Universidade de Lisboa

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

O discurso do Professor no ensino e aprendizagem das equações literais no 8º ano, no âmbito da experimentação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Ana Rita Mendes Campos

Mestrado em Ensino da Matemática 3º Ciclo e Secundário

2010

Universidade de Lisboa

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada

O discurso do Professor no ensino e aprendizagem das equações literais no 8º ano, no âmbito da experimentação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Ana Rita Mendes Campos

Mestrado em Ensino da Matemática 3º Ciclo e Secundário

2010

Orientadora: Professora Doutora Hélia Oliveira

Co - Orientadora: Professora Doutora Fátima Teixeira

Agradecimentos

Agradeço aos meus professores, pelas aprendizagens e pela disponibilidade, desde o início do mestrado. Em particular à Professora Leonor, que sempre garantiu que ser professor não era fácil. Em especial à Professora Hélia, por tudo. Pela simpatia, pelo rigor e por todas as críticas, que tanto me ajudaram a crescer. À Professora Paula, pela incansável partilha. À Professora Fátima, pela cordialidade com que sempre me recebeu.

Aos alunos do 8º2 e à Escola Secundária D. João V pela colaboração neste trabalho.

Aos meus colegas, José António e Catarina. Pelas horas de trabalho e pelas gargalhadas que pudemos dar juntos, mesmo nos momentos mais difíceis.

Pelas horas em família, em que não pude estar presente, obrigada João. Sem ti não seria possível. Aos nossos filhos, por todos os sorrisos.

À minha Mãe, pelas sempre reconfortantes, palavras de incentivo.

… ensinar é mais do que uma arte. É uma procura constante com o objectivo de criar condições para que aconteçam aprendizagens.

Resumo

Este relatório foi elaborado a partir da prática de ensino supervisionada que realizei na Escola Secundária D. João V, na Damaia. O trabalho decorreu numa turma de 8.º ano, turma piloto do Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (NPMEB).

Realizei, neste contexto, um trabalho com um cariz investigativo, e em que, enquanto professora estagiária, desempenho também o papel de investigadora, exigindo-me um trabalho de reflexão e de auto - análise. Sendo o meu objectivo compreender a natureza do meu discurso como professora, para o qual formulei as seguintes questões:

- De que forma o meu discurso contribui para a negociação de significados?

- De que forma adapto o meu discurso face às dificuldades dos alunos na aprendizagem das equações literais?

- Que constrangimentos identifico no meu discurso na sala de aula, no ensino e aprendizagem das equações literais?

Para este conjunto de aulas que leccionei no 3.º período, foram preparadas tarefas nas quais os alunos trabalharam em grupo, tal como acontecia desde o início do ano lectivo, sendo a resolução por parte dos grupos seguida de discussão em turma. O conteúdo matemático que serviu de suporte a este estudo foi o das equações literais. Pelo facto de pertencer ao grande tema Álgebra, que surge revalorizado no NPMEB (2007), é feito um breve enquadramento teórico sobre o ensino e aprendizagem do mesmo.

Como referi, o objectivo deste estudo passa pela análise do meu discurso, assim sendo, apresento também no enquadramento teórico uma breve revisão de literatura, em particular no que diz respeito à interacção e à negociação de significados.

As aulas foram gravadas em formato áudio e vídeo, sobre as quais desenvolvi uma análise procurando responder às questões de suporte a este estudo. Para finalizar, apresento uma secção de reflexão sobre o trabalho realizado, onde discuto alguns constrangimentos identificados e perspectivo alterações e melhorias futuras.

Palavras - Chave: álgebra, discurso, negociação de significados

Abstract

The following report was written after my supervised training as a teacher, which I carried out in Escola Secundária D. João V, Damaia. This project has been performed with an 8th grade class, which is a pilot class for the New Programme of Mathematics for the Ground School (NPMEB).

In this context, I developed a qualitative and interpretive research work, in which, while trainee teacher, have played also the role of researcher, demanding reflection and self-analysis during the process. As the objective is to understand the nature of my speech as professor, the following questions were formulated:

- How can my speech contribute to the negotiation of meanings?

- How do I adapt my speech to the difficulties presented by students in the learning process of literal equations?

- Which constraints do I identify in my speech in the classroom, during the teaching process of literal equations?

For these classes, which happened in the third term, I prepared tasks so that my students could work in groups, which was a practice that had been used since the beginning of the year. The accomplishment and resolution of the different tasks was then followed by a discussion that included all the students. Literal equations were the mathematical content in which this study was based. Since this theme is part of the wider field of Algebra, highly revalued in the NPMEB, a brief theoretical approach of teaching and learning Algebra is presented.

As mentioned, the objective of this project includes the analysis of the speech. Thus, a concise revision and analysis of bibliography about that subject is presented, in particular concerning negotiation of meanings.

After viewing and analyzing the audio and visual recordings of my classes, a careful analysis was done in the sense of seeking answer support this study. To finalize, a section is included with a reflection on the entire work process, where some identified constraints are discusses and some changes and future improvements are presented.

Keywords: Algebra, Speech, Negotiation of meanings

Índice

Índice de Tabelas

Índice de Quadros

1. Introdução

O trabalho aqui apresentado integra-se na Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em Ensino da Matemática. O presente trabalho tem um cariz investigativo, no âmbito do qual foi definida uma problemática, incidindo sobre o discurso do professor e tem por base uma intervenção que ocorreu no 3º período, numa turma experimentadora do Novo Programa do Ensino Básico, do oitavo ano, na Escola Secundária D. João V - Damaia. A turma tem como Professora de Matemática e Professora Cooperante neste mestrado, a Professora Paula Teixeira.

O tema matemático trabalhado foi Álgebra, nos tópicos Sequências e Equações, SubTópicos Expressões Algébricas e Equações Literais.

Este relatório está dividido em seis secções. Nesta secção apresento a pertinência do estudo e a formulação do problema. Na segunda secção, surge o enquadramento teórico desenvolvido em torno de questões relacionadas com o discurso do professor e com o pensamento algébrico, é também apresentada, de forma breve, a evolução histórica da Álgebra. Na terceira secção, intitulada Proposta Didáctica é feita a caracterização da escola e da turma cooperante neste projecto, estão especificadas as opções tomadas para a leccionação destas aulas, bem como a apresentação e enquadramento das planificações, para além da apresentação dos principais conceitos matemáticos envolvidos. Na quarta secção é apresentada a metodologia, onde se especifica de que forma foi feita a recolha de dados. A análise dos dados, obtidos no decorrer dos cinco blocos de aulas leccionadas, constitui a quinta secção deste relatório. A última secção, reflexão sobre o trabalho realizado, é dedicada a conclusões onde discuto alguns constrangimentos identificados e perspectivo alterações e melhorias futuras.

1.1. Pertinência do Estudo

A escolha do tema, o discurso do professor no ensino e aprendizagem das equações literais, assenta em dois pilares essenciais:

(i) constitui um desafio profissional e pessoal, (ii) é um tema cujo interesse por parte de professores, e outros profissionais ligados ao ensino, é inequívoco. De facto, este interesse intensificou-se durante o final da época de noventa (Menezes, 2000), aspecto que também é reconhecido nas Normas Profissionais para o Ensino da Matemática, do NCTM (1994).

O discurso do professor liga-se com a comunicação oral dentro da sala de aula, mas ao qual pode estar associado, como forma de o complementar, a linguagem gestual e linguagem icónica (Ponte & Serrazina, 2000). Quando falamos de discurso, tendemos a associá-lo aos momentos de interacção entre aluno e professor que, naturalmente, não se processam sempre da mesma forma. Em determinados momentos podem ser mais partilhados. Se a intervenção é expositiva, um dos intervenientes expõe uma ideia e a interacção é mais reduzida, o mesmo acontece se a intervenção for de questionamento, em que um dos intervenientes faz perguntas. Onde se encontra uma maior interacção é no momento da discussão, em que existe uma partilha mais acentuada entre os vários participantes. Ao questionamento está associada a ideia de pergunta e, de acordo com Matos e Serrazina (1996), as perguntas podem ser de focalização, confirmação e inquirição, cada uma delas com objectivos diferentes de aprendizagem. Nos momentos de discussão, o professor deve promover, tanto quanto possível, a interacção com os alunos, assim como a interacção entre alunos, não só para discutir estratégias como também para negociar significados. De acordo com Bishop e Goffree (1986):

> O significado matemático é obtido através do estabelecimento de conexões entre a ideia Matemática particular em discussão e os outros conhecimentos pessoais do indivíduo. Uma nova ideia é significativa na medida em que cada indivíduo é capaz de a ligar com os conhecimentos que já tem. As ideias matemáticas formarão conexões de alguma maneira, não apenas com outras ideias matemáticas, como também com outros aspectos do conhecimento pessoal. Professores e alunos possuirão o seu próprio conjunto de significados, únicos para cada indivíduo (...) (p.3)

É fulcral que o Professor proporcione e crie, dentro da sala de aula, um ambiente de partilha e de confiança para que os alunos possam expressar o seu raciocínio, as suas dúvidas e o seu entendimento em relação a determinado conteúdo. A gestão de todos os contextos é para o professor um desafio de todos os dias. Como lida o professor com essa inevitabilidade? Como encara e ultrapassa as suas dúvidas? Como altera o seu discurso, em virtude das dificuldades dos alunos?

Para Serrazina e Oliveira (2002) na sociedade plural em que se vive, caracterizada pela conflitualidade, incerteza e complexidade, os professores precisam de desenvolver uma prática reflexiva no sentido de transformar a sala de aula. O professor ao desempenhar, simultaneamente, o papel de investigador, gera conhecimento profissional.

A forma como eu própria encaro o discurso e a dinâmica de aula por ele proporcionada, levam a que este tema constitua para mim um desafio. As aprendizagens dos alunos, a meu ver, estão também relacionadas com o ambiente de sala de aula. Um ambiente de partilha e construção mútua de conhecimentos é na minha opinião essencial. Enquanto professora, sinto que a minha forma de intervir, particularmente em termos de discurso, faz parte da chave para uma aprendizagem bem sucedida.

A realização deste estudo vai permitir-me caracterizar o meu discurso e saber como eu própria o adapto e renovo mediante as dificuldades dos alunos, especificamente no trabalho com equações literais, objectivando a negociação de significados.

1.2.Formulação do Problema

A matemática é uma área científica que possui uma linguagem própria e um elevado número de símbolos cujo entendimento é universal, no entanto, e como referido anteriormente, não se pode separar esta linguagem da oralidade. A troca de ideias, o transmitir de conhecimentos e a negociação de significados ou discussão de resultados, está sempre assente no discurso, e nas interacções entre pares.

À partida, quando se pensa em discurso, podem identificar-se alguns elementos, por exemplo, os que nos vão ficando gravados na memória e decorrentes essencialmente da nossa prática, seja como alunos ou como professores. Aponta-se inicialmente que a estrutura do discurso contempla diversas perspectivas. Uma de carácter social, onde pode estar visível a influência da cultura e das vivências quer do aluno, quer do professor. Outra de ordem organizacional ou operativa (talvez) mais direccionada para o professor, onde se podem identificar as expressões de ordem, aquelas que permitem manter o bom funcionamento da sala de aula, não só no que respeita ao cumprimento das regras, mas também à relação social. Para além destas vertentes, o discurso é também construído com base no que se pretende transmitir e vai-se moldando de acordo com o que é obtido como resposta. No sentido de feedback e não tanto como resposta a uma questão. Os diferentes componentes aqui identificados fazem parte, daquilo a que Martinho (2007) chama de "os três elementos base do processo comunicativo – informação, interacção e influência - quando este se particulariza no contexto de sala de aula" (p.17).

Ainda segundo Martinho (2007) nos trabalhos que se dedicam ao discurso podem destacar-se vários aspectos. Um deles é o estudo das condições de produção do discurso na sala de aula, outro é a análise do papel do professor e, em particular, o papel suas perguntas na estruturação do discurso, e um outro aspecto é o modo como o discurso revela a apropriação da linguagem específica da Matemática.

Pode então tomar-se o discurso como um instrumento pedagógico envolto em alguma complexidade, na medida em que não funciona isoladamente e deve ser visto como parte de um trabalho onde se tomam opções perspectivando o melhor funcionamento possível da sala de aula e as aprendizagens dos alunos. Estas últimas dependem também da negociação de significados que se possa fazer, nunca perdendo de vista o ponto de partida e as ideias iniciais dos alunos, a partir das quais se forma o novo conhecimento.

Neste trabalho é feita uma análise crítica do meu discurso e das suas repercussões em sala de aula. Daí que o problema e as questões definidas estejam construídas em torno da minha prática lectiva. Apresento de seguida o problema e as questões de estudo, sobre as quais recairá esta investigação.

Problema

Compreender a natureza do meu discurso como professora, na sala de aula de Matemática, quando se trabalha o tema Equações Literais.

Questões de Estudo

- De que forma o meu discurso contribui para a negociação de significados?

- De que forma adapto o meu discurso face às dificuldades dos alunos na aprendizagem das equações literais?

- Que constrangimentos identifico no meu discurso na sala de aula, no ensino e aprendizagem das equações literais?

2. O Discurso do Professor e o Pensamento Algébrico

2.1. Discurso do Professor

De uma forma geral, o papel do Professor tem tomado na sociedade grande importância. Para muitos alunos, na Escola está concentrada toda a sua oportunidade de aprendizagem e para os professores é cada vez mais importante tomarem consciência da sua prática. Assim, o discurso do professor toma em conjunto com outras actividades uma dimensão de maior relevo. Não só no que respeita ao que pretende transmitir, bem como à qualidade das suas intervenções. O NCTM (1994), dá especial destaque ao discurso da aula e, em especial, ao do professor, porque deste depende o envolvimento dos alunos no discurso da turma. Ao professor compete"iniciar e dirigir este tipo de discurso e usá-lo habilmente para desenvolver a aprendizagem dos alunos" (p.36). Por outro lado, segundo Menezes (1999):

> A influência da natureza das tarefas na qualidade e quantidade do discurso é de crucial importância. As tarefas rotineiras, vulgarmente designadas por exercícios, não são, normalmente, geradoras de grande discussão entre os alunos, uma vez que o modo de resolução assenta num algoritmo já conhecido destes. As tarefas demasiado difíceis para os alunos - sem nenhum tipo de familiaridade - são, no outro oposto, inibidoras do desencadear da comunicação, que na maior parte dos casos bloqueiam totalmente. Por isso, é preciso encontrar tarefas que sejam equilibradas para cada tipo de alunos, ou seja, que sejam abordáveis por estes mas, ao mesmo tempo, desafiantes. (p.76)

Não só a natureza da tarefa tem influência no discurso, como o discurso se pode alterar de acordo com a natureza da tarefa proposta. Para além disso, o discurso do professor afecta todo o desenrolar de uma aula, segundo (Loureiro, 2000) devemos ter em conta que, por um lado, o discurso e o que se diz afecta a forma como se gere e se mantém a organização das actividades na aula, e, por outro, é de esperar que o discurso afecte também os processos de pensamento dos alunos e consequentemente a aprendizagem dos conteúdos escolares.

No discurso é usada uma linguagem própria e um contexto particular. Não se trata exclusivamente de transmissão de conhecimentos, envolve essencialmente a negociação de significados. Segundo Saraiva (2001):

> No entanto, para além de seleccionar as tarefas, numa perspectiva das necessidades, interesses e conhecimentos dos alunos, o professor tem de decidir como continuar a sua mediação através de diversas acções enquanto se processa a actividade deles — o que aumenta as exigências para o professor no acto educativo.
> Porém, para que tal mediação seja bem sucedida, é muito importante que o professor facilite a criação de um ambiente de trabalho estimulante, onde o estabelecimento de uma adequada comunicação e negociação de significados é um aspecto fundamental.
> Desta forma, há uma maior responsabilização e exigência para o papel a desempenhar pelo professor na sala de aula. (p.33)

O discurso do professor em sala de aula, sofre limitações a vários níveis. Umas são de carácter pessoal, no que respeita às aprendizagens do próprio professor, da sua cultura e da sua vivência, outras ditas segundo (Pedro, 1982) como limitações internas, relacionadas com a posição social dos alunos na sociedade de que provêm. Para além destas o discurso sofre limitações externas criadas pelo Estado (curriculum, horários, material, etc.).

O discurso do professor é de alguma forma o fio condutor de uma aula, e de um conjunto delas. O que se diz, como se diz e quando se diz dita a forma como a aula vai decorrendo, o que naturalmente, actua sobre o desempenho e motivação dos alunos.

Como se diz acima, ao discurso está associada a negociação de significados, para além deste aspecto deve ser dita em linha de conta a interacção entre os intervenientes na sala de aula. No que respeita à interacção ela pode fazer-se entre professor - aluno, professor - grupo, professor - turma, aluno - aluno, aluno - grupo, aluno - turma, grupo - turma.

No entanto, para o que importa trabalhar neste relatório e dado que o tema aponta para o discurso do professor, é de maior relevância estudar os tópicos em que o papel do professor assume maior destaque. Assim, serão desenvolvidos os temas negociação de significados e as interacções em que o professor assume claramente um papel referencial (Martinho, 2007), por exemplo no acompanhamento aos grupos e momento da discussão de uma tarefa.

2.1.1.- Interacções

A interacção em que o professor é referencial acontece, regra geral, quando os alunos trabalham em grupo. O professor tem uma atitude recatada, na medida em que acompanha os trabalhos e esclarece dúvidas com o intuito de garantir que o trabalho não pára. No entanto, é sempre a autoridade máxima na sala de aula e é através dele que se validam conhecimentos científicos.

Se, por um lado, o professor fica mais liberto de estar no quadro a expor a "matéria", o trabalho em grupo traz sempre algumas dificuldades aos professores. Obrigando-os a acompanhar de perto todos os trabalhos desenvolvidos, por forma a que possa promover uma discussão envolvendo todos os grupos. Além de que pode, em termos de comportamento, gerar-se alguma agitação na sala. De qualquer forma, mesmo um bom acompanhamento dos trabalhos não leva a que o professor seja conhecedor de todos os raciocínios envolvidos, o que lhe permitirá questionar os grupos sobre as suas conclusões e também avaliar se todos os elementos do grupo se envolveram na realização da tarefa. Em Martinho (2007):

> Por outro lado, o facto dos alunos trabalharem sem o acompanhamento permanente do professor, potencia o desenvolvimento da autonomia do grupo. (p.30)

Um efectivo trabalho em grupo leva a algum tempo a acontecer, trata-se de uma dinâmica, a que maior parte dos alunos não está habituada, ou habitualmente utilizada para fazer face a limitações de tempo ou recursos. Trabalhar em grupo, só por si não garante a aprendizagem, dai que seja imprescindível estabelecer regras de participação e incutir nos alunos uma predisposição para ouvir e acompanhar o raciocínio dos colegas. Sem esta partilha, não se consegue que o funcionamento da turma em grupos, crie boas condições ao desenvolvimento do trabalho. Além disso, é com a partilha dentro dos grupos, que se vão esclarecendo dúvidas e clarificando conceitos. Num trabalho, com toda a turma, os alunos tendem a ser menos espontâneos, porque receiam reacções de colegas que não são do seu grupo e do professor, a quem naturalmente pretende agradar, de acordo com (Martinho, 2007).

As interacções entre um aluno e a turma pode muitas vezes ser confundida com a interacção professor - turma, porque o aluno só intervêm sob indicação do professor, no momento e tempo indicado por este. A escolha de um aluno, para apresentar o trabalho do grupo, é muitas vezes encarada pelos restantes, como uma referência do professor ao melhor grupo, ou melhor trabalho, o que não corresponde necessariamente à verdade. O professor pode seleccionar determinado grupo ou aluno porque considera que o trabalho realizado, por este, pode ser o melhor mote para a discussão.

2.1.2.- Negociação de Significados

Para Bishop e Goffree (1986) a negociação é, em geral, pensada como uma 'interacção dirigida para um certo objectivo', neste caso particular trata-se da negociação do significado matemático.

A negociação de significados respeita ao modo como alunos e professores expõem uns aos outros o seu modo de encarar os conceitos e processos matemáticos, os aperfeiçoam e ajustam ao conhecimento matemático indicado pelo currículo (Ponte *et al.*, 1997). Desta forma, a negociação de significados constitui uma parte importante da aprendizagem na sala de aula de matemática. A partilha de significados e ligação com conhecimentos anteriores está na base de uma boa negociação entre os participantes.

Como já referido anteriormente, uma negociação é uma interacção entre dois ou mais intervenientes, com pontos de partida e interesses muitas vezes diferentes, que podem dar algo uns aos outros, beneficiando todos. Esta negociação de significados matemáticos na sala de aula implica que cada um dos intervenientes, professores e alunos, tornem os seus próprios significados visíveis no processo, podem fazê-lo através da troca de ideias. Dessa forma, cada um fica a conhecer melhor as referências do outro e a sua ligação com o conhecimento matemático. O significado que cada aluno atribui aos entes matemáticos está contextualizado num conjunto de experiências e conhecimentos. Assim, cada aluno e o professor terá estruturas de referência diferentes (Martinho, 2007). Se as estruturas forem similares a conversa pode fluir facilmente, no entanto, pode não ocorrer um crescimento significativo a nível cognitivo. Por outro lado, se as referências forem diferentes, os intervenientes tendem a tomar consciência da sua própria estrutura e o crescimento cognitivo pode acontecer. Neste processo, a discussão sobre diferentes temas bem como a reflexão sobre tarefas já previamente realizadas pelos alunos desempenha um importante papel.

Em particular, ao professor cabe criar as condições necessárias ao desenvolvimento normal do processo de negociação de significados matemáticos na sala de aula. Para isso, deve estimular os alunos a falar e contribuir com frequência. Por outro lado, os alunos, necessitam de desenvolver confiança na sua participação e interiorizar as regras adequadas ao seu desenvolvimento. Esta troca de ideias e participação, tem que estar assente no compromisso que os intervenientes devem dar uns aos outros a possibilidade de contribuir, e tratar as diversas contribuições com respeito, perguntar quando não se entende o contributo dos outros, contrapor se sentem que uma contribuição é de algum modo inválida, apresentar razões para as afirmações realizadas e tentar separar a ideia da pessoa que a dá. Também os professores devem estar atentos a estas regras, e garantir que a discussão decorre respeitando todas as intervenções. Ainda ao professor cabe estar de forma contrabalançada, dado que, se tende a dominar a dinâmica da aula e as intervenções acaba por diminuir a negociação (Martinho, 2007).

Segundo Bishop e Goffree (1986), o professor que deseja promover a negociação como o modo predominantemente na sua sala de aula precisa de questionar e responder a questões, dar razões e pedir por razões, clarificar e pedir clarificação, dar analogias e pedir analogias, descrever e pedir por descrições, explicar e pedir explicações, dar e receber exemplos. Muitas destas recomendações têm por base o questionamento e o tipo de pergunta que pode ser formulada no decorrer da discussão, ou em outro em que ocorra negociação. Estas “ferramentas” úteis ao professor, vão permitir-lhe ajudar os alunos a verbalizar as suas ideias e a decifrar significados implícitos na sua intervenção (Buschman, 1995, referido por Martinho, 2007). É desta forma, que o professor pode valorizar as intervenções dos alunos, aumentando-lhes a confiança e o interesse em participar validamente no decorrer das aulas.

2.2.- O ensino da Álgebra

Com o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico assiste-se a uma revalorização da Álgebra enquanto grande tema. A Álgebra deixa de estar diluída pelos vários temas, constituindo ela própria, um tema. Isso passa por entender a Álgebra de uma forma ampla e multifacetada, valorizando o pensamento algébrico e tornando-o uma orientação transversal do currículo, tal como acontece desde há dezenas de anos com o pensamento geométrico.

Nesta secção pretendo especificar de que forma o pensamento algébrico ganha posição de destaque neste Programa, bem como apresentar as orientações curriculares em Álgebra.

2.2.1. Pensamento Algébrico

O pensamento algébrico assume, à luz no Novo Programa para o Ensino Básico, uma posição de destaque e importância. Surge como uma capacidade a ser trabalhada desde o primeiro ciclo, (NPMEB, 2007)

> (…) o programa assume que o ensino - aprendizagem se desenvolve em torno de quatro eixos fundamentais: o trabalho com os números e operações, o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e o trabalho com dados. Deste modo, a Álgebra é introduzida como tema programático no 2.º e 3.º ciclo, e no 1.º ciclo tem já lugar uma iniciação ao pensamento algébrico (p.2)

Nesta perspectiva, o trabalho que pretendo desenvolver nos subtópicos sequências e expressões algébricas ambiciona dar resposta ao que é preconizado no NPMEB (2007).

Segundo Canavarro (2009), como argumento para defender a inclusão do pensamento algébrico no currículo de Matemática dos primeiros anos pode evocar-se, não só o seu carácter preparatório para a Álgebra dos anos posteriores, mas também o seu contributo para o aprofundamento da compreensão da

Matemática e do poder desta área de saber. Para muitos alunos é difícil o estudo dos capítulos da Álgebra e encaram-nos sem qualquer entusiasmo (Pesquita & Ponte, 2006).

Segundo Ponte (2006), é fácil encontrar registos que caracterizam a Álgebra escolar de forma semelhante um pouco por toda a parte: simplificar expressões algébricas, resolver equações, aplicar as regras para manipular símbolos, com elevado nível de abstracção. A verdade é que o trabalho em Álgebra, não se encerra com o estudo de equações.

Com a promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico, pretende-se que os alunos dêem sentido aos símbolos muito para além de os manipularem. A simbolização e a manipulação simbólica constituem assim uma vertente muito importante no desenvolvimento do pensamento algébrico. A elas estão associadas dificuldades já tipificadas. Relacionadas com, segundo Nobre (1996), referido por Pesquita (2007):

- Dificuldade em dar sentido a uma expressão algébrica;
- Não distinguir a adição aritmética (3 + 5) da adição algébrica (x + 3);
- Não ver a letra como a representação de um número;
- Atribuição de um significado concreto às letras;
- Dificuldade para pensar numa variável como significando um número qualquer;
- Interpretações diferentes para as acções que correspondem aos símbolos + e = na Aritmética e na Álgebra;
- Significados distintos para algumas letras na Aritmética (por exemplo, 3m em Aritmética significa 3 metros e em Álgebra é o triplo de m);
- Dificuldade em passar da linguagem natural para a linguagem algébrica. (p.29)

No caso concreto do trabalho com equações, literais ou não, algumas das dificuldades e erros estão identificados e classificados em investigação na área. Uma classificação pode ser, por Pesquita e Ponte (2006):

> Os erros cometidos pelos alunos foram classificados em três tipos:
>
> (a) Eliminação: resulta da realização de uma generalização excessiva de algumas operações matematicamente válidas em domínio mais restrito. Um exemplo deste erro é simplificar 39x − 4 como 35x ou 2xy − 2x como y.

(b) Troca de membros (switching addends): por exemplo se se considerar a equação $x+37=150$, a resolução passa pela transformação em $x=37+150$.

(c) Redistribuição (redistribution): considerando a equação x +10 = 25, os estudantes subtraem 10 ao primeiro membro e adicionam 10 ao segundo, x +10 −10 = 25 +10.

Em Panizza, Sadovsky, e Sessa (1999) encontra-se registo dos que são as dificuldades com equações literais. Os autores realizaram um estudo com alunos entre os 15 e 16 anos, com o objectivo de perceber como estes trabalham as equações lineares com duas variáveis, após terem trabalhado equações lineares de primeiro grau com uma incógnita. Os alunos têm uma concepção que uma equação é uma igualdade numérica e as letras são números a descobrir. Quando lhes foi pedido para determinarem uma solução da equação 90% dos alunos não apresenta nenhuma solução. Quase todos os alunos antecipam que a equação deve ter uma única solução e utilizam uma estratégia inadequada: resolver a equação em ordem a uma das variáveis e resolver o sistema de duas equações. Dos participantes neste estudo, os autores seleccionaram seis alunos para realizarem entrevistas centradas na resolução de tarefas envolvendo equações com duas variáveis. Só um aluno, para resolver a equação faz variar o valor inicial de x e em função disso obtém valores de y afirmando “não são resultados finais, pontuais. São resultados que variam” (*Panizza et al.*, 1999, p. 13). Quando confrontado com a expressão afirma que se trata de uma “forma de solução” que ele próprio questiona pelo facto de conter incógnitas. Esta forma de representar a solução não é natural para os alunos, que esperam um valor para x e outro para y. Os investigadores apresentam como conclusões do estudo, que os alunos não reconhecem a equação linear com duas variáveis como um objecto que define um conjunto infinito de pares de números.

Reforçando o que foi dito anteriormente, estes erros podem estar associados à falta de atribuição de significado. A esse respeito, é exigida ao professor uma atenção redobrada. Não só na selecção das tarefas, mas também no auxílio à construção de instrumentos que apoiem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Como veremos mais à frente é de sobeja importância o recurso a modelos, nomeadamente físicos. Ainda que alguns apresentem restrições, por exemplo, o uso da balança, que deixa de fazer sentido se estivermos a trabalhar com números negativos, deve ser promovido o trabalho de organização da informação, com tabelas, gráficos e outros que permitam para além da recolha, uma representação facilitadora e enriquecedora para a aprendizagem. Estes ensinamentos serão úteis, não só para a Álgebra, como para trabalhar qualquer outro tema matemático. Trata-se de conseguir que se torne visível a estrutura subjacente ao raciocínio dos alunos.

O que se disse anteriormente mostra de que forma o Novo Programa reforça a importância da Álgebra e, sobretudo, a forma sob a qual deve ser encarada pelos professores. Contribui para que se entenda, o que se pretende com o desenvolvimento do pensamento algébrico e as dificuldades que esta implementação pode apresentar, para professores e alunos.

Tornar o pensamento algébrico uma orientação transversal do currículo significa, como sugerem James Kaput e Maria Blanton, referido na Brochura da Álgebra, documento de apoio aos professores, na implementação do Novo programa:

- Promover hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização, sempre que possível;
- Tratar os números e as operações algebricamente – prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objectos formais para o pensamento algébrico;
- Promover o estudo de padrões e regularidades, a partir do 1.º ciclo. (p.15)

E, no caso do NPMEB (2007) vem dar resposta à preocupação e práticas de alguns professores, que já anteriormente desenvolviam estratégias pedagógicas que iam ao seu encontro.

2.2.2. Orientações Curriculares

O conceito de álgebra e do seu objecto de estudo tem sofrido alterações desde os tempos mais antigos. Nomes importantes da matemática deram a sua contribuição e a sua própria definição para Álgebra. No entanto, foram sempre ficando, em todas elas, ideias relacionadas com as equações e com os seus processos de resolução. Nos tempos mais modernos, foram trazidos para a álgebra, os símbolos. E a sua importante manipulação, que se pretende não mecanicista, mas sim envolta de significado.

Tal como o conceito foi sofrendo alterações, também a abordagem foi sofrendo transformações. De um objectivo exclusivamente centrado na sua vertente simbólica, chega-se ao objectivo de aprender a manipular correctamente os símbolos, recorrendo a modelos como figuras, e objectos, o caso mais conhecido é o da balança. Nos manuais escolares actuais estas situações têm uma presença cada vez mais significativa, servindo muitas vezes de ilustração na apresentação dos conceitos. No entanto, apesar da possibilidade da simplificação da escrita e do poder de concentrar ideias, os símbolos podem levar-nos para um caminho delicado, se apenas nos concentrarmos na sua manipulação.

Um dos símbolos que maior alteração de significado tem é o de igual (=), constituindo uma enorme dificuldade para os alunos. Em Álgebra, ao contrário do que acontece na Aritmética, este símbolo refere-se a uma condição e não a uma operação. Para além da questão associada ao sinal de igual, surge também a letra, por exemplo x, que ao contrário do que acontece na expressão 2 + 3= 5 que pôde ser simplificada, por exemplo na expressão x+3, não há possibilidade de simplificação. Uma outra dificuldade identificada, está relacionada com o facto de que muitas das expressões algébricas e equações usadas frequentemente nas aulas de Matemática podem ser interpretadas de modos distintos. Podem ser fórmulas, podem ser equações literais ou expressões algébricas de uma função.

Assim, parece aconselhável introduzir desde cedo as diversas utilizações dos símbolos literais, nomeadamente como incógnita, número e variável. Essa é a perspectiva, por exemplo, dos *Princípios e Normas* do NCTM, onde se defende, de um modo abrangente, que os alunos devem compreender os diversos significados e usos das letras.

Também o *Programa de Matemática* indica que a aprendizagem da linguagem algébrica se deve iniciar no 2.º ciclo. Para o 3.º ciclo, este programa refere que:

> A aprendizagem das operações com monómios e polinómios, e [d]a simplificação de expressões algébricas, deve ser progressiva e recorrer a situações que permitam aos alunos compreender a manipulação simbólica envolvida, por exemplo, efectuando cálculos a partir de expressões algébricas substituindo as letras por valores numéricos. É conveniente usar expressões algébricas para representar problemas, usando letras para designar incógnitas ou variáveis, e introduzir expressões com variáveis ligadas a um contexto. O conceito de variável, pela sua complexidade, justifica que os alunos explorem situações variadas em que surjam letras (nomeadamente, em equações e fórmulas) e discutam os seus significados (p.55)

Ao longo do ensino básico, as actividades realizadas pelos alunos devem contribuir para que eles desenvolvam o sentido de símbolo. Continuando a valorizar o simbolismo, mas promovendo a sua apropriação em contextos de trabalho significativos, quer de cunho matemático, quer relativo a situações extra-matemáticas, a aprendizagem da Álgebra requer a compreensão dos seus conceitos fundamentais. Nessa medida, o professor deve dar atenção ao desenvolvimento do pensamento algébrico, nas suas diversas vertentes, permitindo aos alunos a elaboração de raciocínios cada vez mais abstractos e complexos. Promovendo a generalização e simbolização (Ponte, 2009).

Para além das dificuldades que podem ser criadas pela utilização dos símbolos, outra dificuldade reside em lidar com a " falta de fechamento" das expressões algébricas, que Pesquita (2007) ilustra com o exemplo de alguns alunos que não encaram a expressão 2x + 3 como irredutível e consideram que pode ser simplificada, escrevendo 5x. Para estes alunos é assumida a existência da variável x no segundo monómio, dando origem a uma aplicação incorrecta daquela propriedade.

O professor deve ter em conta que a realização de alguns exemplos numéricos pode ser uma estratégia eficaz para que reconheçam que a equivalência que propõem é incorrecta. Assim, se $x = 2$, $2x + 3$ assume o valor $2\times 2 + 3$, ou seja, 7 enquanto $5x$ assume o valor 5×2, ou seja, 10. Por vezes, é mais difícil para os alunos atribuir significado a expressões algébricas, do que, propriamente, a equações. Daí que, alguns deles sejam tentados a acrescentar a uma expressão algébrica “ = 0 ”, transformando-a numa equação que, em seguida, tentam resolver.

O *Novo Programa de Matemática* indica que a aprendizagem das operações com monómios e polinómios e da simplificação de expressões algébricas deve ser progressiva e recorrer a situações que permitam aos alunos compreender a manipulação simbólica envolvida, por exemplo, efectuando cálculos a partir de expressões algébricas, substituindo as letras por valores numéricos.

Numa retrospectiva daquilo que é a aula de matemática usual, Ponte e Serrazina (2009), referem:

> Na aula de Matemática usual, o professor começa por explicar os novos conceitos, frequentemente em diálogo com os alunos, exemplifica um ou dois casos e passa exercícios para os alunos resolverem, aplicando a matéria dada. Esses exercícios são depois corrigidos pelo professor ou por um aluno escolhido para ir ao quadro. (p.3)

Agora o que se procura é que a actividade a realizar pelo aluno assuma outra natureza, desenvolvendo-se a partir de tarefas de cunho exploratório ou investigativo, seja em contexto matemático ou extra-matemático, ainda por Ponte e Serrazina (2009):

> (…) Os alunos podem ser parte muito mais activa do processo de construção do conhecimento, desde que lhes sejam propostas tarefas desafiantes, que se situem ao seu alcance. Em vez de começar por apresentar a «matéria nova», o professor pode começar por apresentar uma tarefa, assegurando que os alunos a interpretam correctamente. Depois, os alunos desenvolvem o seu trabalho na tarefa, frequentemente a pares ou em pequenos grupos. Segue-se um momento de grande importância — a apresentação do trabalho dos alunos, num ambiente de discussão e argumentação. Finalmente, a aula termina com uma síntese das principais ideias aprendidas, feita em conjunto pelo professor e pelos alunos. Deste modo, em vez de se começar «expondo» as novas ideias, estas surgem na conclusão do trabalho, como um processo de síntese. Em vez de se proporem exercícios para os alunos praticarem processos já conhecidos, propõem-se tarefas em que eles têm de definir estratégias e argumentar soluções. (…) Uma aula deste tipo tem por base uma visão sobre as tarefas a propor, a comunicação que ocorre entre alunos e o professor e a organização das unidades de ensino.(p.3)

De uma perspectiva mais alargada, ou seja, para além daquele que deve ser o trabalho em Álgebra, e de acordo com documentos de apoio à implementação do Novo Programa em sala de aula, estas devem, tendencialmente, seguir um padrão de aula mais "exploratória", onde os alunos são chamados a apresentar a sua contribuição para o que foi o desenvolvimento das tarefas. Uma aula pode ter vários ciclos de, trabalho autónomo dos alunos, organizados normalmente em pares ou pequenos grupos, discussão geral e síntese.

2.2.3. A Álgebra na História da Matemática

O desenvolvimento histórico da Álgebra enquanto ciência, está referido em livros de história da Matemática, como sendo lento e habitualmente padronizado em três termos, *Álgebra Retórica*, *Álgebra Sincopada* e *Álgebra Simbólica* (Cavalcanti e Santos, 2010). Segundo Sebastião e Silva e Silva Paulo (1974):

> Mas a verdade é que o simbolismo algébrico, com a sua forma actual, só no século XVII começou a ser usado, após uma longa evolução em que, da linguagem escrita comum (álgebra retórica), se passou a uma espécie de estenografia com base em abreviaturas e em certas convenções (álgebra sincopada), para finalmente se chegar à concisa e penetrante linguagem de símbolos hoje empregada (álgebra simbólica).(p.213)

A Álgebra dos dias actuais, resulta de uma evolução que atravessou séculos. Devemos a Viète, a utilização de letras para representar valores desconhecidos e a Descartes o aperfeiçoamento de tal simbolismo.

Antes disso, em registos que datam de 300 a.C., Euclides de Alexandria dedicou dois (II e V) dos seus trezes livros à Álgebra, em que as quantidades desconhecidas eram representadas por figuras geométricas, chegando mesmo o livro II a ser classificado, em 1882 por Hieronimus Zeuthen, de Álgebra Geométrica. Mas de acordo com vários autores foi Diofanto quem introduziu o método da linguagem sincopada, na sua forma inicial. Pertence a Pedro Nunes o ponto mais alto deste método, escrito em *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*.

A fase mais primitiva da Álgebra, e referida como Álgebra Retórica, respeita à data de 2000 a.C. e 1600 a.C., em que os textos eram escritos na linguagem vernácula da época paleobabilónica. Na obra Papiro de Ahmes, também conhecido por Papiro de Rhind, da mesma época encontramos problemas que dizem respeito ao quotidiano dos egípcios, bem como outros problemas que dizem respeito aos próprios números, como por exemplo, " *um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Diga-me qual é a quantidade*?" referido em Cavalcanti e Santos, 2010. Aquilo a que damos o nome de incógnita fica aqui representado com a palavra *montão*.

3. Proposta Didáctica

3.1. Caracterização da Escola

A Escola Secundária D. João V tem 30 anos. Tem 1050 alunos, dos quais 200 com subsídio social. No desenrolar deste ano lectivo, tenho conhecido a realidade desta escola, situada na Damaia, freguesia do concelho da Amadora. Esta escola, devido à sua área de influência geográfica (Buraca, Damaia e Alfragide), zonas com comunidades com graves problemas sociais, faz dela uma escola especial, com alunos portadores de problemas vários, levando-os a comportamentos desviantes e a uma desmotivação, face à aprendizagem e ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

Enquanto estrutura física, a escola tem, as salas de aula, o Pavilhão Gimnodesportivo, os Campos Desportivos, as Salas de Estudo, e a Biblioteca. O Gabinete de Orientação Escolar, a Reprografia, a Biblioteca / Centro de Recursos, a Sala de Professores, as Salas de Trabalho para os Directores de Turma e Professores, a Sala dos Assessores dos Cursos Nocturnos e a Sala de Recepção dos Encarregados de Educação e Refeitório. A escola tem cerca de 130 professores, no caso da disciplina de matemática são 12. No caso do grupo de professores este integra, junto com mais 3 grupos o Departamento de Matemática e Ciências Experimentais.

Em relação às ofertas educativas, a escola tem 3º ciclo, Secundário, Cursos de Educação e Formação (CEF) e Cursos de Educação e Formação de Adultos (EFA). A escola caracteriza-se por ter um grande número de turmas com percursos alternativos, como resposta de adequação à realidade de grande parte do universo de alunos.

A escola possui vários projectos e clubes, de teatro, azulejaria, fotografia, meteorologia, no entanto, não existe nenhum na área da Matemática.

3.2. Caracterização da Turma 8º 2 e sua Organização

A turma é constituída por 19 alunos, 4 rapazes e 15 raparigas. À data do início do ano lectivo de 2009/2010 a média de idades da turma é de 13 anos. Na turma, um aluno é categorizado como apresentando síndrome de autismo.

Em relação às habilitações académicas dos Encarregados de Educação (38), apenas 5 têm habilitação académica desconhecida, dado se tratar de um campo não preenchido nas Fichas de Identificação dos Alunos. A distribuição dos restantes 33, pelos diferentes ciclos de estudos faz-se de acordo com o gráfico que se apresenta de seguida:

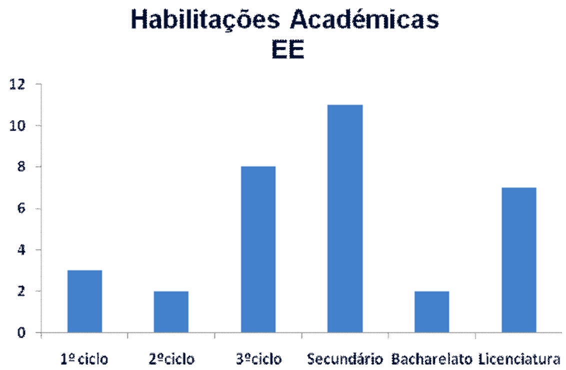


Figura 1: Gráfico com número de EE, distribuídos pelos diferentes níveis de habilitações académicas

No que respeita às suas condições de estudo em casa, nomeadamente no que se refere ao trabalho com computador, à excepção de dois alunos, todos têm computador e acesso à internet em casa. Note-se que a biblioteca da Escola também oferece aos alunos a possibilidade de acesso à internet.

Note-se que, quer pelas habilitações académicas dos encarregados de educação, bem como pelas condições de estudo em casa, nomeadamente no que se refere ao acesso à internet, esta turma destaca-se daquilo que é o panorama geral dos alunos desta escola, conforme descrito no início desta secção.

No que respeita a retenções, três dos alunos são repetentes.

Em relação ao aproveitamento escolar dos alunos, o quadro seguinte apresenta o número de alunos, distribuídos pelos diferentes níveis obtidos, em

Matemática, no 3º período de ano lectivo transacto (2008/2009) e no 1.º e 2.º períodos do corrente ano lectivo.

Níveis	Classificações 7.º ano 3.º P	Classificações 8.º ano 1.º P	Classificações 8.º ano 2.º P
1 e 2	6	7	11
3	9	9	4
4	4	3	3
5	0	0	1

Quadro 1: Notas dos alunos da turma 8º2

Em relação ao 1.º período, dos 19 alunos da turma, apenas dois obtiveram nível superior ao que tinham no final do 3º período do ano lectivo 2008/2009. Dos restantes 17, quatro baixaram a nota em relação ao resultado no final do 7º ano. Se pretendermos fazer uma análise respeitante à qualidade das positivas, podemos verificar que no último período do 7º ano, 13 alunos obtiveram positiva, em que a nota mais frequente foi três. No primeiro período deste ano lectivo, a turma teve 12 positivas, das quais 9 foram de nível três. Totalizando 63% de positivas. No que respeita ao segundo período, a percentagem de positivas diminuiu para 42%, surge, no entanto, uma avaliação de nível 5. Pelos resultados obtidos pode concluir-se que a turma em geral revela fraco aproveitamento, o que poderá relacionar-se com o fraco empenho e trabalho fora do contexto de sala de aula.

Pelo que se pode analisar, partindo da Pauta de Avaliação, a turma tem um aproveitamento, na globalidade das disciplinas, médio baixo. Destacando-se apenas cinco alunos com média de 4, e 8 alunos em situação de retenção.

Em relação ao comportamento, a turma não apresenta qualquer problema nas aulas desta disciplina. São alunos pacatos e respeitadores das regras. Fazem a sua entrada e saída na sala de aula de forma ordeira, respeitando as ordens que lhes são dadas.

Na disciplina de Matemática, os alunos trabalham em grupo e sempre na mesma sala. Existem cinco grupos de trabalho. Distribuídos da seguinte forma:

quatro com 4 elementos cada um, e um com apenas 3 elementos. À excepção deste último, todos os grupos são heterogéneos quanto ao sexo e no que respeita ao aproveitamento. A distribuição dos alunos por grupo, não foi feita por critérios que eu tenha definido. À data de 26 de Março de 2010, último dia do 2.º período, a constituição dos grupos sofreu alterações, conforme se explica, no capítulo Metodologia do presente trabalho.

A disposição das mesas na sala é feita de acordo com a planta que se apresenta de seguida. As mesas "traçadas" são as que estão desocupadas. Para além do que se apresenta, a sala está equipada com cinco computadores fixos, retroprojector e projector.

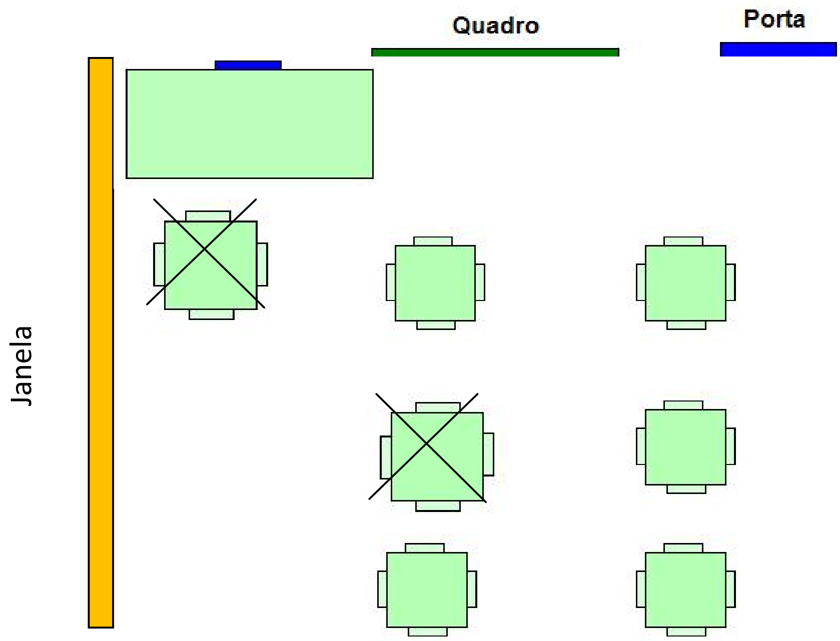


Figura 2: Planta da sala de aula

3.3.- Apresentação da Sequência de Aulas e Explicitação das Estratégias de Ensino

O trabalho em aula desenrolou-se com base num conjunto de tarefas. As tarefas foram construídas promovendo, como forma de trabalho mais usual, o trabalho em grupo, não alterando a dinâmica habitual da turma.

Com este conjunto de tarefas pretende-se dar cobertura a todos os objectivos específicos associados aos subtópicos a tratar, bem como às capacidades transversais que percorrem o currículo. A sequência de tarefas traduz a forma como se pensou a sequência de aprendizagem.

A planificação dos 5 blocos concretizou-se na elaboração de planos de aula e, de forma mais ampla, na construção de uma grelha (página trinta e dois), onde é possível ter-se uma visão mais estruturada em termos do que foi trabalhado.

Para este conjunto de aulas, foram construídas quatro tarefas, compostas por questões de natureza diversa. De acordo com o NPMEB (2007), o professor deve propor aos alunos a realização de diferentes tipos de tarefas. Assim, duas das quatro tarefas elaboradas contemplam questões de carácter rotineiro. Trata-se de exercícios que permitirão desenvolver o treino no trabalho com expressões algébricas e equações literais e que foram, à partida, pensados para serem resolvidos como trabalho de casa. As restantes questões são, na sua maioria, problemas.

As tarefas foram construídas de forma a que os alunos as desenvolvam baseando-se em conhecimentos anteriores. Desta forma, todas elas envolvem alguns conceitos já conhecidos dos alunos. A exploração das questões propostas, no sentido do acréscimo ao que já se sabe e pretende que os alunos adquiram, partirá essencialmente da negociação de significados, entre alunos e o professor e os alunos. Nesse sentido, cada tarefa tem um grau de estruturação elevado, sendo constituído por diversas questões que ajudem os alunos no seu percurso de aprendizagem. A opção por este patamar de estrutura e dificuldade foi deliberado, na medida em que se pretende que os alunos se mantenham interessados. Um grau de exigência demasiado elevado pode levar estes alunos a desistirem da tarefa à partida. De acordo com Stein e Smith (1998):

> (…) o Quadro das Tarefas Matemáticas distingue três fases através das quais passa a tarefa: primeiro, como elas surgem no currículo ou materiais de ensino, nas páginas dos manuais, materiais auxiliares, etc.; a seguir, como elas são apresentadas ou anunciadas pelo professor; e, finalmente, como elas são de facto implementadas pelos alunos na sala de aula – por outras palavras, a maneira pelas quais os alunos realmente trabalham sobre a tarefa. Todas estas fases, mas especialmente a de implementação, são vistas como influências importantes sobre o que alunos realmente aprendem, como ilustra o trapézio da figura (p.4)

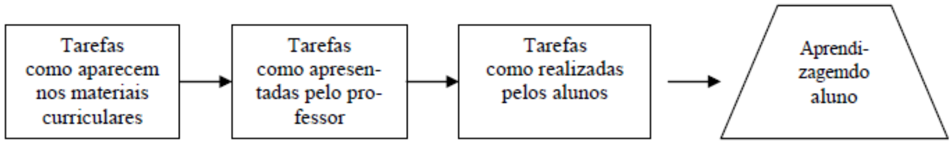


Figura 3: O Quadro das Tarefas Matemáticas

Do que é pensado e objectivado durante a construção de cada tarefa e do conjunto de tarefas, pode na prática não se concretizar ou, pelo menos, não da forma como foi projectado. Segundo o quadro das tarefas matemáticas, apresentado acima, existe diferença entre a tarefa, tal como é elaborada, e aquilo que os alunos efectivamente aprendem. Assim, o professor ao traçar um percurso deve ter em conta não só os objectivos que pretende que os alunos alcancem, mas também a forma como deve actuar para que eles sejam efectivamente conseguidos. É necessário que os alunos tenham tempo suficiente para desenvolverem as tarefas e é essencial que o professor acompanhe e valorize os raciocínios dos alunos, estimule justificações, explicações e significados através dos seus comentários e do *feedback* que dá (Stein & Smith, 1998).

No que respeita à metodologia de trabalho em aula, os alunos, tal como já foi dito, trabalharam em grupo. Neste conjunto de aulas, os momentos de aula estão bem definidos e seguem uma estrutura semelhante. Um primeiro momento centra-se na apresentação da tarefa pela professora e do que é esperado que realizem e com a indicação do tempo que dispõem para o fazer. Um segundo momento, em que os grupos desenvolvem a tarefa e em que a professora poderá, depois de um tempo inicial estabelecido, responder a dúvidas. O objectivo é que os alunos esclareçam o mais possível as dúvidas dentro do grupo e só em caso de insucesso recorram à professora. Num terceiro momento, é realizada a discussão com toda a turma acerca do trabalho desenvolvido. Seguidamente, sob orientação da professora, é realizada uma síntese. Para finalizar, os alunos são chamados a esboçar o sumário e dá-se a informação sobre o trabalho de casa, se aplicável. Obviamente, que estas fases podem sofrer alterações, nomeadamente, tendo em conta as dificuldades que os alunos apresentem, bem como a qualidade e quantidade de trabalho que consigam desenvolver.

Como já referido anteriormente, os cinco blocos de noventa minutos que leccionei incidiram sobre o tema Álgebra. Foram trabalhados os subtópicos expressões algébricas e equações literais. Com vista a aprofundar o estudo das relações algébricas e a sua simbolização, fundamental para o desenvolvimento da noção de variável e para a compreensão da linguagem algébrica, foram trabalhadas sequências e regularidades, conforme indica o NPMEB (2007).

No decorrer da unidade fez-se, intencionalmente, uma ponte com os tópicos equações e funções, onde já estão incluídos grande parte dos objectivos e capacidades transversais a trabalhar.

3.4- Enquadramento da Proposta Pedagógica no Programa e Apresentação da sua Planificação

Nesta secção, irei fazer referência aos pré-requisitos necessários ao desenvolvimento do subtópico equações e sequências, considerando as tarefas propostas e os objectivos delineados.

Na elaboração da proposta pedagógica tendo em conta o objectivo do meu estudo dei mais atenção à comunicação matemática onde, os alunos se iniciam em tarefas que envolvem explicitação e debate de ideias, tão úteis para a tomada de consciência da própria estrutura de pensamento. No NPMEB (2007):

> A comunicação, oral e escrita, tem um papel essencial na aprendizagem da Matemática, contribuindo para a organização, clarificação e consolidação do pensamento dos alunos. Estes devem ser incentivados a exprimir, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com o professor. Além disso, a leitura e interpretação de enunciados matemáticos e a realização de tarefas que integrem a escrita de pequenos textos, incluindo descrições e explicações, também contribuem para o desenvolvimento desta capacidade. (p.30)

Comunicação matemática é uma das três capacidades transversais a toda a aprendizagem matemática. Juntamente com a resolução de problemas e o raciocínio matemático. Segundo o NPMEB (2007), “ (…) os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático.” (p.5) Para a promoção da comunicação matemática muito depende do papel do professor. Neste contexto, o professor deve comunicar com rigor e clareza, deve dar tempo suficiente para o aluno raciocinar, ouvir as ideias dos outros, colocar em discussão essas ideias, validá-las colectivamente e dar a devida relevância às conclusões a tirar (Sousa, Cebolo, Alves e Mamede, 2009, p.4).

No que diz respeito aos pré-requisitos necessários, é fundamental o trabalho que tenham desenvolvido no tópico equações do 1º grau, a partir das quais tomam contacto com o conceito de incógnita e onde podem ter a oportunidade de resolver alguns problemas de carácter mais próximo ao do contexto real, não exclusivos desse tópico.

Para este subtópico, como já referido anteriormente, as sequências serviram de base ao trabalho com expressões de grau dois e à sua simplificação, permitindo também fazer a ponte com os casos notáveis da multiplicação de binómios. É pois de enorme importância o trabalho prévio que tenha sido feito neste domínio, com grande ênfase no primeiro ciclo e naturalmente aquando do trabalho com Álgebra no segundo ciclo. Onde foram abordadas questões como a lei de formação, utilizando linguagem simbólica e linguagem natural e determinação de termos a partir da mesma.

É importante que se possa analisar de forma mais específica os conceitos matemáticos, as dificuldades e a forma como foi planeada esta intervenção.

No trabalho com expressões algébricas é importante que os alunos reconheçam a noção de equivalência de expressões. A equivalência de expressões algébricas tem de ser justificada pelas propriedades das operações – comutativa, associativa, distributiva, existência de elemento neutro ou elemento absorvente – ou pela definição das operações inversas ($x = b - a$ se e só se $x + a = b$, etc.). Note-se, ainda, que a equivalência de expressões é representada com o sinal de igual. Como já referido anteriormente, um sinal, que pelos seus diversos sentidos levanta dúvidas aos alunos. Estes devem, compreender que quando escrevemos $2x + x = 3x$ não estamos a dizer que as expressões algébricas são iguais, mas sim que ambas assumem o mesmo valor, para o mesmo valor atribuído a x, ou seja, que são equivalentes.

A compreensão das expressões algébricas pelos alunos envolve diversos aspectos. Um primeiro aspecto é a compreensão da noção de monómio e da sua representação ou seja, reconhecer, por exemplo, $2x$ como sendo uma forma abreviada de escrever 2× x. Em que x é um monómio. Outro aspecto tem a ver com a simplificação de monómios semelhantes, que depende, em grande medida, da compreensão da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Esta simplificação assume maior dificuldade quando os coeficientes dos monómios a simplificar são fraccionários ou têm sinais diferentes, ou numerais mistos, como terei oportunidade de explorar mais adiante neste trabalho. Importa ainda referir que as dificuldades que os alunos têm em Aritmética também contribuem para fazer realçar as dificuldades em Álgebra.

De seguida são apresentadas as tarefas propostas aos alunos. Pretendo com esta descrição tornar visíveis quais os objectivos que me guiaram na sua construção. São explorados alguns pormenores, nomeadamente os que dizem respeito às dificuldades que previsivelmente ocorreriam e que antecipadamente quis minimizar.

Tarefa 1 (anexo 6)

Com esta tarefa pretende-se que os alunos iniciem o trabalho com equações literais, com base em conhecimentos anteriores, e sem que haja necessidade de introduzir qualquer conteúdo matemático. O facto de trabalhar com questões associadas a temperaturas, permite ter sempre presente uma ligação com questões do dia-a-dia.

Para auxiliar à generalização/construção da expressão algébrica pode surgir a necessidade de proceder a um maior número de repetições, daí que a questão 1.2. peça para atribuírem *outros três valores diferentes para a temperatura e graus Celsius*.

A construção das perguntas leva a que ocorra a necessidade de isolar uma das variáveis, mostrando que qualquer uma delas pode funcionar como incógnita, de acordo com a necessidade de resposta ao problema. Pretende-se que surja a noção de escrever em ordem a uma das letras, cujo desenvolvimento tem suporte no trabalho já desenvolvido com a resolução de sistemas a duas incógnitas. Será feita referência às vantagens desta manipulação.

Tarefa 2 (anexo 7)

Com esta tarefa pretende-se que os alunos efectivem o trabalho com equações literais.

A questão número um trabalha a interpretação do enunciado, associando a cada incógnita um significado que será necessariamente trabalhado para a selecção da estratégia de resolução e para a justificação das respostas. Esta questão permite uma abordagem à modelação de situações reais. Os alunos podem perceber de que forma a matemática pode intervir em questões do " dia-a-dia".

Com a questão 1.2. o que se pretende é dar continuidade ao trabalho da interpretação do enunciado. Podem ser colocadas questões relacionadas, por exemplo, com a desvalorização de ano para ano.

A questão 1.3. trabalha a noção de escrever em ordem a uma das letras, dando seguimento ao trabalho iniciado com a tarefa 1. Na questão 1.4. será tido em conta se os alunos deram uso à expressão encontrada em 1.3. referindo-se essa opção como uma estratégia de trabalho e economia de passos.

Na questão número dois pretende-se que os alunos identifiquem o erro, pretendendo sejam críticos no que respeita à resolução apresentada. Mais do resolver mecanicamente, procura-se que os alunos compreendam efectivamente a manipulação algébrica. Com este exercício pretende-se aferir se este objectivo foi alcançado pelos alunos.

O exercício três é de carácter mais rotineiro, podendo ser resolvido em casa, caso a resolução e discussão da tarefa se prolongue.

Tarefa 3 (anexo 8)

Nesta tarefa, a questão um pretende desenvolver um trabalho em torno da manipulação e simplificação de expressões.

A passagem da questão um para a questão dois implica a introdução de noção de monómio, bem como dos termos, parte literal, coeficiente, grau e monómios semelhantes. Dá-se um salto de questões com algum suporte concreto para outras de carácter mais abstracto. Fazendo-se surgir os monómios não associados a figuras, ou a qualquer outro contexto não estritamente matemático.

O primeiro problema tem questões orientadas, o que vai permitindo aos alunos tomar contacto com diversos entes algébricos. Estabelecer conexões com conceitos anteriores, como por exemplo, o de perímetro, permitir-lhes-á adicionar monómios sem que seja necessário formalizar o conceito.

Tarefa 4 (anexo 9)

Dado que os alunos trabalharam sequências no ano anterior assim como, no decorrer deste ano, já estão familiarizados com as terminologias associadas ao tópico, nomeadamente termo e ordem, o que se pretende agora é que trabalhem com sequências com maior grau de complexidade, e que envolvam expressões de segundo grau.

Na questão um, as sequências surgem como resposta ao problema apresentado, permitindo estabelecer conexão entre a expressão algébrica e as figuras obtidas. A inclusão da tabela teve o intuito de ajudar na organização da informação, dado que o problema trabalha com vários objectos simultaneamente. Os azulejos brancos, os azulejos cinzentos e a totalidade de azulejos.

A questão dois assenta num trabalho menos palpável, na medida em que não há à partida um suporte visual para o seu desenvolvimento. O facto de não ter associada uma sequência de figuras exige um maior grau de abstracção por parte dos alunos, dado que a questão está somente associada à sequência de números, e à sua lei de formação.

Planificação da Unidade

<table>
<tr><th>Blocos</th><th>Subtópico</th><th>Objectivos Específicos</th><th>Notas</th><th>Tarefa</th><th>Instrumentos</th></tr>
<tr><td>1
12/04/2010
Segunda-feira</td><td>Equações Literais</td><td rowspan="2">- Resolver equações literais em ordem a uma das letras</td><td></td><td>Tarefa 1</td><td>Papel e lápis
+ régua
+ calculadora</td></tr>
<tr><td>1
13/04/2010
Terça-feira</td><td>Equações Literais</td><td></td><td>Tarefa 2</td><td>Papel e lápis</td></tr>
<tr><td>1
14/04/2010
Quarta-feira</td><td>Equações Literais
Expressões Algébricas</td><td></td><td>(completar a tarefa 2)</td><td>Tarefa 2
Tarefa 3</td><td>Papel e lápis</td></tr>
<tr><td>1
15/04/2010
Quinta -feira</td><td>Expressões algébricas</td><td>- Simplificar expressões algébricas
- Adição de monómios</td><td>Propor a representação de sequências de fracções em que os numeradores e os denominadores tenham relações simples</td><td>Tarefa 3
Tarefa 4</td><td>Papel e lápis</td></tr>
<tr><td>1
19/04/2010
Segunda-feira</td><td>Operações com polinómios</td><td>-Simplificar polinómios de grau superior ao primeiro</td><td></td><td>Tarefa 4</td><td>Papel e lápis</td></tr>
</table>

3.5. – Conceitos Matemáticos

Para esta unidade de ensino e para aquele que é o tema deste relatório, foram tidos em conta, como principais, os conceitos de equação, equação literal, fórmula e expressão algébrica. As definições e terminologia, apresentadas de seguida, seguem o Compêndio de Álgebra, de Sebastião e Silva e Silva Paulo.

Equação - é toda a igualdade cujos membros contêm uma ou mais incógnitas.

Equação de 1º grau – toda a equação que, pela aplicação dos princípios de equivalência, se pode reduzir à forma $a\,x + b = 0$, sendo x a incógnita.

Equação Literal – equação em que figuram duas ou mais letras, umas que consideramos designativas de quantidades conhecidas ou dadas (parâmetros), e outras, que consideramos designativas de quantidades desconhecidas (incógnitas).

Fórmula - equação literal, associada normalmente ao uso mais rotineiro, como a fórmula das áreas, ou volumes.

Expressão algébrica - qualquer expressão com números e/ou letras e em que entre os entes matemáticos existem operações aritméticas.

Uma equação traduz uma pergunta: "quais são os números que, tomados como valores da incógnita na igualdade, transformam esta numa igualdade numérica verdadeira?"

Assim, dá-se o nome de **raiz** ou **solução** da equação a todo o número que, com um valor atribuído à incógnita, transforme a equação numa igualdade numérica verdadeira. Uma equação pode ter uma solução, várias soluções ou nenhuma. Classificando-se, respectivamente, como possível determinada, possível indeterminada e impossível. Daí que, resolver uma equação seja encontrar a sua solução ou soluções.

Equações equivalentes – uma equação diz-se equivalente a uma outra, quando toda a raiz da primeira é raiz da segunda e reciprocamente, toda a raiz da segunda é raiz da primeira, ou quando são ambas impossíveis.

Para a resolução de equações há que ter em conta diversas transformações, também chamadas transformações elementares de equivalência, que se baseiam nos seguintes princípios:

1º Princípio de Equivalência, substituindo um dos membros duma equação por uma expressão equivalente a esse membro. Através de transformações como:

i. Desembaraçar de parêntesis e

ii. Reduzir os termos semelhantes, operação indicada pelo célebre matemático árabe Al-Khowarismi com termo al-mukabala.

2º Princípio de Equivalência, quando um dos membros de uma equação é soma de duas ou mais expressões, obtém-se uma equação equivalente À primeira, passando para o outro membro uma qualquer dessas expressões com sinal trocado.

3º Princípio de Equivalência, multiplicando ambos os membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero, obtém-se uma equação equivalente à primeira.

No caso das equações literais, o trabalho mais habitual resulta da necessidade de isolar uma das letras. Para esta manipulação há a ter em conta, qual das letras será tida como incógnita e qual a que será considerada como sendo um parâmetro. Para a operacionalização dessa manipulação mantêm-se os princípios de equivalência enunciados anteriormente.

3.6.- Breve Descrição das Aulas

12 de Abril de 2010 (Segunda-Feira)

A entrada na sala de aula decorreu com normalidade. Os alunos tomaram os seus lugares e apesar de ser a primeira aula em que ocupavam novos lugares, rapidamente se prepararam para começar a trabalhar.

Distribuí o enunciado da tarefa a todos os grupos. Os alunos iniciaram o trabalho, e desde logo se mostraram empenhados, não tendo manifestado dificuldades, nem na interpretação nem no desenvolvimento. Os grupos trabalharam autonomamente, respeitando os tempos que lhes eram dados para o desenvolvimento do trabalho.

Estava planeado que os alunos desenvolviam toda a tarefa e que de seguida se procederia à sua discussão. No entanto, como primeira etapa o que se pretendia era que todos os grupos chegassem até à questão três. Pelo diferente ritmo de trabalho dos grupos, houve necessidade de se estender em mais cinco minutos o tempo dado, só posteriormente se passou à fase de discussão. Desta forma, a aula terminou com a discussão da tarefa sem que eu tenha feito a síntese final. Para a discussão optei, como estratégia mandar alguns alunos ao quadro resolver todas as questões.

Ao reflectir sobre a discussão da tarefa, apercebi-me que tinha sido desejável que as questões 1.1., 1.2. e 2.1, fossem apenas corrigidas oralmente, já que todos os grupos as tinham feito correctamente. Trazê-las para a discussão fez com que esta se tratasse de uma correcção, o que se tornou uma estratégia desadequada.

Dos cinco grupos de trabalho, dois resolveram a representação dos pontos no referencial (1.2.), marcando-os e unindo-os por uma recta, o que não respondia à questão proposta. Este facto foi referido por mim quando se discutia o trabalho realizado. Todos os grupos escreveram a expressão algébrica que relaciona graus Fahrenheit com graus Celsius, no entanto, houve um grupo que o fez na questão anterior, abreviando a ordem das questões propostas.

Do trabalho que foi proposto aos alunos, pode dizer-se que o conseguiram realizar com sucesso, ainda que nem todos os grupos tenham resolvido a tarefa até ao fim. Do ponto de vista, do meu trabalho, e essencialmente decorrente da necessidade de dar mais tempo aos alunos para realizarem a tarefa, ficou por concretizar o principal objectivo definido para a aula, que se prendia com a introdução ao tópico das equações literais. Ao não ter feito a síntese, ficou por referir a noção de equação literal, o conceito de fórmula e o procedimento de escrever uma equação literal em ordem a uma das letras. Assim, a questão quatro da tarefa foi indicada como trabalho para casa.

Para o que tinha sido proposto como objectivo para a turma, todos os grupos o concretizaram, ainda que um dos grupos o tenha feito com a persistente ajuda de uma outra professora presente na aula.

A saída da sala de aula, foi feita de acordo com a minha ordem. Os grupos vão saindo um de cada vez, para que não se gere confusão e barulho ao abandonarem a sala. Esta estratégia junta-se a duas outras, uma que diz respeito ao esperar a turma à porta da sala e ao cuidado que devem ter ao deixarem as mesas limpas.

Desta aula saem algumas recomendações para a aula seguinte, nomeadamente a necessidade de a iniciar fazendo um ponto da situação, de forma a que possa ir buscar o que ficou por referir em relação ao tópico matemático em estudo.

13 de Abril de 2010 (Terça-Feira)

Comecei por estabelecer relação com a aula anterior, retomando as questões 1.3. e 2.2. da tarefa 1, às quais acrescentei alguns exemplos. Dessa forma, pude introduzir o conceito de equação literal e de como escrever uma equação em ordem a uma das letras, e também referir a utilidade subjacente a esta manipulação.

Seguidamente passámos para a resolução da Tarefa 2, não sem antes eu ter esclarecido o termo de *valor monetário*, uma vez que este podia acrescentar dificuldade, na interpretação do problema.

Os grupos resolveram a tarefa, revelando alguma dificuldade nas duas primeiras alíneas, onde era essencial uma correcta interpretação do enunciado. Daí em diante, as questões de carácter mais rotineiro foram sendo resolvidas sem grande dificuldade. Durante a resolução da tarefa recolhi o trabalho de casa (questão 4 da tarefa 1).

Na discussão foram analisadas as questões 1. e 2.1. e identificados os erros nas equações de 2.2 e 2.3. O enunciando desta questão levantou algumas dúvidas à turma, apesar de noutras aulas já terem resolvido questões idênticas. Os grupos procuravam erros em cada linha da resolução, embora tenha sido dito que existia apenas um erro. Os alunos responderam quando lhes foi solicitada a sua participação mas, pode considerar-se que de forma geral não foram tão participativos como se desejaria. Quando questionei a turma sobre se algum grupo tinha resolvido a questão utilizando estratégias diferentes, acabou por surgir pelo menos uma resposta, mas tal não aconteceu de forma espontânea, como eu gostava que tivesse acontecido. Todo o trabalho decorreu sem problemas ao nível da disciplina e comportamento.

No fim da aula para além de indicar qual o trabalho de casa, pedi a um aluno que dissesse o sumário, à semelhança de outras aulas, conseguiu fazê-lo de forma objectiva.

Ficou como recomendação para a próxima aula, retomar a questão da escrita de uma equação em ordem a uma das letras.

14 de Abril de 2010 (Quarta-Feira)

Depois dos grupos estarem prontos para trabalhar comecei por fazer referência ao trabalho de casa que tinha recolhido na aula anterior. Não surgiu a necessidade de ser discutido dado que uma boa parte dos alunos o tinha resolvido correctamente. Os outros alunos tiveram oportunidade de o realizar na aula de apoio que decorre às terças-feiras à tarde.

Depois desta introdução que serviu também para estabelecer ligação com a aula anterior, passámos à discussão do trabalho de casa, que se referia à correcção dos erros em equações literais. Pedi a dois alunos que apresentassem o seu trabalho no quadro, a partir do qual se analisariam as dúvidas. Os alunos mostraram algumas dificuldades, nomeadamente pelo exigente grau de abstracção. É lhes difícil entender que a resolução deste tipo de equações, não leva à obtenção de um valor concreto.

Durante a verificação da questão 3 identifiquei algumas dificuldades, daí que senti necessidade de fazer uma correcção mais detalhada. Ainda que uma das alíneas tenha voltado a ficar para trabalho de casa.

De seguida, distribui o enunciado da tarefa 3, e de forma imediata os grupos começaram a trabalhar. À semelhança de outras aulas, reagiram bem e conseguiram avançar sem que fosse necessário prestar esclarecimentos de maior. Dado o tempo despendido com o trabalho de casa, todos os grupos resolveram a questão 1, mas apenas um dos grupos iniciou a questão 2. Assim que todos os grupos deram por concluída a primeira questão passei à discussão.

Durante a discussão da tarefa, a questão que levantou um maior número de problemas foi a 1.4.. Eram dadas alternativas de resposta e o trabalho fundamental prendia-se com a necessidade de justificação da escolha. Notou-se alguma dificuldade na interpretação das expressões algébricas, em alguns casos decorrentes da má aplicação do conceito de área. O menor grau de dificuldade da questão, em relação a outras já trabalhadas, permitiu aos alunos sentirem-se à vontade o bastante para participarem mais do que tinha acontecido nas duas aulas anteriores.

Como trabalho de casa indiquei as questões 2 e 3. Apesar de, em grande parte os alunos já terem tomado contacto com o subtópico monómios, o que pretendia era que pegando no que já sabiam, pudessem alargar esses conhecimentos para os polinómios.

Para a aula seguinte ficou como recomendação que, explorasse o trabalho que iriam desenvolver em casa, pedindo exemplos de monómios e enfatizando a simplificação de expressões.

15 de Abril de 2010 (Quinta-Feira)

O início da aula dependeria bastante do trabalho que os alunos tivessem realizado em casa, e seria tanto melhor quanto mais participativos fossem. Numa análise feita posteriormente, pareceu-me que não foram assim tantos aqueles que efectivamente leram as páginas do livro que eu tinha mandado na aula anterior. Comecei aula por pedir exemplos de monómios, e por explorar a identificação da parte literal e da parte numérica. Os exemplos que me iam dando eram muito idênticos, daí que acabei por ser eu a ir buscar exemplos de monómios e os casos que mais se adequavam ao sentido que queria dar à aula. Nesta fase da aula os alunos acabaram por ter uma prestação demasiado apagada.

Quando posteriormente passámos a resolução da questão três, os alunos foram participando cada vez mais e esclarecendo as suas dúvidas. Ainda no decorrer desta questão, e dadas algumas perguntas que se iam levantando senti necessidade de esclarecer o enunciado, que julguei à partida claro. Expliquei aos alunos o que se pretendia quando se pedia para simplificar as expressões.

Antecipadamente tinha previsto que a primeira parte da aula levaria algum tempo e quando a terminámos, avancei para a tarefa 4 mas começando pela questão 2. Estrategicamente tinha decidido que em relação à questão um, da tarefa 4, seria mais proveitoso se pudéssemos resolvê-la e discuti-la na mesma aula.

Esta segunda questão, da tarefa 4, surgia assim de forma um pouco desgarrada em relação ao trabalho que estava a ser feito. Nessa medida, houve necessidade de recordar o tópico das sequências, idêntico a uma das alíneas presentes no exercício. Nesta fase da aula, os alunos mostraram-se muito empenhados, discutindo bastante dentro dos grupos. Este é um assunto em que se sentem relativamente à vontade ou em que pelo menos o entusiasmo que por ele nutrem os ajuda a ultrapassar as dificuldades.

Para que a questão não fosse levada ainda para a aula seguinte, optei por pedir aos alunos que oralmente fizessem a resolução até porque, as duas primeiras alíneas, tinham sido resolvidas correctamente por todos os grupos. A terceira que envolvia uma expressão mais complexa foi feita por mim no quadro. Ainda assim, alguns grupos estavam a aproximar-se da resposta correcta.

A aula terminou, com a indicação do trabalho de casa.

Seguindo o que é rotineiro, um aluno disse o sumário, e os grupos foram saindo, da forma ordeira que é habitual.

19 de Abril de 2010 (Segunda-Feira)

Comecei a aula por explicar aos alunos, o motivo pelo qual na aula anterior tínhamos iniciado a tarefa 4 pela questão 2. De seguida, dei indicação para que começassem a resolver a questão 1 da tarefa 4, indicando o tempo que tinham disponível para a realizarem. O enunciado trouxe algumas dúvidas, principalmente em termos do vocabulário português e não vocabulário especificamente matemático. Os alunos mantiveram-se, no entanto, interessado e empenhados na resolução da questão.

No acompanhamento aos grupos, pude identificar algumas resoluções distintas, decorrentes do facto de os alunos terem assumido para termo da sequência não o lado do painel, mas sim o número da figura.

Para além de mim, estavam na sala de aula mais duas outras professoras, que auxiliaram os grupos no trabalho que foram desenvolvendo. Por indicação destas, conforme iam avaliando as dificuldades dos grupos, os grupos foram desenhando algumas figuras da sequência subentendida no enunciado, o que acabou por facilitar a compreensão do problema.

Para a discussão da tarefa optei por chamar um aluno ao quadro. A primeira parte da questão foi resolvida rapidamente, dado que consistia no preenchimento da tabela. Para esta questão projectei no quadro, a tabela. Esta estratégia permite que não se perca tempo, na transcrição do enunciado para o quadro, possibilitando que todos possam acompanhar a discussão.

Aproveitei o facto de, para a mesma questão, terem sido obtidas expressões diferentes, para debater o facto de serem expressões equivalentes. Para fazer essa prova, tive necessidade de falar sobre a multiplicação de polinómios, o que para os alunos foi confuso e difícil. Efectivamente revelou-se um grande salto, no que respeita ao nível de dificuldade com que estavam a trabalhar nas últimas aulas.

Com as dúvidas que iam surgindo e com a percepção que tinha de que os alunos não estavam a acompanhar a minha explicação, fui prolongando um pouco mais o trabalho no quadro, e fui desenvolvendo mais ao detalhe.

No decorrer da tarefa tinha verificado quais os alunos que tinham feito o trabalho de casa e quais as dúvidas que tinham tido. Assim, depois do trabalho em volta da tarefa 4, restaram-me uns minutos para clarificar algumas das dúvidas apresentadas. Como não tinha tempo suficiente para todas seleccionei aquelas que me pareceram envolver manipulações mais elaboradas.

Depois de ter pedido a um aluno que dissesse o sumário, dei indicação aos grupos, um por um, para que fossem saindo.

4.Metodologia do Estudo

Este estudo tem uma natureza descritiva e simultaneamente interpretativa, visando desenvolver e aprofundar o conhecimento sobre o tema definido. Como já foi referido, este trabalho incide sobre a minha prática profissional, no que respeita ao meu discurso. Assim, é fundamental que possa analisar cuidadosamente cada uma das minhas palavras, e as interacções desencadeadas a partir delas.

Deste modo, optei por gravar as aulas em áudio e vídeo, de forma a que estejam disponíveis sempre que sejam necessária a sua análise. O facto de desempenhar simultaneamente o papel de investigadora e professora não me permitia registar os episódios de sala de aula, assim estes instrumentos são importantes para não perder diálogos, que podiam ser esquecidos. Para as gravações foi pedida a autorização dos Encarregados de Educação. Dos dezanove pedidos de autorização que foram enviados para casa, através dos alunos, doze foram aceites. O facto de nem todos os alunos puderem ser filmados, obrigou a uma reorganização dos grupos de trabalho. Esta redistribuição foi feita no dia 26 de Março de 2010, último dia do segundo período do ano lectivo 2009/2010. Foi tida em conta a autorização, bem como outros factores, nomeadamente a anterior constituição dos grupos. Apara serem filmados, se já trabalhavam juntos foram deixados juntos. Os doze alunos ficaram divididos em três grupos com quatro alunos cada. A câmara de filmar foi colocada de modo a que apenas as três mesas de trabalho, dos grupos com autorização, fossem captadas.

A gravação áudio foi feita com um gravador, que estava sempre colocado junto a mim. Optei por não colocar qualquer outro gravador nos grupos, dado que o se pretendia era ter presente a minha interacção com os alunos. Não se tornaria proveitoso, para este estudo, registar o trabalho isolado dos grupos. A dinâmica da aula, de uma forma mais geral, foi gravada através de câmara de filmar, o que cruzando com a gravação áudio permitirá analisar as minhas movimentações na sala, bem como o trabalho desenvolvido no quadro no momento da discussão das tarefas.

Sabendo que o uso de registo áudio e vídeo, podia criar algum desconforto e para que a operacionalização dos meios interferisse o mínimo possível no desenvolvimento da aula, ligava no início da aula e desligava somente no final. Posteriormente foram seleccionados, para análise, momentos específicos da aula, por exemplo, durante a realização da tarefa, no que respeita à abordagem aos grupos, e na discussão com toda a turma.

Para além da já mencionada recolha de dados em áudio e vídeo, foi também utilizado um diário de bordo. Através do qual procedi a registos no decorrer e no fim da aula, a partir das minhas observações.

No diário de bordo, fiz anotações no decorrer das aulas, de forma mais fiel e detalhada possível. Dado desempenhar simultaneamente o papel de investigadora, as anotações permitiram não perder a clareza quando mais tarde analisei os diferentes momentos da aula. Nomeadamente, em relação ao meu discurso registei os episódios mais significativos. Segundo Ponte (2002), "(…) o uso de diários de bordo, onde o investigador regista os acontecimentos relevantes que vão surgindo no decurso do trabalho, em como as ideias e preocupações que lhe vão surgindo. (…) o mais importante não é recolher muitos dados, mas recolher dados adequados ao fim que se tem em vista e que sejam merecedores de confiança."(p.18)

Dadas as características deste relatório é me exigido, de forma acrescida, que tenha uma forte capacidade de reflexão e análise. Será mais do que aprender com a própria prática, estar disponível para criticar e projectar soluções futuras. Trata-se, portanto, daquilo a que Perrenoud (1999) designa por prática reflexiva:

> (…) um profissional reflexivo aceita fazer parte do problema. Reflecte sobre sua própria relação com o saber, com as pessoas, o poder, as instituições, as tecnologias, o tempo que passa, a cooperação, tanto quanto sobre o modo de superar as limitações ou de tornar seus gestos técnicos mais eficazes.
> Enfim, uma prática reflexiva metódica inscreve-se no tempo de trabalho, como uma rotina. Não uma rotina sonífera; uma rotina paradoxal, um estado de alerta permanente. Por isso, ela tem necessidade de disciplina e de métodos para observar, memorizar, escrever, analisar após compreender, escolher opções novas.

Ter uma atitude reflexiva, trata-se de uma condição necessária mas não suficiente para se exercer o papel de professor investigador (Serrazina e Oliveira, 2002). É necessário que seja uma prática instalada e constante, resultante também das alterações que se definam necessárias em consequência de outras reflexões anteriores.

Para além dos instrumentos já referidos, recolhi o trabalho dos grupos por forma a poder examinar as suas produções e cruzá-las com o desenvolvimento e opções didácticas tomadas para cada aula e para cada tarefa, permitindo-me a análise quer, de aula para aula, bem como para a reflexão final sobre as aulas.

<u>5.Análise de Dados</u>

Não pretendendo ser exaustiva, procurei seleccionar partes das aulas onde fossem mais evidentes momentos de interacção e de negociação de significados entre mim e os alunos e entre alunos, tanto no acompanhamento do trabalho dos grupos, como no momento da discussão com a turma. Apresento os episódios numerados e identificados pela aula e pelo dia da semana, o que facilitará a organização, a leitura, bem como a sua análise. Sempre que nas transcrições surge a uma fala da professora, estas referem-se às minhas intervenções.

Episódio 1: *<u>Discutindo a marcação de pontos no referencial</u>* *(Aula 1, 2ª feira)*

Este episódio refere-se à primeira aula sobre equações literais. A tarefa apresentada aos alunos, envolve diferentes escalas de temperatura. Para a resolver, seria suficiente que os alunos utilizassem conhecimentos anteriores. Previa-se que possivelmente teriam dificuldade na formalização e explicitação do seu raciocínio. Depois de resolvida e discutida a tarefa estava previsto que se fizesse uma síntese onde surgiria o conceito de equação literal.

Passados poucos minutos de ser entregue a tarefa, comecei a circular pela sala, procurando garantir que, por um lado os grupos já tinham começado trabalhar e que não existiam dúvidas que os impedissem de iniciar o trabalho.

Professora – Então, onde vão?

A – Na 1ª stora.

Professora – Na 1ª?! Está bem, tudo bem!

A – Vamos agora para a 1.2.

Professora – Para a 1.2., muito bem.

Afasto-me percorrendo outros grupos, quando volto a aproximar-me deste grupo, os alunos A e a V, estão a debater, ainda, a mesma questão, C escuta-as atentamente. Ouço e acabo por intervir:

Professora – Então?

A – Então nós queremos fazer um gráfico, um gráfico é isto (apontando para os eixos).

Professora – Isso não é um gráfico, pois não?

A – Não, é um referencial cartesiano.

Professora – Ah!

A – pomos aqui um coisinho e aqui os Celsius.

V – Sim, mas para achar os pontos tens que fazer assim (apontando para o caderno onde tinha representado um T).

A – Ah é isso…

Professora – Qual é a diferença entre aquilo que estão a fazer?

A – Ela quer achar os pontos.

Professora – E tu também.

A – Sim.

C – Tu (V) estás a usar x e y e ela (A) está a usar C e F, mas é a mesma coisa.

Professora – Exactamente.

(V começa a apagar)

Espera V repara, o teu também está certo, podem utilizar a letra que quiserem, só que para nós é mais intuitivo…

A - x e y.

Professora – Não pelo contrário, com o F e com o C porque assim sabes que F são Fahrenheit e C são Celsius.

A – Mas quando falamos e escrevemos fazemos com x e y.

Professora – usamos mais vezes x e y.

V – então vamos no lugar de y por F?

A – sim, no lugar do y,F.

A e **V** – e no lugar de x o C.

Professora – mas estavam as duas a fazer o mesmo, e bem.

Grupo – risos

Neste episódio são claros os momentos de interacção entre alunos e do grupo com a professora.

As alunas discutiam a determinação e marcação de pontos num referencial, com estratégias diferentes mas, ambas correctas. Enquanto uma estava preocupada com a determinação dos pontos, de um ponto de vista de quem queria representar uma recta, dado que tinha escrito a expressão algébrica correspondente à relação entre Fahrenheit e Celsius. Outra, preocupava-se mais em preparar o sistema de eixos e apresentava a determinação dos pontos como que um cálculo auxiliar. A forma como debatiam a questão não lhes permitiu ver que estavam a fazer abordagens diferentes ao problema, mas com o mesmo objectivo.

Fiz algumas correcções de linguagem e incentivei a utilização de letras diferentes, além de incentivar, tentei que entendessem que estavam a fazer exactamente a mesma coisa, e que, o facto de usarem letras diferentes não retira valor ao trabalho e cada um. Procurei que as minhas intervenções não as desviassem do caminho, mas que lhes dessem mais alento para continuar. O grupo estava a fazer um bom trabalho, que correspondia exactamente ao pretendido na questão, no entanto, estava confuso quanto à formalização e foi nessa medida que quis contribuir, orientando o trabalho e tentando estabelecer sempre o paralelo entre as duas resoluções, e sem nunca dizer qual a diferença entre as resoluções consegui que uma das aulas acabasse por responder e identificar essa diferença. Quando uma das alunas começa a apagar o que já tinha feito, peço-lhe que não o faça e reforço que a sua resolução também estava certa. Por opção, todos os elementos do grupo decidem escrever da mesma forma, acabando por optar por x e y .

Deste episódio ressalta essencialmente a questão da utilização das letras, e o esclarecimento do que se entende como sendo intuitivo. Enquanto para mim é mais intuitivo que as letras a utilizar sejam as iniciais de nomes das grandezas, neste caso temperaturas, para os alunos mais intuitivo será x e y , dado que é o que utilizam mais vezes.

Episódio 2: *<u>Utilizar uma equação literal</u>* *(Aula 1, 2ª feira)*

Este episódio reporta ainda à primeira aula e à primeira tarefa. Ilustra a utilização de uma equação, em alternativa a um processo numérico, mais intuitivo para os alunos. Os alunos discutem a utilização da calculadora e as limitações que encontraram no seu uso. Aconteceu no momento em que discutíamos no quadro a tarefa, e surgem algumas resoluções diferentes. A transcrição desta passagem de aula pareceu-me interessante dado que encontramos nela vários tipos de interacção: entre pares de alunos, entre a turma e um aluno, e a minha interacção com um aluno e com a turma.

V – Aqui pede para indicar as temperaturas máximas e mínimas em graus Celsius.

Professora – E então?

Estão a tomar atenção ao que diz a V (para a turma).

V – Temos que inverter o cálculo da questão 2.1.

Professora – E isso significa que fizeram como?

V - 27-32 : 1,8 que dá 2,8 , e no 40 fizemos a mesma coisa.

Professora – Portanto deixa-me lá ver se eu percebi, olharam para a expressão que tinham obtido, ou não?

V – Não.

Professora – Não, então explica lá outra vez.

V - … (a pensar)

Professora – Tu disseste "fizemos o processo inverso", não foi? E o processo inverso, é o processo inverso de quê? Não olharam para a expressão…

V – Olhamos para a expressão da pergunta 1.

Professora – Para esta (F = 1,8C + 32)?

M – Eu acho que o raciocínio do grupo da V não é o mais correcto porque, eu percebi a operação inversa, mas isso não implica trocar o 1,8 como o 32, acho que era mesmo só trocar os sinais, ou seja quando está a multiplicar passa a dividir e quando está a somar passa a subtrair.

Professora – Vamos lá ver, escreveram isso assim na calculadora, por esta ordem?

Sentindo que se estava a levantar alguma agitação na sala de aula, dado que uma grande parte dos alunos não estava a acompanhar o raciocínio do aluno, lancei esta pergunta, não só para o aluno, como para toda a turma. Desta forma pretendia que se voltassem a centrar no que estava a ser discutido e sentissem que esta pausa lhes dava oportunidade de entrarem de novo na discussão.

V – Sim.

Professora – E deu 2,8?

D – Não, na calculadora por essa ordem dá um número negativo.

Professora – Façam lá, 27 – 32 a dividir por 1,8.

Professora – Estou a falar de escreverem a expressão tal e qual ela está aqui no quadro.

M – Dá 9,2.

Professora – Isto que está aqui (apontando) qual é a operação que tem prioridade?

M – É a divisão.

Professora – Se escreverem isto na calculadora, ela faz 1º a divisão, e portanto não vai dar o 2,8. O que é que falta V?

O que é que precisam que seja feito antes da divisão?

R – A subtracção

Professora – E portanto o que é que temos que fazer com a subtracção, para ela acontecer em 1º lugar?

V – Meter entre parêntesis.

Professora – Se fizerem 27 – 32 e depois então sob esse resultado fizerem a divisão por 1,8, ai eu acho que já vai dar 2,8.

A – Mas na minha calculadora não usei parêntesis e deu 2,8.

V – Mas a tua calculadora não faz a expressão toda de uma vez.

Professora – Vamo-nos organizar, reparem na calculadora da A estava a dar porque a dela não faz a expressão toda de uma vez, faz primeiro o 27 – 32 e depois a dividir por 32, ok?

V, o vosso grupo também fez assim?

O facto de ter surgido esta questão do trabalho com a calculadora, pareceu-me muito interessante, do ponto de vista das aprendizagens dos alunos. É bom que percebam que a calculadora é uma ferramenta de trabalho tanto mais eficaz, quanto maior for o conhecimento que têm sobre a sua utilização. Além de que, é importante que percebam as especificidades de cada máquina.

V – Não

Professora – Então como é que fizeram?

Professora – Escreveram da mesma forma, pois não?

V – Não.

Professora – Deu o mesmo resultado?

V – Deu deu

Professora – E como é que fizeram?

V – Resolvemos uma equação.

Professora – Vem cá mostrar-nos.

(V no quadro a escrever o trabalho do grupo)

Quando resolveram essa equação uma expressão, qual foi? É que eu vejo ai um 27 e esse 27 está a substituir quem? Uma letra?

V – Não.

Grupos de alunos – Sim.

Professora – Utilizaram esta expressão (apontando para F=1,8C+32) têm 27 no lugar de F, e vão obter o seu correspondente em graus quê?

V – Celsius.

Professora – O que fez a V e V estão as duas coisas certas, os dois processos são válidos. O que este grupo fez foi pegar no enunciado e utilizar as operações contrárias, no caso deste grupo utilizaram a expressão que tinham obtido e substituíram os graus Fahrenheit por 27 e foram descobrir os graus Celsius.

Para fazer para os 40^0F o processo seria idêntico.

No início do trabalho insisti várias vezes com a questão da expressão que relaciona graus Fahrenheit com graus Celsius, perguntando se a tinha utilizado, se tinham olhado para ela, porque na verdade ter-me-ia dado "jeito" que sim, dado que pretendia chegar à manipulação das letras numa equação literal. A minha insistência pode ter contribuindo para que a aluna tivesse acabado por dizer que sim, que tinha utilizado a expressão, mas na verdade não o mostrou enquanto apresentava o trabalho no quadro. Parece-me que respondeu tentando ir ao encontro das minhas expectativas. O que fizeram foi interpretar o enunciado da alínea anterior, mas no sentido contrário, daí que falem em operações inversas. Mais tarde uma outra aluna, resolve o mesmo problema utilizando a resolução de uma equação. Era o que eu pretendia, chegar à utilização da expressão e ao trabalho desenvolvido com ela. Mas acabei por não aproveitá-lo da melhor forma. Apesar dos dois processos serem válidos, e de ter feito salvaguarda a isso, o que em meu ver foi correcto, devia ter deixado claro que o que se quer é que utilizem a expressão, sendo esse o tipo de trabalho compatível com o ano de escolaridade em questão.

Na sequência da apresentação destas duas diferentes resoluções, uma outra aluna intervêm dizendo que o seu grupo não tinha obtido o mesmo resultado.

C – Professora, a nós deu-nos um valor diferente.

Professora – Deu diferente?!

C – Nós primeiro dividimos por 1,8 e só depois subtraímos 32 e deu -17.

V – Nós quisemos separar a incógnita que é o C e que está junto ao 1,8.

Professora – C anda cá fazer no quadro.

(C faz no quadro)

A – Mas se pegarmos nos -17 que lhes deu e multiplicarmos por 1,8 e somarmos 32 não dá os 27^0C.

Professora – Ok! O que a A diz é que se fossemos fazer uma verificação…, não é? Essa é uma forma de verificarmos se o nosso trabalho está certo. Muito bem A!!

A aluna A entende o significado do que está a ser feito, só assim se justifica que tenha sugerido que se faça a verificação, ainda que não tenha sido este o termo utilizado.

(Voltando à dúvida de C)

Professora – eu posso dividir ambos os membros da equação por 1,8 mas nesse caso o 32 não aparece assim $\frac{27}{1,8} = c + 32$, aparece $\frac{27}{1,8} = c + \frac{32}{1,8}$.

C – Percebi.

Professora – De certeza?

C – Hum hum.

Professora – Ok.

Este erro tem a ver com a resolução da equação. Não a estavam a resolver bem.

Nesta última parte do episódio, encontramos uma aluna, que apresenta o trabalho do seu grupo, que tendo utilizado o segundo método encontrou um resultado diferente. O grupo soube valorizar o facto de conhecer uma equação que relaciona as duas grandezas, mas resolveu mal a equação.

Episódio 3: *__Discutindo a escrita de uma equação em ordem a t__*

(Aula 2, 3ª feira)

O episódio que apresento de seguida diz respeito ao trabalho que um grupo estava a desenvolver com a segunda tarefa. No enunciado da primeira questão, era apresentado um problema que relacionava o valor monetário de um computador e o tempo que tinha decorrido desde a sua compra. Considerando que o termo valor monetário, podia levantar algumas dificuldades na interpretação do enunciado, optei por explicá-lo logo no momento da entrega da tarefa.

Quando percorria os grupos, tentando auscultar de que forma lhe corria o trabalho e se estavam, todos ao mesmo nível no que respeita ao desenvolvimento da tarefa, encontro este grupo em que as dificuldades eram evidentes.

A – Se for assim t =-800-120v.

Professora – A ,A! Não é para experimentar, ok? É para pensar.

Têm assim (sentando-se) … imaginem assim uma equação literal que eu vou dar **a + 3 = b**, se eu pegar no valor de **a** e somar três vai dar **b**, esta está escrita em ordem a quê?

V – a **b.**

Professora – b, ok.

Eu tenho um número que somado com 3 dá **b** não é?

A – É o **a.**

Professora – Exactamente, mas eu agora quero **a** igual a qualquer coisa… como sei o valor de **a**?

A – Não sei o de **b.**

Professora – E depois de saberem o de **b** o que fazem para saber **a**?

D – Subtraímos 3.

Professora – Exactamente, quando souber o valor de **b** faço -3, porque o 3 está a somar e passa com a operação inversa e fica a subtrair e escrevi em ordem a….?

V – A **a**

Professora – É tal e qual resolverem uma equação mas mantendo sempre as duas letras.

E agora vejam esta **3a =-4y+149**, reparem esta não está escrita nem em ordem a **a** nem a **y**, porque para estar escrita em ordem a **a** só lá pode estar uma….

D – Uma incógnita.

Professora – Que é o **a**, agora vou tirá-lo e fica **a= - 4y+149**, fica escrita em ordem **a** e agora se quiser **y.**

A – Fica **y** igual a …

Professora – Não vamos já escrever **y** igual a, nós queremos libertar o **y**, como fazemos?

D – Temos que passar o **a** menos os 149.

Professora – Então (escrevendo) a – 149=4y.

V – **a** menos 149 a dividir por 4 é igual a **y.**

Professora – Exactamente, é manter o **a** imaginando que ele pode ter um valor.

Vejam lá agora se conseguem.

Neste grupo identifiquei algumas dificuldades mais acentuadas, daí que tenha optado por me sentar junto dele e fazer um trabalho não tanto de discussão, mas assente numa explicação utilizando exemplos mais simples, ou que pelo menos procurei que o fossem. Ao invés de lançar perguntas que pudessem ser desafiadoras, optei por desenvolver um trabalho mais estruturante e simultaneamente fechado, em que as próprias perguntas iam empurrando para a resposta, com o objectivo de que pudessem recuperar e ultrapassar as dificuldades.

Uma das alunas do grupo, tentava escrever a equação literal, em ordem a t por um processo de tentativa e erro, evidenciando que não tinha compreendido o conceito e a manipulação envolvida.

Quando abordei o grupo, ao recorrer a outros exemplos o que quis foi que atribuíssem significado ao que estavam a fazer. Procurei que relembrassem o objectivo que temos quando estamos a resolver uma equação: queremos saber o valor das incógnitas e neste caso o valor de uma depende do valor da outra.

Propositadamente não resolvi a questão que estavam a debater, depois da minha explicação abandonei o grupo, para que pudessem retomar o trabalho autónomo.

Episódio 4: *<u>Discutindo as opções e a sua justificação</u>* *(Aula 3, 4ª feira)*

O episódio que vai ser apresentado de seguida diz respeito à tarefa 3 e à discussão que um grupo mantinha em relação à área de apenas uma parte de um rectângulo que estava dividido em duas partes, em que uma delas era um triângulo. Esta tarefa surge como forma de introduzir o subtópico monómios e polinómios, tendo por base os conhecimentos anteriores. Na segunda parte da tarefa os alunos terão oportunidade de desenvolver esses conhecimentos, com questões que promovem a sua formalização.

Na passagem por entre os grupos e depois de ter esclarecido algumas dúvidas, detenho-me neste grupo para poder perceber o que estão a fazer e a forma como estão a pensar.

C - x equivale a 1

Professora – Não, x não equivale a 1, não digam isso.

Atrás do x está lá um 1.

A – Sim.

Isso aí não quer dizer que o x ou y vale 1.

Professora – Não não não, ela está a dizer isso mas eu acho que não é isso que ela quer dizer, ou não é isso que ela está a pensar.

A – É que eu há pouco para fazer as contas dei um valor.

Professora – Pois pode ser, para experimentar.

A – Sim, para experimentar.

Professora – Atribuíste um valor a x.

A – E pus 1 porque é mais fácil fazer as contas.

Professora – Mas pode ser 1, 2, 3 o que for, tem é que ser positivo neste caso.

A – Pois.

Professora – Porquê?

A – Porque não há metros negativos.

Professora – Pois, não há medidas negativas não é?

Voltando ao que estava a dizer, quando temos x sabemos que temos $1x$, mas não dizemos que x vale 1, x pode valer qualquer outro número.

Ok?, e então qual é agora o problema?

Com as minhas intervenções procurei garantir, que o grupo entendia que o valor a atribuir a x podia ser qualquer um, desde que positivo dado o contexto do problema.

A – O problema é obter as expressões.

Professora – Eu acho que têm que fazer umas continhas, não estejam à espera…

V – Este não é (x), este também não é ($5x$).

(apontando diz) não é , não é.

Professora – Não é, não é, porquê?

V - x , não é, pois não?

Professora – não sei, ainda não me apresentaram nenhuma justificação.

Penso que estão a tentar fazer de cor parece-me, se calhar tem um bocadinho mais de cálculos do que possa parecer.

O grupo ficou a pensar, enquanto fui percorrendo outros grupos. Passados alguns minutos voltei, de forma a perceber que trabalho tinham desenvolvido após a minha intervenção. Abordei o grupo com a expectativa de que já tivessem seleccionado a opção correcta e que a soubessem justificar.

Professora – Então querem dizer alguma coisa?

V – Oh stora é esta, a (A).

Professora – Então… esperem, vou buscar uma cadeira que quero ouvir isso com muita atenção.

Então digam lá porque é que é a (A)?

A – Se atribuirmos um valor a x .

A, porta voz do grupo, e a mais interventiva dentro do grupo, espelha aqui a dificuldade que têm em operar no abstracto. Sentiram necessidade de concretizar para melhorarem a compreensão que têm do problema.

Professora – Ok.

A – Por exemplo 1.

Professora – Um momento.

Temos um rectângulo que tem medidas 1, 6 e aqui 2.

V – E aqui vai ser 4 (apontando).

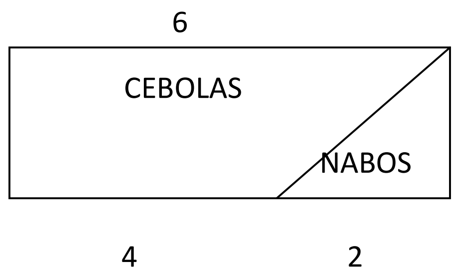


Figura 4: ilustração do que pretendiam mostrar os alunos ao apontarem

Professora – Muito bem.

A – A área total do rectângulo vai ser 6 x .

Professora – 6.

De forma contraditória ao que tinham feito anteriormente, encontraram uma expressão geral para o cálculo da área do rectângulo, agora sem fazer uso do facto de terem atribuído a x o valor 1.

(A a pensar)

Professora – 6 vezes 1.

A – Sim vai ser 6.

A área dos nabos vai ser 2.

Professora – Porquê?

A – Porque é um triângulo e é base vezes altura.

Professora – A dividir por 2.

A – Ah.

Professora – Não é?

A – Pois é, esqueça stora.

Professora – Então um triângulo e depois aqui outro (desenhando).

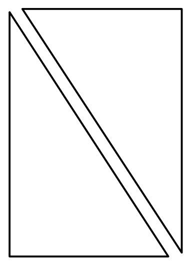


Figura 5: Construção de um rectângulo utilizando dois triângulos rectângulos iguais.

V – Dava o rectângulo.

A – Pois é tem que se dividir por 2.

Calcularam a diferença entre as áreas e a área das cebolas deu-lhes 5

Professora – Dá 5 quando x é 1.

Então posso substituir x por 1 para ver qual é válida, digo eu…

(Substituindo e calculando)

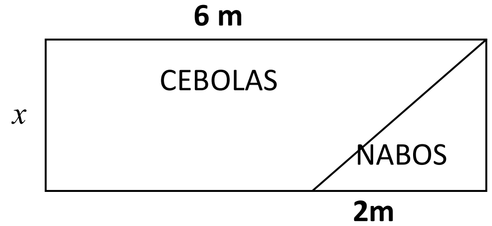
Mas o que eu queria, era que fizessem esse raciocínio mas sem terem necessidade de estar a substituir o x por um número.

(Mostrei o raciocínio)

Esta expressão vai permitir-vos calcular a área do canteiro das cebolas seja qual for…

A – O x

À semelhança deste grupo de alunas, outros estavam a cometer o mesmo erro, originado por não se recordarem da fórmula da área de um triângulo. Outros ainda, estavam a errar a resposta por desconhecerem o conceito de área, não o diferenciando de um comprimento. Considerando que, das quatro opções de resposta a correcta seria aquela que à área de um rectângulo se retira um comprimento.



Qual das expressões seguintes representa a área reservada apenas às cebolas?

(A) $6x-2$ **(B)** x **(C)** $5x$ **(D)** $5x-2$

Figura 6: excerto da tarefa 3

Ainda na mesma aula e com a mesma tarefa, mas numa outra questão as dúvidas que se levantavam num outro grupo, estavam relacionadas com o facto de pouco valorizarem o seu conhecimento e acreditarem que o facto de a tarefa falar essencialmente de áreas, não poderia ter questões que envolvessem outros conhecimentos.

J- Tenho dois opostos.

Aqui (apontando) x vai equivaler ao canteiro das rosas.

Professora – (apontando) x é esta medida.

Y – Mas também é esta (apontando).

J – Qual é a quantidade de rede necessária para cercar o canteiro das rosas?

Agora o que eu quero perguntar é…

Professora – Diz….

J – Se nós aqui vamos utilizar a perímetro ou a área?

Professora – O que é que tu achas?

J – Sinceramente…estamos a falar de áreas, pode ser área, mas eu acho que é o perímetro.

Professora – Hum, porquê?

J – Porque a área é o que está lá dentro e o perímetro é à volta.

Professora – Área é todo o espaço ocupado e o perímetro é só o contorno.

No caso do rectângulo o perímetro é a soma…

J e **Y** – De todos os lados.

Neste episódio, assim como em outros anteriores, pode constatar-se a minha insistência para que os alunos expliquem e apresentem justificações para as suas afirmações. Esta estratégia permite-lhes aumentar o seu poder de argumentação, ao mesmo tempo que se torna necessário compreenderem o seu próprio raciocínio e dessa forma atribuir significado ao que estão a fazer. Só assim conseguiram argumentar a favor das suas opções. Também aqui, e à semelhança de outros momentos já aqui transcritos, de cada vez que um aluno fala, surge uma fala minha que, ou reforça positivamente a sua prestação ou em que repito o que o aluno disse, corrigindo alguma questão de linguagem ou simplesmente repetindo. Devo notar, e falarei sobre isso mais adiante, que repetir o que foi dito pelos alunos, e muitas vezes sem acrescentar nada ao que foi dito pode fazer com que pensem que disseram errado, desvalorizando a sua intervenção.

Episódio 5: *<u>Esclarecendo o enunciado</u>* *(Aula 4, 5ª feira)*

Depois de ser discutido em turma o conceito de monómio, polinómios e das operações entre estes, utilizando exemplos que iam sendo pedidos aos alunos, avançámos para a questão 3 da tarefa 3, onde era pedido que simplificassem expressões. Os alunos começaram a trabalhar sem que eu lhes tenha esclarecido o que se pretende quando se diz: simplifica as expressões. Aconteceu que depois de terem iniciado o trabalho, e porque algumas questões que se iam levantando, percebi que para os alunos não era fácil entender qual o objectivo. Resolviam a questão porque, de acordo com o tínhamos estado a fazer este seria o caminho mais natural. Dessa forma, senti necessidade de interromper a aula, para que pudesse esclarecê-los em relação ao que era pretendido.

Professora – Deixem-me só reforçar uma coisa, quando no enunciado diz simplifica as expressões o que nós pretendemos é olhar para a expressão, identificar os monómios semelhantes e reduzi-los, o que é que isto quer dizer? Efectuar as operações, e portanto esta expressão ($2p - m^2 + 4m^3$) já está o mais simples possível porque não há mais monómios que possam ser adicionados.

Na verdade não se tratou de reforçar, eu ainda não tinha dito em momento algum o que estava implícito na frase *Simplifica as expressões*, embora não seja um termo desconhecido para os alunos. Talvez o possa ser considerando o contexto. Quando trabalham com expressões numéricas, surge variadíssimas vezes o termo simplifica. De qualquer forma é conhecida a dificuldade que os alunos têm na passagem de situações puramente numéricas para as algébricas, onde julgam não se manterem quaisquer regras e princípios que aprenderam.

(V coloca o dedo no ar)

Professora – Diz V.

V – Aqueles ($-m^2$ e $4m^3$) não se podem adicionar por causa do expoente?

Professora – Pois, qual é a parte literal destes monómios?

V – m^2 e m^3.

Professora – São semelhantes?

V – Não.

Professora – Então não podemos efectuar a operação.

V – Só podíamos se fosse multiplicação.

Professora – Só podíamos se fosse multiplicação, e já agora aproveitando, se tivéssemos $-m^2$ a multiplicar por $4m^3$, como é que ficava Y?

Y – (pensa) … $-4m^5$.

A percepção que tive, quando a aluna coloca esta dúvida, foi de que aproveita a minha interrupção no trabalho para clarificar algumas ideias já abordadas anteriormente, nesta aula, certificando-se que só necessitamos de monómios semelhantes caso as operações envolvidas sejam adição e subtracção. Embora esta dúvida tenha sido apresentada por apenas uma aluna, utilizei-a para envolver outros alunos na discussão da questão, lançando outras perguntas à turma.

6.Reflexão sobre o trabalho realizado

Este relatório diz respeito a um conjunto de aulas leccionadas no início do terceiro período. No entanto, o meu contacto com a turma iniciou-se com o começo do ano lectivo. O facto de ter assistido a algumas aulas e de ter leccionado outras contribuiu para a criação de uma relação com a turma. Os alunos sempre me encararam como uma professora que estava na sala de aula para os ajudar, e nunca se mostraram constrangidos em me chamar para tirar dúvidas ou para discutir comigo algumas questões das tarefas que lhe foram sendo apresentadas ao longo do ano lectivo. A minha integração na turma, do meu ponto de vista, foi muito boa.

Enquanto professora estagiária procurei sempre seguir as regras já instituídas, e nunca fugir ao que lhes era exigido pela professora titular. Nomeadamente, no que respeita à forma de trabalhar, dado que estes alunos começaram o ano lectivo trabalhando de uma forma particular: as aulas organizavam-se em torno de realização de tarefas, em que os novos conteúdos surgiam através da sua resolução e discussão, com os alunos a trabalhar em pequenos grupos. Mas, fui tomando consciência de que por algumas vezes facilitei, no sentido em que, quando os grupos me chamavam, por exemplo, para tirar uma dúvida, eu respondia quase de imediato, sem me certificar que se tratava de uma dúvida do grupo, ou que pelo menos o aluno já a tinha partilhado com os colegas. Procurei a mudança, nomeadamente durante a minha intervenção, neste e outros aspectos que fui identificando, no decorrer no ano lectivo.

No contexto desta intervenção realizei um pequeno estudo em que procurei analisar o meu discurso, e para o qual formulei três questões de suporte. Uma ligada à negociação de significados, no contexto da álgebra, outra que diz respeito às adaptações face às dificuldades dos alunos, e a terceira respeitante aos constrangimentos identificados no meu discurso.

Durante a minha intervenção, identifiquei no meu discurso algumas particularidades, nomeadamente a utilização insistente de algumas palavras, como sendo o *portanto* e o *vamos lá ver*, (Episódio 2). Numa análise e reflexão feitas *a posteriori* encontro algumas justificações para que tal aconteça. Por um lado a expressão *vamos lá ver*, surge-me para que passe para os alunos alento e entusiasmo em relação ao trabalho que estão a desenvolver. Por outro lado, tento transmitir a ideia de que, tal como eles, também eu tenho que pensar sobre os exercícios ou problemas. Com esta atitude pretendo também levá-los a perceber que a matemática que hoje conhecemos é resultado do trabalho e do emprenho de pessoas "como" nós. Em relação ao *portanto*, penso que o meu objectivo é mostrar um fio condutor, uma ideia de continuidade e consequência. No entanto, e no que respeita a esta ideia de fio condutor, omito muitas vezes no meu discurso a passagem de um tema para outro ou até mesmo as opções que vou tomando no decorrer da aula. Para os alunos é importante que possam acompanhar e entender o "guião" das aulas. Por exemplo, se opto por fazer numa tarefa o problema 2 antes do 1, para eles esta opção não é natural, devo explicar-lhes o porquê. Pode ser uma questão de falta de tempo para aquela aula, ou porque dadas as dificuldades encontradas pode fazer sentido alterar a ordem. É importante tornar claras as intenções, evitando que se dêem asas a algumas interpretações erradas do nosso trabalho. Também porque é importante responsabilizar os alunos pelas suas aprendizagens e pelo seu desempenho escolar, no sentido em que, algumas vezes, o desvio em relação ao que estava planeado se deve ao facto de os alunos não terem cumprido o que lhes foi pedido, por exemplo, a realização do trabalho de casa, ou porque seria necessário terem presentes os conhecimentos do ano anterior e, alertados para isso, não tiveram a iniciativa de fazer uma revisão.

Apesar de ter consciência de que repito várias vezes as mesmas expressões, não o considero um constrangimento, é uma característica do meu discurso. O factor repetição podia levar os alunos a desconsiderarem as expressões, podendo estas não lhes causar o efeito pretendido, a verdade é que, daquilo que é o meu entendimento, os alunos reagem na maior parte das vezes com um gesto de prontidão, como que a corresponderem ao meu entusiasmo.

Ainda no que respeita ao meu discurso e às características que fui identificando, por sistema, peço aos alunos para justificarem as suas escolhas e os seus comentários, acreditando que isso lhes permitirá evoluir no que respeita à capacidade de verbalização das ideias e a terem a percepção dos seus processos de raciocínio. Daí que muitas das minhas intervenções, sejam neste sentido, (Episódio 4). Dotando o discurso de *porquê*, *explica lá outra vez*, *deixa-me ver se percebi*, procurando com isto mostrar-me disponível para os ouvir, bem como fazê-los entender que as justificações que possam dar são efectivamente o sumo do trabalho que desenvolvem.

Tal como referido na análise de dados, há um erro que não posso deixar passar em branco, agora que faço uma análise global do trabalho desenvolvido, e este é a repetição do que foi dito pelos alunos. Quando repito o que disse um aluno, só porque quero validar a intervenção, leva-o a acreditar que a sua prestação não foi valorizada. Para além disso pode transmitir, erradamente, que não vale a pena participar, dado que depois a professora repete, e assim criar potencialmente algum desinteresse à volta da aula e da disciplina.

Ao longo deste relatório várias são as referências às dificuldades dos alunos no trabalho com a álgebra, desde a passagem da aritmética para a álgebra, o que exige por parte dos alunos um maior poder de abstracção, à manipulação algébrica. Cabe-me agora analisar de que forma o meu discurso se adaptou as estas dificuldades, e se contribui para apoiar os alunos a ultrapassar tais dificuldades. Pretendi ter sempre em conta, a que níveis se colocavam as dúvidas. Se estivesse numa situação em que os alunos tinham dificuldades no que respeita aos conteúdos, tendencialmente voltava a explicar, procurando utilizar exemplos mais simples e uma linguagem que, sem descurar o rigor científico, se aproximava mais daquilo que para os alunos é mais fácil de compreender. Utilizava uma linguagem menos técnica e que pudesse ter mais significado para os alunos. Quando na resolução de equações de primeiro grau, ou quando estamos a escrever uma equação literal em ordem a uma das incógnitas, temos como objectivo isolá-la. Explicamos princípios, falamos em regras, mas algumas vezes a ideia de isolar a incógnita, não é para os estudantes tão clara, como a nós nos parece. Daí que por algumas vezes, e depois de insistir com a expressão "isolar a incógnita", me tenha visto na necessidade de tornar a oralidade mais clara, procurando atingir os alunos, através de um discurso menos formal e mais assertivo, perguntando: "o que é que falta para o x ficar sozinho?" (se x é incógnita), tentando clarificar o que se pretende ao pedir para isolar. Por outro lado, também acontece que os alunos se manifestam, não no sentido de terem uma dúvida, mas porque discutem determinada questão e sentem alguma dificuldade em se expressar, em particular com os colegas, aos quais tentam expor o seu raciocínio. Para além de algumas correcções que são necessárias fazer, dado que, acontece algumas vezes usarem termos pouco correctos, introduzo na grande maioria das vezes questões, que os levem a repensar permitindo que procurem outras palavras e outra forma de abordar o tema. O tipo de perguntas que se possam colocar é efectivamente uma mais-valia para as aprendizagens dos alunos, mas, um grande desafio para o professor, que vai sendo ultrapassado quer pela experiência que se vai ganhando, quer pela preparação das aulas, onde se pode fazer um levantamento das possíveis questões a surgir. Saber o que perguntar e quando perguntar pode determinar o rumo de uma aula. Com os alunos cujas dúvidas, não são tanto ao nível dos conteúdos, sinto uma maior facilidade em colocar questões, levantar novas hipóteses, explorar respostas e responder com perguntas, pondo em prática o que pensei quando planeei a aula, mas sempre que isso acontece em pequeno grupo. Quando se trata de uma situação idêntica, mas em que estou a falar com toda a turma, sinto-me um pouco mais constrangida em explorar as questões e as contribuições que os alunos vão dando, nomeadamente porque quero garantir que deixo o conteúdo muito "arrumadinho" como que pronto a "consumir". Receio que a exploração das questões dos alunos possa deixar os conceitos pouco consistentes. Em cerca medida este receio, julgo que está relacionado com o facto de ter consciência que nem todos os alunos têm as mesmas capacidades e considerar que aqueles que têm maiores dificuldades se podem sentir inibidos, e deixar de se manifestar quando não estiverem a conseguir acompanhar a discussão. Daí que, nos momentos de discussão fico sempre receosa de deixar alguns alunos para trás. No entanto, esta opção empobrece a discussão. Por outro lado, quando estou em momentos de exposição, tendo a pormenorizar a explicação, podendo até, tornar-se repetitiva, o que também pode causar algum desconforto aos que rapidamente entendem o que lhes quero transmitir. Este desequilíbrio acabou por tornar os momentos de discussão e síntese menos participados pelos alunos, quebrando-se ligeiramente o ritmo de trabalho exploratório, que neste caso em particular coloquei como estratégia a utilizar.

O facto de não explorar ao máximo os momentos de discussão, em grande grupo, faz-me perder algumas oportunidades de negociação em grande grupo. No entanto, tento o mais possível criar situações de participação dos alunos e transmitir segurança nas suas participações, por exemplo, quando lanço uma pergunta a um aluno sabendo que ele tem fortes possibilidades de responder acertadamente, o que lhe permitirá ganhar confiança nas suas participações, intervindo futuramente por sua iniciativa. Sendo a participação dos alunos um factor determinante para que possa existir negociação de significados, se não tornarem claros os seus raciocínios, esta não poderá ocorrer, dado que, se torna impossível alimentar um confronto de ideias, e explorar diferenças. No entanto, e os episódios aqui transcritos fazem prova disso, promovo com frequência negociação de significados, fundamentalmente em pequeno grupo. Não sendo, ainda assim, o modo predominante na sala de aula.

A participação em sala de aula, está relacionada com as tarefas apresentadas e especialmente com a forma como o professor o faz. Tal como apresentado no quadro das tarefas matemáticas (secção 3.3), as quatro tarefas construídas e trabalhadas, nesta intervenção, passaram por diferentes fases. No caso da terceira tarefa é onde estas fases são mais visíveis. Quando a construí, tinha como principal objectivo abordar e desenvolver o tópico monómios e polinómios. No entanto, acabou por se revelar uma tarefa que para além desses objectivos, muito contribuiu para promover negociação de significados, nomeadamente no que diz respeito a questões relacionas com áreas e perímetros, dado que, nesse tema os alunos mostraram muitas dificuldades, as quais não tinham sido equacionadas como prováveis no momento da construção da tarefa (Episódio 4).

Para além das tarefas, existem outras condicionantes à participação dos alunos, de salientar, por exemplo, as dificuldades que vão tendo no decorrer de uma unidade de ensino. No entanto, no caso particular das equações literais, não encontro no trabalho que foi desenvolvido pelos alunos o reflexo do que é dito em Panizza *et al* (1999) (secção 2.2.1). Como conclusões do estudo é referido que os alunos não reconhecem uma equação literal, com duas letras, como um objecto que define um conjunto infinito de pares de números, e nesta intervenção não se encontra evidências para concluir o mesmo em relação aos alunos com que trabalhei. Essa particularidade, foi trabalhada várias vezes e em diferentes tarefas e, nunca foi uma dificuldade que tenha sido manifestada pelos alunos. Eventualmente porque, me possa ter antecipado e, feito referência a essa questão antes de os alunos a expressarem. Com reflexo evidente nesta intervenção, estão as dificuldades anunciadas, em toda a secção 2.2., das quais são prova os episódios transcritos. No entanto, no que ao trabalho dos alunos diz respeito, chegado o final do ano, podemos verificar que os alunos melhoraram na qualidade das suas intervenções e que, com outra facilidade, encaram os desafios que lhes vão sendo colocados.

Partindo das transcrições, aqui apresentadas, fiquei surpreendida com, por um lado, a dificuldade em gerir de forma eficaz as discussões, que não julgava tão diminuídas e pela positiva com a capacidade em desenvolver junto dos grupos um trabalho tão significativo, na medida em que tal como objectivava fui deixando de responder individualmente e comecei a responder às dúvidas com perguntas, levando os alunos a justificarem-se e expor o seu processo mental, quer para mim como para os colegas, validando quando necessário e se fosse essencial para prosseguirem o trabalho.

Na tentativa de fazer um balanço daquilo que foi o trabalho realizado e socorrendo-me da minha experiência como professora, posso considerar este projecto/trabalho muito enriquecedor, seja do ponto de vista pessoal, ou profissional. A construção das tarefas, o facto de os alunos trabalharem em grupo, bem como a diferença entre as actividades do professor e do aluno, em que por norma se desenrolavam num ciclo resolução - discussão - síntese, face a uma aula de matemática usual, permitiu-me ganhar novas perspectivas sobre o ensino e o que pode ser o papel do professor, nomeadamente no que respeita ao que pode exigir que seja o papel do aluno, e ao quanto imperativo é adoptar uma postura reflexiva. Sabendo o que questionar acerca do seu desempenho, e procurando o que melhorar a curto e a longo prazo. Desempenhando simultaneamente o papel de investigadora, tornou-se necessário apurar ainda mais esta capacidade, correndo o risco de não desenvolver um trabalho fiel e credível.

Referências

Bishop, A. J., & Goffree, F. (1986). *Dinâmica e Organização da sala de aula*. (Tradução de J. M. Varandas, H. Oliveira & J. P. Ponte). In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte, *Perspectives on mathematics education*. D. Reidel

Canavarro, A. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*,16, 81-118.

Cavalcanti, J.& Santos, M.(2010). Al-jabr: duas ou três palavras sobre o nascimento de uma nova matemática. *Educação e Matemática,* 107, 40-41.

Loureiro, M. (2000). *Discurso e compreensão na sala de aula* (1ª edição). Lisboa: Edições ASA.

Matos, J. & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Menezes, L. (1999). Matemática, Linguagem e Comunicação. In *Actas do ProfMat99* (pp.71-81). Lisboa: APM.

Menezes, L. (2000). Comunicação na Aula de Matemática e Desenvolvimento Profissional de Professores. *Projecto de Investigação Matemática 2000: O poder da comunicação*. Acedido em 30 de Abril de 2010, em: http://www.ipv.pt/millenium/20_ect7.htm

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática* (tradução de A.P. Canavarro, L. Moreira, L. C. Leal, M. J. Veloso & M. M. Graça). Lisboa: APM/IIE

NPMEB (2007). Novo Programa de Matemática do Ensino Básico 3.º ciclo. Lisboa: Ministério da Educação, DEB.

Panizza, M., Sadovsky, P., & Sessa, C. (1999) La ecuación linear com dos variables: entre la unicidade y el infinito. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), pp.453-461.

Pedro, E. (1982). *O discurso na sala de aula: Uma análise Sociolinguística da prática escolar em Portugal*. Lisboa: Edições Rolim.

Perrenoud, P. (1999). Formar professores em contextos sociais em mudança, Prática reflexiva e participação crítica (Tradução de Denice Barbara Catani). In *Revista Brasileira de Educação,* 12, 5-21. Acedido em 26 de Abril de 2010, em: http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/php_1999/1999_34.html#Heading3

Pesquita, I. & Ponte, J. (2006). *Dificuldades dos alunos do 8º ano no trabalho com Álgebra*. In *Actas de 6XV Encontro de Montegordo da SPCE*. Lisboa: SPCE.

Pesquita, I. (2007). *Álgebra e Pensamento Algébrico de Alunos do 8.º Ano.* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa)

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI, *Reflectir e investigar sobre a prática profissional,* (pp.5-28). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006). Números e álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, e P. Canavarro. *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp.5-27). Lisboa. SEM-SPCE.

Ponte, J. P.(2009). Novo Programa de Matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Interacções,* 12, 96-114.

Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: DES do ME.

Ponte, J. P., Serrazina, L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação Matemática,* 105, pp.2-6.

Saraiva, M. (2001). *O conhecimento e o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática: Um projecto colaborativo* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).

Serrazina, L., Oliveira, I. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In GTI, *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional* (pp.29-42). Lisboa: APM.

Serrazina, L., Ponte, J. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Silva, J. & Paulo, J.(1974). *Compêndio de Álgebra*. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco.

Sousa, F., Cebolo, V., Alves, B. e Mamede. E. (2009). Comunicação matemática: Contributos do PCFM na Reflexão das Práticas de Professores. Acedido em 10 de Maio de 2010, em: http://www.apm.pt/files/_CO_Sousa_Cebolo_Alves_Mamede_4a41313eee16e.pdf

Stein,M. e Smith,M.(1998). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática. Acedido em 13 de Janeiro de 2010, em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/COORDENADORES/Materiais%20Coordenad/Textos/Stein-Smith%201998.pdf

Anexos

Anexo 1: Plano da primeira aula

Escola Secundária com 3º ciclo do Ensino Básico D. João V	**Novo Programa de Matemática do Ensino Básico 2009-2010**

Tema: Álgebra	**Ano:** 8 **Turma:**2
Tópico: Equações	
Sub-Tópico: Equações Literais	
Objectivos específicos: - resolver equações em ordem a uma da letras - traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática	**Data:** 12 de Abril de 2010

Tarefa 1	**Instrumentos:** Computador + calculadora

Pré-Requisitos

Resolver equações do 1º grau utilizando as regras de resolução

Desenvolvimento da Aula

A Professora aguarda pelos alunos à porta da sala de aula.

0. No início da aula a professora apresenta os diferentes momentos da aula:

(i) resolução de uma tarefa, para a qual dispõe de ***40 minutos***, ao fim dos quais recolho as resoluções dos grupos

(ii) discussão dos resultados com a turma

____

(5min)

1. Resolução da Tarefa 1

Os alunos resolvem a tarefa em grupo. As professoras podem intervir se o grupo manifestar dúvidas concretas no desenvolvimento da tarefa.

____

(40min)

2. Discussão do trabalho realizado

Seleccionar um aluno de um grupo para apresentar a resolução das questões 1.1. a 1.3., no quadro ***Questão 1.2 e 1.3.*** -	Devo garantir que ficar no quadro o gráfico obtido em 1.2. e os pontos encontrados para que quando se discutir a expressão algébrica obtida, se possa estabelecer a relação entre as duas, mostrando que se trata de uma função afim. Devo dar atenção à pertinência dos pontos escolhidos e à escala de construção do gráfico, assim como à legenda dos eixos do xx e do yy.
Seleccionar um aluno de um grupo* (diferente do seleccionado para as questões anteriores) *para apresentar a resolução das questões 2.1. e 2.2., no quadro ***Questão 2.1 e 2.2*** - os alunos têm que converter Celsius em Kelvin	As expressões algébricas obtidas pelos alunos podem estar escritas com outras letras que não o C (Celsius) e F (Fahrenheit), devo chamar à atenção que se a utilizassem seria mais intuitivo, mas que não está errada a utilização de outras letras. Mostrar que as equações $F = 1{,}8C + 32$ e $K = C + 273$ (contidas na tarefa) são do género de outras que classificamos habitualmente como fórmulas, sendo elas por exemplo: $v = \frac{d}{t}$, $A = \pi r^2$ ou $P = 2\pi r$. ***(dizer: estas últimas aparecem no formulário do teste do GAVE)***
Seleccionar um aluno de um grupo para apresentar a resolução das questões 3 e 4, caso nenhum grupo tenha conseguido chegar aqui será a professora a apresentar a resolução envolvendo o mais possível os alunos ***Questão 3*** - os alunos têm que converter graus Fahrenheit em Celsius.	Devem fazê-lo utilizando a expressão obtida em 1.3., aqui vou fazer surgir a possibilidade da expressão ser transformada de forma a que seja C (Celsius) a aparecer de forma isolada já que é o pretendemos saber. Surge a *noção de escrever **uma equação em ordem a uma das letras**,* tal como acontecia nos sistemas de equações.

(40 min)

4. Para trabalho de casa a professora indica a questão 4 da tarefa 1, e caso esta não seja concluída, a professora indica a sua conclusão para trabalho de casa. A Professora escreve o sumário, pedindo para isso a colaboração aos alunos. Os alunos arrumam o material e limpam as mesas.

(5min)

Anexo 2: Plano da segunda aula

Escola Secundária com 3º ciclo do Ensino Básico D. João V	Novo Programa de Matemática do Ensino Básico 2009-2010

Tema: Álgebra	**Ano: 8** **Turma:2**
Tópico: Equações	
Sub-Tópico: Equações Literais	
Objectivos específicos: - resolver equações em ordem a uma da letras - traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática	**Data: 13 de Abril de 2010**

Tarefa 2	**Instrumentos:** **Computador + projector + calculadora**

Pré-Requisitos

Resolver equações do 1º grau utilizando as regras de resolução

Desenvolvimento da Aula

A Professora aguarda pelos alunos à porta da sala de aula.

0. No início da aula a professora apresenta os diferentes momentos da aula:

(i) resolução de uma tarefa, para a qual dispõem de *35 minutos*, ao fim dos quais recolho as resoluções dos grupos

(ii) discussão dos resultados com a turma

____

(5min)

1. Formalizar o trabalho desenvolvido na Tarefa 1

	Formalizando o trabalho desenvolvido, digo que trabalhámos com equações literais. ***Oralmente: Equação Literal é uma equação em que figuram duas ou mais letras.*** Devo insistir que quando trabalharam

	sistemas de equações, já estavam a trabalhar equações literais. Caso identifique dúvidas entre os alunos mostro mais alguns exemplos: $M + A = 30$, abordar a questão do objectivo quando se resolve uma equação. Pretendemos descobrir o valor de M e A (podem ser outras). $3c - b = 25$; $p + y = 4z$ Enfatizar a noção de escrever uma equação *em ordem a* uma das letras

---

(10min)

2. Entrega da Tarefa e Esclarecimento de Enunciado

Valor Monetário, é o valor em Euros de determinado objecto. Podia ser um carro (p.ex). Explicar a questão da desvalorização com o passar do tempo.

(5min)

3. Resolução da Tarefa 2

Os alunos resolvem a tarefa em grupo. As professoras podem intervir se o grupo manifestar dúvidas concretas no desenvolvimento da tarefa.

(35min)

4. Discussão do trabalho realizado

Questão 1.4. - os alunos podem utilizar indiferentemente a expressão $v = -120t + 800$ ou $t = \frac{v - 800}{-120}$. ***Questão 2*** – os alunos devem identificar em cada resolução apenas um erro 2.1. – erro da 1ª para a 2ª linha 2.2.- erro da 2ª para a 3ª linha 2.3.- erro da 1ª para a 2ª linha	Devo referir que é vantajosa a utilização de $t = \frac{v - 800}{-120}$ dado que é conhecido o valor v do computador.

(30min)

5. A professora indica para trabalho de casa, a resolução das questões 2.2. e 2.3. (dado que apenas identificaram o erro) e da questão 3. A Professora escreve o sumário, pedindo para isso a colaboração aos alunos. Os alunos arrumam o material e limpam as mesas.

(5min)

Anexo 3: Plano da terceira aula

<table>
<tr><td colspan="2">Escola Secundária
com 3º ciclo do Ensino Básico
D. João V</td><td colspan="2">Novo Programa de Matemática do Ensino Básico
2009-2010</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tema: Álgebra</td><td rowspan="3">Ano: 8
Turma:2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Equações</td></tr>
<tr><td colspan="3">Sub-Tópico: Equações Literais e Expressões Algébricas</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objectivos específicos:
- efectuar operações com polinómios, adição algébrica
- interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos
- traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática</td><td>Data: 14 de Abril de 2010</td></tr>
</table>

Tarefa 2 + Tarefa 3	**Instrumentos:** Computador + projector + calculadora

Pré-Requisitos

Cálculo de áreas

Desenvolvimento da Aula

A Professora aguarda pelos alunos à porta da sala de aula.

0. No início da aula a professora apresenta os diferentes momentos da aula:

(i) verificação do trabalho de casa e discussão das resoluções e dúvidas apresentadas

(ii) resolução da primeira parte da tarefa 3 (Questão 1), para a qual dispõem de *25 minutos*, ao fim dos quais paramos para discutir *(20 min)* o trabalho realizado

(5min)

1. Discussão das dúvidas do trabalho de casa

(45min)

2. Resolução da 1ª parte da Tarefa 3

Os alunos resolvem a tarefa em grupo. As professoras podem intervir se o grupo manifestar dúvidas concretas no desenvolvimento da tarefa.

____

(25min)

3. Discussão do trabalho realizado

____

(20min)

4. A professora indica para trabalho de casa os exercícios 2 e 3 da tarefa 3. A Professora escreve o sumário, pedindo para isso colaboração aos alunos. Os alunos arrumam o material e limpam as mesas.

____

(5min)

Anexo 4: Plano da quarta aula

Escola Secundária com 3º ciclo do Ensino Básico D. João V	**Novo Programa de Matemática do Ensino Básico 2009-2010**

Tema: Álgebra	**Ano:** 8 **Turma:**2
Tópico: Equações	
Sub-Tópico: Operações com polinómios	
Objectivos específicos: - efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação -exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulários -interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas - traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática	**Data:** 15 de Abril de 2010

Tarefa 3 + Tarefa 4	**Instrumentos:** Computador + projector

Pré-Requisitos

Noção de termo geral e ordem numa sequência

Desenvolvimento da Aula

A Professora aguarda pelos alunos à porta da sala de aula.

0. No início da aula a professora apresenta os diferentes momentos da aula:

(i) Esclarecimento de dúvidas resultantes do tpc

(ii) Resolução e discussão da questão 2 da tarefa 4

____

(5min)

1. Esclarecimento de dúvidas resultantes do tpc

	Faço destacar as noções de monómio e polinómio. Mostro exemplos para além dos que estão o livro. No caso da turma evidenciar dificuldades, pode surgir a necessidade de pedir individualmente, aos alunos, exemplos de monómios e/ou polinómios, dados o grau, a parte literal ou coeficiente. Solicito a dois ou três alunos que apresentem a sua resolução. Mostro três exemplos de simplificação de expressões com monómios, referindo a necessidade de que sejam semelhantes. $4p-9v-6p+5v^2$ $-8-8p+7v+\frac{3}{4}v$ $3v^2+5a-3v^2-4$

(30min)

3. Resolução da questão 2 da Tarefa 4

(10min)

4. Discussão do trabalho realizado

Questão 2.1.* –** 2n+3 ***Questão 2.2. – n^3 ***Questão 2.3.*** - $\frac{n^2+1}{n}$	Devo explorar as várias resoluções que resultem em expressões equivalentes

(10min)

6. A Professora indica como trabalho de casa as questões 15,16 da página 166 e a questão 20 da página 169, do manual escolar. A Professora escreve o sumário, pedindo para isso colaboração aos alunos. Os alunos arrumam o material e limpam as mesas.

(5min)

Anexo 5: Plano da quinta aula

<table>
<tr><td colspan="2">Escola Secundária
com 3º ciclo do Ensino Básico
D. João V</td><td colspan="2">Novo Programa de Matemática do Ensino Básico
2009-2010</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tema: Álgebra</td><td rowspan="3">Ano: 8
Turma:2</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tópico: Equações</td></tr>
<tr><td colspan="3">Sub-Tópico: Operações com polinómios</td></tr>
<tr><td colspan="3">Objectivos específicos:
- efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação
-exprimir resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulários
-interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas
- traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática
-interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas
- traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática</td><td>Data: 19 de Abril de 2010</td></tr>
</table>

Tarefa 4	**Instrumentos:** Computador + projector

Pré-Requisitos

Noção de termo geral e ordem numa sequência

Desenvolvimento da Aula

A Professora aguarda pelos alunos à porta da sala de aula.

0. No início da aula a professora apresenta os diferentes momentos da aula:

(i) resolução da primeira parte da tarefa, para a qual dispõem de *40 minutos*, ao fim dos quais paramos para discutir *(35 min)* o trabalho realizado

(ii) esclarecimento de dúvidas resultantes do tpc *(10 min)*

(5min)

1. Resolução da 1ª parte da Tarefa 4

Os alunos resolvem a tarefa em grupo. As professoras podem intervir se o grupo manifestar dúvidas concretas no desenvolvimento da tarefa.

Se os alunos manifestarem dificuldades na resolução da tarefa, as professoras dão a indicação de que podem desenhar algumas figuras da sequência, o que talvez lhes simplifique o trabalho.

(40min)

2. Discussão do trabalho realizado

<table>
<tr>
<td>Selecciono um aluno para apresentar o trabalho do seu grupo</td>
<td>Devo estar atenta a todas as resoluções, dado que podem surgir expressões diferentes mas equivalentes. Devo pegar nelas e discutir que levam ao mesmo resultado final.</td>
</tr>
<tr>
<td>Questões 1.2., 1.5., 1.6. e 1.7. - os alunos completam a tabela, no entanto podem fazê-lo sem simplificar as expressões obtidas</td>
<td>Caso não simplifiquem as expressões obtidas, devo levantar essa questão.</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><td>lado</td><td>cinzentos</td><td>brancos</td><td>Total</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td><td>12</td><td>16</td></tr>
<tr><td>5</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td></tr>
<tr><td>6</td><td>16</td><td>20</td><td>36</td></tr>
<tr><td>7</td><td>25</td><td>24</td><td>49</td></tr>
<tr><td>8</td><td>36</td><td>28</td><td>64</td></tr>
<tr><td>9</td><td>49</td><td>32</td><td>81</td></tr>
<tr><td>n</td><td>$(n-2)^2$</td><td>4n-4</td><td>n^2</td></tr>
</table>
</td>
<td>$(n-2)^2 = (n-2)(n-2) = n^2-4n+4 = n^2 - (n-2)(n-2) = n^2-(n^2-4n+4)$

$4n-4 = n^2 - (n-2)^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>Questão 1.4. – os alunos tem que resolver uma equação do segundo grau de forma informal

8^2= 64 e 9^2= 81 e portanto 70 não pode ser o número total de azulejos, podem também pensar directamente que 70 não é um quadrado perfeito</td>
<td>Caso optem por apenas uma destas resoluções, devo apresentar ou fazer surgir a outra</td>
</tr>
</table>

(35min)

5. Esclarecimento de dúvidas resultantes do TPC

____

(10min)

6. A Professora escreve o sumário, pedindo para isso colaboração aos alunos. Os alunos arrumam o material e limpam as mesas.

____

(5min)

Anexo 6: Tarefa 1

Tarefa 1

Existem várias escalas de temperatura, por exemplo, a Celsius (ºC), a Fahrenheit (ºF) e a Kelvin (ºK). No nosso país, por exemplo, usamos a escala Celsius para registar a temperatura do ar mas nos Estados Unidos da América usam a de Fahrenheit.

1. A conversão de graus Celsius para graus Fahrenheit pode ser feita da seguinte forma: multiplica-se os graus Celsius por 1,8 e adiciona-se 32.

1.1. A água congela aos 0 ºC e entra em ebulição aos 100 ºC. Quais são os valores correspondentes na escala Fahrenheit?

1.2. Atribui outros três valores diferentes para a temperatura em graus Celsius e encontra os valores correspondentes em graus Fahrenheit.

Representa no mesmo referencial os quatro pontos encontrados.

1.3. Escreve a expressão algébrica que permite converter uma temperatura em graus Celsius para graus Fahrenheit.

2. A conversão de graus Celsius para graus Kelvin é feita da seguinte forma: adicionar 273 aos graus Celsius.

2.1. A água congela aos 0 ºC e entra em ebulição aos 100 ºC. Quais são os valores correspondentes na escala Kelvin?

2.2. Escreve uma expressão algébrica que permita converter uma temperatura em graus Celsius para graus Kelvin.

3. Observa a tabela ao lado e indica o valor em graus Celsius das temperaturas máxima e mínima registadas numa cidade dos Estados Unidos. Apresenta os cálculos efectuados.

Boston, 2 de Fevereiro de 2010	
Temp.Mín.	Temp.Máx.
27^0 F	40^0 F

4. A comunidade científica habitualmente utiliza as escalas de temperatura Celsius ou Kelvin. Que valores devem ser utilizados por um técnico laboratorial americano para comunicar, numa conferência europeia, que o ponto de fundição de um material é 569 ºF? Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Anexo 7: Tarefa 2

Tarefa 2

1. O valor monetário de um computador diminui à medida que o tempo passa. Admite que o valor, v, de um computador, em euros, t anos após a sua compra, é dado por:

$$v = -120\,t + 800$$

1.1. Calcula v para $t = 0$. Que significado podemos atribuir ao valor obtido?

1.2. Qual é o valor monetário do computador ao fim de 2 anos? E ao fim de 4 anos?

1.3. Resolve a equação apresentada em ordem a t.

1.4. Admite que o valor actual do computador é 80€. Quanto tempo decorreu desde a sua compra? Apresenta os cálculos que efectuares.

2. Descobre o erro em cada uma das resoluções e corrige-o.

2.1. Escrever a equação $3x - b = y$ em ordem a b

Resolução:

$$3x - b = y$$
$$-b = 3x - y$$
$$b = -3x + y$$

2.2. Escrever a equação $1{,}2y + 1{,}7a = -x$ em ordem a y

Resolução:

$$1{,}2y + 1{,}7a = -x$$
$$1{,}2y = -x - 1{,}7a$$
$$y = \frac{-x - 1{,}7a}{-1{,}2}$$
$$y = \frac{x}{1{,}2} + \frac{1{,}7}{1{,}2}a$$

2.3. Escrever a equação $y = \frac{5}{2}(x+1)$ em ordem a x.

Resolução:

$$y = \frac{5}{2}(x+1)$$
$$y = \frac{5}{2}x + 1$$
$$y - 1 = \frac{5}{2}x$$
$$2y - 2 = 5x$$
$$\frac{2}{5}y - \frac{2}{5} = x$$

3. Resolve cada uma das equações em ordem à variável indicada dentro de parêntesis:

3.1. $2x + 1 = c \quad (x)$

3.2. $2y - x = 4 \quad (x)$

3.3. $x + y = 11 \quad (y)$

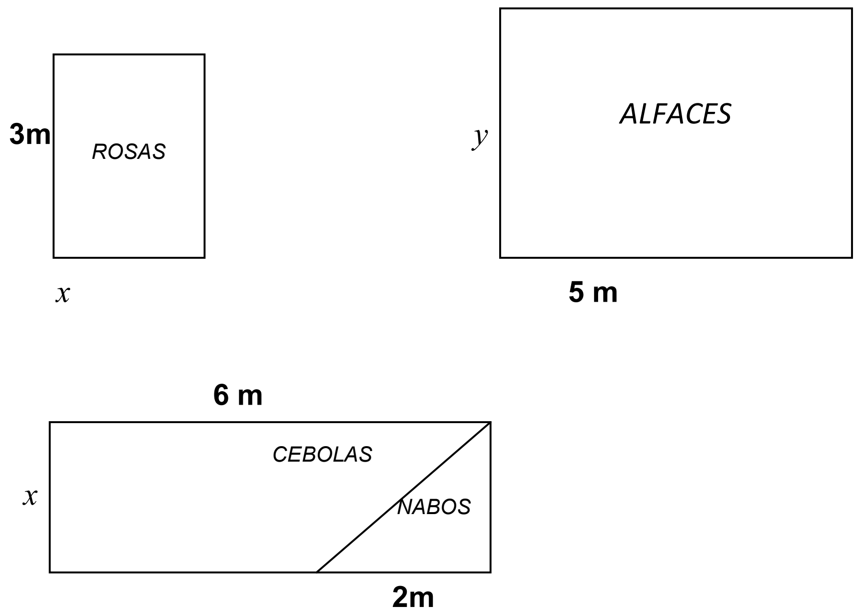
3.4. $4\frac{3}{5}x = y - 1 \quad (x)$

3.5. $y - \frac{5x+1}{2} = x - \frac{y}{7} \quad (x)$

Anexo 8: Tarefa 3

Tarefa 3

1. Os canteiros no quintal do Vasco têm uma forma aproximada à das figuras seguintes. Algumas das medidas dos canteiros são desconhecidas.
A largura dos canteiros das Rosas x, é igual à largura do canteiro das cebolas.



1.1. Escreve a expressão que representa a área do canteiro das rosas.

1.2. Explica o significado da expressão $3x+5y+6x$.

1.3. Simplifica a expressão anterior.

1.4. Qual das expressões seguintes representa a área reservada apenas às cebolas?

(A) $6x-2$ **(B)** x **(C)** $5x$ **(D)** $5x-2$

Justifica a tua opção.

1.5. A largura está expressa em metros. Se $x=2$ e $y=4$ qual a quantidade de rede necessária para cercar o canteiro das rosas. E para cercar o canteiro das alfaces?

2. Lê a página 165 e 166 do Manual, no que se refere a Monómios e Polinómios.

Escreve dois monómios semelhantes diferentes dos exemplos que encontraste no manual.

3. Simplifica as expressões:

3.1. $3d^2 + 5d^3 - 4d^3 - 7d$

3.2. $3x^2 - 4a + \frac{1}{5}x + 3$

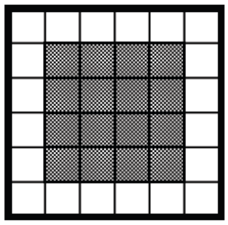
3.3. $-m^2 + 5m^3 - m^3 - 7p + 9p$

3.4. $\frac{5}{3} + \frac{4}{3}d^3 - 6\frac{1}{2} - 3d - 1$

Anexo 9: Tarefa 4

Tarefa 4

1. Um fabricante produz painéis quadrados de diversas dimensões com azulejos de duas cores. Cada mosaico tem uma parte central cinzenta, também quadrada, e uma orla constituída por uma fila de azulejos brancos em cada lado, tal como se indica na figura, para o caso de um painel de dimensão 6 (isto é, um quadrado 6 x 6).



1.1. Quais as dimensões mínimas do painel? Justifica.

1.2. Completa a tabela:

Lado do paine	**Azulejos cinzentos**	**Azulejos brancos**	**Total de azulejos**
5			
6			36
7			
	36		
		32	
...			
n			

Escreve **aqui** a expressão geral para o número de **azulejos cinzentos**

Escreve **aqui** a expressão geral para o número de **azulejos brancos**

Escreve aqui a expressão geral **para o número total de azulejos**

1.3. Qual a relação entre a medida do lado do painel e o número total de azulejos?

1.4. Será possível construir um painel em que, no total, sejam usados 70 azulejos? Justifica.

1.5. Determina a expressão geral para o número de azulejos cinzentos.

1.6. Determina a expressão geral para o número de azulejos brancos.

1.7. Determina a expressão simplificada para o número total de azulejos.

2. Escreve o termo geral de cada uma das sequências numéricas:

2.1. 5, 7, 9, 11, 13,….

2.2. 1, 8, 27,64, 125, …..

2.3. $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \frac{26}{5}, ...$

Anexo 10: Pedido de autorização, aos EE, para as filmagens áudio e vídeo

Exma(o). Encarregada(o) de Educação

No âmbito da implementação do novo Programa de matemática do Ensino Básico solicito autorização para proceder à gravação, em áudio e vídeo do seu educando no decurso de algumas aulas de Matemática.

Os dados recolhidos serão usados exclusivamente como materiais de trabalho estando garantida a privacidade e anonimato dos participantes.

Com os melhores cumprimentos.

A professora de Matemática

--

Autorização

Eu,...

Encarregado de Educação do aluno ....,

nº............., da turma 8º 2, autorizo que a professora de Matemática, Maria Paula Mayer Garção Teixeira, grave em áudio e vídeo o meu educando no âmbito das actividades de sala de aula

Data: ..../......../2010

....

(Assinatura)