserva, para que a seguradora possa exercer a sua atividade com reduzida probabilidade de entrar em falência.

#### **2.1.2. SCR**

O capital exigível consiste no chamado Requisito de Capital de Solvência (SCR).

Este requisito consiste no value-at-risk (VaR), a um ano, de 99,5% dos fundos próprios da seguradora. Isto significa que deve ser calculado de forma que, durante um ano, a probabilidade de falência da seguradora seja inferior a 0,5%, permitindo que a seguradora cumpra os seus compromissos com um nível de 99,5% de confiança. Este representa o valor necessário para que a companhia possa assegurar a continuidade do negócio, mesmo sob cenários consideravelmente adversos.

O seu cálculo tem como objetivo quantificar os riscos a que a seguradora está sujeita, de forma a assegurar a detenção de um requisito de capital adequado que permita absorver perdas significativas não previstas.

O SCR pode ser determinado por aplicação de uma fórmula padrão especificada pela Legislação Delegada (*Diretiva 2009/138/CE, de 25 de novembro de 2009*) ou através do desenvolvimento próprio de um modelo interno. A fórmula padrão é a seguinte:

$$SCR = BSCR + SCR_{OpRisco} - LAC TP - LAC DT \quad (2.1.2.1)$$

Onde BSCR representa o SCR Básico, que consiste na agregação dos riscos de mercado, de incumprimento de contrapartes e de subscrição, acrescidos de um SCR para o risco dos ativos intangíveis (inexistentes para a seguradora em estudo). O  $SCR_{OpRisco}$  representa o SCR para o risco operacional. Este é calculado de acordo com a escala do negócio e, ficando fora do BSCR, não se correlaciona com nenhum outro módulo de risco, não tendo por isso nenhum benefício da diversificação. O *LAC TP* e o *LAC DT* representam ajustamentos para a capacidade de absorção de perdas das provisões técnicas e dos impostos diferidos, respetivamente.

O risco de mercado, que faz parte do BSCR, é calculado com base no SCR de mercado.

### 2.1.3. Rácio de Solvência

$$\text{Rácio de Solvência} = \frac{\text{Capital Próprio Elegível}}{\text{Requisito de Capital de Solvência}} \quad (2.1.3.1)$$

O Rácio de Solvência é o principal indicador de risco de uma seguradora. Quanto maior este rácio mais a resiliente a seguradora será face a cenários adversos. Este rácio deve apresentar um valor superior a 100%, de forma que a seguradora possa operar no mercado.

É comum as seguradoras definirem um rácio de solvência objetivo, de acordo com o seu apetite ao risco. Quanto mais adversa ao risco for uma seguradora, maior será o rácio objetivo. Se o rácio de solvência for superior ao objetivo, poderá indicar que existe capital reservado em excesso, pelo que parte desse capital poderá ser reinvestido de forma a aumentar o retorno da seguradora, ou poderá ser distribuído na forma de dividendos aos acionistas.

Se o rácio for inferior ao objetivo, poderá indicar que será necessário realizar operações de “de-risking” (por exemplo reinvestindo ativos em classes de ativos com menor requisito de capital, ou através do saneamento de certas carteiras de seguros), ou até mesmo realizar uma injeção (externa) de capital, caso seja possível.

O Capital Próprio Elegível, corresponderá ao valor dos fundos próprios antes de lhe ser aplicado um choque (em  $t=0$ ), enquanto o Requisito de Capital de Solvência representa a diferença entre os fundos próprios em ( $t=0$ ) e os fundos próprios depois de ter sido aplicado o stress (em  $t=1$ ).

## 2.2. Risco de Mercado

O risco de Mercado, sendo parte integrante dos riscos a que uma seguradora está exposta, está relacionado com variações nos mercados de capitais, nas taxas de juro, ou nas taxas de câmbio.

O risco de mercado reflete o risco associado a variações da volatilidade dos preços de mercado dos instrumentos financeiros que influenciam o valor dos elementos do ativo e do passivo de uma companhia.

O risco de mercado subdivide-se em:

- Risco de taxa de juro que representa o risco de exposição a perdas que resultam de flutuações na taxa de juro.
- Risco acionista que é o risco de exposição a perdas que resultam de variações nos valores de mercado de ações e outros ativos.
- Risco imobiliário que é o risco de exposição a perdas resultantes de variações no valor de mercado do património imobiliário.
- Risco de spread que é a risco de exposição a perdas que resultam de variações das margens de crédito de instrumentos de taxa fixa, como obrigações e empréstimos,
- Risco cambial é o risco de a seguradora incorrer em perdas devido a variações do câmbio.
- Risco de concentração que é o risco de exposição acrescida a perdas devidas à concentração de investimentos numa ou poucas entidades económicas. Este risco existe no caso de carteiras de investimento pouco diversificadas.

### **2.2.1. Risco de imobiliário**

De acordo com a fórmula padrão, o requisito de capital para o risco imobiliário é igual à perda nos fundos próprios de base resultante de uma diminuição imediata de 25% no valor dos imóveis. No entanto, esta taxa poderá ser ou não uma abordagem conservadora e prudente.

A calibração de choques a ativos imobiliários é tipicamente, difícil devido à falta de dados históricos longos em muitos mercados europeus.

O choque é calculado tendo por base dados do índice IPD (Investment Property Database), que é um índice amplamente utilizado para avaliar o mercado imobiliário no Reino Unido, com um histórico que compreende o período entre 1987 e 2008 Este é baseado em dados de investidores institucionais e empresas imobiliárias, e tem dados sobre rendimentos de aluguer e crescimento de capital para diferentes tipos de imóveis com diferentes frequências de publicação. (CEIOPS, 29 janeiro 2010)

Os dados IDP contêm várias categorias, nomeadamente:

- ‘Todos os imóveis’, que abrange diversos tipos de propriedades comerciais no Reino Unido, com os seguintes pesos: 47,2% para todos os retalhos, 34,5% para todos os escritórios, 14,8% para todos os industriais e 3,4% para todas as outras propriedades comerciais.
- ‘Escritórios’: Refere-se a imóveis de escritório localizados em áreas específicas do Reino Unido, como o West End de Londres, sudoeste de Inglaterra e outras partes do país, mas exclui escritórios da cidade de Londres.
- ‘Escritórios na cidade’, que categoriza escritórios localizados em áreas primárias de negócios dentro de áreas financeiras importantes.
- ‘Retalho’: Refere-se a lojas em ruas comerciais, centros comerciais e armazéns de retalho em regiões do Reino Unido.
- ‘Comercial’: Refere-se a armazéns que não são voltados para o retalho e localizados em várias partes do Reino Unido.

Com os dados dos rendimentos de aluguer e crescimento de capital para os diferentes tipos de imóveis são calculados, a partir dos dados mensais, os retornos anuais imobiliários ‘suavizados’. A fórmula, para o retorno anual (retorno logarítmico) é dada por:

$$\text{Retorno logarítmico} = \ln \left( \frac{\text{Índice do imobiliário}_{t+1}}{\text{Índice do imobiliário}_t} \right) \quad (2.2.1.1)$$

|                         | ALL Property   | Office         | City Offices   | Retail         | Commercial     |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Maximum                 | 29.51%         | 34.74%         | 33.14%         | 25.84%         | 40.14%         |
| 50%                     | 9.78%          | 9.92%          | 8.00%          | 9.74%          | 13.54%         |
| Mean                    | 8.79%          | 8.19%          | 5.42%          | 8.56%          | 11.37%         |
| 1 in 10 or 10%          | -5.26%         | -8.50%         | -18.87%        | -4.76%         | -6.61%         |
| 1 in 20 or 5%           | -13.63%        | -13.60%        | -22.13%        | -14.40%        | -17.89%        |
| 1 in 100 or 1%          | -25.28%        | -25.62%        | -29.42%        | -26.82%        | -27.38%        |
| <b>1 in 200 or 0.5%</b> | <b>-25.74%</b> | <b>-25.93%</b> | <b>-30.03%</b> | <b>-27.47%</b> | <b>-27.67%</b> |
| Minimum                 | -25.88%        | -25.96%        | -30.10%        | -27.69%        | -27.71%        |
| Std. Dev.               | 10.51%         | 11.93%         | 13.70%         | 10.15%         | 12.08%         |
| Skewness                | -0.8973        | -0.4506        | -0.7526        | -1.2395        | -1.1113        |
| Excess Kurtosis         | 1.3527         | 0.3688         | 0.0572         | 2.0621         | 1.8115         |
| <b>Historical VAR</b>   | <b>25.74%</b>  | <b>25.93%</b>  | <b>30.03%</b>  | <b>27.47%</b>  | <b>27.67%</b>  |

Figura 2.2.1: Retornos anuais do estudo em causa (CEIOPS-DOC-66/10; 29 janeiro 2010; página 30)

Os retornos anuais são depois ordenados por ordem crescente de forma a serem retirados os valores mínimos, máximos, médios e mais importante o valor do percentil 0,5%. O percentil 0,5% será o estimador do choque de 99,5% no mercado imobiliário e consequentemente o valor utilizado na definição da carga de capital a aplicar ao imobiliário.

Através do VaR histórico obtido (evidenciado a vermelho) é possível verificar que a carga de capital aplicável ronda, de facto, os 25%.

Dado que os índices usados na calibração da carga de capital de 25% são baseados no mercado do Reino Unido, que pode ter diferenças consideráveis relativamente aos restantes mercados Europeus (nomeadamente do mercado português, de onde vem a totalidade das exposições da seguradora em estudo), esta carga poderá não ser apropriada para a carteira de ativos imobiliários da seguradora.

Desta forma, poderá fazer sentido desenvolver um modelo interno, com uma calibração diferente deste risco, que poderá levar a uma carga de capital diferente (que à partida poderá ser superior ou inferior).

### 2.3. Cálculo do SCR de Imobiliário (e mercado) a 2024Q4

A seguradora em causa aposta em investimentos imobiliários, detendo o seu portfólio 12 ativos. Estes passam por 3 tipos de imóveis para diferentes propósitos, nomeadamente para escritórios, comércio e edifícios para estudantes.

A companhia detinha, até ao quarto trimestre de 2024: 7 edifícios de escritório, estando a maioria deles alugados a outras empresas; 2 edifícios de escritório e comércio; 2 edifício de apenas comércio; e 1 edifício de residências para estudantes. Os imóveis de comércio e residências para estudantes foram adquiridos com o intuito de arrendamentos a longo prazo.

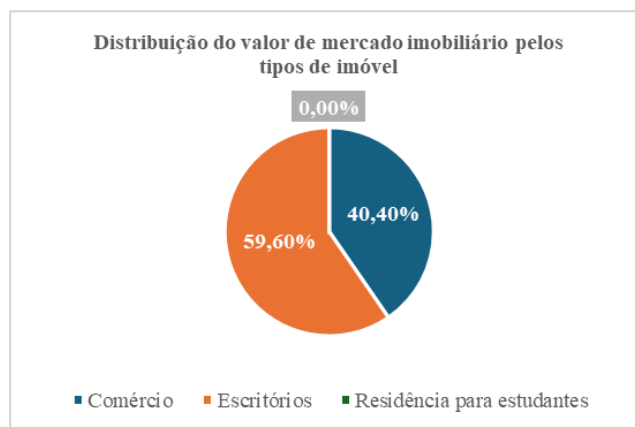


Figura 2.3: Distribuição do valor de mercado imobiliário pelos tipos de imóvel da companhia de seguros em 2024

O tipo de imóvel com maior investimento por parte da seguradora são os escritórios, com foco na cidade de Lisboa e do Porto, apresentando um maior valor de mercado. A este segue-se o comércio e de seguida o investimento em residências para estudantes, que não representa um peso significativo no valor de mercado quando comparado aos outros tipos de imóveis.

A carga de capital da fórmula padrão não distingue entre tipo de imóveis, pelo que uma carga de 25% é igualmente aplicada a todos os imóveis. Aplicando a taxa de 25% ao valor de mercado do imobiliário (que se situa no valor de 40 M€), a seguradora tem um SCR de imobiliário de 10 M€.

Os outros submódulos do risco de mercado apresentam valores calculados com base no stress apropriado para os mesmos. O risco de taxa de juro apresenta um SCR de 1,5 M€, o risco acionista apresenta um SCR de 21 M€, o risco de spread de 6,5 M€, o risco cambial de 0,021 M€ e um risco de concentração nulo.

Tabela 2.3.1: Valores de SCR calculado pelo método padrão em 2024 (sem alocação)

| Módulos de Risco      | SCR          |
|-----------------------|--------------|
| Risco de Taxa de Juro | 1,5 M€       |
| Risco Acionista       | 21 M€        |
| Risco Imobiliário     | 10 M€        |
| Risco de Spread       | 6,5 M€       |
| Risco de Concentração | 0 M€         |
| Risco Cambial         | 0,021 M€     |
| <b>TOTAL</b>          | <b>39 M€</b> |

Quando uma carteira é composta por diferentes tipos de risco verificam-se efeitos de diversificação, no sentido em que é improvável que os choques se materializem todos simultaneamente. O SCR do risco de mercado após a diversificação é calculado através da seguinte fórmula:

$$SCR_{Mercado} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{(i,j)} \times SCR_i \times SCR_j} \quad (2.3.1)$$

Onde  $Corr(i,j)$  consiste na seguinte matriz de correlações:

Tabela 2.3.2: Matriz de correlação do risco de mercado (Diretiva 2009/138/CE, de 25 de novembro de 2009; página 105)

| i\j          | Taxa de Juro | Acionista | Imobiliário | Spread | Cambial |
|--------------|--------------|-----------|-------------|--------|---------|
| Taxa de Juro | 100%         | 50%       | 50%         | 50%    | 25%     |
| Acionista    | 50%          | 100%      | 75%         | 75%    | 25%     |
| Imobiliário  | 50%          | 75%       | 100%        | 50%    | 25%     |
| Spread       | 50%          | 75%       | 50%         | 100%   | 25%     |
| Cambial      | 25%          | 25%       | 25%         | 25%    | 100%    |

A seguradora apresenta um SCR de mercado de 35 M€, que difere da soma dos SCR's dos vários submódulos individuais em 4 M€, sendo este o benefício de diversificação.

#### 2.4. Alocação de Capital ao Imobiliário

Através da matriz correlação, é visível que os diferentes riscos se correlacionam entre si de forma diferente. Torna-se importante para decisões de alocação de ativos perceber quanto é que cada módulo de risco contribui para o SCR de mercado após diversificação. Para tal, o próximo passo será alocar os SCR de mercado após diversificação a cada módulo de risco. O método de alocação de Euler é um dos métodos mais utilizados atualmente.

De acordo com o método de Euler a alocação do SCR é feita através de:

$$SCR_{i \text{ (alocado)}} = \left( \frac{SCR_i}{SCR_{Mercado}} \right) \times \sum_{j=1}^6 corr_{i,j} \times SCR_j \quad (2.4.1)$$

Ao distribuir os investimentos por diferentes ativos e setores, adquire-se a vantagem de a queda de um ativo poder ser compensada pelo bom desempenho de outro. A diversificação permite a redução do risco contra perdas significativas, a proteção da volatilidade e um aumento da rentabilidade. Assim sendo, um aumento da diversificação será o resultado desejado pois trará benefícios para a seguradora.

Realizando uma alocação do SCR aos módulos do risco de mercado, podemos verificar que o risco imobiliário apresenta uma diversificação de 1,5 M€. Os riscos com maior diversificação são o risco Imobiliário e de Spread, seguindo-lhe, o risco de taxa de juro, o acionista, o risco de câmbio e por fim o risco de concentração que não apresenta diversificação.

Tabela.2.4.1: Valores de SCR calculado pelo método padrão em 2024 (comparação com alocação)

| Módulos de Risco      | SCR          | SCR Alocado  | Diversificação |
|-----------------------|--------------|--------------|----------------|
| Risco de Taxa de Juro | 1,5 M€       | 0,8 M€       | 0,62 M€        |
| Risco Acionista       | 21 M€        | 20 M€        | 0,53 M€        |
| Risco Imobiliário     | 10 M€        | 8 M€         | 1,5 M€         |
| Risco de Spread       | 6,5 M€       | 5 M€         | 1,3 M€         |
| Risco Cambial         | 0,021 M€     | 0,005 M€     | 0,015 M€       |
| <b>TOTAL</b>          | <b>39 M€</b> | <b>35 M€</b> | <b>4 M€</b>    |

### **3. Modelo Interno**

#### **3.1. Resumo**

De forma a encontrar um requisito de capital mais adequado à companhia de seguros e permitir uma melhor visão dos riscos, surge o modelo interno. Este utiliza uma abordagem desenvolvida internamente e aprovada pelo regulamento para determinar o SCR.

O cálculo do SCR de Mercado sob o Modelo Interno é executado em três passos:

- Geração de cenários económicos - o Real World Economic Scenario Generator (RWESG);
- Valorização dos Fundos Próprios para cada cenário;
- Encontrar o cenário que corresponde ao percentil 0,5% da distribuição de perdas, identificando o SCR correspondente.

O RW-ESG é utilizado para gerar cenários económicos com base em probabilidade reais de eventos futuros, tendo em conta comportamentos históricos de variáveis económicas. Com o intuito de gerar um conjunto de previsões a um ano, do justo valor dos ativos e passivos, são gerados 100 mil cenários para cada variável económica.

De seguida, para realizar a valorização dos Fundos Próprios para cada cenário é calculado o valor de mercado dos Ativos e Passivos da Companhia, tendo em consideração as exposições existentes à data inicial. Ordenando os cenários por impacto nos Fundos Próprios, obtemos a distribuição de perdas dos Fundos Próprios.

Identificamos, de seguida, o cenário que corresponde ao percentil 0,5% (equivalente ao VaR de 99,5%) desta distribuição. Dado que geramos 100.000 cenários, o cenário selecionado será o cenário número 500, quando ordenamos os cenários por ordem decrescente de SCR.

O negócio da Empresa inclui provisões técnicas (passivos) de participação de resultados, que dependem do rendimento dos Ativos, existindo um efeito de absorção destes passivos. Para calcular um SCR de Mercado líquido deste efeito seria necessário recorrer a um indicador estocástico destas provisões, que requer um conjunto de modelos e uma geração de cenários à parte - o Risk-Neutral Economic Scenario Generator (RNESG). Esta componente do Risco de Mercado encontra-se fora do âmbito deste trabalho, pelo que nos vamos focar no SCR de Mercado bruto do efeito de absorção de provisões técnicas.

#### **3.2. Metodologia**

##### **3.2.1. Recolha de dados para cada variável económica**

O processo para o cálculo do SCR de Mercado do modelo interno começa pela recolha de dados para cada variável económica na 'Bloomberg' (com exceção do índice de ativos imobiliários detalhado mais à frente). A 'Bloomberg' consiste numa plataforma que fornece dados financeiros em tempo real.

A recolha de dados consiste em séries temporais para cada variável económica relevante para a Companhia. O horizonte temporal situa-se então entre 2002 e 2024 sendo a frequência dos dados mensal. As dimensões dos dados vão variar consoante a variável económica. Os dados retirados incluem:

- Taxas de Juro sem risco (Euro Swap rates);
- Índices acionistas, nomeadamente o EuroStoxx 600 e o S&P 500;

- Índice de Ativos Imobiliários;
- Índices de Spreads para obrigações corporates;
- Spreads de obrigações governamentais, num total de 10 países Europeus: Alemanha, França, Espanha, Itália, Portugal, Irlanda, Bélgica, Áustria, Países Baixos e Finlândia;
- Taxa de câmbio EUR/USD.

De seguida são calculadas séries de retornos com base nos dados recolhidos.

As dimensões dos dados diferem dependendo da variável económica. Por exemplo, para os índices acionistas, retira-se uma série temporal com 276 observações (23 anos). Para as taxas de juro, retira-se 13 séries temporais com 276 observações cada, por cada tenor a ser modelizado (1 Ano-10 Anos, 12 Anos, 15 Anos e 20 Anos), o que resulta num total de 3588 observações. Para os spreads de obrigações corporates, retira-se 32 séries com 217 observações cada (limite de informação existente), repartidas por bucket de rating, setor (financeiro e não financeiro) e maturidades. Para os spreads de obrigações governamentais, retira-se 10 séries (por país) para 12 maturidades diferentes, cada uma com 276 observações, o que resulta em 33.120 observações.

*Tabela 3.2.1: Dimensão dos dados para cada tipo de risco*

|                                  | Número de Séries | Número de Observações |
|----------------------------------|------------------|-----------------------|
| Taxa de Juro                     | 13               | 3.588                 |
| Acionista                        | 1                | 276                   |
| Imobiliário                      | 1                | 276                   |
| Spread Obrigações Corporate      | 32               | 6.944                 |
| Spread Obrigações Governamentais | 100              | 33.120                |

### 3.2.2. Análise dos Componentes Principais:

De forma a simplificar o modelo e reduzir o tempo de computação, optou-se por reduzir a dimensionalidade do modelo através da realização de uma Análise de Componentes Principais (ACP). Esta técnica permite reduzir a dimensionalidade do modelo, sem perder informação importante em relação à variância dos fatores de risco. Esta técnica leva a um novo conjunto de variáveis - os Componentes Principais - que retêm a maior parte da informação do conjunto de variáveis original. (Anderson, 1985)

*(Nota: Como para cálculo do choque imobiliário apenas é requerido 1 índice, teremos apenas 1 componente principal. No entanto, para os outros tipos de riscos de mercado haverá mais do que 1 índice a ter em conta).*

Os componentes principais são um conjunto de variáveis novas e não correlacionadas que são combinações lineares das variáveis originais. Cada índice fornece informações exclusivas mesmo quando as variáveis originais são altamente correlacionadas.

A análise produz uma série de componentes, sendo que o primeiro componente identifica a direção da variância máxima, o segundo componente explica a segunda melhor direção com o requisito de não estar correlacionada com o componente principal anterior, e assim sucessivamente.

Dadas as dimensões de cada variável, optou-se por realizar-se uma ACP para as taxas de juro, spreads das obrigações corporativas (Corporate) e spreads das obrigações governamentais, de acordo com a tabela abaixo:

Tabela 3.2.2.1: Resumo da análise de componentes principais para o modelo interno

|                           | Número de séries | Número de Componentes Principais (PCs) |
|---------------------------|------------------|--|
| Taxa de Juro              | 13               | 3                                      |
| Obrigações Corporate      | 32               | 3                                      |
| Obrigações Governamentais | 100              | 10                                     |

Como exemplo da aplicação da ACP utilizaremos as taxas de juro. O processo ACP para as taxas de juro começa com a recolha dos dados. (matriz  $j \times k$ ) (Principal Component Analysis — A numerical approach, 2023)

Tabela 3.2.2.2: Exemplo ilustrativo da recolha de dados para a análise de componentes principais das taxas de juro

| Y \ Meses | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | ... | 276   |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|-------|
| $Y_1$     | 3,66% | 3,66% | 4,03% | 3,83% | 4,04% |     | 2,33% |
| $Y_2$     | 4,11% | 4,09% | 4,50% | 4,28% | 4,45% |     | 2,19% |
| $Y_3$     | 4,40% | 4,34% | 4,78% | 4,56% | 4,68% |     | 2,19% |
| ...       |       |       |       |       |       |     |       |
| $Y_{20}$  | 5,38% | 5,46% | 5,72% | 5,63% | 5,65% |     | 2,36% |

Calculando a média para cada valor Y:

$$\bar{Y}_j = \frac{\sum_{k=1}^N Y_{j,k}}{N} \quad (3.2.2.1)$$

Será depois necessário calcular a matriz de covariância dos dados centralizados. Esta matriz irá descrever as relações entre os diferentes recursos no conjunto de dados.

$$S = \begin{bmatrix} cov(Y_1, Y_1) & \cdots & cov(Y_1, Y_{276}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(Y_{20}, Y_1) & \cdots & cov(Y_{20}, Y_{276}) \end{bmatrix} \quad (3.2.2.2)$$

Onde,

$$cov(Y_j, Y_k) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (Y_j - \bar{Y}_j)(Y_k - \bar{Y}_k) \quad (3.2.2.3)$$

Depois de calculados os valores da matriz de covariância, são calculados os valores próprios da matriz, através da equação característica da mesma.

$$\det(P - DI) = 0 \quad (3.2.2.1)$$

Onde,

- P é a matriz de covariância;
- D representa os valores próprios;
- I é a matriz identidade.

Chegaremos então à matriz D dos valores próprios, que nos vai permitir encontrar a matriz dos vetores próprios de P (matriz U). (Exemplo: Supondo que após o cálculo temos treze valores próprios de P para o risco de taxa de juro, ( $\lambda_1=0,03$ ;  $\lambda_2 = 0,10$ ;  $\lambda_3 = 0,01$ ;  $\lambda_4 = 0,05$ ); ...;  $\lambda_{13}$ ), a matriz D teria a seguinte forma):

$$D = \begin{bmatrix} 0,03 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0,10 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0,05 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Após o cálculo dos valores próprios a matriz U (representativa dos vetores próprios de P), pode ser calculada substituindo os valores próprios encontrados em  $(P - DI)U = 0$ , onde U é o vetor próprio correspondente.

$$U = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ \dots \\ u13 \end{bmatrix} \quad (3.2.2.5)$$

(Exemplo: A dimensão da matriz U para o risco de taxa de juro seria 13x1 e teria a seguinte forma):

$$U = \begin{bmatrix} 1,20\% \\ 0,70\% \\ 0,97\% \\ 0,40\% \\ \dots \\ u13 \end{bmatrix}$$

Normalizando os vetores próprios:

$$e_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} \frac{u1}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{u2}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{u3}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{u4}{||u_{\lambda_1}||} \\ \dots \\ \frac{u13}{||u_{\lambda_1}||} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1,20\%}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{0,70\%}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{0,97\%}{||u_{\lambda_1}||} \\ \frac{0,40\%}{||u_{\lambda_1}||} \\ \dots \\ \frac{u13}{||u_{\lambda_1}||} \end{bmatrix} \quad (3.2.2.6)$$

Transpondo os vetores próprios e multiplicando-os pela matriz apresentada em baixo (matriz 13x276), ficamos com uma matriz 1x276 representativa de cada componente principal. (No exemplo representativa do primeiro componente principal).

$$e_{\lambda_1}^T \begin{bmatrix} Y_{1k} - \bar{Y}_1 \\ \vdots \\ Y_{jk} - \bar{Y}_j \end{bmatrix} \quad (3.2.2.7)$$

Replicando o processo para todos os valores próprios encontrados (13), ficaremos com 13 componentes principais, sendo cada um uma matriz 1x276.

Os valores próprios indicando a quantidade de variação explicada por cada componente principal no espaço dos dados e sendo os vetores próprios os componentes principais, bastaria considerarmos treze componentes principais. Estes 13 componentes principais explicariam a maior parte da variância total, permitindo reduzir a dimensão do modelo.

### 3.2.3. Encontrar a distribuição com o melhor Goodness of Fit (GoF)

Segue-se a seleção de uma distribuição para modelizar os componentes principais de cada fator de risco. Genericamente, a distribuição deve ser flexível o suficiente para capturar as características estatísticas observadas no mercado. Assim sendo, a mesma deve apresentar alguma assimetria de forma a poder capturar eventos extremos. A distribuição deve também ser fácil de calibrar e deve ter expressões de forma fechada para momentos e funções quantílicas para alcançar uma complexidade computacional baixa.

As distribuições consideradas são a distribuição Normal, a distribuição t-Student, a MetaLog3 e a Generalized Lambda. (Stephens, 1986)

Para tal é introduzido um KPI (Key Performance Indicator) que inclui diversas medidas de distância entre a distribuição e as séries históricas.

A distância média entre a distribuição e as séries históricas é dada pela distância de Cramér-von Mises ( $D_{CvM}$ ) e a distância média ponderada pela distância de Anderson-Darling ( $D_{AD}$ ). O teste de Anderson-Darling, considerado uma extensão do teste de Kolmogorov-Smirnov, é eficaz para verificar a normalidade dos dados e oferece uma maior sensibilidade em caudas da distribuição. As formulações destas aparecem de seguida:

$$D_{CvM} = n \int_{-\infty}^{+\infty} (F_n(x) - F(x))^2 dx \quad (3.2.3.1)$$

$$D_{AD} = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1 - F(x))} dx \quad (3.2.3.2)$$

Onde,

- $F_n(x)$  é a distribuição empírica, derivada das séries temporais
- $F(x)$  é a distribuição teórica cujo goodness-of-fit está a ser estudado.

A distribuição será então escolhida de acordo com o melhor Goodness of Fit e se a mesma passar no backtesting (método geral utilizado para avaliar a viabilidade da distribuição retrospectivamente usando dados históricos). Através dos valores de KPI obtidos para as várias distribuições é possível verificar que a que apresenta um menor valor, e portanto menor distância entre a distribuição e a série histórica, é a distribuição MetaLog3, sendo esta a selecionada para o risco imobiliário.

Tabela 3.2.3: Resultados da aplicação das distribuições ao imobiliário

| Imobiliário        | Anderson-Darling | Cramer-von-Mises | Kolmogorov |
|--------------------|------------------|------------------|------------|
| Normal             | 3,7              | 0,7              | 0,2        |
| Student            | 3,4              | 0,7              | 0,2        |
| MetaLog3           | 0,7              | 0,1              | 0,1        |
| Generalized Lambda | 2,3              | 0,3              | 0,1        |

De forma a quantificar a diferença entre as duas distribuições de probabilidade poder-se-ia também utilizar a Divergência de Kullback-Leibler. Uma divergência igual a zero indica que as funções são muito parecidas, enquanto uma divergência de 1 indica que se comportam de maneira diferente.

### O caso do Risco Imobiliário

Para o risco imobiliário em específico será utilizada a distribuição MetaLog com 3 termos, pelo que a designaremos MetaLog3. (Keelin, 2016)

A distribuição MetaLog é uma generalização da distribuição logística, que é dada por:

$$x = Q(y) = \mu + s \ln\left(\frac{y}{1-y}\right) \quad (3.2.3.3)$$

A função quantílica logística atende aos principais critérios necessários para efetuar a escolha da distribuição. Esta distribuição apresenta uma expressão de forma fechada para os momentos e funções quantílicas; apresenta uma grande flexibilidade (é uma das famílias de distribuições mais flexível) podendo capturar vastas formas e tem como número mínimo de fatores de sub-risco 1. No entanto, quanto à calibração a mesma não é considerada fácil, dado que não apresenta uma solução única para os momentos do sistema.

Tendo como base a função quantílica logística, e substituindo as expansões da série de potências na probabilidade cumulativa  $y=F(x)$ ,  $0 < y < 1$ , pelo  $\mu$  e o  $s$  (que controlam a localização e a escala, respetivamente). Para  $k=3$ :

$$\mu = a_1 \quad (3.2.3.4)$$

$$s = a_2 + a_3 (y - 0,5) \quad (3.2.3.5)$$

, onde os coeficientes  $a$  são constantes que determinam a localização, escala e forma. Como numa série de Taylor, a função MetaLog, pode ter uma quantidade indeterminada de termos. Com a adição de cada termo, a distribuição torna uma forma mais flexível.

Reescrevendo a função quantílica logística incorporando as substituições enunciadas em cima, ficaremos com a função quantil do MetaLog, que é dada por:

$$M_k(y) = M_3(y) = a_1 + a_2 \ln\left(\frac{y}{1-y}\right) + a_3 (y - 0,5) \ln\left(\frac{y}{1-y}\right), \text{ para } k = 3 \quad (3.2.3.6)$$

### 3.2.4. Revalorização dos fundos próprios para cada cenário

Após selecionada a distribuição para cada fator de risco, são então gerados os 100.000 cenários económicos para 1 ano, que seguem a distribuição selecionada.

É possível obter as distribuições marginais para os componentes principais de cada fator de risco, correndo o modelo apenas projetando cenários diferentes para os componentes principais em questão, mantendo os restantes componentes constantes. Por exemplo, é possível gerar 100.000 cenários, onde apenas o índice de imobiliário varia, enquanto que as taxas de juro, índices, acionistas, spreads, etc. mantêm-se constantes. Revalorizando os fundos próprios para cada cenário, obtém-se a distribuição de perdas para o fator de risco, da qual o quantil 0,5% corresponderá ao SCR de Imobiliário.

A posição de um percentil calcula-se multiplicando o número do percentil (k) pela soma do número total de dados mais um e dividir o resultado por cem.

$$\frac{k(n+1)}{100} \Leftrightarrow \frac{0,005(n+1)}{100}, \text{ o percentil } 0,5\% \quad (3.2.4)$$

### 3.2.5. Cópula-t:

De forma a construir uma distribuição conjunta das várias distribuições marginais dos submódulos de risco, que tenha em conta o benefício de diversificação, optou-se por usar uma cópula-t. A cópula-t será utilizada para correlacionar os vários tipos de risco, à semelhança do realizado na Fórmula Padrão através de uma matriz de correlações.

De acordo com o Teorema de Sklar, qualquer distribuição conjunta multivariada pode ser escrita em termos de funções de distribuição marginal univariada e uma cópula descrevendo a estrutura de dependência entre as variáveis.

A cópula agrega as distribuições marginais de todos os componentes e devolve uma distribuição conjunta, com base nas correlações implícitas existentes entre os componentes principais. Assim, a cópula preserva a estrutura de dependência dos componentes principais.

A fórmula para o cálculo da cópula-t, é a seguinte:

$$C_{v,\Sigma}(u_1, u_2, \dots, u_m) = t_{v,\Sigma}(t_v^{-1}(u_1), t_v^{-1}(u_2), \dots, t_v^{-1}(u_m)) \quad (3.2.5)$$

Onde,

- $u_m$ : variável aleatória com distribuição uniforme marginal
- $t_v$ : variável aleatória com distribuição univariada t-student com graus de liberdade v.
- $t_v^{-1}(u_1)$ : inversa da CDF marginal para a variável i e  $u_i$ , são os dados transformados para a escala uniforme.
- $t_{v,\Sigma}$ : distribuição de t multivariada com matriz de correlação  $\Sigma$  e v graus de liberdade. É a função de distribuição acumulada (CDF) da distribuição t multivariada.

### 3.2.6. Revalorizar os fundos próprios para cada cenário

Revalorizando os fundos próprios para cada cenário gerado a partir da distribuição conjunta devolvida pela cópula, obtém-se a distribuição final de perdas dos fundos próprios, e retirando o quantil 0,5% desta distribuição, é possível obter o SCR de Mercado. O mesmo será dado pela fórmula:

$$SCR_{Mercado} = 1 - \left( \frac{\text{Quantil } 0,5\%}{\text{Valor Inicial dos Fundos Próprios}} \right) \quad (3.2.6)$$

### 3.2.7. Benefício de diversificação

O benefício da diversificação pode ser definido como a soma dos SCRs marginais de cada sub-módulo de risco subtraída pelo SCR de mercado, sendo calculado através de:

$$\text{Benefício de diversificação} = \sum_{i=1}^n P_i(0,5\%) - SCR_{Mercado} \quad (3.2.7)$$

Onde:

- $P_i(0,5\%)$  representa o SCR marginal  $i$  de cada sub-módulo de risco (imobiliário, taxa de juro, spread, cambial, concentração e acionista).
- $n$  é o número total de riscos considerados.

## 4. Dados utilizados para gerar a série histórica dos retornos Imobiliários

O choque associado ao risco imobiliário para o modelo interno tem por base dados históricos sobre rendimentos de aluguer e crescimento de capital para diferentes tipos de imóveis de Portugal. De forma a averiguar se estes dados são adequados é necessário testá-los.

Os dados utilizados para a gerar a série histórica dos retornos do risco Imobiliário, retirados do Cushman & Wakefield, remetem ao período em trimestres de 2005 a 2024 e tem por base indicadores imobiliários relativos a escritórios, comércio e casas de estudantes da zona de grande Lisboa e da zona do grande Porto.

Os índices de escritórios são apresentados com base no preço por metro quadrado ao mês.

- A zona de grande Lisboa abrange renda de escritórios e de yield de seis zonas: Saldanha, Amoreiras, 2ª Circular, da zona histórica de Lisboa e do Parque das Nações.
- A zona do grande Porto inclui indicadores de renda de escritórios e yield de oito zonas: CBD Boavista, CBD centro, ZEP, Oriental, Matosinhos, Maia e Vila Nova de Gaia.

Quanto aos indicadores imobiliários de zonas comerciais, têm por base a cidade de Lisboa e outras cidades secundárias.

Com os dados dos rendimentos de aluguer e da rentabilidade anual (yield) para os diferentes tipos de imóveis são calculados os valores do índice imobiliário e os retornos anuais imobiliários ‘suavizados’. A fórmula, para o retorno anual (retorno logarítmico) é dada, novamente, por:

$$\text{Retorno logarítmico} = \ln \left( \frac{\text{Índice do imobiliário}_{t+1}}{\text{Índice do imobiliário}_t} \right) \quad (2.2.1.1)$$

No caso do risco imobiliário, as medidas estatísticas encontradas para os 100 mil cenários, são apresentadas de seguida, assim como, os valores respeitantes aos vários quantis:

Tabela 4. 1: Análises estatísticas dos 100 mil cenários do risco imobiliário

| Valor Inicial dos Fundos Próprios | Média  | Desvio-Padrão | Coefficiente de Assimetria | Curtose |
|-----------------------------------|--------|---------------|----------------------------|---------|
| 155,57                            | 159,61 | 17,78         | -0,28                      | 2,49    |

Tabela 4. 2: Análises estatísticas dos 100 mil cenários do risco imobiliário

| Quantil      |        |              |        |
|--------------|--------|--------------|--------|
| <b>0,005</b> | 113,80 | <b>0,75</b>  | 173,39 |
| <b>0,01</b>  | 117,45 | <b>0,90</b>  | 182,69 |
| <b>0,05</b>  | 128,76 | <b>0,95</b>  | 186,87 |
| <b>0,10</b>  | 135,41 | <b>0,99</b>  | 192,05 |
| <b>0,25</b>  | 147,10 | <b>0,995</b> | 193,15 |
| <b>0,50</b>  | 160,49 |              |        |

Através das medidas estatísticas fornecidas é então possível identificar o valor do choque correspondente ao SCR do risco imobiliário. O mesmo será aproximadamente 26%, utilizando a seguinte fórmula já enunciada:

$$SCR_{Imobiliário} = 1 - \left( \frac{\text{Quantil } 0,5\%}{\text{Valor Inicial dos Fundos Próprios}} \right) = 1 - \left( \frac{113,80}{155,57} \right) \quad (3.2.6)$$

$$= 26\%$$

Este choque é ligeiramente superior ao do método padrão (25%).

Da mesma forma, deverão ser testadas as correlações entre os dados para verificar a adequação dos mesmos. São testadas três principais correlações: a correlação de Pearson, a correlação de Spearman e a correlação de Kendall. Os valores dos retornos são apresentados de seguida:

Tabela 4. 3: Retornos da Companhia Vs Retornos Históricos em estudo

|      | Retornos da companhia | Índice   | Retornos históricos em estudo | Classificação dos Retornos da Companhia | Classificação dos Retornos Históricos | $d_t$ |
|------|-----------------------|----------|-------------------------------|---|---------------------------------------|-------|
| 2018 |                       | 153,4778 |                               |   |                                       |       |
| 2019 | 1,25%                 | 162,3758 | 5,64%                         | 3                                       | 3                                     | 0     |
| 2020 | -8,11%                | 151,753  | -6,77%                        | 6                                       | 5                                     | 1     |
| 2021 | 3,14%                 | 162,4609 | 6,82%                         | 1                                       | 1                                     | 0     |
| 2022 | -1,13%                | 159,1417 | -2,06%                        | 4                                       | 4                                     | 0     |
| 2023 | 2,22%                 | 146,2638 | -8,44%                        | 2                                       | 6                                     | -4    |
| 2024 | -4,71%                | 155,5672 | 6,17%                         | 5                                       | 2                                     | 3     |

|              |        |  |       |  |  |  |
|--------------|--------|--|-------|--|--|--|
| <i>Média</i> | -1,22% |  | 0,23% |  |  |  |
|--------------|--------|--|-------|--|--|--|

Utilizando a fórmula do coeficiente de correlação de Pearson, obtém-se uma correlação entre as duas variáveis em estudo de 26,12%.

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = 26,12\% \quad (4.1)$$

Por outro lado, o coeficiente de correlação de Spearman dá-nos um valor de correlação mais baixo.

$$\begin{aligned} \rho &= 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (4.2) \\ &= 1 - \frac{6 \times (1 + 16 + 9)}{6(6^2 - 1)} = 25,71\% \end{aligned}$$

Testando por último o valor da correlação de Kendall Tau, onde  $n$  é a dimensão da amostra e os pares são concordantes ou discordantes consoante o sinal dos pares.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{(\text{quantidade de pares concordantes}) - (\text{quantidade de pares discordantes})}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad (4.3) \\ &= \frac{(9 - 6)}{\frac{6(6-1)}{2}} = 20,00\% \end{aligned}$$

Tabela 4. 4: Cálculo da correlação de Kendall Tau (pares concordantes e discordantes)

| <b>i   j</b> | <b>Retornos da<br/>Companhia (i) -<br/>Retornos da<br/>Companhia (j)</b> | <b>Retornos Históricos<br/>(i) - Retornos<br/>Históricos (j)</b> | <b>Concordantes (C)<br/>ou Discordantes (D)</b> |
|--------------|--|--|---|
| 2019 2020    | 9,36%  | 12,40%   | C   |
| 2019 2021    | -1,89%   | -1,18%   | C   |
| 2019 2022    | 2,38%  | 7,70%  | C   |
| 2019 2023    | -0,97%   | 14,07%   | D   |
| 2019 2024    | 5,96%  | -0,53%   | D   |
| 2020 2021    | -11,25%  | -13,58%  | C   |
| 2020 2022    | -6,98%   | -4,70%   | C   |
| 2020 2023    | -10,33%  | 1,67%  | D   |
| 2020 2024    | -3,40%   | -12,93%  | C   |
| 2021 2022    | 4,27%  | 8,88%  | C   |
| 2021 2023    | 0,92%  | 15,26%   | C   |
| 2021 2024    | 7,84%  | 0,65%  | C   |
| 2022 2023    | -3,36%   | 6,37%  | D   |
| 2022 2024    | 3,57%  | -8,23%   | D   |

|           |       |         |   |
|-----------|-------|---------|---|
| 2023 2024 | 6,93% | -14,60% | D |
|-----------|-------|---------|---|

Apesar de os valores de correlação obtidos, entre os retornos da companhia e os retornos históricos, ser baixa do ponto de vista estatístico, os dados históricos utilizados apresentam uma grande granularidade.

A baixa correlação dos dados poderá ser explicada pela valorização dos imóveis ter em conta componentes para além do mercado imobiliário, como a existência de benfeitorias. No âmbito do trabalho não há capacidade de chegar a valores de correlação superiores, pelo que consideraremos os dados históricos em causa para prever os futuros retornos da companhia.

#### 4.1. SCR de Imobiliário (modelo interno)

De acordo com o modelo interno, temos então os seguintes valores de SCR:

*Tabela 4.1.1: Valores de SCR calculado pelo modelo interno em 2024 (sem alocação)*

| Módulos de Risco      | SCR          |
|-----------------------|--------------|
| Risco de Taxa de Juro | 5 M€         |
| Risco Acionista       | 25 M€        |
| Risco Imobiliário     | 11 M€        |
| Risco de Corporate    | 1,4 M€       |
| Risco de Sovereign    | 1,3 M€       |
| Risco de Concentração | 0            |
| Risco Cambial         | 0,209 M€     |
|                       |              |
| <b>TOTAL</b>          | <b>44 M€</b> |

Utilizando a fórmula de cálculo do SCR de mercado enunciada em cima no método padrão (2.3.1), a seguradora apresenta um risco de mercado de 26 M€.

É possível derivar uma matriz de correlações a partir dos 100 mil cenários e da distribuição de perdas de fundos próprios resultante, de modo a que a aplicação desta matriz no vetor de SCR marginais dê o SCR de Mercado, de uma forma semelhante à Fórmula Padrão. No entanto, todas as matrizes de correlações devem ter a propriedade de serem semi-definidas positivas, pois deve ser possível derivá-las através de matrizes de variância-covariância, que por definição são sempre semi-definidas positivas.

*Tabela 4.1.2: Nova matriz de correlação do risco de mercado (Modelo interno)*

|              | Taxa de Juro | Acionista | Imobiliário | Corporate | Sovereign | Cambial |
|--------------|--------------|-----------|-------------|-----------|-----------|---------|
| Taxa de Juro | 100%         | 10%       | -17%        | -16%      | -2%       | -13%    |
| Acionista    | 10%          | 100%      | -3%         | -29%      | -69%      | 66%     |
| Imobiliário  | -17%         | -3%       | 100%        | -25%      | -13%      | 1%      |
| Corporate    | -16%         | -29%      | -25%        | 100%      | 33%       | -9%     |
| Sovereign    | -2%          | -69%      | -13%        | 33%       | 100%      | -47%    |
| Cambial      | -13%         | 66%       | 1%          | -9%       | -47%      | 100%    |

Para uma matriz ser classificada semi-definida positiva deve apresentar valores próprios positivos, tornando-se necessário o cálculo dos mesmos.

Calculando os valores próprios da matriz, chegaremos à conclusão que a mesma apresenta 6 valores próprios positivos: 0,224; 0,461; 0,581; 1,168; 1,204 e 2,362.

#### 4.2. Alocação de Capital ao Imobiliário

Aplicando a fórmula de Euler (2.4.1) à semelhança do realizado no método padrão de forma a alocar o capital ao imobiliário, podemos chegar aos seguintes valores de SCR:

*Tabela 4.2.1: Valores de SCR calculado pelo modelo interno em 2024 (comparação com alocação)*

| <b>Módulos de Risco</b> | <b>SCR</b>   | <b>SCR Alocado</b> | <b>Diversificação</b> |
|-------------------------|--------------|--------------------|-----------------------|
| Risco de Taxa de Juro   | 5 M€         | 1 M€               | 4 M€                  |
| Risco Acionista         | 25 M€        | 22,5 M€            | 2 M€                  |
| Risco Imobiliário       | 11 M€        | 3,5 M€             | 7 M€                  |
| Risco de Corporate      | 1,4 M€       | -0,886 M€          | 2 M€                  |
| Risco de Sovereign      | 1,3 M€       | -0,453 M€          | 1,8 M€                |
| Risco de Concentração   | 0            | 0                  | 0                     |
| Risco Cambial           | 0,209 M€     | 0,123 M€           | 0,086 M€              |
|                         |              |                    |                       |
| <b>TOTAL</b>            | <b>44 M€</b> | <b>26 M€</b>       | <b>18 M€</b>          |

## **5. Comparação de Resultados e Conclusões**

Ao comparar o método padrão com o modelo interno, verificamos que o benefício de diversificação obtido no estudo, sendo de 18 M€, é significativamente maior do que a diversificação do método padrão de 4 M€, refletindo uma grande vantagem na utilização do modelo interno em detrimento do modelo padrão.

Quanto ao risco imobiliário, este apresentava um SCR no método padrão de aproximadamente 10 M€ (carga de 25%) e depois de alocado um valor de 8 M€, refletindo uma diversificação de 1,5 M€. Por outro lado, recorrendo ao modelo interno o SCR do risco imobiliário é de 11 M€ (carga de 26%) e depois de alocado toma o valor de 3,5 M€, tendo uma diversificação no valor de 7 M€.

O requisito de capital no modelo interno alocado ao imobiliário é bastante inferior no modelo interno quando comparado ao método padrão, refletindo o benefício do mesmo.

É possível concluir então que existe vantagem na utilização do modelo interno para o cálculo do risco imobiliário.

Para finalizar à que salientar que as empresas têm que adequar continuamente a sua realidade à realidade dos mercados financeiros ou outros onde operam, pelo que o modelo interno deve estar sempre sob escrutínio e cuidadosa avaliação.

## 6. Referências

- Anderson, T. (1985). *Principal Components: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- CEIOPS. (29 janeiro 2010). *CEIOPS-DOC-66/10: CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR Standard Formula Article 111b Calibration of Market Risk Module*. Frankfurt: CEIOPS.
- Keelin, T. W. (28 de Novembro de 2016). The Metalog Distributions. *Decision Analysis*, 13 , pp. 243–277. Obtido de <http://metalogdistributions.com/>
- Principal Component Analysis — A numerical approach*. (21 de Setembro de 2023). Obtido de Medium: [www.medium.com](http://www.medium.com)
- Stephens, R. B. (1986). *Goodness-of-fit-techniques* (Vol. 68). (I. Marcel Dekker, Ed.) Statistics: Textbooks and monographs ed.
- Decreto-Lei nº102/94, de 20 de abril de 1994*
- Diretiva 2009/138/CE, de 25 de novembro de 2009*