UNIVERSIDADE TECNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA

COMPOSIÇÃO ÓPTIMA DAS RESERVAS CAMBIAIS: UMA APLICAÇÃO A PORTUGAL

DISSERTAÇÃO APRESENTADA
PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM ECONOMIA

NUNO JOSÉ DORES CASSOLA E BARATA

LISBOA, 26 DE MAIO DE 1986

Com sentimento e razão divididos entre Lisboa e Zurique,
dedico esta Dissertação
aos gnomos da Paradeplatz e aos tesouros da Seestrasse.
Sem eles este trabalho teria sido um ano de enorme solidão.

"For the person who thinks in mathematics, and does not simply translate his verbal thoughts or his images into mathematics, mathematics is a language of discovery as well as a language of verification"

Herbert Simon in
<u>Models of Discovery</u>, Boston, Reidel, 1977
p.xv

COMPOSIÇÃO OPTIMA DAS RESERVAS CAMBIAIS: UMA APLICAÇÃO A PORTUGAL

ÍNDICE:

INTRODUÇÃO

A nossa Dissertação situa-se relativamente à teoria da carteira numa dupla perspectiva.Por um lado procurámos elaborar uma recensão actualizada da teoria e por outro lado procurámos aplicá-la à realidade portuguesa moderna.Necessáriamente, estes dois objectivos não são separáveis.

A aplicação ao problema da escolha da composição óptima das reservas cambiais do Banco de Portugal e ao problema da escolha das moedas de denominação da dívida externa de curto prazo de um país com acesso aos mercados financeiros internacionais,levou-nos àqueles desenvolvimentos teóricos que acentuam a importância de considerar os riscos de câmbio e de inflação.Em economia aberta, num regime de câmbios flexíveis e incerteza quanto à evolução dos índices de preços aqueles dois factores devem ser tomados em conta no processo de decisão dos agentes económicos com aversão ao risco.

O tipo de agente escolhido para o nosso estudo (banco central) tornou necessário que se fizesse um enquadramento dos problemas seleccionados no contexto do funcionamento do sistema monetário internacional.

Assim,depois de identificados e situados os problemas em estudo,relativamente à realidade portuguesa,no cap.1,apresentamos no cap.2 uma recensão crítica da teoria da composição das reservas cambiais.

A perspectiva sobre a teoria da carteira será desenvolvida em dois momentos.No cap.3 apresentamos a versão tradicional e nos parágrafos 1 a 3 do cap.4 apresentamos a teoria moderna .Na exposição procurámos evidenciar que a versão moderna não contradiz a tradicional mas,antes,a desenvolve e enriquece ,tanto no esclarecimento e no rigor das hipóteses subjacentes,como na interpretação económica dos seus resultados.

Infelizmente,não se apresenta,no entanto,uma exposição completa da moderna teoria da carteira pois isso exigiria a assimilação de conhecimentos matemáticos muito avançados(programação dinâmica estocástica) acima das nossas capacidades actuais.Assim,limitamos a nossa apresentação ao caso do"movimento browniano geométrico".

Apesar de relativamente simples na sua aplicação,o cálculo diferencial estocástico (lema de Itô) é um assunto pouco divulgado no Instituto Superior de

Economia.Por este motivo,procurámos desenvolver com algum rigor e pormenor os resultados que derivam da sua aplicação,nomeadamente em anexos à Dissertação.

Do estudo empírico,que ocupa os parágrafos 4 a 6 do cap.4,sobressaem três conclusões importantes para o último trimestre de 1984:o Banco de Portugal revela um comportamento de baixa aversão relativa ao risco,o FF a £ e o FS são as moedas sugeridas para denominar a dívida e,o nível de ouro nas reservas não é óptimo.Esta última conclusão sugere que a substituição de ouro por Ecu,caso Portugal adira ao sistema monetário europeu,pode originar ganhos de eficiência.

Estas conclusões não são generalizáveis no tempo e devem ser moderadas pelas hipóteses simplificadoras assumidas.É com as limitações e perspectivas de trabalho,futuro e próximo,que terminamos a Dissertação.

* * *

Os resultados preliminares da nossa investigação foram apresentados num seminário de teoria económica da Faculdade de Economia da Universidade Nova de Lisboa em que tivemos a honra de participar por convite do Prof.Dr.Jorge Braga de Macedo.

Os resultados que agora apresentamos reflectem,na medida das nossas capacidades,as observações críticas então feitas pelos Prof.es Dr.es Jorge Braga de Macedo e Manuel Villares e pelo Dr.Vítor Gaspar,que muito agradecemos.

As deficiências do"produto" actual são da nossa inteira responsabilidade e constituem um estímulo para a continuação e o desenvolvimento da investigação.

* * *

Uma última palavra de agradecimento,mas não menor,vai para o Dr.André Março do Instituto Superior Técnico pelo acesso que permitiu à "banda magnética" de um algoritmo de programação quadrática(Lemke).

CAPITULO 1

A COMPOSIÇÃO DAS RESERVAS CAMBIAIS DO BANCO DE PORTUGAL NO PERIODO 1981-84 :ENQUADRAMENTO GERAL

CAPITULO 1 - A COMPOSIÇÃO DAS RESERVAS CAMBIAIS DO BANCO DE PORTUGAL NO PERIODO 1980-84:ENQUADRAMENTO GERAL

1.1 - A importância do estudo da composição das reservas cambiais para o caso português

Vítor Constâncio in prefácio a MATEUS(1982,P.IX) considera que *"...os problemas de endividamento externo vão continuar a assumir primordial importância entre os aspectos financeiros do nosso processo de desenvolvimento"*. Uma das conclusões que tira do diagnóstico do endividamento português é a de que *"...a nossa dívida externa está pouco diversificada em termos de moedas de denominação e a concentração em dólares foi,por exemplo,muito negativa em 1981 quando a subida das taxas de juro e de câmbio do dólar agravaram substancialmente o serviço da dívida"*.Mais adiante,ainda no prefácio acima referido,sugere que*"considerações de gestão do risco devem levar a diversificar mais as moedas em que se contrai a dívida mesmo que no imediato alguns empréstimos não sejam,aparentemente,os que possuem melhores condições"*.

Tendo em vista assegurar uma maior coordenação na gestão da dívida externa e a melhor articulação desta com a política monetária e a gestão das reservas cambiais,o Dec.-Lei nº 26/84,de 18 de Janeiro,atribuiu ao Banco de Portugal a competência para,sob orientação do Conselho Coordenador do Financiamento Externo,registar,analisar,programar e gerir a dívida externa.As tarefas do Departamento de Capitais e Financiamento Externo do Banco de Portugal,criado para o efeito,têm-se centrado,nomeadamente,na:

-Programação quantitativa e qualitativa(perfil temporal,moedas de denominação,instrumentos financeiros,etç.)da dívida externa;

-Estratégia geral de recurso ao endividamento externo,nomeadamente coordenação das operações das várias entidades públicas no mercado externo e autorização das condições em que são realizadas;

-Acompanhamento e análise dos mercados financeiros internacionais;

-Coordenação da intervenção das instituições de crédito no apoio financeiro à exportação nacional;

-Aperfeiçoamento dos registos e rotinas de tratamento estatístico da dívida externa em ligação com a respectiva gestão e controlo;

-Revisão de alguns critérios de licenciamento e controlo das operações de capitais e de investimento directo.

(ver BANCO DE PORTUGAL(1985,P.10))

Pode verificar-se pois que,face ao agravamento da dívida externa portuguesa (15 mil milhões de dólares,correspondente a 77% do PIB_{pm} e com um serviço da dívida correspondente a 35,5% do crédito de transacções correntes em finais de 1984,conforme dados de BANCO DE PORTUGAL(1985))as autoridades económicas e políticas portuguesas reconheceram a necessidade de,entre outras tarefas:

-Articular a gestão da dívida com a gestão das reservas,programar aspectos qualitativos da dívida(moedas de denominação) e coordenar e controlar o endividamento externo das várias entidades públicas.

No fim de 1984 a dívida externa portuguesa de curto prazo era cerca de 3 mil milhões de dólares,correspondente a 21% da dívida total expressa em dólares.

As Empresas Públicas Não Financeiras atribuiam-se 90% dessas responsabilidades de curto prazo e ao Banco de Portugal cerca de 7%.Estas responsabilidades de curto prazo do banco central elevavam-se a cerca de 210 milhões de dólares no fim de 1984 e,em termos relativos,correspondiam a 18% do valor trimestral médio das exportações portuguesas entre 1982 e 1984,expressas em dólares.

O peso da dívida externa contratualmente em dólares era,no fim de 1984,de 92,1% 68,8% e 73,9% respectivamente para a dívida de curto,médio/longo prazos e total.[1]

[1]-Conforme dados de BANCO DE PORTUGAL (1985)

Sobre a gestão das reservas cambiais pode concluir-se através da leitura dos Relatórios do Conselho de Administração do Banco de Portugal que o banco central separa a gestão das disponibilidades em moeda estrangeira da gestão das reservas de ouro.

Relativamente às reservas de ouro, para além da necessidade de fornecimento à indústria nacional [2] salienta-se o facto de parte das reservas se encontrar com frequência afecta à garantia de empréstimos externos. O banco central articula, por consequência, a gestão das reservas de ouro com a da dívida (de curto prazo).

A este propósito refira-se que no fim de 1984, 3,7% das reservas (em quantidade) estavam afectas a garantias de curto prazo, enquanto que em 1977 esse valor atingia, no final do ano, 50%.

No periodo compreendido entre 1980 e 1984 as reservas cambiais do Banco de Portugal apresentaram, no que diz respeito a ouro e divisas, a seguinte evolução e estrutura, conforme QUADRO 1.

QUADRO 1 - Reservas de ouro e divisas
Portugal, 1980-84, valores em fim de periodo

Data	Reservas de ouro em toneladas	Reservas de ouro em milhares de milhões de Escudos	Reservas de divisas em milhares de milhões de Escudos	TOTAL
1980	689,5	299,7	31,8	331,5
1981	688,6	368,2	26,0	394,2
1982	687,1	501,6	33,0	534,6
1983	635,6	684,7	40,0	724,7
1984	631,3	875,8	67,7	943,5

FONTE: BANCO DE PORTUGAL, Relatório do Conselho de Administração, 1981 a 1985

[2]-O Art.º 39 do Dec.º-Lei n.º 227/83 estabelece que a importação e a exportação ou a reexportação de ouro, sob qualquer forma, para fins industriais ou monetários estão sujeitas a autorização do Banco de Portugal e ainda que as mesmas só podem ser efectuadas através do banco central.

-O ouro está avaliado a 254,92 dólares a onça"troy" de ouro fino conforme Dec.º-Lei n.º 107/80 de 10 de Maio.

A conversão para escudos foi feita a partir da seguinte tabela de Escudos por grama de ouro fino,conforme cálculos do Banco de Portugal:

1980-434$71
1981-534$77
1982-729$35
1983-1077$35
1984-1387$40

-As divisas estão avaliadas à média das taxas de câmbio médias do último dia de cada mês.

Considerando a avaliação oficial das reservas,a estrutura percentual para o periodo considerado foi a seguinte:

1980-90,4% DE OURO
1981-93,4% "
1982-93,8% " EM MÉDIA...92,98% DE OURO
1983-94,5% "
1985-92,8% "

A avaliação oficial das reservas evidencia um acr-éscimo em escudos,tanto da componente ouro como da componente divisas(excepção,neste último caso,de 1980 para 1981).Este facto deve-se,em parte,à depreciação do escudo face às outras divisas que compõem as reservas.

Um exemplo simples ilustra a natureza contabilística da questão;considerando as reservas compostas apenas de marco alemão e dólar:

.Composição- 100 dólares e 30 marcos
.Taxa de Câmbio marco/dólar em 1984(III)- 3,0
.Valor das reservas em dólares-100+30/3=110
.Taxa de Câmbio escudo/dólar em 1984(III)-158$38
.Valor das reservas em escudos-110x158$38=17421$80
.Taxa de câmbio marco/dólar em 1984(IV)-3,2 (apreciação do dólar)
.Valor das reservas em dólares-100+30/3,2=109,375
.Taxa de câmbio escudo/dólar em 1984(IV)-169$28
.Valor das reservas em escudos-109,375x169$28=18515$00

O exemplo ilustra o aumento do valor das reservas em escudos em virtude da depreciação do escudo relativamente ao dólar ser maior do que a depreciação do marco relativamente ao dólar e pelo facto do dólar representar 90% das reservas expressas em dólares.

Embora a perspectiva contabilística não seja adequada para o estudo da composição das reservas cambiais, conforme se terá ocasião de fundamentar ao longo da dissertação, os dados disponíveis indicam uma clara preponderância de ouro.

O que foi dito anteriormente merece mais alguns reparos:

-No QUADRO 1 não se deduziu à quantidade de ouro indicada a parte que está afecta a garantias de curto prazo. Conforme dados do Banco de Portugal, no periodo indicado, essa parte não excedeu 13% do total (em 1980).

-Os preços de mercado do ouro, em dólares, foram sempre superiores, no periodo em análise, a 254,92 dólares por onça. A avaliação oficial é feita, portanto, "por baixo".

-Não sendo publicados dados sobre a composição por moedas das reservas, a própria proporção ouro/divisas não se pode determinar com precisão. Contudo, será seguramente superior a 50% mesmo sem considerar a parte afecta a garantias.

Em 1982, a distribuição do "stock" mundial de ouro monetário (em termos físicos) era a seguinte:

. PAÍSES INDUSTRIALIZADOS		83%
	EUA	28%
	JAPÃO	2,6%
	FRANÇA	8,6%
	RFA	10,1%
	SUIÇA	8,8%
	REINO UNIDO	2,0%
. PAÍSES EM DESENVOLVIMENTO		17%
	PORTUGAL	2,3%

FONTE: FMI-International Financial Statistics, Supplement on International Reserves, 1983

No periodo compreendido entre 1980 e 1984 as reservas cambiais mundiais por grupos de países,apresentaram,no que diz respeito a ouro e divisas,a seguinte evolução e estrutura,conforme QUADRO 2 .

QUADRO 2 - Reservas de ouro e divisas mundiais
1980-84,valores em fim de periodo,milhares de milhões Dse

	1980	1981	1982	1983	1984
Países Industrializados					
(a) divisas	164,7	159,6	153,2	167,5	183,9
(b) ouro p.m.	364,2	269,0	326,1	286,6	247,2
(c) % de ouro no total reservas	68,9	62,8	68,0	63,1	57,3
Países em Desenvolvimento					
(a) divisas	128,2	133,1	131,0	139,5	161,1
(b) ouro p.m.	76,3	56,6	66,8	58,6	50,4
(c) % de ouro no total reservas	37,3	29,8	33,8	29,6	23,8

FONTE:FMI-Annual Report,1985

O quadro 2 permite chamar a atenção para os seguintes factos:

- o ouro é(ainda)o activo com maior peso nas reservas cambiais para o grupo dos países industrializados;
- para o grupo dos países em desenvolvimento embora não sendo o activo com mais peso[1] representa uma percentagem elevada do total;
- de 1982 a 1984 manifestou-se uma tendência para a redução do peso do ouro no total das reservas de qualquer dos grupos de países considerados.

[1]-O activo com mais peso é o dólar conforme se verá mais adiante

Relativamente à composição, por moedas, das reservas cambiais, pode tomar-se como <u>informação de referência</u> os dados publicados em FMI(1984) para os Países em Vias de Desenvolvimento e os referidos por BEN-BASSAT(1984) para os Países Semi-industrializados, que se apresenta nos QUADROS 3 e 4.

QUADRO 3-Composição actual das reservas de divisas dos países em desenvolvimento de 1976 a 1983, em fim de periodo

	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	MEDIA
DÓLAR	68,8	67,8	62,3	62,7	56,9	63,5	64,1	66,5	64,1
LIBRA	2,6	2,7	3,0	3,3	5,1	3,6	4,1	4,5	3,6
MARCO	11,4	12,8	14,9	15,6	15,8	13,8	13,1	11,3	13,6
FR.FRANC.	2,5	2,2	2,3	2,2	3,0	2,5	2,4	2,1	2,4
FR.SUICO	3,4	3,9	3,7	3,8	4,7	3,9	3,8	3,5	3,8
FLORIM	1,2	1,2	1,5	1,5	1,9	1,6	1,5	1,3	1,5
IÉNE	2,2	3,1	4,6	4,5	5,1	4,7	4,6	4,1	4,1
OUTRAS	7,8	6,5	7,6	6,5	7,5	6,3	6,4	6,7	6,9

FONTE: <u>FMI</u>-Annual Report, 1984, p.61

QUADRO 4-Composição actual das reservas de divisas dos países semi-industrializados em 1976 e 1980, em fim de periodo

	1976	1980
DÓLAR	72,2	64,0
LIBRA	2,5	5,0
MARCO	10,0	19,0
FR.FRANC	-	2,0
FR.SUICO	-	4,0
FLORIM	-	1,0
IÉNE	-	5,0
OUTRAS	15,3	-

FONTE: BEN-BASSAT(1984, P.12-13)

Dos quadros anteriores pode concluir-se o seguinte:

- de 1976 a 1980 verificou-se uma redução da parte do dólar nas reservas de divisas deste grupo de países;
- em substituição do dólar verificou-se uma maior diversificação e um aumento da parte de libra,marco,iéne e franco suíço e menos acentuada de franco francês;
- esta tendência alterou-se de 1981 a 1983 a favor do dólar essencialmente em detrimento do marco.Em 1983 a situação é semelhante à de 1976,com um reajustamento pequeno do peso do dólar em benefício da libra e do iéne.

Portugal só pode ser considerado como um país semi-industrializado,com um comportamento representável pelos dados indicados ,com algumas cautelas,em virtude do substancial "stock" de ouro monetário que possui ,o que o distingue deste grupo de países e o aproxima dos países industrializados.

O que foi exposto anteriormente levanta-nos as seguintes interrogações às quais pretenderemos responder na nossa dissertação:

1-Terá sido óptimo do ponto de vista económico a manutenção de tão elevada percentagem de ouro nas reservas cambiais do Banco de Portugal?Se não quais os ganhos relativos e a sua natureza no caso do nível ser óptimo?
2-Haverá vantagem em articular a gestão da dívida(denominação) com a das reservas(composição)?Se sim quais os ganhos relativos e a sua natureza?Quais as moedas de denominação da dívida externa de curto prazo que são sugeridas?
3-Se o comportamento do Banco de Portugal for representável pelo comportamento médio dos países semi-industrializados,será óptima a composição da carteira de divisas?

A resposta a estas questões está,necessáriamente,relacionada com o momento considerado.Na nossa dissertação referimo-nos ao último trimestre de 1984,ou seja,à situaçao óptima no <u>fim de 1984</u>.

A resposta às questões postas será dada numa perspectiva de "gestão do risco" ou,melhor,numa abordagem segundo a teoria da carteira.

Esta perspectiva é apenas uma das várias abordagens possíveis.Por razões que se tornarão explícitas ao longo da dissertação,e por ter sido matéria cujas bases foram aprendidas na parte escolar do Mestrado,optámos por esta metodologia.

As principais limitações da análise serão apresentadas no fim da dissertação juntamente com as conclusões e as sugestões para posteriores desenvolvimentos.

1.2-Breve descrição das tendências verificadas nos mercados cambiais e financeiros internacionais durante o periodo 1980-1984

Durante o periodo abrangido pelo nosso estudo os factos mais salientes que marcaram a evolução dos mercados financeiros e cambiais internacionais foram os seguintes,ilustrados pelos gráficos 1,2 e 3:

-Apreciação do dólar relativamente a todas as restantes moedas, mais forte relativamente ao franco francês e bastante atenuada no que diz respeito ao iéne;
-Descida do preço de mercado do ouro apesar da inflexão da tendência em 1983(preço em dólares)que não prossegue em 1984;
-Asubida das taxas de juro que se verifica até 1981 não prossegue,à excepção do euro-franco que prolonga a referida tendência até 1982.No entanto,o euro-dólar volta a verificar uma subida da taxa de juro em 1984;
-Verifica-se uma desacelaração das taxas de inflação(medidas pelas variações trimestrais médias dos índices de preços no consumidor)entre 1981 e 1983,com ligeira reacelaração em 1984.A taxa de inflação mais elevada é a de França e a mais baixa a do Japão.

GRAFICO 1

TAXAS DE CAMBIO NOMINAIS BILATERAIS

BASE=1980

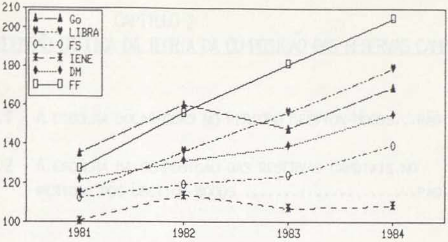


GRAFICO 2

TAXAS DE EURO JUROS

MEDIAS ANUAIS-DEPOSITOS 3 MESES

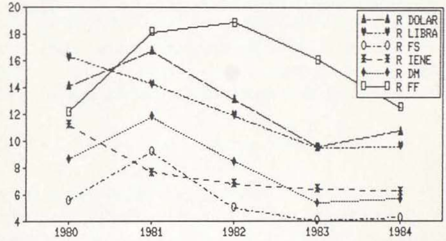
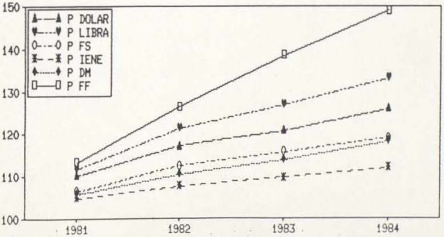


GRAFICO 3

INDICES DE PRECOS NO CONSUMIDOR

BASE 1980



CAPÍTULO 2

RECENSÃO CRÍTICA DA TEORIA DA COMPOSIÇÃO DAS RESERVAS CAMBIAIS

CAPITULO 2- RECENSÃO CRITICA DA TEORIA DAS RESERVAS CAMBIAIS

Neste capítulo apresenta-se de forma sucinta e crítica as contribuições que constituem a base teórica da nossa dissertação.

A partir de uma busca temática no JOURNAL OF ECONOMIC LITERATURE cobrindo o periodo de 1970 a 1984, identificámos um primeiro grupo de artigos sobre o assunto que nos propusemos investigar. O cruzamento das diversas referências bibliográficas permitiu delimitar o conjunto de trabalhos que são recenseados neste capítulo.

Pode dizer-se que constituem um número relativamente restrito de artigos se tivermos em conta a publicação "exponencial" de trabalhos noutras áreas das finanças internacionais.

Estamos em crer, no entanto, que os textos seleccionados constituem o que mais significativo se publicou sobre o tema da composição das reservas cambiais. Fica a referência de que é um assunto ainda pouco desenvolvido, quer do ponto de vista teórico, quer do ponto de vista aplicado.

O material a recensear deve ser separado em dois grandes grupos: as publicações que se referem à escolha dólar-ouro durante o funcionamento do sistema Bretton-Woods e os trabalhos que se referem à escolha da composição das reservas cambiais no contexto de flutuação gerida das principais moedas internacionais, característica do periodo pós-Bretton-Woods que alguns autores designam sistema FMI, FURSTENBERG(1983).

Esta arrumação é trivial uma vez que as características do sistema monetário internacional, antes e depois do "colapso" do sistema Bretton-Woods, diferem em aspectos essenciais.

Até 1971 as características mais relevantes para o assunto que tratamos são as seguintes:

- Convertibilidade do dólar em ouro a um preço oficial garantido;
- Fixação de paridades das moedas relativamente ao dólar ou ao ouro;
- Ajustabilidade das paridades no caso de "desequilíbrios fundamentais";
- Crescimento da liquidez internacional associada aos défices da balança de pagamentos norte-americana.

Se excluirmos o periodo de 1971 a 1973, de indefinição ou transição, as características do sistema FMI são as seguintes:

-Não convertibilidade das moedas em ouro;
-Flutuação gerida (Managed float)das principais moedas internacionais e multiplicidade dos regimes cambiais;
-Internacionalização e integração dos mercados financeiros dos principais países industrializados;
-Emergência de outras moedas internacionais em concorrência com o dólar, algumas das quais-DSE e ECU-emitidas por instâncias supra-nacionais;
-Desenvolvimento da intermediação financeira privada colocando parte da liquidez internacional fora do controlo de instâncias oficiais(euro-mercados).

O primeiro grupo de trabalhos foi recenseado por WILLIAMSON(1973),entre outros. É sobre o segundo grupo que incidirá a nossa maior atenção pois constitui a base teórica e de referência aplicada da nossa dissertação.No entanto,apresenta-se em primeiro lugar e de forma sucinta os trabalhos que focam a escolha dólar-ouro numa perspectiva de teoria da carteira.[1]

2.1-A escolha dólar-ouro no periodo Bretton-Woods

O trabalho pioneiro nesta matéria é o de KENEN(1960):o autor constrói um protótipo de um modelo de funcionamento de um sistema monetário internacional do tipo padrão divisa-ouro.

Aplicado ao estudo da dinâmica do sistema de Bretton-Woods trata-se da formalização do dilema de Triffin.

As conclusões apontavam no sentido de confirmar a existência de uma zona de instabilidade para o sistema monetário internacional associada a um baixo coeficiente de reserva norte-americano-inferior à unidade-e à persistência dos défices da balança de pagamentos dos EUA.[2]

Em HAGEMANN(1969) e STEKLER e PIEKARZ(1970) temos trabalhos de cariz aplicado no sentido de testar o modelo de Kenen e obter estimativas para os parâmetros dos modelos de comportamento dos bancos centrais.

---

[1]-Outras formas de abordar o assunto são as de MUNDELL(1968)-"Signaling Theory" e de COHEN(1973)-"Political Signaling".Ver referências em WILLIAMSON(1973).

[2]-Coeficiente de reserva:rácio das reservas de ouro norte-americanas sobre as responsabilidades oficiais líquidas.

Uma característica comum a estes trabalhos é a de tratarem a escolha da composição das reservas oficiais como a escolha de um rácio dólar/ouro,considerando que as reservas de divisas são constituidas apenas por dólares.

A escolha deste rácio dependeria dos seguintes factores:

-Risco do dólar medido pelo nível do coeficiente de reserva norte-americano-trata-se do risco da subida do preço do ouro,em dólares;

-Rendimento do dólar medido pelo rendimento dos títulos do Tesouro dos EUA;

-Outros factores que reflectem um processo de ajustamento de "stocks" ligando nível e composição das reservas;

-Do ouro,considerado activo sem risco e sem rendimento.

O artigo de MAKIN(1971) pode considerar-se o mais inovador depois de Kenen.O autor formaliza a escolha da composição das reservas como sendo resultante da maximização da utilidade esperada do Banco Central.A função utilidade postulada tem subjacente uma assimetria na distribuição dos rendimentos do ouro.Este activo é agora considerado como tendo rendimento e risco.O indicador do rendimento esperado do ouro utilizado pelo autor,é o prémio no mercado a prazo de Zurique.

A evidência empírica apontava,em todos estes trabalhos,no sentido de que a hipótese de gestão racional da carteira de reservas,por parte dos Bancos Centrais,não era de rejeitar.No entanto,questões de natureza política e diplomática deviam ser tidas em conta.

O próprio KENEN(1963) e especialmente OFFICER e WILLET(1969)salientam a cooperação a que estariam obrigados os Bancos Centrais dos países industrializados ,no sentido de preservar o sistema de um colapso,podendo mesmo o sistema tornar-se paradoxalmente mais estável na "zona da crise".

Se a teoria e a evidência empírica acumuladas permitiam prever as fortes tensões a que o sistema de Bretton-Woods estaria submetido na sequência dos défices da balança de pagamentos dos EUA nos finais dos anos 60,e da política inflacionista de financiamento da guerra do Vietnam que os acompanhou,"...*the cooperative instincts were strong enough to prevent breakdown turning into disaster...*"WILLIAMSON(1973, P.703).

É precisamente sobre a reforma do sistema monetário internacional,extensamente debatida depois de TRIFFIN(1960) que ALIBER(1967) reflecte,concluindo que a introdução de um novo activo de reserva em substituição do ouro deveria tomar em consideração a característica particular que superioriza este activo:o facto de ter o menor risco de não-utilizabilidade,dimensão pouco considerada nas abordagens de carteira.

2.2-A escolha da composição das reservas cambiais no periodo pós Bretton-Woods

O primeiro trabalho publicado sobre a composição das reservas no periodo pós Bretton-Woods é o de HELLER e KNIGHT(1978).

Neste trabalho os autores investigam as determinantes da composição das reservas de divisas,discriminando as componentes dólar,marco,libra,franco francês e"outras".A amostra que analisam é constituida pelas reservas de 76 países no periodo 1970-76.Em 1970 aqueles países detinham 77% das reservas de divisas mundiais e em 1976 detinham 66%.

Os autores reconhecem que as considerações de risco e rendimento dos activos têm importância como determinantes da composição das reservas cambiais.No entanto argumentam que a teoria da carteira markowitziana-tobiniana não deve ser utilizada para estudar esta questão.Avançam três argumentos para fundamentar esta posição:

- Os objectivos de um Banco Central são muito amplos não podendo ser simplificados ao nível da simples optimização de uma carteira de activos;
- As taxas de câmbio não podem considerar-se exógenas à actuação dos Bancos ,nomeadamente quanto às decisões que têm impacto sobre o crescimento da massa monetária;
- O regime cambial e a estrutura do comércio externo são factores importantes para a escolha da composição das reservas.

Os autores estimam diversos modelos de regressão linear múltipla onde as variáveis endógenas são as percentagens de cada divisa nas reservas totais dos países e as variáveis exógenas são:

-O peso de cada moeda(país) no comércio externo dos diversos países;

-Variáveis auxiliares(Dummies)para diferenciar os diversos regimes cambiais,conforme definidos pelo FMI nas International Financial Statistics.

Não consideram qualquer indicador do risco ou do rendimento das moedas.

As conclusões principais são as seguintes:

-Os países detinham 66% das suas reservas em dólares e 10% em "outras" independentemente dos padrões de comércio e dos regimes cambiais;

-Os países cujas moedas nacionais evoluiam conjuntamente com uma divisa particular(Pegged Exchange Rates) manifestaram tendência para deter uma maior proporção dessa divisa nas reservas cambiais .No entanto quando a moeda de ligação é o dólar não se nota essa tendência,a de deter mais dólares nas reservas por esse motivo;

-O aumento do comércio de um país com outro cuja moeda é reserva internacional,conduz ao aumento da parte dessa divisa nas reservas cambiais do país em questão.Simultâneamente verifica-se um efeito substituição de outras divisas por aquela;

-Os países da serpente europeia detinham um nível significativamente superior de dólares nas suas reservas ,de acordo com as obrigações a que aqueles países estavam sujeitos -a de manter em reserva moedas de outros membros apenas a título de fundo de maneio.

Como nota final os autores sugerem que a procura de reservas é uma função estável de um número limitado de variáveis,quando os rendimentos nominais dos activos permanecem constantes.No entanto,os autores notam que os Bancos Centrais são sensíveis aos diferenciais de rendimento entre os euro-mercados e o mercado financeiro norte-americano,gerindo a colocação da parte dólares das reservas,por forma a beneficiar desses diferenciais.

Da argumentação de Heller e Knight contra a utilização da teoria da carteira parece-nos que para uma aplicação ao caso português só o primeiro argumento é relevante. Vejamos porquê.

As taxas de câmbio das principais moedas internacionais podem ser consideradas pelo Banco de Portugal como exógenas. Que a política monetária e cambial portuguesa não influencia o curso das moedas internacionais parece ser uma hipótese indiscutível. Que as decisões de carteira do Banco de Portugal não afectam os equilíbrios financeiros internacionais também parece uma hipótese aceitável.

O que se afirma anteriormente deve ser moderado no que diz respeito ao ouro. Que a intervenção do Banco de Portugal pode afectar os preços do "metal amarelo", por exemplo se resolvesse alienar completamente as suas reservas de ouro, é uma hipótese a ter em conta. Na nossa aplicação consideramos, no entanto, que os preços do ouro são exógenos.

Quanto ao regime cambial, no periodo do nosso estudo o Banco de Portugal não tem restrições sobre a gestão das reservas que resultem de acordos monetários internacionais. O regime de depreciação deslizante (Crawling Peg) não introduz qualquer especificidade a este nível.

A estrutura dos pagamentos externos é um factor a ter em conta para a explicação da composição das reservas. Simplesmente, os autores ignoram que pode ser incorporada num modelo de teoria da carteira de raíz markowitziana-tobiniana.

O argumento que nos parece mais relevante é o da multidimensionalidade da actividade do Banco Central.

A questão que se deve pôr, no entanto, é a de saber se é possível ou não separar a actividade de gestão das reservas das restantes actividades. Se for possível é só essa actividade que é formalmente identificada à optimização de uma carteira de activos.

É sem dúvida uma questão complexa para a qual não temos resposta teórica. Do ponto de vista aplicado é possível assumir duas hipóteses: a separação completa da actividade de gestão das reservas ou a sua gestão articulada com a da dívida externa de curto prazo. No seu Relatório Anual, o Banco de Portugal costuma referir-se à gestão das reservas de forma separada das outras actividades ou ligando-a à do endividamento de curto prazo,BANCO DE PORTUGAL(1985).

A argumentação de Heller e Knight contra a utilização da teoria da carteira não nos parece pois suficientemente convincente.Além disso,o periodo abrangido pelo seu trabalho,não pode ser considerado como representativo das condições pós-Bretton-Woods.

Dois trabalhos de BEN-BASSAT(1980)e(1984) permitem ir mais longe na análise da composição das reservas cambiais ,utilizando precisamente a teoria da carteira.

O autor desenvolve um modelo de escolha das reservas,incluindo ouro e divisas, na tradição de MARKOWITZ(1953).

A escolha do Banco Central supõe-se que é feita tendo em conta o risco e o rendimentodos activos.A selecção da carteira óptima é feita através da metodologia de SHARPE(1964)e LINTNER(1965): obtida a fronteira de eficiência ,o ponto óptimo resulta da intersecção da recta cuja ordenada na origem corresponde ao rendimento do activo sem risco,com a fronteira de eficiência.

O rendimento dos activos tem duas componentes:uma corresponde à taxa de juro do activo,a outra resulta da variação cambial.

A variação cambial é calculada em termos efectivos,onde os pesos das moedas consideradas no cálculo correspondem aos pesos das moedas nos pagamentos externos do país.A taxa de juro é a dos euro-mercados.

Embora os cálculos apresentados pelo autor se refiram apenas aos rendimentos nominais a solução mais correcta é a que toma em conta os rendimentos reais.Contudo,se as taxas de inflação forem relativamente estáveis,os rendimentos nominais são uma boa aproximação dos reais.Por este motivo e uma vez que no periodo em análise isso se terá verificado,o autor só apresenta os primeiros.

O modelo é aplicado considerando que os rendimentos ex-post são um bom indicador dos rendimentos esperados,não se especificando nem a sua distribuição nem o processo de formação das antecipações do Banco Central.[1]

A resolução do problema de optimização é feita restringindo as soluções a percentagens dos activos na carteira positivas,traduzindo a separação das actividades de gestão das reservas e da dívida externa.

---

[1]- Na realidade,conforme se indicará mais adiante,a formulação de Bassat tem <u>implícita</u> a hipótese de distribuição normal para os rendimentos dos activos

A taxa de juro do activo "sem risco" é uma média ponderada dos rendimentos dos títulos do Tesouro dos países cujas moedas entram na definição da taxa de câmbio efectiva,e que correspondem às moedas dos pagamentos externos do país.

No seu primeiro trabalho,Ben-Bassat estuda,para o periodo compreendido entre 1972 e 1976,o comportamento actual dos países em confronto com o cálculo das respectivas carteiras óptimas.As conclusões são as seguintes:

- -Existe uma correspondência aproximada entre a composição óptima e actual para as reservas dos países não industrializados.O peso do dólar aparece contudo superior ao teóricamente esperado;
- -Existe uma correspondência muito fraca entre a composição óptima e actual para as reservas dos países industrializados;
- -O rendimento médio das reservas dos países industrializados é mais baixo e tem variância mais elevada do que o das reservas dos países não industrializados.

Em suma,o autor sublinha que se confirma a hipótese dos países industrializados atenderem essencialmente a considerações de estabilidade do sistema monetário internacional e não a critérios de risco-rendimento na determinação da composição das reservas.

Pelo contrário,os países não industrializados parece atenderem a considerações de risco rendimento na determinação da sua carteira de reservas.

Sublinha-se desde já que os dados utilizáveis em exercíos deste género são muito agregados,uma vez que se trata de informação,em geral,secreta.

No segundo trabalho,Ben-Bassat estende a análise anterior cobrindo o periodo de 1976 até 1980. Além disso utiliza o modelo para elucidar três questões importantes do funcionamento e da reforma do sistema monetário internacional:

- -Em que medida uma redistribuição das reservas entre os diversos países, que têm carteiras óptimas diferentes,afecta a estabilidade da procura total de divisas?
- -Qual a dimensão de uma possível procura de participação na Conta de Substituição do FMI e qual a dimensão adequada de tal conta,dadas certas

condições de oferta e procura nos mercados de câmbios?

-Quais os países que ganham e quais os que perdem com a criação de tal conta?

As principais conclusões são as seguintes:

-A composição óptima e actual das reservas dos países semi-industrializados tem correspondência aproximada.De 1976 para 1980 reduziram o peso do dólar nas reservas,diminuindo o hiato entre a composição óptima e a actual,que apenas é assinalável no que diz respeito à libra;

-A composição óptima e actual das reservas dos países da serpente europeia é largamente divergente.Contudo,reduziram,de 1976 para 1980,o peso do dólar na carteira,diminuindo de qualquer forma o hiato existente;

-A composição óptima e actual para os outros países industrializados apresentou correspondência aproximada em 1976.De 1976 a 1980 o peso do dólar na carteira destes países aumentou,alargando ou criando um hiato de composição de carteira.O aumento do peso do dólar parece estar ligado à atitude destes países face à libra,cujo comportamento neste periodo justificaria um maior peso na carteira actual desses países,em vez da diminuição que se verificou;

-À luz destes resultados,a procura de participação na Conta de Substituição do FMI viria essencialmente dos países industrializados,e dos da serpente europeia em especial.Seria aliás este o grupo mais beneficiado uma vez que seria o que de uma forma mais significativa melhoraria o rendimento,diminuindo o risco das reservas cambiais.

Nesta análise o autor não inclui o ouro.

Dos trabalhos de Ben-Bassat resulta que os factores explicativos da composição das reservas cambiais são:

-O peso da divisa nos pagamentos externos do país;

-A taxa de rendimento e o risco dos activos,bem como a correlação entre os rendimentos dos diversos activos;

-O regime cambial.

Se bem que tenha uma relevância empírica assinalável, alguns aspectos teóricos da formalização de BEN-BASSAT(1980) e(1984) não são satisfatórios. O trabalho de MACEDO(1982) é, neste sentido, bastante esclarecedor.

Embora na continuidade do trabalho de MARKOWITZ(1953) o trabalho deste autor é sobretudo o desenvolvimento da obra de MERTON(1971) sobre teoria financeira em tempo contínuo, aplicada às finanças internacionais por SOLNIK(1974), KOURI(1977) e KOURI-MACEDO(1978), entre outros.

Macedo não aplica o seu modelo à escolha da composição das reservas de um Banco Central mas sim à composição da carteira de activos de um investidor internacional, sugerindo no entanto aquela aplicação.

As diferenças assinaláveis entre as formalizações de Macedo e Ben-Bassat são as seguintes:

- Macedo explicita a <u>atitude do decisor perante o risco</u> através de uma função utilidade esperada e da correspondente medida de aversão relativa ao risco.

  A vantagem é evidente: pode simular-se diversos comportamentos e elimina-se a incoerência de se considerar um activo sem risco (num contexto de incerteza relativamente às variações cambiais, precisamente um elemento determinante dos rendimentos dos activos);
- Macedo explicita as <u>distribuições dos rendimentos dos activos</u> (lognormais) o que permite fundamentar a escolha da carteira, periodo a periodo, em função do rendimento e da variância dos activos.

  Estas hipóteses permitem ainda fundamentar um processo de formação das antecipações do decisor e separar as diversas componentes da carteira óptima. Esta separação facilita a compreensão do papel dos três factores determinantes da solução óptima: o peso da moeda na despesa, a variação cambial e a taxa de inflação;
- Macedo <u>não restringe a solução</u> óptima a percentagens positivas ou nulas dos activos na carteira, traduzindo a não separação da gestão das reservas e da dívida de curto prazo (moedas de denominação).

William Branson,num comentário a DORNBUSCH(1980,PP.192-93) considera que *"An important feature of the optimal portfolio literature is the negative entries that come from positive covariances ...this would probably make the portfolio proportions arising from unconstrained optimization calculations inappropriate for official reserve holders,although they might suggest currencies for borrowing by less developed countries"*.

BEN-BASSAT(1984,P.8) escreve a este propósito o seguinte:*"The optimal weights of currencies in the reserve portfolio can be either positive or negative.A negative value means that the central bank should borrow in that currency and invest the proceeds in a different currency.The existing data for reserves indicate that central banks limit themselves to positive balances in the various currencies. This could follow from a separation between the management of foreign currency reserves and the management of external debt.The separation is probably due to the fact that foreign debt is largely composed of relatively long-run obligations while the investment horizon for reserves is typically rather short"*.

Para um banco central que tenha acesso aos mercados financeiros internacionais o aumento do nível das reservas cambiais pode ser conseguido,com custos relativamente reduzidos,recorrendo ao crédito (FMI,1985,P.66).

Para o caso português torna-se pois interessante averiguar,para além da composição óptima das reservas,qual o mérito relativo das duas atitudes:separar ou não a gestão,das reservas e da dívida(de curto prazo).

CAPITULO 3
FUNDAMENTAÇÃO TEORICA DOS MODELOS A APLICAR AO CASO PORTUGUES

CAPITULO 3- FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS MODELOS A APLICAR AO CASO PORTUGUÊS

Neste capítulo fundamenta-se teóricamente os modelos a aplicar à determinação da composição óptima das reservas cambiais do Banco de Portugal.

Considerando que todos os activos têm risco e para o caso em que não há restrições de sinal sobre as proporções dos activos na carteira,caracteriza-se na secção 1 o conjunto das escolhas admissíveis e,em particular,o conjunto das escolhas eficientes;na secção 2 introduz-se a função utilidade do decisor e caracteriza-se a escolha óptima.Na secção 3 demonstra-se o teorema da separação na sua forma mais geral.

Introduzindo um activo sem risco discute -se na secção 4 as características do conjunto das escolhas eficientes e a solução óptima e apresenta-se o teorema da separação na sua forma estrita.

Na secção 5 introduz-se restrições de sinal sobre as proporções dos activos nas carteiras e prova-se que as conclusões das secções anteriores não são generalizáveis a este caso.

Finalmente na secção 6 ilustra -se alguns dos resultados anteriores,no caso de dois activos,com aplicação ás decisões de um Banco Central.

Este capítulo baseia-se no tratamento analítico apresentado originalmente em MERTON(1970) e é um desenvolvimento da discussão contida em SHARPE(1970,PP.45-73).

Os resultados deduzidos são aquisições bastante conhecidas da economia financeira e a forma como são apresentados é inspirada em MACEDO(1982,PP.17-48).[1]

A novidade,se assim se pode considerar,aparece apenas na secção 6 onde se procura reflectir teóricamente sobre as escolhas de carteira postas a um Banco Central: a escolha dólar-ouro ou dólar-moeda "rival" em circunstâncias que se particularizam.

Por último,salienta-se que neste capítulo não se explicita ainda o que deve ser entendido por rendimento (estocástico) dos activos,contentando-nos apenas por uma caracterização muito geral.O assunto só será abordado detalhadamente no capítulo 4 onde as conclusões deste capítulo permanecem válidas,apesar da limitação assinalada.

---

[1] -O trabalho pioneiro nesta matéria é o abundantemente citado,MARKOWITZ(1952).

3.1- <u>O conjunto das carteiras admissíveis e o conjunto das escolhas eficientes</u>

Considere-se a existência de <u>m</u> activos financeiros.O seu rendimento é uma variável aleatória cuja distribuição é caracterizável pelos dois primeiros momentos centrais,supostos estáveis.

<u>Definições e notação</u>:

$\tilde{R}_i$ -rendimento do activo i, i=1,...,m ;

$E[R_i]$ -valor esperado do rendimento do activo i.Simplificaremos a notação fazendo $E[R_i]= r_i$;

ω_{ij} -covariância dos rendimentos dos activos i e j;

ω_i^2 -variância do rendimento do activo i;

$\omega_i^2>0$ $\forall i$, i=1,...,m.Todos os activos têm risco,medido pela variância do rendimento do activo;

x_i -percentagem do activo i na carteira;

$\sum_i^m x_i=1$ por definição;

σ_p^2 -variância total da carteira;

R_p -rendimento esperado da carteira de activos;

$\Omega=[\omega_{ij}]$-matriz das variâncias-covariâncias dos rendimentos dos activos.É uma matriz de ordem <u>m</u> não-singular,definida-positiva e simétrica;

$V=[v_{ij}]$-é a matriz inversa de Ω ;

$x=[x_i]$ -é o vector das percentagens de cada activo na carteira,de ordem (mxl);

$r=[r_i]$ -é o vector dos rendimentos esperados dos activos,de ordem (mxl) ;

e -é um vector de "l's" de ordem (mxl) ;

$\underline{0}$ -é um vector de "0's" de ordem (mxl) ;

I -matriz identidade de ordem <u>m</u> ;

Tem-se ainda por definição:

$$\sigma_p^2 = x' \Omega x$$

$$R_p = x' r$$

Com estes m activos pode construir-se um número infinito de combinações fazendo variar as percentagens de cada activo na carteira.

Interessa-nos, no entanto, apenas um subconjunto das escolhas admissíveis: a fronteira de eficiência, que é o conjunto das carteiras que têm o máximo rendimento esperado para um determinado nível de risco.

Em termos formais, a fronteira de eficiência será o conjunto de pontos que, satisfazendo o seguinte problema, obedecem àquela definição:

$$
(1) \qquad \begin{aligned} &\min \tfrac{1}{2}\sigma_p^2 = (1/2)\ x'\ \Omega\ x \\ &\text{sujeito a:} \\ &R_p = x'\ r \\ &1 = x'\ e \end{aligned}
$$

Na secção 1, e até à 5 deste capítulo, não serão postas restrições sobre os sinais de x_i.

Um valor de $x_j < 0$ deve ser interpretado como uma posição curta no activo j.

Concretamente: no caso dos activos referidos serem divisas, o decisor terá contraído um empréstimo denominado na moeda j que é investido num activo denominado noutra moeda, com a mesma maturidade do crédito, sem haver cobertura do risco de câmbio através de uma operação nos mercados a prazo. Assume pois o que se designa por uma atitude especulativa.

A lagrangeana do problema (1) é:

$$
(2) \qquad L = (1/2)\ x'\Omega\ x + \gamma_1\ (R_p - x'\ r) + \gamma_2\ (1 - x'\ e)
$$

onde γ_1 e γ_2 são os multiplicadores de Lagrange.

As condições de primeira ordem para o óptimo são as seguintes:

$$
(3) \qquad \begin{aligned} &\Omega\ x - \gamma_1 r - \gamma_2 e = \underline{0} && (3a) \\ &R_p - x' r = 0 && (3b) \\ &1 - x' e = 0 && (3c) \end{aligned}
$$

Desenvolvendo a expressão (3a)

$$\Omega\, x-\gamma_1\, r-\gamma_2\, e = \underline{0}$$

$$\Omega\, x= \gamma_1 r +\gamma_2\, e$$

obtem-se:

$$(4) \qquad x= \Omega^{-1}(\gamma_1\, r + \gamma_2\, e)$$

Ante-multiplicando ambos os termos de (4) por r' obtem-se :

$$(5) \qquad r'x = r'\, \Omega^{-1}\, (\, \gamma_1 r+ \gamma_2 e\,)$$

Ante-multiplicando ambos os termos de (4) por e' obtem-se:

$$(6) \qquad e'x = e'\, \Omega^{-1}\, (\, \gamma_1 r+ \gamma_2 e\,)$$

<u>Designe-se</u>:

$$A = \underset{(1xm)(mxm)(mx1)}{r'\Omega^{-1}\, e}$$

$$B = \underset{(1xm)(mxm)(mx1)}{r'\Omega^{-1} r}$$

$$C = \underset{(1xm)(mxm)(mx1)}{e'\Omega^{-1}\, e}$$

onde A,B,C são números.

A partir de (3b) e (3c) com os resultados (5) e (6) forme-se o seguinte sistema linear em γ_1 e γ_2 :

(7)
$$R_p = x'r = r'\Omega^{-1} r\ \gamma_1 + r'\ \Omega^{-1} e\ \gamma_2$$
$$1 = x'e = e'\ \Omega^{-1} r\ \gamma_1 + e'\Omega^{-1} e\ \gamma_2$$

que é,de facto,um sistema linear em γ_1 e γ_2 :

(8)
$$R_p = B\ \gamma_1 + A\ \gamma_2$$
$$1 = A\ \gamma_1 + C\ \gamma_2$$

Observar que $B>0$ e $C>0$ porque Ω^{-1} é definida positiva.
Exclui-se o caso de $\forall i, r_i = 0$
A resolução do sistema(8) conduz-nos aos seguintes resultados:

(9)
$$\gamma_1 = (R_p C - A)/(BC - A^2) = (R_p C - A)/D$$
$$\gamma_2 = (B - AR_p)/(BC - A^2) = (B - AR_p)/D$$

onde $D>0$ porque:

$$B^2C - 2A^2B + A^2B = B(BC - A^2) > 0$$

como $B>0$ então $D>0$.
Substituindo em (4) os valores de γ_1 e γ_2 obtem-se:

(10)
$$x = \Omega^{-1}\{[(CR_p - A)/D]r + [(B - AR_p)/D]e\} =$$
$$= (1/D)\ \Omega^{-1}\ [\ (CR_p - A)\ r + (B - AR_p)\ e\ ]$$

Por definição e pelo desenvolvimento de (3a) tem-se:

(11)
$$\sigma_p^2 = x'\Omega\, x = \gamma_1 x'r + \gamma_2\ x'e$$

Utilizando as condições (3b) e (3c) obtem-se:

(12) $\sigma_p^2 = \gamma_1 R_p + \gamma_2$

Utilizando o resultado (9) por substituição em (12) tem-se:

(13) $\sigma_p^2 = (1/D)(\ CR_p^2 - 2AR_p + B\ )$

<u>PROPOSIÇÃO I</u> :A fronteira de eficiência,no espaço (R_p, σ_p^2), é um troço da parábola cuja equação definidora é(13).

Para sabermos exactamente qual o troço da parábola,relevante,tem de se determinar o ponto de variância mínima.

De (13) tem-se:

(14) $d\sigma_p^2/d\ R_p = (1/D)(2CR_p - 2A)$

(15) $d^2\sigma_p^2/d\ R_p^2 = 2C/D$

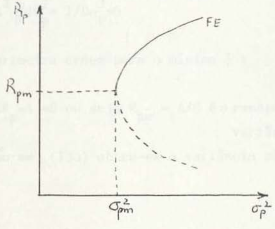
A condição de primeira ordem para o mínimo é:

(16) $2CR_p - 2A = 0$ ou seja $R_{pm} = A/C$ é o rendimento total da carteira de variância mínima;

Por substituição em (13) obtem-se a variância mínima:

(17) $\sigma_{pm}^2 = 1/C$

<u>Fig. 1</u> -Fronteira de eficiência em (R_p, σ_p^2)



A fronteira de eficiência (FE) é o troço da parábola (13) acima de (R_{pm},σ^2_{pm}).

Trata-se, de facto, do conjunto de pontos para os quais, dado um nível de risco, se tem o maior rendimento possível .

A <u>composição da carteira de variância mínima</u>(x^m)obtem-se por substituição em (10) dos resultados (16) e (17):

$$(18) \qquad x^m = (1/D)\{\ \Omega^{-1}\ [\ (C\ A/C\ -A\ )r + (B-A\ A/C\ )e]\}=$$

$$= (1/D)\ \{\ \Omega^{-1}\ \ [(BC-A^2)/C\ ]e\} =$$

$$=(1/C)\ \ \Omega^{-1}\ e$$

A equação (13) na forma geral é:

$$(13a) \qquad -CR^2_p +D\sigma^2_p +2AR_p -B =0$$

Verifica-se pois, que :

<u>PROPOSIÇÃO II</u> :A fronteira de eficiência no espaço (R_p,σ_p) é um troço da hipérbole cuja equação definidora é (13a).

Para sabermos qual é exactamente o troço da hipérbole correspondente à fronteira de eficiência tem de se determinar o ponto de variância mínima.

De (13a) tem-se:

$$(19) \qquad d\sigma_p/dR_p=(CR_p\ -\ A)/D\sigma_p$$

$$(20) \qquad d^2\sigma_p/dR^2_p= 1/D\sigma^3_p>0$$

A condição de primeira ordem para o mínimo é :

(21) $CR_p-A=0$ ou seja $R_{pm} = A/C$ é o rendimento total da carteira de variância mínima;

Por substituição em (13a) obtem-se a variância mínima:

$$(22) \qquad \sigma_p = \sqrt{1/C}$$

Como era de esperar a carteira de variância mínima é a mesma e a sua composição é dada por (18).

De (13a) tem-se:

$$CR_p^2 - D\sigma_p^2 - 2AR_p + B = 0$$

Resolvendo em ordem a R_p tem-se,atendendo aos resultados (21) e (22):

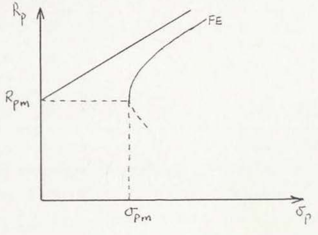
$$(23) \qquad R_p = [\ 2A + \sqrt{4A^2 - 4C(B - D\ \sigma_p^2)}\ ]/2C =$$

$$= A/C + (1/C)\sqrt{DC[\sigma_p^2 - (1/\sqrt{C})^2]}$$

$$= R_{pm} + \sigma_{pm}^2 \sqrt{DC\ (\ \sigma_p^2 - \sigma_{pm}^2)}$$

Da hipérbole (13a) é o troço acima de (R_{pm}, σ_{pm}) que define a fronteira de eficiência.

Fig.2-Fronteira de eficiência em $(R_p,\ \sigma_p)$ e assímptota à fronteira de eficiência



Tal como na situação anterior, é o conjunto de pontos para os quais dado um nível de risco(medido agora pelo desvio-padrão) se tem o maior rendimento possível.

A hipérbole (13a) tem duas assímptotas.A assímptota da fronteira de eficiência é a seguinte recta (24) :

Declive:

$$m = \lim_{\sigma \to +\infty} (R_p/\sigma_p) = \lim_{\sigma_p \to +\infty} \left[R_{pm}/\sigma_p + (1/C)\sqrt{DC\,(1 - \sigma_{pm}^2 / \sigma_p^2)} \right] = \sqrt{D/C}$$

Ordenada na origem:

$$p = \lim_{\sigma_p \to +\infty} \left[R_{pm} + (1/C)\sqrt{DC\,(\sigma_p^2 - \sigma_{pm}^2)} - \sqrt{D/C}\;\sigma_p \right] = R_{pm}$$

$$R_p = R_{pm} + \sqrt{D/C}\;\sigma_p \tag{24}$$

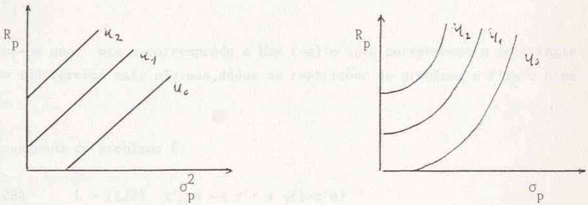
3.2 - A função utilidade do decisor e a composição óptima da carteira de activos

Considerando que as preferências do decisor se podem representar por uma função utilidade quadrática no rendimento esperado da carteira de activos, a utilidade esperada da carteira é uma função cujos argumentos são R_p e σ_p^2 .[SHARPE(1970)P.197].

$$(25) \qquad E(U)=V(R_p,\sigma_p^2)$$

Um investidor é indiferente perante carteiras cuja utilidade esperada é idêntica. As curvas $dE(U)=0$ são do tipo curvas de indiferença. Vamos supor que são do tipo quadrático em (R_p,σ_p) e lineares em (R_p,σ_p^2)[1].

Fig.3 - Curvas de indiferença do decisor



Com estas hipóteses e com o que foi exposto na secção 1 a escolha óptima corresponde à solução do problema (27) com:

$$(26) \quad 0=a+\lambda R_p - (1/2)\sigma_p^2$$

---

[1] Em rigor a uma função utilidade do tipo quadrático no rendimento da carteira corresponde uma função utilidade esperada do tipo $E(U)=a+bR_p-cR_p^2-c\sigma_p^2$ que é a equação de uma circunferência com centro em $R_p=b/2c,\sigma_p=0$. Fazendo $dE(U)=0$ verifica-se que $dR_p/d\sigma_p>0$ e $d^2R_p/d\sigma_p^2>0$,condições estas a que (26) obedece.

(27) $\min a = (1/2)\sigma_p^2 - \lambda R_p$

s. a :

$\sigma_p^2 = x'\Omega x$

$R_p = x' r$

$1 = x' e$

onde se recorda que até à <u>secção 5</u> não serão incluídas restrições de sinal sobre os x_i.

Observe-se que min a,corresponde a Max (-a) e isto corresponde a se atingir a curva de indiferença mais elevada,dadas as restrições do problema e fixado o parâmetro λ.

A lagrangeana do problema é:

(28) $L = (1/2)\ x'\Omega x - \lambda x'r + \gamma(1-x'e)$

onde γ é o multiplicador de Lagrange.
As condições de primeira ordem para o óptimo são:

(29) $\Omega x - \lambda r - \gamma e = \underline{0}$ (29a)

$1 - x'e = 0$ (29b)

De (29a) obtém-se:

$\Omega x = \lambda r + \gamma e$

(30) $\underset{(mx1)}{x} = \underset{(mxm)}{\Omega^{-1}} (\underset{(mx1)}{\lambda r} + \underset{(mx1)}{\gamma e})$

Substituindo em (29b) o resultado (30) obtém-se:

$$1 = e'\Omega^{-1}(\lambda r + \gamma e)$$

$$1 = \lambda e'\Omega^{-1} r + \gamma e'\Omega^{-1} e$$

$$(31) \qquad \gamma = (1/e'\Omega^{-1}e)(1 - \lambda e'\Omega^{-1} r)$$

Substituindo em (30) o resultado (31) obtém-se:

$$(32) \qquad x = \Omega^{-1}[\lambda r + (1/e'\Omega^{-1}e)(1 - \lambda e'\Omega^{-1} r)e] =$$

$$= \Omega^{-1}e/e'\Omega^{-1}e + \lambda\Omega^{-1} r - \lambda(\Omega^{-1}e'\Omega^{-1}r/e'\Omega^{-1} e)\, e =$$

$$= \Omega^{-1}e/C + \lambda\Omega^{-1}[I - e(e'\Omega^{-1}/C)]\, r = x^*$$

Este resultado é a <u>composição óptima da carteira de activos</u> ,que designaremos por x^*.

A carteira óptima pode decompôr-se em duas partes:

$$(33) \qquad x^* = x^m + x^s$$

onde :

x^m - é a carteira de variância mínima [ver (18)]

x^s - é a carteira especulativa

Uma interpretação sugestiva de x^s obtém-se simplificando a expressão (32) na parte que diz respeito à carteira especulativa:

$$(34) \qquad x^s = \lambda\Omega^{-1}[r - (e'\Omega^{-1}r/C)\, e] =$$

$$= \lambda\Omega^{-1}(r - R_{pm}\, e) \qquad \text{[ver (16) ou (21)]}$$

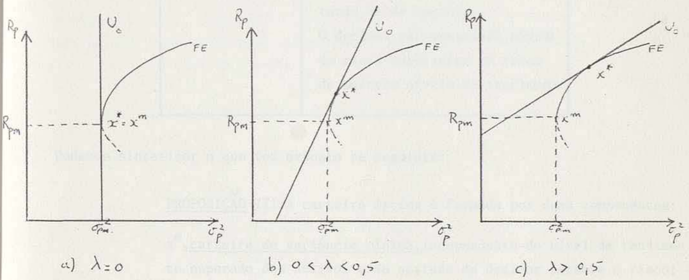
O parâmetro λ representa a atitude do decisor perante o risco.

A expressão (26) pode apresentar-se da seguinte forma:

$$\text{(26a)} \qquad R_p = -a/\lambda + (1/2\ \lambda)\ \sigma_p^2$$

A fig. 4 ilustra três diferentes soluções do problema (27) consoante o valor de λ, isto é, para diferentes atitudes perante o risco.

Fig. 4 -Curvas de Indiferença e Fronteira de Eficiência no espaço (R_p, σ_p^2)



A solução óptima corresponde ao ponto de tangência de uma curva de indiferença com a fronteira de eficiência: o decisor racional escolherá a carteira eficiente que lhe der o nível máximo de utilidade.

No quadro 5 indicam-se os valores de λ e a correspondente atitude perante o risco: um valor crescente de λ indica atitudes cada vez menos "prudentes". No limite ter-se-ia uma indiferença total perante o risco.

A natureza da solução óptima torna-se agora mais clara.

Quadro 5-Atitudes do decisor perante o risco

λ	Atitude e escolha
$\lambda = 0$	A carteira óptima é a de var. mínima O decisor atende apenas à minimização do risco
$\lambda > 0$	A carteira óptima vai-se afastando da de var.min. O decisor vai assumindo níveis de risco superiores em troca de maiores níveis de rendimento

Podemos sintetizar o que foi exposto na seguinte:

PROPOSIÇÃO III:A carteira óptima é formada por duas componentes:

x^m,carteira de variância mínima,independente do nível de rendimento esperado dos activos e da atitude do decisor perante o risco;

x^s,carteira especulativa,que depende do nível de rendimento esperado dos activos e da atitude do decisor perante o risco;a carteira especulativa é formada através da comparação do rendimento esperado de cada activo com o rendimento esperado da carteira de variância mínima;a soma das percentagens dos activos na carteira especulativa é zero.

Este último resultado pode verificar-se fazendo:

$$
\begin{aligned}
(35) \qquad e'x^s &= \lambda(e'\,\Omega^{-1}\,r - R_{pm}\,e'\,\Omega^{-1}e) = \\
&= \lambda[A-(A/C)\,C] = \\
&= 0
\end{aligned}
$$

3.3 - O teorema da separação - a formulação geral

Verificadas as hipóteses das secções anteriores pode demonstrar-se o teorema da separação:

> TEOREMA I :Qualquer decisor com aversão ao risco,maximizando a utilidade esperada,escolherá a sua carteira óptima,indiferentemente,a partir dos m activos disponíveis ou a partir de duas carteiras que designaremos de fundos mútuos (mutual funds)

A prova,que se apresenta em Anexo A ,será feita demonstrando que qualquer carteira eficiente pode ser obtida a partir de uma combinação linear dos fundos mútuos.

Qualquer decisor construirá a sua carteira óptima a partir desses fundos mútuos. A composição de cada fundo deve ser,portanto,independente das preferências e dos activos,considerados individualmente.

Designando os fundos mútuos por x^a e x^b tem-se: [1]

(36) $\quad x^* = \theta\, x^a + (1-\theta\,)\, x^b \qquad 0 \leq \theta \leq 1$

(37) $\quad \theta = \delta\, R_p^* - \varepsilon$

(38) $\quad \delta = 1/(R_a - R_b)$

$\quad\quad\; \varepsilon = R_b/(R_a - R_b)$

onde:

(R_a, σ_a^2) e (R_b, σ_b^2) são o rendimento esperado e a variância dos fundos;

σ_{ab} é a covariância dos rendimentos dos fundos;

δ e ε são constantes;

R_p^* é o rendimento da carteira óptima;

x^a e x^b são os vectores das percentagens de cada activo nos fundos;

Dados R_a e R_b , determina-se univocamente x^a e x^b ;determina-se também o valor de δe ε,independentemente das preferências dos decisores e das características de cada activo.

[1]- Ver em Anexo a derivação dos resultados (37) e (38)

As preferências do decisor só intervêm na fixação de R_p^* desejado.

Pode provar-se que: [1]

(39) $\sigma_a^2 = \sigma_b^2 + C/\delta^2 D + 2(C\varepsilon - A\delta)/\delta^2 D$

(40) $\sigma_b^2 = (C\varepsilon^2 - 2A\varepsilon\delta + B\delta^2)/D\delta^2$

(41) $\sigma_{ab} = \sigma_b^2 - [(A/C)\delta - \varepsilon][(C/D)(1/\delta^2)]$

Os resultados apresentados nesta secção prestam-se a três aplicações interessantes:

-Se um dos fundos mútuos é a carteira de variância mínima

Por hipótese faça-se $x^m = x^b$, então, ter-se-à por aplicação de (16) e (17):

(42) $R_b = R_{pm} = A/C$

$\sigma_b^2 = \sigma_{pm}^2 = 1/C$

e por aplicação de (38), (39) e (41) :

(43) $R_a = 1/\delta + A/C$

$\sigma_a^2 = \sigma_b^2 + (C/D)/(1/\delta^2)$

$\sigma_{ab} = \sigma_b^2$

-Se um dos fundos obedece à condição: $dR_p/d\sigma_p = (R_p - \overline{R})/\sigma_p$ onde $\overline{R}$ é um valor a especificar [2]

De (19) tem-se $d\sigma_p/dR_p = (CR_p - A)/D\sigma_p$

[1]- Ver Anexo A

[2]- Consiste em determinar a composição da carteira x^a cujo R_a é determinado pelo ponto de tangência da recta com ordenada na origem $\overline{R}$, e a fronteira de eficiência.

Com este resultado, impondo a condição referida e usando (13) tem-se:

$$(R_a-\overline{R})/\ \sigma_a = D\sigma_a/\ (CR_a-A)$$

$$(R_a-\overline{R})\ (CR_a-A)/D = (CR_a^2-2AR_a+B)/D$$

$$R_a(A-C\overline{R})+\overline{R}A-B=0$$

Utilizando (43)

$$(1/\delta + A/C\ )(A-C\overline{R})+A\overline{R}\ -B\ =0$$

cujo desenvolvimento conduz a:

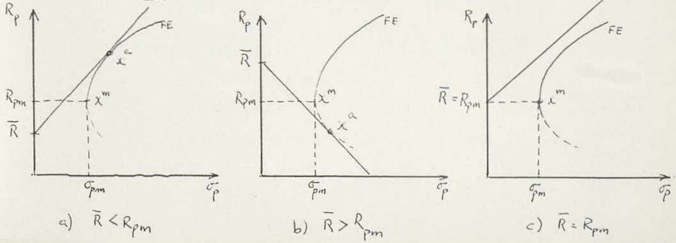
$$(44)\qquad \delta=(C/D)(A-C\overline{R})$$

Temos três hipóteses a considerar:

$\overline{R}$	δ	x^a
$\overline{R} < R_{pm}$	$\delta > 0$	Eficiente
$\overline{R} > R_{pm}$	$\delta < 0$	Ineficiente
$\overline{R} = R_{pm}$	$\delta = 0$	Não há ponto de tangência (assímptota a FE cf.(24))

Os resultados indicados estão ilustrados na fig.5 e a sua importância será melhor compreendida na secção 4.

Fig. 5 -Condição particular para o fundo mútuo x^a



-A atitude do decisor perante o risco

Conforme resultado derivado no Anexo A tem-se:

$$(45) \qquad x^a = (1/C)\Omega^{-1} e + (1/\delta)\,[\,\Omega^{-1}(C\,r - A\,e)/D]$$

Se $x^b = x^m$, aplicando os resultados (36),(37),(38) e utilizando (45) tem-se:

$$(46) \qquad x^* = (\,\delta R_p^* - \varepsilon)\,\{x^b + (1/\delta)[\Omega^{-1}(C\,r - A\,e\,)/D\,] - x^b\} + x^b =$$

$$= \delta(R_p^* - \varepsilon/\delta)(1/\delta\,)\,[\,\Omega^{-1}(C\,r - A\,e)/D] + x^b =$$

$$= x^m + [(R_p^* - R_{pm})\,(C/D)\,]\Omega^{-1}(r - R_{pm}\,e\,)$$

Compare-se este resultado com o derivado na secção 2,(32) simplificado com (34), que se reproduz por conveniência:

$$(32a) \qquad x^* = x^m + \lambda\,\Omega^{-1}(r - R_{pm}\,e)$$

As soluções têm a mesma natureza, embora (32a) tenha sido derivada em condições menos gerais: impôs-se uma determinada forma à função utilidade esperada do decisor.

Enquanto que no caso mais geral a atitude do decisor perante o risco se traduz pela escolha de uma diferença entre os rendimentos esperados da carteira óptima e da carteira de variância mínima, no caso menos geral essa atitude é medida de forma simples por λ.

3.4 - A introdução de um activo sem risco

Considere-se a existência de mais um activo m+1 cujo rendimento, não estocástico , designaremos por R. O peso deste activo na carteira será x_{m+1}.

A fronteira de eficiência será o conjunto de pontos que satisfazem o problema seguinte (e a definição de FE):

$$
(47) \quad \begin{aligned} & \min \tfrac{1}{2}\sigma_p^2 = (1/2)\, x'\Omega\, x \\ & \text{s.a:} \\ & R_p = x'r + x_{m+1} R \\ & 1 = x'e + x_{m+1} \end{aligned}
$$

A lagrangeana correspondente é:

$$
(48) \qquad L = (1/2)x'\Omega x + \gamma_0[\, R_p - R - x'(r-Re)]
$$

onde, γ_0 é o multiplicador de Lagrange.

Observe-se que:

$$
(49) \qquad x_{m+1} = 1 - x'e
$$

$$
\begin{aligned} R_p &= x'r + R - Rx'e = \\ &= R + x'(r-Re) \end{aligned}
$$

Esta última expressão é a restrição do problema (47).

As condições de primeira ordem para o óptimo são as seguintes:

$$
(50) \qquad 0 = \Omega x - \gamma_0(r-Re) \qquad (50a)
$$

$$
0 = R_p - R - x'(r-Re) \qquad (50b)
$$

De (50a) tem-se,

$$
\Omega\, x = \gamma_0(r-Re)
$$

ante-multiplicando por x' tem-se,

$$(51) \qquad x'\Omega x = \gamma_o (r'x - Re'x)$$

antendendo a que de (50a) se tem

$$x = \gamma_o \Omega^{-1} (r-Re)$$

então :

$$(52) \qquad x'\Omega x = \gamma_o [r' \gamma_o \Omega^{-1}(r-Re) - Re' \gamma_o \Omega^{-1}(r-Re)] =$$

$$= \gamma_o^2 (r' \Omega^{-1} r - R r' \Omega^{-1} e - R e' \Omega^{-1} r + R^2 e' \Omega^{-1} e) =$$

$$= \gamma_o^2 (B - 2AR + CR^2) = \sigma_p^2$$

Com o resultado (51) e tendo em conta (49) tem-se:

$$(53) \qquad \gamma_o = \sigma_p^2 / (R_p - R)$$

Substituindo (53) em (52) tem-se por sua vez que,

$$(54) \qquad \sigma_p = \pm [\sigma_p^2 / (R_p - R)] \sqrt{CR^2 - 2AR + B}$$

ou seja:

$$(55) \qquad R_p - R = \pm \sigma_p \sqrt{CR^2 - 2AR + B}$$

A fronteira de eficiência fica então determinada.

PROPOSIÇÃO IV :A fronteira de eficiência no espaço (R_p, σ_p) quando se introduz um activo sem risco é um troço da recta com ordenada na origem R e declive $\sqrt{CR^2 - 2AR + B}$.

A composição de uma carteira eficiente é dada, utilizando (50a) e (53), por:

$$(56) \qquad x = \sigma_p^2 \, \Omega^{-1} \, (r-Re)/\,(R_p-R)$$

Utilizando (55) e simplificando obtém-se:

$$(57) \qquad x = (R_p-R) \, \Omega^{-1} \, (r-Re)/(CR^2-2AR+B)$$

O teorema da separação na sua formulação geral é válido para o caso de introduzirmos um activo sem risco. No entanto, é a sua versão estrita que é normalmente referida na literatura da teoria da carteira de nível intermédio [cf. DOBBINS E WITT (1983)]

> TEOREMA II : Qualquer decisor com aversão ao risco, maximizador da sua utilidade esperada nas condições enunciadas em [3.4], escolherá a sua carteira indiferentemente a partir dos m+1 activos ou a partir de um par único de fundos mútuos: um dos fundos é constituido pelo activo sem risco e o outro por activos só com risco.

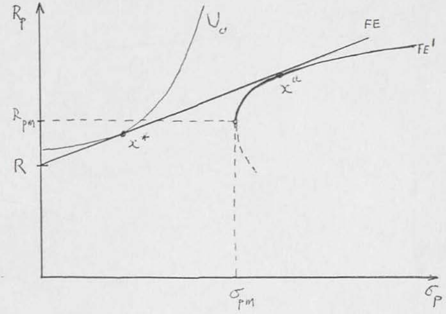
A demonstração deste teorema é semelhante à do TEOREMA I e não será apresentada. Pode ver-se a este propósito MERTON (1970). Exploremos no entanto algumas ilações que se podem tirar a partir do seu enunciado e do que foi exposto nas secções anteriores.

De (36) resulta que a carteira óptima é uma combinação linear de dois fundos mútuos. Com o TEOREMA II tem-se que a carteira óptima é uma combinação linear de dois fundos, um dos quais só com o activo sem risco e o outro só com activos com risco.

Pode dizer-se então que a escolha óptima recairá num ponto situado na recta cuja ordenada na origem é R, tangente à FE. Ora vimos precisamente em [3.3] que é necessário ser $R < R_{pm}$ para que tal escolha exista ou seja eficiente. É necessário acrescentar esta especificação ao teorema da separação na forma estrita. É este o principal objectivo da contribuição de MERTON (1970).

Na fig. 6 ilustra-se a escolha óptima para o caso de existir um activo sem risco.

Fig. 6 -Escolha óptima quando um dos activos não tem risco



. $R < R_{pm}$

3.5 -A introdução de restrições de sinal sobre as percentagens dos activos na carteira.Outras restrições.

A condição de que o decisor não assume posições curtas pode ser formalizada incluindo uma restrição de sinal sobre as percentagens dos activos na carteira.Assim ,o problema (1) deve ser reformulado,bem como os problemas (27) e (47).

Exemplificando para o problema (1):

$$\text{(1a)}\qquad \begin{aligned} &\min\ (1/2)\ x'\Omega\, x \\ &\text{s.a:} \\ &\quad R_p = x'r \\ &\quad 1 = x'e \\ &\quad x \geq \underline{0} \end{aligned}$$

No ponto óptimo devem estar satisfeitas as condições de Kuhn-Tucker .

As referidas condições bem como a lagrangeana do problema (1a) são:

$$L=(1/2)\ x'\Omega\, x+ \gamma_1\ (R_p-x'r) + \gamma_2(1-x'e)$$

onde γ_1 e γ_2 são os multiplicadores de Lagrange.

(58) Condições de Kuhn-Tucker(I a VI):

(I) $\Omega\, x- \gamma_1 r- \gamma_2 e \geq \underline{0}$

(II) $(\Omega\, x- \gamma_1 r-\gamma_2 e)'x = \underline{0}$

(III) $x \geq \underline{0}$

(IV) $R_p-x'r=0$
$1-x'e =0$

(V) $(R_p-x'r)\ \gamma_1=0$
$(1-x'e)\ \gamma_2 =0$

(VI) γ_1 e γ_2 livres

e onde x, γ_1 e γ_2 são tomados no ponto óptimo.

O "formulário" deduzido nas secções anteriores tem subjacente a verificação, no ponto óptimo,do sistema (3),que se repete por conveniência:

$$(3)\qquad \Omega x-\gamma_1 r-\gamma_2 e=\underline{0}$$
$$R_p-x'r=0$$
$$1-x'e=0$$

A partir das condições (58) podemos afirmar que,a verificar-se obrigatóriamente o sistema (3) no ponto óptimo do problema (1a), então:

$$x \gg \underline{0} \text{ (x é um vector positivo)}$$
$$(59)\qquad \gamma_1 \text{ e } \gamma_2 \neq 0$$

Ou seja,afinal estamos perante um problema em que são incluídos <u>todos</u> os activos na carteira,em quantidades <u>positivas</u>,o que viola o espírito do problema que queremos analisar[1].

Em suma,quando se introduzem restrições de sinal sobre os x_i, o sistema (3) não é,<u>em geral</u>,verificado no ponto óptimo.Daqui se conclui não ser aplicável a este caso o "formulário" deduzido.

De facto,a introdução de restrições de não negatividade obriga a que a optimização seja feita com recurso a um <u>algoritmo de programação quadrática</u> como,por exemplo,o <u>de Wolfe</u>.

Na forma geral,um problema de programação quadrática é do tipo:

$$(60)\qquad \min Z=(1/2)x'Q\,x-c'x$$
$$\text{s.a:}\quad H\,x \geq b$$
$$x \geq \underline{0}$$

onde x'Q x é uma forma quadrática de ordem (mxm),H é a matriz dos coeficientes das restrições(lineares)de ordem (nxm),b é o vector dos segundos membros das restrições,de ordem (nx1) e c é o vector dos coeficientes de x_i na função objectivo, de ordem (mx1).

[1]- Obrigando os activos a estarem <u>todos</u> presentes na carteira,em quantidades positivas,impediríamos que se verificassem efeitos de substituição,gerando soluções ineficientes.

Considere-se o problema (27) relativo à escolha óptima de um decisor com função utilidade esperada linear do tipo (26),que aqui se reproduz por conveniência:

$$(27)\qquad \min\ a = (1/2)\ x'\Omega\, x - \lambda x'r$$
$$\text{s.a:}$$
$$1 = x'e$$

A generalização deste problema é evidente.Tomando como referência (60) tem-se, introduzindo restrições de não negatividade:

$$(61)\qquad Q = \Omega$$
$$c = \lambda r$$
$$H\ x \geq b \equiv \begin{cases} 1 \geq x'e \\ -1 \geq -x'e \end{cases}$$

Se quisermos introduzir outras restrições sobre as decisões a tomar,o que pode ser particularmente importante para o caso de um Banco Central,como se terá ocasião de referir no capítulo 4,basta alterar a matriz H e o vector b.

3.6 - Ilustração de alguns resultados anteriores, no caso de dois activos e aplicação às decisões de um Banco Central

Nesta secção apresenta-se a discussão de alguns resultados anteriores quando há apenas dois activos. O objectivo é o de facilitar a interpretação económica das conclusões anteriores e permitir uma aplicação directa às escolhas de um Banco Central, em certas situações que se particularizam.

Antes de apresentarmos os referidos resultados introduziremos mais uma variável na nossa análise. Trata-se do coeficiente de correlação entre os rendimentos dos activos i e j :

(62) $$\rho_{ij} = \omega_{ij} / \omega_i \, \omega_j$$

Casos em que não há restrições de sinal sobre os x_i e existem apenas dois activos, ambos com risco:

(1º) $\boxed{-1 < \rho_{12} < 1}$

(32a) $$\sigma_p^2 = x_1^2 \, \omega_1^2 + x_2^2 \, \omega_2^2 + 2 x_1 x_2 \, \omega_{12}$$

$$R_p = x_1 \, r_1 + x_2 \, r_2$$

$$\Omega^{-1} = (1/ |\Omega|) \begin{bmatrix} \omega_2^2 & -\omega_{12} \\ -\omega_{12} & \omega_1^2 \end{bmatrix}$$

$$|\Omega| = \omega_1^2 \, \omega_2^2 - \omega_{12}^2 = (\omega_1 \omega_2)^2 (1-\rho_{12})(1+\rho_{12})$$

$$x^m = 1/[(\omega_2 - \rho_{12} \, \omega_1) \, \omega_2 + (\omega_1 - \rho_{12} \, \omega_2) \omega_1] \begin{bmatrix} \omega_2 (\omega_2 - \rho_{12} \, \omega_1) \\ \omega_1 (\omega_1 - \rho_{12} \, \omega_2) \end{bmatrix}$$

$$x^s = \lambda/[(\omega_1\omega_2)^2(1-\rho_{12})(1+\rho_{12})] \begin{bmatrix} \omega_2^2(r_1-R_{pm})-\omega_{12}(r_2-R_{pm}) \\ \omega_1^2(r_2-R_{pm})-\omega_{12}(r_1-R_{pm}) \end{bmatrix}$$

Considere-se o caso em que não há um activo dominante, isto é, que tenha maior rendimento e menor risco. Nestas condições, suponha-se que se tem:[1]

$$r_1 > r_2 \quad e \quad \omega_1 > \omega_2$$

Em que circunstâncias tomará o decisor uma <u>posição longa</u> no activo com maior risco, na <u>carteira especulativa</u>?

$$x_1^s > 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\omega_2^2(r_1-R_{pm})-\omega_{12}(r_2-R_{pm}) > 0 \qquad \Rightarrow$$

$$(r_1-R_{pm})/(r_2-R_{pm}) > \omega_{12}/\omega_2^2 = \rho_{12}\omega_1/\omega_2$$

como,

$$r_1 - R_{pm} > 0\ ,\ r_2 - R_{pm} < 0, \omega_1 e\ \omega_2 > 0$$

tem de se verificar:

$$(63) \qquad \rho_{12} < 0$$

Esta condição, necessária, <u>não é suficiente</u>. O que se pode afirmar relativamente à questão posta é o seguinte:

---

[1]-A hipótese de que nenhum dos activos é dominante será mantida até ao fim desta secção

-uma posição longa no activo com risco superior, na carteira especulativa, só se assumirá no caso dos rendimentos dos activos estarem negativamente correlacionados. Esta atitude será tanto mais plausível quanto mais próximo o rendimento do activo estiver do rendimento da carteira de variância mínima, quanto mais longe do rendimento da carteira de variância mínima estiver o rendimento do outro activo [1] e quanto mais perfeita for a correlação entre os rendimentos dos activos ($\rho_{12} \to -1$);

-uma posição curta no activo com maior risco, na carteira especulativa, assumir-se-à sempre que os rendimentos dos activos estiverem positivamente correlacionados. Esta é uma condição suficiente para que haja uma posição longa no activo com menor risco, na carteira especulativa.

(2º) $\boxed{\rho_{12}=0}$

Neste caso diz-se que os rendimentos dos activos são independentes e as soluções aparecem muito simplificadas:

$$x^m = 1/(\omega_2^2+\omega_1^2)\begin{bmatrix}\omega_2^2\\ \omega_1^2\end{bmatrix} \qquad x^s = \lambda\begin{bmatrix}(r_1-R_{pm})/\omega_1^2\\ (r_2-R_{pm})/\omega_2^2\end{bmatrix}$$

[1]-E, naturalmente, quanto menor for o risco deste activo

Nestas circunstâncias basta que seja $r_1 - R_{pm} > 0$ para que $x_1^s > 0$.

(3º) $\boxed{\rho_{12} = -1}$

Neste caso Ω é singular, não existe Ω^{-1} e a análise tem de ser alterada.

A variância total e o rendimento esperado da carteira são, nestas circunstâncias:

(64) $$\sigma_p^2 = x_1^2 \omega_1^2 + x_2^2 \omega_2^2 - 2 x_1 x_2 \omega_1 \omega_2 \qquad (64a)$$

$$R_p = x_1 r_1 + x_2 r_2 \qquad (64b)$$

Observando que,

$$\sigma_p^2 = (x_1 \omega_1 - x_2 \omega_2)^2$$

e tendo em conta a restrição

$$1 = x_1 + x_2$$

temos o sistema linear :

(65) $$\begin{cases} \sigma_p = x_1 \omega_1 - x_2 \omega_2 \\ 1 = x_1 + x_2 \end{cases}$$

cuja solução é:

(66) $$\begin{cases} x_1 = (\sigma_p + \omega_2)/(\omega_1 + \omega_2) \\ x_2 = (\omega_1 - \sigma_p)/(\omega_1 + \omega_2) \end{cases}$$

Por substituição em (64b) tem-se:

$$(67) \qquad R_p = (\omega_2 r_1+\omega_1 r_2)/(\omega_1+\omega_2) + (r_1 - r_2)/(\omega_1+\omega_2)\ \sigma_p$$

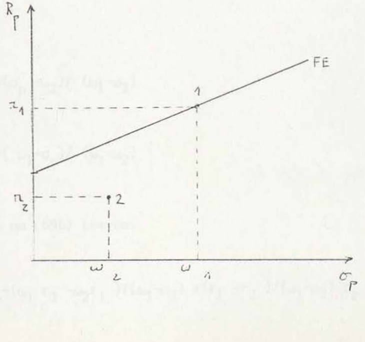
Note-se que neste caso é possível <u>anular</u> completamente <u>o risco da carteira</u> : basta fazer,a partir de (66),

$$(68) \qquad \begin{cases} x_1 = \omega_2/(\omega_1 + \omega_2) > 0 \\ x_2 = \omega_1/(\omega_1 + \omega_2) > 0 \end{cases}$$

Esta solução coincide com a do problema <u>com restrições de sinal</u> porque,de (68) pode ver-se que se tem sempre $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$.

A fig.7 ilustra este caso.

<u>Fig. 7</u>-Fronteira de eficiência em (R_p, σ_p)quando(todos)os r_i dos activos são negativa e perfeitamente correlacionados e nenhum é dominante.



(4º) $\boxed{\rho_{12}=1}$

Neste caso tal como no anterior, Ω é singular, não existe Ω^{-1} e a análise também tem de ser alterada.

A variância total e o rendimento esperado da carteira são, nestas circunstâncias:

(69) $$\sigma_p^2 = x_1^2\ \omega_1^2 + x_2^2\omega_2^2 + 2\ x_1\ x_2\ \omega_1\ \omega_2 \qquad (69a)$$

$$R_p = r_1\ x_1 + r_2\ x_2 \qquad (69b)$$

observando que,

$$\sigma_p^2 = (\ x_1\omega_1 + x_2\ \omega_2)^2$$

e tendo em conta a restrição

$$1 = x_1 + x_2$$

temos o sistema linear:

(70) $$\begin{cases} \sigma_p = x_1\omega_1 + x_2\ \ \omega_2 \\ 1 = x_1 + x_2 \end{cases}$$

cuja solução é:

(71) $$\begin{cases} x_1=(\sigma_p - \omega_2)/\ (\omega_1-\omega_2) \\ \\ x_2=(\ \omega_1-\sigma_p)/\ (\omega_1-\omega_2) \end{cases}$$

Por substituição em (69b) tem-se:

(72) $$R_p=(\omega_1\ r_2 - \omega_2 r_1\ )/(\omega_1-\omega_2) + (r_1 - r_2\ )/(\omega_1-\omega_2)\ \sigma_p$$

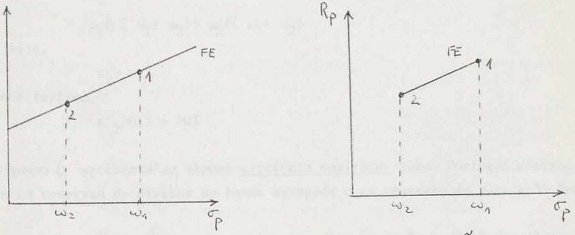
Neste caso também é possível anular completamente o risco da carteira:basta fazer,a partir de (71),

$$(73) \qquad \begin{cases} x_1 = -\omega_2/(\omega_1-\omega_2) < 0 \\ x_2 = \omega_1/(\omega_1-\omega_2) > 0 \end{cases}$$

Esta solução não coincide com a do problema com restrições de sinal dado que implica uma posição curta no activo com maior risco.

Se incluirmos restrições de sinal no nosso problema não é possível anular o risco da carteira.A fronteira de eficiência neste caso seria o segmento de recta que une (ω_1, r_1) e (ω_2, r_2),tal como a fig.8 ilustra.

Fig.8 -Fronteira de eficiência em (R_p, σ_p) quando(todos)os r_i dos activos são perfeita e positivamente correlacionados e nenhum é dominante.



a)-sem restrições de sinal b)-com restrições de sinal

Aplicação às decisões de um Banco Central

(1º)-Escolha ouro-dólar no periodo Bretton-Woods

Vamos supor que o Banco Central dispõe apenas de dois activos-reserva, dólar e ouro, cujos rendimentos esperados e riscos são, respectivamente, (r_1, ω_1) e (r_2, ω_2).

Considere-se que nenhum dos activos é dominante e que o rendimento do dólar é superior ao do ouro. Além disso, os rendimentos esperados estão negativa e perfeitamente correlacionados:

1-dólar;2-ouro

$$r_1 > r_2$$

$$\omega_1 > \omega_2$$

$$\rho_{12} = -1$$

Este grupo de hipóteses parece ser razoável de admitir para o periodo em análise. Acerca de considerar r_2 e $\omega_2 \neq 0$ ver MAKIN (1971).

Nestas circunstâncias o Banco Central pode anular o risco das reservas cambiais escolhendo uma carteira com a composição dada por (68).

Observe-se que, por hipótese e de acordo com (68), tem-se sempre:

$$\omega_1/(\omega_1+\omega_2) > \omega_2/(\omega_1+\omega_2)$$

ou seja,

$$x_2 > x_1$$

o que implica,

$$x_2 > 0,5 = 50\%$$

No quadro 6 apresenta-se alguma evidência empírica para Portugal, contabilizando as reservas de divisas de forma agregada e as reservas de ouro a 35 Dse/onça.

Quadro 6: Reservas de ouro e divisas do Banco de Portugal em anos seleccionados do periodo Bretton-Woods.

unid: milhões de Dse (em fim de periodo)

	1951	1954	1958	1962	1966	1970
1. Ouro	263,9	429,1	493,2	471,1	643	902
2. Divisas	327	285	106	194	415	583

Fonte: FMI-Int.Fin.Stat., vários

O rácio Ouro/Divisas durante aquele periodo foi,em percentagem:

	1951	1954	1958	1962	1966	1970
Ouro/Divisas	45	60	82	71	61	61

Verifica-se pois que o comportamento do Banco de Portugal foi consistente com uma atitude de prudência máxima (anulação do risco das reservas) conforme descrita pelo modelo apresentado.

(2°)-Escolha entre dólar e libra no periodo Bretton-Woods

Vamos supor que o Banco Central ao escolher a sua carteira de divisas só pode optar por dólar e/ou libra, cujos rendimentos esperados e riscos são, respectivamente, (r_1,ω_1) e (r_2,ω_2).

Considere-se que nenhum dos activos é dominante e que o rendimento esperado do dólar é inferior ao da libra. Além disso, os rendimentos esperados estão positiva e perfeitamente correlacionados:

1-dólar;2-libra

$$r_1 < r_2$$
$$\omega_1 < \omega_2$$
$$\rho_{12} = 1$$

Quanto à hipótese $\rho_{12}= 1$ citamos SOLOMON(1977,P.96) "an insider's view" a propósito da crise da libra nos anos 1964-68:

> *"We conjectured that the inevitable speculation against the dollar that would follow*[1]*would probably focus more on gold than on European currencies. The rational speculator would probably reason, if the dollar were to be devalued against gold most European currencies would follow, and therefore little was to be gained by moving out of dollars into European currencies other than sterling."*

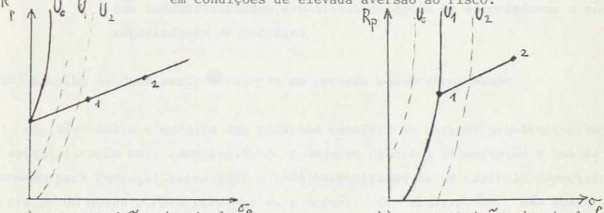
[1]-"would follow"-o autor refere-se aos acontecimentos subsequentes a uma desvalorização da libra (acontecimentos esperados).

Nestas circunstâncias, as soluções diferem conforme seja assumida ou não a restrição de sinal sobre x_i. De qualquer forma uma atitude de <u>aversão ao risco extrema</u> (ou grande), que nos termos do modelo desenvolvido corresponde a $\lambda \to 0$ (quadro 5 p. 37), conduzirá às seguintes conclusões:

- Reservas cambiais compostas apenas de dólar;
- Reservas cambiais apenas com dólar e uma posição curta em libra, sendo a solução dada por (73).

Estas escolhas são ilustradas pela fig. 9

Fig. 9 -Escolha da composição óptima das reservas de divisas em condições de elevada aversão ao risco.



a)-sem restrições de sinal   b)-com restrições de sinal

Alguma <u>evidência empírica</u>, que se apresenta no quadro 7, sugere que a substituição da libra pelo dólar nas reservas cambiais dos países não industrializados é consistente com o modelo apresentado, embora de forma não tão drástica como a sugerida pela solução teórica. Uma justificação para este facto pode ser a do modelo apresentado não captar <u>outras determinantes</u> da escolha das reservas (ver cap. 2).

Quadro 7 -Composição das reservas de divisas por grupos de países no periodo 1964-69(% em fim de periodo): \$(dólar) e £(libra)

	1964		1965		1966		1967		1968		1969	
	\$	£	\$	£	\$	£	\$	£	\$	£	\$	£
Países Indust.	73	16	72	16	73	17	70	18	61	20	58	16
P.n.I. Exp.Petr.	65	25	69	21	68	17	66	11	73	14	77	15
P.n.I. Nexp.Petr.	51	40	51	39	56	34	63	26	58	26	56	27

Fonte:FMI-Int.Fin.Stat., Suplem.Int.Reserves,1983

Obs:Os países estão agrupados conforme classificação do FMI nas International Financial Statistics em,industrializados e não industrializados,sub-dividindo estes em exportadores e não exportadores de petróleo.

(3º)-Escolha de dois activos-reserva no periodo pós-Bretton-Woods

A decisão sobre a escolha das reservas cambiais no periodo pós-Bretton-Woods é de exemplificação mais complexa.Sendo o objecto da nossa Dissertação a sua determinação para Portugal,entre 1981 e 1984,necessitamos de um capítulo especial para tratar do assunto.Para terminar esta secção de "ilustrações" não queremos,no entanto,deixar de abordar o assunto através de um exemplo,simples mas sugestivo.

No caso de termos apenas dois activos é possível deduzir uma expressão geral para a FE quando se restringem os sinais de x_i.

Considerando:

$$r_1 > r_2$$

como,

$$1 = x_1 + x_2$$

$$R_p = x_1 r_1 + x_2 r_2$$

tem-se garantido que :

$$x_1 = (R_p - r_2)/(r_1 - r_2) \geq 0$$
$$x_2 \geq 0$$

Com σ_p^2 no caso de dois activos e substituindo os valores de x_1 e x_2 obtem-se a expressão:

$$(73) \qquad \sigma_p^2 = [(R_p - r_2)/(r_1 - r_2)]^2 \omega_1^2 + 2[(R_p - r_2)/(r_1 - r_2)][1-(R_p - r_2)/(r_1 - r_2)]\omega_{12} + [1-(R_p - r_2)/(r_1 - r_2)]^2 \omega_2^2$$

cujo desenvolvimento conduz a :

$$(74) \qquad \sigma_p^2 = K_1 R_p^2 - 2 K_2 R_p + K_3$$

onde,

$$K_1 = (\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_{12})/(r_1 - r_2)^2$$
$$K_2 = [r_2 \omega_1^2 + r_1 \omega_2^2 - (r_1 + r_2)\omega_{12}]/(r_1 - r_2)^2$$
$$K_3 = (r_2^2 \omega_1^2 + r_1^2 \omega_2^2 - 2 r_1 r_2 \omega_{12})/(r_1 - r_2)^2$$

Considere-se um exemplo com os seguintes valores:[1]

$r_1 = 3,1$; $r_2 = 1,3$; $\omega_1 = 5,9$; $\omega_2 = 12,8$; $\rho_{12} = -0,71$; $|\Omega| = 2827,24$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 34,8 & -53,6 \\ & 163,8 \end{bmatrix} \qquad \Omega^{-1} = 1/2827,24 \begin{bmatrix} 163,8 & 53,6 \\ & 34,8 \end{bmatrix}$$

<u>Obs:</u>Neste caso o activo 1 domina o activo 2.
Para efeito do exemplo este facto não tem consequências especiais.

[1]-Para garantir a consistência dos dados utilizou-se o rendimento e a variância do dólar e do ouro,bem como a covariância dos rendimentos,a partir de dados ex-post nominais entre 1981 e 1984.

. Cálculo das FE's e das carteiras de variância mínima :

- <u>Quando não há restrições de sinal</u>[expressões (13) e (18)]

$A=0,297$; $B=2,06$; $C=0,108$; $D=0,145$; $R_{pm}=2,583$; $\sigma^2_{pm}=9,259$; $\sigma^2_p(3,1)=9,438$

$$\boxed{\sigma^2_p = 0,745\ R^2_p - 2 \times 1,924\ R_p + 14,207}$$

A composição da carteira de variância mínima é em % :

$$x^m = \begin{bmatrix} 71 \\ 29 \end{bmatrix}$$

- <u>Quando há restrições de sinal</u>[expressão (74)]

$K_1 =94,383$; $K_2=243,475$; $K_3=637,329$; $\sigma^2_{pm}=9,149$; $R_{pm}=2,579$; $\sigma^2_p(3,1)=34,805$

$$\boxed{\sigma^2_p=94,383\ R^2_p -486,95\ R_p + 637,329}$$

A composição da carteira de variância mínima é em % :

$$x^m= \begin{bmatrix} 71 \\ 29 \end{bmatrix}$$

<u>Conclusões</u>:

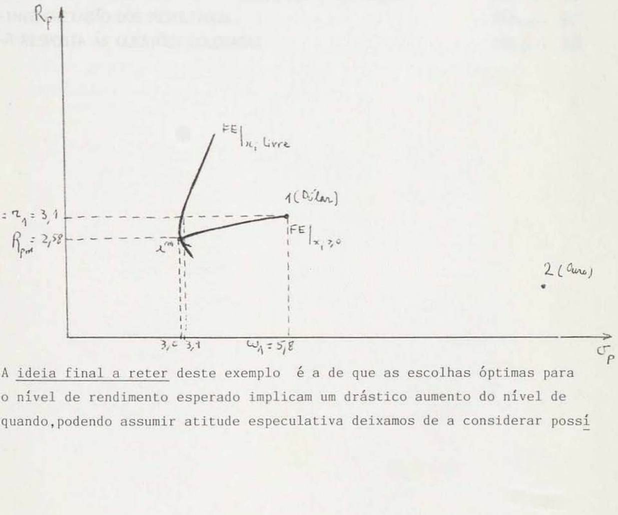
O exemplo apresentado e que a fig. 10 ilustra, permite tirar as seguintes conclusões:

.A carteira de variância mínima é aproximadamente igual quer se restrinja ou não os sinais de x_i; Apesar de um activo ser dominante, mantém-se a conclusão tirada na pág. 53 ,em virtude de ser $\rho_{12} \simeq -1$.

.Se o decisor tiver uma aversão ao risco elevada, escolherá sempre a carteira de variância mínima quando não pode assumir atitude especulativa.

.Soluções diferentes da de variância mínima podem obter-se, à custa de pequenos acréscimos de risco, se o decisor tomar atitude especulativa; no caso de não poder assumir atitude especulativa, as soluções diferentes da carteira de variância mínima exigem muito maiores acréscimos de risco. O coeficiente de variação (risco/rendimento) é uma medida sugestiva desta situação diferenciada.

Fig. 10 Escolhas óptimas comparadas para uma elevada aversão ao risco



A ideia final a reter deste exemplo é a de que as escolhas óptimas para um dado nível de rendimento esperado implicam um drástico aumento do nível de risco quando, podendo assumir atitude especulativa deixamos de a considerar possível.

CAPITULO 4

DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DOS MODELOS AO CASO PORTUGUES

CAPITULO 4 - DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DOS MODELOS AO CASO PORTUGUÊS

Neste capítulo desenvolvemos os modelos anteriormente apresentados e aplicamo-los à determinação da composição óptima das reservas cambiais do Banco de Portugal.

Na secção 1 definiremos o que se entende por rendimento das reservas cambiais e procederemos ao respectivo cálculo.Na secção 2 reflecte-se sobre a origem da aleatoridade dos rendimentos e analisa-se as consequências da sua explicitação nos modelos apresentados.Na secção 3 generaliza-se o modelo de dois para N activos um dos quais é o ouro.Na secção 4 apresenta-se os resultados,seguindo-se a sua interpretação na secção 5.Na secção 6 respondemos às questões colocadas tendo em conta os resultados encontrados e a sua interpretação.

CAPITULO 4-APLICAÇÃO DOS MODELOS AO CASO PORTUGUÊS PARA O PERIODO 1981-84

4.1 - O rendimento esperado das reservas cambiais

Na aplicação dos modelos ao caso português iremos considerar que o Banco de Portugal constitui as suas reservas cambiais a partir dos seguintes activos(divisas e ouro):

1-Franco francês (FF)
2-Marco alemão (DM)
3-Iéne japonês (¥)
4-Franco suíço (FS)
5-Libra esterlina(£)
6-Dólar dos EUA ($)
7-Ouro (Go)

Considera-se ainda que estes activos são detidos,excluindo o ouro,sob a forma de depósitos a curto prazo nos euro-mercados,quando o sinal na carteira óptima for positivo,ou constituem créditos de curto prazo contraídos nos mesmos mercados,quando o sinal na carteira óptima for negativo.

Não iremos considerar a hipótese de endividamento em ouro porque,de facto,o Banco de Portugal não contrai empréstimos em ouro.

Quando um crédito externo de curto prazo é garantido com ouro não se pode considerar que haja uma posição curta em ouro e uma posição longa na moeda em que é denominado o crédito.Nesta situação,o que há é uma redução do nível das reservas de ouro (temporária ou permanente) com consequências na composição das reservas.

Esta ligação "stock"-fluxo não é captada por modelos de carteira do tipo aqui desenvolvido e constitui uma das suas limitações.

O rendimento do activo i (R_i) tem duas componentes:

-uma componente nominal,não estocástica(R_i^n);
-uma componente estocástica, que é a variação percentual do poder de compra do activo i (dQ_i/Q_i).

Tem-se portanto:

$$(75) \qquad R_i = R_i^n + dQ_i/Q_i \qquad i=1,\dots,7$$

Trata-se de um rendimento real,incerto,que resulta da deflacionação de uma uma componente nominal,certa,por um índice de poder de compra que é estocástico.

De acordo com o que foi dito,R_i^n corresponde à taxa de juro dos depósitos a curto prazo nos euro-mercados(3 meses),sendo o correspondente valor para o ouro nulo.

(76) $$R^n_{Go} = R^n_7 = 0$$

O poder de compra da divisa k (Q_k) é a taxa de câmbio efectiva de k (E_k) deflacionada por um índice de preços (P).

(77) $$Q_k = E_k / P$$

A taxa de câmbio efectiva de k é o preço médio da divisa em termos de todas as outras,ponderadas de acordo com o peso de cada divisa nos pagamentos externos portugueses,suposto constante no periodo em análise.

Tomando o dólar como numerário tem-se que a taxa de câmbio efectiva do dólar, de acordo com a definição,é:

(78) $$E_\$ = \prod_{j=1}^{5} (S_{j\$})^{\alpha_j}$$

onde:

$S_{j\$}$ -é a taxa de câmbio à vista(cotada ao incerto)de j relativamente ao dólar;é o preço do dólar em termos de j;

α_j -é o peso da divisa j nos pagamentos externos portugueses.

Partindo do princípio que as taxas de câmbio bilaterais são consistentes, tem-se para qualquer divisa k:

(79) $$E_k = E_\$ / S_{k\$} = E_\$ \, S_{\$k}$$

Por substituição de (78) em (79) tem-se:

(80) $$E_k = S_{k\$}^{\alpha_k - 1} \prod_{j \neq k}^{5} (S_{j\$})^{\alpha_j}$$

Quando nos referirmos à taxa de câmbio efectiva de uma divisa será por "valor de k em Uni" onde Uni é a unidade de conta das importações.

MACEDO(1982) utiliza a primeira expressão,pois tem um significado mais geral independente do critério particular de escolha dos ponderadores,de acordo com a natureza do seu trabalho.

BEN-BASSAT(1980 E 1984) utiliza a segunda expressão para evidenciar o critério particular que presidiu à escolha dos ponderadores.

Seria necessário conhecer o peso de cada moeda nos pagamentos externos portugueses para estabelecer com rigor os ponderadores.Como não temos esta informação,utilizaram-se os seguintes critérios:

Divisa	Peso	Critério
FF DM £	0,10 0,14 0,10	Peso médio das importações oriundas da CEE no total das importações portuguesas de bens (1981-83)distribuido de acordo com o peso de cada país nas import. oriundas da CEE
FS	0,05	Peso médio das importações oriundas da EFTA no total das import. portuguesas de bens(1981-83)
¥	0,03	Peso médio das importações oriundas do Japão no total das importações portuguesas de bens (1981-83)
$	0,58	Obtido por diferença para 1 do somatório dos outros ponderadores

Fonte:Banco de Portugal-Relatório Anual,1984

A título comparativo refira-se que MACEDO(1982,p.123)embora noutro contexto e incluindo comércio+turismo+transferências ,considera :

FF - 0,17
DM - 0,14
£ - 0,13
$ - 0,56

A fim de testar a sensilidade das carteiras óptimas a variações dos pesos das moedas, dever-se-ia ensaiar outras estruturas de ponderação. Tal não será, no entanto, efectuado, por pensarmos que os resultados obtidos com esta estrutura são uma aproximação razoável dos que se obteriam com a "verdadeira", a não ser que a estrutura dos pagamentos externos portugueses seja muito diferente da considerada.

O índice de preços considerado (P) é a média ponderada dos índices de preços no consumidor para cada divisa incluida no nosso estudo:

$$(81) \qquad P = \prod_{j=1}^{6} P_j^{\alpha_j}$$

Considera-se assim que os índices de preços no consumidor dos países de origem das importações, representam aproximadamente os índices de preços dos bens e serviços importados por Portugal.

O mais correcto seria construir um índice a partir do conhecimento do tipo de bens e serviços importados e respectiva moeda de pagamento. Uma vez mais a ausência de dados nos impede de optar pela solução mais correcta. Estamos conscientes da simplificação operada especialmente ao identificar o índice de preços das importações pagas em dólares, ao dos preços no consumidor dos EUA.

BEN-BASSAT (1980 E 1984) utiliza um índice de preços médios das importações enquanto MACEDO (1982) usa uma média ponderada de índices de preços no consumidor.

O poder de compra do cabaz que é constituido pelas divisas consideradas pode ser definido como:

$$(82) \qquad Q = 1/P$$

uma vez que para o cabaz se tem,

$$E = 1$$

O poder de compra do ouro é o preço médio do ouro em termos do cabaz de moedas definido, deflacionado pelo índice de preços (P).

(83) $Q_{Go} = E_{\$} / Go_{\$} P$

onde:

$Go_{\$}$-é o preço do dólar em onça de ouro fino;
$1/Go_{\$}$-é o preço da onça de ouro fino,em dólares,no mercado de Londres.

Observe-se que:

-uma subida de E_k significa uma apreciação efectiva da divisa k;

-uma subida de $E_{\$}/Go_{\$}$ significa um aumento efectivo do preço de mercado do ouro;

Utilizando (79) para desenvolver (77) verifique-se a semelhança entre (83) e:

(84) $Q_k = E_{\$} / S_{k\$} P$

4.2 -A especificação da origem da aleatoridade dos rendimentos:importância e consequências

A fim de clarificar a necessidade de explicitar as origens da aleatoridade dos rendimentos dos activos reproduzimos a argumentação de BRANSON E HENDERSON(1985) IN KENEN E JONES (1985,PP.783-784):

As análises pioneiras sobre a escolha de carteira [MARKOWITZ (1952) E TOBIN(1965) foram desenvolvidas no quadro de uma economia fechada e de hipóteses muito simplificadoras:

1- Separação,periodo a periodo,das decisões de poupança e de composição da carteira(investimento);
2- O nível de preços era suposto fixo;
3- Postulava-se que os rendimentos dos activos seguiam uma distribuição normal ou que a função utilidade do investidor era quadrática no rendimento da carteira;

4- Existia um activo sem risco.

A condição 1 permitia obter uma carteira óptima através da resolução do problema de maximização da utilidade esperada do rendimento,em cada periodo.

As hipóteses 1 a 4 permitiam deduzir os teoremas da separação.

Na sequência de MERTON(1971) e sob o impacto das novas condições objectivas das economias nacionais a escolha da composição da carteira de um investidor passou a ser estudada num contexto geral e dinâmico.A aplicação do Teorema Fundamental da Programação Dinâmica Estocástica e do Lema de Itô sobre os diferenciais estocásticos [1] permite resolver implícitamente o problema da maximização intertemporal da utilidade esperada da riqueza de um investidor.

No caso geral as decisões de poupança e investimento não são separáveis e os teoremas da separação não são válidos.Contudo, esta análise permite fundamentar rigorosamente as hipóteses simplificadoras assumidas nas análises pioneiras e evidenciar as condições da sua validade:

5-A hipótese de que a função utilidade instantânea é homotética e verifica aversão relativa ao risco constante implica a separação das decisões de poupança e escolha de carteira;

6-A hipótese de que os preços dos activos seguem um movimento browniano geométrico[2]implica a verificação dos teoremas da separação.

As condições 5 e 6 garantem que a composição óptima da carteira pode ser obtida através da maximização,periodo a periodo,de uma função linear na média e variância dos rendimentos reais dos activos e que essa composição é constante ao longo do tempo.

Em economia aberta o consumidor-investidor internacional deve ter em conta não só a incerteza relativa às variações cambiais como também a relativa aos

---

[1]- Sobre o"Teorema Fundamental" e sobre o "Lema de Itô" pode consultar-se,além dos trabalhos de MERTON(1970)e(1975),um manual recente:MALLIARIS E BROCK (1983).
Em Anexo B e sobre o Lema de Itô inclui-se uma síntese de CHOE(1983).

[2]- Sobre"Processos Estocásticos"ver Anexo B com síntese de CHOE(1983).

índices de preços pois ambas provocam incerteza quanto ao rendimento real dos activos denominados em moeda estrangeira. Além disso não há activos sem risco.

As aplicações da teoria financeira em tempo contínuo à economia internacional foram desenvolvidas depois de SOLNIK(1974), KOURI(1977) e KOURI E MACEDO(1978).

Em geral, as variações das taxas de câmbio e dos índices de preços estão correlacionadas. As covariâncias entre os rendimentos nominais dos activos, medidos na unidade de conta relevante, e as variações do índice de preços têm um importante papel na escolha da carteira, num contexto de economia aberta.

Torna-se pois imprescindível explicitar as condições particulares em que foram derivados os resultados do capítulo 3 e explorar as consequências desta explicitação.

As condições particulares

(85) $U(M) = (1/\tau)\ M^{\tau}$ -função utilidade instantânea do tipo Cobb-Douglas;

onde:

$$M = \prod_{i=1}^{n} M_i^{\alpha_i}$$

-M_i é a taxa instantânea de importações reais com origem em i;

-α_i é o peso das importações com origem em i nas importações totais, suposto constante;

$r_R = -M(U''/U') = (1-\tau)$ é a medida de aversão relativa ao risco, suposta constante e τ inferior a 1.

(86) $Z = R_p - (1/2)\ r_R \sigma_p^2$ -função objectivo a maximizar [minimizar]

$[-Z = (1/2)\ r_R\ \sigma_p^2 - R_p]$

(87) $dS_{\$k}/S_{\$k} = \pi_k dt + \sigma_k dZ_k \quad (k=1,...,5)$

$dP_j/P_j = \mu_j dt + \zeta_j dU_j \quad (j=1,...,6)$

$d(1/Go_\$)/(1/Go_\$) = \pi_g \, dt + \sigma_g dZ_g$

onde:

$\{S_{\$k}(t), t \geq 0\}$, $\{P_j(t), t \geq 0\}$ e $\{(1/Go_\$)(t), t \geq 0\}$ são movimentos brownianos geométricos

π_k, π_g, μ_j -são valores esperados instantâneos das variações percentuais de $S_{\$k}$, $(1/Go_\$)$ e P_j por unidade de tempo;

$\sigma_k^2, \sigma_g^2, \zeta_j^2$ -são as variâncias instantâneas das variações percentuais de $S_{\$k}$, $(1/Go_\$)$ e P_j por unidade de tempo;

e as covariâncias instantâneas são:

σ_{ik} - para as variações percentuais das taxas de câmbio;

σ_{kg} - para as variações percentuais das taxas de câmbio e do preço do ouro;

ζ_{ij} - para os índices de preços;

π_{kj} - para os índices de preços e as taxas de câmbio;

π_{gj} - para os índices de preços e o preço do ouro;

Tem-se ainda que :

dZ_k, dZ_g e dU_j descrevem processos de Wiener

com coeficientes de correlação instantânea,

ρ_{ik} - entre dZ_i e dZ_k $(i,k=1,...,5$ e $g)$

$\hat{\rho}_{ij}$ - entre dZ_i e dU_j $(i=1,...,5$ e $g)$e$(j=1,...,6)$

$\tilde{\rho}_{ij}$ - entre dU_i e dU_j $(i,j=1,...,6)$

<u>As consequências das condições particulares</u>

O parâmetro λ introduzido em [3.2] que representa a atitude do decisor perante o risco, pode ser reinterpretado como o <u>inverso da aversão relativa ao risco</u>:

(88) $\lambda = 1/r_R = 1/(1-\tau)$

Temos, a título de exemplo, a seguinte tabela de "comportamentos": [1]

λ	r_R	τ	Comportamento
0	$+\infty$	$-\infty$	Máxima aversão ao Risco
0,5	2	-1	Hipótese de Samuelson
1	1	0	Hipótese de Bernoulli
2	0,5	0,5	Hipótese de Crâmer

Para além destas hipóteses vamos considerar um outro "comportamento" com aversão relativa ao risco mais baixa (r_R=0,25) que designámos por Carteira de Risco.

Evidentemente que o exercício pode ser repetido com um número infinito de "medidas". BEN-BASSAT(1980) e(1984) não propõe qualquer valor, referindo apenas que considera implícitamente uma elevada aversão relativa ao risco, hipótese muito discutível, como adiante se verá.

Com a especificão da origem da aleatoridade dos rendimentos verificamos que:

(89) $r_i = E[dQ_i/Q_i] + R_i^n$; $\omega_i^2 = Var[dQ_i/Q_i]$; $\omega_{ij} = Cov[dQ_i/Q_i, dQ_j/Q_j]$

---

[1]-Sobre os comportamentos típicos ver MACEDO(1982,P.34)

Utilizando o Lema de Itô pode avaliar-se as expressões (89) e simplificar de forma notável a composição óptima da carteira de activos derivada em [3.2] correspondente à expressão (32).

Considerando o caso de termos <u>dois activos</u>, conforme faz MACEDO(1982), tem-se, tomando o activo 1 como numerário:

(90) $$\begin{cases} E_1 = S_{21}^{\alpha_2} = S_{12}^{\alpha_1 - 1} \\ E_2 = E_1 \, S_{12} = S_{12}^{\alpha_1 - 1} \, S_{12} = S_{12}^{\alpha_1} \end{cases}$$

a partir de (78),(79) e (80)

(91) $$\begin{cases} Q_1 = S_{12}^{\alpha_1 - 1} \, P_1^{-\alpha_1} \, P_2^{-\alpha_2} \\ Q_2 = S_{12}^{\alpha_1} \, P_1^{-\alpha_1} \, P_2^{-\alpha_2} \end{cases}$$

a partir de (77) utilizando (90)

(92) $$\begin{cases} dS_{12}/S_{12} = dS/S = \pi \, dt + \sigma \, dZ \\ dP_j/P_j = \mu_j dt + \zeta_j dU_j \qquad (j=1,2) \end{cases}$$

a partir de (87)

Conforme cálculos que se apresentam em Anexo C e que são a aplicação do Lema de Itô tem-se:

(93) $$dQ_1/Q_1 = \{ -\alpha_1 \mu_1 - \alpha_2 \mu_2 - (1-\alpha_1)\pi + (1/2)[\alpha_1(1+\alpha_1)\zeta_1^2 + \alpha_2(1+\alpha_2)\zeta_2^2 + (1-\alpha_1)(2-\alpha_1)\sigma^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \zeta_{12} + 2(1-\alpha_1)(\alpha_1 \pi_1 + \alpha_2 \pi_2)]\}dt - \alpha_1 \zeta_1 dU_1 - \alpha_2 \zeta_2 dU_2 - (1-\alpha_1)\sigma \, dZ$$

$$dQ_2/Q_2 = \{ -\alpha_1 \mu_1 - \alpha_2 \mu_2 + \alpha_1 \pi + (1/2)[\alpha_1(1+\alpha_1)\zeta_1^2 + \alpha_2(1+\alpha_2)\zeta_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \zeta_{12} - \alpha_1(1-\alpha_1)\sigma^2 - 2\alpha_1(\alpha_1 \pi_1 + \alpha_2 \pi_2)]\} dt - \alpha_1 \zeta_1 dU_1 - \alpha_2 \zeta_2 dU_2 + \alpha_1 \sigma \, dZ$$

De (93) resulta ,ainda pelo Lema de Itô :

(94) $$(dQ_1/Q_1)^2 = [\alpha_1^2\ \zeta_1^2 + \alpha_2^2\ \zeta_2^2 + (1-\alpha_1)^2\sigma^2 + 2\alpha_1\alpha_2\zeta_{12} + 2\ \alpha_1(1-\alpha_1)\pi_1 +$$

$$+ 2\ \alpha_2(1-\alpha_1)\ \pi_2]\ dt$$

$$(dQ_1/Q_1)(dQ_2/Q_2) = [\ \alpha_1^2\ \zeta_1^2 + \alpha_2^2\ \zeta_2^2 - \alpha_1(1-\alpha_1)\sigma^2 + 2\alpha_1\ \alpha_2\ \zeta_{12} - 2\alpha_1^2\ \pi_1 +$$

$$+ \alpha_1\ \pi_1 - 2\alpha_1\ \alpha_2\ \pi_2 + \alpha_2\ \pi_2]dt$$

$$(dQ_2/Q_2)^2 = [\ \alpha_1^2\ \zeta_1^2 + \alpha_2^2\ \zeta_2^2 + 2\ \alpha_1\ \alpha_2\ \zeta_{12} + \alpha_1^2\ \sigma^2 - 2\ \alpha_1^2\ \pi_1 - 2\alpha_1\ \alpha_2\ \pi_2]dt$$

Atendendo a que dU_1, dU_2 e dZ sao processos de Wiener tem-se que:

$E[dQ_1/Q_1]$ e $E[dQ_2/Q_2]$ correspondem às expressões entre {} nos resultados (93) respectivos;

$Var[dQ_1/Q_1]$, $Var[dQ_2/Q_2]$ e $Cov[dQ_1/Q_1, dQ_2/Q_2]$ correspondem às expressões entre [] nos resultados (94) respectivos.

A partir destes resultados pode verificar-se que:

(95) $$\omega_1^2 + \omega_2^2 = 2\alpha_1^2\ \zeta_1^2 + 2\ \alpha_2^2\ \zeta_2^2 - 2\alpha_1(1-\alpha_1)\ \sigma^2 + 4\alpha_1\ \alpha_2\ \zeta_{12} - 4\ \alpha_1^2\ \pi_1 +$$

$$+ 2\ \alpha_1\ \pi_1 - 4\alpha_1\ \alpha_2\ \pi_2 + 2\alpha_2\ \pi_2 + \sigma^2$$

$$-2\ \omega_{12} = -2\alpha_1^2\ \zeta_1^2 - 2\ \alpha_2^2\ \zeta_2^2 + 2\ \alpha_1(1-\alpha_1)\ \sigma^2 - 4\ \alpha_1\ \alpha_2\ \zeta_{12} + 4\alpha_1^2\ \pi_1 -$$

$$- 2\ \alpha_1\pi_1 + 4\alpha_1\ \alpha_2\ \pi_2 - 2\alpha_2\ \pi_2$$

ou seja:

(96) $$\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\ \omega_{12} = \sigma^2$$

No caso de dois activos, conforme expressões (32a) apresentadas na p.49, tem-se:

$$x^{*} = x^{m} + x^{s}$$

$$x^{m} = 1/(\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_{12}) \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} \omega_2^2 - \omega_{12} \\ \omega_1^2 - \omega_{12} \end{bmatrix}}$$

$$x^{s} = \lambda/(\omega_1^2\, \omega_2^2 - \omega_{12}^2) \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} \omega_2^2(r_1 - R_{pm}) + \omega_{12}(r_2 - R_{pm}) \\ \omega_1^2(r_2 - R_{pm}) - \omega_{12}(r_1 - R_{pm}) \end{bmatrix}}$$

Com o resultado (96) pode simplificar-se a expressão de x^{s} da seguinte forma:

$$x^{s} = \lambda/(\omega_1^2\, \omega_2^2 - \omega_{12}^2) \underset{(2x2)}{\begin{bmatrix} \omega_2^2 & -\omega_{12} \\ -\omega_{12} & \omega_1^2 \end{bmatrix}} \underset{(2x2)}{\begin{bmatrix} 1 - x_1^m & -x_2^m \\ -x_1^m & 1 - x_2^m \end{bmatrix}} \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \lambda/\sigma^2 \underset{(2x2)}{\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}} \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \lambda/\sigma^2 \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} r_1 - r_2 \\ r_2 - r_1 \end{bmatrix}}$$

(97) $\quad x^{s} = \lambda\, \Sigma\, r \quad$ com $\Sigma = 1/\sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

A carteira de variância mínima também pode ser bastante simplificada:

Como, a partir de (94) se tem:

$$(98) \qquad \omega_2^2 - \omega_{12} = \alpha_1 \sigma^2 - \alpha_1 \pi_1 - \alpha_2 \pi_2$$

$$\omega_1^2 - \omega_{12} = (1-\alpha_1)\sigma^2 + \alpha_1 \pi_1 + \alpha_2 \pi_2$$

pode simplificar-se x^m da seguinte forma:

$$x^m = \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} (\alpha_1 \sigma^2 - \alpha_1 \pi_1 - \alpha_2 \pi_2)/\sigma^2 \\ [(1-\alpha_1)\sigma^2 + \alpha_1 \pi_1 + \alpha_2 \pi_2]/\sigma^2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} \alpha_1 - \alpha_1 \pi_1 / \sigma^2 - \alpha_2 \pi_2 / \sigma^2 \\ (1-\alpha_1) + \alpha_1 \pi_1 / \sigma^2 + \alpha_2 \pi_2 / \sigma^2 \end{bmatrix}} =$$

$$= \left(\underset{(2x2)}{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}} - \underset{(2x2)}{\begin{bmatrix} \pi_1 / \sigma^2 & \pi_2 / \sigma^2 \\ -\pi_1 / \sigma^2 & -\pi_2 / \sigma^2 \end{bmatrix}} \right) \underset{(2x1)}{\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}}$$

ou seja:

$$(99) \qquad x^m = (I - \Phi)\, \alpha$$

onde α é o vector das proporções de cada moeda nos pagamentos externos

Antes de interpretarmos os resultados (97) e (99) convém relembrar o significado de cada um dos parâmetros que estamos a utilizar:

Com $i=1,2$, para divisas , tomando a moeda 1 como numerário e com $j=1,2$, para os índices de preços.

r_i - valor esperado do rendimento da divisa i;

ω_1^2 e ω_2^2- variâncias dos rendimentos de 1 e 2 ;

ω_{12} -covariância dos rendimentos de 1 e 2;

R_{pm}-rendimento esperado da carteira de variância mínima;

α_i -proporção de cada moeda nos pagamentos externos;

Variações por unidade de tempo:

π -valor esperado instantâneo da variação percentual da taxa de câmbio de 2 em termos de 1;

σ^2 -variância instantânea da variação percentual da taxa de câmbio de 2 em termos de 1;

μ_j -valor esperado instantâneo da variação percentual do índice de preços j;

ζ_j^2 -variância instantânea da variação percentual do índice de preços j;

π_j -covariância instantânea das variações percentuais da taxa de câmbio e do índice de preços j;

ζ_{12} -covariância instantânea das variações percentuais dos índices de preços;

λ -inverso da medida de aversão relativa ao risco;

x_i^m -proporção da moeda i na carteira de variância mínima;

x_i^s -proporção da moeda i na carteira especulativa;

Interpretação dos resultados

Recapitulando:

$$x^m = (I - \Phi)\,\alpha$$

$$= \alpha - \Phi\,\alpha$$

$$x^s = \lambda\,\Sigma\,r$$

A composição da carteira de variância mínima:

1º - $x^m = \alpha$ se $\pi_1 \Lambda\, \pi_2 = 0$

Se as variações percentuais da taxa de câmbio e dos índices de preços forem independentes ou se as variações percentuais dos índices de preços forem perfeitamente antecipadas, a composição da carteira de variância mínima corresponde aos pesos de cada moeda nos pagamentos externos;

2º - x_1^m diferente de α_1

$$x_1^m = \alpha_1 - (\alpha_1 \pi_1 / \sigma^2 + \alpha_2\, \pi_2 / \sigma^2)$$

$$x_1^m > \alpha_1 \Rightarrow \quad x_1^m - \alpha_1 > 0 \Rightarrow \alpha_1\, \pi_1/\sigma^2 + \alpha_2\, \pi_2/\sigma^2 < 0$$

o desenvolvimento desta desigualdade conduz a:

$$\alpha_1(\pi_1/\sigma^2 - \pi_2/\sigma^2) < -\pi_2/\sigma^2 \Rightarrow \boxed{\alpha_1(1-\pi_1/\pi_2) < 1} \tag{100}$$

Se tivermos $\pi_2 < 0$ e $\pi_1 > 0$ não se verifica sempre a desigualdade (100). Quanto menor for π_1 relativamente a π_2 mais fácilmente se afastará x_1^m de α_1.

Se tivermos $\pi_2 < 0$ e $\pi_1 < 0$ aquela desigualdade verifica-se sempre e a moeda 1 constitui uma boa cobertura contra a inflação.

Este último resultado pode ser claramente compreendido a partir das expressões:

$$x_1^m = \alpha_1 - \alpha_1 \pi_1 / \sigma^2 - (1-\alpha_1)\pi_2 / \sigma^2$$

$$x_2^m = \alpha_2 + (1-\alpha_2) \pi_1 / \sigma^2 + \alpha_2 \pi_2 / \sigma^2$$

já deduzidas em (99).

Verifica-se imediatamente que, se $\pi_1 < 0$ e $\pi_2 < 0$ então $x_1^m > \alpha_1$ e $x_2^m < \alpha_2$

Um outro caso, não referido em MACEDO(1982), é o de serem $\pi_1 > 0$ e $\pi_2 > 0$. Nestas circunstâncias verifica-se imediatamente que $x_1^m < \alpha_1$ e $x_2^m > \alpha_2$.

A fim de facilitar a compreensão do sentido económico dos sinais das covariâncias, apresentamos em seguida os casos possíveis, quando há dois activos.

Considerando como até aqui que 1 é o numerário, então:

$S_{12} \uparrow$ corresponde a uma apreciação de 2 ou depreciação de 1;

$S_{12} \downarrow$ corresponde a uma depreciação de 2 ou apreciação de 1;

$P_j \uparrow$ inflação $P_j \downarrow$ deflação

MOEDA 1

	S_{12}	S_{12}
P_1	Apreciação Inflação $\pi_1 < 0$	Depreciação Inflação $\pi_1 > 0$
P_1	Apreciação Deflação $\pi_1 > 0$	Depreciação Deflação $\pi_1 < 0$

MOEDA 2

	S_{12}	S_{12}
P_2	Apreciação Inflação $\pi_2 > 0$	Depreciação Inflação $\pi_2 < 0$
P_2	Apreciação Deflação $\pi_2 < 0$	Depreciação Deflação $\pi_2 > 0$

Assinale-se que a moeda 2 constitui boa cobertura da inflação se se aprecia relativamente a 1 quando há inflação nos dois países e se deprecia relativamente a 1 quando há deflação nos dois países.

3º -Se se verificar a <u>paridade relativa dos poderes de compra</u> a carteira x^m é independente das preferências.

No caso especial da paridade relativa dos poderes de compra tem-se a seguinte relação entre índices de preços e taxa de câmbio:

$$S\, P_2 \,/\, P_1 = k$$

onde $\underline{k}$ é uma constante

Fazendo,

$$S = k\, P_1 \,/\, P_2$$

e considerando os processos estocásticos postulados para as variações percentuais dos índices de preços (92) tem-se:

$$dS/S = (\,\mu_1 - \mu_2 - \zeta_{12} + \zeta_2^2\,)\, dt + \zeta_1\, dU_1 - \zeta_2\, dU_2$$

$$(dS/S)^2 = (\zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2\zeta_{12})\, dt$$

$$(dS/S)(dP_1/P_1) = (\zeta_1^2 - \zeta_{12}\,)\, dt$$

$$(dS/S)(dP_2/P_2) = (-\zeta_2^2 + \zeta_{12})\, dt$$

Verifica-se assim que:

$$\pi = \mu_1 - \mu_2 - \zeta_{12} + \zeta_2^2$$

$$\sigma^2 = \zeta_1^2 + \zeta_2^2 - 2\zeta_{12} = (\zeta_1^2 - \zeta_{12}) + (\zeta_2^2 - \zeta_{12})$$

$$\pi_1=\zeta_1^2-\zeta_{12}$$

$$\pi_2=-\zeta_2^2+\zeta_{12}$$

tem-se pois que:

$$\sigma^2=\pi_1-\pi_2$$

Substituindo este resultado na expressao (99) relativa a x^m tem-se:

$$x_1^m=-\pi_2/\sigma^2$$

$$x_2^m=\pi_1/\sigma^2=1+\pi_2/\sigma^2$$

ou seja,a carteira de variância mínima é <u>independente das preferências</u>(pesos),pelo que é idêntica para todos os consumidores-investidores.

Note-se que o afastamento da hipótese de paridade relativa dos poderes de compra pode ser analizado em termos da diferença entre x^m,em cada caso,e a última coluna da matriz $(I-\Phi)$.

É por isso que a carteira de variância mínima pode ser decomposta em duas partes:

α -Vector dos pesos das moedas nos pagamentos externos (capital position);

$-\Phi\alpha$ -Carteira de cobertura da inflação (inflation hedge portfolio).

A carteira especulativa:

1º -Depende da aversão ao risco,anulando-se se $\lambda = 0$;

2º -Depende da variância das variações percentuais da taxa de câmbio.Quanto maior for a variância referida,menor o peso da carteira especulativa na solução final;

3º -Depende dos rendimentos reais dos activos considerados. Quanto menor for a diferença entre os rendimentos reais esperados dos activos menor é o peso da carteira especulativa na solução final.

Os resultados anteriores permitem enunciar uma regra interessante quando aplicados à escolha de uma carteira de divisas para um Banco Central:sendo a aversão ao risco elevada e sendo estáveis as taxas de inflação[1]então,as moedas são mantidas em reserva pelo Banco na proporção de cada uma nos pagamentos externos do país.Esta regra que é perfeitamente intuitiva aparece pois rigorosamente fundamentada num modelo de comportamento racional.

Por último e antes de entrarmos na parte dos cálculos própriamente ditos,salientamos que a especificação (87) implica uma forma específica de antecipações do Banco Central,a de expectativas estáticas.Sendo imprevisíveis as variações de dS/S,o decisor antecipa para o periodo seguinte a variação verificada,relativamente ao periodo anterior,da taxa de câmbio em causa.[2]

[1]-É precisamente o argumento de que as taxas de inflação se revelaram estáveis no periodo do seu estudo que permite a BEN-BASSAT(1980)e (1984) apresentar os rendimentos nominais como boa aproximação dos reais.(ver p. 19)

[2]-O mesmo é verdade para dP_j/P_j e $d(1/Go_\$)/(1/Go_\$)$,no caso geral.

4.3 - Generalização dos resultados anteriores num modelo de três activos

Considere-se que as reservas cambiais de um Banco Central (W) são constituídas por três activos,duas divisas (1 e 2) e ouro (0).

Tem-se:

$$(101) \quad W = x_0W + x_1W + x_2W$$

$$(102) \quad W = E_0D_0 + E_1D_1 + E_2D_2$$

$$(103) \quad \tilde{W} = W/P = x_0\tilde{W} + x_1\tilde{W} + x_2\tilde{W}$$

$$(104) \quad \tilde{W} = E_0D_0/ P + E_1D_1/ P + E_2D_2/ P$$

$$(105) \quad \tilde{W} = E_0D_0/ x_0P = E_1D_1/ x_1P = E_2D_2/ x_2P$$

onde:

$x_0\ x_1\ x_2$ - são as percentagens de cada activo nas reservas

$D_0\ D_1\ D_2$ - são as quantidades de cada activo nas reservas

$E_0\ E_1\ E_2$ - são as taxas de câmbio efectivas das moedas 1 e 2 e o preço do ouro em Uni's(preço efectivo do ouro)

P - é o índice de preços

W e $\tilde{W}$ - são respectivamente a riqueza nominal e real do Banco Central (reservas cambiais)

Escolhendo a moeda 2 para numerário tem-se ainda que:

$$(106) \quad E_0 = E_2G$$

onde G é o preço da onça de ouro fino expresso no numerário

Observe-se que a riqueza real do Banco Central é o <u>poder de compra</u> global dos activos em reserva:

$$(107)\quad \tilde{W} = Q_0D_0 + Q_1D_1 + Q_2D_2$$

onde $Q_0Q_1Q_2$ são os poderes de compra dos activos visto serem $Q_0 = E_0 / P, Q_1 = E_1 / P, Q_2 = E_2 / P$

O problema da escolha da composição óptima das reservas cambiais pode ser escrito da forma(108),desde que verificadas certas hipóteses simplificadoras, conforme se indicou na secção 2 deste capítulo.

$$(108)\quad \text{Max } Z = E(d\tilde{W}/\tilde{W}) - (1/2)\, r_R \, \text{Var}(d\tilde{W}/\tilde{W})$$

onde,como é costume,r_R designa a aversão relativa ao risco.

A fim de simplificar os cálculos e a notação vamos fazer:

$$\left|\begin{array}{ll} dE_i/E_i = \pi_i dt + \sigma_i dZ_i & i=1,2 \\ dG/G = \pi_g dt + \sigma_g dZ_g & \\ dP/P = \pi_p dt + \sigma_p dZ_p & \end{array}\right.$$

onde a simbologia tem o significado já explicitado na secção anterior pelo que não será agora repetido.

Adoptou-se ainda a notação:

$$\left|\begin{array}{lll} \sigma_{ii}\ \sigma_{gg}\ \sigma_{pp} & \text{para as variâncias instantâneas} & i=1,2 \\ \sigma_{ig}\ \sigma_{ip}\ \sigma_{gp}\ \sigma_{ij} & \text{para as covariâncias instantâneas} & i=1,2 \\ \rho_{ig}\ \rho_{ip}\ \rho_{gp}\ \rho_{ij} & \text{para os coeficientes de correlação instantânea} & i=1,2 \end{array}\right.$$

Por hipótese tem-se:

$$(110) \quad dD_1/D_1 = i_1\, dt$$

$$dD_2/D_2 = i_2\, dt$$

onde i_1 i_2 são as taxas de juro nominais dos activos 1 e 2 não estocásticas

Evidentemente que para o ouro $i_0 = 0$ e $dD_o/D_o = 0$

O cálculo de $E(d\tilde{W}/\tilde{W})$ e $Var(d\tilde{W}/\tilde{W})$ será feito através do Lema de Itô:

$$\tilde{W} = (E_2\, G\, D_0 + E_1\, D_1 + E_2\, D_2)/P$$

$$d\tilde{W} = [-W/P^2 \;\; D_1/P \;\; (GD_0+D_2)/P \;\; E_2D_0/P \;\; E_1/P \;\; E_2/P] \cdot \begin{bmatrix} dP \\ dE_1 \\ dE_2 \\ dG \\ dD_1 \\ dD_2 \end{bmatrix} + (1/2)[dP \;\; dE_1 \;\; dE_2 \;\; dG \;\; dD_1 \;\; dD_2] .$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 2W/P^3 & & & & & \\ -D_1/P^2 & 0 & & & & \\ -(GD_0+D_2)/P^2 & 0 & 0 & & & \\ -E_2D_0/P_2 & 0 & D_0/P & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dP \\ dE_1 \\ dE_2 \\ dG \\ dD_1 \\ dD_2 \end{bmatrix}$$

(matriz simétrica)

Utilizando os resultados (105) obtemos:

$$(111) \quad 1/\tilde{W} = E_2G\, D_0/x_0P = E_1D_1/x_1P = E_2D_2/x_2P$$

tem-se então:

$$d\tilde{W}/\tilde{W}=[-1 \quad x_1 \quad (x_0+x_2) \quad x_0 \quad x_1 \quad x_2]\cdot\begin{bmatrix} dP/P \\ dE_1/E_1 \\ dE_2/E_2 \\ dG/G \\ dD_1/D_1 \\ dD_2/D_2 \end{bmatrix} + (1/2)[dP/P \quad dE_1/E_1 \quad dE_2/E_2 \quad dG/G \quad dD_1/D_1 \quad dD_2/D_2]\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ -x_1 & 0 & & & & \\ -(x_1+x_2) & 0 & 0 & & & \\ -x_0 & 0 & x_0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} dP/P \\ dE_1/E_1 \\ dE_2/E_2 \\ dG/G \\ dD_1/D_1 \\ dD_2/D_2 \end{bmatrix}$$

(matriz simétrica)

substituindo dP/P, dE_i/E_i, dG/G e dD_i/D_i tem-se:

$$\text{(112)} \quad d\tilde{W}/\tilde{W}=(-\pi_p+x_1\pi_1+x_0\pi_2+x_2\pi_2+x_0\pi_g+x_1 i_1+x_2 i_2+\sigma_{pp}-x_1\sigma_{1p} -x_0\sigma_{2p}-x_2\sigma_{2p}-x_0\sigma_{gp}+x_0\sigma_{2g})dt - -\sigma_p dZ_p+x_1\sigma_1 dZ_1+x_0\sigma_2 dZ_2+x_2\sigma_2 dZ_2+x_0\sigma_g dZ_g$$

$$\text{(113)} \quad (d\tilde{W}/\tilde{W})^2=(\sigma_{pp}+x_1^2\sigma_{11}+x_0^2\sigma_{22}+x_2^2\sigma_{22}+x_0^2\sigma_{gg}-2x_1\sigma_{1p}-2x_0\sigma_{2p} - -2x_2\sigma_{2p}-2x_o\sigma_{gp}+2x_1x_0\sigma_{12}+2x_1x_2\sigma_{12}+2x_0x_1\sigma_{1g}+ +2x_0x_2\sigma_{22}+2x_0^2\sigma_{2g}+2x_0x_2\sigma_{2g})dt$$

$E(d\tilde{W}/\tilde{W})$ e $Var(d\tilde{W}/\tilde{W})$ são, respectivamente, as expressões entre () dos resultados (112) e (113).

As condições de $1^{\underline{a}}$ ordem para o Max de Z são:

$$\partial Z/\partial x_0 = \pi_2 + \pi_g + (r_R - 1)\,\sigma_{2p} + (r_R - 1)\sigma_{gp} + \sigma_{2g} - x_0 r_R\,(\sigma_{22} + \sigma_{gg} + 2\,\sigma_{2g}) - $$

$$- r_R(\sigma_{12} + \sigma_{1g}) - r_R\,x_2\,(\sigma_{22} + \sigma_{2g}) = 0$$

$$\partial Z/\partial x_1 = \pi_1 + i_1 + (r_R - 1)\,\sigma_{1p} - x_1\,r_R\,\sigma_{11} - x_0\,r_R\,(\sigma_{12} + \sigma_{1g}) - x_2\,r_R\sigma_{12} = 0$$

$$\partial Z/\partial x_2 = \pi_2 + i_2 + (r_R - 1)\,\sigma_{2p} - x_2\,r_R\,\sigma_{22} - x_0\,r_R(\sigma_{22} + \sigma_{2g}) - x_1 r_R \sigma_{12} = 0$$

pelo que os valores óptimos de x_o, x_1 e x_2 resultam da solução do sistema:

(114)
$$r_R \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{22}+\sigma_{gg}+2\sigma_{2g} & \sigma_{12}+\sigma_{1g} & \sigma_{22}+\sigma_{2g} \\ \sigma_{12}+\sigma_{1g} & \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{22}+\sigma_{2g} & \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \pi_2+\pi_g+(r_R-1)(\sigma_{2p}+\sigma_{gp})+\sigma_{2g} \\ \pi_1+i_1+(r_R-1)\sigma_{1p} \\ \pi_2+i_2+(r_R-1)\sigma_{2p} \end{bmatrix}$$

ou de outra forma:

(115)
$$\begin{bmatrix} \sigma_{22}+\sigma_{gg}+2\sigma_{2g} & & \\ \sigma_{12}+\sigma_{1g} & \sigma_{11} & \\ \sigma_{22}+\sigma_{2g} & \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{2p}+\sigma_{gp} \\ \sigma_{1p} \\ \sigma_{2p} \end{bmatrix} + (1/r_R) \begin{bmatrix} \pi_2+\pi_g+\sigma_{2g}-\sigma_{2p}-\sigma_{gp} \\ \pi_1+i_1-\sigma_{1p} \\ \pi_2+i_2-\sigma_{2p} \end{bmatrix}$$

(matriz simétrica)

De forma abreviada faça-se (115):

$$(115a)\quad \Psi\ x = \begin{bmatrix} \sigma_{2p}+\sigma_{gp} \\ ---- \\ \sigma_{1p} \\ \sigma_{2p} \end{bmatrix} + (1/r_R) \begin{bmatrix} \pi_2+\pi_g+\sigma_{2g}-\sigma_{2p}-\sigma_{gp} \\ -------- \\ \pi_1+i_1-\sigma_{1p} \\ \pi_2+i_2-\sigma_{2p} \end{bmatrix}$$

onde

$\Psi = [\psi_{ij}]$ é a matriz de variâncias-covariâncias de dE_i/E_i aumentada de uma linha e uma coluna

x é o vector coluna das percentagens dos activos

Fazendo

$\Psi^{-1} = [\psi_{ij}^{-1}]$

os valores óptimos de x são:

$$(116)\quad x^* = \Psi^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_{2p}+\sigma_{gp} \\ --- \\ \sigma_{1p} \\ \sigma_{2p} \end{bmatrix} + (1/r_R)\Psi^{-1} \begin{bmatrix} \pi_2+\pi_g+\sigma_{2g}-\sigma_{2p}-\sigma_{gp} \\ -------- \\ \pi_1+i_1-\sigma_{1p} \\ \pi_2+i_2-\sigma_{2p} \end{bmatrix}$$

Num modelo com três activos é possível a existência de <u>relações de complementaridade</u>. A título exemplificativo, para o ouro, tem-se:

$\partial x_o/\partial\pi_g = (1/r_R)\,\psi_{11}^{-1}$ onde é de esperar $\psi_{11}^{-1} > 0$

$\partial x_0/\partial(\pi_1+i_1) = (1/r_R)\,\psi_{12}^{-1}$ onde se $\begin{cases} \psi_{12}^{-1} > 0 & \text{os activos 0 e 1 são compl.} \\ \psi_{12}^{-1} < 0 & \text{os activos são substituíveis} \end{cases}$

$\partial x_0/\partial(\pi_2+i_2) = (1/r_R)\,\psi_{13}^{-1}$ onde se $\begin{cases} \psi_{13}^{-1} > 0 & \text{os activos 0 e 2 são complementares} \\ \psi_{13}^{-1} < 0 & \text{os activos são substituíveis} \end{cases}$

A generalização para $N+1$ activos(ouro e N moedas) é imediata;tomando N como numerário:

$$
(117)\quad \underset{(N+1)\times 1}{\begin{bmatrix} x_0 \\ \hline x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|ccc} \sigma_{NN}+\sigma_{gg}+2\sigma_{Ng} & & \cdots & \\ \hline \sigma_{1N}+\sigma_{1g} & \sigma_{11} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ \sigma_{NN}+\sigma_{Ng} & \sigma_{1N} & \cdots & \sigma_{NN} \end{array}\right]^{-1}}_{\substack{\Psi^{-1} \\ (N+1)\times(N+1)}} \underset{(N+1)\times 1}{\begin{bmatrix} \sigma_{Np}+\sigma_{gp} \\ \hline \sigma_{1p} \\ \vdots \\ \sigma_{Np} \end{bmatrix}} + \frac{1}{r_R}\Psi^{-1} \underset{(N+1)\times 1}{\begin{bmatrix} \pi_N+\pi_g+\sigma_{Ng}-\sigma_{Np}-\sigma_{gp} \\ \hline \pi_1+i_1-\sigma_{1p} \\ \vdots \\ \pi_N+i_N-\sigma_{Np} \end{bmatrix}}
$$

4.4 - Os cálculos efectuados e os resultados encontrados

As carteiras calculadas para o Banco de Portugal são óptimas apenas durante o último trimestre de 1984.Isto significa que a informação a utilizar para os cálculos deve limitar-se à informação disponível até ao fim do terceiro trimestre de 1984.

Uma hipótese fundamental dos modelos apresentados é a da estacionaridade das variâncias-covariâncias.No nosso trabalho utilizamos apenas a informação disponível entre o último trimestre de 1980 e o penúltimo trimestre de 1984.

A escolha deste periodo não se baseia em qualquer teste prévio sobre a estacionaridade requerida mas,antes,à delimitação"empírica" de um periodo marcado por características bem particulares que se referiram na secção 2 do capitulo 1.Uma crítica pertinente ressalta de imediato:não se efectuando testes à estrutura das variâncias-covariâncias dever-se-ia alargar a base de recolha da informação a periodos anteriores a 1980 (III).Esta observação pode ser particularmente importante no que diz respeito ao ouro.

O PODER DE COMPRA DOS ACTIVOS

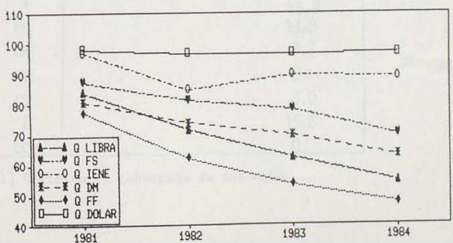
Conforme cálculos que apresentamos detalhadamente em anexo D todos os activos que constituem as reservas do Banco de Portugal perderam poder de compra durante o periodo do nosso estudo.

Para o dólar esta perda não é no entanto significativa,o mesmo não se podendo dizer para os restantes activos.

Contudo,o iéne revelou um certo poder de recuperação depois de 1982.

O gráfico 4 ilustra a evolução dos poderes de compra dos activos(divisas) no periodo em causa.

GRAFICO 4-ÍNDICES DE PODER DE COMPRA
BASE 1980



O RENDIMENTO E O RISCO DOS ACTIVOS

Apresenta-se em seguida os rendimentos reais esperados e o risco dos activos para o quarto trimestre de 1984,conforme cálculos em anexo D

ACTIVO	$	¥	FS	£	DM	FF	Go
RENDIMENTO	+11,4	+4,7	-3,1	-3,1	-5,1	-5,3	-7,1
ACTIVO	$	£	DM	FF	FS	¥	Go
RISCO	51,7	175,7	178,4	183,1	256,9	402,9	2163,4

OBS:Os rendimentos são % anuais

Destes resultados salientamos o seguinte:

-Só o dólar e o iéne é que têm rendimentos esperados positivos;

-O dólar é o activo dominante,com maior rendimento e menor risco;

-O ouro é um activo dominado pelos restantes,com maior risco e menor rendimento;

-A libra domina o marco e o franco francês,com maior rendimento e menor risco;

AS CARTEIRAS DE VARIÂNCIA-MÍNIMA

PROBLEMA SEM RESTRIÇÕES DE SINAL

Activos	Pesos	Carteira de Precaução[1]	Carteira de Var-Mínima
$	58	-1,3	56,7
FF	10	+5,2	15,2
DM	14	-5,7	8,3
¥	3	-5,2	-2,2
FS	5	+1,1	6,1
£	10	+6,1	16,1
Go	0	-0,2	-0,2

PROBLEMA COM RESTRIÇÕES DE SINAL

Activos		Carteira de Var-Mínima
$		56,9
FF		13,8
DM		8,7
¥		0
FS		5,0
£		15,6
Go		0

[1] Carteira de cobertura da inflação

AS CARTEIRAS ESPECULATIVAS

Activos	Grau de aversão relativa ao risco(r_R) 2	1	0,5	0,25
$	+3,6	+7,2	+14,4	+28,8
FF	-3,8	-7,6	-15,3	-30,7
DM	+0,1	+0,2	+ 0,6	+ 1,1
¥	+2,2	+4,4	+ 8,9	+17,9
FS	-0,1	-0,3	- 0,6	- 1,2
£	-2,2	-4,4	- 8,9	-17,8
Go	+0,2	+0,4	+ 0,9	+ 1,9

AS CARTEIRAS ÓPTIMAS

PROBLEMA SEM RESTRIÇÕES DE SINAL

Activos	Grau de aversão relativa ao risco(r_R)				
	Carteira de Var-Mínima	Carteira de Samuelson (2)	Carteira de Bernoulli (1)	Carteira de Crâmer (0,5)	Carteira de Risco (0,25)
$	56,7	60,3	63,9	71,1	85,5
FF	15,2	11,4	7,6	- 0,1	-15,5
DM	8,3	8,4	8,5	8,9	9,4
¥	-2,2	0	2,2	6,7	15,7
FS	6,1	6,0	5,9	5,5	4,9
£	16,1	13,9	11,7	7,2	- 1,7
Go	-0,2	0	0,2	0,7	1,7
PROBLEMA COM RESTRIÇÕES DE SINAL					
$	56,9	Soluções iguais às do problema sem restrições		70,3	81,3
FF	13,8			0	0
DM	8,7			9,6	0
¥	0			7,0	14,0
FS	5,0			5,3	3,5
£	15,6			7,0	0
Go	0			0,8	1,2

FIG. 11 O PESO DOS ACTIVOS EM FUNÇÃO DO GRAU DE AVERSÃO AO RISCO

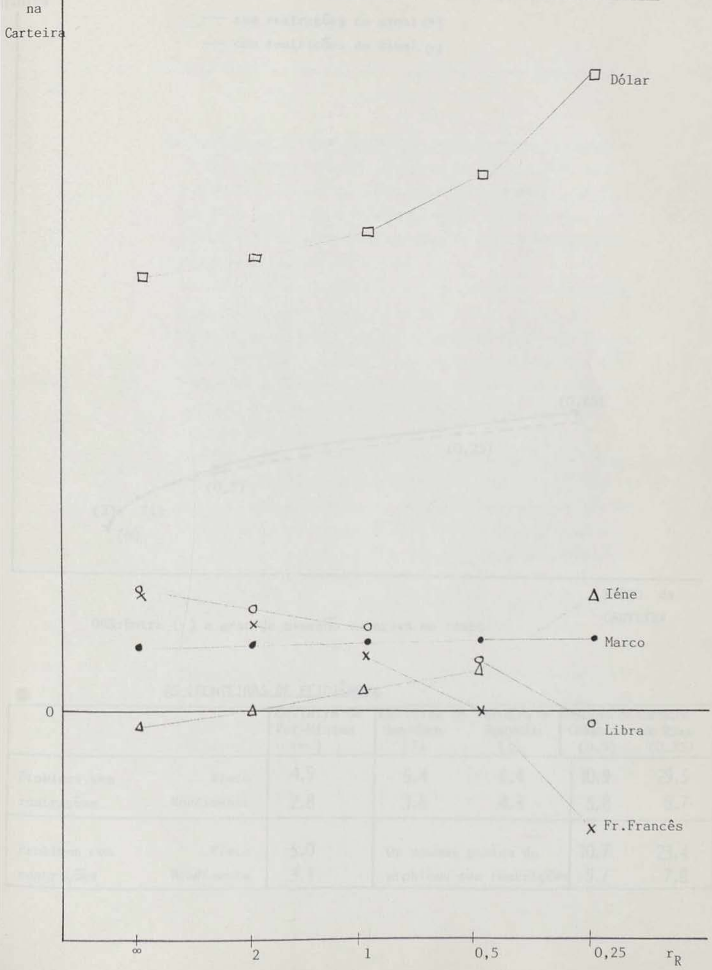
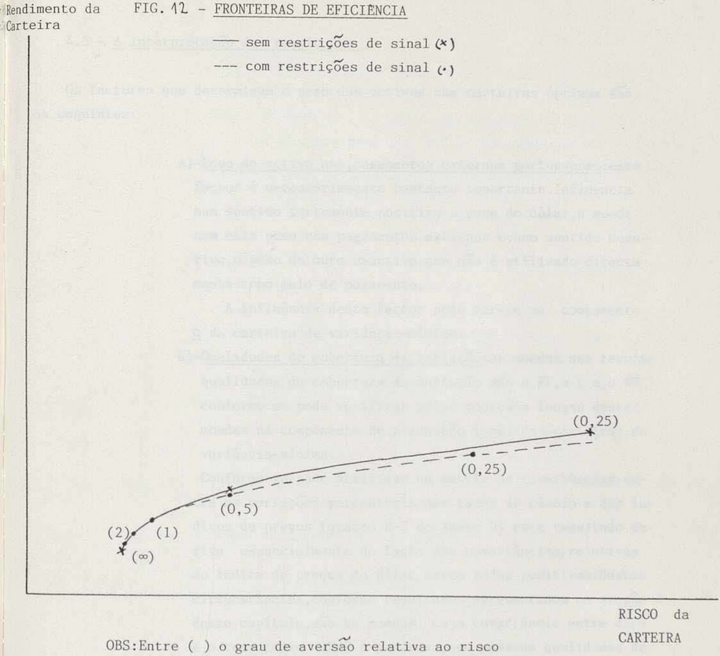


FIG. 12 - FRONTEIRAS DE EFICIÊNCIA



OBS: Entre ( ) o grau de aversão relativa ao risco

AS FRONTEIRAS DE EFICIÊNCIA

		Carteira de Var-Mínima (∞)	Carteira de Samuelson (2)	Carteira de Bernoulli (1)	Carteira de Crâmer (0,5)	Carteira de Risco (0,25)
Problema sem restrições	Risco	4,9	5,4	6,4	10,9	29,5
	Rendimento	2,8	3,6	4,3	5,8	8,7
Problema com restrições	Risco	5,0	Os mesmos pontos do problema sem restrições		10,7	23,4
	Rendimento	3,1			5,7	7,8

4.5 - A interpretação dos resultados

Os factores que determinam o peso dos activos nas carteiras óptimas são os seguintes:

a)-Peso do activo nos pagamentos externos portugueses:este factor é necessáriamente bastante importante.Influencia num sentido fortemente positivo o peso do dólar,a moeda com mais peso nos pagamentos externos e,num sentido negativo o peso do ouro umactivo que não é utilizado directamente como meio de pagamento.

A influência deste factor pode ver-se na componente $\underline{\alpha}$ da carteira de variância-mínima.

b)-Qualidades de cobertura da inflação:as moedas que revelam qualidades de cobertura da inflação são o FF,a £ e o FS, conforme se pode verificar pelas posições longas destas moedas na componente de precaução ($\underline{-\alpha\Phi}$) da carteira de variância-mínima.

Conforme se pode verificar na matriz de covariâncias entre as variações percentuais das taxas de câmbio e dos índices de preços (quadro D-7 do Anexo D) este resultado deriva essencialmente do facto das covariâncias, relativas ao índice de preços do dólar, serem todas positivas.Nestas circunstâncias,conforme resultados apresentados na secção 2 deste capítulo,são as moedas cuja covariância entre dS/S e o respectivo dP/P é positiva,que possuem qualidades de cobertura da inflação.

c)-Rendimento e risco dos activos:verificando que só o dólar e o iéne é que têm rendimentos reais positivos neste periodo,compreende-se porque é que estas moedas têm posições longas mais significativas na componente especulativa das carteiras.Observe-se que o efeito próprio do dólar(medido pelo coeficiente respectivo na diagonal de Ω^{-1},cf.quadro D-9 do Anexo D) é bastante mais elevado que o do iéne,o que justifica a posição mais forte do dólar nas carteiras especulativas de acordo,aliás,com o seu maior rendimento e menor risco neste periodo.

d)-<u>Complementaridades e substituibilidades entre os activos</u>:o único activo que revelou ser substituível do <u>dólar</u> foi o <u>iéne</u>,conforme sinal negativo do elemento (\$,¥) da matriz Ω^{-1}.
As complementaridades mais fortes manifestaram-se entre <u>\$</u> e <u>£</u> e entre <u>\$</u> e <u>FF</u>,tendo-se verificado substituibilidade entre <u>£</u> e <u>¥</u> e entre <u>FF</u> e <u>¥</u>.
O <u>FS</u> revelou complementaridade com o <u>\$</u>,a <u>£</u> e o <u>FF</u>,e ainda substituibilidade com o <u>¥</u> e o <u>DM</u>.
O <u>DM</u> revelou menor complementaridade com o <u>\$</u> do que o <u>FF</u> mas revelou substituibilidade forte com o <u>FF</u>.
O <u>ouro</u> foi um activo com um comportamento relativamente independente notando-se no entanto uma tendência para ser complementar do <u>¥</u> e do <u>FS</u> e substituível do <u>DM</u>,<u>FF</u> e <u>£</u>.A relação entre o <u>dólar</u> e o <u>ouro</u> foi pouco significativa mas de sinal positivo,isto é,de complementaridade.
É interessante verificar que às posições especulativas longas em <u>\$</u> e <u>Go</u> corresponde uma posição curta em <u>FF</u>,à posição longa em <u>DM</u> corresponde uma posição curta em <u>FS</u> e à posição longa em <u>¥</u> corresponde uma posição curta em <u>£</u>.

Destes resultados salientamos:

-substituibilidade \$,¥
-substituibilidade FS,DM
-substituibilidade Go com DM,FF e £
-substituibilidade ¥ com £ e FF

e)-<u>Atitude do decisor perante o risco</u>:à medida que o grau de aversão relativa ao risco vai diminuindo o dólar e o iéne vão aumentando fortemente o seu peso nas carteiras óptimas.Os pesos do DM e do FS revelam uma grande estabilidade,enquanto que os pesos do FF e da £ passam a posições curtas para graus de aversão relativa ao risco suficientemente baixos.
Estes resultados derivam da importância crescente da parte especulativa da carteira à medida que a aversão relativa ao risco diminui.

f)-Introdução ou não de restrições de sinal sobre as variáveis:se introduzirmos restrições de sinal as soluções encontradas não diferem significativamente,ou até coincidem,para níveis de aversão relativa ao risco muito elevados.Se o grau de aversão relativa ao risco for diminuindo as soluções começam a divergir porque a parte especulativa da carteira vai ganhando cada vez mais peso eo decisor, sujeito à escolha restringida, vê o risco da sua carteira aumentado para cada nível de rendimento esperado.

4.6-As respostas às questões colocadas

1- A manutenção de uma percentagem de ouro tão elevada nas reservas cambiais do Banco de Portugal não foi óptima,à luz dos resultados anteriores.

Supondo que 50% do"stock" de ouro do Banco de Portugal era diversificado de acordo com uma atitude de máxima aversão relativa ao risco,no último trimestre de 1984,teriamos:

- 50% do "stock" de ouro = $10,15 \times 10^6$ onças de o.f.
- valor da onça de ouro em Uni's em 1984(III) = 605,74
- valorização do "stock" a diversificar $=10,15 \times 605,74 \times 10^6$ Uni's= $=6\ 148,3 \times 10^6$ Uni's
- diversificação de acordo com a sol. ,do problema com restrições de sinal,de variância-mínima.Rendimento real antecipado para o trimestre IV de 1984 = 3,1 %(anual)
- valorização da reserva diversificada (antecipação):

$$6\ 148,3 \times 10^6 \times [(0,031 + 1)^{0,25} -1] =$$
$$= 47,1 \times 10^6 \text{ Uni's}$$

equivalente a

$$(47,1/1,76214) \times 10^6\ \$ = 26,73 \times 10^6\ \$ \text{ em 1984 (III)}$$

Este pequeno exercício evidencia que uma diversificação prudente de parte das reservas de ouro originaria uma expectativa de ganho real na ordem dos 27 milhões de dólares (considerando a taxa de câmbio efectiva-Uni's-do dólar em 1984(III)).

Este valor correspondia a 10% da dívida externa nominal do Banco de Portugal em Setembro de 1984.

2-Se a atitude do Banco Central perante o risco for de elevada aversão relativa não há grande vantagem em articular a gestão da dívida(denominação) com a das reservas(composição).

Se a atitude for de baixa aversão relativa ao risco é possível obter,através da articulação referida,uma redução do risco das reservas para o nível de rendimento real esperado,desejado.

Os resultados a que chegámos sugerem para denominação da dívida de curto prazo em 1984(IV) FF,£ e FS,indicadas por ordem decrescente de preferência.Como era de esperar,o endividamento em \$ (ou em ¥ e DM) não era aconselhável naquele trimestre.

3-Se o comportamento efectivo do Banco de Portugal for representável pelo comportamento médio dos países em desenvolvimento,a carteira de divisas será de acordo com os dados de FMI(1984,P.61) a seguinte:

Carteira Efectiva em 1983(IV)

$	FF	DM	¥	FS	£	OUTROS
66,5	2,1	11,3	4,1	3,5	4,5	8,0

Fonte:FMI(1984)

Confrontando estes dados com os nossos resultados,a conclusão mais importante é a de que há uma correspondência aproximada do ponto de vista qualitativo se considerarmos a solução de Crâmer(r_R=0,5),nomeadamente porque:a hierarquia das preferências efectivas corresponde à hierarquia óptima,os pesos do $ e do DM aproximam-se do óptimo e o peso da £= peso do ¥.

Cálculos de BASSAT(1980 E 1984) apontavam para a seguinte composição óptima das reservas dos países semi-industrializados no fim de 1980:

Carteira Óptima em 1980(IV)

$	FF	DM	¥	FS	£
55	13	9	8	6	11

Fonte:BEN-BASSAT(1984)

Estas soluções quando comparadas com os dados efectivos,que apresentamos de novo por conveniência,permitem tirar algumas conclusões interessantes:

Carteira Efectiva em 1980(IV)

$	FF	DM	¥	FS	£
64	2	19	5	2	5

Fonte:BEN-BASSAT(1984)

-os cálculos de Bassat não permitem justificar a hierarquia da escolha efectiva.O FF apareceria logo após o $ e o DM só depois da £;

-a estrutura da composição das reservas em 1980(IV) e em 1983(IV) é bastante semelhante,tendo-se verificado uma diversificação no sentido de reduzir o peso do DM mas não o substituindo por $;

A nossa solução para r_R=0,5 permite esclarecer estas questões:

Carteira Óptima de Crâmer 1984(IV)

$	FF	DM	¥	FS	£	(Go)
70	0	10	7	5	7	(1)

-a estrutura da escolha efectiva é perfeitamente óptima.O DM vem logo após o $ e o FF é o último na ordem de preferências ;
-a £ e o ¥ têm o mesmo peso nas carteiras.Este dado é estável entre 1980 e 1983,e corresponde à solução óptima ;
-a redução do peso do DM é justificável.A nossa solução aponta para um maior reforço do dólar,do que o efectivo,mas note-se que fizemos os cálculos com um número reduzido de divisas e incluimos ouro.De qualquer forma,os pesos do $ e do DM estão próximos do óptimo;
-o comportamento do Banco Central não revela grande aversão relativa ao risco,contráriamente ao suposto por BEN-BASSAT(1980 e 1984).Muito provávelmente é esta hipótese que conduz Bassat aos resultados apontados,conforme ilustra a fig.11 da pág.93

CONCLUSÕES,LIMITAÇÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHO

As principais conclusões do nosso trabalho são as seguintes:

1-O comportamento do Banco de Portugal revela um grau de aversão relativa ao risco baixo;

2-A composição das reservas cambiais aproxima-se da óptima excepto no que diz respeito ao peso do ouro que tem um nível muito superior ao óptimo;

3-Sugere-se como moedas de denominação da dívida externa de curto prazo o FF,a £ e o FS;

4-Tendo em consideração 1,há algumas vantagens em articular a gestão da dívida com a gestão das reservas.Para um comportamento do tipo Crâmer essa vantagem não é no entanto,muito significativa;

5-Caso Portugal adira ao Sistema Monetário Europeu os ganhos da reestruturação das reservas cambiais resultarão muito provávelmente mais da substituição de ouro por Ecu do que da substituição de dólar por Ecu.

Estas conclusões não são generalizáveis no tempo e são válidas apenas para o último trimestre de 1984.Além disso devem ser moderadas pelas hipóteses simplicadoras que foram feitas.

Assim,melhorias e extensões mais ou menos evidentes àquilo que fizémos,a incluir numa agenda de trabalho próximo podem ser:

1-Construir um índice de preços que reflicta com mais precisão a evolução dos preços das importações portuguesas;

2-Incluir mais moedas no cabaz de importações ;

3-Utilizar toda a informação disponível do periodo pós-Bretton--Woods,isto é desde 1973 até à actualidade;esta questão tem particular importância,nomeadamente porque pode alterar as conclusões tiradas sobre o peso do ouro;

4-Calcular a composição óptima da carteira de reservas em periodos de tempo diferentes e estudar a sua evolução;

5-Testar a sensibilidade dos resultados a variações dos pesos das moedas;

6-Incluir directamente nos cálculos o Ecu,a fim de quantificar a parte dos ganhos esperados da adesão ao SME que resulta da reestruturação da composição das reservas.

A inclusão do Ecu nos cálculos levanta alguns problemas de natureza metodológica que se torna necessário tomar emconta:

1-Se o Ecu for considerado um activo que é utilizado como meio de pagamento,existe óbviamente conflito entre Ecu e moedas europeias do SME :ambos servem para pagar importações da mesma zona, mas o somatório dos pesos tem de ser igual a 1.A solução interessante seria a determinação simultânea dos pesos,na carteira e na despesa,o que não é possível através dos modelos que utilizámos na Dissertação.A solução,nesta fase da investigação,parece ser a de retirar as moedas do SME e incluir o Ecu.

2-Se o Ecu for considerado apenas como uma reserva de valor então o seu peso na despesa é 0 (tal como o do ouro) e já podemos inclui-lo nos cálculos juntamente com as divisas do SME, à cautela de não tornar singular a matriz Ω.Mas se neste caso não temos o problema da determinação do índice de preços do Ecu, na hipótese 1 já temos de o calcular.

3-O índice de preços do Ecu deve ser calculado a partir dos índices de preços das moedas que o compõem,com o peso que têm nas importações portuguesas.

Apesar do interesse destes aspectos as questões mais importantes ficam por resolver:diferentes hipóteses sobre os processos estocásticos não são compatíveis com as regras aplicadas nesta Dissertação e exigem o estudo directo das soluções do modelo de optimização intertemporal.

Eis o tipo de questões a incluir numa agenda de trabalho futuro.

Sem o conhecimento da composição efectiva das reservas de divisas do Banco de Portugal o interesse e as possibilidades de desenvolver trabalhos nesta área são,no entanto,muito limitados.Ora acontece que,regra geral,esta informação tem natureza secreta...mesmo para o passado distante.

Mas a teoria da carteira não interessa apenas ao Banco Central:Empresas Públicas,Empresas Transnacionais,Bancos Comerciais e Empresas Seguradoras,entre outros, são agentes económicos que,residentes em Portugal,tomam decisões em que os riscos de câmbio,de inflação e de juro devem ser tomados em conta.E isto será tanto mais importante quanto a evolução institucional caminhe no sentido da liberalização dos mercados de câmbios e dos movimentos de capitais,e no sentido do desenvolvimento dos mercados financeiros internos.E aqui,sim,a teoria da carteira tem o seu espaço previlegiado de aplicação.

ANEXOS

A-O TEOREMA DA SEPARAÇÃO: FORMULAÇÃO GERAL

B-NOTA SOBRE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E CÁLCULO DIFERENCIAL ESTOCÁSTICO

C-CÁLCULO DA VARIAÇÃO PERCENTUAL DO PODER DE COMPRA DOS ACTIVOS

D-BASE DE DADOS E CÁLCULOS EFECTUADOS

ANEXO A :O TEOREMA DA SEPARAÇÃO:FORMULAÇÃO GERAL

Neste anexo demonstra-se o teorema da separação e os resultados apresentados na secção 3 do capítulo 3.[3.3]

O que aqui se expõe é demonstrado originalmente em MERTON(1970)embora sob forma diferente.O resultado (46) e a comparação com (32a) não estão na literatura consultada.

> Teorema:Qualquer decisor com aversão ao risco maximizando a utilidade esperada,escolherá a sua carteira indiferentemente a partir dos m activos disponíveis ou a partir de duas carteiras que se designam fundos mútuos (mutual funds).

Os fundos mútuos devem obedecer às seguintes condições:

-Devem ser independentes das preferências de cada decisor;
-Devem ser independentes das características particulares dos activos neles incluídos;

A expressão (10) derivada em [3.1] pode ser reformulada da seguinte maneira:

$$(A.1) \qquad x=[\,\Omega^{-1}(C\,r-A\,e)/D]\,R_p+\Omega^{-1}(B\,e-A\,r)/D$$

Designe-se:

$$(A.2) \qquad \underset{(m\times 1)}{g}=\Omega^{-1}(C\,r-A\,e)/D$$

$$\underset{(m\times 1)}{h}=\Omega^{-1}(B\,e-A\,r)/D$$

Tem-se então:

$$(A.3) \qquad x=R_p\,g+h$$

Notar que:

(A.4) $e'g=0$

$$e'g= e'\,\Omega^{-1}(Cr-Ae)= \\ =Ce'\Omega^{-1}r-Ae'\Omega^{-1}e= \\ =CA-AC=0$$

(A.5) $e'h=1$

$$De'h=e'\Omega^{-1}(Be-Ar)= \\ =Be'\Omega^{-1}e-Ae'\Omega^{-1}r= \\ =BC-A^2=D$$

Demonstração:

Sejam os vectores x^a e x^b de ordem (mxl) os vectores da composição dos fundos mútuos cuja existência se pretende provar.

Sejam (R_a,σ_a^2) e (R_b,σ_b^2) os valores esperados e a variância dos rendimentos dos fundos. σ_{ab} é a covariância dos rendimentos esperados.São válidos todos os resultados e hipóteses de [3.1].

A demonstração será feita provando que qualquer carteira eficiente se pode obter a partir de uma combinação linear dos fundos mútuos,ou seja que:

(A.6) $x = \theta x^a + (1-\theta) x^b \qquad 0\leq\theta\leq 1$

com x^a e x^b independentes das preferências e das características particulares dos activos neles incluídos.

De(A.3) e (A .6) faça-se:

$$\underset{(mxl)}{R_p g} + \underset{(mxl)}{h} - \underset{(mxl)}{x^b} = \underset{(mxl)}{(x^a - x^b)}\underset{(mxl)}{\theta}$$

Tem-se que θ é do tipo:

(A .7) $\theta = \delta R_p - \varepsilon$ c/ δ e ε constantes

Substituindo em (A.6) obtém-se,usando (A .3) :

$$R_p\, g + h = (\delta\, R_p - \varepsilon\,)\; x^a + (1-\delta\, R_p + \varepsilon\,)\; x^b$$

$$R_p\, g + h = \delta(x^a - x^b\,)\, R_p - \varepsilon(\, x^a - x^b) + x^b$$

pelo que se tem:

$$(\text{A}.8) \qquad g = \delta(x^a - x^b)$$

$$h = x^b - \varepsilon(x^a - x^b)$$

ou ainda,

$$(\text{A}.8\text{a}) \qquad x^a = x^b + (1/\delta\,)\; g = h + (1/\delta)\;(1 + \varepsilon\,)\; g$$

$$x^b = h + (\varepsilon\;/\delta\,)\; g$$

x^a e x^b são vectores linearmente independentes que geram a fronteira de eficiência e são carteiras eficientes.

De (A.3),faça-se:

$$x'r = R_p\; g'\; r + h'\; r =$$

$$= g'\; \underset{(1x1)}{x'r}\; r + h'r =$$

$$= g'r\; x'r\; + h'r$$

Tem-se necessáriamente que:

$$(\text{A}.9) \qquad g'r = 1$$

$$h'r = 0$$

Por definição tem-se, usando (A.8a):

$$R_a = x^{a\prime}\, r = h'r + [(1+\varepsilon)/\ \delta]g'r$$

$$R_b = x^{b\prime}\, r = h'r + (\varepsilon/\delta)g'r$$

Considerando o que se tem em (A.9), vem:

$$\text{(A.10)} \quad R_a = (1+\varepsilon)/\delta$$

$$R_b = \varepsilon\ /\delta$$

O teorema fica demonstrado já que, sendo

$$\text{(A.11)} \quad \begin{aligned} \delta &= 1/(R_a - R_b) \\ \varepsilon &= R_b/(R_a - R_b) \end{aligned}$$

x^a e x^b são independentes das preferências e das características particulares dos activos neles incluídos.

Variâncias e covariâncias dos rendimentos dos fundos

$$\sigma_a^2 = [C(1/\delta+\varepsilon/\delta)^2 - 2A(1/\delta+\varepsilon/\delta)+B]/D \qquad \text{por (13) de [3.1]}$$

cujo desenvolvimento dá:

$$\sigma_a^2 = (1/\delta^2 D)(C\varepsilon^2 - 2A\varepsilon\delta + B\,\delta^2) + (1/\ \delta^2 D)[C+2(C\varepsilon - A\delta)]$$

Da mesma forma se obtém,

$$\sigma_b^2 = (1/\delta^2 D)(C\varepsilon^2 - 2A\varepsilon\delta + B\,\delta^2)$$

Por definição:

$$\sigma_{ab} = x^{a\prime}\ \Omega\ x^{b\prime}$$

Utilizando os resultados (A .2) e (A.8a) tem-se:

$$\sigma_{ab} = h'\Omega h + (1/\delta)\ (1+\varepsilon) g'\Omega h + (\varepsilon/\delta) h'\Omega g + (1+\varepsilon)\ \ (\varepsilon/\delta^2) g'\Omega g$$

simplificando,

$$\sigma_{ab} = B/D + (1/\delta)\ (1+\varepsilon)(-A/D)\ + (\varepsilon/\delta)(-A/D) + (1+\varepsilon)\ (\varepsilon/\delta^2)\ (C/D)$$

cujo desenvolvimento final é:

$$\sigma_{ab} = \sigma_b^2\ - [(A/C)\delta\ - \varepsilon\ ](C/D\ \delta^2)$$

ANEXO B - NOTA SOBRE PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E CÁLCULO DIFERENCIAL ESTOCÁSTICO

1-Processo Estocástico :fenómeno empírico que obedece a leis probabilísticas e é originado por um processo que se desenvolve no espaço ou no tempo.

Dado o espaço probabilístico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, o espaço mensurável$(E, \mathcal{E})$ e a variável aleatória $X(t): \Omega \to E$

$$\{X(t), t \in T\}$$

é um processo estocástico onde T é o conjunto dos índices do processo.

2-Processo Estocástico Estacionário:é um processo estocástico cujas propriedades não se alteram no tempo ou no espaço.

$$\text{Prob}\ \{X(t_{i+h}) \leq x_i\ ; X(t_{i+h-1}) \leq x_{i-1}\ ; \ldots ; X(t_{i+h-k}) \leq x_{i-k}\} =$$

$$= \text{Prob}\ \{X(t_i) \leq x_i ; X(t_{i-1}) \leq x_{i-1}\ ; \ldots ; X(t_{i-k}) \leq x_{i-k}\}$$

para qualquer valor de k

ou seja,

$$\text{Prob}\ \{X(t_i) \leq x_i\ ;\ X(t_{i-1}) \leq x_i\}$$

depende de $t_i - t_{i-1}$,o intervalo de tempo,mas não depende de de t_i ou t_{i-1},o momento considerado.

3-Processo de MARKOV:é um processo estocástico cuja distribuição condicional de X(t) só depende do valor mais recente do processo $X(t_{i-1})$

$$\text{Prob}\{X(t_i) \leq x_i \mid X(t_{i-1}) = x_{i-1} ; X(t_{i-2}) = x_{i-2} ; \ldots\} =$$

$$= \text{Prob}\ \{X(t_i) \leq x_i \mid X(t_{i-1}) = x_{i-1}\} \quad \text{(probabilidade de transição)}$$

para quaisquer valores de $t_{i-2} < t_{i-1} < t_i$

4-Classificação dos processos de MARKOV:

		Variável X(t)	
		Discreta	Contínua
Tempo	c/ t Discreto	Cadeia de Markov c/ t discreto	Processo de Markov c/ t discreto
	c/ t Contínuo	Cadeia de Markov c/ t contínuo	Processo de Difusão

Nos pontos seguintes vão-nos interessar, em particular, os processos de Difusão.

5-Processos de Difusão : são processos de MARKOV com variável contínua e tempo contínuo.

Vamos caracterizar três processos de difusão: de Gauss, de Wiener e de Itô.

5.1-Processo de Gauss: $\{ y(t), t \geq 0 \}$

$$Z(t)-Z(t-1)=y(t)$$

$$y(t) \sim N(0,1)$$

$$\{ y(t), t \geq 0 \}$$

$y(t_i)$ independentes para qualquer i

5.2-Processo de Wiener: $\{ Z(t), t \geq 0 \}$

$$Z(t+\Delta t)-Z(t)=\Delta Z(t)=y(t)\sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta Z(t) \sim N(0, \Delta t)$$

$$\Delta t \to 0$$

$$dZ(t)=y(t)\sqrt{dt}$$

Algumas propriedades importantes:

P.1-$Z(t)$ tem as diferenciais independentes e estacionárias;

P.2-$Z(t) \sim N(0,t)$;

P.3-$Z(0)=0$;

P.4-$E(dZ)=0$ e $Var(dZ)=dt$;

P.5-$(dZ)^2= dt$;

P.6-$dZ \cdot dt =0$;

P.7-Se $\{Z_1(t),t\geq 0\}$ & $\{Z_2(t),t\geq 0\}$ são dois processos de Wiener :

$$dZ_1 . dZ_2 = \rho_{12} \, dt$$

onde ρ_{12} é o coeficiente de correlação entre dZ_1 e dZ_2

5.3-<u>Movimento Browniano</u>: $\{X(t),t\geq 0\}$

$$dX(t)= \mu \, dt+ \sigma \, dZ(t)$$

onde μ e σ são constantes e $\{ Z(t),t\geq 0\}$ é um processo de Wiener

Significado de μ e σ :

$$\mu = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E(X(t+\Delta t)-X(t))}{\Delta t}$$

$$\sigma^2 = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E((X(t+\Delta t)-X(t)-\mu \Delta t)^2)}{\Delta t}$$

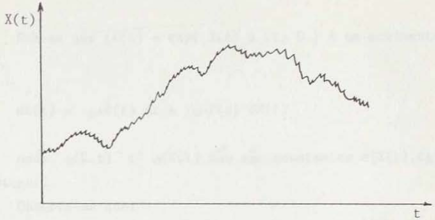
μ-valor esperado instantâneo da variação de X por unidade de tempo;

σ^2-variância instantânea da variação de X por unidade de tempo;

$$E(dX)= \mu \, dt$$
$$Var(dX)= \sigma^2 dt$$

O movimento Browniano é um processo de Markov pelo que podemos afirmar que apesar de dX ser um diferencial aleatório não varia bruscamente e X só depende da observação mais recente.

Fig.:Movimento Browniano



Nota: Como em qualquer intervalo de tempo existe um número infinito de pequenos pontos, X(t) não é diferenciável pelos métodos convencionais. Uma prova intuitiva é a seguinte:

$$\Delta X(t) = \mu\,\Delta t + \sigma\, y(t)\,\sqrt{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta X(t)}{\Delta t} = \mu + \frac{\sigma\, y(t)}{\sqrt{\Delta t}}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} (\Delta X(t)/\Delta t) \to \infty$$

5.4-Processo de Itô: $\{ K(t), t \geq 0 \}$

$$dK(t) = \mu(K,t)\,dt + \sigma(K,t)\,dZ(t)$$

onde μ e σ não são constantes e $\{Z(t), t \geq 0\}$ é um processo de Wiener.

O processo de Itô é mais geral que o movimento Browniano. Um processo de Itô que nos interessa em particular é o movimento Browniano geométrico que se define da seguinte maneira:

Seja $\{X(t), t \geq 0\}$ um movimento Browniano

Diz-se que $\{K(t) = \exp(X(t)), t \geq 0 \}$ é um movimento Browniano geométrico.

$$dK(t) = \mu \cdot K(t)\, dt + \sigma \cdot K(t)\, dZ(t)$$

onde $\mu(K,t)$ e $\sigma(K,t)$ não são constantes e $\{Z(t), t \geq 0\}$ é um processo de Wiener.

Observe-se que:

$$\frac{dK(t)}{K(t)} = \mu\, dt + \sigma\, dZ(t)$$

onde

μ - valor esperado instantâneo da <u>variação percentual</u> de K por unidade de tempo;

σ^2- variância instantânea da variação percentual de K por unidade de tempo;

A P.7 do processo de Wiener tem uma correspondente para o processo de Itô:

P.7a- Se $\{K_1(t), t \geq 0 \}$ e $\{K_2(t), t \geq 0\}$ são dois processos de Itô :

$$dK_1 . dK_2 = \rho_{12}(t) \cdot \sigma_1 (K,t) \cdot \sigma_2 (K,t) \cdot dt$$

6-<u>Lema de Itô</u>:

Seja $Y=Y(K_1(t),\ldots,K_n(t),t)$
uma função definida em $R^n \times [0,\infty)$
continuamente diferenciável duas
vezes.

Supondo que $\{K_i(t), t \geq 0\}$ são movimentos Brownianos geométricos

$$dK_i/K_i = \mu_i \, dt + \sigma_i \, dZ_i(t) \qquad i=1,\dots,n$$

Lema:

$$dY = \sum_i (\partial Y/\partial K_i) \, dK_i + (\partial Y/\partial t) \, dt + (1/2) \sum_i \sum_j (\partial^2 Y/\partial K_i \partial K_j) \, dK_i dK_j$$

onde :

$dK_i \, dK_j$ são definidos de acordo com as propriedades P.1 a P.7a

7-Aplicação:

Na nossa Dissertação postulamos que $\{S(t), t \geq 0\}$ é um movimento Browniano geométrico, onde $S(t)$ é uma taxa de câmbio bilateral.

Esta hipótese é equivalente a postular uma distribuição lognormal para $S(t)$.

A fim de apresentar uma aplicação do Lema de Itô vai-se provar a equivalência referida.

Por definição:

$$dS/S = \pi\, dt + \zeta\, dZ$$

Seja:

$$Y = \ln S$$

Se Y tiver uma distribuição normal então, por definição, S tem distribuição lognormal.

Aplicando o Lema de Itô:

$$dY = (dS/S) - (1/2)\,(dS/S)^2$$

Por substituição e aplicação das propriedades dos processos de Wiener:

$$dY = \pi\, dt + \zeta\, dZ - (1/2)\,\zeta^2\, dt = (\pi - (1/2)\zeta^2)\, dt + \zeta\, dZ$$

Integrando obtemos:

$$Y = (\pi - (1/2)\,\zeta^2)t + \zeta\, Z + Y_0$$

Como $Z \sim N(0,t)$ então $Y \sim N(\mu, \sigma)$

$$\mu = (\pi - (1/2)\,\zeta^2)t + Y_0$$

$$\sigma = \zeta^2 t$$

c.q.d.

ANEXO C - CÁLCULO DA VARIAÇÃO PERCENTUAL DO PODER DE COMPRA DOS ACTIVOS

Neste anexo procede-se ao cálculo da variação percentual do poder de compra dos activos, aplicando o Lema de Itô sobre os diferenciais estocásticos.

A simbologia tem o significado introduzido no capítulo 4 pelo que não sera repetido.

A partir das expressões (91) e (92) de [4.2] p. obtem-se:

$$
\begin{aligned}
(C.1)\quad dQ_1/Q_1 = {} & -\alpha_1\, dP_1/P_1 - \alpha_2\, dP_2/P_2 + (\alpha_1 - 1)dS/S + \\
& +(1/2)[\alpha_1(\alpha_1+1)(dP_1/P_1)^2 + \alpha_2(1+\alpha_2)(dP_2/P_2)^2 + \\
& +(\alpha_1-1)(\alpha_1-2)(dS/S)^2 + \alpha_1\alpha_2(dP_1/P_1)(dP_2/P_2) - \\
& -\alpha_1(\alpha_1-1)(dP_1/P_1)(dS/S) + \alpha_1\alpha_2(dP_1/P_1)(dP_2/P_2) - \\
& -\alpha_2(\alpha_1-1)(dP_2/P_2)(dS/S) - \alpha_1(\alpha_1-1)(dS/S)(dP_1/P_1) - \\
& -\alpha_2(\alpha_1-1)(dS/S)(dP_2/P_2)]
\end{aligned}
$$

Exemplo de cálculo de $(dP_1/P_1)(dP_2/P_2)$:

$$
\begin{aligned}
(C.2)\quad (dP_1/P_1)(dP_2/P_2) &= (\mu_1\, dt + \zeta_1 dU_1)(\mu_2\, dt + \zeta_2 dU_2) = \\
&= \zeta_1\zeta_2 dU_1 dU_2 + \mu_1\mu_2 dt^2 + \mu_1\zeta_2 dt dU_2 + \mu_2\zeta_1 dU_1 dt
\end{aligned}
$$

como:

- $dt dU_i = 0 \; (i=1,2)$
- $dt^2 \simeq 0$
- $dU_1 dU_2 = \tilde{\rho}_{12}\, dt$

e por definição,

$$\zeta_1\zeta_2\tilde{\rho}_{12}=\zeta_{12}$$

então:

$$\zeta_{12}dt=(dP_1/P_1)(dP_2/P_2)$$

que, observe-se, <u>não é estocástico</u>.

Substituindo com (92) em (C.1) e procedendo como se exemplifica em (C.2) obtem-se a expressão de dQ_1/Q_1 em (93) de [4.2] reagrupando os termos de:

$$\text{(C.3)}\quad dQ_1/Q_1=-\alpha_1(\mu_1\, dt+\zeta_1 dU_1)-\alpha_2(\mu_2\, dt+\zeta_2\, dU_2)-(1-\alpha_1)(\pi\, dt+\sigma\, dZ)+$$
$$+(1/2)[\alpha_1(1+\alpha_1)\zeta_1^2+\alpha_2(1+\alpha_2)\zeta_2^2+(1-\alpha_1)(2-\alpha_1)\sigma^2+$$
$$+2\,\alpha_1\alpha_2\zeta_{12}+2(1-\alpha_1)(\alpha_1\pi_1+\alpha_2\pi_2)\,]dt$$

De forma análoga se obtem:

$$\text{(C.4)}\quad dQ_2/Q_2=-\alpha_1 dP_1/P_1-\alpha_2\, dP_2/P_2+\alpha_1 dS/S+$$
$$+(1/2)[\alpha_1(1+\alpha_1)(dP_1/P_1)^2+\alpha_2(1+\alpha_2)(dP_2/P_2)^2-\alpha_1(1-\alpha_1)(dS/S)^2+$$
$$+2\alpha_1\alpha_2(dP_1/P_1)(dP_2/P_2)-\alpha_1^2(dP_1/P_1)(dS/S)-\alpha_1\alpha_2(dP_2/P_2)(dS/S)-$$
$$-\alpha_1^2(dS/S)(dP_1/P_1)-\alpha_1\alpha_2(dS/S)(dP_2/P_2)]$$

de que resulta, por substituição em (C.4) conforme (92) e procedendo como se exemplifica em (C.2) a expressão de dQ_2/Q_2 em (93) de [4.2].

ANEXO D: BASE DE DADOS E CÁLCULOS EFECTUADOS

1. BASE DE DADOS : QUADRO D-I

Taxas de Câmbio Bilaterais Nominais e Preço de mercado do ouro(em dólares)

Ano	Trim.	FF/$	DM/$	¥/$	FS/$	$/£	$/Go
1980	I	4,4785	1,9419	249,7	1,832	2,1668	494,9
	II	4,087	1,7582	217,6	1,6185	2,362	653,5
	III	4,1995	1,8113	212,2	1,6515	2,3883	666,7
	IV	4,516	1,959	203	1,7635	2,385	589,5
1981	I	4,958	2,1018	211	1,9148	2,2442	513,75
	II	5,7175	2,3909	225,8	2,031	1,9428	426
	III	5,567	2,3225	232,7	1,9715	1,8005	428,75
	IV	5,748	2,2548	219,9	1,7985	1,908	397,5
1982	I	6,242	2,4142	246,5	1,9342	1,7817	320
	II	6,829	2,4598	254	2,1035	1,7383	317,5
	III	7,138	2,5276	269,5	2,1677	1,6927	397
	IV	6,725	2,3765	235	1,9945	1,6145	456,9
1983	I	7,2695	2,4265	239,4	2,0817	1,479	414,75
	II	7,6375	2,5419	239,7	2,1045	1,5304	416
	III	8,009	2,6391	236,1	2,1297	1,4957	405
	IV	8,3475	2,7238	232,2	2,1795	1,4506	381,5
1984	I	7,98	2,59	224,7	2,1532	1,4426	388,5
	II	8,5445	2,7842	237,5	2,3302	1,3527	373,05
	III	9,284	3,0253	245,5	2,498	1,248	343,75
	IV	9,592	3,148	251,1	2,585	1,1565	308,3

Fonte: FMI-International Financial Statistics, mensal, vários

Obs: As taxas de câmbio referem-se às cotações em fim de periodo, trimestrais.

Os preços do ouro, também em fim de periodo, são do mercado de Londres.

QUADRO D-2

Índices de preços no Consumidor
Índice de preços médio (P)
Base: 1980(ano)

Ano	Trim,	FF	DM	¥	FS	$	£	P
1980	I	95,5	98,2	96,8	98,2	95,8	94,4	96,1
	II	98,5	99,8	100,0	99,5	99,3	99,8	99,4
	III	101,6	100,6	100,9	100,7	101,1	101,9	101,1
	IV	104,4	101,4	102,3	101,5	103,8	103,9	103,4
1981	I	107,5	103,5	103,2	104,0	106,5	106,3	106,0
	II	111,1	105,4	104,9	105,5	109,0	111,5	108,6
	III	115,5	106,7	105,2	107,9	112,1	113,4	111,4
	IV	119,2	107,6	106,4	108,6	113,7	116,2	113,2
1982	I	122,3	108,1	106,4	109,6	114,7	118,2	114,3
	II	126,1	110,4	107,5	111,7	116,4	121,9	116,5
	III	127,8	111,8	108,0	114,0	118,6	122,5	118,3
	IV	130,2	111,9	108,9	114,9	118,9	123,4	118,9
1983	I	133,6	111,7	108,6	114,9	118,8	124,0	119,2
	II	137,4	114,0	109,8	115,6	120,3	126,6	121,0
	III	140,3	115,2	109,5	116,0	121,7	128,2	122,5
	IV	143,0	115,2	110,7	117,0	122,8	129,6	123,6
1984	I	145,4	117,7	113,3	118,2	124,1	130,4	125,1
	II	148,1	118,3	111,9	119,0	125,5	133,1	126,5
	III	150,6	118,3	112,1	119,2	126,9	134,2	127,7
	IV	152,7	119,2	111,2	120,5	127,8	135,9	128,7

Fonte: FMI-International Financial Statistics, mensal, vários

Obs: A coluna P foi obtida a partir das anteriores através de uma média geométrica de índices simples, onde o peso de cada índice corresponde ao peso da moeda respectiva nos pagamentos externos.

Exemplo: $P[1980(I)]=96,1=95,5^{0,1} \times 98,2^{0,14} \times 96,8^{0,03} \times 98,2^{0,05} \times 95,8^{0,58} \times 94,4^{0,1}$

QUADRO D-3

Taxas de juro nos euro-mercados

Ano	Trim	FF	DM	¥	FS	£	$
1980	IV	11,375	9,0	6,0	5,5	14,875	17,625
1981	I	12,500	12,375	8,34	7,625	12,5	14,75
	II	23,0	12,375	7,71	9,875	12,625	17,875
	III	27,5	12,125	7,57	11,375	16,75	17,75
	IV	16,875	10,5	7,29	9,25	15,75	13,875
1982	I	23,0	9,125	6,37	5,25	13,625	15,5
	II	16,875	9,125	6,89	5,125	13,0	15,75
	III	18,625	7,75	7,28	4,375	10,625	11,5
	IV	25,0	5,875	7,01	3,25	10,5	9,25
1983	I	12,5	4,875	6,47	3,875	10,75	9,625
	II	14,375	5,25	6,22	4,75	9,75	9,75
	III	14,25	5,75	6,63	4,0	9,625	9,5
	IV	13,25	5,875	6,48	3,75	9,375	9,75
1984	I	14,5	5,625	6,33	3,625	8,875	10,625
	II	12,375	5,875	6,34	4,375	9,375	12,125
	III	11,5	5,75	6,29	5,25	10,75	11,375
	IV	10,75	5,5	6,31	4,75	10,0	8,625

Fonte:FMI-International Financial Statistics mensal,vários (para o iéne)
UBS-Union Bank of Switzerland,Departamento de Estudos Económicos e Estatísticos, vários

Obs:As taxas de juro dizem respeito a valores em fim de periodo para depósitos a três meses, em % anual.
Para o iéne os valores são médias trimestrais em virtude de não dispormos dos valores em fim de periodo.

2. CALCULOS EFECTUADOS

QUADRO D-4

Taxas de câmbio efectivas e preço efectivo do ouro(em Uni's)

Ano	Trim	FF	DM	¥	FS	£	Go	$
1980	I	0,32049	0,73914	0,00575	0,78348	3,11008	709,79	1,43533
	II	0,33675	0,78278	0,00633	0,85034	3,25078	899,42	1,37628
	III	0,32971	0,76443	0,00653	0,83839	3,30685	923,15	1,38461
	IV	0,31290	0,72131	0,00696	0,80127	3,37011	832,97	1,41304
1981	I	0,29384	0,69316	0,00691	0,76085	3,26952	748,46	1,45687
	II	0,26833	0,64167	0,00679	0,75538	2,98059	653,55	1,53417
	III	0,27566	0,66076	0,00660	0,77840	2,76308	657,98	1,53462
	IV	0,26353	0,67179	0,00689	0,84223	2,89015	602,14	1,51475
1982	I	0,25049	0,64766	0,00634	0,80838	2,78581	500,35	1,56357
	II	0,23339	0,64795	0,00628	0,75770	2,77055	506,03	1,59383
	III	0,22647	0,63957	0,00599	0,74576	2,73638	641,76	1,61657
	IV	0,23606	0,66801	0,00676	0,79595	2,56306	725,33	1,58753
1983	I	0,22328	0,66891	0,00678	0,77970	2,40057	673,18	1,62310
	II	0,21436	0,64406	0,00683	0,77792	2,50547	681,05	1,63713
	III	0,20697	0,62810	0,00702	0,77834	2,47931	671,34	1,65762
	IV	0,20103	0,61609	0,00723	0,76995	2,43426	640,20	1,67811
1984	I	0,20766	0,63981	0,00738	0,76960	2,39054	643,79	1,65711
	II	0,19965	0,61269	0,00718	0,73207	2,30753	636,38	1,70587
	III	0,18980	0,58247	0,00718	0,70542	2,19915	605,74	1,76214
	IV	0,18720	0,57041	0,00715	0,69464	2,07666	553,60	1,79564

Exemplo: O valor do dólar em Uni's(unidade de conta de importação ou ~~a~~ taxa de câmbio efectiva do nosso estudo) é calculado da seguinte forma:

$$E_{\$}[1980(I)] = 1,43533 = 4,4785^{0,1} x 1,9419^{0,14} x 249,7^{0,03} x 1,832^{0,05} x (1/2,1668)^{0,1}$$

É portanto uma média geométrica das taxas de câmbio nominais bilaterais(Quadro D-1)onde os pesos são a parte de cada moeda nos pagamentos externos portugueses.Para obter os restantes valores em linha basta multiplicar a taxa de câmbio efectiva do dólar pelo inverso da taxa de câmbio bilateral nominal:

$$E_{FF}[1980(I)] = 0,32049 = 1,43533/4,4785$$

Para o ouro basta multiplicar o preço do ouro em dólares pela taxa de câmbio efectiva do dólar:

$$E_{Go}[1980(I)] = 494,9 \times 1,43533 = 709,79$$

QUADRO D-5

Variações percentuais dos poderes de compra (anualizadas)

Ano	Trim	FF	DM	¥	FS	£	Go	$
1980	II	+ 6,713	+10,138	+28,334	+21,494	+ 4,508	+125,741	-25,988
	III	-14,425	-15,310	+ 5,481	-12,006	- 0,286	+ 3,346	- 4,606
	IV	-25,613	-27,298	+18,774	-23,487	- 1,071	- 39,209	- 0,523
1981	I	-29,568	-22,775	-12,333	-26,381	-19,781	- 40,970	+ 2,325
	II	-37,087	-33,556	-15,166	-12,100	-37,511	- 47,402	+11,259
	III	+ 0,778	+ 1,730	-19,696	+ 2,018	-33,183	- 7,053	- 9,422
	IV	-21,618	+ 0,275	+11,708	+28,631	+12,342	- 34,176	-10,916
1982	I	-21,555	-16,990	-30,908	-18,449	-17,050	- 54,186	+ 9,092
	II	-30,118	- 7,105	-11,196	-28,429	- 9,289	- 2,993	+ 0,115
	III	-16,705	-10,821	-21,550	-11,841	-10,604	+143,036	- 0,575
	IV	+15,786	+16,735	+57,791	+27,285	-24,450	+ 60,056	- 8,774
1983	I	-20,685	- 0,360	+ 0,550	- 8,742	-23,735	- 26,465	+ 8,294
	II	-20,202	-19,264	- 3,261	- 6,920	+11,462	- 1,597	- 2,775
	III	-17,029	-13,653	+ 6,592	- 4,334	- 8,464	- 9,868	+ 0,331
	IV	-14,130	-10,695	+ 8,315	- 7,615	-10,347	- 20,217	+ 1,334
1984	I	+ 8,255	+10,595	+ 3,103	- 5,087	-11,564	- 2,765	- 9,586
	II	-18,264	-19,546	-13,919	-21,672	-16,944	- 8,661	+ 7,436
	III	-21,217	-21,231	- 3,823	-16,857	-20,443	- 20,836	+ 9,806
	IV	- 8,390	-10,963	- 4,620	- 8,974	-23,023	- 32,460	+ 4,385

Exemplo:

$(dQ/Q)_{\$}[1980(\mathrm{II})] = ([1+(-7{,}2474)/100]^4-1)\times 100 = -25{,}988$

onde o valor acima indicado é a anualização da variação trimestral:

$-7{,}2474 = (0{,}138512/0{,}149335 - 1) \times 100$

com: $0{,}149335 = 1{,}43533/96{,}1$ poder de compra do dólar em 1980(I)

$0{,}138512 = 1{,}37628/99{,}4$ poder de compra do dólar em 1980(II)

uma vez que o poder de compra de um activo é a taxa de câmbio efectiva($E_{\$}$) dividida pelo índice de preços médio(P).

Os mesmos cálculos podem ser utilizados para construir os índices de poderes de compra, apresentados no quadro D-6.

QUADRO D-6

Índices de poder de compra Base 1980(I)

Ano	Trim	FF	DM	¥	FS	£	Go	$
1980	I	100	100	100	100	100	100	100
	II	101,6	102,4	106,5	105,0	101,1	122,6	92,8
	III	97,8	98,3	107,9	101,7	101,0	123,6	91,7
	IV	90,8	90,8	112,6	95,1	100,8	109,1	91,6
1981	I	83,2	85,1	109,0	88,1	99,4	95,7	92,1
	II	74,1	76,8	104,6	85,3	84,8	81,5	94,6
	III	74,2	77,1	99,0	85,7	76,7	80,0	92,3
	IV	69,8	77,2	101,8	91,3	78,9	72,0	89,6
1982	I	65,7	73,7	92,8	86,8	75,3	59,3	91,6
	II	60,1	72,3	90,1	79,8	73,5	58,8	91,6
	III	57,4	70,3	84,8	77,3	71,5	73,5	91,5
	IV	59,5	73,1	95,0	82,1	66,6	82,6	89,4
1983	I	56,2	73,0	95,1	80,3	62,3	76,5	91,2
	II	53,1	69,2	94,4	78,8	64,0	76,2	90,6
	III	50,7	66,7	95,9	78,0	62,6	74,2	90,7
	IV	48,8	64,8	97,8	76,5	60,9	70,2	91,0
1984	I	49,8	66,5	98,6	75,5	59,0	69,7	88,7
	II	47,3	63,0	94,9	71,0	56,4	68,1	90,3
	III	44,6	59,3	94,0	67,8	53,2	64,3	92,4
	IV	43,6	57,6	92,9	66,2	49,9	58,2	93,4

O cálculo dos rendimentos reais esperados dos activos é feito da seguinte forma:

(1)-Variação esperada do poder de compra do activo utilizando a informação desde 1980(III) até 1984(III)

(2)-Taxa de juro no momento do depósito, conhecida, isto é, no fim de 1984(III)

(3)-Rendimento real esperado para 1984(IV)=(1)+(2)

	$	FF	DM	¥	FS	£	Go
(1)- $E(dQ/Q)$	0,464	-16,811	-10,873	-1,564	-8,374	-13,793	-7,082
(2)- R_i^n	11,375	11,5	5,75	6,29	5,25	10,75	0
(3)- R_i	11,839	-5,311	-5,123	4,726	-3,124	-3,043	-7,082

QUADRO D-7 MATRIZ DE COVARIÂNCIAS ENTRE AS TAXAS DE CÂMBIO E OS ÍNDICES DE PREÇOS (*)

	FRANÇA	ALEMANHA	JAPÃO	SUIÇA	REINO UNIDO	E.U.A.
FF	+0,792	+0,281	-0,803	-0,027	+3,480	+0,960
DM	+0,243	-0,069	-0,896	-0,191	+2,930	+1,343
¥	+0,574	+0,400	-1,768	+1,279	+1,965	+1,148
FS	-0,186	+0,183	-1,221	+0,519	+1,609	+0,899
£	+0,320	-0,964	-1,209	+0,546	+1,368	+0,273

(*) - Covar. entre as variações percentuais

QUADRO D-8

MATRIZ DE CORRELAÇÕES E MATRIZ DE VARIÂNCIAS-COVARIÂNCIAS DAS VARIAÇÕES PERCENTUAIS DOS PODERES DE COMPRA

	$	FF	DM	¥	FS	£	Go
$	1 51,1657	-0,652742	-0,702782	-0,461718	-0,654692	-0,384576	-0,320502
FF	-63,1784	1 183,095	0,825862	0,510523	0,592696	-0,126769	0,420029
DM	-67,1508	149,275	1 178,436	0,477649	0,673627	0,000771	0,373516
¥	-66,2946	138,664	128,074	1 402,924	0,612065	0,182115	0,140269
FS	-75,0559	128,537	144,218	196,91	1 256,872	0,143968	0,222650
£	-36,462	-22,7364	0,136572	48,4536	30,5839	1 175,687	0,035557
Go	-106,633	264,357	232,072	130,962	165,979	21,9214	1 2163,44

Obs: os números acima da diagonal principal dizem respeito à matriz das correlações e os abaixo da diagonal referem-se à de var-covar.

QUADRO D-9

MATRIZ INVERSA DA MATRIZ DE VARIÂNCIAS-COVARIÂNCIAS DAS VARIAÇÕES PERCENTUAIS DOS PODERES DE COMPRA (em %)

$	FF	DM	¥	FS	£	Go	
6,86							$
1,44	2,42						FF
0,93	-1,2	2,28					DM
-0,21	-0,31	0,06	0,45				¥
0,74	0,12	-0,43	-0,28	0,98			FS
1,54	0,69	0,09	-0,16	0,07	1,01		£
*	-0,09	-0,02	0,02	0,01	-0,02	0,06	Go

* NÃO SIGNIFICATIVO

BIBLIOGRAFIA

1- ADLER,M. e DUMAS,B.(1983)-"International Portfolio Choice and Corporation Finance:A Synthesis",JF,vol.38,n°3,pp.925-984

2- ALIBER,ROBERT-(1977)-The Political Economy of Monetary Reform,Nova Iorque,Mac Millan

3- -(1967)"Gresham's Law Asset Preferences and the Demand for International Reserves",QJE,vol LXXXI,n°4,pp.628-38

4- BANCO DE PORTUGAL(1985)-Relatório do Conselho de Administração,Gerência de 1984, Lisboa

5- BEN-BASSAT,A.-(1984)-Reserve Currency Diversification and the Substitution Account, Princeton Studies in International Finance,n°53,Princeton

6- -(1980)-"The Optimal composition of foreign exchange reserves",JIE, vol 10,n°2

7- BRANSON,W. e HENDERSON,D.(1985)-"Specification and influence of Asset Markets" in Kenen,P. e Jones,R. Handbook of International Economics,Amsterdao,North-Holland

8- CHOE,HEUNGSIK (1983)-"Note sur le calcul différentiel stochastique",F,vol4,I, pp.55-78

9- DOBBINS,R.e WITT,S.(1983)-Portfolio Theory and Investment Management,Oxford, Martin Robertson

10- DORNBUSCH,R.(1980)-"Exchange Rate Economics:where do we stand?",BPEA,n°1,pp.143-185

11- FUNDO MONETARIO INTERNACIONAL-International Financial Statistics,mensal,vários
-IFS,Supplement on Fund Accounts,1982
-Annual Report,1984,1985

(*)-

12- GRUBEL,HERBERT(1977)-The International Monetary System,3ª ed.,Harmondsworth, Penguim

13- HAGEMANN,HELMUT(1969)-"Reserve Policies of Central Banks and their implications for US Balance of Payments Policy",AER,Março,pp.62-77

14- HELLER,R.e KNIGHT,M.(1978)-Reserve Currency Preferences of Central Banks,Essays in International Finance,n°131,Princeton

15- KENEN,PETER-(1963)-Reserve Asset Preferences of Central Banks and Stability of the Gold Exchange Standard,Princeton Studies in International Finance,Princeton

16- -(1960)-"International Liquidity and the Balance of Payments of a Reserve Currency Country",QJE,Novembro,pp.572-586

17- KENEN,P. e JONES,R.(1985)- Handbook of International Economics ,Amsterdao,North-Holland,vol II

18 -KOURI,P.(1977)-"International Investment and Interest Rate Linkages under flexible exchange rates" in Aliber,R.(ed.) (1977),pp.74-96

19 -KOURI,P. MACEDO,J.B.DE(1978)-"Exchange Rates and the International Adjustment Process",BPEA,n°1,pp.111-157

20 -KRUEGER,ANNE(1983)-Exchange Rate Determination,Cambridge,Cambridge Un.Press

21 -LINTNER,J.(1965)- "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets",RES,n°47,pp.13-37

22 -MACEDO,J.B.DE(1982)- Portfolio Diversification and Currency Inconvertibility: Three Essays in International Monetary Economics,Lisboa,U.N.L.-F.E.

23 -MAKIN,JOHN(1971)-"The composition of International Reserve Holdings :a Problem of Choice Involving Risk",AER,n°61,Dezembro,pp.818-832

24 - (1971)-"Swaps and Roosa Bonds as an Index of the Cost of Cooperation in the Crisis Zone",QJE,n°85,Maio,pp.349-56

25-MALLIARIS,A.G. e BROCK,W.A.(1981)- Stochastic Methods in Economics and Finance, Amsterdao,North-Holland

26 -MARKOWITZ,HARRY(1952)-"Portfolio Selection",JF,Março,pp.77-91

27 -MATEUS,ABEL M.(1982)-Crescimento Económico e Dívida Externa:O Caso de Portugal Lisboa,I.E.D.

28 -MERTON,ROBERT(1975)-"The Theory of Finance from the Perspective of Continuous Time",JFQA,Dezembro,pp.659-74

29 - (1972)-"An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier", JFQA,n°7,pp.1851-1872

30 - (1971)-"Optimum Consuption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model",JET,n°3,pp.373-413

31 -OFFICER,L. e WILLETT,T.(1969) -"Reserve Asset Preferences and the Confidence Problem in the Crisis Zone",QJE,vol LXXXIII,n°4,pp.688-95

32 -SHARPE,WILLIAM,(1970)- Portfolio Theory and Capital Markets,Nova Iorque,McGraw-Hill

33 - (1964)- "Capital Asset Prices:a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk",JF,n°19,Setembro

34 - (1963)- "A Simplified Model for Portfolio Analysis",MS,Janeiro

35 -SOLOMON,ROBERT(1977)- The International Monetary System:1945-1976,Nova Iorque, Harper & Row

36 -SOLNIK,BRUNO(1974)-"An Equilibrium Model of the International Capital Markets", JET,Agosto,pp.500-524

37 -STEKLER,L.e PIEKARZ,R.(1970)-"Reserve Asset Composition for Major Central Banks" OEP,Julho,pp.260-74

38 -TOBIN,JAMES(1965)-"The Theory of Portfolio Selection" in Hahn,F. e Brechling,F. (eds)The Theory of Interest Rates,Londres,MacMillan,pp.3-51

39 -TRIFFIN,ROBERT(1960)-El Oro y la Crisis del Dólar,México,Fundo de Cultura Económica,1962(tradução em castelhano de Gold and the Dollar Crisis,New Haven,Yale U.P.1960)

40 -WILLIAMSON,JOHN(1977)-The Failure of World Monetary Reform:1971-74,Nova Iorque, N.I.Un.Press

41 - (1973)-"International Liquidity:A Survey",EJ,n°83,Setembro,pp.685-746

Abreviaturas:

AER -AMERICAN ECONOMIC REVIEW
BPEA-BROOKINGS PAPERS ON ECONOMIC ACTIVITY
EJ -ECONOMIC JOURNAL
F -FINANCE
JET -JOURNAL OF ECONOMIC THEORY
JF -JOURNAL OF FINANCE
JFQA-JOURNAL OF FINANCIAL AND QUANTITATIVE ANALYSIS
JIE -JOURNAL OF INTERNATIONAL ECONOMICS
MS -MANAGEMENT SCIENCE
OEP -OXFORD ECONOMIC PAPERS
QJE -QUARTERLY JOURNAL OF ECONOMICS
RES -REVIEW OF ECONOMIC STUDIES

(*) - Por lapso não se incluiu na Bibliografia a obra:

42 -FURSTENBERG,GEORGE (ED)-International Money and Credit:The Policy Roles, Washington,FMI,1983