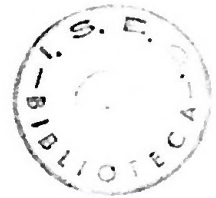


I. S. E. C.	
Eq. e.	Biblioteca
267-G.	36206

RESERVADO



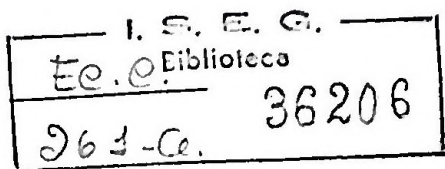
HG4529.L43 1988  
PEDRO MANUEL DA SILVA LEANDRO

"METODOLOGIAS DE SELECÇÃO DE PROJECTOS DE INVESTIMENTO"

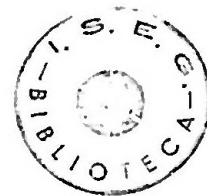
Dissertação para Mestrado em Gestão  
no Instituto Superior de Economia  
da Universidade Técnica de Lisboa

LISBOA

1988



RESERVADO



PREFACIO

Embora a minha actividade profissional não esteja directamente relacionada com o tema que elegi, sinto-me satisfeito pela escolha feita.

O desenvolvimento do tema "Metodologias de Selecção de Projectos de Investimento", permite-me relacionar e aprofundar questões da minha vivência no quotidiano, visto conter uma síntese de matérias de estratégia, planeamento e gestão financeira aplicados a um sistema complexo.

O estudo dos métodos quantitativos utilizados na problemática em análise, constituiu, igualmente, precioso lenitivo, que positivamente permitiu compensar uma tendência para fundamentar decisões numa base fundamentalmente qualitativa, e, muitas vezes, exclusivamente empirica e subjectiva.

Os problemas de avaliação de projectos, não obstante serem objecto de investigação há algumas décadas, têm hoje mais premente actualidade, à luz do desenvolvimento dos mercados e da "revolução informática".

A importância crescente do meio ambiente e dos factores psicológicos e sociológicos que condicionam muitas decisões, a interdisciplinariedade entre as várias áreas do saber e a aproximação crescente da economia à gestão (e vice-versa) tornaram o presente trabalho particularmente interessante e a justificar desenvolvimentos futuros.

H

Concluídos os esforços na preparação da dissertação, não posso deixar de testemunhar o meu sincero agradecimento ao Prof. Doutor Anibal Santos, cujo permanente estímulo, apoio, ensinamentos e influência neste trabalho constituíram factor fundamental para a sua realização.

Ao Senhor Professor Doutor Mário Madureira quero, também, deixar o meu sincero reconhecimento pelo apoio e disponibilidade sempre manifestadas.

Uma palavra de agradecimento à Senhora Dra. Conceição Monteiro, aos Senhores Drs. Araújo Lopes, Armando Cunha, Manuel Ramalhete e Rui Simões e ao Senhor Engenheiro Alberto Camarinha, pela contribuição nas respostas ao inquérito e pela disponibilidade patenteada.

Aos Senhores Professores que interviram na parte escolar do mestrado e aos colegas que comigo conviveram a expressão do meu reconhecimento.

Ao trabalho apresentado foi dado um âmbito global, em que tive a preocupação de listar numa forma, tanto quanto possível exaustiva, as metodologias que suportam a selecção de projectos de investimento.

Para o efeito tentei proceder ao enquadramento, definição e caracterização dos diferentes critérios, com o objectivo de documentar o seu interesse, potencialidades e limitações.

Procurei apresentar os desenvolvimentos teóricos com recurso à bibliografia escolhida e complementar a pesquisa com uma investigação aplicada, através de inquérito a um conjunto restrito de unidades produtivas.

Creio ter efectuado uma síntese dos métodos de selecção de projectos e possibilitado dar uma ideia, ainda que sumária, da sua aplicação em Portugal.

Estou convicto que os meios informáticos, actualmente ao dispor das empresas e de cuja evolução se espera colher ainda maiores benefícios, permitem antever novas possibilidades de aplicação das teorias estruturadas no passado e, até ao presente, de difícil aplicação.

Deliberadamente recusei a via de uma dissertação assente na construção de modelos de concretização prática imediata, mormente através do recurso a folhas de cálculo, potentes e sofisticadas, pois optei por não enveredar por elaborar aplicação de tipo comercial, que algum "software" já possibilita.

Dado o âmbito já de si alargado do tema, não procedi ao desenvolvimento de alguns aspectos importantes, de que destaco a inflação, a dicotomia empresas públicas-empresas privadas (e a diversidade dos seus propósitos e objectivos), o financiamento, e questões específicas de avaliação (fiscalidade, períodos de vida, simulações, análises de sensibilidade, etc.).

Além do capítulo introdutório que pretende situar o tema num contexto mais geral, a estrutura deste trabalho comporta três capítulos dedicados à metodologia e aos critérios, e uma parte dedicada aos resultados obtidos no inquérito realizado, e que se anexa.

Na apresentação das metodologias distingui a selecção em universo determinista e aleatório, tendo naquele feito a distinção entre os instrumentos tradicionais e as metodologias alternativas com recurso à programação matemática. Procedi à identificação dos problemas de selecção sem restrições ou influenciadas por constrangimentos de natureza diversa.

Contudo, julgo que os esforços desenvolvidos e que se concretizam neste trabalho, constituem apenas o primeiro passo para um caminho mais longo e aprofundado na procura de novas e melhores soluções para os problemas existentes nesta matéria.

## INDICE DO TRABALHO

### 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Investimento e função financeira	1
1.2 - Conceito de investimento	4
1.3 - Tipos de investimento	5
1.4 - Investimento e financiamento	9
1.5 - A avaliação e selecção de investimentos: a tomada de decisão em universos deterministas e aleatórios	12

### 2 - METODOLOGIAS TRADICIONAIS

2.1 - As decisões de consumo e investimento.	16
2.2 - Hipóteses básicas dos critérios baseados na actualização	22
2.3 - Critérios cobatabilísticos	24
2.4 - Critério do valor actual liquido	29
2.5 - Rácio custo/beneficio	33
2.6 - Taxa interna de rendibilidade	37
2.7 - A incoerência na ordenação de projectos de investimento. A taxa de reinvestimento e a resolução do problema da ordenação.	47
2.8 - Investimentos com periodos de vida diferentes	51
2.9 - Invalidade do teorema da separação	55

### 3 - METODOLOGIAS ALTERNATIVAS

3.1 - A avaliação e selecção de investimentos na presença de restrições	60
3.2 - A optimização da decisão e a utilização da programação matemática	63

3.3	- Modelos de selecção de projectos com restrições de recursos	
3.3.1	- Modelo de Weingartner	64
3.3.2	- Modelo de Baumol-Quandt	74
3.3.3	- Modelo de Carlton	77
3.3.4	- Modelo de Bernhard	79
3.3.5	- Programação multiobjectivos	83
4	- A SELECÇÃO DE PROJECTOS EM UNIVERSOS DE INCERTEZA	
4.1	- O conceito de utilidade esperada	92
4.2	- Funções de utilidade	94
4.3	- Critérios de aversão absoluta e relativa do risco (Pratt-Arrow)	98
4.4	- Critério da média-variância	101
4.5	- Modelos de selecção	102
4.5.1	- Critério do VAL	103
4.5.2	- Método dos equivalentes certos	109
4.5.3	- Critério do ajustamento da taxa de desconto	112
4.6	- Modelo de Equilíbrio de Activos Financeiros	
4.6.1	- Apresentação do modelo	113
4.6.2	- Aplicação do MEAF à selecção de projectos de investimento	122
5	- A AVALIAÇÃO E SELECÇÃO DE PROJECTOS NA PRÁTICA: UM INQUÉRITO A REALIDADE EMPRESARIAL PORTUGUESA	
5.1	- Considerações gerais	127
5.2	- Principios directores e amostra escolhida	128

5.3 - Análise das respostas ao inquérito	129
5.3.1 - Breve caracterização das empresas inquiridas	129
5.3.2 - Caracterização dos projectos	131
5.3.3 - Pressupostos básicos e meios	132
5.3.4 - Critérios	133
5.3.5 - Financiamento dos investimentos	134
5.3.6 - Problemas específicos de avaliação e selecção	135
5.4 - Análise de sensibilidade	140
5.5 - Risco	140
5.6 - Decisão	141
6 - CONCLUSOES	142

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 INVESTIMENTO E FUNÇÃO FINANCEIRA

Uma organização constitui um sistema complexo, e pressupõe a utilização de meios que se subordina de forma implícita ou explícita à obtenção de objectivos.

Esse conjunto de meios, que integra os equipamentos e materiais, o capital humano, as estruturas organizacionais, corresponde à materialização dos recursos financeiros gerados internamente ou obtidos externamente.

Numa organização confluem interesses diversos, convergentes ou antagónicos, de agentes variados que exprimem as suas aspirações e legitimidade, com destaque para os detentores de capital, financiadores, gestores e seus colaboradores.

Esses interesses e aspirações são sintetizados na formulação de objectivos, que representam o ponto de partida para a tomada de decisões, as quais têm directa ou indirectamente reflexos financeiros.

As decisões financeiras visam a necessária sobrevivência da empresa e a obtenção de êxito, manifestado na concretização dos objectivos e aferido pelos resultados.

O desenvolvimento da economia, o aumento da dimensão das organizações, a abertura e expansão dos mercados financeiros e de capitais determinam a despersonalização das organizações. Estas novas realidades determinam necessidades de crescimento e inovação permanentes, estimuladas complementarmente por maiores exigências concorrenciais.

A necessidade de combate permanente ao envelhecimento das empresas reclama a conveniência de realização de investimentos e da aferição dos meios necessários bem como das consequências daí decorrentes.

São hoje reconhecidas como funções financeiras fundamentais o INVESTIMENTO, o FINANCIAMENTO e as DECISÕES SOBRE DIVIDENDOS. Do exposto se configura como função essencial do gestor financeiro o planeamento, obtenção e utilização de recursos com vista à maximização do valor da empresa.

E notória a evolução da importância crescente do objectivo de maximização do valor da empresa ( $\max V$ ), em detrimento do objectivo tradicional de maximização do lucro ( $\max \pi$ ).

E de aceitação generalizada que o principal objectivo da empresa é a  $\max V$ , o qual conduzirá à utilização eficiente dos seus recursos, assunto a que voltaremos mais adiante.

A concretização desta meta conduz à valorização, no mercado, das partes representativas do seu capital, podendo afirmar-se, que o valor das suas cotações no mercado de títulos é um índice que permite, de forma correcta, apreciar o desempenho da gestão.

Assim, valores mais elevados de cotação dos títulos permitirão "a priori" a obtenção de fundos e recursos financeiros adicionais em condições mais favoráveis, constituindo factor de atracção de poupanças geradas no interior da economia.

-----

(\*) Modigliani-Miller [17] (proposição I) reflectem que o valor da empresa é dado pela capitalização da sua rendibilidade esperada, actualizada à taxa  $i$  apropriada à sua classe de risco.

Os valores no mercado de títulos são obviamente sensíveis a informações veiculadas publicamente e reagem a alterações da economia, em geral, e sectorial, em particular; porém, a fonte fundamental da sua oscilação é resultante da gestão corrente e das expectativas geradas para o futuro.

O conceito de valor envolve a apreciação conjugada de duas realidades: rendibilidade e risco.

A teoria financeira evoluiu para uma disciplina normativa onde se define o valor dos fundos, sua afectação e definição da adequada estrutura de financiamento.

Esta nova concepção determina que se venha a preterir o objectivo de  $\max \pi$ , substituído pela adopção do conceito de "cash-flow", onde se considera o factor temporal na mensuração dos fluxos monetários. A nova teoria financeira privilegia, entre outros, o conceito de risco financeiro associado à estrutura do capital, expressa na relação dos capitais próprios (E) e capitais alheios (D), o risco na determinação dos resultados futuros provenientes da realização do investimento e a importância da política de dividendos.

Em síntese, pode afirmar-se que o objectivo da empresa é a maximização do valor actual da riqueza futura dos accionistas, que se encontra associada aos "cash-flows" gerados pelos projectos seleccionados.

-----  
(\* ) Optámos pela não tradução do termo "cash-flow", dada a diversidade de traduções em português que têm surgido na literatura sobre análise e gestão financeira.

## 1.2 O CONCEITO DE INVESTIMENTO

A política de desenvolvimento de uma empresa determina a necessidade da sua dinamização permanente, criando e visualizando oportunidades de investimento.

O conceito de investimento tem sido objecto de várias definições e sobre ele têm sido formuladas várias classificações.

Para Bierman e Smidt [6] investimento pode significar a afectação de recursos efectuados na esperança de realização de lucros futuros durante um longo período de tempo. Sharp [21] apresenta uma caracterização mais ampla definindo investimento como um sacrifício em termos de consumo presente por troca com consumo futuro possivelmente incerto.

E de aceitação generalizada que o investimento pressupõe uma opção entre presente e futuro, entre valores certos e incertos.

A decisão de investir corresponde a uma afectação de recursos, visando uma aplicação a prazo mais dilatado e determinando a constituição de um activo fisicamente identificável ou de activo financeiro envolvido num ciclo financeiro mais ou menos longo.

A sua importância assume particular relevância, pelos valores envolvidos na sua realização e recuperação, e pela irreversibilidade após a tomada de decisões. Comporta normalmente um valor estratégico e uma dimensão financeira. Naquele, referir-se-á a obtenção de produto concorrencial, a penetração em novos mercados, o reforço da quota de mercado, a aquisição da posição dominante, de imagem ou de prestígio; nesta, o reflexo que tem no valor actual e futuro da empresa, as relações empresa mercado financeiro, e a política de dividendos [1].

O significado e relevância do investimento impõe o equacionar de alternativas que permita a configuração de carteiras de projectos com vista à sua avaliação e posterior selecção.

Um projecto será, assim, um conjunto de recursos com dimensão definida relativamente aos quais se imporá um período de vida e que integrará uma estrutura mais ou menos complexa de meios ou factores necessários à sua realização.

A dimensão e avaliação de projectos determinam a idealização de esquemas de obtenção de fundos, as quais se traduzem no financiamento do próprio projecto.

### 1.3 TIPOS DE INVESTIMENTO

Têm sido propostas múltiplas classificações de investimentos por diversos autores, assumindo esses contributos particular interesse desde que possam justificar a adopção de métodos diferentes de análise e selecção.

De acordo com a sua natureza podem distinguir-se os investimentos industriais ou comerciais que se caracterizam pela tangibilidade do património (por serem fisicamente identificáveis) e pelos gastos incorpóreos a ele associados dos investimentos de carácter financeiro sem suporte material e que visam o rendimento, fruição ou obtenção de posição dominante. Os primeiros poderão ser designados por investimentos REAIS, os segundos por investimentos FINANCEIROS.

Se for considerado o seu objectivo, os investimentos podem ser sistematizados do seguinte modo:

- 1) Investimentos de substituição;
- 2) Investimentos de expansão;
- 3) Investimentos de crescimento;
- 4) Outros.

Embora nem sempre seja linear a inserção de cada projecto, parece, no entanto, ser de alguma utilidade esta distinção, pois os primeiros estão relacionados com estratégias de estabilidade, estando os segundos e terceiros relacionados com estratégias de crescimento em produtos actuais ou novos produtos; os referidos em último lugar integram os investimentos sociais e de prestígio.

Os investimentos podem ser considerados CONVENCIONAIS ou NÃO CONVENCIONAIS em função dos valores assumidos pelos "cash-flows" durante o período de vida do projecto. Os investimentos convencionais caracterizam-se pelo facto dos "cash-flows", negativos no início do projecto, antecederem sempre "cash-flows" positivos até final do horizonte temporal do investimento.

Exemplificando, admitamos os seguintes projectos e correspondentes "cash-flows":

Quadro 1.1 - Características de quatro projectos

PROJECTOS	CASH-FLOWS			
	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4
A	-10	-5	14	16
B	-5	1	3	4
C	-8	6	-2	15
D	3	-10	8	20

Os projectos A e B são convencionais, enquanto C e D são não convencionais, em virtude de, a "cash-flows" positivos sucederem "cash-flows" negativos.

Esta distinção assume particular importância na medida em que a adopção de algumas metodologias clássicas de avaliação e selecção de projectos fica inviabilizada pela configuração de projectos não convencionais, situação que, em geral, encontra justificação matemática simples.

Como apresentarei mais adiante, esta classificação tem profundas implicações no problema da taxa de reinvestimento e na análise e selecção dos projectos em mercados imperfeitos.

Tomando como base o valor assumido pelo investimento não recuperado durante a vida do projecto, podem distinguir-se os investimentos puros e mistos.

INVESTIMENTO PURO define-se como aquele em que os valores não recuperados actualizados à taxa interna de rendibilidade produzem sempre valores não positivos.

INVESTIMENTO MISTO é todo aquele que não é puro, ou seja, onde em certos períodos durante a vida do projecto ocorrerão momentos de sobrerrecuperação dos valores investidos, "neutralizados" de seguida pela formação de "cash-flows" líquidos negativos.

Relacionando ambos os critérios verifica-se que não existem investimentos convencionais mistos.

Questão importante na temática dos investimentos é o problema da sua divisibilidade, que permite a sua classificação em investimentos DIVISIVEIS e INDIVISIVEIS.

O carácter normalmente indivisível dos projectos industriais tem particular importância na selecção e ordenação de projectos com restrições de capital e determina soluções peculiares na utilização das metodologias com recurso à programação matemática.

A indivisibilidade do investimento constitui pressuposto básico da análise de projectos em universo determinista sem restrições.

É usual, ainda, considerar-se que a divisibilidade constitui distinção entre investimentos financeiros e industriais.

A última classificação, pertinente de formular, é a que estabelece a distinção entre projectos independentes e dependentes, pelas importantes consequências que a sua caracterização tem na selecção de projectos.

Os investimentos são INDEPENDENTES se a sua aceitação ou rejeição não afecta os fluxos que definem análoga decisão sobre outros candidatos alternativos. Projectos DEPENDENTES são aqueles em que a aceitação ou rejeição de um tem implicação nos "cash-flows" do outro e reciprocamente. Caso particular de dependência é a mútua exclusividade entre projectos que, em termos económicos, conduz à categoria de projectos substitutos ou alternativos.

Outro tipo usual de dependência caracteriza-se pela complementaridade entre projectos, onde existe influência unívoca ou biunívoca nos seus resultados esperados.

Esta distinção é indispensável na selecção de projectos, dado que constituem restrições que se afastam das hipóteses simplificadoras básicas; nos modelos com recurso à programação matemática, impõem a definição de restrições no modelo.

Outra forma de dependência é verificada nos projectos contingentes onde a consideração de um investimento tem de ser apreciada separadamente como duas alternativas diferentes.

#### 1.4 INVESTIMENTO E FINANCIAMENTO

Investimento e financiamento são realidades estritamente associadas, pois a concretização do primeiro impõe a obtenção de meios que o possibilitem.

De facto, o investimento constitui uma aplicação de recursos aos quais se pretende dar uma utilização óptima, na prossecução do objectivo principal de maximizar o valor de mercado da empresa. Essa maximização envolve a actualização de fluxos futuros a uma taxa designada por custo do capital.

A sua determinação envolve particular dificuldade, pois há que estabelecer a sua medida em função de custos passados ou de custos associados aos projectos futuros. Em qualquer dos casos, porém, há que observar se os capitais são provenientes dos accionistas ou de financiadores externos, e o tipo de modalidade que assumem.

O custo do capital será sempre um custo médio entre custos explícitos, resultantes do ónus real sobre a contracção de uma dívida e custos implícitos decorrentes da acumulação de capitais próprios.

Esta situação determina uma falta de homogeneidade do custo do capital, pois integra elementos apurados numa base objectiva e resultantes do endividamento, com elementos subjectivos associados aos custos implícitos.

A maximização do valor da empresa implicará o reconhecimento ou não da existência de uma estrutura financeira óptima, onde o custo do capital é mínimo, o que constitui tema básico da teoria financeira, expressa na rejeição ou aceitação das teses apresentadas por Modigliani-Miller [17].

Parece, contudo, realista proceder à determinação do custo do capital em face dos custos adicionais necessários à realização dos projectos de investimento, não projectando para o futuro os valores históricos verificados num passado.

De qualquer modo, o presente não pode ser dissociado da análise, na medida em que condiciona a estrutura financeira futura, e nos mercados reais os custos daí resultantes.\*

O problema fundamental da adopção do custo histórico do capital é se ele representa a taxa adequada para avaliar novos projectos, ou, se, em alternativa, deveremos utilizar o custo marginal, como a taxa mínima que conduz à aceitação de novos investimentos.

E de referir que se o custo (médio) do capital for inferior ao custo marginal, a aceitação de novos projectos conduzirá à diminuição do valor da empresa. Deste modo, a aceitação de candidatos a investimento deverá obedecer a que tenham uma taxa de rendibilidade igual ou superior ao custo de oportunidade.

O custo do capital é um conceito aglutinado de custos ligados a financiamentos substancialmente diferentes e que podem ser subdivididos em dois grandes grupos: capital alheio e capital próprio.

Os juros resultantes de endividamento exercerão influência na determinação dos "cash-flow", em virtude de serem dedutíveis aos rendimentos tributáveis, de que resulta diminuição nos impostos a suportar.

-----  
(\* ) Note-se que a taxa de rendibilidade do capital próprio (K )  
e  
de uma empresa com endividamento é superior a análoga taxa numa empresa financiada por fundos próprios, o que determina a necessidade de encontrar uma estrutura financeira adequada.



## 1.5 AVALIAÇÃO E SELECÇÃO DE INVESTIMENTOS:

### A TOMADA DE DECISÕES EM UNIVERSOS DETERMINISTAS E ALEATORIOS

A realização de investimentos, constituindo importante compromisso para o futuro, visa o objectivo da maximização da riqueza dos accionistas, requerendo um processo complexo de análise e apreciação de todos os seus aspectos integrantes.

Numa primeira fase, há que encarar a concepção de ideias que permitam listar o conjunto de projectos, concebidos no interior da empresa e, regra geral, objecto de ponderação prévia dos gestores.

De seguida, e para cada candidato a investimento, terá que ser recolhida toda a informação e dados necessários, que permitam definir e identificar claramente os activos e o período de vida do projecto. Complementarmente, é indispensável arrolar todos os factores de produção, em termos quantitativos e qualitativos, bem como os efeitos esperados da oportunidade idealizada.

Trata-se da fase de formulação dos projectos do ponto de vista técnico-económico, onde se consideram os custos de produção estudados e as características da procura, isto é, como é que de uma carteira hipotética de projectos se escolhe aquele ou aqueles que vão ser avaliados [22] [14].

A recolha de informação visará a quantificação de cada projecto através da adequada medida de todos os seus parâmetros, possibilitando a determinação das despesas de investimento no período de gestação e dos "cash-flows" a ser gerados ao longo da vida económica do projecto.

A preparação deste quadro de referência permite a aplicação de critérios de medida, que possibilitam uma avaliação adequada e eficaz do projecto.

Neste quadro, a análise financeira de investimentos tem como objectivo nuclear a decisão de enquadrar os projectos numa perspectiva de aceitabilidade ou de recusa enquanto oportunidade de investimento.

O problema da avaliação surge, assim, como uma questão complexa de valorização de recursos diversos, que permita a melhor decisão na aplicação dos fundos disponíveis ou a obter.

Todavia, deve salientar-se que a utilização de critérios tem que ser efectuada de acordo com os pressupostos que lhe estão subjacentes, e, simultâneamente, consistentes com as condições económicas.

Sucedendo à avaliação, a selecção dos projectos visa a aceitação ou rejeição dos candidatos segundo determinada ordenação.

Pode ser estabelecida através de duas grandes vias metodológicas: a tradicional e a de programação matemática.

Para esse efeito, é indispensável verificar se a selecção é efectuada na presença de restrições, seja de limitações financeiras seja de outra natureza (e.g. técnica).

A visão tradicional apontava para a escolha de um candidato entre várias alternativas. A concepção moderna da selecção visa aferir se um projecto constitui a melhor alternativa para a afectação de recursos. Neste quadro, na presença de um candidato único, haverá sempre a opção entre a sua selecção ou a afectação alternativa desses recursos a uma outra oportunidade do mercado, que comporte risco similar (custo de oportunidade).

De acordo com os novos desenvolvimentos no domínio da Teoria Financeira, o processo de tomada da decisão é encarado num contexto de escolha de carteiras de títulos, considerando-se aí que uma empresa constitui uma carteira de activos e passivos em condições de risco.

Como referi atrás, a aplicação de critérios de avaliação de projectos deve obedecer a pressupostos que condicionam a sua utilidade e interpretação. De entre esses pressupostos assume particular acuidade o tratamento dado à componente risco, que determina a análise em dois grandes universos: determinista e aleatório.

Tradicionalmente, ainda que existisse o reconhecimento do factor risco, as metodologias usualmente aceites não tinham em consideração a sua influência, definindo-se hipóteses de certeza, de cariz eminentemente simplificador.

Para obstar aos inconvenientes de ignorar o factor incerteza desenvolveu-se o recurso à análise de sensibilidade, a qual não quantifica o risco, mas permite identificar factores críticos que lhe são potencialmente sensíveis.

A perspectivação realista do meio económico, em geral, e dos mercados, em particular, impõe o reconhecimento da necessidade de considerar a incerteza elemento integrante da avaliação. De facto, os fluxos que determinam os "cash-flow" estão condicionados pelo factor risco que justificam a adopção de novos critérios.

Esses critérios foram desenvolvidos com recurso à Estatística Matemática e à Teoria das Probabilidades. Os modelos de avaliação e selecção em condições de incerteza e incorporado o factor risco foram desenvolvidos com base no conceito de utilidade esperada.

Nos capitulos seguintes, farei a apresentação das metodologias mais utilizadas em universo determinista, e ainda do problema de selecção de projectos em condições de risco.

## 2 - METODOLOGIAS TRADICIONAIS

### 2.1. AS DECISÕES DE CONSUMO E INVESTIMENTO

As preferências e consequentes decisões dos indivíduos em matéria de consumo e poupança traduzem-se no mercado de capitais (onde igualmente intervêm as organizações), na procura e oferta de recursos financeiros.

A actividade das empresas desenvolve-se no plano interno como ente produtivo e como agente activo no mercado em que a sua intervenção se manifesta, quer no plano de captadores de poupança, quer como utilizadores de recursos financeiros.

A actividade produtiva determina a concepção de oportunidades de investimento que serão seleccionadas e empreendidas, visando a sua eventual concretização no aumento do potencial produtivo e do seu valor.

Os projectos são objecto de quantificação e valorização, o que permite aferir a redução do consumo presente e a susceptibilidade de serem gerados rendimentos futuros. Cada oportunidade requer, por isso, recursos financeiros que serão gerados internamente ou obtidos através do endividamento em capitais alheios.

A ordenação dos projectos é decrescente, os aumentos de rendimentos serão sucessivamente menores e as despesas inerentes maiores, pelo que as taxas de rendibilidade dos projectos tendem para zero.

Após prévia ordenação com base na rendibilidade decrescente dos projectos, a curva de oportunidades pode ser representada pela curva OZ através do relacionamento entre investimento presente ( $K_0$ ) e o "cash-flow" futuro  $Y_1$ , como se descreve na figura 2.1.1.

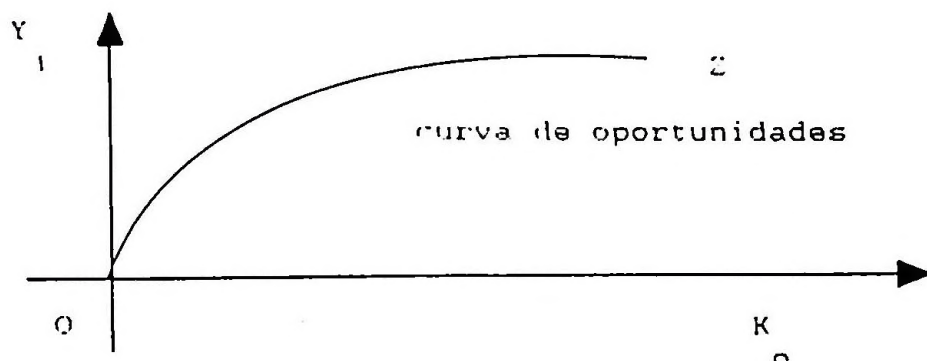


Fig.2.1.1.- Curva de oportunidades produtivas

Como se observa, a curva de oportunidades traçada é côncava relativamente à origem e a sua inclinação reflecte os rendimentos decrescentes das oportunidades de investimento com rendibilidades progressivamente menores.

Cada projecto P proporcionará uma taxa de rendibilidade entre dois períodos 0 e 1 igual a

$$i_p = \frac{d Y_1}{d Y_0} - 1 \quad (2.1)$$

onde  $Y_0$  e  $Y_1$  representam, respectivamente, o investimento no momento 0 e  $Y_1$  o rendimento no momento 1. A inclinação da curva de oportunidades para cada projecto P será igual ao inverso da tangente de  $1+i_p$ .

As curvas de indiferença ( $U$ ,  $t=1, \dots, n$ ) reflectem as utilidades estabelecidas pelos decisores e são susceptíveis de representação gráfica através de isoquantas convexas relativamente à origem, onde cada ponto reflecte índices iguais de satisfação (fig. 2.1.2). Os níveis de investimento-consumo, presentes e futuros, resultam da combinação de  $U$  com a curva 2.

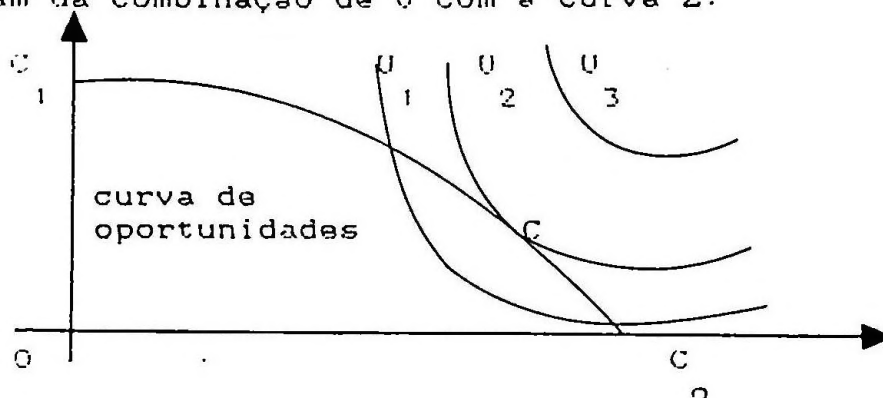


Fig.2.1.2 Investimento e utilidade

Na ausência de mercados de capitais a decisão de investimento deverá ser tomada no ponto C, tangência da curva de oportunidades com a isoquanta representativa de utilidade do decisor.

Um dos aspectos definidores do mercado de capitais perfeito é a possibilidade de endividamento ilimitado ao mesmo custo, pelo que a realização de novos projectos definidos na curva de oportunidades só terminaria quando o custo dos capitais mutuados fosse igual às receitas líquidas actualizadas, isto é, até que a taxa de rentabilidade (decrecente) igualasse o custo de oportunidade.

-----  
 (\*) Condição, no fundo, idêntica à obtida no mercado dos produtos, onde em equilíbrio temos que a receita marginal é igual ao custo marginal de produção.

Nos pressupostos do mercado de capitais perfeito (em universo determinista) a introdução do factor financiamento é estabelecida e representada através da chamada recta de mercado de capitais, definida para diferentes níveis de taxa de juro. (Fig.2.1.3)

A medida que aumentam as oportunidades produtivas, os coeficientes angulares das duas curvas tendem a ser iguais, sendo o ponto de tangência D matematicamente definido por

$$-\left(\frac{1+i}{P}\right) = - (1+i)$$

em que  $i$  representa a taxa de juro do mercado.

Graficamente teremos (fig.2.1.3.)

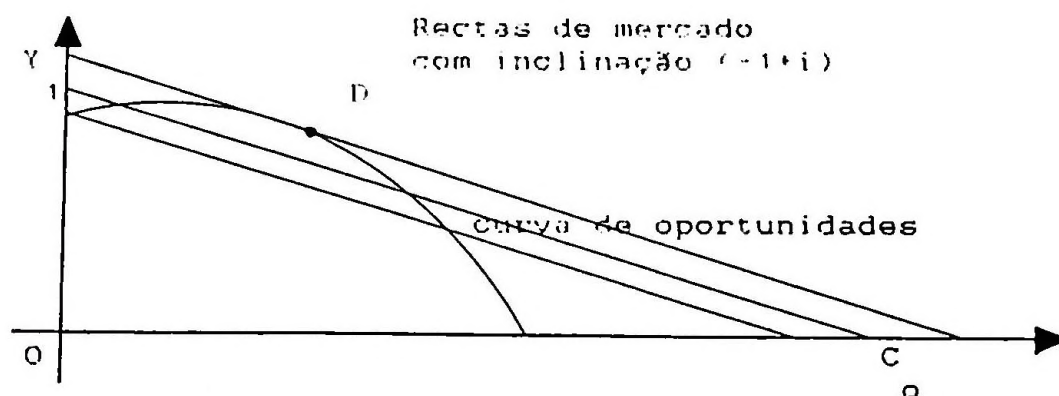


Fig.2.1.3. Oportunidades de investimento em mercado perfeito

Nestes termos, novos projectos seriam aceites até ao ponto onde a riqueza gerada pelo investimento é máxima.

A introdução de oportunidades financeiras geradas no mercado de capitais e a possibilidade de recurso ao crédito a dada taxa de juro no mercado permitirão aumentar o nível de utilidade possível e proporcionar decisões diferentes à luz do objectivo de max de  $V$ .

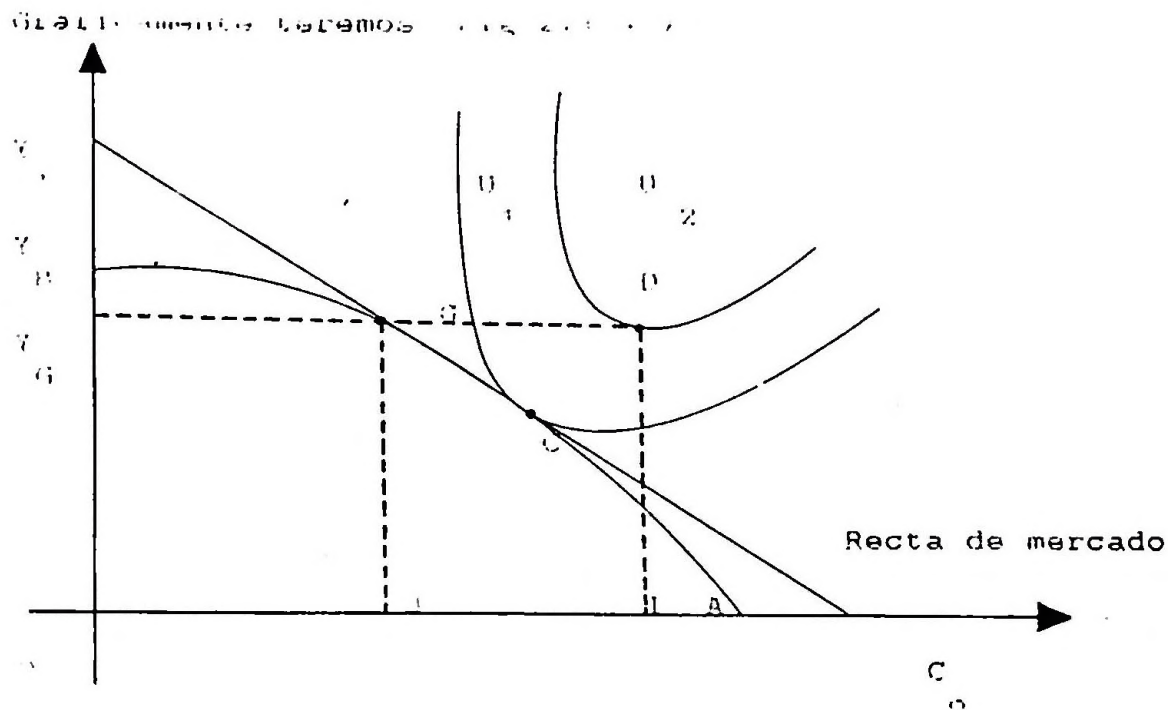


Fig.2.1.4.- Alternativas produtivas em mercado perfeito

A solução produtiva (óptima) é a aceitação dos projectos contidos em AG, representando G o ponto em que as inclinações da curva de oportunidades e da recta de mercado de capitais são iguais. A taxa  $i$  que iguala as referidas inclinações representa a taxa marginal de rendibilidade das oportunidades de investimento.

O financiamento da solução estaria assegurado pelo mercado. Na figura (2.1.4.), o consumo seria de  $J_0$ , o autofinanciamento AI e o endividamento JI sendo o ponto de maximização do valor actual independente da utilidade representada nas curvas de indiferença.

Verificamos, assim, que uma decisão fundamentada exclusivamente nas oportunidades produtivas e na utilidade procurada pelo decisor, ignora um elemento essencial de avaliação e selecção de projectos: o financiamento.

As decisões de consumo e investimento são análogas ao equacionar-se a selecção de projectos envolvendo mais do que um período. Neste caso, a solução produtiva óptima será obtida pela tangência dos planos caracterizadores do mercado financeiro e das oportunidades produtivas.

As decisões de investimento são, no quadro geral exposto, independentes das escolhas das empresas e particularmente das suas opções de financiamento (Teorema da Separação).

De acordo com este teorema, a maximização da riqueza é obtido num ponto matematicamente determinável, independente da obtenção de financiamento ou da aplicação de poupanças nos mercados de capitais. Esta hipótese tem plena lógica em mercados perfeitos, caracterizados por taxa única, custos transacção nulos, oferta ilimitada de fundos e informação perfeita.

As conclusões expostas revelam-se importantes, mas estão condicionadas a pressupostos irrealistas de funcionamento e caracterização dos mercados, pois não é considerado o factor risco, e é aceite a consideração de taxa única no mercado de capitais.

Considerando mercados reais caracterizados por taxas diferentes consoante a posição assumida pela empresa (financiada ou financiadora), os limites de endividamento, os montantes a obter no mercado e o risco associado ao investimento, conduzirá a utilização de métodos alternativos para a escolha da decisão óptima.

Estes factos determinam a invalidade do Teorema da Separação, defendida por Hirshleifer [13], e que é objecto de referência no ponto 2.9. deste trabalho.

## 2.2. HIPOTHESES BASICAS DOS CRITERIOS FUNDADOS NA ACTUALIZAÇÃO

As metodologias de análise e selecção de projectos desenvolvidas até à década de 60 foram estabelecidas em obediência às realidades estruturais da época, as quais assentavam em dois pressupostos fundamentais:

- a) Projectos concebidos em condições de certeza, isto é, em universo determinista;
- b) Mercado de capitais perfeito.

Os pressupostos de certeza englobam um conjunto de hipóteses básicas, no quadro das quais os critérios são passíveis de utilização e interpretação, embora possam constituir simplificações mais ou menos inconsistentes com a realidade económica.

Essas hipóteses podem ser segmentadas do seguinte modo:

- a) Certeza completa dos fluxos a gerar pelos eventuais investimentos e dos factores e parâmetros que os determinam, isto é, inexistência de risco;
- b) Indivisibilidade dos projectos de investimento;
- c) Independência dos projectos de investimento;
- d) Mercado capitais, compreendendo oferta ilimitada de fundos no mercado.

A certeza que envolve os factores e parâmetros dos projectos compreende não só o conhecimento exacto de todas as oportunidades de investimento idealizadas, mas também de todos os projectos possíveis.

Além disso, esse conhecimento é extensível a todas as variáveis integrantes de cada projecto, nomeadamente, "cash-flows", taxas de actualização, períodos de vida, custo dos factores produtivos, etc., assumindo-se a quantificação certa dos parâmetros no horizonte do projecto.

A indivisibilidade dos projectos é considerada como um elemento nuclear dos pressupostos atrás enunciados, onde um projecto seria analisado, seleccionado e empreendido como um todo ou recusado como tal.

A independência dos projectos, assumindo que a rendibilidade de um não afectava qualquer outra oportunidade de investimento, constituia outra hipótese simplificadora, excluindo assim qualquer dependência entre si, tanto no plano técnico como no aspecto económico ou outro. Este pressuposto exclui a aplicação dos critérios de avaliação e selecção tradicionais aos investimentos dependentes, particularmente os mutuamente exclusivos, complementares ou contingentes.

Dentro das condições de base tem particular importância a hipótese de mercado perfeito, com todas as hipóteses simplificações que encerra face à realidade.

Nesse sentido, cada interveniente através das suas actuações e decisões não influencia as taxas de juro e manifesta disponibilidade para emprestar ou obter financiamento nas mesmas condições e em montantes ilimitados. Tal situação encontra fundamento, no plano teórico, na presunção de que os investidores transaccionam escassos montantes no conjunto do mercado.

Outro elemento caracterizador dos mercados perfeitos reside na ausência de custos de transacção, estabelecendo-se que todas as operações são verificadas à taxa de mercado, excluindo o ónus decorrente da intervenção de quaisquer mediadores, designadamente, intermediários, correctores, sindicatos bancários, etc... Igualmente não são computados quaisquer impostos relacionados com as transacções.

O mercado descrito considera também existir informação completa, disponível e acessível, sem quaisquer custos. Este pressuposto implica, portanto, uma situação de conhecimento das taxas de juro e restantes factores de mercado, incluindo os comportamentos dos agentes e seus efeitos, presentes e futuros, decorrentes da transparência total de informação.

A sua caracterização assenta na ausência de limitações da oferta e da procura de fundos, viabilizando a possibilidade do recurso ao financiamento e a investimento sem quaisquer restrições, à mesma taxa de juro, isto é, em análogas condições de custo e risco.

Num mercado ideal, como o acabado de caracterizar, a utilização de critérios de avaliação e selecção, apresentada no número 2.4, permite uma tomada de decisões racional e fundamentada.

### 2.3 CRITERIOS CONTABILISTICOS

Embora reconheça o reduzido interesse dos critérios contabilísticos de avaliação e selecção de projectos, não quero deixar de lhes fazer uma breve referência.

A sua utilização encontra-se historicamente relacionada com os objectivos de maximização do lucro, num contexto estático, apurado no âmbito da disciplina contabilística. O progressivo abandono da sua aplicação é justificado pelas seguintes limitações dos processos contabilísticos:

- a) Não atendem ao escalonamento temporal dos fluxos de receitas e despesas;
- b) Recorrem a convenções e a regras valorimétricas de aceitação não insofismável;
- c) Não reflectem a influência dos mercados;
- d) Ignoram o factor risco;

Alguns desses critérios assentam na determinação dos seguintes indicadores:

- Lucros sobre investimento;
- Lucro anual médio por despesa de investimento;
- Rendimento médio sobre valor contabilístico do investimento.

Merecem também referência os métodos baseados na recuperação do investimento (ROI) em que a recuperação anual do investimento é determinada pelo quociente do rendimento anual pela média do investimento para esse ano, procedendo de seguida à média da recuperação anual visando a obtenção do ROI global do projecto [6].

O período de recuperação do investimento, "PAYBACK" (PB) é, contudo, o critério que justifica mais interesse pela simplicidade do seu cálculo e por alguma utilidade que usualmente lhe é atribuída.

É definido como o período de tempo necessário para que os receitas cubram as despesas decorrentes do investimento.

Matematicamente é formalizado através da relação

$$\sum_{t=0}^k Y_t = K \quad (2.2)$$

onde  $Y_t$  representa o "cash-flow",  $t$  o tempo  $0, 1, 2, \dots, k$  e  $K$  é a despesa de investimento.

Sendo reconhecido que este critério enferma da não consideração do momento em que ocorrem os fluxos do investimento, apresenta a vantagem de ser conhecida a dimensão temporal em que as despesas (não capitalizadas) são recuperadas. Atribuir-se-lhe-á alguma utilidade, em virtude do período de tempo determinado pela aplicação do critério ser comparável com o tempo fixado como limite para aceitação do projecto. Surge, assim, como constituindo um critério "limite", e não como um critério de decisão, ou segundo alguns autores, como método complementar ou de ordem secundária [7].

Os cuidados na interpretação dos resultados obtidos pela obtenção do PB justificam-se por ser ignorado o escalonamento temporal em que ocorrem as receitas e despesas de investimento e por não atenderem aos fluxos gerados por cada projecto após o período determinado. Estes dois factores podem conduzir a ordenações provavelmente incorrectas das várias oportunidades de investimento.

A interpretação do PB pode ser efectuada sob diferentes perspectivas, de que será de destacar:

- a) O seu inverso pode ser interpretado como uma medida grosseira da taxa média de rendibilidade;
- b) O seu significado é análogo ao ponto crítico, habitualmente apurado nas análises tradicionais de tipo contabilístico;

c) A sua utilização na ordenação conduz à preferência pelos projectos com recuperação mais rápida em detrimento dos que envolvem reembolso mais lento ;

d) A utilidade (limitada) da avaliação subjectiva, nomeadamente perante restrições financeiras e risco elevado;

O conceito apresentado poderá revestir maior interesse se procedermos à determinação da taxa de rendibilidade do período de recuperação.

Considerando que o PB poderá ser representado por

$$PB = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2.3)$$

então a taxa de rendibilidade do período de recuperação  $T_{PB}$  será

$$T_{PB} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{1}{PB} \quad (2.4)$$

Suponhamos um problema concreto. O projecto A envolve um investimento de 50.000 contos no momento 0, sendo os "cash-flows" anuais constantes de 10.000 contos durante o período de vida económica de 10 anos, e o custo do capital da empresa 15%.

$$PB = \frac{50.000}{10.000} = 5 \text{ anos}$$

$$T_{PB} = \frac{1}{PB} = 20\%$$

(\*) Tal propósito numa empresa não se justifica apenas pela preferência pela liquidez, mas também se prende com o facto de a menores períodos corresponder menor incerteza.

Aplicando a fórmula acima descrita

$$\text{taxa efectiva} = \frac{i (1+i)^{10}}{(1+i)^{10} - 1} = 0.2$$

O valor de  $i$  obtido da expressão seria de 14 %, representativo de uma rendibilidade média inferior ao custo do capital, determinaria a rejeição do projecto.

Em condições de certeza, a taxa mínima aceitável para o projecto seria o custo do capital.

Vernon Smith [23] formulou um modelo semelhante usando taxa instantânea de capitalização, onde o período de recuperação do capital (e o seu inverso) têm significado económico semelhante.

Em síntese, pode concluir-se do interesse do período de recuperação dos capitais investidos por encerrar uma taxa de rendibilidade média e não apenas o momento do reembolso das despesas de investimento.

-----

(\*) O modelo contendo taxa instantânea de capitalização

$\alpha = \log(1+i)$ , define um ponto de equilíbrio

$$T_{PB} = \frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha n}} + k \quad (2.5)$$

onde  $k$  representa o custo do capital da empresa e

$$\frac{\alpha}{1 - e^{-\alpha n}}$$

é a taxa de incremento do capital recuperado.

## 2.4 CRITÉRIO DO VALOR ACTUAL LIQUIDO (VAL)

A avaliação e selecção de projectos envolve a indispensável determinação dos fluxos de despesas e receitas gerados pela oportunidade de determinados investimentos e a sua actualização financeira. O VAL é definido pelo somatório do valor actual das receitas líquidas menos a despesa do investimento, e pode ser formalizado matematicamente na forma contínua do seguinte modo:

$$VAL = \int_0^n f(t,k) e^{-\alpha t} dt - K \quad (2.6),$$

sendo  $K$  o investimento no momento 0,  $\alpha$  a taxa instantânea de actualização,  $f(t,k)$  as séries de "cash-flow" geradas pelo investimento no período entre  $t$  e  $t+dt$  e  $t$  um momento no intervalo de tempo  $[0, n]$ .

Na forma discreta

$$VAL = \sum_{t=0}^n Y_t (1+i)^{-t} \quad \text{ou} \quad VAL = \sum_{t=0}^n \frac{Y_t}{\prod_{j=0}^t (1+i_j)} \quad (2.7)$$

sendo  $Y_t$  o "cash-flow" no período  $t$  e  $i$  a taxa de actualização (na forma discreta).

A aplicação deste critério conduz à seguinte regra elementar de selecção:

$VAL \geq 0$	aceitação do projecto
$VAL < 0$	rejeição do projecto

Na presença de dois projectos mutuamente exclusivos, a escolha recairá no projecto com VAL mais elevado, (desde que seja positivo).

O VAL positivo de um projecto representa o aumento de riqueza dos accionistas, na medida em que os recursos gerados permitirão pagar o investimento original, além dos juros aos financiadores, mutuantes ou accionistas.

Sendo fixos os custos com o endividamento, o valor do VAL acima de 0 conduzirá a aumento dos capitais próprios, produzindo assim, o incremento da riqueza dos accionistas, para além da remuneração que foi considerada e integrada no custo do capital.

Admitamos um investimento convencional, onde  $Y < 0$  e  $Y > 0$  ( $t \geq 1$ ) com período de vida finito, sendo o VAL uma função contínua em  $i$  e diferenciável.

A equação pode ser desenvolvida do seguinte modo:

$$VAL = -Y_0 + \frac{Y_1}{(1+i)} + \frac{Y_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{Y_n}{(1+i)^n} \quad (2.8)$$

A primeira derivada será

$$\frac{d VAL}{d (1+i)} = -\frac{Y_1}{(1+i)^2} - \frac{2Y_2}{(1+i)^3} - \dots - \frac{nY_n}{(1+i)^{n+1}} \quad (2.9)$$

Para quaisquer valores assumidos por  $i$  no intervalo  $]-1, +\infty[$  a função terá valores negativos, o que comprova que a função é monótona decrescente.

A segunda derivada será

$$\frac{d^2 \text{VAL}}{d(1+i)^2} = \frac{2Y}{(1+i)^3} + \frac{6Y}{(1+i)^4} + \dots + \frac{n(n+1)Y}{(1+i)^{n+2}} \quad (2.10)$$

pele que, no mesmo intervalo, todos os valores são positivos, o que traduz a convexidade da função em relação à origem.

Graficamente teríamos uma curva assintótica a  $x = -1$ .

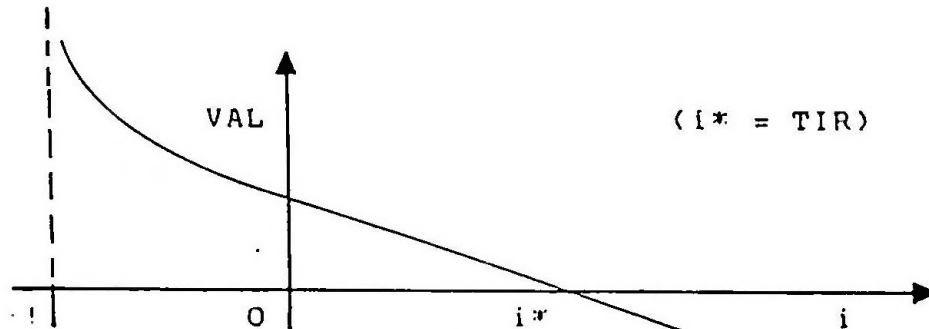


Fig 2.4.1. - Valor actual líquido de projecto simples

O que acabei de apresentar permite concluir que a adopção do critério VAL conduz à aceitação dos projectos de investimento que produzam uma taxa de rentabilidade superior ao custo de capital  $i$ , o qual terá como limite o respectivo custo marginal.

Todavia, o princípio do custo de oportunidade exige que apenas serão passíveis de aceitação os projectos que conduzam ao aumento do valor da empresa no futuro, nos pressupostos de certeza apresentados em 2.2.

No entanto, se admitirmos um investimento complexo ou não convencional a equação (2.8) será um polinómio de grau  $n$ , onde não estará garantida a negatividade e positividade das primeiras e segundas derivadas, respectivamente; daqui se infere que o VAL não será forçosamente uma função monótona decrescente e convexa relativamente à origem, no intervalo considerado.

Do exposto, pode concluir-se que o VAL constitui um critério válido conducente a decisões do tipo aceitação/rejeição para projectos simples em universo de certeza e na presunção de mercados de capitais perfeitos. Em síntese, podemos afirmar que os pressupostos implícitos no VAL são os seguintes:

- a) UNIVERSO DE CERTEZA, onde os fluxos dos projectos são determinados rigidamente num horizonte temporal conhecido;
- b) MERCADO DE CAPITALIS PERFEITO, com recurso ilimitado ao financiamento e taxa de juro independente do montante necessário, do risco do projecto e do seu período de vida;
- c) PROJECTOS INDEPENDENTES, em que a decisão de investir não influi nas opções relativas a investimentos alternativos.

Embora seja evidente a validade da utilização do critério VAL de acordo com as hipóteses enunciadas não poderá deixar de se reconhecer a dificuldade da sua utilização ou a utilidade da interpretação dos resultados obtidos perante contextos reais, de mercados de capitais imperfeitos e em situação de risco, bem como perante decisões sobre projectos dependentes ou indivisíveis.

A utilização de métodos alternativos obedecendo a pressupostos mais consistentes com a realidade serão objecto de apreciação nos capítulos 3 e 4 do presente trabalho.

## 2.5 RACIO CUSTO - BENEFICIO

Este critério tem surgido na literatura sobre avaliação e selecção de projectos sob diversas formas e designações, de que destacamos: "Índice de Rendibilidade", "Índice do Valor Actual", "Rácio Custo-Benefício (RB)", "Rácio Custo-Benefício Líquido (RN)", "Rácio Custo-Benefício de Eckstein", etc...

Consideremos um investimento convencional sendo  $Y_{aj}$  o valor actual dos "cash-flows" líquidos de um projecto  $j$  no período ( $a=m+1\dots n$ ) e  $K_{bj}$  o seu custo actual no período  $b$  ( $b=1,2,\dots,n$ ).

O "cash-flow" bruto será expresso pela soma dos dois valores actuais ( $Y_{aj} + K_{bj}$ ).

Os rácios são formalizados pelas expressões:

$$R_B = \frac{Y_{aj} + K_{bj}}{K_{bj}} = \frac{Y_{aj}}{K_{bj}} + 1 \quad (2.11)$$

e

$$RN = \frac{Y_{aj}}{K_{bj}} \quad (2.12)$$

as quais conduzem aos mesmos resultados e permitem enunciar a seguinte regra de selecção:

- 1) Projectos com  $RB \geq 1$  ou  $RN \geq 0$  conduzem à decisão de aceitação;
- 2) Projectos com  $RB < 1$  ou  $RN < 0$  determinam a sua rejeição.

Os pressupostos da sua utilização são, tal como o critério VAL, universo determinista e ausência de restrições, conduzindo nestas condições a uma correcta ordenação dos projectos. As vantagens que têm sido apresentadas para a sua aplicação assentam no facto de permitir uma ordenação decrescente em termos da sua eficiência, tomando em consideração os recursos imobilizados e a dimensão dos projectos. Relativamente a valores análogos assumidos pelo VAL apresentaria a vantagem de seleccionar de entre as várias oportunidades aquelas que propiciassem menor mobilização de recursos financeiros. Tal facto não traz vantagens adicionais relativamente ao VAL, dado que em mercado perfeito serão passíveis de aceitação todos os candidatos cujo  $VAL > 0$ .

Da definição de RN resulta,

$$Y_{aj} = RN \cdot K_{bj} \quad (2.13)$$

Graficamente teremos:

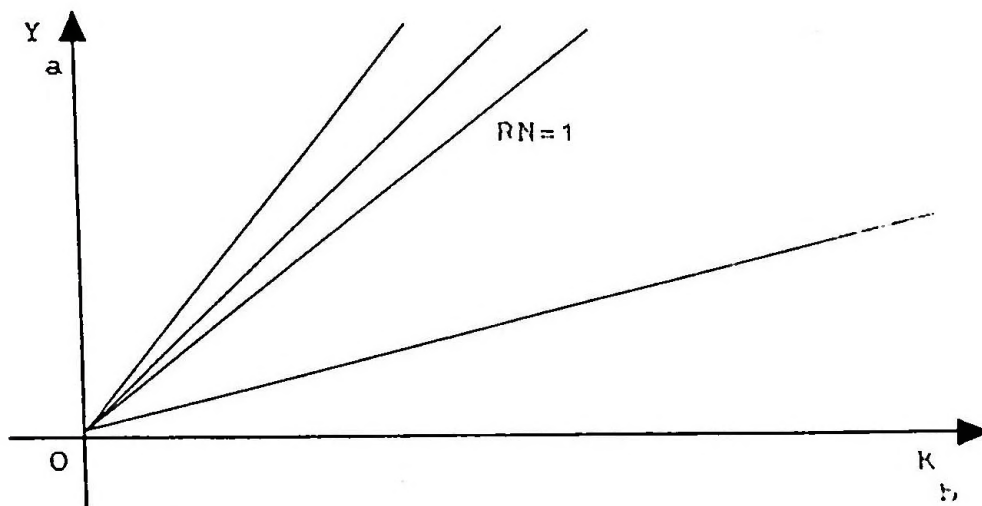


Fig.2.5.1. Rácio custo-benefício líquido do projecto j

O critério RN conduziria à aceitação dos projectos representados por um ponto, situados no 1º quadrante acima da curva RN e à rejeição daqueles que se situassem abaixo dessa linha (Fig.2.5.1).

Analiseemos agora a mesma questão na óptica do VAL e representemo-la graficamente (Fig.2.5.2).

Na definição, o VAL do projecto j será

$$VAL_j = Y_{aj} - K_{bj} \quad (2.14)$$

idêntico a

$$Y_{aj} = VAL_j + K_{bj} \quad (2.15)$$

Se  $Y_{aj} > K_{bj}$  pelo ponto representativo do projecto j, passaria uma recta com inclinação superior a 45° e inferior a 90°.

Quando  $Y_{aj} = K_{bj}$ , o VAL será representado por uma recta passando pela origem e com uma inclinação de 45°. Valores constantes do VAL serão representados por rectas paralelas ao eixo das abcissas.

Graficamente teremos

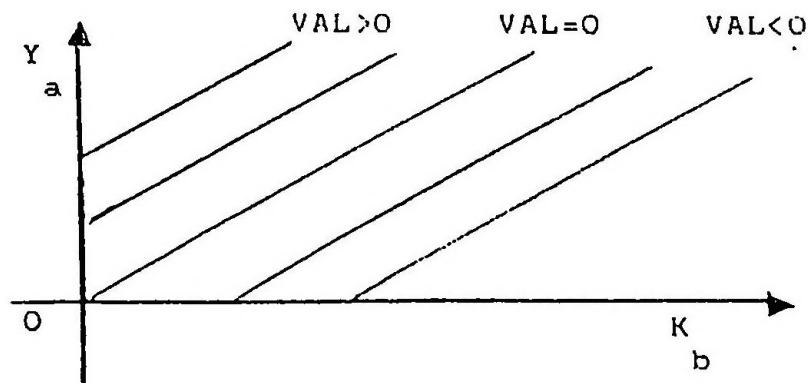


Fig.2.5.2. Valor actual líquido de j

Explicitemos graficamente as curvas do VAL e do RN e admitamos quatro projectos (A,B,C,D,E), os quais apresentam valores superiores a 0 e 1, respectivamente; a sua representação estará situada no primeiro quadrante apresentando as rectas representativas do RN e do VAL inclinações superiores a  $45^\circ$  e inferiores a  $90^\circ$  (Fig.2.5.3).

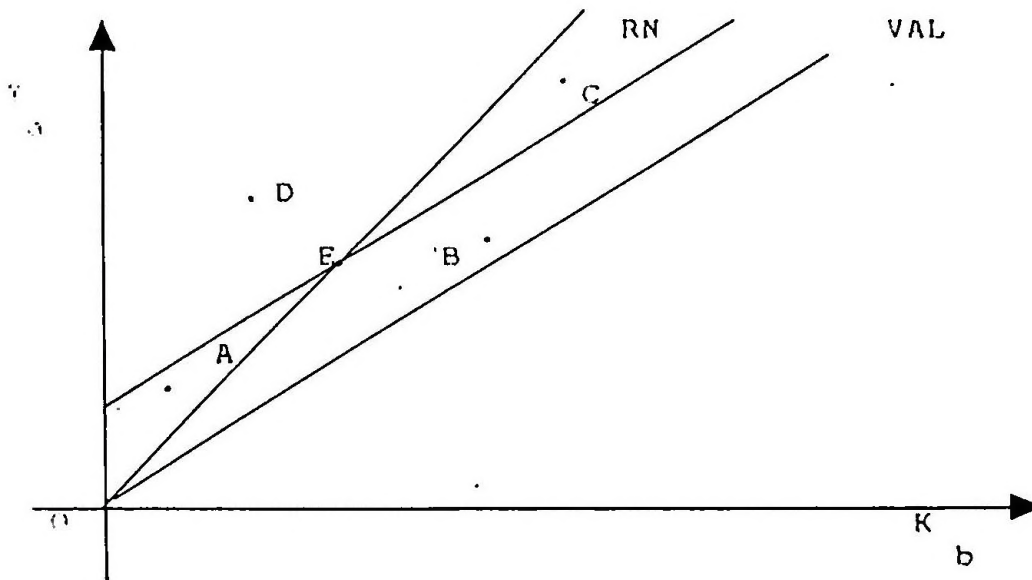


Fig.2.5.3. Projectos A, B, C, D, e E

A ordenação dos projectos de acordo com o critério VAL seria

D, C, E, A, B

enquanto pelo critério RN

D, A, E, C, B

donde se conclui que, nas áreas tracejadas, se coloca um problema de incoerência de ordenação através da aplicação dos dois critérios.

Do exposto pode concluir-se que em universo determinista e em mercados perfeitos o problema da incoerência de ordenação entre os dois critérios não se coloca, visto que a utilização de qualquer critério conduzirá à mesma decisão: a aceitação de qualquer dos projectos.

Tal situação decorre da disponibilidade ilimitada de recursos financeiros no mercado, a taxa única.

Colocar-se-á, então, a escolha do critério mais adequado perante restrições, designadamente financeiras, que determinem opções entre os projectos, que em mercado perfeito se não justificam. A apreciação desenvolvida deste problema reservá-la-ei para os números 2.8. e 2.9. do presente capítulo.

## 2.6. TAXA INTERNA DE RENDIBILIDADE (TIR)

O critério VAL impõe a adopção de taxa(s) de actualização dos "cash-flows" líquidos externa(s) aos projectos de investimento, seja o custo do capital ou qualquer outra determinada por mecanismos de mercado.

O critério da TIR evita essa escolha, mais ou menos arbitrária, e permite, eventualmente, a determinação da taxa de desconto dos próprios projectos.

Matematicamente pode ser formalizada, no caso de adoptarmos uma taxa instantânea de capitalização:

$$TIR = \int_0^n f(t, k) e^{-\alpha t} dt = K \quad (2.16)$$

sendo  $\alpha$  a taxa instantânea de desconto.

Em alternativa e utilizando a capitalização na forma discreta, temos:

$$TIR = \sum_{t=0}^n \frac{Y_t}{(1+i)^{-t}} = K \quad (2.17)$$

A TIR é definida como a taxa de desconto que produz um VAL igual a zero, ou a taxa de desconto que iguala o valor actual das receitas menos as despesas de investimento.\*

Constitui um caso particular da TIR, a situação  $\alpha = i$ , e o seu cálculo é normalmente feito por tentativa e aproximação, com recurso a processos iterativos.

Para certo tipo de projectos (indivisíveis e independentes) e nos pressupostos de universo determinista e mercado perfeito, na ausência de racionamento de capital, o método da TIR pode funcionar como critério de selecção de projectos, de acordo com a seguinte regra:

TIR $\geq$ i	Aceitação do projecto
TIR < i	Rejeição " "

onde i representa a taxa marginal de investimento.

No entanto, um vasto conjunto de razões determina grandes cuidados na sua utilização, mesmo perante as hipóteses simplificadoras, para o que parece fundamental estabelecer a interpretação económica deste conceito.

-----  
 \* A relação entre a taxa de desconto continua ( $\alpha$ ) e discreta (i) é dada por  $\alpha = \ln(1+i)$

Interpretações incorrectas conduzem a que, por vezes, a TIR seja definida como a taxa de desconto que mede a rendibilidade calculada relativamente ao investimento inicial[20]. Na realidade, a TIR exprime a taxa de desconto determinada sobre os valores de investimento não recuperados durante o período de vida do projecto, que comporta fluxos escalonados de "cash-flows". Daí que represente uma taxa que comporta duas parcelas:

- A recuperação do total do investimento ao longo do período de vida do projecto;
- O rendimento determinado sobre o investimento não recuperado durante o mesmo período.

Esta noção é facilmente perceptível se considerarmos que, relativamente a valores não actualizados, há que suportar juros à taxa  $i$  sobre o investimento não recuperado, durante o(s) período(s) seguinte(s).

Admitamos o projecto de investimento A com período de vida de 5 anos e a seguinte série de "cash flows":

Final do período	"CASH-FLOWS"
0	- 1.500
1	350
2	450
3	750
4	750
5	900

De acordo com a aplicação da respectiva fórmula, obteríamos  
\*  
uma TIR de 25,4 %.

-----

(\*) Valor arredondado, visto que se calculou a TIR com aproximação às décimas

A análise do quadro 2.1. permite observar que o valor do investimento no final do último período é zero, o que significa que a TIR é a taxa que iguala o VAL a zero.

Quadro 2.1. Investimento não recuperado à taxa  $i = 25,4 \%$

Final do período	Investimento não recuperado no início do período	Juros à taxa de 25.4 %	"Cash-Flows"	Investimento não recuperado no fim do período
0	0	0	-1.500	- 1.500
1	- 1.500	381	300	- 1.581
2	- 1.581	402	450	- 1.533
3	- 1.533	389	750	- 1.172
4	- 1.172	298	750	- 720
5	- 720	183	900	0

Admitamos agora que os juros são calculados sobre o investimento inicial de 1.500 contos. O quadro 2.2. constitui a reelaboração do anterior, à luz dessas condições.

Quadro 2.2. Investimento Inicial não Recuperado à taxa  $i = 25,4\%$

Final do período	Investimento não recuperado no início do período	Juros à taxa de 25.4 %	"Cash-Flows"	Investimento não recuperado no fim do período
0	0	0	-1.500	- 1.500
1	- 1.500	381	300	- 1.581
2	- 1.581	381	450	- 1.512
3	- 1.512	381	750	- 1.143
4	- 1.143	381	750	- 774
5	- 774	381	900	- 255

Este pequeno exemplo comprova que não estamos perante a rendibilidade inicial, mas sim a determinar a taxa de juro sobre os valores de investimento não recuperado ao longo do período de vida do projecto. Nestes termos, a TIR só tem significado se o investimento for considerado conjuntamente com os níveis de "cash-flow" durante o referido período, o que representa menos-preço pelos níveis de investimento absoluto.

Analisemos agora duas outras situações, relativamente às quais se pretende proceder à selecção de projectos, em que, num caso, o investimento inicial é igual para as duas alternativas, e no outro, se configura nível diferente do investimento inicial.

Quanto ao primeiro caso (Quadro 2.3), os projectos têm igual investimento inicial.

QUADRO 2.3 - PROJECTOS C e D COM INVESTIMENTO INICIAL IGUAL

Final do período	"CASH-FLOWS"	
	C	D
0	- 10.000	- 10.000
1	5.000	0
2	5.000	0
3	5.000	17.280

A TIR dos projectos C e D é respectivamente de 23,4 % e 20 %.

Considerando um custo do capital de 15 % e nas hipóteses de independência dos projectos e mercado perfeito, ambos os projectos seriam aceites.

Anote-se, no entanto, que, na circunstância dos candidatos a investimento serem mutuamente exclusivos, o critério TIR faria a opção pelo projecto C, embora tal escolha viesse a determinar

menor enriquecimento da empresa e dos seus accionistas, visto que o valor actual de D excede, à taxa de 15 %, análogo valor de C em 547 unidades monetárias ( 2.977 - 2430 ).

Este desfasamento na ordenação dos projectos e consequente divergência na decisão perante a presença de uma restrição de dependência, determinaria que a adopção do critério TIR conduziria à solução errada. Este problema será retomado no número seguinte, embora deva afirmar, desde já, que tal situação decorre da hipótese quanto à taxa de reinvestimento dos fundos gerados e libertos até ao período anterior ao final do projecto.

No que se refere ao segundo caso (Quadro 2.4), os projectos têm diferente investimento inicial.

QUADRO 2.4 - PROJECTOS A e B COM INVESTIMENTO INICIAL DESIGUAL

Final do período	"CASH-FLOWS" actualizados à taxa 20%	
	A	B
0	- 1.000	- 9.520
1	413	3.808
2	359	3.312
3	312	2.880
	----- 84	----- 480

A TIR dos projectos A e B é respectivamente 20 % e 18 %, pelo que A deveria ser preferido a B, caso fossem mutuamente exclusivos.

Tal resultado não configura a solução mais racional, visto que o acréscimo de riqueza decorrente de B será maior.

(\*) No pressuposto de não existir qualquer orçamento de capital.

A partir deste caso se pode inferir o irrealismo a que conduz a selecção de projectos através da TIR, quando se verifica dependência de projectos, perante projectos com níveis absolutos de investimento diferentes, dado que a referida comparação tem subjacente o facto de os projectos terem os mesmos valores de investimento não recuperado.

A utilização da TIR pode encontrar-se prejudicada na presença de situações concretas, onde são obtidas múltiplas taxas internas de rendibilidade.

O exemplo clássico da extracção de petróleo fornece a exemplificação cabal da existência de TIR múltiplas [3].

São equacionados dois projectos P e Q, mutuamente exclusivos, em que P representa a manutenção da extracção com o equipamento existente, e Q a aquisição e instalação de equipamento de bombagem mais rápido e sofisticado.

Os valores previsionais dos "cash-flow" são os seguintes:

Final do período	"CASH-FLOWS"	
	P	Q
0	0	- 1.6
1	10	20
2	10	0

O processo de escolha entre as duas alternativas é usualmente estabelecido através do recurso aos "cash-flow" das duas hipóteses P e Q ( incremento de Q em relação a P).

A TIR representativa do problema expressa-se na seguinte igualdade:

$$- 1,6 + \frac{10}{(1+i)} - \frac{10}{(1+i)^2} = 0$$

sendo as raízes da equação 0,25 e 4 a que correspondem as taxas de 25 % e 400 %.

Graficamente

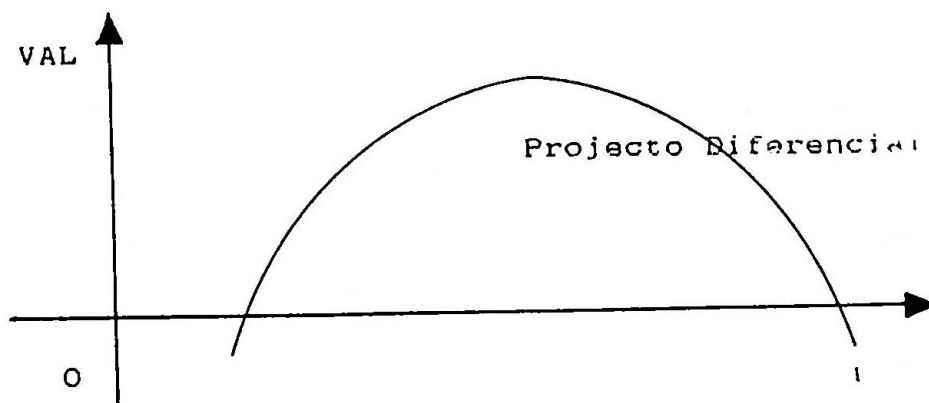


Fig. 2.6.1. Projecto com TIR múltipla

Nesta situação, colocar-se-á o dilema de reconhecer qual dos valores deve ser considerado como a TIR do investimento adicional.

A justificação matemática do aparecimento de taxas múltiplas deriva da regra de Descartes, a qual estabelece que, cada vez que os sinais dos "cash-flow" se alteram, obtem-se uma nova raiz da equação.

Outra dificuldade que a TIR pode oferecer reside na possibilidade de serem obtidas TIRs "indeterminadas", o que significa que nenhuma das raízes da equação se situa no intervalo  $]-1, +\infty[$ .

Admitamos um projecto com horizonte temporal de 15 anos com a seguinte distribuição de "cash-flow":

Final do período	"CASH-FLOWS"
0	0
1 a 4	50
5	- 650
6 a 15	100

As raízes que satisfazem a equação definidora da TIR representam taxas internas inferiores a - 1 ou valores imaginários, o que traduz a inexistência de valores reais assumidos pela taxa  $i$  no intervalo  $- 1 < i < + \infty$ . Igualmente neste caso se verifica a impossibilidade de utilização da TIR como critério de selecção de projectos.

Uma última referência ao pressuposto utilizado de que os projectos são independentes, o que significa que os projectos poderão ser considerados pelas suas próprias virtualidades, sem necessidade de procurar combinações com outros integrantes da mesma carteira.\*

Admitamos a existência de três projectos A, B e C, onde A e B são mutuamente exclusivos e C é independente dos outros, com os seguintes "cash-flows":

Final do período	"CASH-FLOWS" projectos		
	A	B	C
0	- 100	- 100	- 100
1	0	225	450
2	550	0	0

A TIR dos projectos acima descritos é respectivamente de 134,5 %, 125 % e 350 %.

O decisor, se os projectos A e B forem mutuamente exclusivos, optará pelo projecto A e aceitará o projecto C, em função das taxas obtidas a um hipotético custo do capital.

-----  
 (\*) Weston e Copeland [26] designam esta situação por princípio do valor acrescentado.

Procedendo a uma simples combinação de projectos obteríamos os seguintes "cash-flows":

Final do período	"CASH-FLOWS" projectos combinados	
	A + C	B + C
0	- 200	- 200
1	450	- 675
2	550	0

Quadro 2.5 - "Cash-Flows" das combinações dos projectos

As TIR destas combinações de projectos serão de 212,8 % e 237,5 % , o que determinaria uma preferência pelos projectos B e C, oposta à verificada se considerássemos os projectos independentes.

Esta situação ilustra que a TIR viola o princípio do valor acrescentado e determinaria a necessidade de combinações múltiplas, que revestiriam grande complexidade.

De um modo geral, pode considerar-se que nos investimentos puros, cuja função representativa da TIR é monótona decrescente, existe sempre uma raiz real positiva, susceptível de utilização como critério de acordo com a regra já enunciada.

-----

(\*) Para um conjunto de  $m$  projectos indivisíveis a realizar no período  $t$  ( $t = 1, 2, \dots, m$ ), o número total de combinações seria de  $2^{m-1}$ , excluindo a consideração de se não realizar qualquer projecto.

## 2.7. A INCONSISTENCIA NA ORDENAÇÃO DE PROJECTOS DE INVESTIMENTO. A TAXA DE REINVESTIMENTO E A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DA ORDENAÇÃO.

Nos números anteriores foram equacionados os principais critérios utilizados tradicionalmente na selecção de projectos, no quadro das hipóteses simplificadoras estabelecidas.

Atendendo à grande falibilidade dos critérios contabilísticos por ignorarem a actualização financeira, e ao carácter secundário e complementar do critério "payback", o estudo incidirá a partir deste momento sobre os critérios VAL, TIR e RN.

Ao abandonar as hipóteses simplificadoras descritas em 2.2. e considerando a presença de restrições, designadamente de independência de projectos ou de limitações de capital, depara-se o chamado problema de incoerência na ordenação dos investimentos.

Esta questão, conhecida pelo problema de Lorie-Savage [15], reflecte que o conjunto de projectos são ordenados de modo diferente de prioridades (normalmente decrescentes), consoante a adopção de dois critérios, particularmente do VAL e da TIR.

Tal facto reveste grande importância, porquanto a decisão a tomar se encontra dependente da escolha dos critérios e não dos resultados obtidos, resultantes da sua aplicação.

A incoerência na ordenação é justificada pela divergência das hipóteses implícitas na taxa de reinvestimento dos "cash-flow", quer dizer, a taxa a que os "cash flows" dos projectos são reinvestidos em utilizações alternativas.

A impossibilidade de comparação de projectos sem a consideração de taxa de reinvestimento exterior, é, aliás, lógica, se se atender a que os fluxos de entrada ocorrem em momentos diferentes.

Neste quadro, a adopção de taxa de reinvestimento comum possibilita o desaparecimento da incoerência.

A situação é passível de ser representada graficamente do seguinte modo:

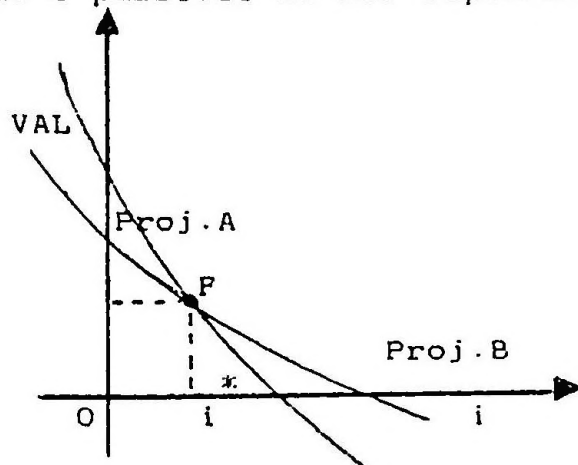


Figura 2.7.1. Intersecção de Fisher

Neste gráfico, verifica-se que existe um ponto (F), a partir do qual a ordenação obtida com a aplicação dos dois critérios se altera. Esse ponto, designado por Intersecção de Fisher, representa a taxa de reinvestimento, onde se verifica a indiferença na opção por qualquer dos projectos.

Se a taxa de reinvestimento dos "cash-flow" implicitamente assumida pela TIR for superior ou igual à taxa correspondente à intersecção de Fisher, os critérios conduzem à mesma ordenação, verificando-se ordenações incoerentes a partir da utilização do VAL e da TIR na hipótese contrária.

De qualquer modo, o problema pode ser superado se for utilizada uma taxa de reinvestimento igual à taxa marginal de investimento aplicada aos dois métodos.

A taxa marginal de investimento é definida pela seguinte expressão:

$$\sum_{t=0}^n \frac{Y_{ct} - Y_{dt}}{(1 + i_m)^t} = 0 \quad (2.18)$$

onde

$Y_{ct}$  - "cash-flow" líquido do projecto C no período  $t=0 \dots T$

$Y_{dt}$  - "cash-flow" líquido do projecto D no período  $t=0 \dots T$

$i_m$  - taxa marginal

No caso 1, descrito no quadro 2.3 obter-se-iam os valores que constam do quadro 2.6.

Quadro 2.6. "Cash-Flow" Marginal Actualizado

Final do período	$Y_{ct}$	-	$Y_{dt}$
0			0
1			5.000
2			5.000
3			- 12.280

donde

$$\frac{5.000}{(1 + i_m)^1} + \frac{5.000}{(1 + i_m)^2} - \frac{12.280}{(1 + i_m)^3} = 0$$

obtendo-se um valor de  $i_m$  de 0,15 a que corresponde a taxa de 15%.

A única razão válida para admitir o reinvestimento de 5.000 u. m. , nos períodos 2 e 3, é a presunção da existência de outros investimentos de risco equivalente que possibilitem a obtenção dessa taxa de rendimento.

E de referir que a intersecção de Fisher pode não se verificar, o que determina ordenações coerentes pelo VAL e pela TIR. Esta situação é graficamente representada na Fig.2.7.2.

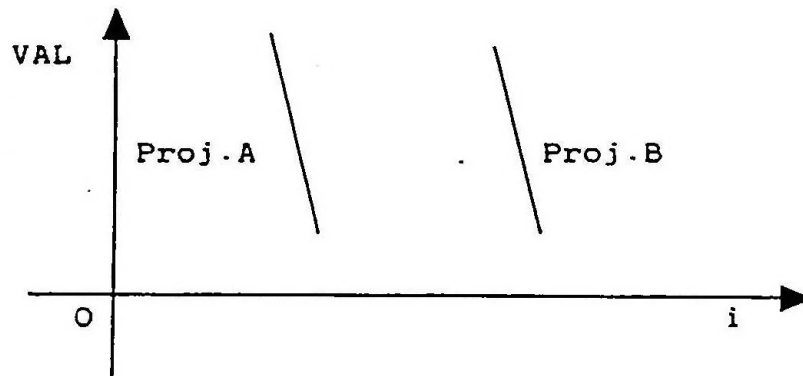


Fig.2.7.2. Ausência de Intersecção de Fisher

Por último, se as curvas do VAL de dois projectos se intersectarem em mais do que um ponto existem múltiplas taxas de reinvestimento, o que coloca problemas muito complexos em termos de interpretação.

## 2.8. INVESTIMENTOS COM PERIODOS DE VIDA DIFERENTES

Situação particular do problema de Lorie-Savage é a escolha alternativa de dois projectos de investimento com períodos de vida diferentes, e cujo núcleo fulcral é a questão do reinvestimento dos "cash-flows".

O reinvestimento coloca as seguintes alternativas quanto à afectação das receitas que ocorrem durante o período do projecto de vida mais curto:

- a) Distribuição de dividendos aos accionistas;
- b) Aplicação em reinvestimento gerador de taxa inferior à taxa marginal (custo de oportunidade);
- c) Reinvestimento a taxa igual ou superior ao custo de oportunidade;
- d) Retenção dos recursos gerados sem produção de rendimento.

Das opções enunciadas resulta que as hipóteses b) e c) requerem a disponibilidade de novos projectos no final do projecto com período de vida mais curto.

A escolha entre as hipóteses a) e d) assenta na utilidade para os accionistas em afectar a consumo ou investimento os fluxos gerados pelo projecto de menor duração.

A apreciação deste problema exige o cálculo do rendimento do projecto de menor horizonte temporal, acrescido do rendimento proveniente do reinvestimento descontado ao custo de oportunidade.

Admitamos dois projectos mutuamente exclusivos M e N, com as seguintes condições:

PROJECTOS	INVESTIMENTO INICIAL	"CASH-FLOW" BRUTO	PERIODO DE VIDA
M	K <sub>o</sub>	Y <sub>m</sub>	m
N	K' <sub>o</sub>	Y <sub>n</sub>	n

sendo

$$n > m$$

k - taxa de investimento marginal

j - taxa de reinvestimento

Considerando os reinvestimentos dos rendimentos no projecto de menor duração, seríamos conduzidos à seguinte expressão do valor actual do projecto M:

$$VAL_M = \frac{Y_m (1+j)^{n-m}}{(1+k)^n} - K_o = \frac{Y_m (1+j)^{n-m}}{(1+k)^{n-m} (1+k)^m} - K_o \quad (2.19)$$

donde se obtém,

$$VAL_M = \frac{Y_m}{(1+k)^m} * \frac{(1+j)^{n-m}}{(1+k)^{n-m}} - K_o \quad (2.20)$$

A não consideração de reinvestimento implicaria que o VAL do projecto M fosse igual a

$$\frac{Y_m}{(1+k)^m} - K_o \quad (2.21)$$

O VAL do projecto N seria de

$$VAL_n = \frac{Y_n}{(1+k)^n} - \frac{K'_0}{(1+k)^n} \quad (2.22)$$

A igualdade das expressões do VAL dos dois projectos só é possível se

$$\frac{(1+j)^{n-m}}{(1+k)^{n-m}} = 1 \quad (2.23)$$

Na medida em que  $n \neq m$  esta igualdade só é possível desde que  $j = k$ .

Perante esta demonstração pode concluir-se que a comparação de projectos de período de vida diferente é possível e de forma fundamentada, no pressuposto de os "cash-flows" gerados pelo projecto de menor duração serem reinvestidos à taxa  $j$ , igual ao custo de oportunidade para a empresa.

Admitamos a existência de dois projectos convencionais de investimento designados por X e Y, mutuamente exclusivos, subordinados às seguintes premissas:

PROJECTOS	PERIODO DE VIDA	INVESTIMENTO INICIAL	"CASH-FLOWS"	
			ano 1	ano 5
X	2	100	120	0
Y	5	100	0	200

em que a taxa de desconto estabelecida pelos decisores foi fixada em 10 % .

A aplicação dos critérios expostos anteriormente conduz aos seguintes resultados:

Quadro 2.7. VAL e TIR dos projectos X e Y

PROJECTOS	X	Y
TIR	20 %	15 %
VAL ( 10 % )	9	25

A adopção do critério TIR recomenda a aceitação do projecto X, enquanto pelo VAL a escolha recairia em Y. E óbvio que a adopção da TIR impossibilita a maximização da riqueza dos accionistas (Quadro 2.5).

Pela aplicação da fórmula do VAL para os dois projectos no pressuposto indicado de  $j = k$ , ter-se-ia:

$$VAL_X = -100 + \frac{120}{1,10} \frac{(1,10)^5 - 1}{(1,10)^5 - 1} = 9$$

$$VAL_Y = -100 + \frac{200}{1,10^5} = 25$$

A TIR poderá ser recalculada de acordo com a taxa de reinvestimento. Assim:

$$TIR_X = -100 + \frac{120}{(1+i)^*} \frac{(1+i)^{5-1}}{(1+i)^{5-1}} = 0$$

donde

$$TIR_X = 11,9 \%$$

e

$$TIR_Y = -100 + \frac{200}{(1+i)^5} = 25$$

logo

$$\text{TIR} = 15 \% \\ \text{Y}$$

Pode verificar-se a incoerência inicial na ordenação dos projectos pela aplicação dos critérios VAL e TIR.

A conclusão principal passível de extrair é que dois projectos com períodos de vida diferentes são comparáveis nas condições em que se proceda ao reinvestimento dos fluxos gerados pelo projecto mais curto, durante o período que medeia entre a sua efectivação e o final do projecto com vida mais longa.

No ponto 2.5. do presente trabalho, apresentei um exemplo simplificado em que a ordenação de projectos, pelos critérios do rácio custo-benefício e do VAL, conduzia a incoerência na ordenação. Foi aí referida a indiferença desse problema perante a ausência de restrições, nomeadamente de racionamento de meios financeiros.

Tal incoerência é devida ao problema do reinvestimento, isto é, da forma de utilização dos fundos gerados. Novamente, neste caso, e desde que a taxa de reinvestimento seja igual à taxa de investimento marginal, o critério VAL conduz à decisão acertada, embora venha a produzir alteração no rácio RN.

## 2.9. INVALIDIDADE DO TEOREMA DA SEPARAÇÃO

A imperfeição do mercado e particularmente a existência de taxas de juro diferentes consoante a posição assumida no mercado implicam a invalidade do Teorema da Separação, o que foi formalmente apresentado por Hirshleifer [13] em 1966. No estudo realizado e expresso no artigo apresentado por este autor, existem

situações em que o óptimo produtivo não pode ser determinado, sem a consideração do financiamento dos projectos.

O critério do VAL, que em mercado perfeito permite encontrar soluções óptimas independentes do financiamento dos projectos, exige a adopção de uma taxa de actualização (a taxa de mercado única).

Admitamos que no mercado existem duas taxas distintas:

$i_l$  - taxa respeitante a empréstimos concedidos

$i_b$  - " " " " obtidos

em que

$$i_l < i_b$$

e três curvas de oportunidades produtivas, representativas de carteiras de projectos com perspectivas de interesse diferentes

$X'W'$  - Interesse sofrível

$X''W''$  - " grande

$XW$  - " intermédio

Do conjunto de oportunidades apresentadas poderão ser construídos três cenários, relativamente aos quais se tenta determinar a decisão óptima.

Analisemos graficamente o cenário 1 (Fig.2.9.1.)

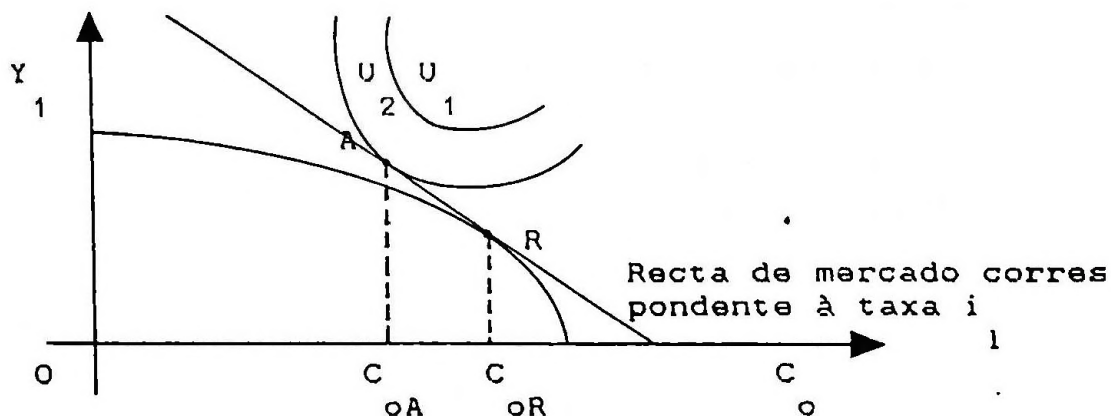


Fig. 2.9.1. Opção produtiva óptima, justificando aplicação de poupanças no mercado

Nesta situação, a empresa deverá investir até ao ponto R, representativo da tangência entre a curva de oportunidades e a recta de mercado em que se igualam a taxa de juro e a taxa de rendibilidade marginal.

Porém, considerando as curvas de indiferença da utilidade esperada e o ponto de tangência (A) com a recta de mercado, seria atingido o óptimo de utilidade do decisor ao aplicar-se, no mercado de capitais, o montante  $C_0 - C_R$  sem que ocorra diminuição do VAL.

Passemos, agora, ao cenário 2 (Fig. 2.9.2.).

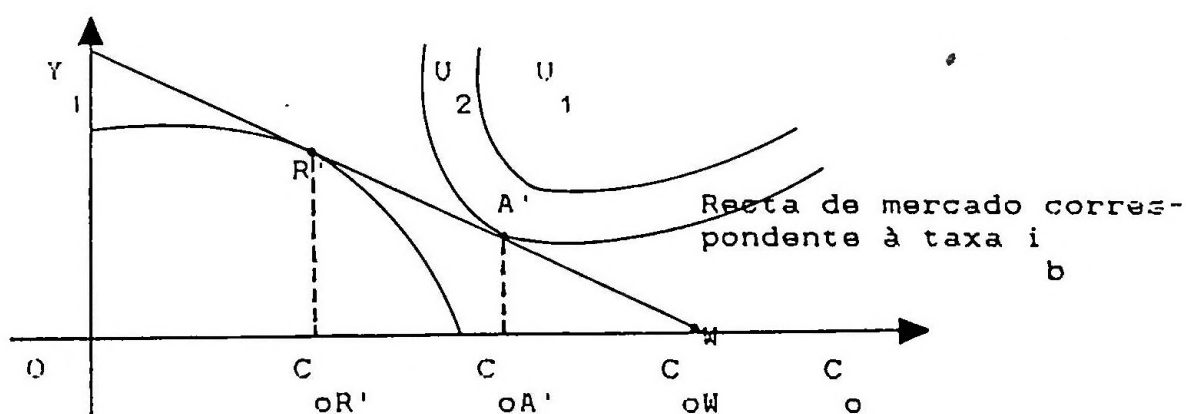


Fig. 2.9.2. Opção produtiva ótima exigindo financiamento

Nesta situação, a empresa procederia ao investimento de  $C_{OW} - C_{OR'}$  com vista à obtenção do ponto R', tangência da recta de mercado com a curva de oportunidades produtivas. Porém, e sem sacrifício do seu VAL deverá obter financiamentos  $(C_{OA'} - C_{OR'})$ , de modo a atingir A', que corresponde ao máximo de utilidade esperada.

Em ambos os casos, o critério do VAL permitiria chegar a soluções óptimas, conjugando a possibilidade de intervenção no mercado financeiro com as utilidades máximas configuradas pelas respectivas curvas de utilidade, sendo fácil de definir qual a taxa de actualização que deveria ser usada ou o modo como os

projectos deveriam ser financiados.

Por último, e no que respeita ao cenário 3 (Fig. 2.9.3.),

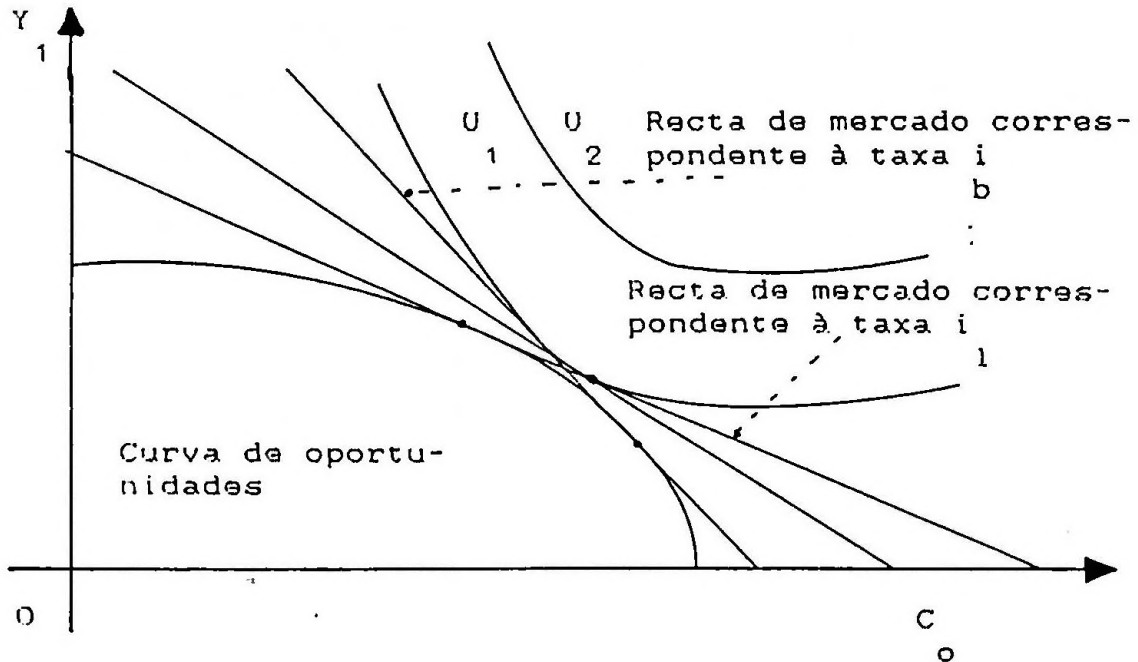


Fig.2.9.3. Opção produtiva com alternativas de financiamento

temos uma última situação, onde não é possível proceder à escolha da taxa de juro que permita a obtenção de solução óptima, devido ao facto da taxa de juro do projecto se situar entre as duas taxas do mercado.

Tal situação pode ser expressa pelas inclinações das rectas de mercado, representadas pelos inversos das tangentes, onde

$$\frac{1}{\text{tg}(1+i_1)} \leq \frac{1}{\text{tg}(1+i^*)} \leq \frac{1}{\text{tg}(1+i_b)} \quad (2.24)$$

onde

$$i_1 \leq i^* \leq i_b$$

Este caso inviabiliza a utilização do critério do VAL, enquanto método conducente à optimização na escolha de projectos de investimento.

A taxa não pode ser determinada antes da obtenção da solução ótima, e, nestes termos, a aplicação do critério VAL pressuporia a sua escolha arbitrária. Nas condições expostas, a taxa de juro constituiria um valor obtido "a posteriori" e resultante duma decisão ótima, o que demonstra a dependência da solução do financiamento adoptado.

Esta realidade comprova a invalidade do Teorema da Separação em mercados imperfeitos e justifica a adopção de método alternativo de selecção com vista à optimização das decisões.

### 3 - METODOLOGIAS ALTERNATIVAS

#### 3.1. - A AVALIAÇÃO E SELECÇÃO DE PROJECTOS DE INVESTIMENTO NA PRESENÇA DE RESTRIÇÕES

No capítulo anterior, procedi à apresentação sucinta das metodologias e critérios tradicionais consagrados na selecção de projectos de investimento.

Como referi, a ausência de restrições, o pressuposto de mercados perfeitos e outras hipóteses simplificadoras, permitem a utilização de métodos que conduzem, com segurança, e nesses pressupostos, a decisões correctas.

Porém, no contexto real, a sua adopção implicará certamente escolhas inadequadas, por cientificamente insustentadas ou eventualmente incoerentes.

De entre os principais problemas que se colocam e que conferem aderência às realidades, permito-me salientar:

- Restrições de recursos
- Dependência de projectos
- Divisibilidade dos projectos

Quanto às restrições de recursos, parece-me importante destacar que poderão não ser apenas de natureza financeira, mas limitações de escassez de outros factores produtivos, com realce para limitações de espaço, capacidade de equipamento, materiais, disponibilidade de mão-de-obra, quadros e gestores, capacidade de gestão, etc.

Mais frequentemente, as restrições são de limitação de meios financeiros, que poderão ter origem no interior da organização ou no meio exterior.

Os constrangimentos internos são impostos pela gestão das organizações e traduzem-se, geralmente, na imposição de limites aos montantes de fundos disponíveis para investimento durante determinado horizonte temporal ou na fixação de rendibilidades mínimas para os projectos, sempre superiores ao custo do capital para a empresa.

As restrições oriundas do exterior concretizam-se nas limitações ao endividamento, quer no plano dos valores a mutuar, quer nas condições de preço dos recursos a mobilizar. Estas situações são habituais ao ponderar-se que, a partir de determinado nível de endividamento, o custo do capital aumenta, o que se encontra associado aos riscos crescentes, devidamente considerados nas preferências dos consumidores.

Essa evolução pode graficamente ser revelada na Fig. 3.1.

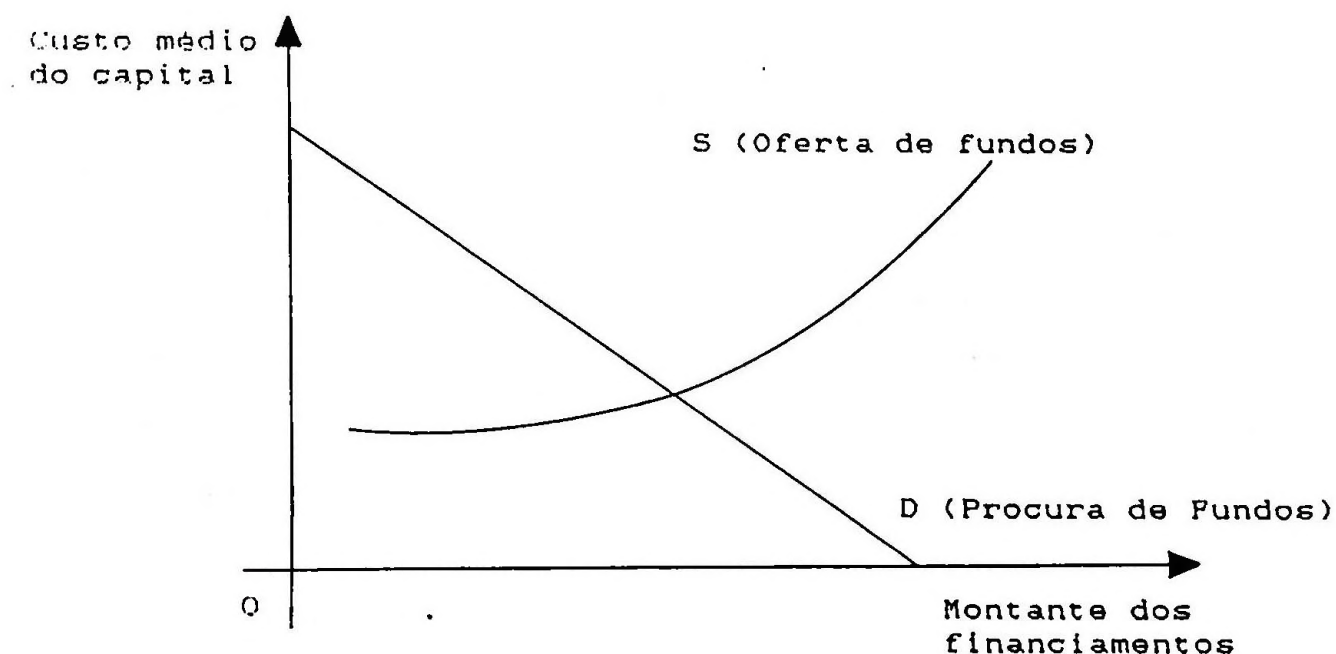


Fig.3.1. Procura e oferta de meios de financiamento (limitação de meios financeiros)

Estas razões constituem, no plano financeiro, fundamento de mútua exclusividade entre vários projectos de investimento, impondo a aceitação de uns e o abandono de outros, não obstante aquela poder derivar apenas de factores de natureza técnica.

A indivisibilidade dos projectos industriais assume também manifesta importância, sobretudo quando conjugada com limitações de capital, pois a aceitação de um projecto indivisível pode implicar a rejeição de outros candidatos, para os quais já não existam capitais disponíveis.

A dependência de projectos de investimento constitui constrangimento assinalável na sua ordenação e apresenta particular significado pela natureza que pode assumir, e de que destaco a mútua exclusividade e a complementaridade nas suas diferentes formas, quer contemplando problemas de natureza técnica quer económica.

Perante a presença de restrições, designadamente as de meios financeiros, o método de ordenação dos projectos não conduz à selecção óptima dos candidatos. O horizonte temporal dos candidatos a investimento não se compadece com soluções ou hipóteses simplistas, e determina a necessidade de serem utilizados instrumentos mais sofisticados, que permitam de uma forma global e integrada apreciar todos os condicionalismos impostos à avaliação e selecção de projectos.

Num ambiente de recursos escassos e limitados, a questão da selecção acaba por se poder formalizar no contexto de um problema de optimização sujeito a restrições diversas, as quais se verificam de um modo específico no período de vida dos projectos.

### 3.2. A OPTIMIZAÇÃO DA DECISÃO E A UTILIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

O quadro descrito no número anterior traduz claramente a existência de um sistema complexo, que deve tratar em simultâneo o conjunto de dados e situações respeitantes à carteira de projectos, com vista a otimizar a rendibilidade do programa. Constitui, por isso, um problema passível de ser solucionado com recurso às técnicas da programação matemática, através da definição de uma função objectivo que se pretende maximizar, sujeita a restrições de natureza variada.

As restrições impostas incluem as eventuais relações de complementaridade, mútua exclusividade ou contingência, a par de outras restrições de carácter financeiro, impostas interna ou externamente, ou de objectivos de satisfação de aspirações (v.g. nível de dividendos futuros).

A finalidade concretiza-se na detecção da combinação óptima (subconjunto dos candidatos), que possibilite o respeito pelas variadas restrições.

Lorie e Savage [15] mostraram em 1955 que a selecção de projectos com utilização do critério VAL não conduzia a soluções óptimas perante restrições financeiras, o que justificou a apresentação de um método alternativo que permitisse a escolha de entre as alternativas idealizadas sob o orçamento de capital preestabelecido.

A formulação foi apresentada, numa primeira fase, para um período e posteriormente alargado ao caso de vários períodos.

A metodologia para um único período consistia na ordenação dos projectos, a partir da respectiva rendibilidade decrescente, sendo a aceitação dos candidatos feita pela mesma ordem, até ao esgotamento do orçamento financeiro.

Este processo, não obstante permitir a maximização do VAL, tem subjacente a inexistência de interrelações e indivisibilidades, não sendo aplicável a combinações de projectos.

A adopção do método para vários períodos e perante vários candidatos apresenta grandes dificuldades e não oferece grande eficiência, em virtude do processo iterativo que é utilizado.

A natureza do problema exige a utilização de técnicas mais poderosas e sofisticadas que vieram a ser adoptadas por Weingartner [25] [4], com a utilização da programação linear (simples e inteira).

### 3.3. MODELOS DE SELECÇÃO DE PROJECTOS COM RESTRIÇÕES DE RECURSOS

#### 3.3.1. Modelo de Weingartner

O modelo formulado por Weingartner [25] assenta na definição de uma função objectivo que maximiza uma função linear de valores actuais líquidos dos "cash-flows" associados a cada projecto individual.

Pode ser formalizado do seguinte modo:

$$\text{MAX VALT} = \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^n \frac{Y_{tj}}{t_j} (1+i)^{-t} \cdot x_j \quad (3.1) \quad *$$

-----

(\*) VALT = Valor Actual Líquido Total

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m c_{tj} x_j \leq C_t \quad (3.2)$$

$$x_j \leq 1^* \quad (3.3)$$

onde

m - Número de projectos

n - Período de vida do projecto j

$Y_{tj}$  - "cash-flow" do projecto j ( $j=1,2,\dots,m$ ) no momento t ( $t=1,2,\dots,T$ )

$C_t$  - Orçamento de capital

i - Taxa de actualização dos "cash-flows"

$x_j$  - Variável de decisão

$c_{tj}$  - Salda de fundos gerada pelo projecto j no período t

A função objectivo representa o VAL de todos os projectos e as restrições do modelo são de dois tipos :

- Restrições de capital, onde se estabelece a impossibilidade das despesas de investimento excederem o orçamento para cada período;
- Restrições que impedem a realização múltipla do mesmo projecto.

-----

(\*) No caso de projectos divisíveis. Perante a indivisibilidade de projectos  $x_j$  tomaria os valores 0 ou 1 que representariam a aceitação ou rejeição do projecto.

Os pressupostos de base do modelo proposto por Weingartner são:

- a) Ausência de risco para o conjunto dos projectos;
- b) Inexistência de alteração dos projectos após a decisão;
- c) Universo determinista;
- d) Mercado perfeito;
- e) Taxa de actualização fixa;
- f) Reinvestimento dos "cash-flows" à taxa marginal.

Esta formulação de base poderá ser enriquecida ou melhorada com a introdução de outro tipo de restrições, que usualmente se justificam em situações concretas. Exemplifiquemos algumas situações.

a1 - Projectos mutuamente exclusivos

$$x_a + x_k \leq 1 \quad (3.4)$$

em que  
a, b, ...k e j

Esta restrição impõe que se o projecto a for aceite o projecto k será recusado e vice-versa.

a2 - Projectos complementares

$$x_c - x_d = 0 \quad (3.5)$$

A igualdade exige que se o projecto c for aceite (recusado) igual decisão será tomada para o candidato d.

### a3 - Projectos indivisíveis

$$x_j = 0 \quad \text{ou} \quad x_j = 1 \quad (3.6)$$

Esta restrição impõe a não aceitação de fracções ou parte de projectos.

### a4 - Projectos contingentes

$$x_e \leq x_f \quad (3.7)$$

A inequação exprime que a decisão de aceitação do projecto e (dependente) esteja condicionada à aceitação do projecto f.

A função objectivo escolhida por Weingartner é obtida através do cálculo, para cada projecto de investimento, do valor actual dos "cash-flows", actualizados a uma determinada taxa, que reflecte o escalonamento temporal dos fundos. Deste modo, obtém-se um coeficiente da função objectivo para cada projecto e a função representativa da soma destes coeficientes exprime o "cash-flow" total actualizado decorrente do programa de investimento.

A escolha do VAL como critério de selecção é deliberada, e, de acordo com os pressupostos utilizados, os projectos que maximizam o valor do VAL total igualmente permitem a maximização do valor da empresa.

O método apresentado permite a obtenção de soluções de problemas de decisões de investimentos e de financiamentos e suas combinações para além de lhe serem associadas outras questões de que destaco a politica de dividendos [18]. Além disso, incorpora a consideração do reinvestimento, o que possibilita conceber

e adoptar novos projectos no futuro, aptos a absorver fundos libertos e geradores de valores actuais positivos.

No entanto, o interesse maior da utilização da programação matemática reside na geração automática dos custos de oportunidade dos meios de financiamento, obtidos a partir do respectivo programa dual.

Esta formulação contém a mesma informação de base e permite interpretações económicas de indubitável interesse.

A função objectivo do programa dual escreve-se então como:

$$\text{Min VALT} \quad \sum_{t=1}^n \Gamma_t C_t + \sum_{j=1}^m \mu_j \quad (3.8)$$

sujeita a

$$\sum_{t=1}^n \Gamma_t c_{tj} + \mu_j \geq v_j \quad (3.9)$$

$$\Gamma_t, \mu_j \geq 0 \quad (3.10)$$

onde

$$v_j = \sum_{t=1}^n Y_{tj} / (1+i)^t$$

$\Gamma_t$  - Variáveis duais referentes às restrições orçamentais

$\mu_j$  - " " " " " "  $(t=1,2,\dots,t)$   
x do programa primal

As variáveis duais  $\Gamma_t$  são, por definição, os custos marginais associados às restrições orçamentais.

Considerando que  $\Gamma_t^*$  é o valor óptimo de  $\Gamma_t$  em (3.9) estas variáveis representam o ganho que é possível obter em termos da função objectivo se pudermos dispor de uma unidade de capital suplementar. Deste modo, no momento  $t$ , representam a rendibilidade

marginal do capital disponível nesse período (preço sombra dos fundos disponíveis).

Não existe qualquer incoerência na função objectivo, por se procurar minimizar a rendibilidade marginal dos fundos disponíveis, visto que as variáveis exprimem o ganho potencial realizável com uma unidade suplementar de capital.

Nesta conformidade os valores assumidos por  $\Gamma_t^*$  têm grande significado.

Assim, se  $\Gamma_t^* = 0$  existem meios disponíveis e não utilizados pelos projectos de investimento

se  $\Gamma_t^* > 0$  os meios financeiros foram completamente utilizados

representando assim os custos de oportunidade a atribuir a cada restrição de capital.

Este conhecimento é de grande utilidade, pois possibilita fornecer uma regra de decisão para a afectação de recursos suplementares, ou permitindo a repartição dos recursos pelos períodos onde a rendibilidade é maior.

Poderemos incluir então no programa os valores não utilizados num período, mas com probabilidade de o virem a ser no período seguinte.

Este refinamento permitirá o seguinte programa na forma primal:

$$\begin{array}{r} m \\ \Sigma \\ j=1 \end{array} \quad \begin{array}{r} n \\ \Sigma \\ t=1 \end{array} \quad Y \quad (1+i)^{-t} \quad x_j \quad (3.11)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m c_{tj} x_j + F_1 = C_1 \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^m c_{tj} x_j + F_t - F_{t-1} = C_t \quad (3.13)$$

(t=2, ..., n)

$$0 \leq x_j \leq 1 \quad (j=1, \dots, m) \quad (3.14)$$

onde

F - Orçamento do ano t não utilizado nesse ano

No programa sob a forma primal, se o valor assumido por  $x_j$  for superior a zero (igual a 1 para projectos indivisíveis), o projecto é aceite, e a correspondente variável dual é dada pela seguinte expressão obtida de (3.9)[20]:

$$\mu_j^* = v_j - \sum_{t=1}^n \Gamma_t^* c_{tj} \quad (3.15)$$

onde  $v_j$  representa o VAL do projecto j e  $\sum_{t=1}^n \Gamma_t^* c_{tj}$  as necessidades de capital do projecto j valorizadas ao custo de oportunidade.

Nestes termos,  $\mu_j^*$  representa a diferença entre o VAL do projecto j e o custo de oportunidade associado com as necessidades de capital [20]. Deste facto se retira o grande realismo económico introduzido pela metodologia exposta.

Apresentei, em síntese, o modelo original proposto por Weingartner, não obstante o autor ter posteriormente desenvolvido formulações alternativas, que designou por modelos horizonte, face à improcedência do critério VAL perante a invalidade do

Teorema da Separação.

Os modelos horizonte foram apresentados sob duas formas em universo determinista. Neles é abandonada a maximização do VAL, tendo como objectivo a maximização do valor da empresa.

Através da exploração do programa dual, usando apenas projectos independentes, o autor concluiu que a solução óptima pode conter projectos com VAL negativo e implicar a rejeição de candidatos com VAL positivo, o que é determinado pelo momento em que os fundos gerados se encontram disponíveis.

Na segunda forma do modelo, são abandonados os pressupostos de mercado perfeito, introduzindo novas restrições ao programa original que permitam maior sintonia com a Teoria Financeira.

Do conjunto de restrições permito-me destacar [7]:

- a) Taxa de juro como uma função crescente dos fundos mutuados;
- b) Estrutura financeira dependente da política de dividendos;
- c) Limites ao endividamento;
- d) Restrições de tesouraria.

O modelo introduzido por Weingartner constitui um marco importante no desenvolvimento teórico dos problemas da selecção de projectos. E a partir do artigo [25] publicado pelo autor, que é posto em causa o método usual de ordenação de projectos e justificada a aplicação da programação matemática (mais concretamente da programação linear, aos problemas complexos de escolhas de investimento).

Além do tipo de sistematização dos problemas e dos seus dados, reveste particular importância o facto dos projectos e os recursos que mobilizam serem perspectivados de uma forma global, conjunta e integrada. É indubitável, perante a existência de

restrições, que os critérios tradicionalmente eleitos e as tentativas de Lorie-Savage, via método de aproximação e erro, manifestam inoperância e não conduzem às soluções óptimas.

Reconhecendo a validade teórica do método, parece-me no entanto, passível de críticas e de identificação das suas "fraquezas", que importa reflectir.

Em primeiro lugar, é importante referir, que toda a esquematização tem subjacente um universo determinista e de mercados perfeitos.

A incerteza que rodeia todas as previsões e o risco associado à actividade económica em geral, e aos investimentos, em particular, recomendaria a ponderação do factor risco, que o modelo não contém.

Por outro lado, o pressuposto de mercados perfeitos constitui uma abstracção teórica não aderente aos mercados reais, onde os limites ao endividamento e taxas múltiplas colocam problemas que não garantem, no modelo, a obtenção de soluções óptimas.

Outra crítica reside na circunstância do modelo isolar as saídas de fundos dos "cash-flows" gerados pelos projectos que reflecte a não tomada em consideração das consequências dum eventual autofinanciamento do programa de investimento. De facto, os "cash-flows" positivos provenientes dos projectos poderão ser utilizados para financiar parte do investimento, ou, em alternativa, qualquer outro projecto integrante da carteira de projectos.

A questão do autofinanciamento reclama o conhecimento prévio do destino dos fluxos esperados, designadamente as parcelas a afectar a reinvestimento e a consumo, via distribuição de dividendos.

O problema do duplo destino dos recursos gerados e das necessidades e aspirações que visam preencher colocam um problema fulcral ao modelo de Weingartner: a taxa de actualização.

O modelo configura uma taxa única, não sendo aceitável que ela seja idêntica para a empresa e para os seus accionistas.

Por definição, a taxa de actualização resulta do equilíbrio entre a oferta e a procura de meios financeiros no mercado, para a qual os financiadores e os financiados estão dispostos a transaccionar montantes ilimitados. Ora esta situação está em contradição com as restrições impostas no problema original.

Nesta impossibilidade de funcionamento dos mecanismos de mercado, a empresa adopta uma taxa de actualização obtida ou determinada internamente, que poderá ser o seu custo do capital.

Este elemento reveste algumas dificuldades de apuramento, quer pela sua variabilidade, determinada pela evolução do contexto financeiro, quer por ser resultante de aspectos intrínsecos, quer por factores de mercado.

Na realidade, a solução correcta assenta na actualização do "cash-flow", através da utilidade do capital no período do projecto, obtida pela solução do programa dual do modelo.

Neste contexto, depara-se o paradoxo, que para estabelecer com rigor a função objectivo, há necessidade de ter resolvido o programa dual, o que só é possível depois de definir o programa na forma primal.<sup>\*</sup>

-----  
(\* ) Este problema pode ser contornado pelo recurso à análise de sensibilidade.

### 3.3.2. Modelo de Baumol-Quandt (B-Q).

Estes autores [3] recorreram igualmente a métodos de programação matemática para solucionar o problema colocado na selecção de projectos de investimento com racionamento de meios. Considerando as críticas formuladas ao modelo de Weingartner, particularmente à função objectivo, elaboraram um modelo cujo núcleo fundamental é a maximização dos dividendos.

A formalização matemática é a seguinte:

$$\max \sum_{t=1}^n H_t + D_t \quad (3.16)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^n A_{tj} x_j + \sum_{t=1}^n D_t \leq C_t \quad (3.17)$$

$$x_j \leq 1 \quad (3.18)$$

onde

$D_t$  - Montante de dividendos a pagar no período  $t$ , proveniente de rendimentos gerados nesse período pelo programa de investimento

$H_t$  -  $(1+i)^{-t}$

$A_{tj}$  - Diferença entre o "cash-flow" positivo e as saídas de fundos respeitantes ao projecto  $j$  no período  $t$

$C_t$  - Orçamento de capital no período  $t$

$x_j$  - Variáveis de decisão

$i$  - Taxa de actualização

O conteúdo do modelo assenta no facto de a função objectivo tomar exclusivamente em consideração os dividendos a atribuir pela empresa aos seus accionistas, visando a sua maximização total.

Esta óptica parece-me de perfeita actualidade, visto que o êxito das empresas se exprime de forma significativa, através da sua cotação bolsista, para o que concorre de forma decisiva o nível de dividendos.

Neste contexto, a taxa de actualização a eleger deverá exprimir a rendibilidade esperada pelos accionistas, quer dizer, a remuneração mínima exigida por estes para a remuneração do seu capital. A sua escolha é, assim, mais simples, por ser determinada internamente, ainda que condicionada pelo mercado de capitais.

Outro aspecto caracterizador do modelo que merece realce consiste no facto de nas restrições serem consideradas as diferenças entre os "inflows" dos projectos e as saídas de fundos, o que permite considerar o autofinanciamento do próprio investimento.

O programa apresentado afigura-se-me mais desenvolvido que o proposto por Weingartner, por conter um número de variáveis igual ao número de projectos de investimento aumentado das variáveis respeitantes aos períodos de realização do programa [11].

Assim, na solução estão englobadas duas séries de variáveis que permitirão, em termos conjugados, a maximização das políticas de investimento e de distribuição de dividendos.

-----  
(\* ) E considerada a hipótese simplificadora de disponibilidade total dos "cash-flows" positivos no período em que são gerados.

O modelo de B-Q permite uma aproximação racional ao problema da repartição entre investimento e consumo (dividendos), incorporando o dilema colocado aos investidores entre consumir ou reinvestir.

A lógica subjacente ao modelo traduz que o objectivo da empresa é remunerar o seu capital e o reinvestimento é o meio utilizado, filosofia que justifica algumas críticas, particularmente por poder contrariar a política de dividendos e implicar flutuações anómalas na cotação dos títulos.

Este modelo permitiu superar as dificuldades colocadas pela formulação de Weingartner e teve o mérito de introduzir no problema a política de dividendos (afecção a consumo).

Porém, o facto de a função objectivo apenas conter a maximização de dividendos comporta riscos consideráveis que importa criticar.

O primeiro aspecto a evidenciar, refere-se ao facto dos dividendos serem apenas condicionados pelas restrições de capital, não atendendo a outros factores fundamentais, de que destaco as expectativas ou satisfação mínima dos investidores.

Além disso, ao restringir a política de dividendos aos resultados do programa de investimentos, ignora-se o conjunto global da empresa e aos resultados do "investimento" passado.

E de realçar, ainda, que a solução do modelo poderá implicar flutuações consideráveis no escalonamento temporal das séries de dividendos, com os naturais reflexos no comportamento dos investidores.

Esta óptica de maximização do consumo pode ter algum sentido perante empresas de horizonte temporal limitado ou objecto finito, mas escamoteia de forma pouco prudente as necessidades de crescimento, renovação ou consolidação das organizações.

Em síntese, parece-me que o modelo enferma de uma "euforia" de consumo, que as situações concretas e o funcionamento do mercado de capitais impõem moderar, através da fixação de uma taxa única de remuneração do capital e das necessidades de reinvestimento futuro, adequado à estratégia a seguir pela empresa.

### 3.3.3. Modelo de Carlton

Os estudos desenvolvidos por T. Carlton [8] traduzem a reinterpretação do modelo B-Q, tendo em vista a superação das suas vulnerabilidades.

A filosofia de base prosseguida pelo autor é a de que um programa óptimo de investimentos é um subconjunto da gestão financeira global da empresa, constituindo a procura dum programa óptimo uma hipótese irrealista, se não se atender ao quadro global optimizado em que o mesmo se circunscreve.

Nesta óptica, o programa de investimento que se procura otimizar assume carácter subsidiário, podendo ser distinguidas duas "zonas", a princípal, que representa o investimento permanente da empresa, e a marginal, constituída pelo programa de investimento conducente à obtenção de recursos financeiros a fornecer à zona principal.

A concepção idealizada assenta na modelação do conjunto da gestão financeira da empresa, através de um "macro-modelo", em que o objectivo será a maximização do valor da empresa (equivalente à riqueza dos seus titulares de capital).

A reinterpretação de Carlton do modelo de B-Q tem a seguinte formalização matemática:

$$\max \sum_{t=1}^n B_t (1+i)^{-t} \quad (3.19)$$

sujeito a

$$\sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^m A_{tj} x_j - \sum_{t=1}^n D_t \leq C_t - (F_t - F_{t-1}) \quad (3.20)$$

$$x_j \leq 1$$

$$D_1 = 0$$

onde

- $B_t$  - Valores libertos no periodo  $t$  e colocados à disposição da empresa
- $F_t$  - Orçamento dum periodo reportado ao periodo seguinte
- $A_{tj}$  - Diferença entre o "cash-flow" positivo e as saídas de fundos respeitantes ao projecto  $j$  no periodo  $t$
- $C_t$  - Orçamento de capital no periodo  $t$

sendo os restantes valores definidos como no modelo apresentado em 3.3.2.

A elaboração de um programa na forma dual permite obter importantes conclusões sobre a transferência de liquidez ou de retenção de fundos entre as duas "zonas" principais das operações.

O modelo de Carlton, não representando uma concepção original, constitui uma reinterpretação do modelo de Baumol-Quandt, obedecendo a sua solução às mesmas regras e residindo a sua diferença na interpretação dos resultados.

A solução proposta por Carlton oferece-nos uma função objectivo em que são eliminados os principais inconvenientes apontados no modelo de B-Q. Além disso, a sua conceptualização parece-me claramente identificada com as realidades actuais da gestão

financeira moderna, pois integra, numa forma notável, as decisões de investimento no quadro global da estratégia da empresa em funcionamento e aberta ao mercado de capitais.

Relativamente ao modelo de Weingartner, apresenta o mesmo tipo de vantagens e inconvenientes que os apontados para a formalização devida a Baumol-Quandt.

Creio que a sua limitada aplicação prática na avaliação e selecção de projectos encontra justificação na sofisticada definição do "macro-modelo" da empresa, o qual reveste enorme complexidade e exige poderosos meios de tratamento informático.

#### 3.3.4. Modelo de Bernhard

Este autor [5] apresentou um modelo de programação matemática para selecção de projectos de investimento em universo determinista na presença de restrições, caracterizado por maior sofisticação e complexidade, porventura mais adaptado às situações concretas, particularmente no plano financeiro.

A solução do programa reveste grande dificuldade, caso a função objectivo e as restrições sejam não lineares, embora seja, contudo, possível se as funções forem monótonas não decrescentes.

Apesar deste facto, mesmo na ausência de solução, a análise das condições de Kuhn-Tucker (K-T) associadas ao modelo permitem obter interpretações de alcance, pois fornecem indicações para a tomada de decisão, através do significado dos multiplicadores de K-T.

A função objectivo exprime a maximização de uma função de dividendos a pagar num período finito acrescida do valor terminal da empresa.

Simbolicamente será representada pela seguinte expressão:

$$\text{Max } f ( w_1, \dots, w_T, G ) \quad (3.21)$$

em que  $f$  é uma função não decrescente e onde

$G$  - Valor terminal da empresa

$w_t$  - Dividendos pagos no período  $t$  ( $t=1\dots T$ )

As restrições do modelo são da seguinte natureza:

- a) Tesouraria e liquidez;
- b) Período de recuperação dos capitais investidos;
- c) Escassez de recursos;
- d) Valor terminal da empresa;
- e) Não negatividade do valor terminal da empresa.

Quanto às restrições de tesouraria foi definido, que o somatório do "cash-flow" dos projectos adicionado da amortização dos empréstimos e do pagamento de juros e deduzido dos empréstimos contraídos deve ser inferior ou igual às disponibilidades de capital concedidas ao projecto no momento  $t$ .

As restrições do período de recuperação são expressas pela seguinte desigualdade:

$$- \sum_{j=1}^m \sum_{t=1}^* Y_{tj} x_j \leq 0 \quad (3.22)$$

onde  $t^*$  inteiro se situa no intervalo  $[1, n]$ .

A condição de escassez de recursos e a limitação da sua utilização é representada por

$$\sum_{j=1}^m d_j x_j \leq d \quad (3.23)$$

onde  $d_j$  simboliza a quantidade unitária do recurso exigido pelo projecto  $j$  e  $d$  a totalidade de recurso disponível.

A riqueza terminal após o pagamento do último dividendo incorpora o valor actual dos "cash-flows" exteriores ao programa de investimento e inerentes aos projectos seleccionados, os fundos emprestados e a dedução do valor do endividamento.

Esta restrição contém a definição de uma grandeza igualmente integrante da função objectivo.

A última restrição traduz a não negatividade do valor da empresa no final do período.

E ainda aceitável que possam ser consideradas outras restrições, designadamente, limites ao endividamento, não negatividade dos dividendos e dos valores a financiar, bem como a habitual restrição que visa impedir a repetição de projectos (condição do tipo  $0 < x_j < 1$ )

Para além da maior sofisticação do modelo, designadamente na "qualidade" das restrições impostas, assume particular interesse a definição das condições de Kuhn-Tucker (K-T) formuladas e associadas ao programa, e cujos valores assumidos pelas variáveis caracterizadoras do modelo permitem interpretações económicas de inegável interesse.

Bernhard [5] define variáveis de K-T para cada restrição original, sujeitas, por sua vez a certas restrições; procede, de seguida, à construção da respectiva função lagrangeana, donde são obtidas as condições de primeira ordem.\*

-----  
(\* ) De acordo com os métodos usualmente aplicados na resolução destes problemas são introduzidas "variáveis de folga", que possibilitam o estabelecimento de igualdades.

Deste procedimento resulta a construção de um sistema de equações, cuja solução só se afigura viável desde que a função objectivo e a restrição relativa ao valor terminal sejam lineares.

Complementarmente é exigido que a função objectivo seja côncava e diferenciável, além de que as funções que integram os primeiros membros das desigualdades sejam convexas.

O interesse dos valores assumidos pelas variáveis de K-T reside no facto de representarem a taxa de incremento da função objectivo, que seria obtida se fosse afectado um acréscimo unitário ao segundo membro da desigualdade.

O desenvolvimento matemático conduz ao enunciado do seguinte critério de selecção:

\*  
 $A_j > 0$       aceitação do projecto

\*  
 $A_j < 0$       rejeição " "

\*  
 $A_j = 0$       indiferença (aceitação ou rejeição)

a partir do seguinte valor de  $A_j^*$  :

$$A_j^* = \sum_{t=1}^T Y_{tj} (\Gamma_t^* + \theta^*) + \sum_{t=t'+1}^{n-1} Y_{tj} \Gamma_t^* + (Y_j^* + \hat{Y}_j^*) \Gamma_t^* - d_j^* v_j^*$$

(3.24)

onde

$Y_{tj}$  - "Cash-Flow" do projecto j no periodo t resultante de uma unidade do projecto j

$\hat{Y}_j^*$  - Valor actual dos "post T cash-flows"

$\Gamma_t^*$  - Valor óptimo obtido para a variável K-T respeitante à restrição de liquidez

<sup>+</sup>  
θ - Idem restrição de "payback"

<sup>\*</sup>  
d<sub>j</sub> - " " " escassez de recursos  
j

O interesse do modelo será substancialmente acrescido se considerarmos o programa na sua forma dual, pela interpretação que será possível estabelecer dos multiplicadores utilizados na função lagrangeana.

Assim, cada valor positivo dos multiplicadores de K-T na solução óptima do programa exprime o acréscimo de cada objectivo passível de obter com o aumento de uma unidade à quantidade máxima de recurso, constante do segundo membro e definidor da restrição.

Se os referidos valores dos multiplicadores forem iguais a zero seremos conduzidos à interpretação de que um acréscimo unitário em cada restrição não produzirá qualquer aumento de utilidade, a que Bernhard designou por "caso patológico".

### 3.3.5. PROGRAMAÇÃO MULTIOBJECTIVOS (P.M.)

<sup>\*</sup>  
Este tipo de modelo introduzido por A.Charnes e W.Cooper [9] assenta na construção de uma função de objectivos múltiplos, através da qual se procura minimizar desvios absolutos associados a esses objectivos, enquadrados num espectro de restrições.

-----  
(\* ) A programação multiobjectivos não é mais do que um tipo de programação matemática, contendo objectivos múltiplos e conflituais.

Envolve o estabelecimento prévio de uma hierarquia dessas metas e do seu nível de concretização, além de impor uma definição antecipada de prioridades.

A essência da P.M. fundamenta-se no facto de que a satisfação de um subconjunto de objectivos de nível de prioridade  $i$  é preferível à concretização de outro subconjunto de nível de prioridade menor.

isa a determinação de um óptimo que satisfaça todas as restrições, antes procura soluções óptimas dentro de cada nível de prioridade, precedida da prévia obtenção de solução que garanta o cumprimento de objectivos de grau (prioridade) mais elevada.

A formalização matemática da P.M. pode ser feita através da determinação do vector  $X = (x_1, \dots, x_n)$

tal que

$$\text{Min } Z = \{ P_1 [g_1(d_1^+, d_1^-)], \dots, P_i [g_i(d_i^+, d_i^-)] \} \quad (3.25)$$

sujeito a

$$A X = B + d^+ - d^- \quad (3.26)$$

$$C X \leq D \quad (3.27)$$

$$X, d^+, d^- \geq 0 \quad (3.28)$$

$$i < m \quad (3.29)$$

onde

$$P_i \quad P_{i+1} \quad P_{i+2} \quad \dots$$

$P_i$  - Níveis de prioridade ( $i = 1, 2, \dots, i$ )

$g_i(d_i^+, d_i^-)$  - Função linear dos desvios possíveis das variáveis

$B$  - Valores dos objectivos fixados

- C - Matriz dos coeficientes de recursos (consumidos)
- D - Valores limite de B
- $d_i^+$  - Vector dos desvios positivos admissíveis dos objectivos
- $d_i^-$  - " " " negativos " " "
- $x_j$  - Variáveis referentes aos projectos

Para efeitos de obtenção de solução matemática do programa, é necessário que as variáveis sejam não negativas, o que determina que os desvios devam ser estruturados como não negativos (fácil de conseguir através de simples transformação).

Se

$d_i > 0$  representa o desvio de um objectivo, este

valor deverá ser substituído pela diferença  $d_i = (d_i^+ - d_i^-)$ ,

onde

$$-\infty < d_i < +\infty$$

$$d_i^+ \geq 0$$

$$d_i^- \geq 0$$

A solução do problema pelo algoritmo do "simplex" exige que  $d_i^+$  e  $d_i^-$  não possam tomar valores positivos e negativos em simultâneo pelo que

$$(d_i^+) \cdot (d_i^-) = 0$$

Se o nível de objectivo for excedido ter-se-ia,

$$d_i^+ > 0$$

$$d_i^- = 0$$

não sendo atingido

$$d_i^+ = 0$$

$$d_i^- > 0$$

Passo a ilustrar a aplicação deste método com a apresentação de um pequeno exemplo.

Considerem-se cinco projectos, designados por 1,2,3,4 e 5, com horizonte temporal de 4 anos, cujas despesas de investimento anuais e "cash-flows" são os que constam do quadro seguinte.

---

PROJECTOS	DESPEAS DE INVESTIM. -				"CASH-FLOWS"			
	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4
1	50	10	5	0	60	100	100	100
2	80	0	0	4	80	100	120	120
3	20	20	0	0	5	10	40	40
4	70	3	2	0	0	100	20	30
5	80	0	100	20	80	80	100	100

---

O orçamento de capital e os mínimos de liquidez para os quatro anos são os seguintes:

---

ANOS	ORÇAMENTO DE CAPITAL	MINIMOS DE LIQUIDEZ
1	200	300
2	50	350
3	75	350
4	25	1.000

---

(\*)Estes valores representam os níveis mínimos de disponibilidades de tesouraria

As estimativas de resultados anuais encontram-se apresentadas no quadro seguinte.

PROJECTOS	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4
1	-10	20	20	0
2	50	50	50	100
3	-5	10	5	5
4	-50	30	20	10
5	10	20	-15	-5

Os objectivos e as prioridades correspondentes definidas pelos gestores foram as seguintes:

OBJECTIVOS	Nível de Prioridade
Não exceder o orçamento de capital	1
Possibilidade de transferência de fundos para o ano seguinte	5
Assegurar mínimos de liquidez	3
Obtenção de resultados fixados	4
Proibição de projectos múltiplos	1
Maior utilidade atribuída às entradas de fundos mais rápidas	2

No quadro deste enunciado procurarei descrever, de seguida, o modelo para a solução da melhor escolha dentro dos objectivos apresentados.

#### OBJECTIVO ORÇAMETAL

$$\text{Fórmula Geral} - \sum_{j=1}^5 C_{tj} x_j \leq B_t \quad (3.30)$$

sendo

$$t = 1, 2, 3 \text{ e } 4$$

$$j = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 5$$

Formalização específica

$$\begin{aligned}
 \text{Ano 1} & \quad 50 x_1 + 80 x_2 + 20 x_3 + 70 x_4 + 80 x_5 + d_1 - d_1 = 200 \\
 \text{Ano 2} & \quad 10 x_1 + 20 x_3 + 3 x_4 + d_2 - d_2 = 50 \\
 \text{Ano 3} & \quad 5 x_1 + 2 x_4 + 100 x_5 + d_3 - d_3 = 75 \\
 \text{Ano 4} & \quad 4 x_2 + 20 x_5 + d_4 - d_4 = 25
 \end{aligned}$$

OBJECTIVO TRANSFERENCIA DE FUNDOS

$$\text{Fórmula Geral} \quad - \sum_{1}^5 \sum_{1}^{t'} C_{tj} x_j + d_{t'} - d_t = \sum_{1}^{t'} B_t \quad (3.31)$$

$$t' = 2, 3 \text{ e } 4$$

Formalização Específica

$$\begin{aligned}
 \text{Ano 2} & \quad - 60 x_1 + 80 x_2 + 40 x_3 + 73 x_4 + 80 x_5 + d_5 - d_5 = 250 \\
 \text{Ano 3} & \quad - 65 x_1 + 80 x_2 + 40 x_3 + 75 x_4 + 180 x_5 + d_6 - d_6 = 325 \\
 \text{Ano 4} & \quad - 65 x_1 + 84 x_2 + 40 x_3 + 75 x_4 + 200 x_5 + d_7 - d_7 = 350
 \end{aligned}$$

OBJECTIVO DE OBTENÇÃO DE RESULTADOS

$$\text{Fórmula Geral} \quad - \sum_{1}^5 R_{tj} x_j + d_t - d_t = TI_t \quad (3.32)$$

R - Resultado Líquido do projecto j

TI - Resultado anual

Formalização Específica

$$\text{Ano 1} \quad - 10 x_1 + 50 x_2 - 5 x_3 - 50 x_4 + 10 x_5 + d_8 - d_8 = -5$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ano 2} \quad & 20 x_1 + 50 x_2 + 10 x_3 + 30 x_4 + 20 x_5 + d_9 - d_9 = 130 \\
 \text{Ano 3} \quad & 20 x_1 + 50 x_2 + 5 x_3 + 20 x_4 - 15 x_5 + d_{10} - d_{10} = 80 \\
 \text{Ano 4} \quad & 100 x_2 + 5 x_3 + 10 x_4 - 5 x_5 + d_{11} - d_{11} = 110
 \end{aligned}$$

### OBJECTIVO DE LIQUIDEZ

$$\text{Fórmula Geral} - \sum_{j=1}^5 Y_{tj} x_j + d_t - d_t = \text{TCP} \quad (3.33)$$

TCP - Nivel minimo de liquidez

### Formalização específica

$$\begin{aligned}
 \text{Ano 1} \quad & 60 x_1 + 80 x_2 + 5 x_3 + 80 x_5 + d_{12} - d_{12} = 300 \\
 \text{Ano 2} \quad & 100 x_1 + 100 x_2 + 10 x_3 + 100 x_4 + 80 x_5 + d_{13} - d_{13} = 350 \\
 \text{Ano 3} \quad & 100 x_1 + 120 x_2 + 40 x_3 + 20 x_4 + 100 x_5 + d_{14} - d_{14} = 350 \\
 \text{Ano 4} \quad & 100 x_1 + 120 x_2 + 40 x_3 + 30 x_4 + 100 x_5 + d_{15} - d_{15} = 1000
 \end{aligned}$$

### OBJECTIVO DE PROIBIÇÃO DE PROJECTOS MULTIPLOS

$$\text{Fórmula Geral} - x_j + d_j - d_j = 1 \quad (3.34)$$

### Formalização Especifica

$$\begin{aligned}
 \text{Projecto 1} \quad & - x_1 + d_{16} - d_{16} = 1 \\
 \text{Projecto 2} \quad & - x_2 + d_{17} - d_{17} = 1 \\
 \text{Projecto 3} \quad & - x_3 + d_{18} - d_{18} = 1 \\
 \text{Projecto 4} \quad & - x_4 + d_{19} - d_{19} = 1 \\
 \text{Projecto 5} \quad & - x_5 + d_{20} - d_{20} = 1
 \end{aligned}$$

OBJECTIVO DE UTILIDADES ATRIBUIDAS AS ENTRADAS MAIS RECENTES

Formalização Específica

$$\begin{aligned}
 \text{Ano 1} \quad & 60 x_1 + 80 x_2 + 5 x_3 + 80 x_5 + d_{21}^- - d_{21}^+ = 225 \\
 \text{Ano 2} \quad & 100 x_1 + 100 x_2 + 10 x_3 + 100 x_4 + 80 x_5 + d_{22}^- - d_{22}^+ = 225 \\
 \text{Ano 3} \quad & 100 x_1 + 120 x_2 + 40 x_3 + 20 x_4 + 100 x_5 + d_{23}^- - d_{23}^+ = 380 \\
 \text{Ano 4} \quad & 100 x_1 + 120 x_2 + 40 x_3 + 30 x_4 + 100 x_5 + d_{24}^- - d_{24}^+ = 390
 \end{aligned}$$

A função objectivo do modelo escrever-se-ia do seguinte modo:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & P ( d_{16}^+ + d_{17}^+ + \dots + d_{20}^+ ) + 4 d_{21}^- + 3 d_{22}^- + 2 d_{23}^- + 1 d_{24}^- + \\
 & + P ( 4 d_{21}^- + 3 d_{22}^- + 2 d_{23}^- + 1 d_{24}^- ) + \\
 & + P ( d_{12}^+ + d_{13}^+ + d_{14}^+ + d_{15}^+ ) + \\
 & + P ( d_{8}^+ + d_{9}^+ + d_{10}^+ + d_{11}^+ ) + \\
 & + P ( d_{55}^+ + d_{56}^+ + d_{57}^+ ) \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

A solução óptima do problema conduzirá à obtenção dos diferentes níveis de aceitação dos projectos ou à rejeição dos mesmos, sendo:

- $X_j = 1$  - aceitação plena do projecto j
- $X_j = 0$  - rejeição do projecto j
- $0 < X_j < 1$  - realização parcial do projecto j

Igualmente serão determinados os valores dos desvios relativamente às metas fixadas expressos nos  $d_i^+$  e  $d_i^-$ , que representarão, respectivamente, os objectivos atingidos ou cuja realização fica aquém do estabelecido.

De acordo com as prioridades pré-definidas, estaremos, então, em condições de conhecer o grau de realização da função objectivo, através dos somatórios dos desvios multiplicados pelas ponderações dos níveis de prioridade arbitrados.

Obviamente que não existe uma solução única para o problema apresentado. A reordenação das prioridades ou a sua ponderação relativa ou qualquer alteração na formulação dos objectivos produzirá novo resultado e eventuais escolhas diferentes.

A programação multiobjectivos reúne o interesse particular de integrar vários objectivos, o que representa uma vantagem relativamente aos métodos de programação matemática, embora exija uma definição de prioridades, por natureza complexa.

A grande contribuição da programação multiobjectivos assenta na sua grande flexibilidade, a qual nos permite conceber e testar a existência de restrições e objectivos alternativos, sem dificuldade.

Assim, este método revela-se um instrumento de grande utilidade para o planeamento das actividades de selecção de projectos de investimento e respectiva análise financeira, nas situações onde a gestão apresenta objectivos múltiplos e incompatíveis, num dado horizonte.

#### 4. A SELECÇÃO DE PROJECTOS EM UNIVERSO DE INCERTEZA

As metodologias que apresentei e descrevi nos capítulos anteriores, quer as utilizadas tradicionalmente, quer as que recorrem a meios mais sofisticados, têm subjacentes pressupostos de certeza e perfeição de mercados.

A actividade económica e os comportamentos no mundo real evidenciam que tais pressupostos constituem hipóteses simplificadoras, que carecem de ajustamento, pela ponderação do risco inerente a qualquer projecto de investimento.

##### 4.1. O CONCEITO DE UTILIDADE ESPERADA

O abandono de pressupostos teóricos de certeza assume particular acuidade, na medida em que a existência de risco determina as actuações dos decisores, que promovem as suas escolhas em função não da rendibilidade deterministamente apurada, mas das consequências previsíveis e aleatórias das suas atitudes. Estes comportamentos exigem a concepção de uma teoria que permita modelar a forma como os investidores promovem as suas escolhas entre várias alternativas, que comportam rendibilidades e riscos diferentes (Teoria das Escolhas).

Embora existam três atitudes perante o risco , a hipótese de aversão pelo risco constitui a preferência habitual e lógica dos <sup>\*</sup>gestores e accionistas.

-----  
(\* ) Os três tipos de atitude perante o risco são indiferença, procura ou aversão pelo risco.

A justificação mais racional da atitude dos investidores perante o risco encontra-se fundamentada na teoria da utilidade. Nesta se estabelece que os comportamentos são determinados pela utilidade marginal atribuída pelos indivíduos aos aumentos de riqueza.

O âmago desta teoria assenta na verificação de que a utilidade marginal correspondente ao aumento de riqueza é decrescente, isto é, que o grau relativo da satisfação diminui à medida que os rendimentos aumentam. Por outras palavras, pode dizer-se que se atribui maior insatisfação a uma perda que ao prazer que se tem com análogo ganho.

A utilidade marginal decrescente conduz à aversão pelo risco e justifica maiores exigências de utilidade perante acréscimos de risco. Perante expectativas diferentes de rendibilidade, os decisores não optam pela alternativa que conduz à maximização desses valores, mas pela solução que possibilite maior utilidade.

Partindo do princípio que o risco pode ser medido através do desvio-padrão ( $\sigma$ ) da utilidade, e que esta é expressa pelo seu valor esperado ( $\mu$ ), podem então ser construídas curvas de indiferença, subordinadas às seguintes premissas:

- a) Os decisores procuram sempre maior utilidade a menor utilidade;
- b) A utilidade marginal é decrescente;
- c) Os decisores exigem maior utilidade perante maior risco.

-----

(\* ) Esta utilidade é consequência dos níveis subjectivos de preferência.

As preferências dos investidores com aversão pelo risco são expressos pelas curvas de indiferença que se apresentam na fig. 4.1.1.

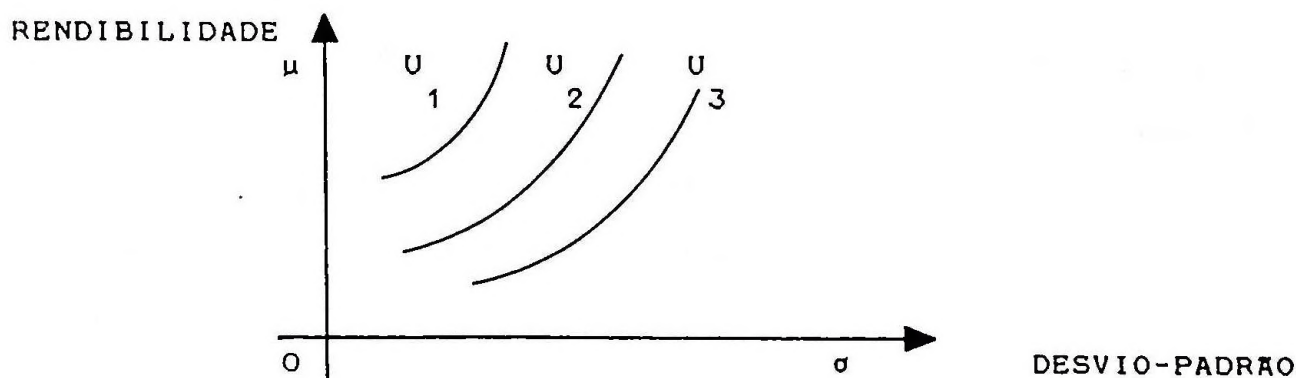


Fig. 4.1.1 Curvas de indiferença dum decisor com aversão ao risco

Estes comportamentos de aversão ao risco encontram-se substanciados e desenvolvidos no Princípio de Bernoulli, o qual estabelece que a política óptima de investimento perante condições de incerteza é a que conduz à maximização da utilidade esperada.

#### 4.2. FUNÇÕES DE UTILIDADE

O problema mais complexo que se coloca à aplicação prática do conceito de utilidade é a explicitação da função que a possa exprimir e que representa o comportamento dos indivíduos.

Essa dificuldade deriva de se conseguir uma fórmula matemática que exprima as reais preferências dos decisores.

Vários autores\*, ao longo dos anos, têm vindo a apresentar estudos empíricos no intuito de ajustar as funções de utilidade a

(\*) Cramer [10], Hillier [12] entre outros.

sectores específicos da actividade e que lhes permitam a construção de curvas de indiferença.

Concluiu-se que as funções de utilidade devem ser contínuas monótonas crescentes e côncavas relativamente ao eixo das abcissas.

A forma das funções de utilidade não é conhecida e deve ser investigada, sendo usual serem obtidas a partir de desenvolvimentos em série de uma função geral do tipo  $U(x)$ .

De entre as especificações analíticas alternativas assumem particular interesse as funções quadráticas. Estas são representadas através da seguinte fórmula geral:

$$U(x) = Ax^2 - Bx^2 \quad (4.1)$$

Se a função utilidade não for conhecida pode ser feita a sua aproximação a partir do respectivo desenvolvimento em série de Taylor, no pressuposto que é contínua e admite derivadas de 1ª e 2ª ordem.

A utilidade esperada é obtida associando os valores esperados a ambos os membros da equação 4.1. Assim:

$$E[U(x)] = A E[x]^2 - B E[x]^2 \quad (4.2)$$

onde

$U(x)$  - função utilidade

$x$  - variável aleatória

Sendo

$$E[x] = \mu \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} E[x^2] &= V[x] + (E[x])^2 = \\ &= \sigma_x^2 + \mu^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$\mu$  - média da variável aleatória  $x$   
 $\sigma^2$  - variância de  $x$

Das equações 4.2 e 4.4 obtemos a utilidade esperada correspondente à função utilidade, ou seja,

$$E [ U ( x ) ] = A \mu - B ( \sigma^2 + \mu^2 ) \quad (4.5)$$

O máximo de utilidade é obtido em  $x^*$ , valor para o qual se anula a primeira derivada e a segunda derivada é negativa. Assim,

$$\frac{d U ( x )}{d ( x )} = A - 2 B ( x ) = 0 \quad (4.6)$$

e

$$\frac{d^2 U ( x )}{d ( x )^2} = - 2 B$$

em que

$$x^* = \frac{A}{2 B} \quad \text{válido para } x < A / 2 B.$$

Graficamente, teremos:

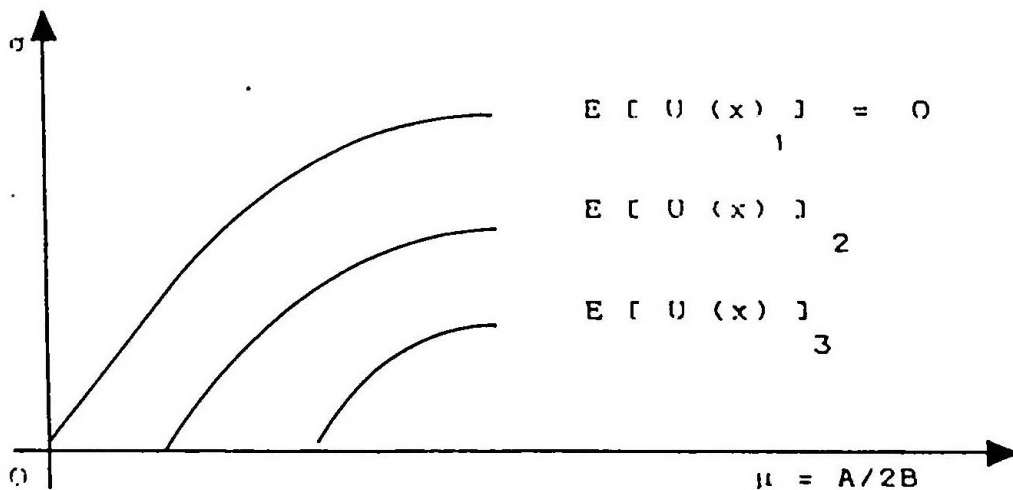


Fig. 4.2.1 Curva de indiferença das funções quadráticas

(\*) Bussey [7]

Através da equação representativa da utilidade esperada poderão ser construídas curvas de indiferença (isoutilidade).

Dado que as primeiras derivadas da função  $E[U(x)]$  em ordem a  $\mu$  e  $\sigma$  são positivas e negativas, respectivamente, pode então concluir-se que a utilidade esperada do decisor varia directamente com a rendibilidade e inversamente com o risco.

Graficamente, teremos (Fig.4.2.2)

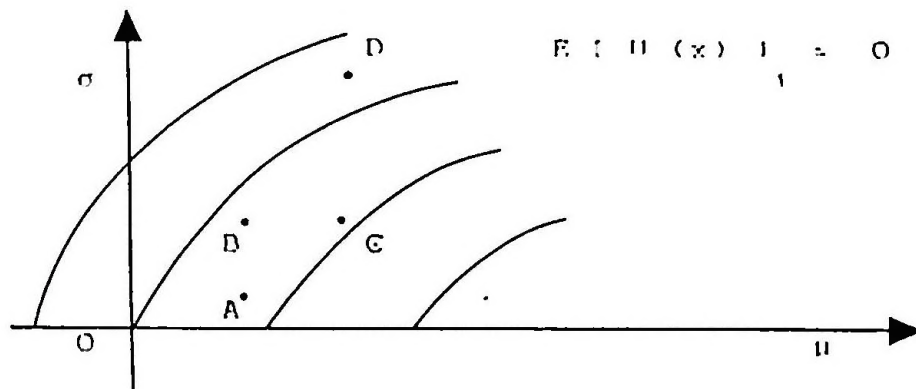


Fig. 4.2.2 Curvas de indiferença representativas das actuações do decisor com aversão

Poderá aduzir-se, por último, que a utilização da função quadrática assenta na configuração de curvas de indiferença que são concêntricas, o que pode não revelar coerência com as realidades observadas.

Por outro lado, é de salientar que, para níveis de rendimento pouco significativos, a função quadrática pode tornar-se insensível ao risco.

### 4.3. CRITÉRIOS DE AVERSÃO ABSOLUTA E RELATIVA DO RISCO (PRATT-ARROW)

As diferentes funções de utilidade exprimem as atitudes perante o risco, cuja representação gráfica se apresenta na Fig.4.3.1.

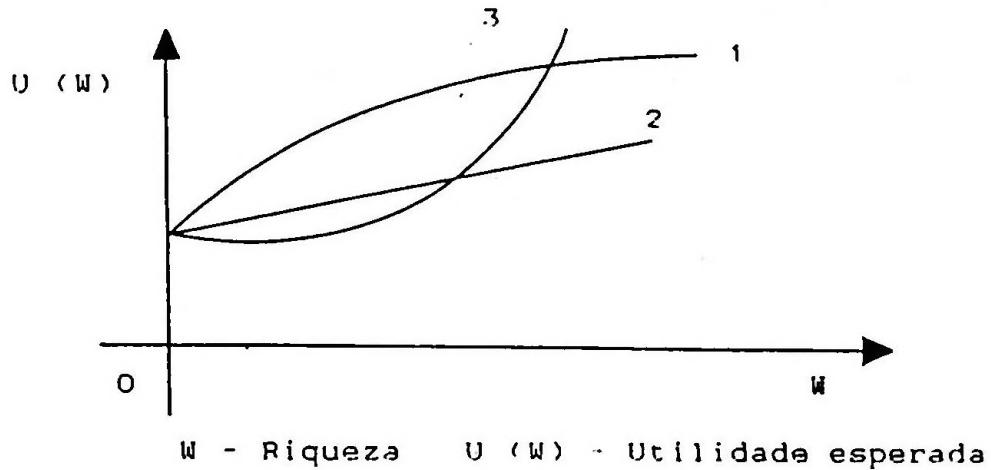


Fig.4.3.1 Funções de utilidade das atitudes perante o risco

As curvas representam a aversão pelo risco (1), a neutralidade ou indiferença (2) e a procura de risco (3).

A estas atitudes pode associar-se o "trade-off" rentabilidade esperada ( $\mu$ ) e desvio-padrão ( $\sigma$ ), que determinam as inclinações das curvas de indiferença, o que se ilustra na Fig.4.3.2.

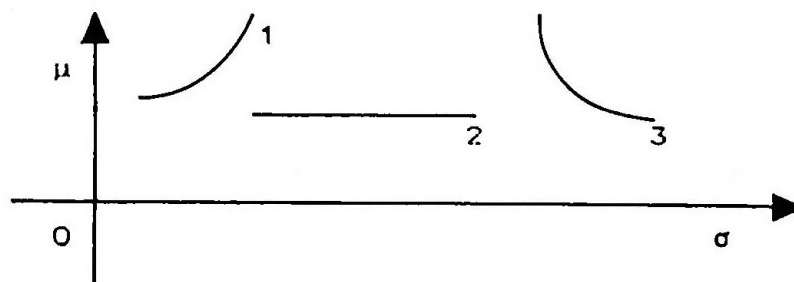


Fig.4.3.2 Curvas de indiferença das atitudes perante o risco

Parece importante identificar as decisões de compra de activos arriscados, empreendidas pelos decisores perante alterações da sua riqueza, o que se poderá exprimir pelos conceitos de aversão absoluta e relativa ao risco.

A aversão absoluta ao risco resulta da maior ou menor aplicação de fundos em investimentos arriscados face a acréscimos de riqueza, enquanto a aversão relativa exprime a evolução da percentagem de aplicações em activos arriscados perante acréscimos de riqueza.

Pratt-Arrow [2] apresentam critérios de determinação do comportamento dos decisores, definindo como instrumentos de medida as primeiras derivadas das seguintes funções:

$$\text{Aversão Absoluta do Risco} \quad A(W) = \frac{-U''(W)}{U'(W)} \quad (4.8)$$

$$\text{Aversão Relativa do Risco} \quad R(W) = W \cdot A(W) \quad (4.9)$$

Os critérios podem sintetizar-se no quadro que a seguir se apresenta:

Quadro 4.1 - Critérios de Pratt-Arrow

Comportamento do decisor	Aversão absoluta do risco	Aversão relativa do risco
Aversão crescente	$A'(W) > 0$	$R'(W) > 0$
Neutralidade	$A'(W) = 0$	$R'(W) = 0$
Aversão Decrescente	$A'(W) < 0$	$R'(W) < 0$

E entendimento generalizado que as atitudes do decisor revelam que a aversão absoluta pelo risco é sempre decrescente, embora os comportamentos apontem para diferentes níveis de aversão relativa.

#### 4.4. CRITERIO DA MEDIA VARIANCIA

Recorrendo à experiência e à análise histórica pertinentes à avaliação de um investimento, é possível construir a distribuição de probabilidade dos rendimentos gerados pelo projecto.

Definida essa distribuição o risco pode ser medido através das técnicas estatísticas usuais, sendo, geralmente, eleito o desvio-padrão, como medida do risco. É possível, então, o estabelecimento de um critério de decisão, congregando as preferências subjectivas dos decisores (utilidades), perante a rendibilidade esperada e o risco (medido pelo desvio-padrão).

A selecção deve obedecer às seguintes regras:

- a) Aceitação dos projectos com rendibilidade esperada positiva;
- b) Rejeição dos candidatos com rendibilidade esperada negativa.

Perante projectos mutuamente exclusivos ou na situação de racionamento de meios financeiros as preferências irão para o projecto com maior rendibilidade para igual risco, ou de menor risco para os de igual rendibilidade.

Encontram-se assinalados na Figura 4.2.2. quatro projectos A, B, C e D.

A mútua exclusividade entre os projectos A e B determina a opção por A, visto ser possível obter igual rendibilidade com menor risco; entre B e C, a escolha recairia em C, por possibilitar a maior rendibilidade com igual nível de risco.

-----

(\*) Outros instrumentos como o coeficiente de variação e a semivariância [16] são igualmente utilizados.

Note-se, porém, não ser possível, com recurso a este critério, a opção entre A e D, em virtude dos projectos terem valores esperados de rendibilidade e risco diferentes.

A solução para uma opção entre projectos deste tipo, em situação de racionamento de meios financeiros, só será possível num contexto da análise da carteira de activos, objecto de discussão no ponto 4.5. deste trabalho. Além da incapacidade deste critério em dar resposta aos problemas colocados, há a ter em conta o facto das funções de utilidade não serem, em geral, imutáveis, pois os comportamentos dos decisores são alterados ao longo do tempo em função da sua riqueza.

Por último, quero realçar, não ser considerada a actualização, sendo desprezados os momentos em que ocorrem os fluxos.

#### 4.5. MODELOS DE SELECÇÃO

A impossibilidade de ajustamento da função de utilidade, mormente nas circunstâncias em que a gestão e a titularidade do capital não são coincidentes, inviabiliza, em termos operacionais, o recurso à análise da utilidade como fonte de decisão.

Além disso, verificam-se algumas limitações do critério da média-variância enunciado em 4.4., por virtude dos fluxos financeiros não serem objecto de actualização.

Neste quadro foram desenvolvidos modelos alternativos, com a introdução do factor temporal e a adopção de taxa de desconto única, que assentam na conjugação do valor esperado do VAL e do desvio-padrão.

#### 4.5.1 CRITERIO DO VAL

Em universo de incerteza, há que considerar que cada "cash-flow" de um projecto deve ser considerado como uma variável aleatória, com média e variância.

A média dos "cash-flow" conduz ao conceito de valor esperado do "cash-flow" do projecto.

Nestes termos um projecto é caracterizado pelos seus "cash-flow" aleatórios  $Y_{tj}$  sendo  $j$  o número de projectos ( $j= 1, \dots, n$ ) e  $t$  ( $t=1, \dots, T$ ) o período de vida do projecto.

Este processo caracteriza-se pela expectativa de determinados valores a assumir pelos "cash-flows" terem probabilidades diferentes, sendo as frequências relativas susceptíveis de representação matemática através de funções de densidade de probabilidade.

Na forma discreta teremos,

$$P(Y_{tj}) = \sum_t f(Y_{tj}) = 1 \quad (4.10)$$

e na forma continua,

$$P(Y_{tj}) = \int_a^b \tau(Y_{tj}) dY_{tj} \quad (4.11)$$

em que  $f(Y_{tj})$  e  $\tau(Y_{tj})$  representam as funções de probabilidade e de densidade dos "cash flows" incrementais.

Graficamente

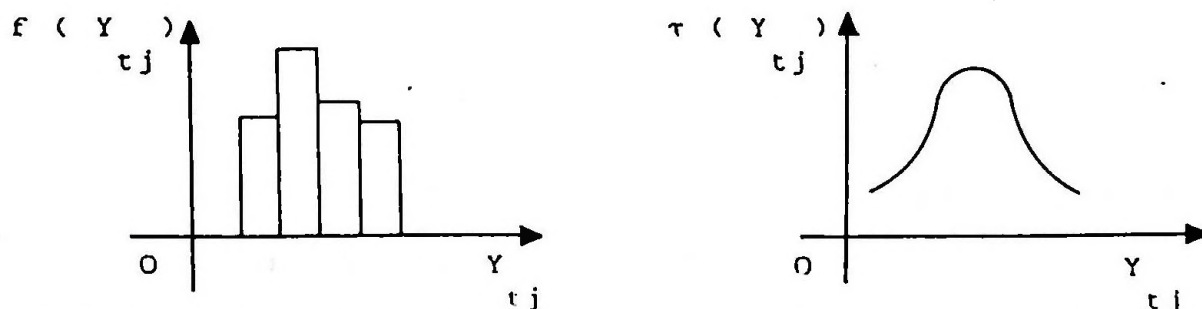


Figura 4.5.1 Funções de probabilidade e densidade das variáveis aleatórias ("cash-flow") discreta e continua

Conhecida a distribuição do "cash-flow" de cada projecto, o valor esperado do VAL seria:

$$\begin{aligned}
 E ( VAL ) &= -E ( K ) + \frac{E ( Y )}{( 1+i )} + \frac{E ( Y )}{( 1+i )^2} + \dots + \frac{E ( Y )}{( 1+i )^n} = \\
 &= \sum_{t=1}^n \frac{E ( Y )}{( 1+i )^t} - E ( K ) \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

O valor esperado do VAL é igual ao somatório dos valores actuais dos "cash-flows", deduzidos do investimento previsto, actualizados a uma taxa que reflectirá o custo do dinheiro e não incorporará, "a priori", o factor risco.

Trata-se de um soma de variáveis aleatórias, as quais apresentando distribuição normal, implicarão que o VAL que se lhe encontra associado apresente idêntica distribuição. Tal facto permitirá a fácil determinação da probabilidade do VAL a assumir um determinado valor.

A maior dificuldade na determinação dos desvios-padrão dos VAL de um projecto com vida superior a um período, reside na circunstância dos "cash-flows" entre os vários períodos poderem ser estatisticamente dependentes (interdependência temporal).

-----

(\*) A partir do Teorema do Limite Central concluiu-se que a soma de variáveis aleatórias com distribuição normal apresenta também distribuição normal.

Três casos são possíveis relativamente ao comportamento dos "cash-flow" no tempo:

- Independentes
- Perfeitamente correlacionados
- Independentes e correlacionados

Se os "cash-flow" são independentes a variância será calculada de forma imediata:

$$V(\text{VAL}) = \sum_{t=0}^n \frac{\sigma_{Y_{tj}}^2}{(1+i)^{2t}} \quad (4.13)$$

sendo  $\sigma_{Y_{tj}}^2$  a variância do "cash-flow" Y no período t.

No pressuposto de "cash-flows" serem completamente dependentes uns dos outros, o desvio-padrão aumenta, e será progressivamente maior nos projectos com período de vida mais longa.

A correlação perfeita entre os "cash-flows" significa que qualquer valor assumido num período é função linear do "cash-flow" de outro período. Esta ligação permite identificar a sequência dos "cash-flows".

Admitamos um projecto onde

$Y_t$  - "cash-flow" para o período t ( t = 0, 1, ...n)

$Y_a$  - "cash-flow" para o período a em que a  $\in$  t

$Y_b$  - "cash-flow" para o período b em que b  $\in$  t

A covariância entre os "cash-flows"  $Y_a$  e  $Y_b$  é definida pelo produto dos desvios-padrões nos períodos  $a$  e  $b$  e o coeficiente de correlação  $\rho_{ab}$  ( $-1 \leq \rho_{ab} \leq +1$ ).

A variância do VAL escreve-se, neste caso, como:

$$V(\text{VAL}) = \sum_{t=0}^n \frac{\sigma_t^2}{(1+i)^{2t}} + 2 \sum_{a=0}^{n-1} \sum_{b=1}^n \frac{\rho_{ab} \sigma_a \sigma_b}{(1+i)^{a+b}} \quad (4.14)$$

Existindo dependência total, o coeficiente de correlação será de  $-1$  ou  $+1$ , enquanto no caso misto (dependência parcial) assumirá um valor compreendido entre  $-1$  e  $+1$  e diferente de zero.

Um coeficiente de correlação nulo exprimirá a total independência dos "cash-flows" ao longo do período de vida do projecto e a fórmula 4.14, coincidirá com a expressão 4.13, a qual não é mais que um caso mais particular da fórmula geral.

Na prática, a situação mais usual é a existência de "cash-flows" parcialmente dependentes, o que tornará conveniente separar os componentes do "cash-flow" independentes dos que se encontram perfeitamente correlacionados.

O cálculo da variância exigirá que se determine separadamente as variâncias dos elementos independentes e dos que se encontram perfeitamente relacionados. O seu somatório será igual à variância total do VAL do projecto.

A procura de correlações entre os "cash-flows" de diferentes períodos de um projecto acarretaria um trabalho fastidioso e de resultados eventualmente inconclusivos; é aconselhável, por isso, proceder à desagregação dos vários elementos integrantes da avaliação do projecto, designadamente dos que contribuiriam para a formação dessas relações intrínsecas (vendas, custos variáveis, preços, etc.).

O método mais eficaz consiste na determinação de coeficientes de correlação, recorrendo a tratamento estatístico das séries temporais, designadamente pela utilização das técnicas de regressão usuais.

O objectivo destes cálculos visa, em última análise, a determinação da variância do VAL, verificando-se que uma correlação positiva aumentaria a variância e negativa determinaria a sua redução.

Encontrada a média e a variância do VAL, haverá que determinar a forma da distribuição, a fim de ser possível o cálculo da probabilidade de obtenção de um determinado valor para o VAL

Como referi atrás, a distribuição normal do VAL permitirá a fácil determinação das probabilidades.

A não verificação da distribuição normal nas séries de "cash-flows" pode, contudo, não inviabilizar a determinação das probabilidades do VAL. Uma das técnicas mais utilizadas para a obtenção da distribuição do VAL é a simulação pelo método de Monte Carlo, que não desenvolverei neste trabalho.

-----

(\*) Trabalhos desenvolvidos por Hillier[12], e Bussey[7].

O interesse essencial do método VAL é permitir avaliar o risco do projecto, pelo recurso à distribuição de probabilidade do VAL.

Se o VAL tiver distribuição normal, a probabilidade P será calculada recorrendo à normalização da variável aleatória:

$$\frac{\text{VAL} - E(\text{VAL}_j)}{\sigma_j} = Z \quad (4.15)$$

onde

$\sigma_j$  - desvio-padrão do VAL

o que permitirá, através das Tabelas de Distribuição, encontrar a probabilidade associada ao valor de Z.

Graficamente este procedimento traduz-se do seguinte modo:

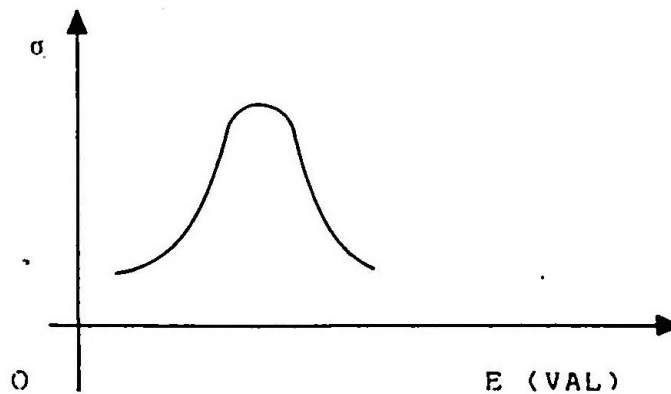


Fig.4.5.2.- Distribuição de probabilidades do VAL de um projecto

Deste modo, pode afirmar-se que o critério VAL ajustado às condições de risco constitui, sempre que seja possível a sua utilização, nos termos propostos, um critério válido para a selecção e avaliação de projectos em universo não determinista.

Porém, está subjacente à sua utilização a adopção de uma taxa de actualização única, o que constitui uma hipótese simplificadora característica, tal como se referiu, dos mercados perfeitos.

A interpretação dos seus resultados revela, por isso, absoluta segurança no pressuposto enunciado, e as regras de selecção são as seguintes:

a) Aceitação dos projectos com  $P(VAL) > 0$  na ausência de racionamento de meios de capital e não existindo dependência entre si;

b) Rejeição nas condições da alínea anterior os projectos com  $P(VAL) < 0$ .

Perante restrições de meios financeiros, há que estabelecer a ordenação dos projectos independentes, por ordem decrescente, do valor esperado do VAL. Face à presença de dependências, em geral, e de projectos mutuamente exclusivos, em particular, os mecanismos de programação apresentados no capítulo 3, permitirão estabelecer as combinações possíveis e a maximização do valor esperado, que se enquadre no orçamento de capital.

#### 4.5.2. Método dos equivalentes certos

O custo do capital utilizado para a determinação do valor actual dos projectos pode comportar uma parcela de risco, o que implicará, também, nesse caso, actualização dessa componente. Paralelamente, o factor de actualização expresso na equação 4.13, tende a reduzir o risco no presente. Não creio existirem razões teóricas ou racionais que o justifiquem [18].

Este facto conduz ao enunciado de um critério alternativo em que tais inconvenientes são superados: o método dos equivalentes certos.

O método assenta na actualização de equivalentes certos dos valores esperados dos "cash-flows" a uma taxa de juro não incorporando risco, subordinados a uma função de utilidade constante durante a vida dos projectos.

Os equivalentes certos representam os valores de utilidade esperada com desvio-padrão igual a zero, equivalentes aos valores esperados dos "cash-flow".

O processo utilizado assenta na conversão dos valores esperados do "cash-flow" em valores certos, os quais são actualizados a uma taxa sem risco.

Na sua forma mais usual, o equivalente certo é dado pela expressão

$$L_t = a_t E(Y_t) \quad (4.16)$$

onde

$L_t$  - equivalente certo

$a_t$  - constante positiva

$E(Y_t)$  - valor esperado dos "cash-flows"

O valor esperado do VAL do projecto é representado pela forma

$$VAL = \sum_{t=1}^n \frac{a_t E(Y_t)}{(1+r)^t} - K \quad (4.17)$$

em que

$r$  - taxa de actualização sem risco

$T$  - Período de vida do projecto

$K$  - Investimento Total

O numerador exprime o valor que os gestores estão dispostos a receber com a realização do projecto, em função da utilidade atribuída a cada recebimento.

De acordo com esta definição  $L_t$  é um múltiplo do valor esperado do "cash-flow".

A solução do problema é encontrada na curva de indiferença representativa da utilidade esperada, que passa pelos pontos  $(L_t, \sigma = 0)$  e  $(Y_t, \sigma(Y_t))$ , que é constante e linear.

O pressuposto de linearidade das curvas de indiferença representa uma forma que podem assumir as funções de utilidade dos investidores, e de que resulta [18]:

a) O desvio-padrão do "cash-flow"  $\sigma(Y_t)$  é constante e, por isso, não está associado ao seu valor esperado;

b) Relação funcional entre os  $a_t$

Bussey [7] apresenta uma solução diferente, que permite superar os inconvenientes apresentados e não necessariamente aderentes à realidade. De facto, demonstrou que o ponto  $(L_t, \sigma)$  associado ao par  $[E(\text{VAL}), \sigma]$ , não é senão um dos valores que possibilita a obtenção de valores actuais na curva de indiferença; qualquer combinação que se situe na curva de indiferença representativa da utilidade esperada permite o mesmo índice de satisfação do decisor.

Esta solução é ainda susceptível de colocar problemas, por se assumir que a utilidade esperada ao longo do tempo é constante e por constituir a apreciação dum projecto equivalente do inicialmente concebido.

O método apresentado é facilmente extensível a grupos de projectos, perante a existência de restrições de capital ou \* outras formas de dependência (e.g. projectos mutuamente exclusivos).

A escolha óptima da carteira de projectos recairia no conjunto que propiciasse maior valor de equivalente certo, face às restrições específicas de cada grupo de projectos.

#### 4.5.3. Critério do Ajustamento da Taxa de Desconto

Enquanto o método dos equivalentes certos procede à correcção dos valores esperados do "cash-flow", o critério em epigrafe promove o ajustamento da taxa de actualização.

Concretiza-se pela adição à taxa de desconto de uma percentagem, a título de prémio de risco, o que constitui uma aproximação, mais ou menos empírica e subjectiva, em virtude de ter subjacente um grau de risco atribuído ao projecto.

Tem como pressuposto que o risco cresce a taxa exponencial, ao longo da vida do projecto.

A sua aplicação é fácil, o que justifica a preferência que lhe é conferida por muitos práticos, para a aferição do elemento risco na análise e selecção de projectos.

A sua utilização não supera os problemas inerentes a mercados imperfeitos, não sendo ponderada a aleatoriedade dos valores intervenientes na formação do "cash-flow".

-----

(\* ) É óbvio existir maior dificuldade nas combinações de "cash-flows" em projectos mutuamente exclusivos.

Exceptuando a extensão do modelo de equilíbrio de activos financeiros à selecção de projectos, que apresentarei em 4.6., os critérios enunciados documentam os métodos e instrumentos a aplicar, de forma exequível, na selecção de projectos em universo aleatório, que se afiguram fiáveis perante o pressuposto de mercado perfeito. Terão inevitavelmente que ser encarados como não integrando o efeito da adopção de taxas da actualização, inerentes ao processo dinâmico da sua formação em mercados reais (imperfeitos).

#### 4.6. Modelo de Equilíbrio de Activos Financeiros (MEAF)

##### 4.6.1 Apresentação do modelo

O objectivo de maximização da riqueza dos accionistas, que constitui hoje o âmago da tomada de decisão no âmbito financeiro, pressupõe actuações que visem a escolha da melhor combinação rendibilidade-risco. Uma empresa constitui uma carteira de activos e passivos a gerir em condições de risco.

Uma carteira é definida como um conjunto de activos financeiros, e a "Teoria das Carteiras de Títulos", tem como objectivo a selecção das carteiras óptimas [21].

Entende-se por carteiras óptimas as que possibilitam a máxima rendibilidade para determinado nível de risco, ou em alternativa, o menor risco para uma determinada rendibilidade. A sua rendibilidade é medida por uma taxa, que é uma média ponderada das rendibilidades individuais dos activos que as integram.

Este enquadramento permite a extensão da referida teoria a activos físicos, apesar da sua concepção inicial ter sido dirigida para activos financeiros.

O seu fulcro assenta na ideia que é diferente o risco de um activo, se analisado isoladamente ou integrado numa carteira.

A comprovar tal facto verifica-se que a variância de uma carteira de activos em condições de risco não é a soma das suas variâncias individuais, pois inclui uma parcela representativa das covariâncias entre elas.

Importa, assim conhecer a correlação existente entre as taxas de rendibilidade dos activos, o que pode ser medido através do coeficiente de correlação.

Para dois activos a e b, o coeficiente  $\rho$  é dado pela expressão:

$$\rho_{ab} = \frac{\text{COV}(a,b)}{\sigma_a \sigma_b} \quad (4.18)$$

equivalente a

$$\text{COV}(a,b) = \rho_{ab} \sigma_a \sigma_b \quad (4.19)$$

Se

$$\begin{aligned} \rho_{ab} &= 1 && \text{Correlação perfeita positiva} \\ \rho_{ab} &= 0 && \text{Independência} \\ \rho_{ab} &= -1 && \text{Correlação perfeita negativa} \end{aligned}$$

Graficamente o conjunto de oportunidades é representado na Fig. 4.6.1:

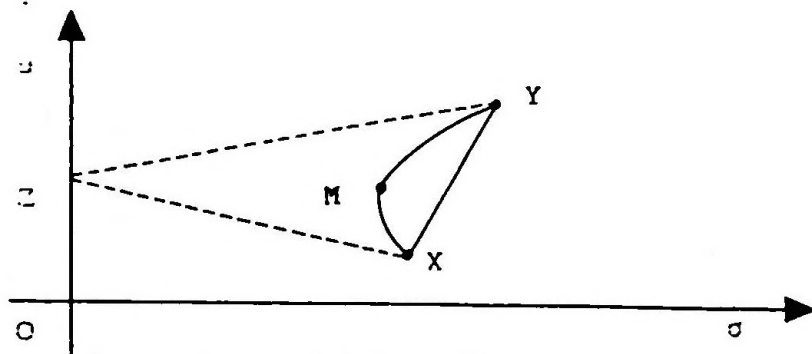


Fig. 4.6.1 Representação geral do conjunto de carteiras com diferentes correlações

A linha XY patenteia as combinações rendimento-risco com correlação perfeita positiva, YZX com correlação perfeita negativa, enquanto a curva YMX ilustra uma correlação não perfeita ( $-1 < \rho_{ab} < +1$ ), que representam nos tres casos as combinações, que possibilitam a minimização dos desvios-padrão para determinado nível da taxa de rendimento.

A situação mais usual é a correlação imperfeita, existindo um conjunto de pontos situados na zona sombreada da Fig.4.6.1, que representam as várias carteiras.

Os pontos que não se encontram na curva YMX não são combinações óptimas, constituindo carteiras ineficientes.

Retomemos apenas as combinações que se situam na linha YM.

A consideração do mercado e as consequentes oportunidades de financiamento, associadas às curvas de indiferença, representativas das decisões dos investidores, permite outras escolhas, que determinam maior utilidade e podem implicar endividamento do decisor ou aplicação de excedentes no mercado.

Na Fig.4.6.2 é representada, graficamente, a possibilidade de maior utilidade através da contração de financiamento no mercado.

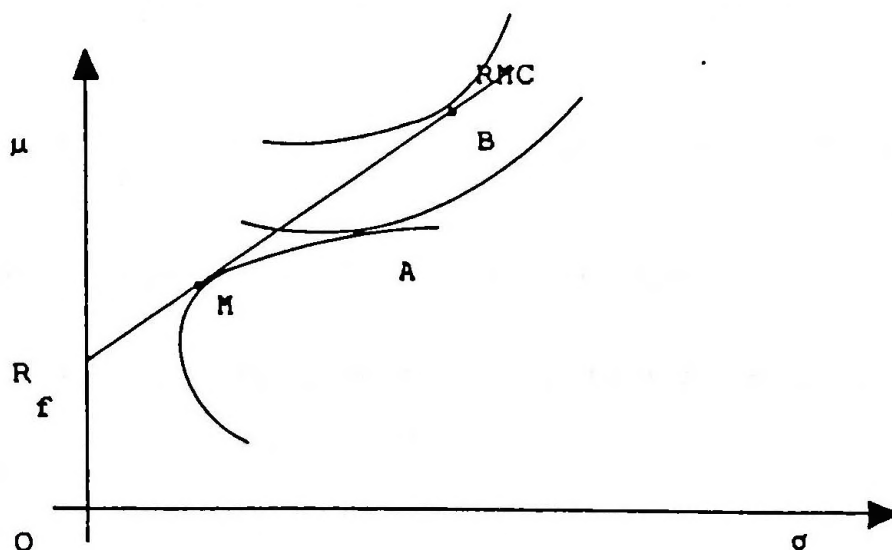


Fig.4.6.2 Escolha ótima carteiras considerando a existência de mercado

A deslocação do ponto A para B possibilita maior satisfação ao investidor mas requer a necessidade de financiamento. O ponto M representa a carteira de mercado, tangência da recta de mercado com as carteiras eficientes.

Teoricamente é de admitir diversas composições de carteiras, incluindo a existência de carteiras sem risco, cuja taxa de rendibilidade será igual à taxa de juro isenta de risco, e as integradas exclusivamente por activos arriscados.

As situações mais usuais, inerentes aos comportamentos racionais dos decisores, são as carteiras compostas quer por activos isentos de risco quer por não isentos.

A recta do mercado (RMC) exprime o equilíbrio no mercado do "trade-off" rendibilidade-risco e contém o conjunto de soluções óptimas, que permite o maior valor esperado da rendibilidade para uma dada classe de risco.

E representada pela seguinte equação:

$$E ( R_p ) = R_f + \left[ \frac{E ( R_M ) - R_f}{\sigma_M} \right] \sigma_p \quad (4.20)$$

onde

$E ( R_p )$  - taxa de rendibilidade esperada da carteira que se situa na recta do mercado de capitais

$R_f$  - taxa de juro isenta de risco

$E ( R_M )$  - taxa de rendibilidade esperada da carteira do mercado

-----  
 (\*) Para os gestores é desnecessário o conhecimento das preferências individuais dos accionistas perante o risco, visto que consideram exclusivamente o risco determinado pelo mercado.

$\sigma_M$  - desvio-padrão da rendibilidade esperada na carteira de mercado

$\sigma_P$  - desvio-padrão da carteira situada na R.M.C.

Nesta relação, a rendibilidade esperada de uma carteira eficiente é igual ao preço do tempo ( $R_F$ ) mais o preço do risco

$( \frac{R_M - R_F}{\sigma_M} )$  vezes a quantidade de risco  $\sigma_P$ .

Considerando que o desvio-padrão das carteiras situadas na RMC é igual a

$$\sigma_P = a \sigma_M \quad (4.21)$$

sendo

a - % do investimento em activos arriscados

da equação 4.20, temos,

$$E(R_P) = R_F + E(R_M) a - R_F a \quad (4.22)$$

equivalente a

$$E(R_P) = R_F (1 - a) + E(R_M) a \quad (4.23)$$

A título de exemplificação, admitamos que a taxa de juro isenta de risco é de 8 %, sendo a taxa de rendibilidade esperada e o desvio-padrão da carteira de mercado de 16% e 10 %, respectivamente.

Pretende-se conhecer quais os recursos a aplicar numa carteira e qual o risco inerente, a fim de obter uma taxa de rendibilidade de 14,5 %.

A solução do problema será  $a = 0,8125$ , que representa a percentagem da aplicação em activos arriscados; o risco expresso pelo desvio-padrão seria de  $0,8125 * 10 \% = 8,1 \%$

Nas carteiras ineficientes, a RMC não permite a determinação, para cada título, da taxa de rendibilidade exigida pelo mercado, por não existir uma relação única entre os desvio-padrão e os activos e suas taxas de rendibilidade, não podendo, por isso, ser usada para prever as rendibilidades dos títulos ineficientes que integram a carteira.

Esta situação é determinada pelo facto do risco total de uma carteira ineficiente ser decomponível em duas parcelas:risco específico e risco sistemático.

O risco específico é eliminável pela diversificação da carteira mas o risco sistemático, que decorre de factores incontrolláveis, requer um prémio adicional, que se pretende quantificar exigindo , por isso, um instrumento de medida eficaz.

Os activos integrantes de uma carteira contêm o mesmo risco sistemático e a mesma rendibilidade esperada. O facto de comportarem riscos totais desiguais (diferentes variâncias) será irrelevante para a determinação da rendibilidade esperada, se considerarmos que a componente risco específico é eliminada pela diversificação.

Admitamos uma aplicação R no ano t efectuada no mercado M.

A relação da rendibilidade da empresa com o mercado pode ser expressa pela seguinte equação linear:

$$R_{it} = a + b R_{Mt} + \epsilon_{it} \quad (4.24)$$

onde

- $R_{it}$  - Rendibilidade de R no ano t
- a - Constante
- b - Coeficiente angular, que mede a relação entre a rendibilidade da empresa e a rendibilidade do mercado

~ -  
R<sub>Mt</sub> - Rendibilidade do mercado

~ -  
ε<sub>it</sub> - Erro aleatório

A variância de R<sub>it</sub> será idêntica à variação de uma carteira de dois activos:

$$\text{VAR} ( R_{it} ) = b^2 \text{VAR} ( R_{Mt} ) + 2 b \text{COV} ( R_{Mt}, \epsilon_{it} ) + \text{VAR} ( \epsilon_{it} ) \quad (4.25)$$

Como ε é independente de R a equação 4.25 transforma-se em

$$\text{VAR} ( R_{it} ) = b^2 \text{VAR} ( R_{Mt} ) + \text{VAR} ( \epsilon_{it} ) \quad (4.26)$$

que exprime o risco total.

As duas parcelas do segundo membro da equação 4.26 identificam as duas componentes do risco: sistemático e específico.

A variância dos erros aleatórios é independente da carteira de mercado e traduz o risco específico, sublimável por diversificação da carteira, não acarretando custos adicionais. Nestes termos, a única componente do risco total que deve ser considerada no ajustamento da taxa de rendibilidade dos activos isolados é o risco sistemático.

A perspectiva apres e  
librio dos activos financeiros ("Capital Asset Pricing Model")  
que define a medida do risco individual de cada título integrante da carteira, designada por β.

O âmago desta teoria assenta na construção da Recta do Mercado de Títulos (RMT), matematicamente representada pela expressão:

$$E ( R_j ) = R_F + [ E ( R_M ) - R_F ] B_j \quad (4.27)$$

onde

$E ( R_j )$  - valor esperado da rendibilidade (apriorística) do activo arriscado  $j$

$R_F$  - taxa de rendibilidade dos títulos sem risco

$E ( R_M )$  - valor esperado da rendibilidade da carteira de mercado

$B_j$  - medida do risco sistemático do título  $j$

$$B_j = \frac{\text{COV} ( R_j, R_M )}{\text{VAR} ( R_M )} \quad (4.28)$$

A filosofia do MEAF assenta em que os activos individuais, ainda que com riscos totais diferentes, apresentam o mesmo risco sistemático e o mesmo valor esperado da rendibilidade. Este facto determina que a componente risco específico não é considerada no preço de mercado.

Graficamente teríamos (Fig.4.6.3.):

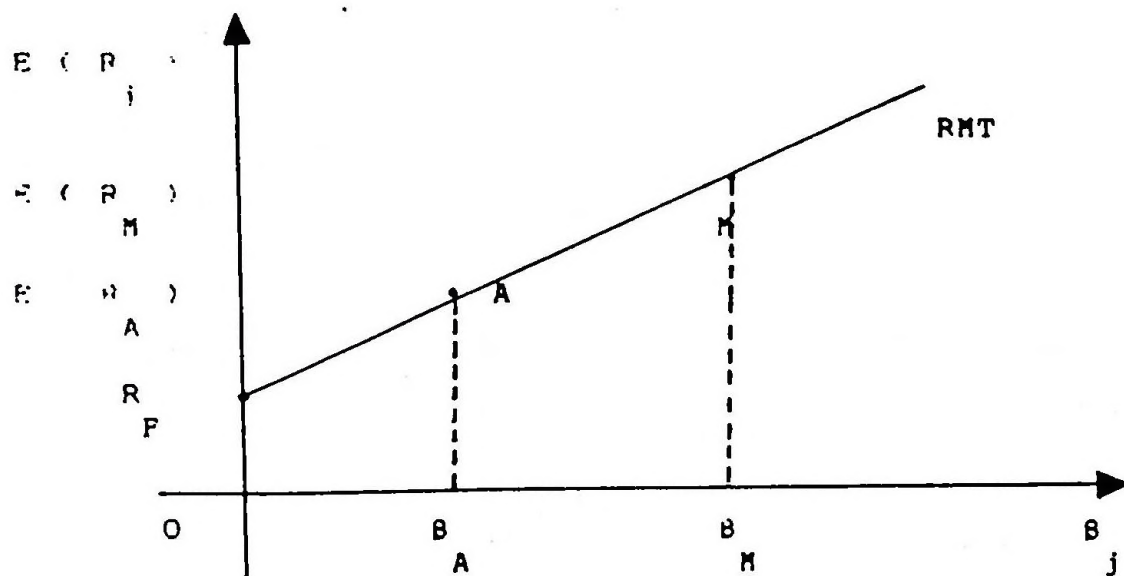


Fig. 4.6.3 Recta do Mercado de Títulos (RMT)

O ponto A contém todas as carteiras com a mesma rendibilidade e o mesmo risco sistemático ( $\beta$ ), ainda que os componentes individuais da carteira apresentem riscos totais diferentes.

A lógica da equação 4.27 determina que a rendibilidade de qualquer projecto de investimento seja igual à taxa de rendibilidade sem risco acrescida de uma parcela relativa ao ajustamento desse factor.

O factor de ajustamento é obtido através do produto do prémio de risco exigido pelo mercado pelo risco (sistemático) do investimento individual.

Apresento, de seguida, no quadro 4.2, os diferentes valores que pode assumir o coeficiente  $\beta$ .

Quadro 4.2 Valores de  $\beta$

$\beta$	factor de ajustamento do risco comparado com o do mercado
= 1	Igual
> 1	Maior
< 1	Menor

As rectas RMC e RMT constituem diferentes perspectivas da mesma realidade: o mercado em equilíbrio.

A grande diferença entre a utilidade da aplicação dos dois conceitos expressa-se no facto da RMT permitir obter a necessária rendibilidade dos títulos integrantes de carteiras ineficientes, enquanto a RMC faz a mesma determinação nas carteiras eficientes e que se encontram perfeitamente relacionadas com a carteira de mercado.

Desenvolvendo a equação 4.27 (RMT) e atendendo a 4.28,

temos:

$$E(R_j) = R_F + [E(R_M) - R_F] \frac{\text{COV}(R_j, R_M)}{\sigma_M^2} \quad (4.29)$$

e pela equação 4.18

$$E(R_j) = R_F + \left[ \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \right] \frac{\int_{jM} \sigma_j \sigma_M}{\sigma_M} \quad (4.30)$$

$$E(R_j) = R_F + \left[ \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \right] \int_{jM} \sigma_j \quad (4.31)$$

Se os pontos pertencerem à RMC e se encontrarem perfeitamente correlacionados com os da carteira de mercado,  $\int_{jM} = 1$  e as duas linhas coincidem.

O modelo de equilíbrio de activos financeiros tem variadas aplicações, podendo ser utilizada para a avaliação de activos, determinação do custo do capital, além de permitir a explicação do risco na formação das taxas de juro.

De qualquer modo, o interesse mais relevante que justifica a sua inclusão neste trabalho deriva da sua utilização no processo de avaliação e selecção de projectos de investimento.

#### 4.6.2. Aplicação do MEAF à selecção de projectos de investimento

A teoria apresentada (MEAF) exige que os projectos de investimento a seleccionar tenham, pelo menos, uma taxa de rendibilidade igual à de mercado, perante situações de risco equivalente.

O custo do capital não é senão uma medida de conjunto dos activos da empresa, e pode não ser adequada a cada projecto individual.

Através de um pequeno exemplo pretendo, em seguida, apresentar uma aplicação do modelo ao problema da selecção de projectos.

Consideremos três projectos independentes A, B e C, e admitamos as seguintes perspectivas de evolução da economia e respectivas probabilidades:

Recessão	20 %
Estabilidade	40 %
Crescimento	40 %

A taxa de mercado isenta de risco estima-se em 7 % ; cada projecto exige a mesma despesa de investimento e as necessidades de financiamento encontram-se asseguradas.

As taxas de rendibilidade do projecto e do mercado nas diferentes hipóteses de evolução são as seguintes (em percentagem):

	R <sub>j</sub>			R <sub>M</sub>
	A	B	C	
Recessão	- 8	- 15	- 1	- 5
Estabilidade	15	20	16	15
Crescimento	30	35	20	25

Nos quadros 4.3, 4.4 e 4.5, são apresentados os cálculos indispensáveis à adequada selecção dos projectos, admitindo a inexistência de limitações de capital.

LCULO DOS PARAMETROS DE MERCADO

	PROB.	RM	'PROB*RM	RM-E(RM)	<sup>2</sup> RM-E(RM)	<sup>2</sup> PROB(R-E(RM))
CESSAO	0.2	-0.05	-0.01	-0.20	0.0400	0.00800
TABILIDADE	0.4	0.15	0.06	0.00	0.0000	0.00000
ESCIMENTO	0.4	0.25	0.10	0.10	0.0100	0.00400
			0.15			0.01200

QUADRO 4.3 - PARAMETROS DE MERCADO

LCULO DAS RENDIBILIDADES ESPERADAS E COVARIANCIAS

OBJECTO A	PROB	RA	PROB*RA	[RA-E(RA)]*(RM-E(RM)	PROB*4
CESSAO	0.2	-0.08	-0.016	0.0488	0.0098
TABILIDADE	0.4	0.15	0.060	0.0000	0.0000
ESCIMENTO	0.4	0.30	0.120	0.0136	0.0054
			0.164	COV	0.0152
OBJECTO B					
CESSAO	0.2	-0.15	-0.030	0.0680	0.0136
TABILIDADE	0.4	0.20	0.080	0.0000	0.0000
ESCIMENTO	0.4	0.35	0.140	0.0160	0.0064
			0.190	COV	0.0200
OBJECTO C					
CESSAO	0.2	-0.01	-0.002	0.0304	0.0061
TABILIDADE	0.4	0.16	0.064	0.0000	0.0000
ESCIMENTO	0.4	0.20	0.080	0.0058	0.0023
			0.142	COV	0.0084

LCULO DOS BETAS

BETAS

1.267
1.667
0.700

QUADRO 4.4 - RENDIBILIADES COVARIANCIAS E BETAS

CESSO DE RENDIBILIDADE

REND. EXIGIDA	REND. ESPERADA	EXCESSO
17.13%	16.40%	-0.73%
20.33%	19.00%	-1.33%
12.60%	14.20%	1.60%

QUADRO 4.5 - RENDIBILIDADES EXIGIDAS

Considerando que a média da rendibilidade da carteira de mercado é de 8 % (Quadro 4.3), seríamos conduzidos à rejeição do projecto C e à aceitação dos projectos A e B (Quadro 4.4). Porém, ao tomar em consideração o risco sistemático, medido através do cálculo dos Betas, a decisão recairia em C, visto que A e B apresentam rendibilidade esperada inferior à rendibilidade exigida ao integrar aquele factor (Quadro 4.5).

Retomemos o exemplo anterior, admitindo as seguintes rendibilidades iniciais dos projectos:

	R j		
	A	B	C
Recessão	- 5	- 15	- 1
Estabilidade	20	20	16
Crescimento	30	35	20

Com recurso aos mesmos cálculos, de que se apresenta o excesso de rendibilidade (Quadro 4.8), o método de selecção em análise determinaria a escolha de A e C.

O MEAP permite, assim, a adopção de um critério em que cada projecto deverá ser aceite se a sua rendibilidade esperada exceder a taxa de mercado, considerando portanto o ajustamento do factor risco sistemático, não controlável pela empresa.

Este método desenvolvido para uma pluralidade de períodos, possibilitará que as escolhas sejam efectuadas em consonância com o mercado.

ANEXO 4.5 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE MERCADO

	PROB.	RM	PROB*RM	RM-E(RM)	$(RM-E(RM))^2$	PROB*(R-E(RM))^2
CESSÃO	0.2	-0.05	-0.01	-0.20	0.0400	0.00800
ESTABILIDADE	0.4	0.15	0.06	0.00	0.0000	0.00000
CRESCIMENTO	0.4	0.25	0.10	0.10	0.0100	0.00400
			0.15			0.01200

0.1095

QUADRO 4.6 - PARÂMETROS DE MERCADO

ANEXO 4.6 - CÁLCULO DAS RENDIBILIDADES ESPERADAS E COVARIÂNCIAS

OBJECTO A	PROB	RA	PROB*RA	$(RA-E(RA))*(RM-E(RM))$	PROB*4	
CESSÃO	0.2	-0.05	-0.010	0.0480	0.0096	
ESTABILIDADE	0.4	0.20	0.080	0.0000	0.0000	
CRESCIMENTO	0.4	0.30	0.120	0.0110	0.0044	
			0.190		COV	0.0140
OBJECTO B						
CESSÃO	0.2	-0.15	-0.030	0.0680	0.0136	
ESTABILIDADE	0.4	0.20	0.080	0.0000	0.0000	
CRESCIMENTO	0.4	0.35	0.140	0.0160	0.0064	
			0.190		COV	0.0200
OBJECTO C						
CESSÃO	0.2	-0.01	-0.002	0.0304	0.0061	
ESTABILIDADE	0.4	0.16	0.064	0.0000	0.0000	
CRESCIMENTO	0.4	0.20	0.080	0.0058	0.0023	
			0.142		COV	0.0084

ANEXO 4.7 - CÁLCULO DOS BETAS

BETAS
1.167
1.667
0.700

QUADRO 4.7 - RENDIBILIDADES COVARIÂNCIAS E BETAS

ANEXO 4.8 - CÁLCULO DO EXCESSO DE RENDIBILIDADE

REND. EXIGIDA	REND. ESPERADA	EXCESSO
16.33%	19.00%	2.67%
20.33%	19.00%	-1.33%
12.60%	14.20%	1.60%

QUADRO 4.8 - RENDIBILIDADES EXIGIDAS

## 5. A AVALIAÇÃO E SELECÇÃO DE PROJECTOS NA PRÁTICA:

### UM INQUÉRITO A REALIDADE EMPRESARIAL PORTUGUESA

#### 5.1. Considerações Gerais

No intuito de identificar e reconhecer as aplicações dos desenvolvimentos teóricos atrás apresentados, procedi a idealização de um inquérito com esse objectivo (Vide Anexo).

Para o efeito, procedi ao seu envio a um conjunto pré-seleccionado de empresas, às quais reconheci empiricamente constituírem amostra significativa do universo.

Após o recebimento das respostas, realizei a análise cuidada do seu teor para aferir da necessidade de eventuais esclarecimentos complementares e a possibilidade de efectuar entrevistas aos inquiridos, o que concretizei.

Não obstante a amabilidade com que fui recebido na generalidade das empresas, parece de referir que nem sempre as respostas puderam corresponder à prática efectiva das organizações, o que poderá ser justificado por razões de sigilo. Paralelamente, todos os entrevistados manifestaram o desejo e condicionaram as suas respostas ao anonimato, dado, no seu entender, não poderem exprimir "a opinião" da organização onde se inserem, ou por virtude dos lugares que ocupam na hierarquia.

-----  
(\* ) O inquérito, aqui referido como representando a realidade empresarial portuguesa, não é de forma alguma exaustivo, podendo mesmo não ser estatisticamente significativo. As empresas inquiridas representam, no entanto, o tipo de empresas que em Portugal utilizam técnicas de avaliação e selecção de projectos.

Os interlocutores que funcionaram no papel de entrevistados ocupavam posições diversas na estrutura das organizações inquiridas, desde o desempenho de funções de topo na gestão dos negócios até às de especialista técnico. Tal facto permitiu obter melhor informação pela diversidade de formações dos inquiridos.

## 5.2. Princípios directores e amostra escolhida

Defini princípios directores do inquérito, de que pretendo destacar:

- Inquirição exclusivamente a empresas de grande dimensão;
- Ignorar, como elemento relevante na escolha, a titularidade do capital social;
- Contactar empresas de diferentes sectores de actividade;
- Estruturar o inquérito de acordo com o desenvolvimento teórico contido na presente dissertação;
- Circunscrever as respostas a limites impostos pelo inquiridor, como forma de viabilizar um tratamento sistematizado;
- Privilegiar as perguntas de natureza qualitativa num espectro amplo de questões;

O trabalho de investigação que realizei deverá ser entendido como um primeiro contributo e uma análise limitada; estou convicto de que um inquérito com estas características deveria estender-se a um número significativamente maior de empresas, que a natureza deste trabalho e imperativos de tempo impossibilitaram.

Foram objecto de inquérito as seguintes empresas:

QUIMIGAL - Indústrias químicas

TABAQUEIRA - Indústria do tabaco e outras

MARCONI - Telecomunicações

PETROGAL - Indústria de petróleos

AMADEU GAUDENCIO - Construção civil e obras  
públicas

HIPERMOVEL - (Grupo SONAE) - Comércio produtos  
não alimentares

### 5.3. Análise das respostas ao inquérito

#### 5.3.1. Breve caracterização das empresas inquiridas

Do universo escolhido podem retirar-se os seguintes indicadores relativos a 1987 (em milhões de contos):

Vendas Totais	493
Activo Bruto	684
Activo Líquido	442
Capitais Próprios	101
Capitais Alheios	341
Capitais Permanentes	236

O número de trabalhadores das empresas inquiridas ascende a 18.693.

Das respostas obtidas pude verificar que todas as empresas têm planeamento estratégico e operacional e que, de um modo geral, os investimentos se enquadram no Plano de Desenvolvimento.

Os objectivos das organizações, ainda que mutáveis temporalmente, são de diversa índole. Das respostas obtidas pude concluir que:

OBJECTIVOS	% RESPOSTAS
Maximização do valor da empresa	67
Satisfação necessidades consumidores	67
Maximização de lucro	50
Maximização de quota de mercado	33
Maximização de exportações	16

Nenhum dos inquiridos apontou a maximização de dividendos como objectivo da empresa.

De acordo com as respostas obtidas, as oportunidades de investimento enquadram-se sempre no Plano de Desenvolvimento, a partir de determinado nível de afectação de recursos, embora 50% das empresas não tenham excluído a sua inserção num planeamento específico pela sua reduzida dimensão relativa.

A intervenção da estrutura na origem das oportunidades de investimento está igualmente condicionada ao tipo de projecto e aos montantes que à partida lhe estão associados, o que foi, em geral, manifestado pelos inquiridos e, nalguns casos, referido que a resposta se enquadrava na zona de sigilo.

Do inquérito obtiveram-se os seguintes resultados:

ESTRUTURA	% RESPOSTAS
Gestores de topo	100
Gestores de divisão/departamento	67
Orgãos de planeamento	67
Grupo humano	16
Outros	33

E de realçar que nas empresas públicas foi referida a intervenção do Ministério da tutela na realização de investimentos, determinados por razões estratégicas, e nas empresas privadas a intervenção dos gestores do grupo económico onde se inserem.

Terá de reconhecer-se igualmente que a intervenção dos vários níveis hierárquicos na origem da oportunidade de investimento se correlaciona com esforço financeiro que lhe estará, à partida, associado.

### 5.3.2. Caracterização dos projectos

Considerando o espectro amplo de tipos de projecto de investimento apresentado aos inquiridos, associado à grande dimensão das empresas, o inquérito revelou uma diversidade de conclusões deveras interessantes.

Os projectos de inovação/modernização foram indicados pela totalidade das empresas como o tipo mais frequente dos projectos a desenvolver e a analisar, o que parece uma consequência natural das necessidades de modernização da economia portuguesa e da renovação do parque industrial.

Os projectos de expansão e de substituição encontram-se na segunda linha das preocupações dos inquiridos, tendo-se verificado que a grande maioria revelava a existência de oportunidades com vista ao crescimento e renovação.

Os investimentos em aplicações financeiras foram igualmente objecto de indicação expressa pela maioria das organizações, determinados por um conjunto de razões, de que destaco a necessidade de aplicação de excedentes, diversificação e num caso a filosofia de "holding" inerente à estratégia da empresa.

De menor significado foram considerados os projectos de natureza social.

Não obstante os problemas colocados por determinados tipos de investimento e cuja classificação se apresentou no capítulo um, pode concluir-se que as empresas inquiridas apenas se defrontavam com investimentos convencionais e puros, o que naturalmente simplificava os problemas de selecção que potencialmente se lhes colocavam.

No que respeita a dependência dos projectos as respostas variaram significativamente, pois cerca de 1/3 das empresas indicavam os dois tipos de empreendimentos, 1/3 considerava a dependência de todos os projectos e 1/3 a sua total independência perante a carteira de oportunidades.

As organizações indicaram na sua totalidade a não contingencialidade de projectos, embora duas empresas tivessem apontado que a sua eventual existência se enquadraria na classificação de projectos dependentes e, mais particularmente, nos investimentos mutuamente exclusivos equacionados autonomamente.

### 5.3.3. Pressupostos básicos e meios

A totalidade das empresas recorre à utilização de equipamento informático, estando completamente generalizado o uso de microcomputadores, de vários fabricantes, do tipo "personal computer" ou "personal system".

Em duas empresas verifiquei o recurso pontual a equipamentos de grande porte, para projectos de maior dimensão ou pela utilização de métodos de programação.

Os inquiridos revelaram a utilização sistemática de folhas de cálculo, de que destaco "Lotus 1-2-3", "Exel", "S 20\*20", "Statpak", etc..., as quais se encontram disponíveis no mercado. Nas situações de recurso a programação matemática devo referir que os programas são criados especificamente, não se tendo detectado a existência de aplicações no mercado português de informática.

Os pressupostos básicos adoptados assentam em universo determinista com restrições, embora para projectos simples seja igualmente considerado o universo determinista sem restrições.

O universo aleatório não é considerado como procedimento sistemático em matéria de avaliação e selecção de projectos, sendo o risco ponderado intuitivamente, incluído na taxa de actualização e, no entender dos inquiridos, minimizado pela realização de análises de sensibilidade.

#### 5.3.4. Critérios

As respostas obtidas evidenciam de modo claro que existem critérios predominantemente utilizados, e que são passíveis de adopção para qualquer tipo de projecto.

Quero referir que os inquiridos revelaram que o recurso a métodos mais sofisticados é muito menos frequente pelas seguintes razões:

- Necessidade de celeridade na avaliação;
- Custo;
- Dimensão reduzida de grande parte dos investimentos;
- Satisfação pelos resultados extraídos de critérios simples.

Das respostas obtidas pode concluir-se que os critérios tradicionais com actualização financeira são sistematicamente adoptados.

Dos critérios contabilísticos apresentados apenas o "payback" foi referido como utilizado usualmente na avaliação e selecção de projectos, sendo rejeitado, apenas, por uma única empresa. Quero realçar, porém, que lhe é atribuído o carácter de critério supletivo, sendo o seu resultado considerado como condição necessária e não suficiente.

Os critérios tradicionais com recurso à actualização financeira continuam a ser objecto de preferências generalizadas, o que é entendível pela sua simplicidade, baixo custo, fácil adaptação informática e rigor dentro de determinados pressupostos.

O Valor Actual Líquido e a Taxa Interna de Rendibilidade são utilizados sem excepção, sendo o Rácio Custo-Benefício objeto de determinação por parte de 33 % dos inquiridos, percentagem igual ao "ROI".

Uma das empresas revelou que procede à determinação de uma Taxa Interna de Rendibilidade Corrigida, que constitui uma forma específica da TIR.

#### 5.3.5. Financiamento dos investimentos

A totalidade das empresas inquiridas recorre a capitais próprios para financiamento dos seus projectos, e duas recorrem exclusivamente a essa fonte de financiamento.

Os capitais próprios são provenientes de aumentos de capital (50 % das respostas) e de resultados gerados internamente (100 %).

No que se refere ao financiamento através do recurso a capitais alheios são as seguintes as respostas obtidas:

PONTES DE FINANCIAMENTO	% RESPOSTAS
Empréstimos bancários	66
Crédito de fornecedores	33
Empréstimos obrigacionistas	16

Nenhuma das empresas recorre a capital de risco, nem manifestou essa intenção.

Por último, queria referir que 66 % das empresas não têm quaisquer limitações ao financiamento, situando-se os inquiridos nessa situação quer no campo das empresas públicas quer privadas.

#### 5.3.6. Problemas específicos de avaliação e selecção

Os problemas específicos que foram colocados aos inquiridos, ainda que apresentados numa perspectiva de generalidade, só teriam natural enquadramento em projectos concretos. Nesta conformidade os interlocutores emitiram as suas opiniões e apresentaram as suas respostas com base no tipo de dificuldades com que mais usualmente se defrontam perante questões específicas.

A verificação de restrições aos projectos foi reconhecido por 83 % dos entrevistados, indicando que esses constrangimentos são de natureza interna (67 %) e externa (33 %).

Do conjunto das restrições salientam-se as do seguinte tipo:

RESTRIÇÕES	% DAS RESPOSTAS
Financeiras	16
Mão-de-obra	16
Matérias primas	16
Capacidade de gestão	33
Outras	50

De entre os outros constrangimentos apresentados merecem citação os factores e orientações de natureza política nas empresas públicas e os condicionantes nas empresas integrantes de grupos económicos.

Quanto aos critérios parece-me de indiscutível interesse revelar as opções tomadas nas empresas face à sua utilização.

a) Critério do VAL

Este critério adoptado pela totalidade das organizações, revelou que, perante a necessidade de escolha de uma taxa de actualização, era adoptada uma taxa constante ao longo do período de vida dos projectos. Apenas uma das entidades inquiridas simulava o VAL a taxa constante e a taxa variável.

Do conjunto do tipo de taxas merecedoras de preferência merece destaque:

TAXAS	% DAS RESPOSTAS
Taxa de juro do mercado	33
Custo oportunidade do capital	16
Outra taxas	50

O custo histórico do capital não foi indicado como taxa de actualização.

Das outras taxas que foram indicadas no inquérito, merece destaque as formas adaptadas da taxa de juro do mercado, do custo oportunidade do capital e de taxas internacionalmente adoptadas para o sector e publicadas em meios especializados.

Dos entrevistados que revelaram a adopção de taxa de juro do mercado, 16 % indicaram a taxa de juro do Banco de Portugal e 33% as taxas activas praticadas pelas instituições de crédito para operações de médio e longo prazos.

#### b) Critério da TIR

A totalidade dos inquéritos aponta não só para a adopção generalizada da TIR como referiram a obtenção de resultados conclusivos, o que configura a inexistência, na prática, das limitações teóricas já formuladas, designadamente nos investimentos não convencionais.

As escolhas em matéria de decisão determinadas pela análise individualizada da TIR, apontaram para a necessidade da comparabilidade do valor obtido com as seguintes taxas:

TIPO DE COMPARAÇÃO	% das RESPOSTAS
Valor fixo (definido "a priori")	50
Custo do capital	33
Taxa de juro do mercado	33

Quanto ao problema do reinvestimento, verifiquei que o mesmo não constitui problema por não ser considerado na aplicação dos

critérios de avaliação e selecção de projectos para a maioria das empresas.

c) Critérios com recurso à programação matemática

No que concerne à utilização de critérios com recurso à programação matemática, verificou-se que, a nível das pessoas inquiridas, os mesmos não estão vulgarizados, embora nalguns casos sejam introduzidos na análise de projectos específicos.

De entre as principais razões justificativas para essa situação são de destacar as seguintes:

- a) Maior custo na sua aplicação;
- b) Generalização da adopção de folhas de cálculo com alguma sofisticação, existentes no mercado e adquiridas a baixo custo;
- c) Indisponibilidade de "packages" informáticas, que permitissem a sua adopção imediata;
- d) Obtenção de resultados satisfatórios com os instrumentos e critérios tradicionais;
- e) Reduzida dimensão de muitos dos projectos;
- f) A maioria dos projectos ser do tipo convencional e puro;
- g) As carteiras de projectos integrarem escasso número de alternativas;
- h) Em virtude de g), o método da ordenação ("ranking") ser de fácil realização;
- i) Rapidez na resposta aos problemas.

Procedi à auscultação das principais dificuldades sentidas pelos entrevistados na introdução das metodologias com recurso à programação matemática tendo concluído que as de maior incidência eram as seguintes:

MOTIVOS	* DAS RESPOSTAS
Quantificação das restrições	66
Problemas de cálculo	16
Identificação da função objectivo	16

Nenhuma das respostas indicou existirem problemas na identificação das restrições, localizando-se os problemas na sua formalização matemática, designadamente as de carácter político, estratégico e comportamental (motivação dos consumidores, concorrência, etc.)

Os problemas de cálculo que mais frequentemente foram indicados referem-se à inexistência de algoritmos de programação inteira.

As dificuldades respeitantes à divisibilidade dos projectos não se manifestaram importantes para os entrevistados, em virtude de facilidade de solução genericamente adoptada para a sua superação: a conversão dos candidatos a investimentos em projectos indivisíveis.

Quanto às dificuldades inerentes à ordenação de projectos e à selecção de projectos com vidas diferentes, as empresas indicaram que na generalidade o critério em que fundamentam as suas opções é o VAL.

#### 5.4. Análise de sensibilidade

Todos os inquiridos indicaram que procediam a análise de sensibilidade, embora as opiniões se tivessem dividido quanto à consideração de que a mesma constituísse um instrumento de medida do risco.

As respostas indicaram que os parâmetros mais comumente manipulados na realização da análise de sensibilidade são:

PARÂMETROS	% DAS RESPOSTAS
Crescimento do mercado	83
Custos variáveis	83
Preços dos produtos	50
Custos fixos	50
Vendas	50

A dimensão do mercado, a taxa de actualização no critério VAL, a quota de mercado e a dimensão do mercado também foram referidas, como base de simulação.

O horizonte temporal do projecto, o método de cálculo das amortizações e a fiscalidade não foram identificados como parâmetros críticos.

#### 5.5. Risco

Não obstante indicarem constituir o risco uma preocupação latente à tomada de decisão, as empresas inquiridas, não utilizam mecanismos científicos da sua ponderação. Na realidade, 50 % das empresas consideram o factor risco de modo empírico e intuitivo.

tivo, e as restantes procedem à construção de cenários alternativos, na base de níveis diferentes de "cash-flow", idealizando as hipóteses optimista, pessimista e mais provável. Para o efeito são admitidas e fixadas probabilidades subjectivas de ocorrência de "cash-flow".

Constatee, igualmente, que grande parte das empresas ponderam o risco através de acréscimo percentual à taxa de actualização escolhida como base.

As principais dificuldades levantadas ao tratamento estatístico do risco assentam na grande dificuldade de se determinarem funções de utilidade e de se conhecer com rigor o comportamento dos agentes económicos.

#### 5.6. Decisão

O fulcro da avaliação e selecção de projectos é permitir uma tomada de decisões fundamentada e que habilite o decisor à minimização do risco inerente, tendo em vista o impacto do investimento e a irreversibilidade da decisão da sua aceitação.

Todos os entrevistados afirmaram que as decisões eram efectuadas tomando em consideração os resultados obtidos, embora todas as respostas revelassem que poderiam igualmente existir outros factores de natureza subjectiva que influenciam as decisões, com especial realce para as preferências pessoais dos gestores e na sua maior ou menor aversão ao risco ou a poder exterior.

## CONCLUSOES

A realização do presente trabalho permitiu concluir:

- a) Os objectivos das empresas traduzem-se, em geral, na maximização do seu valor;
- b) O investimento, domínio fundamental da gestão financeira, é o motor do desenvolvimento das empresas, sendo enquadrado no planeamento estratégico;
- c) Os investimentos constituem formas de aplicação de recursos escassos, através dos quais se pretende obter uma rendibilidade máxima;
- d) Os investimentos industriais representam formas específicas de aplicação de poupanças, relativamente às quais existem sempre afectações alternativas;
- e) A importância dos investimentos, determinada pela sua irreversibilidade, projecção temporal e volume de recursos de natureza variada, impõe uma tomada de decisão preparada visando as opções mais correctas e racionais;
- f) A concepção do investimento tem de ser realizada atendendo à profunda ligação das empresas com o meio envolvente, particularmente dos mercados, racionamento de recursos e risco;
- g) A avaliação e selecção dos projectos de investimento é realizada com recurso a diferentes metodologias e critérios de apreciação;
- h) A apreciação dos investimentos pode ser realizada considerando universos deterministas e aleatórios;

- i) As metodologias existentes podem dividir-se em tradicionais, novas metodologias com recurso à programação matemática e as que incluem a ponderação do factor risco;
- j) As metodologias tradicionais podem, dentro de pressupostos de certeza e mercados de capitais perfeitos, conduzir a soluções óptimas ;
- k) De entre os critérios usuais só o VAL conduz nos pressupostos referidos em j), a soluções correctas;
- l) O critério da TIR só se revela fiável em determinadas condições, designadamente em projectos de tipo convencional e independentes;
- m) O critério do rácio custo-benefício, tendo como vantagem medir o peso relativo do investimento, pode, contudo, revelar incoerência na ordenação em comparação com outros critérios e igualmente conduzir a soluções não optimizadas;
- n) Os projectos com diferentes períodos de vida e na presença de restrições podem ser apreciados e seleccionados correctamente através da introdução do conceito de taxa de reinvestimento;
- o) As metodologias com recurso às técnicas de programação matemática permitem a análise e selecção dos projectos dos investimentos numa forma global e integrada, perante a existência de restrições;
- p) Em pressupostos de certeza e em mercados perfeitos, face a projectos dependentes e na presença de restrições, é possível com as técnicas de programação serem obtidas soluções óptimas, inviáveis com os critérios tradicionais;
- q) Os métodos com recurso à programação matemática assentam na construção de uma função objectivo sujeita a um conjunto de restrições formalizadas nas formas primal e dual;

- r) O programa na forma dual permite interpretações económicas de inegável interesse, expressas na possibilidade de comparação directa entre a rendibilidade global dos projectos 'seleccionados com o custo oportunidade ;
- s) O estabelecimento da função objectivo do programa na forma primal pressupõe a resolução prévia do programa na forma dual, facto que constitui um paradoxo, passível de ser minimizado através da técnica de análise de sensibilidade;
- t) Além das dificuldades inerentes à quantificação de algumas restrições, as metodologias referidas nas alíneas anteriores não contêm a ponderação do factor risco;
- u) Em universo aleatório os critérios apresentados assentam na análise do "trade-off" rendibilidade-risco e permitem conclusões de interesse, por associar a realidade risco à rendibilidade dos projectos;
- v) A extensão da teoria da carteira de títulos e do modelo de equilíbrio dos activos financeiros aos problemas de avaliação e selecção de projectos constitui outro método de análise com a vantagem de conjugar taxa de mercado e taxa de rendibilidade dos projectos;
- w) O inquérito empreendido permitiu verificar a utilização generalizada dos critérios tradicionais e abandono dos critérios contabilísticos, com excepção do período de recuperação dos capitais investidos;
- x) Os problemas equacionados ao longo do relatório respeitantes à utilização destes critérios são usualmente ultrapassados por hipóteses simplificadoras, com destaque para a igualdade dos períodos de vida dos projectos e a inexistência de projectos do tipo não convencional;

y) As metodologias com recurso à programação matemática têm utilização limitada, por dificuldades de obtenção de algoritmos disponíveis e pelas necessidades de cálculo nem sempre preenchidas;

z) O factor risco é sempre ponderado na tomada de decisões de forma empírica e a não ponderação adequada do risco é minimizada pela crescente realização de análises de sensibilidade.

Actualmente vive-se um período de transição, caracterizado pelo desfasamento existente entre os métodos tradicionais e a evolução dos mercados, em que o desenvolvimento da concorrência, a importância crescente dos mercados financeiros e o florescimento de novas tecnologias de informação representam os vectores nucleares.

As perspectivas de evolução apontam para uma maior sofisticação da análise, em que a expansão das tecnologias da informação e da informática possibilitam cálculos científicos, até aqui, inacessíveis. Existem possibilidades reais de aproveitamento da investigação teórica anteriormente produzida, designadamente na determinação das utilidades, comportamentos e motivações dos diferentes agentes económicos. É possível a caracterização e determinação dos objectivos múltiplos e conflituais, e dos meios, condições e restrições necessários à sua obtenção. Tal facto contribuirá para a utilização generalizada das metodologias com recurso à programação, eventualmente enriquecidas pela ponderação do risco, em modelos estruturados, que requerem grandes exigências de cálculo científico. Estão,

assim, criadas condições, no âmbito da informática, não obstante as complexas dificuldades na quantificação dos factores e restrições de natureza sociológica e comportamental.

A título de conclusão final, parece de salientar, em primeiro lugar, a grande variedade dos critérios existentes e a sua validade nas hipóteses básicas que lhes estão subjacentes, perante projectos de investimento de grande diversidade.

Em segundo lugar, deve ser referida a inexistência de "critério-solução", ante a possibilidade de reflexão de variados critérios, cujas conclusões diversas devem ser confrontadas.

Por último, a esperança que o desenvolvimento das tecnologias, concorrência e mercados determine o aproveitamento da investigação empreendida e que habilite os decisores à tomada de decisões, óptimas e racionais, no quadro de racionamento de meios escassos e necessidades ilimitadas.

## ANEXO - INQUERITO

- 1 IDENTIFICAÇÃO EMPRESA INQUIRIDA
- 2 CARACTERIZAÇÃO DOS INVESTIMENTOS
- 3 CONCEPÇÃO E MEIOS
- 4 CRITERIOS UTILIZADOS NA SELECÇÃO EM UNIVERSO DETERMINISTICO
- 5 PROBLEMAS E DIFICULDADES ESPECIAIS
- 6 ANALISE DE SENSIBILIDADE
- 7 CONSIDERAÇÃO DO FACTOR RISCO E CRITERIOS UTILIZADOS NA SELECÇÃO EM UNIVERSO ALEATÓRIO
- 8 PROBLEMAS E DIFICULDADES ENCONTRADAS
- 9 DECISÃO

# 1 - IDENTIFICAÇÃO EMPRESA INQUIRIDA

## 1.1 Indicadores Ano 1987

- Vendas
- Numero Trabalhadores
- Actividades
- Mercados Consumidores
- CAE
- Activo Total
- Activo Líquido
- Capitais Próprios
- Capitais Permanentes

## 1.2 Filosofia de Gestão

### 1.2.1 Objectivos

- Max Lucro
- Max Valor Empresa
- Max Dividendos
- Max Quota Mercado
- Satisfação Necessidades Consumidores
- Max Exportações
- Outros

### 1.2.2 Planeamento

Existe planeamento?

Em caso afirmativo:

Tipo

- Planeamento Estratégico
- Planeamento Operacional
- Ambos

Enquadramentos dos Investimentos

- Integrados no Plano de Desenvolvimento
- Planeamento Especifico
- Outro

### 1.2.3 Determinantes das Oportunidades de Investimento

- Expansão da Actividade
- Recursos Disponíveis
- Necessidade Inovação
- " Renovação-Substituição
- Razões Sociais
- Outros

### 1.2.4 Intervenção da Estrutura na Origem das Oportunidades

- Gestores de Topo
- Gestores Divisão/Departamentos
- Orgão de Planeamento
- Envolvimento do Grupo Humano
- Outros

## 2 CARACTERIZAÇÃO DOS PROJECTOS

### 2.1 Tipo de Projectos

- Substituição
- Expansão
- Inovação/Modernização
- Sociais
- Investigação
- Aplicações Financeiras
- Outros

### 2.2 Classificação dos Investimentos

- Convencionais
- Não convencionais

- Puros
- Mistos

- Dependentes
- Independentes

- Contingentes
- Não Contingentes

## 2.3 Financiamento

### 2.3.1 Origem

Capitais Próprios  
" Alheios  
Capital Risco

### 2.3.2 Capitais Próprios

Gerados Internamente  
Prestações Suplementares  
Aumentos de Capital  
Subsídios  
Outros

### 2.3.3 Capitais Alheios

Empréstimos Bancários  
Empréstimos Obrigacionistas  
Crédito de Fornecedores  
Suprimentos  
Outros

### 2.3.4 Limitações ao Financiamento

Sim  
Não

## 3 CONCEPÇÃO E MEIOS

### 3.1 Pressupostos Básicos

Universo Determinista s/ restrições  
Universo Determinista c/ restrições  
Universo Aleatório

### 3.2 Utilização de Equipamento Informático

Sim  
Não

### 3.3 Tipo de equipamento

Linguagem de Programação

### 3.4. Software

Existente no Mercado  
Concebido Especificamente  
MIX

## 4 CRITERIOS

### 4.1 Tipo de Critérios

Contabilísticos  
Tradicionais com Actualização Financeira  
Programação Matemática  
Outros

### 4.2 Critérios Contabilísticos

Período Recuperação Capitais Investidos (PAYBACK)  
Receita por Unidade Despesa Investimento  
Receita Média Unidade Despesa Investimento  
Rendimento Médio Sobre Valor Contabilístico do  
Investimento  
Rendimento Médio Sobre Custo

### 4.3 Critérios Tradicionais com Actualização Financeira

Valor Actual Líquido  
Taxa Interna Rendibilidade  
Rácio Custo-Benefício  
Taxa Rendibilidade do Período de Recuperação  
ROI  
Outros

### 4.4 Critérios Programação Matemática

Programação Linear Simples  
Programação Linear Mista  
Programação Inteira  
Programação Quadrática  
Programação Multiobjectivos

## 5 PROBLEMAS E DIFICULDADES ESPECIFICAS

### 5.1 Problemas de Avaliação

#### 5.1.1 Consideração da Fiscalidade

Inexistente  
Benefícios ao Investimento  
Imposto Capitais sobre Juros  
Imposto sobre o Rendimento

#### 5.1.2 Consideração do Reinvestimento de Meios Libertos

Sim  
Não

Se respondeu afirmativamente:

Taxa de Actualização  
Taxa Diferente

### 5.2 Critério do VAL

#### 5.2.1 Taxa de Actualização

Constante  
Variável Anualmente

#### 5.2.2 Escolha da Taxa de Actualização

Custo Histórico do Capital  
Taxa de Juro do Mercado  
Custo Oportunidade do Capital  
Outra Taxa

#### 5.2.3 Taxa de Juro do Mercado

Taxas activas  
Taxas passivas  
Taxa Desconto Banco de Portugal  
Taxa Juro Depósitos a Prazo  
Outra taxas

### 5.3 Critério da TIR

#### 5.3.1 Resultados Obtidos

Conclusivos  
Taxas Múltiplas  
Inexistência de TIR

### 5.3.2 Decisão

Comparação com Valor Fixo definido "a priori"  
Comparação com Custo Capital  
Comparação com Taxa de Juro do Mercado  
Outra comparação

### 5.4 Restrições

#### 5.4.1 Existência

Sim  
Não

#### 5.4.2 Origem

Interna  
Externa

#### 5.4.3 Tipo

Financeiras  
Mão de Obra  
Capacidade dos Gestores  
Matérias Primas  
Outras

### 5.5 Problemas na Utilização do Critério de Programação Matemática

Identificação de Função Objectivo  
Identificação de Restrições  
Quantificação das Restrições  
Cálculo  
Outros problemas

### 5.6 Outros Problemas em Projectos Específicos

#### 5.6.1 Ordenação dos Projectos

- a) Projectos conduzem aos mesmos resultados
- b) Projectos conduzem a resultados diferentes

Se responder b)

Em que Critério Fundamenta as suas Opções?

TIR  
VAL  
Racio Custo Beneficio  
Periodo Recuperação Capitais Investidos  
Outros

### 5.6.2 Projectos com Vidas Diferentes

Consideração de Reinvestimento dos Capitais no Projecto de Vida mais Curto  
Método Custo Anual Equivalente  
Insusceptíveis de Comparação  
Adopção da Taxa de Reinvestimento  
Adopção do Critério VAL  
Adopção do Critério TIR

### 5.6.3 Divisibilidade de Projectos

Conversão a Projectos Indivisíveis  
Métodos de Programação Matemática em Geral  
Métodos de Programação Inteira

## 6 ANALISE DE SENSIBILIDADE

### 6.1 Realização

Sim  
Não

### 6.2 Considera a Análise de Sensibilidade um Instrumento de Medida do Risco?

Sim  
Não

### 6.3 Parâmetros Críticos a Considerar na Análise de Sensibilidade

Dimensão de Mercado  
Crescimento de Mercado  
Quota de Mercado  
Vendas  
Venda Útil do Projecto (Horizonte Temporal)  
Valor Residual  
Preços dos Produtos  
Custos Variáveis  
Custos Fixos  
Critérios de Cálculo Amortizações  
Fiscalidade  
Taxa de Actualização

## 7 RISCO

### 7.1 Considera este Factor na Análise e Selecção do Projecto?

Sim  
Não

### 7.2 Definição das Probabilidades

Cenário único  
Cenários Alternativos  
Outros

### 7.3 Medida do Risco

Variância  
Correlações  
Coeficiente de Variância  
Outros

### 7.4 Explicitação da Rendibilidade

Receitas Líquidas do Projecto  
Utilidades

### 7.5 Métodos de Determinação do VAL sob Condições de Risco

Equivalentes Certos  
Taxa de Actualização Ajustada  
Outros

## 8 PROBLEMAS E DIFICULDADES ENCONTRADAS

Determinação da Função de Utilidade  
Determinação das Curvas de Indiferença  
Taxa de Actualização  
Problemas de Cálculo  
Outras

9 DECISÃO

9.1 As Decisões são tomadas com base nos resultados obtidos dos critérios aplicados?

Sim

Não

9.2 De que modo as decisões tomam em consideração o factor risco?

Intuitivamente

Através da sua consideração nos critérios de selecção

## REFERENCIAS

- AGOSTINI, J.M. - "La Choix des Investissements - Programmation Mathématique", Dunod Economie, 1972
- ARROW, K. - "Risk Aversion in the small and in the large", Econometrica, Jan-Apr 1964
- BAUMOL, M.; QUANDT, R. - "Investment and Discount Rates under Capital Rationing - A Programming Approach", Economic Journal, Junho 1965
- BEENHAKKER, H. - "Capital Investment Planning for Management and Engineering", Rotterdam University Press, 1975
- BERNHARD, R. - "Mathematical programming Models for Capital Budgeting - A Survey, Generalization, and Critique", Journal of Financial and Quantitative Analysis 4(2), jun 1969
- BIERMAN, H.; SMIDT S. - "The Capital Budgeting Problem", Dunod, 1984
- BUSSEY, L. - "The Economics Analysis of Industrial Projects", Prentice-Hall, 1979
- CARLTON, W. - "Linear Programming and Capital Budgeting Models", Journal of Finance, pgs. 825-53, 1969
- CHARNES, A.; COOPER, W. - "Management Models and Industrial Applications of Linear Programming", J. Wiley & Sons, Inc. 1961
- CRAMER, R. - "Decision Models for the Selection of Research Projects" The Engineering Economist 9 (2), 1964
- GORDON, M.; SHAPIRO - "Capital Equipment Analysis: The required Rate of Profit" Management Science III, Outubro 1956
- HILLIER, F. - "The Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investments", Management Science, Abril 19
- HIRSHLEIFER, J. - "On the Theory of Optimal Investment Decision", Journal of Political Economy, 66 Agosto 1958
- KENDRICK, D.; STOUTJESDIJK, A - "The Planning of Industrial Investment Programs: A Methodology", Development Research Center, World Bank, Washington, 1975
- LORTE, J.; SAVAGE, L. - "Three Problems in Rationing Capital", Journal of Business, LXVIII, Outubro 1935
- MAO, J. - "Quantitative Analysis of Financial Decisions", Macmillan, London, 1969
- MODIGLIANI, F.; MILLER, M. - "The Cost of Capital, Corporation Finance and The Theory of Investment", American Economy Review 48, 1958

- 18 PIKE, R.; DOBBINS, R. - "Investments Decisions and Financial Strategy", Oxford Philip Allan, 1986
- 19 SANTOS, A. - "Conceitos Básicos de Análise de Projectos", BEBEI, 1979
- 20 SANTOS, A. - "A Selecção de Projectos de Investimento em Situações de Racionamento de Meios de Financiamento", Área Crítica, AEISE, Dezembro, 1978
- 21 SHARPE, W. - "INVESTMENTS", Prentice-Hall, International Edit. 3, 1985
- 22 SILVA, A.; SANTOS, A. - "Planeamento Industrial e Decisão de Investimento (Aplicação ao Sector Petroquímico)", BEBEI, 1979
- 23 SMITH, V. - "Investment and Production", Cambridge, Mass, Harvard University Press, 1961
- 24 SOLOMON, E. - "The management of Corporate Capital", The Free Press, 1957
- 25 WEINGARTNER, H. - "Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems", Prentice-Hall, 1963
- 26 WESTON, F.; COPELAND, T. - "Managerial Finance", The Dryden Press, 8 Ed., 1986