Instituto Superior de Economia e Gestão

RESSEGURO DE RESPONSABILIDADE CIVIL GERAL: AVALIAÇÃO DE UMA ESTRATÉGIA[1]

Onofre Alves Simões
CEMAPRE, ISEG – Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa.

Delminda Luísa Rangel Amado
Companhia de Seguros Fidelidade.

Resumo

Neste trabalho, toma-se a carteira de Responsabilidade Civil Geral de uma companhia de seguros e procura determinar-se os modelos probabilísticos adequados para a caracterização: a) do número de indemnizações produzidas anualmente por cada apólice; b) dos montantes dessas indemnizações.

Considera-se de seguida a estratégia de resseguro adoptada pela Companhia (resseguro não proporcional, do tipo *Excess of Loss*), formaliza-se o modelo que a descreve e colocam-se então duas questões para a sua avaliação: Que tipo de resseguro é "óptimo": proporcional, não proporcional, ou uma mistura de ambos? Quanto reter, em cada caso?

Finalmente, aplicam-se modelos actuariais já clássicos, no sentido de obter as respostas procuradas.

Palavras chave: Resseguro; Responsabilidade Civil Geral; Ajustamento de distribuições; Probabilidade de ruína.

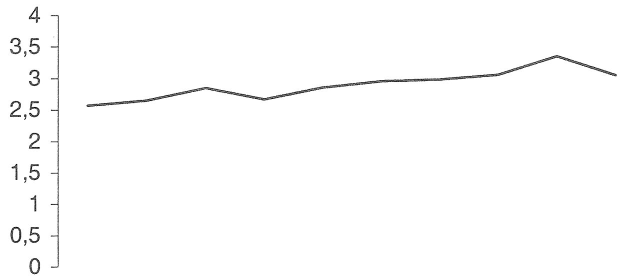
1. INTRODUÇÃO

O ramo da Responsabilidade Civil Geral (RC) é talvez, e do ponto de vista dos estudos que têm sido realizados, um dos ramos da actividade seguradora relativamente ao qual se encontram menos referências. Trata-se, no entanto, de um ramo em expansão no nosso país, como se pode ver no Gráfico 1. Estes dois aspectos constituíram uma dupla motivação para o presente trabalho.

[1] Este projecto teve o apoio da FCT.

GRÁFICO 1

Evolução (em %) do Peso do Ramo de RC, no Conjunto dos Ramos Reais, entre 1991 e 2000



Fonte: *Actividade Seguradora em Portugal* (edições relativas aos anos de 1991 a 2000), Instituto de Seguros de Portugal.

Começando pelo essencial, diz-se que existe uma situação de responsabilidade sempre que alguém tem a obrigação de indemnizar terceiros, por um dano ou prejuízo a estes infligido.

São três as grandes áreas de risco a que se dirige o seguro de Responsabilidade Civil Geral: RC Privada, RC Empresas e RC Profissional.

- A RC Privada compreende a responsabilidade decorrente dos chamados actos (ou omissões) da vida privada. Nela se insere a responsabilidade civil resultante dos danos causados a terceiros pelo agregado familiar, incluindo os causados pelos animais domésticos.
- A RC Empresas engloba duas componentes distintas: a RC Empresarial, ou de Exploração, e a RC Produtos, também denominada Responsabilidade Civil por Produtos Defeituosos. Na RC Exploração estão cobertos todos os riscos associados à actividade da própria empresa, incluindo as obras de construção e conservação das instalações e os trabalhos de reparação e manutenção das máquinas e equipamentos. Na RC Produtos estão cobertos todos os riscos provocados por produtos defeituosos, **após a sua entrega**, isto é, quando a empresa já deixou de poder exercer qualquer controlo sobre eles.
- A RC Profissional compreende a responsabilidade civil por danos causados por indivíduos, em consequência de actos ou omissões ocorridos no exercício exclusivo da sua profissão. Trata-se do tipo de responsabilidade em que incorrem os profissionais liberais como, por exemplo, os médicos, os enfermeiros, os advogados... ou mesmo os gestores e economistas.

2. UMA CARTEIRA DE RC

A carteira de Responsabilidade Civil Geral em que se baseia o estudo feito é uma carteira de uma companhia de seguros denominada, para efeitos deste trabalho, *Companhia de Seguros Prévine*. Os dados disponíveis dizem respeito à RC Empresas (que inclui a RC Profissional) e à RC Privada.

Cada apólice, em cada ano de vigência, tem associadas duas variáveis aleatórias: uma é referente ao número de sinistros que irá produzir; a outra é relativa aos montantes das indemnizações correspondentes. Nos próximos parágrafos trata-se das distribuições de tais variáveis.

2.1 A distribuição do número de sinistros

Da observação dos dados relativos ao número de sinistros por apólice, num dado ano, resultam três aspectos fundamentais:

- A sinistralidade é relativamente baixa. As apólices que não participam qualquer sinistro constituem a larga maioria. Grande parte das restantes participam um único sinistro;
- O número de apólices com 11 ou mais sinistros é desproporcionadamente elevado, face ao que seria razoável esperar-se (cf. Quadros 1 e 2). Tal circunstância tem a ver com a grande superfície física ou a dispersão geográfica de algumas das empresas seguradas, sem que seja possível a sua desagregação nas diferentes unidades de risco que, de facto, parecem existir.

QUADRO 1

Estatísticas sobre o número de sinistros, num dado ano

	RC (total)	RC Privada	RC Empresas
Dimensão da Amostra	32.838	25.554	7.284
Média	0,032219	0,0102137	0,1094179
Erro-padrão	0,008402	0,0006458	0,0378012
Mediana	0	0	0
Moda	0	0	0
Variância	2,318479	0,0106576	10,4083199
Curtose	26341,51	141,15	5887,42
Coef. Enviesamento	155,58	10,91	73,69
Mínimo	0	0	0
Máximo	261	3	261
Sinistros Participados	1.058	261	797

QUADRO 2

Distribuição do número de sinistros, num dado ano

Número de Sinistros	Número de Apólices	%	Número de Sinistros	Número de Apólices	%
0	32 384	98.62	4 a 5	9	0.03
1	387	1.18	6 a 7	5	0.02
2	27	0.08	8 a 10	2	0.00
3	13	0.04	11 ou mais	11	0.03

Numa primeira abordagem, procurou ajustar-se directamente uma distribuição conhecida a toda a carteira. Infelizmente tal não foi possível, pois os diferentes comportamentos das apólices de RC Privada e das apólices de RC Empresas não se deixam conciliar. Tornou-se então evidente a necessidade de começar por fazer o tratamento dos dados em separado, harmonizando-os de seguida [cf. Beard *et al*. (1984)]. Depois de realizados os testes não paramétricos habituais, obtiveram-se os seguintes três resultados, sendo o terceiro consequência directa dos dois primeiros:

Resultado 1: A variável aleatória que representa o número de sinistros participados anualmente à *Prévine* por uma apólice escolhida ao acaso na sua carteira de RC Privada, seja K_1, é uma variável de Poisson, com parâmetro $\lambda = 0{,}0102137$.

De acordo com este resultado, pode então considerar-se que, para as apólices de RC Privada, a f.d.p. do respectivo número de sinistros é

$$p_{k_1} = \frac{0.0102137^{k_1} e^{-0.0102137}}{k_1!}, \qquad k_1 = 0,1,2,\ldots; \tag{1}$$

Resultado 2: A variável aleatória que representa o número de sinistros participados anualmente à Companhia por uma apólice escolhida ao acaso na sua carteira de RC Empresas, seja K_2, tem distribuição que resulta da mistura da distribuição Poisson-Inversa Gaussiana (de parâmetros $g = 0{,}0422109$ e $h = 1{,}768864$) com a distribuição empírica.

A necessidade da mistura das distribuições resultou da existência de onze apólices em RC Empresas (0,0015 do total) com mais de dez sinistros participados, um comportamento que resiste a todas as tentativas de modelização. Por-tanto, para as apólices de RC Empresas, a distribuição do número de sinistros vai ser dada por:

$$p_{k_2} = a_{21} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda_2} (\lambda_2)^{k_2}}{k_2!} \frac{g}{\sqrt{2\pi h} \times \lambda_2^{3/2}} e^{-\frac{1}{2h_2\lambda}(\lambda_2 - g)^2} d\lambda_2 + a_{22} p^*_{k_2}, \quad k_2 = 0,1,2,\ldots,$$

$$g = 0{,}0422109 \text{ e } h = 1{,}768864, \qquad (2)$$

onde:

- a_{21} = 0,9985 é a proporção de apólices que não participam mais de dez sinistros;
- a_{22} = 0,0015 é a proporção de apólices que participam, pelo menos, onze sinistros;
- $$p^*_{k_2} = \begin{cases} 2/11, & k_2 = 11 \\ 1/11, & k_2 = 12,\ 13,\ 17,\ 20,\ 27,\ 30,\ 35,\ 53,\ 261 \\ 0, & \textit{outros valores de } k_2 \end{cases}$$

  é a distribuição empírica associada às referidas 11 apólices.

Resultado 3: A variável aleatória *N*, que representa o número de sinistros participados anualmente à *Prévine*, por uma apólice escolhida ao acaso na sua carteira de RC, tem distribuição

$$p_n = a_1 p_{k_1} + a_2 p_{k_2}, \qquad n = 0,1,2,\ldots. \qquad (3)$$

em que a_1 = 0,778 é a proporção de apólices no ramo RC Privada, a_2 = 0,222 é a proporção de apólices no ramo RC Empresas e p_{k_1} e p_{k_2} são dadas pelas equações (1) e (2), respectivamente.

Podem, então, calcular-se as médias e as variâncias das distribuições identificadas. Vêm:

- $E[K_1] = V[K_1] = \lambda = 0.0102137$
- $E[K_2] = a_{21} \times g + a_{22} \sum_{k=0}^{\infty} k p^*_{k_2} = 0{,}1089576$
- $V[K_2] = a_{21} \times g\,(1+g+h) + a_{22} \sum_{k=0}^{\infty} k^2 p^*_{k_2} - E^2[K_2] = 10{,}3213.$

Quanto a N, tem-se:

- $E[N] = a_1 E[K_1] + a_2 E[K_2] =$ 0,03

- $V[N] = a_1 V[K_1] + a_2 V[K_2] + a_1 (E[K_1] - E[N])^2 + a_2 (E[K_2] - E[N])^2 = 2{,}301.$

2.2 A distribuição das indemnizações particulares

Seja $X_{ij} \geq 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n;\ j = 1, 2, \ldots, N)$ a variável aleatória que representa o valor (u.m.) da *j-ésima* indemnização produzida pela apólice i, num determinado ano. Admita-se que todas as variáveis X_{ij} são independentes e identicamente distribuídas com uma variável aleatória X e procure então determinar-se a f.d.p. de X, seja $f(x)$.

Seguindo a orientação já adoptada no ponto anterior, vai começar-se pela apresentação das estatísticas descritivas das observações disponíveis.

QUADRO 3

Estatísticas sobre as indemnizações pagas (u.m.), num dado ano

Dimensão da Amostra	3.790	Variância	2371063,23
Média	226,32	Curtose	748,56
Erro-padrão	25,01	Coef. Enviesamento	25,38
Mediana	56,48	Mínimo	0,332
Moda	50	Máximo	50.000
Desvio Padrão	1539,82	Total das Indemnizações	857738,58

A observação prévia das estatísticas da amostra deixou notar, entre outras características, um enviesamento bastante mais acentuado do que alguma das distribuições teóricas usuais aceita. Os testes não paramétricos habituais permitiram obter um quarto resultado:

Resultado 4: A variável aleatória X tem uma distribuição que resulta da mistura da distribuição empírica com a distribuição de Pareto, seja

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0{,}006069\,x, & 0 \le x < 3 \\ 0{,}012378x - 0{,}018928, & 3 \le x < 3{,}81 \\ \ldots & \\ 3{,}179 \times 10^{-6}x + 0{,}981229, & 2418{,}94 \le x < 3000 \\ 0{,}990765 + 0{,}009235 \times \left(1 - \left(\dfrac{3.000}{x}\right)^{1{,}305628}\right), & x \ge 3000 \end{cases} \quad (4)$$

Para a distribuição empírica, os limites dos intervalos foram calculados de acordo com uma escala geométrica, à semelhança do que está descrito em Daykin *et al.* (1994). Nesta situação concreta têm-se 30 classes, pelo que $[l_{i-1}, l_i[$ é o intervalo referente à classe i, $i = 1,\ldots,30$, sendo $l_0 = 0$ e $l_m = l_{30} = 3\,000$. Os resultados podem ser observados no Apêndice. Os ramos omitidos em (4), como é evidente, obtêm-se com toda a facilidade.

Para a distribuição de Pareto, revelou-se conveniente ajustá-la apenas para valores de X não inferiores a 3 000 u.m.. Daqui resultaram as estimativas (da máxima verosimilhança) $l = 3000$ e $\alpha = 1{,}305628$.

Os momentos de ordem j em relação à origem, e como se pode ver também em Daykin *et al.* (1994), são dados por

$$\mu_j = \int_{-\infty}^{+\infty} x^j dF(x) \cong \sum_{xi \le lm} \bar{x}_i^j \Delta F_i + \int_{lm}^{+\infty} x^j dF(x)$$

com $\bar{x}_i$ a representar a média das observações em cada um dos intervalos considerados na função de distribuição empírica; $\Delta F_i = f_i/t$ é a frequência de sinistralidade referente à classe i. Note-se que f_i é o número de sinistros observados na classe i e que t é o número total de sinistros da carteira.

A finalizar, a média das indemnizações particulares:

$$E[X] = \sum_{x_i \le l_m} \bar{x}_i^j \Delta F_i + v\left(\frac{l_m \alpha}{\alpha - 1}\right) = 252{,}8510117,$$

com $v = 0{,}009235$, como se sabe pela expressão de $F(x)$.

3. O CONTRATO VIGENTE

O tipo de resseguro que tem estado em vigor é um *"Excess of Loss"*[2]. O contrato correspondente, que tem validade de um ano e abrange os sinistros originados por apólices cuja subscrição se refere ao ano de vigência, garante o pagamento de até 300 000 u.m. por sinistro, em excesso de 50 000 u.m. por sinistro.

A validade de um ano permite que, de ano para ano, se proceda a alterações e ajustamentos nos contratos, nomeadamente a nível do limite de retenção e da taxa aplicada para a determinação do prémio cobrado pela Resseguradora.

Analiticamente, pode representar-se o tratado anterior da seguinte forma (com as grandezas em dada u.m.):

- A variável aleatória que representa as indemnizações agregadas ocorridas durante um ano é $S=\sum_{i=1}^{n} S_i$, sendo $S_i = \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij}$ a variável aleatória que representa as indemnizações agregadas desse ano, relativas ao risco i $(i = 1,\ldots,n)$;

- A variável aleatória que representa as indemnizações agregadas cedidas é

$$S^{ced} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i} X_{ij}^{ced}, \tag{5}$$

$$\text{onde} \quad X_{ij}^{ced} = \begin{cases} 0, & X_{ij} < 50\,000 \\ X_{ij} - 50\,000, & 50\,000 \le X_{ij} < 350\,000 \\ 300\,000, & X_{ij} \ge 350\,000 \end{cases}; \tag{6}$$

- O prémio a pagar à Resseguradora é dado por

$$P^{ced} = \text{Max}\,\{\,0{,}035\,P\,;\;\; 18\,200\,\}, \tag{7}$$

P representando o prémio correspondente à receita do ramo;

---

[2] No resseguro do tipo *"Excess of Loss"*, por cada indemnização que exceda um valor fixo M, designado por Pleno, a Resseguradora paga o respectivo excesso. Quer dizer: se uma indemnização tem valor $x \le M$, a Resseguradora não intervém; se $x > M$, a Seguradora paga M e a Resseguradora suporta o excesso, $x - M$.

– Finalmente, as responsabilidades (S^{ret}) e o prémio (P^{ret}) da Seguradora, após o resseguro, são

$$S^{ret} = S - S^{ced} \quad ; \tag{8}$$
$$P^{ret} = P - P^{ced} \; . \tag{9}$$

4. DUAS QUESTÕES PARA A AVALIAÇÃO DO CONTRATO VIGENTE

Face aos modelos estatísticos identificados para a carteira, e recorrendo aos trabalhos já clássicos desenvolvidos por Centeno (1985) e (1995), pode fazer-se uma avaliação da justeza do contrato vigente, relativamente à situação que procura cobrir. O objectivo é dar resposta às duas perguntas seguintes:

1. Que tipo de resseguro é mais adequado: proporcional, não proporcional, ou uma mistura de ambos?
2. Quanto reter, em cada tipo de resseguro?

Para obter essas respostas a política em vigor tem que ser confrontada com as potenciais alternativas, tendo por base o binómio lucro esperado/risco retido, o que exige a introdução de novos elementos.

Como ponto de partida, admita-se que o contrato de resseguro não é necessariamente do tipo *"Excess of Loss"* puro, como até agora tem sucedido, podendo ser uma combinação de *"Excess of Loss"* com *"Quota Share"*[3] - assim se conjugando o resseguro não proporcional com o resseguro proporcional.

Assuma-se então que inicialmente a Seguradora efectua um tratado de *"Quota Share"*, com um nível de retenção **a**, seguido de um resseguro de *"Excess of Loss"*, de retenção M.

Quer dizer, de cada indemnização X_{ij} produzida pelo risco i (e que é identicamente distribuída com a variável aleatória X), a Seguradora retém

$$\min \{aX_{ij} \, , \, M\} \tag{10}$$

e cede

$$(1\text{-}a)\, X_{ij} + \text{Max}\, \{0, \, aX_{ij} - M\}. \tag{11}$$

Daqui resultam as seguintes definições:

[3] No resseguro do tipo *"Quota Share"*, a Resseguradora paga uma proporção $1\text{-}a$ $(0 \leq a \leq 1)$, fixa à partida, de cada indemnização produzida pelos riscos ressegurados. Quer dizer: se uma indemnização tem valor x a Seguradora paga ax e a Resseguradora suporta $(1\text{-}a)x$.

– $S^{ret}(a,M)$ é a variável aleatória que representa as indemnizações agregadas retidas pela Companhia, após esta combinação de tratados, isto é,

$$S^{ret}(a,M)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N_i}\min\{aX_{ij},M\} \tag{12}$$

– O custo total do resseguro no tratado de *"Quota Share"* é dado por

$$(1-a)\ [P(1-c)-n\ E[N]\ E[X]], \tag{13}$$

c representando a comissão paga pela Resseguradora à Cedente, relativamente ao tratado de *"Quota Share"*;

– O custo total do resseguro do *"Excess of Loss"* é dado por

$$C(a,M)=nE[N]\omega\ a\int_{\frac{M}{a}}^{\infty}(ax-M)\,dF(x), \tag{14}$$

onde $\omega>0$ representa o coeficiente de carga da Resseguradora;

– $W(a,M)$ é a variável aleatória que representa o lucro da companhia Cedente. Assim, o conjunto dos contratos admissíveis (a,M), tais que o lucro esperado da companhia é um certo montante B, será

$$\{(a,M):0\le a\le 1,\ M\ge 0,\ E[W(a,M)]=B\}.$$

A igualdade $E[W(a,M)]=B$ é equivalente, recorrendo a (12) e seguintes, a ter-se

$$(1-a)[P(1-c)-nE[N]\,E[X]]+C(a,M)=P(1-e)-nE[N]\,E[X]-B, \tag{15}$$

e representando a taxa de despesas da Seguradora. Note-se que, no primeiro membro de (15), figura o custo total de resseguro, nesta combinação de tratados. Relativamente aos valores que B pode assumir, considera-se razoável estabelecer que:

i) $B < P(1-e)-nE[N]E[X]$;
ii) $B > P(c-e)$;
iii) $B >$ Max $\{E[W(a,M)] : 0 < a \le 1,\ M = 0\}$,

condições de fácil interpretação [cf. Centeno (1985)]. Adicionalmente, sabe-se que a Seguradora retém, no mínimo, 3 000 u.m..

Está-se, agora, em condições de fazer a avaliação da política que tem sido adoptada.

5. A POLÍTICA DE RESSEGURO E O COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DAS INDEMNIZAÇÕES RETIDAS

Numa primeira abordagem, a política de resseguro vigente - em que $a = 1$ e $M = 50\,000$ - vai ser confrontada com a política que permite minimizar o coeficiente de variação das indemnizações retidas, $CV[S^{ret}(a,M)]$, garantindo um determinado nível B para o lucro esperado. O problema subjacente é

$$P1: \; min \; CV \; \left[S^{ret}(a,M)\right]$$
$$s.a \begin{cases} E\left[W(a,M)\right] \geq B \\ 0 \leq a \leq 1 \\ M \geq 0 \end{cases}.$$

Centeno prova que as restrições de não negatividade são redundantes e que, no óptimo, a restrição $E[W(a,M)] \geq B$ se verifica como igualdade. A autora mostra ainda que o coeficiente de variação é uma função crescente com M/a, desde que se verifique que $2V[N]^2 - E[N]V[N] - E[N]E[(N-E[N])^3] \geq 0$ e o terceiro momento central da distribuição de N seja finito, condições satisfeitas pela distribuição ajustada no ponto 2.1.

Assim sendo, e uma vez que o prémio de resseguro do *"Excess of Loss"* é calculado segundo o princípio do valor esperado, chega-se à seguinte conclusão: para minimizar o coeficiente de variação das indemnizações retidas, sujeito a um lucro esperado mínimo fixado, a Companhia deve continuar a **optar por um resseguro do tipo *"Excess of Loss"* puro** [isto é, em que $a = 1$, como até agora tem acontecido]. O problema fica, deste modo, reduzido ao cálculo do montante M da retenção e é imediato, tendo em atenção o conteúdo das equações (12) a (15), que

$$M = \left(\frac{B - P(1-e) + E[S]}{\omega \, vl_m \, \alpha \, \frac{1}{1-\alpha}} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \qquad (16)$$

A partir de (16), e fixado o valor de B, calcula-se a correspondente retenção. Só para ilustrar, se a seguradora espera obter um lucro igual a 325 000 (42% dos prémios), então deverá ser $M = 4\,113$, havendo a garantia de um coeficiente de variação mínimo (0,268) para S^{ret}. Noutro extremo, para se alcançar um lucro igual a 370 000, teria que ser M = 928 558, com um coeficiente de variação das indemnizações retidas igual ao dobro do mínimo (0,527). Em suma, a política seguida, com M = 50 000 u.m. é uma solução, de algum modo, equilibrada.

6. A POLÍTICA DE RESSEGURO E A VARIÂNCIA DAS INDEMNIZAÇÕES RETIDAS

Na mesma linha do problema $P1$, vem o problema $P2$ seguinte, agora procurando minimizar-se a variância das indemnizações retidas, $V[S^{ret}(a,M)]$.

$$P2: \quad min \ V\left[S^{ret}(a,M)\right]$$
$$s.a \begin{cases} E\left[W(a,M)\right] \geq B \\ 0 \leq a \leq 1 \\ M \geq 0 \end{cases}$$

Das três situações distintas que são identificadas no modelo (às quais correspondem soluções também de natureza diferente), aquela que corresponde ao caso da Companhia *Prévine* implica a mesma solução de anteriormente. Por outras palavras: quando se considera a minimização da variância, chega-se igualmente à conclusão de que a **política mais adequada será um resseguro do tipo *"Excess of Loss"* puro.**

Procedendo como atrás, vai observar-se a evolução da variância em função do pleno de retenção da Seguradora. Sem surpresas, observa-se que a variância cresce com a retenção. Com M = 3 000, tem-se $V[S^{ret}(a,M)] = (46\ 123)^2$; com M = 928 558, tem-se $V[S^{ret}(a,M)] = (133\ 427)^2$. Com M = 50 000, tem-se $V[S^{ret}(a,M)] = (71\ 825)^2$, mais uma vez se comprovando a orientação no sentido de um certo equilíbrio.

7. A POLÍTICA DE RESSEGURO E A PROBABILIDADE DE RUÍNA

Por último, vai determinar-se o limite de retenção mínimo necessário para assegurar, com uma dada probabilidade $1-\varepsilon$, que a reserva inicial $U(M)$ não é totalmente absorvida ao fim de determinado período de tempo. Atendendo às conclusões acima, admite-se que a Cedente efectua, de facto, um tratado de *"Excess of Loss"*.

No modelo que serve de base a este ponto, Centeno (1995) estabelece hipóteses que a situação em estudo, mais uma vez, verifica. Porque a obtenção de resultados se faz utilizando a aproximação à Normal (para a carteira retida) vai assumir-se também que não ocorrem indemnizações individuais de montante superior a 600 000 u.m.. Esta truncagem torna possível o cálculo da variância das indemnizações particulares retidas pela Seguradora, agora necessário, e em seu favor regista-se que $P[X > 600\,000] < 9{,}144 \times 10^{-6}$.

Propondo então dois valores, $\varepsilon = 0{,}001$ e $\varepsilon = 0{,}0001$, observa-se que a reserva inicial necessária cresce, à medida que o nível de retenção da Seguradora aumenta. Mesmo assim, é notório que podem ser escolhidos valores muito grandes para M sem que se tornem necessários excessivos acréscimos em $U(M)$, tanto num caso como no outro.

Por exemplo, com $\varepsilon = 0{,}001$, e para $M = 900\,000$, apenas seria necessário que fosse $U(M) = 40\,000$. Com $\varepsilon = 0{,}0001$, a exigência em termos do valor da reserva inicial aumenta, mas não excessivamente: para a mesma retenção, basta $U(M) = 120\,000$.

Tais resultados sugerem que, desde que o comportamento do ramo se mantenha, os significativos ganhos que têm sido alcançados fazem com que a relação entre a probabilidade de ruína e o pleno de retenção da Seguradora acabe por ficar bastante diluída.

8. AS DUAS RESPOSTAS

Neste ponto final, vão apresentar-se algumas indicações tendentes a esclarecer o processo de definição da política de resseguro a seguir pela *Prévine*, à luz dos conhecimentos adquiridos sobre a carteira. Na medida dos resultados obtidos, vai responder-se às duas perguntas do ponto anterior.

À primeira pergunta, sobre o tipo de resseguro a contratar, a resposta é a manutenção do resseguro do *"Excess of Loss"* puro. A política vigente parece, assim, adequada.

Quanto à segunda pergunta, sobre o nível de retenção, a resposta não pode ser tão decisiva. Nas circunstâncias existentes, tudo depende do facto da Companhia entender que é mais importante correr riscos adicionais com o fim de aumentar o lucro esperado, ou entender o contrário disto.

Os cálculos feitos deixam perceber que existe uma certa margem para aumentar o valor de M, bem como o lucro esperado, sem aumentar praticamente o risco, mas a conjugação de todas as considerações feitas não é, realmente, inequívoca: a verdade é que há espaço tanto para aumentar, como para manter ou reduzir o nível de retenção. Mais uma vez, a política em vigor parece razoável.

As elevadas taxas de rentabilidade alcançadas mantêm a probabilidade de ruína controlada – e apontam, possivelmente, para uma tarifação excessiva, ou para uma sinistralidade inusitadamente favorável.

A decisão última, ainda que imprescindivelmente apoiada nos instrumentos técnicos, envolve, acima de tudo, bom senso e sentido de equilíbrio, por parte dos responsáveis. Não há modelo teórico que forneça *a* política de resseguro óptima, até porque critérios diferentes podem conduzir a soluções contraditórias. Só a experiência e uma ordenação cuidadosa dos objectivos e prioridades das seguradoras permitem destrinçar a melhor alternativa.

APÊNDICE

Distribuição empírica do montante das indemnizações

Classe i	Lim Sup. (l_i) (u.m.)	Média da Classe	Nº de Sin f_i	p_i	$\sum_{j=1}^{i} p_j$
1	3,00	1,727	69	0,018206	0,018206
2	3,81	3,383	38	0,010026	0,028232
3	4,84	4,295	56	0,014776	0,043008
4	6,15	5,335	62	0,016359	0,059367
5	7,80	6,979	69	0,018206	0,077573
6	9,91	8,752	80	0,021108	0,098681
7	12,59	10,865	115	0,030343	0,129024
8	15,99	14,490	127	0,033509	0,162533
9	20,30	18,567	164	0,043272	0,205805
10	25,78	23,456	164	0,043272	0,249077
11	32,75	29,360	215	0,056728	0,305805
12	41,59	37,087	233	0,061478	0,367282
13	52,82	48,406	435	0,114776	0,482058
14	67,08	59,430	231	0,060950	0,543008
15	85,19	76,214	250	0,065963	0,608971
16	108,19	97,907	378	0,099736	0,708707
17	137,40	121,381	170	0,044855	0,753562
18	174,50	153,178	202	0,053298	0,806860
19	221,61	196,689	163	0,043008	0,849868
20	281,44	249,205	116	0,030607	0,880475
21	357,43	313,591	98	0,025858	0,906332
22	453,94	402,625	76	0,020053	0,926385
23	576,51	503,990	93	0,024538	0,950923
24	732,16	639,621	41	0,010818	0,961741
25	929,84	799,817	24	0,006332	0,968074
26	1180,90	1031,473	41	0,010818	0,978892
27	1499,75	1277,466	11	0,002902	0,981794
28	1904,68	1641,608	14	0,003694	0,985488
29	2418,94	2119,062	13	0,003430	0,988918
30	3000,00	2702,718	7	0,001847	0,990765
	4000,00		**13**	**0,003430**	**0,994195**
	5000,00		**7**	**0,001847**	**0,996042**
	10000,00		**7**	**0,001847**	**0,997889**
	20000,00		**4**	**0,001055**	**0,998945**
	45000,00		**2**	**0,000528**	**0,999472**

Bibliografia

Beard, R. E., Pentikäinen, T. and Pesonen, E. (1984), Risk Theory: The stochastic basis of insurance – Third edition, Chapman & Hall.

Centeno, L. (1985), Some theoretical aspects of combinations of quota-share and non proportional reinsurance treaties, Ph. D. Thesis, Department of Actuarial Mathematics and Statistics, Heriot-Watt University.

Centeno,L. (1995), The Effect of the Retention Limit on the Risk Reserve, *Astin Bulletin*, 25, pp. 67-74.

Daykin, C. D., Pentikäinen, T. and Pesonen, M. (1994), *Pratical Risk Theory for Actuaries*, Chapman & Hall.

Klugman, S. A., Panjer, H. H. And Willmot, G. E. (1998), *Loss Models from data to Decision*, Wiley Series in Probability and Statistics.

Lemaire, J. (1991), Negative Binomial or Poisson-Inverse Gaussian? *Proceedings of the XXIII ASTIN Colloquium*, Stockholm, 30th June - 4th July 1991.