UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

Mestrado em: Economia Monetária e Financeira

Flexibilidade, Volatilidade da Taxa de Câmbio e a Decisão de Internacionalização de uma Empresa

Sérgio Ferreira da Silva

Orientação: Professor Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata

Júri:

Presidente: Professor Dr. Vítor Manuel da Silva Santos

Vogais: Professor Dr. António Abílio Garrido da Cunha Brandão

Professor Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata

Outubro de 1997

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

Mestrado em: Economia Monetária e Financeira

Título da Dissertação:

Flexibilidade, Volatilidade da Taxa de Câmbio e a Decisão de Internacionalização de uma Empresa

Sérgio Ferreira da Silva

Orientação: Professor Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata

Júri:

Presidente: Professor Dr. Vítor Manuel da Silva Santos

Vogais: Professor Dr. António Abílio Garrido da Cunha Brandão

Professor Dr. Nuno José Dores Cassola e Barata

Este trabalho é devedor de várias contribuições e apoios de que não gostaria de deixar de manifestar público e sincero agradecimento.

Começo por agradecer à Universidade Portucalense Infante D. Henrique, na pessoa do Magnífico Reitor Professor Doutor Francisco Costa Durão, pelo apoio dado na realização deste mestrado.

Agradeço ao Professor Dr. Nuno Cassola pela sabedoria e rigor com que orientou este trabalho e, sobretudo, pela colaboração, interesse e paciência com que me acompanhou ao longo do meu trabalho

Estou, igualmente, grato:

Ao departamento de Economia da Universidade Portucalense Infante D. Henrique, nas pessoas do Professor Doutor Almeida Garrett e Professor Soares Barbosa.

Aos professores da licenciatura em Economia daquela casa (1989/1994), e em especial ao Professor Alberto Pedroso que me marcou profundamente.

Aos Professores do Curso de Mestrado em Economia Monetária e Financeira do ISEG (1996/1997), muito em especial ao Professor Doutor Paulo de Brito pela estimulante troca de impressões realizada sobre alguns dos temas tratados ao longo deste trabalho.

Á Dr. Luisa Almeida Garrett e ao Professor Doutor José Costa.

Aos meus amigos, Luís Fernandes, Luis Pacheco, Fernando e Pedro, e em especial ao Mané por estar presente nos momentos mais dificeis.

À Teresa, ao meu Irmão e aos meus Pais pela força, pela paciência e pelo apoio incondicional que sempre me transmitiram.

Aos meus Pais

Ao Daniel

À Teresa

FLEXIBILIDADE, VOLATILIDADE DA TAXA DE CÂMBIO E A DECISÃO DE INTERNACIONALIZAÇÃO DE UMA EMPRESA

Sérgio Ferreira da Silva

Mestrado em Economia Monetária e Financeira

Prova concluída em:

Resumo

Analisamos o efeito da volatilidade da taxa de câmbio nas decisões de entrada, saída, deslocação da produção e escolha de capacidade de uma empresa exportadora. Utilizando a análise de direitos contingentes, valorizamos a empresa nos diversos estados em que se pode encontrar e determinamos as regras óptimas de investimento. Dada a natureza irreversível dos investimentos, uma taxa de câmbio mais volátil influencia negativamente o investimento por via do adiamento da decisão. A possibilidade da empresa poder abandonar o mercado leva ao fenómeno de histerese nas exportações. Seguidamente consideramos o caso em que a empresa pode realizar um investimento produtivo no mercado externo. Ao ter duas unidades produtivas a empresa passa a beneficiar de flexibilidade multinacional e leva ao fenómeno de histerese na produção. Essa flexibilidade acrescida confere valor à empresa que será tanto maior quanto mais volátil for a taxa de câmbio. A escolha de capacidade é analisada considerando uma empresa monopolista. Distinguimos duas situações quanto aos custos de ajustamento de acrescentar capacidade. Numa situação, assume-se que são infinitos, e portanto a empresa só realiza um único investimento; noutra situação admite-se o caso extremo oposto de inexistência de custos de ajustamentos de capacidade. Neste caso a empresa pode incrementalmente adicionar capacidade, e o valor da empresa passa a ser dado por duas componentes, o valor da capacidade instalada e o valor das opções de crescimento que passa a deter. Quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio, maior será a capacidade óptima de entrada no caso do investimento único, e menor será a capacidade óptima de entrada no caso do investimento incremental.

Palavras chave: flexibilidade, investimento irreversível, volatilidade da taxa de câmbio, capacidade, histerese, opções reais.

Índice

Lista de Figuras e Tabelas

Introdução

Num momento de crescente globalização dos mercados, a "internacionalização" passa a constituir uma alternativa importante a integrar no leque de decisões de investimento de uma qualquer empresa.

Tradicionalmente, a avaliação desta decisão e feita por recurso ao método do VAL esperado, cuja validade é posta em causa se se considerar uma situação de incerteza e irreversibilidade em que o investidor tem flexibilidade de escolha, porquanto esta assume um valor, que será tanto maior quanto maior a intensidade daqueles dois factores, e que não é tido em conta no referido método.

Em resposta a esta dificuldade uma linha recente de investigação, tem aplicado a teoria das opções à questão das decisões de investimento, fazendo uma analogia entre decisões de investimento financeiro e de investimento real. Desta forma, uma oportunidade de realizar um investimento é vista como uma "opção real", em que decidir quando efectuar tal investimento corresponde a decidir quando exercer essa opção.

Quando o investimento associado a um processo de internacionalização se encontra condicionada por um factor de incerteza, em que a taxa de câmbio assume um papel importante, e por um factor de irreversibilidade, a flexibilidade terá um papel preponderante na decisão de investir.

Propomo-nos analisar neste trabalho, o comportamento óptimo de uma empresa na realização de investimentos, de internacionalização, irreversíveis, quando confrontado com a incerteza da taxa de câmbio, considerando vários tipos de flexibilidade, nomeadamente de diferimento da realização do investimento, de abandono do mercado externo, de deslocação da produção entre unidades produtivas, de escolha de capacidade, e finalmente de ajustamento de capacidade.

Este tema será abordado na seguinte sequência:

Capítulo 1. Começamos por analisar a decisão de entrada no mercado externo. Seguidamente incorporamos a decisão de abandono e a possibilidade da empresa instalar uma unidade produtiva no país estrangeiro para passar a beneficiar de flexibilidade multinacional. Identificamos o fenómeno de histerese na exportação e na produção.

Capítulo 2. Analisamos a decisão de uma empresa monopolista realizar um investimento irreversível quando tem flexibilidade de escolher a capacidade a instalar. Determinamos a capacidade óptima de entrada.

Capítulo 3. Estendemos a análise feita no capítulo 2, considerando que a empresa tem flexibilidade de acrescentar capacidade de forma contínua e incremental, fazendo referência as opções de crescimento que a empresa passa a deter.

Capítulo 1: Entrada, Saída, Deslocação da Produção e Histerese

1.1. Nota Prévia

Neste capítulo começamos por analisar o comportamento óptimo de uma empresa na decisão de efectuar um investimento irreversível quando confrontada com incerteza da taxa de câmbio. Com base na análise de direitos contingentes valorizamos a opção de realizar esse investimento e, ao considerarmos apenas a flexibilidade na entrada do mercado externo, chegamos a uma forma fechada para a regra óptima de investimento.

Seguidamente, analisamos o caso em que a empresa pode temporariamente abandonar o mercado externo. O comportamento óptimo de uma empresa nas decisões de entrada e saída de um mercado foram analisadas por Dixit (1989). A nossa exposição difere desta por quanto distinguimos a entrada inicial da reentrada no mercado. A possibilidade de sair e reentrar cria o fenómeno de histerese nas exportações.

Finalmente consideramos como alternativa à saída do mercado externo, a realização de investimento produtivo no mercado estrangeiro tal como é referido por Kogut e Kulatilaka (1996). Distanciamo-nos contudo dos autores, não só pela maior formalização, mas também pela análise do comportamento óptimo da empresa como um processo sequencial. O facto de a empresa passar a ter duas unidades produtivas, oferece-lhe a flexibilidade operacional de deslocar a produção entre os países, conduzindo a histerese na produção.

1.2 O modelo de base.

Uma empresa doméstica tem a oportunidade de produzir determinado produto destinado exclusivamente à exportação.

O início da produção e exportação impõe a concretização de dois investimentos distintos. Por um lado, um investimento numa unidade produtiva no país doméstico, sendo o respectivo custo, expresso em moeda doméstica, designado por I_p, e por outro, um investimento em *good will* (marketing, redes de distribuição), para servir de suporte às exportações, a realizar no mercado externo, e portanto expresso em moeda estrangeira, que vamos designar por I_g.

Ambos os investimentos são totalmente irreversíveis, isto é, os custos são irrecuperáveis, ocorrendo instantaneamente, sem períodos de construção, mas apresentando desgastes diferentes. Admite-se que o investimento produtivo não se desgasta ao longo do tempo, tendo por isso vida infinita. Já no que diz respeito ao investimento em *good will*, assume--se que enquanto a empresa estiver a exportar não existe desgaste; no entanto, no momento em que a empresa abandona o mercado externo, o seu desgaste é imediato, o que impõe a realização de um novo investimento em *good will* caso a empresa opte pela reentrada no mercado. Ou seja, o investimento em *good will* é caracterizado por aquilo que Dumas (1992) designou ser capital perecível.

O investimento permite produzir uma unidade de produto por período de tempo. O preço do produto é fixo em moeda estrangeira, P, ou seja, a empresa é tomadora de preço no mercado internacional. Para produzir o bem, incorre-se ainda num custo operacional constante de C, que está expresso em moeda doméstica.

A receita em moeda doméstica resultará do produto do preço do bem em moeda estrangeira, P, com a taxa de câmbio nominal, S. Representando S o número de unidades de moeda doméstica por unidade de moeda estrangeira, então aumentos ou diminuições de S correspondem respectivamente a depreciações ou apreciações da moeda doméstica.

Desta forma, o fluxo de lucros por período, expresso em moeda doméstica, será função dos valores assumidos pela taxa de câmbio:

(1.1) $$\pi(S) = SP - C$$

Uma vez que se considera os custos e os preços domésticos e externos fixos, é indiferente trabalhar com a taxa de câmbio nominal ou real, pois as variações desta resultam exclusivamente de alterações na taxa nominal de câmbio. A função lucro em termos reais seria dada por $\frac{SP}{P_d} - \frac{C}{P_d}$. Desta forma ao utilizar a taxa de câmbio real, R ($R = \frac{SP}{P_d}$) teriamos $\pi(R) = R - C'$, onde C' corresponde à proporção dos custos. Ou alternativamente, podemos normalizar o preço doméstico à unidade e obtemos (1.1).

A única fonte de incerteza para a empresa é a taxa de câmbio que segue um processo de difusão. Especificamente, S_t, segue um movimento browniano geométrico[1]:

(1.2) $$dS = \alpha S dt + \sigma S dz$$

onde dz é um incremento de um processo de Wiener, ou seja, $dz = \varepsilon(t)(dt)^{1/2}$, sendo $\varepsilon(t)$ um termo aleatório com distribuição normal e não autocorrelacionado ($\varepsilon(t)$~i.i.d. N(0,1)), de modo que o valor esperado de dz é $E[dz] = 0$ e a sua variância é $Var[dz] = dt$; α e σ são respectivamente a média instantânea e volatilidade instantânea da variação percentual da taxa de câmbio.

Da equação (1.2) decorre que o valor corrente da taxa de câmbio, S_0, é conhecido mas os valores futuros são sempre desconhecidos com distribuição log-normal:

(1.3) $$\ln S_t \sim N(\ln S_0 + \alpha t - 1/2\sigma^2 t, \sigma^2 t) \text{ para } t>0,$$

e portanto, o valor esperado de S_t será: $E[S_t] = S_0 e^{\alpha t}$.

[1] Tal como é assumido em Dixit (1989)

A empresa vai observando os valores de S ao longo do tempo, mas os valores futuros são sempre incertos.

Depois da empresa estar a exportar, face a movimentos desfavoráveis da taxa de câmbio, poderá optar por abandonar o mercado não incorrendo para tal em qualquer custo explícito, ou alternativamente, poderá realizar um investimento numa unidade produtiva no país estrangeiro, passando portanto a servir esse mercado com produção local. O custo deste investimento é designado por I_{pe} e o custo variável de produção por C_e. Uma vez que ambos os custos são incorridos no mercado externo, estão expressos em moeda estrangeira. Desta forma a função lucro, expressa em moeda doméstica, passa a ser dada por:

$$(1.4) \qquad \pi_e(S) = S(P - C_e)$$

Quando a empresa detém as duas unidades produtivas, poderá deslocar a produção entre elas. Assume-se que a deslocação da unidade produtiva estrangeira para a unidade produtiva doméstica, e desta para aquela tem um custo, expresso em moeda doméstica, de λ_1 e λ_2 respectivamente.

Para valorizarmos a empresa nas diferentes situações possíveis podemos utilizar a programação dinâmica ou a análise de direitos contingentes. A primeira tem o inconveniente de ter que se considerar uma determinada taxa de desconto. Já no caso da análise de direitos contingentes, que assenta em argumentos de arbitragem, esse problema não se coloca, uma vez que não é necessário assumir qualquer tipo de hipótese relativamente às preferências em relação ao risco por parte da empresa. No entanto, exige que os mercados sejam completos no sentido de existir um activo ou uma carteira dinâmica de activos transaccionados no mercado cujas variações estocásticas estejam perfeitamente correlacionadas com S.

Considerando então que a moeda estrangeira é transaccionada no âmbito de um mercado completo, o CAPM permite-nos determinar a taxa de rendibilidade esperada ajustada ao risco da moeda estrangeira com preço S. Seja μ essa taxa, teremos então:

$\mu = r + \phi\sigma\rho_{Sm}$

onde r é a taxa de juro isenta de risco, ρ_{Sm} é o coeficiente de correlação entre a taxa de rendibilidade esperada da moeda estrangeira e a taxa de rendibilidade esperada da carteira de mercado m, ϕ é o preço de mercado do risco ($\phi = [E(r_m - r)]/\sigma_m$,) e σ como já referimos, é o desvio padrão da variação percentual de S.

Uma vez que em (1.2) já tínhamos considerado que a taxa de variação esperada de S era α, impomos uma hipótese adicional de que $\mu > \alpha$, caso contrário, como veremos mais à frente, o investimento nunca seria realizado. Isto equivale a admitir que a taxa de rendibilidade esperada de S (μ) tem duas componentes: um ganho de capital (α) e uma taxa de dividendo, que vamos designar por δ, que é dada por $\delta = \mu - \alpha$ e portanto $\delta > 0$.

Ao longo do capítulo, os exemplos numéricos terão por base os seguintes valores para as variáveis: $P = 1$, $C = C_e = 0.5$, $r = \delta = 0.05$, $I_p = I_{pe} = 6$, $I_g = 4$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.2$.

1.3 Entrada no mercado externo.

Neste ponto iremos analisar a regra óptima de investimento da empresa quando esta apenas tem flexibilidade no diferimento do investimento, isto é, quando a empresa pode adiar a decisão de investir, não considerando para já a flexibilidade de sair do mercado. Iremos designar por F(S) o valor da opção de entrar no mercado externo e por V(S) o valor da empresa quando está a exportar.

Na ausência de incerteza, com uma taxa de câmbio fixa, a regra óptima de investimento para a empresa será investir se o valor actualizado líquido (VAL) do projecto for positivo:

$$VAL = \int_0^{\infty} e^{-rt}(SP - C)dt - I_p - SI_g$$

(1.5) $$VAL = \frac{SP - C}{r} - I_p - SI_g$$

Uma vez que não há qualquer tipo de incerteza, o fluxo de lucros é descontado à taxa isenta de risco[2], r.

O VAL será positivo, e portanto a empresa entrará no mercado, para valores da taxa de câmbio tais que: $S > \frac{C + rI_p}{P - rI_g}$. Para o exemplo numérico considerado temos S>1.

Em ambiente de taxas de câmbio incertas, dada a irreversibilidade do investimento, a utilização do critério do VAL esperado (investir se VAL esperado for positivo) só será válido se a empresa não tiver flexibilidade relativamente ao momento da tomada de decisão, isto é, se a questão for "investir agora ou nunca". No caso da empresa ter a possibilidade de adiar a realização do investimento a questão passa a ser "investir agora ou mais tarde". Esta flexibilidade confere um valor adicional ao projecto que tem que ser

[2] Em ambiente de certeza, para além de se considerar $\sigma = 0$, também consideramos $\alpha = 0$.

tido em conta na tomada da decisão, pois esse valor constitui um custo de oportunidade de entrada imediata no mercado externo.

O custo de oportunidade de realizar o investimento imediatamente, decorre do facto da taxa de câmbio ser incerta, e portanto existir a probabilidade desta ter uma evolução desfavorável (haver uma apreciação) e levar a empresa a incorrer em perdas. Assim, esperar, observando a realização da taxa de câmbio, pode evitar essas perdas. Estamos a fazer referência ao "*bad news principle*" identificado por Bernanke (1983)[3]

A decisão de entrada no mercado externo tem uma analogia com uma opção de compra americana perpétua sobre uma acção que paga dividendo. A empresa que detém a oportunidade de entrar no mercado externo, tem o direito, mas não a obrigação, de realizar o investimento em qualquer momento futuro, isto é, exercer a opção de investimento, pagando o preço de exercício que corresponde ao custo desse investimento ($I_p + SI_g$), obtendo em troca o valor do projecto instalado ($V(S)$). Portanto, a decisão de investir é equivalente a decidir quando é que se deve exercer tal opção. A valorização da oportunidade de investimento bem como a regra óptima de investimento pode ser então vista como um problema de valorização de uma opção.

Essa opção de investimento não será exercida logo que esteja *in the money*, isto é, logo que o valor do projecto, $V(S)$, exceda ligeiramente o respectivo preço de exercício, uma vez que o custo de oportunidade da entrada imediata que lhe está associado é elevado. Será óptimo para a empresa adiar a decisão e esperar por uma moeda doméstica mais depreciada.

Note-se que esse custo de oportunidade diminui com aumentos da taxa de câmbio, uma vez que quanto maior esta for mais reduzida se torna a probabilidade de ocorrer uma evolução desfavorável que leve o exportador a incorrer em perdas.

---

[3] A incerteza tem dois lados: o lado positivo e o lado negativo. Se a decisão é investir agora ou esperar, o lado negativo da incerteza é o relevante, isto é, a decisão é governada pelo "*bad news principle*". Se a decisão for abandonar ou esperar, como iremos ver mais a frente, o lado da incerteza relevante é o positivo.

Por outro lado, o diferimento da realização do investimento também comporta um custo de oportunidade que corresponde ao fluxo de lucros que se deixa de auferir. Este custo de oportunidade aumenta com aumentos da taxa de câmbio uma vez que as receitas de exportação dependem positivamente desta.

Desta forma a empresa adiará a realização do investimento enquanto o custo de oportunidade associado à entrada imediata no mercado externo for superior ao custo de oportunidade de se manter fora dele. A opção de investir só será exercida quando a taxa de câmbio aumentar o suficiente até igualar esses dois custos. Esta taxa de câmbio constitui a taxa crítica de entrada. Ou seja, a opção de entrada só será exercida quando estiver suficientemente *in the money*.

Quando a empresa já está a exportar e não tem a opção de sair do mercado externo, o seu valor, V(S), será dado pela actualização dos fluxos de lucros esperados:

$$V(S) = E\int_0^{\infty}\left[e^{-\mu t}S_tP - e^{-rt}C\right]dt \Leftrightarrow V(S) = \int_0^{\infty}\left[e^{-(\mu-\alpha)t}SP - e^{-rt}C\right]dt \Leftrightarrow$$

$$(1.6) \qquad V(S) = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

A receita, sendo incerta, é descontada à taxa de rendibilidade ajustada ao risco, μ, mas como $E[S_t] = Se^{\alpha t}$ as receitas vêm actualizadas à taxa $\delta = \mu - \alpha$. Os custos, por sua vez, sendo certos, são descontados à taxa isenta de risco, r.

Fazendo uso da análise de direitos contingentes, vamos valorizar a opção de entrar no mercado externo, F(S), através da criação de uma carteira dinâmica Φ que tem uma posição longa na opção, e uma posição curta, de n unidades, em moeda estrangeira. A posição curta será determinada por forma a tornar a carteira isenta de risco, para de seguida, através de um argumento de arbitragem, chegarmos à equação diferencial cuja solução será o valor da opção.

O valor dessa carteira é dado por:

(1.7) $$\Phi = F(S) - nS$$

O ganho total da detenção dessa carteira, por um período de tempo dt, resultará de duas componentes: um ganho de capital e um dividendo.

O ganho de capital resulta da variação do valor da carteira atribuído às variações estocásticas da taxa de câmbio[4]:

(1.8) $$d\Phi = dF - ndS$$

Fazendo uso do lema de Itô e do processo estocástico seguido por S e dado por (1.2) temos:

- $dF = \frac{1}{2}F_{SS}(dS)^2 + F_S dS \quad \Leftrightarrow \quad dF = \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS}dt + \alpha S F_S dt + \sigma S F_S dz$
- $ndS = n\alpha S dt + n\sigma S dz$

Substituindo em (1.8) e recompondo obtemos:

(1.9) $$d\Phi = \left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + \alpha S F_S - n\alpha S\right)dt + \left(\sigma S F_S - n\sigma S\right)dz$$

Uma vez que a detenção da opção não dá origem a qualquer fluxo de rendimento, o dividendo gerado pela carteira resultará apenas da detenção da posição curta em moeda estrangeira, e corresponderá ao pagamento de δnSdt, que é o dividendo exigido pelo investidor que detém a respectiva posição longa.

Assim o retorno total da carteira será dado por:

(1.10) $$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + \alpha S F_S - \alpha n S - \delta n S\right)dt - \left(\sigma S V_S - n\sigma S\right)dz$$

[4] Para maior simplicidade, utilizaremos por vezes as nomenclaturas F, F_S e F_{SS} que representam F(S), primeira e segunda derivada de F(S) em ordem a S respectivamente.

Por forma a tornarmos a carteira isenta de risco, isto é, fazer desaparecer o termo dz, a posição curta deverá ser tal que $\sigma SF_S - n\sigma S = 0$, de onde obtemos $n = F_S$. Substituindo em (1.10) chegamos a:

$$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} - \delta SF_S\right)dt$$

Estando agora a carteira isenta de risco, o seu retorno deverá ser o mesmo que se obteria se o valor da carteira fosse aplicado à taxa isenta de risco:

$$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} - \delta SF_S\right)dt = r(F - SF_S)dt \tag{1.11}$$

Donde, chegamos à seguinte equação diferencial homogénea de 2ª ordem:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + (r-\delta)SF_S - rF = 0 \tag{1.12}$$

A solução desta equação diferencial vai ser do tipo:

$F(S) = AS^{\beta}$

As derivadas de primeira e segunda ordem de F(S) em relação a S serão dadas por:

$F_S = A\beta S^{\beta-1}$

$F_{SS} = A\beta(\beta-1)S^{\beta-2}$

Substituindo as expressões de F, F_S e F_{SS} em (1.12) temos:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 A\beta(\beta-1)S^{\beta-2} + (r-\delta)SA\beta S^{\beta-1} - rAS^{\beta} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$AS^{\beta}\left[\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) + (r-\delta)\beta - r\right] = 0$$

e obtemos assim a equação característica:

$$\frac{1}{2}\sigma^2\beta(\beta-1) + (r-\delta)\beta - r = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}\sigma^2\beta^2 + \left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\beta - r = 0 \tag{1.13}$$

A equação terá duas raízes reais e distintas, β_1 e β_2, e dado que r e δ assumem valores positivos, terão as seguintes relações de grandeza:

$$(1.14) \qquad \beta_1 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} > 1$$

$$\beta_2 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} - \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} < 0$$

A solução geral da equação diferencial (1.12) será então:

$$(1.15) \qquad F(S) = AS^{\beta_1} + BS^{\beta_2}$$

Temos três incógnitas a determinar: as constantes A e B e a taxa de câmbio crítica de entrada, S_E, que serão obtidas com base nas seguintes condições fronteira:

$$(1.16) \qquad \begin{aligned} &a)\ F(0) = 0 \\ &b)\ F(S_E) = V(S_E) - I_P - S_E I_g \\ &c)\ F_S(S_E) = V_S(S_E) - I_g \end{aligned}$$

A condição *a)* deriva das propriedades inerentes ao processo estocástico seguido pela taxa de câmbio, isto é, para movimentos brownianos geométricos, zero é uma barreira absorvente, e portanto, uma vez atingido o valor zero para a taxa de câmbio, ela permanecerá nesse valor. Desta forma, o valor da opção de entrar no mercado externo também será nulo.

A condição *b)* é a condição *value matching* e refere que no exercício óptimo da opção de realizar o investimento, o valor desta deve igualar o valor da empresa quando passa a exportar, líquido do respectivo custo de investimento.

A condição *c)* é a condição *smooth pasting*, e impõe que a igualdade que tem que se verificar entre o valor da opção e o valor da empresa, líquido do respectivo custo, deve ocorrer de forma suave. Essa condição assegura que a opção para investir é exercida à menor taxa de câmbio à qual a opção vale mais "morta" do que "viva".

Da condição *a)* retiramos que B = 0, pois se assim não fosse, à medida que a taxa de câmbio tendesse para zero, BS^{β_2} tenderia para infinito, uma vez que β_2 é menor que zero. Ficamos então com:

$$F(S) = \begin{cases} AS^{\beta_1} & S \leq S_E \\ V(S) - I_p - SI_g & S > S_E \end{cases} \tag{1.17}$$

Para valores da taxa de câmbio inferiores a S_E, a opção de entrada no mercado externo vale mais mantida viva do que exercida, portanto esperar é óptimo. Quando a taxa de câmbio atingir o valor S_E a empresa deve exercer a opção realizando o investimento.

Da condição *b)* e *c)* determina-se a taxa de câmbio crítica bem como a constante A. Substituindo em b) e c) pelas respectivas expressões obtemos:

b) $$AS_E^{\beta_1} = \frac{S_E P}{\delta} - \frac{C}{r} - I_P - S_E I_g$$

c) $$\beta_1 A S_E^{\beta_1 - 1} = \frac{P}{\delta} - I_g$$

De onde retiramos as expressões para A e S_E:

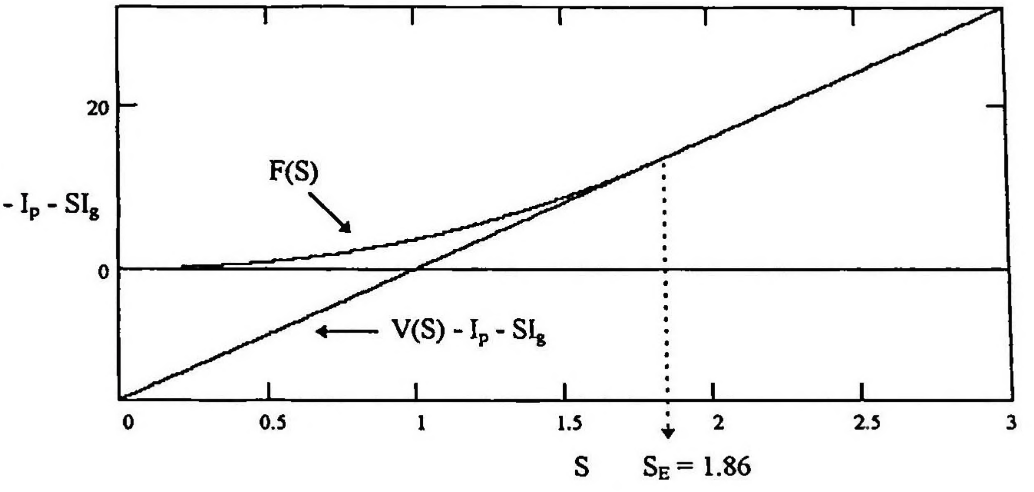
$$A = \frac{S_E^{1-\beta_1}}{\beta_1}\left(\frac{P}{\delta} - I_g\right) > 0 \tag{1.18}$$

$$S_E = \left(\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\right)\left(\frac{\frac{C}{r} + I_p}{\frac{P}{\delta} - I_g}\right) \tag{1.19}$$

Sendo $\beta_1 > 1$, teremos $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1$. Ou seja, a realização do investimento em ambiente de incerteza requer uma moeda doméstica suficientemente depreciada, de modo a igualar o valor esperado do fluxo de lucros actualizado ao respectivo custo de investimento e acrescido do valor da opção de investir.

Para o exemplo numérico considerado, tendo por base uma volatilidade de 0.2, a figura 1 tem representado o valor da opção de entrada bem como o valor da empresa dentro do mercado, líquido do custo de investimento, como função da taxa de câmbio,

Figura 1. Valor da opção de entrada, F(S) e valor actualizado líquido da empresa, com $\sigma = 0.2$.

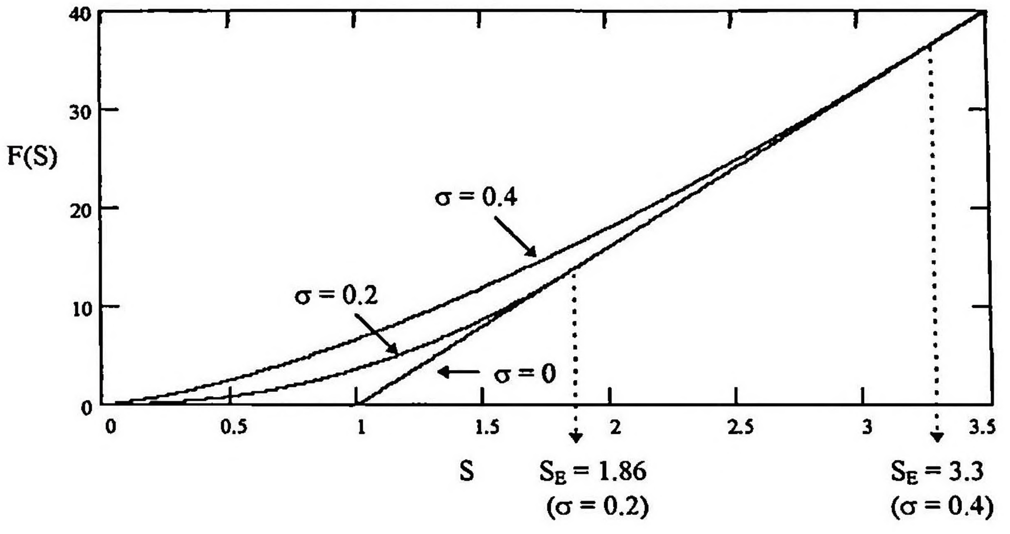


Assim, a empresa só entraria no mercado externo depois da taxa de câmbio atingir o valor de 1.86. Note-se que mesmo para baixos valores de S, o valor da opção de entrada é positivo, isto decorre do facto de existir sempre a probabilidade da taxa de câmbio ter uma evolução favorável no futuro que leve ao exercício da opção.

Tal como ocorre nas opções financeiras, onde a volatilidade do preço do activo subjacente influencia positivamente o valor da opção, o valor da opção de entrada no mercado também evoluirá positivamente com aumentos da volatilidade da taxa de câmbio. Pois, quanto maior for a incerteza, maior será a probabilidade da moeda doméstica se apreciar no futuro, e portanto, maiores serão as probabilidades de incorrer em perdas. Desta forma, o valor de esperar, adiando a decisão de investimento, será também superior, por quanto, maior se torna o custo de oportunidade de investimento imediato. Daqui decorre que em ambientes mais voláteis, a empresa terá maior relutância em entrar no mercado externo, exigindo, para realizar o investimento, um valor superior para a taxa de câmbio. A incerteza tem um efeito na incidência do investimento, adiando a entrada no mercado externo.

Este aspecto está ilustrado na figura 2 onde temos representado o valor da opção de entrada para diferentes valores de volatilidade[5], e os respectivos valores para a taxa de câmbio crítica.

Figura 2. Valor da opção de entrada no mercado externo para σ =0, 0.2 e 0.4.



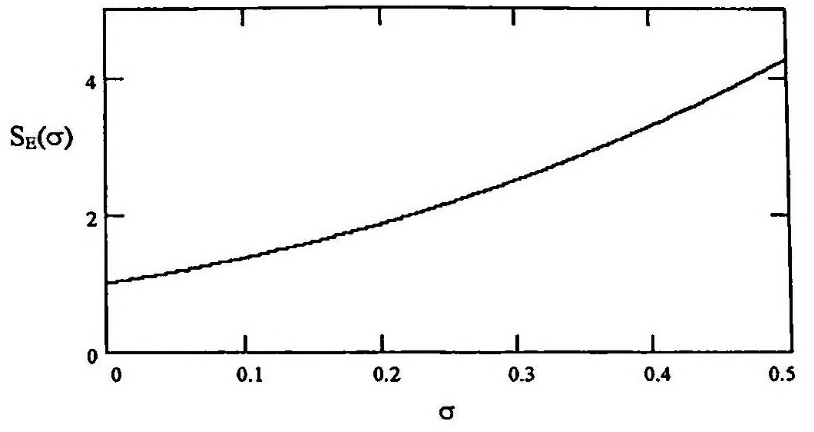
Quando a volatilidade da taxa de câmbio assume o valor de 0.4, maior se torna o valor da opção de entrar no mercado externo e a taxa de câmbio óptima de entrada passa para 3.3. Esta relação positiva entre a taxa de câmbio crítica de entrada e a volatilidade pode ser vista directamente pelo estudo da expressão (1.19). Derivando S_E em relação a volatilidade obtemos:

$$\frac{\partial S_E}{\partial \sigma} = -\frac{\partial \beta_1}{\partial \sigma}\frac{1}{(\beta_1 - 1)^2}\left(\frac{\frac{C}{r}+I_p}{\frac{P}{\delta}-I_m}\right) > 0$$

A derivada é positiva uma vez que $\frac{\partial \beta_1}{\partial \sigma} < 0$. Um aumento na volatilidade aumenta o valor da taxa de câmbio crítica a partir do qual é óptimo investir. A figura 3 mostra-nos como evolui o valor de S_E em função da volatilidade para o exemplo numérico que temos vindo a apresentar.

[5] Ao considerar-se as alterações na volatilidade assumiu-se que tudo o resto se manteve constante. Isto equivale a pressupor que σ é independente dos outros parâmetros; na realidade poderá existir uma interdependência nomeadamente com δ.

Figura 3. Valor da taxa de câmbio crítica de entrada como função da volatilidade.



1.4 Entrada inicial, saída e reentrada.

Vamos considerar agora, que a empresa, depois de ter entrado no mercado externo e portanto estar a exportar, tem a possibilidade de abandoná-lo caso esteja a incorrer em perdas devido a uma moeda doméstica muito apreciada. Essa flexibilidade, confere um valor adicional à empresa, que será tanto maior quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio.

Neste caso, teremos que distinguir três momentos de decisão que ocorrem sequencialmente. A decisão de entrada inicial no mercado externo, a decisão de abandono do mercado e finalmente a decisão de reentrada. Pelo que chegaremos a três valores críticos distintos para a taxa de câmbio. O valor da taxa de câmbio que leva à entrada inicial, S_E; o valor da taxa de câmbio que leva o exportador a sair do mercado externo, S_S; e o valor da taxa de câmbio que leva a empresa a reentrar no mercado externo, S_R. Note-se que S_E irá ser diferente de S_R, pois os custos que são realizados nas duas situações são diferentes. No momento de entrada inicial, o exportador terá que incorrer numa despesa igual a $I_p + SI_g$, enquanto que após o abandono, a reentrada impõe, apenas, o pagamento de SI_g. Desta forma teremos: $S_S < S_R < S_E$.

Da mesma maneira que há uma analogia entre a opção de realizar o investimento e uma opção de compra sobre uma acção que paga dividendo, também existe uma analogia entre a opção de saída do mercado e uma opção de venda sobre uma acção que paga dividendo.

Num ambiente de ausência de incerteza, a empresa deixaria de exportar quando a receita em moeda doméstica não fosse suficiente para cobrir os custos variáveis de produção, ou seja, quando a taxa de câmbio assume valores para os quais o lucro operacional é negativo:

$$SP - C < 0 \quad \Leftrightarrow \quad S < \frac{C}{P}$$

No nosso exemplo numérico, a empresa abandonaria o mercado externo quando a taxa de câmbio fosse inferior ou igual a 0.5.

Com taxas de câmbio voláteis, a empresa não abandonará o mercado logo que os seus lucros passem a ser negativos, pois existe um custo de oportunidade de abandono imediato. Esse custo de oportunidade decorre do facto de existir a probabilidade da taxa de câmbio ter uma evolução favorável no futuro, e da natureza irreversível e perecível do investimento em *good will*, de modo que, se a empresa sair terá que realizar de novo esse investimento, para voltar a reentrar no futuro. É o lado positivo da incerteza que governa a decisão de saída. Esse custo de oportunidade diminui com a diminuição da taxa de câmbio, uma vez que, quanto menor for esta, menor será a probabilidade da moeda doméstica se depreciar o suficiente de forma que as receitas cubram os custos variáveis.

Por outro lado, permanecer no mercado comporta um custo de oportunidade que corresponde às perdas que está a suportar. Essas perdas serão tanto maiores quanto menor for a taxa de câmbio, e portanto maior será o custo de oportunidade de adiar a saída do mercado.

Enquanto o custo de oportunidade da saída imediata for superior ao de permanecer no mercado, a empresa adiará o abandono e continuará a exportar. A opção de saída só será exercida quando a taxa de câmbio assumir um valor para o qual se verifica a igualdade entre estes dois custos.

Depois de sair do mercado, a decisão de reentrada é análoga à decisão de entrada inicial. A empresa só voltará a exportar, e portanto a realizar o investimento em *good will*, quando a moeda doméstica estiver suficientemente depreciada.

Podemos então distinguir três estados para a empresa:

1. Quando a empresa se encontra fora do mercado externo e tem a possibilidade de realizar o investimento inicial, ou seja, entrar pela primeira vez no mercado, e vamos designar por $F^S(S)$ o valor de opção de entrada inicial.
2. Quando a empresa está a exportar e detém a opção de sair do mercado, designando-se por $V^S(S)$ o valor da empresa.
3. Finalmente, quando a empresa abandonou o mercado e tem a opção de reentrar, cujo valor vamos designar por $J^S(S)$.

Tal como fizemos anteriormente, vamos obter as soluções para $F^S(S)$, $V^S(S)$ e $J^S(S)$, utilizando a análise de direitos contingentes. Criamos uma carteira dinâmica com uma posição longa no activo que queremos valorizar, ($F^S(S)$, $V^S(S)$ e $J^S(S)$), e uma posição curta em moeda estrangeira por forma a eliminar o risco da carteira (essa posição curta será de F_S^S, V_S^S e J_S^S unidades para a valorização de $F^S(S)$, $V^S(S)$ e $J^S(S)$ respectivamente). Igualando o retorno da carteira ao retorno que seria obtido através da aplicação do valor da carteira à taxa isenta de risco, obtemos a equação diferencial para o activo.

As equações diferenciais para o valor da opção de entrada inicial, $F^S(S)$, e da opção de reentrada, $J^S(S)$, são análogas à equação (1.12), e são dadas, respectivamente por:

(1.20) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS}^S + (r-\delta)SF_S^S - rF^S = 0$$

(1.21) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 J_{SS}^S + (r-\delta)SJ_S^S - rJ^S = 0$$

cujas soluções gerais são respectivamente:

(1.22) $$F^S(S) = A_0 S^{\beta_1} + B_0 S^{\beta_2}$$

(1.23) $$J^S(S) = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2}$$

em que β_1 e β_2 são as raízes da equação característica, e cujas expressões são dadas por (1.14).

Para o valor da empresa quando está a exportar, $V^S(S)$, a equação diferencial será:

(1.24) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^S + (r-\delta)SV_S^S - rV^S + SP - C = 0$$

Ao contrário dos outros casos, corresponde a uma equação diferencial não homogénea de 2ª ordem, porque a detenção da posição longa no projecto gera um fluxo de rendimento que é o lucro operacional: (SP - C)dt.

A solução geral dessa equação diferencial será dada pela soma da solução complementar com uma solução particular. A solução complementar corresponde à solução da parte homogénea da equação:

(1.25) $$V^S(S) = A_2 S^{\beta_1} + B_2 S^{\beta_2}$$

e representa o valor da opção de abandonar o mercado.

Uma solução particular será[6]:

(1.26) $$V^S(S) = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

que representa, como já vimos no ponto anterior, o valor esperado do fluxo de lucros actualizado, isto é, a componente fundamental do valor da empresa.
Assim, a solução geral da equação (1.24) é:

(1.27) $$V^S(S) = A_2 S^{\beta_1} + B_2 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

Temos nove incógnitas, as constantes A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, e B_2 e os valores críticos para a taxa de câmbio de entrada inicial, saída e reentrada, S_E, S_S e S_R respectivamente, que serão determinadas com base em nove condições fronteira:

a2) $F^S(0) = 0$
b2) $J^S(0) = 0$

[6] A obtenção da solução particular consta no anexo.

c2) $\lim_{S\to\infty} V^S(S) = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$

d2) $F^S(S_E) = V^S(S_E) - I_p - S_E I_g$

e2) $F_S^S(S_E) = V_S^S(S_E) - I_g$

f2) $V^S(S_S) = J^S(S_S)$

g2) $V_S^S(S_S) = J_S^S(S_S)$

h2) $J^S(S_R) = V^S(S_R) - S_R I_g$

i2) $J_S^S(S_R) = V_S^S(S_R) - I_g$

As condições *a2)* e *b2)* resultam do facto do valor zero constituir uma barreira absorvente para os movimentos brownianos. Daqui decorre que os valores das opções de entrada inicial e reentrada sejam nulos para S=0, e portanto, uma vez que $\beta_2<0$, teremos que ter $B_0 = B_1 = 0$.

A condição *c2)* elimina as bolhas especulativas. À medida que a taxa de câmbio atinge valores muito elevados, o valor da opção de saída tenderá para zero, uma vez que a probabilidade de ser exercida se torna cada vez menor. Portanto, o valor da empresa deverá ser dado pelos fundamentos. Então, uma vez que $\beta_1>1$, temos que ter $A_2 = 0$.

As condições *d2)* e *e2)* são as condições *value matching* e *smooth pasting*, quando a opção de entrada inicial é exercida. No óptimo, a empresa entra no mercado externo quando o valor da opção de entrada é igual ao valor da empresa dentro do mercado, líquido dos custos de investimento, e essa igualdade deve ocorrer em termos marginais.

As condições *f2)* e *g2)* são as condições *value matching* e *smooth pasting* que se têm que verificar quando a empresa decide abandonar o mercado. No momento de saída, o valor da empresa quando está a exportar, deve ser igual ao valor da opção de reentrar no mercado externo.

Finalmente *h2)* e *i2)* são as condições *value matching* e *smooth pasting* que se têm de verificar aquando da reentrada óptima no mercado externo.

Uma vez que as decisões da empresa ocorrem de forma sequencial, temos primeiro que obter as incógnitas afectas a $V^S(S)$ e $J^S(S)$, e só depois é que podemos determinar a solução de $F^S(S)$.

Vamos então começar por valorizar a empresa quando já está a exportar e a opção de reentrar no mercado. Com $B_1 = A_2 = 0$, passamos a ter:

(1.28) $$V^S(S) = B_2 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

(1.29) $$J^S(S) = A_1 S^{\beta_1}$$

As constantes B_2 e A_1 assim como os valores críticos da taxa de câmbio que governam a saída e a reentrada, S_S e S_R, serão determinados com base nas quatro últimas condições fronteira. Teremos então:

f2) $$B_2 S_S^{\beta_2} + \frac{S_S P}{\delta} - \frac{C}{r} = A_1 S_S^{\beta_1}$$

g2) $$\beta_2 B_2 S_S^{\beta_2 - 1} + \frac{P}{\delta} = \beta_1 A_1 S_S^{\beta_1 - 1}$$

h2) $$A_1 S_R^{\beta_1} = B_2 S_R^{\beta_2} + \frac{S_R P}{\delta} - \frac{C}{r} - S_R I_g$$

i2) $$\beta_1 A_1 S_R^{\beta_1 - 1} = \beta_2 B_2 S_R^{\beta_2 - 1} + \frac{P}{\delta} - I_g$$

Utilizando *f2)* e *g2)* obtemos a expressão de B_2, e com *h2)* e *i2)* a expressão de A_1:

(1.30) $$B_2 = \frac{S_S^{-\beta_2}}{(\beta_1 - \beta_2)}\left[(1-\beta_1)\frac{S_S P}{\delta} + \beta_1 \frac{C}{r}\right] > 0$$

(1.31) $$A_1 = \frac{S_R^{-\beta_1}}{(\beta_1 - \beta_2)}\left[(1-\beta_2)\left(\frac{S_R P}{\delta} - S_R I_g\right) + \beta_2 \frac{C}{r}\right] > 0$$

Para os valores críticos da taxa de câmbio não existe forma fechada, sendo apenas obtidos numericamente e correspondem à solução do seguinte sistema:

$$(1.32) \qquad \begin{cases} S_S^{\beta_1}\left[(1-\beta_2)\left(\frac{S_R P}{\delta} - S_R I_g\right) + \beta_2 \frac{C}{r}\right] = S_R^{\beta_1}\left[(1-\beta_2)\frac{S_S P}{\delta} + \beta_2 \frac{C}{r}\right] \\ S_S^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)\left(\frac{S_R P}{\delta} - S_R I_g\right) + \beta_1 \frac{C}{r}\right] = S_R^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)\frac{S_S P}{\delta} + \beta_1 \frac{C}{r}\right] \end{cases}$$

Para o exemplo que temos vindo a considerar, obtemos $S_R = 0.95$ e $S_S = 0.31$[7]. Note-se, como já fizemos referência, que o valor da taxa de câmbio que leva a empresa a abandonar o mercado externo é inferior ao valor a partir do qual a empresa começa a ter lucros negativos (que para o nosso exemplo é $S = 0.5$).

As taxas de câmbio críticas que governam a decisão de saída e reentrada vão depender quer do custo imediato da passagem de um estado para o outro quer dos custos que estão associados com potenciais alterações. Ou seja, a taxa de câmbio crítica de saída dependerá de dois custos: um custo directo - custo imediato da saída - isto é, o montante que a empresa teria que pagar para abandonar o mercado; e um custo potencial - custo do investimento em *good will* - que corresponde à despesa que terá de realizar caso reentre no mercado. Da mesma forma, a taxa de câmbio crítica de reentrada dependerá quer do custo imediato de reentrar no mercado, quer do custo potencial que estará associado à saída do mercado. Concretamente, quanto mais elevado for custo de investimento em *good will* maior a disposição da empresa para incorrer em perdas antes de abandonar o mercado, e portanto S_S será menor. Por outro lado, a taxa de câmbio exigida para voltar a reentrar no mercado - S_R - será maior. O mesmo ocorrerá para o custo de saída. Naturalmente existe um efeito assimétrico de cada um dos custos sobre as taxas de câmbio críticas. Assim uma alteração no custo de reentrada, terá um maior impacto na taxa de câmbio crítica de reentrada do que na de saída.

[7] As soluções númericas ao longo de todo o trabalho foram obtidas utilizando o software Mathcad PLUS.

A natureza irreversível e perecível do investimento em *good will* conduz a uma diferença entre a taxa de câmbio crítica de saída e de reentrada. Se esse investimento fosse totalmente reversível, a empresa sairia do mercado logo que começasse a incorrer em perdas, recuperando a totalidade desse investimento, e reentraria logo que começasse a obter lucros. O mesmo ocorreria, se o investimento não se desgastasse quando as exportações cessam, uma vez que depois de sair, não teria que voltar a incorrer no custo de reentrada. Em ambas as situações a taxa de câmbio de saída e de reentrada seria a mesma.

Ora a diferença existente entre essas duas taxas de câmbio define uma banda de inacção para a empresa. Isto é, a empresa mantém a sua posição, dentro ou fora do mercado, quando o valor da taxa de câmbio se encontrar dentro dessa banda, dando origem ao fenómeno de histerese[8]. Assim se a taxa de câmbio estiver inicialmente dentro dessa banda e passar a assumir um valor inferior a S_S, a empresa abandona o mercado, não basta que a taxa de câmbio volte ao seu valor inicial para a empresa reentrar; esta entrada só ocorrerá quando a taxa de câmbio atingir um valor superior ou igual a S_R.

Adaptando a análise de Dixit (1989a) ao caso presente, podemos analisar o comportamento da empresa quando a taxa de câmbio se situa dentro da banda de histerese através da função $H^S(S)$ definida da seguinte forma:

$$H^S(S) = V^S(S) - J^S(S) \quad \Leftrightarrow$$

$$H^S(S) = B_2 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r} - A_1 S^{\beta_1} \qquad (1.33)$$

Note-se que $V^S(S)$ define o valor da empresa no mercado externo apenas no intervalo de taxas de câmbio (S_S, ∞), pois para valores inferiores, a empresa abandona o mercado e o seu valor é dado pelo valor da opção de reentrar, $J^S(S)$. Por outro lado, a opção de reentrar no mercado só está definido para o intervalo de taxas de câmbio $(0, S_R)$. A partir de S_R a empresa volta a exportar, realizando o investimento em *good will*, e assumindo

[8]Haverá histerese quando choques temporários têm efeitos que não desaparecem quando os choques são removidos.

um valor $V^S(S)$. De modo que a função $H^S(S)$ só está definida para o intervalo de taxas de câmbio (S_S, S_R), que corresponde à banda de histerese, e pode ser interpretado como o valor incremental da empresa voltar a exportar, depois de ter abandonado o mercado externo.

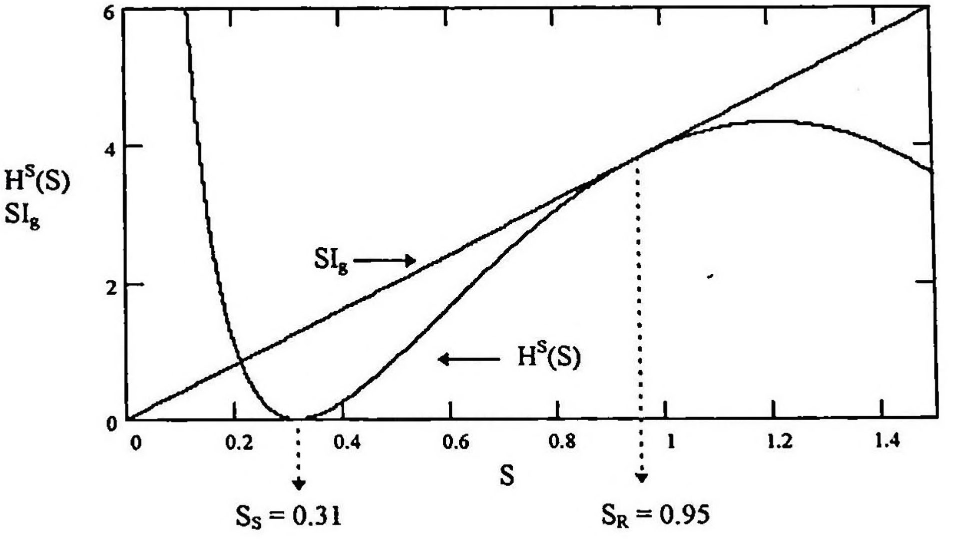
Aplicando as condições fronteira *f2), g2), h2)* e *i2)* à função $H^S(S)$, teríamos:

$$H^S(S_S) = 0 \qquad H^S_S(S_S) = 0 \qquad H^S(S_R) = S_R I_g \qquad H^S_S(S_R) = I_g$$

Os valores críticos da taxa de câmbio de saída e reentrada poderiam então ser obtidos ajustando os coeficientes A_1 e B_2 até a função $H^S(S)$ ser tangente à recta SI_g e ao eixo das abcissas. Os respectivos pontos de tangência definiriam S_R e S_S.

Na figura 4 temos representada a função $H^S(S)$, e a respectiva determinação de S_S e S_R, para $\sigma = 0.2$.

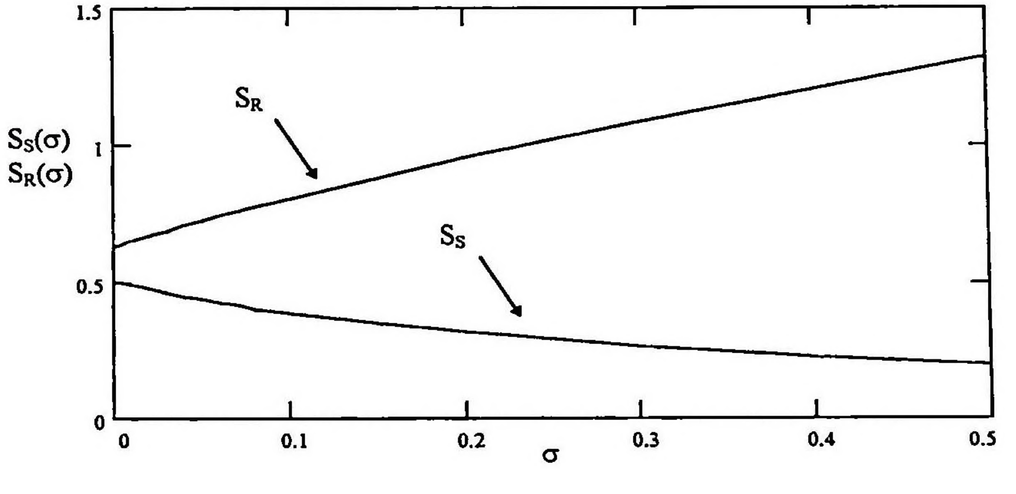
Figura 4. Determinação dos valores da taxa de câmbio crítica de saída, S_S, e reentrada, S_R, para $\sigma = 0.2$



Como vimos no ponto anterior, o valor da opção de entrar no mercado externo e a taxa de câmbio crítica de entrada têm uma relação positiva com a volatilidade da taxa de câmbio. Pelas mesmas razões, o valor da opção de reentrar no mercado e a respectiva taxa de câmbio crítica também aumentam de valor com uma taxa de câmbio mais volátil.

Para a opção de saída, a relação positiva entre o seu valor e a volatilidade mantem-se, de modo que um acréscimo na volatilidade diminuirá o valor da taxa de câmbio crítica de saída. Quanto mais volátil for a taxa de câmbio, maior será a probabilidade da moeda doméstica se depreciar no futuro e portanto maior será o custo de oportunidade da saída imediata. Daqui decorre que em ambientes mais incertos, a empresa estará disposta a sofrer maiores perdas e portanto a exigir um menor valor para a taxa de câmbio crítica de saída. Desta forma, maior incerteza provocará um alargamento da banda de histerese. Este alargamento está ilustrado na figura 5 onde constam os valores críticos da taxa de câmbio como função da volatilidade.

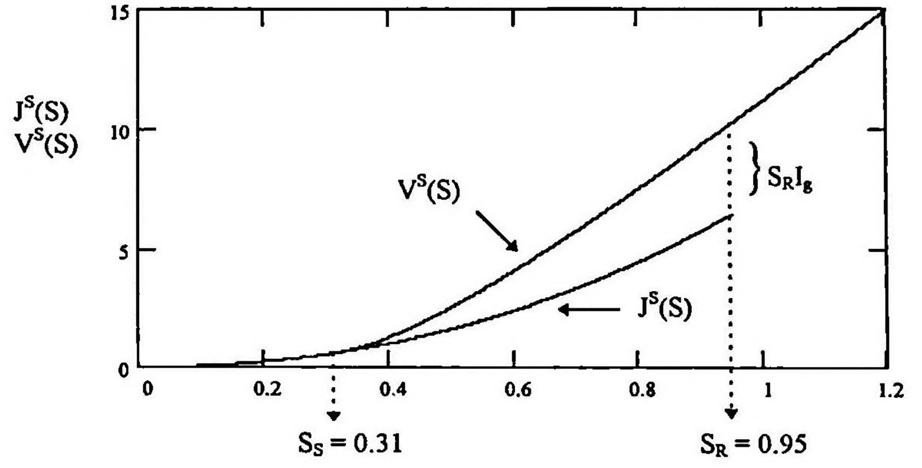
Figura 5. Taxas de câmbio críticas de saída e reentrada como função da volatilidade.



Note-se que mesmo em ambiente de taxas de câmbio certas, existe diferença entre taxa de câmbio de saída e de reentrada, como podemos verificar na figura 5. A taxa de câmbio de saída quando σ =0, como já vimos, é aquela que permite cobrir apenas os custos variáveis, $S_S = \frac{C}{P}$; a taxa de câmbio de reentrada será aquela que cobre a totalidade dos custos, isto é, que torna o valor actualizado dos fluxos de lucros, líquido do custo de investimento para reentrar, nulo: $\frac{S_R P - C}{r} - S_R I_g = 0$. No nosso exemplo numérico, temos $S_S = 0.5$ e $S_R = 0.625$.

A figura 6 mostra como evolui o valor da empresa quando está a exportar, $V^S(S)$, e quando está fora do mercado detendo a opção de reentrar, $J^S(S)$, em função da taxa de câmbio, para uma volatilidade da taxa de câmbio $\sigma = 0.2$.

Figura 6. Valor da opção de reentrar e da empresa quando está a exportar, com $\sigma = 0.2$.



Quando a empresa está a exportar, o seu valor, $V^S(S)$, deriva do valor esperado do fluxo de lucros actualizados e da opção de poder abandonar o mercado. Essa opção será exercida quando a taxa de câmbio corrente atingir um valor igual ou inferior a S_S, passando a empresa a valer $J^S(S)$, valor esse que é dado pela opção de poder reentrar. Note-se que uma vez que a empresa não incorre em qualquer custo directo para sair, $V^S(S)$ é tangente a $J^S(S)$ para $S = S_S$. Por sua vez, quando a empresa estiver fora do mercado, a opção de reentrar só será exercida quando a taxa de câmbio atingir valores superiores ou iguais a S_R, pagando o custo de investimento e o valor da empresa será $V^S(S)$. Note-se que no exercício óptimo, quando $S = S_R$, temos $V^S(S) = J^S(S) + SI_g$.

A flexibilidade de poder abandonar o mercado e reentrar no futuro, torna a empresa mais valiosa. Enquanto a empresa estiver a exportar, esse acréscimo de valor advém da opção de saída que a empresa detém:

(1.34) $$V^S(S) - V(S)^9 = B_2 S^{\beta_2} \quad \text{se } S \geq S_S$$

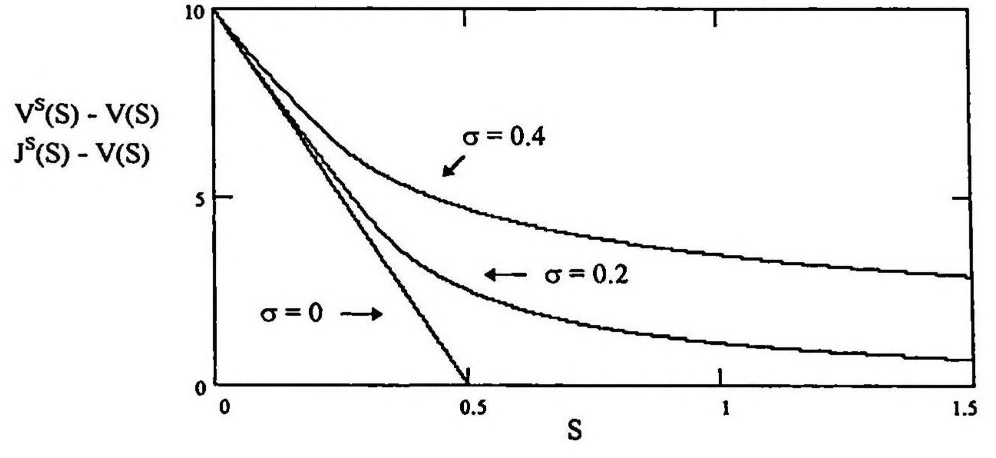
Se a taxa de câmbio atingir um valor inferior a S_S, a empresa abandona o mercado e o acréscimo de valor resulta da opção de reentrar no mercado e das perdas em que deixa de incorrer:

(1.35) $$J^S(S) - V(S) = A_1 S^{\beta_1} - \frac{SP}{\delta} + \frac{C}{r}$$

[9] V(S) é dado pela expressão (1.6)

Desta forma, e dada a relação positiva entre a volatilidade e os valores das opções, quanto mais elevada for a volatilidade maior será o acréscimo de valor para a empresa que detém a possibilidade de abandonar e reentrar no mercado. Isto está ilustrado na figura 7 onde consta o acréscimo de valor para diferentes volatilidades da taxa de câmbio[10].

Figura 7. Acréscimo do valor da empresa exportadora resultante da detenção das opções de saída e reentrada, para σ = 0, 0.2 e 0.4.



A saída do mercado que temos estado a considerar refere-se, na prática, a um abandono temporário que se pode manter indefinidamente enquanto a taxa de câmbio se situar abaixo de S_R, uma vez que, para voltar a entrar só tem que realizar uma parte do investimento feito no momento de entrada inicial. Isto decorre do facto de termos assumido que o investimento produtivo não se desgasta, tendo por isso vida infinita. Uma hipótese mais realista seria considerar, por exemplo, a existência de um custo de manutenção da capacidade produtiva quando esta não está a ser utilizada. Em tal situação, teríamos uma quarta taxa de câmbio crítica que levaria ao abandono definitivo, no sentido de que para reentrar no mercado externo a empresa teria que voltar a incorrer na totalidade do custo de investimento, em *good will* e na unidade produtiva.

Se a empresa não pudesse reentrar no mercado, depois de o abandonar, estaria disposta a sofrer maiores perdas antes de se decidir a deixar de exportar, pois neste caso a saída seria definitiva. O valor da taxa de câmbio crítica que governaria a saída seria, desta

[10] O gráfico pressupõe que inicialmente a empresa está a exportar, e portanto $S>S_S$. Se a taxa de câmbio atingir um valor inferior a S_S o gráfico definido para $S>S_S$ deixa de ser válido.

forma, inferior. As condições fronteira *h2)* e *i2)* desapareceriam e nas condições *f2)* e *g2)* substituiríamos $J^S(S)$ e $J^S_S(S)$ por zero.

Tendo determinado o valor da empresa quando está a exportar, $V^S(S)$, podemos agora analisar a regra óptima de entrar, pela primeira vez, no mercado externo. Isto é, determinar quer o valor da opção de entrada inicial, $F^S(S)$, quer o respectivo valor crítico da taxa de câmbio de entrada, S_E.

Utilizando as condições fronteira *d2)* e *e2)*, obtemos as expressões para a constante A_0 e para a taxa de câmbio crítica que governa o exercício da opção de entrada, S_E.

$$(1.36)\quad A_0 = \frac{S_E^{-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2}\left[(1-\beta_2)\left(\frac{S_E P}{\delta} - S_E I_g\right) + \beta_2\left(\frac{C}{r} + I_p\right)\right] > 0$$

$$(1.37)\quad S_E^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)\frac{S_S P}{\delta} + \beta_1\frac{C}{r}\right] - S_S^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)\left(\frac{S_E P}{\delta} - S_E I_g\right) + \beta_1\left(\frac{C}{r} + I_p\right)\right] = 0$$

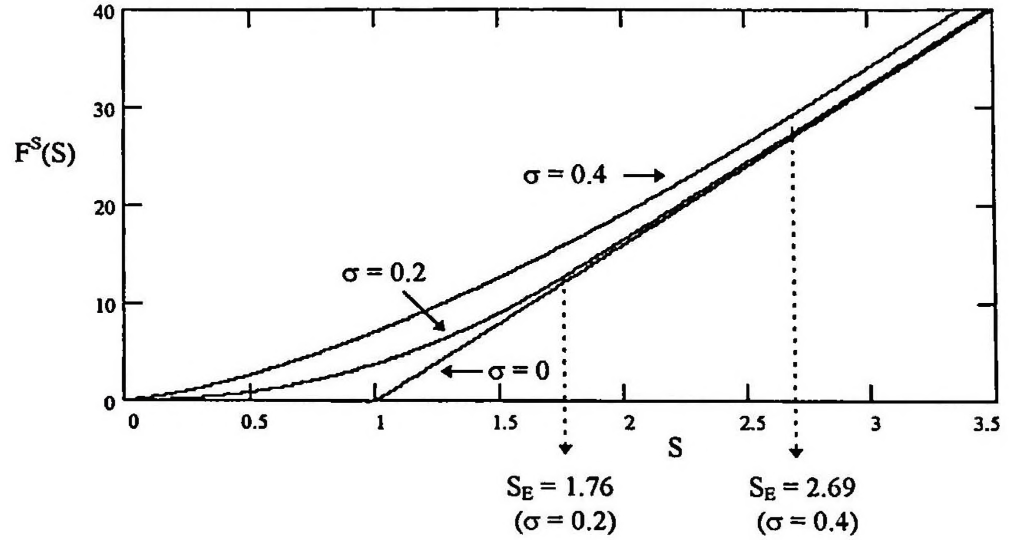
Tal como acontecia para as taxas de câmbio críticas de saída e reentrada, não existe forma fechada para S_E, só podendo ser obtido numericamente.

A opção de entrada inicial só está definida para valores da taxa de câmbio inferiores ou iguais a S_E. Ou seja, quando a opção vale mais "viva" do que "morta" e portanto a empresa, optimamente, mantém-se fora do mercado adiando a decisão de entrada. Para valores superiores, torna-se óptimo realizar o investimento, isto é, exercer a opção pagando o custo de exercício $I_p + SI_g$ e obtendo em troca $V^S(S)$, isto é, o valor esperado do fluxo actualizado de lucros inerentes à exportação mais o valor da opção de abandonar o mercado no futuro. Desta forma, temos que:

$$(1.38)\qquad F^S(S) = \begin{cases} A_0 S^{\beta_1} & \text{se } S \le S_E \\ V^S(S) - I_p - SI_g & \text{se } S > S_E \end{cases}$$

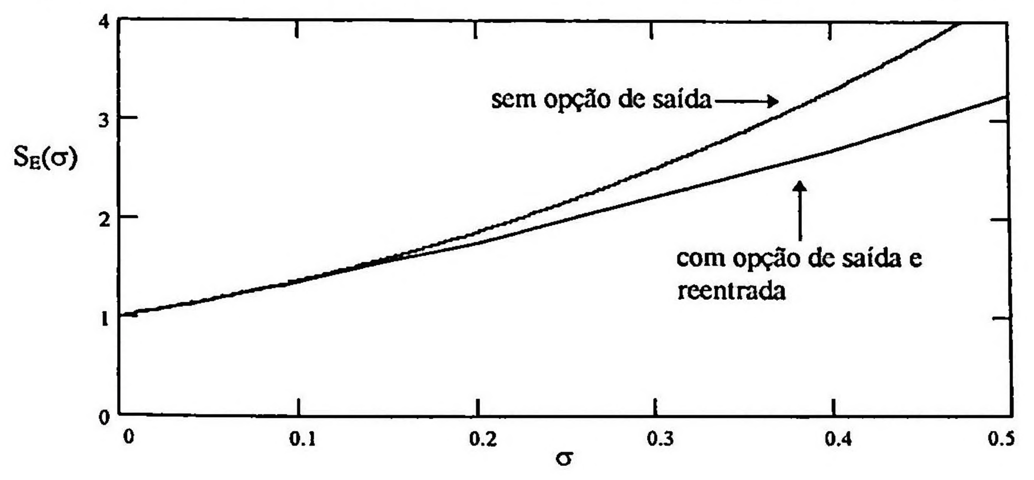
O efeito positivo da volatilidade quer sobre o valor da opção de entrada quer sobre a taxa de câmbio crítica de entrada, identificadas no ponto 1.3, para a empresa sem opção de saída, mantém-se para este caso, como ilustra a figura 8.

Figura 8. Valor da opção de entrada inicial no mercado externo para σ = 0, 0.2, 0.4.



O valor da oportunidade de investimento irá reflectir o acréscimo de valor conferido pela maior flexibilidade. Ou seja, a opção de entrada inicial valerá mais quando a empresa tem a possibilidade de sair do mercado. Essa diferença será tanto maior quanto maior for a volatilidade. Isto pode ser visto comparando a figura 8 com a figura 2. Por outro lado, essa flexibilidade acrescida, irá também ter influência na incidência do investimento inicial. Uma vez que a opção de saída limita as perdas face a evoluções desfavoráveis da taxa de câmbio, a empresa exigirá um menor valor para a taxa de câmbio crítica de entrada, e portanto adiará menos a decisão de entrada. Essa diferença também aumenta com o aumento da volatilidade, como ilustra a figura 9.

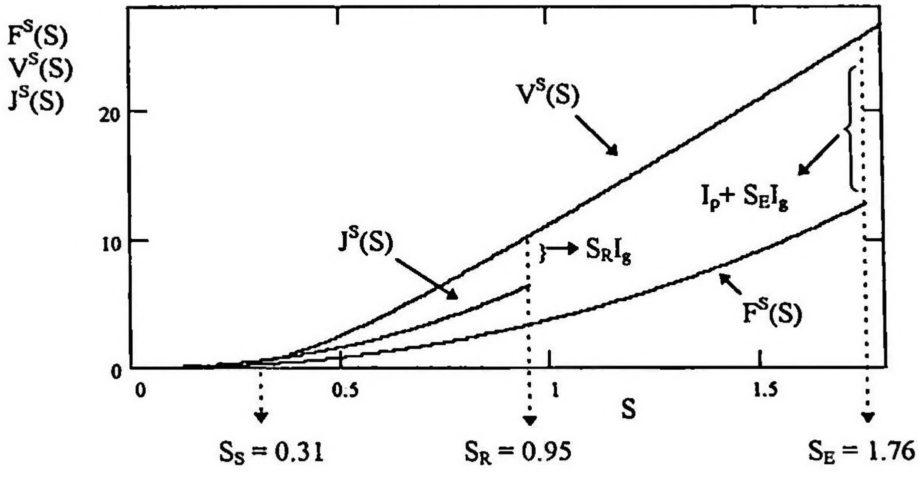
Figura 9. Comparação das taxas de câmbio críticas de entrada, S_E, com e sem opção de saída.



A figura 10 resume a evolução do valor da empresa em função da taxa de câmbio, para uma volatilidade de 0.2, nos diferentes estados em que a empresa, sequencialmente, se poderá situar:

- antes da entrada inicial, $F^S(S)$;
- dentro do mercado externo, $V^S(S)$;
- fora do mercado externo, depois do investimento inicial, $J^S(S)$.

Figura 10. Valor da empresa nos diferentes estados, com σ = 0.2.



Concluindo, a maior flexibilidade que advém da possibilidade de abandonar o mercado confere à empresa um acréscimo de valor. Essa opção de saída, juntamente com a possibilidade de reentrar no mercado, e da existência de irreversibilidade e perecibilidade no investimento externo, cria uma banda de histerese (histerese nas exportações), na qual a política óptima, por parte da empresa, é manter o *status quo*. Maior incerteza, terá um efeito positivo no valor da empresa, mas terá um efeito negativo sobre a incidência do investimento, que no entanto, será de alguma forma atenuado com a maior flexibilidade, e provocará também um alargamento da banda de inacção.

1.5 Deslocação da produção.

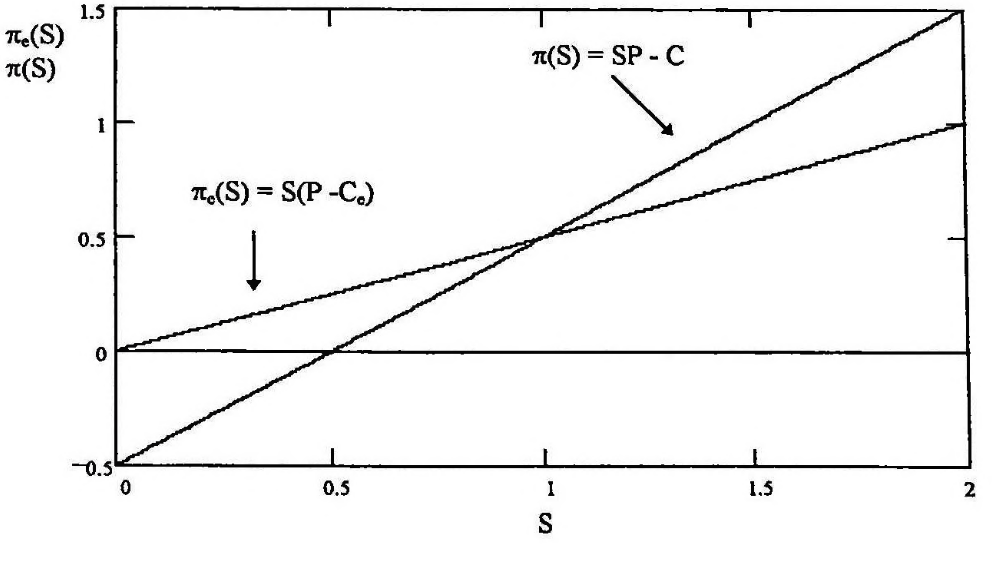
Kogut e Kulatilaka (1996) referem um terceiro modo operacional alternativo para a empresa que corresponde a realizar um investimento produtivo no país estrangeiro. Ou seja, face a apreciações da moeda doméstica, poderá ser óptimo para a empresa, em vez de abandonar temporariamente o mercado, passar a abastece-lo com produção local.

A vantagem desta alternativa está no aproveitamento do investimento em *good will* previamente realizado, sendo portanto apenas necessário efectuar o investimento na unidade produtiva para passar a beneficiar de maiores lucros quando a moeda doméstica estiver muito apreciada. A função lucro, quando a empresa produz no país estrangeiro é dada pela expressão (1.4) vista atrás :

(1.4) $$\pi_e(S) = S(P - C_e)$$

Evoluções desfavoráveis da taxa de câmbio aumentam o custo relativo de produzir no país doméstico, de modo que haverá um intervalo de taxas de câmbio para o qual, o lucro expresso em moeda doméstica, será superior quando a empresa estiver a produzir no mercado externo do que no mercado doméstico. A figura 11 mostra a função lucro nas duas situações para o exemplo numérico que estamos a considerar.

Figura 11. Funções lucro quando a empresa está a produzir no país doméstico ou estrangeiro.



Note-se que a empresa ao realizar o investimento em produção local, passa a deter a opção de deslocar de novo a produção para o país doméstico, opção essa que será exercida se a moeda doméstica se depreciar suficientemente, voltando portanto ao modo de exportação. Com as duas unidades produtivas montadas, a empresa passa a beneficiar de flexibilidade multinacional.

A realização do investimento produtivo em detrimento do abandono do mercado externo, para além de depender da diferença entre os custos variáveis domésticos e estrangeiros, que afecta o lucro relativo, dependerá em grande parte dos pesos relativos dos custos dos investimentos, em *good will*, I_g, e na unidade produtiva, I_{pe}. Quanto maior for o I_{pe} relativamente a I_g mais provável será o abandono.

Ao considerarmos a possibilidade de realizar o investimento produtivo externo, temos de distinguir quatro situações em que a empresa se pode encontrar:

1. Fora do mercado externo, não tendo realizado qualquer tipo de investimento, e neste caso, o valor da empresa é dado pelo valor da opção de entrada inicial que ela detém e que vamos designar por $F^I(S)$.
2. A exportar e tendo a opção de montar uma unidade produtiva no país estrangeiro, que designamos por $V^I(S)$.
3. A abastecer o mercado externo com produção local podendo deslocar a produção para o país doméstico, e o valor da empresa será dado por $G^I(S)$.
4. Finalmente, estar a exportar podendo redeslocar a produção para o país estrangeiro, cujo valor é $G(S)$.

Note-se que a passagem para cada situação, ocorre de forma sequencial, e será governada por quatro taxas de câmbio críticas: de entrada, S_E; de investimento produtivo no país estrangeiro, S_I; de deslocação da produção do país estrangeiro para o país doméstico, S_D; e de redeslocação da produção para o país estrangeiro, S_{RD}. Tal como foi analisado nos pontos anteriores, a opção de entrada inicial só será exercida se a taxa de câmbio corrente, S , for superior ou igual a S_E. Se assim for, a empresa vai incorrer num custo $I_p + SI_g$, deixando de valer $F^I(S)$ e passando a valer $V^I(S)$, que resulta do valor esperado do fluxo de lucros actualizado e do valor da opção de expandir o investimento no exterior. Se depois de estar a exportar, ocorrerem movimentos desfavoráveis da taxa de câmbio de forma que a taxa corrente seja inferior ou igual a S_I, então a empresa exerce a sua opção de montar uma unidade produtiva no mercado externo pagando o preço de exercício SI_{pe} e obtendo em troca um "activo" cujo valor é $G^I(S)$, o qual resulta do valor esperado do fluxo de lucros de estar a servir o mercado externo com produção local e do valor da opção de deslocar, no futuro, a produção para o mercado doméstico se a taxa de câmbio evoluir favoravelmente. Essa deslocação será efectivada, caso a taxa de câmbio corrente atinja valores superiores ou iguais a S_D. Nesta situação a empresa paga o custo de deslocação da produção, λ_1, voltando a exportar, e detendo agora a opção de redeslocar a produção para a unidade produtiva estrangeira, cujo valor global é G(S). A empresa optará por redeslocar a produção, pagando o respectivo custo, λ_2, se a taxa de câmbio for inferior ou igual a S_{RD}. Deveremos ter as seguintes relações de grandeza: $S_I<S_{RD}<S_D<S_E$. Dependendo dos valores assumidos pelos custos de deslocação, poderemos ainda ter o caso em que S_E seja inferior a S_D.

Note-se que, na prática, depois da empresa ter as duas unidades produtivas, estará sempre em actividade, quer a exportar, quer a produzir no país estrangeiro, nunca deixando de servir o mercado externo. Isto decorre do facto de assumirmos que quando a empresa está a produzir lá fora, todos os custos variáveis são incorridos em moeda estrangeira e desde que P seja superior a C_e, o fluxo de lucros será sempre positivo, para valores positivos da taxa de câmbio, como está ilustrado na figura 11 atrás. Desta forma a empresa nunca teria vantagem em deixar de produzir com apreciações da moeda doméstica. Para que tal ocorresse teríamos que considerar que uma parte dos custos continuasse a incorrer no país doméstico por forma existir um intervalo de taxas de câmbio para as quais o fluxo de lucros fosse negativo. Nesta situação, existiria então uma taxa de câmbio crítica que levava à cessação das actividades, isto é, ao abandono.

Utilizando a análise de direitos contingentes, como temos vindo a fazer, chegamos às seguintes soluções para o valor da empresa nos diferentes estados:

(1.39) $$F^I(S) = C_0 S^{\beta_1} + D_0 S^{\beta_2}$$

(1.40) $$V^I(S) = C_1 S^{\beta_1} + D_1 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

(1.41) $$G^I(S) = C_2 S^{\beta_1} + D_2 S^{\beta_2} + \frac{S(P - C_e)}{\delta}$$

(1.42) $$G(S) = C_3 S^{\beta_1} + D_3 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

Temos oito constantes, C_0, C_1, C_2, C_3, D_0, D_1, D_2 e D_3 e quatro taxas de câmbio críticas, S_E, S_I, S_D e S_{RD}, que serão determinadas com base em doze condições fronteira:

a3) $F^I(0) = 0$

b3) $G^I(0) = 0$

c3) $\lim\limits_{S\to\infty} V^I(S) = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$

d3) $\lim\limits_{S\to\infty} G(S) = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$

e3) $F^I(S_E) = V^I(S_E) - I_p - S_E I_g$

f3) $F^I_S(S_E) = V^I_S(S_E) - I_g$

g3) $V^I(S_I) = G^I(S_I) - S_I I_{pe}$

h3) $V^I_S(S_I) = G^I_S(S_I) - I_{pe}$

i3) $G^I(S_D) = G(S_D) - \lambda_1$

j3) $G^I_S(S_D) = G_S(S_D)$

k3) $G(S_{RD}) = G^I(S_{RD}) - \lambda_2$

l3) $G_S(S_{RD}) = G^I_S(S_{RD})$

As condições *a3)* e *b3)* impõem que $D_0 = D_2 = 0$, respectivamente e decorrem, como já referimos, das propriedades dos movimentos brownianos geométricos, uma vez que $\beta_2<0$.

As condições *c3)* e *d3)* eliminam as bolhas especulativas, e dado que $\beta_1>0$, retiramos que $C_1 = C_3 = 0$, respectivamente.

Ficamos assim com:

$$(1.39') \qquad F^{I}(S) = C_0 S^{\beta_1}$$

$$(1.40') \qquad V^{I}(S) = D_1 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

$$(1.41') \qquad G^{I}(S) = C_2 S^{\beta_1} + \frac{S(P - C_e)}{\delta}$$

$$(1.42') \qquad G(S) = D_3 S^{\beta_2} + \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$$

Então, $C_0 S^{\beta_1}$ representa o valor da opção de entrada inicial, isto é, de realizar pela primeira vez o investimento; $D_1 S^{\beta_2}$ representa o valor da opção de efectuar o investimento produtivo no mercado externo, $C_2 S^{\beta_1}$ e $D_3 S^{\beta_2}$ correspondem, respectivamente, aos valores das opções de deslocar a produção do país estrangeiro para o país doméstico; e deste para o país estrangeiro, e finalmente, $\frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$ e $\frac{S(P - C_e)}{\delta}$ representam o valor esperado do fluxo de lucros actualizado que advém das exportações e do abastecimento do mercado externo com produção local, respectivamente.

As restantes condições fronteira são as condições *value matching* e *smooth pasting* que se têm que verificar no exercício óptimo das opções, nomeadamente, quando a empresa exerce a opção de entrada inicial, passando do estado inactivo para o modo de exportação, *e3)* e *f3)*; quando exerce a opção de expandir o investimento no mercado externo, *g3) e h3)*; quando passa do modo de produção local para o modo de exportação, *i3)* e *j3)*; e finalmente, quando a empresa redesloca a produção para o país estrangeiro, *k3)* e *l3)*.

Uma vez que estamos na presença de opções compostas, que são exercidas de forma sequencial, temos que trabalhar recursivamente, como aconteceu no ponto anterior, para encontrar as regras óptimas de investimento. Assim começamos por valorizar a empresa quando esta já detém as duas unidades produtivas podendo deslocar a produção entre os países, $G^{I}(S)$ e $G(S)$, e determinamos as taxas de câmbio críticas de deslocação e redeslocação, S_D e S_{RD}. Seguidamente, valorizamos $V^I(S)$ e obtemos a taxa de câmbio crítica que governa a realização do investimento na unidade produtiva no país estrangeiro, S_I, e só depois valorizamos a opção de entrada inicial, $F^I(S)$ determinando a taxa de câmbio crítica de entrada, S_E.

Utilizando as condições *i3)* a *l3)* e as expressões (1.41') e (1.42') obtemos as constantes C_2, e D_3, bem como as taxas de câmbio críticas S_D e S_{RD}:

(1.43) $$D_3 = \frac{S_D^{-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2}\left[(1-\beta_1)\frac{S_D C_e}{\delta} + \beta_1\left(\frac{C}{r} + \lambda_1\right)\right] > 0$$

(1.44) $$C_2 = \frac{S_{RD}^{-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2}\left[(1-\beta_2)\frac{S_{RD} C_e}{\delta} + \beta_2\left(\frac{C}{r} - \lambda_2\right)\right] > 0$$

(1.45) $$\left(\frac{S_D}{S_{RD}}\right)^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)\frac{S_{RD} C_e}{\delta} + \beta_1\left(\frac{C}{r} - \lambda_2\right)\right] = \left[(1-\beta_1)\frac{S_D C_e}{\delta} + \beta_1\left(\frac{C}{r} + \lambda_1\right)\right]$$

(1.46) $$\left(\frac{S_{RD}}{S_D}\right)^{\beta_1}\left[(1-\beta_2)\frac{S_D C_e}{\delta} + \beta_2\left(\frac{C}{r} + \lambda_1\right)\right] = \left[(1-\beta_2)\frac{S_{RD} C_e}{\delta} + \beta_2\left(\frac{C}{r} - \lambda_2\right)\right]$$

Os valores críticos da taxa de câmbio de deslocação, S_D, e redeslocação da produção, S_{RD}, são as soluções do sistema constituído pelas equações (1.45) e (1.46). Mais uma vez não existe forma fechada para essas taxas de câmbio, de modo que só podem ser obtidos numericamente.

$G^I(S)$, está definido para o intervalo de taxas de câmbio $(0, S_D)$, e $G(S)$ está definido para o intervalo (S_{RD}, ∞). No intervalo de taxas de câmbio (S_{RD}, S_D), voltamos a ter um comportamento óptimo de inércia por parte da empresa, isto é, enquanto a taxa de câmbio se situar nesse intervalo a empresa mantém o seu modo operacional. Desta forma, estas duas taxas de câmbio críticas definem uma banda de histerese, que é denominada: histerese na produção. Se inicialmente, a taxa de câmbio corrente se situar dentro dessa banda, com a empresa a produzir no país estrangeiro, e houver uma depreciação da moeda doméstica que leve a taxa de câmbio a atingir um valor superior a

S_D, então, optimamente a empresa deslocará a produção para o país doméstico, passando a exportar. Mas se a taxa de câmbio diminuir para o seu valor de partida, a empresa não volta à sua posição inicial, isto é, não passa de novo a servir o mercado externo com produção local. Para que tal ocorresse seria necessária uma maior apreciação da moeda doméstica de forma a que a taxa de câmbio assumisse valores inferiores ou iguais a S_{RD}. Enquanto a taxa de câmbio estiver entre S_{RD} e S_D, a empresa manterá o seu modo operacional.

Tal como se fez para a opção de saída e reentrada no ponto anterior, podemos definir uma função $H^I(S)$ tal que:

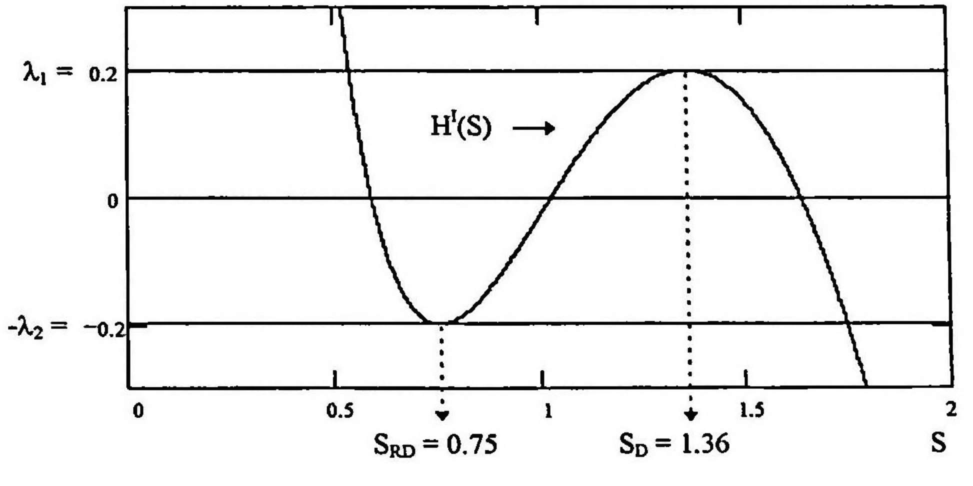
$$H^I(S) = G(S) - G^I(S)$$

e que representa o valor incremental da empresa quando passa do modo de produção local para o modo de exportação. Esta função só estará definida para o intervalo das taxas de câmbio (S_{RD}, S_D). Aplicando as condições fronteira *i3), j3), k3)* e *l3)* à função $H^I(S)$ obtemos:

$$H^I(S_D) = \lambda_1 \qquad H^I_S(S_D) = 0 \qquad H^I(S_{RD}) = -\lambda_2 \qquad H^I_S(S_{RD}) = 0$$

Ou seja, os valores para as taxas de câmbio críticas, S_D e S_{RD}, seriam obtidos ajustando os coeficientes C_2 e D_3, até que $H^I(S)$ fosse tangente às rectas λ_1 e $-\lambda_2$ respectivamente. Para o exemplo numérico considerado e utilizando $\sigma = 0.2$, a figura 12. apresenta a função $H^I(S)$ e a determinação dos valores para S_D e S_{RD}.

Figura 12. Determinação das taxas de câmbio críticas S_{RD} e S_D, com $\sigma = 0.2$.

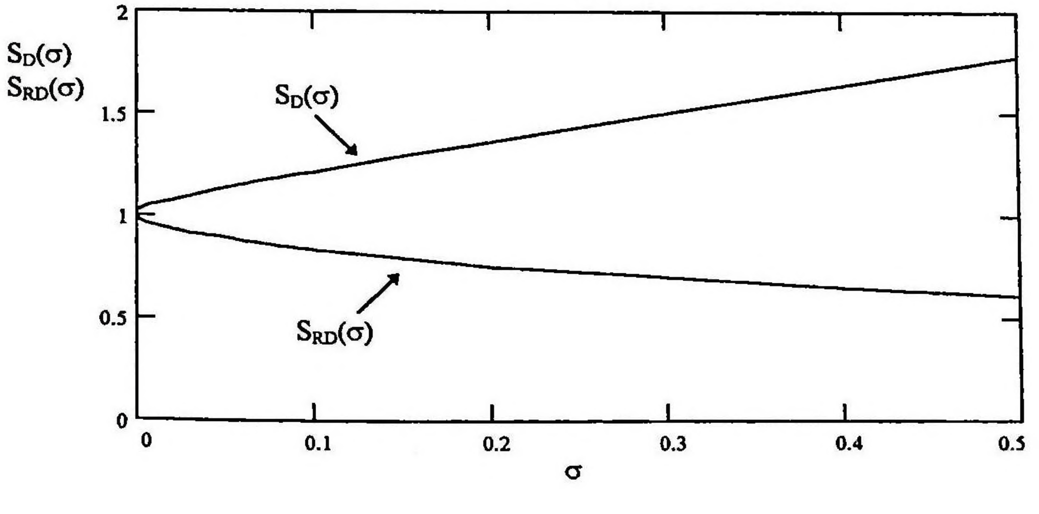


Como vimos no ponto anterior, a histerese na exportação resultava da perecibilidade do investimento em *good will*, neste caso, a histerese na produção resulta dos custos irrecuperáveis em que se incorre na deslocação da produção entre as unidades produtivas, λ_1 e λ_2. Mesmo na ausência de incerteza, existe diferença entre as taxas de câmbio críticas, pois a empresa só desloca a produção quando o benefício obtido, em termos de maiores lucros, é igual ou superior ao custo que teria que incorrer para deslocar a produção. Assim, as taxas de câmbio críticas seriam dadas por:

$$\frac{S_D P - C}{r} - \lambda_1 = \frac{S_D(P - C_e)}{r} \qquad \frac{S_{RD}(P - C_e)}{r} - \lambda_2 = \frac{S_{RD} P - C}{r}$$

Com taxas de câmbio incertas, uma vez que existe a probabilidade da moeda doméstica evoluir desfavoravelmente (isto é, apreciar-se quando a empresa desloca a produção para o país doméstico, ou depreciar-se quando desloca a produção para o país estrangeiro), a empresa não alterará o seu modo operacional logo que o benefício, em termos de valor esperado do fluxo de lucros actualizado, seja superior ao custo da alteração. Ou seja, a empresa exigirá uma maior taxa de câmbio para passar ao modo de exportação (S_D mais elevado), e uma menor taxa de câmbio para começar a servir o mercado externo com produção local (S_{RD} menor). Quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio maior será a taxa de câmbio crítica de deslocação, S_D, e menor será a taxa de câmbio crítica de redeslocação, S_{RD}. Maior incerteza provoca um alargamento da banda de histerese na produção tal como acontecia com a histerese nas exportações. Isto está ilustrado na figura 13. para o exemplo adoptado.

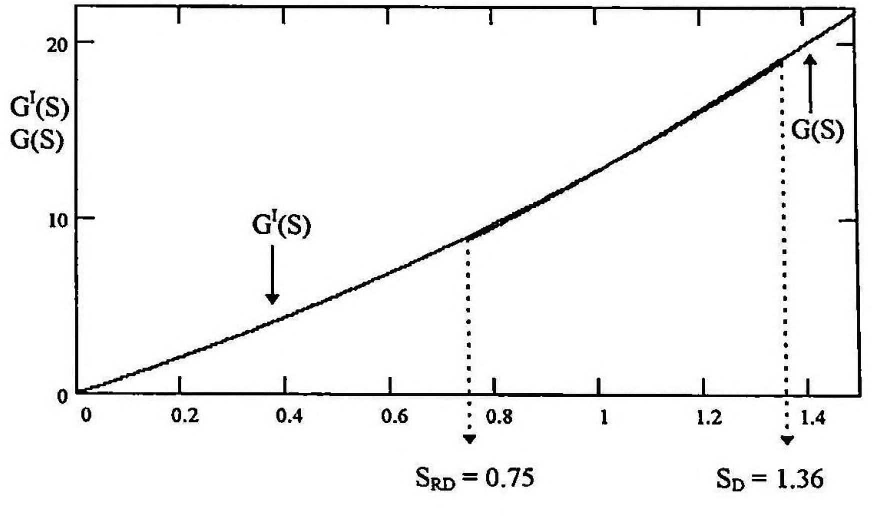
Figura 13. Banda de histerese na produção e volatilidade.



Naturalmente, a banda de histerese também aumentará com o aumento dos custos de deslocação. Quanto maior for λ_1 maior será S_D e menor será S_{RD}, o mesmo acontecendo com λ_2. No limite se não existissem custos inerentes à deslocação da produção de uma unidade produtiva para outra, teríamos $S_D = S_{RD}$.

A existência das duas unidades produtivas confere à empresa um acréscimo de valor que advém da flexibilidade multinacional. Esse acréscimo pode ser visto comparando a figura 6 com a figura 14, onde está representado o valor da empresa nos diferentes modos.

Figura 14. Valor da empresa quando está a exportar ou a produzir no mercado externo, com $\sigma = 0.2$.



A empresa só passará a beneficiar desta maior flexibilidade quando exercer a opção de instalar uma unidade produtiva no país estrangeiro. Vamos então analisar o exercício óptimo desta opção, isto é, valorizar $V^I(S)$ e obter o valor da taxa de câmbio crítica, S_I.

Utilizando as condições fronteira *g3)* e *h3)* e a expressão (1.40') que define o valor de $V^I(S)$, obtemos a constante D_I e a expressão da taxa de câmbio crítica, S_I.

$$(1.47) \qquad D_I = \frac{S_I^{-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2}\left[\beta_1 \frac{C}{r} + (1-\beta_1) S_I \left(\frac{C_e}{\delta} + I_{pe}\right)\right]$$

$$(1.48) \qquad \left(\frac{S_I}{S_{RD}}\right)^{\beta_1}\left[(1-\beta_2) S_{RD} \frac{C_e}{\delta} + \beta_2\left(\frac{C}{r} - \lambda_2\right)\right] = \left[(1-\beta_2) S_I \left(\frac{C_e}{\delta} + I_{pe}\right) + \beta_2 \frac{C}{r}\right]$$

A taxa de câmbio crítica é a solução da equação (1.48), só podendo ser obtida numericamente.

Quanto maior for a volatilidade, menor será a taxa de câmbio crítica, S_I. Por outro lado, S_I será tanto menor, quanto maior for, quer o custo de investimento produtivo, I_{pe}, que corresponde ao custo directo imediato do exercício da opção, quer os custos de deslocação da produção entre as unidades produtivas, que constituem custos potenciais, e que reduzem o valor da flexibilidade operacional.

A possibilidade da empresa poder instalar uma unidade produtiva no país estrangeiro, constitui uma alternativa ao abandono do mercado quando a moeda doméstica estiver muito apreciada. Assim a escolha óptima entre estas duas alternativas irá pois depender, dos benefícios líquidos que lhe estão associados e que se reflectem nas taxas de câmbio críticas S_S e S_I. Os benefícios de instalar uma unidade produtiva advém de um maior valor esperado dos fluxos de lucros actualizados e do valor da flexibilidade multinacional que passa a usufruir (que será tanto menor quanto maiores forem os custos de deslocar a produção entre os países). O custo directo associado a essa instalação corresponde ao custo do investimento, I_{pe}. Por sua vez, o benefício de abandonar o mercado resulta das perdas que se deixa de incorrer e do valor da opção de voltar a reentrar no futuro (que será tanto menor quanto maior for o custo de reentrada, isto é, o custo de investimento em *good will*). Abandono este, que não tem nenhum custo directo subjacente, por hipótese. A alternativa óptima para a empresa, será aquela que tiver um maior benefício líquido do custo directo e portanto terá associada uma maior taxa de câmbio crítica.

Assim, se o custo da unidade produtiva for muito elevado, poderemos ter $S_S > S_I$, sendo portanto melhor para a empresa abandonar, temporariamente, o mercado.

Para o exemplo que temos vindo a adoptar, (com $I_{pe} = 6$ e $I_g = 4$), e considerando uma volatilidade de 0.2, teríamos $S_I = 0.37$, que é superior ao valor da taxa de câmbio crítica de saída, calculada no ponto anterior, $S_S = 0.31$. Portanto, para os valores assumidos, a possibilidade de expandir o investimento no país estrangeiro confere um valor adicional à empresa. Se os custos de investimento fossem $I_{pe} = 8$ e $I_g = 2$, passávamos a ter $S_I = 0.32$

e $S_S = 0.34$. Neste caso, o facto da empresa poder realizar um investimento produtivo no mercado externo, não acrescenta valor à empresa, uma vez que essa opção nunca seria optimamente exercida.

Finalmente, valorizamos a opção de entrada inicial, expressão (1.39') e determinamos a respectiva regra óptima. Utilizando as condições *e3)* e *f3)* obtemos a constante C_0 e a equação cuja solução dá o valor da taxa de câmbio crítica de entrada, S_E:

$$(1.49) \qquad C_0 = \frac{S_E^{-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2}\left[(1-\beta_2)S_E\left(\frac{P}{\delta} - I_g\right) + \beta_2\left(\frac{C}{r} + I_p\right)\right]$$

$$(1.50) \qquad \left(\frac{S_E}{S_I}\right)^{\beta_2}\left[(1-\beta_1)S_I\left(\frac{C_e}{\delta} + I_{pe}\right) + \beta_1\frac{C}{r}\right] = \left[(1-\beta_1)S_E\left(\frac{P}{\delta} - I_g\right) + \beta_1\left(\frac{C}{r} + I_p\right)\right]$$

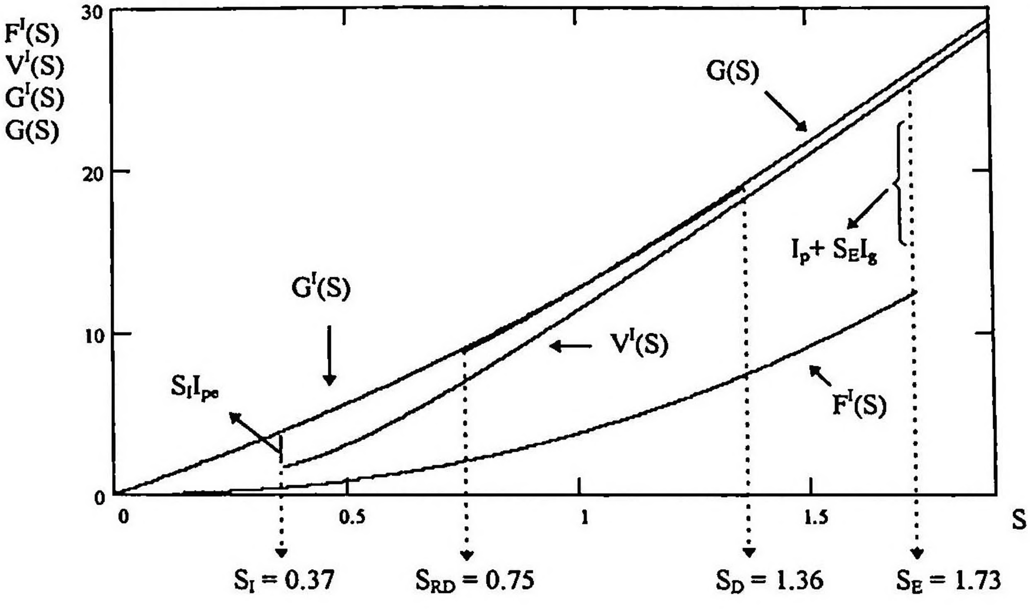
A empresa só exercerá a opção de entrar no mercado quando a taxa de câmbio corrente assumir um valor superior ou igual a S_E.

As considerações feitas nos pontos anteriores relativamente à opção de entrada inicial, nomeadamente aos efeitos da volatilidade, estendem-se a este caso.

A possibilidade de efectuar o investimento no país, ao tornar o projecto mais valioso, leva a empresa a requerer uma menor taxa de câmbio crítica para o implementar. Para uma volatilidade de 0.2, teríamos $S_E = 1.73$, que é inferior ao valor da taxa de câmbio crítica de entrada, quando a empresa só detém flexibilidade de abandonar o mercado, $S_E = 1.76$.

Na figura 15 resumimos a evolução do valor da empresa nos diversos estados em que, sequencialmente, se poderá encontrar: fora do mercado, a exportar com a opção de instalar uma unidade produtiva no país estrangeiro, a servir o mercado externo com produção local com a opção de passar para o modo de exportação, e a exportar com a opção de redeslocar a produção para a unidade produtiva externa, bem como as taxas de câmbio críticas que governam as passagens de um estado para o outro, com $\sigma = 0.2$.

Figura 15. Valor da empresa, com flexibilidade multinacional nos diferentes estados, com σ =0.2.



Quando a empresa pode expandir os seus investimentos no mercado externo, pode passar a deter flexibilidade multinacional, gerindo a localização da produção e desta forma acrescentando valor à empresa. A existência de custos de deslocação da produção entre as unidades produtivas cria a banda de histerese na produção, substituindo a histerese na exportação. Quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio, maior será o comportamento de inércia da empresa. Ao contrário do que acontecia quando a empresa só detinha a opção de abandono, com as duas unidades produtivas a empresa estará sempre a servir o mercado externo, quer com exportações quer com produção local, e portanto, a incerteza da taxa de câmbio não terá efeito sobre a quota de mercado da empresa.

Capítulo 2: Capacidade Óptima

2.1. Nota Prévia

No capítulo anterior analisamos os efeitos da volatilidade da taxa de câmbio nas decisões de entrada, saída, e deslocação da produção, tendo por base uma capacidade produtiva fixa, isto é, a empresa ao realizar o investimento não tinha qualquer flexibilidade quanto à escolha da capacidade produtiva a instalar.

Neste capítulo iremos analisar, precisamente a escolha da capacidade óptima sob incerteza na taxa de câmbio. Mais concretamente, as decisões de entrada e de capacidade a instalar por parte de um exportador monopolista.

Esta questão foi tratada por Bell (1995). Distanciamo-nos contudo do autor, por quanto, o modelo adoptado no presente trabalho considera a existência de custos variáveis de produção, que como veremos, terão influência determinante nas conclusões.

2.2 O modelo de Base

Uma empresa doméstica tem a oportunidade de exportar para um país estrangeiro um determinado produto para o qual a empresa é monopolista. A exploração dessa oportunidade implica a realização de um investimento produtivo no país doméstico que é totalmente irreversível. A empresa terá que decidir quando efectuar o investimento e que montante de capacidade instalar.

A empresa só pode realizar um único investimento, isto é, a capacidade depois de instalada não pode ser alterada. Note-se que esta hipótese corresponde a assumir a existência de um custo infinito de ajustamento da capacidade. No próximo capítulo iremos considerar o caso em que a empresa tem a flexibilidade de ajustar a sua capacidade.

O investimento ocorre instantaneamente sem períodos de construção, e tem vida infinita, isto é, a capacidade instalada não se deprecia.

Os custos, quer fixos quer variáveis, são denominados em moeda doméstica.

A capacidade instalada, K, corresponde ao número de unidades de capital adquiridas. Cada unidade de capital é comprada a um preço fixo k, e fornece capacidade para produzir uma unidade de produto, por período de tempo, de modo que a quantidade produzida e vendida, Q, será sempre menor ou igual a K.

Os custos variáveis da produção são dados pela seguinte equação:

(2.1) $$CT(Q) = c_1 Q \qquad c_1 \geq 0$$

A curva de procura inversa no país estrangeiro para a empresa é dada por :

(2.2) $$P(Q) = a - bQ, \qquad b > 0$$

sendo o preço denominado em moeda estrangeira.

O preço do bem em moeda doméstica, P_d, resulta do produto do preço em moeda estrangeira com a taxa de câmbio, tal com foi definida no capítulo anterior, S:

(2.3) $$P_d(Q,S) = SP(Q) = S(a - bQ)$$

O Rendimento total, em moeda doméstica, será então dado por:

(2.4) $$RT(Q,S) = QP_d(Q,S) = SQ(a - bQ)$$

A taxa de câmbio é a única variável incerta, e todas as considerações que foram feitas a seu respeito no capítulo anterior, mantêm-se quer para este capítulo quer para o próximo. Especificamente, S segue um movimento browniano geométrico dado pela expressão (1.2) que voltamos a reescrever:

$$dS = \alpha Sdt + \sigma Sdz$$

Vamos começar por analisar o comportamento óptimo do exportador com uma dada capacidade instalada, K.

Dada a capacidade, K, a política óptima do exportador monopolista, será produzir: Min [K, Q*(S)], onde Q*(S) é a quantidade para a qual o exportador maximiza o lucro operacional, isto é, quando o custo marginal é igual ao rendimento marginal expresso em moeda doméstica:

- Rendimento marginal:

(2.5) $$Rmg = \frac{\partial RT}{\partial Q} = S(a - 2bQ)$$

- Custo marginal:

(2.6) $$Cmg = \frac{\partial CT}{\partial Q} = c_1$$

Igualando os dois:

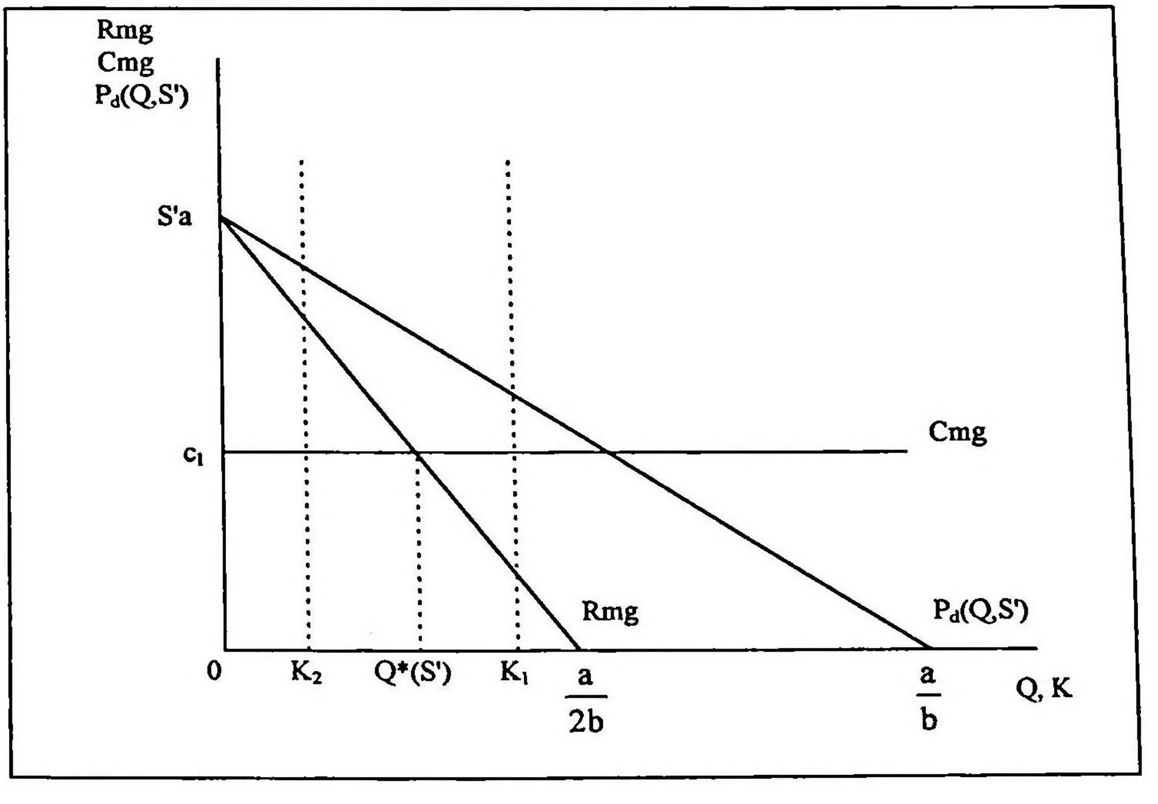
$\text{Rmg} = \text{Cmg} \Leftrightarrow S(a - 2bQ) = c_1$, que resolvendo para Q obtemos:

(2.7) $$Q^*(S) = \frac{Sa - c_1}{2Sb}$$

Essa política óptima, decorre do facto de ser necessário uma unidade de capacidade para produzir uma unidade de produto. Então, se para uma dada taxa de câmbio S, a produção óptima Q*(S) for superior à capacidade instalada, produzir-se-à em plena capacidade, K, caso contrário produz-se Q*(S) e existe capacidade não utilizada.

Isto está ilustrado na figura 16. Para a taxa de câmbio S', a quantidade óptima é Q*(S'), ora se a capacidade instalada for K_1, ($K_1 > Q^*(S')$) o exportador produzirá no óptimo, havendo capacidade não utilizada ($K_1 - Q^*(S')$), mas se a capacidade instalada for K_2, ($K_2 < Q^*(S')$), o exportador produzirá abaixo do óptimo (K_2), utilizando toda a sua capacidade.

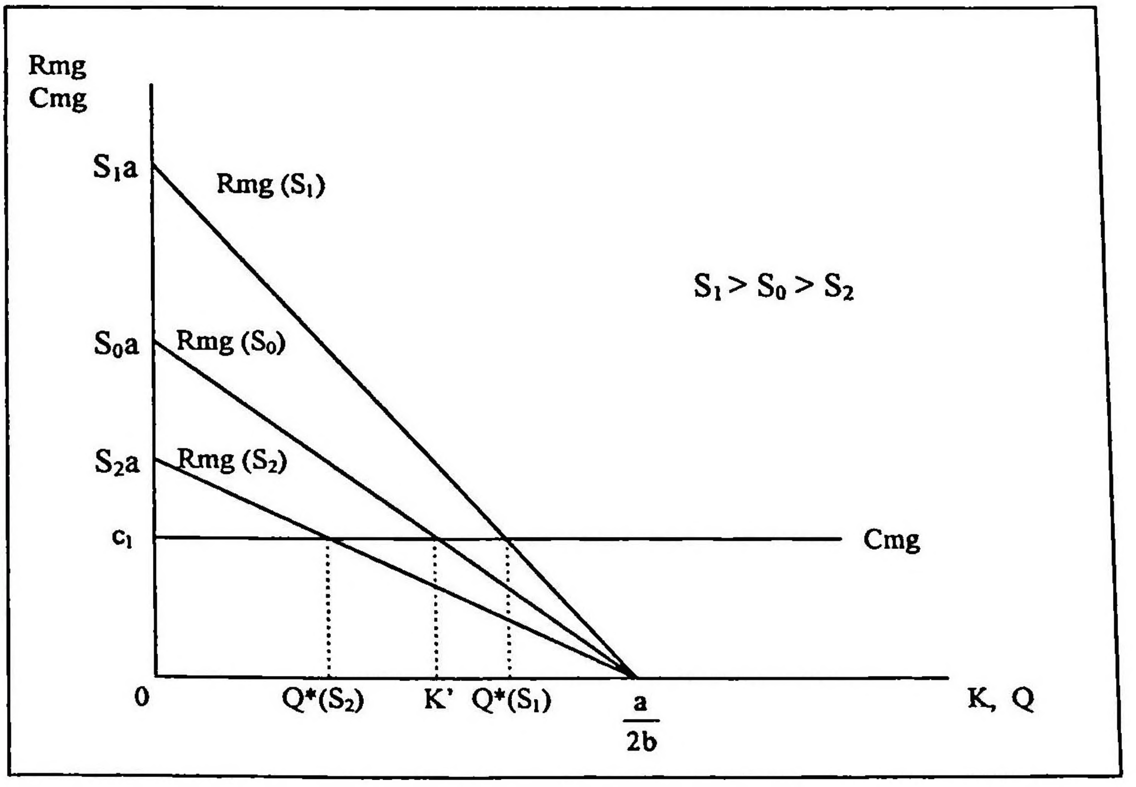
Figura 16. Capacidade instalada e produção óptima.



Por outro lado a utilização da capacidade instalada irá depender da evolução da taxa de câmbio, pois Q* é função desta. A figura 17 e 18 mostram o efeito provocado pelas alterações na taxa de câmbio na utilização da capacidade.

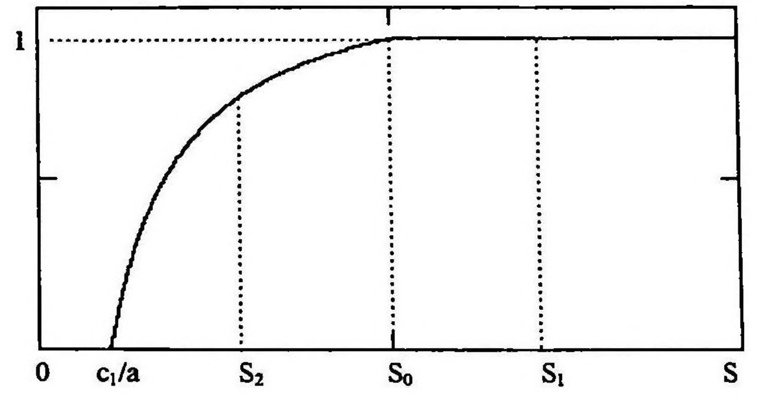
Na figura 17 temos representadas as curvas de rendimento marginal e custo marginal (expresso em moeda doméstica) para três taxas de câmbio diferentes, S_0, S_1 e S_2. Para uma taxa de câmbio inicial S_0, a capacidade instalada K', corresponde ao ponto óptimo $Q^*(S_0)$, e portanto há uma plena utilização da capacidade. O mesmo aconteceria se ocorresse uma depreciação da moeda doméstica (passagem para S_1). Nesse caso o óptimo seria $Q^*(S_1)$ (intersecção da nova curva de rendimento marginal, Rmg (S_1), com a curva de Cmg), mas só se produziria uma quantidade K' que é o máximo que a capacidade instalada permite. Numa situação de apreciação, passagem para a taxa de câmbio S_2, produzir-se-ia uma quantidade $Q^*(S_2)$, que corresponde ao novo óptimo, havendo portanto capacidade não utilizada.

Figura 17. Efeitos das alterações da taxa de câmbio sobre a produção óptima e a utilização da capacidade.



A figura 18, mostra-nos como evolui o peso da capacidade utilizada em função da taxa de câmbio. A utilização atingirá os cem por cento a partir do valor da taxa de câmbio para o qual Q*(S) iguala a capacidade instalada (que no gráfico anterior corresponde a S_0).

Figura 18. Peso da capacidade utilizada em função da taxa de câmbio



Note-se que para $S = \frac{c_1}{a}$, Q*(S) = 0, e portanto o peso da utilização da capacidade será nulo.

Passando agora à função lucro, temos:

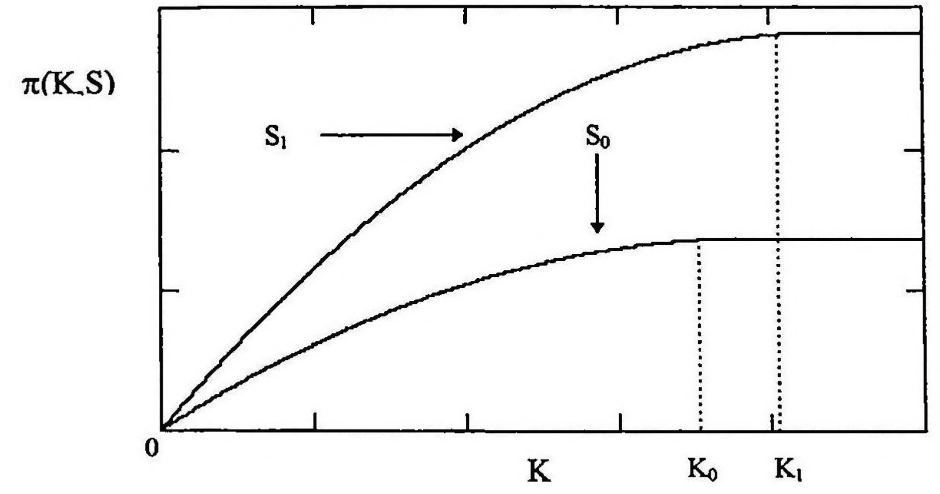
$$\pi(K,S) = \begin{cases} RT(Q^*(S),S) - CT(Q^*(S)) & \text{se } K \geq Q^*(S) \\ RT(K,S) - CT(K) & \text{se } K < Q^*(S) \end{cases} \tag{2.8}$$

Substituindo, (2.3), (2.4) e (2.7) em (2.8), obtemos:

$$\pi(K,S) = \begin{cases} \dfrac{(Sa - c_1)^2}{4bS} & \text{se } K \geq \dfrac{Sa - c_1}{2Sb} \\ SK(a - bK) - c_1 K & \text{se } K < \dfrac{Sa - c_1}{2Sb} \end{cases} \tag{2.9}$$

A figura 19, mostra-nos como evolui o lucro por período, em função da capacidade instalada para duas taxas de câmbio S_1 e S_0, sendo $S_1 > S_0$.

Figura 19. Lucro em função da capacidade instalada, para duas taxas de câmbio.

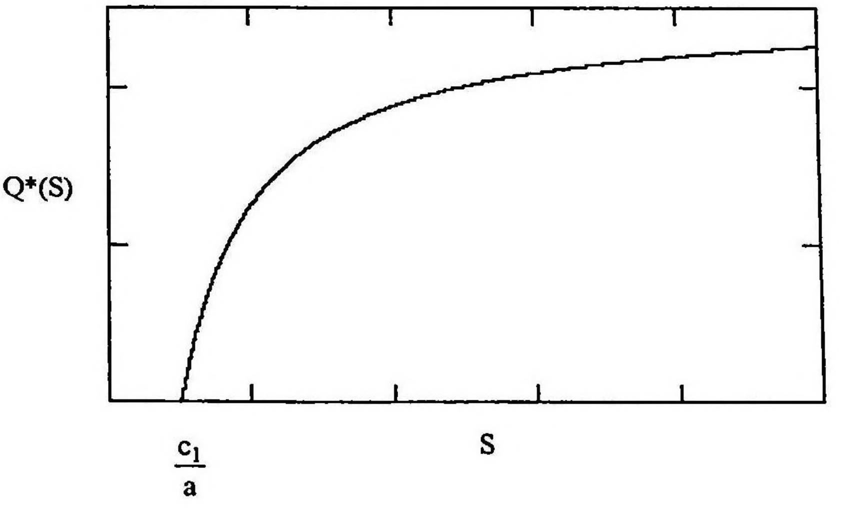


K_0 e K_1 são dados por, $\frac{S_0a - c_1}{2S_0b}$ e $\frac{S_1a - c_1}{2S_1b}$, respectivamente, e correspondem, às capacidades para as quais, dadas as taxas de câmbio, se verifica a igualdade entre $Q^*(S_i)$ e K_i.

Como já fizemos referência a produção óptima, Q^*, apenas depende dos valores assumidos pela taxa de câmbio, sendo independente da capacidade instalada: $Q^*(S) = \frac{Sa - c_1}{2Sb}$.

Na figura 20 encontra-se representado o gráfico de $Q^*(S)$.

Figura 20. Produção óptima do exportador em função da taxa de câmbio



Para valores da taxa de câmbio inferiores a $\frac{cl}{a}$, toda a curva de rendimento marginal se encontra abaixo da curva de custo marginal, e portanto a produção óptima será nula. Por outro lado, à medida que a taxa de câmbio tende para infinito, Q* tenderá para $\frac{a}{2b}$, que é o valor da produção para o qual o rendimento marginal é nulo.

Então, para uma dada capacidade instalada, podemos exprimir o lucro por período em função da taxa de câmbio:

- Para valores de S que satisfazem $K < \frac{Sa - c_1}{2Sb}$, ou seja $S > \frac{c_1}{a - 2bK}$, o lucro por período será: $\pi(K,S) = SK(a - bK) - c_1K$.

- Para valores de S que satisfazem $K \geq \frac{Sa - c_1}{2Sb}$, e para os quais Q*(S) é positivo, ou seja $\frac{c_1}{a} < S \leq \frac{c_1}{a - 2bK}$, o lucro será : $\pi(K,S) = \frac{(Sa - c_1)^2}{4bS}$.

- Finalmente, para $S \leq \frac{c_1}{a}$, que corresponderá a uma produção nula teremos: $\pi(K,S) = 0$.

Resumindo,

$$(2.10) \qquad \pi(K,S) = \begin{cases} 0 & \text{se } S \leq \check{S} \\ \dfrac{(Sa - c_1)^2}{4bS} & \text{se } \check{S} < S \leq \hat{S} \\ SK(a - bK) - c_1K & \text{se } S > \hat{S} \end{cases}$$

onde $\check{S} = \frac{c_1}{a}$ e $\hat{S} = \frac{c_1}{a - 2bK}$.

Vamos começar por valorizar a empresa exportadora com capacidade instalada K, para de seguida analisarmos a decisão óptima de investimento. Ao longo do capítulo, utilizaremos o seguinte exemplo numérico: $r = \delta = 0.05$, $a = 1$, $b = 0.2$, $c_1 = 0.2$ e $k = 10$.

2.3 Valorização da empresa com capacidade instalada.

O valor da empresa exportadora monopolista irá depender da capacidade instalada, K, e da taxa de câmbio, S. Designemos esse valor por V(K,S).

Com taxas de câmbio incertas, V(K,S) terá uma evolução estocástica. De novo utilizaremos a análise dos direitos contingentes para valorizar V(K,S), de modo que abreviaremos algumas passagens, para evitar uma excessiva repetição.

Assim criamos uma carteira dinâmica com uma posição longa na empresa com capacidade K já instalada e uma posição curta de n unidades em moeda estrangeira. O valor dessa carteira, Φ, será dado por:

$$\Phi = V(K,S) - nS \tag{2.11}$$

A detenção dessa carteira irá gerar um ganho de capital e um dividendo.

O ganho de capital, utilizando o lema de Itô e o processo seguido por S, será dado por:

$$d\Phi = dV - ndS \qquad \Leftrightarrow$$

$$d\Phi = \left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS} + \alpha S V_S - n\alpha S\right)dt + \left(\sigma S V_S - n\sigma S\right)dz \tag{2.12}$$

O dividendo terá duas componentes:

- o pagamento de dividendo resultante da detenção da posição curta em moeda estrangeira: δnS;
- e o recebimento do fluxo de lucros gerado pela capacidade instalada. Aqui, tal como vimos, temos que distinguir três situações:

1. A empresa encontra-se a laborar em plena capacidade, o que ocorrerá quando $S \geq \hat{S}$, e portanto o lucro operacional será:

(2.13) $$\pi(K,S) = SK(a - bK) - c_1K$$

2. A empresa encontra-se a laborar abaixo da capacidade instalada, o que se verificará para $\check{S} < S < \hat{S}$, e o cash flow será:

(2.14) $$\pi(K,S) = \frac{(Sa - c_1)^2}{4bS}$$

3. Finalmente, a terceira situação possível, é a empresa não estar a produzir, o que acontecerá se $S \leq \check{S}$, e portanto:

(2.15) $$\pi(K,S) = 0$$

Vamos designar por π_0, π_1 e π_2 as expressões (2.13), (2.14) e (2.15), respectivamente. Então, consoante o valor assumido pela taxa de câmbio, o dividendo líquido da carteira, por período de tempo, será dado por:

(2.16) $$\pi_i - \delta nS,$$

O retorno total da carteira será a soma de (2.12) com (2.16), sendo igual a:

(2.17) $$\left[\frac{1}{2}\sigma^2S^2V_{SS} + \alpha SV_S - \alpha nS - \delta nS + \pi_i\right]dt + (\sigma SV_S - n\sigma S)dz$$

Por forma a tornar a carteira isenta de risco temos que ter: $(\sigma SV_S - n\sigma S) = 0$, de onde tiramos $n = V_S$. Substituindo em (2.11) e (2.17) temos:

(2.11') $$\Phi = V - V_SS$$

(2.17') $$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS} - \delta S V_S + \pi_i\right)dt$$

Dado que agora a carteira dinâmica está isenta de risco, o seu retorno deverá ser igual ao que seria obtido se o valor da carteira fosse aplicado à taxa de juro isenta de risco. Igualando (2.17') a $r(V\text{-}V_S S)dt$, chegamos à seguinte equação diferencial para o valor da empresa exportadora:

(2.18) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS} + (r-\delta) S V_S - rV + \pi_i = 0 \qquad (i = 0,\ 1 \text{ e } 2)$$

Temos então três equações diferenciais, uma para cada situação possível: produzir em plena capacidade, produzir abaixo da capacidade e não produzir. Vamos designar o valor da empresa por V^2, V^1 e V^0 respectivamente para cada situação.

Para V^0, sendo o lucro nulo, a equação diferencial virá:

(2.19) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V^0_{SS} + (r-\delta) S V^0_S - rV^0 = 0$$

É uma equação diferencial homogénea de 2ª ordem, e a sua solução geral, como já vimos no capítulo 1, será dada por:

(2.20) $$V^0(K,S) = A_0 S^{\beta_1} + B_0 S^{\beta_2} \qquad \text{e } S \leq \check{S}$$

Onde, β_1 e β_2 são as raízes da equação característica, e são dadas pelas expressões (1.14), obtidas no capítulo 1, ou seja:

(1.14)
$$\beta_1 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} > 1$$

$$\beta_2 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} - \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} < 0$$

E A_0 e B_0 são constantes a determinar.

Para V^1, o fluxo de lucro é dado pela expressão (2.14), e portanto, a equação diferencial (2.18) passa para:

$$\text{(2.21)} \qquad \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^1 + (r-\delta)SV_S^1 - rV^1 + \frac{(Sa-c_1)^2}{4bS} = 0$$

A solução desta equação é igual à soma da solução da parte homogénea com uma solução particular. A solução da parte homogénea vai ser do tipo da de V^0:

$$V^1(K,S) = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2},$$

onde β_1 e β_2 são dadas pelas expressões anteriores (1.14), e A_1 e B_1 são constantes a determinar. A solução particular será[1]:

$$V^1(K,S) = -\frac{ac_1}{2br} + \frac{a^2 S}{4b\delta} - \frac{c_1^{\,2}}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S}$$

Portanto, a solução geral da equação virá:

$$\text{(2.22)} \qquad V^1(K,S) = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} - \frac{ac_1}{2br} + \frac{a^2 S}{4b\delta} - \frac{c_1^{\,2}}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S} \qquad \text{e } \check{S} < S \leq \hat{S}$$

Finalmente temos $V^2(K,S)$, em que o fluxo de lucros é dado por (2.13) e a equação diferencial será:

$$\text{(2.23)} \qquad \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^2 + (r-\delta)SV_S^2 - rV^2 + SK(a-bK) - c_1 K = 0$$

[1] Ver anexo.

Mais uma vez a solução geral é dada pela soma da solução da parte homogénea, isto é, a solução complementar, com uma solução particular[2]. Teremos então:

$$V^2(K,S) = A_2 S^{\beta_1} + B_2 S^{\beta_2} + \frac{SK(a-bK)}{\delta} - \frac{c_1 K}{r} \qquad e\ S > \hat{S} \tag{2.24}$$

Obtemos a solução para as constantes A_0, A_1, A_2, B_0, B_1 e B_2 com base nas seguintes condições fronteira:

a) $V^0(K,0) = 0$

b) $\lim_{S\to\infty} V^2(K,S) = \frac{SK(a-bK)}{\delta} - \frac{c_1 K}{r}$

c) $V^2(K,\hat{S}) = V^1(K,\hat{S})$

d) $V_S^2(K,\hat{S}) = V_S^1(K,\hat{S})$

e) $V^1(K,\check{S}) = V^0(K,\check{S})$

f) $V_S^1(K,\check{S}) = V_S^0(K,\check{S})$

A condição *a)*, tal como já fizemos referência, decorre do facto da taxa de câmbio seguir um processo browniano geométrico, onde uma vez atingido o valor zero para a taxa de câmbio, esta permanecerá nesse valor. Desta forma o valor da capacidade instalada será nulo. Dado que β_2 é menor que zero, esta condição implica então que $B_0 = 0$.

A condição *b)* elimina o termo de V(K,S) que é atribuído às bolhas especulativas quando a taxa de câmbio se torna muito elevada. Resultando em $A_2 = 0$, uma vez que $\beta_1 > 1$.

Ficamos então com:

[2] Ver anexo, a obtençaõ da solução particular.

$$V^0(K,S) = A_0 S^{\beta_1}, \qquad \text{se } S \leq \check{S}$$

$$V^1(K,S) = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} - \frac{ac_1}{2br} + \frac{a^2 S}{4b\delta} - \frac{c_1^{\,2}}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S}, \qquad \text{se } \check{S} < S \leq \hat{S}$$

$$V^2(K,S) = B_2 S^{\beta_2} + \frac{SK(a - bK)}{\delta} - \frac{c_1 K}{r}, \qquad \text{se } S > \hat{S}$$

- $A_0 S^{\beta_1}$ - corresponde ao valor da opção de utilizar, no futuro, a capacidade instalada, caso a moeda doméstica se deprecie o suficiente por forma a tornar óptimo começar a produzir, isto é, quando a taxa de câmbio atingir valores superiores ou iguais a $\check{S}$.

- $B_2 S^{\beta_2}$ - corresponde ao valor da opção de reduzir a produção no futuro, utilizando menos capacidade, caso a taxa de câmbio assuma valores inferiores ou iguais a $\hat{S}$.

- $\frac{SK(a - bK)}{\delta} - \frac{c_1 K}{r}$ corresponde ao valor esperado dos lucros actualizados quando o exportador produz sempre em plena capacidade. Seria, por isso, o valor da empresa se esta não tivesse flexibilidade para reduzir a produção. Uma vez que as receitas são incertas vêm descontadas à taxa ajustada ao risco, μ, mas como o valor esperado de S é $E[S] = Se^{\alpha t}$, então as receitas vêm actualizadas por $\delta = \mu - \alpha$. Sendo os custos certos, vêm actualizados à taxa isenta de risco, r.

- Quando a empresa não está a utilizar toda a sua capacidade instalada, quando $\check{S} < S \leq \hat{S}$, ela detém flexibilidade de produzir mais ou menos quantidade, e portanto utilizar mais ou menos capacidade no futuro, consoante a evolução da moeda doméstica seja a depreciação ou apreciação. Se a empresa não tivesse essa flexibilidade, nunca alteraria a sua produção, Q*(S), e o seu valor seria dado pela actualização dos lucros esperados:

$$E\int_0^{\infty}\left[e^{-\mu t} S Q^*(S)\left(a - bQ^*(S)\right) - e^{-rt} c_1 Q^*(S)\right]dt \quad =$$

$$(2.25) \qquad \frac{SQ^*(S)(a - bQ^*(S))}{\delta} - \frac{c_1 Q^*(S)}{r}$$

Substituindo Q*(S) pela sua expressão (2.7), obteríamos:

$$(2.25') \qquad \frac{(Sa - c_1)[rSa + c_1(r - 2\delta)]}{4b\delta rS}$$

Ora a diferença entre (2.22) e (2.25') corresponde ao valor dessa flexibilidade, ou seja, ao valor da opção de alterar a produção, que é igual a:

$$(2.26) \qquad A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} + \frac{c_1^2\left[(\sigma^2 - 2r)(r - 2\delta) - 2\delta^2\right]}{4br\delta\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S}$$

As condições fronteira *c)* e *d)*, são, respectivamente, as condições *value matching* e *smooth pasting*, que garantem a continuidade e diferenciabilidade de V(K,S) no valor crítico da taxa de câmbio $\hat{S}$, quando a empresa passa de plena utilização da capacidade para a utilização parcial. Da mesma forma, *e)* e *f)* serão as condições *value matching* e *smooth pasting* que se têm que verificar em $\check{S}$, quando o exportador passa de utilização parcial da capacidade para o estado inactivo . Com essas quatro condições fronteira, passamos a ter um sistema de quatro equações a quatro incógnitas, A_0, A_1, B_1 e B_2.

Da resolução desse sistema obtém-se:

$$B_1 = \check{S}^{(1-\beta_2)} \frac{a^2}{(\beta_1 - \beta_2)}\left[\frac{1-\beta_1}{4b\delta} + \frac{1+\beta_1}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)} + \frac{\beta_1}{2br}\right] < 0 \quad (\text{quando } \sigma^2 < 2r - \delta)$$

$$A_1 = \hat{S}^{(1-\beta_1)} \frac{(a - 2bK)^2}{(\beta_2 - \beta_1)}\left[\frac{1-\beta_2}{4b\delta} + \frac{1+\beta_2}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)} + \frac{\beta_2}{2br}\right] < 0$$

$$B_2 = B_1 + \hat{S}^{(1-\beta_2)} \frac{(a-2bK)^2}{(\beta_2-\beta_1)} \left[\frac{1-\beta_1}{4b\delta} + \frac{1+\beta_1}{4b(\sigma^2-2r+\delta)} + \frac{\beta_1}{2br} \right] > 0$$

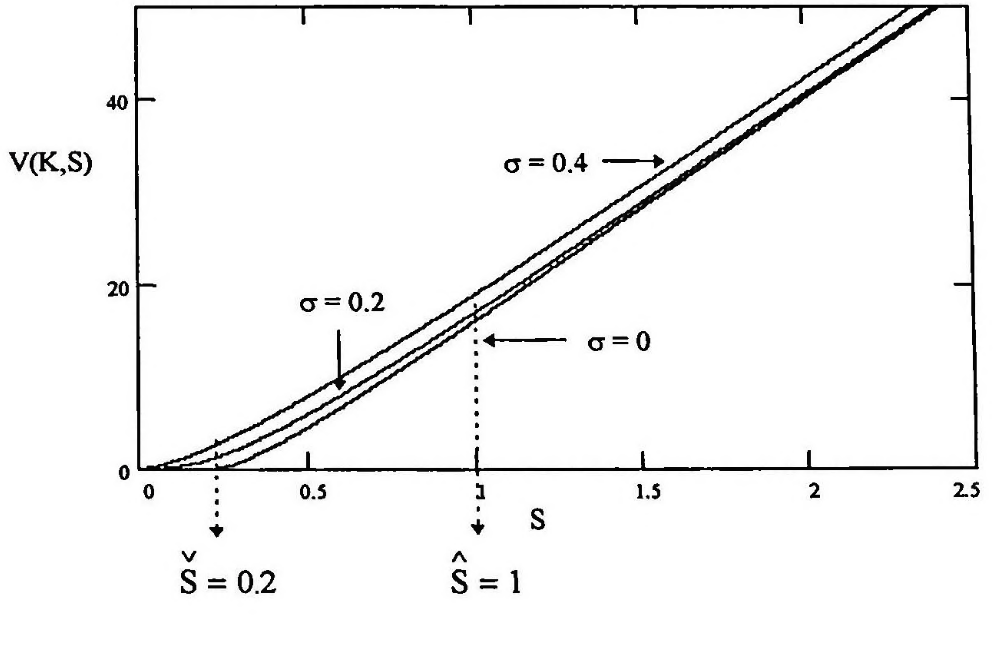
$$A_0 = A_1 + \check{S}^{(1-\beta_1)} \frac{a^2}{(\beta_1-\beta_2)} \left[\frac{1-\beta_2}{4b\delta} + \frac{1+\beta_2}{4b(\sigma^2-2r+\delta)} + \frac{\beta_2}{2br} \right] > 0$$

Note-se que A_0, A_1 e B_2 dependem da capacidade instalada, K e portanto o valor da empresa como função da taxa de câmbio virá:

$$V(K,S) = \begin{cases} A_0(K)S^{\beta_1} & \text{se } S \le \check{S} \\ A_1(K)S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} - \dfrac{ac_1}{2br} + \dfrac{a^2 S}{4b\delta} - \dfrac{c_1{}^2}{4b(\sigma^2-2r+\delta)S} & \text{se } \check{S} < S \le \hat{S} \\ B_2(K)S^{\beta_2} + \dfrac{SK(a-bK)}{\delta} - \dfrac{c_1 K}{r} & \text{se } S > \hat{S} \end{cases}$$

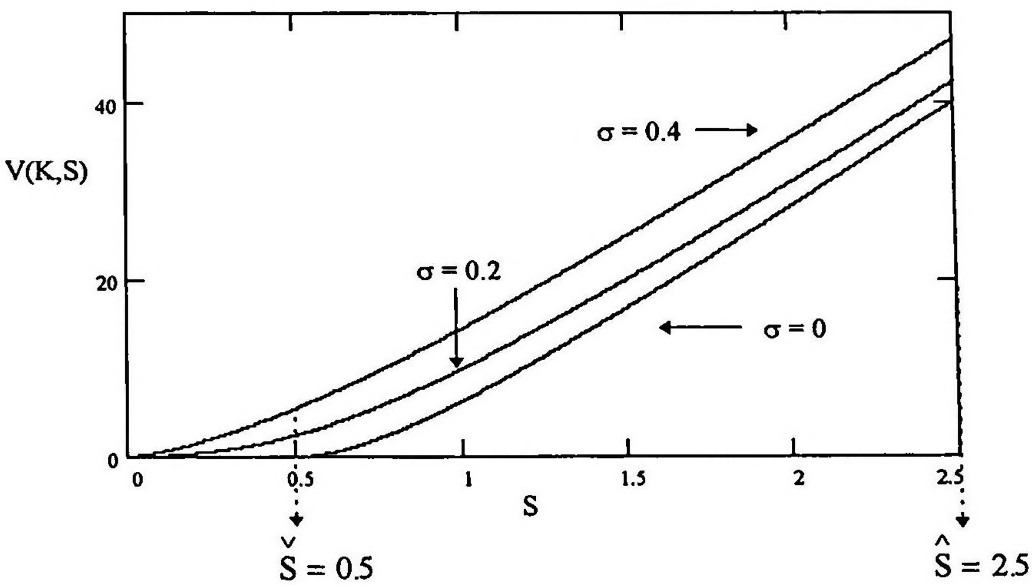
Na figura 21 encontra-se representado V(K,S) em função da taxa de câmbio, com K = 2, para diferentes valores da volatilidade, 0, 0.2 e 0.4, e com base no exemplo numérico utilizado.

Figura 21. Valor da capacidade instalada (com K = 2) em função da taxa de câmbio.



Como podemos observar, quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio, maior será o valor da capacidade instalada. Isto deve-se ao facto da incerteza ter um efeito positivo nas opções operacionais. Assim, em ambiente de certeza, para valores da taxa de câmbio inferiores a $\check{S}$, a capacidade instalada não tem qualquer valor, já com taxas de câmbio incertas, uma vez que existe a probabilidade da moeda doméstica se depreciar no futuro, a capacidade instalada tem um valor que corresponde ao valor da opção de utilizar a capacidade no futuro. Essas diferenças, são sensíveis aos valores assumidos por c_1. No limite, se não houvessem custos de produção, a empresa produziria sempre em plena capacidade e portanto teríamos $\check{S} = \hat{S} = 0$. Nesse caso o valor da capacidade instalada seria independente da volatilidade, dado que o valor das opções de alterar a produção seria nulo. Por outro lado, para uma dada capacidade instalada, quanto mais elevado for o custo unitário de produção, c_1, maior será o intervalo de taxas de câmbio para as quais optimamente a empresa produz abaixo da capacidade, e portanto em ambiente de incerteza, maior será o valor atribuído à flexibilidade de poder alterar a produção, isto é maior será o valor das opções operacionais. A comparação da figura 21 com a figura 22, onde consta o valor da capacidade instalada, com K = 2 e considerando $c_1 = 0.5$, ilustra o que se acabou de referir.

Figura 22. Valor da capacidade instalada (com K = 2) em função da taxa de câmbio, com $c_1 = 0.5$.



Depois de se ter valorizado a empresa com capacidade já instalada, vamos valorizar a opção de entrar no mercado externo. Pretende-se obter a regra óptima de investimento, isto é, determinar a taxa de câmbio crítica, S*, a partir da qual se torna óptimo investir, bem como a dimensão óptima do investimento, K*.

2.4 Entrada no mercado e capacidade óptima.

Vamos designar por F(K,S) o valor da opção da empresa investir num projecto com capacidade K. A resolução do problema vai ser análoga às anteriores. Vamos criar uma carteira dinâmica com uma posição longa no projecto e uma posição curta, de n unidades, em moeda estrangeira. O retorno total dessa carteira advêm do ganho de capital da detenção quer da opção de investimento, dF, quer da posição curta em moeda estrangeira, - ndS; e ainda do dividendo gerado pela carteira, que corresponde apenas ao fluxo de pagamento da detenção de moeda estrangeira, - nδS. Por forma a tornar a carteira isenta de risco temos que ter $n = F_S$. Da igualização do retorno da carteira isenta de risco, com o retorno que se obteria caso se aplicasse a taxa sem risco, chegamos à seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 F_{SS} + (r-\delta)SF_S - rF = 0$$

Tendo como solução geral:

$$F(K,S) = CS^{\beta_1} + DS^{\beta_2}$$

Temos quatro incógnitas, as constantes C e D e os valores da taxa de câmbio crítica, S*, e da dimensão óptima, K*, que lhe está associada, as quais serão determinadas através de quatro condições fronteira:

g) $F(K,0) = 0$

h) $F(K^*,S^*) = V(K^*,S^*)-kK^*$

i) $F_S(K^*,S^*) = V_S(K^*,S^*)$

j) $V_K(K^*,S^*) = k$

A condição *g)* refere que quando a taxa de câmbio assume o valor zero, o qual constitui uma barreira absorvente para os movimento brownianos, o valor da opção de investir será nulo, e uma vez que β_2 é menor do que zero teremos que ter D = 0.

As condições *h)* e *i)* são as condições *value matching* e *smooth pasting*, respectivamente. Assim, no ponto óptimo, o valor da empresa quando entra no mercado externo, o qual é dado pelo valor da capacidade óptima instalada, (V(K*,S*)), menos o custo de entrada, kK*, tem que ser igual ao valor da opção de investir de que se desiste, e essa igualdade deverá ocorrer de forma suave.

A condição *j)* assegura que, no momento de entrada, a capacidade instalada é óptima, ou seja, deverá instalar-se capacidade até ao ponto em que o benefício de uma unidade adicional de capacidade é igual ao respectivo custo marginal.

Sendo a taxa de câmbio incerta e dado que a capacidade só pode ser construída uma vez, então a empresa, no momento de entrada, dependendo das condições de custo e da volatilidade da taxa de câmbio, poderá construir capacidade que não será logo plenamente utilizada. Isto é, a empresa poderá instalar capacidade em excesso. Em tal situação devemos ter $S^* < \hat{S}$. Se por outro lado, a empresa, no momento de entrada, utilizar cem por cento da capacidade instalada, teremos $S^* > \hat{S}$.

Vamos começar por analisar o caso em que a taxa de câmbio óptima, S*, é superior a $\hat{S}$, e portanto o exportador utilizará a totalidade da capacidade no momento de entrada, as condições fronteira *h), i)* e *j)* virão:

$$h')\ CS^{*\beta_1} = B_2(K^*)S^{*\beta_2} + \frac{S^*K^*(a-bK^*)}{\delta} - \frac{c_1K^*}{r} - kK^*$$

$$i')\ \beta_1 CS^{*(\beta_1-1)} = \beta_2 B_2(K^*)S^{*(\beta_2-1)} + \frac{K^*(a-bK^*)}{\delta}$$

$$j')\ B_{2K}(K^*)S^{*\beta_2} + \frac{S^*(a-2bK^*)}{\delta} - \frac{c_1}{r} = k$$

onde $B_{2K}(K^*)$ corresponde a derivada de $B_2(K)$ em ordem a K, avaliada em K*, e cuja expressão é:

$$B_{2K}(K) = \hat{S}^{(1-\beta_2)}\left[\frac{(\beta_2+1)(a-2bK)}{(\beta_1-\beta_2)}\right]\left[\frac{1-\beta_1}{2\delta}+\frac{1+\beta_1}{2(\sigma^2-2r+\delta)}+\frac{\beta_1}{r}\right]$$

De *h')* tiramos a expressão de C:

$$\text{(2.27)} \qquad C = S^{*-\beta_1}\left[B_2(K^*)S^{*\beta_2}+\frac{S^*K^*(a-bK^*)}{\delta}-\frac{c_1K^*}{r}-kK^*\right]$$

Ficamos então com duas equações, *i')* e *j')*, a duas incógnitas, K* e S*, depois de substituir (2.27) em *i')*:

$$\begin{cases} B_2(K^*)S^{*\beta_2}+\dfrac{S^*K^*(a-bK^*)}{\delta}-\dfrac{c_1K^*}{r}-kK^* = \dfrac{\beta_2 B_2(K^*)}{\beta_1}S^{*\beta_2}+\dfrac{S^*K^*(a-bK^*)}{\beta_1\delta} \\ B_{2K}(K^*)S^{*\beta_2}+\dfrac{S^*(a-2bK^*)}{\delta}-\dfrac{c1}{r}=k \end{cases}$$

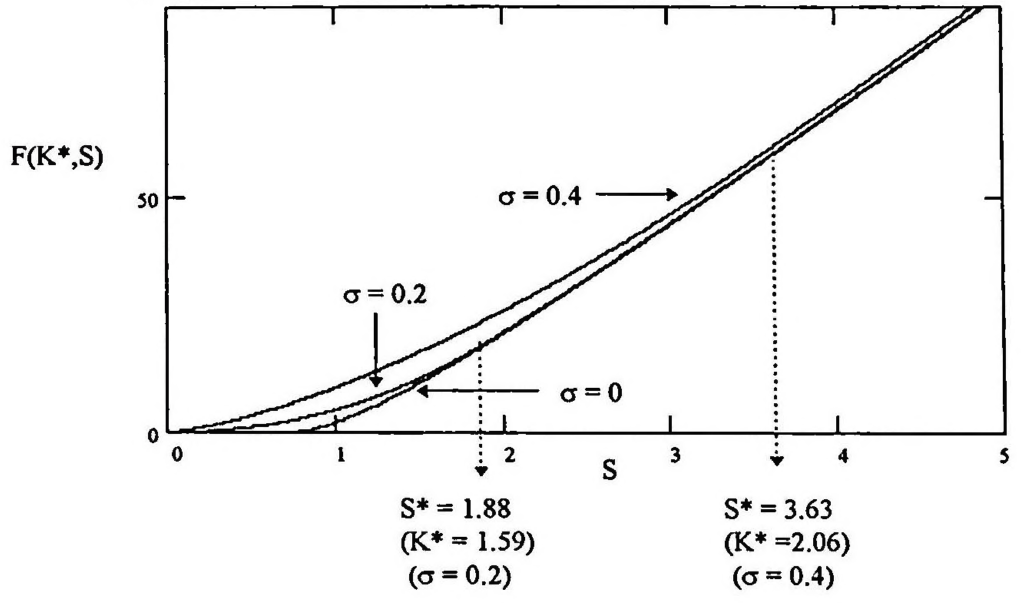
Não existe forma fechada para os valores óptimos, de modo que só pode ser resolvido numericamente. Depois da obtenção dos valores para K* e S* e substituindo em (2.27), podemos de seguida calcular F(K*,S).

Enquanto a taxa de câmbio corrente estiver abaixo de S*, o investimento não é realizado, esperar tem um valor superior a investir agora, e portanto a opção de entrar no mercado externo é mantida "viva". Quando a taxa de câmbio atingir S*, o investimento é realizado com dimensão óptima K*. Para valores de S superiores a S*, a capacidade óptima a instalar, K*(S), será dada por *j')*:

$$B_{2K}(K^*)S^{\beta_2}+\frac{S(a-2bK^*)}{\delta}-\frac{c_1}{r}=k$$

pelo que F(K*,S) será dado por V(K*(S),S)-kK*(S). Na figura 23 encontra-se representado o valor da opção de investir na capacidade óptima, como função da taxa de câmbio, para o exemplo numérico considerado, com σ = 0, 0.2 e 0.4.

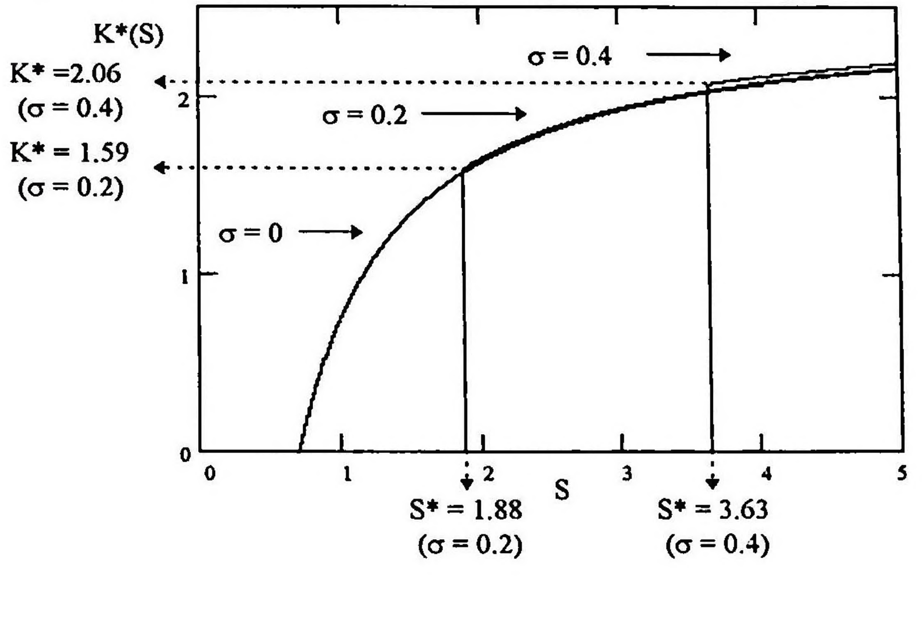
Figura 23. Valor da opção de investir na capacidade óptima, para σ = 0, 0.2 e 0.4.



A relação positiva entre a volatilidade e a taxa de câmbio crítica de entrada, que identificamos no capítulo anterior, mantêm-se para este caso. Quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio, mais depreciada terá que ser a moeda doméstica para que o exportador realize o investimento. Desta maior taxa de câmbio crítica decorre que a capacidade óptima de entrada será também superior.

Na figura 24 consta o gráfico para os valores da capacidade óptima a instalar como função da taxa de câmbio, para diferentes valores de volatilidade.

Figura 24. Capacidade óptima instalada como função da taxa de câmbio, para σ = 0, 0.2 e 0.4.



Um resultado pouco intuitivo traduz-se no facto de que para valores de taxa de câmbio superiores a S*, a capacidade óptima instalada será tanto maior, quanto maior for a volatilidade. Como vimos no ponto anterior, isto decorre do facto de uma unidade de capacidade ter maior valor com uma taxa de câmbio mais volátil, uma vez que as opções operacionais valem mais.

Quando não há incerteza, com uma taxa de câmbio constante, o exportador resolveria o seguinte problema de maximização:

$$\underset{K}{\mathrm{Max}}\left[\int_0^{\infty} e^{-rt}\left[SK(a-bK)-c_1K\right]dt-kK\right] \Leftrightarrow$$

$$\underset{K}{\mathrm{Max}}\left[\frac{SK(a-bK)}{r}-\frac{c_1K}{r}-kK\right]$$

Ou seja, o monopolista iria instalar capacidade por forma a maximizar o valor actualizado dos lucros por período, líquido do custo de investimento, $\left(VAL=\frac{SK(a-bK)}{r}-\frac{c_1K}{r}-kK\right)$.

Derivando a expressão do VAL em ordem a K e igualando a zero obtemos:

(2.28) $$\frac{S(a-2bK)-c_1}{r}=k$$

que corresponde à igualdade entre beneficio marginal e custo marginal de uma unidade adicional de capacidade. Note-se que (2.28) não é mais do que a condição *j)* vista atrás. A única diferença reside no facto de que em ambiente de incerteza, existe a opção do exportador reduzir a capacidade utilizada $\left(B_2(K)S^{\beta_2}\right)$, influenciando por isso o beneficio marginal de uma unidade adicional de capital pelo termo $\left(B_{2K}(K)S^{\beta_2}\right)$. Desta forma, quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio maior será o valor desta opção, e sendo o custo da unidade da capacidade constante, mais capacidade será instalada.

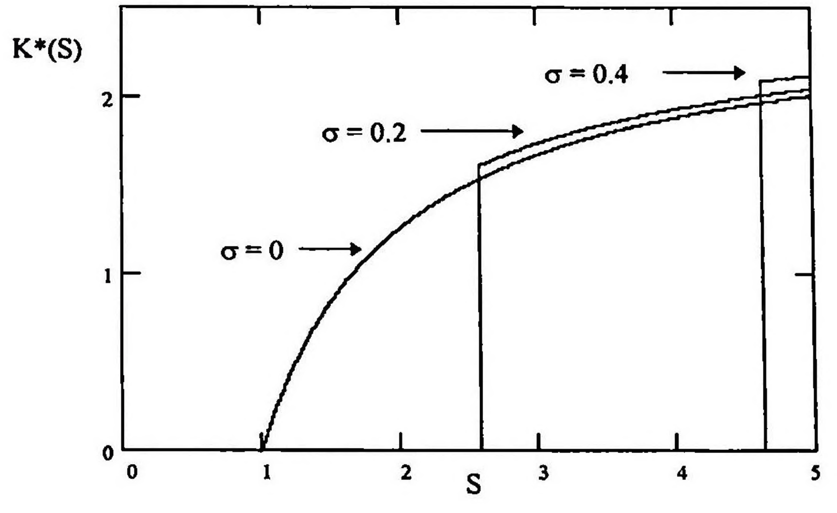
Da expressão (2.28), obtemos a capacidade óptima, como função da taxa de câmbio, para $\sigma = 0$:

(2.29) $$K^*(S) = \frac{Sa - c_1 - rk}{2bS}$$

e que está representada na figura 24 atrás.

Tendo em conta o que foi referido no ponto anterior, será de esperar que essa diferença seja tanto maior quanto mais elevado for o custo de produção, o que surge confirmado na figura 25 em que se considerou $c_1 = 0.5$. Naturalmente, quando $c_1 = 0$, a capacidade instalada será a mesma para qualquer valor de σ, desde que $S>S^*$.

Figura 25. Capacidade óptima instalada como função da taxa de câmbio, com $c_1 = 0.5$, para $\sigma = 0$, 0.2 e 0.4.



Quando $S^* < \hat{S}$, a empresa instala capacidade em excesso, o que corresponde à compra de uma opção para produzir no futuro, se a moeda doméstica se depreciar o suficiente. Esta situação ocorrerá quando o valor de opção da capacidade instalada, quando comparado com o custo da capacidade, for muito elevado; e portanto quando a volatilidade da taxa de câmbio e o custo de produção, c_1, for elevado, e o custo da unidade de capacidade, k, for baixo.

Obteríamos C, S^* e K^* utilizando as condições fronteira *h)*, *i)* e *j)* que neste caso viriam:

h'') $CS^{*\beta_1} = A_1(K^*)S^{*\beta_1} + B_1 S^{*\beta_2} - \dfrac{ac_1}{2br} + \dfrac{a^2 S^*}{4b\delta} - \dfrac{c_1^2}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S^*}$

i'') $\beta_1 CS^{*(\beta_1 - 1)} = \beta_1 A_1(K^*)S^{*(\beta_1 - 1)} + \beta_2 B_1 S^{*(\beta_2 - 1)} + \dfrac{a^2}{4b\delta} + \dfrac{c_1^2}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)(S^*)^2}$

j'') $A_{1K}(K^*)S^{*\beta_2} = k$

onde $A_{1K}(K^*)$ corresponde à derivada de $A_1(K)$ em ordem a K, avaliada em K^*, e cuja expressão é:

$$A_{1K}(K) = \hat{S}^{(1-\beta_1)}\left[\frac{(\beta_1 + 1)(a - 2bK)}{(\beta_1 - \beta_2)}\right]\left[\frac{1-\beta_2}{2\delta} + \frac{1+\beta_2}{2\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)} + \frac{\beta_2}{r}\right]$$

As conclusões a que chegamos para o caso de $S^* > \hat{S}$, continuam a verificar-se nesta situação.

Assim, a decisão de investimento tem subjacente dois elementos, para os quais a incerteza tem efeitos contrários:

- Temos a questão de quando realizar o investimento, isto é, entrar agora no mercado externo ou esperar por uma moeda doméstica mais depreciada. Maior volatilidade leva a que uma maior taxa de câmbio seja requerida para entrar, e portanto, a incerteza tem um efeito negativo na incidência do investimento, levando a um maior adiamento da decisão de investir.

- E temos a questão do montante de capacidade a instalar. Uma vez decidida a entrada, a decisão de quanta capacidade instalar, dependerá do valor de opção de capacidade. Maior volatilidade leva a um maior valor de opção, por unidade de capacidade, e consequentemente, maior capacidade será construída tendo, desta forma, um efeito positivo sobre o investimento.

Capítulo 3: Investimento Incremental e Opções de Crescimento

3.1. Nota Prévia

No capítulo anterior admitiu-se que a empresa apenas poderia realizar um único investimento, isto é, detinha flexibilidade na escolha da capacidade, mas uma vez esta instalada não poderia ser alterada. Neste capítulo vamos levantar esta hipótese, analisando o caso extremo oposto que considera que a empresa pode efectuar investimentos incrementais de forma contínua, ou seja, o exportador passa a ter a flexibilidade de ajustar a sua capacidade.

Ao considerar esta flexibilidade, o valor de mercado da empresa terá duas componentes: o valor da capacidade instalada e o valor das opções de crescimento (que está associado à possibilidade, de no futuro, a empresa poder acrescentar capacidade).

Pindyck (1988) analisa esse problema de investimento marginal para uma empresa quando confrontada com uma curva de procura incerta, concluindo, que quanto maior for a volatilidade da procura de mercado maior será o peso das opções de crescimento no valor da empresa, podendo atingir valores muito superiores a cinquenta por cento.

No presente capítulo iremos comparar o modelo do exportador monopolista, analisado no caso anterior mas considerando a flexibilidade em ajustar a capacidade, com o modelo de Pindyck (1988).

3.2 O Modelo de Base

O modelo enunciado no capítulo anterior mantém-se, exceptuando a função custo variável em que se considera o caso mais geral pela inclusão de um termo quadrático.

Os custos variáveis da produção são crescentes e são dados pela seguinte equação:

(3.1) $$C(Q) = c_1Q + 1/2c_2\,Q^2, \qquad c_1 \text{ e } c_2 \geq 0$$

A curva de procura inversa no país estrangeiro para a empresa é dada por :

(3.2) $$P(Q) = a - bQ, \qquad b>0$$

sendo o preço denominado em moeda estrangeira.

O preço do bem em moeda doméstica é dado por:

(3.3) $$P_d(Q,S) = SP(Q) = S(a - bQ)$$

O rendimento total, em moeda doméstica será:

(3.4) $$RT(Q,S) = QP_d(Q,S) = QSP(Q) = QS(a\text{-}bQ)$$

E o lucro será dado por:

$$\pi(Q,S) = RT(Q,S) - C(Q) = SQ(a - bQ) - (c_1Q + \frac{1}{2}c_2Q^2)$$

Processo estocástico seguido pela taxa de câmbio, que é dado pela expressão (1.2) definido no capítulo 1:

(1.2) $$dS = \alpha Sdt + \sigma Sdz$$

A diferença entre o modelo de Pindyk (1988) e o modelo aqui considerado reside nos efeitos que a incerteza tem sobre a curva de procura. Pindyck considera a curva de procura:

(3.5) $$P(Q,\theta) = \theta - \gamma Q$$

onde θ segue um movimento browniano geométrico. Alterações de θ irão provocar deslocações paralelas da curva da procura, enquanto que no modelo que estamos a considerar, alterações da taxa de câmbio provocam rotações da curva da procura, expressa em moeda doméstica, isto é, a curva da procura é deslocada proporcionalmente tal como é ilustrado na figura 26.

Figura 26. Modelo de Pindyck e o exportador monopolista.

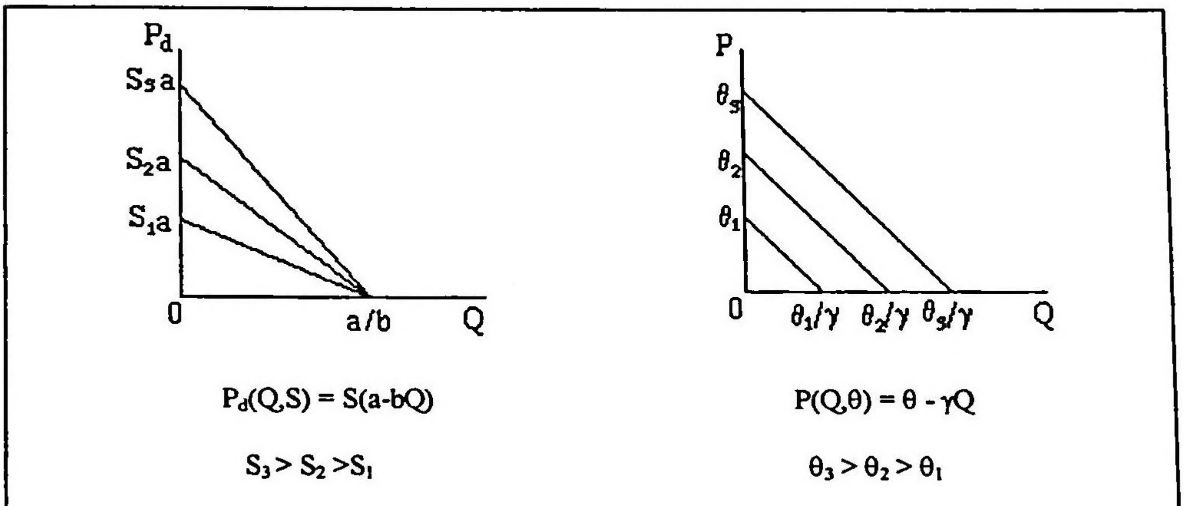


Figura 1

Ao longo do capítulo continuaremos a utilizar o exemplo numérico adoptado no capítulo anterior: $a = 1$, $b = 0.2$, $k = 10$, $r = \delta = 0.05$, $c_1 = 0.2$ e $c_2 = 0$.

3.3 Valorização de uma unidade marginal de capacidade.

Quando a empresa considera a hipótese de aumentar a sua capacidade, é porque a capacidade já instalada, K, está a ser plenamente utilizada. Desta forma, os lucros operacionais serão dados por:

$$\pi(K, S) = SK(a\text{-}bK) - (c_1K + \frac{1}{2}c_2K^2) \tag{3.6}$$

Vamos designar por $\Delta V(K,S)$, o valor de uma unidade marginal de capital, que corresponde ao valor actual dos fluxos de lucros esperados derivado de um incremento unitário na capacidade e dada uma capacidade corrente K.

O acréscimo de lucro por período, em qualquer momento futuro, decorrente do aumento e utilização de uma unidade marginal de capacidade será:

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = S(a - 2bK) - (c_1 + c_2K) \tag{3.7}$$

que é estocástico. Ora, uma vez que essa unidade poderá não ser utilizada, o lucro gerado virá:

$$\Delta\pi(K,S) = \text{máx.}\left[0, S(a - 2bK) - (c_1 + c_2K)\right] \tag{3.8}$$

Tal como Pindyck (1988) refere, podemos obter o valor de $\Delta V(K,S)$ através da resolução de um problema equivalente:

Qual será o valor de uma unidade produtiva estabelecida num mercado perfeitamente concorrencial, que produz uma unidade de produto por período, a um custo de (c_1+c_2K) e que vende a um preço $S(a - 2bK)$, podendo, sem qualquer tipo de custo, deixar de laborar temporariamente caso a moeda doméstica se aprecie o suficiente para tornar o preço inferior ao custo.

Para resolver esse problema de valorização voltaremos à análise de direitos contingentes.

Então para valorizar a unidade marginal de capacidade, $\Delta V(K,S)$, vamos criar uma carteira dinâmica Φ que tem uma posição longa na unidade produtiva e uma posição curta em moeda estrangeira.

(3.9) $$\Phi = \Delta V - nS$$

O retorno total da carteira será dado por:

- ganho de capital: $d\Delta V$ - ndS
- dividendo: CF - $\delta nSdt$

Sendo CF o *cash-flow* do projecto incremental. Aqui teremos que distinguir duas situações. Tal como já fizemos referência, uma vez que pode haver suspensão temporária de actividade sem custos, só se produzirá (ou seja, só se utilizará a unidade marginal de capital) se o preço do produto for superior ao seu custo, então o *cash-flow* é dado por:

(3.10) $$CF = \begin{cases} S(a-2bK)-(c_1+c_2K) & \text{se } S \geq \dfrac{c_1+c_2K}{a\text{-}2bK} \\ 0 & \text{se } S \leq \dfrac{c_1+c_2K}{a\text{-}2bK} \end{cases}$$

O retorno total da detenção dessa carteira é igual a:

(3.11) $$d(\Delta V) - ndS - \delta nSdt + CFdt$$

Pelo lema de Itô, e utilizando (1.2) temos:

- $d(\Delta V) = \dfrac{1}{2}\Delta V_{SS}(dS)^2 + \Delta V_S dS \quad \Leftrightarrow$

  $d(\Delta V) = \dfrac{1}{2}\Delta V_{SS}(\sigma^2 S^2 dt) + \Delta V_S(\alpha Sdt + \sigma Sdz) \quad \Leftrightarrow$

  $d(\Delta V) = \left(\dfrac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} + \alpha S \Delta V_S\right)dt + \sigma S \Delta V_S dz$

- $-\,ndS = -n(\alpha Sdt + \sigma Sdz) \quad \Leftrightarrow$
  $-\,ndS = -n\alpha Sdt - n\sigma Sdz$

Substituindo em (3.11), obtemos:

(3.12) $$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} + \alpha S \Delta V_S - \delta nS - n\alpha S + CF\right)dt + \left(\sigma S \Delta V_S - n\sigma S\right)dz$$

Por forma a tornar a carteira isenta de risco temos que ter $\sigma S\Delta Vs - n\sigma S = 0$, de onde vem $n = \Delta V_S$. Mas se a carteira está isenta de risco, o seu retorno deverá ser o de uma aplicação sem risco, assim obtemos:

(3.13) $$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} - \delta S \Delta V_S + CF\right)dt = r\Phi dt \quad \Leftrightarrow$$
$$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} - \delta S \Delta V_S + CF\right)dt = r\left(\Delta V - \Delta V_S S\right)dt$$

e chegamos à seguinte equação diferencial:

(3.14) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} + (r - \delta) S \Delta V_S - r\Delta V + CF = 0$$

Designando por ΔV^0 e ΔV^1 o valor da unidade marginal de capital, respectivamente quando ela não é ou é utilizada, temos:

ΔV^0 é válido para $S \le \dfrac{c1 + c2K}{a - 2bK}$, e deverá satisfazer a equação diferencial:

(3.15) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} + (r - \delta) S \Delta V_S - r\Delta V = 0$$

A solução será:

(3.18) $$\Delta\, V^0(K,S) = A_0 S^{\beta_1} + B_0 S^{\beta_2}$$

onde β_1 e β_2 são as raízes da equação característica, e são dadas por:

(3.17) $$\beta_1 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} > 1$$

$$\beta_2 = -\frac{\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)}{\sigma^2} - \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(r-\delta-\sigma^2/2\right)^2 + 2r\sigma^2\right]^{1/2} < 0$$

ΔV^1 é válido para $S \geq \frac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK}$, e deverá satisfazer a equação diferencial:

(3.19) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta V_{SS} + (r-\delta)S\Delta V_S - r\Delta V + \left[S(a-2bK) - (c_1 + c_2 K)\right] = 0$$

A solução da parte homogénea é:

(3.20) $$\Delta V^1 = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2}$$

onde, mais uma vez β_1 e β_2 são as raízes da equação característica, dadas pelas expressões anteriores.

A solução particular será dada por[1]:

(3.21) $$\Delta V^1(K,S) = \frac{S(a-2bK)}{\delta} - \frac{c_1 + c_2 K}{r}$$

A solução geral será:

(3.22) $$\Delta V^1(K,S) = A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} + \frac{S(a-2bK)}{\delta} - \frac{c_1 + c_2 K}{r}$$

[1] Ver anexo.

Temos então:

$$(3.23) \qquad \Delta V(K,S) = \begin{cases} A_0 S^{\beta_1} + B_0 S^{\beta_2} & \text{se } S < \dfrac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK} \\ A_1 S^{\beta_1} + B_1 S^{\beta_2} + \dfrac{S(a-2bK)}{\delta} - \dfrac{c_1 + c_2 K}{r} & \text{se } S \geq \dfrac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK} \end{cases}$$

As constantes, A_0, A_1, B_0 e B_1, são obtidas através das seguintes condições fronteira:

a) $\Delta V(K,0) = 0$

b) $\lim_{S \to \infty} \Delta V(K,S) = \dfrac{S(a-2bK)}{\delta} - \dfrac{(c_1 + c_2 K)}{r}$

c) $\Delta V^0(K,S^*) = \Delta V^1(K,S^*)$ sendo $S^* = \dfrac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK}$

d) $\Delta V_S^0(K,S^*) = \Delta V_S^1(K,S^*)$

A condição *a)* deriva das propriedades inerentes ao processo estocástico seguido pela taxa de câmbio, isto é, para os movimentos brownianos geométricos, o zero é uma barreira absorvente e portanto manter-se-à sempre zero uma vez atingido esse valor.

A condição *b)* refere-se à eliminação das bolhas especulativas.

A condição *c)* e *d)* são as condições *value matching* e *smooth pasting* que se têm que verificar para o nível de taxa de câmbio S*.

De *a)* retiramos que $B_0 = 0$, uma vez que sendo β_2 menor que zero, $B_0 S^{\beta_2}$ tenderia para infinito à medida que a taxa de câmbio tenderia para zero.

Da mesma forma, da condição *b)* retira-se que $A_1 = 0$ pois, sendo β_1 positivo, $A_1 S^{\beta_1}$ tenderia para infinito à medida que S tenderia para infinito.

Ficamos então com:

$$\text{(3.24)} \qquad \Delta V(K,S) = \begin{cases} A_0 S^{\beta_1} & \text{se } S < \dfrac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK} \\ B_1 S^{\beta_2} + \dfrac{S(a-2bK)}{\delta} - \dfrac{c_1 + c_2 K}{r} & \text{se } S \geq \dfrac{c_1 + c_2 K}{a - 2bK} \end{cases}$$

• $A_0 S^{\beta_1}$ corresponde ao valor da opção do exportador em utilizar a unidade marginal de capacidade, no futuro, caso a taxa de câmbio aumente para o valor S*.

• $B_1 S^{\beta_2}$ corresponde ao valor da opção do exportador em não utilizar a unidade marginal de capacidade, no futuro, caso a taxa de câmbio diminua para um valor abaixo de S*.

• $\dfrac{S(a-2bK)}{\delta} - \dfrac{c_1 + c_2 K}{r}$ não é mais do que o valor esperado actualizado dos lucros operacionais futuros caso a unidade marginal de capacidade fosse sempre utilizada, independentemente das alterações da taxa de câmbio:

$$E\int_0^{\infty}\left[e^{-\mu t}S_t(a-2bK) - e^{-rt}(c_1 + c_2K)\right]dt = \int_0^{\infty}\left[e^{-(\mu-\alpha)t}S(a-2bK) - e^{-rt}(c_1 + c_2K)\right]dt =$$

$$\int_0^{\infty}\left[e^{-\delta t}S(a-2bK) - e^{-rt}(c_1 + c_2K)\right]dt = \frac{S(a-2bK)}{\delta} - \frac{(c_1 + c_2K)}{r}$$

A receita sendo incerta é descontada à taxa de retorno ajustada ao risco dada pelo CAPM, μ, mas como $E[S_t] = Se^{\alpha t}$, então as receitas vêm actualizadas à taxa $\delta = \mu - \alpha$. Por sua vez, sendo os custos certos são descontados à taxa isenta de risco, r.

As outras duas constantes serão determinadas com base nas condições *value matching* e *smooth pasting*:

$$\begin{cases} A_0(S^*)^{\beta_1} = B_1(S^*)^{\beta_2} + \dfrac{S^*(a-2bK)}{\delta} - \dfrac{(c_1 + c_2K)}{r} \\ \beta_1 A_0(S^*)^{(\beta_1 - 1)} = \beta_2 B_1 (S^*)^{(\beta_2 - 1)} + \dfrac{(a-2bK)}{\delta} \end{cases}$$

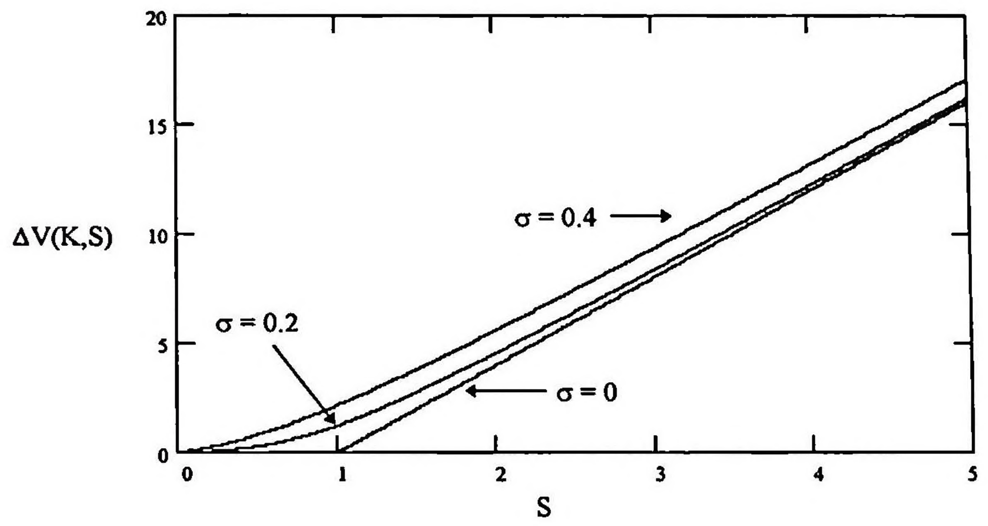
Desenvolvendo, chegamos a:

(3.25)
$$A_0 = \frac{r-\beta_2(r-\delta)}{r\delta(\beta_1-\beta_2)}(c_1+c_2K)(S^*)^{-\beta_1} > 0$$

$$B_1 = \frac{r-\beta_1(r-\delta)}{r\delta(\beta_1-\beta_2)}(c_1+c_2K)(S^*)^{-\beta_2} > 0$$

Na figura 27 podemos ver o gráfico do valor de uma unidade marginal, em função da taxa de câmbio, para vários valores de σ, 0, 0.2 e 0.4, para o exemplo numérico considerado.

Figura 27. Valor de uma unidade marginal de capacidade, com (K=2).



Para este exemplo temos que $S^* = \frac{c_1 + c_2K}{a - 2bK} = 1$ que é o valor da taxa de câmbio a partir do qual a unidade marginal de capacidade seria utilizada. Como podemos observar, quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio maior será o valor da unidade marginal de capacidade. A diferença entre $\Delta V(K,S)$ para $\sigma > 0$ e $\sigma = 0$ deriva da flexibilidade quanto à utilização dessa unidade marginal, isto é, da opção do exportador em utilizar ou não o acréscimo de capacidade.

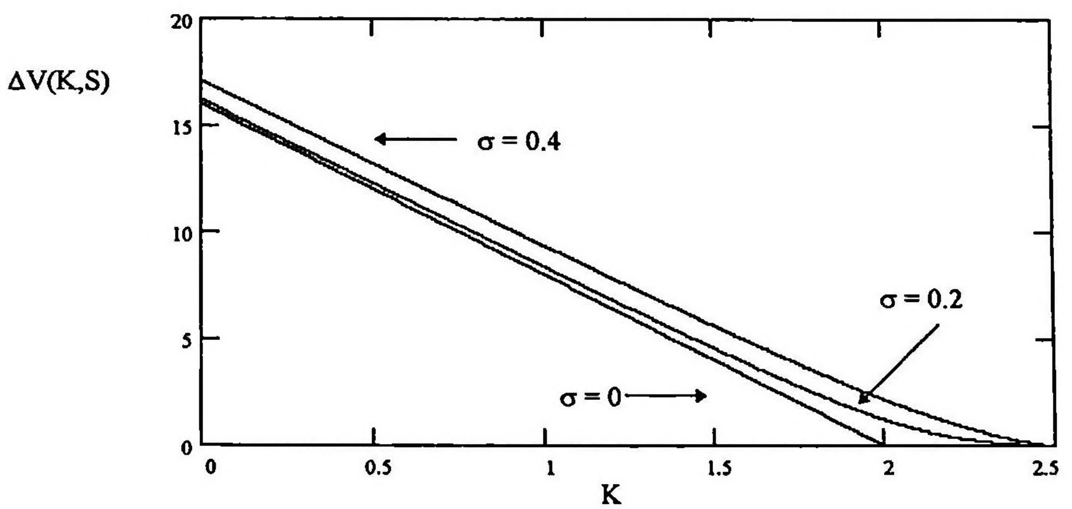
Note-se ainda que essas diferenças variam positivamente com os valores assumidos por c_1 e c_2. No limite, se $c_1 = c_2 = 0$, a utilização da unidade marginal não teria qualquer custo de modo que seria sempre utilizada e $\Delta V(K,S)$ seria independente dos valores assumidos por σ, nesse caso teríamos $S^* = 0$.

Podemos também exprimir o valor da unidade marginal de capacidade como função da capacidade instalada, dada a taxa de câmbio (não esquecer que A_0 e B_1 dependem de K):

$$(3.26) \qquad \Delta V(K,S) = \begin{cases} A_0(K)S^{\beta_1} & \text{se } K \geq \dfrac{Sa - c_1}{2Sb + c_2} \\ B_1(K)S^{\beta_2} + \dfrac{S(a - 2bK)}{\delta} - \dfrac{c_1 + c_2 K}{r} & \text{se } K < \dfrac{Sa - c_1}{2Sb + c_2} \end{cases}$$

Na figura 28 consta o gráfico de $\Delta V(K,S)$ como função da capacidade instalada, com $S = 1$, para diferentes valores de σ. Como se pode verificar, a unidade marginal de capacidade tem sempre um valor positivo, quando $\sigma > 0$, diminuindo à medida que a capacidade instalada aumenta.

Figura 28. Valor da unidade marginal de capacidade como função da capacidade instalada, com.S=1.



Quando não há incerteza, a partir de $K = 2$, a unidade marginal de capacidade deixa de ter qualquer valor uma vez que ela nunca seria utilizada, pois o benefício resultante do acréscimo de produção possibilitada pelo acréscimo da capacidade passa a ser inferior ao respectivo custo de produção (a capacidade a partir da qual o custo marginal é igual ao rendimento marginal: $K^* = \frac{Sa - c_1}{2Sb + c_2}$). Já com taxas de câmbio incertas, a unidade marginal de capacidade terá um valor positivo, que é o valor da opção de utilizar esse acréscimo de capacidade no futuro, caso a taxa de câmbio se deprecie o suficiente por forma a tornar rentável a sua utilização, e portanto quanto mais volátil for a taxa de câmbio, maior será o valor dessa opção.

No entanto, ao contrário de Pindyck (1988), por mais elevada que seja a incerteza, o valor da unidade marginal de capital tenderá para zero quando a capacidade instalada se aproximar de $K_{máx} = \frac{a}{2b}$ (que no exemplo numérico considerado é igual a 2.5), em que $K_{máx}$ é o valor de K, para o qual o rendimento marginal é nulo. Isto decorre do facto da taxa de câmbio não ter qualquer influência sobre a procura de mercado denominada em moeda estrangeira, apenas afectando as receitas do exportador monopolista em moeda doméstica. Enquanto que no modelo de Pindyck a procura vai crescendo (de forma estocástica) e portanto a dimensão desse mercado não está limitada. Este aspecto encontra-se ilustrado na figura 26 atrás.

3.4 Opção de investir na unidade marginal de capacidade.

Depois de ter analisado o valor de uma unidade marginal de capacidade, vamos agora valorizar a opção do exportador realizar esse investimento incremental, bem como a regra óptima de decisão. Essa opção é análoga a uma opção de compra sobre uma acção: o exportador monopolista detêm o direito mas não a obrigação de exercer a opção (realizar o investimento incremental), pagando o preço de exercício (k), em troca do valor da unidade marginal de capacidade ($\Delta V(K,S)$), que evolui estocásticamente.

Pretende-se então determinar o momento óptimo para exercer a opção. A solução será mais uma vez do tipo "gatilho", isto é, a opção será exercida quando a taxa de câmbio atingir um dado valor crítico S*.

Designe-se por $\Delta F(K,S)$ o valor da opção em investir na unidade marginal de capacidade. Para valorizar $\Delta F(K,S)$ construímos uma carteira dinâmica com uma posição longa na opção e uma posição curta, de n unidades, em moeda estrangeira. A posição curta será escolhida por forma a tornar a carteira isenta de risco. Isto ocorrerá para n igual a ΔF_S. O retorno da carteira assim definida será dado por:

(3.27) $$\left(\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta F_{SS} - \delta S \Delta F_S\right)dt$$

que deverá ser igual ao retorno que se obteria se o valor da carteira fosse aplicado à taxa isenta de risco:

(3.28) $$r(\Delta F - S\Delta F_S)dt$$

Igualando 3.27 a 3.28 chegamos a seguinte equação diferencial:

(3.29) $$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Delta F_{SS} + (r-\delta)S\Delta F_S - r\Delta F = 0$$

Como já vimos anteriormente, a solução geral dessa equação será:

(3.30) $$\Delta F(K,S) = CS^{\beta_1} + DS^{\beta_2}$$

em que β_1 e β_2 são as raízes da equação característica, e cujas expressões são idênticas às determinadas atrás.

Temos três incógnitas a determinar, as constantes C e D e o valor crítico de S, S*, a partir do qual a opção é exercida. Estas três incógnitas serão obtidas com base nas três condições fronteira:

a) $\Delta F(K,0) = 0$

b) $\Delta F(K,S^*) = \Delta V(K,S^*) - k$

c) $\Delta F_S(K,S^*) = \Delta V_S(K,S^*)$

A condição *a)* diz que o valor da opção será nulo quando a taxa de câmbio for zero. Isto decorre, como já referimos atrás, das propriedades dos movimentos brownianos geométricos.

As condições *b)* e *c)* são as condições *value matching* e *smooth pasting*, respectivamente. Assim, a condição *b)* diz-nos que no ponto óptimo (S = S*), o ganho líquido que se obtêm no exercício da opção ($\Delta V(K,S^*) - k$), deverá ser igual ao valor da opção ($\Delta F(K,S^*)$) de que se desiste, e essa igualdade deve ocorrer de forma suave.

De *a)* tiramos que D = 0, uma vez que sendo β_2 menor que zero, DS^{β_2} tenderia para infinito quando S se aproximasse de zero. Ficamos então com:

(3.31) $$\Delta F(K,S) = CS^{\beta_1}.$$

Quando a taxa de câmbio for inferior à taxa de câmbio crítica, S*, a opção do investimento incremental não será exercida. Quando a taxa de câmbio for maior ou igual à taxa de câmbio crítica, então a opção será exercida, obtendo-se um ganho líquido de $\Delta V(K,S)$ - k.

Então $\Delta F(K,S)$ será dado por:

$$\Delta F(K,S)=\begin{cases} CS^{\beta_1} & \text{se } S < S^* \\ \Delta V(K,S) - k & \text{se } S \geq S^* \end{cases} \tag{3.32}$$

Note-se que S* será sempre superior a $\frac{c_1 + c_2K}{a - 2bK}$ (que , como vimos corresponde ao valor da taxa de câmbio para a qual o custo marginal é igual ao rendimento marginal), de forma que $\Delta V(K,S)$ será dado por: $B_1S^{\beta_2} + \frac{S(a-2bK)}{\delta} - \frac{c_1 + c_2K}{r}$.

Substituindo em *b)* e *c)* $\Delta F(K,S)$ e $\Delta V(K,S)$ pelas respectivas expressões obtemos:

a) $$CS^{*\beta_1} = B_1S^{*\beta_2} + \frac{S^*(a-2bK)}{\delta} - \frac{c_1 + c_2K}{r} - k$$

b) $$\beta_1 CS^{*(\beta_1 - 1)} = \beta_2 B_1 S^{*(\beta_2 - 1)} + \frac{a - 2bK}{\delta}$$

De *b)* retiramos que:

$$C = \frac{\beta_2 B_1}{\beta_1} S^{*(\beta_2 - \beta_1)} + \frac{a - 2bK}{\beta_1 \delta} S^{*(1-\beta_1)} > 0 \tag{3.33}$$

Substituindo em *a)* vem:

$$B_1 \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{\beta_1} S^{*\beta_2} + \left(\frac{\beta_1 - 1}{\beta_1}\right)\left(\frac{a - 2bK}{\delta}\right) S^* - \frac{c_1 + c_2K}{r} - k = 0 \tag{3.34}$$

O valor crítico da taxa de câmbio irá depender da capacidade instalada, $S^*(K)$, e corresponderá à solução da equação (3.34). Esta equação não tem forma fechada para S^*, de modo que deverá ser resolvida numericamente, para uma dada capacidade. Depois de obter o valor de S^* substituímos em (3.33) obtendo C e podemos calcular $\Delta F(K,S)$. Na figura 29 está representado $\Delta F(K,S)$ como função de S para K = 1.

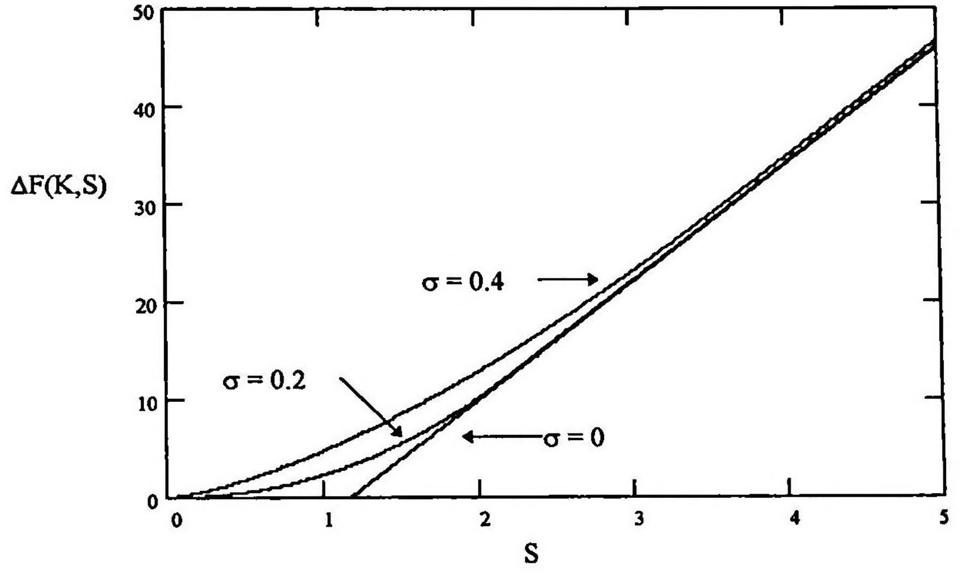
Como podemos observar no gráfico, o valor da opção aumenta com σ. O mesmo ocorre para o valor da taxa de câmbio crítica, S^*. Para o exemplo representado graficamente temos:

$$\sigma = 0 \Rightarrow S^* = 1.167$$

$$\sigma = 0.2 \Rightarrow S^* = 2.14$$

$$\sigma = 0.4 \Rightarrow S^* = 3.574$$

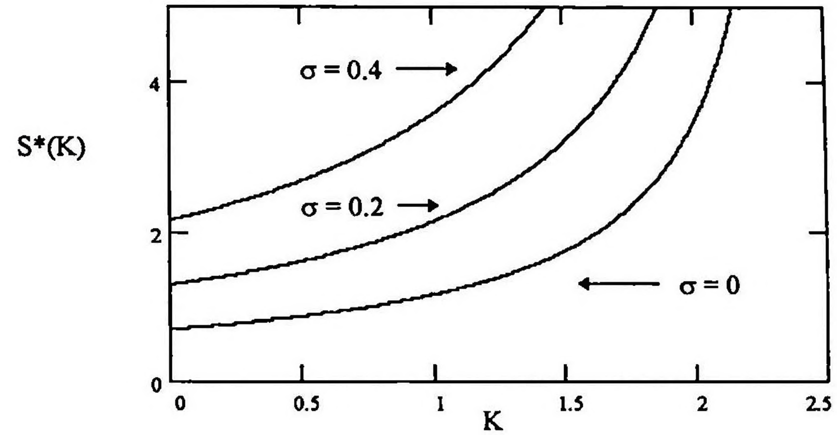
Figura 29. Valor de opção de instalar uma unidade marginal de capacidade, com (K=1).



Assim com taxas de câmbio certas e com uma unidade de capacidade instalada, o exportador só realizaria o investimento incremental, isto é, só instalaria uma unidade marginal de capacidade, se a taxa de câmbio fosse superior ou igual a 1.167. Já numa situação de incerteza de taxas de câmbio, com uma volatilidade de 0.2 e 0.4, os valores da taxa de câmbio que levariam o exportador a investir seriam de 2.14 e 3.574, respectivamente. A incerteza na taxa de câmbio, leva ao adiamento da decisão de investimento incremental.

Por outro lado, a taxa de cambio crítica, S*(K), é uma função monotonamente crescente em K, como podemos verificar na figura 30. A medida que a capacidade instalada aumenta a taxa de câmbio crítica vai aumentando a taxas crescentes, uma vez que a capacidade é limitada (nunca excederá $K_{máx.}$).

Figura 30. Taxa de câmbio crítica como função da capacidade instalada.



Considerando uma dada capacidade inicial, o monopolista irá comparar a taxa de câmbio corrente, S, com a taxa de câmbio crítica, S*(K). Se S for superior a S*(K), então o exportador realizará investimentos incrementais, aumentando K, provocando um aumento de S*(K) (ver figura 30). A capacidade aumentará até a taxa de câmbio crítica atingir o valor de S.

O gráfico permite-nos, ainda, ver os valores da taxa de câmbio a partir dos quais o monopolista entraria no mercado externo, isto é, realizaria o investimento inicial (K = 0). Para o exemplo numérico que estamos a considerar teríamos:

$$\sigma = 0 \Rightarrow S^* = 0.7$$

$$\sigma = 0.2 \Rightarrow S^* = 1.284$$

$$\sigma = 0.4 \Rightarrow S^* = 2.144$$

Depois de analisar o valor da opção do exportador investir na unidade marginal de capacidade e a respectiva regra óptima, resta-nos fazer referência à capacidade óptima a instalar pelo monopolista.

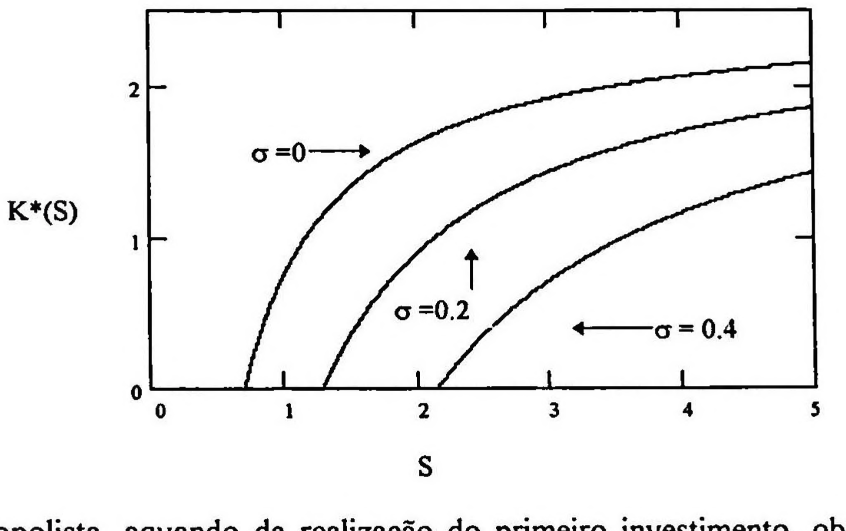
Utilizando a expressão (3.34), que nós dá a regra óptima de investimento, podemos ver qual o comportamento da capacidade óptima em função da taxa de câmbio K*(S). Para tal basta-nos reescrever a expressão em termos de K. Depois de substituir (3.25) em (3.34) (note-se que B_1 depende de K) obtemos:

$$\frac{r-\beta_1(r-\delta)}{r\delta\beta_1}S^{\beta_2}\left(c_1+c_2K^*\right)\left(\frac{c_1+c_2K^*}{a-2bK^*}\right)^{-\beta_2}+ \tag{3.35}$$

$$+\left(\frac{\beta_1-1}{\beta_1}\right)\left(\frac{a-2bK^*}{\delta}\right)S-\frac{c_1+c_2K^*}{r}-k=0$$

A capacidade óptima, K*(S), para uma dada taxa de câmbio, é a solução da equação (3.35), que mais uma vez não tem forma fechada. Na figura 31 encontra-se representado K*(S), como função da taxa de câmbio para σ igual a 0, 0.2 e 0.4. Como podemos observar, a capacidade óptima varia inversamente com a incerteza[2].

Figura 31. Capacidade óptima como função da taxa de câmbio.



O monopolista, aquando da realização do primeiro investimento, observa a taxa de câmbio e instala a capacidade óptima K*(S). Depois, ao longo do tempo o exportador vai observando a evolução da taxa de câmbio e portanto da capacidade óptima que lhe está associada. Comparando esta última com a capacidade instalada K, o monopolista realizará investimentos incrementais enquanto esta for inferior a K*(S).

[2] Note-se que o gráfico da figura 31 não é mais do que o gráfico da figura 30 invertido.

Por exemplo, para S = 2.5, os valores da capacidade óptima são:

$$\sigma = 0 \Rightarrow K^* = 1.8$$

$$\sigma = 0.2 \Rightarrow K^* = 1.216$$

$$\sigma = 0.4 \Rightarrow K^* = 0.356$$

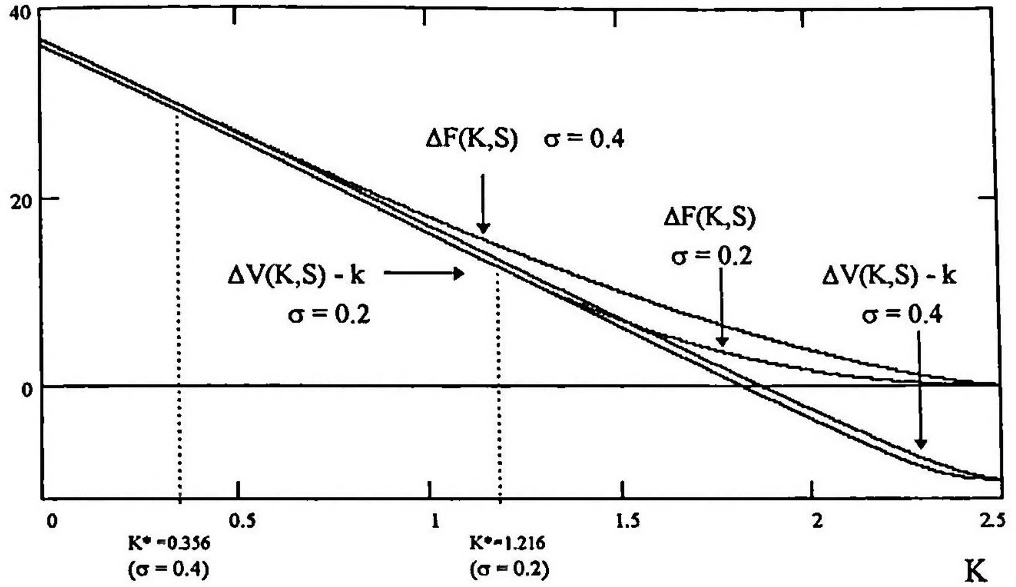
Ou seja, num ambiente de taxas de câmbio voláteis é de esperar que a capacidade óptima para servir o mercado externo seja inferior àquela que seria a capacidade óptima em ausência de incerteza. A incerteza tem um efeito negativo no investimento. Note-se que esta conclusão é oposta àquela que tínhamos chegado no capítulo anterior, quando consideramos a realização única do investimento.

Pindyck (1988), ainda, considera outra forma de ver o modo como a incerteza sobre a procura futura afecta a capacidade óptima da empresa. Para uma dada taxa de câmbio, a capacidade óptima será o valor máximo de K para o qual o valor da opção de investir na unidade marginal de capacidade, $\Delta F(K,S)$, iguala o valor líquido dessa unidade, $\Delta V(K,S) - k$. Como vimos atrás, enquanto K for inferior a $K^*(S)$, as opções de acrescentar capacidade seriam sucessivamente exercidas[3], aumentando-se a capacidade até K ser igual a K^*. Para $K>K^*$, o custo de oportunidade de exercer a opção ($\Delta F(K,S)$) seria superior ao valor líquido da unidade marginal de capacidade ($\Delta V(K,S) - k$), logo não seria óptimo exercê-la. Isto está ilustrado na figura 32, para S igual a 2.5 e σ igual a 0.2 e 0.4.

Note-se mais uma vez que, pelas razões já apontadas atrás, o valor da opção de realizar o investimento incremental tende para zero à medida que a capacidade instalada se a próxima de $K_{máx.}$, ao contrario de Pindyck (1988).

[3] Referimos-nos a "opções" porque para cada capacidade instalada temos a opção de instalar a proxima unidade marginal de capacidade. Ao exercer essa opção, a capacidade instalada aumenta e passamos a deter a opção de acrescentar a unidade marginal de capital seguinte.

Figura 32. Capacidade óptima da empresa para σ = 0.2 0.4



Até agora só temos feito referência à unidade marginal de capacidade. Analisamos quer o valor da opção de investir nessa unidade, ΔF(K,S), quer o valor dessa unidade quando instalada, ΔV(K,S). Ora o valor da empresa monopolista exportadora, como já foi notado no início do capítulo, resultará de duas componentes: do valor de toda a capacidade instalada, V(K,S), líquido dos custos de investimento, kK; e do valor das opções de crescimento (das opções de expandir a capacidade) detidas pelo exportador, F(K,S).

Então, para uma dada taxa de câmbio, o valor da capacidade instalada, K', será dado pela soma dos valores de todas as unidades marginais de capacidade instaladas, de K=0 até K =K'.

Uma vez que a nossa análise é feita em tempo contínuo, esta soma será dada pelo integral:

$$V(K',S) = \int_{0}^{K'} \Delta V(K,S)dK \tag{3.36}$$

Da mesma forma, o valor das opções de crescimento do exportador, quando a capacidade instalada é K', será dada por:

$$(3.37) \qquad F(K',S) = \int_{K'}^{K_{max}} \Delta F(K,S)dK$$[4]

E o valor da empresa monopolista virá:

$$(3.38) \qquad V(K',S) + F(K',S) - kK' = \int_{0}^{K'} \Delta V(K,S)dK + \int_{K'}^{K_{max}} \Delta F(K,S)dK - kK'$$

Note-se que quando a capacidade instalada é óptima, K = K*, o valor da empresa monopolista é maximizado. V(K*,S) é dado pela área por baixo da curva ΔV(K,S) - k da figura 32, de K = 0 até K = K* mais o respectivo custo de aquisição, kK*. F(K*,S) é dado pela área por baixo da curva ΔF(K,S) da figura 32, de K = K* até K = $K_{máx}$.

Pindyck (1988) analisando a sensibilidade do valor da empresa e das suas componentes face à incerteza, chega às seguintes conclusões:

1. Quando não há incerteza , o valor das opções de crescimento é nulo, e portanto, o valor da empresa corresponde ao valor da capacidade instalada.

2. O valor da empresa evolui positivamente com a incerteza.

3. Quanto maior for a volatilidade, maior será o valor de cada unidade de capacidade instalada e das opções de crescimento.

4. Quanto maior for a volatilidade, maior será o peso do valor das opções de expandir a capacidade, no valor total da empresa, podendo atingir valores superiores a 50%.

Na tabela 1 constam simulações para o valor da empresa, da capacidade instalada, das opções de acrescentar capacidade e do peso destas no valor da empresa, para diversos

[4] Em Pindyck (1988), temos ∞ em vez de K_{max}.

valores de taxas de câmbio considerando vários cenários de incerteza. Como podemos observar, nem todas as conclusões de Pindyck (1988) se mantêm válidas para o modelo que estamos analisar. Em específico, o valor da empresa não evolui positivamente com a incerteza. Por outro lado, para valores positivos da volatilidade, o valor das opções de crescimento têm um comportamento crescente com a taxa de câmbio, mas só enquanto esta não atinge valores que tornam óptimo instalar capacidade. A partir do momento em que existe capacidade instalada esse comportamento passa a ser decrescente.

Tabela 1. Valor da empresa, valor da capacidade instalada e opções de crescimento.

σ	S	K*	V(K*,S)	F(K*,S)	Valor Total	$\frac{F(K^*,S)}{\text{ValorTotal}}$
0	0.5	0	0	0	0	0
	1	0.75	9.75	0	9.75	0
	1.5	1.333	24	0	24	0
	2	1.625	37.375	0	37.375	0
	2.5	1.8	50.4	0	50.4	0
	3	1.917	63.25	0	63.25	0
	3.5	2	76	0	76	0
	4	2.063	88.688	0	88.688	0
	5	2.15	113.95	0	113.95	0
0.2	0.5	0	0	1.22	1.22	1
	1	0	0	5.446	5.446	1
	1.5	0.36	8.618	8.011	16.629	0.482
	2	0.895	25.899	6.009	31.908	0.188
	2.5	1.216	41.255	4.807	46.063	0.104
	3	1.43	55.653	4.006	59.66	0.067
	3.5	1.583	69.507	3.433	72.94	0.047
	4	1.697	83.019	3	86.019	0.035
	5	1.858	109.431	2.405	111.836	0.022
0.4	0.5	0	0	3.765	3.765	1
	1	0	0	10.182	10.182	1
	1.5	0	0	18.221	18.221	1
	2	0	0	27.537	27.537	1
	2.5	0.356	15.364	26.099	41.463	0.629
	3	0.713	34.337	21.75	56.087	0.388
	3.5	0.968	51.443	18.644	70.087	0.266
	4	1.16	67.389	16.312	83.701	0.295
	5	1.428	97.187	13.045	110.231	0.118

Uma extensão do trabalho aqui desenvolvido seria combinar as duas fontes de incerteza: a da taxa de câmbio e a da procura estrangeira.

A curva de procura expressa em moeda doméstica seria então dada por:

$$P_d(Q,S,\theta) = S(\theta - \gamma Q)$$

onde a evolução de S e θ seria dada por:

$$dS = \alpha_S S dt + \sigma_S S dz$$

$$d\theta = \alpha_\theta \theta dt + \sigma_\theta \theta dw$$

sendo dz e dw incrementos de Wiener, podendo existir correlação entre eles.

Conclusão

Em ambiente de incerteza da taxa de câmbio, uma empresa é relutante em levar a cabo investimentos irreversíveis de internacionalização, dado existir a probabilidade da moeda doméstica ter uma evolução desfavorável. Quando existe flexibilidade em diferir essa decisão de investimento, essa relutância manifesta-se pelo adiamento da realização do investimento até a taxa de câmbio atingir um determinado valor crítico. O aumento da incerteza provoca um aumento desse valor de *gatilho* e desta forma a incerteza terá um efeito negativo na incidência desse investimento.

Por outro lado, quanto mais flexibilidade a empresa tiver, maior será o seu valor. Uma vez que existe uma relação positiva entre os valores de opção e a volatilidade, maior incerteza aumenta o valor da empresa.

Para investimentos em que a escala constitui uma variável de decisão para a empresa, o efeito da volatilidade da taxa de câmbio na capacidade óptima a construir dependerá da possibilidade ou não de poder realizar investimentos incrementais. Desta forma, quando os custos de ajustamento da capacidade são infinitos, de modo que a empresa só pode realizar um único investimento, a capacidade óptima de entrada evolui positivamente com a incerteza. Quando a empresa pode incrementalmente adicionar capacidade sem qualquer custo, o seu valor de mercado passa a ser dado pelo valor da capacidade instalada e pelo valor das opções de crescimento que a empresa passa a deter. Neste caso quanto maior for a volatilidade da taxa de câmbio menor será a capacidade óptima da empresa.

Anexo

- Obtenção da solução particular da equação diferencial (1.24):

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^S + (r-\delta)SV_S^S - rV^S + SP - C = 0$$

A solução particular será do tipo: $V^S = x + yS$, e teremos:

$V_S^S = y$

$V_{SS}^S = 0$

Substituindo obtemos:

$(r-\delta)Sy - r(x+yS) + SP - C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S(P-\delta y) - rx - C = 0$

de onde retiramos: $y = \frac{P}{\delta}$ e $x = -\frac{C}{r}$

e portanto a solução particular virá: $V^S = \frac{SP}{\delta} - \frac{C}{r}$

- Obtenção da solução particular da equação diferencial (2.21):

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^1 + (r-\delta)SV_S^1 - rV^1 + \frac{(Sa-c_1)^2}{4bS} = 0$$

Para a solução particular vamos experimentar $V^1(K,S) = x + yS + \frac{z}{S}$

$V_S^1 = y - \frac{z}{S^2}$

$V_{SS}^1 = \frac{2z}{S^3}$

substituindo obtemos:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2\left(\frac{2z}{S^3}\right) + (r-\delta)S\left(y - \frac{z}{S^2}\right) - r\left(x + yS + \frac{z}{S}\right) + \frac{S^2a^2}{4bS} - \frac{2Sac_1}{4bS} + \frac{c_1^{\,2}}{4bS} = 0 \qquad \Leftrightarrow$$

$$\sigma^2\frac{z}{S} + (r-\delta)Sy - (r-\delta)\frac{z}{S} - rx - ryS - \frac{rz}{S} + \frac{Sa^2}{4b} - \frac{ac_1}{2b} + \frac{c_1^{\,2}}{4bS} = 0 \qquad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{S}\left[\sigma^2 z - 2rz + \delta z + \frac{c_1^{\,2}}{4b}\right] + S\left[-\delta y + \frac{a^2}{4b}\right] - rx - \frac{ac_1}{2b} = 0$$

Então, para ser solução da equação, teremos que ter:

$$\begin{cases} \left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)z + \dfrac{c_1^{\,2}}{4b} = 0 \\ -\delta y + \dfrac{a^2}{4b} = 0 \\ -rx - \dfrac{ac_1}{2b} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\dfrac{c_1^{\,2}}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)} \\ y = \dfrac{a^2}{4b\delta} \\ x = -\dfrac{ac_1}{2br} \end{cases}$$

Portanto a solução particular será:

$$V^1(K,S) = -\frac{ac_1}{2br} + \frac{a^2 S}{4b\delta} - \frac{c_1^{\,2}}{4b\left(\sigma^2 - 2r + \delta\right)S}$$

- Obtenção da solução particular da equação diferencial (2.23):

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS}^2 + (r - \delta)SV_S^2 - rV^2 + SK(a - bK) - c_1 K = 0$$

A solução particular será do tipo: $V^2 = x + yS$, e teremos:

$V_S^2 = y$

$V_{SS}^2 = 0$

Substituindo obtemos:

$$(r - \delta)Sy - r(x + yS) + SK(a - bK) - c_1 K = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S\left[-\delta y + K(a - bK)\right] - rx - c_1 K = 0$$

Para que verifique a equação, devemos ter:

$$\begin{cases} -\delta y + K(a - bK) = 0 \\ -rx - c_1 K = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{K(a - bK)}{\delta} \\ x = -\dfrac{c_1 K}{r} \end{cases}$$

e a solução particular será dada por:

$$V^2(K,S) = \frac{SK(a - bK)}{\delta} - \frac{c_1 K}{r}$$

Bibliografia

Abel, A. B., (1983), "Optimal Investment Under Uncertainty", *American Economic Review*, vol. 73(1), Março: 228-233.

Abel, A. B., Dixit, A.K., Eberly, J. C. e Pindyck, R. S. (1996), "Options, the value of capital, and investment", *Quarterly Journal of Economics* 98, nº 1: 85-100.

Abel, A. B. e Eberly, J. C., (1994), "A Unified Model of Investment under Uncertainty", *American Economic Review*, 84, 1369-84.

Abel, A. B. e Eberly, J. C., (1996), "Optimal Investment with Costly Reversibility", *Review of Economic Studies*, 63: 581-593.

Aristotelous, K. e Fountas, S. (1996), "An Empircal Analysis of Inward Foreign Direct Investment Flows in the EU with Emphasis on the Market Enlargement Hypothesis", *Journal of Common Market Studies*, 34 (4), December(1996).

Baldwin, C. e Ruback, R. (1986), "Inflation, uncertainty and investment", *Journal of Finance* 41, nº3: 657-669,

Baldwin, R. (1988), "Hysteresis in Import Prices: the Beachhead Effect", *American Economic Review* 78, nº 4, Set. 88: 773-785.

Baldwin, R. e Krugman, P. (1989), "Persistent Trade Effects of Large Exchange Rates Shocks", *Quarterly Journal of Economics* 104, nº 4, Nov., pág. 635-654.

Baldwin, R. e Lyons, R. (1994), "Exchange Rate Hysteresis? Large versus small policy misalignments", *European Economic Review*, 38, pág. 1-22.

Bar-Ilan, A. e Strange, W. C..(1996), "Investment Lags", *American Economic Review* 86, nº 3, Junho 96: 610-622.

Bartolini, L. (1995), "Foreign investment quotas and rent extraction under uncertainty", *Journal of International Economics*, 38, pp. 25-49.

Bell, G. (1995), "Volatile exchange rates and the multinational firm: Entry, exit and capacity options", In *Real Options in Capital Investments*, ed. L. Trigeorgis. Praeger.

Bell, G. e Campa, J. M. (1997), "Irreversible Investments and Volatile Markets: A Study of The Chemical Processing Industry", *The Review of Economics and Statistics*, 1997, pp: 79-87.

Bernanke, B. S. (1983), "Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment". *Quarterly Journal of Economics* 98, nº 1: 85-100,

Bertola, G. e Caballero, R. J. (1990), "Kinked Adjustment Costs and Aggregate Dynamics", NBER.

Bertola, G. e Caballero, R. J. (1994), "Irreversibility and Aggregate Investment", *Review of Economic Studies*, 61, pág 223-246.

Bjerksund, P. e Ekern, S. (1990), "Managing investement oportunities under price uncertainty: From 'last chance' to 'wait and see' strategies", *Financial Management* 19, nº 3: 65-83.

Black, F. e Scholes, M. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy* vol. 81, Maio/Junho: 637-659.

Bourdieu, J., Cœuré, B. e Sédillot, B. (1996), "Investissement, incertitude et irréversibilité", *Revue Économique*, Avril 1996, pag. 23-53.

Brennan e Schwartz (1985), "Evaluating natural resource investments", *Journal of Business* 58, nº 2:135-157.

Buckley, A. e Tse, K. (1996), "Real Operating Options and Foreign Direct Investment: A Synthetic Approach", *European Management Journal*, 14, nº 3, June 1996, 304-14.

Caballero, R. J. e Engel, E. M. R. A. (1994), "Explaining Investment Dynamics in U.S. Manufacturing: A Generalized (S,s) Approach", *NBER* Working Paper nº 4887, October 1994.

Carr (1988), "The valuation of sequential exchange opportunities", *Journal of Finance* 43, nº5: 1235-1256.

Chow, G. C. (1979), "Optimum Control of Stochastic Differential Equation Systems", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1, pág. 143-175.

Chung, e Charoenwong (1991), "Investment options, assets in place, and the risk of stocks", *Financial Management* 20, nº 3: 21-33.

Chung, K. K. e Kim, K. H. (1997), "Growth Opportunities and Investment Decisions: A New Perspective on the Cost of Capital", *Journal of Business Finance & Accounting*, 24, nº 3 & 4, 413-25.

Cox, J. C. e Ross, S. A. (1976), "The valuation of options for alternative stochastic processes", *Journal of Financial Economics* Jan./Mar., Vol. 3,Pág. 145-166.

Dixit, A. (1989a), "Entry and Exit Decisions under Uncertainty", *Journal of Political Economy* vol. 97, nº 31.

Dixit, A. (1989b), "Hysteresis Import Penetration, and Exchange Rate Pass-Through", *Quartely Journal of Economics*, Maio, 104(2), pág. 205-228.

Dixit, A (1991b), "A simplified treatment of the theory of optimal regulation of Brownian motion", *Journal of of Economic Dynamics and Control*, vol. 15, pág: 657-73.

Dixit, A. (1992) "Investement and Hysteresis", *Journal of Economic Perspective*, vol. 6, nº 1 Inverno 1992: 107-132..

Dixit A. e Pindyck, R. (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton (New Jersey): Princeton University Press.

Dumas, Bernard (1992), "Perishable investment and hysteresis in capital formation" Rodney L. White Center for Financial Research, The Wharton School, University of Pennsylvania (1992).

Emery, J. C. H. e Mckenzie, K. J. (1996), "Damned if you do, damned if you don't: an option value approach to evaluating the subsidy of the CPR mainline", *Canadian Journal of Economics*, vol. 29, nº2, Maio : 255-270.

Feinberg, R. M. (1992), "Hysteresis and export targeting", *International Journal of Industrial Organization*, 10, 1992, pp. 679-684.

Harchaoui, T. M. e Lasserre, P. (1995), "Testeing the Option Value Theory of Irreversible Investment", *Working Paper* nº 41, Setembro 1995, CIRANO.

Harchaoui, T. M. e Lasserre, P. (1996). "Le choix de capacité comme l'exercice d'une option d'achat financière", *Canadian Journal of Economics*, vol. 29, nº2, Maio : 271-288.

Hull, J. e White, A. (1987) "The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities", *Journal of Finance* 42, nº2, June 1987: 281-300.

Hurn, A. S. e Wright, R. E. (1994), "Geology or Economics? Testing models of irreverssible investment using north sea oil data", *The Economic Journal,* 104, Março 1994, pág. 363-371.

Ingersoll e Ross (1992), "Waiting to invest: investement and uncertainty", *Journal of Business* 65, nº1:1-29

Klein, M. e Rosengren, E (1994) "The Real Exchange Rate and Foreign Direct Investment in the United States", *Journal of International Economics,* Vol. 36. pp. 373-89.

Kemna, A. (1993). "Case studies on real options", *Financial Management* 22, nº 3: 259-270.

Kester (1984), "Today's options for tomorrow's growth", *Harvard Business Review* 62, nº 2: 153-160.

Kester (1993), "Turning growth options in to real assets", *in Capita Budgeting under uncertainty,* ed. R. Aggarwal, Prentice-Hall.

Kogut, B. e Chang S. J. (1996), "Platform Investments and Volatile Exchange Rates: Direct Investment in the U.S. by Japaness Electronic Companies", *The Review of Economics and Statistics,*

Kogut, B. e Kulatilaka, N. (1994), "Operating flexibility, global manufacturing, and the option value of a multinational network.", *Management Science* 40, nº 1: 123-139.

Kulatilaka, N. (1993), "The Value of flexibility:The case of a dual-fuel industrial steam boiler", *Financial Management,* 22, nº3, Autumn 1993: 271-280.

Kulatilaka, N. e Kogut, B. (1996), "Direct Investment, Hysteresis, and Real Exchange Rate Volatility.", *Journal of the Japanese and International Economies*, 10, nº 1, March 1996..

Laughton, D. G. e Jacoby, D. (1993), "Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making", *Financial Management*, Autumn 1993: 225-240.

Leahy, J. V. e Whited, T. M. (1996), "The Effect of Uncertainty on Investement: Some Stylized Facts", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 28, nº1, Feb. 96: 64-83.

Majd e Pindyck (1987), "Time to build, option value, and investement decisions", *Journal of Financial Economics* 18, nº 1:7-27.

Margrabe, W. (1978), "The value of an option to exchange one asset for another", *Journal of Finance* 33, nº 1: 177-186.

McDonald, R. e Siegel, D. (1984), "Option pricing when the underlying asset earns a below-equilibrium rate of return: A note.", *Journal of Finance* 39, nº1: 261-265.

McDonald e Siegel (1985), "Investements and the valuation of firms when there is an option to shut down.", *International Economic Review* 26, nº 2:331-349.

McDonald e Siegel (1986), "The value of waiting to invest", *Quartely Journal of Economics* 101, nº4: 707-727.

Myers e Majd (1990), "Abandonment value and project life", *Advances in Futures and Options Research* 4: 1-21.

Paddock et al. (1988), "Option valuation of claims on physical assets: The case of offshore petroleum leases", *Quarterly Journal of Economics* 103, nº 3:479-508.

Parsley, D. C. e Wei, S. J. (1993), "Insignificant and Inconsequencial Hysteresis: The Case of U.S. Bilateral Trade", *The Review of Economics and Statistics,* 75, nº 4, November 1993, pp: 606-613.

Pindyck, R. (1980), "Uncertainty and exhaustible resource markets", *Journal of Political Economy* vol. 86, Dezembro: 1203-1225.

Pindyck, R (1988), "Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm", *American Economic Review* 78, nº 5: 969-985.

Pindyck, R (1991), "Irreversibility, Uncertainty and Investement", *Journal of Economic Literature*, Set. 1991, 26 (29?):3, Pág. 1110-1152.

Pindyck, R. (1993), "A Note on Competitive Investment Under Uncertainty.", *American Economic Review* 83, nº 1, (Março): 273-277.

Pindyck, R. (1993), "Investment of Uncertain Cost.", *Journal of Financial Economics* 34, nº 1, (Agosto): 53-76.

Pindyck, R. e Solimano, A. (1993), "Economic Instability and Aggregate Investment", *NBER Macroeconomics*, (Março): 259-303.

Quigg, L. (1993), "Empirical Testing of Real Option-Pricing Models", *Journal of Finance* 48, nº2, Junho 1992: 621-640.

Rubinstein, M (1987), "Derivative Asset Analysis", *Journal of Economic Perspective*, vol. 1, nº 2, Outono !987: 73-93.

Smit, H. T. J. e Ankum, L. A. (1993), "A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition", *Financial Management*, Autumn (1993), 241-250.

Smith, C. W. (1976), "Option Pricing: A Review", *Journal of Financial Economics* Jan./Mar., Vol. 3,Pág. 3-51.

Smith, W. T. (1994), "Investment, unercainty, and price stabilization schemes", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 18,Pág. 561-579.

Titman (1985), "Urban land prices under uncertainty", *American Economic Review* 75, nº 3: 505-514.

Trigeorgis (1988), "A conceptual options framework for capital budgeting", *Advances in Futures and Options Research* 3: 145-167.

Trigeorgis (1993), "Real options and interactions with financial flexibility", *Financial Management* 22, nº 3: 202-224.

Trigeorgis (1993), "The nature of option interactions and the valuation of investements with multiple real options.", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 28, nº 1: 1-20.

Trigeorgis, L. (1996), *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, Cambridge (MA): The MIT Press.