

Árvores e Arvoredos

Geometria e Dinâmica

Luís Soares Barreto



Sem texto

Árvores e Arvoredos
Geometria e Dinâmica

Sem texto

Árvores e Arvoredos
Geometria e Dinâmica

Luís Soares Barreto

*Professor Catedrático Jubilado
do Instituto Superior de Agronomia*

© Luís Soares Barreto, 2010

Árvores e Arvoredos. Geometria e Dinâmica

Edição do autor

Prof. Doutor Luís Soares Barreto
Av. do Movimento das Forças Armadas, 41 – 3D
2825-372 Costa de Caparica
Portugal

Este "e-book" é freeware, mas não é do domínio público. Pode ser divulgado livremente, respeitada a sua autoria e direitos conexos, desde que o seja na sua totalidade, mas não pode ser comercializado. Quem o utilizar fá-lo totalmente por sua conta e risco, e não me pode ser imputada nenhuma responsabilidade, de nenhuma natureza e a qualquer título, por pretensos inconvenientes resultantes da sua utilização.

Com os melhores cumprimentos

*Para a Sandra Isabel,
Luísa Maria
e
todos aqueles que de
uma qualquer forma exercem
Silvicultura*

Imagem da capa obtida do software
225,000 Images
Focus Multimedia™

Luís Soares Barreto, engenheiro silvicultor, M.F. (ecologia florestal), Ph. D. (investigação operacional aplicada à silvicultura; Duke University, E.U.A.), é professor catedrático jubilado do Instituto Superior de Agronomia, da Universidade Técnica de Lisboa, tendo anteriormente exercido actividade na investigação e ensino superior, em Moçambique. É o único português que estabeleceu uma teoria científica. Começou por criar uma teoria, de carácter sintáctico, dedutivo-matemático, abrangendo de forma unificada povoamentos florestais puros e mistos, tanto regulares como irregulares, sendo a única disponível, com esta abrangência, neste domínio. Em 2005, apresentou uma construção do mesmo tipo no âmbito da ecologia teórica, de que a primeira passou a ser um caso particular. É sócio honorário da Associação Portuguesa de Engenheiros do Ambiente por ter concebido, instalado, e consolidado a primeira licenciatura em engenharia do ambiente, em Portugal, na Faculdade de Ciências e Tecnologia, da Universidade Nova de Lisboa, em 1977, onde prestou colaboração graciosa durante cerca de oito anos. A sua lista de textos didácticos, científicos, técnicos e de comunicações a várias reuniões científicas ultrapassa as duas centenas. Exerceu actividade de consultoria no âmbito das engenharias do ambiente e florestal.

Trabalhos recentes do autor

- Conceitos e Modelos da Dinâmica de uma Coorte de Árvores. Aplicação ao Pinhal.* “e-book”. 2ª edição. Instituto Superior de Agronomia, Lisboa, 2004.
- Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão.* “e-book”. Instituto Superior de Agronomia, Lisboa, 2004.
- Theoretical Ecology. A Unified Approach.* “e-book”. Edição do autor, Costa de Caparica, 2005.
- The Stochastic Dynamics of Self-Thinned-Pure Stands. A Simulative Quest. *Silva Lusitana*, 14(2):227-238, 2006.
- The Changing Geometry of Self-Thinned Mixed Stands. A Simulative Quest. *Silva Lusitana*, 15(1):119-132, 2007.
- The Reconciliation of r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies. *Silva Lusitana*, 16(1):97-103, 2008.
- O Algoritmo Barcor: Classificação de Cortiça para Rolhas Recorrendo a Quatro Atributos de Qualidade. *Silva Lusitana*, 16(2):207-227, 2008.
- Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species. *Silva Lusitana*, 17(1):83-95, 2009.
- Caracterização da Estrutura e Dinâmica das Populações de Lince Ibérico (*Lynx pardinus*). Uma Digressão Exploratória. *Silva Lusitana*, 17(2):193-209, 2009.
- Simulação do Carbono Retido no Pinhal Bravo e da sua Acreção. *Silva Lusitana*, 18(1):47-58, 2010.
- Simulator SB-IberiQu.* Simulador de povoamentos puros auto-desbastados regulares de *Quercus robur*, escrito em Scilab. Setembro, 2010.

Trabalhos submetidos para publicação

- Gause's Competition Experiments with Paramecium sps. Revisited..* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Setembro de 2007.
- The Blended Geometry of Self-Thinned Uneven-Aged Mixed Stands.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Outubro de 2007.
- Modelling and Simulating Omnivory.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Março de 2009.
- Plant Growth and Kleiber's Law.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Março de 2009.
- A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.
- A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.
- The Simulation of Thinning in Mixed Even-Aged Stands.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Outubro de 2009.
- An Ecological Approach to the Management of Mixed Uneven-Aged Forests.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Outubro de 2009.
- Breve Revisitação do Algoritmo BARCOR.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Novembro de 2009.
- The Total Biomass of Self-Thinned Mixed Forests. A Theoretical and Simulative Inquiry.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Fevereiro de 2010.
- The Gobar Yield and Allometry of Self-Thinned Mixed Forests.* Submetido à revista *Silva Lusitana*, em Junho de 2010.

"No theory, no science"

Mario Bunge. *Philosophy of Science. From Problem to Theory*. Volume I, página 437.

[Em tradução livre: "Sem teoria não há ciência"]

"Sei que a maioria dos homens, incluindo os que lidam facilmente com problemas da mais alta complexidade, raramente aceita a verdade mais simples e óbvia, se ela os leva a admitir a falsidade de conclusões que eles tiveram prazer em explicar aos colegas, que orgulhosamente ensinaram a outros, e que com elas teceram, laçada a laçada, o tecido das suas vidas."

L. Tolstoi

Citação traduzida da entrada *Bohmian Mechanics*,* (Secção 15), na Stanford Encyclopedia of Philosophy, disponível na Internet.

*Sheldon Goldstein. Bohmian Mechanics. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2009 Edition), Edward N. Zalta (Ed.) URL=< <http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries-qm-bohm/>>

Sem texto

Índice de conteúdos

Lista das caixas com programas.....	18
Lista dos símbolos e acrónimos mais frequentemente usados.....	20
1 Introdução.....	21
1.1 O Propósito deste Livro.....	21
1.2 A Ecologia Florestal.....	23
1.3 Breve Anotação sobre Sistemas.....	30
1.4 Modelos.....	32
1.5 O Livro.....	38
1.6 Trabalhos Conexos.....	40
1.7 Os Pressupostos Mais Básicos desta Elaboração.....	40
1.8 As Listagens em Scilab.....	41
1.9 Bibliografia.....	41
2 Definições e Conceitos Básicos.....	45
2.1 Definições preliminares.....	45
2.2 Uma Breve Incursão pela Análise dimensional.....	45
2.3 As Fases do Crescimento dos PPAR.....	46
2.4 As Variáveis Florestais.....	46
2.5 Definições Supervenientes.....	49
2.6 Bibliografia.....	51
3 Alometria: As Leis Matemáticas Universais da Vida	52
3.1 Introdução.....	52
3.2 Equações Alométricas.....	53
3.3 Semelhança.....	54
3.4 Bibliografia.....	57
4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico.....	58
4.1 Introdução.....	58
4.2 Uma Nótula Histórica.....	59
4.3 A Equação de Gompertz.....	60
4.3.1 A Dinâmica de Gompertz das Populações	60
4.3.2 A Perspectiva do Envelhecimento da Árvore.....	61
4.3.3 A Análise da EGP.....	62
4.4 A Dedução de Khilmi.....	63
4.5 O Comportamento da EGP.....	66
4.6 Equações de diferenças para a EGP.....	67
4.7 Análise da estabilidade da EGP.....	68
4.8 A EGP e a Alometria.....	69
4.9 A Constância Específica dos Valores de c e R_i	74
4.10 A EGP e os PAPI.....	76
4.11 O Ajustamento da EGP.....	76
4.11.1 O Método dos Mínimos Quadrados.....	77
4.11.2 O Método de Khilmi.....	79
4.11.3. O Algoritmo Expedito SBFASSTG.....	82
4.12 Bibliografia.....	83

5 A Auto-Semelhança do Crescimento dos PPAR.....	85
5.1 Introdução.....	85
5.2 O Modelo KHRONOSKABA.....	85
5.3 Bibliografia.....	89
6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares.....	91
6.1 Introdução.....	91
6.2 O processo de auto-desbaste.....	91
6.3 As Leis Básicas	93
6.4 A Natureza do Auto-Desbaste.....	95
6.5 A Constância de algumas Variáveis da População Arbórea.....	98
6.6 O coeficiente de forma da árvore.....	101
6.7 A Entropia da Estrutura Dimensional dos Pfp.....	102
6.8 Acréscimo médio das variáveis dos Pfp.....	108
6.9 Acréscimo corrente das variáveis dos Pfp.....	110
6.10 O Volume ou Biomassa Total do Auto-desbaste.....	112
6.11 A Estrutura Modular dos PPAR.....	113
6.13 Uma Confirmação.....	115
6.14 Bibliografia.....	115
7 Povoamentos Jardinados.....	117
7.1 Introdução.....	117
7.2 Gerar a Estrutura de um PAPI.....	117
7.3 Verificação da Simetria Tempo-Espaço.....	121
7.4 Estabelecer os Parâmetros da Dinâmica de um PAPI.....	123
7.5 Modelos e Simulações.....	125
7.5.1 Equações de diferenças	127
7.5.2 Equações Diferenciais.....	128
7.5.3 Modelos Matriciais.....	129
7.5.4 Modelação da Variação Intra Anual de um PAPI.....	132
7.6 O Volume ou Biomassa Total do Auto-desbaste dos PAPI.....	138
7.7 A Estrutura Modular dos PAPI.....	139
7.8 Bibliografia.....	140
8 Índices de Crescimento, Regeneração e Sobrevivência.....	141
8.1 Introdução.....	141
8.2 Um Plano de Análise.....	141
8.3 As Matrizes de Leslie.....	142
8.4 Os Índices de Crescimento.....	144
8.5 Índices de Regeneração e Sobrevivência.....	145
8.6 Informação Superveniente.....	147
8.7 O Programa ICIRISPb.....	147
8.8 Bibliografia.....	149
9 As Estratégias Bionómicas das Espécies Arbóreas.....	150
9.1 Introdução	150
9.2 A Escolha do Modelo r-K.....	150
9.3 Uma Incursão Lembradora do Modelo r-K.....	150

9.4	Uma Escala para o Contínuo r-K.....	152
9.5	Uma Reinterpretação do Contínuo r-K.....	152
9.6	Uma Aplicação do Algoritmo COMPTO.....	154
9.7	Comparação entre Espécies com diferentes EB.....	159
9.8	Conclusões e Comentários.....	167
9.9	Bibliografia.....	169
10	Análise do Desbaste.....	170
10.1	Introdução.....	170
10.2	Uma Nótula Histórica.....	170
10.3	O Método SOBA.....	171
10.4	O Método SB-BARTHIN.....	172
10.4.1	As Equações Básicas.....	172
10.4.2	O Estabelecimento de Rd e Rh.....	173
10.4.3	Uma Aplicação.....	177
10.4.3	Uma Recapitulação do MSB.....	180
10.4.4	Outras Simulações e um Simulador.....	181
10.5	Uma Alternativa Alométrica.....	188
10.6	Bibliografia.....	190
11	O Crescimento das Plantas e a lei de Kleiber.....	191
11.1	Introdução.....	191
11.3	Um Modelo para a Hipótese.....	191
11.4	A Interpretação do Modelo.....	192
11.5	Uma corroboração recorrendo a árvores.....	192
11.5.1	Conjecturas complementares.....	192
11.5.3	Resultados.....	195
11.5.4	Conclusão e Interpretação.....	195
11.6	Bibliografia.....	196
12	Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado	197
12.1	Introdução.....	197
12.2	Um procedimento para gerar o PPAR.....	197
12.3	O Programa weibravo.....	199
12.4	Bibliografia.....	206
13	Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis.....	207
13.1	Introdução.....	207
13.2	Variação Cíclica dos Povoamentos	207
13.2.1	O caso de um PPAR.....	207
13.2.2	O caso de um PAPI.....	209
13.3	Variação Estocástica de PPAR.....	215
13.3.1	Pressupostos Básicos	215
13.3.2	As Simulações Estocásticas.....	216
13.3.3	Comentários às Simulações.....	217
13.3.4	Uma Simulação Alternativa.....	218
13.4	Ainda a Simulação do Ruído Ambiental.....	220
13.5	Variação Estocástica dos PAPI.....	224
13.5.1	Um estratégia Simulatória.....	224
13.5.2	As Simulações.....	226

13.5.3 Ergodicidade.....	226
13.5.4 Apreciação das Simulações Estocásticas de PPAR e PAPI.....	227
13.5.5 Um Simulador.....	227
13.6 Bibliografia.....	229
14 A Competição entre as Árvores.....	232
14.1 Introdução.....	232
14.2 Enquadramento.....	232
14.3 Identificação das Variáveis Florestais nos Povoamentos Mistos.....	233
14.4 Conceitos Pertinentes aos Povoamentos Mistos.....	234
14.5 O Modelo Conceptual para a Competição entre Árvores.....	234
14.6 O Modelo BACO2 para a Competição entre Árvores.....	235
14.7 Bibliografia.....	241
15 Testar o Modelo BACO2.....	242
15.1 Hierarquias Competitivas e Estratégias Bionómicas.....	242
15.2 Coevolução e Competitividade das Espécies.....	244
15.2.1 Alterações da dominância	244
15.2.2 Similitude das trm.....	245
15.3 O Tamanho Relativo das Árvores.....	247
15.4 A Confirmação Empírica.....	251
15.4.1 A Sensibilidade às Condições Iniciais.....	251
15.4.2 A Dinâmica da Biomassa Total em PAMR de Fsy+Pab.....	253
15.4.3 A Dinâmica da Biomassa Total em PAMR de Lde+Pab.....	256
15.5 Outras Confirmações.....	260
15.6 Produtividade e Intensidade da Competição.....	260
15.7 Colonização e Biodiversidade.....	262
15.8 Um Juízo sobre o MB2.....	262
15.9 Bibliografia.....	262
16 Modelos Conexos ao Modelo BACO2.....	264
16.1 Introdução.....	264
16.2 O Modelo Contínuo BACO3.....	264
16.3 O Modelo Discreto SB-BACO4.....	270
16.4 O Modelo SB-BACO5.....	271
16.5 Bibliografia.....	272
17 Padrões de Interação entre Espécies Arbóreas.....	273
17.1 Introdução.....	273
17.2 A Sensibilidade de CC e $tb(t)$	273
17.2 Padrões de interação.....	276
17.2.1 Tipo I.....	276
17.2.2 Tipo II.....	276
17.2.3 Tipo III.....	277
17.2.4 Tipo IV.....	278
17.2.5 Tipo V.....	278
17.2.6 Tipo VI.....	278
17.3 Bibliografia.....	279
18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos.....	280
18.1 Introdução.....	280

18.2 A Geometria Variável dos PAMR.....	280
18.3 A Geometria Mesclada dos PAMI.....	282
18.4 A Geometria Global dos PAMR.....	284
18.4.1 Estratégia de Análise.....	284
18.4.2 Simulação dos PAMR dos Tipos de Interação.....	285
18.4.3 Simulação dos PAMR Pab+Lde e Fsy+Pab.....	288
18.4.4 Simulação dos PAMR Ppin+Ppi+Pha.....	290
18.4.5 Simulação do efeito da idade dos PAMR.....	290
18.4.6 Interpretação dos Resultados das Simulações.....	293
18.5 O Padrão Variável de Crescimento das Populações dos PAMR.....	293
18.6 Outras Regularidades da Estrutura e Dinâmica dos PAMR.....	299
18.7 Uma Ilustração Final.....	299
18.8 A Condição para a Ocorrência de Sobre Produção.....	305
18.9 Bibliografia.....	306
19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares.....	307
19.1 Introdução.....	307
19.2 Duas Ilustrações Antes de Prosseguir.....	307
19.3 A Simulação de PAMI naturais.....	313
19.4 A Simulação de Qualquer PAMI.....	316
19.5 PAMI com Estrutura Dimensional.....	325
19.6 Simulação Estocástica de PAMI.....	326
19.7 A Finalizar.....	332
19.8 Bibliografia.....	333
20 O Desbaste dos Povoamentos Mistos.....	334
20.1 Introdução.....	334
20.2 Simulação de um Desbaste pelo Baixo.....	334
20.2 Simulação de um Desbaste Neutro.....	339
20.3 Bibliografia.....	349
21 Apreciação da Teoria.....	351
21.1 Uma Visão Global do Livro.....	351
21.3 Avaliação.....	352
21.4 Bibliografia.....	353

Lista das caixas com programas

Caixa	Cabeçalho	Página
Caixa 4.1.	Programa 4.1 para gerar e ajustar a lei dos 3/2	70
Caixa 4.2.	Programa 4.2 para gerar e ajustar a forma logarítmica da equação alométrica entre a biomassa total da árvore e a densidade: $Y_{2,661} = k_{2,666-2} Y_{-21}^{-1,333}$	72
Caixa 4.3.	Programa 4.3 para projectar a densidade, dap médio, área basal da árvore média, área basal e biomassa da copa de um PPAR de pinheiro bravo	73
Caixa 4.4.	Programa para ajustar a EGP usando o método dos mínimos quadrados	78
Caixa 4.5.	Programa para ajustar a EGP usando o método de Khilmi	80
Caixa 4.6.	Programa SBFASTG	82
Caixa 5.1.	Programa Khronos200	90
Caixa 6.2.	Programa autodesb3 para simular três modalidades de auto-desbaste	99
Caixa 6.3.	Programa COEForma para cálculo do coeficiente de forma	103
Caixa 6.4.	Programa estrutura que projecta um pinhal bravo, dos 20 aos 100 anos	104
Caixa 6.5.	Programa Shannon que estabelece a entropia estrutural de um pinhal bravo dos 20 aos 100 anos	106
Caixa 6.6.	Programa acremed	109
Caixa 6.7.	Programa GPZ&acréc	111
Caixa 7.1.	Programa Pbestrut90 para gerar a estrutura de um PAPI de pinheiro bravo	119
Caixa 7.2.	Programa papidin	126
Caixa 7.4.	Programa semat7 que analisa a matriz de Leslie estabelecida	131
Caixa 7.5.	Programa Pbjard7	133
Caixa 7.6.	Programa trimestre	138
Caixa 8.1.	Programa ICIRISpb	149
Caixa 9.1.	Programa compteor	156
Caixa 10.1.	Programa desbN2020	183
Caixa 10.2.	Aplicação do algoritmo SB-ALODESB	189
Caixa 12.1.	Programa weibravo	199
Caixa 13.1	Programa BTQr	208
Caixa 13.2.	Listagem do programa sinpapi	212
Caixa 13.3.	Listagem do simulador weistoc32	218
Caixa 13.4.	Listagem do programa cordoruído	222
Caixa 13.5.	Simulador estocpapi	227
Caixa 14.1.	Listagem do programa BA2odePbQr	240
Caixa 15.1.	Programa borbPsPm	252
Caixa 15.2	Programa BTFsyPab	255
Caixa 15.3	Programa RBTmistopuro	258

Lista das caixas com programas

Caixa 16.1.	Programa CCPabLde	265
Caixa 16. 2	Programa BC3trdet	269
Caixa 18.1.	Programa surf2compar2	294
Caixa 18.2.	Programa PpQrtabprod	302
Caixa 19.1.	Programa projecQroFex	314
Caixa 19.2.	Listagem do program PAMIEstrut	320
Caixa 19.3	Programa PAMIPpiQro	324
Caixa 19.4.	Programa clasid&dap	326
Caixa 19.5.	Programa estQrFeCl6	327
Caixa 19.6.	Programa estAruPmePsi	330
Caixa 20.3	Simulador para o desbaste neutro	343

Lista dos símbolos e acrónimos mais frequentemente usados

ACA Acréscimo corrente anual

AMA Acréscimo médio anual

cf coeficiente de forma

CQ Classe de qualidade

dap Diâmetro do tronco ou fuste da árvore, à altura do peito

E = $\exp(-c(t-t(0)))$, em que **c** é uma constante característica da espécie.

f(i) Frequência da classe **i** (árvores/hectare), nos pinhais jardinados

Fw Factor de Wilson (espaçamento relativo referido à altura dominante). $F=100/(\text{densidade}^{1/2} \times \text{altura dominante})$, para o compasso quadrado

MACA Máximo acréscimo corrente anual. Se referido ao volume em pé exprime-se em metros cúbicos por hectare por ano, ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1} \text{ano}^{-1}$)

MAMA Máximo acréscimo médio anual

Mg Megagrama (= 1 tonelada)

PAM Povoamento auto-desbastado misto

PAMI Povoamento auto-desbastado misto e irregular ou jardinado

PAPI Povoamento auto-desbastado puro e irregular ou jardinado

PAMR Povoamento auto-desbastado misto e regular

PAPR Povoamento auto-desbastado puro e regular

Pf Povoamentos florestais

PJ Povoamento jardinado

$R_i = y_{i0}/y_{if}$. Este valor é constante para uma dada variável florestal, de uma dada espécie

t_0 Idade em que um povoamento regular entra na linha dos 3/2, ou na fase de competição intra-específica dominante (fase II do crescimento de um PPAR)

TRV_{-21t} Taxa relativa de mortalidade na idade **t**. **$TRV_{-21t} = -c \ln(R_{.2})E$**

TRV_{it} Taxa relativa de variação da variável **y_{ijt}** , idade **t**. **$TRV_{it} = -c \ln(R_i)E$**

y_{ijt} Variável florestal (**VAF**) com a potência da dimensão linear **i**, de ordem **j**, na idade **t**. Ver quadros 2.1 e 2.2

y_{ijf} Valor final ou assintótico da variável **y_{ij}**

y_{ijo} Valor da variável **y_{ij}** na idade **t_0**

y_t Valor de uma qualquer variável florestal, **y**, na idade **t**

Y Conjunto das variáveis florestais

1 Introdução

1.1 O Propósito deste Livro

Este livro tem como objectivo apresentar uma teoria unificada da estrutura e dinâmica dos arvoredos **auto-desbastados**, com incidência sobre as situações em que a competição dominante é entre árvores, quer da mesma espécie quer de espécies diferentes. **Salvo indicação em contrário, os povoamentos florestais aqui mencionados serão por isso sempre só sujeitos ao auto-desbaste.** A perspectiva adoptada, na melhor tradição florestal, é a quantificada, afim à dendrometria (ou biometria florestal) e à chamada teoria da produção florestal, com a preocupação de dar suporte uma silvicultura sustentada e ecologicamente sã. O nível de abordagem é o introdutório a intermédio. Pressupõe conhecimentos prévios de ecologia, e de matemática, para um melhor aproveitamento da sua leitura. Case (2000) proporciona uma introdução acessível à ecologia quantificada e aos instrumentos matemáticos que utiliza. Um texto clássico sobre a matemática que a biologia e ecologia mais aplicam é Edelstein-Keshet (2005).

A silvicultura, como outras sistematizações do aproveitamento sustentado de recursos naturais renováveis biológicos, é ecologia aplicada. Não surpreende, pois, que muitos conceitos, métodos e concepções nucleares da ecologia tenham tido origem nas tentativas de resolver problemas surgidos no âmbito da agricultura e da exploração tanto de florestas, como de pesqueiros (Kingsland, 1985:23).

Durante muitos séculos, a lenha foi a principal fonte de energia, das sociedades humanas. Com o processo da concentração em centros urbanos, numa época de transportes incipientes, baseados na tracção animal, era preciso garantir um fluxo constante de lenho para os aglomerados, proveniente de florestas que não podiam estar afastados destes para além de uma certa distância limite. Esta necessidade de satisfazer a procura de um bem (o lenho) no mercado, reflectiu-se na quantificação precoce da abordagem da floresta pelos profissionais de antanho. Segundo Meyer *et al.* (1961), já no século XIV, as florestas da cidade alemã de Erfurt eram divididas em sete áreas de corte, com o propósito de assegurar o seu abastecimento, constante e sustentado, com material lenhoso.

A descrição quantificada dos arvoredos é de facto uma das primeiras manifestações da chamada ecologia matemática. Os estudos dos povoamentos jardinados, com o propósito de os explorar sustentadamente, ainda nos séculos XVIII e XIX, deram origem aos primeiros modelos para populações estruturadas. As tabelas de produção também se encontram entre os primeiros e mais elaborados modelos da dinâmica das populações.

Há já há alguns séculos que o conceito de sustentabilidade, que informa a nossa actual atitude face ao desenvolvimento, é o conceito fundamental da silvicultura. Num livro recente sobre desenvolvimento sustentado pode ler-se (Rogers, Jalal, Boyd, 2008:22):

“Sustainability is the term chosen to bridge the gulf between development and environment. Originally came from forestry, fisheries, and groundwater, which dealt with quantities such as “maximum sustainable cut”, “maximum sustainable yield”, “maximum sustainable pumping rate”. How many trees can we cut and still have forest growth?...”

[*Sustentabilidade* é o termo escolhido para estabelecer a ponte entre desenvolvimento e ambiente. Originalmente veio da silvicultura, pescas e exploração de aquíferos, que lidam com

1 Introdução

quantidades tais como “corte sustentado máximo”, “produção máxima sustentada”, “taxa de bombagem máxima sustentada”. Quantas árvores podemos cortar mantendo o crescimento da floresta?...”.

Itálico do original].

Estas abordagens heurísticas e locais deram origem, há duzentos anos atrás, à Ciência Florestal. Na sua existência, a nossa profissão é um cometimento de sucesso, pois criou e aplicou os procedimentos necessários para garantir o suprimento adequado de lenho nos países do que se convencionou chamar do mundo ocidental, como lhe era exigido, adaptando-se bem à evolução social e económica que se desenrolou nestes dois séculos. Uma concisa e bem elaborada história da silvicultura, *sensu lato*, pode ser encontrada em Puettman, Coates e Messier (2009:cap. 1).

Dado o facto de em Portugal a área de floresta ordenada ser reduzida, a projecção dos arvoredos reside em prever a dinâmica de populações de árvores só sujeitas a auto-desbaste (povoamentos puros) e à competição tanto intra como inter-específica (povoamentos mistos). Isto só é possível dispondo-se de uma teoria unificada para os povoamentos puros e mistos, não intervencionados pelo homem. Na terminologia ecológica, enfrentamos questões no seio da dinâmica de corte de árvores e competição inter-específica. Foi no estabelecimento desta teoria que me empenhei desde 1985, durante cerca de 20 anos, depois de uma década de busca intermitente e infrutífera, mas que permitiu o amadurecimento do problema e o delineamento mais preciso de uma estratégia de abordagem.

É também meu entendimento ser esta teoria indispensável para se projectar com fundamento inteligível os povoamentos intervencionados. A ciência florestal atinente a estas problemáticas revela-se preponderantemente como uma colecção de equações, onde abundam os modelos puramente regressivos e não explicativos, e não como um conjunto coerente e unificado de modelos, assentes num adequado tecido conceptual. É uma tentativa para colmatar esta lacuna que aqui apresento.

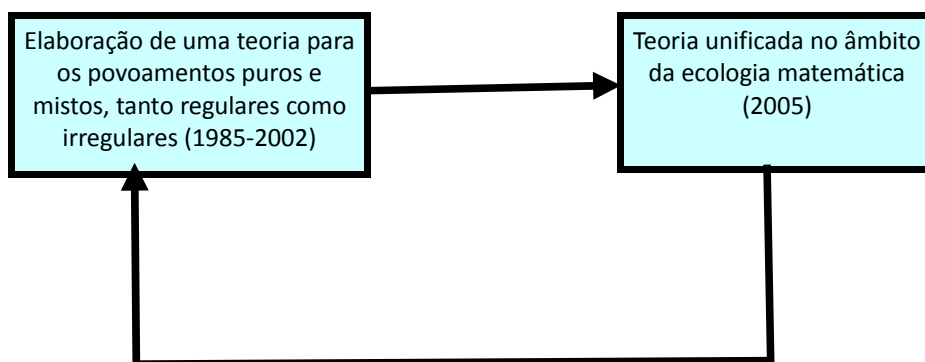


Figura 1.1. Processo de inquirição em que o presente texto se insere

Num enquadramento epistemológico correcto, em Barreto (2003, 2004c) elaborei duas reconstruções ou formalizações completas das minhas teoria para os povoamentos auto-desbastados puros e mistos, respectivamente. As vantagens das formalizações das teorias são de

duas ordens diferentes: a) passar a teoria por um filtro dedutivo apertado, para eliminar redundâncias e incoerências, reforçando a sua lógica interna; b) facilitar a sua análise e controlo por terceiros. Bunge (2005, secção 8.3) aborda esclarecedoramente este tema, raramente atentado pelos investigadores. Posteriormente, em Barreto (2005), alarguei o escopo da minha indagação teórica, apresentando uma elaboração mais abrangente, no âmbito da ecologia teórica ou matemática, que abarca a anterior como um caso particular. Este novo enquadramento permite aprofundar, refinar e enriquecer a teoria sobre os arvoredos, como espero aqui mostrar e ilustro na figura 1.1. Em Barreto (2009), pode-se encontrar uma aplicação da minha teoria ecológica unificada, às populações de linco ibérico, que demonstra ser ela um contributo valioso para a preservação da biodiversidade, pela economia de recursos e tempo que permite realizar, no estudo da ecologia das espécies ameaçadas.

1.2 A Ecologia Florestal

A ecologia florestal é simultaneamente uma área da ecologia e da silvicultura ou ciência florestal. Direi que constitui uma interface entre estas duas ciências, como se ilustra na figura 1.2. Os principais temas desta interface, aqui tratados, são a dinâmica de uma coorte, populações etariamente estruturadas, competição intra e inter-específica.

Tanto a ecologia como a silvicultura justificam o estatuto de ciência autónoma porque exibem os seguintes atributos (e. g., Mahner e Bunge, 1997: 185-198) :

1. Um grupo de pessoas exerce um tipo de actividade individualizada e de valor reconhecido no seio da comunidade científica.
2. Existe um ensino formal desta ciência e universidades conferem graus na área da ecologia.
3. Existem associações científicas devotadas a esta actividade que atribuem prémios e graduam o vínculo associativo dos seus membros, do mesmo modo que vemos instituições de investigação e publicações (livros, revistas, e afins) quer generalistas quer especializadas nalguns dos seus domínios. A divulgação dos resultados, a sua apreciação e reconhecimento da sua qualidade são aspectos fundamentais da actividade científica.
4. Existe um conjunto de pressupostos axiológicos e normativos de natureza moral epistemológica e ontológica que os ecologistas e florestais aceitam livremente e orientam a sua actividade profissional. Corresponde àquilo que permite a distinguir a “boa” da “má” prática, e designo genericamente pelo *ethos* da ecologia ou da ciência florestal, ou a sua axiologia interna.
5. Têm domínios de estudo bem definidos, no âmbito dos quais isolam problemas que procuram resolver, aspirando estabelecer leis e teorias que se lhe apliquem (propõem respostas às perguntas).
6. Para solucionar os problemas que tentam dilucidar utilizam tanto conhecimento já estabelecido no seio da sua ciência e nos de outras ciências, como a métodos de investigação próprios da sua disciplina e importados de outras.

A contextualização da ecologia florestal no universo das ciências e da comunidade científica, individualizada tanto como ramo da ciência florestal ou da ecologia, pode ser figurativamente descrita de acordo com a figura 1.3.

1 Introdução

As florestas são tidas como os mais complexos ecossistemas terrestres, por isso podem ser abordadas sobre várias perspectivas. Como disse no início, a abordagem aqui adoptada é próxima da mais frequentemente utilizada em silvicultura e, por via do anteriormente esclarecido, simultaneamente próxima da ecologia matemática, como também ilustro na figura 1.3.

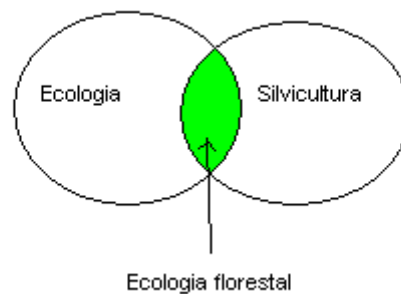


Figura 1.2. A ecologia florestal como uma interface entre a ecologia e a silvicultura

Na figura 1.4, procuro clarificar o conceito de silvicultura como ecologia aplicada.

A axiologia externa, ou o quadro de valores da sociedade, condiciona a maneira tida como aceitável de aproveitar os recursos florestais. Hoje, as pessoas são mais exigentes quanto a sustentabilidade desta exploração, e preservação da capacidade dos arvoredos proporcionar outros bens e serviços, tais com biodiversidade, regularização do ciclo hidrológico, protecção do solo. Alguns autores designam a prática florestal informada por esta atitude por *silvicultura social* (e.g., Kimmins,1997:14) Esta nova axiologia ambientalista põe novos problemas de gestão que requerem mais conhecimento, a adquirir pela ecologia florestal, e a aplicar posteriormente pela silvicultura, senso estrito, na sua solução. Expressões da silvicultura social são a silvicultura próxima-da-natureza (Jakobsen, 2001) e a silvicultura ecossistémica (Ministère des Ressources Naturelles et de la Faune, 2008).

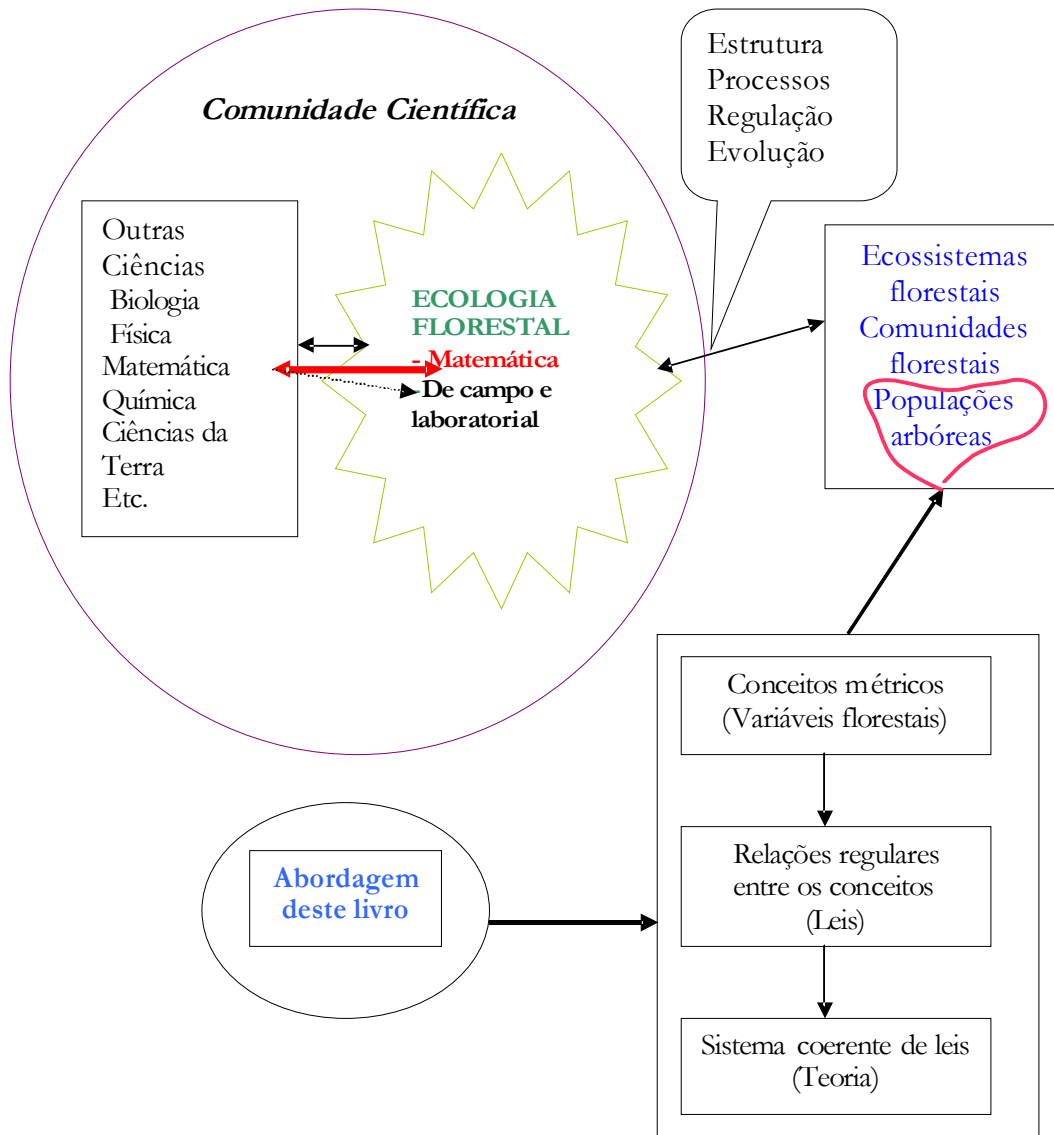


Figura 1.3. Caracterização diagramática da ecologia florestal como ciência e esclarecimento da abordagem deste livro

Actualmente, a engenharia florestal vive uma situação problemática, de difícil solução, por se verificar a simultaneidade dos aumentos das procura de lenho (crescimento da população e crescimento do consumo nas economias emergentes, nomeadamente na Índia e China) e dos outros serviços prestados pelos ecossistemas florestais, o que também nos obriga a ser imaginativos e a escrutinar todas as alternativas de mudança que sejam formuladas. É uma vertente do problema da pressão da população humana sobre os recursos do planeta Terra, que cabe aos florestais resolver.

No contexto da silvicultura social, que privilegia os povoamentos irregulares tanto puros como mistos, as tabelas clássicas de produção são de pouca utilidade **como instrumentos de**

1 Introdução

aplicação directa, pois são vocacionadas para povoamentos puros e regulares. Na inexistência de um modelo de competição fiável e geral para as árvores, a resposta foram os modelos da árvore individual, conhecidos pela sigla ITM (*individual tree models*), que são um caso particular dos modelos baseados no indivíduo (IBM - *individual based models*). Os ITM são, pois, um maneira de contornar esta lacuna teórica, da ecologia florestal. Naturalmente que estes investigadores são dignos de todo o apreço e respeito da comunidade científica, pelo seu empenho na procura da solução para um problema de grande importância prática: simular povoamentos mistos.

Aos IBM são atribuídas alguns sérios inconvenientes (e.g., Grimm e Railsback, 2005:243) que podem revelar aspectos específicos no caso dos ITM:

- Os IBM não são uma abordagem ecologicamente coerente, pois são empíricos. Por exemplo, há mais de uma abordagem na elaboração dos ITM (Hasenauer, 2006b: capítulos 3 e 4).
- São por isso difíceis de comparar entre si, generalizar e comunicar dada a sua complexidade.
- Podem revelar elevada susceptibilidade aos valores iniciais dos dados entrados, muitas vezes de obtenção cara e morosa, dado o seu pormenor (e.g., Schmid, Zingg, Biber e Bugmann, 2006).
- O software que os aplicam é muito susceptível a erros tanto de programação como de propagação de erros de arredondamento, não sendo estes últimos detectáveis.
- A sua incorporação em modelos de apoio à gestão não é fácil.
- Na seu detalhe podem conduzir a situações insólitas, como por exemplo tratar conjuntamente variáveis aleatórias do meio e as próprias intervenções culturais (e.g., tanto quanto pude perceber, Ribeiro, Surový e Oliveira, 2006:286).
- Para se estabelecer um ITM **confiável**, são precisas décadas de medições de boa qualidade e extensão, incluindo variáveis geralmente ignoradas, como a altura da copa de cada árvore e a regeneração (Hasenauer, 2006a:11-14). O ITM europeu com mais destaque - SILVA 2.2 - recorre a séries temporais de dados, de florestas alemãs, com mais de um século. **Nalguns países, mesmo europeus, ultrapassar uma situação de carência desta natureza pode levar muitos anos, se dispuserem de recursos para isso, com inconvenientes para a gestão dos seus patrimónios florestais.** Provavelmente, não terá sido por acaso que os ITM surgiram no Canada, passaram aos E.U.A., entraram na Europa pela Suécia e depois estenderam-se a países ricos e com longa tradição de investigação florestal, tais como a Alemanha, a Austria e a Suíça (Pretzsch *et al.*, 2006:43).
- Os ITM instilam uma perspectiva de fiabilidade para horizontes futuros de mais de cem anos, sem qualquer prevenção sobre a natureza estocástica dos povoamentos florestais.

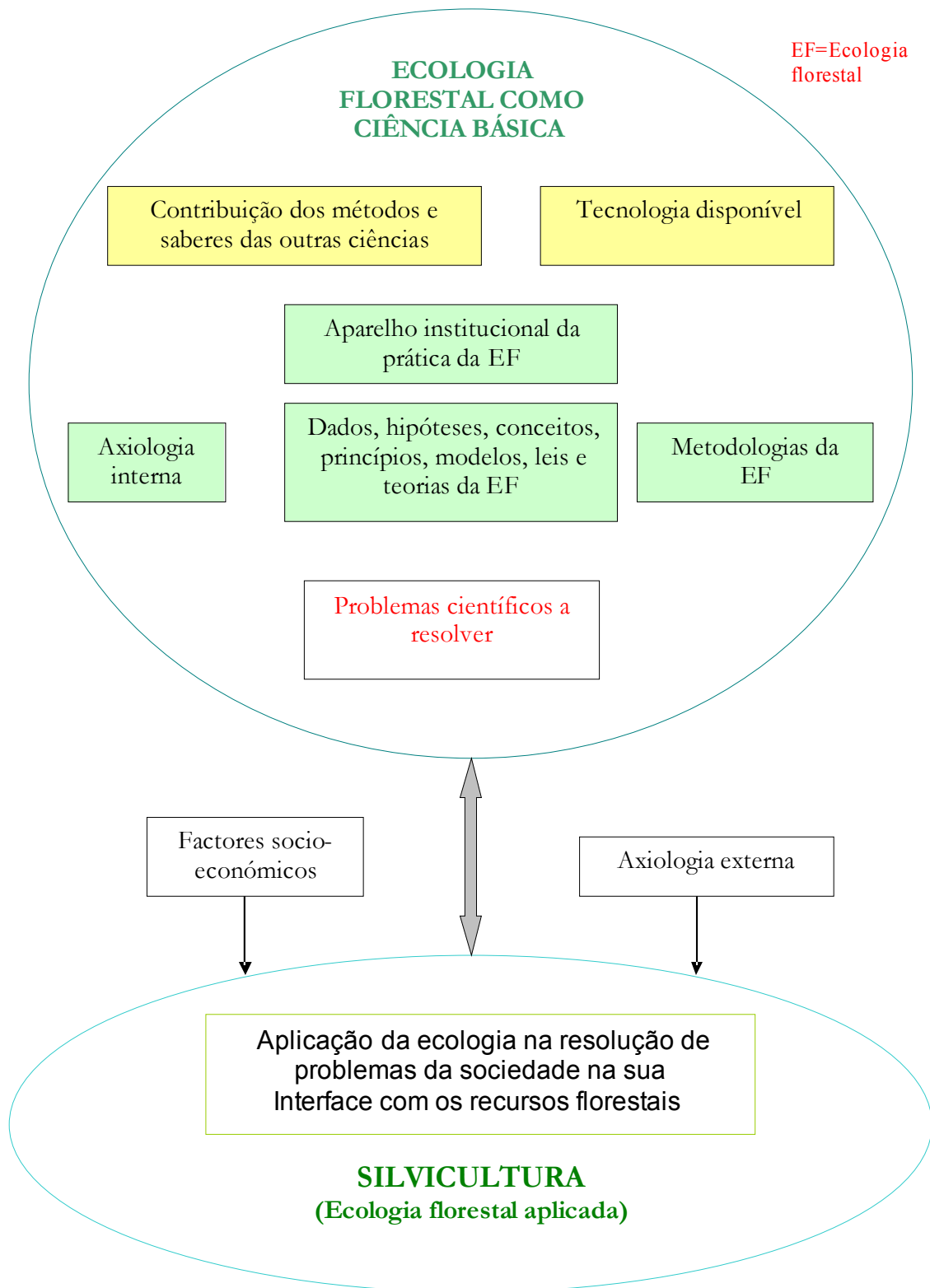


Figura 1.4. A ecologia florestal como ciência básica e a sua relação com a prática florestal (silvicultura em sentido restrito)

1 Introdução

- Hasenauer (2006a:5), descrevendo a estrutura geral dos ITM, escreve:

“Thus stand age, one of the key driving variables within yield tables, cannot be used and all functions must be age independent”.

Ora, num povoamento misto, duas árvores da mesma espécie, devido a diferenças genéticas e de micro habitat, podem ter idades diferentes e a de menor porte ser a mais idosa. Esta terá uma taxa relativa de crescimento menor que a mais jovem e mais frondosa. Na modelação dos ITM, pode acontecer o contrário. Para ser mais sugestivo, vejamos esta situação nos humanos. Isto é equivalente a admitir que podem ocorrer circunstâncias em que um indivíduo com 1,60 m de altura e trinta anos de idade pode crescer e o jovem ao seu lado, com 15 anos e 1,65 m de altura, pode crescer menos que ele, ou mesmo não crescer. **A idade é uma variável biológica muito importante que não pode ser ignorada.** Sobre este ponto veja-se adiante a figura 6.1.

- Nos ITM, um dos aspectos mais problemáticos é a predição da mortalidade das espécies, pois não consideram a capacidade competitiva de cada uma delas (uma característica importante da sua estratégia bionómica) nem nenhuma hierarquia competitiva explícita. Estranha forma esta de aproximar a silvicultura da ecologia. Ainda na mesma descrição de Hasenauer (2006a:10) pode ler-se:

“Consequently, for a given competition situation, tree mortality may be quite variable and this makes the collection of data for developing tree mortality models difficult and expensive. Note that individual tree mortality predictions may be considered as one of the most difficult tasks within tree growth modeling.”

Sobre a relevância desta questão, veja-se a parte II, deste livro, dedicada aos povoamentos mistos.

Numa perspectiva epistemológica, tanto as tabelas de produção como os ITM são predominantemente modelos empíricos e regressivos, que do ponto de vista teórico pouco acrescentam à ciência florestal. Sobre as sérias limitações das abordagens estritamente regressivas em ciência veja-se Bunge (2005: secção 6.2). O propósito da minha teoria é preencher esta lacuna grave da inexistência de uma elaboração nomológica que trate num contínuo integrado, e coerente, as árvores e todos os tipos de arvoredos. **O que importa é não se ter de começar do zero, mas construir uma teoria que beneficie das tabelas de produção e dos dados já existentes, como ponto de partida para se alcançar a estrutura nomológica dos povoamentos puros e mistos, tanto regulares como irregulares.**

Os ITM permitem apresentações gráficas do arvoredos, a três dimensões e a cores, muito apelativas, que passaram a encher os livros que lhe são dedicados, com o inconveniente da conspícua elevação do seu preço.

Para juízo próprio do leitor, insiro duas referências: Hasenauer (2006b) que dá conta do projecto da aplicação dos ITM a florestas europeias e Getz e Haight (1989: capítulo 5) que avaliam ITM e os comparam com outros modelos florestais.

Uma resenha histórica da modelação de florestas, na Europa, pode ser encontrada em Pretzsch, *et al.* (2008). Em Pretzsch (2009: capítulo 11) é apresentada uma análise mais pormenorizada e abrangente dos diversos tipos de modelos florestais disponíveis.

A tendência hoje não é para se privilegiarem modelos extensos e complexos, capazes de gerar informação de vária natureza, (produção lenhosa, biomassa total, ciclos hidrológicos e de nutrientes na floresta, balanço energético, por exemplo) mas sim colecções de modelos menos extensos e especializados, a escolher e a aplicar conforme a natureza da informação que se deseje obter (Pretzsch, 2009:489).

Alguns autores, estéril e erroneamente, têm evocado a existência de ditas teorias empíricas. Ora uma colecção de modelos regressivos e empíricos é quanto muito um acervo de generalizações estatisticamente confirmadas e nunca uma teoria. Para mais detalhado tratamento do assunto veja-se Pickett, Kolasa e Jones (2007:90-91).

Uma das soluções propostas para enfrentar os problemas difíceis que a ciência florestal enfrenta é recorrer à dita ciência da complexidade, e perspectivar as florestas como sistemas complexos adaptativos (*complex adaptative systems*), como acontece em Puettmann, Coates e Messier (2009). A isto eu chamo saltar para o vazio. Esclareço.

A Doutora Melanie Mitchell (professora de ciência de computadores na Portland State University, e professora externa no Santa Fe Institute - berço e santuário da complexidade) no seu livro dedicado à complexidade (Mitchell, 2009:14) escreve (itálicos do original):

“But how can there be a science of complexity when there is no agreed-on quantitative definition of complexity?

I have two answers to this question. First, neither a single *science of complexity* nor a single *complexity theory* exists yet, in spite of the many articles and books that have used this terms.”

[Mas como pode existir uma ciência da complexidade quando não há acordo sobre uma definição quantitativa da complexidade?

Tenho duas respostas para esta pergunta. Não existem ainda nem uma única *ciência da complexidade* nem uma única *teoria da complexidade*, embora estas designações sejam usadas em inúmeros artigos e livros.]

Sair do contexto da ecologia, a quem se reconhece o estatuto de ciência, como já vimos, para mergulharmos num domínio em que ninguém é capaz de definir claramente o seu conceito fulcral – a complexidade – duvido que seja vantajoso para a silvicultura. A dita ciência da complexidade surge como sucedânea à teoria geral dos sistemas e à cibernética, de que hoje muitos poucos falam. Ainda é cedo para saber se os ventos da complexidade não acabam por sossegar e esvaecer-se como aconteceu com estes dois domínios de conceptualização.

Como se pode verificar em Solé e Bascompt (2006) a ecologia é capaz de lidar com as questões de complexidade e auto-organização, emergentes no universo da sua inquirição, sem ter de abandonar o terreno firme das ciências existentes, neste caso a própria ecologia apoiada nos instrumentos matemáticos criados na física estatística, embora esta estratégia ainda não tenha permitido alcançar uma teoria integrada e abrangente para todo o domínio do discurso ecológico.

Uma abordagem do método científico na perspectiva da investigação ecológica é proporcionada em Ford (2000).

1.3 Breve Anotação sobre Sistemas

O leitor que estudou ecologia está familiarizado com a noção de biosistema (e.g., o ecossistema) e a hierarquização aceite (comunidade, população, organismo, ...). No entanto, por uma exigência de completude e clareza introduzo esta secção.

Neste livro, conceptualizo as florestas como sistemas abertos, muito complexos, auto-selhantes e com capacidade de se adaptarem às variações do meio onde se inserem. Um sistema ontológico pode definir-se como um conjunto organizado (não é arbitrário, aleatório ou caótico) de entidades ($E=[E_1, E_2, \dots, E_n]$) interligadas ou interrelacionadas que actuam como um todo. O sistema P_f (povoamento florestal) localiza-se num ambiente externo (A) e revela estrutura e dinâmica (D). Tanto E como D obedecem a leis que nos interessa estabelecer.

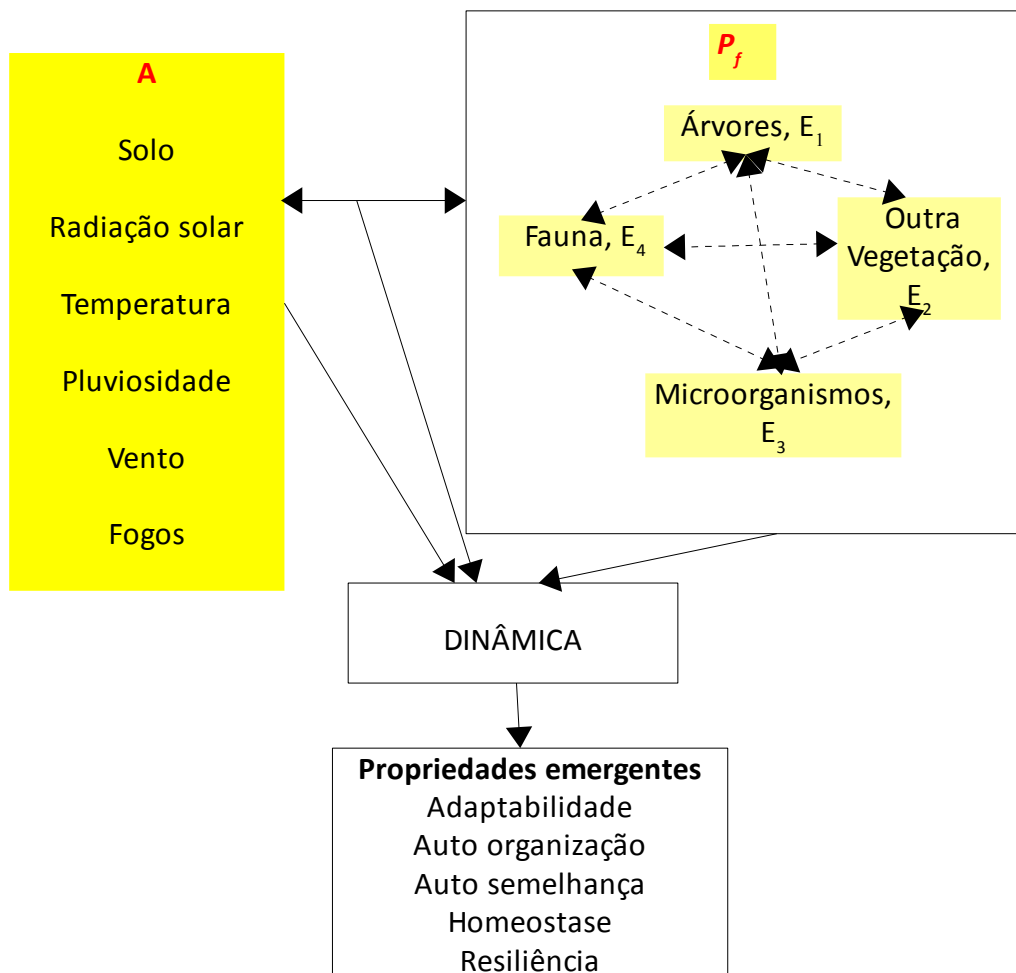


Figura 1.5. Representação gráfica, e muito simplificada, do sistema P_f . As setas a tracejado representam a conectividade interna. As setas bidireccionais representam influência recíproca. Omitiu-se a conectividade interna do sistema A. O conjunto dos sistemas A e P_f é o ecossistema. Dada o tema do livro, privilegiamos a abstracção apresentada

No âmbito deste livro, nos *Pf*, as componentes podem ser descritas recorrendo a variáveis biométricas, e as suas inter-relações representadas por equações matemáticas. Designo esta rede de relações por conectividade interna (C_i). Os *Pf* como sistemas abertos, recebem influencia do meio onde se localizam e, reciprocamente, afectam-no. Às relações dos *Pf* com o meio denomino de conectividade externa (C_e). O conjunto destas duas conectividades é a conectividade do sistema ($C=[C_i C_e]$). Aqui, interessa-nos indagar e esclarecer a estrutura e dinâmica dos *Pf*, com ênfase hegemónico em E , D e C_i . Sem ignorar totalmente a sua variabilidade, em quase todas as situações de análise supõe-se A constante. Nos *Pf*, o nosso objecto de estudo são as populações de árvores, sem ignorar a sua conectividade com outras componentes do sistema.

Representar graficamente uma estrutura complexa requer sempre um esforço de leitura. Na figura 1.5 tento explicitar esquematicamente o descrito no parágrafo anterior.

Assumo algumas conjecturas iniciais sobre os sistemas *Pf*:

- São sistemas complexos, mas desta tecedura de componentes e interligações emerge simplicidade traduzível em equações simples (Cohen e Stewart, 1994:411).
- A dinâmica dos *Pf* e dos seus subsistemas obedecem a leis e restrições de natureza química e física (figura 1.8).
- A ocupação do espaço pelas populações de árvores satisfaz restrições de natureza física (figura 1.8)

Numa perspectiva mais abrangente, a minha teoria para os *Pf* conflui com as concepções de James H. Brown, Brian J. Enquist e Geoffrey B. West, explanadas, ilustradas em Brown e West (2000), aprofundadas e alargadas em vários outros posteriores trabalhos tais como Brown, *e all.* (2002), West e Brown (2005).

Embora os *Pf* além de sistemas abertos sejam também estocásticos, adoptamos a estratégia metodológica de inicialmente os abordarmos numa perspectiva determinística, para depois conciliarmos os resultados alcançados com a realidade aleatória das suas dinâmicas.

A minha perspectiva da ciência que permeia este esforço de indagação é a do realismo científico, (Lucena, 1998; Mahner e Bunge, 1997: secção 3.5; e quadro 9.1). apoiada na metodologia hipotética-dedutiva (figura 1.8).

Uma síntese dos aspectos gerais das metodologia e filosofia da ciência com que este capítulo tem interface pode ser encontrada em Bunge (2005:capítulo 1) e Mahner e Bunge, 1997:Parte I e capítulo 5).

Uma análise da estrutura fragmentada da ecologia e das dificuldades que enfrenta para alcançar maior integração e unidade, assim como para estabelecer leis e teorias é apresentada em Sarkar (2005). Alguns autores, seguindo uma perspectiva da ciência próxima da semântica, argumentam que é possível discernir uma teoria ecológica geral e unificada para a ecologia (Dodds, 2009; Scheiner e Willing, 2007).

1.4 Modelos

Em última instância, este livro é sobre modelos matemáticos de biosistemas florestais, por isso justifica-se um breve esclarecimento deste conceito.

Na figuras 1.6 e 1.7, esclareço a perspectiva analítica e o enquadramento conceptual do esforço hipotético dedutivo aqui desenvolvido. As condicionantes físicas e químicas da biologia são analisadas com profundidade e abrangência em Kooijman (2000).

Um modelo é uma representação simplificada de um trecho da realidade. As simplificações implicam pressupostos que transformam o nosso objecto real num virtual, ou conceptual, mais simples, por isso mais tratável, sem eliminar o que consideramos essencial do ponto de vista dos objectivos do nosso esforço de modelação.

Os modelos podem ser de vária natureza: verbais, gráficos, materiais (e.g., maquetes) e matemáticos.

No início disto tudo está sempre uma conjectura sobre o sistema, isto é, um modelo conceptual sobre a sua estrutura, e conectividade dinâmica dos elementos desta.

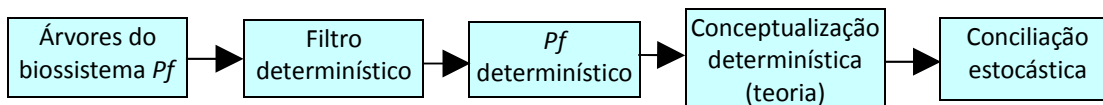


Figura 1.6. Perspectiva analítica adoptada neste livro

A teoria é pois uma descrição de um arquétipo determinístico que admitimos emergir do comportamento aleatório ou estocástico dos povoamentos florestais reais. Isto é, a estocacidade da dinâmica dos *Pf* impõe-se sobre um padrão determinístico, subjacente, que obedece a leis do foro biológico e ecológico. Vou introduzir uma ilustração gráfica do conceito.

Na figura 1.7, insiro duas curvas de crescimento do volume em pé de um *Pf* de carvalho comum que tem um volume final de $600 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. O gráfico superior é o crescimento determinístico, como se o ambiente físico (temperatura, precipitação, sobretudo) fosse constante de ano para ano, e não actuassem agentes de destruição (doenças, insectos, ventos fortes, por exemplo). O gráfico inferior ilustra o crescimento em que as duas anteriores condições não se verificam. O padrão determinístico subjacente não se esvaeceu e é detectável, no segundo gráfico.

Para se elaborar um modelo matemático, temos de isolar o que queremos modelar, ter uma ideia clara dos propósitos da modelação (o problema que estamos a abordar e para o qual procuramos uma resposta), e começar por estabelecer um seu modelo conceptual, recorrendo a conhecimento já disponível e, por vezes, avançando com novas conjecturas. Veja-se um exemplo, estritamente ilustrativo e hipotético, da abordagem de fundo privilegiada neste livro.

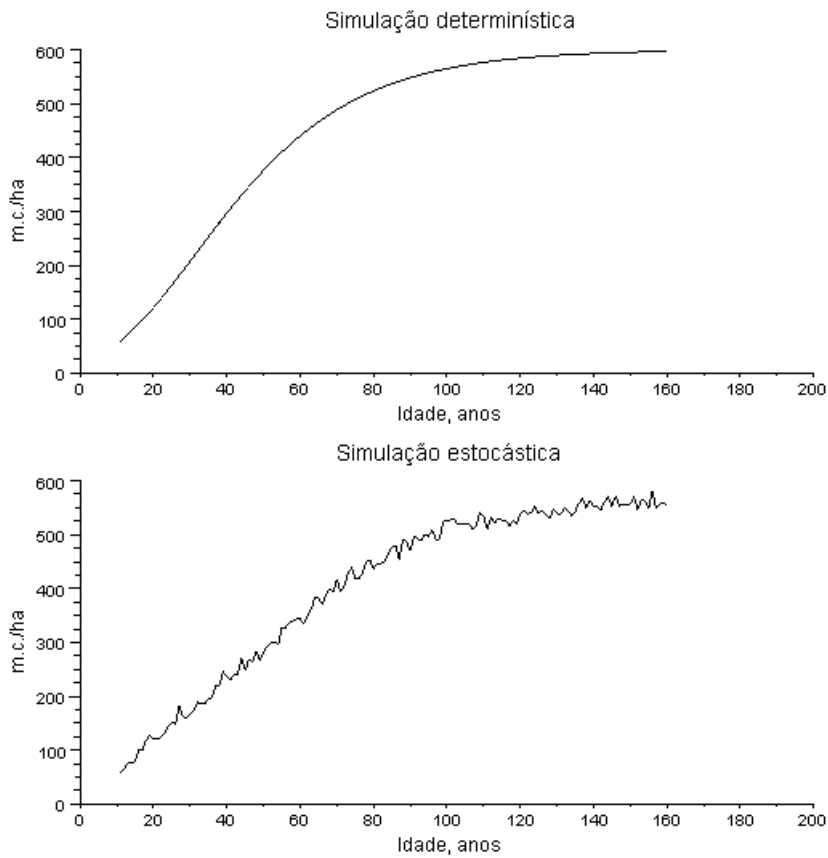


Figura 1.7. Simulações determinística e estocástica do volume em pé de um carvalhal comum

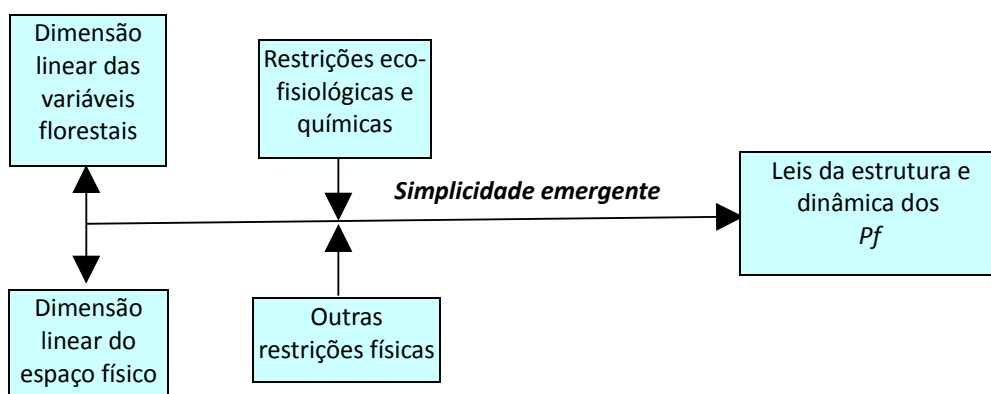


Figura 1.8. Organização do espaço conceptual das hipóteses de base em que assenta o esforço de pesquisa nomológica ou de identificação das leis da dinâmica Pf

Dispõe-se de dados de medições quinquenais da altura de uma árvore, feitas ao longo de várias décadas, iniciadas quando a árvore tinha 10 anos. Deseja-se estabelecer um modelo matemático para o crescimento da altura da árvore, ao longo da sua vida, caracterizada pela idade

1 Introdução

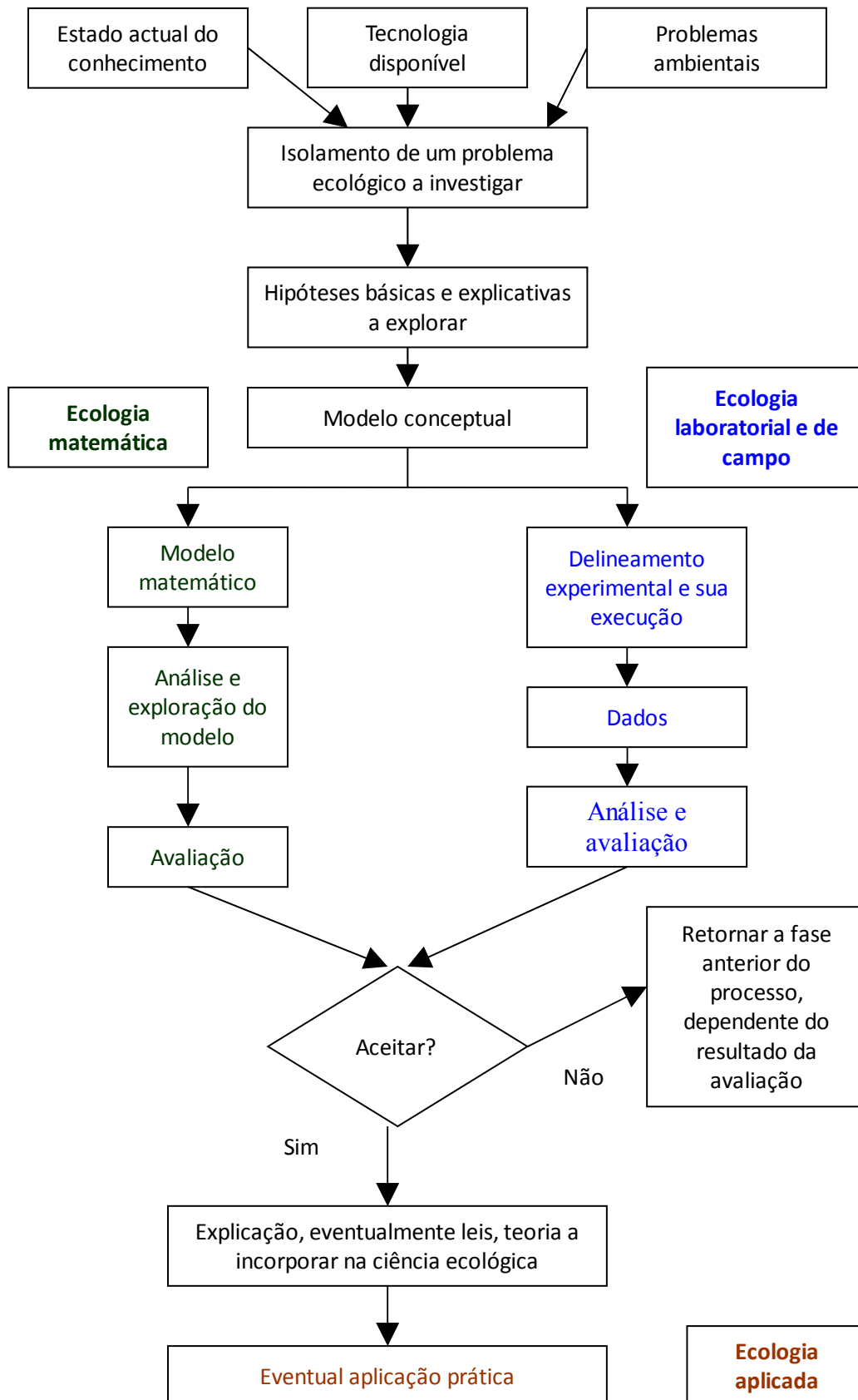
expressa em anos. Isto é, procuro uma função da idade que gere dados da altura iguais, ou muito próximos dos medidos. A primeira evidência que tenho é que as árvores não crescem indefinidamente. Alcançam uma altura máxima e depois cessam de crescer em altura. Para este fim, começo por construir um modelo conceptual fundamentado na seguinte hipótese: o acréscimo instantâneo em altura é proporcional à diferença entre o logaritmo natural da altura máxima que a árvore atinge e o logaritmo natural da altura da árvore no instante. Quando a altura da árvore for a máxima, esta diferença é zero, o crescimento em altura cessa e a altura mantém-se constante e igual ao seu valor máximo.

Tenho aqui quatro conceitos básicos: a altura da árvore (a minha variável y), o valor máximo ou final da altura, a constante de proporcionalidade, e o tempo em que decorre o crescimento da árvore. Para traduzir o crescimento instantâneo num conceito matemático recorro ao conceito de derivada de y em ordem ao tempo (dy/dt). A altura máxima é representada por y_f . A constante de proporcionalidade é designada g . Numa primeira aproximação, e genericamente, escrevo a seguinte equação diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = g(\ln y_f - \ln y) \quad (1.1)$$

A minha segunda hipótese é que o crescimento depende da quantidade de meristema da árvore, e esta seja proporcional ao tamanho da árvore, expresso pela altura. Designe-se esta constante de proporcionalidade por c . Então, teremos $g=cy$, obtendo-se a equação seguinte:

$$\frac{dy}{dt} = cy(\ln y_f - \ln y) \quad (1.2)$$



1 Introdução

Figura 1.9. Explicação concisa do método hipotético-dedutivo em ecologia

A equação (1.2) é a forma diferencial da equação de Gompertz, cuja forma explícita se pode escrever:

$$y = y_f R^{\exp(-c(t-t_0))} \tag{1.3}$$

R é a razão entre a altura inicial da árvore aos 10 anos, y_0 , e o seu tamanho máximo ou valor final y_f , ou seja $R = y_0/y_f$. Temos aqui $t_0=10$ anos. Como veremos adiante, a equação de Gompertz (EGP) é relação muito importante, em biologia e ecologia.

Naturalmente que nada garante, antecipadamente, que o modelo, quer sob a forma de uma equação diferencial ordinária (EDO) ou explícita, reproduza os dados da altura da árvore. Por isso, por processos a abordar adiante, obtêm-se dos dados os valores de y_f , R e c, escreve-se um programa para computador, este é corrido, comparando-se os dados gerados com os medidos, e concluindo-se pela sua aceitação ou rejeição. Este processo ilustra-se na figura 1.10.

Concluamos com uma simulação feita com as eqs. (1.2) e (1.3). Suponhamos uma árvore que aos 10 anos tem 6 metros de altura, sendo $y_f=35$ metros, $c=0,04$, com 200 anos de longevidade. Na figura 1.11, exibo os acréscimos instantâneos da altura da árvore, gráfico superior, e o crescimento em altura, dos 10 aos 200 anos.

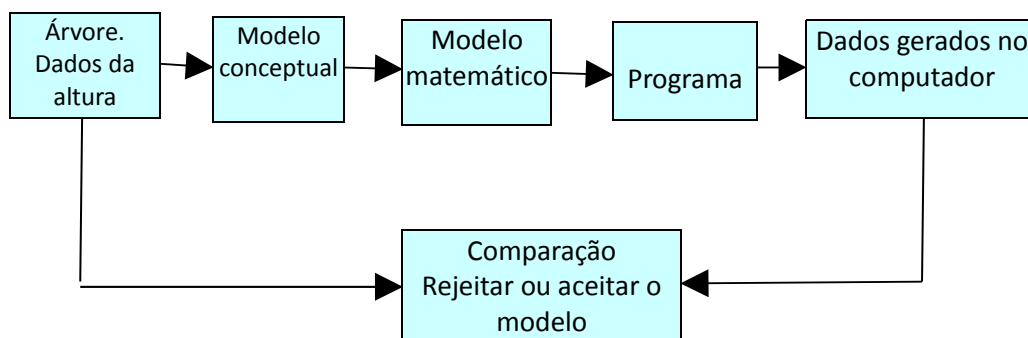


Figura 1.10. Processo de modelação do crescimento em altura da árvore

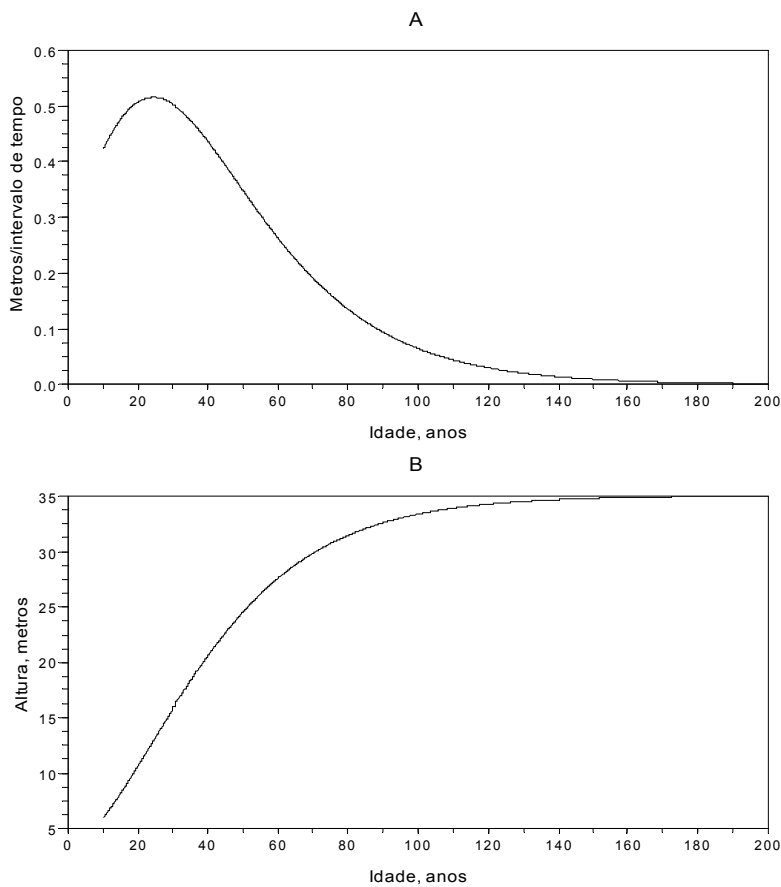


Figura 1.11. Gráficos dos dados gerados pelo modelo de crescimento em altura, de uma árvore. A. Gráfico da eq. (1.2). Variação expressa em metros por instante (tempo). B. Gráfico da eq. (1.3)

A figura permite-nos verificar:

1. O maior acréscimo da altura ocorre cerca dos 24 anos.
2. O maior acréscimo é igual a 0,51 metros.
3. A árvore atinge a altura máxima por volta dos 170 anos.

Uma fundamentação matemática rigorosa da modelação e simulação encontra-se em Zeigler, Praehofer e Kim (2000).

A abordagem matemática pode ser feita não só sob a perspectiva predominantemente simulatória, a descrita, mas também com os propósitos de ganhar e aprofundar conhecimento sobre um dado sistema, identificar áreas requerendo mais investigação, e tornar mais clara e inequívoca a comunicação de conhecimento sobre a estrutura e dinâmica de biosistemas.

Sendo a matemática o melhor instrumento criado pelo homem para representar simbolicamente a realidade, a sua utilização em ecologia florestal traz outros benefícios importantes:

- Permite uma formulação mais precisa de conceitos, problemas e hipóteses.

1 Introdução

- As variáveis biométricas dos *Pf* têm os atributos das entidades matemáticas, podendo por isso ser simbolicamente manipuladas com os métodos de construção e dedução característicos desta ciência.
- O carácter abstracto das formulações matemáticas de problemas permite generalizações a situações formalmente idênticas.
- Introduce o efeito de descoberta e predição, particularmente valiosos no actual contexto social da prática silvícola.

Admite-se que existem três estratégias fundamentais na modelação, assim epitomadas:

1. *Empirista*

Os dados condicionam todo o processo de modelação – caracterização das variáveis de estado, suas propriedades e conectividade

2. *Mecanicista*

Os modelos são construídos considerando as propriedades dos componentes e as suas interações.

3. *Fenomenológica*

Caracterização directa das propriedades globais do sistema, sem aprofundar os mecanismos subjacentes.

Na realidade, são raros os esforços de modelação que usem exclusivamente uma só destas atitudes. Elas aparecem mescladas, embora uma seja dominante. Em termos genéricos, este livro é perpassado hegemonicamente pela atitude fenomenológica.

Uma comparação entre as abordagens mecanicista e fenomenológica pode ser encontrada em Turchin (2003:167-168).

Para informação mais abrangente sobre a matematização da ciência veja-se, por exemplo, Bunge (2005:secção 8.2), que também compara as teorias matematizadas com as de expressão predominantemente verbal (Bunge, 2005: 540-542). Uma análise actual do papel dos modelos em ciência pode ser encontrada em Frigg e Hartmann (2006).

1.5 O Livro

Na esteira das duas formalizações que apresentei em Barreto (2003, 2004c), já mencionadas, submeti a apresentação da minha teoria a um modelo expositivo que permita:

1. Detectar a sua estrutura hipotética-dedutiva.
2. Evidenciar o encadeamento lógico dos temas apresentados.
3. Ter assim uma estrutura ordenada que permita tornar conspícua a racionalização apresentada, com o fim de facilitar o controle da sua coerência interna, pelo leitor/a.

Represente-se simbolicamente a teoria por \mathcal{T} . Ela pode ser concebida como formada por três conjuntos de proposições:

- O conjunto C que contém definições e conceitos básicos, incluindo a nomeação das variáveis florestais. Esclarece a nossa descrição, conceptualização operacional e perspectiva de abordagem do sistema *Pf*.

- O conjunto \mathcal{H} abrange as hipóteses que assumem um carácter axiomático. Representam o grupo mínimo de conjecturas que permitem deduzir as leis da estrutura e dinâmica dos Pf .
- O conjunto \mathcal{D} é preenchido pelas deduções das leis a que os sistemas Pf obedecem. É a parte nomológica de T .

Simbolicamente, pode escrever-se $T = \langle C, \mathcal{H}, \mathcal{D} \rangle$. Esforçar-me-ei por seguir este esquema, sempre que a maior clareza e inteligibilidade da exposição o permitirem.

Em benefício da clareza, exporei separadamente a teoria atinente aos povoamentos puros (apresentando só uma espécie arbórea, Pf_p) e a devotada aos mistos (contendo árvores de pelo menos duas espécies, Pf_m), seguindo o formato $T = \langle C, \mathcal{H}, \mathcal{D} \rangle$.

Em prol da completude, posso escrever:

$$T_{Pf} = \langle T_{Pf_p}, T_{Pf_m} \rangle$$

$$T_{Pf_p} = \langle C_p, \mathcal{H}_p, \mathcal{D}_p \rangle$$

$$T_{Pf_m} = \langle C_m, \mathcal{H}_m, \mathcal{D}_m \rangle$$

A arquitectura básica da minha explanação teórica pode ser resumida no esquema da figura 1.12.

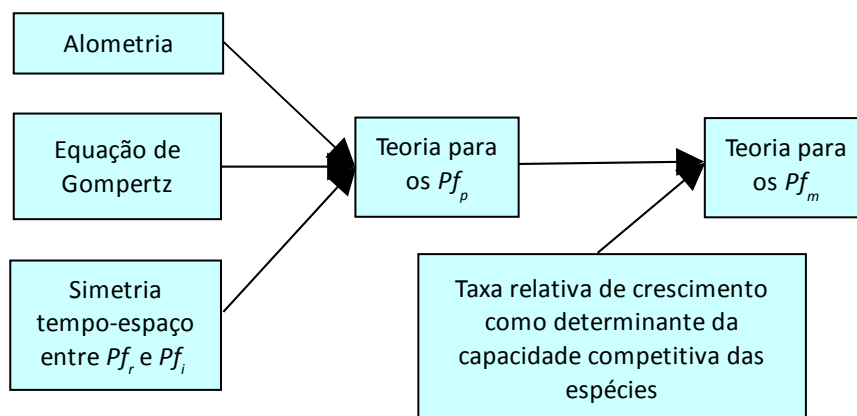


Figura 1.12. Esquema básico da estrutura conceptual da teoria apresentada. Pf_r =povoamentos florestais regulares ou equiâneos; Pf_i =povoamentos florestais irregulares ou disetâneos

Existem especialistas na elaboração de índices alfabéticos, analíticos ou remissivos, a que as grandes editoras recorrem (e. g., Haugland e Jones: 2003:335). Da mesma maneira que um bom índice remissivo pode valorizar bastante um livro, um mau índice alfabético pode tornar-se uma experiência frustrante e desencorajadora. Certamente que não sou especialista nesta matéria e como assumo que este livro será predominantemente lido no computador, ou outro equipamento para leitura de livros electrónicos, utilizando uma das várias aplicações existentes para o efeito, a leitora pode recorrer ao seu procedimento para localizar palavras, quando pretender encontrar isoladamente um tópico do seu interesse. Nesta perspectiva de leitura, para o corpo do texto, escolhi um tipo de letra adequado - o calibre. Para destrinça, as listagens dos programas em Scilab e as suas saídas escritas aparecem em Courier New.

1.6 Trabalhos Conexos

Textos iniciáticos ao presente livro são Barreto (1994, 1995 e 2004a). Dois casos de estudo ou de aplicações pormenorizadas da teoria aqui exposta ao pinheiro manso (*Pinus pinea*) e ao pinheiro bravo (*Pinus pinaster*) podem ser encontrada em Barreto (2000 e 2004b). No livro dedicado ao pinheiro bravo o leitor pode encontrar inúmeros exemplos numéricos pormenorizados, da aplicação da teoria exposta aqui,

Como já se disse, dois textos sinópticos das elaborações aqui apresentadas são Barreto (2003 e 2004c).

Recorrendo à minha teoria, disponibilizei algumas dezenas de simuladores florestais para *Pf* com espécies europeias, norte-americanas e norte africana (*Cedrus atlantica*) em Basic, Excel e Visual Basic 6.

De todo os trabalhos citados e mencionados genericamente, nesta secção, entreguei cópia em suporte magnético na secretaria do Departamento de Engenharia Florestal do Instituto Superior de Agronomia. Cópias de Barreto (1994, 1995, 2000) foram entregues na biblioteca do Departamento. Um CD com todos os meus simuladores florestais e textos relativos às minhas teorias foi enviado ao Presidente do Conselho Directivo do Instituto Superior de Agronomia, em Abril de 2009, deixando ao seu critério disponibiliza-los, ou não, no sítio deste Instituto, na internet. Todo este material é de acesso livre e gratuito.

1.7 Os Pressupostos Mais Básicos desta Elaboração

O meu empenho em realizar o trabalho de investigação aqui apresentado, compilado, reelaborado e expandido de outros meus anteriores textos, para mim, só faz sentido porque aceito vários pressupostos de natureza filosófica, onde preponderam os seguintes (Bunge, 2005: secção 5.9):

- A realidade externa à minha subjectividade existe de facto.
- O mundo real está organizado numa estrutura sistémica de níveis múltiplos, cada um caracterizado pelas suas próprias leis e propriedades. O leitor lembra-se certamente dos níveis mencionados na introdução dos textos de ecologia (por exemplo, Odum e Barrett (2005:6):

átomos→moléculas→células→tecidos→órgãos→sistemas de órgãos→organismos (e.g., árvores)→populações (e.g, povoamentos puros e árvores da mesma espécie em povoamentos mistos)→comunidade (e.g., comunidade arbórea em povoamentos mistos)→ecossistemas→paisagens→biomas→ecoesfera.

- O mundo real não é caótico e ininteligível mas possui determinismo no sentido mais lato do termo (determinismo ontológico).
- O mundo externo pode ser conhecido com objectividade variável (determinismo epistemológico de conhecimento limitado).
- A lógica e a matemática são formalismo autónomos.

Foi pois neste quadro que procurei reconstruir os padrões objectivos das árvores e suas populações em leis e formar com elas um sistema coerente, isto é, uma teoria.

Para apresentar uma teoria integrada, a minha inquirição visa estabelecer relações matemáticas entre os descritores dos níveis populações (.e.g, povoamentos puros e árvores da mesma espécie em povoamentos mistos)→comunidade (e.g., comunidade arbórea em povoamentos mistos). Nesta construção, as relações alométricas e a equação de Gompertz têm um papel preponderante, como se verá ao longo do livro.

Como investigador nos domínios da ecologia e ciência florestal, e não especialista em filosofia, o realismo científico (Bunge, 2009:407-410; Boyd, 2008) é a perspectiva da ciência mais inteligível para mim.

1.8 As Listagens em Scilab

Uma das mais antigas expressões de ecologia quantificada é a então chamada dendrometria (influência francesa), hoje nomeada biometria florestal, acompanhando a designação inglesa e reflectindo a hegemonia anglo-saxónica na ciência actual. Os primeiros modelos de populações etariamente estruturadas devem ter sido os estabelecidos para os povoamentos jardinados ou irregulares. As tabelas de produção clássicas também se perfilam entre os primeiros e mais elaborados modelos da ecologia das populações. É pois longa a matematização da silvicultura.

A crescente quantificação da Ciência Florestal, aliada à existência de software que permite a fácil programação de simuladores do seu foro e a difusão dos computadores, com a seu actual desempenho, permite tornar a transmissão do saber menos abstracta, mais clara, viva e participada. [Os programas dos simuladores dos modelos propostos funcionam como seus exemplos numéricos](#), que o leitor pode facilmente modificar com o propósito de aprofundar a conexão entre os seus parâmetros e a sensibilidade dos resultados aos seus valores. Servem também de um [instrumento de controlo](#) às propostas nomológicas apresentadas.

Para alcançar o desiderato descrito, escolhi o software Scilab que é um dos mais potentes instrumentos de cálculo numérico disponíveis. É livre e gratuito, podendo ser obtido, por no seu sítio (scilab.org), na internet. O leitor pode descarregar o livro da minha autoria, em formato PDF, “Iniciação ao Scilab” (Barreto, 2008), por exemplo, no sítio www.wiki.scilab.org/Tutorials ou em www.ebah.com.br. Este texto introduzi-lo-á na utilização do software, cuja aprendizagem é de facto fácil, se ainda não estiver familiarizado com ele.

1.9 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1994. *Alto Fuste Regular. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.
- Barreto, L. S., 1995. *Povoamentos Jardinados. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa
- Barreto, L. S., 2000. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.
- Barreto, L. S., 2004a. *Conceitos e Modelos da Dinâmica de uma Coorte de Árvores. Aplicação ao Pinhal*. Segunda edição revista e ampliada. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.

1 Introdução

- Barreto, L. S., 2004b. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004c. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.
- Barreto, L. S., 2005. *Theoretical Ecology. A Unified Approach*. Em formato PDF. Edição do autor, Costa de Caparica.
- Barreto, L. S., 2008. *Iniciação ao Scilab*. Em formato PDF. Edição do autor, Costa de Caparica. Disponível no sítio do próprio software (www.scilab.org).
- Barreto, L. S., 2009. Caracterização da Estrutura e Dinâmica das Populações de Lince Ibérico (*Lynx pardinus*). Uma Digressão Exploratória. *Silva Lusitana*, 17(2):193-209.
- Barreto, L. S., 2010. Recensão ao livro de Hasenauer (2006b). *Silva Lusitana*, 18(1):115-120.
- Brown, J. H., e G. B. West, 2000. *Scaling in Biology*. Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, Oxford University Press, Oxford.
- Bunge, M. , 2005. *Philosophy of Science. From Problem to Theory*. Volume I. Revised Edition. Transaction Publishers, New Brunswick, U. S. A..
- Bunge, M. , 2009. *Philosophy of Science. From Explanation to Justification*. Volume II. Revised Edition. Transaction Publishers, New Brunswick, U. S. A.
- Boyd, R., 2008. "Scientific Realism". The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2008 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/scientific-realism/>>.
- Brown, J. H., V. K. Gupta, B.-L. Li, B. T. Milne, C. Restrepo, and G. B. West, 2002. The fractal nature of nature: power laws, ecological complexity and biodiversity. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, **357**:619–626
- Case, T. J., 2000. *An Illustrated Guide to Theoretical Ecology*. Oxford University Press.
- Cohen, J. e Stewart, I, 1994. *The Collapse of Chaos. Discovering Simplicity in a Complex World*. Penguin Books, London.
- Dodds, W. K., 2009. *Laws, Theories, and Patterns in Ecology*. University of California Press, Berkeley.
- Edelstein-Keshet, L., 2005. *Mathematical Models in Biology*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, E.U.A.
- Ford, E. D., 2000. *Scientific Method for Ecological Research*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- Frigg, Roman, S. Hartmann, 2006. "Models in Science", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2009 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2009/entries/models-science/>>.
- Getz, W. M. e R. G. Haight, 1989. *Population Harvesting. Demographic Models of Fish, Forests, and Animal Resources*. Princeton University Press, U.S.A.
- Grimm, V. e F. S. Railsback, 2005. *Individual-based Modeling and Ecology*. Princeton University Press, U.S.A.
- Hasenauer, H., 2006a. Concepts Within Tree Growth Modeling. In H. Hasenauer, (Ed.). *Sustainable Forest Management. Growth Models for Europe*. Springer, Berlin. Págs. 3-17.
- Hasenauer, H. (Ed.), 2006b. *Sustainable Forest Management. Growth Models for Europe*. Springer, Berlin.
- Haugland, S. e F. Jones, 2003. *StarOffice 6.0. Office Suite Companion*. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Jakobsen, M. K., 2001. History and Principles of Close to Nature Forest Management. : A Central European Perspective. http://www.pro-natura.net/naconex/news5/E2_11.pdf.
- Kimmins, J. P., 1997. *Forest Ecology. A Foundation for Sustainable Management*. Second edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Kingsland, S. E., 1985. *Modelling Nature. Episodes in the History of Population Ecology*. The University of Chicago Press, Chicago.
- Kooijman, S. A. L. M., 2000. *Dynamic Energy and Mass Budgets in Biological Systems*. Second edition. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lucena, A. D., 1998. *Realismo Científico. Una Introducción al Debate Actual en la Filosofía de la Ciencia*. Servicio de Publicaciones, Universidad de Málaga, Málaga.
- Mahner, M., and M. Bunge, 1997. *Foundations of Biophilosophy*. Springer, Berlin.
- Meyer, H. A., A. B. Reznagel, D. D. Stevenson, R. A. Bartoo, 1961. *Forest Management*. Second edition. Ronald Press, New York.
- Ministère des Ressources Naturelles et de la Faune, 2008. *L'aménagement durable en forêt boréale : une réponse concrète aux défis environnementaux*. Version 1.1. Quebec, Canada. <http://www.mrnfp.gouv.qc.ca/>
- Mitchell, M., 2009. *Complexity: A Guided Tour*. Oxford University Press, New York.
- Odum, E. P. e G. W. Barrett, 2005. *Fundamentals of Ecology*. Quinta edição. Thompson Brooks/Cole, Belmont. Califórnia.

- Pretzsch, H. *et al.*, 2006. Standardizing and Categorizing Tree Growth Models. In H. Hasenauer, (Ed.). *Sustainable Forest Management. Growth Models for Europe*. Springer, Berlin. Págs. 39-57.
- Pretzsch, H., R. Grote, B. Reineking, Th. Rötzer e St. Seifert, 2008. Models for Forest Ecosystem Management: A European Perspective. *Annals of Botany*, 101(8):1067-1087.
- Pretzsch, H., 2009. *Forest Dynamics, Growth and Yield. From Measurement to Model*. Springer, Berlin.
- Puettman, Klaus J. , K. David Coates e Christian Messier. 2009. *Critique to Silviculture. Managing for Complexity*. Island Press, Washington.
- Ribeiro, N. A., P. Surovy, A. C. Carvalho, 2006. Modeling Cork Oak Production in Portugal. In H. Hasenauer, (Ed.). *Sustainable Forest Management. Growth Models for Europe*. Springer, Berlin. Págs. 285-313.
- Rogers, P. P., K. F. Jalal, J. A. Boyd, 2008. *An Introduction to Sustainable Development*. Glen Educational Foundation, Inc./Earthscan, London.
- Sarkar, S., 2005. "Ecology", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2009 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2009/entries/ecology/>>.
- Scheiner, S. M. e M. R. Willig, 2007. A General Theory of Ecology. *Theoretical Ecology* DOI 10.1007/s12080-007-0002-0.
- Schmid, S., A. Zingg, P. Biber e H. Bugmann, 2006. Evaluation of the forest growth model SILVA along an elevational gradient in Switzerland. *European Journal of Forest Research*, 125(1):43-55.
- Solé, R. V., e J. Bascompte, 2006. *Self-organization in Complex Ecosystems*. Princeton University Press, Princeton.
- Turchin, P., 2003. *Complex Population Dynamics. A Theoretical/Empirical Synthesis*. Princeton University Press, Princeton.
- West, G.B. E J.H. Brown. 2005. The origin of allometric scaling laws in biology from genomes to ecosystems: towards a quantitative unifying theory of biological structure and organization. *Journal of Experimental Biology*. 208:1575-1592.
- Zeigler, B. P., H. Praehofer e T. G. Kim, 2000. *Theory of Modelling and Simulation*. Second edition. Academic Press.

POVOAMENTOS PUROS

Cp

- Definições e Conceitos Básicos
- Alometria: As Leis Matemáticas Universais da Vida

Hp

- A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Dp

- A Auto-Semelhança do Crescimento dos Povoamentos Puros Auto-Desbastados Regulares
- As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-Desbastados Regulares
- Povoamentos Jardinados
- Índices de Crescimento, Regeneração e Sobrevivência
- A Estratégia Bionómica das Espécies Arbóreas
- Análise do Desbaste
- O Crescimento das Plantas e a Lei de Kleber
- Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado
- Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

2 Definições e Conceitos Básicos

2.1 Definições preliminares

Os Pf_p podem ser de dois tipos. Os povoamentos florestais puros **regulares ou equiâneos PPAR** tem as árvores praticamente todas da mesma idade (diferenças de idade inferiores a cinco anos). Aqueles que têm árvores de várias idades são ditos **irregulares, jardinados ou disetâneos (PAPI)**.

A maior ou menor bondade do meio para o crescimento de uma dada espécie florestal é designada por **classe de qualidade (CQ)** e é aqui aferida pela altura das 200 árvores mais grossas (altura dominante) do Pf , aos 40 anos.

2.2 Uma Breve Incursão pela Análise dimensional

Na situação de o leitor não estar familiarizado com a análise dimensional, vou apresentar aqui alguns conceitos básicos que nos serão úteis.

A dimensão de um comprimento (extensão linear) é representada pelo símbolo da variável, **y**, entre parêntesis rectos:

$$[y]=L^1=L \quad (2.1)$$

em que **L** representa a dimensão linear.

Um quadrado de lado **y** tem a área $A = y \times y = y^2$. A dimensão da área vem:

$$[A]=L^1 \times L^1 = L^{1+1} = L^2 \quad (2.2)$$

O volume de um cubo de aresta **y**, **V**, virá:

$$[V]=L \times L \times L = L^3 \quad (2.3)$$

O volume por unidade de área, **VA**, tem a dimensão:

$$[VA]=L^3 / L^2 = L^{3-2} = L \quad (2.4)$$

Se consideramos o número de árvores (**N**) adimensional, a dimensão da densidade, número de árvores por unidade de área, será:

$$[\text{Densidade}] = L^0 / L^2 = L^{-2} \quad (2.5)$$

Variáveis com expoente igual a dois, como a área foliar da árvore, referidas à unidade de área, o chamado índice área foliar, **IAF**, serão constantes, pois temos:

$$[IAF] = L^2 / L^2 = L^{2-2} = L^0 \quad (2.6)$$

A aplicação deste procedimento permite estabelecer as relações alométricas entre qualquer par de variáveis florestais, das constantes no quadro 2.1.

2.3 As Fases do Crescimento dos PPAR

Do ponto de vista da competição, e assim da sua dinâmica, durante a sua vida, os PPAR passam por três fases. Na **fase I**, as plantas, que com o crescimento serão árvores, competem entre si e com a outra vegetação (herbáceas e arbustos) presente. É claramente uma situação de competição inter-específica.

Na **fase II (FII)**, atingida uma maior altura, com a idade, as árvores passam a competir predominantemente entre si, isto é, estão sobretudo sujeitas à competição intra-específica. Neste texto preocupamo-nos, quase exclusivamente, com a FII. *Esta competição intra-específica, por espaço e recursos para o crescimento das árvores, é a responsável pelas mudanças que o Pp sofre aqui: diminuição do número de árvores (auto-desbaste), crescimento das árvores que sobrevivem, aumento do volume em pé e biomassa total. A teoria que estabeleci aplica-se a esta fase.*

Quando as árvores atingem a maturidade, o seu crescimento quase se anula, o mesmo se passa com a competição intra-específica, e o auto-desbaste cessa. Estamos na **fase III**.

Usando uma terminologia mais divulgada, podemos dizer que a fase I corresponde ao nascedio e novedio. A FII coincide com o bastio e o fustadio. A fase III é o estágio denominado alto fuste.

Algumas espécies têm distintas estratégias de crescimento nas fases I e II. Como exemplo citamos o *Pinus palustris* e o *Pinus merkusii*.

2.4 As Variáveis Florestais

Quando a vida apareceu na Terra, já se verificava a vigência de leis físicas e químicas. Existe pois um contínuo da física para a vida, através da química, exibindo cada um destes níveis de organização da matéria propriedades emergentes próprias e leis específicas (figura 2.1).

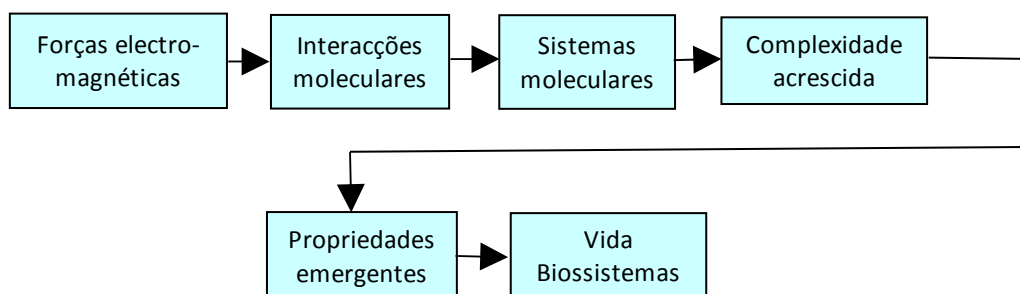


Figura 2.1. Representação esquemática do contínuo físico-químico-biológico

Os organismos estão intimamente relacionados com as dimensões físicas do espaço e do tempo. A ecologia tem prestado pouca atenção as relações físicas básicas dos seres vivos com o espaço-tempo. Na minha concepção da ecologia, elas são muito importantes e tento introduzi-las através dos conceitos métricos, no presente caso as variáveis florestais (VAF). Para este desiderato, vou considerar o expoente da dimensão linear (EL) das VAF associadas às árvores e às populações de árvores, isto é, aos Pf . Esta formulação facilita o uso da análise dimensional e da alometria (figura 2.2)

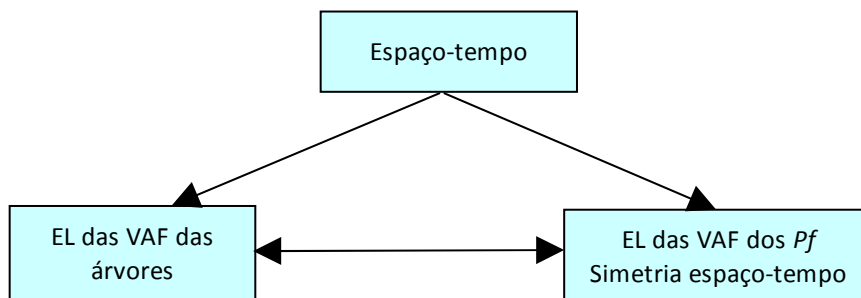


Figura 2.2. O triângulo básico da presença e crescimento dos organismos e populações no espaço físico

Como já anotei, para descrever o comportamento dos Pf tenho que recorrer a conceitos que os caracterizem e descrevam. Neste contexto, além de outros, os principais conceitos de que nos serviremos são as VAF. Estas dizem respeito quer à árvore só, quer ao conjunto das árvores do povoamento (a população arbórea). Vou considerar as VAF classificadas de acordo com o expoente da dimensão linear que lhe está associado. Uma variável florestal será genericamente representada pela notação:

$$Y_{i,j,t}$$

i = expoente da dimensão linear

j = identifica a variável entre todas com a mesma dimensão linear

t = idade a que se reporta o valor da variável. Quando não necessário pode ser omitido

Nos quadros 2.1 e 2.2 insiro as variáveis descritoras da árvore e do povoamento, agrupadas de acordo com este critério.

As variáveis com $EL=0$ são constantes ao longo do tempo, durante a Fase II.

Além destes conceitos métricos, recorreremos a conceitos puramente descritivos e comparativos, alguns já mencionados (por exemplo, competição, classe de qualidade), que sempre que possível nos esforçamos por quantificar, numa busca de rigor.

Quadro 2.1. Variáveis florestais descritoras da árvore

i=1		i=2		i=2,6666		i=3	
j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável
1	Diâmetro à altura do peito (dap)	1	Biomassa das folhas ou agulhas	1	Biomassa total da árvore	1	Volume do tronco
2	Altura	2	Biomassa dos ramos vivos			2	Biomassa da madeira do tronco
2	Altura dominante	3	Biomassa dos ramos mortos			3	Biomassa da casca do tronco
d		4	Biomassa total da copa			4	Biomassa total do tronco
		5	Área foliar			5	Biomassa total da raiz
		6	Área basal				
		7	Área ocupada pela árvore				

Quadro 2.2. Variáveis descritoras do povoamento

i=-2		i=0		i=0,6666		i=1	
j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável	j	Nome da variável
1	Densidade, árvores ha ⁻¹	1	Biomassa das folhas ou agulhas ha ⁻¹	1	Biomassa total da árvore ha ⁻¹	3	Volume do tronco ha ⁻¹
		2	Biomassa dos ramos vivos ha ⁻¹	2	Biomassa total do auto-desbaste anual	4	Biomassa da madeira do tronco ha ⁻¹
		3	Biomassa dos ramos mortos ha ⁻¹			5	Biomassa da casca do tronco ha ⁻¹
		4	Biomassa total da copa ha ⁻¹			6	Biomassa total do tronco ha ⁻¹
		5	Área foliar ha ⁻¹			7	Biomassa da raiz ha ⁻¹
		6	Área basal ha ⁻¹			8	Espaçamento entre as árvores
						9	Volume do auto-desbaste anual

Como o leitor verifica, o valor de *i* de uma VAF referida ao povoamento é igual ao correspondente à árvore menos 2. Genericamente,

$$i_{\text{povoamento}} = i_{\text{árvore}} - 2,$$

como se mostrou na secção anterior.

O expoente associado à raiz é a minha melhor estimativa no actual momento, requer confirmação, mas supomos que é a correcta. A estimativa da biomassa da raiz é uma tarefa difícil e sujeita a erros por defeito.

Sugiro ao leitor que imprima os quadros 2.1 e 2.2, e tenha essa folha à mão, enquanto prossegue a leitura, e ainda não se tenha familiarizado com esta notação.

No início da fase II, teremos $Y_{i,j,0}$. O valor assintótico ou final de uma variável virá $Y_{i,j,f}$.

Relativamente à CQ, podemos agora escrever a relação

$$CQ = y_{12d40} \quad (2.7)$$

Podemos agora designar as VAF pelo conjunto Y , formando por dois subconjuntos: o das variáveis das árvores (a) e o dos povoamentos (p). Escrevemos assim $Y = [Y_a, Y_p]$. Cada subconjunto destes é por sua vez decomposto em subconjuntos das variáveis com a mesma dimensão, que são as variáveis de cada coluna dos quadros 2.1 e 2.2. Temos dois conjuntos com $i=1$: $Y_{a1} = [y_{11}, y_{12}, y_{12d}]$ e $Y_{p1} = [y_{13}, y_{14}, y_{15}, y_{16}, y_{17}, y_{18}, y_{19}]$.

Os valores fraccionários de i (0,6666, 2,6666) permitem presumir que as árvores e Pf têm geometria fractal.

Esta conclusão permite conjecturar os Pf_p como estruturas revelando auto similitude e formadas por módulos. Estes são entendidos como o menor conjunto de árvores em que se verificam todas as leis a que obedece a dinâmica dos Pf_p . Para as populações de plantas em geral, assumo que a densidade final de um módulo é uma planta, no nosso caso uma árvore.

Proponho as seguintes VAF descritoras dos módulos:

y_{-22t} refere-se ao número de árvores por área de modulo nos *PPAR*.

y_{-23t} refere-se ao número de árvores por área de modulo nos *PAPI*.

y_{07t} refere-se ao número de módulos por hectare nos *PPAR*.

y_{08t} refere-se ao número de módulos por hectare nos *PAPI*.

y_{28t} refere-se à área do módulo nos *PPAR*.

y_{29t} refere-se à área do módulo nos *PAPI*.

Obviamente, as VAF são números reais positivos.

As VAF são aqui expressas nas unidades habituais usadas em silvicultura.

Duas questões podem aqui ser formuladas agora:

Questão 1. No seu crescimento as VAF de um Pf_p seguem um padrão básico?

Questão 2. Como estão as dinâmicas das diversas VAF relacionadas durante o crescimento da floresta?

As respostas a estas questões são a minha teoria para os Pf_p , de cuja apresentação resumida me ocuparei na Parte I do livro.

2.5 Definições Supervenientes

Com o propósito de facilitar a comparação entre as estruturas de *PAPI* diferentes, na literatura, podemos encontrar o índice de espaçamento relativo (IE) genérico (e.g., Cluter *et al.*, 1983):

2 Definições e Conceitos Básicos

$$IE = \frac{y_{18}}{y_{ij}} \quad (2.8)$$

A variável que divide o espaçamento médio entre as árvores tem geralmente $i=1$ ou $i=3$.

Um caso particular da equação (2.8) é o **factor de Wilson (Fw)** onde se selecciona y_{12d} , tendo-se uma e uma medida de densidade relativa das árvores que afere a distância entre árvores disponível por metro de altura dominante.

Suponhamos o espaçamento quadrado, sendo a distância média entre as árvores y_{18q} . Cada árvore ocupa um quadrado de área y_{18q}^2 . Temos para Fw_q :

$$Fw_q = \frac{y_{18q}}{y_{12d}} \quad (2.9)$$

Verifica-se também:

$$[Fw] = L^1 L^{-1} = L^0 \quad (2.10)$$

pelo que Fw , o factor de Wilson, é constante.

A constância de Fw é um dado adquirido na ciência florestal (e.g., Oliveira, 1989:140).

Esta invariabilidade deriva da constância da razão entre duas VAF com o mesmo EL. Se em vez da altura dominante tivéssemos usado a altura média, o diâmetro à altura do peito ou o volume por unidade de área, a constância do quociente mantinha-se.

A área do hectare (10^4 m^2) dividida pelo número de árvores N , dá-nos a área do quadrado ocupado por cada árvore, pelo que temos:

$$y_{18q} = \sqrt{\frac{10000}{N}} \quad (2.11)$$

Substituindo na eq. (2.9) temos

$$Fw_q = \frac{100}{y_{12d} \sqrt{N}} \quad (2.12)$$

Nesta equação, o numerador é a raiz quadrada de uma área, pelo que o seu EL é igual a 1, voltando-se a encontrar $[Fw] = L^1 L^{-1} = L^0$, o que confirma a constância de Fw .

Considerando dois povoamentos, na mesma classe de qualidade, um com compasso quadrado e outro **triangular**, verifica-se:

Caso I: densidades iguais ($y_{21tr} = y_{21sq}$).

$$y_{18tr} = 1,240806 y_{18q} \quad (2.13)$$

$$Fw_{tr} = 1,240806 Fw_q \quad (2.14)$$

b) Caso II: a mesma distância entre as árvores ($y_{18tr} = y_{18tq}$).

$$y_{-21tr} = 1,53964y_{-21q} \quad (2.15)$$

$$Fw_{tr} = 0,805916Fw_q \quad (2.16)$$

Genericamente, verifica-se $0 < Fw < 1$ e é fácil concluir que quanto maior for a densidade menor é Fw .

Na equação (2.8), quando para o denominador se toma uma variável em que $i=3$, temos $[IE]=L^{-2}$, sendo o índice decrescente.

Introduzo agora o conceito de **índice de performance** de um Pf_p (Barreto, 1995). O comportamento de um Pf depende dos recursos localmente disponíveis para o seu crescimento, aferidos pela CQ (y_{12d40}), e pelo número de árvores existentes capazes de aproveitar os mesmos recursos. Para estimar o nível de ocupação do local, vou recorrer ao Fw que é independente não só da idade mas também da CQ.

O índice de performance s é dado pela expressão:

$$s = Fw y_{12d40} \quad (2.17)$$

Como Fw é constante, s é igualmente constante, e igual a uma fracção da altura dominante aos 40 anos, isto é, $s < y_{12d40}$.

Podemos ser mais precisos. Já vimos ser s constante. Aos 40 anos temos:

$$s = \frac{y_{1840}}{y_{12d40}} y_{12d40} = y_{1840} \quad (2.18)$$

Verifica-se assim que s é igual ao espaçamento entre as árvores aos 40 anos, dada a medida de CQ adoptada. É também enfatizada a importância do espaçamento entre as árvores, no comportamento dos Pf .

Para comodidade de leitura, algumas outras definições serão explanadas, na melhor oportunidade, ao longo da exposição. Nomeio as dos conceitos de acréscimo médio anual, acréscimo corrente anual, coeficiente de forma da árvore, taxa relativa de variação, entre outras.

2.6 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1995. The fractal nature of the geometry of self-thinned pure stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-52.
- Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004. *Pinhal Bravo. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2005. *Theoretical Ecology. A Unified Approach*. "e-book". Edição do autor, Costa de Caparica.
- Cluter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, G. H. Brister, R. L. Bailey, 1983. *Timber Management. A Quantitative Approach*. John Wiley & Sons, New York.
- Oliveira, A. C., 1989. *Teoria da Produção Florestal*. Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

3 Alometria: As Leis Matemáticas Universais da Vida

3.1 Introdução

Dado o importante papel que a alometria desempenha na minha teorização, destaco-a dedicando-lhe um curto capítulo.

Ao caminharmos na rua, por vezes, algumas pessoas chamam a nossa atenção pela falta do que entendemos ser a proporcionalidade que afecta uma ou outra parte do seu corpo. Por exemplo, ou têm as pernas curtas para o tamanho do tronco, ou uma cabeça grande demais relativamente ao tamanho do tronco. De facto, durante o crescimento dos seres vivos, as suas dimensões relativas das partes do corpo seguem um padrão de dimensões relativas das suas partes, que é a emergência da acção simultânea de restrições de natureza física, química e biológica.

A **alometria** estabelece relações entre os tamanhos de componentes do corpo, entre funções e tamanho de componentes do corpo, e entre tamanhos da componente do corpo e atributos da população em que os organismos estão inseridos.

A alometria foi introduzida, em 1917, por D'Arcy Thompson (Thompson, 1994), que recorreu ao princípio da *semelhança geométrica*. Este princípio justifica-se pelo facto da maioria dos **organismos serem incompressíveis**, e a sua massa por unidade de volume ser aproximadamente a da água do mar. Isto permite, *nesta particular situação*, usar indistintamente a biomassa ou o volume do corpo, ou duma sua parte, nas equações alométricas.

Durante anos, a alometria foi considerada pouco mais do que uma curiosidade numérica, de pouco valor teórico e explicativo. Hoje, admite-se que as relações alométricas permitem aprofundar o conhecimento em diversos ramos da biologia, e estabelecer sínteses frutuosas e unificadoras entre elas.

As relações alométricas (West, Brown, e Enquist, 2000:91):

- Permitem pôr em evidência uma simplicidade sistemática no mais complexo de todos os sistemas – os seres vivos.
- Constituem as poucas leis quantitativas de carácter universal disponíveis, e têm subjacente a existência de um conjunto de princípios fundamentais para toda a forma de vida.
- As suas clarificações e interpretações abrem um campo vasto e fecundo à investigação em biologia.

O leitor interessado no aprofundamento deste tema (alometria), e à sua exploração em vários domínios da biologia, pode recorrer à obra colectiva organizada por Brown e West (2000). Em Niklas (1994), além de aspectos teóricos, pode encontrar-se uma vasta compilação sobre informação empírica relativa à alometria das plantas. Ginzburg e Colyvan (2004:cap. 2) apresentam várias relações alométricas do domínio das populações animais, a que atribuem o estatuto de candidatas a leis ecológicas. No capítulo 11, mostro que uma delas, a chamada lei de Kleiber, é extensível às plantas.

A alometria insere-se no domínio mais vasto dos modelos de escala (*scaling*; e.g., Barenblatt, 2003)

3.2 Equações Alométricas

A equação alométrica mais simples assume a forma:

$$y_{aj} = \beta_0 y_{bh}^{\beta_1} \quad (3.1)$$

que pode ser linearizada do seguinte modo:

$$\log(y_{aj}) = \log(\beta_0) + \beta_1 \log(y_{bh}) \quad (3.2)$$

Para a eq. (3.1) ter *homogeneidade dimensional*, é preciso que o expoente da dimensão linear associada ao primeiro membro da igualdade seja igual ao do segundo, isto é, $\beta_1 b = a$, do que resulta:

$$\beta_1 = a/b \quad (3.3)$$

Esta relação permite estabelecer as equações alométricas que desejarmos, recorrendo a duas quaisquer variáveis dos quadros 2.1 e 2.2.

Uma relação alométrica muito famosa é a chamada *lei dos 3/2* (figura 3.1), que relaciona as dinâmicas do crescimento do volume ou biomassa médios do tronco com a densidade. Escreve-se:

$$y_{31} = \beta_0 y_{-21}^{-3/2} \quad (3.4)$$

O expoente de valor absoluto maior de que 1 ($3/2 = 1,5 > 1$) assegura que o volume do povoamento cresce com a idade, por o crescimento da árvore sobre compensar a perda de volume provocado pelo auto desbaste. Se o mesmo valor fosse igual a 1, o volume seria constante. Decresceria se fosse inferior a 1.

As equações alométricas podem ser escritas sinteticamente, recorrendo ao símbolo de proporcionalidade. Desta forma a eq. (3.4) pode escrever-se:

$$y_3 \propto y_{-2}^{-3/2} \quad (3.5)$$

Introduzamos ainda mais duas equações alométricas, recorrendo à análise dimensional.

$$y_{2.7} \propto y_{11}^{2.7} \quad (3.6)$$

$$y_2 \propto y_{11}^2 \quad (3.7)$$

Estas equações são um exemplo de restrições de natureza física sobre o crescimento das árvores, pois podem ser provadas recorrendo a conceitos da engenharia (e.g., Niklas e Enquist, 2001:2926), o que prova a correcção da forma como definimos as variáveis florestais.

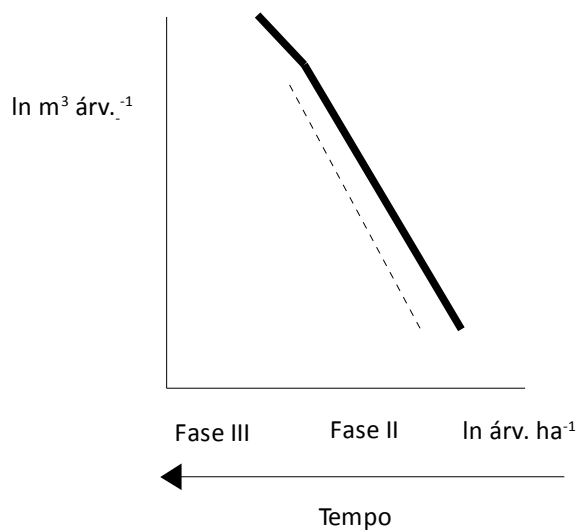


Figura 3.1. A linha contínua representa graficamente a forma logarítmica da lei da potência dos 3/2 (eq. (3.2)). Durante o seu crescimento, o PPAR não está sempre sobre a linha dos 3/2, mas move-se no espaço entre ela e a recta a tracejado (amplitude). O PPAR move-se da direita para a esquerda (das maiores densidades e menores árvores para as menores densidades e maiores árvores)

Verificamos assim, que não só o crescimento da árvore obedece a um padrão, não é desordenado ou caótico, como também o seu crescimento e o do povoamento, considerados interactivamente. Do mesmo modo, as variáveis florestais referidas ao povoamento não crescem desordenadamente, mas de acordo com padrões que a alometria permite detectar. A alometria permitiu-nos responder afirmativamente à Questão II, formulada no capítulo 2.

Sprugel (1984) em PPAR de *Abies balsamea* verificou a constância da área basal e referindo-nos à alométrica $y_{ij} = \beta_0 y_{-21}^b$ verificou $b = -1,04$ para a biomassa da folhagem da árvore média (teoricamente $b = -1$), o que sustenta $i = 2$ para as biomassas da copa. Para a biomassa do fuste obteve $b = -1,43$ e para toda a biomassa aérea da árvore $b = -1,24$, valores que não levam à rejeição do quadro 2.1. Osawa e Allen (1993) em PPAR de *Pinus densiflora* e *Nothofagus solandri* verificaram a constância da biomassa da folhagem.

3.3 Semelhança

No contexto do tema principal deste capítulo, vou explanar o conceito de similitude ou semelhança geométrica.

Voltemos ao Fw. A eq. (2.8) pode genericamente ser escrita:

$$y_{18} = Fw y_{12d} \quad (3.8)$$

que é formalmente análoga à proposição "o espaçamento mede Fw alturas dominantes", ou ainda a:

$$\text{Altura dominante} = 20 \text{ metros} \quad (3.9)$$

A diferença reside no facto da minha unidade métrica y_{12d} variar com o tempo - cresce com a idade. Mas, concomitantemente, a variável medida y_{18} também cresce de modo a manter o tamanho constante e igual a Fw. Por isso dizemos que a semelhança geométrica é mantida.

Genericamente, escrevemos:

$$Y_{aj} = k_{ajh} Y_{ah} \quad (3.10)$$

Esta relação diz-se isométrica pois as duas VAF têm o mesmo EL(=a), sendo por isso $\beta_1=1$. Nesta notação, a relação isométrica do Fw escrever-se-á:

$$k_{182d} = \frac{y_{18}}{y_{12d}} \quad (3.11)$$

Na relação alométrica da eq. (3.1), façamos $y_{bh}^{\beta_1}=z$, podendo-se agora escrever a mesma equação na forma da eq. (3.7):

$$y_{aj} = \beta_0 z \quad (3.12)$$

Ao longo do tempo, o tamanho da y_{aj} é constante quando medido com a métrica variável z . Esta constância traduz-se na similitude geométrica, relativamente às duas variáveis usadas. β_1 é designado por factor de escala.

Os resultados apresentados até agora podem ser resumidos da forma que se passa a descrever. Entre dois elementos de cada subconjunto Y_i existe uma relação binária de isometria. Dados dois conjuntos Y_a e Y_b e dois elementos pertencentes a cada um dos subconjuntos, entre eles existe uma relação binária de alometria. As relações de alometria no interior de cada conjunto Y_a e Y_b asseguram a semelhança geométrica da árvore e do povoamento, ao longo dos seus crescimentos. As relações de alometria entre elementos de cada conjunto Y_a e Y_b garantem que as dinâmicas das variáveis da árvore e do povoamento estão intimamente ligadas. [As implicações destas inter-relações alométricas são a estrutura nomológica das suas dinâmicas \(capítulos 6 e 7\).](#) Senão vejamos.

Considerem-se duas idades T1 e T2. Na idade T1 mediram-se as variáveis y_{ajT1} e y_{bjT1} . Na idade T2 mediu-se a variável y_{bjT2} . A equação alométrica permite escrever:

$$\frac{y_{ajT2}}{y_{ajT1}} = \left(\frac{y_{bjT2}}{y_{bjT1}} \right)^{\frac{a}{b}} \quad (3.13)$$

donde:

$$y_{ajT2} = \left(\frac{y_{bjT2}}{y_{bjT1}} \right)^{\frac{a}{b}} y_{ajT1} \quad (3.14)$$

Se tomarmos y_{bjT1} como a densidade, e na idade $T1$ medirmos todas as variáveis genericamente designadas por y_{ajT1} que nos interessem, em qualquer outra idade do *PPAR* só precisamos de contar as árvores na unidade de área usada, avaliar a densidade, e aplicar a equação seguinte:

$$y_{ajT2} = \left(\frac{y_{-2jT2}}{y_{-2jT1}} \right)^{-\frac{a}{2}} y_{ajT1} \quad (3.15)$$

para obtermos uma estimativa de uma qualquer outra variável anteriormente medida. Isto na conjectura, inicialmente admitida, de estarmos a tratar só de povoamentos auto-desbastados puros regulares e determinísticos.

Os povoamentos auto-desbastados são pois geometricamente semelhantes no tempo (capítulo 6) e no espaço (capítulo 7). Os povoamentos mistos já não revelam auto-semelhança ou isomorfismo (Barreto, 2007).

A relação que existe ao longo do tempo, entre as estruturas de um PAPI é a mesma que ocorre entre um protótipo de um automóvel e os seus modelos em escala reduzida que são feitos para submeter a certos ensaios, cujos resultados depois são transpostos para o tamanho real do protótipo, usando equações de escala.

Esta propriedade dos povoamentos auto desbastados é da maior relevância e poderá mudar a nossa maneira de caracterizar, projectar (ver os meus simuladores já divulgados) e mesmo conduzir as florestas.

O corpo da maioria das espécies também revela isomorfismo, conservando assim a mesma forma durante o crescimento.

Em suporte da tese que tenho estado a defender, permito-me citar o eminente académico Gregory I. Barenblatt (*Profwssor-in-Residence at the University of California at Berkeley, and Lawrence Berkeley National Laboratory, Emeritus G. I. Taylor Professor of Fluid Mechanics at the University of Cambridge, Adviser, Institute of Oceanology, Russian Academy of Science, Honorary Fellow, Gonville and Caius College, Cambridge*):

“One may ask, why is that scaling laws are of such distinguished importance? The answer is that scaling laws never appear by accident. They always manifest a property of a phenomenon of basic importance, “self-similar” intermediate asymptotic behaviour: the phenomenon, so to speak, repeats itself on changing scales. This behaviour should be discovered if it exists, and its absence should also be recognized. The discovered of scaling laws very often allows an increase, sometimes even a drastic change, in the understanding of not only a single phenomenon but a wide branch of science. The history of science of the last two centuries knows many such examples”.

(Barenblatt, 2003:xiii; texto em itálico existente no original).

Resumindo e enfatizando as principais asserções do Professor Barenblatt:

- Na natureza, os modelos matemáticos de escala (alometria) são importantes e a sua prevalência deve ser escrutinada.
- Indiciam a existência de auto-semelhança.
- Nos últimos dois séculos da história da Ciência, os modelos de escala têm tido um papel relevante nos processos de descoberta e renovação científica, em vários domínios do saber.

A escalabilidade (“scalability”), passe o neologismo para um fenómeno de grande importância em ciência, é pois uma característica muito relevante de alguns fenómenos e entidades naturais.

Um tratamento a nível introdutório e mais pormenorizado da alometria pode ser encontrado em Schneider (1994: caps. 13 e 14). Os modelos de escala são hoje um tópico recorrente em artigos inseridos nas mais importantes revistas da área biológica e ecológica e tema de livros, como o já citado de Barenblatt (2003).

A descrição de um procedimento geral para estabelecer modelos de escala pode ser encontrada em Barenblatt (2003:91-93)

Recentemente, Ritchie (2010), recorrendo a um conceito afim de módulo (secção 2.4), que designa por *cluster*, e à alometria, apresentou uma abordagem integrada da heterogeneidade, estrutura, organização e diversidade biológica das comunidades ecológicas.

3.4 Bibliografia

- Barenblatt, G. I., 2003. *Scaling*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Barreto, L. S., 2007. The Changing Geometry of Self-Thinned Mixed Stands. A Simulative Quest, *Silva Lusitana*, 15(1):119-132.
- Brown, J. H., West, G. B. Edits., 2000. *Scaling in Biology*. Oxford University Press.
- Ginzburg, L. e M. Colyvan, 2004. *Ecological Orbits. How Planets Move and Populations Grow*. Oxford University Press, Oxford.
- Niklas, K. j., 1994. *Plant Allometry. The Scaling of Form and Process*. The University of Chicago Press.
- Niklas K. J., B. J. Enquist, (2001) Invariant scaling relationships for interspecific plant biomass production rates and body size. *Proc Nat Acad Sci U S A* 98: 2922–2927.
- Osawa, A. e R. B. Allen, 1993. Allometric Theory Explains Self-thinning Relationships of Mountain Beech and Red Pine. *Ecology*, 74(4):1020-1032.
- Ritchie, M. E., 2010. *Scale, Heterogeneity, and the Structure and the Diversity of Ecological Communities*. Princeton University Press.
- Sprugel, D. G., 1984. Density, Biomass Productivity, and Nutrient Cycling Changes During Stand Development in Wave Regenerated Balsam Fir Forests. *Ecological Monographs*, 54(2):165-186.
- Thompson, D. A. W., 1994. *Forme et Croissance*. Éditions du Seuil/Éditions du CNRS. Tradução francesa do texto em língua inglesa.
- Schneider, D. C., 1994. *Quantitative Ecology. Spatial and Temporal Scaling*. Academic Press.
- West, G. B., J. H. Brown,., and B. J. Enquist, 2000. The Origin of Universal Scaling Laws in Biology. In J. H. Brown, and G. B. West,., Edits., 2000. *Scaling in Biology*. Oxford University Press. Pages 87-112.
- West, G.B., e J.H. Brown. 2004. Life's Universal Scaling Laws. *Physics Today* 57:36-42.

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

4.1 Introdução

Os organismos que hoje ocupam o planeta representam o resultado de um processo evolutivo de muitas centenas de milhares de anos. Todas as espécies têm algo de comum por o seu crescimento ter de obedecer às mesmas leis de natureza física, química. Isto leva-me a elaborar duas conjecturas:

1. O padrão de crescimento é o mesmo para todos os seres vivos e suas populações.
2. Este padrão é conforme a equação de Gompertz (EGP).

Estas conjecturas revelaram-se frutuosas tanto na resolução de alguns problemas da ecologia teórica (Barreto, 2005) como no esclarecimento de questões no âmbito da estrutura e dinâmica dos *Pf*, como já anteriormente divulguei e será aqui também comprovado.

A escolha da EGP, neste contexto é fundamentada no seguinte:

1. Medawar (1940) deduziu teoricamente que o crescimento biológico tem de obedecer à EGP-
2. Vários autores verificaram que a EGP é a mais adequada no âmbito da biologia. Por exemplo, Zullinger et al. (1984) ajustaram as curvas logística, de von Bertalanffy e de Gompertz a 331 espécies de mamíferos em 19 ordens. Os melhores ajustamentos, em 49 espécies, foram evidenciados pelas equações de von Bertalanffy e de Gompertz. Veja-se ainda, Caution e Vénus (1981), entre outros.

Mostrarei também adiante:

1. Ser a EGP suficientemente flexível para reproduzir dados empíricos de várias proveniências e aparentemente de padrões diferentes.
2. Ser a EGP consistente com o crescimento alométrico temporal e espacial.
3. Ser a EGP capaz de gerar padrões de crescimento que reflectem as estratégias bionómicas ou da história de vida das espécies.
4. Proporcionar a EGP resultados consistentes sobre o crescimento dos mesmos organismos e populações, em escalas de tempo diferentes (e.g., anos, meses, semanas, ...).

A encerrar, registo ainda a seguinte relevante justificação para a adopção da EGP. A ecologia é caracterizada por uma grande falta de unidade e por isso é teoricamente pouco estruturada. Praticamente, existe uma abordagem independente, para cada nível de complexidade: indivíduo, população, comunidade e ecossistema. A vantagem da utilização da GPZ é permitir articular integradamente o crescimento da árvore (e suas componentes) com a população das árvores (povoamentos puros) e por fim com as populações das outras árvores (povoamentos mistos), como se ilustrará ao longo deste livro. Isto é possível porque podemos deduzir a GPZ partido de duas hipóteses básicas. Uma ao nível do indivíduo: os seres vivos envelhecem; outra ao nível da população: as árvores da mesma espécie competem entre si, sendo esta a competição intra específica a causa do auto-desbaste, necessária ao crescimento dos indivíduos.

4.2 Uma Nótula Histórica

Antes de prosseguir, gostaria de introduzir uma pequena resenha sobre a evolução da maneira como se tem lidado com a modelação das VAF.

A equação de Gompertz foi estabelecida por Benjamin Gompertz, em 1825, num artigo publicado na *Philosophical Transactions of the Royal Society*, em Londres. A equação foi proposta no âmbito da demografia humana, para descrever a estrutura etária das populações. Gompertz chamou-lhe a “lei da mortalidade humana” (Banks, 1994:151), o que transferido para os *Pf* corresponde à “lei do auto-desbaste”.

Um século após a introdução da EGP, C. P. Winsor (1932) sugeriu, pela primeira vez, o seu uso como curva de crescimento.

Nokoe (1978) ilustrou ser a EGP um dos melhores modelos para a dinâmica do volume em pé dos povoamentos puros e regulares.

Segundo Zeide (1993), citando Fernow (1913), a primeira tabela de produção conhecida foi apresentada por Paulen, em 1787, isto é, há mais de duzentos anos.

Desde então, o número de curvas de crescimento para as variáveis florestais não tem parado de crescer. Um investigador da Estónia compilou e analisou 75 destas curvas (Kiviste, 1988). Sem dúvida um número impressionante.

Cada árvore, cada povoamento, mesmo duma dada espécie, ao longo da sua vida, é o resultado da combinação única de factores genéticos, ecológicos e ambientais, pelo que seria possível estabelecer tantas curvas de crescimento quantas as entidades destas que considerássemos. Fica, assim, sugerido que estabelecer curvas de crescimento sobre curvas de crescimento é uma busca ilusória, infrutífera no que respeita a capacidade de generalização, embora fácil com o actual recurso ao computador e aos programas de estatística disponíveis. Trata-se de meros exercícios de computação que duvidamos que cheguem a ser ciência.

Os físicos, para um dado fenómeno, à escala newtoniana, têm uma única equação que é válida para condições (ideais) pressupostas, raramente satisfeitas na realidade. No entanto, realizam repetidas experiências idênticas, obtêm resultados diferentes, não coincidentes com os fornecidos pela equação disponível, mas não a abandonam, e estabelecem outra ou outras. Sabem que cada repetição é um acontecimento único, sujeito a diversos factores, variáveis e incontroláveis, impossível de serem incluídos na equação teórica, para o fenómeno em causa.

É legítimo indagar se o crescimento das variáveis biológicas (no centro do meu interesse as florestais) não é constrangido pelas leis físicas e químicas aplicáveis (e.g., Pennycuick, 1992), e assim a variedade de padrões encontrados não são somente, a expressão aleatória, embora condicionada, de uma única regularidade latente, conceptualmente determinística.

Nesta linha de raciocínio, nos últimos 15 anos, verifica-se um esforço para detectar o padrão, ou os poucos padrões fundamentais da variação das variáveis florestais (e.g., Zeide, 1993b).

Inserida nesta perspectiva da investigação florestal, surge a formulação do meu modelo KHABA (Khilmi, Hara e Barreto) que passará a ser mencionado pela sigla MKB. O conceito base do MKB, cuja fundamentação explanaremos, resume-se ao seguinte: *a dinâmica das variáveis florestais segue a equação de Gompertz*.

Antes de passarmos à secção seguinte, vou referir algumas contribuições dedicadas à modelação do auto-desbaste.

Shinozaki e Hira (1956) devem ter sido dos primeiros autores a propôr um modelo para o auto-desbaste, mais tarde recuperado e elaborado por Shinozaki (1962).

Em 1957, Khilmi deduziu a aplicação da equação de Gompertz à dinâmica da densidade dos PPAR e estabeleceu dedutivamente uma equação para o volume em pé.

Tadaki (1963) propôs um modelo que relaciona o volume médio da árvore com a densidade, a partir da análise de tabelas de *Pinus strobus* e *Pinus densiflora*. Segundo Hozumi (1977) os modelos de Shinozaki e de Tadaki têm boa aderência à fase I.

Hozumi (1977; 1980; 1983) propôs modelos complexos baseados nos de Tadaki, Shinozaki, lei dos 3/2 e curva logística num esforço de integração destas três contribuições num modelo único.

O auto-desbaste continuou a ser um assunto do interesse dos investigadores, sendo possível encontrar diversos modelos regressivos, empíricos, para a mortalidade das árvores em povoamentos de diversas espécies, na literatura florestal.

4.3 A Equação de Gompertz

Como já dissemos, a EGP aplica-se tanto a organismos como a uma dada população. Por isso, para a deduzir, convém fazê-lo a partir de conjecturas plausíveis tanto ao nível do organismo como da população, isto é, tenho que apresentar duas deduções da EGP, por exigência da coerência e completude. É o que vou fazer. Começo com o caso da população.

4.3.1 A Dinâmica de Gompertz das Populações

Assumamos que o crescimento de uma população y é condicionado pelo número de indivíduos presentes (dependente da densidade). Aceite-se também que este condicionamento se traduz no facto da sua variação instantânea ser proporcional à diferença $\ln y_f - \ln y$, já introduzida no capítulo 1, o que conduz à seguinte equação:

$$\frac{dy}{dt} = cy(\ln y_f - \ln y) \quad (4.1)$$

Esta equação pode ser escrita como:

$$\frac{dy}{y \ln(y_f / y)} = c dt \quad (4.2)$$

Pela integração da eq. (4.2) obtém-se:

$$-\ln\left(\ln \frac{y_f}{y}\right) = -ct + C_1 \quad (4.3)$$

sendo C_1 a constante de integração. Então,

$$\ln\left(\frac{y}{y_f}\right) = C_2 e^{-ct} \quad (4.4)$$

$$\frac{y}{y_f} = e^{C_2 e^{-ct}} \quad (4.5)$$

$$y = y_f e^{C_2 e^{-ct}} \quad (4.6)$$

Quando $t=0$ tem-se $C_2 = \ln(y_0/y_f)$. Escreva-se $R = y_0/y_f$, para obter a EGP:

$$y = y_f R^{\exp(-ct)} \quad (4.7)$$

onde exp refere-se à exponencial.

4.3.2 A Perspectiva do Envelhecimento da Árvore

Admitamos que os recursos disponíveis não restringem o crescimento de um organismo, e ele é proporcional ao tamanho do organismo. Esta presunção conduz-nos à equação diferencial da curva exponencial:

$$\frac{dy}{dt} = ry \quad (4.8)$$

Como hipótese complementar, conjecturamos que com o envelhecimento o organismo torna-se menos eficiente e isto traduz-se na degradação exponencial de r :

$$\frac{dr}{dt} = -cr \quad (4.9)$$

com a condição inicial ($t=0$) de ser $r=r_0$, a solução da eq. (4.9) é:

$$r = r_0 \exp(-ct) \quad (4.10)$$

Substituindo a eq. (4.10) na eq. (4.8), encontramos:

$$\frac{dy}{dy} = r_0 e^{-ct} y \quad (4.11)$$

Integrando o primeiro membro desta equação de $y(0)$ a y , e o segundo de 0 a t , temos:

$$\int_{y_0}^{y_f} \frac{dy}{y} = r_0 \int_0^t e^{-ct} dt \quad (4.12)$$

obtendo-se

$$\ln\left(\frac{y}{y_0}\right) = \frac{r_0}{c} (1 - e^{-ct}) \quad (4.13)$$

que conduz a

$$y = y_0 \exp(r_0(1 - \exp(-ct))/c) \quad (4.14)$$

Coerentemente, o limite da eq. (4.14) quando $c \rightarrow 0$, é uma equação exponencial:

$$y = y_0 \exp(r_0 t) \quad (4.15)$$

Dada a eq. (4.12) quando $t \rightarrow \infty$ obtém-se:

$$y_f = y_0 \exp(r_0/c) \quad (4.16)$$

Substituindo a eq. (4.16) na (4.14) obtém-se uma forma alternativa da EGP:

$$y = y_f \exp(-r_0/c \exp(-ct)) \quad (4.17)$$

Como $\exp(-r_0/c) = 1/\exp(r_0/c) = y_0/(y_0 \exp(r_0/c)) = y_0/y_f = R$, temos a eq. (4.7).

É pois lícito admitir-se que tanto árvores como *Pf* podem crescer de acordo com a EGP.

Para pequenos valores de t (crescimento inicial) $\exp(-ct) \approx 1 - ct$, donde $1 - \exp(-ct) = ct$. Isto implica o crescimento exponencial e conduz a:

$$y = y_0 \exp(-r_0/c) \quad (4.18)$$

Se fizermos $a = -\ln R$ e $b = e^{-c}$ obtém-se uma forma contínua alternativa da EGP:

$$y_t = y_f \exp(-a b^t) \quad (4.19)$$

R e c são números reais positivos. $EL=0$ implica $R=1$; $EL<0$ implica $R>1$ (a VAF decresce com a idade); $EL>0$ implica $R<1$ (a VAF cresce com a idade). Nas espécies florestais, todos os valores de c que estabeleci são menores de que a unidade.

4.3.3 A Análise da EGP

Derivando a eq. (4.11) e igualando-a a zero, obtém-se a idade do ponto de inflexão t^* :

$$t^* = \frac{1}{c} \ln\left(\frac{r_0}{c}\right) \quad (4.20)$$

Substituindo a eq. (4.20) na eq. (4.17) temos o valor de y na idade t^* , y^* :

$$y^* = y_f \exp(-1) \quad (4.21)$$

$$y^* = 0,368 y_f \quad (4.22)$$

Da equação (4.17) obtemos $r_0 = -c \ln R$, que substituindo na eq. (4.19) nos permite escrever:

$$t^* = \frac{1}{c} \ln(-\ln R) \quad (4.23)$$

Podemos agora confirmar os resultados da simulação apresentada na secção 1.4.

Temos $R=6/35$ e $c=0.04$. A equação anterior fornece o valor 14,183768, a que temos que adicionar o nosso valor de $t_0=10$, obtendo-se a idade de 24,2 anos.

Nesta idade, o valor da altura é dado pela eq. (4.22): $0,368*35=12,87578$ m. O acréscimo corrente máximo (acr) obtém-se da eq. (4.1):

$$\text{acr} = 0,04 * 12,87578 * (\ln(35) - \ln(12,87578)) = 0,5150312 \text{ m ano}^{-1}$$

Um conceito importante em ecologia é o da taxa relativa de variação (TRV). Quando aplicável, também designada por taxa relativa de crescimento ou crescimento per capita. A TRV define-se como

$$TRV = \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} \quad (4.24)$$

Atendendo à eq. (4.1) temos:

$$TRV = c (\ln y_f - \ln y) \quad (4.25)$$

Derivando a eq. (4.7) também se encontra:

$$TRV = -c \ln R \exp(-c t) \quad (4.26)$$

4.4 A Dedução de Khilmi

G. F. Khilmi, um ecologista florestal russo, num livro traduzido e publicado pela instituição norte-americana National Science Foundation, apresentou uma prova de que o auto-desbaste segue a EGP, recorrendo à análise dimensional e a uma verificação empírica Khilmi, (1962:107:113).

Dadas as relevâncias da EGP e da análise dimensional no meu edifício teórico, a dedução ser feita a partir de dados empíricos florestais, vou reproduzir a dedução com ligeiras modificações, e estende-la a outras VAF.

Alem da linear (L), as unidades fundamentais utilizadas são: E – energia; N – quantidade; T – tempo. Em benefício da simplicidade, uso M para a taxa relative de mortalidade, ou mortalidade per capita ($M = TRV_{-2} = 1/y_{-2} \text{ d } y_{-2}/\text{dt}$).

Então, escrevo:

$$[y_2]=N L^{-2} \quad (4.27)$$

$$[M]=T^{-1} \quad (4.28)$$

Seja Q o espaço cujos recursos são usados por uma árvore. Então:

$$[Q]=N^{-1} L^2 \quad (4.29)$$

Seja S a radiação fotossintética activa por unidade de tempo e de área usada por uma coorte de árvores. Então:

$$[S]=E L^{-2} T^{-1} \quad (4.30)$$

Designemos por e a quantidade de energia absorvida pela coorte desde t_0 até ao fim da sua vida. É possível escrever:

$$[e]=E L^{-2} \quad (4.31)$$

Entra a agora na análise a verificação empírica a que Khilmi recorre.

No intervalo de tempo de t a $t+dt$, M varia dM e Q varia dQ. Khilmi afirma que os dados das suas observações revelam que a dM/dQ é a mesma para valores iguais de Q, em todas as CQ. Assim, a razão dM/dQ é só afectada e, Q, S. Esta conclusão pode ser expressa como:

$$dM/dQ=f(C,S,e,Q) \quad (4.32)$$

onde C é uma constante adimensional.

Admita-se que a eq. (4.32) assume a forma seguinte:

$$dM/dQ=C S^u e^w Q^z \quad (4.33)$$

Mas como

$$[dM/dQ]=T^{-1} N L^{-2} \quad (4.34)$$

as eqs. (4.29)-(4.31) permitem escrever:

$$T^{-1} N L^{-2}=E^u L^{-2u} T^{-u} E^w L^{-2w} L^{2z} N^{-z} \quad (4.35)$$

obtendo-se o seguinte sistema:

$$u=1 \quad (4.36)$$

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

$$-2u-2w+2z=-2 \quad (4.37)$$

$$u+w=0 \quad (4.38)$$

$$-z=1 \quad (4.39)$$

cuja solução é; $u=1$, $w=-1$, $z=-1$.

Substituindo estes valores na eq. (4.33), obtém-se:

$$dM=C (S/e) (dQ/Q) \quad (4.40)$$

Façamos $CS/e=c$, então:

$$dM= c dQ/Q \quad (4.41)$$

A relação $Q=y_{-2}^{-1}$ permite escrever:

$$dQ/Q=-dy_{-2}/y_{-2} \quad (4.42)$$

e a eq. (4.36) pode assumir a forma:

$$dM= -c dy_{-2}/y_{-2} \quad (4.43)$$

Integrando a eq. (4.43), encontra-se:

$$\int_0^{M(0)} dM = -c \int_{y_{-2f}}^{y_{-20}} \frac{dy_{-2}}{y_{-2}} \quad (4.44)$$

onde $M(0)$ é a taxa relative de mortalidade na idade t_0 , quando se inicia a fase II. Então:

$$M=c \ln y_{-2f} - c \ln y_{-2} \quad (4.45)$$

Como $M=1/y_{-2} \, d y_{-2}/dt$, a eq. (4.40) conduz à forma diferencial da EGP:

$$d y_{-2}/dt=c y_{-2} (\ln y_{-2f} - \ln y_{-2}) \quad (4.46)$$

O mesmo resultado pode ser obtido para outros valores de EL, que conduzem a um sistema de equações com as mesmas soluções $u=1$, $w=-1$, $z=-1$.

Um exemplo, em que $EL=1$. Mostrarei no capítulo seguinte que para duas VAF, y_a e y_b , a razão entre as suas TRV é constante, o que em meu entendimento legitima a extensão da prova de Khilmi, para y_{-2} , a outras VAF. M agora pode ser entendida como TRV_1 . Q passa a ser a área disponível por unidade y_1 , pelo que temos $[y_1]=L$, $[Q]=L^2 \, L^{-1}=L$, vindo agora a eq. (4.37) a ser substituída pela seguinte:

$$T^{-1} L^{-1}=E^u L^{-2u} T^u E^w L^{-2w} L^z \quad (4.47)$$

encontrando-se o seguinte sistema:

$$u+w=0 \tag{4.48}$$

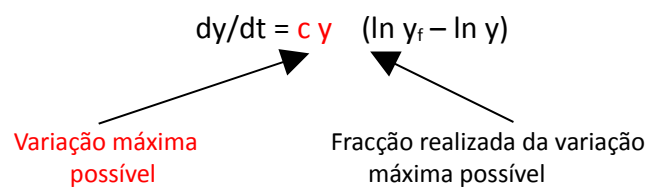
$$-2u-2w+z=-1 \tag{4.49}$$

$$-u=-1 \tag{4.50}$$

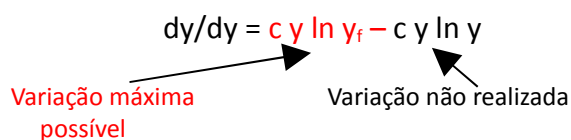
que facilmente se verifica ter também a solução $u=1, w=-1, z=-1$.

4.5 O Comportamento da EGP

A “anatomia” da forma diferencial da EGP pode ser interpretada de duas maneiras. A primeira é a seguinte:



A segunda escreve-se:



Concentremo-nos agora na EGP, $y=y_f R^{\exp(-ct)}$. Nesta equação só a exponencial varia. É igual a um quando $t=0$ e tende para zero com $t \rightarrow \infty$. Lembremo-nos que $R=y_0/y_f$, pelo que quando $t=0$, $y=y_0$, e quando $t \rightarrow \infty$, $y \rightarrow y_f$. Isto ilustra-se na figura 4.1.

Abordemos agora a influência de c e R , na dinâmica da EGP. Quanto maior for c , mais rapidamente a exponencial converge para zero e y para y_f , isto é, tem um crescimento mais rápido. Para os mesmos valores de y_f e c , quanto menor for R menor será o valor inicial na idade $t=0$, e mais tempo leva y a atingir y_f . Isto ilustra-se na figura 4.2.

Faça-se $a=-\ln R$ e $b=e^{-c}$. É possível escrever uma outra forma contínua da EGP, a saber:

$$y_t = y_f \exp(-ab^t) \tag{4.51}$$

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

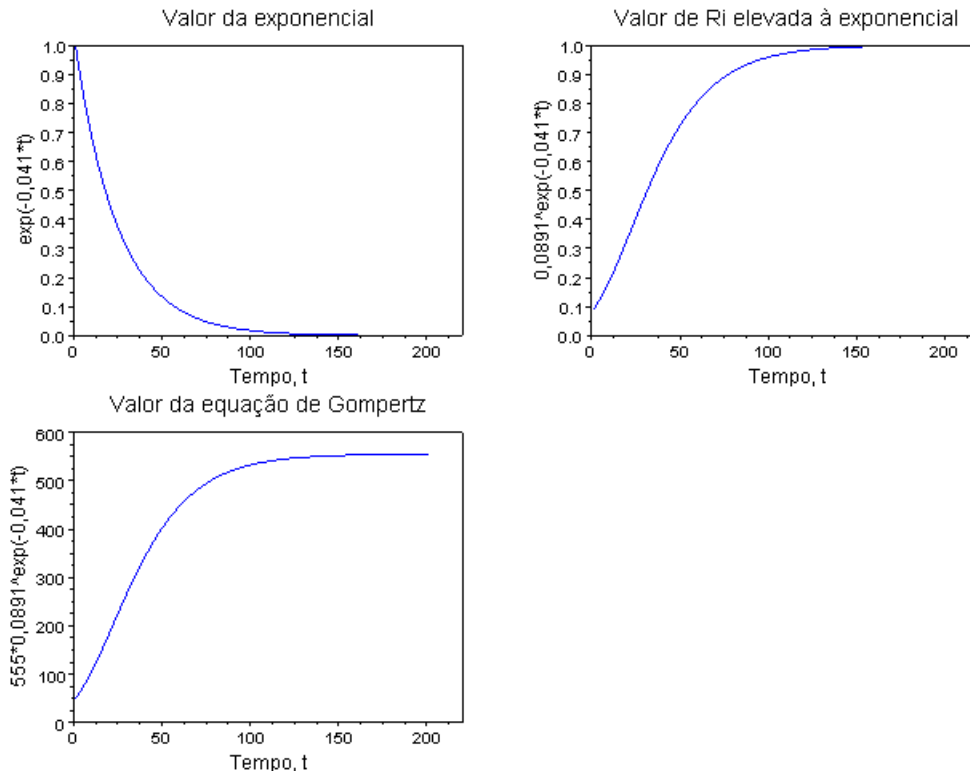


Figura 4.1. "Anatomia" da equação $y=555 \times 0,0891 \exp(-0,041 t)$

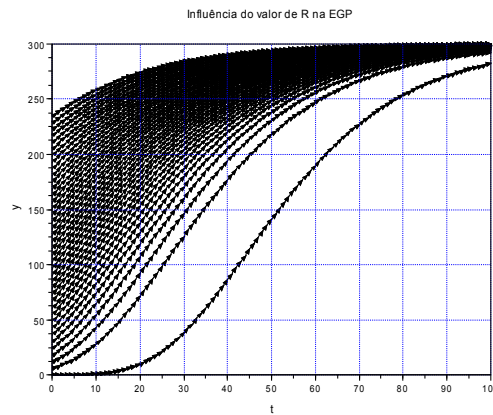


Figura 4.2. A equação $y=300R \exp(-0,05 \cdot t)$, para valores de R entre 0,0001 (curva inferior) e 0,80001 (curva superior)

4.6 Equações de diferenças para a EGP

A eq. (4.1) permite escrever:

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

$$\frac{dy}{y} \frac{1}{dt} = c \ln\left(\frac{y_f}{y}\right) \quad (4.52)$$

$$\frac{d(\ln y)}{dt} = -c \ln\left(\frac{y}{y_f}\right) \quad (4.53)$$

$$\ln y_{t+1} = \ln y_t + c \ln\left(\frac{y_f}{y}\right) \quad (4.54)$$

Vindo a equação de diferenças da EGP como:

$$y_{t+1} = y_t \left(\frac{y_f}{y_t}\right)^c \quad (4.55)$$

Para obter uma solução geral, escrevo o modelo em termos de y_{t+1} e y_t como:

$$\ln\left(\frac{y_{t+1}}{y_f}\right) = (1-c) \ln\left(\frac{y_t}{y_f}\right) = (1-c)^t \ln\left(\frac{y_0}{y_f}\right) \quad (4.56)$$

Se c é suficientemente pequeno para permitir escrever $(1-c)^t \approx e^{-ct}$, a solução é a mesma que a obtida com o modelo contínuo (eq. (4.7)).

Apresento mais duas equações de diferenças para a EGP:

$$y_{t+1} = y_t \exp(c \ln y_f - c \ln y_t) \quad (4.57)$$

$$y_{t+1} = y_t + y_t c \ln(y_f/y_t) \quad (4.58)$$

Como, conspicuamente, nas zonas temperadas o crescimento das árvores não é contínuo, a utilização destas equações é perfeitamente aceitável na modelação e simulação florestal.

Se na eq. (4.57) fizermos $\lambda = y_f^c$ e $\theta = 1-c$, ela pode-se escrever;

$$y_{t+1} = \lambda y_t^\theta \quad (4.61)$$

4.7 Análise da estabilidade da EGP

Em benefício da completude, apresento a análise da estabilidade eq. (4.1).

$$\frac{d}{dy} c y (\ln y_f - \ln y) = c (\ln y_f - \ln y) - c \quad (4.60)$$

Substituindo y_f , no segundo membro desta equação, obtenho

$$\frac{d}{dy} cy(\ln y_f - \ln y) = -c \quad (4.61)$$

Como $c > 0$, y_f é um equilíbrio estável.

Reportemo-nos agora às eqs. (4.55), (4.57) e (4.59). Façamos:

$$f_1 = y_t \left(\frac{y_f}{y_t}\right)^c \quad (4.62)$$

$$f_2 = y_t + y_t c \ln(y_f/y_t) \quad (4.63)$$

$$f_3 = y_t \exp(c \ln y_f - c \ln y_t) \quad (4.64)$$

Quando $y_t = y_f$ temos:

$$\frac{d}{dy} f_i = 1 - c \quad i=1,2,3 \quad (4.65)$$

A satisfação da condição de estabilidade $|1-c| < 1$ implica $0 < c < 2$. Com mais pormenor:

$0 < c < 1$: y_f é localmente estável; convergência monotónica para o equilíbrio

$1 < c < 2$: y_f é localmente estável; convergência oscilante para o equilíbrio.

$c > 2$: y_f é instável; oscilações a partir da vizinhança do equilíbrio

4.8 A EGP e a Alometria

De acordo com o explanado no capítulo 1, introduzo um programa em Scilab que recorre a duas EGP para gerar valores da densidade e do volume do tronco da árvore, num pinhal bravo. O programa ajusta a forma logarítmica da relação alométrica da chamada lei dos 3/2: $y_{31} = k_{3-2} y_{21}^{-1,5}$, e faz um gráfico da recta ajustada. As relações entre os diversos valores de R_i estabelecem-se no capítulo seguinte.

A saída do programa é a seguinte:

```
!a= 8.9085311 b= -1.500299 !
!coef. de determinação.= 1 !
!coef. de correlação.= 1 !
!erro padrão de estimativa= %i*5.651D-08 !
```

A saída do programa 4.1 exhibe-se na figura 4.3.

Na Caixa 4.2, insere-se o programa 4.2 que estabelece a forma logarítmica da equação alométrica entre a biomassa total da árvore e a densidade: $y_{2,661} = k_{2,666-2} y_{21}^{-1,333}$. O gráfico correspondente exhibe-se na figura 4.4.

A saída do programa é a seguinte:

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

```
!a= 7.9436599 b= -1.3334346 !
!coef. de determinação.= 1 !
!coef. de correlação.= 1 !
!erro padrão de estimativa= %i*0.0000001 !
```

Caixa 4.1. Programa 4.1 para gerar e ajustar a lei dos 3/2

```
//Programa 4.1. Lei dos 3/2
//Valor final do volume do tronco da árvore
y3f=0.08551/0.06772;
//Valor final da densidade
y_2f=1953/6.018;
//Criar dois vectores para guardar os valores gerados
X=[];Y=[];
global X Y x y
//Gerar os valores da densidade e do volume da árvore
for i=0:1:90
    E=exp(-0.05*i);
    X=[X y_2f*6.018^E];
    Y=[Y y3f*0.0677^E];
end
//Achar os logaritmos da densidade e do volume
x=log(X);
y=log(Y);
//Estabelecer a regressão linear
n=91;
j=sum(x);k=sum(y);l=sum(x^2);
m=sum(y^2);r2=sum(x.*y);
b = (n * r2 - k * j) / (n * l - j ^ 2);
a = (k - b * j) / n;
a1=string(a);b1=string(b);
disp(["a=" a1 "b=" b1])
j = b * (r2 - j * k / n); m = m - k ^ 2 / n; k = m - j; r2 =
j / m;
rr=string(r2);co=string(sqrt(r2));err=string(sqrt(k/(n-2)));
disp(["coef. de determinação.= ", rr])
disp(["coef. de correlação.= " co ])
disp(["erro padrão de estimativa=" err])
xbasc()
//Fazer o gráfico da relação alométrica
plot2d(x,[y])
```

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

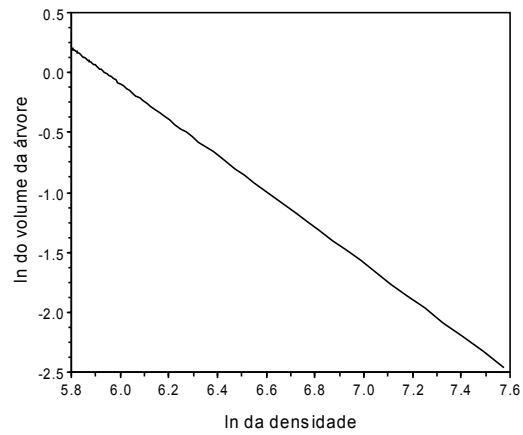


Figura 4.3. Representação gráfica da forma logarítmica da equação alométrica conhecida pela lei dos 3/2

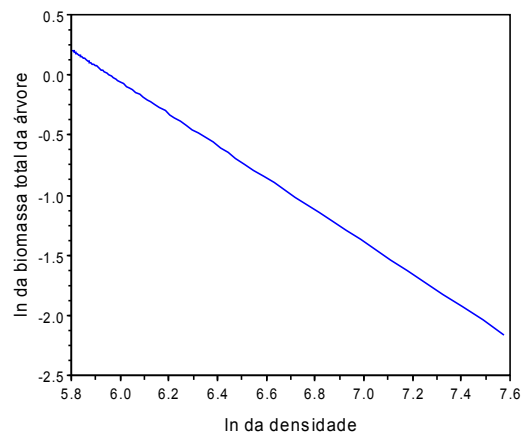


Figura 4.4. Representação gráfica da forma logarítmica da equação alométrica entre a biomassa total da árvore e a densidade: $y_{2,661} = k_{2,666-2} y_{-21}^{-1,333}$

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Caixa 4.2. Programa 4.2 para gerar e ajustar a forma logarítmica da equação alométrica entre a biomassa total da árvore e a densidade: $y_{2,661} = k_{2,666-2} Y_{21}^{-1,333}$

```
// Program 4.2. Equação alométrica m=2,666/-2
//Valor final da biomassa da árvore
y6f=0.05/0.091338;
//Valor final da densidade
y_2f=1953/6.018;
//Criar dois vectores para guardar dados
X=[];Y=[];
global X Y x y
//Gerar os valores da biomassa total e da densidade
for i=0:1:90
    E=exp(-0.05*i);
    X=[X y_2f*6.018^E];
    Y=[Y y6f*0.091338^E];
end
//Logaritmos dos valores
x=log(X);
y=log(Y);
//Ajustar a recta
n=91;
j=sum(x);k=sum(y);l=sum(x^2);
m=sum(y^2);r2=sum(x.*y);
b = (n * r2 - k * j) / (n * l - j ^ 2);
a = (k - b * j) / n;
a1=string(a);b1=string(b);
disp(["a=" a1 "b=" b1])
j = b * (r2 - j * k / n); m = m - k ^ 2 / n; k = m - j; r2 = j / m;
rr=string(r2);co=string(sqrt(r2));err=string(sqrt(k/(n-2)));
disp(["coef. de determinação.= ", rr])
disp(["coef. de correlação.= " co ])
disp(["erro padrão de estimativa=" err])
xbasc()
plot(x,y)
```

Convém ainda mostrar a coerência do crescimento gompertziano com as constâncias da área basal dos povoamentos, do índice de área foliar e da biomassa da copa.

Vou simular um PPAR de pinheiro bravo que aos dez anos tem $y_{-2110}=1953$ árvores ha^{-1} e $y_{1110}=14,31$ cm. Para obter a biomassa da copa da árvore recorro às equações (6.1)-(6.3) em Barreto (2004). O programa que executa a projecção das variáveis que nos interessam apresenta-se na caixa 4.3.

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Caixa 4.3. Programa 4.3 para projectar a densidade, dap médio, área basal da árvore média, área basal e biomassa da copa de um PPAR de pinheiro bravo

```
//Programa 4.3
//calcular o valor final do dap
y11f=14.31/0.4076;
//calcular o valor final da densidade
y_2f=1953/6.018;
//vector das idades, 10,20...100
t=10:10:100;
dap='y11f*0.4076^exp(-0.05*(t-10))';
//calcular os dap aos 10, 20, ...100 anos
D=[eval(dap)];
//calcular a área basal da árvore média
r=D/200;
ararv=%pi*r^2;
//calcular a densidade do povoamento
y_21='y_2f*6.018^exp(-0.05*(t-10))';
N=int([eval(y_21)]);
//multiplicar pela densidade para obter a área basal do povoamento
AB=(N.*ararv);
//copa
//cálculo da biomassa total da copa da árvore aos 10 anos
y24=(0.7851*y11f^0.87848+0.14369*y11f^0.8789+0.040001*y11f^0.8789)/1
953;
//valor final
y24f=y24/0.1661;
cop='y24f*0.1661^exp(-0.05*(t-10))';
copa=[eval(cop)];
//multiplicar pela densidade para obter
//a biomassa da copa do povoamento
BC=(N.*copa);
BCI=int(BC);
//mostrar matriz da projecção
disp('Idade, árvores/ha, cm, m.q./árv., m.q./ha, Mg/ha')
M=[t;N;D;ararv;AB;BC]'
```

A saída do programa é a seguinte:

Idade, árvores/ha, cm, m.q./árv., m.q./ha, Mg/ha

M =

10.	1952.	14.31	0.0160831	31.394167	22.066761
20.	963.	20.370446	0.0325905	31.384646	22.062042
30.	628.	25.23589	0.0500181	31.411362	22.082021
40.	484.	28.736704	0.0648580	31.391288	22.068635
50.	413.	31.092553	0.0759281	31.358315	22.045894
60.	376.	32.614561	0.0835436	31.412376	22.084168
70.	354.	33.573774	0.0885299	31.339601	22.033166
80.	342.	34.169258	0.0916982	31.360797	22.048165
90.	335.	34.535572	0.0936749	31.381087	22.06249
100.	331.	34.759663	0.0948945	31.410075	22.082906

exec done

Consistentemente, a simulação mostra que de facto a área basal do povoamento se mantém constante nos $31 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$, e a biomassa da copa nas 22 Mg ha^{-1} . As discrepâncias residuais devem-se a questões de processamento numérico.

Podemos verificar a eq. (3.12). Aos 10 anos temos $y_{-2110}=1953$ e aos 20 $y_{-2120}=963$. Na primeira idade mediu-se $y_{1110}=14.31$. Aos 20 anos teremos $(963/1953)^{-0.5} \times 14.31 = 20.378753$.

Uma anotação sobre este tema, que será outra vez trazido à colação adiante.

O impulsionador da dinâmica dos *PPAR* é o crescimento das árvores. Num dado instante, cada árvore ocupa uma dada área, y_{27} , que tem de ser continuamente aumentada para elas poderem crescer. Este aumento pode ser feito de duas maneiras. Uma menos radical que consiste no desaceleração do crescimento de algumas delas. A outra é a extrema: pura e simplesmente eliminar algumas delas. Ora é esta última que ocorre imposta pelo auto-desbaste, como se verifica. É coerente, nesta conceptualização determinística, ao nível do povoamento, área basal, a biomassa da copa e o índice da área foliar serem constantes. Não faria sentido eliminarem-se árvores quando ainda havia recursos para crescimento.

Existe evidência empírica destas asserções, por exemplo em Davies and Johnson (1987, p.57) no que respeita à área basal e em (Waring and Schlesinger, 1985, p. 55) para o índice de área foliar. O chamado fecho das copas, no início da fase II, é consistente com as constâncias da biomassa das copas e do índice de área foliar.

4.9 A Constância Específica dos Valores de c e R_i

Como o padrão de crescimento de uma espécie é uma característica importante da sua estratégia bionómica, é altamente verosímil que os valores de c e R_i sejam constantes para uma dada espécie. A minha teoria assume como verdadeira esta conjectura.

A partir de tabelas de produção de vários autores, caracterizei diversas essências florestais como exibo no Quadro 4.1. Como para todas as espécies se verifica $0 < c < 1$ a estabilidade de y_f nos modelos contínuos e discretos da EGP está assegurada.

Os valores inseridos no quadro 4.1 permitiram recriar as tabela de produção que permitiram estabelece-los.

Usando o simulador PINASTER ancorado na minha teoria para os povoamentos puros, simulando individualmente as componentes da árvore e depois adicionando-as para obter os valores da biomassa total, ao estabelecer a equação alométrica com a densidade, obtive o expoente igual a $-1,36$ (Barreto, 1994:23). O valor correcto é $-2,6667/2$. Este valor tem suporte empírico e teórico em Enquist, West, and Brown (2000:185-186). Esta relação implica a eq. (3.6) cuja correcção já foi comentada (secção 3.2). De facto, para a relação alométrica entre a biomassa total e o diâmetro obtivemos o expoente $2,743$ (Barreto, 1994:23, eq. (9)), que é a eq. (3.6).

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Quadro 4.1. Parâmetros característicos da dinâmica de várias espécies florestais, em que a idade em que se inicia a fase II (t_0) é igual a 10 anos

Espécies	c	R ₁	R ₋₂	R _{0,6666}	R ₂	R _{2,6666}	R ₃
<i>Abies alba</i>	0,0310	0,0773	167,4859	0,1814	0,0060	0,0011	0,0005
<i>Abies grandis</i>	0,0550	0,0519	371,2490	0,1391	0,0027	0,0004	0,0001
<i>Abies procera</i>	0,0490	0,0430	542,0928	0,1226	0,0018	0,0002	0,0001
<i>Acer pseudoplatanus</i>	0,0450	0,1483	45,4938	0,2801	0,0220	0,0062	0,0033
<i>Alnus glutinosa</i>	0,0290	0,2942	11,5551	0,4423	0,0865	0,0383	0,0255
<i>Alnus rubra</i>	0,0490	0,0914	119,7037	0,2029	0,0084	0,0017	0,0008
<i>Betula pendula</i>	0,0350	0,2233	20,0478	0,3681	0,0499	0,0184	0,0111
<i>Castanea sativa (?)</i>	0,0840	0,2096	22,7602	0,3529	0,0439	0,0155	0,0092
<i>Cedrus atlantica</i>	0,0360	0,1219	67,2634	0,2459	0,0149	0,0037	0,0018
<i>Cryptomeria japonica</i>	0,0710	0,1162	74,1245	0,2381	0,0135	0,0032	0,0016
<i>Eucalyptus grandis</i>	0,0620	0,0982	103,6363	0,2129	0,0096	0,0021	0,0009
<i>Fagus sylvatica</i>	0,0430	0,0325	946,7456	0,1018	0,0011	0,0001	0,0000
<i>Fagus sylvatica (?)</i>	0,0240	0,1005	98,9681	0,2162	0,0101	0,0022	0,0010
<i>Fraxinus excelsior</i>	0,0380	0,1067	87,7699	0,2250	0,0114	0,0026	0,0012
<i>Larix decidua</i>	0,0430	0,1579	40,0983	0,2922	0,0249	0,0073	0,0039
<i>Larix kaempferi</i>	0,0350	0,1928	26,9133	0,3337	0,0372	0,0124	0,0072
<i>Picea abies</i>	0,0420	0,0690	210,0399	0,1682	0,0048	0,0008	0,0003
<i>Picea mariana</i>	0,0350	0,1019	96,3245	0,2182	0,0104	0,0023	0,0011
<i>Picea sitchensis</i>	0,0480	0,1176	72,3078	0,2400	0,0138	0,0033	0,0016
<i>Pinus contorta</i>	0,0380	0,1291	60,0460	0,2554	0,0167	0,0043	0,0021
<i>Pinus elliotii</i>	0,0830	0,1383	52,2975	0,2674	0,0191	0,0051	0,0026
<i>Pinus halepensis</i>	0,0820	0,4293	5,4260	0,5691	0,1843	0,1049	0,0791
<i>Pinus nigra ssp. laricio</i>	0,0510	0,1108	81,4408	0,2307	0,0123	0,0028	0,0014
<i>Pinus pinaster</i>	0,0500	0,4076	6,0191	0,5497	0,1661	0,0913	0,0677
<i>Pinus pinea</i>	0,1050	0,2897	11,9152	0,4378	0,0839	0,0367	0,0243
<i>Pinus resinosa</i>	0,0260	0,1388	51,8765	0,2681	0,0193	0,0052	0,0027
<i>Pinus strobus</i>	0,0300	0,2112	22,4103	0,3547	0,0446	0,0158	0,0094
<i>Pinus sylvestris</i>	0,0300	0,1709	34,2586	0,3079	0,0292	0,0090	0,0050
<i>Pinus taeda</i>	0,0600	0,2104	22,5832	0,3538	0,0443	0,0157	0,0093
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	0,0460	0,1103	82,1957	0,2300	0,0122	0,0028	0,0013
<i>Quercus robur</i>	0,0410	0,0891	125,9635	0,1995	0,0079	0,0016	0,0007
<i>Tsuga heterophylla</i>	0,0390	0,1111	81,0162	0,2311	0,0123	0,0029	0,0014

O efeito dos factores do meio (classe de qualidade) incide sobre o valor y_{if} . Como se sabe, os povoamentos em locais de qualidade pobre são mais densos e têm árvores mais pequenas dos que os crescendo em locais de boa qualidade. Por exemplo, o aumento de CO₂ na atmosfera está a aumentar a produtividade das florestas (y_{if}), como o caso do pinheiro da Escócia em Espanha

(Martinez-Vilalta, J., Lopez, Adell, Badiella e Ninyerola, 2008), mas não afecta os valores de c e R_i das espécies.

4.10 A EGP e os PAPI

É fácil entender a aplicação da EGP às variáveis das árvores dos PAPI, mas a sua aplicação à população de árvores já carece uma elaboração clarificadora.

Começamos por introduzir mais uma hipótese da nossa teoria: existe uma simetria tempo-espaço entre os PPAR e PAPI. Isto quer dizer que o que se passa no tempo num hectare de um PPAR passa-se no espaço num PAPI. Suponhamos um PPAR de 90 hectares de uma espécie florestal que tem a longevidade de 100 anos sendo $t_0=10$ anos. Então o seu PAPI simétrico é a mistura de 90 PPAR de 1 ha com idades dos 10 aos 90 anos. No seu conjunto, o número de árvores de cada idade no PAPI de 90 ha segue a EGP. As árvores de idade inferior a 10 anos vivem sob o coberto das mais idosas. Isto esquematiza-se na figura 4.5.

Esta simetria não se confina só a y_{-21} , mas estende-se também às outras variáveis da população de árvores.

Nos PAPI o número de árvores das classes de idade converge para uma estrutura etária estável.

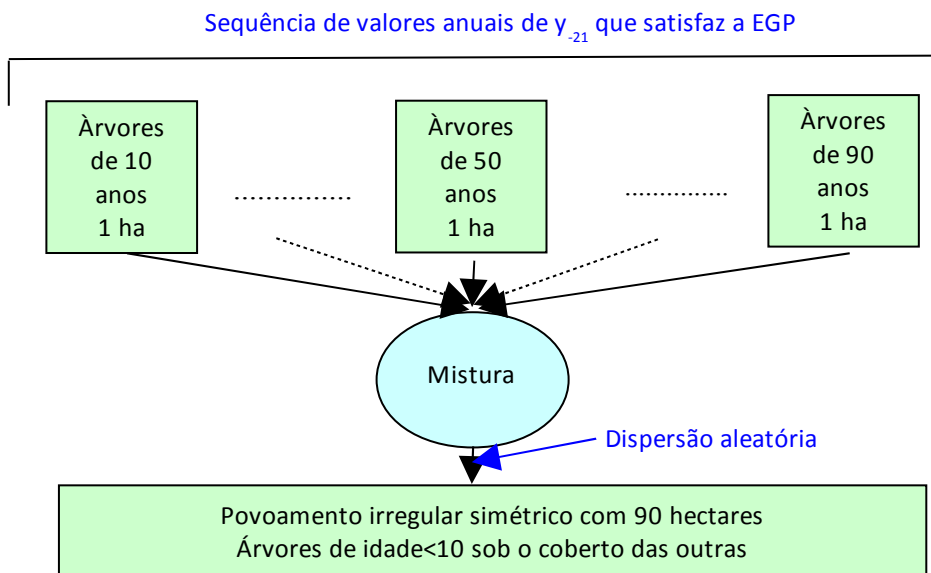


Figura 4.5. Ilustração da simetria tempo-espaço entre PPAR e PAPI

4.11 O Ajustamento da EGP

4.11.1 O Método dos Mínimos Quadrados

Vamos propor um programa que utiliza o método dos mínimos quadrados para ajustar a EGP. A primeira idade dos dados é assumida como t_0 e o primeiro dado como y_{ij0} . É fácil calcular o valor de R_i para qualquer outro valor de t_0 .

Ilustremos a sua utilização com um caso concreto e que torne fácil controlar a sua eficiência. Para as idades 10, 17, 22, 29, 35, 43, 56, 62, 77 calculamos o diâmetro de um pinhal bravo recorrendo à equação $y_{11t}=35 \times 0,4076^{\exp(-0,05(t-10))}$, recorrendo à informação do quadro 4.1. os valores que obtemos são os seguintes: 14.27, 18.60, 21.39, 24.74, 27.06, 29.46, 31.99, 32.74, 33.91 (cm).

O programa, exibido na caixa 4.4, recorre ao comando `lsqrsolve` do Scilab, que usa o algoritmo Levenberg-Marquardt, tido como dos mais eficientes para ajustar equações a dados experimentais (e.g., Soetaert e Herman, 2009:331). Dada a instrução para execução aparece uma janela com um zero entre parênteses rectos, com o título 'Meter o número de dados'. Temos 9 medições, pelo que substituíamos o zero por 9 e clicávamos em 'OK'.

Surge a seguir uma janela com a legenda 'Meter valores de x', com um vector de 9 zeros. Como o programa escreve a exponencial com $\exp(-c t)$, às idades reais subtraímos 10 anos e substituímos os zeros por 0, 7, 12,..., 67. Fechávamos a janela no botão 'OK'.

Aparece a janela com a legenda 'Meter valores de y'. Procedemos do mesmo modo que anteriormente, introduzindo os valores 14.27, 18.60, 21.39, 31.99, 32.74, 33.91. Repare que a virgula que separa a parte inteira da decimal é substituída por um ponto.

Para iniciar o algoritmo do método dos mínimos quadrados, o programa pede um valor inicial de y_f e de c , na janela com a legenda 'Meter tentativa de valores de y_f e c '.

A saída do programa, que mostra os valores entrados, é a seguinte:

```
a =
  9.
x =
  0.   7.   12.   19.   25.   33.   46.   52.   67.
 14.27  18.6  21.39  24.74  27.06  29.46  31.99
      column 8 to 9
 32.74  33.91
vi =
 0.35   0.04   ←----- Tentativa de valores
ab =
 34.995383   ←----- y_f
  0.0500076   ←----- c
R =
  0.4077681
eapm =
  0.0066073
exec done
```

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Caixa 4.4. Programa para ajustar a EGP usando o método dos mínimos quadrados

```

//Ajustar uma curva de Gompertz
//usando o comando lsqrsolve.
xbasec()
//Definir a EGP
deff('y=FF(X)', 'y=a*(Y(1)/a)^exp(-b*X)');
X=[];Y=[];
//Entrada de dados
a=evstr(x_matrix('Meter o número de dados',[0]))
m=a(1,1);
x=evstr(x_matrix('Meter valores de x',zeros(1,m)))
y=evstr(x_matrix('Meter valores de y',zeros(1,m)))
vi=evstr(x_matrix('Meter tentativa de valores de yf e
c',zeros(1,2)))
X=[X,x]';
Y=[Y,y]';
//solução
function e=f1(ab,m)
    a=ab(1);b=ab(2);
    e=Y-a*(Y(1)/a)^exp(-b*X)';
endfunction
[ab,v]=lsqrsolve([vi(1);vi(2)],f1,size(X,1));
ab
//Calcular a razão entre o valor inicial e final
R=Y(1)/ab(1)
//Simular dados com a curva ajustada
xbasec()
t=x;
z=ab(1)*R^exp(-ab(2)*t);
//Calcular o vector dos erros absolutos percentuais
e=(abs(z-Y)./Y)*100;
//Calcular o erro absoluto percentual médio
eapm=mean(e)
//Criar a matriz dos valores medidos e simulados
M=[z;Y];
v0=10*ones(1,a)+X';
//Fazer o gráfico dos valores medidos e simulados
plot2d(x,[M]')
xtitle("Ajustamento da curva de Gompertz , usando
lsqrsolve", "Idade", "z, Y")
xgrid()

```

O ajustamento estabelece parâmetros virtualmente iguais aos usados. Também é apresentado um gráfico da curva dos dados iniciais e dos ajustados, como se exibe na figura 4.5, em que as duas curvas são praticamente coincidentes.

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

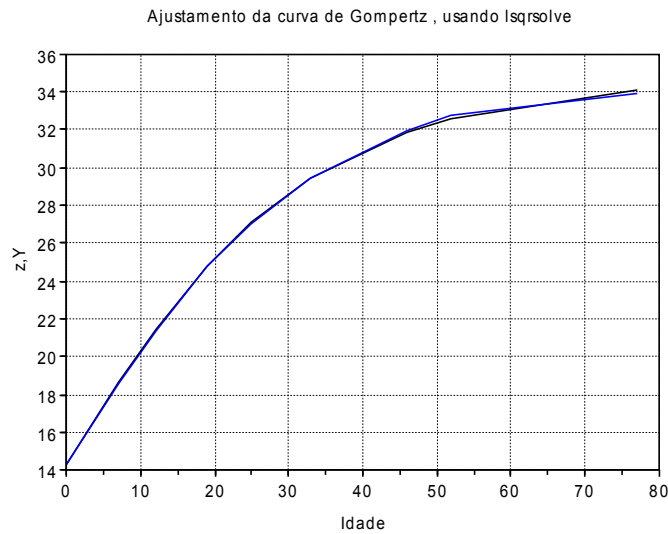


Figura 4.5. Gráfico da saída do ajustamento da EGP

4.11.2 O Método de Khilmi

O método anterior revela alguma sensibilidade aos valores iniciais propostos, pelo que quando se dispõem de valores obtidos em idades equidistantes (e.g., 10, 20, 30...), é preferível usar o método de Khilmi (Khilmi, 1962:112-113) que não pede tais valores.

O método de Khilmi é assim descrito: dada uma série de idades equidistantes, $t_0, t_1, \dots, t_m, \dots, t_n$ e os valores associados de $y_0, y_1, \dots, y_m, \dots, y_n$ estabelecer o seguinte sistema de equações:

$$a(t_m - t_0) + b \int_{t_0}^{t_m} \ln y dt = \ln y_m - \ln y_0 \tag{4.68}$$

$$a(t_n - t_0) + b \int_{t_0}^{t_n} \ln y dt = \ln y_n - \ln y_0 \tag{4.69}$$

O valor de c é igual ao valor absoluto de b , e y_f é a exponencial do valor absoluto da razão a/b .

Neste método, as idades a entrar são as reais. Para as idades 10, 20, 30,..90, calculámos os seguintes valores de y_{11} : 14.31, 20.38, 25.25, 28.75, 31.11, 32.63, 33.59, 34.10, 34.53, recorrendo à equação $35.107949 \times 0.4076^{\exp(-0.05*(t-10))}$.

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Caixa 4.5. Programa para ajustar a EGP usando o método de Khilmi

```

//Ajustamento da Gompertz pelo método de Khilmi
//meter primeiro o vector das [idades]
//depois os [valores]
a=evstr(x_matrix('Meter o número de pontos',[0]))
dad=a(1,1);
t=evstr(x_matrix('Meter valores de x (idade)',zeros(1,dad)))
v=evstr(x_matrix('Meter valores de y',zeros(1,dad)))
g=dad;n=g-2;m=g;n1=n;
s=[log(v)];
t1=[t(1,1:1:n)];
v1=[v(1,1:1:n)];
s1=[log(v1)];
int1=intsplin([t1],s1);
int2=intsplin([t],s);
b=[s(n)-s(1),s(m)-s(1)];
A=[t(n)-t(1) int1;t(m)-t(1) int2];
b=b';
[x,kerA]=linsolve(A,b)
e1=abs(x(1)/x(2));
Vf=exp(e1)
c=abs(x(2))
R=v(1)/Vf
deff("z=f(t)",["z=Vf*R^exp(-c*(t-t(1)))"]);
erperc=[(f(t)-v)./v]
xset("font",2,3)
plot(v')
plot(f(t))
xtitle('Ajustamento da EGP pelo método de Khilmi','t', 'Dados
iniciais e calculados')

```

O programa da caixa 4.5, para os dados anteriores proporciona a seguinte saída:

a =

9.

t =

column 1 to 8

10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80.

column 9

90.

v =

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

```

column 1 to 6
14.31    20.38    25.25    28.75    31.11    32.63

column 7 to 9
33.59    34.18    34.53
kerA =

[]

x =
- 0.178527
  0.0501765
Vf =
35.092322    ←-----yinf
c =
0.0501765
R =
0.4077815
erperc =

column 1 to 5
0.    0.0003153    0.0003223    0.0002484    - 0.0000920

column 6 to 9
- 0.0002351    - 0.0004357    - 0.0004134    - 0.0000454

exec done

```

No gráfico da saída (figura 4.6) os dados iniciais e ajustados são virtualmente coincidentes, como os erros percentuais (erperc) deixavam prever.

No Scilab, é possível ajustar a EGP recorrendo ao comando **datafit**, para além de **lsqrsolve**. Estas rotinas requerem que introduzamos valores iniciais dos parâmetros a estabelecer, para lançar o procedimento. Se os valores iniciais forem muito afastados da solução, temos que repetir o processo com outros valores, num processo de tentativa e erro. O método de Khilmi evita este processo de tentativa e erro.

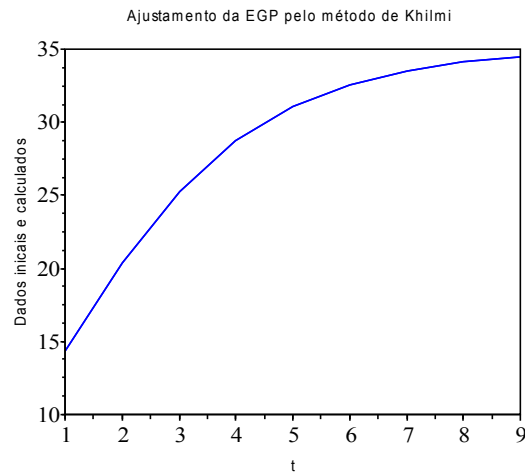


Figura 4.6. Gráfico da saída do ajustamento pelo método de Khilmi

4.11.3. O Algoritmo Expedito SFASTG

Há pouco mais de duas décadas, quando comecei a minha inquirição teórica sobre os Pf , estabeleci o algoritmo SFASTG. Este algoritmo usa só três idades t_0 , t_1 , t_2 , e os valores associados da variável v_0 , v_1 , v_2 para verificar se eles pertencem a uma EGP, e se tal se verificar calcula c e R . Os passos do algoritmo são dois:

1. Calcular as razões: $r_1=v_0/v_1$ e $r_2=v_1/v_2$
2. Procurar os valores de c e R que tornem iguais (dentro da tolerância desejada) as duas seguintes quantidades:

$$a_1 = r_1^{(1 / (1 - \exp(-c * (t_1 - t_0))))} \quad (4.70)$$

$$a_2 = r_2^{(1 / (\exp(-c * (t_1 - t_0)) - \exp(-c * (t_2 - t_0))))} \quad (4.71)$$

Caixa 4.6. Programa SFASTG

```
//Programa SFASTG para ajustar a EGP usando três pontos
t0=10;t1=50;t2=70;v0=2753;v1=583;v2=500;
disp("c, y0/yf")
r1 = v0 / v1; r2 = v1 / v2;
for c = .01:0.001:1.5
a1 = r1 ^ (1 / (1 - exp(-c * (t1 - t0))));
a2 = r2 ^ (1 / (exp(-c * (t1 - t0)) - exp(-c * (t2 - t0))));
d = a1 - a2;
if abs(d) < .01 then disp([c,a1])
end
end
```

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Na caixa 4.6, exhibe-se um programa para o algoritmo, em que os dados correspondem à densidade de um pinhal bravo nas idades 10, 50 e 70 anos (y_{-2110} , y_{-2150} e y_{-2170}). A tolerância admitida é 0,01. Se o algoritmo tenta todos os valores de c do ciclo, sem satisfazer a igualdade das eqs. (4.70) e (4.71), os valores não satisfazem a EGP.

A saída do programa é a seguinte:

$c, y_0/y_f$

! .05 6.0207708 !

Os valores exactos são: $c=0.05$, $R=6.018$.

4.12 Bibliografia

- Banks, R. B., 1994. *Growth and Diffusion Phenomena. Mathematical Frameworks and Applications*. Springer-Verlag, New York.
- Barreto, L.S., 1989. The 3/2 power law: a comment on the specific constancy of K . *Ecological Modelling*, 45:237-242.
- Barreto, L. S., 1991. SPESS - a simulator for pure even-aged self-thinned stands. *Ecological Modelling*, 54:127-132.
- Barreto, L. S., 1994. The clarification of the 3/2 power law using simulators SANDRIS and PINASTER. *Silva Lusitana*, 2(1):17-30.
- Barreto, L. S., 1995. *Povoamentos Jardinados. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Via, Lda., Lisboa.
- Barreto, L. S., 2000. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravso. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2005. *Theoretical Ecology. A Unified Approach*. "e-book". Edição do autor, Costa de Caparica.
- Causton, D. R. e J. C. Venus, 1981. *The Biometry of Plant Growth*. Edward Arnold, London.
- Davis, L. S. and Johnson, K. N., 1987. *Forest Management*. McGraw-Hill, New York.
- Fernow, B. E., 1913. *A brief history of forestry*. Univ. Press Toront e Am. For. Assoc., Washington, D. C. Por citação.
- France, J. e J. H. M. Thornley, 1984. *Mathematical models in agriculture*. Butherworths, London.
- Hara, T., 1984. Modelling the time course of self-thinning in crowded plant populations. *Annals of Botany*, 53:181-188.
- Hozumi, K., 1977. Ecological and mathematical considerations on self-thinning in even-aged pure stands. I. Mean plant weih-density trajectory during the course of elf-thinning. *Bot. Mag.* Tokyo 90: 165-179.
- Hozumi, K., 1980. Ecological and mathematical considerations on self-thinning in even-aged pure stands. II. Growth analysis of self-thinning. *Bot. Mag.* Tokyo 93:149-166.
- Hozumi, K., 1977. Ecological and mathematical considerations on self-thinning in even-aged pure stands. III. Effect of the linear growth factor on self-thinning and its model. *Bot. Mag.* Tokyo 96: 171-191.
- Karkach, A. S., 2006. Trajectories and models of individual growth. *Demographic Research*, 15:347-400.
- Khilmi, . G. F., 1962. *Theoretical Forest Biogeophysics*. National Science Foundation, Washington, D. C.
- Kiviste, A. K., 1988. *Mathematical Functions of Forest Growth*. Estonian Agriculture Academy, Tartu. 2 volumes em russo. Por citação.
- Martinez-Vilalta, J., Lopez, B.C., Adell, N., Badiella, L. and Ninyerola, M. 2008. Twentieth century increase of Scots pine radial growth in NE Spain shows strong climate interactions. *Global Change Biology* **14**: 2868-2881.
- Medawar, P. B., 1940. Growth, growth energy, and ageing of the chicken's heart. *Proc. Roy. Soc. B.* London 129:332-355. Por citação.
- Nakashizuka, T., 1984. Regeneration process of climax beech (*Fagus crenata* Blume) forests. Gap formation. *Jap. J. Ecol.*, 34:75-85.
- Nokoe, S., 1978. Demonstrating the flexibility of the Gompertz function as a yield model using mature species data. *Commonw. For. Rev.*,57:35-42.

4 A Equação de Gompertz: O Padrão do Crescimento Biológico

Pennycuik, C. J., 1992. *Newton Rules Biology. A Physical Approach to Biological Problems*. Oxford University Press, Oxford.

Shinozaki, T., 1962. *Logistic Theory of Plant Growth*. Kyoto University. Em japonês. Por citação.

Shinozaki, T. e T. Kira, 1956. Intraespecific competition among higher plants. VII. Logistic theory of the C-D effect. *Inst. Polytech. Osaka City Univ.*, D7:35-72. Por citação.

Soetaert, K. e P. M. J. Herman, 2009. *A Practical Guide to Ecological Modelling Using R as a Simulation Platform*. Springer, Berlin.

Spurr, S. H. *et al.*, 1957. Nine successive thinnings in a Michigan white pine plantations. *J. For.*, 55:7-23.

Tadaki, Y., 1963. The pre-estimating of the stem yield based on the competition-density effect. *Bull. Gov. For. Expt. Stn., Tokyo*, 154:1-19. Em japonês. Por citação.

Tadaki, Y. *et al.*, 1979. Growth analysis of the natural stands of Japanese red pine (*Pinus densiflora* Sieb et Zucc.). III. Results of experiment. *Bulletin of the Forest Products Research Institute*, 305:125-144. Em japonês. Por citação.

Waring, R. H. and Schlesinger, W. H., 1985. *Forest Ecosystems. Concepts and Management*. Academic Press, Orlando.

Winsor, C. P., 1932. The Gompertz curve as growth curve. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1-8. Por citação.

Yoda, K. *et al.*, 1963. Self-thinning in overcrowded pure stands cultivated and natural conditions. (Intraspecific competition among higher plants. XI). *J. Biol. Osaka City Univ.*, 14:107-126. Por citação.

Zeide, B., 1993. A parsimonious number of growth curves. *Northern Journal of Applied Forestry*, 10:132-136.

Zullinger, E. M., Ricklefs, R. E., Redford, K. H., and Mace, G. M. (1984). Fitting sigmoidal equations to mammalian growth rates. *J. Mamm.*, 65 (4):607-636. Como descrito em Karkach (2006).

5 A Auto-Semelhança do Crescimento dos PPAR

5.1 Introdução

Este capítulo é curto, mas em meu entendimento, a sua relevância teórica, ao nível do crescimento biológico em geral, merece este destaque.

Os EL fraccionários das biomassas totais da árvore (2,6666) e do povoamento (0,6666), apresentadas nos quadros 2.1 e 2.2, legitimam conjecturar-se que têm geometria fractal.

Também admiti que, à semelhança dos fenómenos físicos, existe uma simetria tempo-espaço em biologia.

Estas duas asserções conduzem-me à seguinte hipótese: *No contínuo temporal, o crescimento das variáveis biológicas é auto-semelhante. Isto é, o crescimento utilizando uma unidade de tempo mais curta está inserido no crescimento gompertziano estabelecido usando uma unidade de tempo maior. Assim, é possível usar a mesma EGP em todas as escalas temporais, para simular a variação de uma dada variável biológica (florestal).*

Para avaliar a correcção desta hipótese, primeiro vou introduzir o modelo KHRONOSKABA (Barreto, 2004a), e depois utilizá-lo em simulações comprovativas.

5.2 O Modelo KHRONOSKABA

O modelo KHRONOSKABA (MK) baseia-se na TRV.

Começemos por escrever a TRV referida a uma unidade de tempo inferior ao ano:

$$TRV_f = f(-c_t \ln R_i \exp(-c_t(t-t_0))) \quad (5.1)$$

onde: $f=1/(\text{número de unidade de tempo na estação de crescimento})$ e c_t é o valor de c em cada nova unidade de tempo, durante um ano. O MK escreve-se:

$$y_{ijt+d} = y_{ijt} (1 + TRV_f) \quad (5.2)$$

sendo $d=1/(\text{número de unidades de tempo no ano})$.

Consideremos um PPAR de uma espécie hipotética, $t_0=10$ anos, em que $R_{0,666}=0.0891$ e c (referido ao ano) é 0,05. Aos 10 anos $y_{0,6661}=50 \text{ Mg ha}^{-1}$. Vamos pois simular a variação da biomassa total por hectare. A estação de crescimento estende-se de Março a Julho. E o vector dos valores mensais de c_t é $[0, 0, 0,03, 0,06, 0,08, 0,05, 0,03, 0, 0, 0, 0, 0]$, tendo pois um máximo em Maio.

Na figura 5.1, apresento um gráfico com as simulações com o MK e com a EGP, pelo período de tempo de 200 anos (10-210 anos). Na figura 5.2, a mesma simulação dos 10 aos 15 anos, para destacar o padrão de variação associado ao MK.

Posso também usar a semana, como unidade de tempo. O crescimento decorre da nona à trigésima semana sendo, para este período, c_t igual a $[0,029, 0,033, 0,0345, 0,0412, 0,0493, 0,0579, 0,0661, 0,0731, 0,0781, 0,0803, 0,0787, 0,0736, 0,066, 0,057, 0,0477, 0,0393, 0,0328,$

5 A Auto-Semelhança do Crescimento dos PPAR

0,0325, 0,0324, 0,0313, 0,031, 0,029]. Os resultados destas simulações exibem-se nas figuras 5.3 e 5.4.

Todas as figuras deste capítulo foram editadas usando a interface gráfica da janela de gráficos do Scilab.

Aplicações do MK a povoamentos do pinheiro bravo podem ser encontradas em Barreto (2004b:capítulo 8).

Voltaremos á geometria fractal dos *Pf* adiante, inspirando-nos em Barreto (1995).

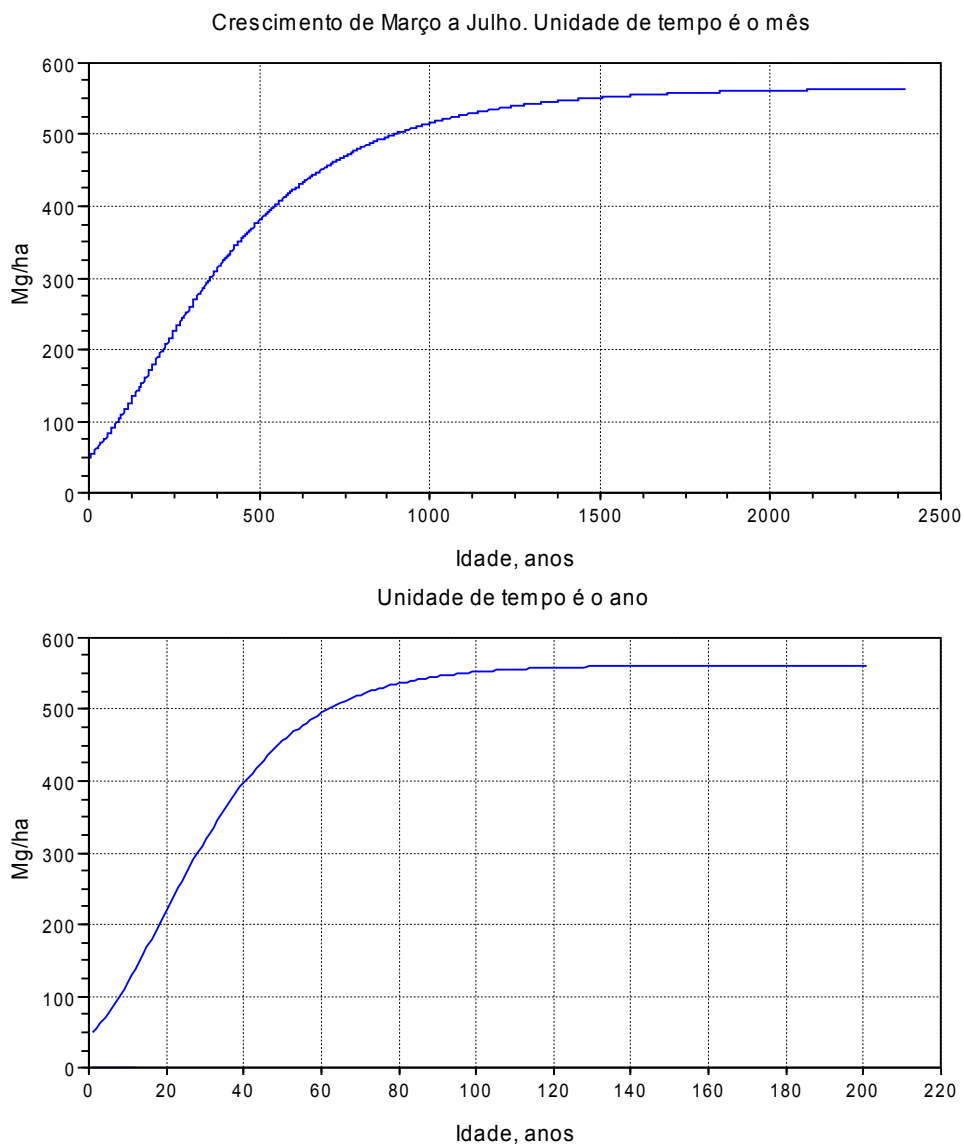


Figura 5.1. Simulação do crescimento da biomassa por ha, de um PPAR de uma espécie hipotética, usando O MK e a EGP. Na idade de 210 anos, o erro percentual associado às estimativas do MK é 0.3350315

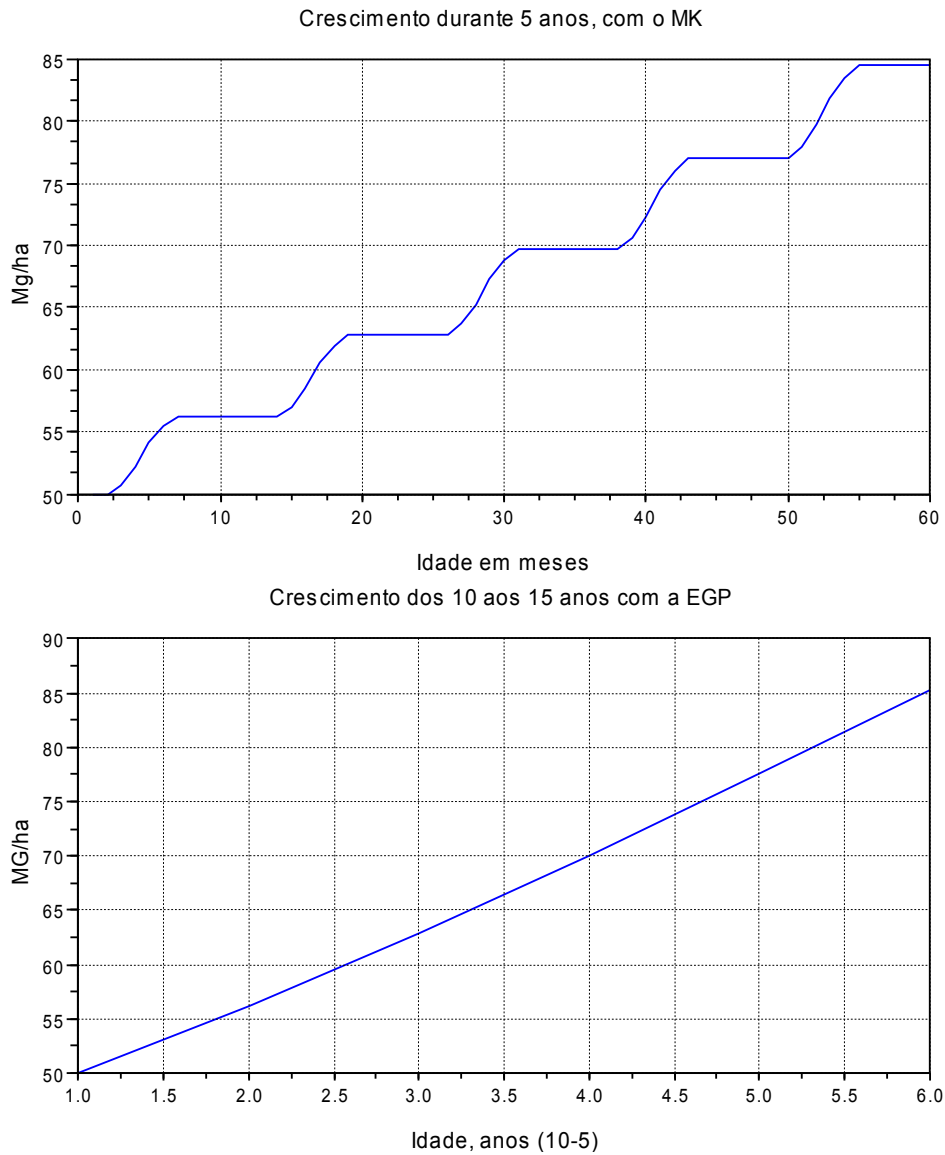


Figura 5.2. Primeiros 5 anos da simulação da figura 5.1

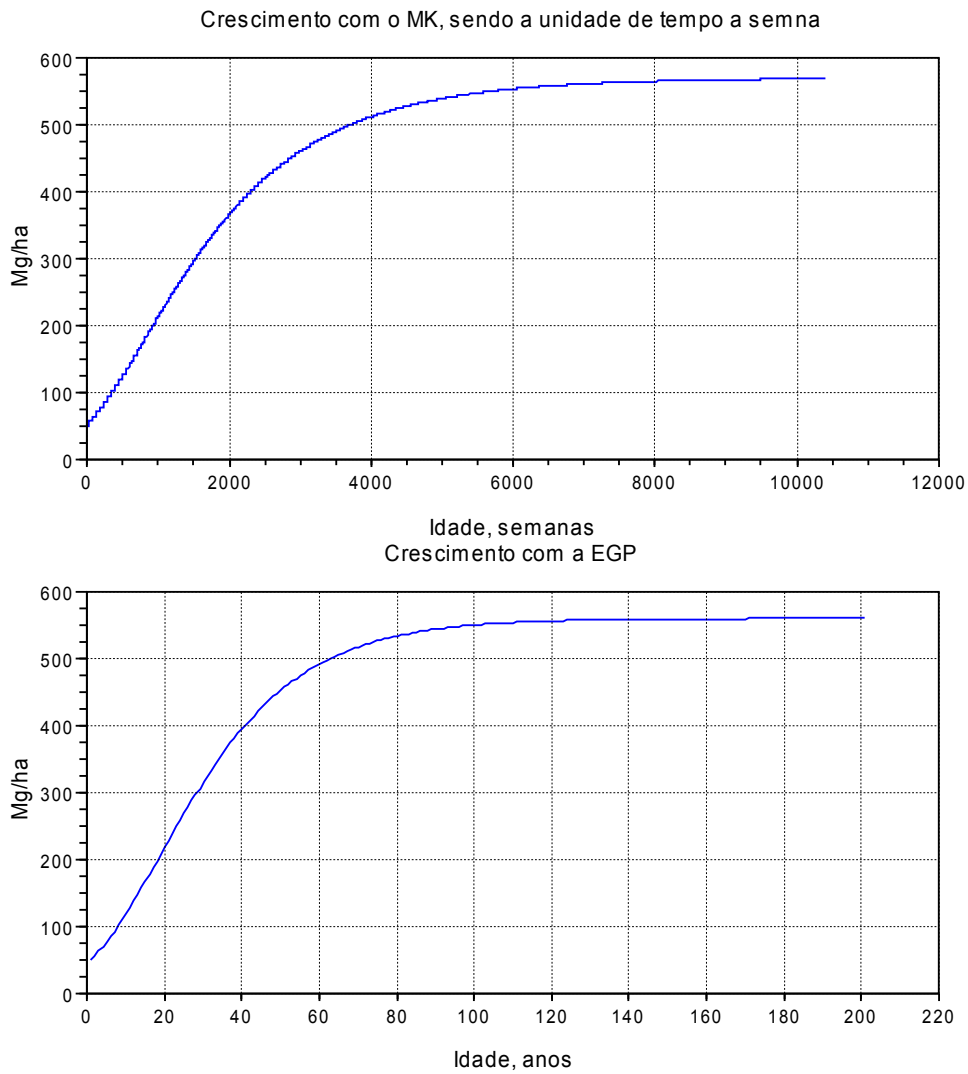


Figura 5.3. A mesma simulação da figura 5.1, usando como unidade de tempo a semana. Na idade de 210 anos, o erro percentual associado às estimativas do MK é 1.3443862

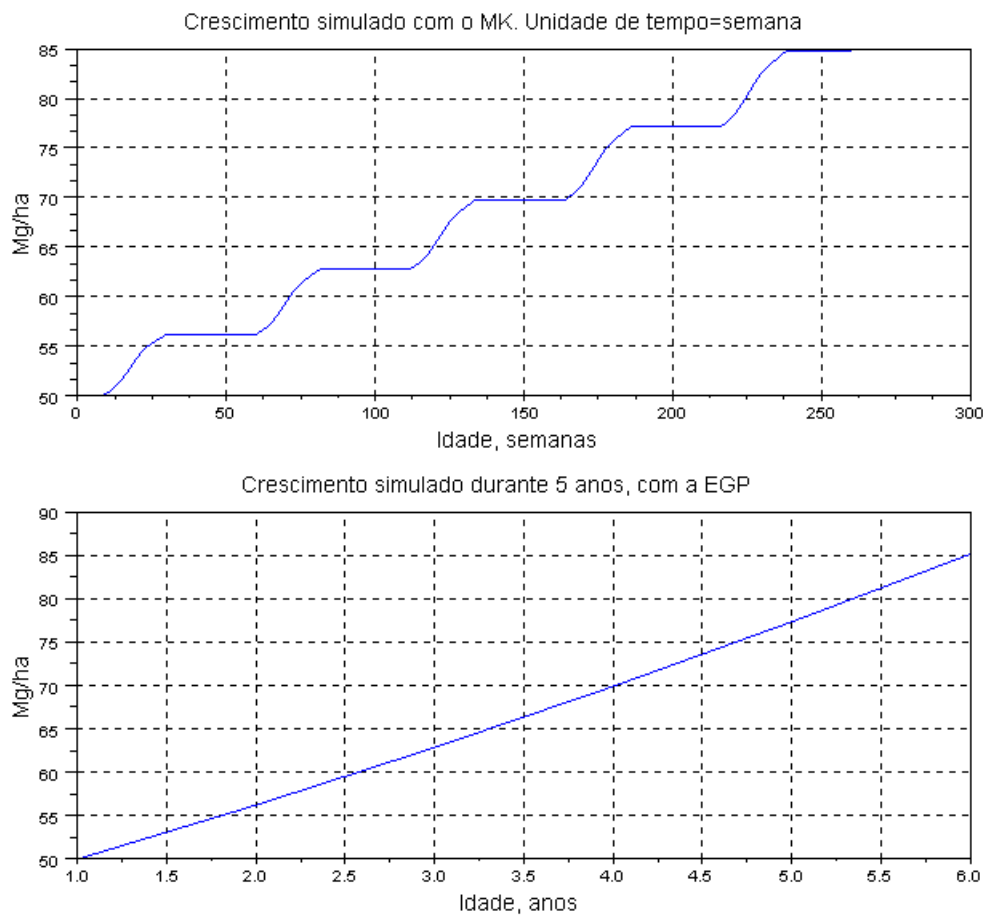


Figura 5.4. A mesma simulação da figura 5.2, usando como unidade de tempo a semana

Em benefício da facilidade de controlo, por parte do leitor, insiro a listagem que gerou a figura 5.1, na caixa 5.1. O leitor pode usar o zoom da janela do gráfico para obter gráficos análogos aos da figura 5.2.

5.3 Bibliografia

- Barreto, L. S. (1995). The Fractal Nature of the Geometry of Self-Thinned Pure Stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-51.
- Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004a. *SB-KHRONOSKHABA. A Gompertzian Model for the Seasonal Growth of Forest Trees and Stands An Application to Pinus pinaster Ait.* Research Paper SB-05/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004b. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.

Caixa 5.1. Programa Khronos200

```
//Programa khronos200
//Projecta a biomassa total
y=50;R=0.0891;f=0.2;te=10;D=[];
T=12*200;
//média geom. dos c's=0.0464
for t=1:1:T
//estabelecer o valor mensal de c
q=int(t/12);
if t>12 then m=t-q*12;
else m=t;
end
select m
case 3 then
c=0.03;
case 4 then
c=0.06;
case 5 then
c=0.08;
case 6 then
c=0.05;
case 7 then
c=0.03;
else
c=0;
end
//calcular o modelo KHRONOSKHABA
yc=y*(1+f*(-c*log(R)*exp(-c*(te-10))));
y=yc;D=[D yc];te=te+1/12;
end
//Apresentar os gráficos
xbasc()
subplot(2,1,1)
plot(D)
xgrid()
an=10:1:210;
subplot(2,1,2)
plot([50*0.0891^(exp(-0.05*(an-10))-1)])
xgrid()
anual=50*0.0891^(exp(-0.05*200)-1);
dif=D(1,2400)-anual;
disp("Erro percentual aos 210 anos")
erro_percentual=dif/anual*100
```

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

6.1 Introdução

Montado o cenário e dadas já algumas indicações sobre o enredo, neste capítulo apresento a verdadeira história dos PPAR, isto é, estabeleço as principais leis ou regularidades da estrutura e dinâmica do arquétipo determinístico deste tipo de povoamentos.

As deduções apresentadas cobrem as relações entre as dinâmicas das diversas VAF, o processo de auto-desbaste, coeficiente de forma da árvore, acréscimos médio e corrente, entropia da estrutura dimensional e a produção total.

Antes de prosseguir, é conveniente recapitular as principais conjecturas assumidas sobre a natureza e dinâmica dos PPAR.:

1. É assumido um enquadramento determinístico da dinâmica dos povoamentos.
2. As variáveis florestais estão relacionadas por relações alométricas.
3. A dinâmica das VAF é conforme a EGP.
4. Na EGP, R e c são constantes para uma dada espécie.
5. As árvores de diversas dimensões estão aleatoriamente misturadas no povoamento.
6. O ambiente físico ocupado pelas árvores do povoamento é homogêneo, não se verificando diferenças de micro habitat.

6.2 O processo de auto-desbaste

Na fase II, é o crescimento individual das árvores e a intensa competição intra-específica que provoca que são responsáveis pelas transformações que os PPAR sofrem durante a sua vida, isto é, pela sua dinâmica.

Num dado instante, cada árvore ocupa uma área cujos recursos (nutrientes, água do solo, luz) explora. Para continuar a crescer, esta área tem de ser aumentada, o que só é possível pela eliminação de algumas delas, através do auto-desbaste.

Cada árvore está em competição com meia dúzia de árvores mais próximas, e cada uma destas seis faz o mesmo, numa cadeia de competição intra-específica, que se estende por todo o PPAR. Num PPAR, as árvores, dentro de certos limites, revelam alguma variação de tamanho. As árvores dos diversos tamanhos presentes estão aleatoriamente misturadas, umas com as outras.

Conjecturamos que o que se passa em grupos de cerca de seis árvores é o ciclo seguinte, de situações (ciclo do auto-desbaste):

Máximo aproveitamento de recursos locais → auto-desbaste → crescimento das sobreviventes → máximo aproveitamento dos recursos locais → auto-desbaste → ...

As três situações do ciclo do auto-desbaste não ocorrem simultaneamente em toda a área do PPAR. Num dado instante, cada uma delas ocorre em manchas descontínuas. Com o progresso do

ciclo, passado algum tempo mudam de local. Referindo-nos ao ciclo de auto-desbaste, o processo de auto-desbaste lembra um caleidoscópio, em que as manchas de cor mudam de lugar.

O auto-desbaste não decorre caoticamente, é condicionado pelas leis de crescimento das árvores, e por outras do foro da física, movendo-se por isso, o PPAR ao longo da linha dos $3/2$. Como o número de árvores diminui com o auto-desbaste e as sobreviventes crescem, o PPAR, na figura 3.1, move-se subindo ao longo da linha de $3/2$, do ponto (y_{-210}, y_{310}) , para o ponto (y_{-21f}, y_{31f}) , sendo, obviamente, $y_{31f} > y_{310}$ e $y_{-21f} < y_{-210}$.

Um general, antes de uma batalha, dadas as condições em que ela se vai desenrolar e a informação disponível sobre batalhas anteriores, pode estimar que morrerão N soldados, mas é incapaz de dizer, concretamente, quais são os soldados que vão perecer e os que vão sobreviver.

Do mesmo modo, aos 10 anos de idade, se num PPAR de pinheiro bravo tivermos cerca de 2400 árvores num hectare, podemos prever que na fase final, estas estarão reduzidas a 400 árvores, mas somos incapazes de quais são as árvores que vão ser auto-desbastadas, e em que idade, e quais serão as que atingirão a fase III. Por isso diremos que a lei dos $3/2$ (eq. (3.4)) é uma lei estatística.

Devido a descontinuidades introduzidas pela teoria quântica, a órbita de um electrão deve ser vista como uma série de posições discretas e não como uma trajectória contínua. Dada a nossa conjectura sobre o ciclo do auto-desbaste, passa-se o mesmo com a linha dos $3/2$, não se movendo o PPAR constante e exactamente sobre a linha dos $3/2$.

Vejam os que se passaria se o ambiente não sofresse variações aleatórias dos vários parâmetros que afectam o crescimento das árvores, isto é, admitindo que todos os anos se verificavam a mesma precipitação, temperaturas, nebulosidades, etc.

Assim, de (y_{-210}, y_{310}) para (y_{-21f}, y_{31f}) , o PPAR move-se ziguezagueando entre a linha dos $3/2$ e posições à esquerda da linha. Quanto maior for a coincidência da posição do PPAR com a linha dos $3/2$, mais completamente está o arvoredo a aproveitar os recursos locais. Para após o auto-desbaste, o PPAR poder retornar à linha dos $3/2$ (após o crescimento das sobreviventes), o seu afastamento não pode ultrapassar uma certa amplitude. Se esta amplitude for ultrapassada, por outras causas fortuitas (por exemplo, ventos anormalmente violentos, ou pragas localizadas que eliminem árvores) o PPAR não retorna à mesma linha dos $3/2$, e passa a deslocar-se ao longo de outra situada mais à esquerda. Isto acontece porque o menor número de árvores, agora presentes, não é capaz de atingir o mesmo nível de aproveitamento dos recursos locais.

Antecipando simulações a exhibir adiante, agora, introduzamos mais realismo na nossa descrição da dinâmica do PPAR, e admitamos que ocorrem variações do meio. Neste cenário, o que se admite acontecer é ser a linha dos $3/2$ o limite superior da trajectória do PPAR, movendo-se ele à esquerda dela, de modo mais errático, e com uma trajectória que apresente um valor absoluto médio ligeiramente inferior a $3/2$, provavelmente cerca de 1,48.

A concepção descrita do processo de auto-desbaste, leva-nos a concluir que quando medimos um PPAR, para depois o projectar, nunca sabemos se ele está sobre a linha dos $3/2$, ou afastado dela, pelo que não podemos fazer projecções exactas da sua estrutura. O melhor que alcançamos fazer é propor valores prováveis das suas variáveis.

Como as árvores de todas as espécies têm o mesmo padrão básico de crescimento, a EGP, as implicações dele a nível da população, é o mesmo para todas as espécies e as variáveis dos seus PPAR também têm crescimento gompertziano. A ligação entre o nível árvore e o nível população faz-se através das implicações da alometria nos valores de R_i e das respectivas TRV.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

6.3 As Leis Básicas

Vamos aqui justificar a última proposição da secção anterior. A TRV das varáveis com EL=i será designada por TRV_i.

Aceitando que as Y seguem a EGP, sendo $E=e^{-ct}$ e $m=a/b$, a equação alométrica pode-se escrever:

$$y_a R_a^E = k_{ab} y_b^m R_b^{mE} \quad (6.1)$$

donde se conclui:

$$R_a = R_b^m \quad (6.2)$$

Os valores no quadro 4.1, ilustram a eq. (6.1).

Recorrendo ainda à relação alométrica:

$$\frac{dy_a}{dt} = k_{ab} m R_b^{m-1} \frac{dy_b}{dt} \quad (6.3)$$

mas como y_b varia como a EGP

$$\frac{dy_b}{dt} = -c y_b \ln R_b E \quad (6.4)$$

donde

$$TRV_a = m TRV_b \quad (6.5)$$

Dadas duas TRV, TRV_a e TRV_b, verifica-se TRV_a > TRV_b se a > b.

A TRV₋₂ é também designada taxa relativa de mortalidade ou do auto-desbaste. É negativa o que confirma a perda de árvores, pois verifica-se:

$$Y_{ijt+1} = Y_{ijt} + Y_{ijt} TRV_{it} \quad (6.6)$$

Na figura 6.1, ilustro a dinâmica das TRV do carvalho comum (*Quercus robur*).

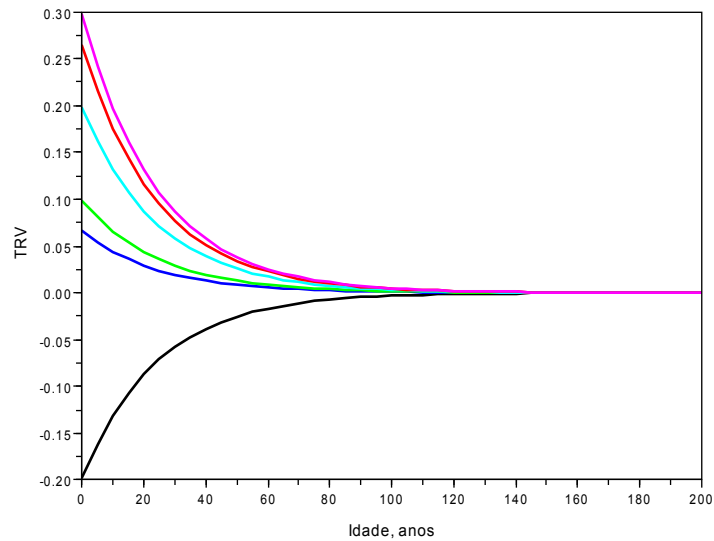


Figura 6.1. Taxas relativas de variação do carvalho comum. Ordenam-se de cima para baixo de acordo com o valor de EL (3, 2,6667, 2, 1, 0,6667, -2)

Quando conveniente, para mais fácil apreensão por parte do leitor/a, qualquer constante R_a poderá ser substituída pela constante R_1^a .

Para comodidade de futura referência por parte do leitor/a, pois o que adiante se segue é consequência do que até agora se apresentou, introduzo a caixa 6.1.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Caixa 6.1. Resumo das principais características dos PPAR

$$\begin{aligned}
 Y &\subset \mathbb{R}^+ \\
 c, R &\in \mathbb{R}^+ \\
 y_a &= k_{ab} y_b^{a/b} \\
 E &= \exp(-c(t-t_0)) \\
 R &= \frac{y_0}{y_f} \\
 y_t &= y_f R^E \\
 \frac{dy_b}{dt} &= -c y_b \ln R_b E \\
 \frac{1}{y_b} \frac{dy_b}{dt} &= TRV_b \\
 R_a &= R_b^{a/b} \\
 TRV_a &= \frac{a}{b} TRV_b
 \end{aligned}$$

6.4 A Natureza do Auto-Desbaste

Uma questão que requer esclarecimento é a seguinte: que árvores são eliminadas no auto-desbaste? As maiores (desbaste pelo alto)? As menores (desbaste por baixo)? Ou o auto-desbaste actua uniforme e indistintamente sobre todas elas (desbaste neutro)? De facto, [o auto-desbaste actua como um desbaste neutro](#), e são eliminadas mais árvores pequenas, pela singela razão de que são as mais abundantes.

Para melhor contextualizar o desbaste uniforme ou neutro, lembremos que o desbaste pode ser neutro, pelo alto e pelo baixo. No desbaste neutro, a árvore média do material desbastado é igual à árvore média do povoamento antes e depois do desbaste. No desbaste pelo alto, retiram-se as maiores árvores, pelo que após o desbaste, a árvore média do povoamento é menor do que antes do desbaste. No desbaste pelo baixo, em que se retiram as árvores mais pequenas, a mesma árvore média passa a ser maior do que antes do desbaste. Na figura 3.2, ilustra-se a trajectória do

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

povoamento, na linha dos 3/2 (ver figura 6.2), após um desbaste, de cada um dos três tipos mencionados, suficientemente intenso para o fazer saltar para outra linha dos 3/2.

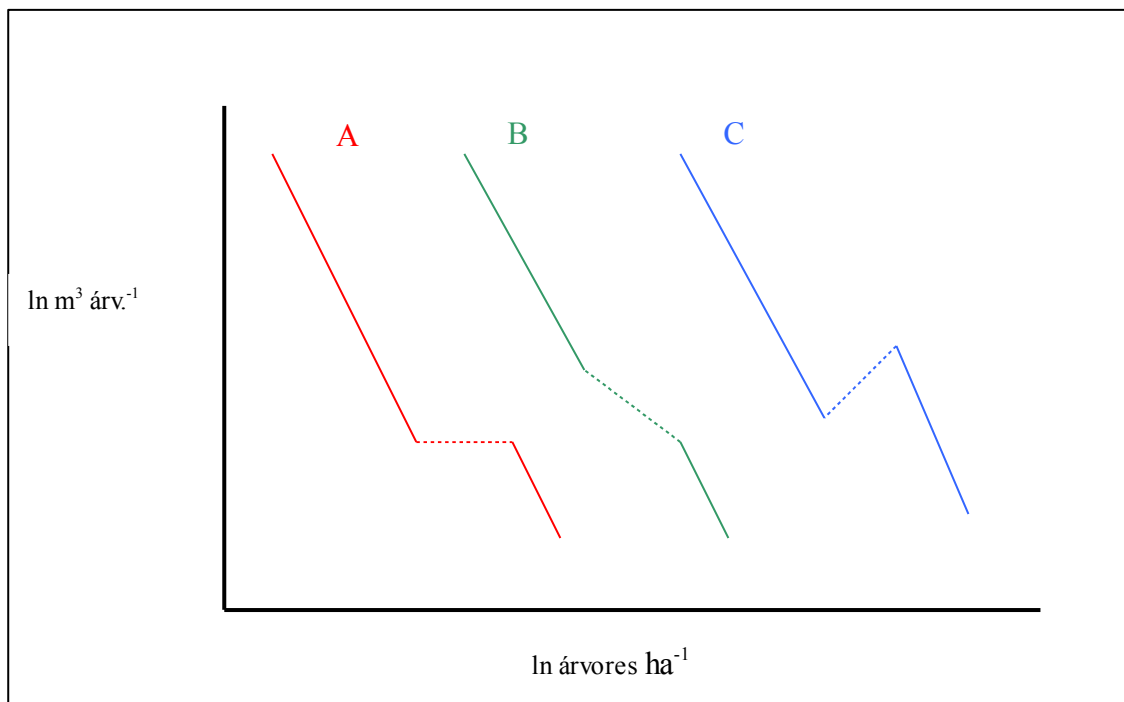


Figura 6.2. Trajectórias de povoamentos desbastados no espaço $\ln y_{-21} - \ln y_{31}$. A. Desbaste neutro. B. Desbaste pelo baixo. C. Desbaste pelo alto

Ilustremos agora a conjectura com um PPAR de pinheiro bravo, que aos 30 anos é assim caracterizado:

$$y_{-2130}=885 \text{ árv. ha}^{-1}; y_{1330}=231 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}; y_{3130}=0,261017 \text{ m}^3 \text{ árvore}^{-1}$$

De acordo com o quadro 4.1 e a eq. (4.24), aos 30 anos, temos:

$$TRV_{-2}=-0,033013; TRV_1=0,016506; TRy_3=0,049519.$$

Se projectarmos y_{1330} para o ano 31 teremos:

$$231+231 \times 0,016506=234,813 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}.$$

Para simplificar a análise, vou assumir que o auto-desbaste é um processo discreto que ocorre no início de cada ano.

Aos 31 anos, a densidade será:

$$885-885 \times 0,033013=856 \text{ árvores ha}^{-1}$$

isto é, dos 30 para os 31 anos morreram 29 árvores, no hectare.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Se o auto-desbaste fosse um desbaste pelo baixo, a árvore média do povoamento seria maior que antes dele ocorrer. O contrário aconteceria se fosse pelo alto. Como o auto-desbaste actua uniformemente, após a morte destas árvores, o volume que fica em pé é dado por:

$$231-29 \times 0,261017 = 223,430 \text{ m}^3 \text{ há}^{-1}$$

sendo o volume médio das árvores sobreviventes o mesmo que antes do desbaste, já que se verifica:

$$223,430/856 = 0,261017 \text{ m}^3 \text{ árvore}^{-1}$$

Aos 31 anos, o volume desta árvore média é:

$$0,261017 + 0,261017 \times 0,049519 = 0,273942 \text{ m}^3 \text{ árvore}^{-1}$$

mas como aos 31 anos temos 856 árvores, nesta idade o volume em pé será:

$$0,273942 \times 856 = 234,494 \text{ m}^3 \text{ há}^{-1}$$

Vimos atrás que o volume em pé, aos 31 anos, devia ser de $234,813 \text{ m}^3 \text{ há}^{-1}$. A diferença de $0,319 \text{ m}^3$ deve-se a aspectos de computação, e por isso aceitamos que o auto-desbaste actua uniformemente, isto é, como um desbaste neutro.

Podemos ser mais explícitos nesta clarificação do processo de auto-desbaste.

Simulemos o auto-desbaste a actuar dos três modos: alto, neutro e baixo. A lei dos 3/2 verificar-se-á nos três casos, pois o crescimento gompertziano foi estabelecido de acordo com a relação alométrica implícito nesta lei.

Seja um povoamento de pinheiro bravo com densidade final de $324 \text{ árvores há}^{-1}$, tendo o volume final da árvore média $1,2627 \text{ m}^3$. Multiplicando estes dois valores obtemos o volume em pé final: $409,8 \text{ m}^3 \text{ há}^{-1}$. Caracterizemos as três situações de auto-desbaste:

1. Auto-desbaste pelo baixo consistentemente, deixando em pé uma árvore média 10% maior do que antes do desbaste. Linhas de cor preta na figura 6.3.
2. Auto-desbaste consistentemente neutro, deixando em pé uma árvore igual à de antes do desbaste. Linhas de cor verde na figura 6.3.
3. Auto-desbaste pelo alto consistentemente, deixando em pé uma árvore média 10% menor do que antes do desbaste. Linhas de cor vermelha na figura 6.3.

Nas três situações, em cada ano calculamos o valor em pé multiplicado a densidade pelo volume da árvore média. Calculamos também o volume em pé de acordo com a equação prevista pela teoria:

$$y_{13} = 409,8 \times 0,4076^{\exp(-c*(t-10))} \quad (6.7)$$

Somamos os volumes em pé dados pela eq. (6.7) (produção total do volume em pé) e subtraímos-lo às três somas análogas dos volumes em pé dos três auto-desbastes. Esta diferença é expressa como um erro percentual relativamente ao valor obtido a partir da eq. (6.7). As leis resumidas na caixa 6.1 impõem que teoricamente este erro seja zero. Na prática isto não acontece

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

rigorosamente, verificando-se uma discrepância residual devido ao processamento do cálculo. O programa inserido na caixa 6.2 executa estes procedimentos analíticos.

Para além da figura 6.3, a saída do programa é a seguinte:

```
Expoentes da lei dos 3/2
B =
- 1.500299 - 1.500299 - 1.500299

Coeficientes de determinação dos ajustamentos da lei
rq =
1. 1. 1.

Erros percentuais dos volumes dos três tipos de auto-desbaste

Alto neutro baixo
erropercent =
- 10.006926 - 0.0076955 9.9915349

exec done
```

Os resultados desta saída atestam a verificação da lei dos 3/2 nos três casos, como se esperava, mas só o erro percentual associado ao auto-desbaste neutro é compatível com a teoria. **Voltamos a concluir que o auto-desbaste actua como um desbaste neutro.** O auto-desbaste pelo alto deixa um volume em pé menor por isso o erro é por defeito, verificando-se o contrário no auto-desbaste pelo baixo. Estes dois erros reflectem os 10% de discrepâncias assumidas, após o desbaste, do volume da árvore média.

6.5 A Constância de algumas Variáveis da População Arbórea

No quadro 2.2, o EL de seis variáveis é zero o que implica a sua constância ao longo da vida do povoamento. Isto foi estabelecido recorrendo à análise dimensional. Nesta secção, vamos mostrar o mesmo resultado recorrendo à EGP. Temos $R_2=R_1^2$, $R_{-2}=R_1^{-2}$, $E=\exp(-c(t-t_0))$, pelo que o produto do valor médio individual pela densidade, para obter a variável referida à unidade de área, a toda a população de árvores (o PPAR), virá:

$$Y_{0jt}=Y_{2jf} R_1^{2E} Y_{-2jf} R_1^{-2E} = Y_{2jf} Y_{-2jf} \quad (6.8)$$

O programa da caixa 4.3 deu-nos para a área basal de um pinhal bravo 31 m² ha⁻¹ e para a biomassa da copa 22 Mg ha⁻¹. O pinhal tem aos 10 anos 1953 árvores ha⁻¹, com uma área basal

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Caixa 6.2. Programa autodesb3 para simular três modalidades de auto-desbaste

```

//Programa autodesb3
global X Y x y B z v32 V r2
//valor final do volume do tronco da árvore
y3f=0.08551/0.06772;
//Valor final da densidade
y_2f=1953/6.018;z=[];
//vector de idades-10
t=0:1:90;
//Valor final do volume em pé
vf=y3f*y_2f;B=[];
z=[];r2=[];
//simulação do volume em pé/ha com a respectiva EGP
v32=[vf*0.4076^exp(-0.05*t)];z=[];rq=[];
xbasec()
for f=0.9:0.1:1.1
//Criar dois vectores para guardar os valores gerados
X=[];Y=[];V=[];
//Gerar os valores da densidade e do volume da árvore
for i=0:1:90
E=exp(-0.05*i);
X=[X y_2f*6.018^E];
Y=[Y f*y3f*0.0677^E];
end
//volume em pé das simulações
V=[V X.*Y];
//soma dos produtos densidade x volume da árvore média
//menos soma dos volume em pé/ha dados pela respectiva EGP
z=[z (sum(V)-sum(v32))];
//Achar os logaritmos da densidade e do volume
x=log(X);
y=log(Y);
//Estabelecer a regressão linear
n=91;
j=sum(x);k=sum(y);l=sum(x^2);
m=sum(y^2);r2=sum(x.*y);
b = (n * r2 - k * j) / (n * l - j ^ 2);
a = (k - b * j) / n;
j = b * (r2 - j * k / n); m = m - k ^ 2 / n; k = m - j; r2 = j / m;
B=[B b];rq=[rq r2];
//Fazer o gráfico da relação alométrica
subplot(2,1,1)
plot2d(x,[y])
//fazer o gráfico dos volumes em pé
subplot(2,1,2)
I=10:1:100;
plot2d(I,[V])
end
disp("Expoentes da lei dos 3/2")
B
disp("Coeficientes de determinação dos ajustamentos da lei")
rq
disp("Erros percentuais dos volumes dos três tipos de auto-desbaste")
disp(" Alto          neutro          baixo")
erropercent=100*(z/sum(v32))

```

individual média de 0,016 m². Os valores finais destas duas variáveis (1953/6.018; 0.016/0,1661; ver quadro 4.1) são respectivamente 324 árvore ha⁻¹ e 0,096 m², sendo o seu produto 31,104 m² ha⁻¹. A biomassa total da copa aos 10 anos é 0,0113047 Mg por árvore, cujo valor final é 0,06806. O

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

produto deste último valor por 324 tem como resultado 22,0871 Mg ha⁻¹. Ilustramos numericamente a eq. (6.8).

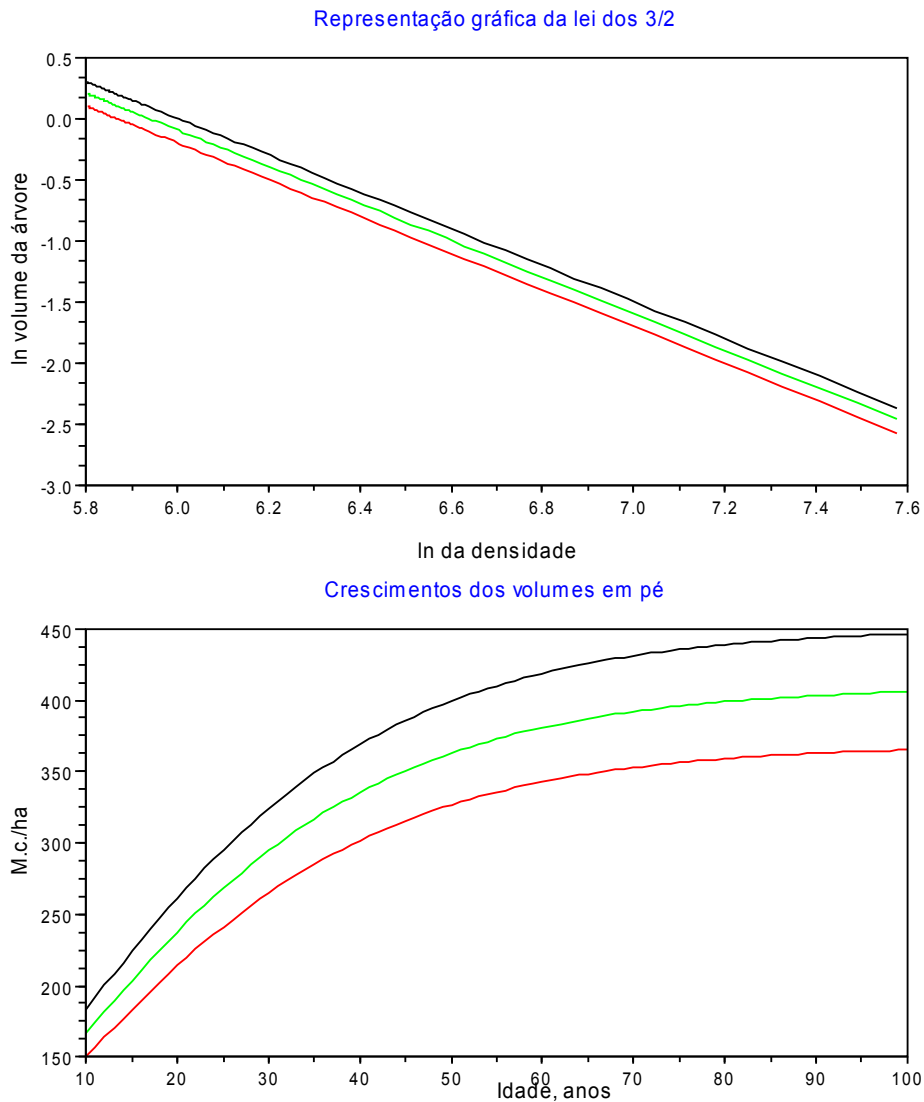


Figura 6.3. Saída do programa autodesb3 para três modalidades de auto-desbaste: pelo baixo (cor preta), neutro (verde) e pelo alto (vermelho). As legendas e cores das linhas foram introduzidas com o editor da janela do gráfico

A constância da área basal e da biomassa da copa, neste modelo determinístico das árvores e arvoredos, é consistente com o quadro de intensa competição intra-específica e a eliminação de indivíduos através do auto-desbaste. Se assim não fosse haveria recursos disponíveis e a mortalidade natural das árvores não seria justificada. Existe evidência empírica destas invariâncias. Por exemplo, Davies e Johnson (1987, p.57) escrevem: "In some species, such as ponderosa pine, the normal basal area rises to a plateau and remains fairly constant from then on." Verificação da constância do índice de área foliar, consistente com a da biomassa das copas é documentada em Waring and Schlesinger (1985, p. 55). O conceito do fecho das copas, no início da fase II, e da sua permanência até à fase III, está em consonância com a invariância da biomassa das copas.

6.6 O coeficiente de forma da árvore

Definamos o coeficiente de forma cf como a relação entre o volume em da árvore dividido pelo volume de um cilindro de área seccional igual à área basal da árvore e altura igual à sua altura. Então:

$$cf = \frac{y_{31}}{y_{26}y_{12}} \quad (6.9)$$

Verificamos que o valor de EL do numerador é 3 e do denominador também é 3 (2+1) pelo que 3-3=0, e cf tem EL=0, sendo pois constante. Numa dada idade temos:

$$cf_t = \frac{y_{31f}R_1^{3E}}{y_{26f}R_1^{2E}y_{12f}R_1^E} = \frac{y_{31f}}{y_{26f}y_{12f}} \quad (6.10)$$

pelo que se confirma a constância de cf .

Vejamus uma ilustração numérica. Seja um pinhal bravo que aos 10 anos apresenta: $y_{-2110}=1943$ árvores ha^{-1} , $y_{1110}=0,1431$ m, $y_{1210}=10,75$ m, $y_{3110}=167$ $m^3 ha^{-1}$. O programa inserido na caixa 6.3 calcula a sua tabela de produção, obtêm o volume da árvore média dividindo o volume em pé pela densidade e calcula o coeficiente de forma. No final, calcula a eq. (6.10).

Dada a longevidade do pinheiro bravo (100-120 anos), só excepcionalmente ele ainda estará na fase II, até uma idade tão avançada, mas isto não cria nenhum óbice aos nossos propósitos ilustrativos.

A saída do programa é a seguinte:

Idade ans =	m.c./árv.	cf
! 10.	.0859496	.4971255 !
! 20.	.2479106	.4970897 !
! 30.	.4713358	.4970680 !
! 40.	.6959433	.4970549 !
! 50.	.8815059	.4970469 !
! 60.	1.0173876	.4970420 !
! 70.	1.1098128	.4970391 !
! 80.	1.1699151	.4970373 !
! 90.	1.2079437	.4970362 !
! 100.	1.231609	.4970356 !

Calcular a equação (6.10)

ans =

.4970346

Aparte pequenas discrepâncias devidas à propagação de erros do processamento numérico, a saída do programa confirma o exposto nesta secção. Podemos aceitar como valor do coeficiente de forma da árvore do pinhal bravo 0,4970.

Quanto maior for a densidade de um povoamento menor é a profundidade ou altura da copa e maior é o coeficiente de forma das suas árvores, por isso, em condições normais, os coeficientes de forma são tanto maiores quanto mais pobre for a classe de qualidade. Como se sabe, os povoamentos das classes mais pobres são mais densos e com árvores de menor porte que os das melhores.

6.7 A Entropia da Estrutura Dimensional dos Pf_p

Consideremos um pinhal bravo cuja estrutura dimensional, aos 20 anos, é descrita de acordo com a saída do programa estrutura (caixa 6.4) que proporciona os gráficos da sua projecção na figura 6.4.

O pinhal é descrito por cinco classes de dap, incluindo as suas frequências, alturas médias e volumes em pé A saída do programa é a seguinte:

Estrutura do pinhal bravo aos 20 anos

	Árv./ha	cm	m	m.c./ha	
ans	=				
!	9.	10.	7.6	.26361	!
!	177.	15.	11.3	17.343637	!
!	552.	20.	15.2	129.34469	!
!	218.	25.	19.	99.769099	!
!	3.	30.	22.8	2.3724909	!

Para este pinhal, com o programa Shannon, (caixa 6.5) calculamos os índices de Shannon-Wiener, para os valores, no ano, da quatro variáveis consideradas. Como a saída do programa exhibe eles, para cada variável, são constantes.

A alometria vigente em todas as idades implica o isomorfismo da sequência de estruturas do povoamento, ao longo da sua vida. As estruturas do povoamento são geometricamente semelhantes.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Caixa 6.3. Programa COEForma para cálculo do coeficiente de forma

```

//Programa COEForma
//calcular o valor final do dap
y11f=14.31/40.76;
//valor final da altura média
y12f=10.75/0.4076;
//densidade final
y_2f=1943/6.018;
//calcular volume em pé final
y13f=167/0.4076;
Y31=[];CF=[];
for t=0:10:90
//calcular densidade, altura média
y_2=y_2f*6.018^exp(-0.05*t);y12=y12f*0.4076^exp(-0.05*t);
//calcular dap médio e volume em pé
y11=y11f*0.4076^exp(-0.05*t);y13=y13f*0.4076^exp(-0.05*t);
//calcular volume da árvore
varv=(y13/y_2);
//calcular coeficiente de forma
cf=varv/(%pi*(y11/2)^2*y12);
Y31=[Y31 varv];
CF=[CF cf];
end
x=10:10:100;
disp(' Idade      m.c./árv.      cf')
[x;Y31;CF]'
y31f=y13f/y_2f;
disp('Calcular a equação (6.10)')
y31f/(%pi*(y11f/2)^2*y12f)

```

Caixa 6.4. Programa estrutura que projecta um pinhal bravo, dos 20 aos 100 anos

```

//Programa estrutura
//Projecta a estrutura de um pinhal bravo dos 20 aos 90 anos
//As classes de diâmetro preservam a sua individualidade
x=20:5:100;
//estrutura aos 20 anos no ha
fr20=[9 177 552 218 3]; //árvores/classe
d20=[10 15 20 25 30]; //dap médio das classes
h20=[ 7.6 11.3 15.2 19 22.8]; //alturas médias das classes
V20=[0.263610 17.343637 129.34469 99.769099 2.3724909 ]; //
m.c./classe
//Valores finais
ep=exp(-0.5);
frf=fr20/6.018^ep;g=1/0.4076^ep;
df=g*d20;hf=g*h20;Vf=g*V20;
disp("Estrutura do pinhal bravo aos 20 anos")
disp("  Árv./ha  cm      m      m.c./ha")
[fr20;d20;h20;V20]'
F=[];D=[];H=[];VP=[];
//Projeção
for t=10:5:90
    n=t;
    E=exp(-0.05*n);m=0.4076^E;
    fr=int(frf*6.018^E);d=df*m;h=hf*m;V=Vf*m;
    F=[F;fr];D=[D;d];
    H=[H;h];VP=[VP;V];
end
//limpar janela do gráfico
xbas()
//fazer uma matriz de 4 gráficos
subplot(2,2,1)
plot2d(x,[int(F)])
xlabel("Frequências das classes","Idade, anos","Árvores/ha")
subplot(2,2,2)
plot2d(x,[D])
xlabel("Diâmetros das classes","Idade, anos","cm")
subplot(2,2,3)
plot2d(x,[H])
xlabel("Alturas das classes","Idade, anos","m")
subplot(2,2,4)
plot2d(x,[VP])
xlabel("Volume em pé das classes","Idade, anos","M.c./ha")

```

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

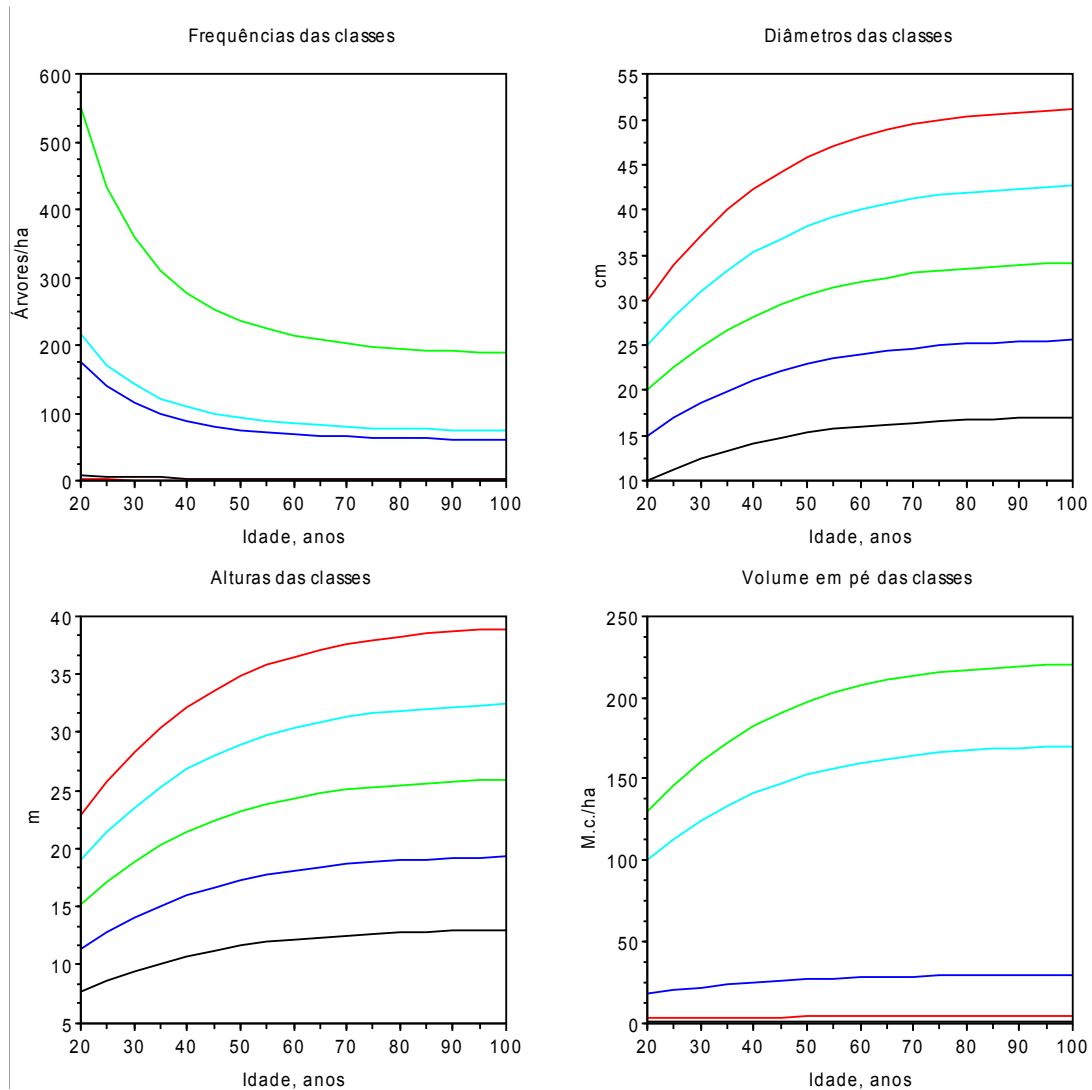


Figura 6.4. Projecção do pinhal bravo proporcionada pelo programa estrutura

A saída do programa Shannon é a seguinte:

Índices de Shannon-Wiener

Idades, frequências, diâmetros, alturas, volumes em pé
tab =

!	20.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	25.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	30.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	35.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	40.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	45.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	50.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	55.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	60.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	65.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	70.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	75.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

!	80.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	85.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	90.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	95.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!
!	100.	1.0284064	1.5444795	1.54401	.9438731	!

Caixa 6.5. Programa Shannon que estabelece a entropia estrutural de um pinhal bravo dos 20 aos 100 anos

```

//Programa Shannon
//Calcula a entropia da estrutura dimensional
//de um pinhal bravo
t=10:5:90;x=20:5:100;
//estrutura aos 20 anos no ha
fr20=[9 177 552 218 3]; //árvores/classe
d20=[10 15 20 25 30]; //dap médios das classes
h20=[ 7.6 11.3 15.2 19 22.8]; //alturas médias das classes
V20=[0.263610 17.343637 129.34469 99.769099 2.3724909 ]; // m.c./classe
//Valores finais
ep=exp(-0.5);
frf=fr20/6.018^ep;g=1/0.4076^ep;
df=g*d20;hf=g*h20;Vf=g*V20;
Hf=[];Hd=[];Hh=[];HV=[];
//Projeção e cálculo do índice de Shannon-Wiener
for t=10:5:90
    E=exp(-0.05*t);m=0.4076^E;
    fr=frf*6.018^E;d=df*m;h=hf*m;V=Vf*m;
    swf=fr/sum(fr);swd=d/sum(d);
    swh=h/sum(h);swV=V/sum(V);
    sf=swf.*log(swf);sf=sum(sf);
    sd=swd.*log(swd);sd=sum(sd);
    sh=swh.*log(swh);sh=sum(sh);
    sV=swV.*log(swV);sV=sum(sV);
    Hf=[Hf sf];Hd=[Hd sd];
    Hh=[Hh sh];HV=[HV sV];
end
//limpar a janela dos gráficos
xbasc()
//fazer o gráfico
disp("Índices de Shannon-Wiener")
disp("Idades,frequências, diâmetros, alturas, volumes em pé")
M=-[Hf;Hd;Hh;HV];
tab=[x; M]'

```

Esta invariância do índice de Shannon-Wiener, quer dizer que em todas idades, e para uma dada variável, a contribuição de cada classe para o total do povoamento mantém-se constante. Numa perspectiva da física, direi que a informação do sistema mantém-se constante por que o trabalho das células, alimentado pela energia solar, evita o aumento da sua entropia (segunda lei da termodinâmica).

O modelo KHRONOSKHABA assegura que esta semelhança geométrica é constantemente verificada.

Façamos $E_1 = \exp(-c(t_1 - t_0))$ e $E_2 = \exp(-c(t_2 - t_0))$, $t_1 \neq t_2$.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Como c e R_i são constantes para uma dada espécie, em todos os seus povoamentos, a constante A , dada pela eq. (6.11), é a mesma:

$$\frac{y_{ijt_1}}{y_{ijt_2}} = \frac{y_{ijf} R_i^{E_1}}{y_{ijf} R_i^{E_2}} = \frac{R_i^{E_1}}{R_i^{E_2}} = A \quad (6.11)$$

Podemos resumir num só gráfico a dinâmica das classes de y_{11t} e das respectivas frequências, alturas e volume em pé, como se ilustra na figura 6.5.

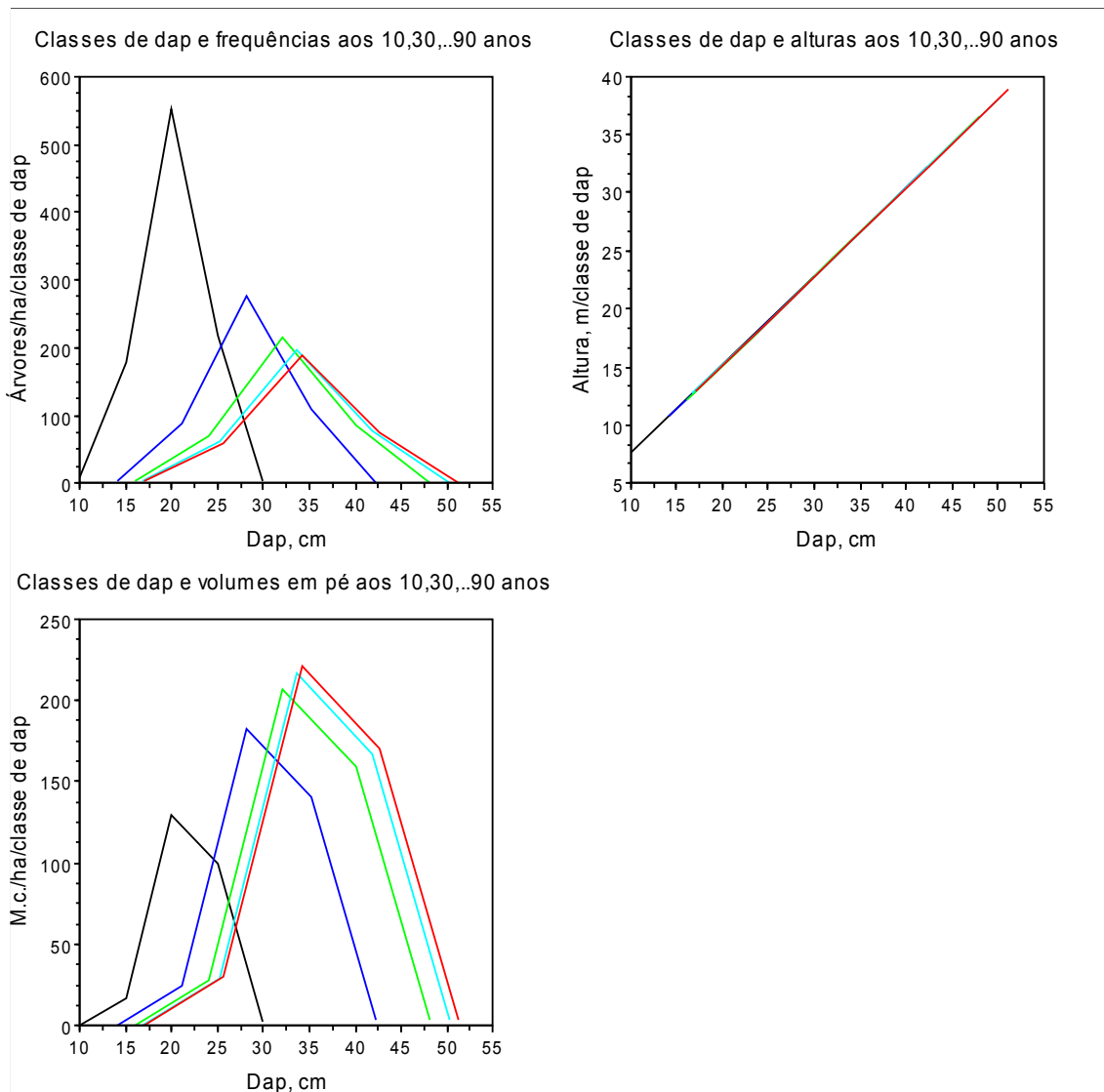
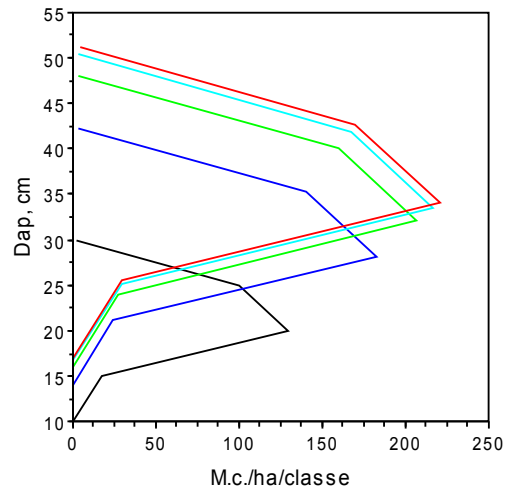
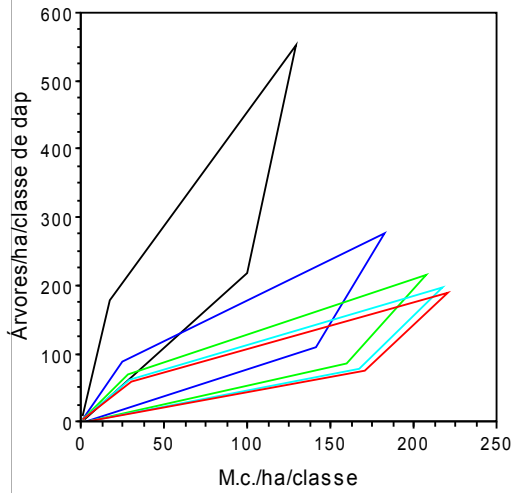


Figura 6.5. Classes de dap e respectivas frequências, altura e volume em pé, nas idades 10, 30,...90 anos

O mesmo exercício de grafismo pode ser feito assumindo no eixo dos x o volume em pé, como se apresenta na figura 6.6.

Classes de volume em pé e frequências aos 10,30,..90 anos



Classes de volumes em pé e alturas aos 10,30,..90 anos

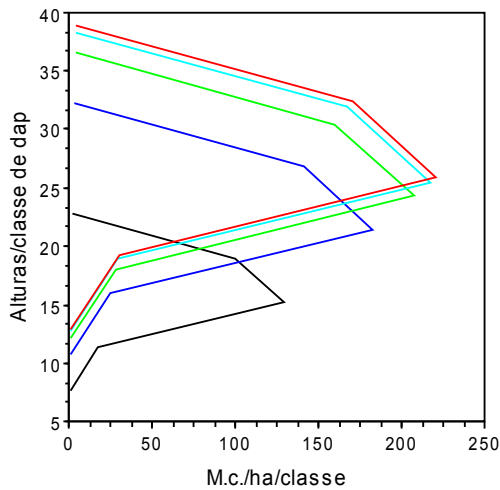


Figura 6.6. Classes de volume em pé e respectivas frequências, dap e altura, nas idades 10,30..90 anos

6.8 Acréscimo médio das variáveis dos Pf_p

O acréscimo médio anual (AMA) da variável y_{ijt} é dado por:

$$AMA = \frac{y_{ijt}}{t} \tag{6.12}$$

Para obter a idade do máximo acréscimo médio, escrevo, genericamente:

$$\frac{d}{dt} \frac{y}{t} = \frac{y}{t^2} (-tc \ln Re^{-ct} - 1) = 0 \tag{6.13}$$

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

vindo:

$$t = - \frac{1}{TRV} \quad (6.14)$$

Verifica-se assim que o máximo acréscimo médio (MAM) ocorre quando a idade é igual ao inverso da taxa relativa de crescimento da variável.

Uma ilustração numérica é proporcionada pelo programa acremed, inserido na caixa 6.6.

Considera-se uma variável y_{11} , que tem $R_1=0,0894$, $c=0,04$ e $y_{11f}=67$ cm.

Caixa 6.6. Programa acremed

```
//Program acremed
r=0.0894;c=0.04;n=40;M=[];T=[];
t1=-c*log(r);;N=[];R=[];
for t=40:1:50
    //cálculo do acréscimo médio
    am=67*r^exp(-c*(n-10))/n;
    //cálculo do inverso da TRV
    v=1/(t1*exp(-c*(n-10)));
    M=[M am];T=[T v];
    N=[N n];R=[R abs(n-v)];
    n=n+1;
end
disp('Idade      acrésc. méd      1/TRV      diferença')
G=[N;M;T;R]'
```

A saída do programa é a seguinte:

Idade	acréc. méd	1/TRV	diferença
G =			
40.	0.8094010	34.374942	5.6250585
41.	0.8125023	35.77781	5.2221905
42.	0.8151888	37.23793	4.7620704
43.	0.8174695	38.757638	4.2423617
44.	0.8193540	40.339368	3.6606324
45.	0.8208528	41.985648	3.0143516
46.	0.8219771	43.699115	2.3008848
47.	0.8227385	45.48251	1.5174901
48.	0.8231493	47.338686	0.6613136
49.	0.8232219	49.270615	0.2706148
50.	0.8229690	51.281387	1.2813867

exec done

Como a saída revela, o maior acréscimo médio, igual a 0,8232219 cm ano⁻¹ ha⁻¹, ocorre aos 49 anos, quando o valor absoluto da diferença entre a idade e o inverso da taxa relativa de variação é mínimo (0,2706148).

6.9 Acréscimo corrente das variáveis dos Pf_p

O acréscimo corrente (AC) das variáveis dos Pf_p define-se como:

$$AC = \frac{dy}{dt} \quad (6.15)$$

No capítulo 4 vimos que ocorre na idade:

$$t^* = \frac{1}{c} \ln(-\ln R) \quad (6.16)$$

quando

$$y^* = 0,368 y_f \quad (6.17)$$

Dado o facto da variável y crescer de acordo com a EGP (eq. (4.7)), obtemos:

$$R^{\exp(-ct)} = e^{-1} \quad (6.18)$$

que logaritimizado proporciona:

$$e^{-ct} = \frac{-1}{\ln R} \quad (6.19)$$

Dada a equação da TRV (eq. (4.26)) obtemos:

$$TRV = c \quad (6.20)$$

Pelo que o máximo acréscimo corrente anual (MAC) vem:

$$MAC = 0,368cy_f \quad (6.21)$$

Introduzo uma ilustração numérica, voltando a utilizar a simulação da secção 1.4, que utilizava a EGP:

$$y = 35 \times 0.1714286^{\exp(-0.04(t-10))}$$

Como vimos no capítulo 4, na idade, do ponto de inflexão da valor da altura é dado pela eq. (4.22): $0,368 \times 35 = 12,87578$ m. O máximo acréscimo corrente (MAC) obtém-se da eq. (4.1; $dy/dt = cy(\ln y_f - \ln y)$):

$$MAC = 0,04 \times 12,87578 \times (\ln(35) - \ln(12,87578)) = 0,5150 \text{ m ano}^{-1}$$

Utilizando a eq. (6.21), escrevemos:

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

$$\text{MAC}=0,04 \times 0,368 \times 35= 0,5152 \text{ m ano}^{-1}$$

O programa GPZ&acréc, na caixa 6.6, projecta a variável y , calcula os seus acréscimos médios e correntes e fornece os respectivos gráficos. Como saída em texto, indica os seus valores máximos e a ordem do seu valor (k), no respectivo vector. Para se saber a idade de ocorrência somar a k a idade correspondente ao primeiro valor do vector.

No exemplo inserido na caixa, projecta-se a biomassa total de uma árvore de carvalho comum que atinge o valor máximo de 2500 kg.

Caixa 6.7. Programa GPZ&acréc

```
//Programa GPZ&acréc
//vectoriza os loops ou ciclos
clf
clear
//
//Idade s abrangidas pela projecção
t=10:200;
//Vector dos valores da projecção gompertziana
y=[2500*0.00154^exp(-0.041*(t-10))];
//vector dos acréscimos médios
cm=[y./t];
//vectors dos acréscimos correntes
ac=diff(y);
//gráficos
subplot(1,2,1)
plot2d(t,y')
xlabel("Idade, anos","y")

subplot(1,2,2)
plot2d(t,cm)
tg=10:199;
plot2d(tg,ac,[5])
xlabel("Acréscimos médios e correntes de y","Idade, anos","Acréscimos")
//acréscimos máximos e seu número de ordem nos respectivos vectores
[m,k]=max(cm)
[m,k]=max(ac)
```

A saída gráfica insere-se na figura 6.7 e a saída impressa é a seguinte:

k =

77.

m =

21.814872

k =

46.

m =

37.704867

Execução feita.

Conclui-se que o acréscimo médio anual ocorre aos 87 anos (77+10) sendo de 21,815 kg árvore⁻¹, e o corrente anual aos 56 anos com o valor 37,705 kg árvore⁻¹ ano⁻¹.

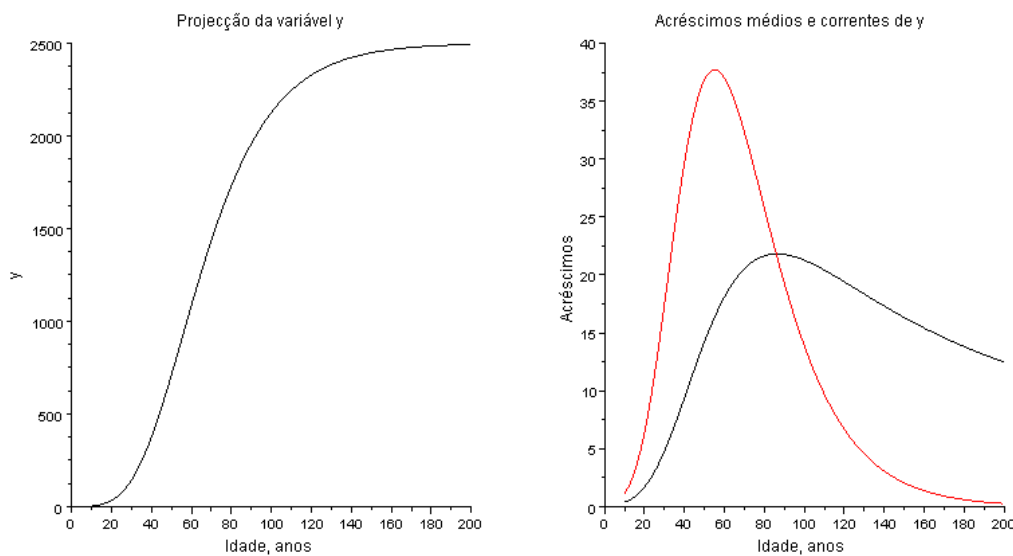


Figura 6.7. Saída gráfica do programa GPZ&acrés

6.10 O Volume ou Biomassa Total do Auto-desbaste

Como o auto-desbaste é neutro, o seu volume no ano t, y_{19t} , pode ser obtido multiplicando a taxa relativa de mortalidade pelo volume em pé.

$$y_{19t} = TRV_{-2t} y_{13t} \tag{6.22}$$

sendo o volume total do auto-desbaste, da idade t_0 a w , igual a:

$$y_{19t_0w} = \sum_{t_0}^w TRV_{-2} y_{13t} \tag{6.23}$$

$$y_{19t_0w} = -c \ln R_{-2} y_{13f} \sum_{t_0}^w ER_1^E \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1} \tag{6.24}$$

onde

$$E = e^{-c(t-t_0)}$$

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Analogamente, a biomassa total da árvore no auto-desbaste virá:

$$y_{0,6662t_0w} = -c \ln R_{-2} y_{0,6661f} \sum_{t_0}^w ER_{0,6666}^E \text{ Mg ha}^{-1} \quad (6.25)$$

Adicionando aos valores das eqs. (6.24) e (6.26), respectivamente, o volume em pé e a biomassa total em pé, por hectare, logo no fim do ano w , temos as respectivas [produções totais](#).

6.11 A Estrutura Modular dos PPAR

Mantenhamos $t_0=10$ anos, $E_t=\exp(-c(t-t_0))$ e introduzamos $E_{40}=e^{-c30}$.

Conforme a citação inserida no final do capítulo 3, dedicado a alometria, a existência de modelos de escala é indício da existência de fenómenos de auto-semelhança. Esta asserção, aliada à neutralidade do auto-desbaste, conduz-nos a conjecturar os PPAR como formados por pequenos povoamentos ou módulos, onde todas as relações alométricas se verificam, estando as suas árvores em competição entre si e com as dos módulos vizinhos. Dado o exposto nas secções 6.2 e 6.3, os limites dos módulos não são fixos mas variam ao longo da vida do povoamento.

Introduzamos a seguinte notação, em consonância com trabalhos anteriores (Barreto, 1995b; Barreto, 2004b:secção 3.4):

N_{e_t} número de árvores no módulo na idade t ;

M_e o numero de módulos ha^{-1} ;

A_e a área por módulo (m^2).

A conjectura sobre o número de árvores do módulo é que a sua densidade final é uma árvore ou, simetricamente, aos 10 anos é igual a R_{-2} (quadro 4.1). Temos pois:

$$N_{e_t} = R_{-2}^{E_t} \text{ árvores módulo}^{-1} \quad (6.26)$$

$$A_e=10000/y_{-21f} \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1} \quad (6.27)$$

$$M_e= y_{-21f} \text{ módulos ha}^{-1} \quad (6.28)$$

Se no programa da caixa 4.1, na quinta linha, substituirmos $y_{-2f}=1953/6.018$ por $y_{-2f}=1$, e correremos o programa verificaremos que a lei dos 3/2 é verificada. Analogamente para o programa da caixa 4.2.

Uma questão que pode ser colocada é a seguinte: qual é a relevância do índice de performance (s ; secção 2.4)?

A eq. (2.11) permite escrever, para os 40 anos:

$$y_{-2140}=10^4 Fw_q^{-2} y_{12d40}^{-2} \quad (6.29)$$

$$y_{-2110} = y_{-2140} R_{-2}^{1-E_{40}} \quad (6.30)$$

mas como

$$y_{-211f} = y_{-2140} R_{-2}^{-E_{40}} \quad (6.31)$$

temos

$$y_{-2110} = 10^4 F w_q^{-2} y_{12d40}^{-2} R_{-2}^{1-E_{40}} \quad (6.32)$$

fazendo

$$G = 10^4 R_{-2}^{1-E_{40}} \quad (6.33)$$

obtemos

$$y_{-2110} = G s^{-2} \quad (6.34)$$

O valor de G é facilmente estimado, para qualquer espécie inserida no quadro 4.1, recorrendo à sua informação, e encontra-se calculado para várias espécies em Barreto (1995b: Table 1).

O índice de performance é uma característica estruturante dos PPAR, dadas as relações alométricas entre as VAF. A estrutura de um povoamento está indelevelmente ligada aos recursos a que tem acesso, e ao aproveitamento que faz deles. A teoria produz resultados coerentes e de evidência empírica generalizada.

Não surpreende que a geometria modular de um PPAR possa também ser expressa como função de s. Dadas as eqs. (6.32) e (6.33) obtém-se:

$$Ae = 10^4 R_{-2} G^{-1} s^2 \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1} \quad (6.35)$$

$$Me = R_{-2}^{-1} G s^{-2} \text{ módulos ha}^{-1} \quad (6.36)$$

Na figura 6.8, insiro a evolução da modularidade de um PPAR de pinheiro bravo, cuja densidade assintótica é de 256 árvores ha⁻¹, isto corresponde a ter 256 módulos que vamos admitir serem quadrados de 6,25 m de lado, com seis árvores aos 10 anos, em cada um, o que implica 1536 árvores ha⁻¹, nesta idade. Entre os 19 e 20 anos, cada um destes módulos tem cerca de 3 árvores (768 árvores ha⁻¹). Finalmente, aos 80 anos temos uma árvore por módulo. As árvores dentro de cada módulo foram colocadas aleatoriamente, e auto-desbastadas do mesmo modo.

A auto-semelhança temporal da estrutura de um PPAR e a sua alometria são duas faces da mesma moeda, isto é, da sua geometria fractal (e.g., Hastings e Sugihara, 1993).

Sobre a emergência da modularidade em estruturas biológicas ver Solé e Valverde (2008).

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

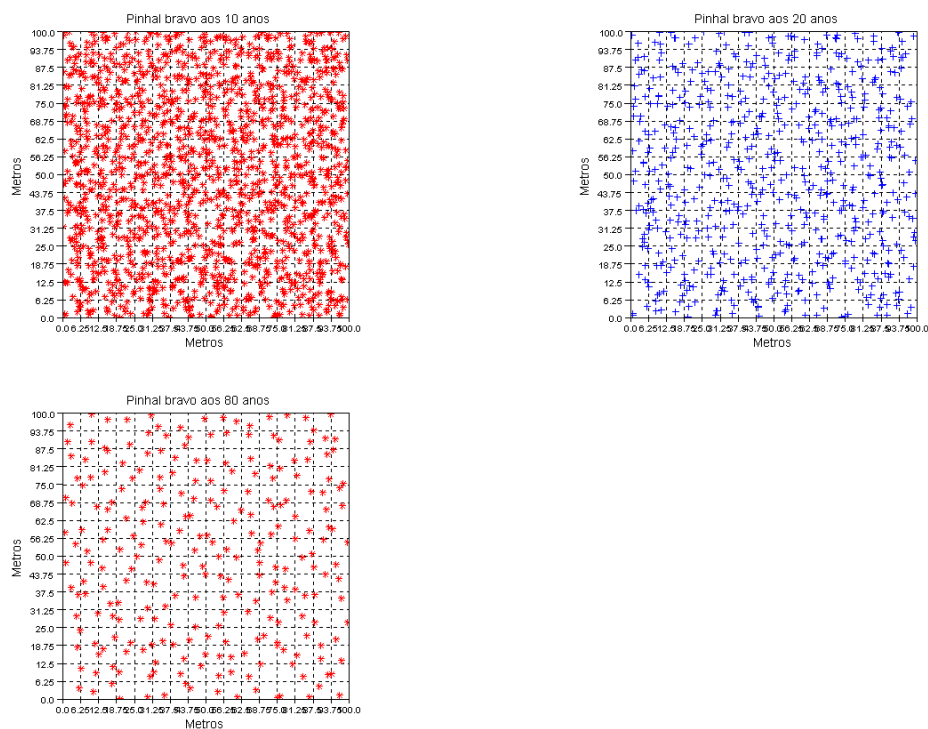


Figura 6.8. Esquematização da dinâmica da estrutura modular de um PAPR de pinheiro bravo, ocupando uma área quadrada de 100 m de lado (1 ha). Projecções no plano do solo, das árvores de cada módulo, aos 10 anos (seis árvores por módulo; 1536 árvores ha^{-1}), 20 anos (três árvores por módulo; 768 árvores ha^{-1}) e 80 anos (uma árvore por módulo; 256 árvores ha^{-1}).

6.13 Uma Confirmação

Recorrendo ao simulador PINASTER, assente na minha teoria, para o pinheiro bravo, simulando separadamente a biomassa das suas componentes, e depois somando-as, verifiquei que a relação alométrica entre a densidade e a biomassa da parte aérea e da biomassa total da árvore, encontrei os expoentes, respectivamente de -1,34 e 1,36 (Barreto, 1994b:23).

Estes dois valores têm suporte conceptual e empírico (Enquist, West, and Brown, 2000:185-186) e atestam a coerência entre as variáveis florestais, a alometria, e o recurso à EGP. O valor teórico esperado para a biomassa total é de -1,3333 ($2,6666/-2$; capítulo 3).

6.14 Bibliografia

Barreto, L. S., 1987. *Um novo método para a elaboração de tabelas de produção. Aplicação ao pinhal*. Serviço Nacional de Parques, Reservas e Conservação da Natureza, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988a. *The basal area of stands following the 3/2 power law*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988b. *The form factor of stands following the 3/2 power law*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988c. *Current increments of stands following the 3/2 power law*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

6 As Leis que Governam a Estrutura e Dinâmica dos Povoamentos Puros Auto-desbastados Regulares

Barreto, L. S., 1988d. *The maximum current increment of stands following the 3/2 power law*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988e. *The relative spacing of stands following the 3/2 power law*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1988f. *Stands following the 3/2 power law. Maximum mean annual increment and LAI*. Centro de Estudos Florestais, INIC, Lisboa.

Barreto, L. S., 1989a. The 3/2 power law: a comment on the specific constancy of K. *Ecol. Modelling*, 45:237-242.

Barreto, L. S., 1989b. A produção total de florestas de resinosas. *Revista Florestal*, 3(2):19-22.

Barreto, L. S., 1990a. *KHABA-An extended model for stands following the 3/2 power law*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1990b. *Self-thinned pure stands. A unified approach*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1993. *An Alternative Proof for Model KHABA*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1994a. *Alto fuste regular. Instrumentos para a sua gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.

Barreto, L. S., 1994b. The clarification of the 3/2 power law using simulators SANDRIS and PINASTER. *Silva Lusitana*, 2(1):17-30.

Barreto, L. S., 1994c. The clarification of self-thinning and thinning. A simulation approach. *Silva Lusitana*, 2(2):233-238.

Barreto, L. S., 1994d. The dynamics of the biomass of maritime pine trees and stands. *Silva Lusitana*, 2(2):239-248.

Barreto, L. S., 1994e. *The limiting density issue: a speculation and a procedure*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Barreto, L. S., 1995a. *Povoamentos jardinados. Instrumentos para a sua gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.

Barreto, L. S., 1995b. The fractal nature of the geometry of even-aged self-thinned stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-52.

Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2004a. *Conceitos e Modelos da Dinâmica de uma Coorte de Árvores. Aplicação ao Pinhal*. Segunda edição revista e ampliada. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2004b. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão. "e-book"*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.

Davis, L. S. and Johnson, K. N., 1987. *Forest Management*. McGraw-Hill, New York.

Enquist, B. J., G. B. West, and J. H. Brown, 2000. Quarter-Power Allometric Scaling in Vascular Plants: Functional Basis and Ecological Consequences. In J. H. Brown, and G. B. West, 2000. *Scaling in Biology*. Santa Fe Institute Studies in the Science of Complexity, Oxford University Press, Oxford. Pp. 167-198.

Hastings, H. M. e G. Sugihara, 1993. *Fractals. A User Guide for the Natural Sciences*. Oxford University Press, Oxford.

Khinchin, A. I., 1957. *Mathematical Foundations of Information Theory*. Dover Publications, Inc., New York.

Niklas, K. J., 1994. *Plant Allometry. The Scaling of Form and Process*. The University of Chicago Press, Chicago.

Solé, R. e S. Valverde, 2008. Spontaneous emergence of modularity in cellular networks. *J. R. Soc. Interface* 5: 129-133

Waring, R. H. and Schlesinger, W. H., 1985. *Forest Ecosystems. Concepts and Management*. Academic Press, Orlando.

7 Povoamentos Jardinados

7.1 Introdução

Por motivos ambientais, tem-se verificado, de há uns anos para cá, um interesse alargado pelos povoamentos irregulares ou jardinados (PJ; englobando tanto os PAPI como os sujeitos a ordenamento). Há quem defenda que uma floresta com árvores de todas as idades está mais perto de uma "floresta natural", no entanto, ocorrem naturalmente tanto povoamentos puros regulares como irregulares. Os PJ explorados, em seu favor, têm a característica de a silvicultura jardinada promover a cobertura permanente do solo com arvoredos, pois, neles o corte das árvores a explorar só incide sobre algumas das existentes e distribui-se por toda a área da floresta, permitindo assim evitar os custos de regeneração.

Não é só a protecção do solo e da permanência das outras influências do arvoredos, como habitat para a fauna, que militam a favor dos povoamentos irregulares, ordenados ou não. Cotejando-os com os regulares, admite-se que são mais adaptáveis a situações de uso múltiplo, são em termos de estética paisagística mais atractivos e permitem ordenar arvoredos de pequena área.

Os PJ também são considerados como mais resistentes do que os regulares, aos agentes físicos e bióticos de destruição das florestas.

Aos PJ dediquei um livro acessível (Barreto, 1995), aplicações da minha teoria ocorrem nos livros que dediquei ao pinheiro manso e ao bravo. Para não ser exageradamente repetitivo, recomendo vivamente a leitura destes três textos. Também divulguei inúmeros simuladores de PJ tanto puros como mistos, e geradores de normas para a sua gestão.

A concepção fundamental dos PAPI, e sua relação simétrica espaço-temporal com os PPAR foi introduzida na secção 4.10 e ilustrada na figura 4.4. Deve pois ser lembrada.

Neste capítulo, vou sobretudo introduzir métodos numéricos para extrair facilmente a dinâmica e a estrutura de um PAPI a partir das características da espécie em causa, apresentar modelos alternativos para PAPI, ilustrar algumas estruturas de PAPI e proceder a verificações numéricas da teoria.

7.2 Gerar a Estrutura de um PAPI

Na eventualidade de se dispor de uma tabela de produção clássica, com valores anuais da densidade, altura, dap e volume em pé, desde o início da fase II, até a um estado avançado de decrepitude final das árvores, para obtermos os valores das VAF correspondentes às idades num PAPI, basta dividir a densidade e o volume em pé pelo número de anos da tabela. Esta informação tão discriminada raramente tem interesse em termos de gestão florestal, por isso interessa apresentarmos um procedimento que permita apresentar a estrutura do povoamento com a informação sintetizada em classes.

Assim sendo, como é procedimento usual, para facilidade de modelação e gestão, as árvores de um PAPI serão consideradas agrupadas em classes de idade (não dimensionais como é tradicional fazer), a que correspondem valores médios, com limites superiores e inferiores, das principais VAF,

tais como a frequência (número de árvores ha^{-1}), diâmetro, altura, volume da árvore média, volume em pé da classe.

O procedimento que propomos é assim descrito:

1. Definir a idade de entrada na Fase II, t_0 , e assumir que antes desta idade as árvores estão sobre o coberto das mais idosas.
2. Estabelecer o número de anos das classes.
3. Saber na idade t_0 , aqui já assumida como 10 anos, os valores das variáveis consideradas com interesse, no PPAR cujo PAPI simétrico desejamos estruturar. Só investigação de campo para cada espécie pode esclarecer este aspecto com segurança (o valor de t_0).
4. Achar os valores finais das variáveis, dividir os expressos em termos de hectare pelo número de anos abrangidos por todas as classes (w).
5. Projectar as variáveis com as respectivas EGP, agrupar os valores anuais de cada classe, achar totais se for o caso (por exemplo, frequências das classes, volume em pé) e as médias ponderadas das outras variáveis.
6. Se necessário, achar os pontos centrais do intervalo entre dois valores médios de duas classes contíguas para obter uma estimativa dos valores limites das classes.

Vamos criar um PAPI de pinhal bravo cujo povoamento regular simétrico tem as seguintes características: $y_{-2110}=1943$ árvores ha^{-1} , $y_{1110}=14,31$ cm; $y_{1210}=10,89$ m; $y_{1310}=167$ m^3 ha^{-1} . O programa Pbestrut90 inserto na caixa 7.1 executa o algoritmo descrito, usando estes dados. Em benefício da completude, assumo que a primeira classe tem início na idade zero abrange os anos 0-9 e não é perturbada por competição inter específica. Considero nove classes de idade, estando implícito que as árvores com mais de 89 anos já morreram ou estão num estado tão avançado de decrepitude que podem ser ignoradas.

A saída do programa é inserida logo abaixo, onde as colunas, da esquerda para a direita são: frequência das classes (número de árvores ha^{-1}), estrutura etária estável, diâmetros médios, alturas médias, volumes em pé, volume da árvore média, área basal da classe, área ocupada pela árvore média, área ocupada pelas árvores da classe. Dada a simetria tempo-espaço entre os PPAR e os PAPI, a constância das áreas basais e das áreas ocupadas pelas classes era antecipada. Como as árvores da primeira classe estão sobre o coberto das outras a área do hectare é dividida por oito e cada classe deve ocupar 1250 m^2 . Devido aos erros de processamento numérico ocorre uma discrepância de 16 m^2 (1266). A estrutura não revela qualquer inconsistência.

Caixa 7.1. Programa Pbestrut90 para gerar a estrutura de um PAPI de pinheiro bravo

```

//Programa Pbestrut90
//Estrutura homóloga 24/SM Oliveira (1984)
//como a classe 0-10 está sob coberto 10000/8
//=1250 m. q.; há uma discrepância de 16 m.q.
//
//valor final da densidade e do volume em pé para ha/79;
p=1943/79/6.018;VF=167/79/0.4076;
//valores finais do dap, altura e área ocupada pela árvore
d=14.31/0.4076;h=10.89/0.4076;arv=10000/1943/0.1661;
//criar os vectores dos valores das variáveis do 0 aos 89 anos
t=0:1:89;
F=[p*6.018^exp(-0.05*(t-10))];
D=[d*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
H=[h*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
V=[VF*0.4076^exp(-0.05*(t-10))];
ARV=[arv*0.1661^exp(-0.05*(t-10))];
//
//extarir os valores dos vectores das classes no resto
//Achar as somas dos vectores das frequências
f1=F(1,1:10);f2=F(1,11:20);f3=F(1,21:30);f4=F(1,31:40);
f5=F(1,41:50);f6=F(1,51:60);f7=F(1,61:70);f8=F(1,71:80);f9=F(1,81:90);
F2=[sum(f1) sum(f2) sum(f3) sum(f4) sum(f5) sum(f6) sum(f7) sum(f8) sum(f9)];
//
//dap médio das classes (médias ponderadas)
d1=D(1,1:10);d2=D(1,11:20);d3=D(1,21:30);d4=D(1,31:40);
d5=D(1,41:50);d6=D(1,51:60);d7=D(1,61:70);d8=D(1,71:80);d9=D(1,81:90);
dm1=sum(f1.*d1)/sum(f1);dm2=sum(f2.*d2)/sum(f2);dm3=sum(f3.*d3)/sum(f3);
dm4=sum(f4.*d4)/sum(f4);dm5=sum(f5.*d5)/sum(f5);dm6=sum(f6.*d6)/sum(f6);
dm7=sum(f7.*d7)/sum(f7);dm8=sum(f8.*d8)/sum(f8);dm9=sum(f9.*d9)/sum(f9);
D2=[dm1 dm2 dm3 dm4 dm5 dm6 dm7 dm8 dm9];
//
//alturas médias (ponderadas) das classes
h1=H(1,1:10);h2=H(1,11:20);h3=H(1,21:30);h4=H(1,31:40);
h5=H(1,41:50);h6=H(1,51:60);h7=H(1,61:70);h8=H(1,71:80);h9=H(1,81:90);
hm1=sum(f1.*h1)/sum(f1);hm2=sum(f2.*h2)/sum(f2);hm3=sum(f3.*h3)/sum(f3);hm4=sum(
f4.*h4)/sum(f4);
hm5=sum(f5.*h5)/sum(f5);hm6=sum(f6.*h6)/sum(f6);
hm7=sum(f7.*h7)/sum(f7);hm8=sum(f8.*h8)/sum(f8);hm9=sum(f9.*h9)/sum(f9);
H2=[hm1 hm2 hm3 hm4 hm5 hm6 hm7 hm8 hm9];
//

```

Caixa 7.1. Continuação

```

//área média (ponderada) ocupada por árvore das classes
A1=ARV(1,1:10);A2=ARV(1,11:20);A3=ARV(1,21:30);
A4=ARV(1,31:40);A5=ARV(1,41:50);A6=ARV(1,51:60);
A7=ARV(1,61:70);A8=ARV(1,71:80);A9=ARV(1,81:90);
Am1=sum(f1.*A1)/sum(f1);Am2=sum(f2.*A2)/sum(f2);Am3=sum(f3.*A3)/sum(f3);Am4=sum(
f4.*A4)/sum(f4);
Am5=sum(f5.*A5)/sum(f5);Am6=sum(f6.*A6)/sum(f6);Am7=sum(f7.*A7)/sum(f7);Am8=sum(
f8.*A8)/sum(f8);Am9=sum(f9.*A9)/sum(f9);
TA2=[Am1 Am2 Am3 Am4 Am5 Am6 Am7 Am8 Am9];TA3=[0 Am2 Am3 Am4 Am5 Am6 Am7 Am8
Am9];
TA4=F2.*TA3;
//
//volumes em pé das classes
V1=V(1,1:10);V2=V(1,11:20);V3=V(1,21:30);V4=V(1,31:40);
V5=V(1,41:50);V6=V(1,51:60);V7=V(1,61:70);V8=V(1,71:80);V9=V(1,81:90);
TV1=sum(V1);TV2=sum(V2);TV3=sum(V3);TV4=sum(V4);
TV5=sum(V5);TV6=sum(V6);TV7=sum(V7);TV8=sum(V8);TV9=sum(V9);
VC=[TV1 TV2 TV3 TV4 TV5 TV6 TV7 TV8 TV9];
//
//volumes das árvores médias das classes
v=VC./F2;
//
//áreas basais das árvores médias das classes
D3=1/200*[dm1 dm2 dm3 dm4 dm5 dm6 dm7 dm8 dm9];
ab=3.14159*D3.*D3;
//área basal das classes
AB=[F2.*ab];
//
//distribuição etária estável
DE=F2/sum(F2);
//
//saída da matriz dos resultados
disp('arvs/ha eta dap h V v AB Av Acl');
[int(F2);DE;D2;H2;VC;v;AB;TA2;TA4]'

```

```

arvs/ha eta dap h V v AB Av Acl
ans =

```

```

column 1 to 5

```

471.	0.4462124	10.180343	7.7473048	15.94721
177.	0.1680441	16.744952	12.743013	25.276863
99.	0.0937637	22.494905	17.118764	33.495464
69.	0.0660348	26.839314	20.424887	39.763975
56.	0.0534497	29.846354	22.713263	44.137458
49.	0.0470371	31.821461	24.216332	47.026353
46.	0.0435358	33.078532	25.172971	48.871876
43.	0.0415428	33.863538	25.770366	50.027093
42.	0.0403796	34.348152	26.13916	50.741308

column 6 to 9

0.0337998	3.8404762	2.6825221	0.
0.1422561	3.9129984	7.1245095	1265.9231
0.3378485	3.940233	12.770263	1266.088
0.5694923	3.950338	18.134112	1266.188
0.7809682	3.9540856	22.405004	1266.2487
0.9455219	3.9554824	25.460207	1266.2855
1.061656	3.9560079	27.508323	1266.3078
1.1388861	3.9562085	28.828295	1266.3214
1.1884206	3.9562867	29.658916	1266.3296

exec done

A igualdade da área ocupada pelas classes na fase II, foi observada por vários florestais do fim do século XIX, lidando com florestas pouco perturbadas, tais com Burel (1888), Perona (1885) e Puton (1890).

7.3 Verificação da Simetria Tempo-Espaço

Nesta secção vamos verificar nos PAPI as mais importantes propriedades detectadas nos PPAR, com o propósito de comprovar a verificação da principal conjectura feita a seu respeito.

Para o propósito desta secção, vou começar por gerar uma outra estrutura de PAPI de pinheiro bravo, usando o programa da caixa 7.1, simétrica de um PPAR que aos 10 anos revela: $y_{2110}=1215$ árvores ha^{-1} , $y_{1110}=15,77$ cm; $y_{1210}=11,43$ m; $y_{1310}=128$ $m^3 ha^{-1}$.

Saída do programa com a nova estrutura de PAPI de pinheiro bravo:

arvs/ha eta dap h V v AB Av Acl
ans =

column 1 to 5

295.	0.4462124	11.219008	8.1314687	12.223011
111.	0.1680441	18.453381	13.374898	19.373883
61.	0.0937637	24.789983	17.967628	25.67317
43.	0.0660348	29.577637	21.437691	30.477777
35.	0.0534497	32.891474	23.83954	33.829908
31.	0.0470371	35.068095	25.417142	36.044151
28.	0.0435358	36.453421	26.421217	37.458684
27.	0.0415428	37.318519	27.048235	38.344119
26.	0.0403796	37.852576	27.435317	38.891541

column 6 to 9

0.0414290	2.9165718	4.2898276	0.
0.1743656	2.9716473	11.393351	1265.9231
0.4141064	2.9923301	20.42191	1266.088
0.6980361	3.0000041	28.999654	1266.188
0.9572455	3.0028502	35.829566	1266.2487
1.1589418	3.003911	40.715377	1266.2855
1.3012893	3.00431	43.990676	1266.3078

7 Povoamentos Jardinados

1.3959514	3.0044623	46.101545	1266.3214
1.4566667	3.0045217	47.429855	1266.3296

```
exec done
```

Esta estrutura repete os aspectos já destacados para a anterior.

Podemos utilizar os valores das colunas para ajustar, com êxito, salvo pequenas discrepâncias devido ao agrupamento dos dados, várias relações alométricas. Por exemplo, na saída do primeiro pinhal bravo, o valor da lei dos 3/2 dá-nos -1,483, com $R^2_{aj}=1,000$, em vez de -1,5.

Designemos o número da classe de idade (1,2...9) por i . Verifica-se que as razões y_i/y_{i+1} , para as variáveis diâmetro médio, altura média, volume em pé, volume da árvore média, área ocupada pela árvore média são as mesmas nos dois povoamentos. Os valores são os seguintes:

razões entre valores contíguos das mesmas variáveis
ans =

0.6079649	0.6079649	0.6309015	0.2375982	0.3765203
0.7443886	0.7443886	0.7546354	0.4210647	0.5578984
0.8381326	0.8381326	0.8423570	0.5932450	0.7042122
0.8992493	0.8992493	0.9009122	0.7292132	0.8093778
0.9379316	0.9379316	0.9385686	0.8259652	0.8800008
0.9619974	0.9619974	0.9622375	0.8906104	0.9255456
0.9768185	0.9768185	0.9769082	0.9321881	0.9542126
0.9858911	0.9858911	0.9859244	0.9583190	0.9719942

```
exec done
```

Para o PPAR utilizado pelo programa Shannon, na caixa 6.5, usando variantes deste programa, estabelecemos um PAPI seu simétrico cuja estrutura dimensional também se destrinça, de acordo com o quadro 7.1. Para evitar o desaparecimento numérico das frequências das classes extremas, consideramos uma área de 100 hectares.

Em cada classe de idade, os índices de Shannon-Wiener para os valores médios dos dap, frequências das classes de diâmetro, e volume em pé das mesmas classes são iguais aos obtidos na saída do programa Shannon, sendo assim respectivamente 1,544, 1,028 e 0,943, como se destaca a azul.

Os valores médios das classes de dap são médias ponderadas, isto é, valores dados por EGP manipulados e não simples somas destes valores, como as densidades e volumes em pé. Por isso, quando se consideram os índices de Shannon-Wiener dos volumes em pé e das frequências das classes de dap da mesma ordem das classes de idade (colunas) eles são iguais (1,315), mas os das médias ponderadas dos dap são diferentes (1,372).

Quadro 7.1. Estruturas etária e dimensional de um PAPI de pinheiro bravo simétrico do PPAR simulado na caixa 6.5, com 100 hectares. Classes de idade abrangendo 20 anos. Cl.=classe; H=índice de Shannon-Wiener

Frequências das classes de dap. Árvores/classe/100 ha						
	Cl. dap 1	Cl. dap 2	Cl. dap 3	Cl. dap 4	Cl. dap 5	H
Cl. 15-34	194	3814	11896	4698	64	1,028
Cl. 35-54	106	2088	6513	2572	35	1,028
Cl. 55-74	85	1685	5255	2075	28	1,028
Cl. 75-94	79	1558	4861	1919	26	1,028
H	1,315	1,315	1,315	1,315	1,315	
Volume em pé das classes de dap. M ³ /classe/100 ha						
	Cl. dap 1	Cl. dap 2	Cl. dap 3	Cl. dap 4	Cl. dap 5	H
Cl. 15-34	29,092	1914,017	14274,285	11010,368	261,824	0,943
Cl. 35-54	15,929	1048,008	7815,796	6028,658	143,360	0,943
Cl. 55-74	12,852	845,590	6306,212	4864,251	115,671	0,943
Cl. 75-94	11,888	782,122	5832,876	4499,147	106,989	0,943
H	1,315	1,315	1,315	1,315	1,315	
Diâmetros das classes de dap. cm						
	Cl. dap 1	Cl. dap 2	Cl. dap 3	Cl. dap 4	Cl. dap 5	H
Cl. 15-34	10,66	16,021	21,363	26,701	32,045	1,544
Cl. 35-54	14,52	21,816	29,089	36,362	43,634	1,544
Cl. 55-74	16,22	24,313	32,417	40,522	48,626	1,544
Cl. 75-94	16,84	25,284	33,712	42,139	50,567	1,544
H	1,372	1,372	1,372	1,372	1,372	

Estas últimas verificações confirmam nos PAPI o expendido na secção 6.7.

Verifica-se que o que se passa num PPAR no contínuo temporal ocorre num PAPI no contínuo espacial. A simetria é confirmada.

7.4 Estabelecer os Parâmetros da Dinâmica de um PAPI

Os PAPI não são estruturas estáticas, mesmo em equilíbrio. Árvores nascem, morrem, transitam de classe e outras permanecem nela. Isto acontece de uma maneira ordenada e previsível. Sem a informação quantificada sobre estes três processos (permanecer na classe, transitar para a seguinte, morrer devido ao auto-desbaste) e a regeneração, não é possível fazer modelos dos PAPI, prever a sua dinâmica e geri-los com mais segurança.

Criemos uma representação gráfica das classes de um PAPI, enfatizando a dinâmica do número de árvores, na figura 7.1.

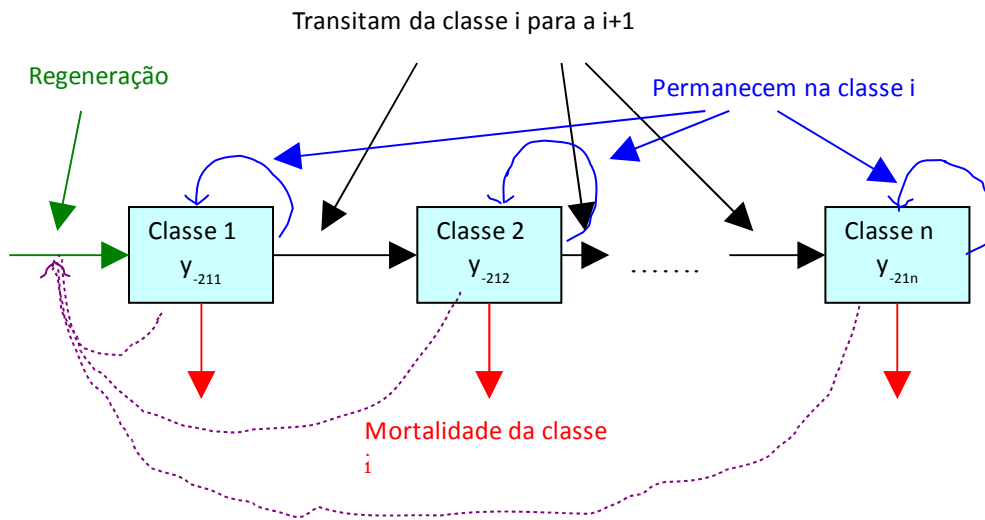


Figura 7.1. Esquema da dinâmica do número de árvores das classes etárias de um PAPI

Numa dado período de tempo, sejam 5 anos, na classe i morre a fracção M_i das suas árvores (auto-desbaste), permanece nela a fracção P_i e transitam para a classe $i+1$ a fracção T_i . Como as árvores da classe não podem escapar a um destes três destinos temos $M_i+P_i+T_i=1$. As árvores que entram na classe $i+1$ são as que com o envelhecimento e sobrevivência transitam da classe i . Na classe 1, as árvores que entram são as que sobreviveram da regeneração até à idade t_0 . Para essa regeneração contribuem as árvores de algumas ou todas as classes, conforme a biologia da espécie e o número de anos das classes.

Criado este modelo conceptual, dado o já exposto nos capítulos anteriores, vamos traduzi-lo num algoritmo para calcular os valores de M_i , T_i e P_i . Eis o procedimento que propomos:

1. Assumir um valor final de y_{-21f} para servir de referência ao cálculo de T_i .
2. Para cada classe de idade, calcular os valores anuais da taxa relativa de mortalidade (TRV_{-2}), achar a sua média geométrica e tomar este valor como M_i .
3. Calcular os valores anuais de y_{-21} , e achar os seus totais para cada classe.
4. Para cada classe i , achar valor de y_{-21} do primeiro ano da classe seguinte e dividi-lo pelo valor da classe calculado no ponto anterior. Aceitá-lo com estimativa de T_i .
5. Multiplicar M_i e T_i pela periodicidade de projecção adoptada (e.g., 5 ou 10 anos).
6. Calcular os valores de P_i recorrendo à relação $P_i=1-M_i-T_i$.

Para os pinhais bravos atrás estruturados, o programa inserido na caixa 7.2 aplica este algoritmo. A saída do programa é a seguinte:

Classe	Frequência	permanência	transição	mortalidade	Idade inicial
1.	471.	0.1486452	0.2606423	0.5907125	0.
2.	177.	0.3001502	0.3415646	0.3582852	10.
3.	99.	0.3838075	0.3988815	0.2173110	20.
4.	69.	0.4313960	0.4367983	0.1318058	30.

5.	56.	0.4590812	0.4609745	0.0799442	40.
6.	49.	0.4754366	0.4760748	0.0484886	50.
7.	46.	0.4851955	0.4853947	0.0294098	60.
8.	43.	0.4910552	0.4911068	0.0178380	70.
9.	42.	0.4945874	0.4945933	0.0108193	80.

exec done

7.5 Modelos e Simulações

Para populações arbóreas etariamente estruturadas podem estabelecer-se modelos de equações diferenciais, de equações de diferenças e matriciais (a matriz de Leslie e suas variantes). Para o leitor menos recordado ou familiarizado com este tema vou ilustrar a construção de modelos a partir da informação gerada pelo programa da caixa 7.2.

Criemos a informação necessária para este efeito

Corramos novamente o programa da caixa 7.2 eliminando a classe das árvores de idade inferior a 10 anos e superior a 79 anos. A saída é inserida na caixa 7.3. Lembremos que a periodicidade estabelecida é de 5 anos.

Insiramos uma imagem destacando um bloco da figura 7.1, para introduzir anotação e beneficiar a clareza da exposição.

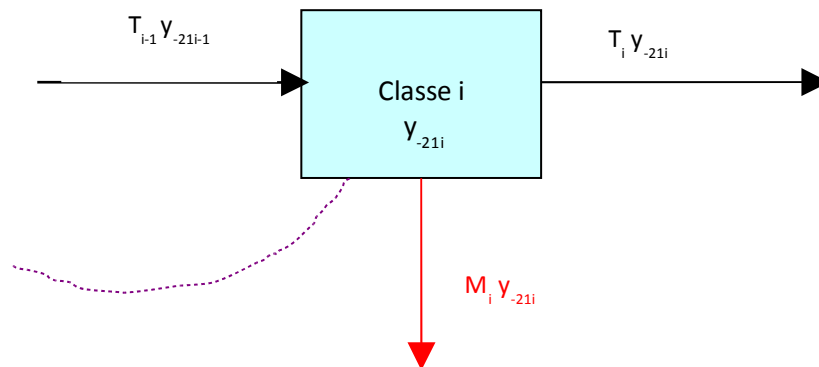


Figura 7.2. Pormenor da figura 7.1

Caixa 7.2. Programa papidin

```

//Program papidin
// Parâmetros da dinâmica do pinhal bravo
//a=número de anos em cada classe
//h=periodicidade de projecção;
//longevidade da espécie assumida
//Parâmetros da eq. de Gompertz
//10 anos de idade escalonada para os 0 anos
//para simplificar a escrita das equações
R = 6.018; c = 0.05;
a=10;b=a-1;h=5;w=79;
//número inicial de indivíduos para fins de simulação
n0 = 1943/w;
//Valor final da densidade
f = n0/R;
//criar um numerador para as classes
num = 1;
disp(" Classe Frequência permanência transição mortalidade Idade
inicial")
for j = -10:a:w //ciclo para cada classe
t = 0; //variável para criar um somatório
m = 1; //variável para criar um produto
for i = j:1:j+b //ciclo para cada ano da classe
g = exp(-c * i); //cálculo da exponencial
p = f * R ^ g; //cálculo da densidade do ano
t = t + p; //acumular as densidades
//criar produto das taxas de mortalidade
m = c * log(R) * g * m;
end
gg = exp(-c * (j+a));
//número de árvores na primeira idade da classe seguinte
q = f * R ^ gg;
//multiplicar a média anual geométrica pelo número de anos da
periodicidade
m = h * m^(1/a) ;
//calcular a fracção anual das que transitam pela periodicidade
tr = h * q / t;
//subtrair á unidade a taxa de mortalidade e a fracção
//que transita para obter a fracção das que permanecem
pr = 1 - m - tr;
disp([num,int(t),pr,tr,m,j+10])
num = num + 1;
end

```

Caixa 7.3. Parâmetros da dinâmica de um PAPI de pinhal bravo a modelar

Classe	Frequência	Permanência	Transição	Mortalidade	Idade inicial
1.	203.	0.3001502	0.3415646	0.3582852	10.
2.	113.	0.3838075	0.3988815	0.2173110	20.
3.	79.	0.4313960	0.4367983	0.1318058	30.
4.	64.	0.4590812	0.4609745	0.0799442	40.
5.	56.	0.4754366	0.4760748	0.0484886	50.
6.	52.	0.4851955	0.4853947	0.0294098	60.
7.	50.	0.4910552	0.4911068	0.0178380	70.

7.5.1 Equações de diferenças

Começamos pelo modelo das equações de diferenças.

Consideremos a classe i . Ao fim de 5 anos, de acordo com o exposto na secção anterior, podemos afirmar que as árvores que a classe tem são as que permaneceram [$P_i y_{-21i}$] mais as que entraram [$T_{i-1} y_{-21(i-1)}$]. Ao fim de um ano, o dinheiro que uma conta bancária tem é o dinheiro que não foi levantado mais o que lá foi depositado. então, para o nosso modelo com periodicidade de 5 anos, podemos escrever:

$$y_{-21i} = T_{i-1} y_{-21(i-1)} + P_i y_{-21i} \quad (7.1)$$

Nós verificámos atrás que $M+P+T=1$, pelo que podemos escrever:

$$T_i y_{-21i} + P_i y_{-21i} + M_i y_{-21i} = y_{-21i} \quad (7.2)$$

pelo que na situação de uma estrutura estável obtemos:

$$T_{i-1} y_{-21(i-1)} = T_i y_{-21i} + M_i y_{-21i} \quad (7.3)$$

visto o primeiro membro da eq. (7.3) representar as árvores que entram na classe, e o segundo as que a saiem. Se o dinheiro da nossa conta bancária se mantém constante, é porque os depósitos igualam os levantamentos.

Voltemos à eq. (7.1). Vou particularizá-la, para obter cinco equações do modelo matemático que pretendemos estabelecer:

$$y_{-212} = 0,3416 y_{-211} + 0,3838 y_{-212} \quad (7.4)$$

$$y_{-213} = 0,3989 y_{-212} + 0,4314 y_{-213} \quad (7.5)$$

$$y_{-214} = 0,4368 y_{-213} + 0,4591 y_{-214} \quad (7.6)$$

$$y_{-215} = 0,4610 y_{-214} + 0,4754 y_{-215} \quad (7.7)$$

$$y_{-216} = 0,4761 y_{-215} + 0,4852 y_{-216} \quad (7.8)$$

$$y_{-217} = 0,4854 y_{-216} + 0,4910 y_{-217} \quad (7.9)$$

Salvo pequenas discrepâncias, associadas a arredondamentos de valores nos processos de cálculo, se aplicarmos as equações anteriores, encontraremos os mesmos valores de que partimos, para cada classe, já que a estrutura é estável. Vejamos o que se passa com a classe 4, em que $y_{-214} = 64$. Temos, então:

$$0,4368 \times 79 + 0,4591 \times 64 = 63,8896$$

A classe 1 recebe as árvores vindas da regeneração e que já designámos por recrutamento. Admitamos que o recrutamento depende da densidade do povoamento expressa pela área basal das árvores na fase II. Dado este pressuposto, escrevemos:

Recrutamento = constante - área basal das árvores das classes 1 a 7

o que nos permite estabelecer:

$$y_{-211} = \text{constante} - \text{área basal} + \text{árvores que permanecem}$$

O vector das sete áreas basais das árvores das classes da caixa 7.3 é:

$$[0,0220, 0,0397, 0,0566, 0,0700, 0,0795, 0,0859, 0,0901] \text{ m}^2$$

Os valores inseridos na caixa 7.3 permitem-nos escrever:

$$y_{-211} = 173,407 + 0,2781 y_{-211} - 0,0397 y_{-212} - 0,0566 y_{-213} - 0,07 y_{-214} - 0,0795 y_{-215} - 0,0859 y_{-216} - 0,0901 y_{-217} \quad (7.10)$$

A constante associada a y_{-211} obtém-se subtraindo a P_1 a área basal da árvore média da classe 1 ($0,3001 - 0,0220 = 0,2781$).

7.5.2 Equações Diferenciais

Passemos ao modelo de equações diferenciais.

Voltemos à analogia da conta bancária. Se tivermos no início de um mês 1000 € numa conta, e durante o mês depositarmos 100 € e levantarmos 70 €, o saldo no fim do mês será igual aos 1000 € mais o balanço dos depósitos e levantamentos, isto é, mais $(100 - 70) = 30$ €. Teremos um novo saldo de 1030 €.

É possível utilizar este raciocínio para estabelecer um modelo de equações diferenciais para um PAPI. Da figura 7.2, facilmente se conclui que a equação diferencial de qualquer classe que não seja a primeira é dada por:

$$\frac{dy_{-21i}}{dt} = T_{i-1} y_{-21i-1} - (T_i + M_i) y_{-21i} \quad (7.11)$$

A equação diferencial da classe 1 é dada por

$$\frac{dy_{-211}}{dt} = C - (T_1 + M_1) y_{-211} \quad (7.12)$$

em que C representa o número de árvores da regeneração que sobreviveram até a idade de 10 anos (t_0). Quando se alcança a estrutura estável, a derivada é zero e por isso tem-se aqui $C=(T_1+M_1)y_{-211}$.

7.5.3 Modelos Matriciais

Por fim, abordemos o modelo matricial. Uma equação geral para a frequência da classe 1, de qualquer PAPI de pinheiro bravo, em qualquer classe de qualidade, com a estrutura etária da caixa 7.3 é a seguinte:

$$y_{-211}=0,4265 y_{-211}+0,2195y_{-212}+0,278 y_{-213}+ 0,3238 y_{-214}+0,3238 y_{-21(5)}+0,3238 y_{-216} + 0,2878 y_{-217} \quad (7.13)$$

Clarifiquemos esta equação. Ela sintetiza a contribuição das diversas classes de idade para a regeneração e presença de árvores na classe 1. A classe 1 contribui com as árvores que permaneceram e com e alguma regeneração originada em sementes providas de árvores desta classe. As outras classes contribuem para a regeneração com as sementes que produzem. Assume-se que esta contribuição aumenta com a idade, até cerca dos 40 anos, estabilizando a partir daqui até aos 70 quando passa a declinar.

As eqs. (7.4)-(7.9) e (7.13) formam um modelo geral para os PAPI de pinheiro bravo com a estrutura etária aqui adoptada. Os coeficientes destas equações formam a matriz de Leslie seguinte:

$$\begin{bmatrix} 0,4265 & 0,2195 & 0,2780 & 0,3238 & 0,3238 & 0,3138 & 0,2878 \\ 0,3416 & 0,3838 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3990 & 0,4313 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4368 & 0,4590 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4609 & 0,4754 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,4760 & 0,4852 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,4854 & 0,4910 \end{bmatrix}$$

Para o modelo matricial de Leslie para populações estruturadas temos disponível um vasto arsenal analítico que vou aproveitar (Barreto, 1979; Caswell, 1989), para elaborar o programa da caixa 7.4.

A saída do programa semat7 é a seguinte:

Valores próprios

```
0.9999873
0.6535202 + 0.3309066i
0.6535202 - 0.3309066i
0.3247908 + 0.3512316i
0.3247908 - 0.3512316i
0.0977953 + 0.1417029i
0.0977953 - 0.1417029i
```

Valor reprodutivo

```
1.
1.678827
2.0425362
```

7 Povoamentos Jardinados

2.0228123
1.6717636
1.1621554
0.5654365

Distribuição etária estável

0.3298419
0.1828567
0.1282952
0.1035871
0.0910112
0.0841538
0.0802540

Sensibilidade do valor próprio dominante

0.2349738	0.1302640	0.0913953	0.0737937	0.0648348	0.0599498	0.0571716
0.3944804	0.2186908	0.1534369	0.1238869	0.1088465	0.1006453	0.0959812
0.4799425	0.2660690	0.1866782	0.1507264	0.1324275	0.1224496	0.1167750
0.4753079	0.2634997	0.1848756	0.1492709	0.1311487	0.1212671	0.1156474
0.3928206	0.2177707	0.1527913	0.1233657	0.1083885	0.1002218	0.0955774
0.2730761	0.1513871	0.1062155	0.0857598	0.0753481	0.0696709	0.0664423
0.1328628	0.0736560	0.0516782	0.0417257	0.0366600	0.0338978	0.0323269

Caixa 7.4. Programa semat7 que analisa a matriz de Leslie estabelecida

```

//© L. S. Barreto, 2007. Programa semat7
//Dada uma matriz de Leslie acha os valores próprios
//Parâmetros do pinheiro bravo calculados com
//o programa da caixa 7.2
//10 aos 79 anos peric.=5anos
a=[0.4265 0.2195 0.278 0.3238 0.3238 0.3238 0.2878;
0.3416      0.3838 0 0 0 0 0;
0 0.3990 0.4313 0 0 0 0;
0 0 0.4368 0.4590 0 0 0;
0 0 0 .4609 .4754 0 0;
0 0 0 0 0.4760 0.4852 0;
0 0 0 0      0 .4854 .4910];
valpr=spec(a);
[ab,x,bs]=bdiag(a,1/%eps);
[ic,ir]=find(ab'==max(ab'));
w=conj(inv(x));
v1=x(:,ic);
w1=real(w(ic,:))';
s=w1*v1';
VR=w1*1/w1(1,1);
eee=v1/sum(v1);
h=sort(spec(a));
el=s.*a/h(1,1);
disp("Valores próprios")
disp(h)
disp("Valor reprodutivo")
disp(VR)
disp("Distribuição etária estável")
disp(eee)
disp("Sensibilidade do valor próprio dominante")
disp(s)
disp("Elasticidade do valor próprio dominante")
disp(el)

```

Elasticidade do valor próprio dominante

0.1002176	0.0285933	0.0254082	0.0238947	0.0209938	0.0194120	0.0164542
0.1347562	0.0839346	0	0	0	0	0
0	0.1061629	0.0805153	0	0	0	0
0	0	0.0807547	0.0685162	0	0	0
0	0	0	0.0568600	0.0515285	0	0
0	0	0	0	0.0358662	0.0338048	0
0	0	0	0	0	0.0164542	0.0158727

exec done

O primeiro valor próprio, dito dominante, é praticamente igual a 1. É este valor real igual à unidade que garante a estabilidade da estrutura de equilíbrio. Esta estrutura etária diz-se estacionária.

A matriz de Leslie permite criar o simulador apresentado na caixa 7.5 que projecta a estrutura do pinhal bravo jardinado de 5 em 5 anos e traça um gráfico da dinâmica do número de árvores das classes. Calcula também a estrutura etária estável na saída seguinte:

```
Distribuição etária estável
```

```
ans =
```

```
0.3298419  
0.1828567  
0.1282951  
0.1035871  
0.0910112  
0.0841539  
0.0802540
```

```
exec done
```

Coerentemente a estrutura estaria estável é a mesma estabelecida pelo programa semat7.

7.5.4 Modelação da Variação Intra Anual de um PAPI

A modelação matricial de PAPI oferece a mais simples maneira de mudar de unidade de tempo. Vamos usá-la para passarmos do ano para o trimestre.

Em Barreto (2002), introduzi um modelo matricial para pinhais bravos jardinados de vocação não produtiva, mas sim protectora, caracterizado da seguinte maneira:

- A população está estruturada em classes de 10 anos de amplitude;
- A amplitude da classe I vai dos 10 aos 19 anos;
- As árvores de idade igual e superior aos 80 anos já atingiram um estado de decrepitude que podem ser ignoradas para efeitos de modelação;
- A população dos pinhais bravos estrutura-se pois em sete classes de idade, dos 10 aos 79 anos.

Caixa 7.5. Programa Pbjard7

```
//Programa Pbjard7
//valores da matrix a partir do programa da
//matriz de Leslie da caica 7.4
//idades dos 10 aos 79
//a=10;h=DT=5anos;
//matrix dos índices do Pb
//Frequências iniciais das classes
p0=[100 0 0 0 0 0 0]';
c1=[];c2=[];c3=[];c4=[];
c5=[];c6=[];c7=[];
a=[0.4265 0.2195 0.278 0.3238 0.3238 0.3238 0.2878;
0.3416 0.3838 0 0 0 0 0;
0 0.3990 0.4313 0 0 0 0;
0 0 0.4368 0.4590 0 0 0;
0 0 0 .4609 .4754 0 0;
0 0 0 0 0.4760 0.4852 0;
0 0 0 0 0 .4854 .4910];
for i=1:1:50
    p=a*p0;
    c1=[c1 p(1)];c2=[c2 p(2)];c3=[c3 p(3)];c4=[c4 p(4)];
    c5=[c5 p(5)];c6=[c6 p(6)];c7=[c7 p(7)];
    p0=p;
end
xbasc()
M=[c1;c2;c3;c4;c5;c6;c7]';
n=5:5:250;
plot2d(n, [M])
xlabel(' ', 'Anos', 'Árvores/classe/ha')
disp('Distribuição etária estável')
[M(50, :)/sum(M(50, :))]'
```

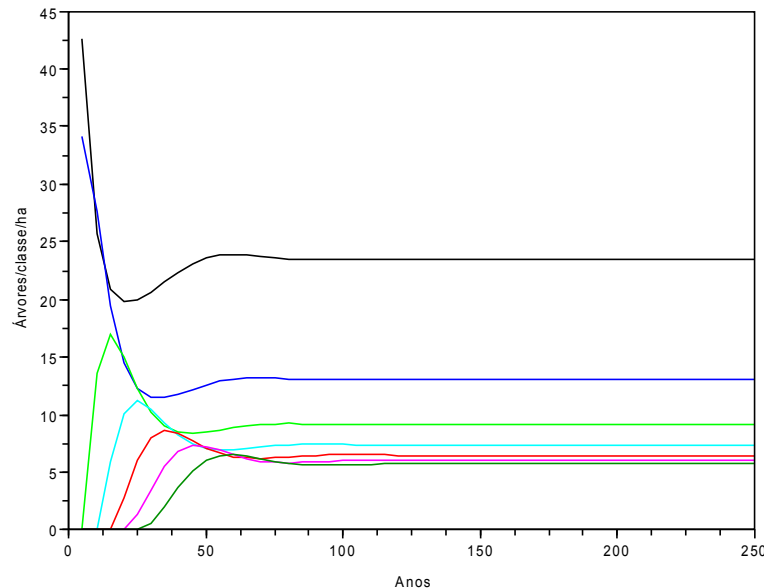


Figura 7.3. Saída do programa Pbjard7. Dinâmica das frequências das sete classes do PAPI de pinheiro bravo, iniciando-se só com 100 árvores na classe 1

A distribuição etária estável, em termos de proporções, é a seguinte:

Classe 1: 0,327184; classe 2: 0,18257; classe 3: 0,128589; classe 4: 0,10406; classe 5: 0,091579; classe 6: 0,084921; classe 7: 0,081095.

A matriz de Leslie para este povoamento, designada de matriz M, de periodicidade de 5 anos, é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} 0,423 & 0,2166 & 0,2734 & 0,3238 & 0,3238 & 0,3138 & 0,2878 \\ 0,3612 & 0,353 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4126 & 0,4145 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4459 & 0,4493 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,4667 & 0,49 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,4797 & 0,483 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,4876 & 0,4897 \end{bmatrix}$$

Assumamos a seguinte estrutura etária estável (nº de árvores classe⁻¹ ha⁻¹): classe 1: 282, 2: 157; 3: 111; 4: 90; 5: 79; 6: 73; 7: 69.

Para alcançar o meu propósito de aumentar a resolução temporal das estruturas do PAPI, estabeleço uma matriz de projecção para cada trimestre, de tal modo que o produto das quatro matrizes seja igual à M, para no fim do ano as estruturas desagregadas e agregadas serem idênticas.

Vou estabelecer as frequências das classes em 1 de Janeiro (igual à de 31 de Dezembro do ano anterior), 1 de Abril (igual à de 31 de Março), 1 de Julho (igual à de 30 de Junho), 31 de Dezembro. Tenho pois que ter uma matriz para a transição de cada um destes períodos para o trimestre seguinte.

As minhas conjecturas sobre a dinâmica intra anual do número de árvores das classes do pinhal bravo jardinado são as seguintes:

CONJ 1. O número de árvores mantém-se estável de 1 de Janeiro a 1 de Abril.

CONJ2. No período de 1 de Abril a 30 de Junho, as condições são favoráveis ao crescimento, os recursos abundam. Neste período, não só as árvores crescem bem, como também a competição se atenua, o auto-desbaste é menor, e ocorre uma sobre lotação do pinhal (existem mais árvores que as da estrutura estável). Nas classes de qualidade 20 e 16, prefiguro que este excesso não deve ultrapassar os 15% da existência estável. O PBJ atravessa um estado *transiente*.

CONJ3. De 1 de Julho a 30 de Setembro, as árvores continuam a ter algum crescimento, mas os recursos já não são tão abundantes, e como há um excesso anormal de árvores, a competição agudiza-se e o auto-desbaste é intenso. Assim, o número de árvores é reduzido.

CONJ4. De 1 de Outubro a 31 de Dezembro, a densidade mantém invariável.

A densidade constante, obtém-se recorrendo a uma matriz identidade de ordem 7 (I_7).

Este procedimento pode ser esquematizado de acordo com a figura 7.4.

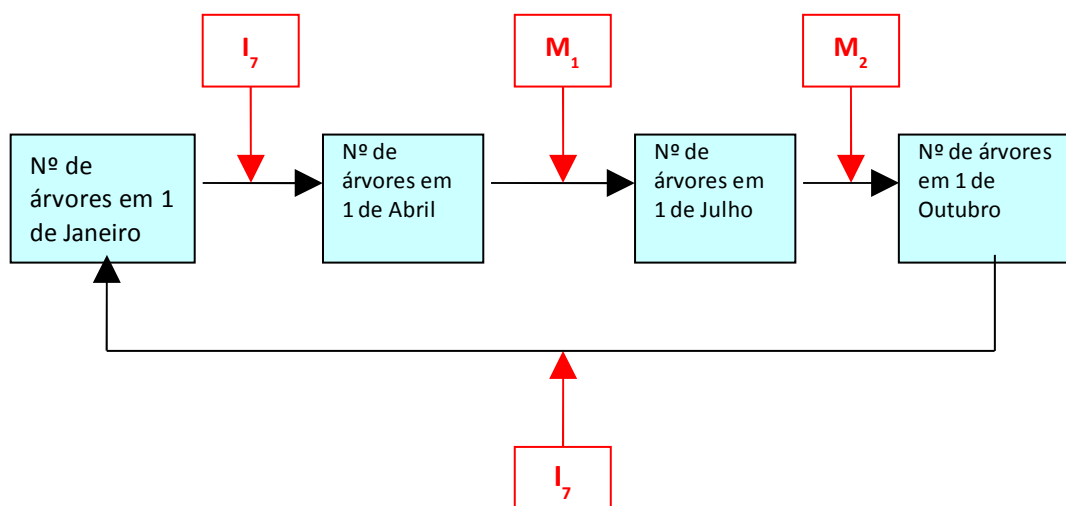


Figura 7.4. Estrutura da desagregação temporal da aplicação da matriz M

As matrizes mencionadas na figura 7.4 implicam:

$$I_7 \times M_1 \times M_2 \times I_7 = \text{Matriz M} \quad (7.14)$$

ou seja:

$$M_1 \times M_2 = \text{Matriz M} \quad (7.15)$$

A minha estimação da matriz M_1 é a seguinte:

7 Povoamentos Jardinados

$$\begin{bmatrix} 1,124 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,124 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,124 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,124 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,124 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,124 \end{bmatrix}$$

A matriz M_2 é assim descrita:

$$\begin{bmatrix} 0,376 & 0,193 & 0,243 & 0,288 & 0,288 & 0,288 & 0,256 \\ 0,321 & 0,314 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,367 & 0,369 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,397 & 0,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,415 & 0,418 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,427 & 0,43 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,434 & 0,436 \end{bmatrix}$$

Quando o povoamento exibe a sua estrutura estacionária atrás descrita, o número total de árvores por hectare, exibe a seguinte a dinâmica:

861(1/Jan) → 861(1/Abr) → 967(1/Jul) → 861(1/Out) → 861(31/Dez)

Na caixa 7.6, exibo o programa trimestre que aplica o algoritmo acabado de descrever. Produz um gráfico que exibe as frequências de cada classe e o total das árvores do PAPI (figura 7.5). O Scilab tem um código numérico de cores e aplica-o em sequência às curvas que vai traçando no gráfico. A figura 7.5 tem oito representações de variáveis. À linha do total cabe a cor 8 que é o branco,

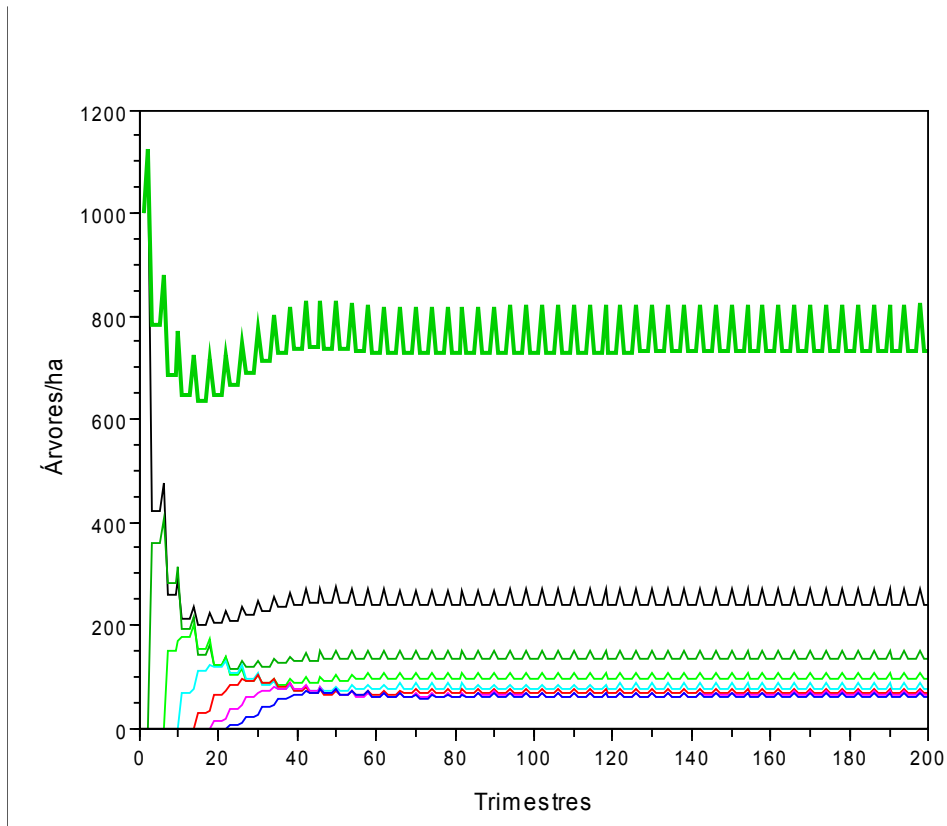


Figura 7.5. Gráfico gerado pelo programa trimestre com uma população inicial de 1000 árvores na classe 1. Gráfico formatado com os recursos da janela de gráficos do Scilab

por isso foi alterada para a cor verde (cor 15) e traço mais largo, como se exhibe. Do mesmo modo, mudei a cor da linha amarela por ser pouco contrastante com o fundo branco.

7 Povoamentos Jardinados

Caixa 7.6. Programa trimestre

```

//Programa trimestre para a projecção
//trimestral de um pinhal bravo jardinado
Y=[];Z=[];
m1=[1.124  0  0  0  0  0  0;
0  1.124  0  0  0  0  0;
0  0  1.124  0  0  0  0;
0  0  0  1.124  0  0  0;
0  0  0  0  1.124  0  0;
0  0  0  0  0  1.124  0;
0  0  0  0  0  0  1.124];
m2=[0.376  0.193  0.243  0.288  0.288  0.288  0.256;
0.321  0.314  0  0  0  0  0;
0  0.367  0.369  0  0  0  0;
0  0  0.397  0.4  0  0  0;
0  0  0  0.415  0.418  0  0;
0  0  0  0  0.427  0.43  0;
0  0  0  0  0  0.434  0.436];

i7=[1 0 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0 0;
0 0 0 1 0 0 0;0 0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 0 0 1];x=1:200;
y=[1000, 0, 0, 0, 0, 0, 0]';
for i=1:50
y=i7*y;
Y=[Y;y'];
Z=[Z sum(y)];
y=m1*y;
Y=[Y;y'];
Z=[Z sum(y)];
y=m2*y;
Y=[Y; y'];
Z=[Z sum(y)];
y=i7*y;
Y=[Y; y'];
Z=[Z sum(y)];
end
Y=[Y Z'];
xbasc()
plot2d(x, [Y])
xtitle(" ", "Trimestres", "Árvores/ha")

```

7.6 O Volume ou Biomassa Total do Auto-desbaste dos PAPI

A produção total de um PAPI é igual à do simétrico PPAR, dividida pelo número de anos das árvores de idade superior a t_0 , presentes no PAPI.

Assim, para volume do auto-desbaste teremos (eq. (6.23)):

$$y_{19t_0w} = \frac{-c \ln R_{-2} y_{13f} \sum_{t_0}^w ER_1^E}{w - t_0 + 1} \quad (7.16)$$

A biomassa total das árvores no auto-desbaste será (eq. (6.24)):

$$y_{0,6662t_0w} = \frac{-c \ln R_{-2} y_{0,6661f} \sum_{t_0}^w ER_{0,6666}^E}{w - t_0 + 1} \quad (7.17)$$

sendo $E = e^{-c(t-t_0)}$.

7.7 A Estrutura Modular dos PAPI

Para comodidade de leitura, lembremos as equações relativas à estrutura modular dos PPAR:

$$Ne_t = R_{-2}^{E_t} \text{ árvores módulo}^{-1} \quad (7.18)$$

$$Ae = 10000/y_{-21f} \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1} \quad (7.19)$$

$$Me = y_{-21f} \text{ módulos ha}^{-1} \quad (7.20)$$

Seja:

Nu número de árvores no módulo do PAPI;

Mu o número de módulos ha^{-1} no PAPI;

Au a área por módulo no PAPI (m^2).

Obviamente, dada a simetria tempo-espaço admitida:

$$Nu = \sum_{t_0}^{w+1} R_{-2}^{E_t} \text{ árvores módulo}^{-1} \quad (7.21)$$

Como as árvores de todas as idades ocupam uma área igual, a área de um módulo do PAPI será a de um módulo no PPAR multiplicada pelas idades de todas as árvores no PAPI ($w-t_0+1$):

$$Au = (w - t_0 - 1) \frac{10000}{y_{-21f}} \text{ m}^2 \text{ módulo}^{-1} \quad (7.22)$$

O valor de Mu será $10000/Au \text{ m}^2$ ou seja:

$$Mu = \frac{y_{-21f}}{(w - t_0 + 1)} \text{módulos ha}^{-1} \quad (7.23)$$

Vejam os um exemplo numérico global. Um PPAR de pinheiro bravo, numa classe de qualidade boa, com $y_{-210}=1943$ árvores ha^{-1} a que corresponde $y_{-21f}=1943/6.018=322$ árvores ha^{-1} e $w=79$ anos.

$Ne_{10}=1943$ árvores ha^{-1} ; $Ae=10000/322 \text{ m}^2=31,05 \text{ m}^2$; $Me=322$ módulos ha^{-1} .

$Nu=133$ árvores ha^{-1} ; $Au=2173,9 \text{ m}^2$; $Mu=4(,6)$ módulos ha^{-1} .

7.8 Bibliografia

Barreto, L. S., 1979. *Modelos Matriciais em Ecologia*. Série Estudos, n.º 10, Direcção Geral do Fomento Florestal, Lisboa.

Barreto, L. S., 1991. SPESS - A simulator for pure even aged self-thinned stands. *Ecoll. Modelling*, 54:127-132.

Barreto, L. S., 1995a. *Povoamentos Jardinados. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa.

Barreto, L. S., 1995b. The fractal nature of the geometry of self-thinned pure stands. *Silva Lusitana*, 3(1):37-52.

Barreto, L. S., 1996. Modelling and managing uneven-aged pure forests of Corsican pine and beech. *Silva Lusitana*, 4(2):185-198.

Barreto, L. S., 2000. *Pinhais Mansos. Ecologia e Gestão*. Estação Florestal Nacional, Lisboa.

Barreto, L. S., 2002. *Uneven-aged Stands of Pinus pinaster Ait. for Protection*. Research Paper SB-01/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.

Burel, A., 1888. *Étude sur la Constitution Normal des Forêts Jardinées*. Paris. Referido por Patronne (1944).

Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

Oliveira, A. C., 1985. *Tabela de produção geral para o pinheiro bravo nas regiões montanas e submontanas*. Direcção Geral das Florestas/Centro de Estudos Florestais, Lisboa.

Patronne, G., 1944. *Lezioni de Assestamento Forestale*. Tipografia Mariano Rici, Firenze.

Perona, V., 1885. Di alcuni metodi per determinar la ripresa dei boschi de taglio saltuario. *Ecco dei Campi e dei Boschi*, pp. 5 e seguintes. Referido por Patronne (1944).

Putto, A., 1890. *Traité d'Économie Forestière (Aménagement)*. Paris, páginas 201 e seguintes. Referido por Patronne (1944).

8 Índices de Crescimento, Regeneração e Sobrevivência

8.1 Introdução

É do conhecimento comum que cada região climática tem a sua flora específica, as suas formações vegetais, a sua fauna, e que numa mesma região existem espécies arbóreas que se comportam diferentemente quanto à longevidade, porte máximo que atingem, rapidez de crescimento, entre outros atributos que as diferenciam.

Nesta linha de pensamento, por exemplo, Krebs (1994:3), no seu conhecido livro de texto, define a ecologia como *o estudo científico das interações que determinam a distribuição e abundância dos organismos*.

Esta definição implica que a distribuição das espécies no nosso planeta não é casual, mas obedece a leis que a ecologia procura desvendar, atendendo por um lado às características do meio (físico e biológico) onde uma espécie está presente, e por outro lado aos atributos da sua biologia e auto-ecologia, isto é, à estratégia bionómica (EB) da espécie.

O estudo das EB procura estabelecer regularidades do tipo *ambientes com as características c_1, c_2, \dots, c_n são habitados por espécies com os atributos a_1, a_2, \dots, a_m* , ou equivalentemente *organismos com os atributos a_1, a_2, \dots, a_m ocupam locais com as características c_1, c_2, \dots, c_n* . Em resumo, estas duas asserções sintetizam a conjectura fundamental da ecologia: *ambientes e organismos estão nomológica ou causalmente relacionados*. Não surpreende que a EB das espécies seja um tema da maior relevância em ecologia e objecto de longa investigação.

Este assunto também é de importância inegável na perspectiva da silvicultura, pois a EB abarca atributos que estão no âmago da escolha das espécies a introduzir numa dada área, do crescimento dos seus povoamentos, e assim da sua resposta ao desbaste, rentabilidade das suas culturas e da competitividade em povoamentos mistos, entre outras situações, como se ilustrará adiante. É pois relevante sistematizar e caracterizar as essências florestais quanto aos seus padrões de crescimento e suas EB.

Neste capítulo, abordarei a caracterização dos padrões de crescimento das espécies arbóreas para no seguinte abordar a clarificação das suas EB.

O capítulo é informado por Barreto (2009) e tem o seu fundamento na minha teoria para os PAPI, descrita no capítulo 7.

8.2 Um Plano de Análise

Começo por estabelecer uma conjuntura que depois explorarei: *a sensibilidade do valor dominante (λ) da matriz de Leslie do modelo da estrutura etária de uma espécie deve reflectir a EB de uma espécie, em grande extensão*.

Agora vou estabelecer índices de crescimento (IC), regeneração (IR) e de sobrevivência (IS) para várias espécies europeias.

Para alcançar este desiderato, executo o seguinte procedimento:

- Estabeleço uma matriz de Leslie para cada espécie.

- Calculo os valores dominantes da matriz e determino as sensibilidades do valor próprio dominante ($\lambda=1$).
- Estabeleço os índices procurados.

As espécies usadas inserem-se no quadro 8.1. Em Barreto (2003) também estendo o procedimento a espécies norte-americanas.

No contexto da biologia evolutiva, a racionalização da conjectura proposta pode ser esquematizada na figura 8.1. A abordagem das EB na perspectiva da biologia evolutiva pode ser encontrada em Futuyama (1998:capítulo 19).

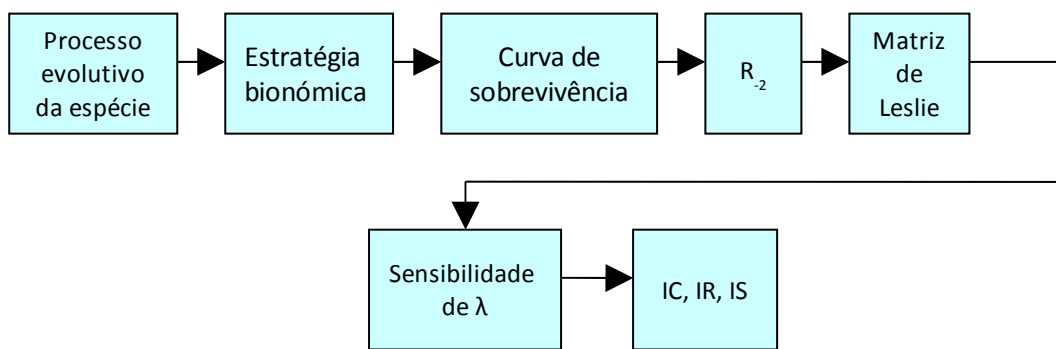


Figura 8.1. Racionalização diagramática da conjectura na perspectiva da biologia evolutiva

Quadro 8.1. Lista das espécies analisadas

Espécie	<i>Pinus pinaster</i>	<i>Alnus glutinosa</i>	<i>Bétula pendula</i>	<i>Pinus halepensis</i>	<i>Pinus sylvestris</i>	<i>Larix decidua</i>	<i>Acer pseudoplatanus</i>	<i>Fraxinus excelsior</i>
Acrónimo	Ppi	Agl	Bpe	Pha	Psy	Lde	Aps	Fex
Nome vulgar	Pinheiro bravo	Amieiro	Bétula	Pinheiro de Alepo	Pinheiro silvestre	Larício	Plátano bastardo	Freixo

Quadro 8.1. Continuação

Espécie	<i>Pinus nigra ssp. laricio</i>	<i>Pinus pinea</i>	<i>Quercus robur</i>	<i>Abies alba</i>	<i>Picea abies</i>	<i>Fagus sylvatica</i>
Acrónimo	Pni	Ppin	Qro	Aal	Pab	Fsy
Nome vulgar	Pinheiro larício	Pinheiro manso	Carvalho comum	Abeto-branco	Abeto-do-norte	Faia

8.3 As Matrizes de Leslie

As espécies são caracterizadas no quadro 8.2.

Utilizando a teoria e métodos descritos no capítulo 7, estabeleci as matrizes de Leslie de cada uma das espécies do quadro 8.1. Tomei como unidade de tempo a longevidade de cada

espécie e ignorei os últimos anos correspondentes a 20% da longevidade, para evitar as complicações da fase de senescência, como se exibe no quadro 8.3

Os elementos da matriz de Leslie (**A**) designam-se por a_{ij} , indicando o índice i a linha e j a coluna. Os únicos elementos da matriz diferentes de zero são os da primeira linha, associados à regeneração, e os associados às sobrevivências e transição das classes.

As matrizes de Leslie das treze espécies descrevem-se no quadro 8.4.

Quadro 8.2. Caracterização das espécies. 5= muito intolerante à sombra; 1=muito tolerante à sombra

Espécies	R_2	c	Longevidade Anos	Tolerância à sombra	Idade da primeira produção de semente
Ppi	6,018	0,050	100	5	15
Agl	11,555	0,029	150	5	15
Bpe	20,048	0,035	120	5	15
Pha	5,425	0,082	180	5	15
Psy	34,259	0,030	450	5	25
Lde	40,099	0,043	450	5	30
Aps	45,490	0,045	300	3	20
Fex	87,763	0,038	300	4	35
Pni	81,433	0,051	300	5	25
Ppin	11,918	0,105	250	5	15
Qro	125,937	0,041	500	4	40
Aal	167,470	0,031	450	1	50
Pab	210,04	0,042	300	3	40
Fsy	946,75	0,04	300	1	50

Quadro 8.3. Longevidades e estruturas etárias das espécies

Longevidade	Classes de idade	Espécies
100	0-9,10-19,...,70-79	Ppi
120	0-11,12-23,...84-95	Bpe
150	0-14,15-29,...,105-119	Agl
180	0-17,18-35,...,126-143	Pha
250	0-24,25-39,...,175-200	Ppin
300	0-29,30-59,...210-239	Aps, Fex, Pab, Pni
450	0-44,45-89,...,315-359	Aal, Lde, Psy, Qro

Quadro 8.4. Elementos das matrizes das espécies

	Ppi	Agl	Bpe	Pha	Psy	Lde	Aps	Fex	Pni
a ₁₁	0	0	0	0	0	0	0,196	0	0
a ₁₂	0,690	0,766	1,2982	1,1761	1,75415	2,841	3,266	7,452	13,128
a ₁₃	0,799	0,887	1,5045	1,363	2,95509	4,781	5,106	12,5542	22,116
a ₁₄	0,996	1,108	1,8743	1,698	3,26154	5,277	8,49	13,8561	24,41
a ₁₅	1,083	1,204	2,0366	1,845	3,78239	6,121	8,49	16,0688	28,31
a ₁₆	1,083	1,204	2,0366	1,845	3,78239	6,121	8,49	16,0688	28,31
a ₁₇	1,083	1,204	2,0366	1,845	3,78239	6,121	8,49	16,0688	28,31
a ₁₈	0,807	0,897	1,5196	1,376	2,58846	4,188	4,65	10,99663	19,373
a ₂₁	0,3766	0,3774	0,2823	0,1356	0,84046	0,0397	0,0378	0,03166	0,1296
a ₃₂	0,558	0,533	0,4404	0,679	0,57965	0,708	0,493	0,3793	0,487
a ₄₃	0,704	0,668	0,588	0,916	0,87786	0,961	0,833	0,7727	0,895
a ₅₄	0,808	0,773	0,7081	0,982	0,96522	1	0,967	0,8823	0,941
a ₆₅	0,882	0,845	0,7938	0,996	0,99099	1	1	1	1
a ₇₆	0,925	0,898	0,8572	1	0,9909	1	1	1	1
a ₈₇	0,953	0,932	0,909	1	1	1	1	1	1

Quadro 8.4. Continuação

	Ppin	Qro	Aal	Pab	Fsy
a ₁₁	0,091	0	0	0	0,0000
a ₁₂	7,6	10,707	17,453	25,84007	160,7997
a ₁₃	10,63	18,037	29,042	43,53118	309,9
a ₁₄	15,499	19,908	32,45	48,0439	450
a ₁₅	16,841	23,088	37,6332	55,71789	450
a ₁₆	16,841	23,088	37,6332	55,71789	450
a ₁₇	16,841	23,088	37,6332	55,71789	450
a ₁₈	9,136	15,8	25,754	30,13	350
a ₂₁	0,0117	0,1225	0,0074513	0,010294	0,001708
a ₃₂	0,829	0,607	0,61923	0,33139	0,2495
a ₄₃	0,989	0,941	0,93789	0,73956	0,7075
a ₅₄	1	1	0,99072	0,91679	0,9133
a ₆₅	1	1	0,9987	0,97407	0,9708
a ₇₆	1	1	1	0,99334	0,9924
a ₈₇	1	1	1	0,99832	1,0000

8.4 Os Índices de Crescimento

Obtidas as matrizes, calculo as matrizes das sensibilidades (S) e o índice de crescimento somando os seus elementos (s_{ij}) correspondentes às entradas não nulas da matriz de Leslie e depois achando a raiz quadrada, isto é defino IC como (Caswell, 2001, eq. (9.66)):

$$IC = \sqrt{\sum_{i,j} s_{ij}^2} \quad (8.1)$$

No quadro 8.5 exibo os elementos das matrizes S e os valores de IC.

8.5 Índices de Regeneração e Sobrevivência

A eq. (8.1) pode ser aplicada separadamente à primeira linha e aos elementos da sub diagonal, das matrizes das sensibilidades S, abrindo o caminho à obtenção dos índices de regeneração e de sobrevivência.

Começo por criar as duas seguintes variáveis:

$$G1 = \sqrt{\sum_{i,j} s_{ij}^2} \quad i=1; j=1, \dots, 8 \quad (8.2)$$

$$G2 = \sqrt{\sum_{i,j} s_{i,i-1}^2} \quad i=2, \dots, 8 \quad (8.3)$$

Quadro 8.5. Sensibilidades e IC do valor próprio dominante ($\lambda=1$) das matrizes do quadro 8.4

	Ppi	Agl	Bpe	Pha	Psy	Lde	Aps	Fex	Pni
S ₁₁	0	0	0	0	0	0	0,243	0	0
S ₁₂	0,088	0,091	0,075	0,027	0,0171	0,0080	0,009	0,0070	0,0030
S ₁₃	0,049	0,048	0,033	0,019	0,00099	0,0055	0,004	0,0026	0,0013
S ₁₄	0,035	0,032	0,019	0,017	0,00872	0,0053	0,004	0,0020	0,0012
S ₁₅	0,028	0,025	0,014	0,017	0,00841	0,0053	0,004	0,0018	0,0011
S ₁₆	0,025	0,021	0,011	0,017	0,00834	0,0053	0,004	0,0018	0,0011
S ₁₇	0,023	0,019	0,009	0,017	0,00826	0,0053	0,004	0,0018	0,0011
S ₁₈	0,022	0,018	0,008	0,017	0,00826	0,0053	0,004	0,0018	0,0011
S ₂₁	0,622	0,647	0,942	1,497	2,4250	4,951	5,165	6,9772	15,977
S ₃₂	0,309	0,324	0,381	0,251	0,2998	0,246	0,335	0,4450	0,353
S ₄₃	0,189	0,194	0,201	0,158	0,1645	0,154	0,171	0,1753	0,160
S ₅₄	0,122	0,122	0,117	0,118	0,1202	0,120	0,114	0,1214	0,122
S ₆₅	0,077	0,076	0,067	0,085	0,0849	0,087	0,079	0,0780	0,083
S ₇₆	0,045	0,043	0,037	0,054	0,0531	0,055	0,048	0,0490	0,052
S ₈₇	0,018	0,017	0,014	0,023	0,0214	0,022	0,017	0,0199	0,021
IC	0,743	0,773	1,049	1,535	2,276	4,962	5,186	6,995	15,98

Quadro 8.5. Continuação

	Ppin	Qro	Aal	Pab	Fsy
S ₁₁	0	0	0	0	0
S ₁₂	0,210	0,0024	0,00149	0,002332	0,00039
S ₁₃	0,002	0,0014	0,00092	0,00077	0,00010
S ₁₄	0,002	0,0013	0,00086	0,00057	0,00007
S ₁₅	0,002	0,0013	0,00085	0,00052	0,00006
S ₁₆	0,002	0,0013	0,00085	0,00051	0,00006
S ₁₇	0,002	0,0013	0,00085	0,00051	0,00006
S ₁₈	0,002	0,0013	0,00085	0,00051	0,00006
S ₂₁	16,399	16,275	26,7752	22,0067	132,5493
S ₃₂	0,208	0,285	0,2803	0,5018	0,6582
S ₄₃	0,153	0,156	0,1562	0,1793	0,1899
S ₅₄	0,120	0,119	0,1196	0,1147	0,1135
S ₆₅	0,086	0,086	0,0864	0,0780	0,0749
S ₇₆	0,052	0,054	0,0541	0,0479	0,0485
S ₈₇	0,018	0,022	0,0220	0,0193	0,0211
IC	16,343	16,279	26,7776	22,0136	132,5511

Defino agora o índice de regeneração como:

$$IR = G1 / (G1 + G2) \quad (8.4)$$

Semelhantemente o índice de sobrevivência escreve-se:

$$IS = G2 / (G1 + G2) = 1 - IR \quad (8.5)$$

A soma dos dois índices é igual a 1.

Os valores dos IR e IS das espécies europeias inserem-se no quadro 8.6.

Quadro 8.6. Índices de crescimento, regeneração e sobrevivência das espécies analisadas

Espécies	IC	IR	IS
Ppi	0,743	0,137657	0,862343
Agl	0,773	0,131377	0,868623
Bpe	1,049	0,076772	0,923228
Pha	1,535	0,032776	0,968224
Psy	2,276	0,010252	0,989748
Lde	4,962	0,003078	0,996922
Aps	5,186	0,044867	0,955133
Fex	6,995	0,001218	0,998782
Pni	15,982	0,000258	0,999742
Ppin	16,343	0,012691	0,987309
Qro	16,279	0,000259	0,999741
Aal	26,778	0,000097	0,999903
Pab	22,014	0,000124	0,999876
Fsy	132,55	0	1

Na figura 8.2 exibo uma representação gráfica dos IC das espécies.

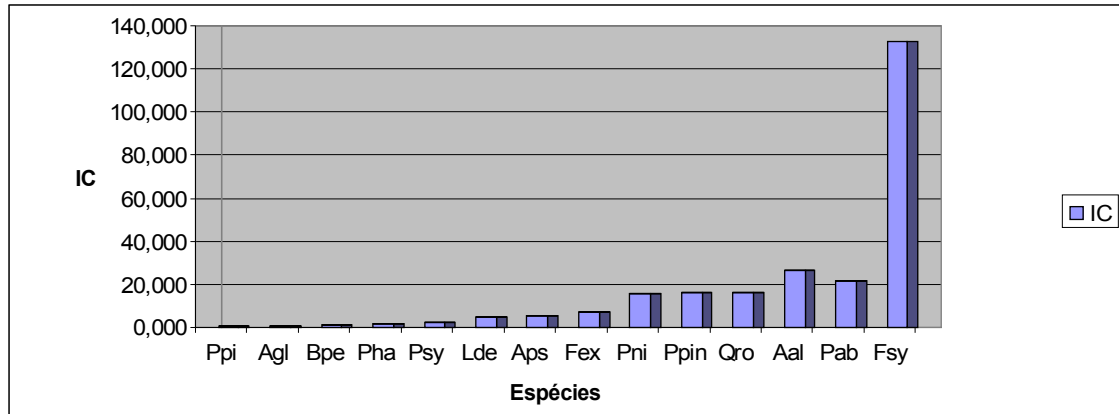


Figura 8.2. Gráfico dos IC das espécies. Para os acrónimos ver quadro 8.1

8.6 Informação Superveniente

A análise das matrizes de Leslie permite obter a informação sobre as espécies (e. g., Caswell, 2001:90-94) inserta no quadro 8.7, sobre as estruturas etárias estáveis e os valores reprodutivos das classes de idade.

8.7 O Programa ICIRISPB

Em benefício da controlabilidade dos resultados apresentados, na caixa 8.1, inscrevemos o programa ICIRISPB que calcula os IC, IR e IS para o pinheiro bravo.

A saída do programa é a seguinte:

```
Pinus pinaster
!Índice de crescimento:  0.7430656  !
!Índice de regeneração:  0.1374951  !
!Índice de sobrevivência: 0.8625049  !
exec done
```

Os valores do quadro 8.6 são confirmados.

No capítulo seguinte, os índices aqui apresentados serão interpretados na perspectiva das EB das espécies.

Quadro 8.7. Estruturas etárias estáveis (c) e valores reprodutivos (VR) das espécies estudadas

Espécies	Variáveis	Classe I	Classe II	Classe III	Classe IV	Classe V	Classe VI	Classe VII	Classe VIII
Ppi	c_i	0,46500	0,17510	0,09773	0,06884	0,05565	0,04906	0,05375	0,04324
	VR_i	1	2,655	3,521	3,865	3,550	2,797	1,852	0,807
Agl	c_i	0,48814	0,18276	0,09745	0,06507	0,05032	0,04251	0,03817	0,03557
	VR_i	1	2,671	3,574	4,022	3,770	3,036	2,040	0,897
Bpe	c_i	0,60983	0,17214	0,07582	0,04458	0,03156	0,02506	0,02148	0,01952
	VR_i	1	3,544	5,081	6,075	6,004	4,986	3,432	1,525
Pha	c_i	0,60878	0,08256	0,05607	0,05135	0,05044	0,05026	0,05026	0,05026
	VR_i	1	7,373	9,139	8,470	6,894	5,068	3,228	1,376
Psy	c_i	0,74656	0,6286	0,03643	0,03199	0,03088	0,03058	0,03032	0,03032
	VR_i	1	11,898	17,500	16,569	13,787	10,095	6,371	2,588
Lde	c_i	0,83119	0,03303	0,02339	0,02248	0,02248	0,02248	0,02248	0,02248
	VR_i	1	25,183	31,549	27,846	22,563	15,437	10,312	4,189
Aps	c_i	0,88329	0,03341	0,01648	0,01373	0,01327	0,01327	0,01327	0,01327
	VR_i	1	21,260	36,484	37,654	30,145	21,644	13,146	4,652
Fex	c_i	0,92107	0,02916	0,01106	0,00855	0,00754	0,00754	0,00754	0,00754
	VR_i	1	31,585	63,625	66,093	59,204	43,135	27,066	10,997
Pni	c_i	0,95594	0,01236	0,00602	0,00539	0,00507	0,00507	0,00507	0,00507
	VR_i	1	77,193	131,617	122,410	104,489	75,933	47,655	19,365
Ppin	c_i	0,94234	0,01098	0,00910	0,00900	0,00900	0,00900	0,00900	0,00900
	VR_i	1	77,764	84,715	74,980	59,544	42,753	25,948	9,128
Qro	c_i	0,94815	0,01161	0,00705	0,00664	0,00664	0,00664	0,00664	0,00664
	$VR_{i,i}$	1	81,629	116,834	104,986	85,073	61,981	38,890	15,801
Aal	c_i	0,96756	0,00721	0,00446	0,00419	0,00415	0,00414	0,00414	0,00414
	RV_i	1	134,205	188,546	169,684	138,520	101,019	63,387	25,754
Pab	c_i	0,97534	0,01005	0,00333	0,00246	0,00226	0,00220	0,00218	0,00218
	VR_i	1	97,144	215,165	232,076	200,735	148,877	93,784	38,130
Fsy	c_i	0,99650	0,00170	0,00042	0,00030	0,00027	0,00027	0,00026	0,00026
	VR_i	1	585,32	1700,9	1965,4	16587,7	1244,6	800,3	350,1

Antes de prosseguir, justifica-se resumir o percurso que levou aos IC, IR e IS, na figura 8.3.

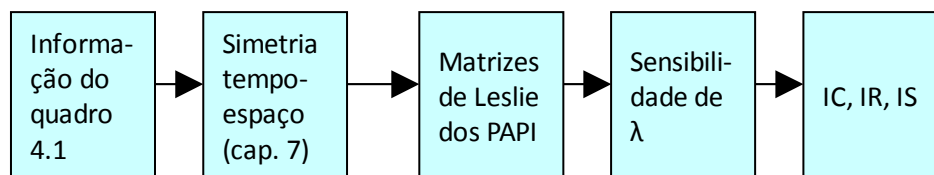


Figura 8.3. Diagrama da elaboração dos IC, IR e IS

Caixa 8.1. Programa ICIRISPB

```
//© L. S. Barreto, 2008 - Programa ICIRISPB
//Cálculo dos índices do pinheiro bravo
//Sensibilidade do valor próprio dominante de uma matriz
a=[0,0.69,0.799,0.996,1.083,1.083,1.083,0.807;...
0.3766,0,0,0,0,0,0,0;0,0.558,0,0,0,0,0,0;0,0,0.704,0,0,0,0,0;...
0,0,0,0.808,0,0,0,0;0,0,0,0,0.882,0,0,0;0,0,0,0,0,0.925,0,0;...
0,0,0,0,0,0,0.953,0];
[ab,x,bs]=bdiag(a,1/%eps);
[ic,ir]=find(ab'==max(ab'));
w=conj(inv(x));
v1=x(:,ic);
w1=real(w(ic,:))';
s=w1*v1';
//Cálculo do índice de crescimento
S1=0;
for i=1:7
    j=i+1;
    S1=S1+s(1,j)^2;
end
S2=0;
for k=1:7
    i=k+1;j=k;
    S2=S2+s(i,j)^2;
end
GI=(S1+S2)^0.5;
//Cálculo dos índices de sobrevivência e regeneração
IR=S1^0.5;IS=S2^0.5;T=IR+IS;
IR=IR/T;IS=IS/T;
g=string(GI);r=string(IR);s=string(IS);
disp("      Pinus pinaster")
disp(["Índice de crescimento:",g])
disp(["Índice de regeneração:",r])
disp(["Índice de sobrevivência:",s])
```

8.8 Bibliografia

- Barreto, L. S., 2008. The Reconciliation of the r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies. *Silva Lusitana*, 16(1):97-103.
- Barreto, L. S., 2009. *Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species*. *Silva Lusitana*, 17(1):83-95.
- Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc., Sunderland, U.S.A.
- Futuyma, D. J., 1998. *Evolutionary Biology*. Third edition. Sinauer Associates, Inc., Sunderland, Massachusetts, U. S. A.
- Krebs, C. J., 1994. *Ecology*. Fourth edition. Harper Collins, New York, U. S. A..

9 As Estratégias Bionómicas das Espécies Arbóreas

9.1 Introdução

Neste capítulo vamos abordar as estratégias bionómicas das espécies arbóreas. Dada a relevância desta temática, para a ecologia, não surpreende que vários autores a tenham abordado, segundo diversas perspectivas (Crawley, 1997; Grime, 1997). As classificações das EB propostas por MacArthur e Wilson (1967) dita do contínuo r-K e o modelo C-S-R proposto por Grime, que dele faz uma detalhada apresentação num seu livro (Grime, 1997) são duas das mais conhecidas e divulgadas.

Em Barreto (2008) apresento uma reinterpretação e quantificação do modelo r-K, a partir da qual construí a reconciliação destes dois modelos interpretativos das EB, mostrando que são equivalentes. Neste meu texto, o leitor/a pode encontrar os detalhes desta elaboração conciliatória.

Neste capítulo: a) apresento a minha reinterpretação do contínuo r-K; b) mostro como o crescimento das espécies se insere neste esquema interpretativo da biologia e auto-ecologia das espécies; c) descrevo as ferramentas analíticas para estabelecer as EB das espécies no contexto do modelo eleito e ilustro a sua utilização.

9.2 A Escolha do Modelo r-K

Sendo os dois modelos em referência equivalentes, impõe-se uma justificação da preferência pelo modelo r-K, preterindo o C-S-R: Ela apoia-se nos seguintes argumentos, que se tornarão mais claros com o avançar da exposição:

- É mais simples, por isso a sua interpretação e comunicação é mais fácil e menos susceptível a erros.
- É mais fácil de corroborar ou infirmar
- Baseia-se num conceito simples: localizar objectos num espaço unidimensional
- Requer processos computacionais muito mais simples que os da análise multivariada, requeridos pelo C-S-R, cujos resultados por vezes são de interpretação difícil e susceptíveis a algum grau de subjectividade.

9.3 Uma Incursão Lembradora do Modelo r-K

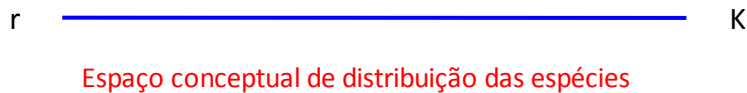
Embora tenhamos assumido que o leitor/a tem conhecimentos de ecologia e matemática suficientes para ler este livro sem dificuldade, em benefício da completude e clareza da exposição, apresento uma breve explanação sobre o modelo r-K das EB.

A concepção básica é que existem duas estratégias polarizadas, conceptuais e abstractas, do comportamento das espécies. Entre estes dois extremos ocorrem os casos concretos de materialização das EB, que as espécies realizam na dificuldade da constante luta pela sobrevivência e adaptação a um meio mutante, onde ocorrem factores a requerer respostas conflitantes. Em

resumo, uma EB é sempre uma situação de compromisso, raramente de optimização, onde por vezes a espécie exhibe características de conciliação, pelo menos, aparentemente difícil. Isto faz pressupor que a importância dos traços bio-ecológicos das espécies não devem ter todos a mesma relevância para a sua sobrevivência e uns serão de maior importância estratégica, na perspectiva bionómica.

Na designação do modelo, a conotação do **K** é a da “população de tamanho máximo” e do **r** de “rapidez de reprodução”. Estes dois objectivos dominantes do modo de vida, digamos assim, condicionam a natureza dos outros atributos estratégicos da espécie. Os estrategas **K** procuram a persistência e estabilidade da sua população: “quando aparecem é para ficar”. Os estrategas **r** procuram a oportunidade para ocupar rapidamente um espaço vago. Nestas duas perspectivas de vida, tudo o que diz respeito à reprodução é importante.

Uma tradução gráfica destes conceitos pode ser a apresentada sob a seguinte forma:



No contexto das espécies arbóreas, os estrategas **r** exibem:

Longevidade curta

Produção precoce de sementes, abundantes e facilmente dissemináveis

Intolerantes à sombra

Rápido crescimento inicial

Porte não muito elevado

Frugais e eficientes a aproveitarem os nutrientes do solo

Baixa capacidade competitiva

Por outro lado, os estrategas **K** exibem:

Longevidade elevada

Produção tardia de sementes grandes

Tolerância à sombra

Crescimento inicial menos rápido mas duradouro

Porte elevado

Relativamente exigentes quanto aos recursos do solo

Elevada capacidade competitiva

Agora, se quisermos classificar as EB das espécies recorrendo à sua localização no contínuo linear entre os pólos **r** e **K**, temos de fazer duas coisas:

a) Por uma escala no espaço linear entre eles (transforma a linha da figura 9.1 numa régua graduada);

b) Reduzir os diversos atributos bio-ecológicos das espécies a um valor dessa escala.

Nas secções seguinte, ocupo-me desta tarefa.

9.4 Uma Escala para o Contínuo r-K

Para simultaneamente criar uma escala para o contínuo r-K (fig. 9.1) e nela dispor as EB das espécies vou recorrer a um algoritmo (COMPTO) que propus em 1994 (Barreto, 1994) para abordar um problema do domínio da tomada de decisão, em situações de atributos múltiplos.

Dados dois arquétipos ideais, um do estratega K e outro do estratega r, o algoritmo permite estabelecer as proximidades relativas ao arquétipo r, r_p , e ao arquétipo K, K_p . Num dado ponto da escala, $r_p + K_p = 1$. Adoptarei daqui em diante K_p . Quanto maior for K_p mais próximo do arquétipo K está a EB de uma espécie. Obviamente $K_p = 0$ para o arquétipo r e $K_p = 1$ para o arquétipo K. Isto é, os diversos atributos quantificados de cada espécie são reduzidos a uma variável única: K_p .

O algoritmo COMPTO integra dois procedimentos anteriormente estabelecidos por outros autores: a medida da entropia da importância ou pesos dos atributos (Zeleny, 1982) e a “Technique for Order Preference and Similarity to Ideal Solution, TOPSIS” (Hwang and Yoon, 1984).

Depois de escolhermos os atributos, suas unidades, termos estabelecido os arquétipos e caracterizado os objectos (aqui as espécies arbóreas) o algoritmo calcula os valores de K_p e r_p , de cada um. Adiante exemplificarei uma destas classificações e apresentarei um programa em Scilab, para o efeito.

9.5 Uma Reinterpretação do Contínuo r-K

Em Barreto (2008), depois de aplicar o algoritmo COMPTO a 36 espécies europeias, caracterizadas pela longevidade, tolerância à sombra, idade da produção das primeiras sementes e um índice caracterizador do crescimento, além de obter a reconciliação dos modelos C-S-R e r-K, para este último estabeleci a reinterpretação exibida na figura 9.2 e quadro 9.1.

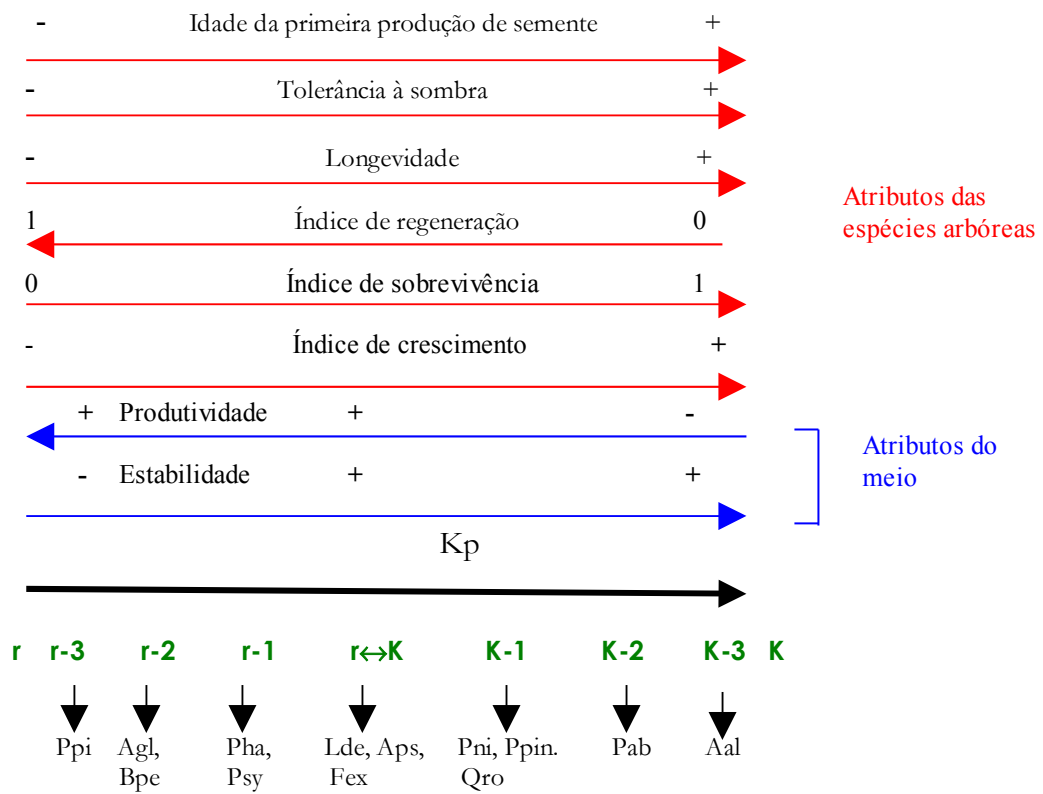


Figura 9.1. Reinterpretação do contínuo r - K , das estratégias bionômicas das espécies arbóreas

Quadro 9.1. Reinterpretação do contínuo r-K

Ambiente	Kp teórico	Kp central	EB
-	0		Arquétipo r
I	0,000001-0,142857	0,071	r-3
II	0,142858-0,285714	0,214	r-2
III	0,285715-0,428571	0,357	r-1
IV	0,428572-0,571428	0,50	r=K
V	0,571429-0,714285	0,613	K-1
VI	0,714286-0,857142	0,786	K-2
VII	0,857143-0,999999	0,929	K-3
-	1		Arquétipo K

Os ambientes mencionados no quadro 9.1 são assim descritos (Grime, 1997):

Ambiente I : lugares com baixos níveis de estabilidade e produtividade.

Ambiente II: lugares com altos níveis de estabilidade e produtividade.

Ambiente III: habitats onde a instabilidade conduz a competição para níveis moderados e o efeito do stress é baixo.

Ambiente IV: habitats mostrando estabilidade alta e produtividade alta.

Ambiente V: Ambientes onde a competição é contida por níveis moderados de instabilidade e stress.

Ambiente VI: Ambientes onde ocorrem stress de intensidade moderada e relativamente pouco instáveis.

Ambiente VII: habitats pouco produtivos mas com estabilidade alta.

9.6 Uma Aplicação do Algoritmo COMPTO

Vou aqui aplicar o algoritmo COMPTO às treze espécies europeias utilizadas no capítulo anterior e inscritas já na figura 9.1. Os atributos das espécies utilizados são descritos no quadro 9.2. Recorremos também ao IC calculado no capítulo anterior.

9 As Estratégias Bionômicas das Espécies Arbóreas

Quadro 9.2. Atributos bionômicos das espécies classificadas. L = longevidade em anos; T= tolerância à sombra : 5=muito tolerante. IPPS = idade da primeira produção de semente

Espécies	IC	L	T	IPPS
Ppi	0,7430	100	1	15
Agl	0,7730	150	1	15
Bpe	1,0490	120	1	15
Pha	1,5350	180	1	15
Psy	2,2760	450	1	25
Lde	4,9620	450	1	30
Aps	5,1860	300	3	20
Fex	6,9950	300	2	35
Pni	16,3430	250	1	15
Ppin	15,9820	300	1	25
Qro	16,2790	500	2	40
Aa	26,7780	300	3	40
Pab	22,0140	450	5	50
Fsy	132,5511	300	5	50

Caixa 9.1. Programa compteor

```

//(c) L. S. Barreto, 2008. Programa compteor
//compto;[IC longev. toler. à sombra Idade 1ª semente]
//5=muito tolerante;
B=[0.743 100 1 15;0.773 150 1 15;1.049 120 1 15;1.535 180 1 15;...
  2.276 450 1 25;4.962 450 1 30;5.186 300 3 20;6.995 300 2 35;...
  16.343 250 1 15;15.982 300 1 25;16.279 500 2 40;...
  22.0136 300 3 40;26.778 450 5 50; 132.5511 300 5 50];...
ad=[];ed=[];le=[];pa=[];pe=[];v=[];
n = 4;m = 14;
//pesos todos iguais a 0,25
W = .25*ones(1,4);
//arquétipo K
K=[135 600 5 100];
//arquétipo r
r=[0.7 60 1 5];
//Calcular a medição entrópica das distâncias
for i = 1:m
for j = 1:n
if B(i, j) > K(j) then ad(i, j) = K(j) / B(i, j);
else ad(i, j) = B(i, j) / K(j);
end
if B(i, j) > r(j) then ed(i, j) = r(j) / B(i, j);
else ed(i, j) = B(i, j) / r(j);
end
end
end
for j = 1:n
d(j) = 0;
for i = 1:m
d(j) = d(j) + ad(i, j);
end
end
k = 1 / log(m); e = 0;
for j = 1:n
nd(j) = 0;
for i = 1:m
nd(j) = nd(j) + (ad(i, j) / d(j)) * log(ad(i, j) / d(j));
end
nd(j) = -k * nd(j);
e=e+nd(j);
end
for j = 1:n
qb(j) = (1 - nd(j)) / (n - e);
end
sqw = 0;

```

Caixa 9.1. Continuação

```
for j = 1:n
sqw = sqw + qb(j) * W(j);
end
for j = 1:n
q(j) = (qb(j) * W(j)) / sqw;
end
//Calcular as proximidades euclidianas
for i = 1:m
sa(i) = 0; se(i) = 0;
for j = 1:n
sa(i) = sa(i) + q(j) ^ 2 * (1 - ad(i, j)) ^ 2;
se(i) = se(i) + q(j) ^ 2 * (1 - ed(i, j)) ^ 2;
end
la(i) = (sa(i))^0.5; le(i) = (se(i))^0.5;
end
//Calcular as proximidades relativas
for i = 1:m
pa(i) = le(i) / (la(i) + le(i)); pe(i) = 1 - pa(i);
end
//Saída de resultados e gráfico
disp(["Espécie","Prox. K","Prox. r"])
pk=string([pa]);pr=string([pe]);x=1:14;
esp=["Ppi" "Agl" "Bpe" "Pha" "Psy" "Lde" "Aps"...
"Flex" "Ppin" "Pni" "Qro" "Pab" "Aal" "Fsy"];
disp([esp;pk';pr']')
xset("font",2,3)
plot2d3(x,pa')
xlabel("Proximidade relativa ao arquétipo K","Espécies","Proximidade
relativa");
xgrid();
```

A listagem do programa insere-se na caixa 9.1. A sua saída, além do gráfico da figura 9.3., é a seguinte:

```
!Espécie Prox. K Prox. r !
!Ppi 0.0897015 0.9102985 !
! !
!Agl 0.1155037 0.8844963 !
! !
!Bpe 0.2528364 0.7471636 !
! !
!Pha 0.3531824 0.6468176 !
! !
!Psy 0.4119259 0.5880741 !
! !
!Lde 0.4686813 0.5313187 !
! !
!Aps 0.4770651 0.5229349 !
! !
```

9 As Estratégias Bionômicas das Espécies Arbóreas

```
!Fex 0.4875901 0.5124099 !  
!  
!Ppin 0.5155944 0.4844056 !  
!  
!Pni 0.5154355 0.4845645 !  
!  
!Qro 0.5213919 0.4786081 !  
!  
!Pab 0.5387518 0.4612482 !  
!  
!Aal 0.5543008 0.4456992 !  
!  
!Fsy 0.9308399 0.0691601 !
```

Execução feita.

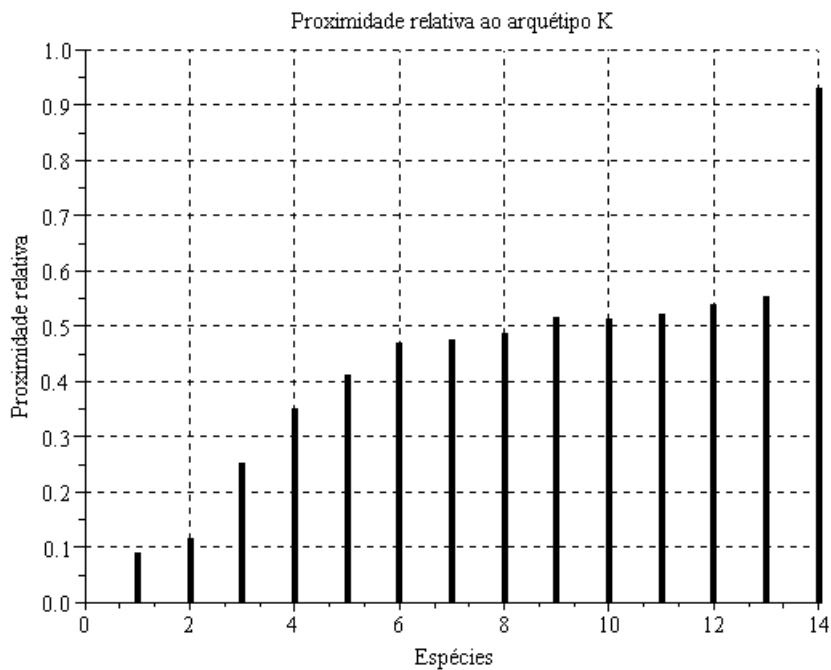


Figura 9.3. Saída do programa compteor. Gráfico posteriormente formatado com a interface da sua janela

Embora seja fácil identificar os atributos dos arquétipos na caixa 9.1, eles são destacados no quadro 9.3

Quadro 9.3. Atributos bionómicos dos arquétipos K e r

Arquétipo	IC	L	T	IPPS
K	135	600	5	100
r	0,7	60	1	5

Podemos agora resumir num quadro único a informação até aqui gerada sobre as treze espécies de que nos temos ocupado, no quadro 9.4

Quadro 9.4. Resumo da informação gerada sobre as espécies arbóreas analisadas

Espécies	IC	IR	IS	Kp	EB
Ppi	0,7430	0,13766	0,86234	0,08970	r-3
Agl	0,7730	0,13138	0,86862	0,11550	r-2
Bpe	1,0490	0,07677	0,92323	0,26413	r-2
Pha	1,5350	0,03278	0,96822	0,35318	r-1
Psy	2,2760	0,01025	0,98975	0,41192	r-1
Lde	4,9620	0,00308	0,99692	0,46868	r↔K
Aps	5,1860	0,04487	0,95513	0,47706	r↔K
Fex	6,9950	0,00122	0,99878	0,48759	r↔K
Pni	15,9820	0,00026	0,99974	0,51543	K-1
Ppin	16,3430	0,01269	0,98731	0,51559	K-1
Qro	16,2790	0,00026	0,99974	0,52139	K-1
Pab	22,0140	0,00012	0,99988	0,53875	K-2
Aal	26,7780	0,00010	0,99990	0,55430	K-3
Fsy	132,5511	0,00000	1,00000	0,93084	K-3

9.7 Comparação entre Espécies com diferentes EB

Nesta secção vou fazer várias comparações entre espécies com EB diferentes. Os quatro atributos estratégicos descritos no quadro 9.2 são suficientes para as distinguir quanto às EB, mas outras características distintivas podem ser destacadas, como faço no quadro 9.5. Nele comparo estratégias r-3, r↔K, K-1 e K-3.

Nos povoamentos florestais a proporção esmagadora da biomassa geralmente concentra-se no fuste. Para efeitos caracterizadores da dinâmica do volume em pé, rastreando graficamente os seus ACA e AMA, construí para cada espécie **um PPAR com o traço comum de terem aos 40 anos 400 m³** eventualmente por hectare, mas isto para os fins comparativos que perseguimos, neste contexto, é secundário. Em benefício da completude, e melhor apreciação, para cada grupo de espécies com a mesma estratégia elaborei os gráficos dos acréscimos mencionados que se exibem

9 As Estratégias Bionômicas das Espécies Arbóreas

nas figuras 9.4 a 9.8, abaixo inseridas. Um gráfico para uma visão mais abrangente e rápida é o da figura 9.9.

Chegados aqui, é altura de destacar algumas ocorrências analíticas, interpretá-las e expender alguns juízos de valor.

Quadro 9.5. Caracterização das árvores e PPAR de pinheiro bravo, freixo, carvalho comum e Abeto-do-Norte. IPS= idade da primeira produção de sementes; NSQ= número de sementes num quilograma; GS= germinabilidade da semente, 1= imediata, 2= próxima época de germinação, 3= depois de prazo alargado; TS= tolerância à sombra, 5= muito intolerante, 1= muito tolerante; IC= índice de crescimento; IR =índice de regeneração; IS= índice de sobrevivência. t_i^* = idade do MACA das variáveis com $EL=i$

Característica	Pinheiro bravo	Freixo	Carvalho comum	Abeto-branco
c	0,05	0,038	0,041	0.042
Estratégia bion.	r-3	r↔K	K-1	K-3
Longevidade	100-120	300	500	450
Altura máxima	30 m	40 m	42 m	60
IPS	15	35	40	40
NSQ	18000-20000	14000	250-300	20000.23000
GS	1	3	2	2
TS	5	4	4	1
IC	0,743	6,695	16,279	26,778
IR	0,138	0,001	0,000	0,000
IS	0,862	0,999	1,000	1,000
R_{-2}	6,018	87,767	125,937	210,040
$R_{0,66666}$	0,5498	0,2250	0,1995	0,1814
$t_{0,666}^*$	0	20	22	27
R_1	0,4076	0,1067	0,0891	0,0773
t_1^*	8	31	32	40
R_2	0,1662	0,0114	0,0074	0,0060
t_2^*	21	49	49	63
$R_{2,6666}$	0,0914	0,0026	0,0016	0,0011
$t_{2,666}^*$	27	58	55	73
R_3	0,0677	0,0012	0,0007	0,0005
t_3^*	30	60	58	76

Uma árvore, num povoamento de Pb, no termo da sua longevidade, pressupõe a existência de seis ($R_{-2}=6,018$) aos dez anos. O mesmo número para o freixo é de 87, para o carvalho comum 125 árvores, e para o abeto-branco 210 árvores.

Do mesmo modo, um metro cúbico de madeira aos dez anos, num pinhal bravo, gera 2,45 m^3 ($1/R_1$) de madeira no fim da longevidade. A mesma existência final para o freixo é de 9,37 m^3 , para o carvalho comum 11 m^3 e para o abeto-branco 12,94 m^3 .

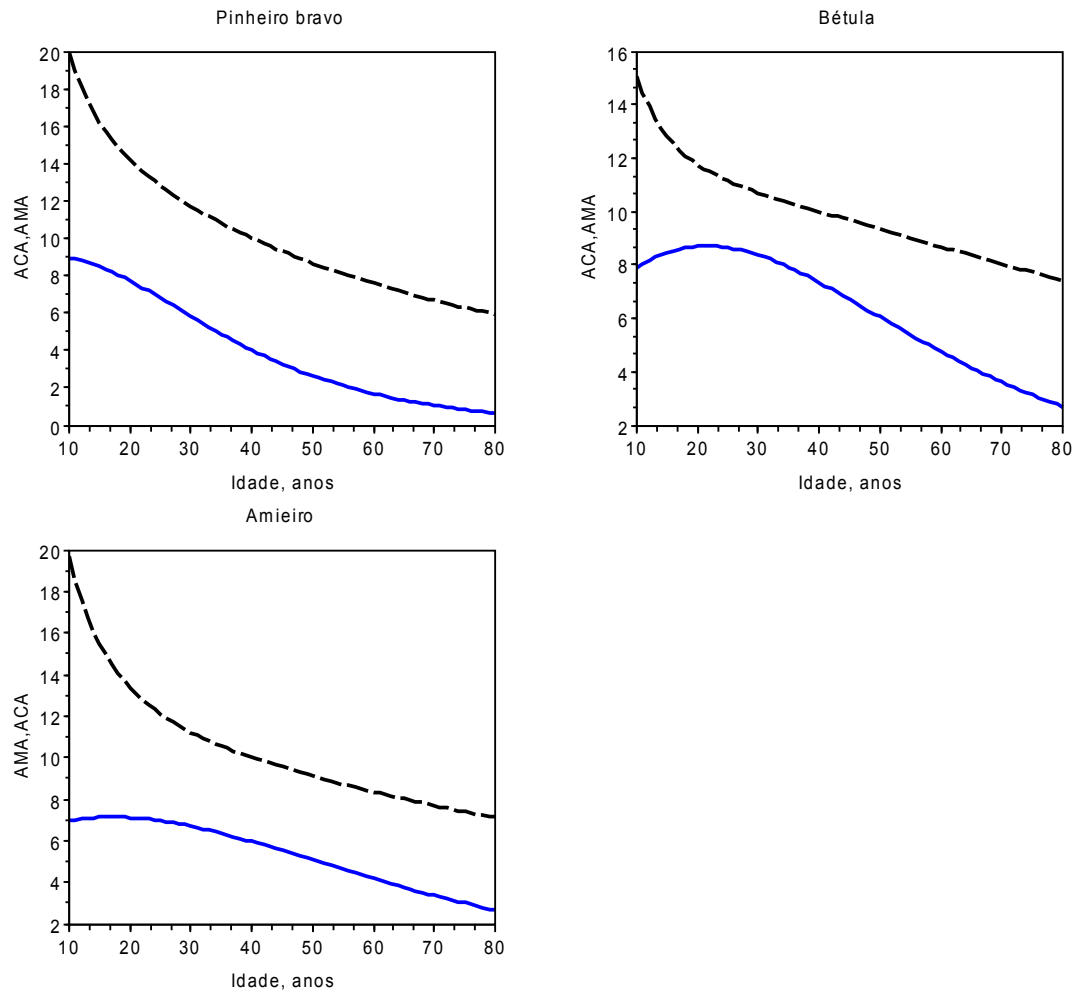


Figura 9.4. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) dos estrategas r-3 e r-2. $\text{m}^3 \text{ano}^{-1}$ unidade de área^{-1}

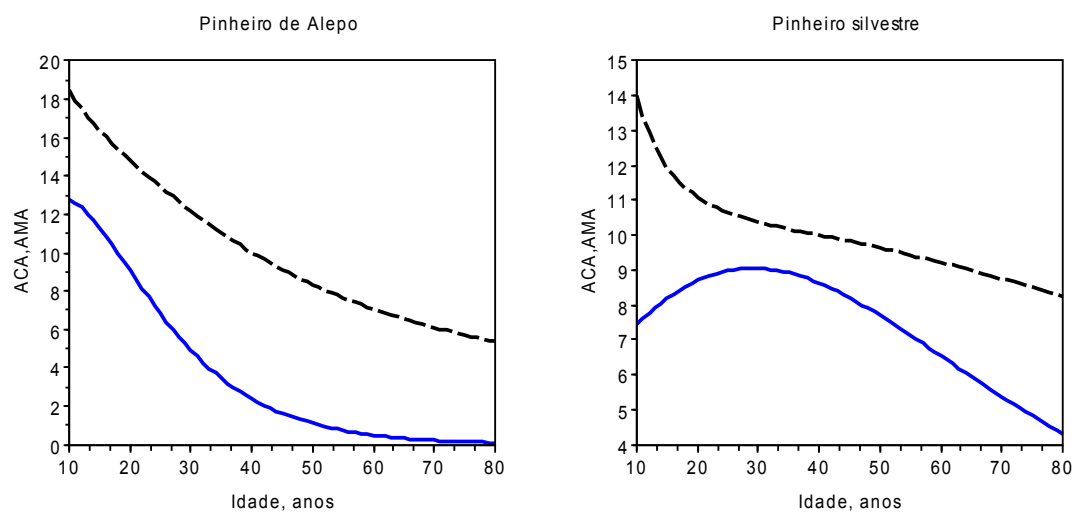


Figura 9.5. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) dos estrategas r-1. $\text{m}^3 \text{ano}^{-1}$ unidade de área^{-1}

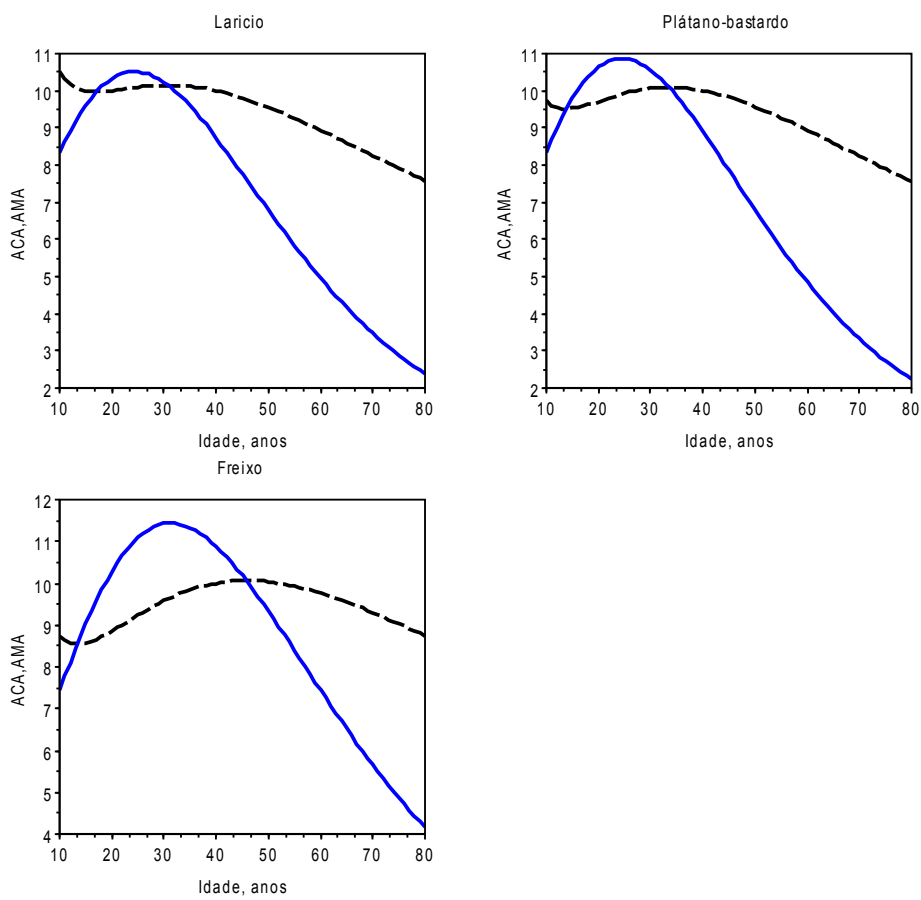


Figura 9.6. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) dos estrategas $r \leftrightarrow K$. $m^3 \text{ ano}^{-1} \text{ unidade de área}^{-1}$

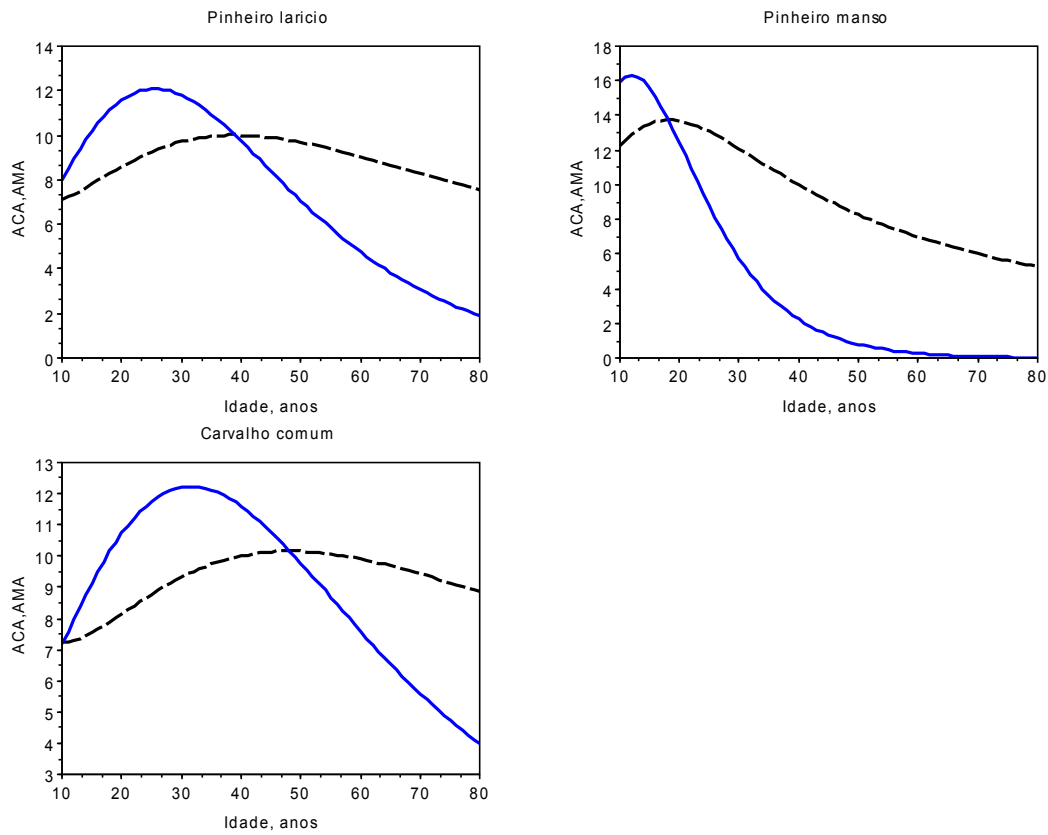


Figura 9.7. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) dos estrategas K-1. $m^3 \text{ ano}^{-1} \text{ unidade de área}^{-1}$

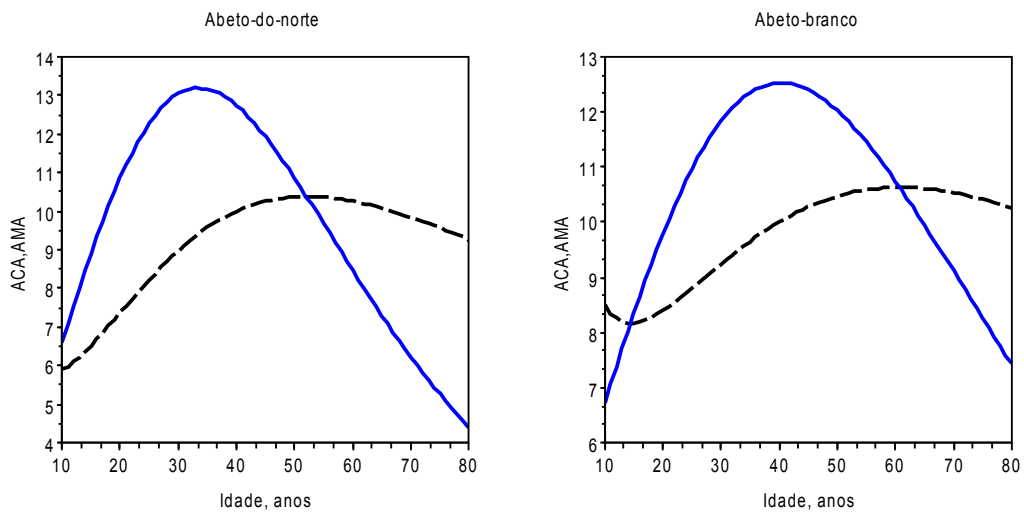


Figura 9.8. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) dos estrategas K-2 e K-3. $m^3 \text{ ano}^{-1} \text{ unidade de área}^{-1}$

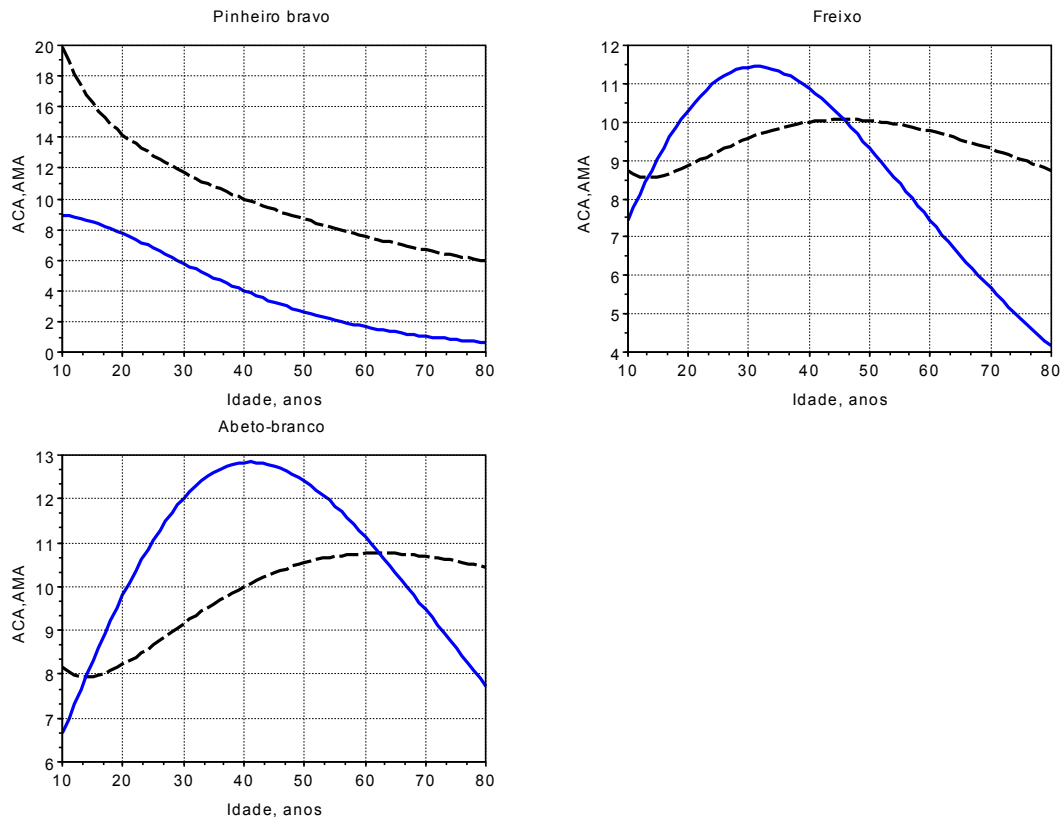


Figura 9.9. Acréscimos correntes (traço contínuo) e médios (tracejado) de estratégias r-3 (pinheiro bravo), $r \leftrightarrow K$ (freixo) e K-3 (abeto branco). $m^3 \text{ ano}^{-1} \text{ unidade de área}^{-1}$

Para os 40 anos, quando todos os povoamentos têm o mesmo volume em pé ($400 \text{ m}^3 \text{ unidade de área}^{-1}$) calculámos o ACA para os PPAR das treze espécies. O programa que criámos tem a seguinte saída:

```
!Ppi 4.0050479 !
!
!Agl 5.9463201 !
!
!Bpe 7.3440876 !
!
!Pha 2.3695945 !
!
!Psy 8.6207533 !
!
!Ide 8.7385996 !
!
!Aps 8.9070236 !
```

Espécie tipicamente mediterrânea

```
!
!Fex  10.876361 !
!
!Ppin  9.717848 !
!
!Pni   2.2297759 !           Espécie tipicamente mediterrânea
!
!Qro   11.590901 !
!
!Pab   12.526912 !
!
!Aal   12.740973 !
!
!Fsy   16.223376 !
```

Execução feita.

e o gráfico da figura 9.10.

O pinheiro de Alepo (espécie 4) e o pinheiro manso (espécie 10), na figura 9.10 e na saída numérica do programa utilizado, comportam-se como alienígenas, ou como muitas vezes hoje se diz, são *outsiders*. O mesmo se passa nas figuras 9.5 e 9.7, onde também surgem. Isto deve-se ao facto de serem dois pinheiros de cariz marcadamente mediterrânico, provenientes de uma flora e meio diferentes, onde tiveram a sua evolução. O método de análise desenvolvido revela suficiente sensibilidade para detectar esta diferenciação evolutiva.

A finalizar, conforme o exposto na figura 9.11, comparemos a dinâmica das produtividades primárias líquidas do pinheiro bravo, recorrendo a Barreto (2004) e do carvalho comum, apoiando-nos em Barreto (2010), As duas dinâmicas reflectem claramente as estratégias de uma espécie pioneira, oportunista, de crescimento inicial explosivo e vida efémera, e a de outra com as características de longevidade e competitividade de um estratega K, como o Qro.

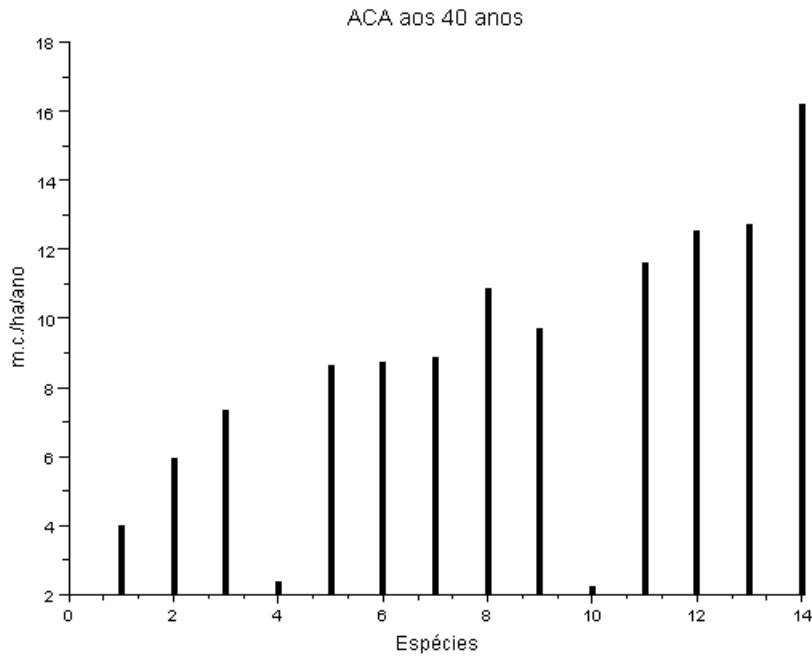


Figura 9.10. Acréscimos correntes dos PAPI das treze espécies aos 40 anos, com 400 m³ de volume em pé

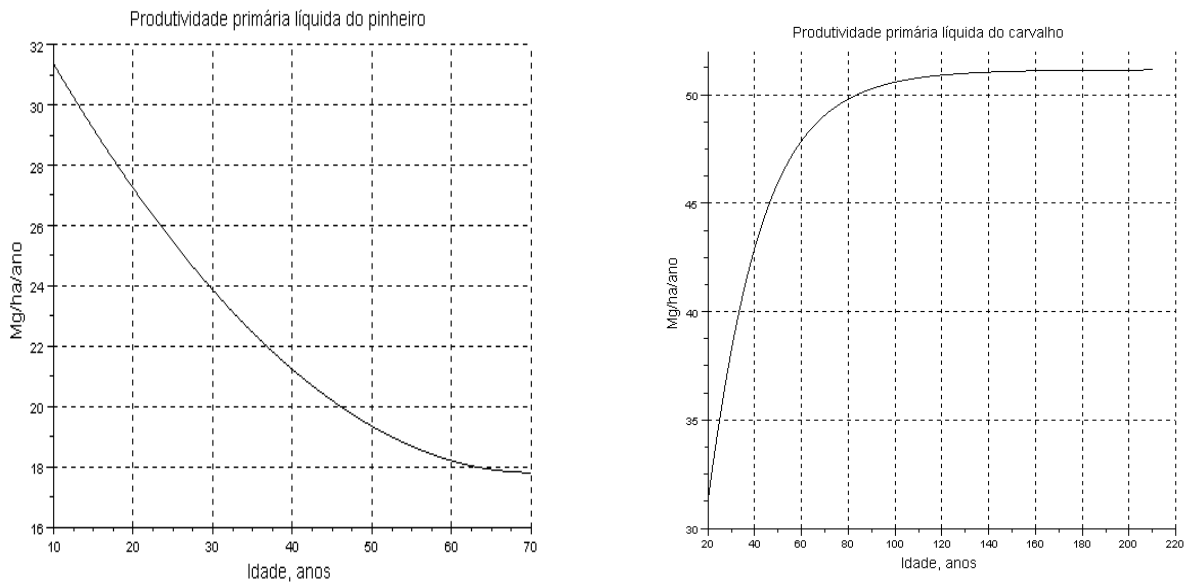


Figura 9.11. Padrões da dinâmica da produtividade primária líquida num PAPR de Ppi (r-3; altura dominante aos 40 anos=24 m; Fw=0,19), e num PAPR de Qro (K-1), caracterizado por exibir aos 20 anos 5000 árvores ha⁻¹, dap médio de 7,2 cm e altura média de 6m

9.8 Conclusões e Comentários

Sobre a informação do quadro 9.2 e figuras 9.4 a 9.9, destacamos o seguinte:

1. A coerência do ordenamento dos IC, IR e IS na classificação das EB mostra a sua consistência com os outros três atributos das espécies (quadros 9.2 e 9.4), do ponto de vista da estrutura de uma EB.
2. Por outro lado, dada a figura 8.2, também se confere um nível de verosimilitude vincadamente aceitável à informação do quadro 4.1, às conjecturas da simetria tempo-espaço entre os PPAR e PAPI (cap. 7), e da sensibilidade do valor próprio dominante λ , que suporta os IC, IR e IS.
3. Confirma-se ser possível escrutinar as EB recorrendo a um número parcimonioso de atributos estratégicos das espécies.
4. A informação gerada é coerente com a caracterização das estratégias, encontrada na literatura, exposta na secção 9.3. Por exemplo, IR decresce com K_p e o inverso acontece com o IC e o IS.
5. Se usarmos o conjunto de atributos [IR IS] para caracterizar as espécies arbóreas, o arquétipo r é descrito por [1, 0] e o arquétipo K por [0, 1].
6. A informação do quadro 8.7 pode agora ser vista na perspectiva das EB. Verifica-se a tendência para c_1 crescer de r para K . O mesmo acontece com a soma do VR de cada classe. Na maioria das espécies o máximo valor reprodutivo ocorre na classe IV.
7. O crescimento explosivo inicial dos estrategas $r-3$ e $r-2$, não permite que o ACA alguma vez seja superior ao AMA. Isto tem consequências importantes ao nível da economia do ordenamento dos seus povoamentos. A não ser que haja um forte gradiente de preço associado ao material de maiores dimensões, o valor de expectativa do solo é sempre decrescente. Para uma ilustração desta asserção ver Barreto (2004: capítulo 4).
8. No contínuo $r-K$, com o aumento da proximidade ao arquétipo K , aumenta a idade de ocorrência do máximo valor do ACA, e o volume deste.
9. O padrão de crescimento de uma espécie é uma sua característica bionómica distintiva e relevante. A resposta de um PAPI ao desbaste, não é insensível ao padrão de crescimento associado à EB da sua espécie, pelo que a análise aqui gerada tem também relevância prática.
10. As taxas relativas de mortalidade, das espécies utilizadas na figura 9.9, são exibidas na figura 9.12. Atendendo-se ao quadro 9.5, verifica-se que o carácter distintivo da EB não é o valor de c (o equivalente ao r – a taxa intrínseca de crescimento natural - na curva logística) mas R_{-2} . Os estrategas K têm plântulas mais pequenas mas com maior taxa relativa de crescimento (lembrem-se as relações entre os vários R_i ; caixa 6.1) e muito maior longevidade que os estrategas r , por isso também podem iniciar a produção de sementes mais tarde, e inicialmente atribuir os recursos que obtêm só à manutenção e crescimento. Estes aspectos são relevantes para a capacidade competitiva das espécies em povoamentos mistos (figura 9.2).

Os valores de K_p são sensíveis aos valores dos atributos dos arquétipos, mas as posições relativas das espécies, o seu ordenamento no espaço linear $r-K$, não o é. O estudo exaustivo das espécies arbóreas de uma zona ou região bio-climática pode permitir usar arquétipos com maior representatividade, digamos assim, ou mesmo usar os valores extremos dos atributos das espécies para os construir.

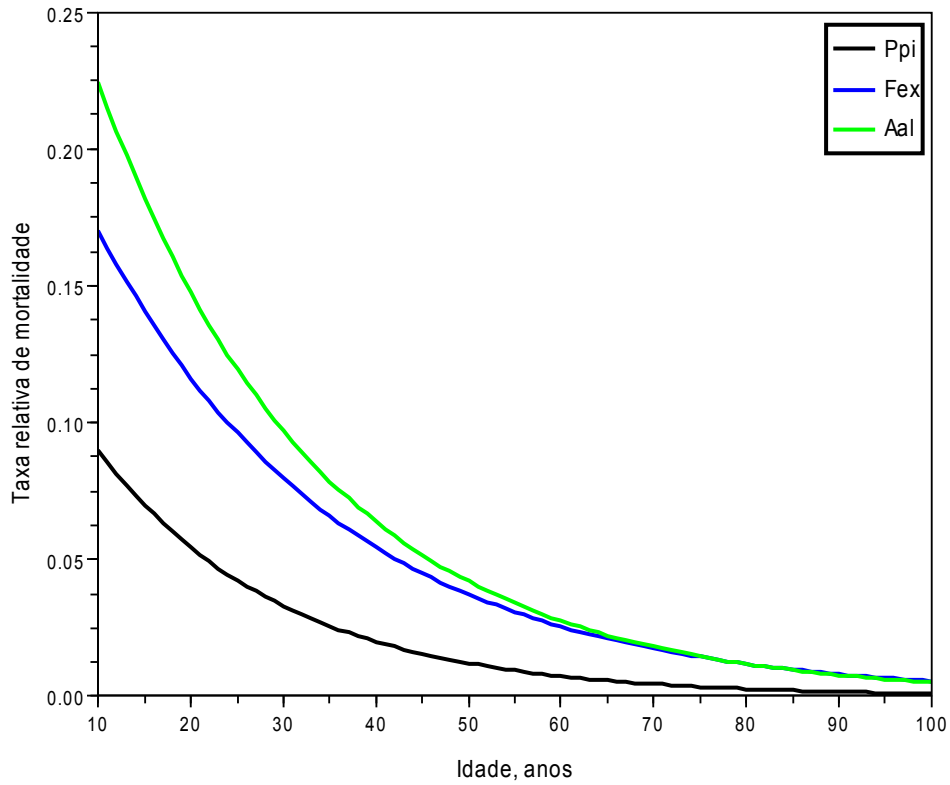


Figura 9.12. Taxas relativas de mortalidade do pinheiro bravo (r-3), freixo (r↔K) e abeto-branco (K-3)

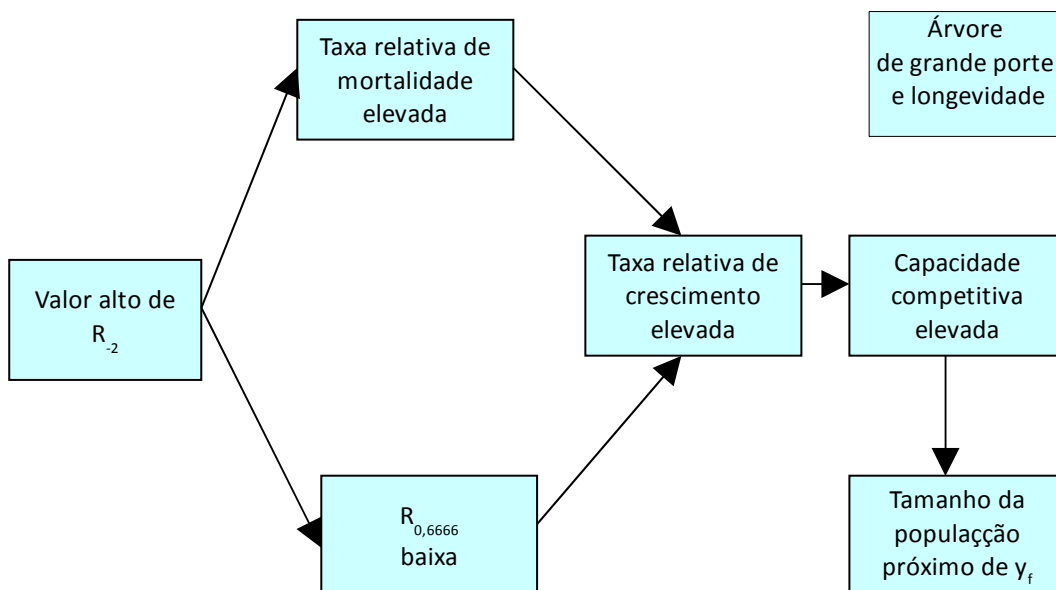


Figura 9.13. Características de crescimento dos estrategas K e o seu comportamento estratégico

Não devemos esquecer que não há classificações absolutas. As classificações são um compromisso e uma convenção.

9.9 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1994. *Alto Fuste Regular. Instrumentos para a sua Gestão*. Publicações Ciência e Vida, Lda., Lisboa, Portugal.
- Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2009. Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species. *Silva Lusitana* 17(1):83-95.
- Barreto, L. S., 2008. The Reconciliation of the r-K, and C-S-R Models for Life-History Strategies. *Silva Lusitana*, 16(1):97-103.
- Barreto, L. S., 2010. *Introducing Simulator SB-IberiQu, and Algorithm SB-AloThin*. Pre-print 03/10. Costa de Caparica. Divulgação restrita
- Brezeziecki, B., Kienast, F., 1994. Classifying the Life-History Strategies of trees on the Basis of the Grimean Model. *Forest Ecology and Management* 69:167-187.
- Crawley, M. J., 1997. Life History and Environment. Em M. J. Crawley, Ed., *Plant Ecology*, Segunda edição. Blackwell Science, Oxford, United Kingdom. pp. 73-131.
- Grime, J. P., 1997. *Plant Strategies, Vegetation Processes, and Ecosystem Properties*. Segunda edição. John Willey & Sons, Ltd., New York, E.U.A.
- Hwang, C. L. e Yoon, K., 1984. *Multiple Attribute Decision Making*. Springer-Verlag, New York, E.U.A.
- Yoon, K.P. e C. L. Hwang, 1995. *Multiple Attribute Decision Making. An Introduction*. Sage Publications, Inc., Thousand Oaks, California, E.U.A.
- MacArthur, R. H., Wilson, E. D., 1967. *The Theory of Island Biogeography*. Princeton University Press, Princeton, E.U.A.
- Sala, G., 1957. *Vivai Forestali*. Ramo Editoriale degli Agricoltori, Roma.
- Zeleny, M., 1982. *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York, U. S. A.

10 Análise do Desbaste

10.1 Introdução

Entre outros atributos, a abordar mais tarde, o valor de uma teoria está na sua capacidade de explanação, predição, e de abrir novos campos à inquirição intelectual (fecundidade) permitindo assim alargar o conhecimento disponível. Este capítulo e o seguinte ilustram esta capacidade da minha construção teórica. Vou aplicá-la aos dois seguintes problemas:

- Os efeitos do desbaste
- A verificação da eventual existência, de uma relação homóloga à lei de Kleiber, para as plantas, em particular as árvores. Esta lei, que se encontra em qualquer livro de texto de ecologia, afirma que a taxa de metabolismo basal dos animais (TMB) é proporcional ao seu peso (W) elevado à potência 0,75. Isto é,

$$TMB \propto W^{0,75} \quad (10.1)$$

Abordo primeiro, neste capítulo, o desbaste.

O valor de uma teoria, para a estrutura e dinâmica do arvoredado, tem sempre um teste crucial a suportar: a sua eventual contribuição para esclarecer o efeito do desbaste. Depois de ter estabelecido os aspectos mais importantes da minha teoria para os povoamentos florestais puros, lutei com este problema durante uma década, no enquadramento conceptual descrito na figura 8.1.

A bibliografia sobre os desbastes é vasta e o tema deste livro não é a silvicultura. Por isso limito-me a um só registo. Uma clarificação dos efeitos do desbaste recorrendo à simulação pode ser encontrada em Barreto (1994).

10.2 Uma Nótula Histórica

O desbaste começou por ser uma exploração do arvoredado para responder à procura de lenho de pequenas dimensões, para queima, vedações, tutores para vinhas, etc.

Só no séc. XVI, começou a praticar-se como uma operação cultural, tendo sido este procedimento interrompido após a Guerra dos Trinta Anos. No fim do séc. XVIII, o desbaste renasceu como intervenção cultural para beneficiar o arvoredado remanescente, passando os seus efeitos a ser entendidos e apreciados (Puettmann, Coates e Messier, 2009:21-22).

Hoje, os desbastes são praticados visando (figura 10.1):

- Aumentar o valor do povoamento deixado no terreno
- Produzir algum rendimento
- Como corte de salvação, em antecipação de mortalidade
- Melhorar a qualidade do material lenhoso, libertando mais espaço para o crescimento das árvores remanescentes
- Eventualmente alterar a composição da floresta
- Reduzir o risco de acção de agentes destruidores (vento, fogo, insectos)

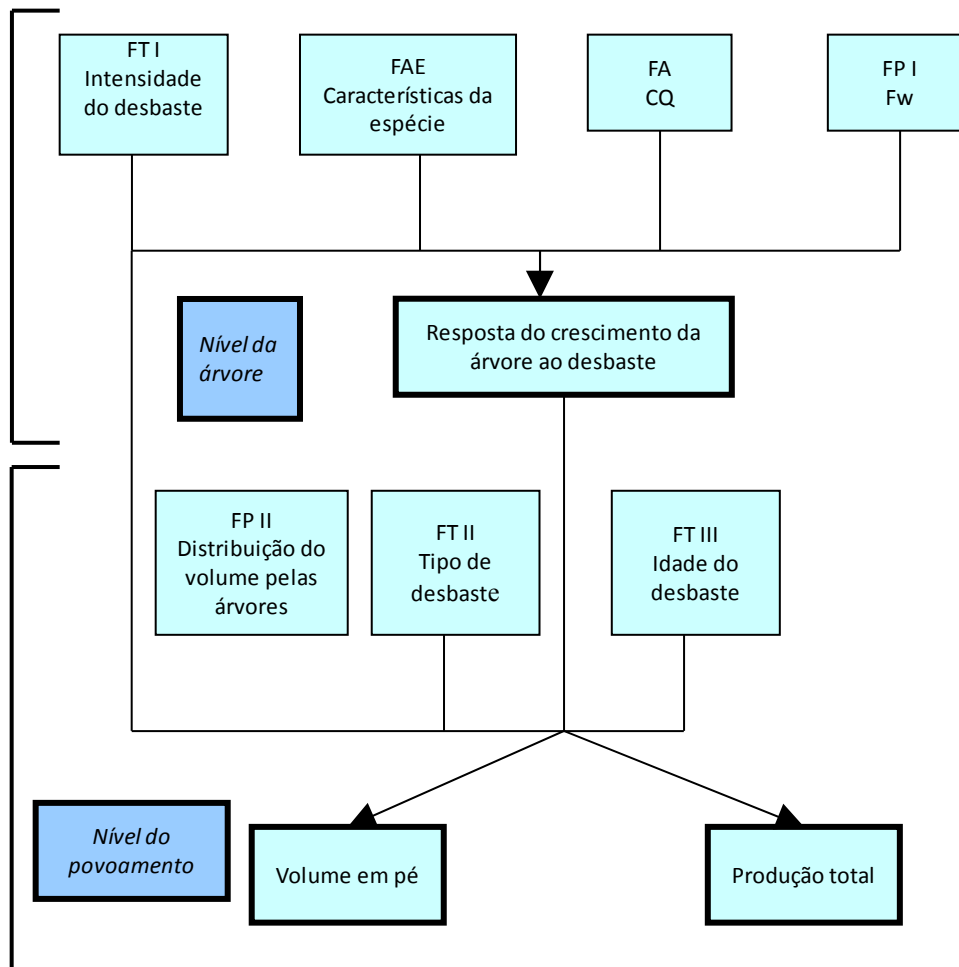


Figura 10.1. Esquema básico da interpretação dos efeitos dos desbastes. FA= factor ambiental; FAE= factor auto-ecológico; FP= factor populacional; FT= factor técnico. Reproduzido de Barreto (2004)

10.3 O Método SOBA

Depois de vários anos de tentativas infrutíferas, em 2001, estabeleci o método SB-BARTHIN (Barreto, 2001b) para simular os efeitos do desbaste no crescimento do dap (y_{11}) e da altura (y_{12}), das árvores. Isto só foi então possível, por entretanto ter estabelecido o método SOBA (Barreto, 1995, 2001a, b) que me permitiu, finalmente, modelar os efeitos do desbaste nas duas variáveis mencionadas.

O que o método SB-BARTHIN (MSB) aproveitou do método SOBA foi o simulador construído para este. O simulador associado ao método SOBA permite simular um PPAR de uma espécie, conhecendo-se a idade dominante aos 40 anos, y_{12d40} , de idade e o Fw, desde que antes se tenham estabelecido as equações necessárias.

Para o pinhal bravo, o procedimento básico associado ao simulador, no caso do espaçamento quadrado, é o seguinte:

1. Calcular o índice de performance, $s = y_{12d40} Fw$.

10 Análise do Desbaste

2. Estabelecer a densidade final, $y_{-21f} = 6700,12 / s^2$
3. Obter o parâmetro k. Se $y_{2d40} > 22$ m $\rightarrow k = (-1625 Fw + 939,75) / 100$; se $18 \leq y_{2d40} < 22$ m $\rightarrow k = (-1450 Fw + 876,5) / 100$; $18 > y_{2d40} \rightarrow k = (-1225 Fw + 790,75) / 100$
4. Obter o diâmetro final, $y_{11f} = 1,221883 k s$
5. Obter o volume em pé final, $y_{13f} = 32,388 + 37.311731 (y_{12f} / 200)^2 y_{-21f} m^3 ha^{-1}$.
6. Posteriormente, quando estabelecia o método SB-BARTHIN, estabeleci o procedimento para obter a altura média final, y_{12f} . $y_{2d40} > 22$ m $\rightarrow k_h = -95 Fw + 0,9405$; se $18 \leq y_{2d40} < 22$ m $\rightarrow k_h = -0,875 Fw + 0,99275$; $18 > y_{2d40} \rightarrow k_h = 0,925 Fw + 0,99275$. A altura média final é dada por $y_{12f} = k_h y_{11f}$

As variantes deste procedimento foram utilizadas para simular o efeito do desbaste no pinhal bravo, num conjunto de pressupostos e operações encadeadas que denomino o método (MSB).

Fica assim evidente que é possível escrutinar o efeito do desbaste nos crescimentos do dap e da altura, nos PPAR de qualquer espécie, desde que se tenham estabelecido as equações seguintes:

$$y_{-21f} = G s^{-1} \quad (10.2)$$

(Cf. Barreto, 1995:41)

$$y_{11f} = \text{constante } f(Fw) s \quad (10.3)$$

$$y_{12f} = g(Fw) y_{11f} \quad (10.4)$$

Para o caso do pinhal bravo, ilustrarei esta asserção na secção seguinte.

10.4 O Método SB-BARTHIN

10.4.1 As Equações Básicas

Esta secção segue de perto Barreto (2001b).

O MSB tem um conjunto de passos que podem ser agrupados em dois conjuntos com propósitos diferentes, mas complementares. A primeira estabelece o efeito do desbaste nos valores do dap e altura médios do PPAR (ou de uma classe de dap), uma década depois da sua execução. Na segunda parte, ajusta-se a densidade às novas dimensões da árvores. Passo a descrever e a exemplificar a sua aplicação ao pinheiro bravo, de modo a emergirem os vários problemas que a sua construção criou, e a solução proposta.

Parte I.

Passo 1. Projectar o povoamento desbastado como um PPAR, desde a idade do desbaste t , até à idade $t+10$. Isto executa-se recorrendo ao valores inseridos no quadro 10.1 e às equações seguintes:

$$y_{11t+10} = y_{11t} Prx(t) \quad (10.5)$$

$$y_{12t+10} = y_{12t} Prx(t) \quad (10.6)$$

$$Y_{-21t+10} = Y_{-21t} P_{ry-211t} \quad (10.7)$$

Esta projecção pode ser feita, para qualquer idade, recorrendo a um dos vários simuladores que disponibilizei para o pinhal bravo (Barreto, 2002a, b, c; 2004).

Posso agora aplicar o efeito do desbaste a y_{11t+10} , y_{12t+10} e $y_{-21t+10}$.

Passo 2. Introduzir o efeito do desbaste no dap e na altura multiplicando os seus valores por constantes adequadas R_d e R_h . Isto é, obter:

$$Y_{11t+10desb} = Y_{11t+10} R_d \quad (10.8)$$

$$Y_{12t+10desb} = Y_{12t+10} R_h \quad (10.9)$$

Temos agora de estabelecer os valores de R_d e R_h . É aqui que entra o método SOBA modificado (secção anterior).

Quadro 10.1. Valores de $P_{rx}(t)$ e $P_{ry-211t}$, a utilizar com as eqs. (10.5)-(10.7)

	Idade						
	10	15	20	25	30	35	40
$P_{rx}(t)$	1,425	1,317	1,239	1,182	1,139	1,106	1,082
$P_{ry-211t}$	0,493	0,577	0,652	0,716	0,771	0,817	0,853

10.4.2 O Estabelecimento de R_d e R_h

Utilizei, então uma variante do meu simulador SB-SOBA.MP (Barreto, 2001a). Para este efeito realizei com elas duas simulações:

Simulação 1. Projectar o povoamento desbastado como um PPAR, para a década seguinte.

Simulação 2. Projectar um PPAR com o novo Fw do desbastado até à década seguinte.

Podemos obter um valor não calibrado de R_d e R_h estabelecendo a razão:

$$R_d \text{ ou } R_h = \frac{\text{Valor do dap ou altura obtido com a simulação 2}}{\text{Valor do dap ou altura obtido com a simulação 1}} \quad (10.10)$$

A história de uma árvore afecta o seu futuro crescimento, por isso ela não consegue alcançar o crescimento das árvores da simulação 2, uma década depois, mas só uma fracção dele. Por isso, multiplicamos os valores dados pela eq. (10.10) por um **factor de recuperação** que assumimos igual a 0,70.

Para o pinheiro bravo, considerei alturas dominantes aos 40 anos de 24, 20 e 16 metros (CQQ). Em cada classe de qualidade considerei os seguintes valores de Fw: 0,19; 0,21; 0,23.

Defino a intensidade do desbaste (id) como a fracção de árvores removidas. Assumi os seguintes valores de $id=0,10, 0,15, \dots, 0,50$, nas idades de 10, 15, ... 40 anos.

No quadro 10.2 insiro os valores de Fw logo após o desbaste e, no quadro 10.3, os valores finais de R_d e R_h .

10 Análise do Desbaste

Quadro 10.2. Valores de Fw logo após o desbaste

Fw	id %								
	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0,19	0,200	0,206	0,212	0,219	0,227	0,236	0,245	0,256	0,269
0,21	0,221	0,227	0,235	0,242	0,251	0,260	0,271	0,283	0,297
0,23	0,242	0,249	0,257	0,265	0,275	0,285	0,296	0,310	0,325

Quadro 10.3. Os valores de Rd e Rh, quando o factor de recuperação é igual a 70%

A. CQ=24 metros

id %	Fw=0,19		Fw=0,21		Fw=0,23	
	Rd	Rh	Rd	Rh	Rd	Rh
10	1,013	1,009	1,013	1,005	1,013	1,000
15	1,022	1,013	1,022	1,006	1,018	1,000
20	1,031	1,017	1,030	1,007	1,023	1,000
25	1,041	1,020	1,037	1,007	1,027	1,000
30	1,051	1,022	1,043	1,007	1,030	1,000
35	1,060	1,022	1,050	1,007	1,031	1,000
40	1,069	1,022	1,054	1,007	1,031	1,000
45	1,077	1,022	1,057	1,007	1,031	1,000
50	1,083	1,022	1,057	1,007	1,031	1,000

Quadro 10.3. Continuação

B. CQ=20 metros

id %	Fw=0,19		Fw=0,21		Fw=0,23	
	Rd	Rh	Rd	Rh	Rd	Rh
10	1,020	1,011	1,017	1,007	1,013	1,003
15	1,030	1,017	1,025	1,010	1,020	1,003
20	1,041	1,022	1,034	1,013	1,026	1,003
25	1,051	1,026	1,042	1,014	1,031	1,003
30	1,062	1,030	1,050	1,015	1,036	1,003
35	1,073	1,033	1,057	1,015	1,040	1,003
40	1,083	1,034	1,064	1,015	1,042	1,003
45	1,093	1,034	1,069	1,015	1,042	1,003
50	1,102	1,034	1,072	1,015	1,042	1,003

C. CQ=16 metros

id %	Fw=0,19		Fw=0,21		Fw=0,23	
	Rd	Rh	Rd	Rh	Rd	Rh
10	1,022	1,016	1,018	1,009	1,017	1,007
15	1,034	1,022	1,028	1,013	1,025	1,008
20	1,045	1,029	1,038	1,017	1,033	1,010
25	1,057	1,034	1,048	1,020	1,040	1,010
30	1,070	1,036	1,057	1,022	1,048	1,010
35	1,083	1,044	1,067	1,022	1,054	1,010
40	1,096	1,048	1,076	1,022	1,060	1,010
45	1,108	1,050	1,085	1,022	1,063	1,010
50	1,120	1,050	1,092	1,022	1,064	1,010

Verifiquei que os valores de Rd e Rh não são afectados pela idade do desbaste, mas o crescimento do povoamento desbastado é, por os produtos de Prx(t) por Rd e Rh o serem.

Para adaptar os valores do quadro 10.3 a um factor de recuperação Z, diferente de 70%, usar a seguinte equação:

$$\text{Novo Valor de Rd ou Rh} = [((\text{Valor da tabela}-1)/0.7) Z]+1 \quad (10.11)$$

Por exemplo, se Rd=1,045 e Z=0,65, então o novo valor virá 1.042 (0,045/0.7 x 0,65 + 1).

Antes de prosseguirmos, pode legitimamente ser questionada a coerência dos valores exibidos não Quadro 10.3. Vamos escrutiná-la sumariamente.

O leitor deve lembrar-se quanto menor é Fw, maior é a densidade, menor é o espaçamento entre as árvores, e por isso também o são os recursos explorados por cada uma.

Para ajudar a detectar o padrão de variação de Rd e Rh, apresento as figura 10.2 e 10.3.

No quadro 10.3 e na figura 10.2, detecta-se o seguinte:

1. Em concordância com a evidência empírica inúmeras vezes obtida, Rd é sempre maior que Rh, no mesmo povoamento.
2. Para a mesma CQ e Fw, quanto maior é id, maior são Rd e Rh.
3. Para os mesmos valores de id e CQ, quanto maior é Fw (menor densidade) menores são Rd e Rh.
4. Para os mesmos valores de id e Fw, quanto melhor é a CQ, menores são Rd e Rh.
5. Inversamente, para os mesmos valores de id e Fw, quanto pior é a CQ, maiores são Rd e Rh.
6. Para os mesmos valores de CQ e Fw, depois de um valor crítico de id, Rd e Rh, mantêm-se constantes, isto é, o povoamento deixa de responder ao desbaste.
7. Para povoamentos com uma densidade abaixo de um certo valor crítico a altura do povoamento deixa de responder ao desbaste

Estas verificações podem resumir-se numa asserção verificada em vários domínios, e não só no biológico: **os efeitos do desbaste são conforme a lei dos rendimentos decrescentes**. Esta conclusão confirma a curialidade do quadro 10.3, numa perspectiva macroscópica.

Para além deste padrão quanto ao efeito do desbaste em povoamentos de todas as espécies, a matéria introduzida no capítulo 9, mormente as figuras 9.4 a 9.9, levam à seguinte conclusão: **O padrão de crescimento de uma essência florestal, e assim, a sua estratégia bionómica, condicionam a**

10 Análise do Desbaste

especificidade da sua resposta ao desbaste, e a economia da sua cultura. Quanto muito, podemos esperar que árvores com estratégias bionómicas muito semelhantes tenham respostas ao desbaste muito próximas.

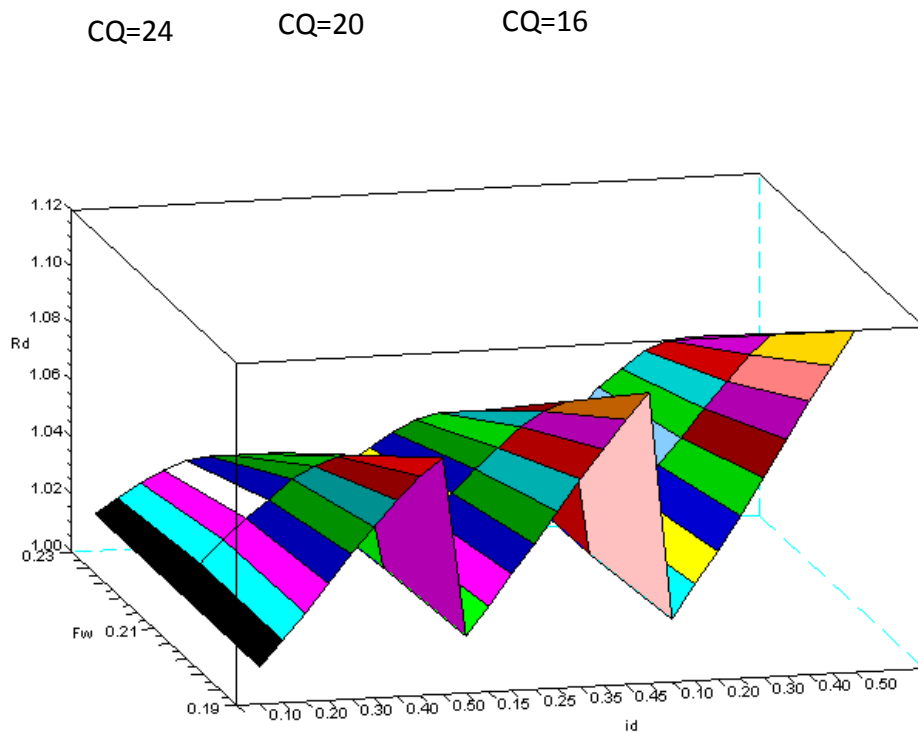


Figura 10.2. Visualização da variação dos valores de Rd, do quadro 10.3. Este gráfico revela que a resposta ao desbaste: a) é tanto maior quanto pior for a CQ; b) é tanto maior quanto mais intenso for o desbaste; c) é tanto maior quanto mais denso for o povoamento (menor Fw)

Aos valores de cada classe de qualidade, de Rd e Rh, no quadro 10.3, ajustei uma equação do tipo:

$$Rd = \beta_0 + \beta_1 Fw + \beta_2 id + \beta_3 Fw id + \beta_4 id^2 \quad (10.12)$$

Os valores das constantes inserem-se no quadro 10.4.

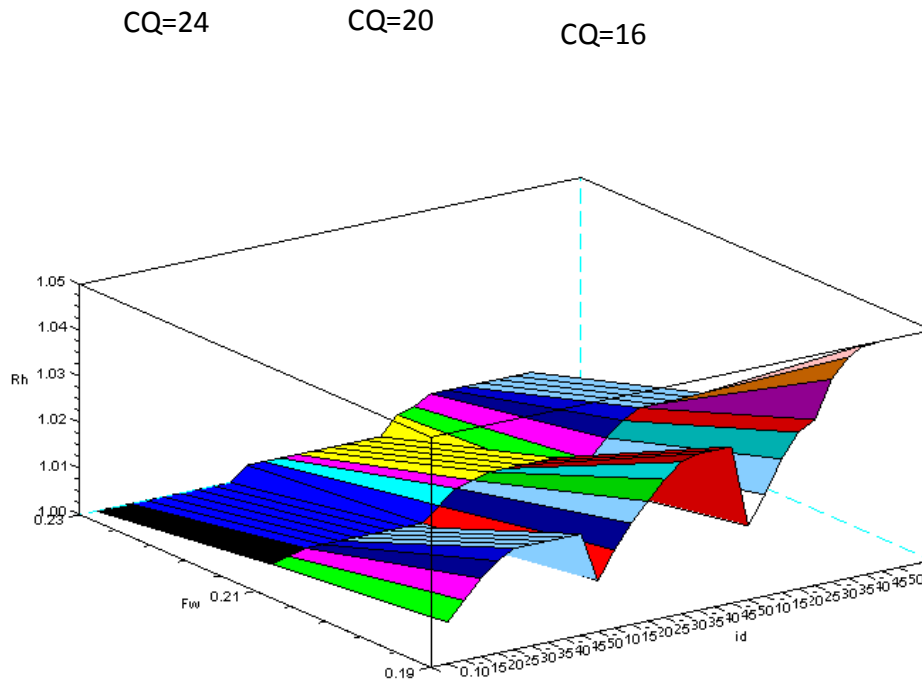


Figura 10.3. Visualização da variação dos valores de Rh, do quadro 10.3. Este gráfico revela igualmente que a resposta ao desbaste: a) é tanto maior quanto pior for a CQ; b) é tanto maior quanto mais intenso for o desbaste; c) é tanto maior quanto mais denso for o povoamento (menor Fw)

Quadro 10.4. Ajustamentos da eq. (10.12)

Rd								
CQ	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	R_{aj}^2	F	p
24	0,902345	0,433278	0,922878	-3,406667	-0,158167	0,991	734	0
20	0,939074	0,269111	0,916969	-3,331667	-0,126412	0,996	1707	0
16	0,935513	0,287778	0,880601	-3,106667	-0,070188	0,996	1702	0
Rh								
24	1,042700	-0,236111	0,281337	-0,791667	-0,164214	0,481	7	0,001
20	1,033299	-0,159444	0,386754	-1,450000	-0,095238	0,975	255	0
16	1,012056	-0,052778	0,545276	-2,083333	-0,109812	0,956	152	0

10.4.3 Uma Aplicação

Nesta subsecção, vou completar a descrição do MSB, ao mesmo tempo que o aplico a um caso de desbaste, com o propósito de tornar mais clara a sua exposição.

No quadro 10.5, exibo a estrutura de um PPAR de pinheiro bravo, na CQ de 24 metros, Fw=0,19, aos 20 anos. Vou submetê-lo a desbastes pelo alto, pelo baixo e neutro, em que removo

10 Análise do Desbaste

30% ($id=0,30$) das árvores em pé. Nestas simulações, a classe de dap 20 cm sofre sempre desbaste neutro.

O quadro 10.1 dá-nos $Prx(20)=1.239$ and $Prp(20)=0.652$, para utilizar nas eqs. (10.5) a (10.7), e obter a estrutura em auto-desbaste, na década seguinte. As eqs. (10.8) e (10.9) exigem que obtenhamos os valores $Rd=1.051$ e $Rh=1.022$, do quadro 10.3. Para calcular o volume da árvore, y_{31} , recorremos a uma equação proposta em Barreto (2004: quadro 3.9).

Quadro 10.5. Pinhal bravo na $CQ=24$, $Fw=0,19$. Projecção dos 20 para os 30 anos, como auto-desbastado. Na última linha inserem-se os valores médios ponderados do dap e da altura, a densidade total e o volume em pé total, do povoamento, nas unidades usuais

A. Povoamento aos 20 anos de idade				B. Povoamento projectado para os 30 anos, em auto-desbaste			
Y_{11}	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{11}	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
10	9	7,6	0,249	12,39	5	9,42	0,263
15	177	11,4	16,518	18,60	115	14,12	20,386
20	552	15,2	122,121	24,78	359	18,83	151,000
25	218	19,0	94,203	30,97	142	23,54	116,709
30	3	22,8	2,240	37,17	2	28,24	2,838
20,15	959	15,31	235,332	24,99	623	19,04	291,192

Quadro 10.6. Povoamento do quadro 10.5 submetido a um desbaste neutro; $id=0,30$. Na última linha inserem-se os valores médios ponderados do dap e da altura, a densidade total e o volume em pé total, do povoamento, nas unidades usuais

Povoamento aos 20 anos, após o desbaste				Povoamento desbastado, aos 30 anos			
Y_{11}	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{11}	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
10	6	7,6	0,166	13,02	5	9,63	0,278
15	123	11,4	11,479	19,55	101	14,43	18,903
20	386	15,2	85,396	26,04	317	19,24	140,700
25	152	19,0	65,683	32,55	125	24,06	108,519
30	2	22,8	1,493	39,06	2	28,86	2,996
20,15	669	15,31	164,218	26,26	550	19,40	271,393

Percentagem do volume em pé removido com o desbaste:30

Quadro 10.7. Quadro 10.5. Povoamento do quadro 10.5 submetido a um desbaste pelo baixo; id=0,30. Na última linha inserem-se os valores médios ponderados do dap e da altura, a densidade total e o volume em pé total, do povoamento, nas unidades usuais

Povoamento aos 20 anos, após o desbaste				Povoamento desbastado, aos 30 anos			
Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃	Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃
20	450	15,2	99,555	26,04	324	19,24	143,804
25	218	19,0	94,203	32,55	157	24,06	136,230
30	3	22,8	2,240	39,06	3	28,86	4,494
21,67	671	16,47	195,999	28,23	484	20,86	284,598

Percentagem do volume em pé removido com o desbaste: 18

Quadro 10.8. Quadro 10.5. Povoamento do quadro 10.5 submetido a um desbaste pelo alto; id=0,30. Na última linha inserem-se os valores médios ponderados do dap e da altura, a densidade total e o volume em pé total, do povoamento, nas unidades usuais

Povoamento aos 20 anos, após o desbaste				Povoamento desbastado, aos 30 anos			
Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃	Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃
10	9	7,6	0,249	13,02	9	9,63	0,501
15	177	11,4	16,518	19,55	173	14,43	32,378
20	485	15,2	107,298	26,04	474	19,24	210,380
18,51	671	14,09	124,066	24,15	656	17,84	243,258

Percentagem do volume em pé removido com o desbaste: 46

Temos agora que abordar o cálculo das frequências das classes (y_{-21}), dez anos após o desbaste. A alometria, particularmente a eq. (3.14), facultam-nos o meio para isso.

Recorro ao caso do desbaste neutro, para o propósito ilustrativo. Prossigamos então a descrição do MSB.

Parte II

Passo 3. Estabelecer uma árvore de referência. No quadro 10.4.B, a árvore média ocupa $16,05136 \text{ m}^2$ ($10000/623$), e têm um dap médio de 24,99 cm.

Passo 4. Calcular a área ocupada pela árvore média de cada classe de dap, aos 30 anos. É aqui que entra a eq. (3.14). Vou ilustrar para a primeira classe.

Área ocupada pela árvore média = $16,05136 (13,02/24,99)^2 = 4,35714 \text{ m}^2$

Do mesmo modo, para as outras classes obtém-se: II: 9,82365; III: 17,42855; IV: 27,23211; V: 39,21424 m^2 .

Passo 5. Calcular a área ocupada por cada classe na idade 30, sem auto-desbaste. No caso da classe I teremos:

Área ocupada pela classe I, sem auto-desbaste subsequente = $6 \times 4,35714 = 26,14284 \text{ m}^2$

10 Análise do Desbaste

Analogamente, para as outras classes, II: 1208,30895; III: 6727,42030; IV: 4139,28072; V: 78,42848 m².

Passo 6. Verificar se a área ocupada excede um hectare (10000 m²). A soma das áreas previamente calculadas é de 12179,58129 m². O excesso de 2179,58129 m², conduz-nos à ocorrência de auto-desbaste antes dos 30 anos, que alocamos às classes de dap, proporcionalmente às áreas que cada uma ocupa (o auto-desbaste é neutro).

Passo 7. Achar a área ocupada por cada classe como uma fracção da área total.

Para a classe I temos:

$$26,14284/12179,58129=0,00215$$

Igualmente, para as outras classes, II: 0,09921; III: 0,55235; IV: 0,33985; V: 0,00644.

Passo 8. Alocar o excesso de área ocupada pelas classes. Para a classe I.

$$0,00215 \times 2179,58129=4,68600 \text{ m}^2$$

Para as outras classes encontra-se, II: 216,23626; III: 1203,89173; IV: 740,73070; V: 14,03650 m².

Passo 9. Calcular o número de árvores desbastado em cada classe.

Ilustro para a classe I.

$$4,68600/4,35714=1$$

Analogamente, para as outras classes, II: 22; III: 69; IV: 27; V:0.

Passo 10. Subtrair as árvores em excesso às frequências das classes, aos 20 anos, após o desbaste (quadro 10.5).

$$6-1=5$$

Para as outras classes obtém-se, II: 101; III: 317; IV: 125; V: 2, como se exhibe no quadro 10.5.

Depois dos trinta anos e até ao novo desbaste, o povoamento é projectado em regime de auto-desbaste.

As simulações dos desbastes inserem-se nos quadros 10.6 a 10.8.

10.4.3 Uma Recapitulação do MSB

Para maior facilidade de apreensão e apreciação reescrevo agora o procedimento associado ao MSB, na sua inteireza.

Parte I. Efeito dos desbaste no crescimento do dap e da altura (eqs. (10.5)-(10.9)).

Passo 1. Projectar o povoamento desbastado como um PPAR, desde a idade do desbaste t , até à idade $t+10$.

Passo 2. Introduzir o efeito do desbaste no dap e na altura multiplicando os seus valores por constantes adequadas R_d e R_h .

Parte II. O efeito do auto-desbaste no número das árvores.

Passo 3. Estabelecer uma árvore de referência.

Passo 4. Calcular a área ocupada pela árvore média de cada classe de dap, 10 anos após o desbaste. É aqui que entra a eq. (3.14).

Passo 5. Calcular a área ocupada por cada classe 10 anos após o desbaste, sem auto-desbaste.

Passo 6. Verificar se a área ocupada excede um hectare (10000 m²).

Passo 7. Achar a área ocupada por cada classe como uma fracção da área total.

Passo 8. Alocar o excesso de área ocupada pelas classes. Para a classe I.

Passo 9. Calcular o número de árvores desbastado em cada classe.

Passo 10. Subtrair as árvores em excesso às frequências das classes, na idade do desbaste, após o desbaste (quadro 10.5).

10.4.4 Outras Simulações e um Simulador

Em Barreto (2001b; 2004:capítulo 4) aprofundo o desbaste do pinhal bravo. Embora já tenha divulgado simuladores em BASIC, Visual Basic 6 e para o Excel, que aplicam o MSB ao pinhal bravo (e.g., Barreto 2002c), vou introduzir um programa em Scilab que executa uma das simulações descritas abaixo.

Selecionei um pinhal bravo que sofre um só desbaste. Este ocorre quer aos 20 quer ao 40 anos. Os valores de id são 20 e 40%. Utilizam-se desbastes neutros, pelo alto e pelo baixo. Para evitar que as classes com menos frequência pudessem entretanto desaparecer, considerei a área de 10 hectares. As estruturas do pinhal aos 20 e 40 anos inserem-se no quadro 10.9. O comportamento dos pinhais bravos sujeitos aos diversos desbastes é descrito no quadro 10.10.

Quadro 10.9. Estruturas aos 20 e 40 anos, de um pinhal bravo com 10 hectares. A estrutura da tabela é semelhante à dos quadros (10.5)-(10.8)

Aos 20 anos				Aos 40 anos			
Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃	Y ₁₁	Y ₋₂₁	Y ₁₂	Y ₁₃
10	90	7,6	2,636	14,11	40	10,72	3,290
15	1770	11,3	173,436	21,16	880	15,94	242,052
20	5520	15,2	1293,4469	28,21	2770	21,44	1821,447
25	2180	19,0	997,691	35,27	1090	26,80	1400,484
30	30	22,8	23,725	42,32	10	32,16	22,198
20,15	9590	15,30	2490,935	28,43	4790	21,58	3489,471

A informação exibida no quadro 10.10 merece um comentário analítico. Designemos por A o desbaste pelo alto, por B o desbaste pelo baixo e por N o desbaste neutro. O desbaste A 40/20, refere-se assim a um desbaste pelo alto feito aos 40 anos e com a intensidade de 20% (id=0,20).

Os aspectos mais relevantes e conspícuos do quadro 10.10 podem ser assim sumariados:

- Para a mesma id, o posicionamento relativo dos tipos de desbaste, é afectado pela idade, como se exara no quadro 10.10.
- O desbaste A 20/20 dá povoamentos finais mais densos que o PPAR, mas com árvores com menor dap e maior produção total.
- Desbastes da mesma intensidade em idades diferentes, mas do mesmo tipo produzem povoamentos com dap iguais.
- Os desbaste do mesmo tipo e com a mesma id, quando realizados mais cedo, dão povoamento finais mais densos e com maior volume em pé e menor volume de auto-desbaste, e dap idênticos.

10 Análise do Desbaste

Quadro 10.10. Resultados do desbaste de um pinhal bravo com 10 hectares. A seguir ao tipo de desbaste insere-se “idade do desbaste/id como percentagem das árvores removidas”. Produção total é igual à soma dos volumes do desbaste, auto-desbaste até aos 80 anos e o volume em pé aos 81 anos

Desbaste	Y_{-2180} árv./10 ha	Y_{1380} m ³ /10 ha	Produção total m ³ /10 ha	Volume do auto-desbaste m ³ /10 ha	Y_{1180} médio cm
Auto.desbast.	3408	4185	6428	2242	33,81
Alto 20/20	3566	3805	6735	2041	32,7
Alto 20/40	2720	2829	5749	1517	32,8
Baixo 20/20	2791	4277	6760	2294	37,1
Baixo 20/40	2489	4402	7403	2361	39,3
Neutro 20/20	3114	4130	6843	2215	34,9
Neutro 20/40	2908	4151	7374	2227	36,1
Alto 40/20	2799	2990	6535	2305	32,7
Alto 40/40	1227	1281	5226	1986	32,8
Baixo 40/20	2779	4246	7057	2541	37,1
Baixo 40/40	2278	4019	7416	2498	39,3
Neutro 40/20	3096	4101	7312	2513	34,9
Neutro 40/40	1864	2656	6298	2243	36,1

Quadro 10.11. Posicionamento relativo das respostas dos três tipos de desbaste ao efeito da idade

Parâmetros	id=20		id=40	
	Aos 20 anos	Aos 40 anos	Aos 20 anos	Aos 40 anos
Densidade	A>N>B	N>A>B	N>A>B	B>N>A
Volume em pé	B>N>A	B>N>A	B>N>A	B>N>A
Produção total	N>B>A	N>B>A	B>N>A	B>N>A
Volume do auto-desbaste	B>N>A	B>N>A	B>N>A	B>N>A
Dap médio	B>N>A	B>N>A	B>N>A	B>N>A

Vou agora introduzir um programa em Scilab que simula um desbaste neutro ao 20 anos com id=0,2, num pinhal bravo

Caixa 10.1. Programa desbN2020

```

//Programa desbA2020
//20 anos,ti=20%;10 ha;neutro
//"Idade do povoamento:"
a=20;
//"Número de classes"
n=5;
//classe de qualidade Hd(40)
c=24;
//vector das frequências fr
fr=[90 1770 5520 2180 30];
//vector dos dap d
d=[10 15 20 25 30];
//vector das alturas h
h=[7.6 11.3 15.2 19 22.8];
//
-----
if c >= 22 then cf=0.4907;
elseif c<22 & c>=18 then cf=0.5112;
else
cf=0.5564;
end
//volume dos cilindros
rdi=d./200;areabi=%pi*[rdi]^2;
cili=h.*areabi;
arv=cf*cili;
V=arv.*fr;
tfr=sum(fr);td=sum(d.*fr)/tfr;th=sum(h.*fr)/tfr;vot=sum(V);
disp('Povoamento antes do desbaste')
disp('d fr h V')
pin=[d;fr;h;V]'
disp('Valores totais e médios')
[td tfr th vot]
//
-----
//vector do nº arv. depois do desbaste frd
frd=[72. 1416. 4416. 1744. 24.];
//povoamento logo após o desbaste
volclas=arv.*frd;
disp('Povoamento logo após o desbaste')
pind=[d;frd;h;volclas]'
tfrd=sum(frd);tdd=sum(d.*frd)/tfrd;
thd=sum(h.*frd)/tfrd;votid=sum(volclas);
disp('Valores totais e médios')
[tdd tfrd thd votid]
//
-----
// projecção do povoamento auto-desbastado para a próxima década
e1=exp(-0.05*(a - 10)); e2=exp(-0.05*a);
rfr=1/(6.018 ^ e1) * 6.018 ^ e2;
r1 = 1/(0.4076 ^ e1)* 0.4076 ^ e2;
rarv=1/(0.0677 ^ e1) * 0.0677 ^ e2;
afr=rfr*fr;
ad=r1*d;
aarv=rarv*arv;
aV=int(afr).*aarv;
ah=r1*h;
//totais do auto-desbastado +10 anos
tafr = int(sum(afr)); //densidade

```

10 Análise do Desbaste

Caixa 10.1. Continuação

```

avot = sum(aV); //volume em pé
tad=sum(afr.*ad)/tafr; //dap médio ponderado
tah=sum(afr.*ah)/tafr; //altura média ponderada
//
ftd = sum(frd); //densidade após o desbaste
ft = sum(fr); //densidade antes do desbaste
fra = tafr; //densidade do auto-desbaste
wd = sum(afr); //densidade depois do desbaste
//densidade do desbastado na década seguinte
nftd = ftd / (6.018 ^ e1) * 6.018 ^ exp(-1.5);
f = 100 / (c * sqrt(nftd)); //Fw
ti = 100 * (ft - ftd) / ft; //intensidade do desbaste ti%
dref = wd / fra; //densidade depois do desbaste com fracção da do auto-desbaste
aref = 10000 / fra; //área árvore após o auto-desbaste
if c >= 22 then C=1;
elseif c<22 & c>=18 then C=2;
else
C=3;
end
if f>= 22 then F=1;
elseif f<22 & f>=20 then F=2;
else
F=3;
end
//
select C
case 1
select F
case 1
rh=1;
if f<35 then rd = 0.99895 + 0.00159 * ti - 0.00002 * ti ^ 2;
else
rd=1.031
end
case 2
if ti<15 the rh=1.005
elseif ti>=15 & ti<20 then rh=1.006;
elseif ti>=20 6 ti<25 then rh=1.007;
else
rh=1.007;
end
if ti>=45 then rd=1.057;
else
rd=0.99567 + 0.0018 * ti;
end
case 3
if ti<15 then rh=1.009
elseif ti>=15 & ti<20 then rh=1.013;
elseif ti>=20 & ti<25 then rh=1.017;
elseif ti>=25 & ti<30 then rh=1.020;
else
rh=1.022;
end
rd=0.996731*exp(0.0017166*ti);
end
case 2
select F
case 1

```

Caixa 10.1. Continuação

```

rh=1.003;
if ti>=40 then rd=1.042;
  else
    rd=0.9976143+0.001685*ti-0.0000136*ti^2;
  end
case 2
if ti<15 then rh=1.007;
  elseif ti>=15 & ti<20 then rh=1.010;
  elseif ti>=20 & ti<25 then rh=1.013;
  elseif ti>=25 & ti<30 then rh=1.014;
  else
    rh=1.015;
  end
rd=0.9950143+0.0022467*ti-0.0000137*ti^2;
case 3
if ti>=40 then rh=1.034;
  else
    rh=0.9709865*ti^(0.017265);
  end
rd=0.99937+ti*0.00208;
end
case 3
select F
case 1
  if ti<15 then rh=1.007;
  elseif ti>=15 & ti<20 then rh=1.008;
  else
    rh=1.010;
  end
  rd=1.0050079 + 0.0009424 * ti + 0.0000334 * ti ^ 2-0.0000006*ti^3;
case 2
  if ti<15 then rh=1.009;
  elseif ti>=15 & ti<20 then rh=1.013;
  elseif ti>=20 & ti<25 then rh=1.017;
  elseif ti>=25 & ti<30 then rh=1.020;
  else
    rh=1.022;
  end
  rd=1.0003556+0.0018733*ti;
case 3
  if ti>45 then rh=1.1.050;
  else
    rh=1.0005714 +0.0016262*ti- 0.0000110*ti^2;
  end
  rd=0.9963556 +0.0024733*ti;
end
end
rdrh=[rd rh]
//introduzir o efeito do desbaste
dd =rd*ad;dh=rh*ah;
//
//
// área ocupada por cada árvore e classe +10 anos após o desbaste
are=aref/tad^2.*dd^2;
//área total ocupada depois do desbaste

```

10 Análise do Desbaste

```

ares=are.*frd; tare=sum(ares);
//fracção da área de cada classe
fracar=ares./tare;
//área em excesso
excar=abs(10000-tare);
//área corrigida de cada classe
cares=ares-excar.*fracar;
//frequência corrigidas das classes
frd10=int(cares./are);
//volume dos cilindros
rdm=dd./200;areab=%pi*[rdm]^2;
cil=dh.*areab;
arvd10=cf*cil;
tarvd10=frd10.*arvd10;
disp('Povoamento 10 anos após o desbaste')
disp('d fr h V')
povd10=[dd;frd10;dh;tarvd10]'
tfr10=sum(frd10);
ddm=sum(dd.*frd10)/tfr10;
dhm=sum(dh.*frd10)/tfr10;
votd10=sum(tarvd10);
disp('Totais e valores médios')
resumod=[ddm tfr10 dhm votd10]
disp('Povoamento inicial 10 anos mais tarde sem desbaste')
disp('d fr h V')
[ad;int(afr);ah;aV]'
disp('Totais e valores médios')
[tad tafr tah avot]
//fracção da área de cada classe
fracar=ares./tare;
//área em excesso
excar=abs(10000-tare);
//área corrigida de cada classe
cares=ares-excar.*fracar;
//frequência corrigidas das classes
frd10=int(cares./are);
//volume dos cilindros
rdm=dd./200;areab=%pi*[rdm]^2;
cil=dh.*areab;
arvd10=cf*cil;
tarvd10=frd10.*arvd10;
disp('Povoamento 10 anos após o desbaste')
disp('d fr h V')
povd10=[dd;frd10;dh;tarvd10]'
tfr10=sum(frd10);
ddm=sum(dd.*frd10)/tfr10;
dhm=sum(dh.*frd10)/tfr10;
votd10=sum(tarvd10);
disp('Totais e valores médios')
resumod=[ddm tfr10 dhm votd10]
disp('Povoamento inicial 10 anos mais tarde sem desbaste')
disp('d fr h V')
[ad;int(afr);ah;aV]'
disp('Totais e valores médios')
[tad tafr tah avot]

```

A saída do programa é a seguinte:

Povoamento antes do desbaste

d	fr	h	V
pin	=		
10.	90.	7.6	2.636101
15.	1770.	11.3	173.43637
20.	5520.	15.2	1293.4469
25.	2180.	19.	997.69099
30.	30.	22.8	23.724909

Valores totais e médios

ans	=			
20.151199	9590.	15.296455	2490.9352	

Povoamento logo após o desbaste

d	fr	h	V
pind	=		
10.	72.	7.6	2.1088808
15.	1416.	11.3	138.74909
20.	4416.	15.2	1034.7575
25.	1744.	19.	798.15279
30.	24.	22.8	18.979927

Valores totais e médios

ans	=			
20.151199	7672.	15.296455	1992.7482	
rdrh	=			
1.031545	1.017			

Povoamento 10 anos após o desbaste

d	fr	h	V
povd10	=		
12.779276	53.	9.5753054	3.1940885
19.168914	1054.	14.236967	212.50006
25.558552	3287.	19.150611	1584.75
31.94819	1298.	23.938263	1222.2662
38.337828	17.	28.725916	27.662012

Totais e valores médios

resumod	=			
25.751058	5709.	19.271592	3050.3724	

Povoamento inicial 10 anos mais tarde sem desbaste

d	fr	h	V
ans	=		
12.388482	58.	9.4152462	3.2301967

10 Análise do Desbaste

18.582723	1153.	13.998984	214.82145
24.776964	3596.	18.830492	1602.1775
30.971205	1420.	23.538116	1235.6895
37.165446	19.	28.245739	28.570533

Totais e valores médios
ans =

24.967747	6248.	18.95262	3084.4892
-----------	-------	----------	-----------

10.5 Uma Alternativa Alométrica

Quando não se dispuser de suficiente informação sobre os povoamentos de uma dada espécie, para estabelecer os valores de R_d e R_h , é possível recorrer à alometria para simular a resposta do dap e da altura, ao desbaste.

A equação alométrica $y_{1jt} = k y_{-21t}^{-0.5}$ permite estabelecer uma alternativa para simular o efeito do desbaste, de acordo com o seguinte algoritmo, que denomino SB-ALODESB.

1. Calcular a densidade final, usando a densidade após o desbaste (nfT). Aplicável a cada classe de diâmetro.

2. Estimar a constante da relação alométrica relativa ao diâmetro
 $kd = \text{diâmetro após o desbaste} \times (\text{densidade após o desbaste})^{0.5}$.

Esta equação é aplicada a cada classe de diâmetro.

3. Calcular o diâmetro final referente à situação pós desbaste, dft :
 $dft = kd / nfT^{0.5}$

Esta equação é aplicada a cada classe de diâmetro. dft erra por excesso e carece a introdução de um factor de correcção que consta da listagem do programa.

4. Obter o dap dez anos após o desbaste ($d10$) recorrendo à equação:

$$d10 = (dft * fc_d) * R_1^{\exp(-c(\text{idade do desbaste} + 10 - t))}$$

ond fc_d é a correcção correspondente ao factor de recuperação que introduzimos no processo de estimativa de R_d , e admitimos ser igual a 0,7.

5. Estimar a constante da relação alométrica relativa à altura
 $kh = \text{altura após o desbaste} \times (\text{densidade após o desbaste})^{0.5}$.

Esta equação é aplicada a cada classe de diâmetro.

6. Calcular a altura final referente à situação pós desbaste, hft :
 $hft = kh / nfT^{0.5}$

Esta equação é aplicada a cada classe de altura. hft erra por excesso e carece a introdução de um factor de correcção que consta da listagem do programa.

7. Obter a altura dez anos após o desbaste ($h10$) recorrendo à equação:

$$h10 = (hft * fc_h) * R_1^{\exp(-c(\text{idade do desbaste} + 10 - t))}$$

ond fc_h é a correcção correspondente ao factor de recuperação que introduzimos no processo de estimativa de R_h (0,7).

8. Calcular as frequências das classes como no método SB-BARTHIN.

Na caixa 10.2 insiro uma aplicação do algoritmo que corresponde à situação do quadro 10.6.

Caixa 10.2. Aplicação do algoritmo SB-ALODESB

```

// (c) Luís Soares Barreto, 2010
// Programa SB-ALODESB
// Reproduz simulações com o SB-BARTHIN
clear
A=20;
r1=0.4076;
r2=6.019;
c=0.05;
db=[10 15 20 25 30]; da=[10 15 20 25 30];
dba=[10 15 20 25 30];
nb=[9 177 552 218 3]; na=[6 123 386 152 2];
nba=[9 177 552 218 3];
hb=[7.6 11.4 15.2 19.0 22.8]; hba=[7.6 11.4 15.2 19.0 22.8];
ha=[7.6 11.4 15.2 19.0 22.8];
// dap dez anos após o desbaste
nfT=na/(r2^exp(-c*10));
kd=da.*sqrt(nba);
df=dba/(r1^exp(-c*10));
// Valor sobre estimado
dfT=kd./sqrt(nfT);
// Vector de correcção
crd=[0.7483 0.7648 0.7664 0.7653 0.7483];
fd=(df+(dfT-df)*0.7)/df.*crd;
d10=(dfT.*fd)*r1^exp(-c*20);
// Alturas 10 anos após o desbaste
kh=ha.*sqrt(nba);
// Valor sobre estimado
hfT=kh./sqrt(nfT);
// Vector de correcção
crh=[0.8809 0.8985 0.9013 0.9003 0.8800];
hf=hba/(r1^exp(-c*10));
fh=(hf+(hfT-hf)*0.7)/hfT.*crh;
h10=(hfT.*fh)*r1^exp(-c*20);
// Frequências das classes 10 anos após o desbaste
mdb=sum(db.*nb)/sum(nb);
mearb=10000/sum(nb);
areaat=mearb*(d10./mdb)^2;
aclass=areaat.*na;
art10=sum(aclass);
exc=art10-10000;
frex=aclass/art10;
exclas=exc*frex;
selft=exclas./areaat;
n10=int(na-selft);
disp("Povoamento 10 anos após o desbaste")
disp("Por classe: dap médio frequência altura média")
[d10; n10; h10]'

```

Os valores de kd e kh são tanto maiores quanto melhor é a classe de qualidade e menor é o factor de Wilson.

A saída do programa da caixa 10.2 é a seguinte:

Povoamento 10 anos após o desbaste

10 Análise do Desbaste

Por classe: dap médio frequência altura média
ans =

13.019049	4.	9.6296022
19.549294	101.	14.430438
26.038697	317.	19.240279
32.54888	124.	24.058571
39.057146	1.	28.859291

Execução feita.

Comparando esta saída com os valores do quadro 10.6, os valores do quadro são virtualmente reproduzidos.

Se tivéssemos executado um desbaste pelo baixo que tivesse eliminado as duas primeiras classes de diâmetro teríamos de alterar a entrada dos dados da seguinte maneira:

```
db=[10 15 20 25 30];da=[20 25 30];  
dba=[20 25 30];  
nb=[9 177 552 218 3];na=[386 152 2];  
nba=[552 218 3];  
hb=[7.6 11.4 15.2 19.0 22.8];hba=[15.2 19.0 22.8];  
ha=[15.2 19.0 22.8];
```

10.6 Bibliografia

- Barreto, L.S., 1994. The Clarification of Self-thinning and Thinning. A Simulation Approach. *Silva Lusitana*, 2(2):233-238.
- Barreto, L.S., 1995. O Método SOBA – Uma Silvicultura Expedita Aplicada ao Pinhal Bravo Regular. *Silva Lusitana*, 3(2):213-227.
- Barreto, L.S., 2001a. SB-SOBA.MP. A Program to Apply Method SOBA to Maritime Pine Stands. *Silva Lusitana*, 8(1):91-97.
- Barreto, L.S., 2001b. Method SB-BARTHIN to Evaluate the Effects of Thinnings. An Application to *Pinus pinaster* Ait. *Silva Lusitana*, 9(2):205-215.
- Barreto, L. S., 2002a. *Software BRAVO 1 e BRAVO 2*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2002b. *Software BRAVO 3*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2002c. *Software SB-BARTHIN*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. “e-book”. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.
- Oliveira, A. C., 1985. *Tabela de produção geral para o pinheiro bravo nas regiões montanas e submontanas*. Direcção-Geral das Florestas/Centro de Estudos Florestais, Lisboa.
- Puttmann, K. J., K. D. Coates e C. Messier, 2009. *Critique to Silviculture. Managing for Complexity*. Island Press, Washington.

11 O Crescimento das Plantas e a lei de Kleiber

11.1 Introdução

Como disse na secção 10.1, vou tentar esclarecer aqui se existe para as plantas, em particular para as árvores, uma relação homóloga à lei de Kleiber (e.q. (10.1)). Nesta inquirição vou aplicar o método hipotético-dedutivo mencionado no capítulo 1 e esquematizado na figura 1.7. Este capítulo baseia-se em Barreto (para publicação).

11.1 A Formulação de uma Hipótese

Começo por procurar uma analogia, entre a respiração dos animais utilizada para medir a TMB e um processo ligado ao crescimento das plantas. O meu elo de ligação é o seguinte: na respiração o oxigénio é absorvido na superfície dos órgãos respiratórios, enquanto na fotossíntese o carbono é primeiro absorvido pela superfície das células que contêm clorofila.

Depois procurei uma prova de preferência matematizada que ligasse a absorção do oxigénio na respiração à superfície onde ele é absorvido. Ela existe e deve-se a Barenblatt, and Monin (1983). Nela se mostra que o expoente 0,75 é devido à geometria fractal da superfície dos órgãos respiratórios. A dimensão linear destas superfícies não tem o expoente normal 2, mas sim um valor entre 2 e 3. Para o homem, por exemplo, é 2,4.

Chegado aqui, formulo a minha hipótese a testar: [Entre a fotossíntese líquida \(expressa em unidades de massa seca por planta e por período de tempo\), \$N_p\$, e a biomassa total seca da planta existe a seguinte relação alométrica:](#)

$$N_p \propto W^{0,75} \quad (11.1)$$

11.3 Um Modelo para a Hipótese

A minha segunda conjectura é a seguinte:

N_p é determinada por

- Peso total da planta W .
- Peso de clorofila por unidade de volume da folha, p .
- Capacidade de absorção de carbono pelas folhas, A .

Escrevo a seguinte equação, onde C é uma constante adimensional:

$$N_p = f(C, W, p, A) \quad (11.2)$$

Adopto o seguinte sistema de unidades: L, M, T, M_c , onde M_c é a dimensão da massa de carbono absorvido na folha. As dimensões das variáveis são:

$$[N_p] = M_c T^{-1} \quad [W] = M \quad [\rho] = M L^{-3} \quad [A] = M_c L^{-n} T^{-1}$$

Como expoente da dimensão linear L , da superfície das células onde o carbono é absorvido, não escrevo 2, mas sim n , um valor a esclarecer posteriormente.

Aplicando o procedimento da análise dimensional introduzido anteriormente (capítulos 2 e 4), posso agora escrever:

$$N_p = C W^x p^y A^z \quad (11.3)$$

o que conduz ao seguinte sistema de equações:

$$-z = -1 \quad (11.4)$$

$$-3y - nz = 0 \quad (11.5)$$

$$x + y = 0 \quad (11.6)$$

A solução deste sistema é: $z=1$, $y=-n/3$, $x=n/3$, pelo que posso escrever a equação procurada:

$$N_p = \alpha W^\beta \quad (11.7)$$

sendo $\alpha = C A p^{-\beta}$ e $\beta = n/3$.

11.4 A Interpretação do Modelo

Se o carbono fosse absorvido por uma superfície de geometria normal seria $n=2$ e viria $\beta=2/3$; se absorvido por um volume teríamos $n=3$ e $\beta=1$. Para β ser igual a 0,75, é porque a superfície onde o carbono é absorvido no interior da folha é fractal e verifica-se $n=2,25$. É improvável que este valor de n seja o mesmo para todas as plantas e por isso um valor cerca de 0,75, é um compromisso entre as diversas anatomias foliares existentes.

11.5 Uma corroboração recorrendo a árvores

Embora Niklas e Enquist (2001), a partir da análise de dados de várias fontes, tenham produzido evidência que suporta os resultados das duas últimas secções, vou recorrer à teoria atrás exposta, nomeadamente nos capítulos 2, 3 e 4 para obter uma confirmação para o crescimento de espécies arbóreas.

11.5.1 Conjecturas complementares

Para o crescimento da árvore, a informação encontrada em Chapin III, Matson, and Mooney (2002:128), permite-me escrever a seguintes equação:

$$N_p = k C \quad (11.8)$$

onde:

- C é a nova biomassa criada ano⁻¹
- O valor de k situa-se no intervalo 1,4-2,5

W é a biomassa total da árvore expressa em kg de matéria seca árvore⁻¹, e N_p e C em kg de matéria seca árvore⁻¹ ano⁻¹.

Quadro 11.1. Espécies utilizadas e sua caracterização, na perspectiva da análise desenvolvida.

Espécies	EB	y _{2,71f}	c	R ₁	R _{2,6666}	t*	W
<i>Abies grandis</i>	K-3	6000	0,055	0,0519	0,00037	47,5	59,04415
<i>Abies procera</i>	K-3	6000	0,049	0,043	0,00023	53,4	50,06287
<i>Fagus sylvatica</i>	K-3	6000	0,043	0,0325	0,00011	61,4	39,5629
<i>Abies alba</i>	K-2	5000	0,031	0,0773	0,00108	72,0	70,71399
<i>Cedrus atlantica</i>	K-2	5000	0,036	0,1219	0,00366	57,9	110,61
<i>Eucalyptus grandis</i>	K-2	5000	0,062	0,0982	0,00205	39,4	89,05694
<i>Picea abies</i>	K-2	5000	0,042	0,069	0,0008	56,8	63,63334
<i>Pinus nigra ssp, laricio</i>	K-2	5000	0,051	0,1108	0,00283	44,7	100,3815
<i>Pinus pinea</i>	K-2	5000	0,105	0,2897	0,03675	21,4	296,7564
<i>Quercus robur</i>	K-2	5000	0,041	0,0891	0,00158	55,4	80,99112
<i>Larix decidua</i>	K-1	4000	0,043	0,1579	0,00729	47,1	116,2084
<i>Larix kaempferi</i>	K-1	4000	0,035	0,1928	0,0124	52,3	145,0334
<i>Picea sitchensis</i>	K-1	4000	0,048	0,1176	0,00332	46,3	85,28153
<i>Pinus sylvestris</i>	K-1	4000	0,03	0,1709	0,00899	61,7	126,6654
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	K-1	4000	0,046	0,1103	0,0028	48,5	79,93391
<i>Tsuga heterophylla</i>	K-1	4000	0,039	0,1111	0,00285	55,3	80,51645
<i>Acer pseudoplatanus</i>	r@K	2000	0,045	0,1483	0,00616	46,1	54,28653
<i>Alnus glutinosa</i>	r@K	2000	0,029	0,2942	0,03828	50,8	121,0816
<i>Fraxinus excelsior</i>	r@K	2000	0,038	0,1067	0,00256	57,0	38,67592
<i>Alnus rubra</i>	r-1	1000	0,049	0,0914	0,0017	47,8	16,6023
<i>Picea mariana</i>	r-1	1000	0,035	0,1019	0,00227	61,6	18,46514
<i>Pinus contorta</i>	r-2	500	0,038	0,1291	0,00425	54,7	11,72728
<i>Pinus elliotii</i>	r-2	500	0,083	0,1383	0,00511	30,0	12,60476
<i>Pinus resinosa</i>	r-2	500	0,026	0,1388	0,00517	73,9	12,65851
<i>Pinus taeda</i>	r-2	500	0,06	0,2104	0,01567	33,7	20,05903
<i>Betula pendula</i>	r-3	250	0,035	0,2233	0,01836	49,6	10,75768
<i>Pinus halepensis</i>	r-3	250	0,082	0,4293	0,10489	19,9	25,68708
<i>Pinus pinaster</i>	r-3	250	0,05	0,4076	0,09134	27,4	23,7611
<i>Pinus strobus</i>	r-3	250	0,03	0,2112	0,01583	57,4	10,07462

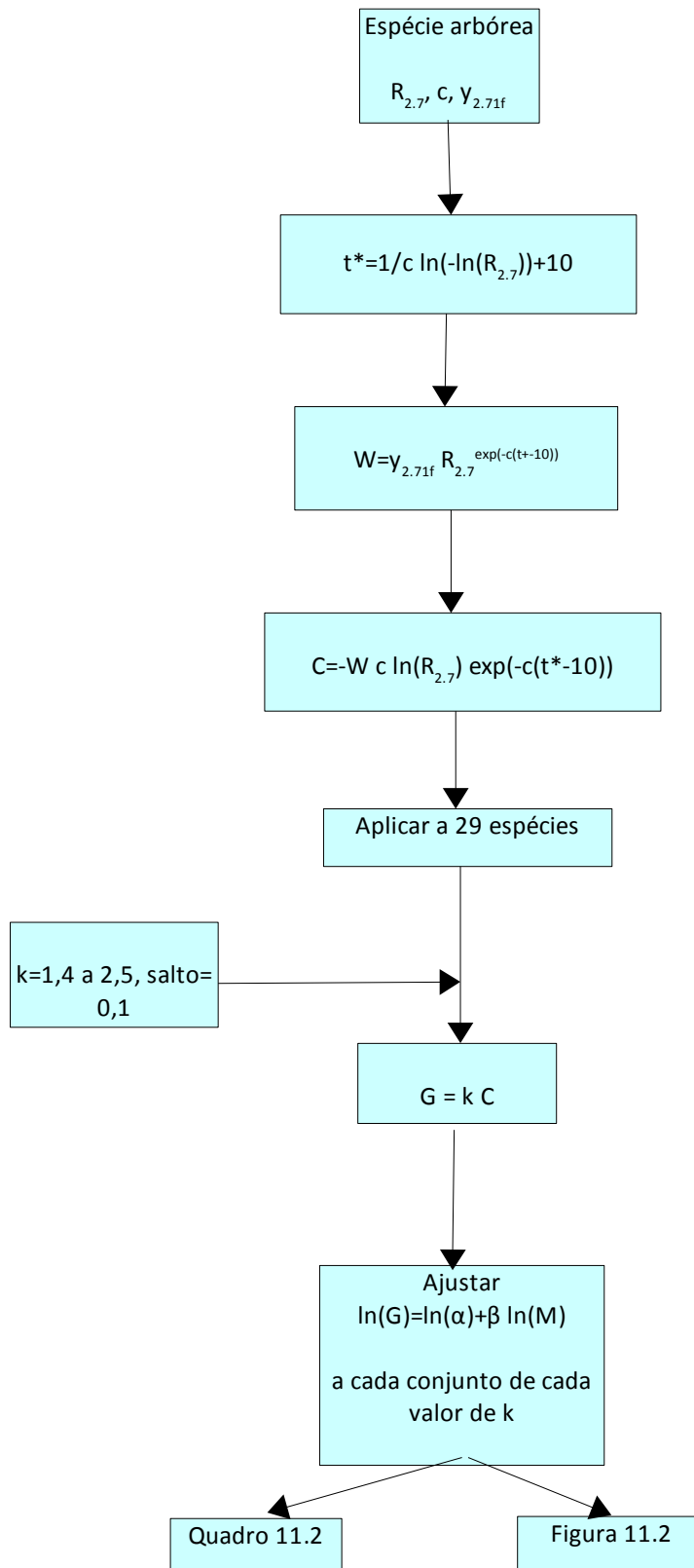


Figura 11.1. Fluxograma do processo de análise aplicado

11.5.2 Um Procedimento Analítico

A aplicação da teoria é feita através do procedimento que passo a descrever.

Considero um conjunto de 29 árvores cujas dinâmicas e estratégias bionómicas (EB) caracterizei, e calculo para cada espécie:

- A idade t^* , do acréscimo corrente anual máximo da biomassa total (eq. (4.23)).
- Estabeleço valores plausíveis da biomassa final da árvore tendo em conta a estratégia bionómica ($y_{2.71f}$, kg de matéria seca).
- Calculo a biomassa total da árvore na idade t^* , W , e o respectivo acréscimo corrente anual C (eqs. (4.7), (4.24)).
- Para valores de $k=1,4; 1,5; 1,6...2,5$, ajusto a forma logarítmica da eq. (11.7). O método é esquematizado no diagrama a figura 11.1. No quadro 11.1, insiro as espécie e os valores calculados.

11.5.3 Resultados

Os resultados obtidos inserem-se no quadro 11.2 e na figura 11.2.

Quadro 11.2. Resultados dos ajustamentos empreendidos

k	β	R_{aj}^2	F	p	AIC
1,4	0,5856	0,7560	87,769	0	- 1,013
1,5	0,6082	0,7756	97,769	0	- 1,0966
1,6	0,6293	0,7925	107,96	0	- 1,1751
1,7	0,6491	0,8072	118,26	0	- 1,2487
1,8	0,6678	0,8201	128,61	0	- 1,3175
1,9	0,6855	0,8313	138,93	0	- 1,3817
2,0	0,7022	0,8410	149,12	0	- 1,4413
2,1	0,7182	0,8495	159,09	0	- 1,4963
2,2	0,7334	0,8570	168,75	0	- 1,547
2,3	0,7479	0,8634	178,01	0	- 1,5932
2,4	0,7618	0,8690	186,78	0	- 1,6351
2,5	0,7752	0,8739	194,99	0	- 1,6727

Verifica-se que a qualidade dos ajustamentos aumenta com o valor de k .

A relação entre k e β é não linear, e β cresce monotonicamente com k .

O valor mais perto de 0,75 corresponde a $k=2,3$.

Para as árvores, Niklas e Enquist (2001:2923), encontraram $\beta=0.791\pm 0.03$.

11.5.4 Conclusão e Interpretação

O crescimento das plantas sem estarem sujeitas a qualquer stress ou sendo este muito baixo é raro na natureza (e.g., Schulze, Beck, Muller-Hoene, 2005:8). Quanto maior é k , maior é o

stress, ou desajustamento ambiental, a que as plantas estão a ser submetidas. Também não é plausível que estejam sempre em situações de desajustamento muito elevado, pelo que podemos aceitar que a análise desenvolvida, baseada na teoria anteriormente exposta, foi capaz de confirmar a equação (11.1), como se pretendia.

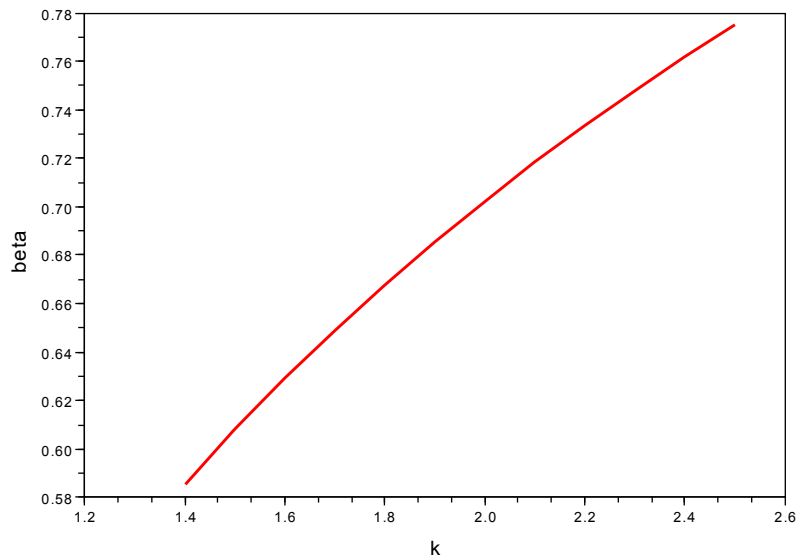


Figura 11.2. Variação de β com k , quando este assume o mesmo valor para todas as espécies

11.6 Bibliografia

- Barenblatt, G. I., 2003. *Scaling*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Barenblatt, G. I. e A. S. Monin (1983). Similarity Principles for the Biology of Pelagic Animals. *Proc Nat Acad Sci U S A* 80: 3540–3542.
- Barreto, L. S., para publicação. *Plant Growth and Kleiber's Law. A Theoretical and Simulative Inquiry*. Preprint divulgado restritamente em Fevereiro e Março de 2009. Submetido à revista *Silva Lusitana* em Abril de 2009.
- Chapin III, F. S., P. A. Matson, and H. A. Mooney, 2002. *Principles of Terrestrial Ecosystem Ecology*. Springer, New York.
- Niklas K. J., 1994. *Plant Allometry. The Scalling of Form and Process*. The University of Chicago Press, Chicago.
- Niklas K. J., e B. J. Enquist, (2001) Invariant scaling relationships for interspecific plant biomass production rates and body size. *Proc Nat Acad Sci U S A* 98: 2922–2927.
- Schulze, E-D, E. Beck e K. Muller-Hoenstein, 2005. *Plant Ecology*. Springer, Berlin.

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

12.1 Introdução

Antes de deixarmos a parte do livro dedicada aos povoamentos puros, vamos criar um povoamento puro de pinhal bravo e definir nele as suas classes de diâmetro, aos 10 anos.

Partimos dos seguintes pressupostos:

- O PPAR tem 2600 árvores ha⁻¹.
- Os dap das árvores seguem uma distribuição de Weibull truncada, com os parâmetros $\lambda=6$ e $k=0,9$.
- Os dap ocorrem no intervalo de 3 a 25 cm.
- Vamos considerar 4 classes de dap.
- A biomassa total das árvores pode ser obtida do diâmetro recorrendo à seguinte equação alométrica

$$y_{2,71} = 0,0610350 * y_{11t}^{2,666667} \quad (12.1)$$

- A área ocupada por uma árvore, calculada a partir da sua biomassa total, é dada pela equação alométrica

$$y_{27} = 0,2046732 y_{2,71}^{0,75} \quad (12.2)$$

- Para obter os valores dos dap das árvores aos 10 anos, utilizamos a equação

$$y_{11} = \lambda (1 - \ln r)^{1/k} \quad (12.3)$$

sendo r um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo 0-1.

Desejamos que as árvores ocupem efectivamente uma área não inferior a 9986 m², isto é, a soma das áreas ocupadas pelas 2600 árvores tem de ser igual ou maior que este valor.

12.2 Um procedimento para gerar o PPAR

Antes de apresentar o programa que cria e projecta o PPAR atrás caracterizado, convém delinear o procedimento que ele executa.

O procedimento é descrito no fluxograma da figura 12.1 e anotado na listagem do programa

Os intervalos das classes são fechados à esquerda e abertos à direita. Isto é, sendo a e b , respectivamente os limites inferior e superior da classe, verifica-se $a \leq x < b$.

A regeneração natural é um processo aleatório. O leitor pode explorar o programa variando (simultaneamente ou não):

- Os valores de λ e k ;
- Os limites superiores e inferiores de todos os dap, assumidos como 3 e 25 cm;
- O número total de árvores;
- As constantes das equações (12.1) e (12.2);

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

- A alteração do número de classes implica depois criar novas variáveis para albergar os novos valores. Faça-o só se tiver uma clara compreensão de toda a listagem do programa e souber como deve actuar

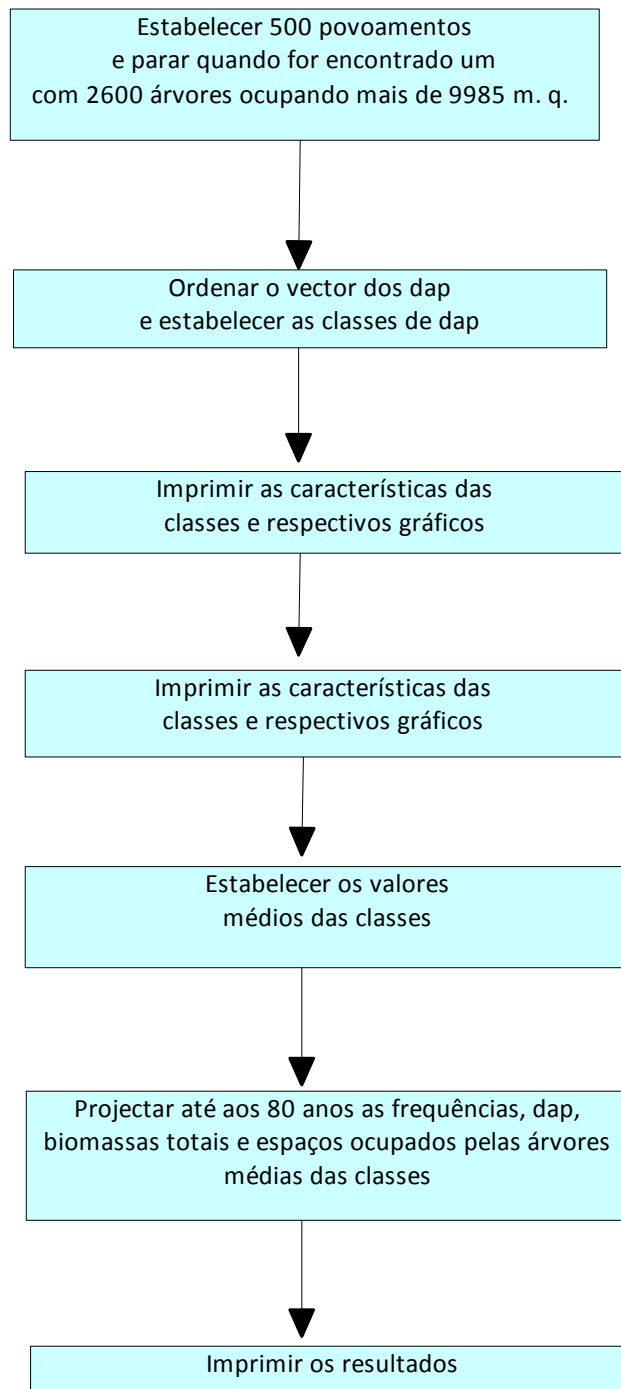


Figura 12.1, Fluxograma do programa weibravo

12.3 O Programa weibravo

Apresento agora a listagem do programa weibravo, na Caixa 12.1.

Caixa 12.1. Programa weibravo

```

clc

global g a b c1i c2i c3i c4i c5i inte
global c1s c2s c3s c4s c5s k l numarvt
global c1 c2 idap sdap nucla

//*****
//      Parâmetros básicos
//Distribuição de Weibull
k=0.9;l=6;
//Número total de árvores
numarvt=2600;
//Constantes das relações alométricas
c1=0.0610350;
c2=0.2046732;
//Limites inferior e superior dos dap
idap=3;
sdap=25;
//Número de classes
nucla=4;
//*****

disp("A executar")
trr=0;

//Estabelecer 500 povoamentos
//e parar quando for encontrado um
//com 2600 árvores ocupando mais de 9985 m. q.
for t=0:1:500
D=[];BT=[];AR=[];DD=[];
trr=0;
while trr<numarvt
    pr=grand(1,"unf",0,1);
    d=1*(1-log(pr))^(1/k);
    bt=c1*d^2.66667;
    ara=c2* bt^0.75;
    if d>=idap & d<=sdap then tree=1;
    else
        tree=0;
    end
end
//Seleccionar as árvores com idap<=dap<=sdap cm
if d>=idap & d<=sdap then D=[D d];
end
if d>=idap & d<=sdap then BT=[BT bt];
end
if d>=idap & d<=sdap then AR=[AR ara];
end
trr=trr+tree;
end
//Verificar se a área total ocupada satisfaz
if (sum(AR)-10000)<0 & sum(AR)-10000>(-15) then break;
end
end
//Caracterizar os vectores dos dap
//biomassas totais e áreas ocupadas

```

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

Caixa 12.1. Continuação

```

disp("Valores das árvores das classes, aos 10 anos")
disp("min média max dos dap, cm")
[ min(D) mean(D) max(D) ]
disp("min média max das biomassas das árvores kg/árvore")
[ min(BT) mean(BT) max(BT) ]
disp("min média max de das áreas ocupadas por cada árvore, m.q./árv.")
[ min(AR) mean(AR) max(AR) ]
disp("Área total acupada, m.q.")
reat=sum(AR)

//Fazer um histograma
xset("window",0)
xbase(0)
xbase(0)
histplot(5,D)
//Número de ordem do povoamento criado e aceite
t

//Distribuição teórica dos dap
a=min(D);b=max(D);
for x=a:1:b
    p=k/l*(x/l)^(k-1)*exp(0-(x/l)^k);
    DD=[DD p];
end
t=a:1:b;

plot2d(t,DD)
xtitle("Histograma e curva teórica de Weibull","dap","Prob(x)")
//
//

//ordenar o vector dos dap
//e estabelecer as classes de dap
g=abs(sort(-1*D));

a=min(g);b=max(g);
inte=ceil((b-a)/nucla+1);
cli=floor(a);cls=cli+inte;
c2i=c1s;c2s=c2i+inte;c3i=c2s;c3s=c3i+inte;
c4i=c3s;c4s=c4i+inte;c5i=c4s;c5s=c5i+inte;

disp("Limites inferiores das classes de dap")
[cli c2i c3i c4i]

disp("Limites superiores das classes de dap")
[c1s c2s c3s c4s]

c11=[];c12=[];c13=[];c14=[];

for i=1:1:numarvt
    if g(i)>=cli & g(i)<c1s then c11=[c11 g(i)];
    end

```

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

Caixa 12.1 Continuação

```

end

for i=1:1:numarvt
    if g(i)>=c2i & g(i)<c2s then c12=[c12 g(i)];
    end
end

for i=1:1:numarvt
    if g(i)>=c3i & g(i)<c3s then c13=[c13 g(i)];
    end
end

for i=1:1:numarvt
    if g(i)>=c4i & g(i)<c4s then c14=[c14 g(i)];
    end
end

si1=size(c11);si2=size(c12);si3=size(c13);
si4=size(c14);
disp("Frequências das classes")
cla=[si1(2) si2(2) si3(2) si4(2)]
sum(c1a)

nc=1:1:4;
xset("window",1)
xbase(1)
plot2d3(nc,cla,[5])
xlabel("Frequências das classes de dap, aos 10 anos","Classe","Frequência absoluta")

xbase(2)
xset("window",2)
subplot(2,1,1)
histplot(5,BT)
xlabel("Histograma das biomassas totais das árvores, aos 10 anos","Biomassa total","Pr")
subplot(2,1,2)
histplot(5,AR)
xlabel("Histograma dos espaços ocupados pelas árvores, aos 10 anos","Espaço ocupado","Pr")

//
//
//valores médios das classes
//dap
dc1=mean(c11);dc2=mean(c12);dc3=mean(c13);dc4=mean(c14);
dcs=[dc1 dc2 dc3 dc4];
//biomassas totais das árvores médias das classes
bts=0.0610350*[dc1 dc2 dc3 dc4]^2.66667;
//áreas ocupadas pelas árvores médias
aras=0.2046732*[bts]^0.75;
//Valores finais das classes
freqf=(1/6.018)*cla;dcsf=(1/0.4076)*dcs;btsf=(1/0.091338)*bts;
arasf=(1/0.166138)*aras;
aoc=sum(floor(c1a).*aras);

```

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

Caixa 12.1 Continuação

```

//Projecção das classes
F=[cla];DBH=[dcs];TB=[bts];SPA=[aras];AOC=[reat;];
for t=10:10:70
    P=exp(-0.05*t);
    F1=6.018^P;F2=0.4076^P;F3=0.0913323^P;F4=0.1661378^P;
    frequ=floor(F1*freqf);
    dc=F2*dcsf;
    btcl=F3*btsf;
    ar=F4*arasf;
    F=[F;floor(frequ);];
    DBH=[DBH;dc;];
    TB=[TB; btcl;];
    SPA=[SPA;ar;];
    aroc=sum(frequ.*ar);
    AOC=[AOC aroc];
end
idad=[10:10:80]';
disp("          Projecção dos 10 aos 80 anos")
disp("Frequências das classes, árvores/ha")
[idad F]
disp("dap das árvores médias das classes, cm")
[idad DBH]
disp("Biomassas totais das árvores médias das classes kg/árvore")
[idad TB]
disp("Espaços ocupados pelas árvores médias das classes, m. q./árvore")
[idad SPA]
disp("Espaço total ocupado, m. q.")
[idad AOC]
disp("Biomassa total do povoamento, Mg/ha")
BP=(F.*TB)/1000;BPT=[idad BP]
disp("Biomassa total final aos 80 anos, Mg/ha")
sum(BPT(8,1:4))

```

Um exemplo da saída do programa weibravo é o seguinte:

A executar

Valores das árvores das classes, aos 10 anos

min média max dos dap, cm
ans =

6.002578 11.478856 24.93728

min média max das biomassas das árvores kg/árvore
ans =

7.263552 56.735791 323.97725

min média max de das áreas ocupadas por cada árvore, m.q./árv.
ans =

0.9055715 3.8458085 15.629564

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

Área total acupada, m.q.

reat =

9999.1021

t =

85. ← Antes foram gerados 84 povoamentos que não usavam
área $\geq 9986 \text{ m}^2$

Limites inferiores das classes de dap

ans =

6. 12. 18. 24.

Limites superiores das classes de dap

ans =

12. 18. 24. 30.

Frequências das classes

cla =

1663. 627. 280. 30.

ans =

2600. ← Verificar se o povoamento tem 2600 árvores

Projecção dos 10 aos 80 anos

Frequências das classes, árvores/ha

ans =

10.	1663.	627.	280.	30.
20.	820.	309.	138.	14.
30.	534.	201.	90.	9.
40.	412.	155.	69.	7.
50.	352.	132.	59.	6.
60.	320.	120.	53.	5.
70.	302.	113.	50.	5.
80.	291.	109.	49.	5.

dap das árvores médias das classes, cm

ans =

10.	8.5609816	14.599973	20.419513	24.54891
20.	12.186654	20.783226	29.067407	34.94565
30.	15.097414	25.747262	36.010104	43.292355
40.	17.191781	29.319015	41.005556	49.298026
50.	18.601173	31.722603	44.367213	53.339504
60.	19.511716	33.275452	46.539026	55.950518
70.	20.085567	34.254102	47.907766	57.596056
80.	20.441816	34.861653	48.757486	58.617613

Biomassas totais das árvores médias das classes kg/árvore

ans =

10.	18.720246	77.71801	190.12433	310.69635
20.	48.000625	199.27692	487.4982	796.6572
30.	84.975777	352.78106	863.02082	1410.3267

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

40.	120.1556	498.8318	1220.3099	1994.1996
50.	148.2504	615.46871	1505.643	2460.4836
60.	168.40032	699.1221	1710.2872	2794.908
70.	181.93347	755.30561	1847.7309	3019.515
80.	190.66617	791.55984	1936.4209	3164.45

Espaços ocupados pelas árvores médias das classes, m. q./árvore
ans =

10.	1.8420213	5.3573773	10.479468	15.146528
20.	3.7326381	10.856091	21.235402	30.692646
30.	5.7286468	16.661328	32.590921	47.105378
40.	7.428287	21.604601	42.260368	61.081138
50.	8.6961606	25.292114	49.473444	71.506578
60.	9.568367	27.82886	54.435526	78.678537
70.	10.139466	29.489857	57.684572	83.374555
80.	10.502335	30.545233	59.748974	86.358344

Espaço total ocupado, m. q.
ans =

10.	9999.1021
20.	9775.4779
30.	9765.1557
40.	9752.7008
50.	9747.5803
60.	9679.8162
70.	9695.5739
80.	9745.1013

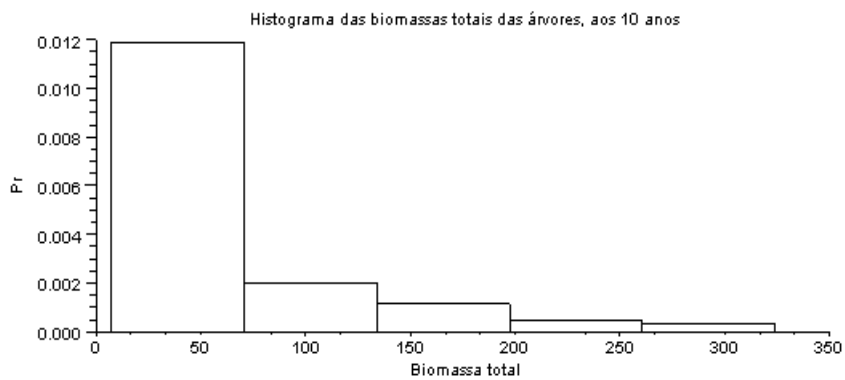
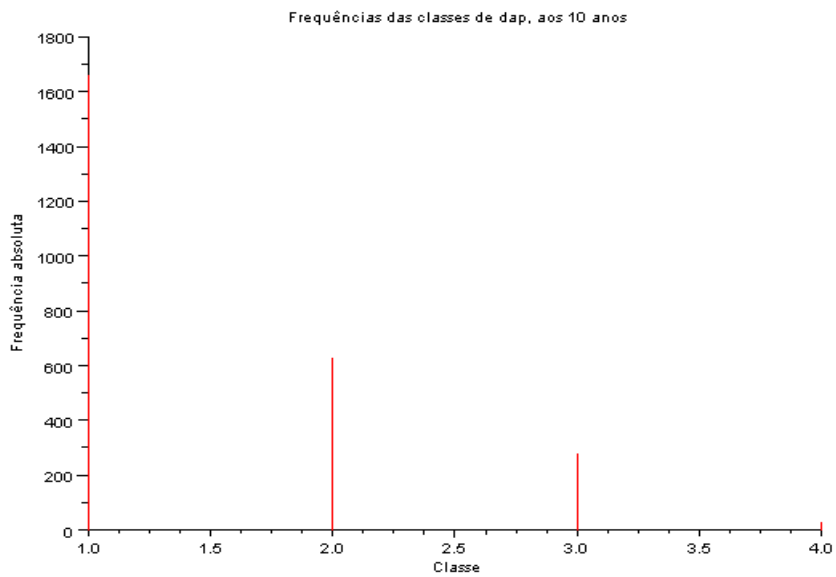
Biomassa total do povoamento, Mg/ha
BPT =

10.	31.13177	48.729192	53.234811	9.3208906
20.	39.360512	61.576568	67.274752	11.153201
30.	45.377065	70.908992	77.671874	12.692941
40.	49.504107	77.318928	84.201385	13.959397
50.	52.184141	81.24187	88.832935	14.762901
60.	53.888103	83.894651	90.645222	13.97454
70.	54.943907	85.349534	92.386546	15.097575
80.	55.483855	86.280022	94.884625	15.82225

Biomassa total final aos 80 anos, Mg/ha
ans =

316.6485

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado



O programa weibravo é diferente do programa Pbestrut90 (caixa 7.1., secção 7.2). Este estabelece um PAPI simétrico de PPAR conhecido, o weibravo cria de raíz, digamos assim, um PAPI.

206 © L. S. Barreto, 2010. Árvores e Arvoredos

12 Um Pinhal Bravo Regular Dimensionalmente Estruturado

12.4 Bibliografia

Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. "e-book". Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa.

Gentle, J. E., 1998. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*. Springer, New York.

Consultei também a entrada referente à distribuição de Weibull na versão em inglês da Wikipedia.

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

13.1 Introdução

De acordo com a figura 1.6, a minha teoria é uma elaboração que pretende detectar as regularidades, ou leis que estão subjacentes à estocacidade que na realidade os Pf nos mostram, na natureza (figura 1.7).

Neste capítulo, recorrendo à simulação, vamos fazer uma incursão no domínio do comportamento dos modelos determinísticos que estabelecemos para a dinâmica dos PPAR, em ambientes variáveis, e verificar se estas simulações revelam incongruências, ou discrepâncias com a evidência empírica disponível na literatura.

As mudanças climáticas vieram dar uma nova relevância a este tipo de inquirições, por isso, de há uma década para cá, esta literatura tem revelado uma expansão consistente.

Selecciono algumas referências onde o leitor pode encontrar informação introdutória, se não está familiarizado com o tema, e bibliografia superveniente associada: Caswell (2001), Diggle (2004), Gentle (1998), Lande, Engen e Sæther (2003), Ranta, Lundberg e Kaitala (2006), Ripley (2006).

As principais fontes deste capítulo são Barreto (2004: capítulo 8; 2006).

Começo por abordar variações cíclicas do meio, que podem, por exemplo, ocorrer com a temperatura e a pluviosidade e tanto podem afectar o crescimento como a regeneração.

13.2 Variação Cíclica dos Povoamentos

Nesta secção, vou ilustrar a variação cíclica tanto de PPAR como de PAPI, baseada em modelos derivados da teoria já exposta. Começo pelos PPAR.

13.2.1 O caso de um PPAR

O modelo que agora apresento, é uma aplicação da eq. (4.59), uma das formas discretas da EGP (equação de Gompertz, lembre-se).

Seja um carvalho comum com uma biomassa total final de 600 Mg ha^{-1} ($y_{0,671f}=600$) com uma variação cíclica de 6 anos, caracterizada pela seguinte equação:

$$kd=600+80*\sin(t*2*\pi/6) \quad (13.1)$$

A sua versão estocástica é dada por:

$$ke= kd + z*75 \quad (13.2)$$

sendo z uma variável de distribuição normal, de média zero e variância 1 ($N(0,1)$), e t a idade expressa em anos. Assim verifica-se que a sequência de números aleatórios gerada é toda extraída da mesma distribuição e os valores são independentes uns dos outros. É a chamada sequência **iid** (*independent and identically distributed*).

Na caixa 13.1 insiro o curto programa que realiza a simulação pretendida, e nos dá a figura 13.1. Sugiro que o leitor faça simulações alterando os valores de 80 (eq. (13.1)) e 75 (eq. (13.2)). O que verifica?

O exemplo acabado de descrever pode levar à conclusão que é fácil separar o processo determinístico subjacente à variação aleatória do tamanho de uma população real, da influência da estocasticidade ambiental a que esteve sujeita, e mesmo modelar esta. Esta separação é conhecida pelo **problema da visibilidade**. Esta destriça só é possível se a teoria disponível nos permitir conhecer o padrão do crescimento da população – o nosso caso – ou então for conhecido o modelo de variação do ruído ambiental. Uma breve caracterização do problema em questão e comentários de resultados obtidos por vários investigadores deste assunto podem ser encontrados em Ranta, Lundberg e Kaital (2006:34-38).

O procedimento da subsecção 7.5.4 (variação intra anual de um pinhal jardinado) pode ser estendido a variações anuais cíclicas ou não, utilizando as matrizes intercales adequadas. Os valores que agora se obtêm, da estrutura do pinhal, não serão trimestrais, mas sim correspondentes à periodicidade escolhida. Sobre este tópico ver Caswell (2001: capítulo 13).

Caixa 13.1 Programa BTQr

```
//Programa BTQr
//(c) Luis Soares Barreto, 2009
//Variação cíclica e estocástica da biomassa total de um povoamento
//de carvalho comum. Valor final 600 Mg/ha
BD=[];BE=[];
xbasc()
bo=600*0.1994;
for t=1:200
    z=grand(1,1,"nor",0,1);
    kd=600+80*sin(t*2*pi/6);
    ke= kd+ z*75;
    bd=bo*exp(0.05*(log(kd)-log(bo)));
    be=bo*exp(0.05*(log(ke)-log(bo)));
    BD=[BD bd];BE=[BE be];
    bo=bd;
end
id=11:210;
subplot(211)
plot2d(id,BD)
xtitle("Crescimento cíclico determinístico","Idade, anos","Mg/ha")
subplot(212)
plot2d(id,BE)
xtitle("Crescimento cíclico estocástico","Idade, anos","Mg/ha")
```

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

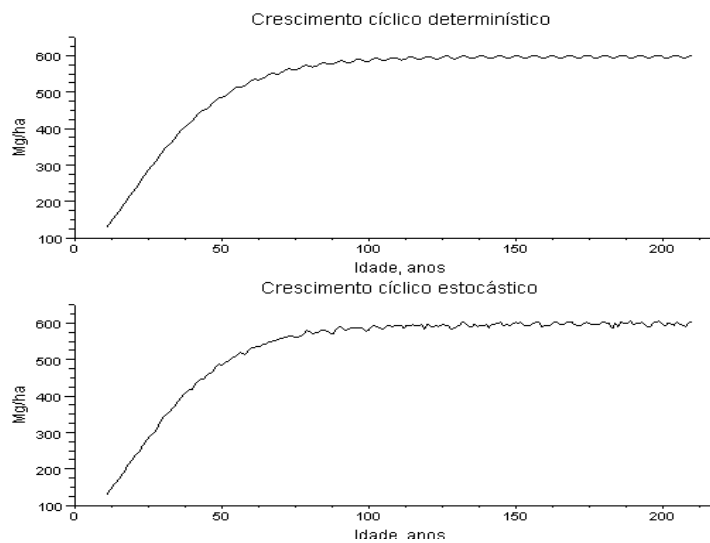


Figura 13.1. Simulação da biomassa total de um carvalhal comum, com a biomassa final de 600 Mg ha^{-1} , num ambiente com variação cíclica tanto determinística como estocástica

13.2.2 O caso de um PAPI

Nesta situação, a minha conjectura de variação do meio assume que promove a ocorrência de ciclicidade na regeneração. Vou introduzir um PAPI de pinheiro bravo para protecção que descrevo (Barreto, 2002) e voltarei a utilizar na simulação estocástica de PAPI (secção 13.4).

13.2.2.1 Os PAPI a Simular

O PAPI revela as seguintes características:

- A população está estruturada em classes de idade de 10 anos. A primeira classe tem indivíduos dos 10 aos 19 anos.
- As árvores com idades inferiores aos 10 anos vivem sob o coberto das mais idosas.
- As árvores de idade igual e superior a 80 anos, já atingiram um estado de decrepitude que permitem ser ignoradas para fins de modelação.
- O modelo abarca assim sete classes de idade, dos 10 aos 79 anos.
- A periodicidade da matriz de transição é de 10 anos.

Sugiro que o leitor relembre as secções 7.4 e 7.5. Os parâmetros característicos da população inserem-se no quadro 13.1.

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

Quadro 13.1. Parâmetros característicos da dinâmica do PAPI de pinheiro bravo a utilizar, sua estrutura etária estável e valores médios das classes. T= fração que transita; M=taxa de mortalidade

Classes	T	M	Y_{-21i} árv./clas.	Y_{11i} cm	Y_{27i} m ² /árv.
I	0,5584	0,4416	282	11,12	5,066
II	0,7042	0,2958	157	14,93	9,099
III	0,8093	0,1907	111	17,82	12,870
IV	0,8794	0,1206	90	19,81	15,873
V	0,9258	0,0742	79	21,12	18,083
VI	0,9551	0,0449	73	21,96	19,569
VII	0,9643	0,0357	70	22,48	20,408

A matriz de transição ou de Leslie (A), derivada dos parâmetros introduzidos, é a seguinte:

$$A = \begin{bmatrix} 0,1981 & 0,3010 & 0,3800 & 0,4500 & 0,4500 & 0,4500 & 0,4500 \\ 0,5584 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,7042 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,8093 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8794 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9258 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,9551 & 0 \end{bmatrix} \quad (13.3)$$

Os valores próprios (VP) da matriz são:

$$VP = [1, 0,387 0,607i, -0,194 0,643i, -0,594 0,264i] \quad (13.4)$$

A razão de amortecimento da matriz é igual a 1,39 e a longevidade média de uma geração 40 anos.

A estrutura etária estável (fr) expressa em frequências relativas é dada por:

$$fr = [0,327, 0,183, 0,129, 0,104, 0,092, 0,085, 0,081] \quad (13.5)$$

Os valores reprodutivos das classes (VR) são:

$$VR = [1, 1,437, 1,613, 1,523, 1,220, 0,832, 0,040] \quad (13.6)$$

Os valores reprodutivos crescem até à classe III depois declinam. Este padrão é comum em populações biológicas.

A sensibilidade do valor próprio dominante (1) da matriz A aos seus elementos é dada pela matriz S seguinte:

$$S = \begin{pmatrix}
 0,055 & 0,121 & 0,171 & 0,192 & 0,153 & 0,100 & 0,045 \\
 0,087 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
 \blacksquare & 0,111 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
 \blacksquare & \blacksquare & 0,116 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
 \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,105 & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\
 \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,081 & \blacksquare & \blacksquare \\
 \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & 0,055 & \blacksquare
 \end{pmatrix} \quad (13.7)$$

A matriz S reflecte a estratégia bionómica do pinheiro bravo (capítulos 8 e 9). Nela se verifica que a maior sensibilidade do valor próprio dominante está associada á regeneração.

13.2.2.2 A Estratégia para a Simulação

Aproveitando a informação final da subsecção anterior, vamos introduzir a variação cíclica na regeneração, com periodicidade de cerca de sessenta anos, utilizando a seguinte variável:

$$c = 0.5 * (2 + \sin(t * 2 * \%pi / 1,2)) \quad (13.8)$$

que é inserida no seguinte algoritmo básico:

Criar um valor da variável cíclica c → multiplicar a primeira linha da matriz A por c → calcular as novas frequências das classes → para cada classe calcular a área ocupada pela árvore média → verificar se os limites das classes são ultrapassados e ajustar → calcular a área total ocupada pelas novas frequências → verificar se esta área é maior do que 10000 m² e eventualmente ajustar as frequências → usar o novo valor da densidade total e o anterior para achar o logaritmo natural da sua razão (taxa de crescimento)

O efeito da ciclicidade é propagado ao resto da estrutura do povoamento através da matriz A e dos ajustamentos necessários para garantir que a área usada não excede um hectare.

Caixa 13.2. Listagem do programa sinpapi

```

//Programa sinpapi
//(c) Luís Soares Barreto, 2009
//Simulação de um pinhal bravo jardinado
//que revela ciclicidade da regeneração
//Dados de L. S. Barreto, Silva Lusitana, 14(2):227-238
cic = 50;b=[];are=[];densidade=[];areaoc=[];p=[];tc=[];
xbasc()
q = 100; r = 3.5;
//Distribuição etária estável
frac=[0.327184 0.18257 0.128589 0.10406 0.091579 0.084921 0.081095];
//População inicial
ya=1000*frac;ya=ya';y=ya;
//Área ocupada pela árvore média das classes
are=[5.066 9.099 12.87 15.873 18.083 19.569 20.408];
//Matriz de Leslie
a=[ 0.1981  0.301 0.38  0.45 0.45 0.45 0.4;
    0.5584 0 0 0 0 0 0;
    0 0.7402 0 0 0 0 0;
    0 0 0.8093 0 0 0 0;
    0 0 0 0.8794 0 0 0;
    0 0 0 0 0.9258 0 0;
    0 0 0 0 0 0.9551 0];
reg=a(1,:);
//Executar 1000 ciclos
for i = 1:cic
    //Gerar variável com ciclicidade
    c=0.5*(2+sin(i*2*pi/1.2));
    //Efeito da ciclicidade na regeneração
    na=c*reg; a(1,:)=[];
    a=[na;a];
    //Projectar a população para o período seguinte
    y=a*ya;
    //área total utilizada
    art = sum(are.* y');
    den=sum(y);
    fra=[(1/den)*y]';
    //Controlar a área total ocupada e a densidade
    while art > 10000
        den = den - 1;
        y =( den * fra)';
        art =sum(are.* y');
    end
    //Densidade corrigida
    den = sum(y);
    //Taxa finita de crescimento
    gro = den / n;
    //Actualizar variáveis auxiliares
    ya=y;
    densidade=[densidade den];
    areaoc=[areaoc art];
    tc=[tc gro];
    p=[p y];
end
subplot(221)
plot(densidade)
xlabel("Densidade","Períodos","Árv./ha")
subplot(222)
plot(areaoc)
xlabel("Área ocupada","Períodos","metros quadrados")
subplot(223)
plot(tc)
xlabel("Taxa de crescimento","Períodos","Taxa de cresc.")
subplot(224)
plot(p')
xlabel("Variações cíclicas das classes","Períodos","Frequências, árv./ha")

```

Na caixa 13.2, insiro o programa `sinpapi` que executa o algoritmo descrito. A saída do programa exibe-se na figura 13.2, onde aos 50 períodos correspondem a 500 anos. A ciclicidade está bem patente nos quatro gráficos da figura. O desfasamento da ciclicidade das frequências das classes ilustra a propagação das variações da regeneração ao longo do tempo, pelas classes seguintes.

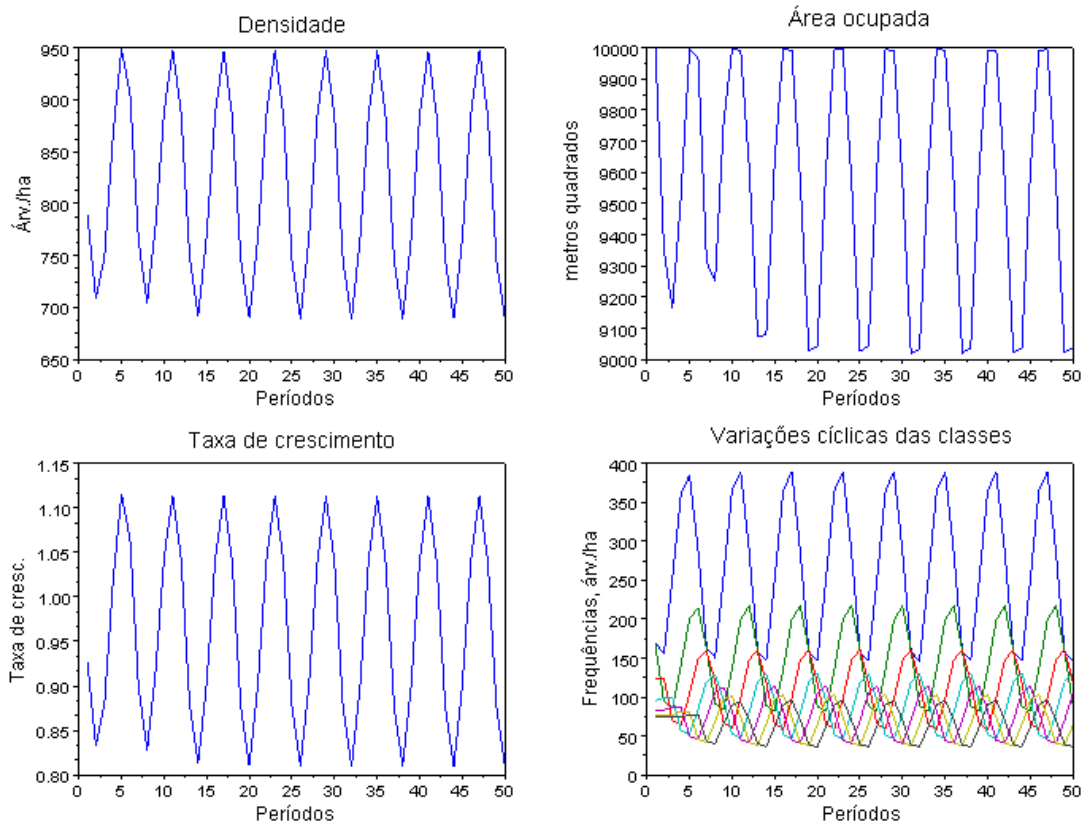


Figura 13.2. Dinâmica de um PAPI de pinhal bravo com variação cíclica da regeneração, de acordo com o programa `sinpapi`

O padrão de variação do ambiente tem fortes implicações no nível de utilização dos recursos locais. Por exemplo quando a ciclicidade é definida por:

$$c=0.5*(2+\sin(i*2*\%pi/1,4)); \quad (13.9)$$

a área utilizada depois do décimo período (100 anos) passa a ser virtualmente 10000 m², como se verifica na figura 13.3.

Se substituirmos 1,4 por 1,9, na eq. (13.9), a uma escala temporal mais curta poderia julgar-se que o comportamento do povoamento é caótico, como se ilustra na figura 13.4.

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

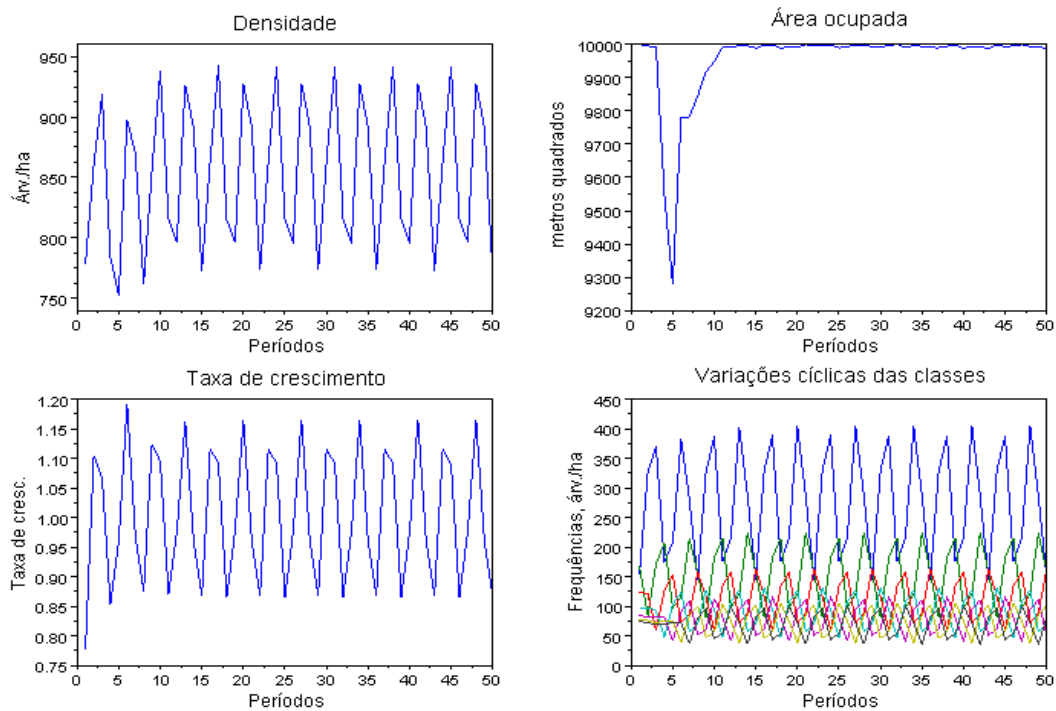


Figura 13.3. Saída do programa *sinpapi* quando a equação (13.8) é substituída pela equação (13.9). Anote-se o alto nível de utilização da área disponível, sendo a sua ciclicidade residual

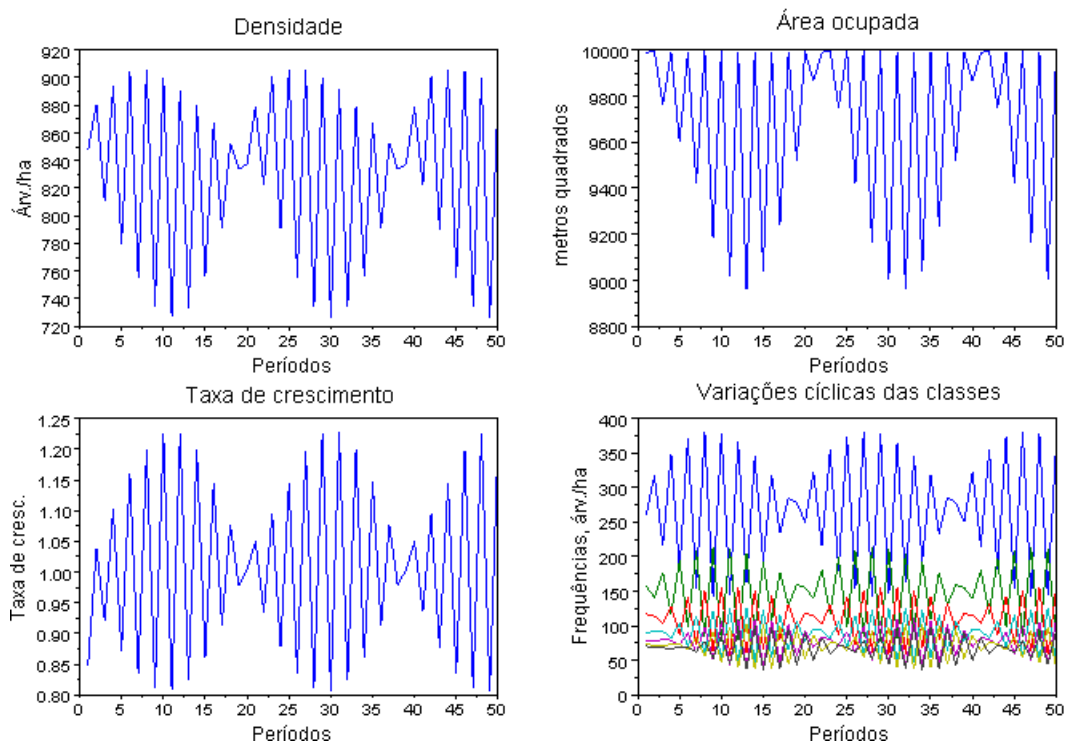


Figura 13.4. Dinâmica de um PAPI de pinheiro bravo quando a variação do meio, que afecta a regeneração, e dada por $c=0.5*(2+\sin(i*2*\pi/1,9))$, no programa *sinpapi*

Estabelecendo uma transição para a secção seguinte, à semelhança do que fizemos para os PPAR, introduzo estocacidade na eq. (13.8), reescrevendo-a como:

$$c=0.5*(2+\sin(i*2*\%pi/1.2))+z*0.25 \quad (13.10)$$

sendo $z=N(0,1)$. Um exemplo do efeito da ciclicidade estocástica insere-se na figura 13.5.

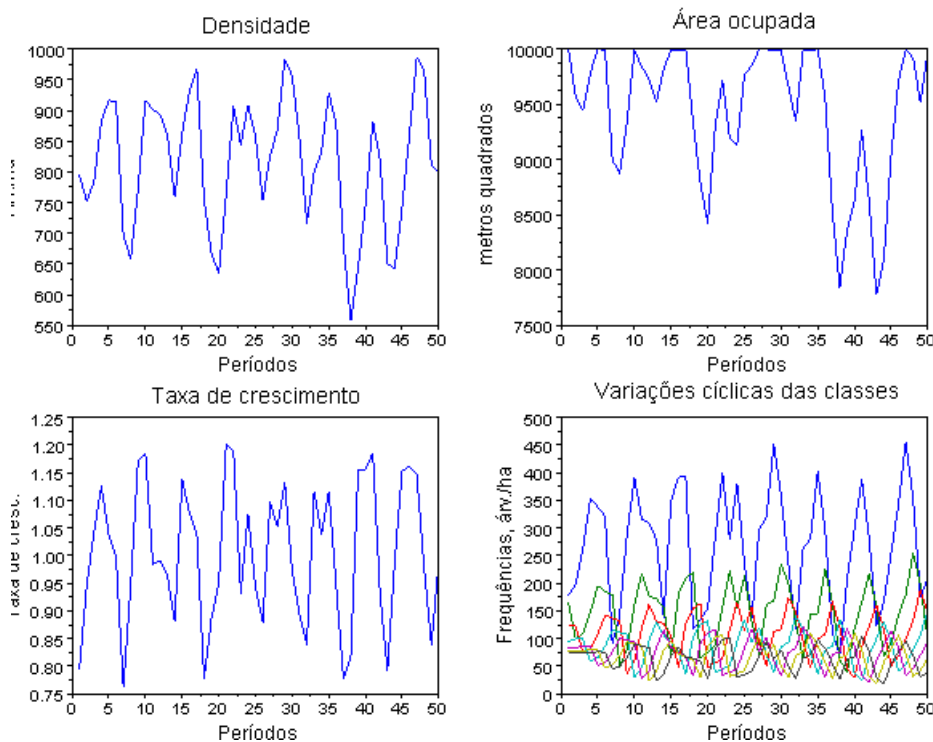


Figura 13.5. A simulação de um PAPI de pinheiro bravo sujeito a ciclicidade estocástica, de acordo com a eq. (13.10)

13.3 Variação Estocástica de PPAR

A estocacidade, assumida como infligida ao povoamento pela variação aleatória do ambiente onde se insere, pode ser introduzida num modelo de várias maneiras, e a escolha deve ser feita de modo a servir melhor os propósitos da modelação e simulação. Para os meus propósitos tenho como convenientes as que abaixo insiro.

Esta secção e a seguinte beneficiam largamente de Barreto (2006), cujas simulações foram feitas recorrendo ao Visual Basic 6.

13.3.1 Pressupostos Básicos

Antes de apresentar o simulador e a sua saída, vejamos o modelo conceptual do auto-desbaste que lhe está subjacente.

1. Num curto período de tempo, o dap (y_{11}) da árvore média cresce de acordo com a sua EGP.
2. O novo tamanho da árvore média torna-se incompatível com a actual densidade, pois a árvore é maior e passa a ocupar mais espaço.

3. O auto-desbaste actua então de acordo com o descrito na segunda parte do método SB-BARTHIN, sendo que neste caso só ocorre uma classe, a do dap médio do povoamento.

Vamos introduzir estocacidade no valor final do dap médio (y_{11f}) de PPAR de pinhal bravo que aos 10 anos é assim descrito: $y_{-2110}=1943$ árvores ha^{-1} ; $y_{1110}=14,32$ cm; $y_{3110}=0,085684$ m^3 . Atendendo aos valores característicos da dinâmica dos PPAR de pinheiro bravo, temos $y_{-21f}=1943/6,018$; $y_{11f}=14,32/0,4076$; $y_{31f}=0,085684/0,0677$.

O procedimento básico de simulação é o seguinte:

Gerar um número aleatório → gerar um valor final do dap → simular o crescimento do dap da árvore média → incrementar o volume da árvore média → ajustar a densidade ao novo tamanho das árvores (auto-desbaste)

13.3.2 As Simulações Estocásticas

Por motivos que emergirão adiante, vou apresentar duas simulações determinísticas (A e B) e duas estocásticas (C e D). As duas simulações determinísticas servem para verificar se o simulador funciona correctamente.

Simulação A. Esta simulação projecta as variáveis de acordo com as suas EGP.

Simulação B. Aplica o processo descrito na subsecção anterior ao valor determinístico de

Y_{11f} .

Simulação C. y_{11f} tem uma distribuição lognormal (3,5582, 0,05)

Simulação D. y_{11f} tem uma distribuição lognormal (3,5582, 0,15)

Todas as quatro simulações usam as seguintes equações:

$$Y_{11t}=Y_{11f} 0,4076^{\exp(-0,05(t-10))} \quad (13.11)$$

$$Y_{31t}=Y_{31f} 0,0677^{\exp(-0,05(t-10))} \quad (13.12)$$

A simulação A calcula y_{-21t} como:

$$Y_{-21t}=Y_{-21f} 6,018^{\exp(-0,05(t-10))} \quad (13.13)$$

As simulações B, C, and D usa o seguinte algoritmo:

- Calcular a classe de qualidade Q associada ao valor estocástico de y_{11f} :

$$Q=0,5679289 y_{11f} + 4,039238 \quad (13.14)$$

- Calcular a constante M:

$$M=0,000083781 Q^2 - 0,0009141 Q + 0,009827 \quad (13.15)$$

3 : Estimar y_{31f} como:

$$y_{31f} = M y_{31f} \quad (13.16)$$

e depois usar a eq. (13.12).

A área ocupada pela árvore média depois do crescimento é a seguinte (m^2 , eq. (3.14)):

$$y_{27t} = 10,427529 (d/20,38)^2 \quad (13.17)$$

A nova densidade vem:

$$y_{-21t} = 10^4 / y_{27t} \quad (13.18)$$

Os resultados das quatro simulações exibem-se no quadro 13.1.

Quadro 13.1. Resultados das quatro simulações do PPAR de pinheiro bravo. T= idade, anos. O expoente da lei dos 3/2, b, é a média de 10 médias de grupos de 100 simulações, nas simulações C e D

T	Simulação A			Simulação B			Simulação C			Simulação D		
	Y ₋₂₁	Y ₁₁	Y ₃₁	Y ₋₂₁	Y ₁₁	Y ₃₁	Y ₋₂₁	Y ₁₁	Y ₃₁	Y ₋₂₁	Y ₁₁	Y ₃₁
10	1943	14,32	0,0857	1945	14,31	0,0855	1810	14,83	0,0946	1945	14,31	0,0859
20	959	20,38	0,2472	960	20,36	0,2473	760	22,88	0,3407	789	22,47	0,3200
30	625	25,25	0,4698	626	25,23	0,4702	586	26,07	0,5118	378	32,43	0,9410
40	482	28,75	0,6937	482	28,73	0,6943	424	30,63	0,8252	290	37,04	1,4061
50	412	31,10	0,8787	412	31,08	0,8793	363	33,14	1,0456	290	37,04	1,4061
60	374	32,63	1,0141	375	32,61	1,0149	315	35,57	1,2886	223	42,28	2,0849
70	353	33,59	1,1062	353	33,57	1,1071	279	37,80	1,5351	196	45,06	2,5123
80	341	34,18	1,1662	341	34,16	1,1670	279	37,80	1,5351	196	45,06	2,5123
b	-1,500			-1,500			-1,493			-1,484		
r ²	1,000			1,000			1,000			1,000		

Para ajustar a forma logarítmica da lei dos 3/2 ($\ln y_{31} = a + b \ln y_{-21}$) usei valores anuais das simulações.

Para a simulação D (lognormal(3,5582, 0,15)), considerei ainda as seguintes quatro situações:

Situação I. Existe a propensão para o valor determinístico de y_{11f} ocorrer pelo menos 17 vezes, durante a simulação.

Situação II. O valor de y_{iif} não é submetido a qualquer restrição.

Situação III. Verifica-se $y_{11f} < 37$ cm.

Situação IV. Combina as situações I e III.

Para estas situações voltei a fazer 10 grupos de 100 simulações, achar a média dos valores de b de cada grupo, e a média final destes 10 valores, que são as seguintes: Situação I: -1,4812; Situação II: -1,4822; Situação III: -1,4850; Situação IV: -1,4851.

Em todas as 4000 simulações verificou-se $r^2 > 0,9990$.

13.3.3 Comentários às Simulações

O exposto até agora merece os comentários conclusivos pertinentes seguintes:

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

1) No quadro 13.1, os valores referentes às simulações A e B permitem-nos aceitar o procedimento simulatório descrito na subsecção 13.3.1.

2) Os valores de b , nas simulações C and D, são consistentes com a variação assumida de y_{11f} . O valor mais próximo de $-1,5$ está associado ao ambiente menos variável (variância=0,05).

3) No que concerne às situações I a IV, verifica-se que o nível de propensão escolhido tem baixo impacto no desvio dos PPAR da trajectória da lei dos 3/2.

4) As mesmas situações sugerem que em PPAR reais, é provável que a variabilidade natural do ambiente seja suficiente para confinar os povoamentos a uma trajectória perto da lei dos 3/2.

A conclusão mais importante deverá ser a seguinte: **provavelmente, os valores de b no intervalo $-1,45$ to $-1,49$, encontrados na literatura e obtidos de dados de povoamentos reais, não permitem uma rejeição definitiva da lei dos 3/2.**

13.3.4 Uma Simulação Alternativa

Uma forma mais directa de executar a simulação pretendida é gerar o valor estocástico de y_{11f} com distribuição de Weibull, usar uma relação $y_{12f} = f(y_{11f})$ e depois calcular o volume final da árvore usando uma equação de volume $y_{31f} = f(y_{11f}, y_{12f})$. Além da mortalidade devida ao auto-desbaste pode ocorrer a mortalidade de árvores devido a causas exógenas. É o que faz o simulador weistoc32 que propomos na caixa 13.3.

Caixa 13.3. Listagem do simulador weistoc32

```
// O programa weistoc32
//(c) Luís Soares Barreto, 2009
//Simulação estocástica do volume da árvore e da densidade
//para verificar a lei dos 3/2
//10 grupos de 100 simulações
//controlo do recrutamento; auto-desbaste e are/arv.
//d, da=dap médio; v, va=volume da árvore média;
//df=d final; vf=v final; p=densidade
//are=área ocupada pela árvore média
//hf=altura média final
xbasec()
va = 0.085949; da = 14.31;x=[];y=[];sim=100;
B=[];jj=[];S=[];MDP=[];
k=0.9;
disp(" N° do grupo; Média de b; Desvio padrão dos resíduos")
for nn = 1:10
    for vv = 1:sim
        va = 0.085949; da = 14.31;

        for i = 0:1:70
            //gera valor estocástico do dap final (Weibull)
            l=grand(1,"unf",27,43);
            pr=grand(1,"unf",0,1);
            df=l*(1-log(pr))^(1/k);
            idap=grand(1,"unf",20,28);
            sdap=grand(1,"unf",43,55);
            if df<idap | df>sdap then df=35;
            end
            hf=0.761*df;
```

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

```

//Equação estabelecida em Barreto (2004)
vf=0.000074*df^(-0.386977889)*hf^3.387270006;
d = df * 0.4076 ^ exp(-0.05 * i);
//garantir que o dap não diminui
if d < da then d = da;
end
da=d;

v = vf * 0.0677 ^ exp(-0.05 * i);
//garantir que v não diminui
if v < va then v = va;
end
va=v;
//calcular nova área ocupada pela árvore média
are = 10.427529 * (d / 20.38) ^ 2;
//calcular nova densidade com ocorrência
//de morte acidental de árvores
//para além do auto-desbaste
z=rand(5555);
if z<0.5 then ac=grand(1,"unf",0.7,1);
else ac=1;
end
p = 10000 / are*ac;
//preparar o ajustamento da lei dos 3/2
x =[x log(p)]; y =[y log(v)];
end

//regressão da lei dos 3/2
[a,b,sig]=reglin(x,y);
jj=[jj a];S=[S sig];
end
ave = mean(jj); mdp=mean(S);
B=[B ave];MDP=[MDP mdp];
disp([nn ave mdp])
end

t=1:1:10;
plot2d(t,B)
xlabel("Médias de b, dos 10 grupos de 100 simulações","Grupos","b")

```

Uma saída do programa é a seguinte:

Nº do grupo; Média de b; Desvio padrão dos resíduos

1.	- 1.4582529	0.1604365
2.	- 1.4573481	0.1617586
3.	- 1.4566992	0.1620839
4.	- 1.4564076	0.1623157
5.	- 1.456098	0.1625192
6.	- 1.4558837	0.1627397

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

7.	-	1.4557839	0.1629049
8.	-	1.4557513	0.1630332
9.	-	1.455712	0.1631432
10.	-	1.4556876	0.1632217

O gráfico da figura 13.2 também é dado pelo programa.

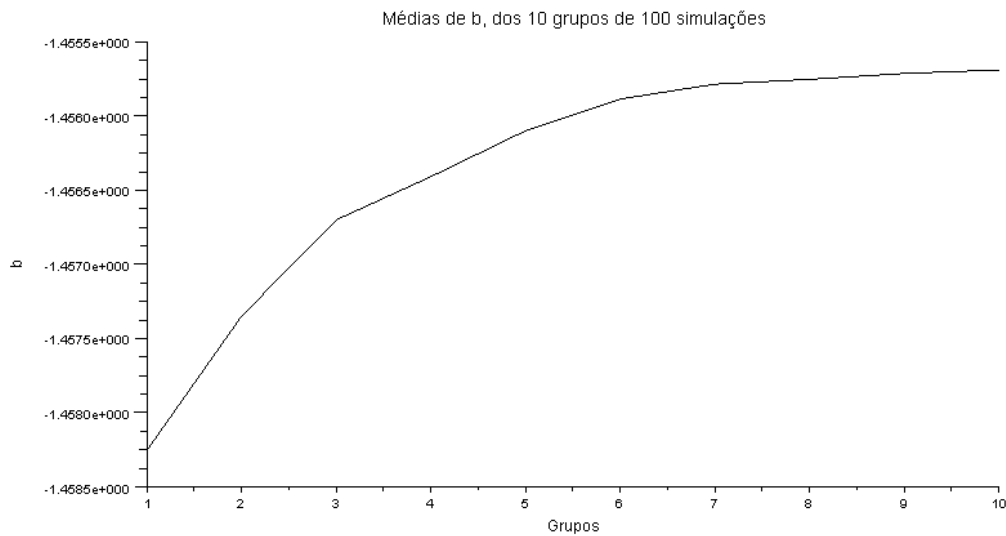


Figura 13.2. Gráfico estabelecido pelo programa weistoc32

13.4 Ainda a Simulação do Ruído Ambiental

Nas sequências de ruído ambiental geradas pelo método iid (secção 13.2) cada valor é independente do anterior, o que em certas circunstâncias pode ser menos realista.

Escrevamos o modelo estocástico alternativo de crescimento da biomassa total (y) como:

$$y_{t+1} = [y_t * \exp(c * (\log(k) - \log(y_t)))] + w * 15 \quad (13.19)$$

Agora a variável aleatória w assume a forma (Kaitala, Ranta, 2001):

$$w_{t+1} = z w_t + s (1-z^2)^{1/2} \quad (13.20)$$

- z é o parâmetro da cor do ruído e estabelece o nível de ligação entre w_t e w_{t-1} .
- Se $z=0$ o ruído é branco e caímos na situação iid
- $z<0$ caracteriza o ruído vermelho. Estas séries temporais têm frequências baixas.
- $z>0$ caracteriza o ruído azul com comprimentos de onda curtos.
- $s=N(0,1)$

- $(1-z^2)^{1/2}$ torna a variância da sequência independente do seu tamanho e de z .
Na figura 13.3, ilustro a variável w como ruído branco (w_b), vermelho (w_v) e azul (w_a).

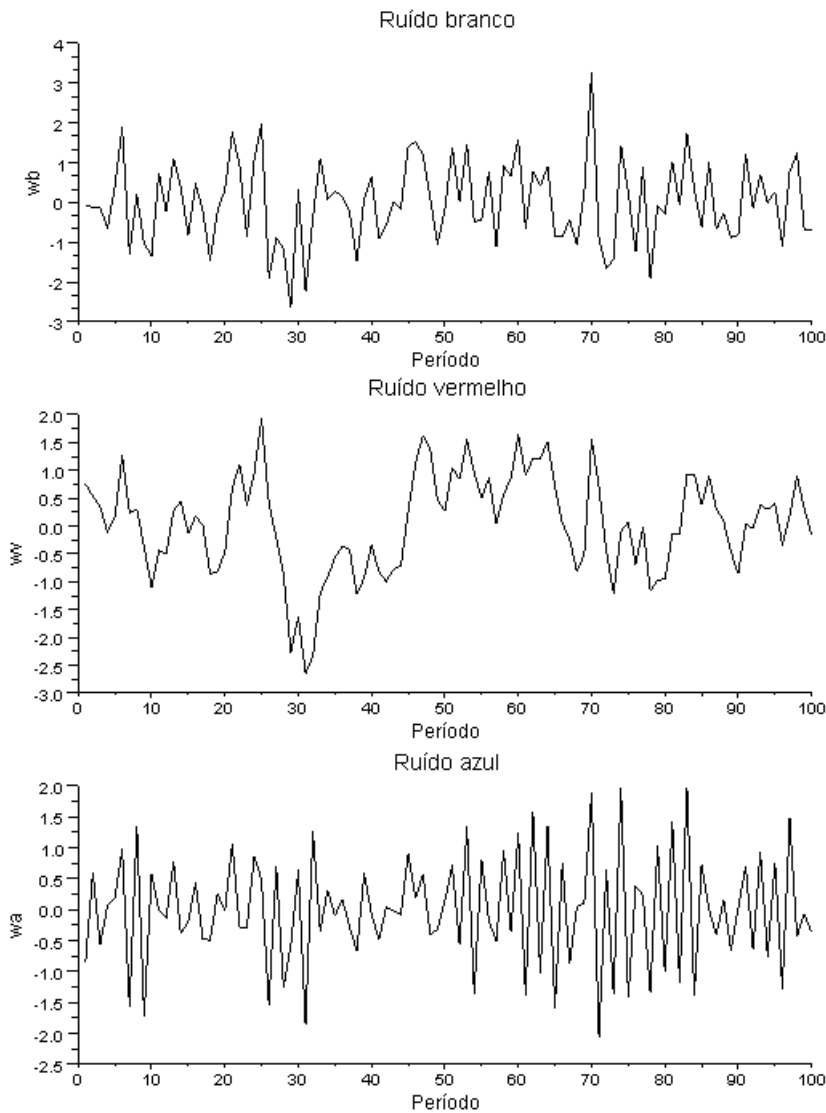


Figura 13.3. Três tipos de ruído ambiental. Azul: $z=-0.8$; vermelho: $z=0.8$. Nos três casos o valor inicial da variável estocástica foi igual a 1

Na caixa 13.4, Apresentamos o programa com ruído que simula a eq. (13.19) com os três tipos de ruído.

A saída do programa insere-se na figura 13.4. Nas figuras 13.3 e 13.4, verifica-se a coerência intra e inter gráficos, e de estes com o texto conexo.

Ranta, Lundberg e Kaital (2006) abordam as questões relativas ao tipo de ruído ambiental em várias situações de simulação ecológica, o que transcende o propósito deste livro.

Caixa 13.4. Listagem do programa cordoruído

```

//Programa cordoruído
//(c) Luís Soares Barreto, 2009

yb=119.64;yv=119.64;ya=119.64;
B=[];A=[];V=[];woa=1;
wov=1;
xbasc()
for t=1:100
    s=grand(1,"nor",0,1);
    //branco
    ybt=yb*exp(0.041*(log(600)-log(yb)))+s*15;

    //azul
    wa=-0.8*woa+s*(1-(-0.8)^2)^0.5;

    yat=ya*exp(0.041*(log(600)-log(ya)))+wa*15;

    //vermelho
    wv=0.8*wov+s*(1-(0.8)^2)^0.5;

    yvt=yv*exp(0.041*(log(600)-log(yv)))+wv*15;
    wov=wv;woa=wa;
    yb=ybt;yv=yvt;ya=yat;

    B=[B yb];A=[A ya];V=[V yv];
end

n=1:1:100;
subplot(3,1,1)
plot2d(n,B)
xtitle("Simulação com ruído branco","Ano","Mg/ha")
subplot(3,1,2)
plot2d(n,V)
xtitle("Simulação com ruído vermelho","Ano","Mg/ha")
subplot(3,1,3)
plot2d(n,A)
xtitle("Simulação com ruído azul","Ano","Mg/ha")

```

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

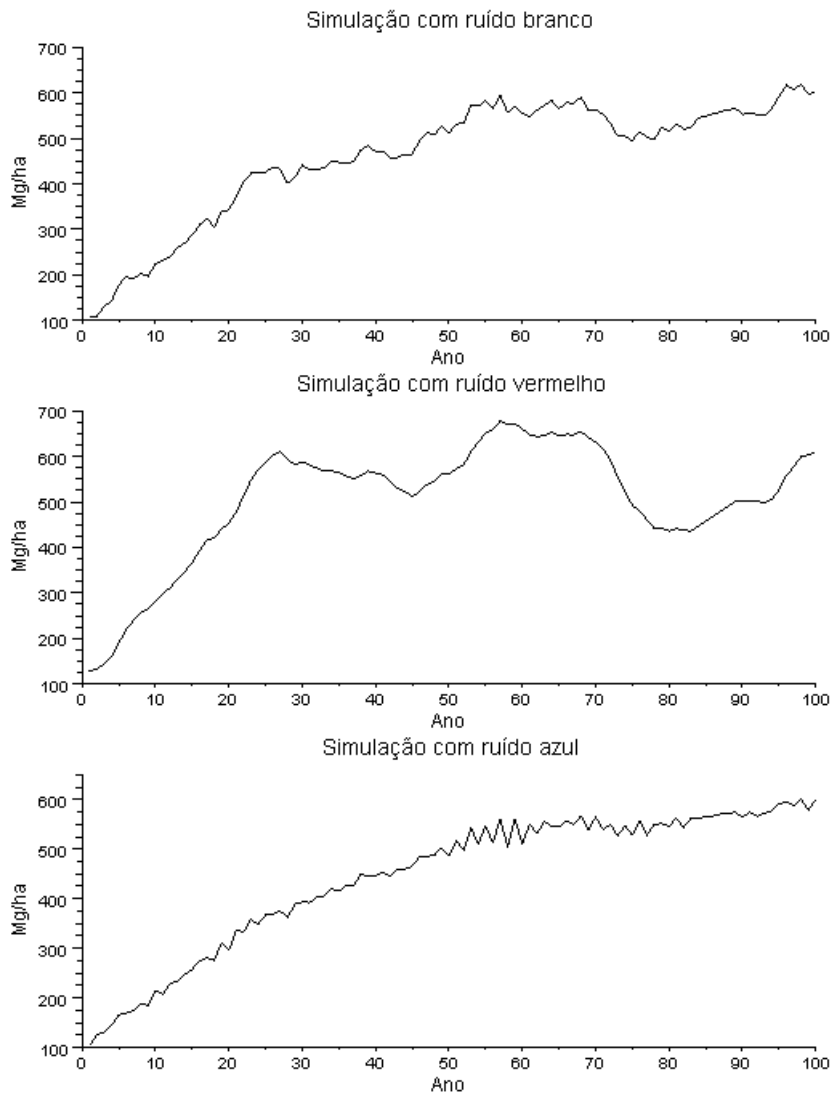


Figura 13.4. Simulações estocásticas da biomassa total de um carvalhal sujeitas a ruídos branco ($z=0$), vermelho ($z=0.8$) e azul ($z=-0.8$)

Na figura 13.5, desagrego a simulação com ruído vermelho, por quatro classes dimensionais, cujas proporções variam aleatoriamente dentro de limites definidos.

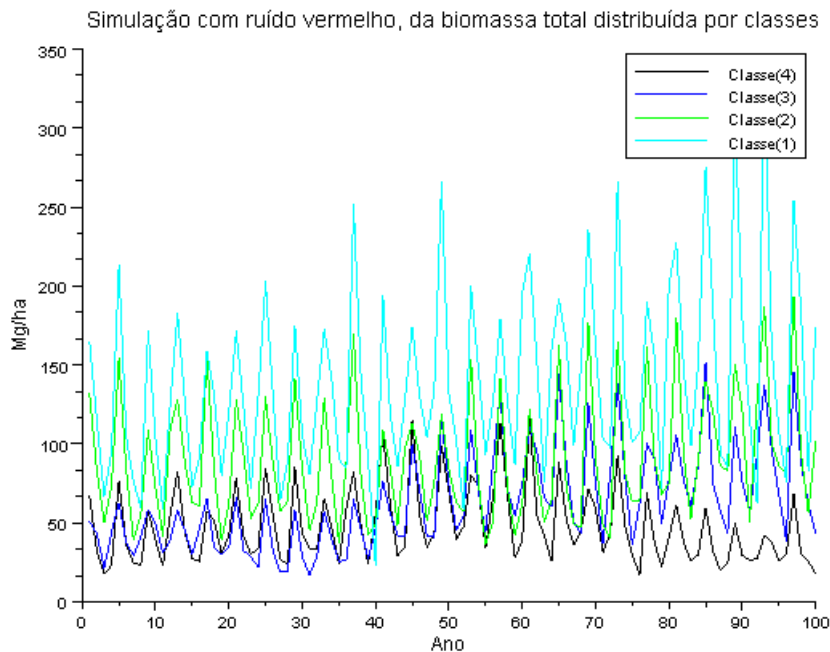


Figura 13.5. Simulação da biomassa total do carvalhal comum, da figura 13.4, sujeita a ruído vermelho e distribuída por quatro classes dimensionais, cujas proporções variam aleatoriamente. Classe 1 tem as árvores maiores e a classe 4 as menores

13.5 Variação Estocástica dos PAPI

Continuando o propósito de verificar a coerência dos modelos determinísticos desenvolvidos sob o efeito da estocacidade, concentro-me agora nos PAPI. A acção da aleatoriedade incidirá sobre povoamento descrito na subsecção 13.2.2.1, que é projectado pela matriz A (eq. (13.3)). Começo por apresentar a estratégia simulatória subjacente ao algoritmo utilizado para este efeito. Esta subsecção tem como fonte Barreto (2006), onde privilegiei a simplicidade de procedimentos para atingir os meus objectivos.

13.5.1 Um estratégia Simulatória

O efeito da estocacidade incidirá novamente sobre a regeneração, primeira linha da matriz A , como procedi na subsecção 13.2.2.

Vou também simular a homeostase do sistema população de árvores, através de um mecanismo simples mas suficientemente eficiente, para os meus fins. O auto-controlo do sistema é expresso pela variável r , que estabelece a ligação entre o meio e às varáveis da população. Quando $r=1$, a homeostase é absoluta e o PAPI comporta-se como determinístico.

A variação do meio, afecta a densidade total do PAPI (s) suportada pelo local. Como se sabe, maiores densidades estão associadas a estações mais pobres e árvores mais pequenas. Isto acontece com outras plantas. O valor assume-se como a expressão agregada s das condições

médias ambientais da próxima década (períodicidade da matriz A) , e este intervalo de tempo é considerado suficiente para o PAPI interiorizar as novas condições.

Sendo pois s um valor aleatório da densidade total do PAPI, calculo a variável m dada por:

$$m = - \ln r/s \quad (13.21)$$

Seja n a densidade total do PAPI, a variável c é dada por:

$$c = r \exp(m n) \quad (13.22)$$

A primeira linha da matriz A é também agora multiplicada por c . Vejamos o comportamento de c .

Caso 1. $s < n$ implica $c < 1$. Ocorre uma melhoria da qualidade do local e o PAPI tende para uma estrutura com menos árvores, mas maiores.

Caso 2. $s > n$ implica $c > 1$. Verifica-se a degradação da qualidade do local. O PAPI aproxima-se tendencialmente para uma densidade maior com árvores mais pequenas.

Caso 3. $s = n$ implica $c = 1$. O PAPI comporta-se como se o meio fosse determinístico.

Escrutinemos agora os valores de r . Considero dois seus valores, r_1 e r_2 . Seja ainda, $s_1 = s_2$ e $n_1 = n_2$. No caso 1, se $r_1 > r_2$ então $c_1 < c_2$. No caso 2, se $r_1 > r_2$ então $c_1 > c_2$. O aumento de r amplifica a resposta do PAPI em cada direcção.

Considero também que existem limites superiores ao tamanho das árvores de cada classe.

Nas simulações considero valores de r iguais a 11, 41, 71, 101, 131, 161, 191.

Finalmente, abordo a geração dos valores casuais de s (densidade total do PAPI, compatível com o novo estado do meio)

A densidade total é uma variável inteira. O valor de 999,33 árvores ha^{-1} é impossível de ocorrer, mas a densidade 99933 árvores é aceitável para a mesma floresta homogénea ocupando 100 hectares. A unidade de área da floresta é uma escolha arbitrária.

Depois de várias tentativas, escolhi uma distribuição lognormal (Caswell, 2001:412) para s , com a média igual ao logaritmo da densidade total da estrutura estável (quadro 13.1) e variâncias 0,25, 0,45, 0,65, 0,85.

O algoritmo é assim descrito:

Gerar um valor aleatório para s → calcular m → calcular c → multiplicar a primeira linha da matriz A por c → calcular as novas frequências das classes → para cada classe calcular a área ocupada pela árvore média → verificar se os limites das classes são ultrapassados e ajustar → calcular a área total ocupada pelas novas frequências → verificar se esta área é maior do que 10000 m^2 e eventualmente ajustar as frequências → usar o novo valor da densidade total e o anterior para achar o logaritmo natural da sua razão (taxa de crescimento)

O PAPI enfrenta a nova situação ambiental traduzida por s filtra o seu efeito com a sua homeostase e adapta-se à nova situação.

Embora os efeitos da variação do meio sobre M e T (quadro 13.1) não sejam explicitamente expressas, ela ocorre de maneira coerente quando as árvores em excesso são auto-desbastadas. O tamanho das árvores também não é imune aos efeitos da estocacidade do meio.

O algoritmo do simulador utilizado no Visual Basic 6, garante o impacte harmónico da estocacidade no parâmetros biológicos da população de árvores, inicialmente incidindo sobre a regeneração, mas que depois se propaga coerentemente à restante estrutura e à dinâmica do PAPI.

13.5.2 As Simulações

Para cada par de valores de r e da variância, simulei um conjunto de dez simulações que realizam 10^5 transições, cada uma. De cada simulação retive os últimos valores da densidade total, área efectivamente utilizada pelas árvores e uma estimativa da taxa de crescimento estocástica (λ_s). As médias dos conjuntos são exibidas no quadro 13.2. Em todas as simulações, a população inicial é a da estrutura estável.

Quadro 13.2. Resultados das simulações estocásticas dos PAPI. V =variância, Var =variáveis, p = densidade total, árvores ha^{-1} , AU = área utilizada, m^2 . Para todas as combinações de r e variância verificou-se $\lambda_s=0.999998$. Valores: média/desvio padrão

V	Var	r							
		1,1	4,1	7,1	10,1	13,1	16,1	19,1	Mean
0,25	p	723/0,02	714/0,10	711/0,08	710/0,07	709/0,13	708/0,13	708/0,13	712
	AU	9987/0,07	9942/0,51	9927/0,54	9918/0,48	9912/0,74	9908/0,78	9904/0,79	9928
0,45	p	719/0,04	696/0,28	689/0,16	685/0,25	684/0,29	682/0,25	681/0,19	691
	AU	9975/0,14	9707/2,35	9699/1,87	9696/2,66	9694/2,95	9693/2,32	9692/1,90	9737
0,65	p	711/0,15	680/0,54	673/0,18	668/0,45	666/0,31	664/0,19	663/0,26	675
	AU	9910/1,51	9475/3,63	9506/3,49	9519/4,12	9527/3,81	9532/3,30	9532/4,15	9572
0,85	p	686/0,54	669/0,54	662/0,23	657/0,34	654/0,43	652/0,38	651/0,39	662
	AU	9587/7,03	9319/4,89	9383/4,05	9408/5,61	9422/4,73	9428/4,60	9434/4,25	9426
Média	p	709	690	684	680	678	677	676	-
	AU	9864	9610	9629	9635	9639	9640	9641	-

Os valores do quadro 13.2 permitem exarar o seguinte;

A1. Todos os valores da densidade total são inferiores ao associado à estrutura estável (862).

A2. A densidade total declina assintoticamente com o aumento de r . Provavelmente a sobre reacção não é uma característica vantajosa.

A3. A densidade total e a área utilizada decrescem com o aumento da variabilidade do meio, o que não surpreende.

A4. A área utilizada tem uma tendência decrescente associada ao aumento dos valores de r .

A5. A taxa de crescimento estocástica média converge para o valor próprio dominante da matriz A , que é um.

As asserções A1 a A4 são coerentes e consistentes. A A6 não é de ocorrência pouco comum.

13.5.3 Ergodicidade

Se as simulações de uma população estocástica para qualquer sua estrutura inicial e mesma estocacidade convergirem sempre para a mesma estrutura dizemos que a população revela ergodicidade. Sobre este assunto veja-se Caswell (2001: capítulo 14).

Relativamente a esta propriedade, as simulações revelaram o seguinte:

1. Se correr o simulador, com qualquer estrutura inicial, com os mesmos números aleatórios, para 10^5 iterações, obtenho sempre a mesma estrutura final.
2. Se o número de iterações subir para 10^6 , obtenho uma estrutura final muito próxima da estável.

A interpretação biológica que faço desta ergodicidade é a seguinte: os parâmetros vitais embebidos na matriz A são capazes de determinar a estrutura final independentemente da estrutura passada do PAPI. Esta ocorrência reforça a verosimilhança da matriz, da estrutura e ao comportamento do simulador. Também confere credibilidade ao conceito de que a um dado índice de performance está associada uma estrutura de um povoamento puro.

13.5.4 Apreciação das Simulações Estocásticas de PPAR e PAPI

É meu entendimento que das simulações estocásticas realizadas, para além das anotações introduzidas, é possível concluir ainda o seguinte:

1. O arquétipo determinístico que a minha teoria é permitiu-me obter simulações estocásticas coerentes e consistentes.
2. Foi possível trazer uma nova luz aos dados empíricos relativo à lei dos 3/2.
3. Ilustrei que com um modelo simples pode gerar dados curiais e com valor teórico.
4. O procedimento simulatório introduzido com o método SB-BARTHIN e aqui utilizado, abre várias alternativas à simulação estocástica de povoamentos puros auto-desbastados.

13.5.5 Um Simulador

Vou apresentar um simulador que aplica o algoritmo descrito, durante 100 iterações (mil anos) que é exibido na caixa 13.5.

Caixa 13.5. Simulador estocpapi

```
//Programa estocpapi
//(c) Luís Soares Barreto, 2009
//Simulação estocástica de um pinhal bravo jardinado
//Dados de L. S. Barreto, Silva Lusitana, 14(2):227-238
cic = 1000;b=[];are=[];densidade=[];areaoc=[];p=[];tc=[];
xbasc()
q = 100; r = 3.5;

//Distribuição etária estável
frac=[0.327184 0.18257 0.128589 0.10406 0.091579 0.084921 0.081095];
//População inicial
ya=1000*frac;ya=ya';y=ya;Y=[];
//Área ocupada pela árvore média das classes
are=[5.066 9.099 12.87 15.873 18.083 19.569 20.408];
//Matriz de Leslie
a=[ 0.1981 0.301 0.38 0.45 0.45 0.45 0.4;
    0.5584 0 0 0 0 0 0;
    0 0.7402 0 0 0 0 0;
    0 0 0.8093 0 0 0 0;
```

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

```

    0 0 0 0.8794 0 0 0;
    0 0 0 0 0.9258 0 0;
    0 0 0 0 0 0.9551 0];
reg=a(1,:);
//Executar 1000 ciclos
for i = 1:cic
    n = sum(y);
    ri = 5;
    //Gerar variável aleatória e homeostase
    s0=grand(1,'nor',6.7609,0.25);s = exp(s0);
    m = (log(1) - log(r)) / s;
    c = r * exp(m * n);
    //Efeito da estocacidade na regeneração
    na=c*reg; a(1,:)=[];
    a=[na;a];
    //Projectar a população para o período seguinte
    y=a*ya;
    //área total utilizada
    art = sum(are.* y');
    den=sum(y);
    fra=[(1/den)*y]';
    //Controlar a área total ocupada e a densidade
    while art > 10000
        den = den - 1;
        y =( den * fra)';
        art =sum(are.* y');
    end
    //Densidade corrigida
    den = sum(y);
    //Taxa finita de crescimento
    gro = den / n;
    //Actualizar variáveis auxiliares
    ya=y;
    //Utilizar os últimos 101 valores dos 1000 ciclos
    if i>cic-101 then
        densidade=[densidade den];
        areaoc=[areaoc art];
        tc=[tc gro];
        Y=[Y y];
    end
end

disp("Valores médios da densidade, área ocupada e taxa finita de
crescimento")
[mean(densidade) mean(areaoc) (prod(tc))^(1/101)]

subplot(221)
plot(densidade)
xlabel("Densidade","Períodos","Árv./ha")
subplot(222)
plot(areaoc)
xlabel("Área ocupada","Períodos","metros quadrados")
subplot(223)
plot(tc)
xlabel("Taxa de crescimento","Períodos","Taxa de cresc.")
subplot(224)
plot(Y')
xlabel("Frequências das classes","Períodos","Árv./classe")

```

A saída do programa é a seguinte:

Valores médios da densidade, área ocupada e taxa finita de crescimento
ans =

838.79454 9631.862 1.0005721

O programa também gera o gráfico da figura 13.6.

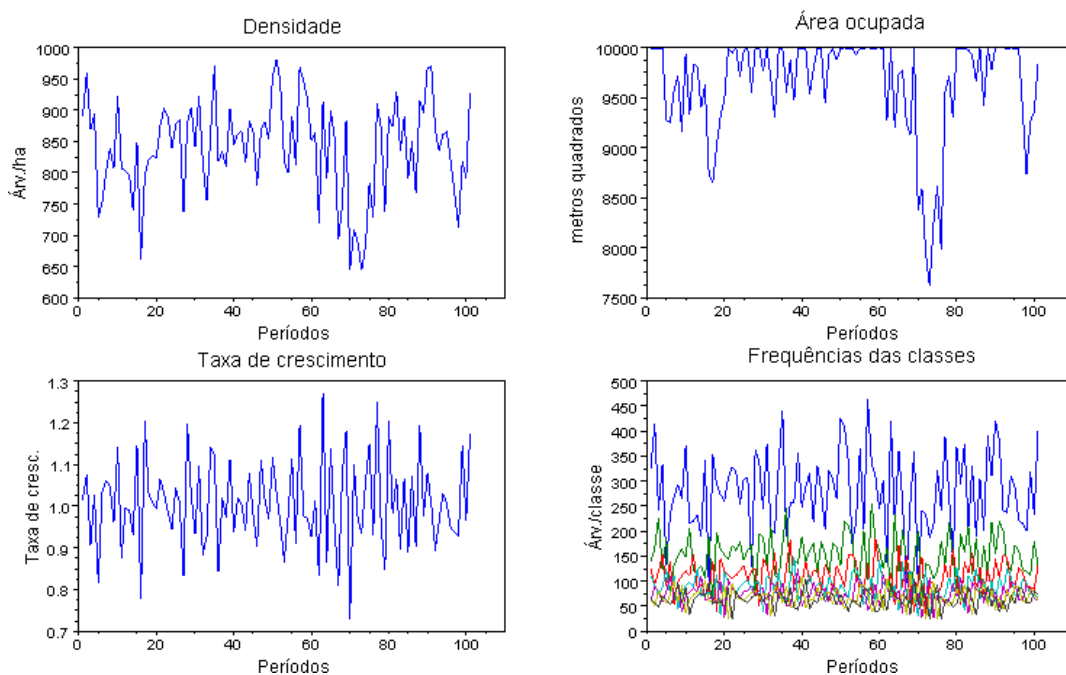


Figura 13.6. Saída do programa estocpapi

Uma anotação final. Em Barreto (2009) apresento uma equação diferencial estocástica de Ito, para a forma diferencial da EGP (eq. (4.1)).

Concluo aqui a primeira parte do livro, dedicada aos povoamentos puros. Vamos agora ingressar no universo muito mais complexo e mutável dos povoamentos mistos.

13.6 Bibliografia

- Barreto, L. S., 2002. *Uneven-Aged Stands of Pinus pinaster Ait. for Protection*. Research Paper SB-01/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2004. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Barreto, L. S., 2006. The Stochastic Dynamics of Self-Thinned Pure Stands. A Simulative Quest. *Silva Lusitana* 14(2):227-238.
- Barreto, L. S., 2009. Caracterização da Estrutura e Dinâmica das Populações de Lince Ibérico (*Lynx pardinus*). Uma Digressão Exploratória. *Silva Lusitana*, 17(2):193-209.

230 © L. S. Barreto, 2010. Árvores e Arvoredos

13 Povoamentos Puros Auto-Desbastados em Ambientes Variáveis

Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Second edition. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, Massachusetts.

PARTE II

POVOAMENTOS MISTOS

Na abordagem que explico nesta segunda parte, estendo e adapto os conceitos básicos e variáveis dos povoamentos puros aos mistos, como a leitora facilmente verificará. A principal conjectura de que praticamente todos os outros capítulos derivam é o modelo conceptual da competição entre árvores, que introduzo. e a sua formulação matemática designada modelo BACO2. Dada a relevância deste modelo na construção apresentada, ocupo-me por todo um capítulo (15) a testar a sua correcção. Aceite o modelo explore-o no sentido:

- Derivar modelos alternativos para a competição (capítulo 16).
- Estabelecer padrões de competição entre as árvores (capítulo 17).
- Verificar como se comporta a alometria dos povoamentos mistos (capítulo 18).
- Escrutinar a estrutura e dinâmica dos povoamentos mistos auto-desbastados irregulares, propondo instrumentos para o seu ordenamento (capítulo 19).
- Criar um procedimento para simular os efeitos do desbaste nos povoamentos mistos auto-desbastados regulares.

No capítulo final (21) apresento uma avaliação da teoria exposta.

14 A Competição entre as Árvores

14.1 Introdução

A silvicultura durante a quase totalidade dos seus dois séculos de existência tem sido centrada nos povoamentos puros e equiâneos. Só recentemente, devido a preocupações ecológicas, nomeadamente com a preservação da biodiversidade, é que a prática florestal passou a interessar-se e a privilegiar os povoamentos mistos, mormente os irregulares. São pois raros os inventários feitos no passado de povoamentos mistos. Esta situação reflecte-se na pobreza da ecologia florestal, nesta área.

Uma teoria sobre os povoamentos mistos, para revelar unidade com o exposto na Parte I, tem de satisfazer os seguintes requisitos:

- R1.** Ser conforme os conceitos aceites na ecologia geral sobre a coevolução das espécies;
- R2.** Integrar as estratégias bionómicas das espécies;
- R3.** Harmonizar-se com os seus padrões de crescimento;
- R4.** Apresentar um modelo de competição que seja uma extensão das equações que modelam o crescimento das espécies em povoamentos puros, atrás introduzidas, isto é, terem como ponto de partida a EGP;
- R5.** Ser suportada pela evidência empírica disponível.

14.2 Enquadramento

Posto este cenário estruturante de posteriores desenvolvimentos, vamos pormenoriza-lo criando um enquadramento mais preciso, articulado e abrangente para eles.

Começamos por destrinçar as consequências de R1, para o nosso trabalho. Em qualquer livro de texto de ecologia (e.g, Odum, e Barrett, 2005:283) se lê que a evolução das comunidades tende a atenuar a intensidade das interações negativas entre as espécies, promovendo a adaptação. Devemos pois esperar que as simulações que viermos a fazer, com o modelo a estabelecer, de florestas naturais revele que a capacidade competitiva das suas espécies tenha uma diminuta amplitude de variação.

Importa destacar as consequências da mitigação dos efeitos da competição inter-específica.

1. A competição inter-específica que uma espécie sofre é muito próxima da intra-específica o que permite recorrer à EGP na modelação das florestas mistas naturais, incorrendo em níveis de distorção aceitáveis, como, por exemplo acontece no simulador TWINS (Barreto, 1998).
2. Nos povoamentos auto-desbastados mistos regulares (PAMR), os parâmetros da dinâmica das classes de idade (capítulo 7) devem revelar pouca sensibilidade às variações das espécies presentes, pois elas têm capacidade competitiva comparável.
3. Esta situação de similitude das pressões competitivas entre árvores das mesmas espécies e de espécies diferentes conduz à preservação da biodiversidade. Quando por qualquer motivo a população de uma espécie tem o número dos seus indivíduos drasticamente reduzido, a possibilidade de ser levada à extinção por um competidor muito agressivo não existe. O resultado é o reforço dos mecanismos de homeostase e resiliência da

comunidade. Paradoxalmente, a estratégia dos povoamentos mistos para persistir é imitarem os puros.

Passemos a R2 e R3. Do exarado na secção 9.2, e como se encontra exposto em qualquer livro de ecologia, a capacidade competitiva dos estrategas K é superior à dos estrategas r. Isto leva a presumir que a competição é assimétrica e conduz a hierarquias competitivas. A espécie A é dominante relativamente à B se, num povoamento misto com esta espécie, afecta negativamente a espécie B, mas beneficia da sua presença. Simbolicamente escrevemos $A > B$. Existe evidência empírica desta situação na vegetação em geral (Keddy, 2007: capítulo 5) e nas florestas (e.g., Stadt *et al.*, 2007).

No capítulo 9, associamos os índices de crescimento, regeneração e sobrevivência às estratégias bionómicas, caracterizadas na secção 9.3. Na secção 9.7, verificamos que às diferentes estratégias bionómicas se associam padrões de crescimento distintos. Chegados aqui, é lícito presumir que a capacidade competitiva de uma espécie esteja associada aos parâmetros característicos da sua dinâmica (secção 4.9), mais especificamente às suas taxas relativas de mortalidade ou crescimento (eq. 4.24). Existe evidência empírica desta asserção, que designo por hipótese de Grime (Grime, 1977, 1979; Radosevich e Roush, 1990).

Estamos agora em condições de procurar estabelecer um modelo matemático para a competição entre as árvores e depois testa-lo. Deverá ser coerente tanto com enquadramento aqui descrito, como com a evidência empírica disponível, infelizmente escassa, sobre os povoamentos mistos.

14.3 Identificação das Variáveis Florestais nos Povoamentos Mistos

O leitor deve ter presente a secção 2.4, nomeadamente os quadros 2.1 e 2.2. As variáveis referentes à árvore mantêm-se, com uma pequena modificação para permitir saber a que espécie do povoamento misto se referem, mas a referidas à unidade de área (ua) - geralmente o hectare - são alteradas pela situação de competição.

Por isso, a notação para as variáveis relativas à árvore, terão antes da indicação de i , uma letra que identifica a espécie a que a árvore pertence (genericamente s). Para as árvores, escrevo então

y_{sijt} = variável da espécie s , de expoente da dimensão linear i , identificador j , na idade t .

A estas variáveis aplica-se a simbologia introduzida anteriormente, e continuam a seguir a equação de Gompertz, e têm entre si, as mesmas relações alométricas, porque a dinâmica da competição actua ao nível da população, e não estritamente ao nível do indivíduo.

Para as populações, valores referidos à unidade de área escrevo:

${}^m y_{sijt}$ = à variável para o povoamento puro acrescento o sobrescrito m , que se refere a variável a um povoamento misto, porque a competição altera a alometria e expoentes da dimensão linear das variáveis das populações. A lei dos 3/2, por exemplo, só em situações particulares é observada. O mesmo expoente m é aditado a ${}^m R_i$, e às taxas relativas de variação ${}^m TRV_{y_{sit}}$. Um caso particular das TRV é a taxa relativa de mortalidade, que aqui, para mais fácil identificação, será designada pelo acrónimo trm .

Neste capítulo, utilizo ainda a seguinte notação:

CC=coeficiente de competição

14.4 Conceitos Pertinentes aos Povoamentos Mistos

Torna-se necessário adaptar aos povoamentos mistos alguns conceitos já apresentados para os povoamentos puros, antes de prosseguirmos.

Seja um PAMR de n espécies. A densidade total equivalente de uma dada espécie i , ${}^m y_{i-21t}$, na idade t , que expressa a pressão competitiva que as árvores estão a sofrer devido à presença de indivíduos de n outras espécies é dada por:

$${}^m y_{i-21t} = y_{i-21t} + \sum_{j=1}^n \frac{trm_{jt}}{trm_{it}} y_{j-21t} \quad j \neq i \quad (14.1)$$

onde $trmit = (-ci \ln(Ri-2) \exp(-ci(t-t_0)))$ é obviamente a taxa relativa de mortalidade da espécie i , e analogamente para a espécie j ($=1 \dots n$), $j \neq i$. Reflecte a hipótese de Grime.

A partir da eq. (14.1), proponho o factor de Wilson-Barreto (ver eq.(2.12)) para a densidade relativa da espécie i num PAMR, com compasso quadrado, como:

$$F_{WBiu} = \frac{\sqrt{Area}}{y_{i12dt} \sqrt{{}^m y_{i-21t}}} \quad (14.2)$$

Para a espécie j , a intensidade um desbaste (id_j) incidindo sobre árvores da espécie i , em que se eliminam y_{i-21tD} árvores, é estimada por :

$$id_j = \frac{y_{i-21tD} trm_{it}}{{}^m y_{j-21t} trm_{jt}} \quad (14.3)$$

14.5 O Modelo Conceptual para a Competição entre Árvores

A minha teoria para os PAM, como deriva da dedicada aos povoamentos puros auto-desbastados, também se refere à Fase II, da vida das espécies arbóreas. Inicialmente, em benefício da clareza, considerarei PAMR com duas espécies.

A concepção da competição inter-específica entre árvores que estabeleci pode ser resumida nas seguintes assumpções (Barreto, 2004):

A1. Basicamente, as competições intra e inter-específicas são fenómenos muito semelhantes. É altamente improvável que as plantas disponham de mecanismos para identificar os seus competidores.

A2. Os principais factores que controlam as dinâmicas das espécies num PAMR são as *taxas relativas de variação*, e as *proporções de cada população*, referidas na unidade do modelo que se está a utilizar (número de árvores por hectare, volume por hectare, biomassa por hectare). Para o meu esforço de explanação, vou concentrar-me no número de árvores de cada espécie, por hectare. Estas taxas e proporções variam ao longo da vida do PAMR.

A3. O efeito da competição inter-específica na dinâmica de um PAMR verifica-se nas alterações das taxas relativas de mortalidade dos competidores. A espécie dominante (maior taxa relativa de crescimento) tem menor mortalidade que em povoamento puro, o contrário acontece com as espécies dominadas. A espécie dominante cria espaço e recursos para o crescimento das suas árvores eliminando indivíduos da espécie dominada.

A4. Nos PAMR, o tamanho inicial da árvore pode ser afectado pela situação de competição, modificando a qualidade da estação, mas a dinâmica das suas variáveis não o é. A árvore cresce em povoamento puro e misto da mesma forma.

Na secção seguinte, vou traduzir estes pressupostos, primeiro num modelo conceptual que descrevo, depois transponho este modelo verbal para uma equação que denomino modelo BACO2 (MB2). Para este efeito recorro a Barreto (2004d).

14.6 O Modelo BACO2 para a Competição entre Árvores

Em benefício da clareza, e com é usual, considero um PAMR com dois competidores que designo por a e b.

Na descrição do MB2, de acordo com A3, devo concentrar-me na taxa de mortalidade relativa de cada espécie (${}^m\text{trm}_{at}$, ${}^m\text{trm}_{bt}$). Depois tenho de me referir às proporções das duas espécies.

O número total de árvores é a soma das densidades das espécies: $y_{-2\text{sum}t} = y_{a-21t} + y_{b-21t}$. A proporção ou fracção da espécie a na idade t é: $\text{fr}_{at} = y_{a-21t} / y_{-2\text{sum}t}$, e fracção das árvores da espécie b, na idade t vem: $\text{fr}_{bt} = y_{b-21t} / y_{-2\text{sum}t}$.

A descrição do MB2 é a seguinte:

Equação verbal 1(EQV1):

Taxa relativa de mortalidade da espécie a é igual à taxa de mortalidade da espécie a em povoamento puro (TRY_{a-2t}) + ou – o efeito da espécie b na sua taxa de mortalidade

Se a espécie a é dominante a sua taxa de mortalidade diminui e prevalece o sinal menos (-). Se a espécie a é dominada, a sua mortalidade aumenta e prevalece o sinal mais (+).

O aspecto crítico é estimar o efeito da espécie b sobre a taxa relativa de mortalidade da espécie a que refiro como EOE_{bt} . Vou recorrer ao pressuposto A2, e dar-lhe mais conteúdo.

Equação verbal 2(EQV2):

EOE_{bt} = taxa relativa de mortalidade da espécie a em povoamento puro (trm_{at}) vezes fracção do número de árvores da espécie b ($\text{fr}_{bt} = y_{b-21t} / y_{-2\text{sum}t}$) vezes o logaritmo natural da razão "taxa relativa de mortalidade da espécie b, na idade t / taxa relativa de mortalidade da espécie a, na idade t" ($\ln(\text{trm}_{bt} / \text{trm}_{at})$)

Do mesmo modo, para a espécie *b* tenho:

Equação verbal 3(EQV3):

Taxa relativa de mortalidade da espécie *b* = taxa de mortalidade da espécie *b* em povoamento puro ($TR_{y_{b-2t}}$) + ou – o efeito da espécie *a* na sua taxa de mortalidade

Equação verbal 4(EQV4):

EOE_{at} = taxa relativa de mortalidade da espécie *b* em povoamento puro (trm_{bt}) vezes fracção do número de árvores da espécie *a* ($fr_{at} = y_{a-21t} / y_{-2sumt}$) vezes o logaritmo natural da razão “taxa relativa de mortalidade da espécies *a*, na idade *t* / taxa relativa de mortalidade da espécies *b*, na idade *t*” ($\ln(trm_{at}/trm_{bt})$)

Posso agora juntar a simbologia das EQV1 e EQV2, e para a espécie *a* escrever a sua equação do MB2, usando o sinal + no sentido algébrico:

$${}^mtrm_{at} = trm_{at} + trm_{at} fr_{bt} \ln(trm_{bt}/trm_{at}) \quad (14.4a)$$

Reunindo os símbolos das EQV3 e EQV4, para a espécie *b*, apresento a segunda equação do MB2:

$${}^mtrm_{bt} = trm_{bt} + trm_{bt} fr_{at} \ln(trm_{at}/trm_{bt}) \quad (14.4b)$$

Podemos agora considerar três situações ligadas ao logaritmo natural da razão entre as taxas relativas de crescimento das espécies competidoras. a) Se a razão entre as taxas relativas de mortalidade das espécies forem iguais, temos $\ln 1=0$, e as espécies comportam-se como em povoamento puro. b) Se a mesma razão for maior do que um, o valor do logaritmo é positivo e prevalece o sinal +. A espécie é dominada pela outra espécie que tem uma taxa relativa de mortalidade maior (e por isso maior taxa relativa de crescimento, lembrar o capítulo 1). c) Se a mesma razão for menor do que um, o valor do logaritmo é negativo e prevalece o sinal -. A espécie é dominante, e vê a sua mortalidade reduzida pela presença da outra espécie, para a qual transfere parte da sua mortalidade específica.

Factorizando, as eqs. (14.5) podem escrever-se:

$${}^mtrm_{at} = trm_{at}(1 + fr_{bt} \ln(trm_{bt}/trm_{at})) \quad (14.6a)$$

$${}^mtrm_{bt} = trm_{bt}(1 + fr_{at} \ln(trm_{at}/trm_{bt})) \quad (14.6b)$$

No instante $t+dt$, a densidade de cada um das espécies será igual a:

$$y_{a-21t+dt} = y_{a-21t} + y_{a-21t} {}^mtrm_{at} \quad (14.7a)$$

$$y_{b-21t+dt} = y_{b-21t} + y_{b-21t} {}^mtrm_{bt} \quad (14.7b)$$

Na eq.(14.7) vemos que num intervalo de tempo infinitesimal dt , a variação do número de árvores corresponde às auto-desbastadas é $y_{a-21t} {}^mtrm_{at}$ e $y_{b-21t} {}^mtrm_{bt}$. Como as taxas relativas de mortalidade são negativas estes produtos também o são e resulta numa subtracção ao número de árvores existentes. A eq. (14.7) permite escrever um sistema de duas equações diferenciais ordinárias para o modelo BACO2:

Antes de prosseguirmos, apresento dois exemplos numéricos. Seja um PAMR de pinheiro bravo e de carvalho comum. Recorramos à caracterização da dinâmica destas espécies, inserida no quadro 4.1. O PARM tem 40 anos e existem 800 pinheiros bravos (espécie a) e 500 carvalhos comuns (espécie b). O pinheiro bravo é um estratega r-3 e o carvalho K-1 (quadro 9.4). É presumível que o carvalho tenha maior capacidade competitiva e seja por isso dominante. Comecemos por calcular as taxas relativas de mortalidade das populações em povoamento puro:

Pinheiro bravo: $TRy_a = -0.05 * \log(6.019) * \exp(-0.05 * 30) = -0,0200251$

Carvalho comum: $TRy_b = -0.041 * \log(125.9635) * \exp(-0.041 * 30) = -0,0579545$

Como a taxa relativa de mortalidade fornece o número de árvores a subtrair às existentes, ela é negativa, sendo o desbaste maior no carvalho (maior valor absoluto).

Vejam as mesmas populações no PAMR. Temos $fr_{a40} = 800 / (800 + 500) = 0.6153846$ e $fr_{b40} = 500 / (800 + 500) = 0.3846154$. Substituindo os valores de que já dispomos na eqs. (14.6) obtemos:

Pinheiro bravo: ${}^mTRy_{a-240} = -0,0282097$

O valor absoluto da taxa relativa de mortalidade é maior em valor absoluto do que em povoamento puro. O auto-desbaste é mais intenso.

Carvalho comum: ${}^mTRy_{b-240} = -0,0200550$

O valor absoluto da taxa relativa de mortalidade é menor em valor absoluto do que em povoamento puro. O auto-desbaste é menos intenso.

Suponhamos que as biomassas totais das duas populações era de 100 Mg. Isto é, $fr_{a40} = fr_{b40} = 0,5$. Como afectaria a competição o seu crescimento, ignorando nós o tamanho das respectivas árvores médias? A eq. (6.5) permite-nos encontrar a resposta. Não confundir o significado de m nesta equação com o símbolo para misto, aqui usado.

Comecemos por calcular as taxas relativas de crescimento da biomassa total das populações em povoamento puro:

Pinheiro bravo: $TRy_{a0,67} = -0.05 * \log(0.549742) * \exp(-0.05 * (40 - 10)) = 0,0066750$

Carvalho comum: $TRy_{b0,67} = -0.041 * \log(0.1999492) * \exp(-0.041 * (40 - 10)) = 0,0192905$

Para as mesmas populações no PAMR, substituindo os valores de que já dispomos nas equações homólogas à eqs. (14.6) obtemos:

Pinheiro bravo: ${}^mTRy_{a0,6740} = 0,0031331$

O valor da taxa relativa de crescimento da biomassa total é menor do que em povoamento puro. A biomassa total cresce menos do que em povoamento puro o que é coerente com o facto de o desbaste ser mais intenso.

Carvalho comum: ${}^mTRy_{b0,6740} = 0,0295265$

O valor da taxa relativa de crescimento da biomassa total é maior do que em povoamento puro. A biomassa total cresce mais do que em povoamento puro o que é coerente com o facto de o desbaste ser menos intenso.

As espécies têm mortalidade elevada no auto-desbaste para providenciar os recursos necessários ao crescimento rápido dos sobreviventes.

14 A Competição entre as Árvores

A razão "taxa relativa de variação do carvalho/taxa relativa de variação do pinheiro) é igual a 2,894 tanto para a mortalidade como para o crescimento da biomassa total, como consequência da eq. (6.2). Na figura 14.1, insere-se a variação desta razão dos 10 aos 110 anos. O carvalho é sempre a espécie dominante, pois a razão é sempre maior de que 1, aumentando a intensidade de dominância com a idade.

Estes exemplos são coerentes com as estratégias bionómicas das espécies envolvidas e os seus padrões de crescimento (requisitos **R2** e **R3**).

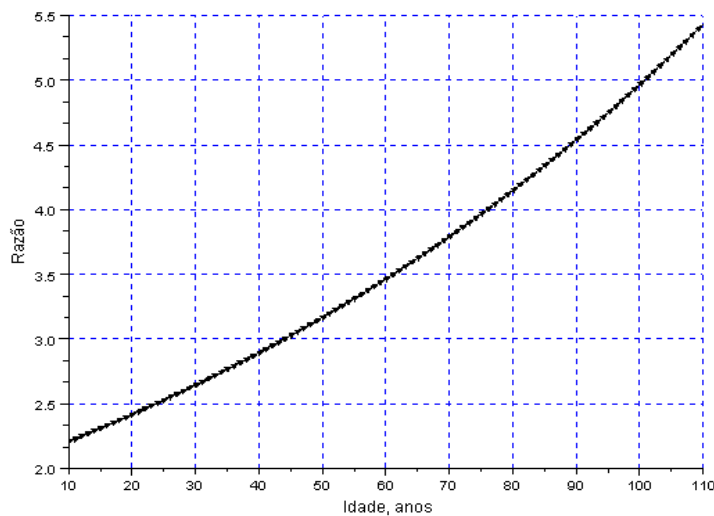


Figura 14.1. Variação da razão "taxa relativa de variação do carvalho comum/taxa relativa de variação do pinheiro bravo"

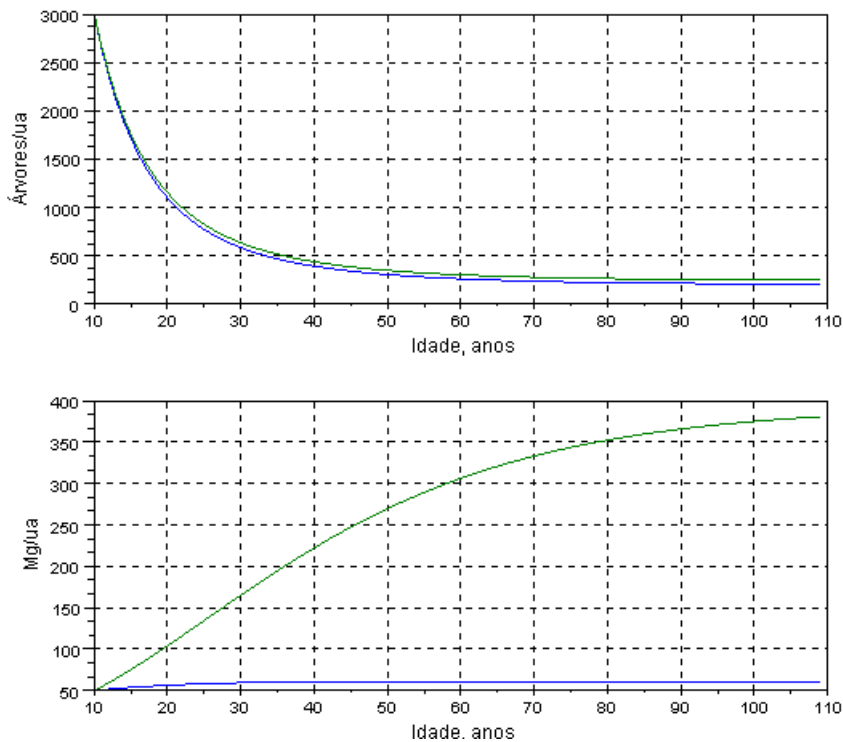


Figura 14.2. Ilustração da dinâmica do PAMR de pinheiro bravo e carvalho comum descrito no texto

Na figura 14.2, apresento a simulação do número de árvores e da biomassa total de um povoamento auto-desbastado de pinheiro bravo e carvalho comum que aos 10 anos apresentava 3000 árvores de cada espécie, com a biomassa total e igual de 50 Mg. O carvalho, como espécies dominante transferiu para o pinheiro o auto-desbaste que as suas árvores careciam para crescer normalmente.

A figura 14.2 é a saída do programa BA2odePbQr, cuja listagem se insere na caixa 14.1. O programa também produz a seguinte saída de comparações entre as respectivas populações em povoamentos misto e puro:

```
Densidades do pinhal misto e puro
ans =
    206.6594    504.88242

Densidades do carvalho misto e puro
ans =
    249.61946    25.89047

Biomassas do pinhal misto e puro
ans =
    60.620692    90.567113
Biomassas do carvalho misto e puro
ans =
```

14 A Competição entre as Árvores

380.2431 243.75686

Execução feita

Caixa 14.1. Listagem do programa BA2odePbQr

```

//Programa BA2odePbQr; modelo baco2 aplicado a
//um PAMR de pinheiro bravo (Pb) e carvalho comum (Cc)
//definir o sistema
deff("yprim=f(t,y)",["cop1=-0.05*log(6.018)";...
"cop2=-0.041*log(125.9635)";...

"yprim1=y(1)*cop1*exp(-0.05*t)*(1+y(2)/(y(1)+y(2))*log((cop2*exp(-0.041*t))/(
(cop1*exp(-0.05*t))))");..
"yprim2=y(2)*cop2*exp(-0.041*t)*(1+y(1)/(y(1)+y(2))*log((cop1*exp(-0.05*t))/(
(cop2*exp(-0.041*t))))");..
"yprim=[yprim1;yprim2]"]);

//densidades iniciais iguais de 3000/unidade de área
y0=[3000,3000];
//simulação da idade 10 (10-10=0) à 109 anos (109-10=99)
t0=0;
t=0:99;
//usar o comando ode do scilab e formatar a saída como uma matriz //de 2
//colunas para fazer um gráfico
[N]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),2,100));
clf
id=10:109;
subplot(2,1,1)
plot(id,[N]');
xlabel("Baco2: Pb+Cc","Idade, anos","Árvores/ua");
xgrid();
deff("yprim=f(t,y)",["cop1=-0.05*log(0.549742)";...
"cop2=-0.041*log(0.199492)";...
"yprim1=y(1)*cop1*exp(-0.05*t)*(1-y(2)/(y(1)+y(2))*log((cop2*exp(-0.041*t))/(
(cop1*exp(-0.05*t))))");..
"yprim2=y(2)*cop2*exp(-0.041*t)*(1-y(1)/(y(1)+y(2))*log((cop1*exp(-0.05*t))/(
(cop2*exp(-0.041*t))))");..
"yprim=[yprim1;yprim2]"]);
//biomassas iniciais de 50 Mg
y0=[50,50];
t0=0;
t=0:99;
[B]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),2,100));
id=10:109;
subplot(2,1,2)
plot(id,[B]');
xlabel("Baco2: Pb+Cc","Idade, anos","Mg/ua");
xgrid();
//N(99,:)
disp("Densidades do pinhal misto e puro")
[N(99,1) 3000*6.018^(exp(-0.05*99)-1)]
disp("Densidades do carvalho misto e puro")
[N(99,2) 3000*125.9635^(exp(-0.041*99)-1)]
disp("Biomassas do pinhal misto e puro")
[B(99,1) 50*0.549742^(exp(-0.05*99)-1)]
disp("Biomassas do carvalho misto e puro")
[B(99,2) 50*0.199492^(exp(-0.041*99)-1)]

```

O carvalho, como espécie dominante transferiu para o pinheiro o auto-desbaste que as suas árvores careciam para crescer normalmente.

Antes de prosseguirmos, uma anotação. Os capítulos 8, 9 e este deixam transparecer a importância que as TRV, associadas ao crescimento dos atributos referidos pelas variáveis florestais, têm na teoria exposta. De facto, hoje atribui-se relevante importância ecológica às taxas de crescimento das espécies. Por exemplo, em 2002, a prestigiada Royal Society britânica dedicou um número inteiro da sua publicação *Philosophical Transactions* ao tema taxas de crescimento. O texto introdutório começa com a seguinte afirmação:

“The thesis put forward in this issue of *Philosophical Transactions* is that population growth rate is the key unifying variable linking the various facets in population ecology.” (Sibly, Hone, Clutton-Brock, 2002:1149).

[“A tese que se sustenta neste número das *Philosophical Transactions* é que a taxa de crescimento das populações é a variável chave que une as várias facetas da ecologia de uma população.”]

Esta afirmação é cabalmente corroborada e ilustrada neste livro. Por outro lado, em meu entendimento, este papel integrador da taxa de crescimento só é possível se as espécies tiverem um padrão de crescimento comum mas capaz de uma certa variabilidade (ver figura 9.4 a 9.9). A curva de Gompertz possui estas características.

14.7 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1997. Coexistence and Competitive Ability of Tree Species. Elaborations on Grime's Theory. *Silva Lusitana*, 5(1):79-93.
- Barreto, L. S., 1998. TWINS - A Simulator for a few Mixed Stands with Two Species of Close Competitiveness. *Silva Lusitana*, 6(1):89-99.
- Barreto, L. S., 2004. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.
- Barreto, L. S., 2008a. The Reconciliation of the r-K, and C-R-S Models for Life History Strategies. *Silva Lusitana* 16(2): 97-103.
- Barreto, L. S., 2009. Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species. *Silva Lusitana*, 17(1):83-95.
- Grime, J. P. 1977. Evidence for the Existence of Three Primary Strategies in Plants and its Relevance to Ecological and Evolutionary Ecology. *Am. Nat.* 111:1169-1194.
- Grime, J. P. 1979. *Plant Strategies and Vegetation Processes*. Academic Press, London.
- Keddy, P. A., 2007. *Plants and Vegetation. Origins, Processes, Consequences*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Odum, E. P., and G. W. Barrett, 2005. *Fundamentals of Ecology*. Fifth edition. Thomson Brooks/Cole, Belmont, CA, USA.
- Radosevich, S. R. e M. L. Roush, 1990. The Role of Competition in Agriculture. Em J. B. Grace e D. Tilman, *Perspectives on Plant Competition*. Academic Press, San Diego, California. Páginas 341-363.
- Sibly, R. M., J. Hone, T. H. Clutton-Brock, 2002. Introduction. *Phil. Trans. R. Soc. London B* 2002 357:1149-1151.
- Stadt, K. J., C. Huston, K. D. Coates, Z. Feng, M. R. T. Dale, V. J. Lieffers, 2007. Evaluation of competition and light estimation indices for predicting diameter growth in mature boreal mixed forests. *Ann. For. Sci.* 64:477-490.

15 Testar o Modelo BACO2

15.1 Hierarquias Competitivas e Estratégias Bionômicas

Antes de prosseguir convém submeter desde já o MB2 a uma conjunto de verificações relativamente a alguns dos requisitos apresentados na Introdução ao capítulo 14, para conferir credibilidade às elaborações a apresentar nos capítulos subsequentes. Para isso vou realizar várias simulações de PAMR com ele.

Para facilidade de consulta e verificação da coerência das simulações que vou fazer recorrendo às três espécies seguintes: faia (*F. sylvatica*), espruce da Noruega (*P. abies*) e larício (*L. decidua*), apresento a sua caracterização no quadro 15.1, a par de outras espécies a serem utilizadas em simulações, em povoamentos mistos.

Quadro 15.1. Caracterização das espécies utilizadas nas simulações da Parte II. EB=estratégia bionómica; IC= índice de crescimento; IR= índice de regeneração; SI=survival index; L=longevidade, anos; A=acrónimo (Barreto, 2009)

Espécies	c	R ₂	EB	IC	IR	IS	L	A
<i>Alnus rubra</i>	0,042	119,7037	r-1	4,949	0,00468	0,99532	60	Aru
<i>Fraxinus excelsior</i>	0,038	87,7699	r↔K	6,995	0,00122	0,99878	300	Fex
<i>Larix decidua</i>	0,043	40,0983	K-1	4,962	0,00308	0,99692	450	Lde
<i>Fagus sylvatica</i>	0,043	946,7456	K-3?	131,36 5	0,00000	1,00000	300	Fsy
<i>Picea abies</i>	0,042	210,0399	K-2	22,014	0,00012	0,99988	300	Pab
<i>Picea sitchensis</i>	0,048	72,3078	K-1	10,210	0,00083	0,99917	750	Psi
<i>Pinus elliotii</i>	0,083	52,2975	r-2?	-	-	-	200	Pel
<i>Pinus halepensis</i>	0,082	5,4260	r-3	1,535	0,03278	0,96822	180	Pha
<i>Pinus pinaster</i>	0,050	6,0191	r-3	0,743	0,13766	0,86234	100	Ppi
<i>Pinus pinea</i>	0,105	11,9152	K-2	16,343	0,01269	0,98731	250	Ppin
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	0,046	82,1957	K-1	10,205	0,00089	0,99911	700	Pme
<i>Quercus robur</i>	0,041	125,9635	K-2	16,279	0,00026	0,99974	500	Qro
<i>Tsuga heterophylla</i>	0,039	81,0162	K-1	9,139	0,00089	0,99911	500	The

Se nesta equação substituímos a biomassa total pelo volume do fuste da árvore teremos $TRV_{i31t} = b(t)_i m_{it}$. Num PAMR tem-se $b(t) = -1,5$ (a lei dos 3/2).

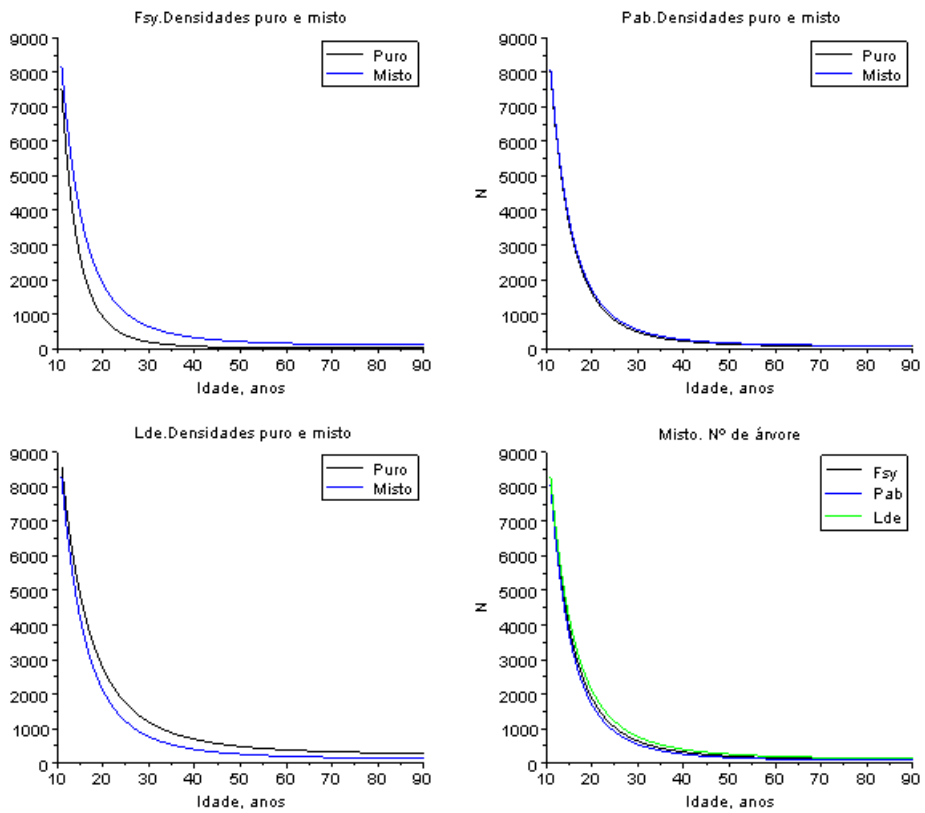


Figura 15.1. Dinâmica da densidade (N) de um PAMR de Fsy+Pab+Lde, com densidade inicial de 10000 árvores de cada espécie

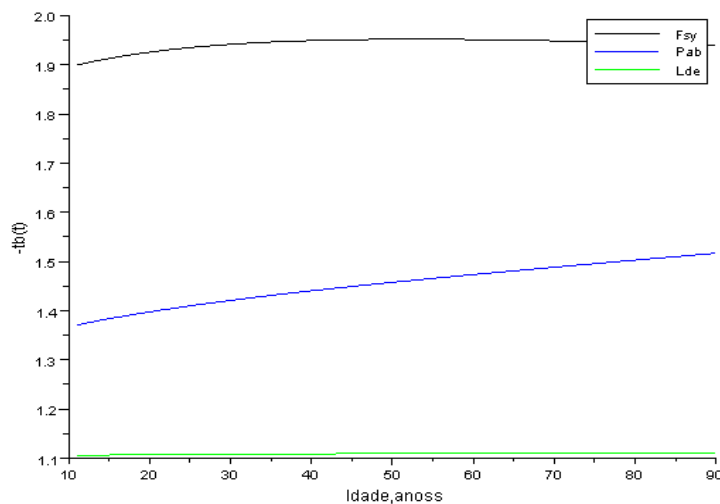


Figura 15.2. Valores absolutos de $tb(t)$ no povoamento simulado de Fsy+Pab+Lde. É conspicua a hierarquia Fsy>Pab>Lde

Interpretemos os valores absolutos de $tb(t)$. Podem verificar-se três casos. Antes, lembremos que $tb(t)_i = TRV_{i,6667t} / {}^mtrm_{it}$.

1. $-tb(t)_i > 1,333$. Comparando com a população em povoamento puro, isto significa que a trm é inferior no PAMR e a espécie é dominante.
2. $-tb(t)_i = 1$. Comparando com a população em povoamento puro, isto significa que a trm é igual no PAMR e a espécie comporta-se como em povoamento puro.
3. $-tb(t)_i < 1,333$. Comparando com a população em povoamento puro, isto significa que a trm é maior no PAMR e a espécie é dominada.

As eqs. (15.1) e (15.2) podem ser estendidas a outras relações alométricas envolvendo a mortalidade e outras variáveis da árvore, servindo o valor do expoente da densidade na equação alométrica como valor de referência, como no caso descrito fizemos com 1,333. Por exemplo, se considerarmos o volume do fuste da árvore (lei dos 3/2, eq. (3.4)) o valor 1,333 é substituído por 1,5 ($1,5 \times 2,667/3 = 1,333$), e $tb(t)$ por $b(t)$.

A inconstância destes expoentes, durante o crescimento dos PAMR, implica a variação da alometria das populações das espécies nos povoamentos mistos (Barreto, 2007).

Na figura 15.1 apresento, então, a dinâmica da densidade de um PAMR de $Fsy + Pab + Lde$. A hierarquia competitiva é detectável, mas para mais clara verificação insiro na figura 15.2 os valores absolutos de $tb(t)$, das três espécies.

Os valores das densidades das mesmas populações iniciais, respectivamente, em povoamento puro e no misto simulado para a faia são 13, 102; para Pab : 57, 77; para Lde : 280, 135.

Os valores das razões das densidades em povoamento misto e puro, 7.8 (faia) > 1.35 (espruce) > 0.48 (laricio), confirmam claramente a hierarquia competitiva. Esta por sua vez espelha as estratégias bionómicas das espécies (respectivamente, K-3, K-2, K-1) e os índices de crescimento (respectivamente

131, 22, 5). O laricio vê a intensidade do seu auto-desbaste agravada pelas outras duas espécies que o dominam; o benefício que espruce obtém da presença do laricio suplanta ligeiramente o aumento de auto-desbaste que a faia lhe impõe. A faia beneficia claramente das outras duas espécies dominadas, transferindo para elas fracção importante do seu auto-desbaste. **Confirma-se novamente R2 e R3.**

15.2 Coevolução e Competitividade das Espécies

Vamos aqui abordar o requisito **R1**, que mereceu alguma explanação na secção 14.2.

Além da similitude das TVR dos competidores, outro mecanismo que favorece a coexistência das espécies é a situação de dominância alternar-se. Antes de uma espécie poder levar a outra à extinção, a sua dominância cessa, e a adquirida dominância da outra permite a esta recuperar da pressão competitiva a que antes esteve sujeita. Começemos por verificar se o MB2 detecta esta última situação (alternância da dominância).

15.2.1 Alterações da dominância

Três pinheiros mediterrâneos, o bravo (*P. pinaster*), o manso (*P. pinea*) e o de Alepo (*P. halepensis*), coexistem em povoamentos mistos. As TRV obtidas no seio da minha teorização mostram as seguintes hierarquias competitivas:

Até aos 15 anos: manso $>$ Alepo $>$ bravo

Dos 25 aos 30 anos: manso>bravo>Alepo

Dos 30 aos 38 anos: bravo>manso>Alepo

Depois dos 38 anos: bravo>Alepo>manso

Na figura 15.3 apresento os valores absolutos das trm , o que permite uma percepção mais imediata da dominância.

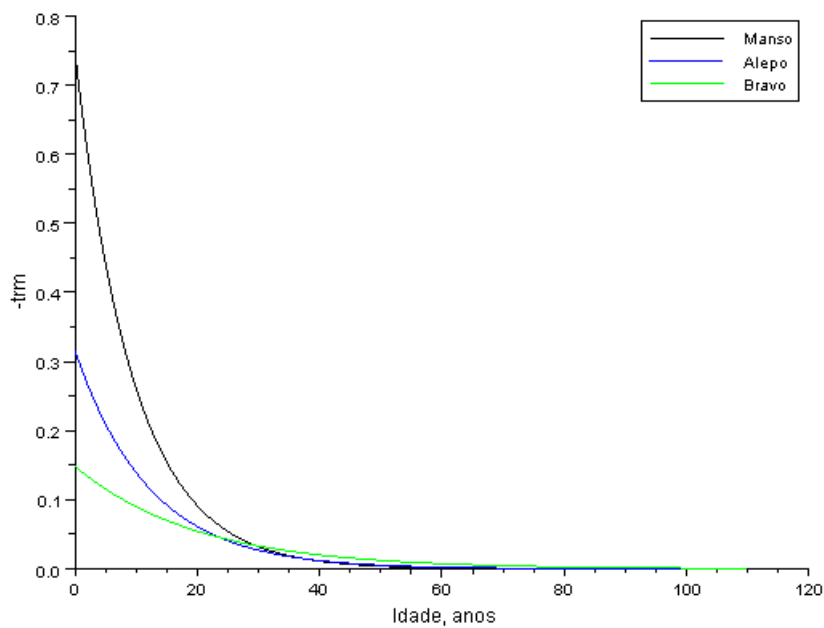


Figura 15.3 Valor absoluto das taxas relativas de mortalidade dos pinheiros manso, de Alepo e bravo

15.2.2 Similitude das trm

Considero agora três espécies norte-americanas que coexistem em povoamentos mistos, a saber: *Picea sitchensis* (Psi), *Pseudotsuga manziesii* (Pme) e *Thsuga hetrophylla* (The). Esperamos que as TRV destas três espécies, e assim as suas competitividades sejam de valores muito próximos. Esta previsão é confirmada na figura 15.4.

15 Testar o Modelo BACO2

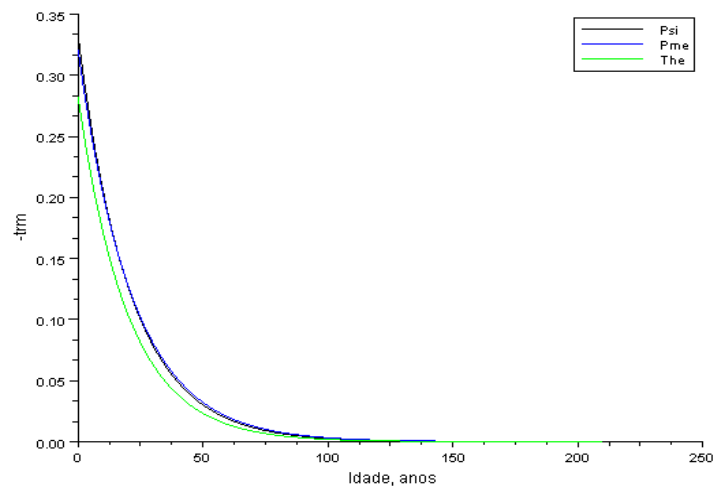


Figura 15.4. Valor absoluto das taxas relativas de mortalidade das espécies *Picea sitchensis* (Psi), *Pseudotsuga manziesii* (Pme) e *Thsuga hetrophylla* (The)

Simultaneamente, os PAMR destas três espécies apresentam as seguintes hierarquias competitivas:

Até aos 14 anos: Psi>Pme>The

Idades dos 14 aos 32 anos: Pme>Psi>The

Dos 32 aos 34 anos: Pme>The>Psi

Idades superiores aos 34 anos: The>Pme>Psi

As dominâncias competitivas são de impacto mínimo, pois como a figura 15.4 deixa prever, as razões entre as trm das espécies são muito próximas da unidade, o que se confirma na figura 15.5. Um PAMR com 5000 árvores de cada espécie aos 10 anos, aos 90 tem 74, 73 e 76 árvores respectivamente de Psi, Pme, The.

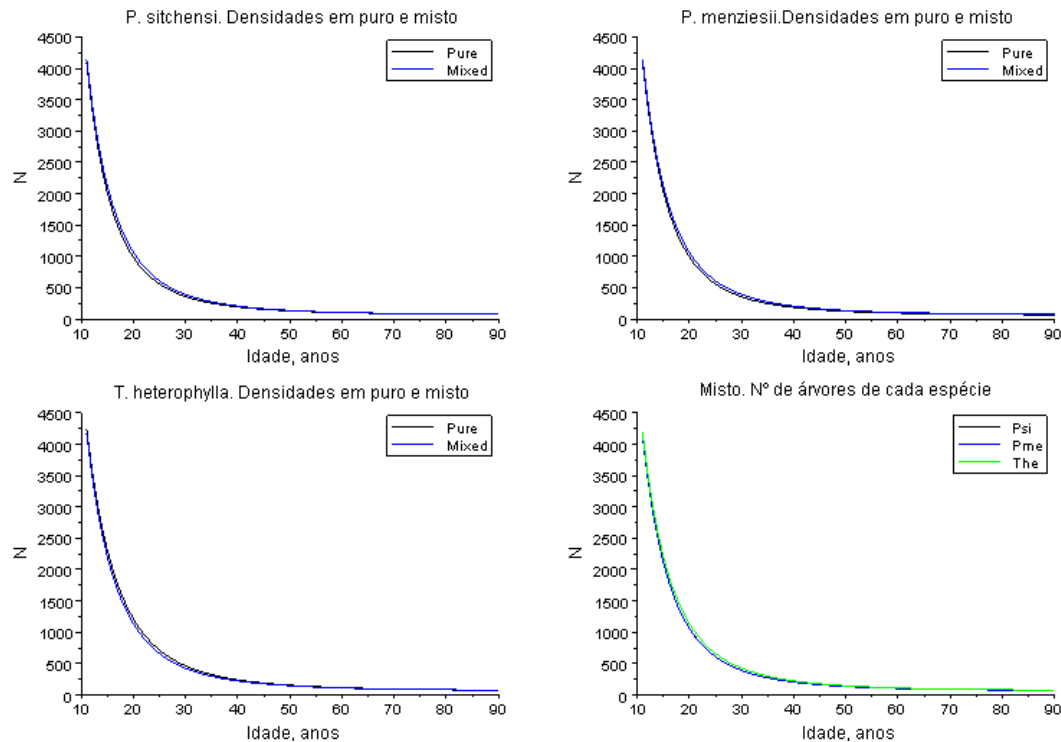


Figura 15.5. Simulação com o MB2 de um povoamento misto com 5000 árvores aos 10 anos, de cada uma das espécies *Picea stchensis* (Psi), *Pseudotsuga menziesii* (Pme), and *Tsuga heterophylla* (The). Para comparação foi simulado um povoamento puro, de cada uma das espécies, aos 10 anos.. Número de árvores aos 90 anos, respectivamente, puro e misto para Psi: 75, 74; Pme: 67, 73; The: 74, 76

A tolerância das espécies à sombra e a dinâmica das hierarquias competitivas estão harmonizadas. de facto, verifica-se The (muito tolerante) > Psi (tolerante) > Pme (tolerância intermédia) (Hocker Jr., 1979:162). A The é a espécie que melhor tolera a sombra, por isso só aos 34 anos passa a dominar a hierarquia. Para coexistir com Psi, a Pme tem de inverter a dominância o mais cedo possível. As descrições da dinâmica de povoamentos de Psi+The e Pme+The apresentadas por Olivier e Larson (1990: 249; 234-236) confirmam a hierarquização competitiva destas três espécies acima apresentada.

A caracterização que fiz das espécies na parte I (capítulos 4, 8 e 9), e as simulações feitas pelo MB2 estão conforme com a teoria ecológica aceite. De facto, a consulta do quadro 15.1, mostra que as três espécies são estratégias K-1, com índices de crescimento comparáveis. Satisfazemos R1, R2 e R3.

15.3 O Tamanho Relativo das Árvores

Consideremos um PAMR de duas espécies, A (dominante) e B (dominada). Comparando o comportamento das duas espécies com a que têm em povoamentos puros, como já se evidenciou a espécie A vê a sua mortalidade diminuída por transferir parte dela para a espécie B, que passa a sofrer maior auto-desbaste. Já abordamos os efeitos dos desbastes pelo alto, neutro e pelo baixo, no capítulo 10.

É de presumir que se a espécie B tem árvores claramente mais pequenas que as da espécie A, neste PAMR, o auto-desbaste actua tendencialmente como um desbaste pelo baixo. Se as árvores das duas espécies forem de tamanhos comparáveis o auto-desbaste converge para a neutralidade. Se as árvores da espécie B forem as maiores, o auto-desbaste aproxima-se de um desbaste pelo alto.

Dadas estas conclusões, devemos admitir que o tamanho relativo das árvores das duas espécies deve afectar a estrutura dimensional e a produção do PARM. Vamos escrutinar este efeito recorrendo às biomassas totais das duas populações expressas em Mg/ua. Vou simular PAMR de Psi+Pme. Para caracterizar o tamanho relativo das árvores, referindo-me às árvores médias de duas populações num PAMR, introduzo a seguinte variável:

$$Ra = \frac{\text{Biomassa final da árvore média de Psi}}{\text{Biomassa final da árvore média de Pme}}$$

Começo por considerar um PAMR que aos 10 anos tem 5000 árvores de cada espécie, e Ra assume os valores 0,7 0,871 0,877 0,883 e 1. O PAMR é simulado dos 10 aos 109 anos e retenho o valor da soma das biomassas das espécies aos 109 anos. O efeito de Ra é exibido na figura 15.6. Como as duas espécies têm competitividade muito próxima o desbaste actua tendencialmente como um desbaste neutro, e a maior produção ocorre quando elas têm o mesmo tamanho (Ra=1).

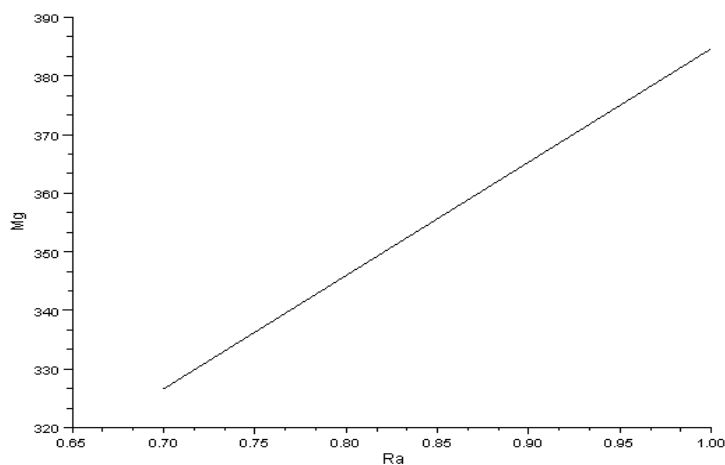


Figura 15.6. Efeito do tamanho relativo das árvores das populações de um PMR de Psi+Pme, na produção global de biomassa total. Para mais detalhes ver o texto

Recorrendo ao mesmo PAMR, vou escrutinar o efeito conjunto do tamanho relativo das árvores e das proporções iniciais das populações, como se exhibe na figura 15.7. A população inicial de Psi, como fracção da densidade total varia de 20 a 80 por cento. O efeito das proporções iniciais é claramente afectado pelos valores de Ra.

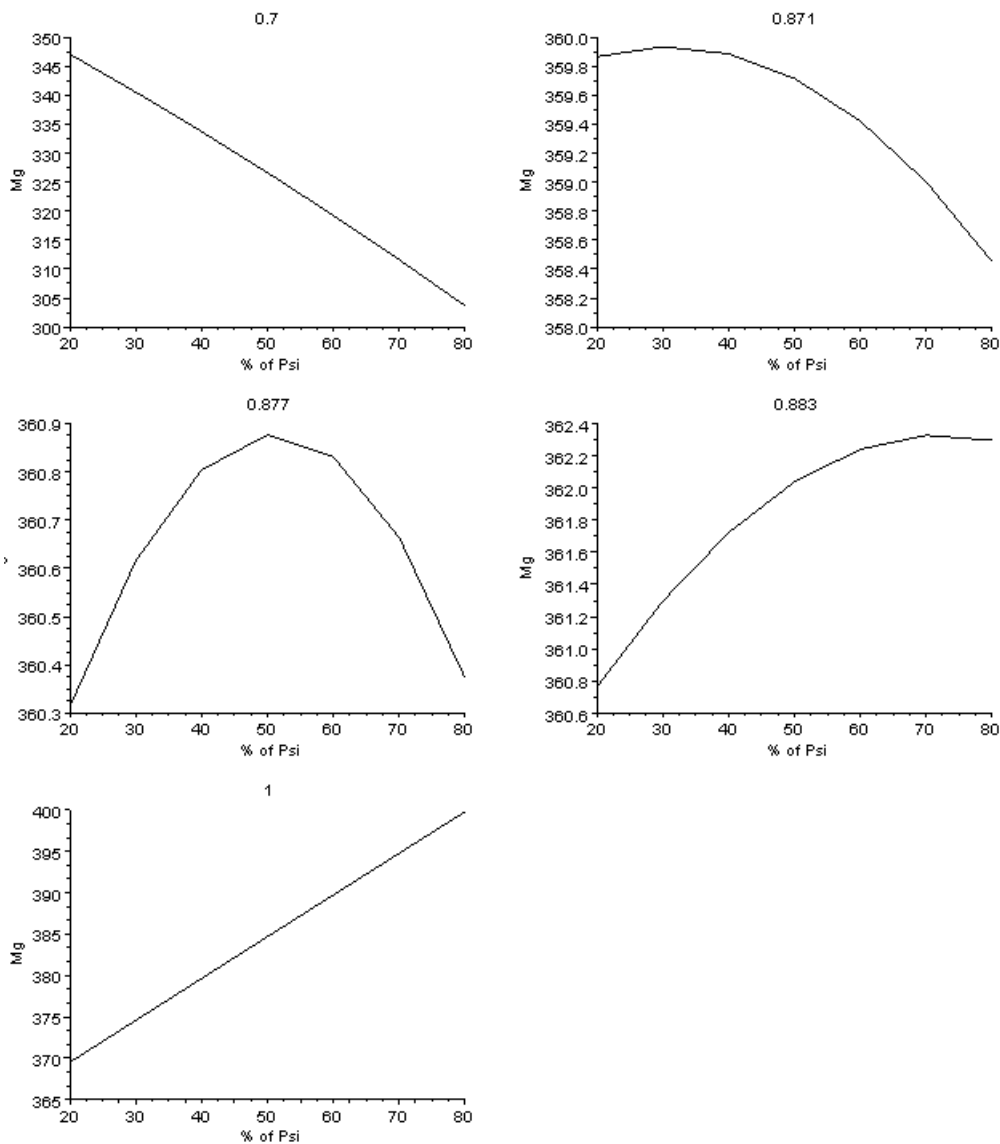


Figura 15.7. Efeitos de Ra e das densidade iniciais na produção total de um PAMR de Psi+Pme

Os efeitos de Ra que exibimos individualmente na figura 15.6, para mais fácil percepção, podem ser condensados num só gráfico como faço na figura 15.8.

Theodosius Dobzhansky, notável biólogo, publicou um artigo com um título lapidar: 'Nothing in biology makes sense except in the light of evolution' (Dobzhansky, 1973). Os resultados desta secção permite concluir que as hierarquias competitivas que hoje observamos nos povoamentos mistos naturais são, pois, o resultado de processos coevolutivos. A integração destes processos com a minha teoria para os povoamentos mistos é ilustrada na figura 15.9.

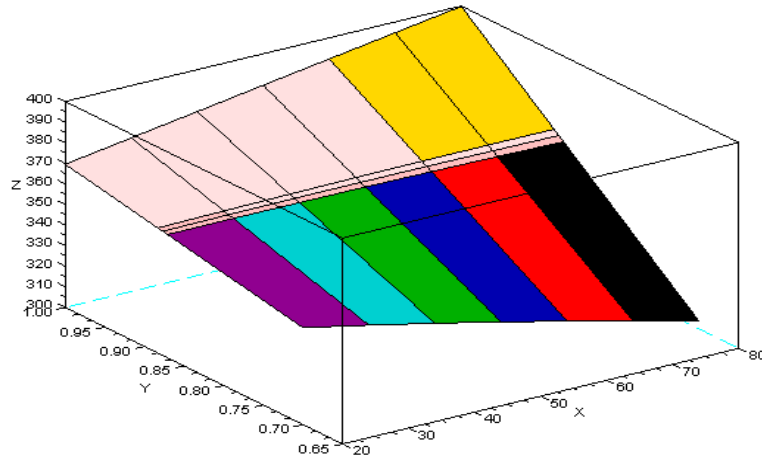


Figura 15.8. Efeitos de Ra (Y) e da proporção inicial do número de árvores de Psi (X) , na produção total de biomassa um PAMR de Psi+Pme (Z, Mg)

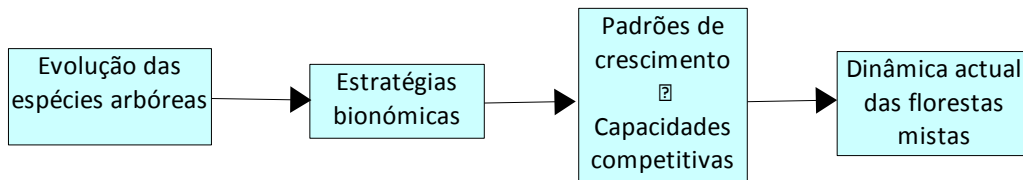


Figure 15.9. Cadeia causal explanatória, simplificada, da actual dinâmica dos povoamentos mistos naturais

A minha conjectura sobre a influência do tamanho relativo das árvores na produção dos PAMR é confirmada pelo MB2.

Podemos agora refinar as nossas assumpções iniciais sobre o crescimento das PAMR (secção 14.5, A2), introduzindo duas leis:

- L1. A dinâmica das densidades das populações de um PARM é afectada a) pelas trm das espécies e b) pelas proporções iniciais das suas densidades, expressas como fracções do número total das árvores existentes.
- L2. A produção de volume de madeira ou biomassa total de um PAMR é condicionada a) pelas trm das espécies, b) pelas proporções iniciais das suas densidades, expressas como fracções do número total das árvores existentes e c) pelos tamanhos relativos das árvores médias de cada espécie.

15.4 A Confirmação Empírica

A prática silvícola nos seus dois séculos de existência concentrou-se nos povoamentos puros regulares. Os inventários com dezenas de anos de parcelas experimentais destes povoamentos permitiram construir as tabelas de produção cada vez mais aperfeiçoadas, nos diversos países europeus, nomeadamente da Europa Central. A caracterização que fiz das espécies (quadro 4.1) foi estabelecida a partir de diversas tabelas de produção que foram sendo oportunamente referidas nos textos que tenho publicado, nomeadamente Hamilton e Christie (1971) e para o pinheiro bravo Oliveira (1985).

A obtenção de séries temporais de medições de povoamentos mistos, particularmente dos irregulares, era raramente efectuada. Os organismos que têm esta informação guardam-na para seu uso e só através dos artigos publicados, nela baseados, posso aceder-lhe. É neste enquadramento que procuro a validação do MB2.

Esta secção abrange a) a sensibilidade do crescimento dos PAMR às condições iniciais (efeito borboleta determinístico); b) a sensibilidade do crescimento de povoamentos de Lde+Pab às proporções iniciais das espécies; c) a mesma sensibilidade em povoamentos de Fsy+Pab.

15.4.1 A Sensibilidade às Condições Iniciais

Os PAMR revelam efeito borboleta determinístico às condições iniciais (e.g., Puettman, Coates e Messier, 2009:112; Schmidk Biber e Bugmann, 2006). O MB2 detecta este efeito, em todos os PAMR que simula, como ilustro na figura 15.10. Simulo o volume pé de florestas de Psi+Pme, com a mesma área. Além do gráfico do volume em pé, também exibo a variação dos acréscimos correntes anuais da mesma variável. A figura é obtida com o programa inserto na caixa 15.1.

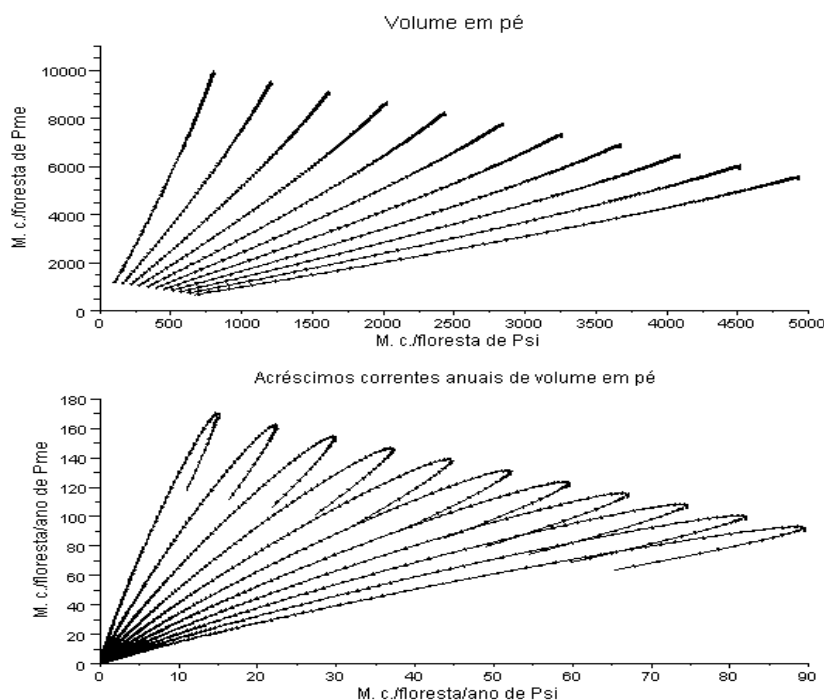


Figura 15.10. Florestas de Psi+Pme. Sensibilidade do volume em pé às condições iniciais

15 Testar o Modelo BACO2

Caixa 15.1. Programa borbPsPm

```

//Programa borbPsPm
// aplica o BACO2 a duas populações
//para obter o efeito de borboleta
//usa o método de Euler
xbasc()
c1=0.048;r1=0.1176;//Psi
c2=0.046;r2=0.1103;//Pme
cop1=-c1*log(r1);
cop2=-c2*log(r2);
for p01=100:50:600
  p02=1200-p01;
  w=[];k1=p01/r1;k2=p02/r2;dp=[];dq=[];
  m1=p01;m2=p02;z=1;
  mistoa1=p01;mistoa2=p02;y=1;
  misto1=p01;misto2=p02;
  E1=[];E2=[];r1v=r1^(-1.5);r2v=r2^(-1.5);
  P1=[];P2=[];
  for q=0:0.01:500
    g=misto1+misto2;
    ep1=exp(-c1*q);ep2=exp(-c2*q);
    rm1=cop1*ep1;rm2=cop2*ep2;
    f1=log(rm2/rm1);f2=log(rm1/rm2);g1=misto2/g;g2=misto1/g;
    d1=mistoa1*(0.01*rm1*(1-g1*f1));
    d2=mistoa2*(0.01*rm2*(1-g2*f2));
    misto1=mistoa1+d1;
    misto2=mistoa2+d2;
    mistoa1=misto1;
    mistoa2=misto2;
    if y/100==int(y/100) then E1=[E1 misto1];
    end
    if y/100==int(y/100) then E2=[E2 misto2];
    end
    if y/100==int(y/100) then P1=[P1 100*d1];
    end
    if y/100==int(y/100) then P2=[P2 100*d2];
    end
  end
end

```

Caixa 15.1. Continuação

```

    y=y+1;
end
subplot(211)
plot2d4(E1', [E2])
xlabel("Volume em pé", "M.c./floresta de Psi", "M.c./floresta de Pme")
subplot(212)
plot2d4(P1', P2)
xlabel("Acréscimos correntes anuais de volume em pé", "M.c./floresta/ano de Psi", "M. c./floresta/ano de Pme")
end

```

Uma consequência desta sensibilidade às condições iniciais é que pequenos erros no inventário dos povoamentos mistos conduzem a projecções muito afastadas do futuro crescimento da floresta real.

15.4.2 A Dinâmica da Biomassa Total em PAMR de Fsy+Pab

Para ampliar a corroboração do MB2, só disponho de informação restrita sobre dois PAMR mencionados em Pretzsh (2009:351-352, figure 10.9). Ambos se referem à biomassa da parte aérea que pode ser genericamente estimada como 80% da biomassa total (Pretzsh, 2009:70). Nas simulações que farei, uso a biomassa total do povoamento ($^m y_{10,666t}$).

Começarei por abordar os PAMR de Fsy+Pab. Na secção 15.1, já verificamos que na hierarquia competitiva a faia surge como a espécie dominante (Fsy>Pab, figura 15.2).

O MB2 permite-me obter um padrão igual ao da figura 10.9a, para biomassas totais ao 109 anos, em Pretzsch (2009:351), para $Ra(Fsy/Pab)=1.5$, como exibo na figura 15.11. A biomassa total do PAMR é inferior à soma das biomassas totais das espécies crescendo em povoamentos puros (linha continua). O valor de Ra não é suficientemente elevado para reverter esta situação. No segundo gráfico da figura, verifica-se que a percentagem de biomassa de Pab no PAMR decresce com a idade, dado o facto de ter maior mortalidade que em povoamento puro e árvore média de tamanho inferior à da faia. Esta figura é criada pelo programa BTFsyPab, inserto na caixa 15.2.

Para maior clareza da dinâmica dos povoamentos em que a razão entre as taxas relativas de variação é sempre maior de que a unidade, apresento ainda o resultado de uma simulação. Considero um PAMR que aos 10 anos tem 50 Mg/ua de Pba e 60 Mg/ua de Fsy, sendo $Ra=1$. Na figura 15.12, exibo as biomassas das duas populações e total, a taxa de crescimento por Mg e por ano, os acréscimos correntes anuais de Mg ($Mg\ ua^{-1}\ ano^{-1}$) e a produtividade líquida que abrange não só nova biomassa criada, mas também as substituições de perdas de biomassa, secreções de raízes, emissão de substâncias voláteis, assumindo uma situação de stress médio para as espécies (Chapin III, Matson, and Mooney, 2002:126-128, 132,136; Schulze, Beck, Muller-Hoenstein, 2005:348).

15 Testar o Modelo BACO2

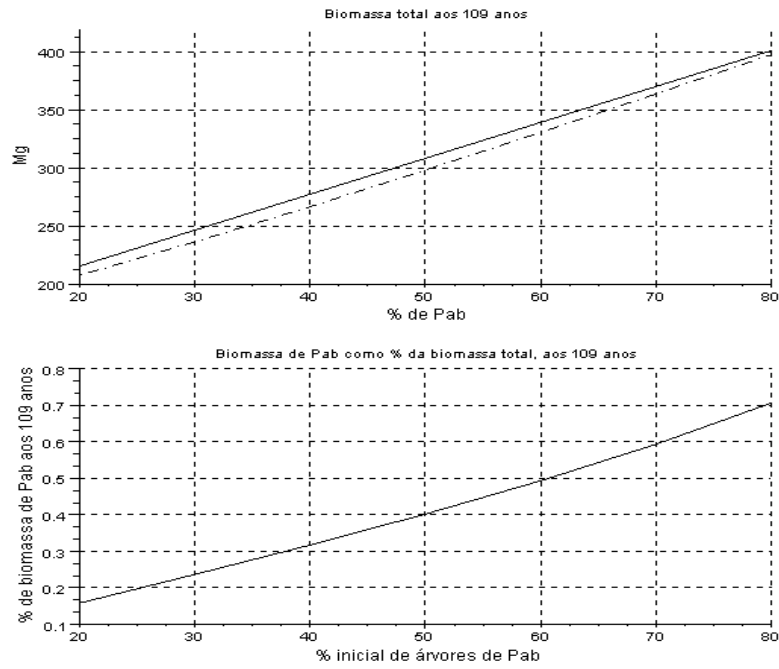


Figura 15.11. Variação da biomassa total em PAMR de Fsy+Pab. Ver a interpretação no texto

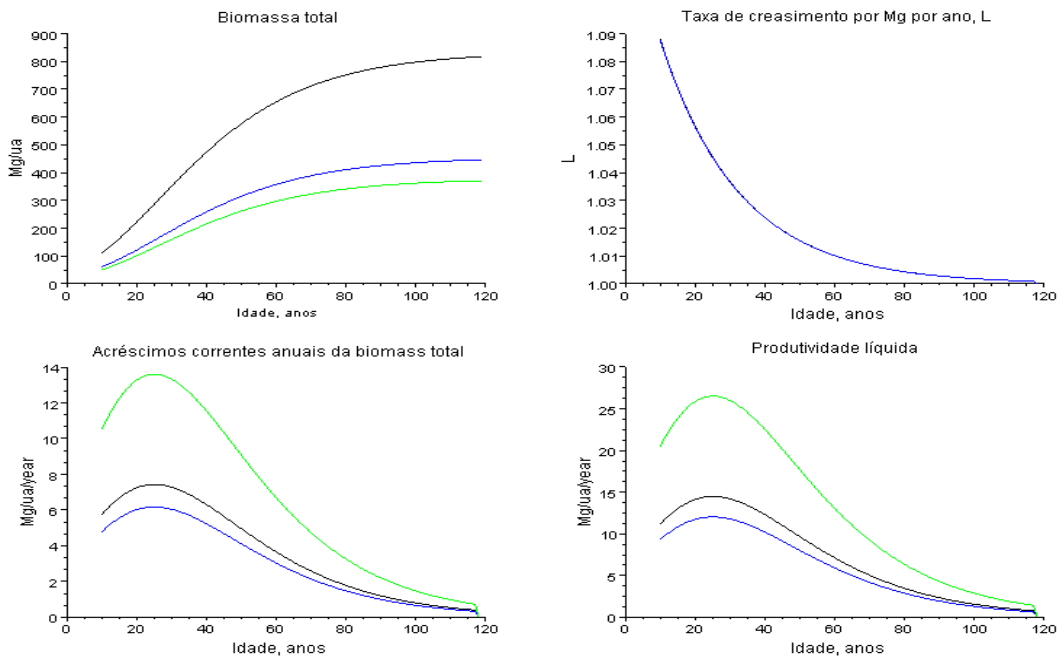


Figura 15.12. Simulação de um PAMR de Fsy+Pab, com biomassas iniciais aos 10 anos de 60 Mg ua⁻¹ de Fsy e 50 Mg au⁻¹ de Pab. Em todos os gráfico excepto o superior direito a linha do meio refere-se à faixa

Caixa 15.2 Programa BTFsyPab

```

// Program BTFsyPab
//Fsy+Pab Cf. Pretzsch fig. 9.9a, pág. 351
//modelo baco2 com 2 competidores
//Fsy, 2=Pab
TT=[];TP=[];F=[];
for i=20000:10000:80000
    b=i;a=100000-b;
    //model BACO2, tree surviving to competition
    deff("yprim=f(t,y)",["cop1=-0.043*log(946.7456)";...
        "cop2=-0.042*log(210.04)";...

        "yprim1=y(1)*cop1*exp(-0.043*t)*(1+y(2)/(y(1)+y(2))*log((cop2*exp(-
0.042*t))/(cop1*exp(-0.043*t)))");..
        "yprim2=y(2)*cop2*exp(-0.042*t)*(1+y(1)/(y(1)+y(2))*log((cop1*exp(-
0.043*t))/(cop2*exp(-0.042*t)))");..
        "yprim=[yprim1;yprim2]");
    y0=[a,b];
    t0=0;
    t=0:99;
    [M]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),2,100))';
    xbascc()

    //final value of Ide tree at age 10, dbh=3 cm, kg
    lf=1500;
    //final value of Pab tree at age 10 dbh=7.2, kg
    pf=1000;
    L='lf*0.000108^exp(-0.043*t)';
    S='pf*0.000801^exp(-0.042*t)';
    //tree growth
    lt=[eval(L)];st=[eval(S)];
    //Kgs per area of the species at age 109
    L100=M(100,1)*lt(1,100);
    S100=M(100,2)*st(1,100);
    F=[F S100/(L100+S100)];
    //Vector of total biomasses
    TT=[TT (L100+S100)/1000];
    Pf=(b/210.04)*0.168231^exp(-0.042*99);
    Ff=a/946.7456*1.5*0.101843^exp(-0.043*99);
    TP=[TP Pf+Ff];
end
g=20:10:80;
M=[TT;TP]';
subplot(2,1,1)
plot2d(g,[M])
xlabel("Biomassa total aos 109 anos", "% de Pab", "Mg")
xgrid()
subplot(2,1,2)
plot2d(g,F)
xlabel("Biomassa de Pab como % da biomassa total, aos 109 anos", "% inicial
de árvores de Pab", "% de biomassa de Pab aos 109 anos ")
xgrid()

```

15.4.3 A Dinâmica da Biomassa Total em PAMR de Lde+Pab

Na secção 15.1 vimos que nestes PAMR hierarquia competitiva é Pab>Lde, como se comprova na figura 15.13, onde a razão tnr de Pab/tnr de Lde é sempre superior a um, e crescente com a idade.

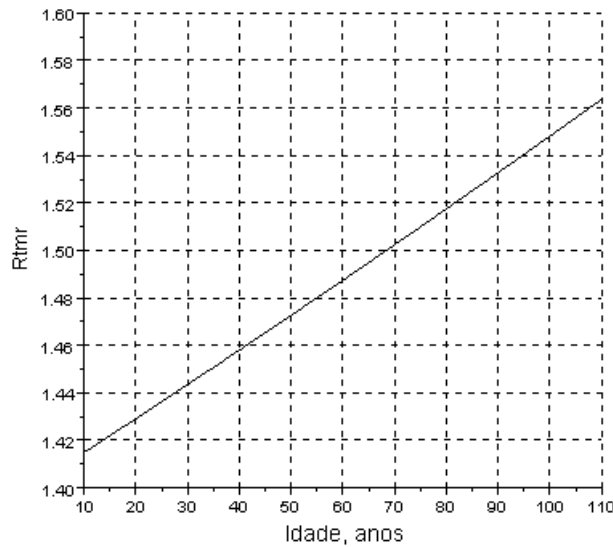


Figura 15.13. Razão "taxa relativa de mortalidade de Pab/taxa relativa de mortalidade de Lde", R_{tmr}, dos 10 aos 110 anos

Aproveito para testar a robustez do MB2. O padrão da figura 10.9b de Pretzsch (2009:351) pode ser obtido se fizermos Ra(Pab/Lde)=7,4, como exibo na figura 15.14.

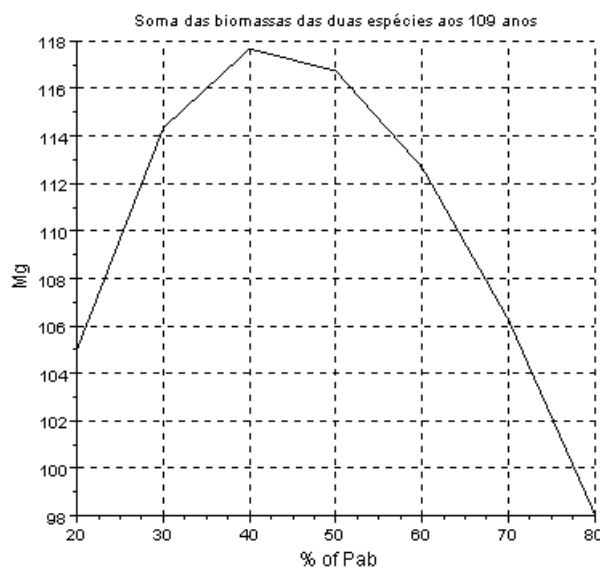


Figura 15.14. Variação da biomassa total de PAMR de Pab+Lde, com biomassas iniciais (10 anos) de Pab de 20 a 80 % do total

Presumo que as proporções das espécies nos gráficos da figura 10.9 de Pretzsch (2009:351) não se referem a valores iniciais, mas sim na ocasião da medição. Nestas condições é de presumir R_a não deva ter valor tão elevado.

Nos PAMR de Pab+Lde medidos na Alemanha (Pretzsch, 2009:352), verificou-se que a produção tanto de Pab (22-38%) como de Lde (2-13%) era maior em povoamento misto que em puro, e a produção total maior que a soma das produções das duas populações em povoamento puro. Na figura 15.15, exibo as razões "misto/puro" das somas das produções totais de cada espécie e de cada uma delas. Este gráfico foi obtido com o programa da caixa 15.3 que também imprime o valor de R_a seguinte:

Razão das biomassas finais das árvores médias Pab/Lde

-> R_a

$R_a =$

7.376889

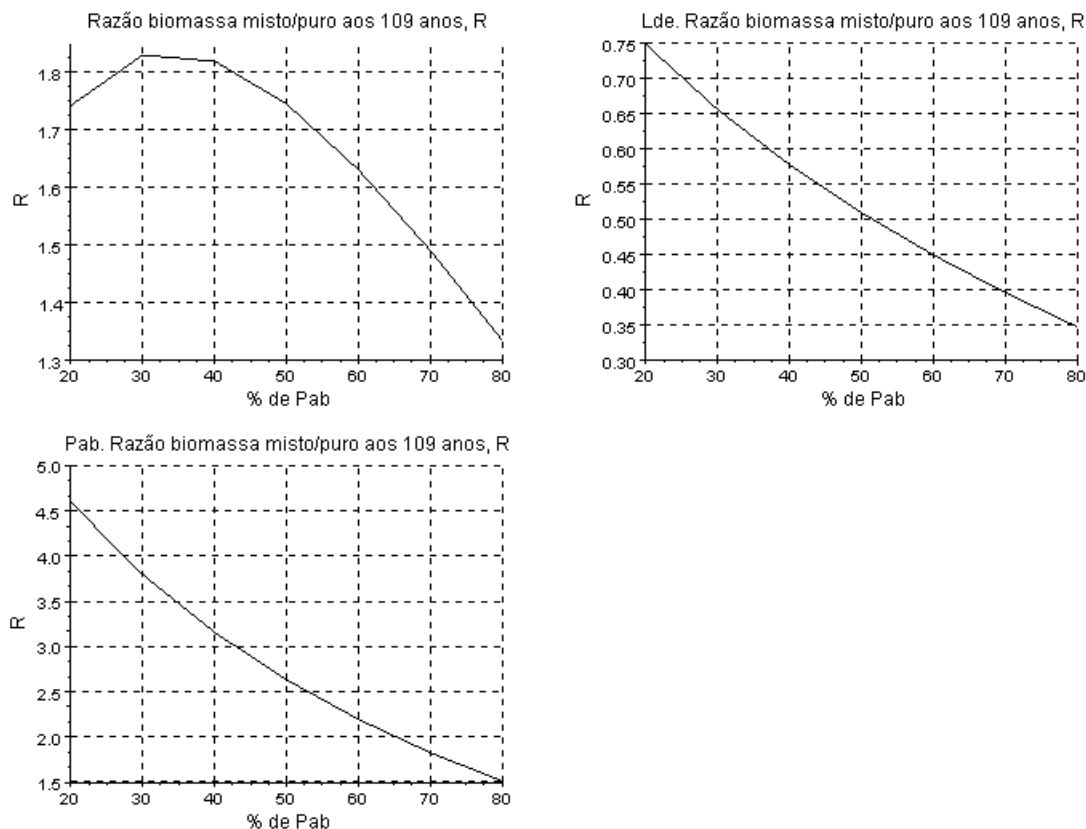


Figura 15.15. Razão das produções misto/puro totais e de cada população, em PARM de Pab+Lde, para várias proporções iniciais de biomassa de Pab. $R_a=7,4$

Na figura 15.15 verifica-se:

1. Que quanto maior é a proporção do competidor dominante, menor é a produção, porque ambas as espécies estão sujeitas a mais intensa competição e a maior mortalidade.

15 Testar o Modelo BACO2

2. As sobre produções das produções totais dos PAMR e de Pab e não de Lde.

A sobre produção de Lde, nas comparações feitas na Alemanha, provavelmente deve ser devida a diferenças de solo, mesmo induzidas pela própria mistura. Por exemplo, espécies como a faia, na Europa, e *Cornus florida*, na América do Norte podem actuar como "bombas de extracção" de cálcio (e outros nutrientes no caso da espécie europeia) das maiores profundidades do solo para a superfície, através da manta morta produzida, como se assinala respectivamente, por exemplo, em Pretzsch (2009:340) e Odum e Barrett (2005:164).

Caixa 15.3 Programa RBTmistopuro

```
//Programa RBTmistopuro, Pab+Lde
//modelo baco2 com 2 competidores
//Larix, 2=Pab
TT=[];PP=[];PUL=[];PUB=[];ML=[];MP=[];
for i=2000:1000:8000
  b=i;a=10000-b;
  //modelo BACO2
  deff("yprim=f(t,y)",["cop1=-0.043*log(40.0983)";...
    "cop2=-0.042*log(210.04)";... "yprim1=y(1)*cop1*exp(-0.043*t)*(1+y(2)/
(y(1)+y(2))*log((cop2*exp(-0.042*t))/(cop1*exp(-0.043*t))))";.
"yprim2=y(2)*cop2*exp(-0.042*t)*(1+y(1)/(y(1)+y(2))*log((cop1*exp(-
0.043*t))/(cop2*exp(-0.042*t))))";..
  "yprim=[yprim1;yprim2]");
  y0=[a,b];
  t0=0;
  t=0:99;
  [M]=matrix(ode(y0,t0,t,f),2,100)';
  xbascc()
  //biomassa final da árvore de Lde, kg, dap=3 cm aos 10 anos
  lf=0.1245*3^2.3585/0.007287;
  //biomassa final da árvore de Pab, kg, dap=7.2 cm aos 10 anos
  pf=0.1245*7^2.3585/0.007287;
  //Razão biomassas finais Pab/Lde
  Ra=pf/lf;
  //strings auxiliares
  L='lf*0.007287^exp(-0.043*t)';
  S='pf*0.000801^exp(-0.042*t)';
  //tree growth
  lt=[eval(L)];st=[eval(S)];
  //Kgs por unidade de área aos 109 anos
  L100=M(100,1)*lt(1,100)*0.001;
  S100=M(100,2)*st(1,100)*0.001;
  //vectores das biomassas de cada espécie aos 109 anos
  ML=[ML L100];MP=[MP S100];
  //Vector das biomassas totais misto
  TT=[TT (L100+S100)];
  //Biomassas totais de Lde e Pab em povoamentos puros
  puL=a*40.0983^(exp(-0.043*99)-1)*lt(1,100)*0.001;
  puP=b*210.04^(exp(-0.042*99)-1)*st(1,100)*0.001;
  //soma das biomassas dos povoamentos puros
  PP=[PP puL+puP];
  //vectores das biomassas de cada espécie em pov. puros
  PUL=[PUL puL];PUB=[PUB puP];
```

Caixa 15.3 Continuação

```

end
//Razão soma biomassas misto/soma biomassas puro
TT=TT./PP;
RaL=ML./PUL;RaP=MP./PUB;
g=20:10:80;
subplot(2,2,1)
plot2d(g,[TT])
xtitle("Razão biomassa misto/puro aos 109 anos, R", "% de Pab", "R")
xgrid()
subplot(2,2,2)
plot2d(g,[RaL])
xtitle("Lde. Razão biomassa misto/puro aos 109 anos, R", "% de Pab", "R")
xgrid()
subplot(2,2,3)
plot2d(g,[RaP])
xtitle("Pab. Razão biomassa misto/puro aos 109 anos, R", "% de Pab", "R")
xgrid()
disp("Razão das biomassas finais das árvores médias Pab/Lde")
Ra

```

Na figura 15.16 exibo uma simulação semelhante à da figura 15.15, sendo agora $Ra=1$.

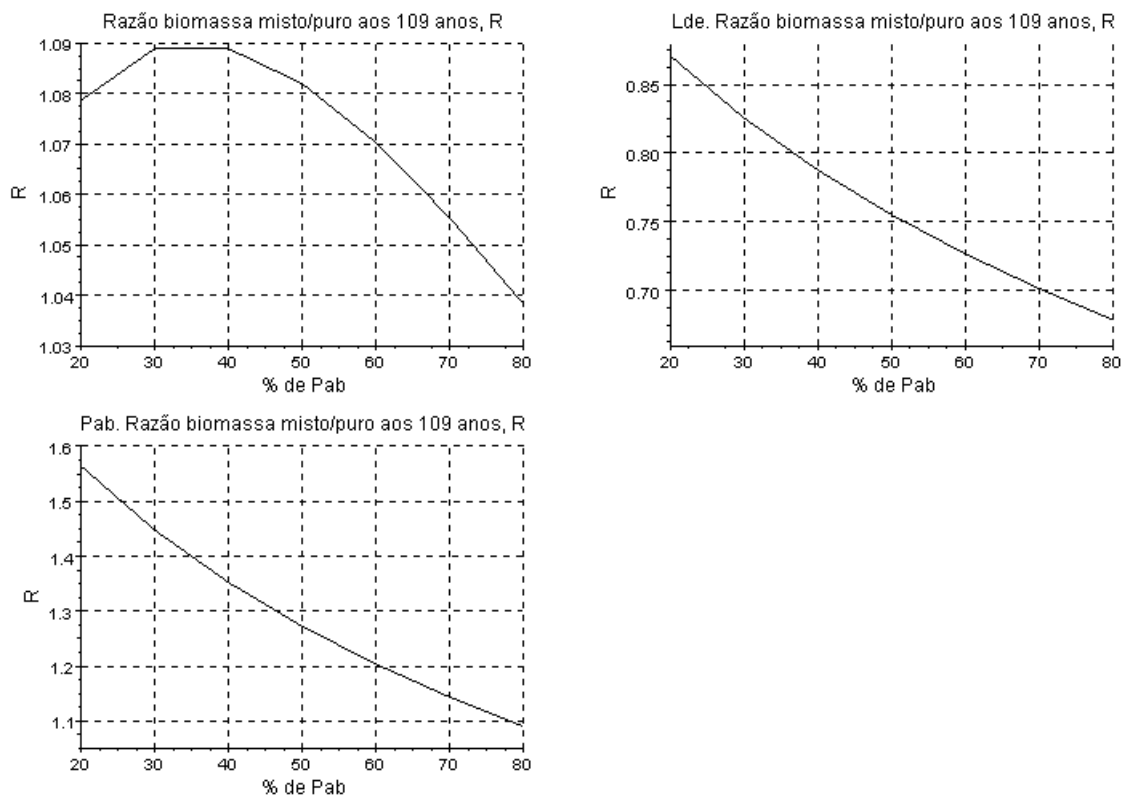


Figura 15.16. Razão das produções misto/puro totais e de cada população, em PARM de Pab+Lde, para várias proporções iniciais de biomassa de Pab. $Ra=1$

Os povoamentos da figura 15.15 beneficiam do facto da população menos sujeita à mortalidade ter árvores em média sete vezes maiores que a mais intensamente auto-desbastada. Os valores encontrados para a sobre produção do Pab (22-38%) estão no espaço de variação do último gráfico da figura 15.16. A sobre produção total encontrada na Alemanha ocorre quando a percentagem de Pab é de 40%, o que é confirmado pelo gráfico superior esquerdo da figura 15.16.

Nesta figura também se constata que quanto maior é a proporção do competidor dominante, menor é a produção, porque ambas as espécies estão sujeitas a mais intensa competição e a maior mortalidade.

15.5 Outras Confirmações

Em complemento ao já exposto, vou adir outras confirmações da minha concepção para a competição entre plantas e do MB2, a saber:

- As simulações com este modelo mostram a transitividade das hierarquias competitivas. Existe evidência empírica que sustenta estes resultados em Silvertown, and Charlesworth (2001:217).
- De acordo com Silvertown e Charlesworth (2001:224-225) existe evidência experimental que sustenta a sensibilidade dos coeficientes de competição às proporções das espécies e da densidade total, como se detecta no capítulo 17.
- A relevância da taxa de crescimento na determinação da competitividade das espécies permeia todo o livro de Grime (Grime, 2001).
- A evidência descrita em Puetmann, Hibbs, and Hann (1992) sustenta as minhas principais conjecturas sobre a estrutura e dinâmica dos PAMR.

15.6 Produtividade e Intensidade da Competição

Em ecologia das plantas, uma questão tida como da maior importância, e muito debatida, é a de saber se a produtividade (a classe de qualidade, na perspectiva florestal) agrava ou atenua a intensidade da competição entre as plantas (e.g., Arie e Turkington, 2001; Pickett, Kolasa, Jones, 2007: 133).

No capítulo 10, verificámos que a resposta do crescimento das árvores ao desbaste era tanto maior quanto pior fosse a estação de qualidade (menor produtividade), satisfazendo a lei dos rendimentos decrescentes. Esta verificação leva-nos a conjecturar que a intensidade da competição será tanto maior quanto menor for a produtividade (pior a classe de qualidade).

Para tentar uma inquirição nesta matéria temos que estabelecer um conceito de intensidade de competição. Estabelecemos que os coeficientes de competição reflectem a intensidade da competição, e quanto maior for o valor absoluto dos coeficientes de competição maior é a intensidade de competição.

Qualquer tabela de produção revela que em igualdade de condições de aproveitamento dos recursos da estação, os povoamentos nas melhores estações têm maior volume em pé. É legítimo assumir que menores biomassas totais por unidade de área ($y_{0,67}$) estão associadas a locais de pior classe de qualidade (menor produtividade).

Vamos considerar o modelo BACO2 e a taxa relativa de variação de $y_{0,67}$ (secção 14.6). Consideramos três PAMR de carvalho e pinheiro bravo, em que as duas espécies, aos 10 anos, têm a mesma biomassa total por unidade de área, em três estações de qualidade. Pelo que já discernimos, as biomassas iniciais aumentam de modo a acompanhar a melhoria da classe de qualidade. O resultado destas simulações inserem-se na figura 15.17.

Na figura 15.17, verifica-se que os valores absolutos dos coeficientes de competição decrescem das pior para a melhor classe de qualidade, o que nos leva a concluir que no contexto analítico que estabelecemos, é altamente provável que a intensidade da competição seja agravada pela diminuição da produtividade, como tínhamos antecipado.

Este assunto é controverso porque os resultados empíricos são contraditórios, quiçá reflectindo as diferenças nos métodos utilizados para medir experimentalmente a intensidade competitiva. Não surpreende, pois, que exista evidência empírica que suporta o resultado a que aqui chegamos (e. g., Goldberg, Rajaniemi, Gurevitch e Stewart-Oaten, 1999).

A abordagem deste assunto revela que a teoria em exposição revela tanto coerência interna, como externa.

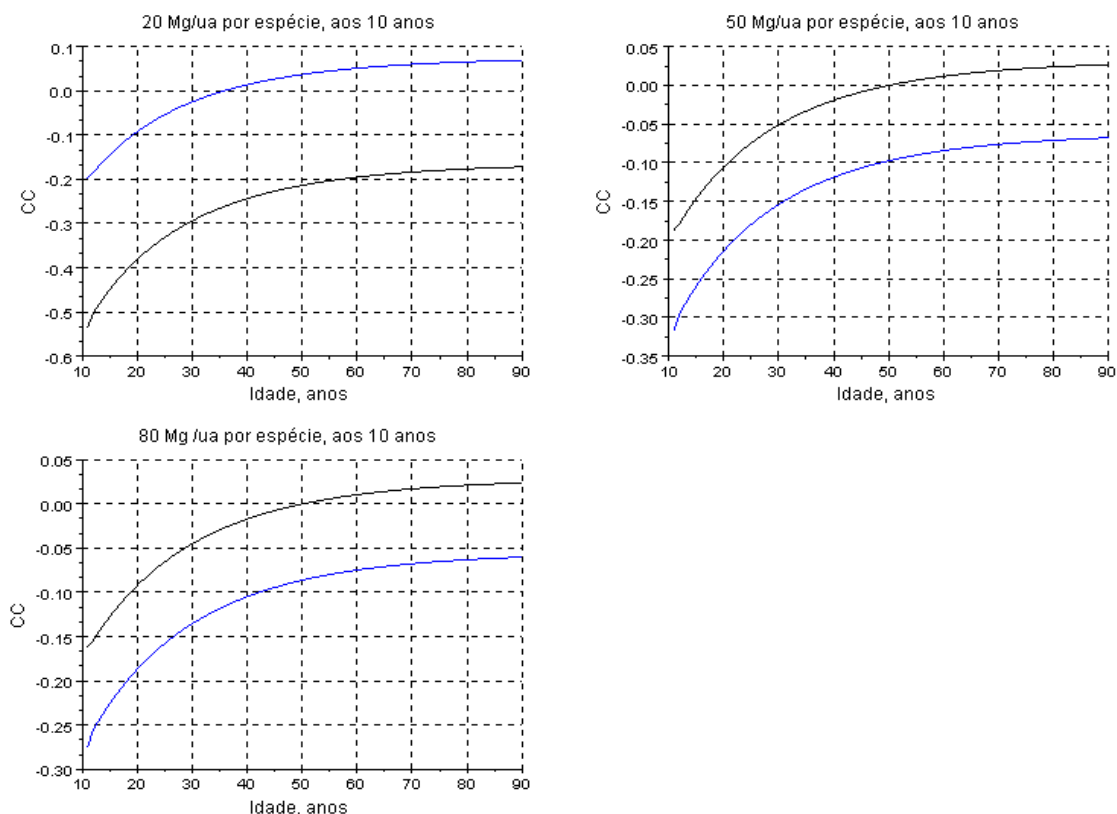


Figura 15.17. Coeficientes de competição (CC) em três estações de qualidade crescente. ua= unidade de área

15.7 Colonização e Biodiversidade

Um dos aspectos que ultimamente tem sido objecto de intensa pesquisa é composição das comunidades. Como alguém já assinalou (Ejrnæs, Bruun e Graae, 2006) a complexidade dos factores bióticos e abióticos que interferem na formação das comunidades só devem permitir formular princípios gerais sobre esta matéria. Neste contexto gostaria de formular duas inferências a partir do anteriormente exposto:

- Quando as espécies que têm acesso a um local a colonizar não coevoluíram e têm capacidades competitivas diferentes, a assimetria da relação competitiva deve ter um papel importante na composição da comunidade. O estudo experimental de Ejrnæs, Bruun e Graae (2006) confirma esta conclusão.
- Quando as espécies que podem ter acesso ao local coevoluíram e estão adaptadas ao ambiente físico o processo de colonização é neutro (Hubbell, 2001).

15.8 Um Juízo sobre o MB2

Do exposto nas secções anteriores deste capítulo, é curial concluir-se que não foram encontrados resultados que justifiquem a rejeição do MB2. Pelo contrário, ele foi capaz de propiciar resultados consistentes e coerentes, e chegou ao ponto de destrinçar as diferenças de comportamento entre os PAMR de Fsy+Pab e Pab+Lde, detectadas em povoamentos da Alemanha, pelo que prossigo com a abordagem aos povoamentos mistos, nos próximos capítulos.

Dada a dedutibilidade da minha teoria, nomeadamente o estabelecimento do MB2, as corroborações aqui alcançadas seriam impossíveis sem a subjacente correcção da teoria para os povoamentos puros (Parte I), que se vê assim corroborada, para além da reprodução de várias tabelas de produção.

Tanto quanto sei, o MB2 é o único modelo *predictivo* para a competição entre plantas. Conhecidos os parâmetros caracterizadores das espécies, (basta c e R_1), a idade do povoamento e as densidades de cada espécie, é possível projectá-lo até qualquer idade que queiramos.

O MB2 simulou com sucesso culturas em laboratório de misturas com espécies de Paramecium (Barreto, 2005: cap. 11).

Numa perspectiva mais ampla, e na inexistência de outro modelo *predictivo* para a competição, tanto quanto eu saiba, a relevância do MB2 não pode ser ignorada, mormente quando actualmente a evidência empírica e experimental que tem vindo a ser obtida confere um papel muito importante à competição na estruturação e dinâmica das comunidades (Loreau, 2010:52).

15.9 Bibliografia

- Arii, K., R. Turkington, 2001. Assessing Competition Intensity Along Productivity Gradients Using a Simple Model. *Canadian Journal of Botany*, 19(2):1486-1491.
- Barreto, L. S., 2007. The Changing Geometry of Self-Thinned Mixed Stands. A Simulative Quest. *Silva Lusitana* 15(1): 119-132.
- Barreto, L. S., 2010. *The Total Biomass of Self-Thinned Mixed Forests. A Theoretical and Simulative Inquiry*. Preprint SB-01/10. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.

- Chapin III, F. S., P. A. Matson, and H. A. Mooney, 2002. *Principles of Terrestrial Ecosystem Ecology*. Springer, New York.
- Dobzhansky, T. 1973. Nothing in biology makes sense except in the light of evolution. *Am. Biol. Teacher* 35, 125–129.
- Ejrnæs, R., H. H. Bruun e B. J. Graae, 2006. Community Assembly in Experimental Grasslands: Suitable Environment or Timely Arrival?? *Ecology* 87:1225–1233.
- Goldberg, D. E., T. Rajaniemi, J. Gurevitch e A. Stewart-Oaten. 1999. Empirical Approaches to Quantifying Interaction Intensity: Competition and Facilitation Along Productivity Gradients. *Ecology*. 80:1118-1131.
- Grime, J. P. 1979. *Plant Strategies and Vegetation Processes*. Academic Press, London.
- Hamilton, G. C. e J. M. Christie, 1971. *Forest Management Tables (Metric)*. Forestry Commission Booklet nº 34, Her Majesty Stationer Office, London.
- Hocker, Jr., H. W., 1979. *Introduction to Forest Biology*. John Wiley & Sons, New York.
- Hubbell, S P, 2001. *The Unified Neutral Theory of Biodiversity and Biogeography*. Princeton University Press, Princeton.
- Loreau, M., 2010. *From populations to Ecosystems*. Princeton University Press, Princeton.
- Odum, E. P., and G. W. Barrett, 2005. *Fundamentals of Ecology*. Fifth edition. Thomson Brooks/Cole, Belmont, CA, USA.
- Oliveira, A. C., *Tabela de Produção Geral para o Pinheiro Bravo das Regiões Montanas e Submontanas*. Centro de Estudos Florestais/Direcção Geral de Florestas, Lisboa.
- Olivier, C. D. e B. C. Larson, 1990. *Forest Stand Dynamics*. McGraw-Hill, Inc., New York
- Pickett, S. T. A., J. Kolasa, C. G. Jones, 2007. *Ecological Understanding: The Nature of Theory and the Theory of Nature*. Segunda edição. Academic Press, San Diego.
- Pretzsch, H., 2009. *Forest Dynamics, Growth and Yield. From Measurements to Model*. Springer, Berlin.
- Puettman, K. J., K.D. Coates e C. Messier, 2009. *A Critique to Silviculture. Managing for Complexity*. Island Press, Washington.
- Puttmann, K. J., D. F. Hibbs, and D. W. Hann, 1992. The Dynamics of Mixed Stands of *Alnus rubra* and *Pseudotsuga menziesii*: extension of size-density to species mixtures. *Journal of Ecology*:80:449-458.
- Schmid, S., A. Zingg, P. Biber e H. Bugmann, 2006. Evaluation of the Forest Growth Model SILVA Along an Elevational Gradient in Switzerland. *European Journal of Forest Research*, 125(1):43-55.
- Schulze, E-D, E. Beck, and K. Muller-Hoenstein, 2005. *Plant Ecology*. Springer, Berlin.
- Silvertwon, J., and D. Charlesworth, 2001. *Introduction to Plant Population Biology. Fourth edition*. Blackwell Scientific, Oxford.

16 Modelos Conexos ao Modelo BACO2

16.1 Introdução

Neste capítulo apresento os seguintes modelos para a competição: BACO3 (MB3), SB-BACO4 (MB4) e SB-BACO5 (MB5). Os dois primeiros podem ser vistos como variações, mais ou menos imediatas, do MB2, o MB5 é uma extensão da própria forma explícita da equação de Gompertz.

Gause (1934) nas suas experiências clássicas, que são descritas em qualquer manual de ecologia, deve ter sido o primeiro a detectar a não constância dos CC (Hastings, 2004:64), com padrão semelhante ao exibido na figura 16.1. Esta variação tem o inconveniente de não permitir a análise formal do sistema de equações diferenciais ordinárias. Aqui, o formalismo e a elegância analítica têm-se sobreposto à realidade.

Este capítulo baseia-se em Barreto (1997a,b, 1999, 2001, 2003, 2004). Começo pelo MB3.

16.2 O Modelo Contínuo BACO3

Dado o facto do crescimento das populações de árvores seguirem a EGP, por analogia com o modelo de Lotka-Volterra para a competição, estendemos a forma diferencial da equação de Gompertz à situação de competição entre populações. Isto é, do mesmo modo que o modelo de Lotka-Volterra para a competição é uma extensão directa da forma diferencial da equação sigmóide, ou logística, o mesmo se passa com o MB3 relativamente à equação de Gompertz.

Sejam duas populações de árvores num PAMR, representadas pelas variáveis y_1 e y_2 (número de indivíduos ou biomassa). A eq. (4.1) pode ser estendida à dinâmica das populações em competição, para se obter MB3, do seguinte modo:

$$\frac{dy_1}{dt} = c_1 y_1 (\ln y_{1f} - \ln y_1 + a_{12} \ln y_2) \quad (16.1a)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = c_2 y_2 (\ln y_{2f} + a_{21} \ln y_1 - \ln y_2) \quad (16.1b)$$

Os coeficientes de competição (CC) a_{12} e a_{21} representam os efeitos da espécie 2 sobre a 1, e os da 1 sobre a 2, respectivamente. Se a espécie j for dominante tem-se $a_{ij} < 0$ e o crescimento da espécie i é diminuído, comparativamente ao povoamento puro. Por outro lado ter-se-á $a_{ij} > 0$ e a espécie i é beneficiada pela presença da espécie j .

As expressões dos CC podem ser obtidas destas equações e têm a seguinte forma:

$$a_{12} = \frac{c_1 y_1 (\ln y_1 - \ln y_{1f}) + \frac{dy_1}{dt}}{c_1 y_1 \ln y_2} \quad (16.2a)$$

$$a_{21} = \frac{c_2 y_2 (\ln y_2 - \ln y_{2f}) + \frac{dy_2}{dt}}{c_2 y_2 \ln y_1} \quad (16.2b)$$

Podemos simular PAMR de duas espécies com o MB2 e depois obter os valores de CC, recorrendo às eqs. (16.2).

O programa que inserimos na caixa 16.1 calcula os CC num povoamento de Pab+Lde que aos 10 anos tem 5000 árvores de cada espécie. Os CC exibem-se no gráfico produzido pelo programa, inserto na figura 16.1.

Caixa 16.1. Programa CCPabLde

```
//Programa CCPabLde
// Calcula os coeficientes de competição
//dos 10 aos 109 anos em PANR Pab+Lde
clf
c2=0.043;c1=0.042;r2=40.09828;r1=210.0399;
y01=5000;y02=5000;
y1f=y01/r1;y2f=y02/r2;y=1;
w=[];x=[10:0.01:309];
cop1=-c1*log(r1);
cop2=-c2*log(r2);
y1=y01;y2=y02;
for q=0:0.01:299
    g=y1+y2;
    ep1=exp(-c1*q);ep2=exp(-c2*q);
    rm1=cop1*ep1;rm2=cop2*ep2;
    f1=log(rm2/rm1);f2=log(rm1/rm2);g1=y2/g;g2=y1/g;
    d1=y1*(0.01*rm1*(1+g1*f1));
    d2=y2*(0.01*rm2*(1+g2*f2));
    y1=y1*(1+0.01*rm1*(1+g1*f1));
    y2=y2*(1+0.01*rm2*(1+g2*f2));
    a12=(c1*y1*(log(y1)-log(y1f))+d1)/(c1*y1*log(y2));
    a21=(c2*y2*(log(y2)-log(y2f))+d2)/(c2*y2*log(y1));
    w(y,1)=a12;w(y,2)=a21;
    y=y+1;
end
[k]=w(:,1)';[l]=w(:,2)';
[M]=[k;l]';
plot2d(x,[M])
xtitle("", "Idade, anos", "CC")
xgrid()
```

Os CC podem servir para definir padrões de interação entre espécies, como ilustraremos adiante.

16 Modelos Conexos ao Modelo BACO2

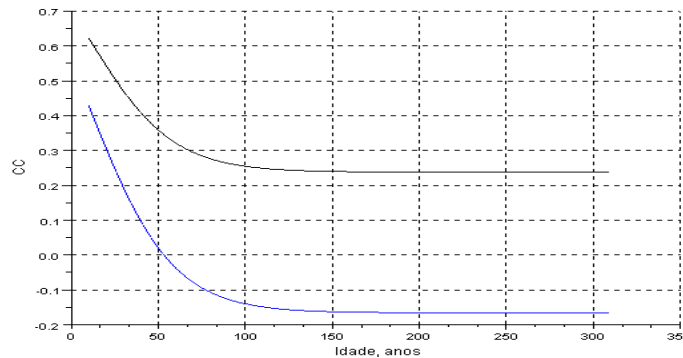


Figura 16.1. Saída do programa da caixa 16.1. Os CC do efeito de Lde sobre Pab são sempre positivos (linha superior) e os do efeito de Pab sobre Lde são negativos a partir de idades superiores a cerca de 53 anos. Existem duas fases na dinâmica dos CC: a primeira de variação vincada e outra de variação residual

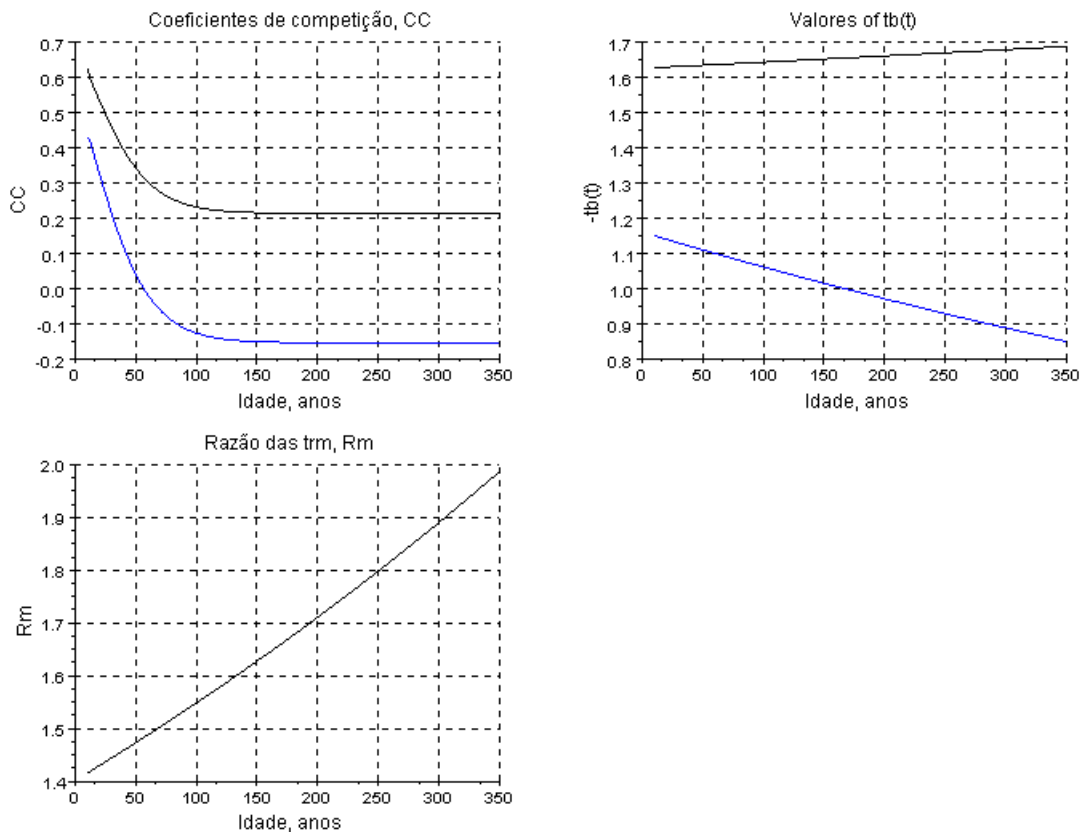


Figura 16.2. Indicadores da hierarquia competitiva de um PAMR de Pab+Lde que aos 10 anos tem 5000 árvores de cada espécie. $-tb(t)$ de Pab > $-tb(t)$ de Lde. A Pab é sempre e comprovadamente a espécie dominante

Para clarificação da coerência dos três aferidores que estabeleci da hierarquia competitiva, para o povoamento da figura 16.1, exibio-os conjuntamente na figura 16.2.

A generalização do MB3 a um povoamento com n espécies é a seguinte:

$$\frac{dy_i}{dt} = c_i y_i (\ln y_{if} - \ln y_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} y_j) \quad j \neq i \quad (16.3)$$

No quadro 16.1 apresento a comparação entre o MB3 e o modelo de Lotka-Volterra (MLV) para a competição.

Quadro 16.1. Comparação entre o MB3 e o modelo de Lotka-Volterra (MLV) para a competição

Atributos	MLV	MB3
Equação de base	Logística	Gompertz
Espaço e recursos limitados	Sim	Sim
CC Constantes	Sim	Possível
CC variáveis	Possível	Sim
Valores finais constantes	Sim	Sim
Tipos de interacção	(-, -)	(+,-), (+,+), (-,-)?
Dependência em relação à densidade	Linear	Não linear

Em benefício da completude, insiro a análise do MB3 com CC constantes, e dois competidores. Para o leitor menos familiarizado com a abordagem analítica da estabilidade de sistemas de duas equações diferenciais ordinárias as sugestões poderiam ser numerosíssimas. Começo pelas gratuitas, facilmente localizáveis pelo Google, na Internet: Villate (2007:capítulo 6), Rosa (2005: Parte 4). Na última, um dos exemplos tratados é o modelo de Lotka-Volterra para a predação. Uma obra clássica sobre a aplicação da matemática à biologia e ecologia, disponível desde 1988, é a da professora canadiana Leah Edelstein-Keshet (Edelstein-Keshet, 2005).

Começo por escrever o MB3 de acordo com o formato do MLV:

$$\frac{dy_1}{dt} = c_1 y_1 (\ln y_{1f} - \ln y_1 - a_{12} \ln y_2) \quad (16.4a)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = c_2 y_2 (\ln y_{2f} - a_{21} \ln y_1 - \ln y_2) \quad (16.4b)$$

No equilíbrio, as populações têm os seguintes valores:

$$y_1^{eq} = e^{\frac{a_{12} \ln y_{2f} - \ln y_{1f}}{a_{12} a_{21} - 1}} \quad (16.5a)$$

$$y_2^{eq} = e^{\frac{a_{21} \ln y_{1f} - \ln y_{2f}}{a_{12} a_{21} - 1}} \quad (16.5b)$$

O jacobiano do sistema é o seguinte:

$$jac = \begin{bmatrix} c_1(\ln y_{1f} - \ln y_1 - a_{12} \ln y_2) - c_1 & -c_1 y_1 \frac{a_{12}}{y_2} \\ -c_2 y_2 \frac{a_{21}}{y_1} & c_2(\ln y_{2f} - a_{21} \ln y_1 - \ln y_2) - c_2 \end{bmatrix} \quad (16.6)$$

sendo seu traço:

$$tr = c_1(\ln(y_{1f}) - \ln(y_1) - a_{12} \ln(y_2)) - c_1 + c_2(\ln(y_{2f}) - a_{21} \ln(y_1) - \ln(y_2)) - c_2 \quad (16.7)$$

e o seu determinante:

$$\begin{aligned} Det = & c_1 \ln(y_{1f}) c_2 \ln(y_{2f}) - c_1 \ln(y_{1f}) c_2 a_{21} \ln(y_1) - c_1 \ln(y_{1f}) c_2 \ln(y_2) - c_1 \ln(y_{1f}) c_2 - c_1 \ln(y_1) c_2 \ln(y_{2f}) c_1 \ln(y_1)^2 c_2^* a_{21} + \\ & + c_1 \ln(y_1) c_2 \ln(y_2) + c_1 \ln(y_1) c_2 - c_1 a_{12} \ln(y_2) c_2 \ln(y_{2f}) + c_1 a_{12} \ln(y_2) c_2 a_{21} \ln(y_1) + c_1 a_{12} \ln(y_2)^2 c_2 + c_1 a_{12} \ln(y_2) c_2 - \\ & - c_1 c_2 \ln(y_{2f}) + c_1 c_2 a_{21} \ln(y_1) + c_1 c_2 \end{aligned} \quad (16.8)$$

Para o equilíbrio do sistema das eqs. (16.4) ser estável deve-se verificar $tr < 0$ e $Det > 0$, sendo y_1 e y_2 iguais aos seus valores no equilíbrio (eqs. (16.5)), nas eqs. (16.7) e (16.8). Na caixa 16.2, insiro um curto programa que utiliza as eqs. (16.5) estabelece o jacobiano e aplica estes critérios para avaliar a estabilidade do equilíbrio. A saída do programa é a seguinte:

```

equilíbrio
y1e =
    17.619152
y2e =
    18.606178

Jacobiano
J =

    - 0.4809225    - 0.1420428
    - 0.1584030    - 0.3081761

Traço e determinante
ans =

    - 0.7890986     0.1257088

Equilíbrio estável

```

À semelhança do MLV, é também possível desenvolver uma análise gráfica da estabilidade, usando o espaço definido por $\ln y_1$ e $\ln y_2$, e as isolinhas que agora não são rectas, mas sim curvas. Este procedimento permite obter os quatro conhecidos comportamentos das duas populações em competição:

Caixa 16. 2 Programa BC3trdet

```

//Programa BC3trdet
//BACO3
c1=0.5;c2=0.3;a21=0.5;a12=0.3;
k1=44;k2=76;

//definir a função do modelo BACO3
deff('x=f(y)', 'x=[c1*y(1)*(log(k1)-log(y(1))-a12*log(y(2)));...
c2*y(2)*(log(k2)-log(y(2))-a21*log(y(1)))]')
//Calcular os valores no equilíbrio
disp("Equilíbrio")
y1e=exp((-log(k2)+a21*log(k1))/(-1+a21*a12))
y2e=exp((-log(k1)+a12*log(k2))/(-1+a21*a12))
y0=[y1e;y2e];
disp("Jacobiano")
//Calcular o jacobiano no equilíbrio
[J]=derivative(f,y0)
//Calcular o traço e determinante
tr=trace(J);Det=det(J);
disp("Traço e determinante")
[tr Det]
//Concluir sobre a estabilidade no equilíbrio
if tr<0 & Det>0 then disp("Equilíbrio estável");
else disp("Equilíbrio instável")
end

```

1º caso. A espécie y_1 vence, isto é, persiste com o tamanho y_{1f} , enquanto a y_2 extingue-se. Para isto acontecer é necessário que se verifique:

$$\frac{1}{a_{21}} < \frac{\ln(y_{1f})}{\ln(y_{2f})} > a_{12} \quad (16.9)$$

2º caso. A espécie y_2 vence, isto é, persiste com o tamanho y_{2f} enquanto a y_1 extingue-se. Para isto acontecer é necessário que se verifique:

$$\frac{1}{a_{21}} > \frac{\ln(y_{1f})}{\ln(y_{2f})} < a_{12} \quad (16.10)$$

3º caso. A espécie y_1 e y_2 coexistem em equilíbrio estável. Para isto acontecer é necessário que se verifique:

$$\frac{1}{a_{21}} > \frac{\ln(y_{1f})}{\ln(y_{2f})} > a_{12} \quad (16.10)$$

4º caso. A espécie y_1 e y_2 coexistem em equilíbrio instável. Para isto acontecer é necessário que se verifique:

$$\frac{1}{a_{21}} < \frac{\ln(y_{1f})}{\ln(y_{2f})} < a_{12} \quad (16.11)$$

Em Barreto (2001), abordo a análise da estabilidade quando os competidores são mais do que dois.

16.3 O Modelo Discreto SB-BACO4

O modelo discreto BACO4 é uma extensão da equação discreta para a EGP, descrita na eq. (4.57). Eis a sua expressão para duas populações:

$$y_1(t+1) = y_1(t) e^{(c_1 \ln y_{1f} - c_1 \ln y_1(t) + a_{12} \ln y_2(t))} \quad (16.12a)$$

$$y_2(t+1) = y_2(t) e^{(c_2 \ln y_{2f} + a_{21} \ln y_1(t) - c_2 \ln y_2(t))} \quad (16.12b)$$

Se admitirmos que o crescimento sazonal das florestas pode ser abstractamente considerado instantâneo, nas regiões temperadas, o uso de modelos discretos já merece atenção, e a abordagem do MB4 já faz sentido, no contexto deste livro. Vejamos, igualmente, a situação em que os CC são constantes.

Depois de trocarmos os sinais + que antecedem os CC por -, os valores equilíbrio ocorrem quando as expressões da exponencial são iguais a zero, visto $e^0=1$. As expressões do equilíbrio são:

$$y_1^{eq} = \exp(c_2(c_1 \ln(y_{1f}) - a_{12} \ln(y_{2f})) / (c_2 c_1 - a_{12} a_{21})) \quad (16.13a)$$

$$y_2^{eq} = \exp(c_1(c_2 \ln(y_{2f}) - \ln(y_{1f}) a_{21}) / (c_2 c_1 - a_{12} a_{21})) \quad (16.13b)$$

onde exp se refere à exponencial ($\exp(m)=e^m$)

As expressões dos CC são as seguintes:

$$a_{12} = \frac{\ln \frac{y_1(t+1)}{y_1(t)} - c_1 \ln y_{1f} + c_1 \ln y_1(t)}{\ln y_2(t)} \quad (16.14a)$$

$$a_{21} = \frac{\ln \frac{y_2(t+1)}{y_2(t)} - c_2 \ln y_{2f} + c_2 \ln y_2(t)}{\ln y_1(t)} \quad (16.14b)$$

Façamos:

$$A = \exp(c_1 \ln(y_{1f}) - c_1 \ln(y_1) - a_{12} \ln(y_2)) \quad (16.15)$$

$$B = \exp(c_2 \ln(y_{2f}) - c_2 \ln(y_2) - a_{21} \ln(y_1)) \quad (16.16)$$

O jacobiano do sistema é :

$$jac = \begin{bmatrix} A(1-c_1) & Ay_1 \frac{a_{12}}{y_2} \\ By_2 \frac{a_{21}}{y_1} & B(1-c_2) \end{bmatrix} \quad (16.17)$$

sendo o traço:

$$tr = A(1-c_1) + B(1-c_2) \quad (16.18)$$

e o determinante:

$$Det = A(1-c_1) B(1-c_2) - Ay_1 a_{12} / y_2 - By_2 a_{21} / y_1 \quad (16.19)$$

Os valores do equilíbrio são estáveis se se verificar:

$$2 > 1 + Det > |tr| \quad (16.20)$$

A análise gráfica é análoga à do MB3 e pode ser encontrada em Barreto (2003), onde descrevo e insiro a listagem do simulador SB-PINHARDI que aplica o MB4 a PAMR de pinheiro bravo+carvalho comum e pinheiro bravo+freixo.

O MB4 revelou melhor capacidade de predição quando não ocorrem inversões da hierarquia competitiva.

16.4 O Modelo SB-BAC05

O MB5 pretende ser um modelo geral, de formulação explícita, para a competição entre árvores, ou outras plantas. Este modelo escreve-se:

$$y_{it} = M N \quad (16.21)$$

em que:

- M é a dinâmica gompertziana da variável em povoamento puro (densidade, volume em pé, biomassa total), por exemplo dada pela eq. (4.7)
- N representa o efeito dos competidores presentes e assume a forma:

$$N = e^{\left(\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j\right)} \quad j \neq i \quad (16.22)$$

Introduzo a análise clássica ($n=2$, CC constantes e negativos) quando a eq. (4.7) é usada na eq. (16.21):

- Case I: $1/|a_{2,1}| < \ln y_{1f}/\ln y_{2f} > |a_{1,2}|$. A espécie y_1 vence e a y_2 é eliminada.
- Case II: $1/|a_{2,1}| > \ln y_{1f}/\ln y_{2f} < |a_{1,2}|$. A espécie y_2 vence e a y_1 é eliminada.
- Case III: $1/|a_{2,1}| > \ln y_{1f}/\ln y_{2f} > |a_{1,2}|$. As duas espécies coexistem em equilíbrio estável.
- Case IV: $1/|a_{2,1}| < \ln y_{1f}/\ln y_{2f} < |a_{1,2}|$. As duas espécies coexistem em equilíbrio instável.

Formalmente, é homologa da análise do MB4.

O tamanho das populações em equilíbrio são também dadas pelas eqs. (16.5).

16.5 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1997a. *A quasi Lotka-Volterra model for tree competition*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 1997b. Coexistence and competitive ability of tree species. Elaborations on Grime's theory. *Silva Lusitana*, 5(1):79-93.
- Barreto, L. S., 1999. A tentative typification of the patterns interaction with models BACO2 and BACO3. *Silva Lusitana*, 7(1):117-125.
- Barreto, L. S., 2001. *O Modelo BACO3 para a Competição entre Plantas*. Research Paper SB-02/01. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2003. SB-BACO 4. A Gompertzian Discrete model for Tree Competition. *Silva Lusitana* 11(1):77-89.
- Barreto, L. S., 2004. *Tree Competition: Concepts, Models, and Patterns*. Research Paper SB-01/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Edelstein-Keshet, L., 2005. Edelstein-Keshet, 2005. *Mathematical Models in Biology*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- Gause, G. F. 1934. *The Struggle for Existence*. Williams and Wilkins, Baltimore. Como referido por Hutchinson (1978:120). Em 2003, Dover Publications reimprimiram este livro.
- Hastings, A., 2004. Old wine in a new bottle. *Trends Ecol. Evol.*, 19(2):64-65.
- Hutchinson, G. E., 1978. *An Introduction to Population Ecology*. Yale University Press.
- Rosa, R., 2005. *Equações Diferenciais Ordinárias e Introdução aos Sistemas Dinâmicos*. Notas de aula. Mestrado em Matemática Aplicada, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível na Internet.
- Villate, J. E., 2007. *Introdução aos Sistemas Dinâmicos. Uma Abordagem Prática com Maxima*. Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Porto. Disponível na Internet.

17 Padrões de Interação entre Espécies Arbóreas

17.1 Introdução

Os coeficientes de competição detectados pela utilização conjunta dos MB2 e MB3, como fizemos na secção 16.2, incentivaram-me a procurar padrões de interação entre as espécies arbóreas, que apresentei em Barreto (1999). Neste texto propus seis padrões de interação que depois confirmei com o MB4 (Barreto, 2003a).

Fundamentalmente, existem três tipos de interação competitiva entre as espécies:

- A razão entre as trm é sempre maior (menor) do que a unidade, não ocorrendo inversões da hierarquia competitiva, como por exemplo em PAMR de carvalho comum e pinheiro bravo (figura 14.1).
- A razão entre as trm é constante por as espécies terem o mesmo valor de c , na caracterização da sua dinâmica, dada a equação (4.26), lembrada na secção 14.4. No quadro 15.1, isto acontece com a Fsy e a Lde ($c=0.043$).
- A razão entre as trm revela inversões da hierarquia competitiva, como registamos na subsecção 15.2.1, em povoamentos de pinheiros bravo, de Alepo e manso (figura 15.3) e também em povoamentos de Psi , Pme e The (figura 15.4).

17.2 A Sensibilidade de CC e $tb(t)$

Em benefício da interpretação da tipificação dos padrões a apresentar adiante, introduzo a matéria desta secção.

Recorro ao modelo MB3, com duas espécies (eqs. (16.1)). Se uma espécie é dominante, o efeito da espécie dominada sobre ela é no sentido de diminuir a sua trm , e por isso os valores dos CC são positivos. Se a espécie é dominada o efeito da dominante é no sentido de aumentar a sua trm e os CC são negativos. Agora vejamos alguns aspectos do comportamento dos CC .

Na figura 17.1 destaco o efeito das proporções iniciais do número de árvores de cada espécie. Verifica-se que quanto menor é a proporção da espécie dominante (20% de Qro aos 10 anos) maiores são os CC (positivos) do efeito do pinheiro sobre o carvalho e menor o efeito deprimente do carvalho sobre o pinheiro (CC negativos de menor valor absoluto), isto porque as situações de competição mais frequentes envolvem pinheiro-pinheiro, carvalho-pinheiro. Isto faz sentido. Quando a mesma proporção de Qro é de 80%, o efeito deprimente do carvalho atinge a expressão maior na figura (maiores valores absolutos dos CC negativos) e a do pinheiro sobre o carvalho o menor (menores CC positivos). Agora, as situações de competição mais frequentes envolvem pinheiro-carvalho, carvalho-carvalho. Também é coerente.

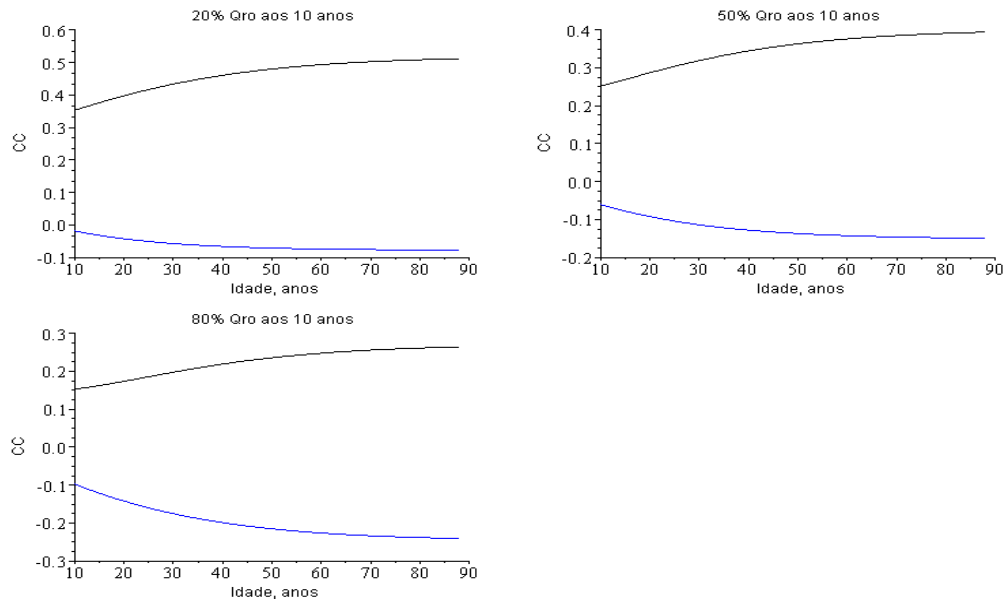


Figura 17.1. Efeito das proporções iniciais do número de árvores num povoamento de carvalho comum (Qro) e pinheiro bravo

Os valores dos CC são não só sensíveis às proporções iniciais do número de árvores das espécies, mas também à densidade total dos PAMR. Isto é ilustrado na figura 17.2.

Como se pode ver na figura, os CC do efeito do pinheiro sobre o carvalho são sempre positivos (linhas superiores) e os do efeito do carvalho sobre o pinheiro são negativos. Também se verifica que os valores dos CC diminuem com o aumento da densidade total. Também se verifica que num mesmo PAMR, numa dada idade as razões entre os dois coeficientes não se mantêm constantes, isto, é as curvas deformam-se. Procuro ainda explicação para isso, para além de eventual efeito do processamento numérico dos valores das variáveis.

Detectei, nas simulações que fiz, serem naturalmente os valores de $tb(t)$ igualmente sensíveis às proporções iniciais de biomassa, mas numa dada idade, e no mesmo PARM, as razões entre os dois coeficientes mantêm-se constantes, isto é, ocorre uma translação do sistema das duas curvas. Por exemplo, aos 90 anos, as três razões $tb(t)$ de carvalho/ $tb(t)$ de pinheiro são todos iguais a 4,5384443, nos três gráficos da figura 17.3, onde se verifica que maiores densidades totais conduzem a maiores valores absolutos de $tb(t)$.

Dado este facto, para cada tipo de interacção descrito em Barreto (1999), apresento não só os gráficos de R_m e CC, mas também o gráfico $tb(t)$, quando as densidades das espécies são iguais e a densidade total do PAMR é de 16000 árvores ua^{-1} , aos 10 anos.

Caracterizo as interacções pelos sinais dos CC. Por exemplo a interacção da figura 17.1 é [+,-].

17 Padrões de Interação entre Espécies Arbóreas

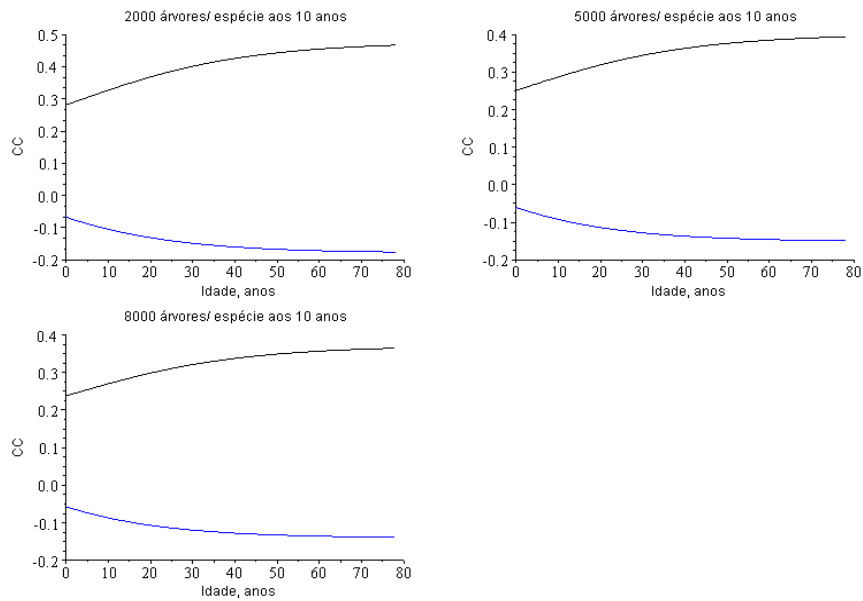


Figura 17.2 Efeito da densidade total nos coeficientes de competição, CC, em PAMR de carvalho comum e pinheiro bravo

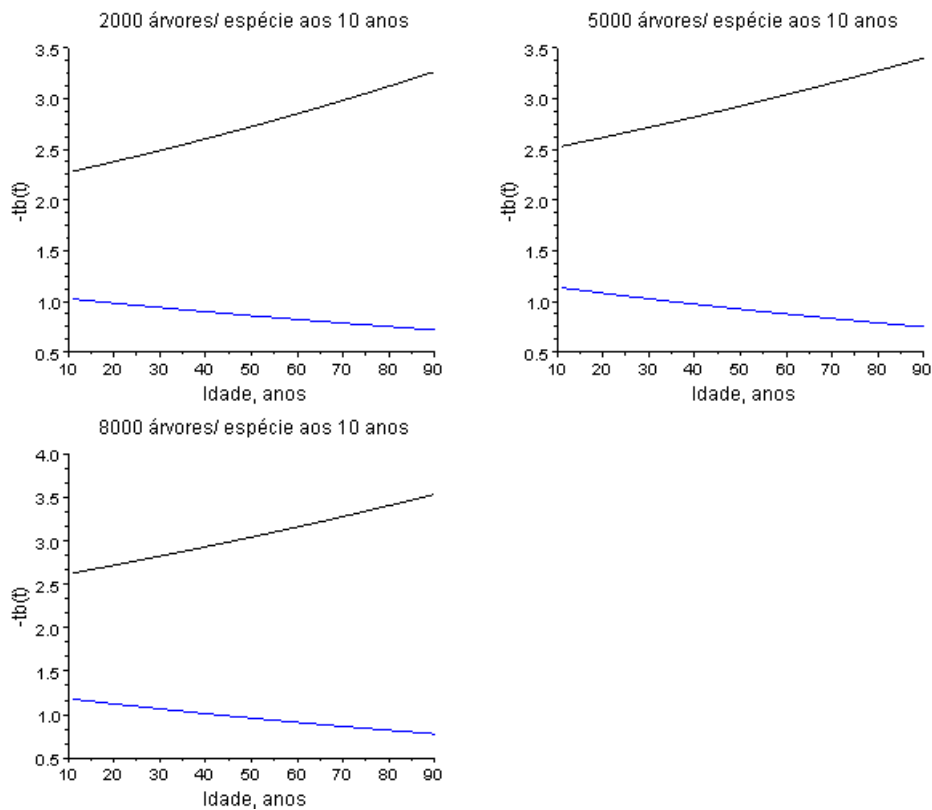


Figura 17.3. Efeito da densidade total nos valores absolutos de $tb(t)$, em PAMR de carvalho comum e pinheiro bravo. Como espécie dominante $-tb(t)$ é sempre maior do que 1,3333 para o carvalho, e menor do que 1,3333 para o pinheiro.

17.2 Padrões de interação

Esclarecidas as sensibilidades dos descritores utilizados na definição dos tipos de interação competitiva das espécies arbóreas, vou agora apresentá-los, seguindo de perto Barreto (1999). Considero dois PAMR em que não ocorre inversão da dominância, três em que ocorre e um em que a intensidade da dominância é constante.

17.2.1 Tipo I

Este tipo corresponde a uma situação em que R_m é sempre crescente e a dominância vencida ($R_m \geq 2$). Sirvo-me de PAMR de carvalho comum e pinheiro bravo para ilustrar este tipo de interação competitiva, na figura 17.4. Já vimos que o carvalho comum é a espécie dominante. A interação é do tipo $[+,-]$. Os valores de $-tb(t)$ divergem.

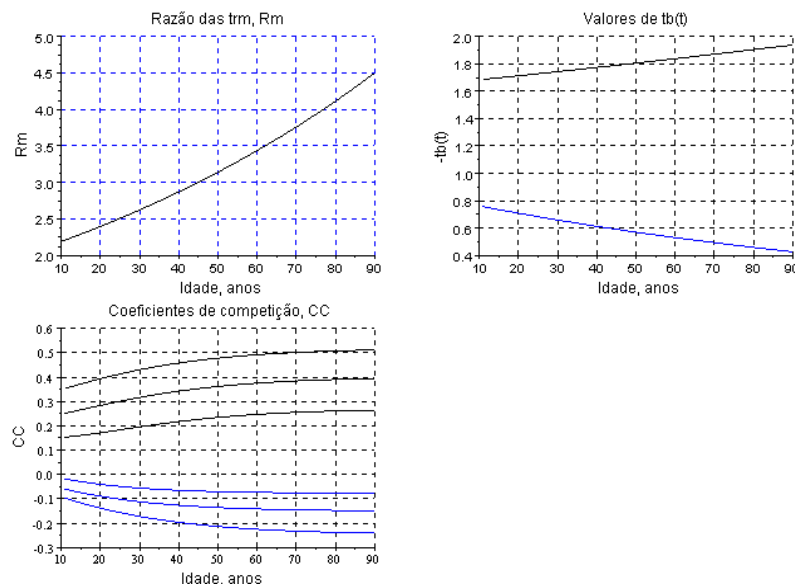


Figura 17.4. Descrição gráfica de um exemplo do tipo I, de interação competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Quercus robur* e *Pinus pinaster*

17.2.2 Tipo II

Este tipo corresponde a uma situação em que R_m é constante. Sirvo-me de PAMR de faia e larício para ilustrar este tipo de interação competitiva, na figura 17.5. A faia é a espécie dominante. Os CC têm dinâmica similar ao do Tipo I $[+,-]$. Isto deve-se ao valor elevado de R_m . Os valores de $-tb(t)$ são convergentes e paralelos.

Neste tipo, a dinâmica dos CC é sensível ao valor constante de R_m . Se R_m é constante e mais perto da unidade, Barreto (quadros 3 e 4), ocorrem as interações $[+,+]$ e $[+,-]$. Nestas condições, se a proporção inicial da espécie dominante é maior que um certo valor crítico só ocorre $[+,-]$.

17 Padrões de Interação entre Espécies Arbóreas

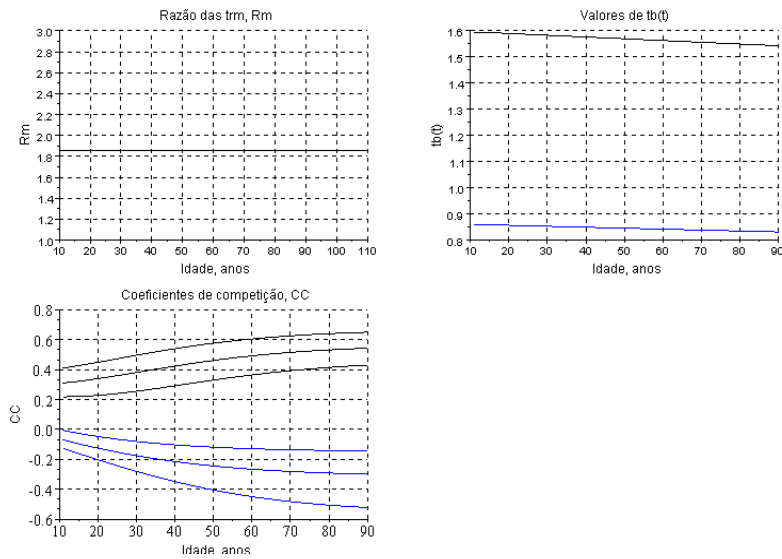


Figura 17.5. Descrição gráfica de um exemplo do tipo II, de interacção competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Fagus sylvatica* e *Larix decidua*

17.2.3 Tipo III

Este tipo corresponde a uma situação em que R_m tem valores próximos de um, tanto superiores como inferiores. Sirvo-me de PAMR de um pinheiro americano, *Pinus elliotti* e o pinheiro de Alepo para ilustrar este tipo de interacção competitiva, na figura 17.6. É uma variação do Tipo I [+,-], com comportamento de $t_b(t)$ claramente diferente, para a espécie dominante.

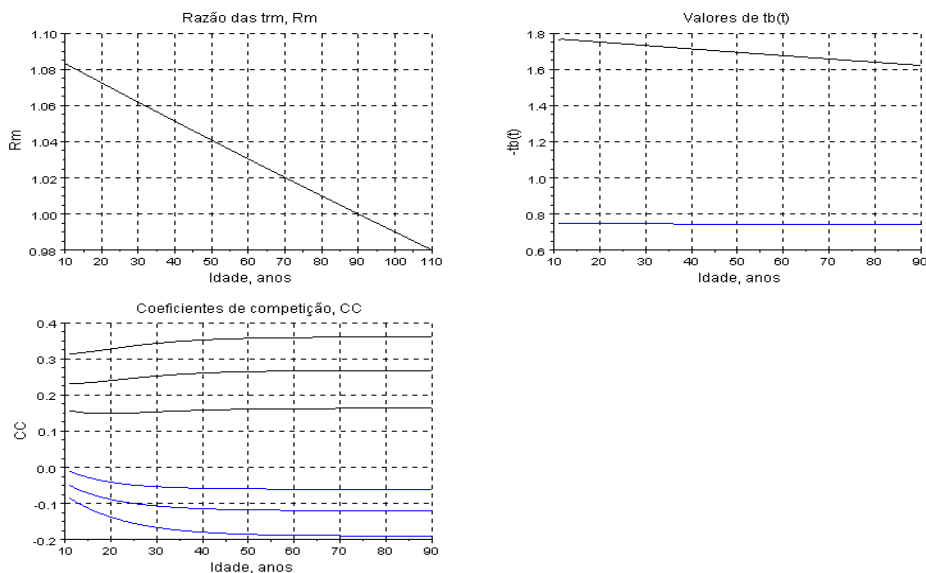


Figura 17.6. Descrição gráfica de um exemplo do tipo III, de interacção competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Pinus elliotti* e *Pinus halepensis*

17.2.4 Tipo IV

Este tipo corresponde a uma situação em que os competidores têm valores de R_{-2} pouco diferentes, mas os valores de c são muito díspares. Sirvo-me de PAMR de pinheiro de Alepo e pinheiro bravo para ilustrar este tipo de interação competitiva, na figura 17.7, ocorrendo uma inversão da hierarquia competitiva detectada nos gráficos dos CC e de $-tb(t)$, sensivelmente aos 24 anos.. Esta inversão é síncrona nos gráficos de R_m e $tb(t)$, mas ocorre com desfasamento que depende das proporções, nos valores de CC. Os valores de $tb(t)$ do pinheiro bravo têm uma trajectória claramente não linear e grande amplitude de variação. Ocorre [+,-], [+,+].

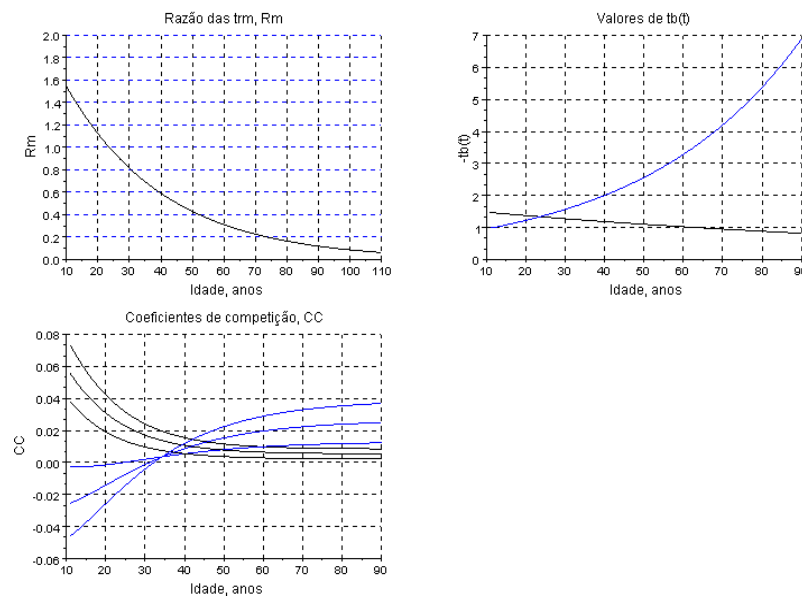


Figura 17.7. Descrição gráfica de um exemplo do tipo IV, de interação competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Pinus halepensis* e *Pinus pinaster*

17.2.5 Tipo V

Este tipo corresponde a uma situação em que R_m tem uma amplitude de variação que começa próximo de um e converge para a unidade, ficando no limiar da inversão da dominância. Sirvo-me de PAMR de duas espécies norte-americanas: *Alnus rubra* e *Pseudotsuga menziesii*. A primeira espécie tem uma longevidade média de cerca de 60 anos. Este amieiro americano coexiste em povoamentos naturais com a pseudotsuga. Os CC não se intercetam e decrescem com a idade. Ocorre [+,+], [+,-]. As rectas dos valores de $-tb(t)$ cruzam-se em idade avançada.

17.2.6 Tipo VI

Este tipo de interação espelha uma relação de coevolução entre duas espécies norte-americanas, já mencionada (secção 15.2). Como já vimos as trm são muito próximas e a *Pseudotsuga menziesii* é dominada inicialmente pela *Picea sitchensis*, invertendo-se a situação aos 14 anos. Esta inversão é síncrona nos gráficos de R_m e $tb(t)$, mas ocorre com desfasamento que depende das proporções, nos valores de CC. Os valores de $tb(t)$ da pseudotsuga são praticamente constantes.

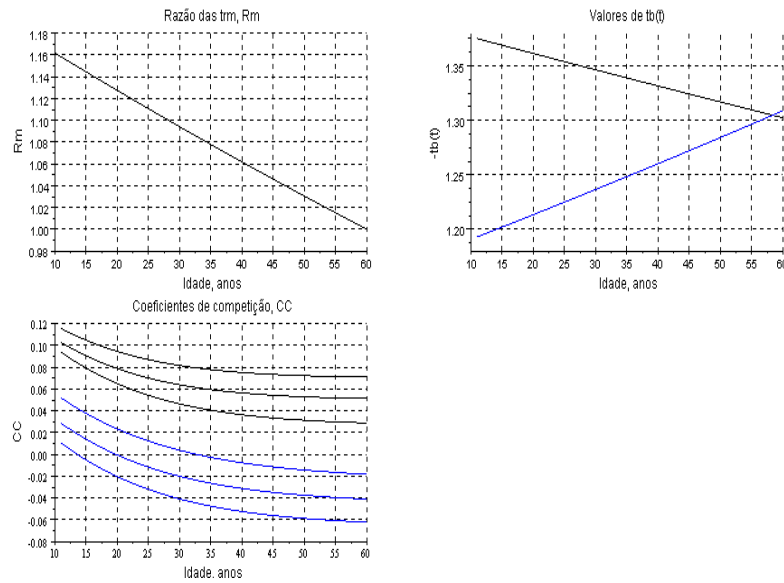


Figura 17.8. Descrição gráfica de um exemplo do tipo V, de interação competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Alnus rubra* e *Pseudotsuga menziesii*

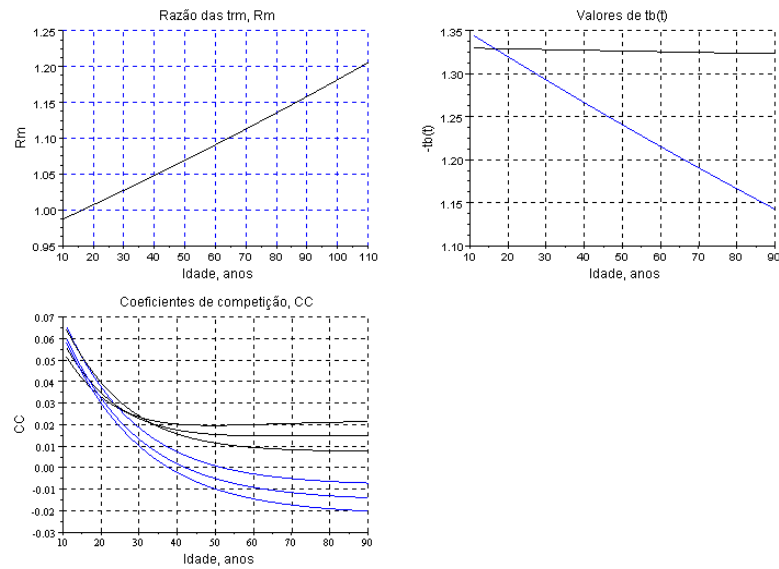


Figura 17.9. Descrição gráfica de um exemplo do tipo VI, de interação competitiva entre espécies arbóreas. Povoamento de *Pseudotsuga menziesii* e *Picea sitchensis*

17.3 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1999. A tentative typification of the patterns interaction with models BACO2 and BACO3. *Silva Lusitana*, 7(1):117-125.
 Barreto, L. S., 2003a. SB-BACO 4. A Gompertzian Discrete model for Tree Competition. *Silva Lusitana* 11(1):77-89.

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

18.1 Introdução

As variações de CC, $b(t)$ e $tb(t)$ são evidência de variações permanentes da alometria e geometria dos povoamentos mistos. O propósito deste capítulo é esclarecer esta mutabilidade e verificar se ela é compatível com o crescimento dos povoamentos segundo a curva de Gompertz..

Por outro lado, nas sub-seções 15.4.2 e 15.4.3, vimos que existe evidência empírica de comportamentos diferentes da biomassa total de PAMR (Fsy+Pab, Pab+Lde). Este assunto, em ciência, não pode ser ignorado e é preciso estabelecer como a teoria que proponho o pode esclarecer e qual a fecundidade prospectiva que esta clarificação possa ter. É o que faço na seção 18.4.

18.2 A Geometria Variável dos PAMR

Nos PAMR, a variação de $tb(t)$, eq. (15.2), implica podermos conjecturar que a biomassa total de uma espécie por unidade de área, cresce como se estivesse a percorrer várias EGP, cujas ${}^mR_{0,6666}$ mudam instantaneamente. Importa estender este conceito às outras variáveis descritoras da dinâmica das espécies.

Referindo-nos à espécie i de um PAMR, na eq. (15.1) substituamos a biomassa total da árvore pelo volume do fuste, para obter

$$TRV_{i3t} = b_i(t) {}^mtr_{it} \quad (18.1)$$

Os valores instantâneos de ${}^mR_{i-2t}$ virão:

$${}^mR_{i-2t} = R_{i1}^{-3/b(t)_i} \quad (18.2)$$

Para as outras variáveis da árvore, $x=2; 2,6666; 3$, tem-se:

$${}^mR_{ix-2t} = R_{i1}^{x-3/b(t)_i} \quad (18.3)$$

Por exemplo, para a biomassa total da espécie i , num PAMR, virá:

$${}^mR_{i0,67t} = R_{i1}^{2,67-3/b(t)_i} \quad (18.4)$$

Considere-se um PAMR de Pab+Lde, com 5000 árvores de cada espécie ua^{-1} , aos 10 anos. A dinâmica dos valores de vários ${}^mR_{ix-2}$ é ilustrada na figura 18.1.

Começamos a análise pelo gráfico superior esquerdo. Nos PAMR R_2 é igual a zero. Para a Pab este valor é menor do que 1, o que significa que a biomassa das copas ua^{-1} desta espécie aumenta com a idade, o inverso acontece com a Lde.

O gráfico superior direito refere-se à biomassa do tronco e raiz. No povoamento puro, para a Pab este valor é 0,069, e para a Lde 0,15792. No gráfico, os valores para o larício são maiores que 0,3 e para o espruce menores que 0,04 o que confirma o maior crescimento deste segmento da biomassa nesta espécie em PAMR e menor na Lde.

O gráfico inferior esquerdo refere-se a ${}^mR_{10,67}$. Para Pab e Lde, em PAMR, estes valores são respectivamente, 0,168231 e 0,292166. Para Pab os valores são inferiores a 0,1 (maior crescimento em PAMR); para Lde são superiores a 0,5 (menor crescimento em PAMR).

Finalmente, no gráfico inferior direito temos valores de ${}^mR_{i-2}$. Em PAMR, temos para Pab 210,0399 e para Lde 40,09828. Para a Pab os valores são inferiores a 85 o que significa que transfere para a outra espécie parte do seu auto-desbaste. De facto os valores de ${}^mR_{i-2}$ para o Lde são maiores que 75 e ultrapassam o dobro da mortalidade em puro (valores superiores a 80). As duas razões são iguais cerca dos 30 anos.

Do exposto nesta secção e na secção 4.8, decorrem três ilações:

- Os PAMR apresentam tantas alometrias variáveis quantas espécies têm na sua composição, pois cada população exibe uma alometria mutante.
- Não faz sentido tentar esclarecer empiricamente as relações alométricas para os PAMR (cap. 3) recorrendo a medições em povoamentos mistos.
- PAMR com espécies que tenham coevoluído apresentam alometrias com restrita variação, e pequena diferença entre as de cada espécie.

Em Barreto (2007), apresento a análise da variação da geometria em PAMR com outras espécies.

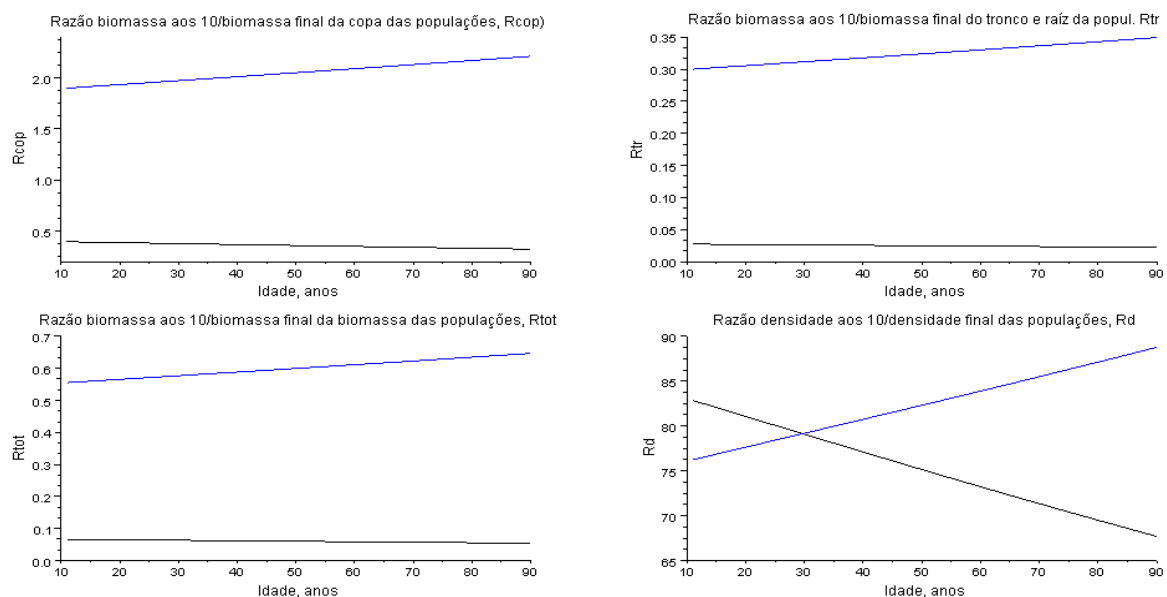


Figura 18.1. Variação das razões ${}^mR_{ix}$, $x=0; 1; 0,67; -2$, em PAMR de Pab+Lde, tendo aos 10 anos 5000 árvores de cada espécie. Para a interpretação consultar o texto

18.3 A Geometria Mesclada dos PAMI

À semelhança do que se passa nos povoamentos auto-desbastados puros (secção 4.10), assumimos que existe uma simetria tempo-espço entre os PAMR e os povoamentos auto-desbastados mistos irregulares (PAMI), os primeiros exibem uma sequência de alometrias no tempo, como vimos, e os segundos uma mistura de alometrias no espaço, como passo a ilustrar recorrendo aos PAMI de pinheiro bravo e pinheiro de Alepo (Ppi+Pha), que ocorrem na paisagem mediterrânica.

A caracterização desta mistura já foi feita na sub secção 17.2.4 e figura 17.7. Para estabelecer os valores inseridos no Quadro 18.1 recorri a um simulador que divulguei com o livro que dediquei ao pinhal bravo (Barreto, 2005).

Considero PAMI com seis classes de idade, cada uma abrangendo 15 anos, até ao limite de 99 anos, atendendo à longevidade do Ppi. A primeira classe estende-se dos 10 aos 24 anos e a última dos 85 aos 99 anos.

Apresento três estruturas em que a fracção, aos 10 anos, de Ppi nos PAMR simétricos é de 0,2, 0,5 e 0,80. Em cada PAMI, as árvores de cada estrutura encontram-se aleatoriamente misturadas umas com as outras, na área que ocupam. Admito que aos 10 anos a soma das árvores das duas espécies é de 10000 árvores por unidade de área. Os valores de $tb(t)$ médios, de cada classe, atestam a mistura das geometrias, duma maneira simplificada, pois na realidade, cada idade tem o seu valor de $tb(t)$. Como já se esclareceu valores absolutos de $tb(t) > 1,3333$ indicam dominância. A dominância das classes de Ppi acentua-se com a idade, de acordo com a figura 18.1.

Quadro 1. Estruturas de três PAMI de Ppi+Pha. Fr=fracção de Ppi, aos 10 anos, no PAMR simétrico. Os valores referem-se a uma periodicidade de 5 anos

Classe	Frequência	Permanência	Transição	Mortalidade	Idade inicial	$tb(t)$
Fr=0,2						
Pinheiro bravo						
1	206	0,4687	0,2017	0,3296	10	-1,3691
2	100	0,5875	0,2719	0,1406	25	-1,5158
3	74	0,6338	0,3062	0,6338	40	-1,6782
4	65	0,6528	0,3216	0,0256	55	-1,8581
5	62	0,6608	0,3283	0,0109	70	-2,0572
6	60	0,6642	0,3312	0,0047	85	-2,2776
Pinheiro de Alepo						
1	805	0,4559	0,1958	0,3484	10	-1,1816
2	377	0,5848	0,2703	0,1449	25	-0,8305
3	277	0,6336	0,3062	0,0603	40	-0,5837
4	245	0,6531	0,3219	0,0251	55	-0,4103
5	232	0,6610	0,3285	0,0100	70	-0,2884
6	227	0,6643	0,3313	0,0043	85	-0,2027

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

Fr=0,5						
Pinheiro bravo						
1	495	0,4538	0,1970	0,3492	10	-1,4398
2	238	0,5947	0,2786	0,1267	25	-1,8753
3	185	0,6412	0,3128	0,0459	40	-2,4424
4	169	0,6575	0,3258	0,0167	55	-3,1810
5	163	0,6634	0,3306	0,0060	70	-4,1429
6	161	0,6655	0,3323	0,0022	85	-5,3958
Pinheiro de Alepo						
1	485	0,4425	0,1914	0,3661	10	-1,22
2	224	0,5901	0,2754	0,1345	25	-0,97
3	171	0,6393	0,3113	0,0494	40	-0,77
4	154	0,6567	0,3251	0,0181	55	-0,62
5	149	0,6630	0,3303	0,0067	70	-0,49
6	147	0,6653	0,3322	0,0024	85	-0,39
Fr=0,8						
Pinheiro bravo						
1	757	0,4396	0,1927	0,3677	10	-1,5453
2	363	0,6030	0,2860	0,1110	25	-2,4179
3	294	0,6479	0,3186	0,0335	40	-3,7831
4	276	0,6610	0,3289	0,0101	55	-5,9191
5	271	0,6650	0,3320	0,0031	70	-9,2611
6	269	0,6662	0,3329	0,0009	85	-14,490
Pinheiro de Alepo						
1	187	0,4307	0,1878	0,3815	10	-1,2797
2	86	0,5963	0,2809	0,1228	25	-1,1616
3	67	0,6446	0,3159	0,0396	40	-1,0545
4	62	0,6596	0,3277	0,0127	55	-0,9572
5	61	0,6644	0,3315	0,0041	70	-0,8690
6	60	0,6659	0,3327	0,0013	85	-0,7888

Em Barreto (2003) podem ser encontradas outras ilustrações da geometria mesclada dos PAMI.

18.4 A Geometria Global dos PAMR

18.4.1 Estratégia de Análise

Até agora, tenho dado mais ênfase às populações dos povoamentos mistos consideradas individualmente. Nesta secção, vou abordar o comportamento global dos PAMR, isto é, considerando as duas populações no seu conjunto.

Para escrutinar o comportamento global dos PAMR recorro às dinâmicas dos 10 aos 90 anos de idade, das variáveis correspondentes a produção total de biomassa por unidade de área ($y_{T-0,666t}$) e à densidade total (y_{T-2t}). A minha atenção fixa-se no expoente n da seguinte equação alométrica:

$$y_{T-0,666t} = C y_{T-2t}^n \quad (18.5)$$

Em PAMR tem-se $n = -0,3333$ ($0,6666/-2$). Vou analisar a sensibilidade de n às duas variáveis R_a e R_B , assim definidas:

$$R_a = \frac{\text{Biomassa final da árvore média da espécie dominante}}{\text{Biomassa final da árvore média da espécie dominada}} \quad (18.6)$$

$$Fr = \text{fracção do número de árvores da espécie dominante aos 10 anos} \quad (18.7)$$

Para efeitos comparativos e de controlo da coerência dos valores de m , também recorro à seguinte variável:

$$R_B = \frac{\text{Soma das biomassas totais das duas espécies aos 90 anos, em PAMR}}{\text{Soma das biomassas totais das duas populações iniciais crescendo em PAPR, aos 90 anos}} \quad (18.8)$$

e a análise semelhante da sua sensibilidade.

Para mais fácil comparação, nos gráficos, utilizarei o valor absoluto de n , que designarei por m ($m = |n|$).

Quando se verificar $R_B > 1$ deverá ocorrer $n < -0,3333$, ou alternativamente $m > 0,3333$.

Os valores de R_a variam por acréscimos de 0,5, no intervalo de 0,5 a 5. Fr assume valores equidistantes de uma décima, no intervalo 0,1 a 0,9. Recorro a simulações com o MB2, e apresento os resultados sob a forma de gráficos. Nos respectivos gráficos, além das superfícies de resposta, para efeitos comparativos com as situações em PAPR, insiro os planos correspondentes aos valores $m = 0,3333$ e $R_B = 1$.

Passo a apresentar simulações referentes:

- Aos PAMR dos seis tipos de interacção definidos no capítulo 17
- Aos PAMR $F_{sy} + P_{ab}$ e $P_{ab} + L_{de}$
- Ao PAMR com os três pinheiros mediterrânicos, $P_{pin} + P_{pi} + P_{pha}$
- Ao efeito da variação da duração da vida do PAMR

Estas simulações serão acompanhadas de comentários que destacam os seus aspectos mais importantes, só sendo a clarificação e a interpretação dos resultados apresentadas posteriormente.

18.4.2 Simulação dos PAMR dos Tipos de Interação

Nas figuras 18.2 a 18.7, apresento as simulações acima descritas, aplicadas aos PAMR dos seis tipos de interacção descritos no capítulo 17. As superfícies de m e RB embora sejam comparáveis não são exactamente coincidentes o que seria altamente improvável, pois m está associado ao ajustamento de uma regressão.

Nestas simulações destaco os seguintes e coerentes aspectos:

- As simulações correspondentes às maiores razões das trm , apresentam maiores valores de m e RB.
- As simulações com espécies que coevoluíram (tipos V a VI) apresentam valores de m e RB com pouca amplitude de variação, em relação, respectivamente, a 0,3333 e 1.
- As simulações com os pinheiros mediterrânicos (tipo IV) só apresentam sobre produção relativamente aos povoamentos puros ($m > 0,3333$ e $RB > 1$).
- Em todas as simulações os menores valores de m e RB estão associados aos menores valores de Ra .
- O padrão anteriormente detectado nos PAMR de Pab+Lde (sobre produção relativamente aos povoamentos puros) não é exclusivo deles, ocorre nos seis PAMR dos tipos de interacção e está associado aos mais altos valores de Ra .
- Existem combinações de Ra e Fr que proporcionam valores máximos de m e RB, facto já detectado em Barreto (2007).

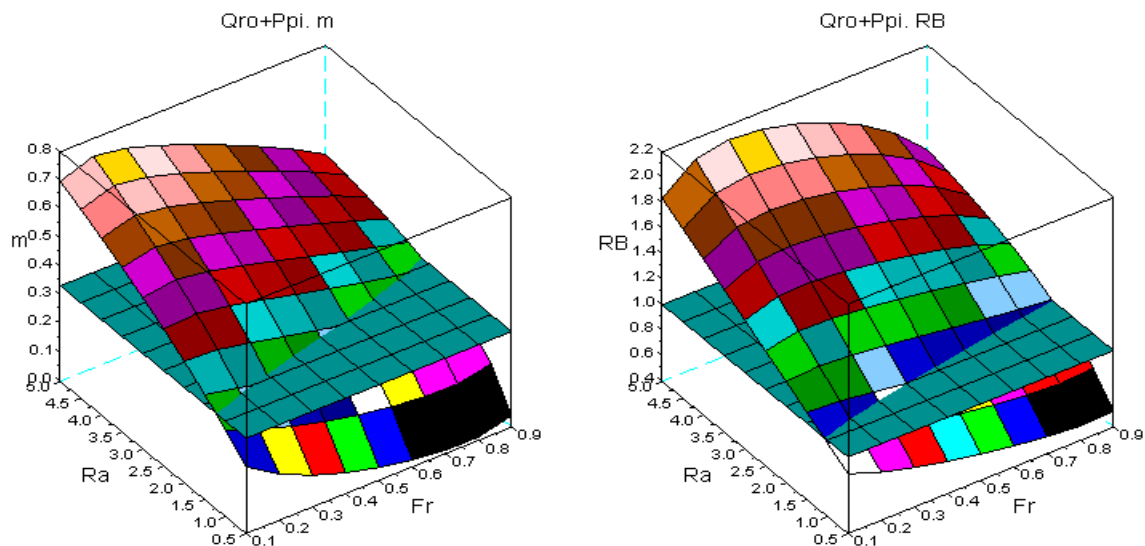


Figura 18.2. Simulação do tipo I de interacção competitiva, PAMR de Qro+Ppi. Para mais detalhes ver o texto

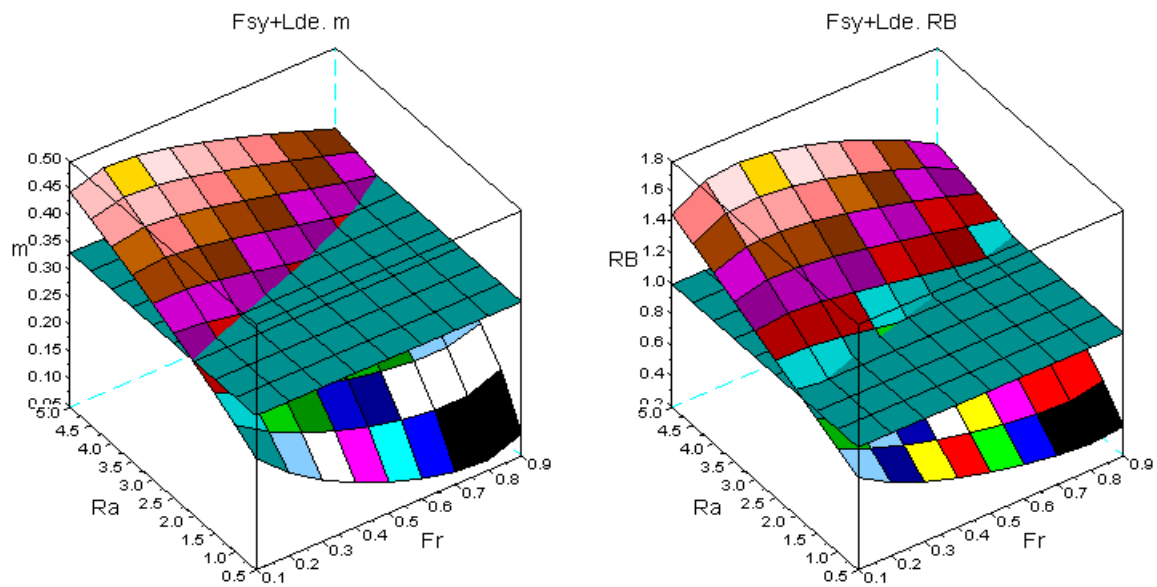


Figura 18.3. Simulação do tipo II de interação competitiva, PAMR de Fsy+Lde. Para mais detalhes ver o texto

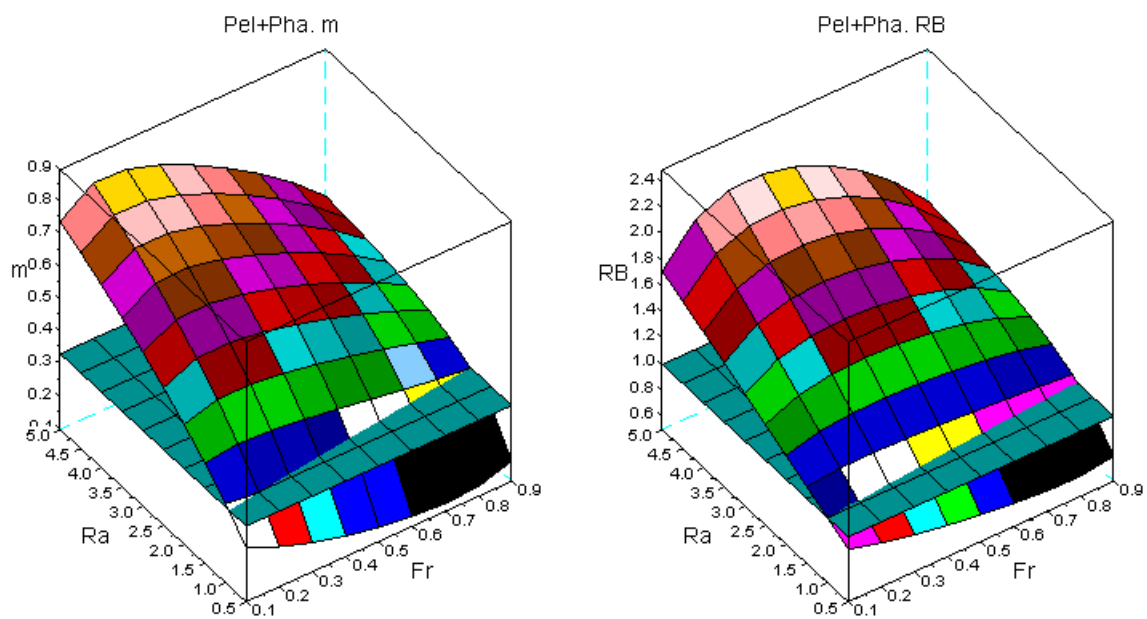


Figura 18.4. Simulação do tipo III de interação competitiva, PAMR d Pel+Pha. Para mais detalhes ver o texto

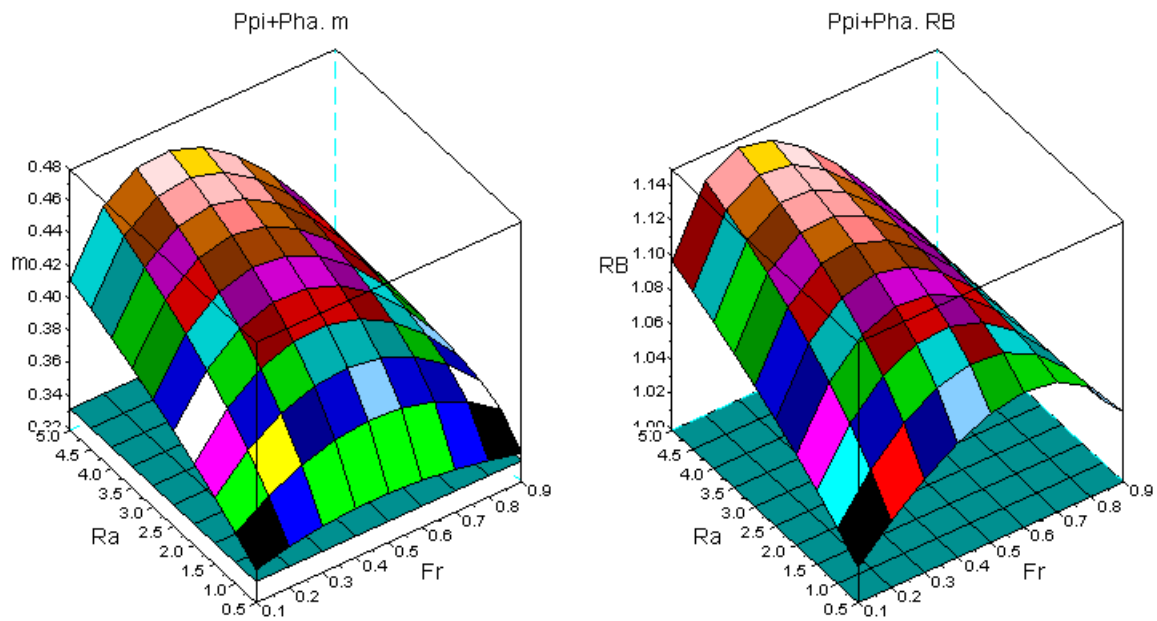


Figura 18.5. Simulação do tipo IV de interação competitiva, PAMR de Ppi+Pha. Para mais detalhes ver o texto

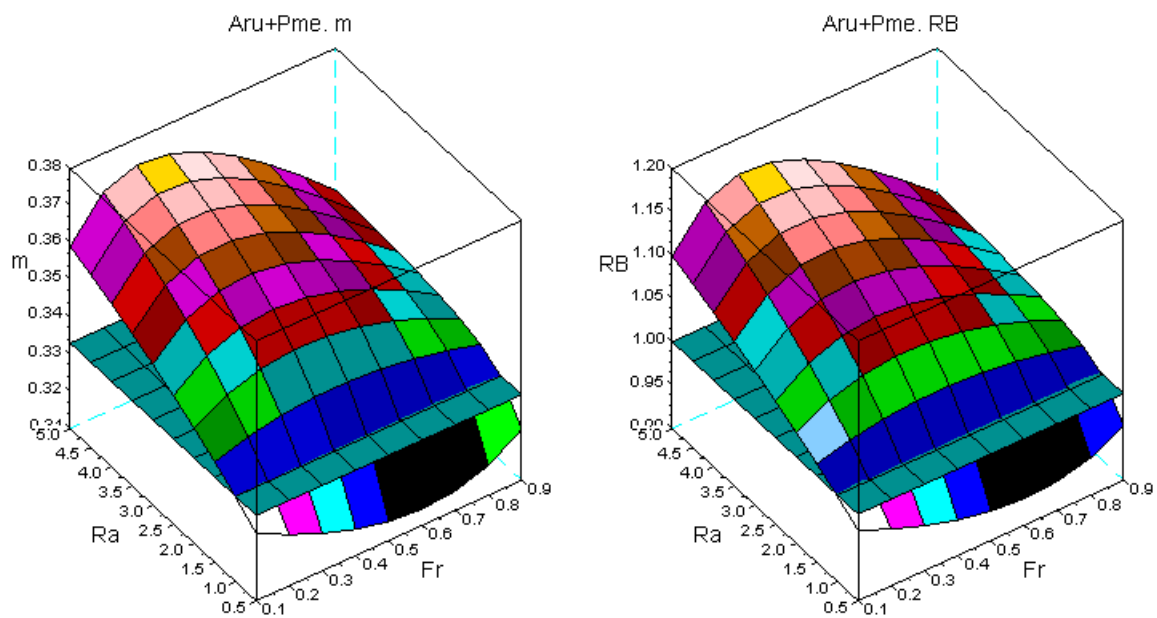


Figura 18.6. Simulação do tipo V de interação competitiva, PAMR de Aru+Pme. Para mais detalhes ver o texto

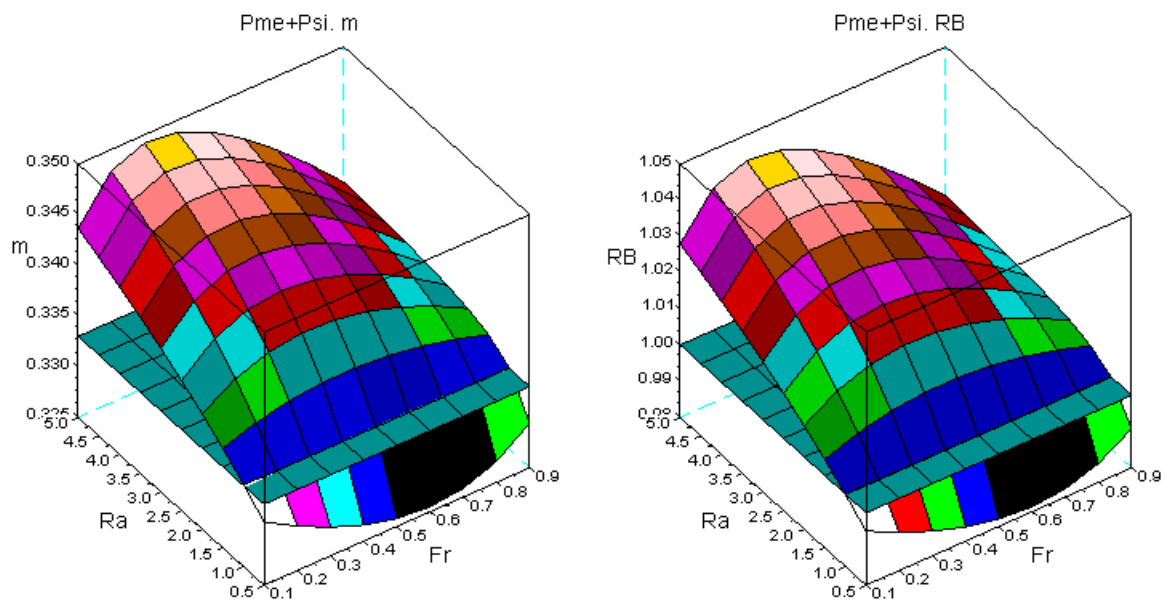


Figura 18.7. Simulação do tipo VI de interação competitiva, PAMR de Pme+Psi. Para mais detalhes ver o texto

18.4.3 Simulação dos PAMR Pab+Lde e Fsy+Pab

Nas figuras 18.8 e 18.9, apresento as simulações dos PAMR de Pab+Lde e Fsy+Pab, verificando-se os aspectos destacados para os PAMR dos tipos I a III, e a todos na sua globalidade.

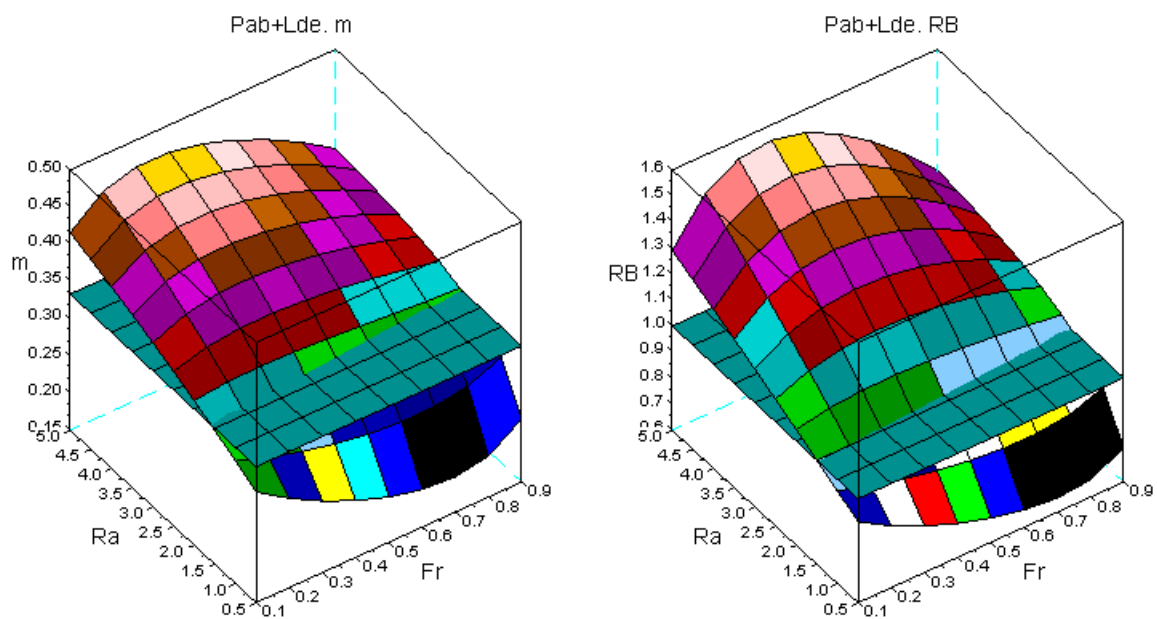


Figura 18.8. Simulação dos PAMR de Pab+Lde. Para mais detalhes ver o texto

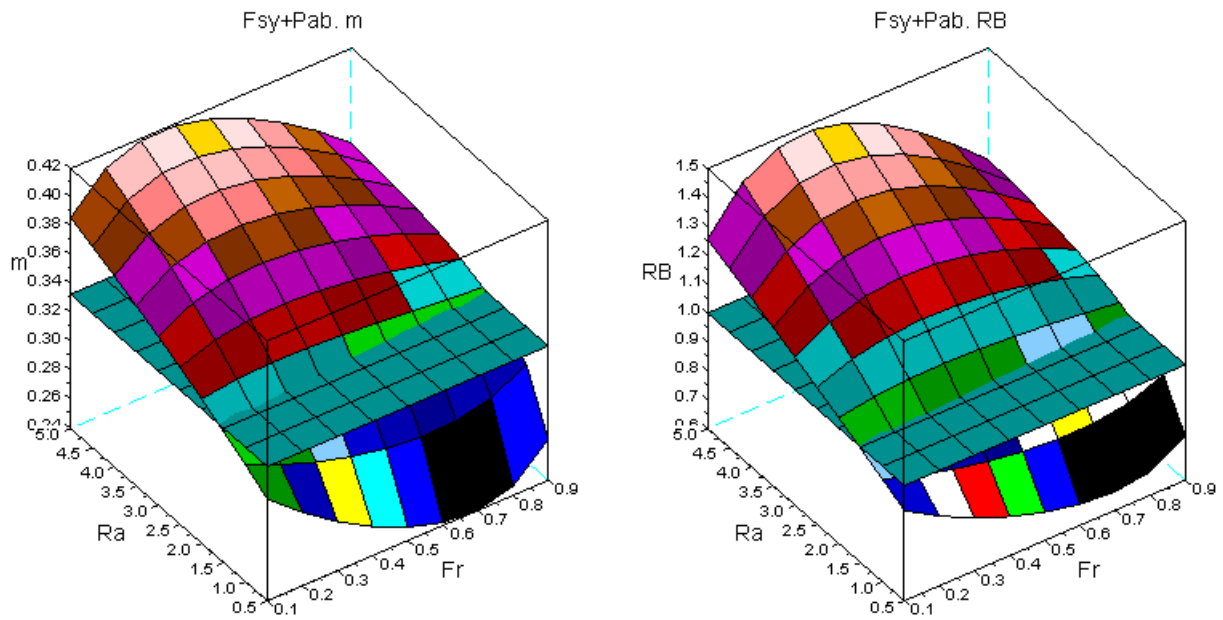


Figura 18.9. Simulação dos PAMR de Fsy+Pab. Para mais detalhes ver o texto

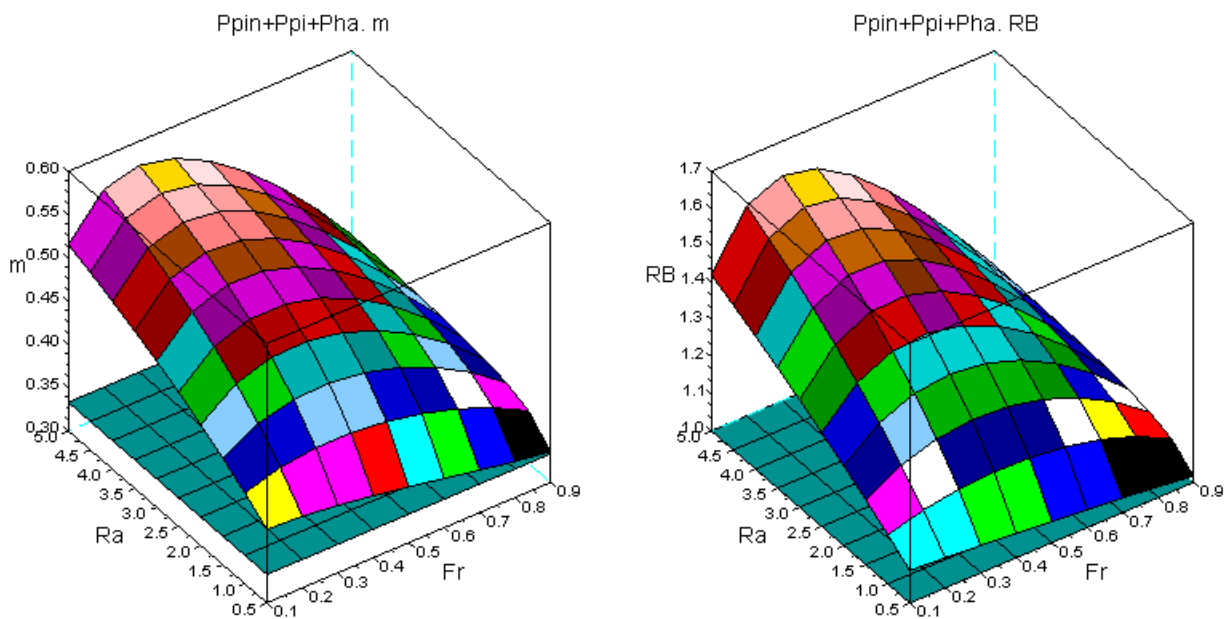


Figura 18.10. Simulação dos PAMR de Ppin+Ppi+Pha. Para mais detalhes ver o texto

18.4.4 Simulação dos PAMR Ppin+Ppi+Pha

Os gráficos correspondentes às simulações dos PAMR com os três pinheiros mediterrânicos inserem-se na figura 18.10. Fr refere-se ao pinheiro manso, sendo iguais, aos 10 anos, as fracções das outras duas espécies.

A inexistência de sub produção ($m < 0,3333$ e $RB < 1$), verificada nos PAMR de Ppi+Pha, volta a verificar-se.

18.4.5 Simulação do efeito da idade dos PAMR

Até agora, estabelecemos os valores de m e RB para simulações dos 10 aos 90 anos. Como a intensidade do auto-desbaste decresce com a idade é presumível que a idade limite das simulações afecte os valores de m e RB . Para ilustrar a justeza desta antecipação, simulamos os PAMR do tipo e II, nas figuras 18.11 e 18.12. A predição confirma-se e a sensibilidade ao limite da idade é menos acentuada nos PAMR de razão de trm constante ($Fsy+Lde$, figura 18.12).

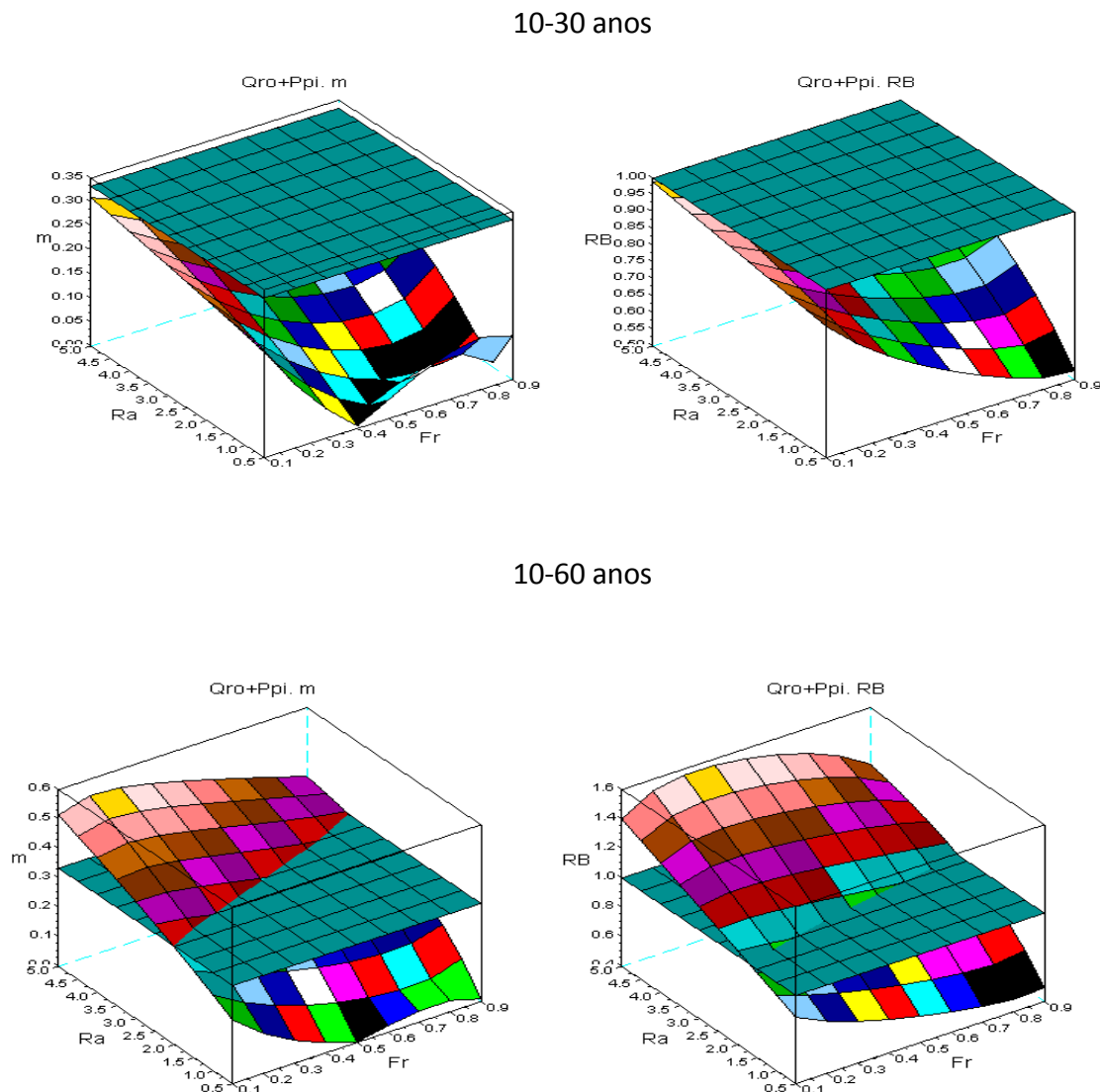
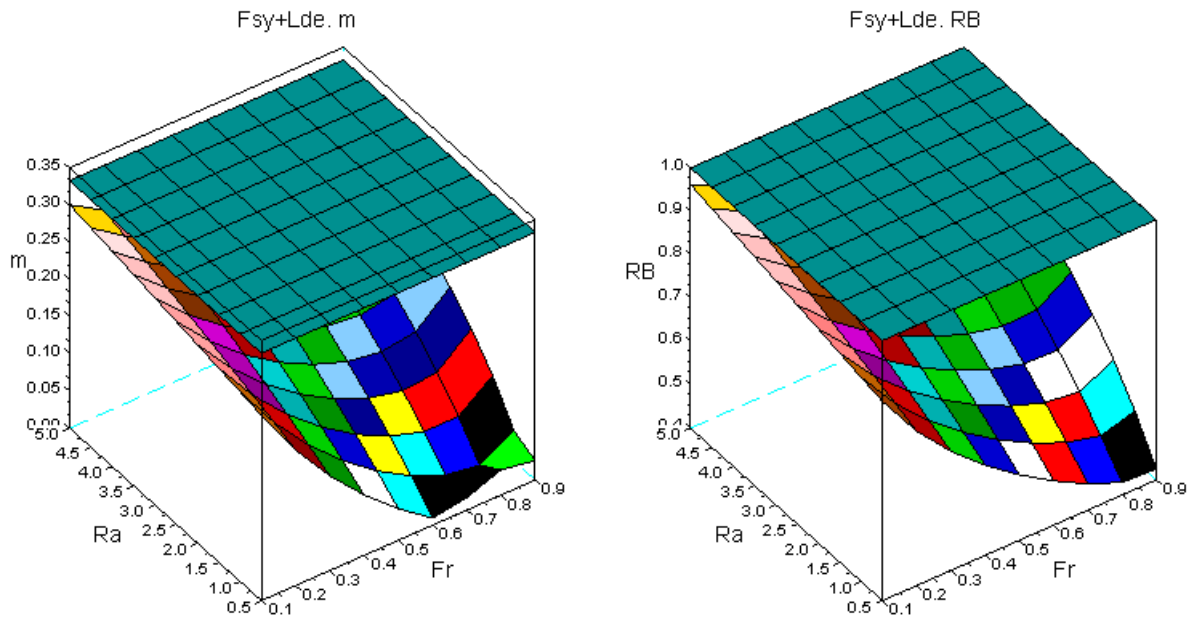


Figura 18.11. Simulações de PAMR de Qro+Ppi, para os intervalos etários dos 10 aos 30 anos e 10 aos 60 anos. Comparar com a figura 18.2

10-30 anos



10-60 anos

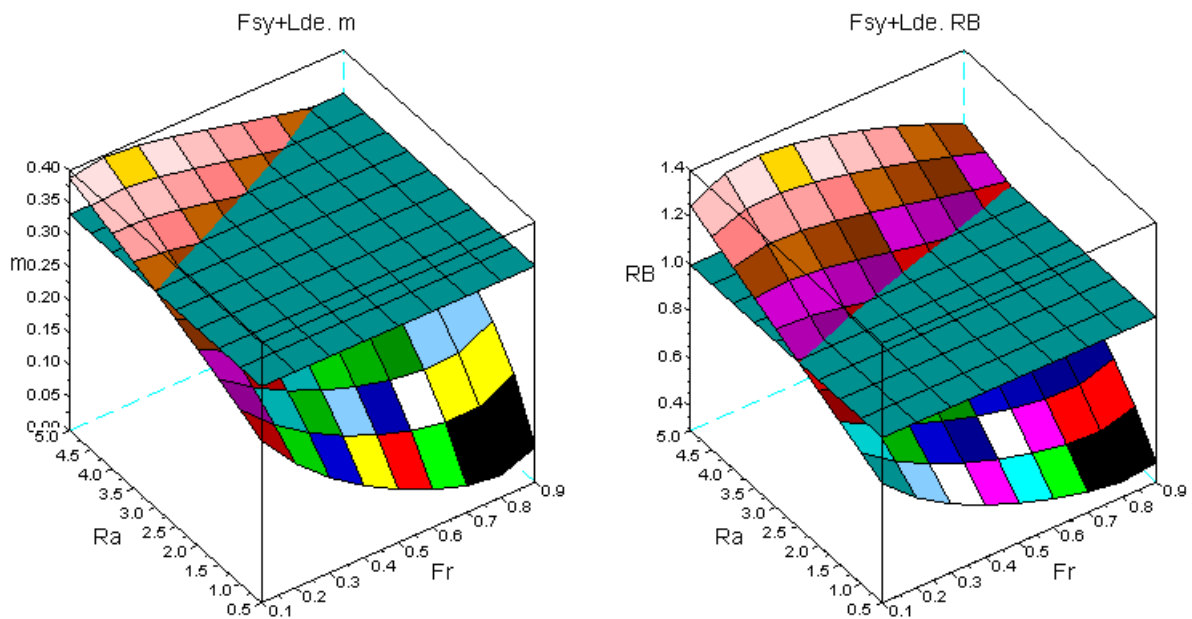
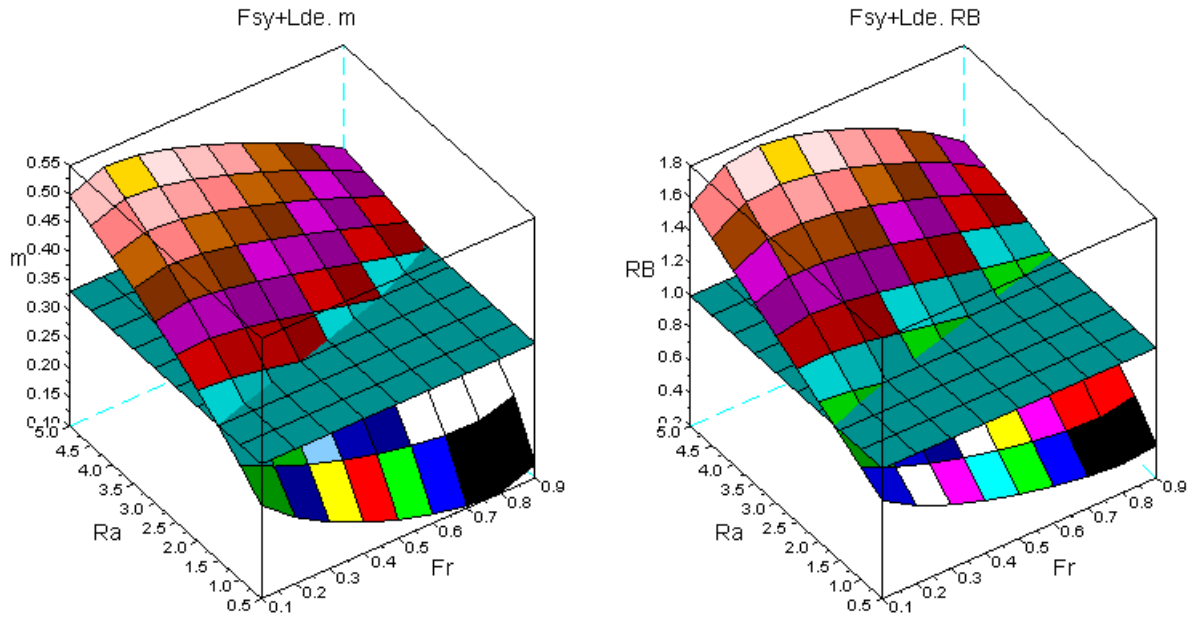


Figura 18.12. Simulações de PAMR de Fsy+Lde, para os vários intervalos etários. Comparar com a figura 18.3

10-200 anos



10-300 anos

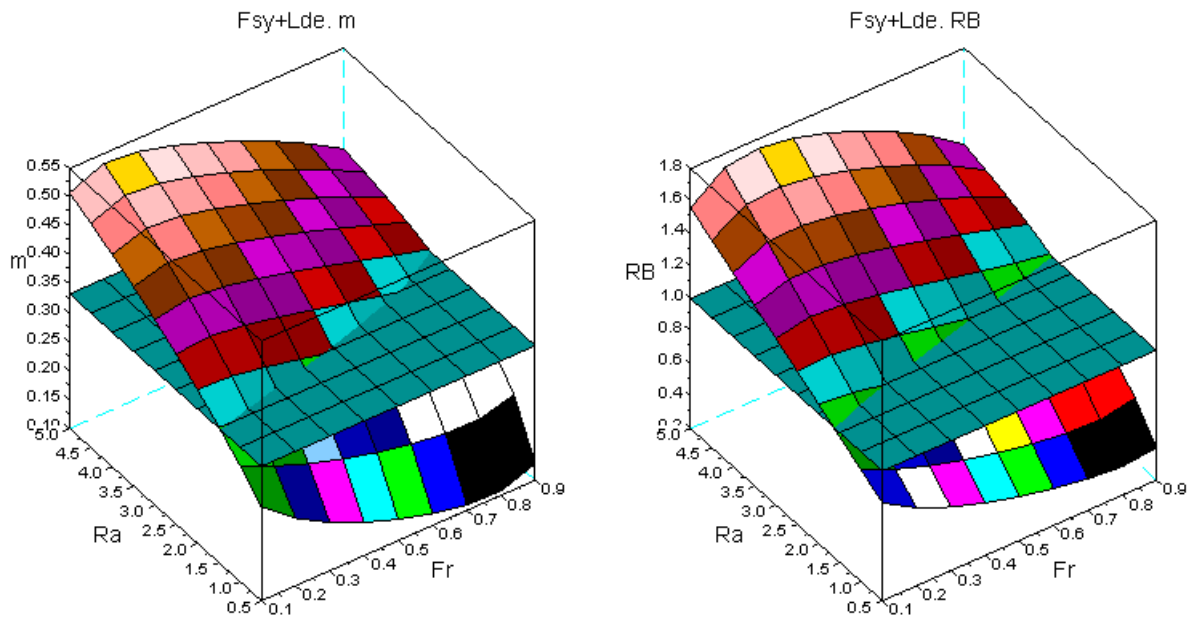


Figura 18.12. Continuação

18.4.6 Interpretação dos Resultados das Simulações

Vamos agora interpretar os resultados das simulações exibidas anteriormente, nesta secção.

O nosso modelo de competição entre as espécies de árvores preconiza que a espécie dominante transfere parte da sua mortalidade para a população dominada. Daqui decorre que quando R_a é alto, as maiores árvores são as que sofrem menor mortalidade, existindo um seu valor e uma idade a partir dos quais a sobre produção pode ocorrer, pois o auto-desbaste mímica um desbaste pelo alto.

Quanto maior for Fr , mais abundantes são as árvores que impõem mais intenso desbaste, havendo por outro lado poucas árvores da espécie dominada para quem transferir a mortalidade da população dominante. O máximo de m ou RB resulta de um equilíbrio entre R_a e Fr que depende das características das espécies presentes, isto é da dinâmica da hierarquia competitiva.

Pode acontecer que na natureza, para PAMR de certas espécies, as condições requeridas para sobre produção nunca ocorram. Estas condições dependem da auto-ecologia das espécies e da qualidade da estação, para cada uma delas, onde os seus povoamentos mistos têm ocorrência natural.

Esperamos ter esclarecido cabalmente os resultados obtidos com as simulações que nos ocupam

Na caixa 18.1, insiro um programa que fornece os gráficos da figura 18.2 e pode ser utilizado para simular outros PAMR, alterando os parâmetros característicos das espécies em competição (quadro 4.1).

18.5 O Padrão Variável de Crescimento das Populações dos PAMR

A maior mortalidade da espécie dominada, fulcro da análise da secção anterior, em benefício da credibilidade da teoria proposta, carece aqui de ser submetida à prova. Importa pois verificar o padrão de crescimento das densidades e biomassa globais e de cada uma das espécies nos PAMR. Para este efeito selecciono os PAMR de Qro+Ppi.

Os PAMR, aos 10 anos têm a densidade total de 10000 árvores e área variável. A área de cada PAMR é tomada como unidade de área (ua). Por conveniência de isolar o efeito das variáveis que seleccionámos, as unidades de biomassa (ub) são também arbitrárias. Ajustamos a eq. (4.7), recorrendo ao método de Khilmi (subsecção 4.11.2). Os ajustamentos para a os PAMR com $R_a=3$ e $Fr=0.5$, exibem-se na figura 18.13. Realizei outras simulações e correspondentes ajustamentos, conforme se descreve no quadro 18.2. No quadro 18.3, insiro os erros médios absolutos relativos dos ajustamentos realizados.

No quadro 18.2, R_d para a Qro é sempre inferior a 125,9635, referente à espécie em povoamento puro (quadro 4.1). Estes valores mais baixos indicam uma trm menor (em valor absoluto) nos PAMR, que em povoamento puro, e por isso auto-desbaste do carvalho menos intenso nos povoamentos mistos.

Também no mesmo quadro, exceptuando o primeiro PAMR, para o pinheiro verifica-se $R_d > 6,0191$, o valor da mesma razão que Ppi apresenta em povoamento puro (quadro 4.1), o que significa que a trm de Ppi é maior (em valor absoluto) que em povoamento puro, o que implica auto-desbaste do pinheiro mais intenso nos povoamentos mistos. No primeiro PAMR, com uma pequena fracção inicial de Qro ($Fr=0.1$), o ajustamento proporciona um valor de R_d muito próximo

Caixa 18.1. Programa surf2compar2

```

//© L. S. Barreto, 2010
//Programa surf2compar2
//biomassas totais
//alometria biomassa total ua=C densidade^espoente
//em puros expoente=0.33333
//Razão produção total misto/ soma dos puros

c1=0.041;r1=125.9635;rv1=0.001584//Qro
c2=0.05;r2=6.019;rv2=0.091338//Ppi

tf=80;tff=tf+1;
p1=[1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000];
p2=[9000 8000 7000 6000 5000 4000 3000 2000 1000];
Z=[];H=[];

xset("window",0)
clf
for m=0.5:0.5:5

CO=[];V=[];
for n=1:1:9
    f1='y(1)/(y(1)+y(2))';
    f2='y(2)/(y(1)+y(2))';

    rmr1='-c1*log(r1)*exp(-c1*t)';
    rmr2='-c2*log(r2)*exp(-c2*t)';

    deff("yprim=f(t,y)",[
        "yprim1=y(1)*eval(rmr1)*(1+eval(f2)*log((eval(rmr2))/(eval(rmr1))))";..
        "yprim2=y(2)*eval(rmr2)*(1+eval(f1)*log((eval(rmr1))/(eval(rmr2))))";..
        "yprim=[yprim1;yprim2]");
    y0=[p1(n),p2(n)];
    t0=0;
    t=0:tf;
    [M]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),2,tff))';

//biomassas das árvores

vf1=1;vf2=m*vf1;
ac=[vf2*rv1^exp(-c1*t)];
ap=[vf1*rv2^exp(-c2*t)];
//volume em pé puro aos 90 anos
vpc=ac(1,tff)*p1(n)*r1^(exp(-c1*tf)-1);
vpp=ap(1,tff)*p2(n)*r2^(exp(-c2*tf)-1);
Tp=vpc+vpp;

//Volume misto aos 90
vmc=M(tff,1)*ac(1,tff);
vmp=M(tff,2)*ap(1,tff);

```

Caixa 18.1. Continuação

```

//razão misto/puro
R=(vmc+vmp)/Tp;
Dt=M(:,1)+M(:,2);
VT=ac.*M(:,1)'+ap.*M(:,2)';
y=log(VT);x=log(Dt);
coefs=regress(x,y);
CO=[CO coefs(2)];
V=[V R];
end

Z=abs([Z;CO]);
H=abs([H;V]);
end
X=[0.1:0.1:0.9];
Y=[0.5:0.5:5];
subplot(1,2,1)
surf(X,Y,Z)
xlabel("Qro+Ppi. m","Fr","Ra","m")
z=ones(10,9)*0.333;
surf(X,Y,z)

a=get("current_axes");
a.title.font_size=3;
a.x_label.font_size=3;
a.y_label.font_size=3;
a.z_label.font_size=3;

subplot(1,2,2)
surf(X,Y,H)
h=ones(10,9);
surf(X,Y,h)
xlabel("Qro+Ppi. RB","Fr","Ra","RB")
b=get("current_axes");
b.title.font_size=3;
b.x_label.font_size=3;
b.y_label.font_size=3;
b.z_label.font_size=3;

```

de 6,0191 e um valor de $c_d < 0,05$. Na figura 18.14, conclusiva e comprovativa, apresento os trm dos PAMR descritos no quadro 18.2, e das populações em PAPR.

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

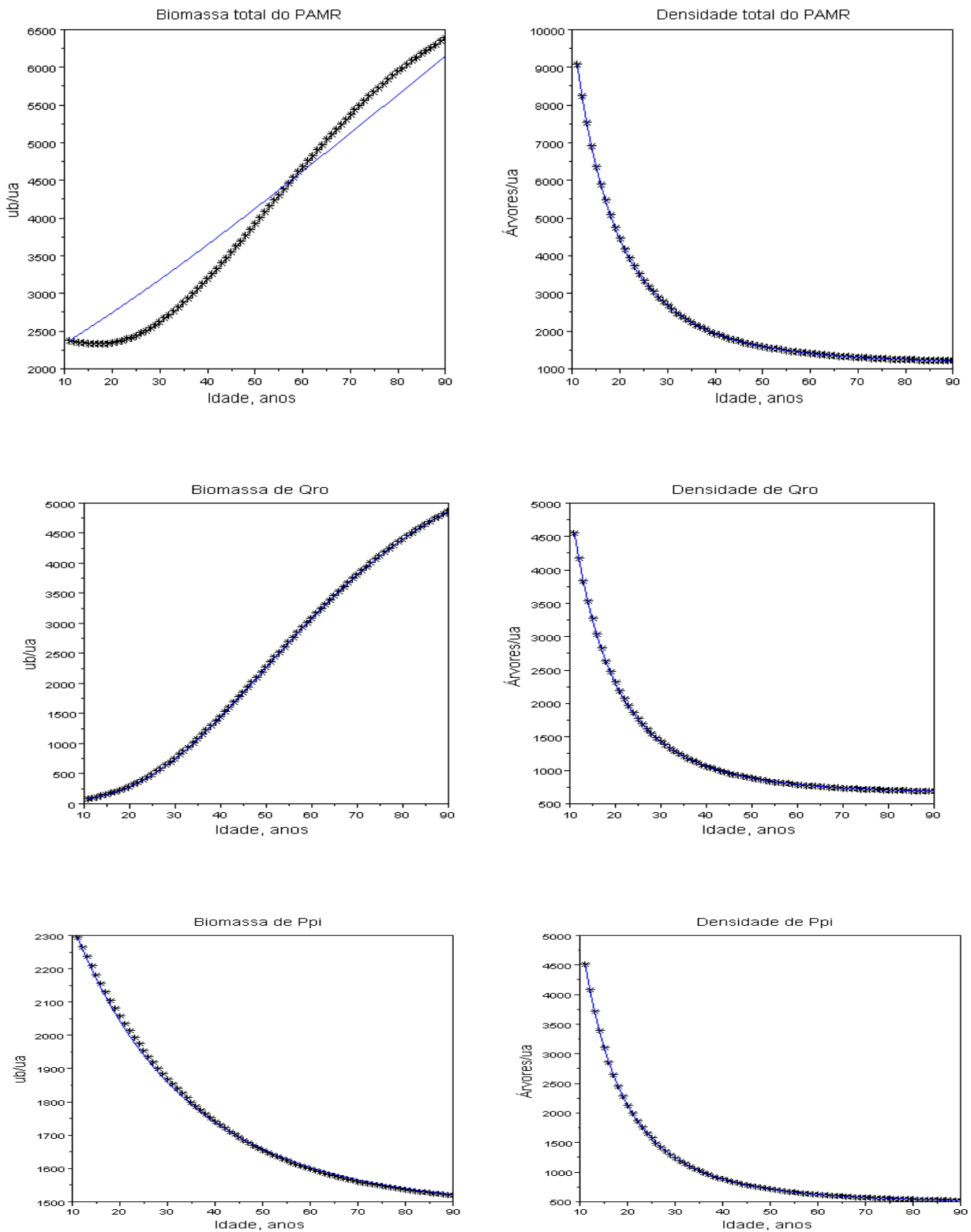


Figura 18.13. Ajustamento da equação de Gompertz às biomassa e densidades dos PAMR de Qro+Ppi, com $Ra=3$ e $Fr=0.5$, ub =unidades de biomassa; ua =unidade de área. A biomassa total do PAMR não segue a curva de Gompertz. Dados a ajustar representados por *, valores ajustados por linha contínua. Erros médios absolutos dos ajustamentos das biomassas de Qro e Ppi, respectivamente, iguais a 0,0015, 0,0037

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

Quadro 18.2. Parâmetros dos ajustamentos da EGP, à dinâmica da densidade PAMR de Qro+Ppi, com várias combinações de Ra e Fr. O índice d refere-se a ajustamentos a valores da densidade

	c_d	R_d	y_{df}
Ra=5, Fr=0,1			
Global	0,0499	3,8648	2414
Qro	0,0885	1,1692	845
Ppi	0,0449	5,3516	1559
Ra=3, Fr=0,5			
Global	0,0478	7,8273	1157
Qro	0,0486	6,8886	661
Ppi	0,0467	9,0828	495
Ra=0,5, Fr=0,9			
Global	0,0469	33,2300	254
Qro	0,0461	38,7706	195
Ppi	0,0481	14,9406	58
Ra=0,5, Fr=0,5			
Global	0,0478	7,8273	1157
Qro	0,0486	6,8886	661
Ppi	0,0466	9,0828	496
Ra=5, Fr=0,5			
Global	0,0478	7,8273	1157
Qro	0,0486	6,8886	661
Ppi	0,0466	9,0828	495

Quadro 18.3. Erros médios absolutos relativos associados aos ajustamentos do quadro 18.2. Nas colunas "Biomassa" o sinal + indica ajustamento da GPZ conseguido, o sinal - indica que o padrão da variável não é de Gompertz. A biomassa global de Qr é sempre crescente, a de Ppi só é crescente no primeiro PAMR (Ra=5, Fr=0,1) e nos outros é decrescente

	Densidade			Biomassa		
	Global	Qro	Ppi	Global	Qro	Ppi
Ra=5, Fr=0,1	0,0005	0,0030	0,0032	-	+	-
Ra=3, Fr=0,5	0,0035	0,0050	0,0018	-	+	+
Ra=0,5, Fr=0,9	0,0026	0,0026	0,0045	-	+	+
Ra=0,5, Fr=0,5	0,0035	0,0050	0,0018	-	+	+
Ra=5, Fr=0,5	0,0035	0,0050	0,0018	-	+	+

A biomassa de Ppi só é crescente quando Fr=0,1, para valores de Fr maiores a intensidade do auto-desbaste imposto ao pinheiro, não permite que a biomassa da sua população cresça. A disparidade de dinâmicas das biomassa de cada uma das populações não permite que a dinâmica da biomassa global do PAMR siga a EGP, como se mostra no quadro 18.13.

Convém ainda assinalar que a dinâmica global da biomassa de um PAMR, pode não variar monotonicamente, como se ilustra na figura 18.15, para o PAMR de Qro+Ppi, caracterizado por Ra=0.5 e Fr=0.5.

As densidades e biomassas das populações podem obedecer à EGP, mas como a eq. (6.5) não é observada, senão os valores de c e R_2 seriam os característicos da espécie, a biomassa pode ser decrescente. Caso das populações de Ppi, nas simulações realizadas.

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

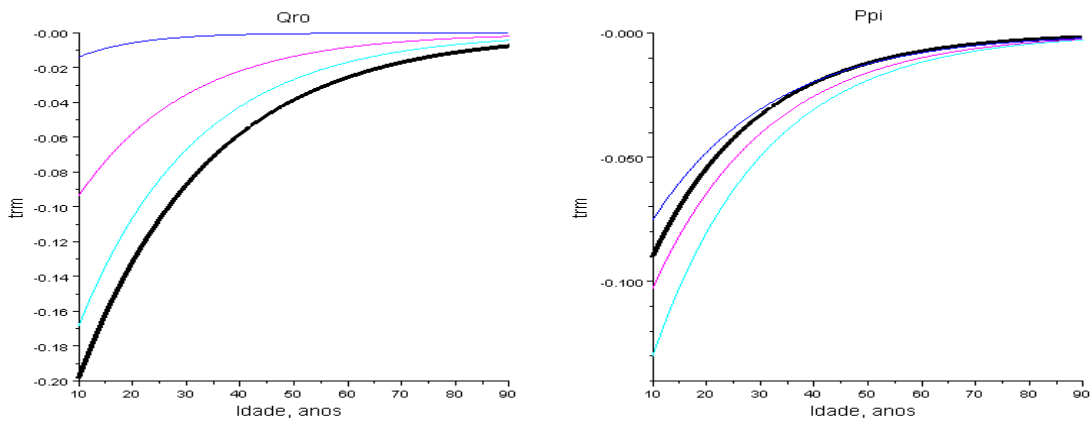


Figura 18.14. Taxas relativas de mortalidade de Qro e Ppi nos PAMR do quadro 18.2 e em povoamento puro (linha mais grossa)

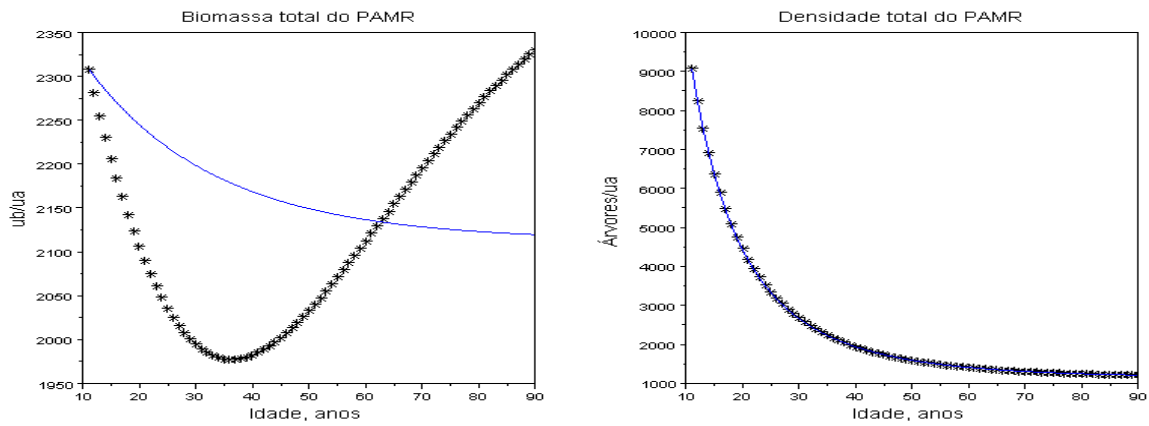


Figura 18.15. Dinâmica da biomassa e densidade globais do PAMR de Qro+Ppi, com $R_a=0,5$ e $F_r=0,5$. Dados a ajustar representados por *, valores ajustados por linha contínua.

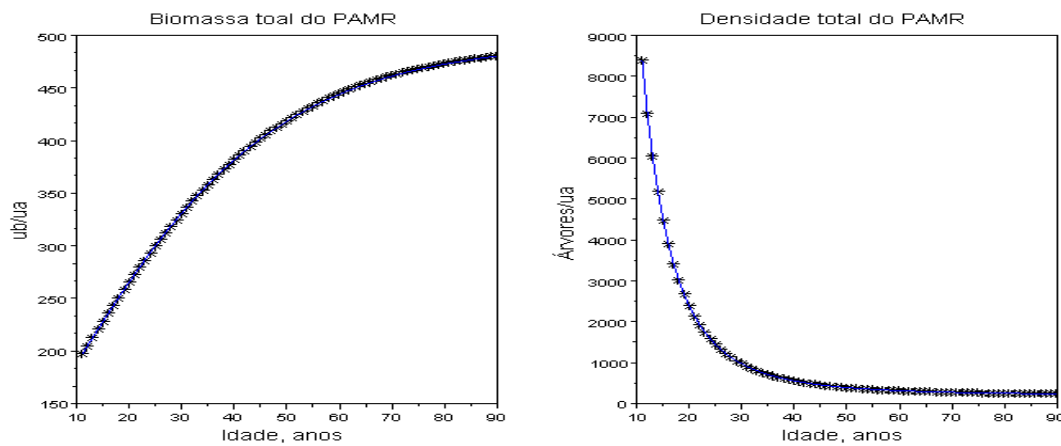


Figura 18.16. Dinâmica da biomassa e densidade globais do PAMR de Pme+Psi, com $R_a=0,5$ e $F_r=0,5$. Dados a ajustar representados por *, valores ajustados por linha contínua.

O comportamento de PAMR, com espécies que tenham coevoluido, como já se anotou, é diferente. Na figura 18.16, para PAMR do tipo VI, Pme+Psi, igualmente com Ra=0,5 e Fr=0,5 exibimos a dinâmica da biomassa e densidades totais. Como era de esperar ambas revelam dinâmica gompertziana.

18.6 Outras Regularidades da Estrutura e Dinâmica dos PAMR

Antes de prosseguir vou recapitular, formalizar algumas relações já mesmo utilizadas, e introduzir outras.

Dada a assumpção A4. na secção 14.5, a alometria entre as variáveis das árvores é a mesma em povoamentos puros e mistos.

A relação alométrica entre as variáveis de uma população de um PAMR ${}^m y_{sajt}$, and ${}^m y_{sajt}$ é dada por:

$${}^m y_{sajt} = a_{abt} {}^m y_{sajt}^{e(t)} \quad (18.8)$$

$e(t)=a/b$. a , e b variam com a idade; a_{abt} é afectada pela situação de competição. Num PAMI, a eq. (18.8) varia com a classe de idade.

Verificam-se as seguintes relações:

$${}^m R_{sat} = {}^m R_{sbt}^{e(t)} \quad (18.9)$$

$${}^m RVR_{sat} = e(t) {}^m RVR_{sbt} \quad (18.10)$$

Se, por exemplo, b se referir a uma variável da árvore, b é constante (ver secção 15.1)

Não temos nenhuma justificação para rejeitar a hipótese avançada nos povoamentos puros (secção 6.4) de o auto-desbaste ser neutro, pelo que mantemos esta assumpção.

Assim sendo, o volume em pé, ou a biomassa total do auto-desbaste da espécie s ST_s , da idade t_0 à idade w , é dado por:

$$ST_s = \int_{t_0}^w {}^m t r m_{st} y_{silt} dt \quad (18.11)$$

em que $i=2,667$ ou 3 .

18.7 Uma Ilustração Final

Vou encerrar este capítulo apresentando um programa que, graficamente, apresenta uma tabela de produção clássica, complementada por outra informação que pode ser útil ao gestor, para além de ilustrar a aplicação de conceitos já introduzidos. O padrão de interacção competitiva I é aquele em que ocorre uma mais clara e vincada situação de competição (subsecção 17.2.1) por foi escolhi um PAMR de Ppi+Qro.

A saída gráfica ocupa três janelas de gráficos. Na primeira apresentam-se as densidades das espécies, comparam-se com as correspondentes em povoamento puro, e exibem-se os valores de $b(t)$. Na segunda janela apresentam-se os gráficos do factor de Wilson-Barreto (eq. (14.2)), alturas e dap médios e volume em pé por unidade de área. A terceira janela contem os valores dos acréscimos anuais correntes e médios, dos volumes em pé das duas espécies. O acréscimo corrente foi calculado usando os vectores dos volumes em pé, e subtraindo ao valor do ano seguinte, o do ano anterior. Como o volume em pé do Ppi é decrescente, os acréscimos correntes são negativos. Os factores de Wilson também não são constantes, ao contrário do que acontece no PAPR. Como a densidade do Ppi decresce mais rapidamente que em povoamento puro, o factor é crescente. O inverso acontece com a população de Qro.

A saída do programa consta da figura 18.17. A listagem do programa é apresentada na caixa 18.2.

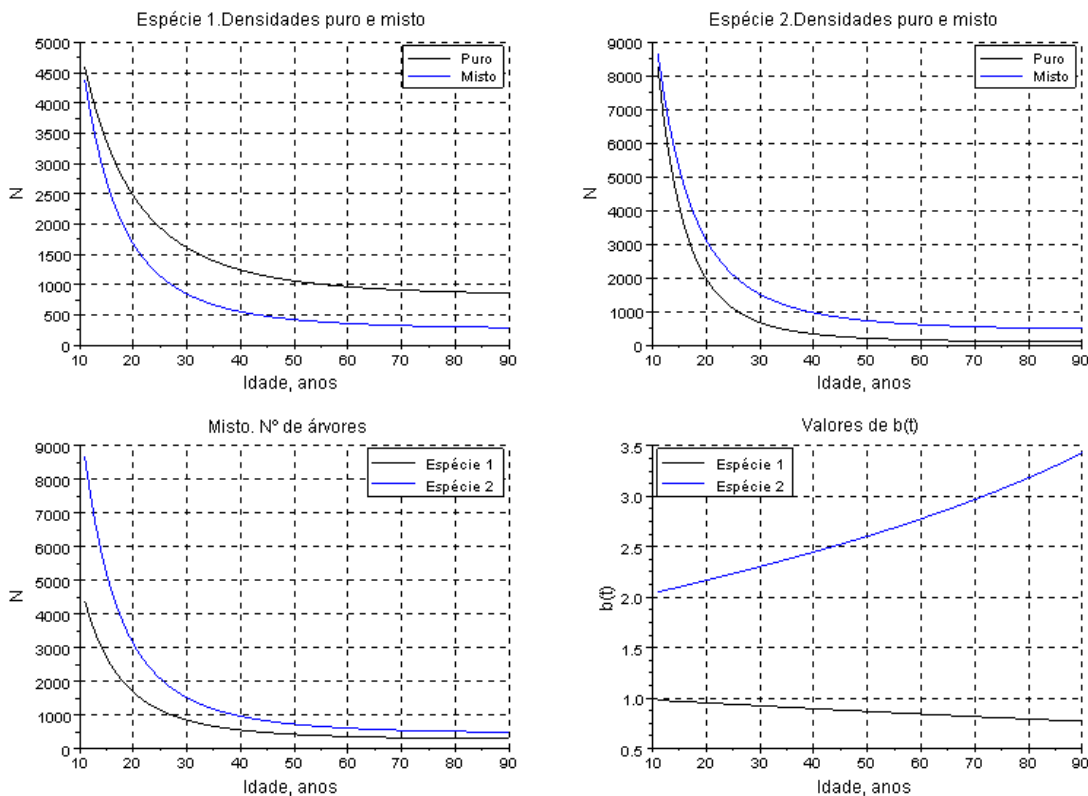


Figura 18.17. Saída do programa da caixa 18.2

18 A Geometria Variável e Mesclada dos Povoamentos Mistos

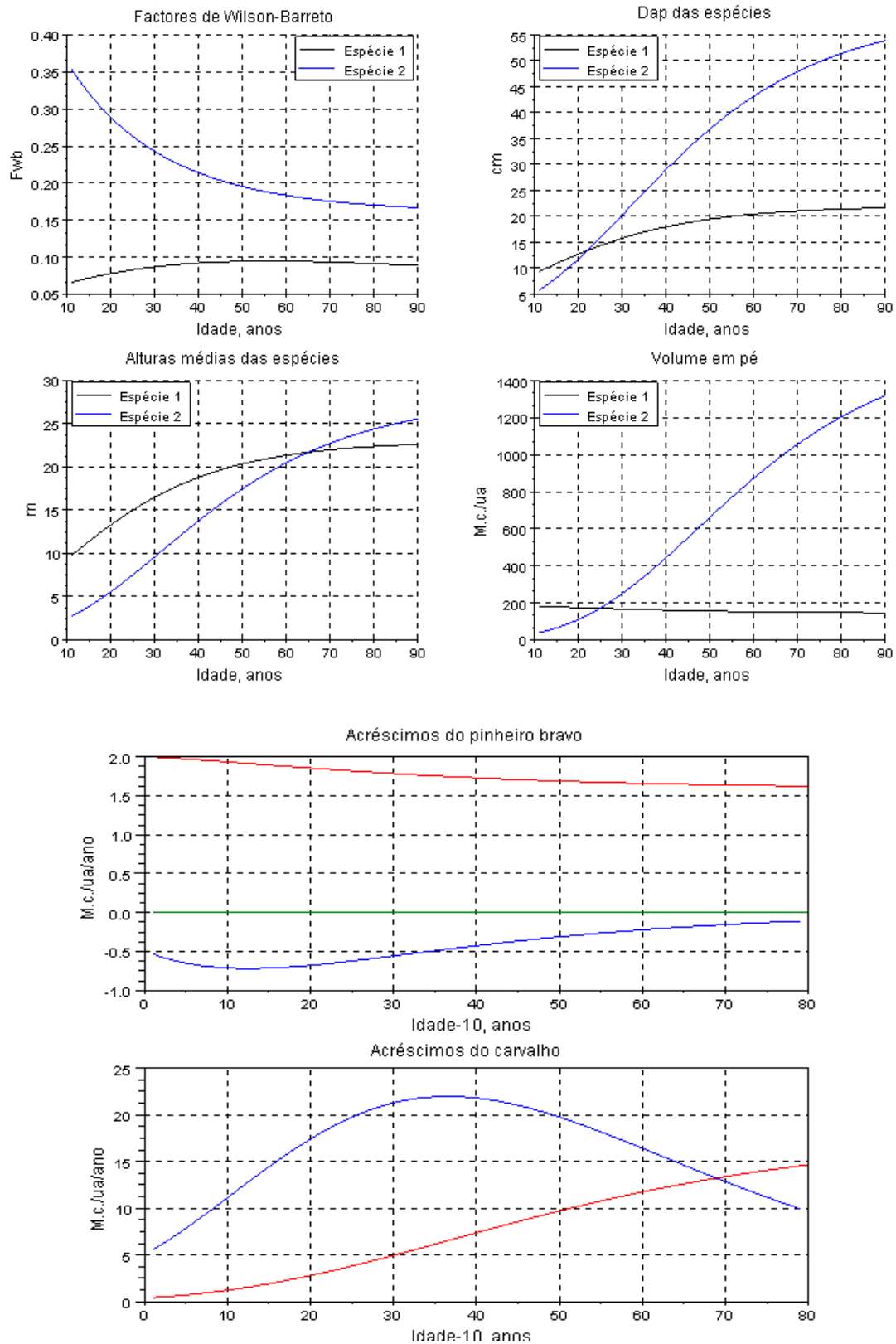


Figura 18.17. Continuação

O programa também produz a seguinte saída:

Densidades da espécie 1 aos 90 anos, puro e misto:

858.60613 287.87608

Densidade da espécie 2 aos 90 anos, puro e misto:

95.232202 486.00662

Espécie 2 é dominante

Caixa 18.2. Programa PpQrtabprod

```
//(c) Luís Soares Barreto, 2010
//Programa PpQrtabprod
// Calcula uma tabela de produção
//para um PAMR de Ppi e Qro
///usa o método de Euler na solução do modelo BACO2
//parâmetros das espécies
//espécie 1= Ppi, espécie2=Qro
clear
c1=0.05;c2=0.041;r1=6.018;r2=125.9635;
//densidades inicialIS aos 10 anos
p01=5000;p02=p01*2;
//Vectores auxiliares
w=[];k1=p01/r1;k2=p02/r2;dp=[];dq=[];
m1=p01;m2=p02;z=1;
//Valores médios finais das alturase dap
H1f=23;H2f=28;d1f=22;d2f=59;
cop1=-c1*log(r1);
cop2=-c2*log(r2);
D1=[];D2=[];F2=[];F1=[]
alt1=[];alt2=[];V1=[];V2=[];
misto1=p01;misto2=p02;y=1;
E1=[];E2=[];r1v=r1^(-1.5);r2v=r2^(-1.5);
P1=[];P2=[];e1=[];e2=[];
//valores dos 10 aos 90 anos
for q=0:0.01:80
    g=misto1+misto2;
    ep1=exp(-c1*q);ep2=exp(-c2*q);
    rm1=cop1*ep1;rm2=cop2*ep2;
    f1=log(rm2/rm1);f2=log(rm1/rm2);g1=misto2/g;g2=misto1/g;
    d1=misto1*(0.01*rm1*(1+g1*f1));
    d2=misto2*(0.01*rm2*(1+g2*f2));
    misto1=misto1+d1;
    misto2=misto2+d2;
    da1=d1f*0.4076^ep1;
    da2=d2f*0.0891^ep2;
    H1=H1f*0.4076^ep1;
    H2=H2f*0.0891^ep2;
    fw1=100/(H1*sqrt(misto1+rm2/rm1*misto2));
    fw2=100/(H2*sqrt(misto2+rm1/rm2*misto1));
    if y/100==int(y/100) then D1=[D1 da1];
end
```

Caixa 18.2. Continuação

```

if y/100==int(y/100) then D2=[D2 da2];
end
if y/100==int(y/100) then F1=[F1 fw1];
end
if y/100==int(y/100) then F2=[F2 fw2];
end
if y/100==int(y/100) then alt1=[alt1 H1];
end
if y/100==int(y/100) then alt2=[alt2 H2];
end

if y/100==int(y/100) then V1=[V1 4.7*10^(-5)*da1^1.563*H1^1.437*misto1];
end
if y/100==int(y/100) then V2=[V2 exp(-
2.86353)*da2^2.003*H2^0.85925*misto2/1000];
end
if y/100==int(y/100) then E1=[E1 int(misto1)];
end
if y/100==int(y/100) then E2=[E2 int(misto2)];
end

if y/100==int(y/100) then P1=[P1 int(p01*r1^(exp(-c1*q)-1))];
end
if y/100==int(y/100) then P2=[P2 int(p02*r2^(exp(-c2*q)-1))];
end
//taxas relativas de mortalidade
if y/100==int(y/100) then mr1=rm1*(1+g1*f1);
end
if y/100==int(y/100) then mr2=rm2*(1+g2*f2);
end
//b(t)
if y/100==int(y/100) then b1=c1*log(r1v)*exp(-c1*q)/mr1;
end
if y/100==int(y/100) then b2=c2*log(r2v)*exp(-c2*q)/mr2;
end
if y/100==int(y/100) then e1=[e1 b1];;
end
if y/100==int(y/100) then e2=[e2 b2];
end
y=y+1;
end
//densidades em povoamnetos puros
puro1=p01*r1^(exp(-c1*80)-1);
puro2=p02*r2^(exp(-c2*80)-1);
//preparar e fazer os gráficos
N=[E1;E2];esp1=[P1;E1];esp2=[P2;E2];B=[e1;e2];
z=11:90;
xset("window",0)
clf
subplot(2,2,1)
plot2d(z,[esp1]')
xtitle("Espécie 1.Densidades puro e misto","Idade, anos","N")

```

Caixa 18.2. Continuação

```

legend(['Puro';'Misto'])
xgrid()
subplot(2,2,2)
plot2d(z,[esp2]')
xtitle("Espécie 2.Densidades puro e misto","Idade, anos","N")
legend(['Puro';'Misto'])
xgrid()
subplot(2,2,3)
plot2d(z,[N]')
xtitle("Misto. Nº de árvores","Idade, anos","N")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'])
xgrid()
subplot(2,2,4)
plot2d(z,[B]')
xtitle("Valores de b(t)","Idade, anos","b(t)")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'],2)
xgrid()
disp("Densidades da espécie 1 aos 90 anos, puro e misto:")
disp([puro1 misto1])
disp("Densidade da espécie 2 aos 90 anos, puro e misto:")
disp([puro2 misto2])
if misto1<puro1 then disp("Espécie 2 é dominante");
else disp("Espécie 1 é dominante");
end
D=[D1;D2];alt=[alt1;alt2];V=[V1;V2];F=[F1;F2];
xset("window",1)
clf
subplot(221)
plot2d(z,[F]')
xtitle("Factores de Wilson-Barreto","Idade, anos","Fwb")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'])
xgrid()
subplot(222)
plot2d(z,[D]')
xtitle("Dap das espécies","Idade, anos","cm")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'],2)
xgrid()
subplot(223)
plot2d(z,[alt]')
xtitle("Alturas médias das espécies","Idade, anos","m")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'],2)
xgrid()
subplot(224)
plot2d(z,[V]')
xtitle("Volume em pé","Idade, anos","M.c./ua")
legend(['Espécie 1';'Espécie 2'],2)
xgrid()
//Acréscimos correntes e médios
xset("window",2)
clf

```

Caixa 18.2. Continuação

```

//Ppi
VV=V';
pil=VV(:,1);
amp=pil/z';
subplot(2,1,1)
plot(amp)
acp=pil(2:80,1)-pil(1:79,1);
plot(acp)
xgrid()
xtitle("Acréscimos do pinheiro bravo","Idade-10, anos","M.c./ua/ano")
//Qro
qu1=VV(:,2);
amq=qu1/z';
subplot(2,1,2)
plot(amq)
acq=qu1(2:80,1)-qu1(1:79,1);
plot(acq)
xtitle("Acréscimos do carvalho","Idade-10, anos","M.c./ua/ano")
xgrid()

```

18.8 A Condição para a Ocorrência de Sobre Produção

Em benefício da completude, depois de ter apresentados os resultados da secção 18.5, posso agora estabelecer a condição para a ocorrência de sobre produção. A variável z tem o significado idêntico ao de R_a , na secção 18.4.

Consideremos duas espécies a e b , sendo esta a dominante. Seja A a soma das biomassas em povoamento puro, na idade T :

$$A = y_{2,67fa} y_{-2fa} R_{0,67a}^{Ea} + z y_{2,67fb} y_{-2fb} R_{0,67b}^{Eb} \quad (18.12)$$

onde: $Ea = \exp(-c_a(t_0 - T))$ e $Eb = \exp(-c_b(t_0 - T))$.

Seja B a soma das biomassas em povoamento misto, na idade T

$$B = y_{2,67fa} R_{2,67a}^{Eam} y_{-2fa}^m R_{-2a}^{Eam} + z y_{2,67fb} R_{2,67b}^{Ebm} y_{-2fb}^m R_{-2a}^{Ebm} \quad (18.13)$$

em que $Eam = \exp(-^m c_a(t_0 - T))$ e $Ebm = \exp(-^m c_b(t_0 - T))$.

Façamos:

$$f = y_{2,67fa}; g = y_{-2fa}; h = R_{0,67a}^{Ea}; j = y_{-2fb}; l = R_{0,67b}^{Eb}; o = R_{2,67a}^{Ea}; p = y_{-2fa}^m; q = R_{-2a}^{Eam}; s = R_{2,67b}^{Eb}; t = y_{-2fb}^m; u = R_{-2a}^{Ebm}$$

Então a sobre produção, isto é, verificar-se $A < B$ implica

$$z < \frac{opq - gh}{jl - stu} \quad (18.14)$$

18.9 Bibliografia

Barreto, L. S., 2003. *The Blended Geometry of Self-Thinned Uneven-Aged Mixed Stands*. Research Paper SB-04/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.

Barreto, L. S., 2005a. *Pinhais Bravos. Ecologia e Gestão*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.

Barreto, L. S., 2005b. *Theoretical Ecology. A Unified Approach*. Author's edition. e-book. Lisboa.

Barreto, L. S., 2007. The Changing Geometry of Self-Thinned Mixed Stands. A Simulative Quest. *Silva Lusitana*, 15(1):119-132.

Barreto, L. S., 2010. *The Global Yield, and Allometry of Self-thinned Mixed Forests. A Theoretical and Simulative Inquiry*. Preprint 02/10. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

19.1 Introdução

Como já anotámos (secção 14.1) na silvicultura actual, devido a preocupações ecológicas, o paradigma da floresta mista, natural, nomeadamente irregular, vem evidenciando uma aceitação crescente.

Esta evolução, à mingua de sistematização teórica, levou ao recurso aos modelos da árvore individual, matéria abordada na secção 1.2, e que deve ser lembrada.

Para não termos de recorrer a estes modelos, ao lidarmos com povoamentos auto-desbastados mistos irregulares, temos de ser capazes de estabelecer outros, com fundamento teórico. É o que me proponho fazer neste capítulo.

Antes de prosseguir, retenhamos resultados alcançados anteriormente:

- **R1.** Nos PAMR com espécies que tenham coevoluido, as dinâmicas da espécies são muito próximas das em povoamentos puros e são pouco sensíveis às proporções iniciais (secção 15.2), o que torna possível a modelação recorrendo a uma única EGP, para todos PAMR, com erros negligenciáveis.
- **R2.** É possível ajustar EGP à dinâmica da densidade às populações de espécies que tenham capacidade competitiva bem diferentes, e estejam presentes em PAMR (secção 18.5).
- **R3.** Admitimos que a simetria tempo-espaço que se verifica nos povoamentos auto-desbastados puros, entre os regulares e irregulares (capítulo 7), prevalece nos mistos.

Aqui chegados, o/a leitor/a já presumiu que dispondo-se de uma EGP para cada população, de um dado PAMI, podemos aplicar a cada uma per si, os métodos de modelação descritos na secção 7.5.

Podemos aqui considerar duas soluções para o ordenamento dos PAMI:

- **S1.** As verificações R1 e R3, por si só, permitem abordar as situações de gestão florestal emergentes no contexto duma silvicultura próxima da natureza, em que as formações mistas naturais sejam as únicas a considerar.
- **S2.** As verificações R2 e R3 permitem uma abordagem abrangente, que pode abarcar povoamentos mistos com qualquer mistura de espécies que se queira, modelados caso a caso, no que respeita às espécies e proporções iniciais dos PAMR simétricos do irregulares.

Começo por explicar a S1 e depois abordarei a S2. No contexto de S2, proporei um simulador geral que fornece a informação necessária para aplicar, a cada espécie do PAMI, os métodos estabelecidos no capítulo 7. Por fim abordarei alguns tópicos conexos com a gestão dos PAMI.

Este capítulo é claramente uma extensão de sétimo, o que testemunha a integração e consistência interna da teoria que proponho, e reassumimos a conjectura da secção 18.3, sobre a simetria tempo-espaço entre PAMR e PAMI.

19.2 Duas Ilustrações Antes de Prosseguir

Esta secção baseia-se em Barreto (2009).

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

Quadro 19.1. Estrutura e dinâmica dos três PAMR de Qro+Fex, descritos no texto. Período de transição de 5 anos. Para a simbologia ver o texto. Adaptado de Barreto (2003c)

Classe	Árv./ha	dap médio	M	T	P
0,2					
Qro					
I	116	10,18	0,604862	0,062986	0,332152
II	17	30,72	0,280137	0,140635	0,579228
III	7	48,14	0,129743	0,194190	0,676067
IV	5	58,21	0,060090	0,223050	0,716860
V	4	63,18	0,027830	0,237284	0,734885
VI	4	65,48	0,012889	0,244061	0,743050
Fex					
I	463	15,64	0,607763	0,062510	0,329726
II	66	34,92	0,280930	0,140401	0,578669
III	28	49,29	0,129856	0,194157	0,675987
IV	19	57,5	0,060024	0,223085	0,716891
V	16	61,71	0,027745	0,237326	0,734990
VI	15	63,76	0,012825	0,244092	0,743083
0,5					
Qro					
I	280	10,06	0,629887	0,058994	0,311119
II	37	30,68	0,286180	0,138900	0,574920
III	16	48,14	0,130021	0,194196	0,675783
IV	11	58,21	0,059073	0,223553	0,717373
V	9	63,18	0,026839	0,237761	0,735400
VI	8	65,48	0,012194	0,244393	0,743413
Fex					
I	279	15,53	0,629989	0,058978	0,311033
II	37	34,89	0,286203	0,138894	0,574903
III	16	49,29	0,130022	0,194196	0,675782
IV	11	57,5	0,059069	0,223555	0,717376
V	9	61,71	0,026835	0,237763	0,735402
VI	8	63,76	0,012191	0,244395	0,743414
0,8					
Qro					
I	432	9,94	0,654962	0,055202	0,289836
II	53	30,64	0,292088	0,137220	0,570691
III	22	48,14	0,130260	0,194213	0,675526
IV	15	58,21	0,058091	0,224037	0,717871
V	13	63,18	0,025906	0,238208	0,735886
VI	12	65,48	0,011553	0,244699	0,743748
Fex					
I	108	15,42	0,652257	0,055603	0,292140
II	13	34,86	0,291371	0,137428	0,571200
III	6	49,29	0,130159	0,194243	0,675598
IV	4	57,51	0,058144	0,224009	0,717847
V	3	61,71	0,025973	0,238176	0,735851
VI	3	63,76	0,011603	0,244675	0,743722

Nesta secção vou adir à 15.2, alguns argumentos mais directamente ligados ao escopo deste capítulo. Vou recorrer à notação inserida no capítulo 7, secção 7.5. Para uma dada classe de idade i , lembremos que durante um certo período de tempo de n anos, morre a fracção M_i das suas árvores (auto-desbaste), permanece nela a fracção P_i e transitam para a classe $i+1$ a fracção T_i , verificando-se $M_i+P_i+T_i=1$.

Em Barreto (2003) para PAMR de Qro e Fex, apresentei valores destes parâmetros, considerando seis classes de idade: 10-29; 30-49; 50-69;... 110-129. Os povoamentos são simétricos de três PAMR, em que aos 10 anos a fracção de árvores de carvalho é de 0,2, 0,5 e 0,8, todos com a densidade total, nesta idade, de 10000 árvores. Apresento a caracterização dos povoamentos no quadro 19.1.

Para sustentar R1, para cada espécie, no quadro 19.1, divido os parâmetros das classes do primeiro e terceiro PAMR pelos respectivos valores do PAMR de densidades específicas iguais. Os resultados são apresentados nos quadros 19.2 e 19.3.

Quadro 19.2. As razões descritas no texto, para as populações de Qro

0,2/0,5			0,8/0,5		
M	T	P	M	T	P
0,960271	1,067668	1,067604	1,039809	0,935722	0,931592
0,978884	1,012491	1,007493	1,020644	0,987905	0,992644
0,997862	0,999969	1,000420	1,001838	1,000088	0,999620
1,017216	0,997750	0,999285	0,983377	1,002165	1,000694
1,036924	0,997994	0,999300	0,965237	1,001880	1,000661
1,056995	0,998642	0,999512	0,947433	1,001252	1,000451

Quadro 19.3. As razões descritas no texto, para as populações de Fex

0,2/0,5			0,8/0,5		
M	T	P	M	T	P
0,964720	1,059887	1,060100	1,039809	0,942775	0,939257
0,981576	1,010850	1,006551	1,020644	0,989445	0,993559
0,998723	0,999799	1,000303	1,001838	1,000242	0,999728
1,016168	0,997898	0,999324	0,983377	1,002031	1,000657
1,033911	0,998162	0,999440	0,965237	1,001737	1,000611
1,052006	0,998760	0,999555	0,947433	1,001146	1,000414

Para melhor fundamentação, no quadro 19.4, exibo as razões “0,8/0,2”

Quadro 19.4. Razões entre os parâmetros homólogos nos PAMI “0,8 e 0,2”

Qro			Fex		
M	T	P	M	T	P
1,082829	0,876417	0,872601	1,073210	0,889506	0,886008
1,042661	0,975717	0,985261	1,037166	0,978825	0,987093
1,003985	1,000118	0,999200	1,002333	1,000443	0,999425
0,966733	1,004425	1,001410	0,968679	1,004142	1,001334
0,930866	1,003894	1,001362	0,936133	1,003582	1,001171
0,896346	1,002614	1,000939	0,904717	1,002388	1,000860

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

Os valores próximos de 1, apresentados nos quadros 19.2 a 19.4 sustentam R1, como se deseja mostrar.

Passo à segunda ilustração em que recorro a PAMI de três espécies norte-americanas: Psi, Pme, The. Simulei 10 PAMR, com o modelo BACO2 e ajustei a EGP à dinâmica da densidade, como exibo no quadro 19.5.

Quadro 19.5. Ajustamentos da EGP às séries de densidades de PAMR de Psi+Pme+The, com frações das espécies aos 10 anos indicadas na coluna Fração. Sim.=número da simulação; erm=erro relativo médio das simulações ((valor dado pela EGP ajustada-valor obtido com o modelo BACO2)/valor obtido com modelo BACO2). Adaptado de Barreto (2010).

Sim.	Espécies	Fração	c_i	$R_{i,2}$	erm
1	Psi	1/3	0,044609	63,702993	-0,001321
	Pme	1/3	0,044915	63,711538	-0,001186
	The	1/3	0,042896	63,150943	-0,001644
2	Psi	0,6	0,038111	70,675542	0,027270
	Pme	0,2	0,046665	61,812500	-0,000816
	The	0,2	0,045223	60,363636	-0,001115
3	Psi	0,2	0,044922	66,000002	-0,001234
	Pme	0,6	0,045312	65,274365	-0,001160
	The	0,2	0,041915	65,032258	-0,001856
4	Psi	0,2	0,043923	62,687500	-0,001213
	Pme	0,2	0,042861	64,709677	-0,001666
	The	0,6	0,041435	65,068296	-0,002075
5	Psi	0,4	0,045126	63,031710	-0,001183
	Pme	0,3	0,045193	63,361702	-0,001138
	The	0,3	0,043287	62,624997	-0,001571
6	Psi	0,3	0,045459	63,382979	-0,001044
	Pme	0,4	0,045029	64,064516	-0,001179
	The	0,3	0,042216	64,148253	-0,001903
7	Psi	0,3	0,044286	63,595741	-0,001355
	Pme	0,3	0,044672	63,574468	-0,001187
	The	0,4	0,042369	63,809016	-0,001844
8	Psi	0,5	0,046026	61,937500	-0,000979
	Pme	0,25	0,045050	63,512008	-0,001211
	The	0,25	0,044720	60,902439	-0,001147
9	Psi	0,25	0,044720	65,146776	-0,001501
	Pme	0,5	0,045382	64,376623	-0,001104
	The	0,25	0,042122	64,512821	-0,001863
10	Psi	0,25	0,043222	64,161010	-0,001409
	Pme	0,25	0,043809	64,076923	-0,001391
	The	0,5	0,033052	78,051254	0,040916

Utilizei as simulações 1 a 4, no quadro 19.5, para estabelecer os valores de M, P e T, das suas espécies, em PAMR com árvores de idades dos 10 aos 399 anos, com classes de 50 anos, para obter uma massa de dados que não desencorajassem o leitor a lê-los. Os valores obtidos exibem-se nos quadros 19.6 a 19.8.

Quadro 19.6. Parâmetros da dinâmica de Psi em PAMI simétricos dos PAMI 1 a 4, no quadro 19.5, para uma periodicidade de 5 anos

Simulação 1			Simulação 2		
M	T	P	M	T	P
0,310623	0,053157	0,636220	0,318953	0,057913	0,623134
0,033386	0,099372	0,867242	0,047441	0,099495	0,853064
0,003588	0,099996	0,896416	0,007056	0,100080	0,892863
0,000386	0,100000	0,899614	0,001050	0,100015	0,898935
0,000042	0,100000	0,899959	0,000156	0,100002	0,899842
0,000005	0,100000	0,899996	0,000023	0,100000	0,899976
Simulação 3			Simulação 4		
0,313060	0,052311	0,634629	0,309827	0,054024	0,636150
0,033125	0,099356	0,867519	0,034462	0,099389	0,866149
0,003505	0,099993	0,896502	0,003833	0,100001	0,896166
0,000371	0,100000	0,899629	0,000426	0,100001	0,899573
0,000039	0,100000	0,899961	0,000047	0,100000	0,899953
0,000004	0,100000	0,899996	0,000005	0,100000	0,899995

Quadro 19.7. Parâmetros da dinâmica de Pme em PAMI simétricos dos PAMI 1 a 4, no quadro 19.5, para uma periodicidade de 5 anos

Simulação 1			Simulação 2		
M	T	P	M	T	P
0,310428	0,052888	0,636684	0,306737	0,051907	0,641356
0,032858	0,099367	0,867775	0,029748	0,099351	0,870902
0,003478	0,099994	0,896529	0,002885	0,099984	0,897131
0,000368	0,100000	0,899632	0,000280	0,099999	0,899721
0,000039	0,100000	0,899961	0,000027	0,100000	0,899973
0,000004	0,100000	0,899996	0,000003	0,100000	0,899997
Simulação 3			Simulação 4		
0,311950	0,052153	0,635898	0,312686	0,054484	0,632830
0,032370	0,099353	0,868277	0,036677	0,099400	0,863922
0,003359	0,099991	0,896650	0,004302	0,100010	0,895688
0,000349	0,100000	0,899652	0,000505	0,100002	0,899493
0,000036	0,100000	0,899964	0,000059	0,100000	0,899941
0,000004	0,100000	0,899996	0,000007	0,100000	0,899993

Os valores das taxas relativas de mortalidade para as idades das classes III a VI reflectem os efeitos de se manipularem números muito pequenos. Como já vimos anteriormente as matrizes de Leslie só incluem valores de T e P.

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

Quadro 19.8. Parâmetros da dinâmica de The em PAMI simétricos dos PAMI 1 a 4, no quadro 19.5, para uma periodicidade de 5 anos

0,000000			0,000000		
0,310845	0,054841	0,634315	0,306176	0,053499	0,640325
0,036397	0,099408	0,864196	0,031913	0,099378	0,868709
0,004262	0,100010	0,895729	0,003326	0,099992	0,896682
0,000499	0,100002	0,899499	0,000347	0,100000	0,899654
0,000058	0,100000	0,899941	0,000036	0,100000	0,899964
0,000007	0,100000	0,899993	0,000004	0,100000	0,899996
0,000000			0,000000		
0,313328	0,055299	0,631373	0,313446	0,055755	0,630800
0,038532	0,099420	0,862048	0,039484	0,099431	0,861085
0,004739	0,100020	0,895241	0,004974	0,100026	0,895001
0,000583	0,100004	0,899414	0,000627	0,100005	0,899369
0,000072	0,100001	0,899928	0,000079	0,100001	0,899921
0,000009	0,100000	0,899991	0,000010	0,100000	0,899990

Quadro 19.9. As razões descritas no texto para Psi

	Classes de idade					
	I	II	III	IV	V	VI
Simulação 2/Simulação 1						
M	1,026816	1,420975	1,966447	2,721286	3,761446	5,155556
T	1,089469	1,001236	1,000849	1,000151	1,000023	1,000004
P	0,979432	0,983652	0,996037	0,999245	0,999870	0,999979
Simulação 3/Simulação 1						
M	1,007844	0,992173	0,976758	0,961628	0,944578	0,933333
T	0,984092	0,999837	0,999978	0,999998	1,000000	1,000000
P	0,997499	1,000320	1,000096	1,000017	1,000003	1,000000
Simulação 4/Simulação 1						
M	0,997436	1,032223	1,068220	1,105522	1,142169	1,177778
T	1,016305	1,000175	1,000052	1,000007	1,000001	1,000000
P	0,999889	0,998740	0,999721	0,999954	0,999993	0,999999

Quadro 19.10. As razões descritas no texto para Pme

	Classes de idade					
	I	II	III	IV	V	VI
Simulação 2/Simulação 1						
M	0,988109	0,905333	0,829500	0,760120	0,694872	0,634146
T	0,981461	0,999837	0,999904	0,999989	0,999999	1,000000
P	1,007338	1,003603	1,000672	1,000099	1,000013	1,000002
Simulação 3/Simulação 1						
M	1,004902	0,985145	0,965785	0,947025	0,928205	0,926829
T	0,986108	0,999862	0,999974	0,999997	1,000000	1,000000
P	0,998764	1,000578	1,000136	1,000022	1,000003	1,000000
Simulação 4/Simulação 1						
M	1,007275	1,116226	1,236975	1,370823	1,517949	1,682927
T	1,030181	1,000337	1,000165	1,000023	1,000003	1,000000
P	0,993946	0,995561	0,999062	0,999846	0,999977	0,999997

Quadro 19.11. As razões descritas no texto para The

	Classes de idade					
	I	II	III	IV	V	VI
Simulação 2/Simulação 1						
M	0,984981	0,876802	0,780505	0,694790	0,618151	0,558824
T	0,975527	0,999705	0,999820	0,999975	0,999997	1,000000
P	1,009476	1,005223	1,001064	1,000172	1,000025	1,000003
Simulação 3/Simulação 1						
M	1,007988	1,058676	1,111930	1,167736	1,227740	1,294118
T	1,008352	1,000122	1,000103	1,000016	1,000002	1,000001
P	0,995363	0,997515	0,999456	0,999905	0,999985	0,999998
Simulação 4/Simulação 1						
M	1,008366	1,084821	1,167097	1,255511	1,351027	1,455882
T	1,016674	1,000236	1,000160	1,000025	1,000003	1,000001
P	0,994459	0,996401	0,999187	0,999855	0,999977	0,999997

Os valores das taxas relativas de mortalidade para as idades das classes III a VI reflectem os efeitos de se manipularem números muito pequenos. Atribuímos a este facto os desvios maiores relativamente a 1 e às razões associadas a M, no quadro 19.9. Como já vimos anteriormente as matrizes de Leslie só incluem valores de T e P. Os restantes valores (≈ 1) voltam a confirmar R1.

19.3 A Simulação de PAMI naturais

Passo agora a abordar a simulação de PAMI com espécies que tenham coevoluído, situação que denominei S1, na introdução a este capítulo. Selecciono o PAMI europeu dos quadros 19.1 a 19.4.

Aplicado os métodos descritos na secção 7.5, recorrendo ao PAMR 0,5/0,5 do Quadro 19.1, proponho um modelo matricial para os PAMI Qro+Fex A matriz para a população de carvalho é a seguinte:

$$aq = \begin{bmatrix} 0 & 2,9 & 3,0 & 3,5 & 4,2 & 4,2 \\ 0,058994 & 0,57492 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1389 & 0,675783 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,194196 & 0,717373 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,223533 & 0,7354 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,237761 & 0,743413 \end{bmatrix} \quad (19.1)$$

sendo a do freixo:

$$af = \begin{bmatrix} 0 & 2,8 & 3,2 & 3,6 & 4,2 & 4,2 \\ 0,0589 & 0,574903 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,138894 & 0,675782 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,194196 & 0,717376 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2223555 & 0,735402 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,237763 & 0,743414 \end{bmatrix} \quad (19.2)$$

Os valores próprios dominantes destas duas matrizes são iguais a 1,000, o que significa que as projecções de populações com elas conduzem a tamanhos estáveis das populações.

Caixa 19.1. Programa projecQroFex

```

//(c) Luís Soares Barreto, 2010
//Programa projecQroFex
//Projecção de um PAMI de Qro+Fex
//Periodicidade de 5 anos
//classes de idade de 10-29; 30-49; 50-69;... 110-129
//populações iniciais
q=[30000 0 0 0 0 0]';
f=[3000 0 0 0 0 0]';
//vectores para recolher os resultados de 5 em 5 anos
Q=[q];F=[f];
//matriz de Leslie do carvalho
aq=[0 2.9 3.0 3.5 4.2 4.2;...
0.058994 0.57492 0 0 0 0;...
0 0.1389 0.675783 0 0 0;...
0 0 0.194196 0.717373 0 0;...
0 0 0 0.223533 0.7354 0;...
0 0 0 0 0.237761 0.743413];
//matriz de Leslie do freixo
af=[0 2.8 3.2 3.6 4.2 4.2;...
0.0589 0.574903 0 0 0 0;...
0 0.138894 0.675782 0 0 0;...
0 0 0.194196 0.717376 0 0;...
0 0 0 0.2223555 0.735402 0;...
0 0 0 0 0.237763 0.743414];
//Projecções; 20 períodos=100 anos
for i=1:20
    qa=aq*q;fa=af*f;
    Q=[Q qa];
    F=[F fa];
    q=qa;f=fa;
end
Q=Q';F=F';

//Gráfico
clf
subplot(2,1,1)
plot(Q)
xlabel("População de carvalho","Tempo, períodos","Número de árvores")
subplot(2,1,2)
plot(F)
xlabel("População de freixo","Tempo, períodos","Número de árvores")
//estruras etérias estáveis
disp("Estrutura etária estável do carvalho")
int(Q(21,:))
disp("Estrutura etária estável do freixo")
int(F(21,:))
//tamanho total das populações
disp("Número total de árvores de carvalho")
sum(Q(21,:))
disp("Número total de árvores de freixo")
sum(F(21,:))

```

Na caixa 19.1 insiro um programa que utiliza as matrizes (19.1) e (19.2) para projectar um PAMI em que inicialmente a população de carvalho só tem trinta mil indivíduos na primeira classe de idade e a de freixo três mil na mesma classe.

A saída escrita do programa é a seguinte:

Estrutura etária estável do carvalho
ans =

3673. 506. 214. 148. 129. 119.

Estrutura etária estável do freixo
ans =

364. 50. 21. 14. 12. 11.

Número total de árvores de carvalho
ans =

4791.6321

Número total de árvores de freixo
ans =

474.92711

Execução feita.

A razão entre os valores finais, reflectido a razão das populações iniciais (10 para um) sustenta R1.

Esta saída numérica é acompanhada pelo gráfico da figura 19.1.

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

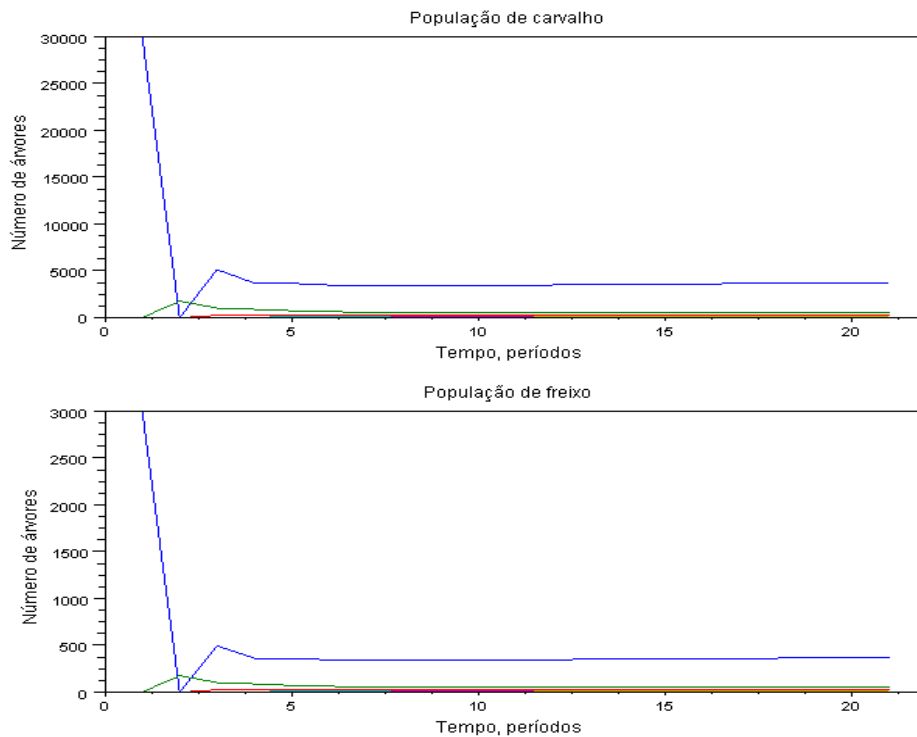


Figura 19.1. Projecção das classes de idade de um PAMI de carvalho e freixo, pelo programa inserto na caixa 19.1

Na figura 19.1, a semelhança entre as trajectórias das classes de idade, em cada população, é conspícua e reforça R1.

Em Barreto (2009b) elaboramos uma ilustração semelhante, para as espécies norte-americanas, recorrendo à simulação 1 do quadro 19.5.

19.4 A Simulação de Qualquer PAMI

O facto de mesmo em PARM com situações competitivas do tipo I ser possível ajustar uma EGP à dinâmica do número de árvores permite estabelecer uma matriz de Leslie para cada uma das suas populações. O método é ilustrado na figura 19.2.

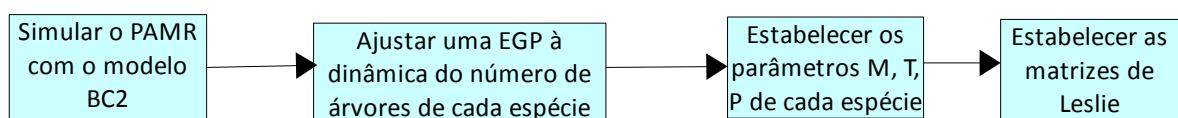


Figura 19.2. Descrição diagramática do procedimento para estabelecer matrizes de Leslie para a dinâmica das densidades de cada população de um PAMR

Na caixa 19.2, para um PAMR de duas espécies, inserimos o programa PAMIEstrut que realiza os três primeiros passos do algoritmo descrito na figura 19.2, para um povoamento misto com duas espécies, podendo ser facilmente modificado para lidar com um qualquer outro número de espécies. O programa é uma função do scilab e pede para entrarmos primeiro com os valores

de c da primeira e segunda espécies, R_2 da primeira e segunda espécies, densidades aos 10 anos da primeira e segunda espécie ($f(c_1, c_2, r_1, r_2, p_1, p_2)$). A seguir devemos entrar com a duração da simulação com o MB2, o número de anos das classes (o mesmo para todas as classes), a periodicidade das projecções e o número de classes de idade.

A saída do programa é escrita e gráfica. Da escrita constam as matrizes dos valores das frequências das classes, M , T , P , e os valores de $tb(t)$ de cada classe de cada população, o que permite identificar a hierarquia competitiva.

A saída gráfica consta de duas janelas. Na primeira insere-se a dinâmica do número de árvores de cada espécie, num só gráfico. A segunda contem dois gráficos, um para cada ajustamento da EGP, em que se comparam os valores da simulação com o MB2, com os gerados pelos ajustamento.

Simulámos um PAMR de Ppi e Qro, com densidades iguais de 3000 árvores aos 10 anos, duração de simulação de 90 anos, classes de idade com 20 anos, periodicidade de 5 anos e 4 classes. O Pineheiro bravo é a espécie 1. A entrada na consola do Scilab é a seguinte:

```
f(0.05,0.041,6.019,125.9635, 3000, 3000)
Duração simulação BC290
Número de anos nas classes20
Periodicidade5
Número de classes4
```

A saída do programa é a seguinte:

```
0.0465930    0.0487095    14.931352    12.276598
```

Sp. 1

Classe	Frequência	permanência	transição	mortalidade	Idade inicial
1.	342.	0.4889779	0.1064667	0.4045554	10.
2.	103.	0.6568969	0.1837810	0.1593221	30.
3.	66.	0.7148198	0.2224359	0.0627443	50.
4.	56.	0.7363715	0.2389185	0.0247100	70.

Sp. 2

Classe	Frequência	permanência	transição	mortalidade	Idade inicial
1.	351.	0.5034881	0.1120149	0.3844970	10.
2.	115.	0.6654444	0.1894089	0.1451468	30.
3.	77.	0.7192680	0.2259394	0.0547926	50.
4.	66.	0.7385646	0.2407513	0.0206841	70.

Valores de $tb(t)$ das classes de cada espécie

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

Espécie 1	Espécie 2
- 0.9165703	- 2.3467393
- 0.8561959	- 2.737972
- 0.7997983	- 3.1944284
- 0.7471157	- 3.7269822

A primeira linha corresponde aos valores ajustados de c e R_2 , respectivamente, da primeira e segunda espécie. Os valores de $tb(t)$ indicam claramente o carvalho, a segunda espécie, como dominante.

A saída gráfica insere-se na figura 19.3.

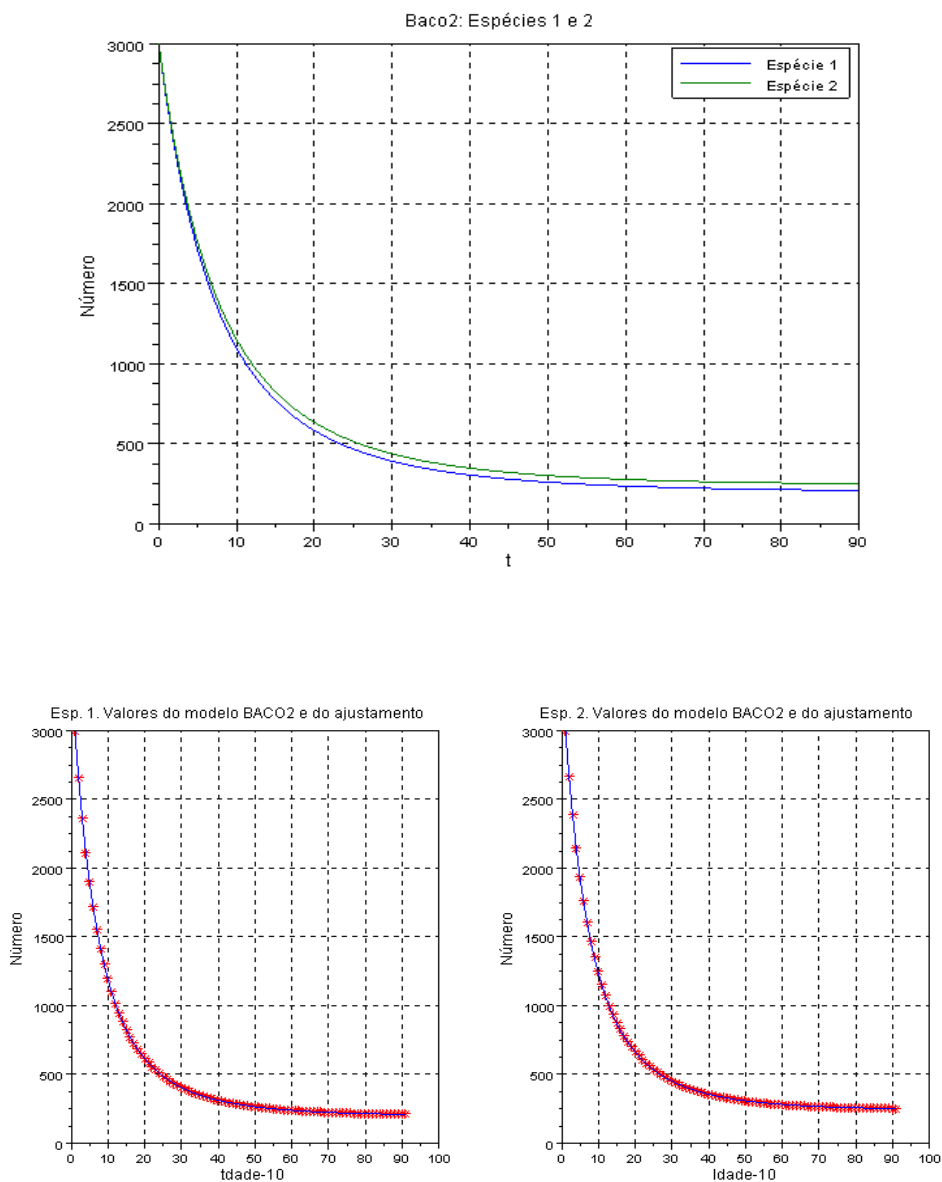


Figura 19.3. Saída do modelo PAMIEstrut, para a simulação ensaiada e descrita no texto

Utilizamos esta saída para criar o programa PAMIPpiQro (caixa 19.3) para projectar um PAMI de pinheiro e carvalho, em que inicialmente cada espécie tem 5000 árvores. Os valores próprios dominantes das duas matrizes de Leslie são iguais a 1,0000. A saída escrita do programa após 20 interacções (100 anos) é a seguinte:

Estrutura etária estável do pinheiro
ans =

898. 279. 179. 152.

Estrutura etária estável do carvalho
ans =

589. 197. 133. 115.

Execução feita.

A saída gráfica insere-se na figura 19.4.

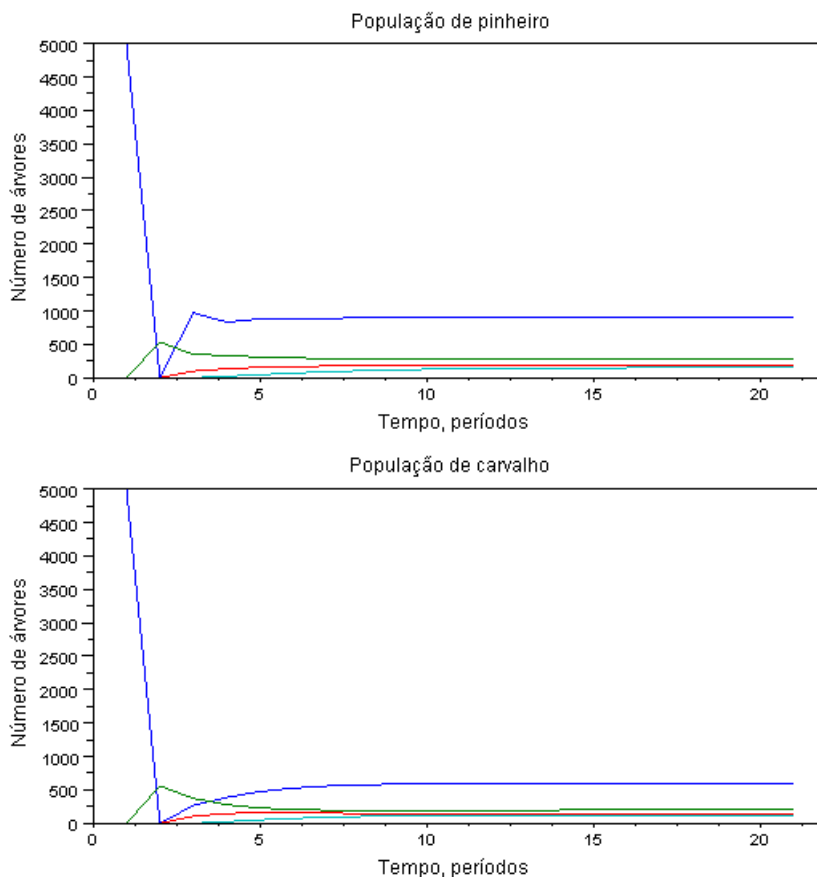


Figura 19.4. Projecção de um PAMI de Ppi e Qro com o programa PAMIPpiQro

Caixa 19.2. Listagem do program PAMIEstrut

```

//(c) Luís Soares Barreto
//Programa PAMIEstrut
//simula um misto de 2 espécies
//ajusta Khilmi
//a=número de anos em cada classe
//h=periodicidade de projecção;
//longevidade da espécie assumida
//Parâmetros da eq. de Gompertz
//10 anos de idade escalonada para os 0 anos
//usa valores de C's e R's para
//estabelecer as frequências e os
//valores de P, M, T
//Aplicar o modelo BACO2
clear
funcprot(0)
disp("f(c1,c2,r1,r2,p1,p2)")
function []=f(c1,c2,r1,r2,p1,p2)

    T=input("Duração simulação BC2")
    a=input("Número de anos nas classes")
    h=input("Periodicidade")
    nc=input("Número de classes")
    w=a*nc;

    Z=[];H=[];ZZ=[];
    xset("window",0)
    clf
    CO=[];V=[];
    //aplicar o MB2
    f1='y(1)/(y(1)+y(2))';
    f2='y(2)/(y(1)+y(2))';
    rmr1='-c1*log(r1)*exp(-c1*t)';
    rmr2='-c2*log(r2)*exp(-c2*t)';
    deff("yprim=f(t,y)",[
    "yprim1=y(1)*eval(rmr1)*(1+eval(f2)*log((eval(rmr2))/(eval(rmr1))))";..
    "yprim2=y(2)*eval(rmr2)*(1+eval(f1)*log((eval(rmr1))/(eval(rmr2))))";..
    "yprim=[yprim1;yprim2]"])
    y0=[p1,p2];
    t0=0;
    t=0:T;
    [M]=(matrix(ode(y0,t0,t,f),2,T+1))';
    plot(t,[M]');
    xtitle("Baco2: Espécies 1 e 2","t","Número");
    xgrid();
    legend(["Espécie 1"],["Espécie 2"])
    M(T+1,:)
    xset("window",1)
    clf
    //
    //

```

Caixa 19.2. Continuação

```

//ajustar a equação de Gompertz
//pelo método de khilmi
q=size(M);
aq=q(1); dad=aq(1,1);
t=10:1:T+10;
v=M(:,1)';
g=dad;n=g-20;m=g;n1=n;
s=[log(v)];
t1=[t(1,1:1:n)];
v1=[v(1,1:1:n)];
s1=[log(v1)];
int1=intsplin([t1],s1);
int2=intsplin([t],s);
b=[s(n)-s(1),s(m)-s(1)];
A=[t(n)-t(1) int1;t(m)-t(1) int2];
b=b';
[x,kerA]=linsolve(A,b);
e1=abs(x(1)/x(2));
Vf=exp(e1)
cla=abs(x(2))
R1a=v(1)/Vf
deff("z=f(t)",["z=Vf*R1a^exp(-c1a*(t-t(1)))"]);
erperc=[(f(t)-v)./v];
subplot(1,2,1)
plot(v','r*')
plot(f(t))
    xtitle("Esp. 1. Valores do modelo BACO2 e do ajustamento","Idade-
10","Número");
xgrid();
//espécie 2
q=size(M);
aq=q(1); dad=aq(1,1);
t=10:1:T+10;
v=M(:,2)';
g=dad;n=g-20;m=g;n1=n;
s=[log(v)];
t1=[t(1,1:1:n)];
v1=[v(1,1:1:n)];
s1=[log(v1)];
int1=intsplin([t1],s1);
int2=intsplin([t],s);
b=[s(n)-s(1),s(m)-s(1)];
A=[t(n)-t(1) int1;t(m)-t(1) int2];
b=b';
[x,kerA]=linsolve(A,b)
e1=abs(x(1)/x(2));
Vf=exp(e1)
c2a=abs(x(2))
R2a=v(1)/Vf
deff("z=f(t)",["z=Vf*R2a^exp(-c2a*(t-t(1)))"]);
erperc=[(f(t)-v)./v];
subplot(1,2,2)

```

Caixa 19.2. Continuação

```

plot(v', 'r*')
plot(f(t))
xlabel("Esp. 2. Valores do modelo BACO2 e do ajustamento","Idade-10","Número");
xgrid()
disp([cla c2a R1a R2a])
//_____
//_____
//M, T, P para as duas espécies
b=a-1;
//número inicial de indivíduos para fins de simulação
n0 = p1/w;
//Valor final da densidade
f = n0/R1a;
//criar um numerador para as classes
num = 1;
disp("Sp. 1")
disp(" Classe Freqüência permanência transição mortalidade Idade inicial")
for j = 0:a:w-a //ciclo para cada classe
    t = 0; //variável para criar um somatório
    m = 1; //variável para criar um produto
    for i = j:1:j+b //ciclo para cada ano da classe
        g = exp(-cla * i); //cálculo da exponencial
        p = f * R1a ^ g; //cálculo da densidade do ano
        t = t + p; //acumular as densidades
        //criar produto das taxas de mortalidade
        m = cla * log(R1a) * g * m;
    end
    gg = exp(-cla * (j+a));
    //número de árvores na primeira idade da classe seguinte
    q = f * R1a ^ gg;
    //multiplicar a média anual geométrica pelo número de anos da periodicidade
    m = h * m^(1/a) ;
    //calcular a fracção anual das que transitam pela periodicidade
    tr = h * q / t;
    //subtrair á unidade a taxa de mortalidade e a fracção
    //que transita para obter a fracção das que permanecem
    pr = 1 - m - tr;
    disp([num,int(t),pr,tr,m,j+10])
    num = num + 1;
end
disp("Sp. 2")
R = R2a; c = c2a;
//número inicial de indivíduos para fins de simulação
n0 = p2/w;
//Valor final da densidade
f = n0/R;
//criar um numerador para as classes
num = 1;
disp(" Classe Freqüência permanência transição mortalidade Idade inicial")

```

Caixa 19.2. Continuação

```

for j = 0:a:w-a //ciclo para cada classe
    t = 0; //variável para criar um somatório
    m = 1; //variável para criar um produto
    for i = j:1:j+b //ciclo para cada ano da classe
        g = exp(-c * i); //cálculo da exponencial
        p = f * R ^ g; //cálculo da densidade do ano
        t = t + p; //acumular as densidades
        //criar produto das taxas de mortalidade
        m = c * log(R) * g * m;
    end
    gg = exp(-c * (j+a));
    //número de árvores na primeira idade da classe seguinte
    q = f * R ^ gg;
    //multiplicar a média anual geométrica pelo número de anos da periodicidade
    m = h * m^(1/a) ;
    //calcular a fracção anual das que transitam pela periodicidade
    tr = h * q / t;
    //subtrair á unidade a taxa de mortalidade e a fracção
    //que transita para obter a fracção das que permanecem
    pr = 1 - m - tr;
    disp([num,int(t),pr,tr,m,j+10])
    num = num + 1;
end
//Valores de tb(t) das classes
z=[1:a];in=median(z);
t=in:a:w;
trmp=[-cla*log(R1a)*exp(-c1a*t)];
trmh=[-c2a*log(R2a)*exp(-c2a*t)];
trbp=[-c1*log(r1^(2.6666/-2))*exp(-c1*t)];
trbh=[-c2*log(r2^(2.6666/-2))*exp(-c2*t)];
btp=trbp./trmp;
btp=btp';
bth=trbh./trmh;bth=bth';
disp("Valores de tb(t) das classes de cada espécie")
disp("Espécie 1 Espécie 2")
BT=[btp, bth];
disp(BT)
endfunction

```

Caixa 19.3. Programa PAMIPpiQro

```
//(c) Luís Soares Barreto, 2010
//Program PAMIPbQro
//4 classes de 20 anos

clear
clf
//Matriz de Leslie do Ppi
ap=[0 1.82 2 0.2;
0.1066 0.6569 0 0;
0 0.1838 0.7148 0;
0 0 0.2243 0.7364];
//Matriz de Leslie do Qro
aq=[0 0.472 2 2;
0.1120 0.6654 0 0;
0 0.1894 0.7193 0;
0 0 0.2259 0.7386];
//Populações iniciais
ip=[5000 0 0 0]';
iq=[5000 0 0 0]';
P=[ip];
Q=[iq];
//Projeção
for i=1:20
    p=ap*ip;
    q=aq*iq;
    ip=p; iq=q;
    P=[P p]; Q=[Q q];
end

//Gráficos
subplot(2,1,1)
plot(P')
xlabel("População de pinheiro","Tempo, períodos","Número de árvores")
subplot(2,1,2)
plot(Q')
xlabel("População de carvalho","Tempo, períodos","Número de árvores")
//Imprimir
P=P';
Q=Q';
disp("Estrutura etária estável do pinheiro")
int(P(21,:))
disp("Estrutura etária estável do carvalho")
int(Q(21,:))
```

19.5 PAMI com Estrutura Dimensional

Podem surgir situações em que sejam consideradas classes de dap, em cada classe de idade. Suponhamos um hipotético PAMI com a seguinte matriz de Leslie:

$$a = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (19.3)$$

As frequências das classes de idade é dada pelo vector:

$$n = [24 \ 15 \ 6 \ 3]' \quad (19.4)$$

Cada classe de idade tem três classes de dap: pequena, média, grande. Assumamos num período de projecção as árvores que transitam fazem-no para a classe homóloga de dap, da classe de idade seguinte. O vector das frequências das classes de idade é desagregado nas classes de dap do seguinte modo:

$$n_d = [9 \ 8 \ 7 \ 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]' \quad (19.5)$$

Para calcular a nova matriz de um PAMI com i classes de idade e d classes de dap, escrevemos o programa `clasi&dap`, que inserimos na caixa 19.4.

Para a situação acima descrita, a saída do programa é a seguinte:

```
>b
b =
0.1 0.1 0.1 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0.3 0.3 0.3 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.4 0.4 0.4 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.2 0.2 0.2
0.1 0. 0. 0.2 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0.1 0. 0. 0.2 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0.1 0. 0. 0.2 0. 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0.2 0. 0. 0.5 0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0.2 0. 0. 0.5 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.3 0. 0. 0.2 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.3 0. 0. 0.2 0.
0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.3 0. 0. 0.2
```

Dispondo-se da matriz de Leslie de cada população, é possível aplicar a cada uma delas a análise intra-anual idêntica à explicitada na sub-secção 7.5.4.

```

// (c) Luís Soares Barreto, 2010)
// Programa clasid&dap
// frequências das classes de idade
x=[24 15 6 3]';
// Matriz de transição
a=[0.1 0.3 0.4 0.2;
   0.1 0.2 0 0;
   0 0.2 0.5 0;
   0 0 0.3 0.2];
// Número de classes de idade i
i=4;
// Número de classes de dap d
d=3;
//
// Frequências das classes de dap das classes de idade
y=[9 8 7 6 5 4 3 2 1 1 1 1]';
m11=[a(1,1)*ones(1,d), zeros(1,(i-1)*d)]
m12=[zeros(1,d) a(1,2)*ones(1,d) zeros(1,(i-2)*d)]
m13=[zeros(1,(i-2)*d) a(1,3)*ones(1,d) zeros(1,(i-3)*d)]
m14=[zeros(1,(i-1)*d) a(1,4)*ones(1,d) ]
// Sub-matriz do recrutamento
b1=[m11;
     m12;
     m13;
     m14];
// Sub-matriz da transição
e=eye(3,3);
m21=a(2,1)*e;m22=a(2,2)*e;m23=zeros(d,d);m24=zeros(d,d);
m31=zeros(d,d);m32=a(3,2)*e;m33=a(3,3)*e;m34=zeros(d,d);
m41=zeros(d,d);m42=zeros(d,d);m43=a(4,3)*e;m44=a(4,4)*e;
b2=[ m21 m22 m23 m24;
     m31 m32 m33 m34;
     m41 m42 m43 m44] ;
// Matriz final
b=[b1;b2]

```

19.6 Simulação Estocástica de PAMI

Depois do que expus no capítulo 13, dado que as populações dos PAMI podem ser tratadas individualmente, a simulação estocástica destes são uma extensão da simulação dos PAPI. Embora a omissão do que preenche esta secção pudesse ser ignorado sem prejuízo da exposição da minha teoria, em benefício da completude e de propósitos didácticos, apresento dois modelos de simulação estocástica de PAMI.

A primeira simulação estocástica é a de um PAMI de Qro e Fex. São consideradas seis classes de idade de 20 anos, cada uma, no intervalo dos 10 aos 129 anos.

Caixa 19.5. Programa estQrFeCl6

```

//(C) Luís Soares Barreto, 2010
//Programa estQrFeCl6
//Classes de idade 10-29;30-49;....110-129;
//Simétrico de um PAMR de Qro+Fex
//com 40% de árvores de Qro aos 10 anos; periodicidade de 5 anos
Q=[];F=[];
//População inicial de carvalho
x1 = 257; x2 = 48; x3 = 23; x4 = 17; x5 = 14; x6 = 13;
//População inicial de freixo
w1 = 380; w2 = 70; w3 = 33; w4 = 24; w5 = 21; w6 = 19;
//Variáveis auxiliares
x11 = x1; x12 = x2; x13 = x3; x14 = x4; x15 = x5; x16 = x6;
w11 = w1; w12 = w2; w13 = w3; w14 = w4; w15 = w5; w16 = w6;
for i = 1:25
    x1 = 249.525543 + .357601 * x1 - .3009 * x2 - .7304 * x3 -...
    1.0651 * x4 - 1.2542 * x5 - 1.3471 * x6;
    x2 = int( .076589 * x1 + .603282 * x2);
    x3 = int(.152349 * x2 + .686395 * x3);
    x4 = int(.201147 * x3 + .725552 * x4);
    x5 = int(.226695 * x4 + .737082 * x5);
    x6 = int(.239102 * x5 + .744091 * x6);
    //Introduzir estocacidade no recrutamento
    a=grand(1,'nor',0,1)*50;
    x1 = int(x1+a);
    //Vector dos valores periódicos
    q=[x1 x2 x3 x4 x5 x6];Q=[Q ;q];

    w1 = 296.8741 + .353060 * w1 - .1560 * w2 - .3082 * w3 - .4187 * w4...
    - .4820 * w5 - .5145 * w6;
    w2 =int( .074913 * w1 + .601372 * w2);
    w3 = int(.151451 * w2 + .685926 * w3);
    w4 =int( .200873 * w3 + .721487 * w4);
    w5 =int( .22667 * w4 + .737114 * w5);
    w6 =int( .239143 * w5 + .744135 * w6);
    //Introduzir estocacidade no recrutamento
    a=grand(1,'nor',0,1)*50;
    w1 = int(w1+a);
    //Vector dos valores periódicos
    f=[w1 w2 w3 w4 w5 w6];F=[F; f];
end
clf
subplot(2,1,1)
plot(Q)
xlabel("População do carvalho","Períodos","Nº de árvores")
subplot(2,1,2)
plot(F)
xlabel("População do freixo","Períodos","Nº de árvores")

disp("Carvalho. Frequências finais das classes")
q
disp("Freixo. Frequências finais das classes")
f

```

19 Povoamentos Mistos Auto-Desbastados Irregulares

A modelação utilizada é a descrita na subsecção 7.5.1 (equações de diferenças). A estocacidade é introduzida somando ao recrutamento uma variável igual a 50 multiplicado por uma variável aleatória de distribuição norma de média zero e desvio padrão 1. A listagem do programa consta da caixa 19.5.

A saída escrita do programa é a seguinte:

```
Carvalho. Frequências finais das classes
q =
    192.    48.    22.    16.    13.    12.

Freixo. Frequências finais das classes
f =
    326.    70.    32.    23.    19.    17.
```

Execução completada.

A saída gráfica é a da figura 19.5.

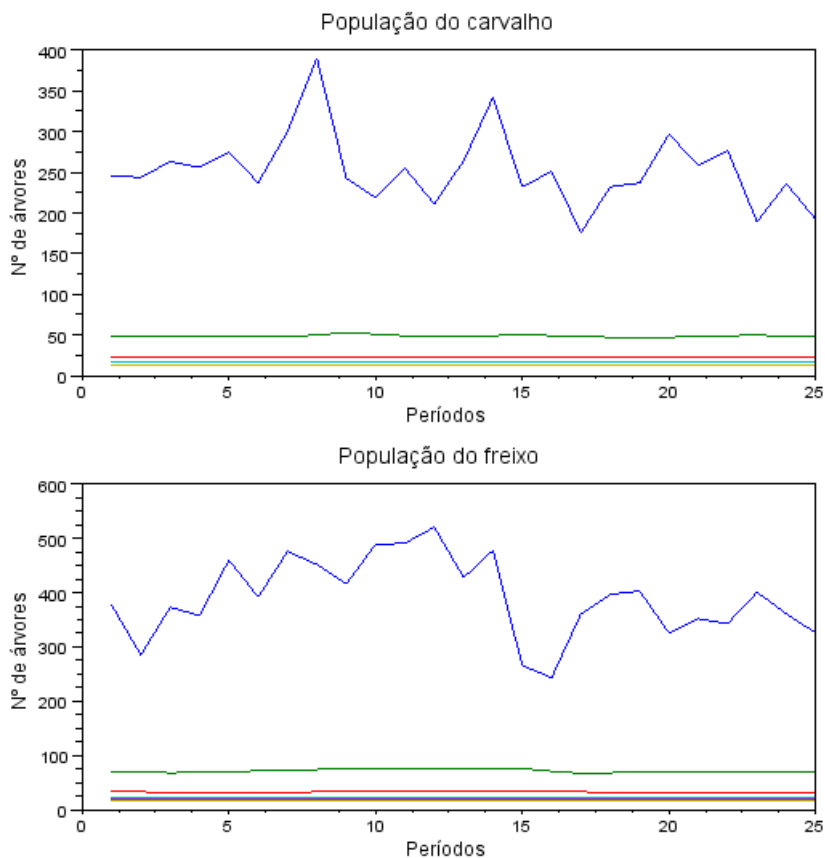


Figura 19.5 saída gráfica do programa estQrFeCl6

A segunda simulação abrange um PAMI com *Alnus rubra* (Aru), Pme e Psi. Estes povoamentos existem na América do Norte. O modelo assume que a Aru atinge os 89 anos, o que só

acontece excepcionalmente. Esta curta longevidade da folhosa, condiciona o número de classes de idade e sua abrangência etária.

São consideradas quatro classes de idade de 20 anos, cada uma, no intervalo dos 10 aos 89 anos. A modelação é matricial (periodicidade=5 anos) e são apresentadas dois refinamentos, comparando com o programa anterior: a) é feito o controlo da área ocupada pelas árvores, de modo a não serem excedidos os 10000 m² do ha; b) são feitas 1000 projecções, mas só são consideradas as 100 últimas, para evitar valores da fase de transição.

O procedimento para introduzir a estocacidade é o descrito na subsecção 13.5.1. No cálculo da taxa de crescimento não é achado o logaritmo da razão entre os valores totais de dois períodos consecutivos.

A saída escrita do programa é o tamanho final de cada população, pela ordem Aru, Pme, Psi. Na simulação que reproduzimos, só a população de Aru sobrevive:

```
592.    0.    0.
```

```
Execução completada.
```

A saída gráfica insere-se na figura 19.6.

Caixa 19.6. Programa estAruPmePsi

```

//(c) Luís Soares Barreto, 2010
//Programa estAruPmePsi
//Aru+Pme+Psi simétrico de PAMR com
// proporções iguais das três espécies, aos 10 anos
//Classes 10-29;30-49;50-69;70-89;
clf
cic = 1000;
//Criar variáveis
b=[];are=[];densidade=[];areaoc=[];tc=[];
YR=[];YM=[];YS=[];
//Populações iniciais
yar=[304 37 17 13]';yam=[303 37 17 13]';yas=[303 37 17 13]';
yr=yar;ym=yam;ys=yas;a=1;
//Variável auxiliar e do processo estocástico
ant = 1;r=5;
//Áreas ocupadas pelas árvores médias das classes
are=[4.448 43.761 95.494 126.550 3.960 30.183 63.780 85.082...
      3.972 29.375 59.420 77.107];
//Estruturas etéreas estáveis
frac=[.2736274      .0333033      .0153015      .0117012...
       .2727273      .0333033      .0153015      .0117012...
       .2727273      .0333033      .0153015      .0117012];
//Matrizes de Leslie
ar=[ .7735369      .9282443      1.0829517      1.237659;...
     0.052 0.590 0 0;...
     0 0.148 0.692 0;...
     0 0 0.207 0.740];
am=[ .773      .9282443      1.0829517      1.237659;...
     0.052 0.590 0 0;...
     0 0.148 0.692 0;...
     0 0 0.207 0.740];
as=[ 0.      3.9      4.8713826      5.8456592;...
     0.052 0.590 0 0;...
     0 0.148 0.692 0;...
     0 0 0.207 0.740];
//Projeções
for i = 1:cic
n=sum(yr)+sum(ym)+sum(ys);ri=0;
//Introduzir estocacidade
s0=grand(1,'nor',6,0.25);s = exp(s0);
m = (log(1) - log(r)) / s;
c = r * exp(m * n);
ar(1, :)=c*[ .7735369      .9282443      1.0829517      1.237659];
am(1, :)=c*[ .773      .9282443      1.0829517      1.237659];
as(1, :)=c*[ 0.      3.9      4.8713826      5.8456592];
[yr]=int(ar*yar);[ym]=int(am*yam);[ys]=int(as*yas);y=[yr;ym;ys];
yar=yr;yam=ym;yas=ys;
den=sum(y);art=sum(are.*y');
//Controlar a não excedência da área disponível de 10000 m.q.
while art > 10000
den = den - 1;
y=den*frac';

```

Caixa 19.6. Continuação

```
art=sum(are.*y');
end
yar=y(1:4,1);yam=y(5:8,1);yas=y(9:12,1);
//Taxa de crescimento
gro = den / ant; ant = den;
//Guardar só as últimas 100 simulações das 1000 feitas
if i>cic-101 then
    densidade=[densidade den];
    areaoc=[areaoc art];
    tc=[tc gro];
    YR=[YR sum(yar)];
    YM=[YM sum(yam)];
    YS=[YS sum(yas)];
end
end
subplot(221)
plot(densidade)
xlabel("Densidade total","Períodos","N° de árvores")
subplot(222)
plot(areaoc)
xlabel("Área utilizada","Períodos","Metros quadrados")
subplot(223)
plot(tc)
xlabel("Taxas de crescimento","Períodos","N° de árvores")
ESP=[YR;YM;YS]';
subplot(224)
plot([ESP])
legend(["Aru","Pme","Psi"],1)
xlabel("Número total de árvores de cada espécie","Períodos","N° de árvores")
disp([sum(yar) sum(yam) sum(yas)])
```

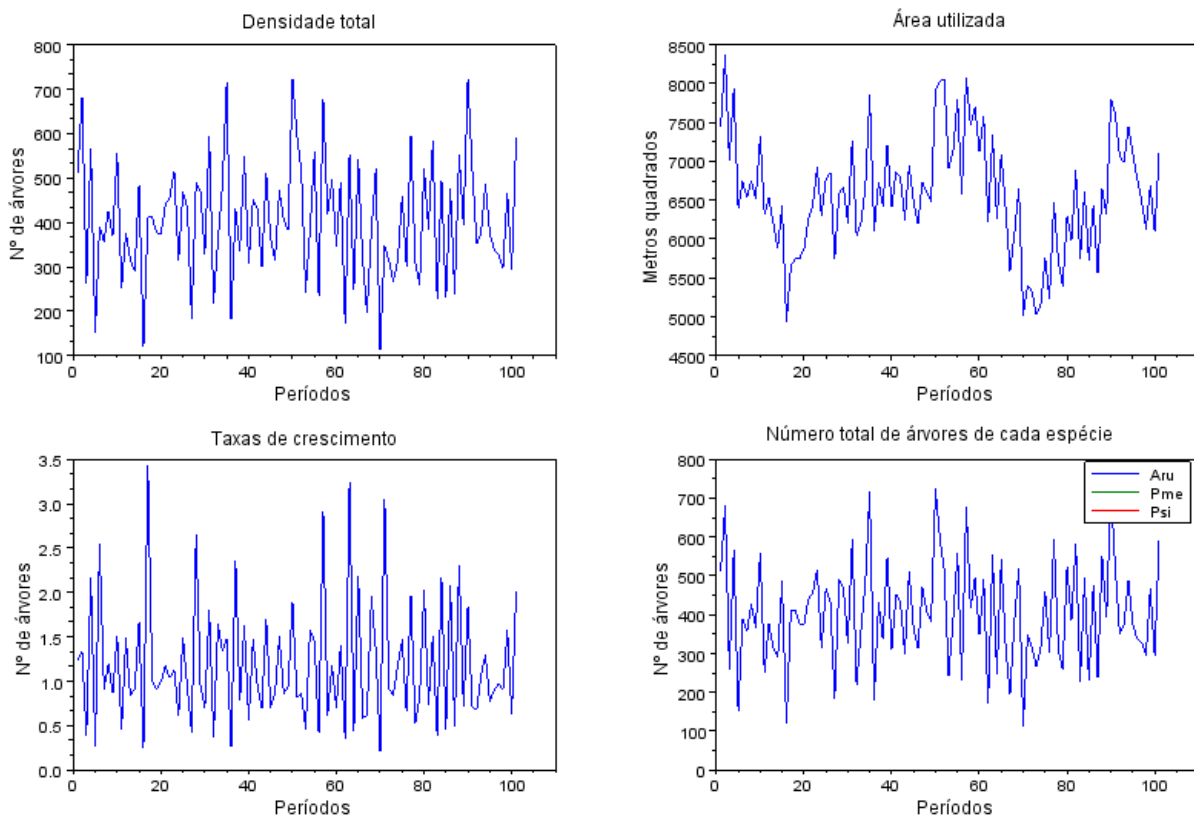


Figura 19.6. saída do programa estAruPmePsi

Encerro a secção chamando a atenção para o facto de a modelação estocástica no contexto matricial de populações ser largamente abordada na literatura atinente (Caswell, 2001; Tuljapurkar e Caswell, 1997).

19.7 A Finalizar

Dado o exposto no capítulo 7, podemos abordar os PAMI tanto numa perspectiva discreta como continua. A modelação matricial, que tenho vindo a explorar, revela algumas vantagens:

- Os modelos matriciais são simples, inteligíveis e, no contexto da minha teoria, fáceis de estabelecer.
- Os modelos matriciais são das áreas da ecologia das populações mais solidamente estabelecidas, abrangentes e com uma vasta gama de recursos analíticos, que numa perspectiva de conservação e preservação podem ser de elevada utilidade no ordenamento dos povoamentos irregulares, tanto puros como mistos. Sobre esta asserção compulse-se Caswell (2001) e Tuljapurkar e Caswell (1997).
- Os modelos matriciais podem ser facilmente inseridos em modelos mais abrangentes, de apoio à tomada de decisões de gestão.

Se o leitor quer familiarizar-se com este tipo de modelos, uma obra mais acessível que as atrás referidas é [Keyfitz e Caswell \(2005\)](#).

Deste capítulo, devemos reter duas conclusões finais e relevantes:

- Os PAMI não estão condenados a uma exclusiva abordagem empírica e regressiva.
- É possível inseri-los no contexto dum sistema teórico e simultaneamente situa-los no seio da ecologia das populações.

Uma questão em debate é o risco de a generalização de uma silvicultura centrada nos povoamentos mistos irregulares poder conduzir a uma paisagem dominada por floresta clímax, onde só os estratégias K têm lugar (e.g., Spiecker, 2006), com prejuízo da manutenção de um nível elevado da biodiversidade.

19.8 Bibliografia

- Barreto, L. S., 1997. Coexistence and Competitive Ability of Tree Species. Elaborations on Grime's Theory. *Silva Lusitana*, 5(1):79-93.
- Barreto, L. S., 1999. US-EVEN. A Program to Support the Forestry of Some Even-Aged North_American Stands. *Silva Lusitana*, 7(2):233-248.
- Barreto, L. S., 2002. *Uneven-Aged Stands of Pinus pinaster Ait. For Protection*. Research Paper SB-01/02. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2003a. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands: A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Revised version submitted to *Silva Lusitana*.
- Barreto, L. S., 2003b. SB-BACO 4. A Gompertzian Discrete Model for Tree Competition. *Silva Lusitana*, 11(1):77-89.
- Barreto, L. S., 2003c. *The Blended Geometry of Self-Thinned Uneven-Aged Mixed Stands*. Research Paper SB-04/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. Revised version submitted to *Silva Lusitana*.
- Barreto, L. S., 2004a. *Tree Competition: Concepts, Models, and Patterns*. Research Paper SB-01/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2004b. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands: A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia. . Revised version submitted to *Silva Lusitana*.
- Barreto, L. S., 2004c. *Software SB-ROBLE e SB-BRAMIX*. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia.
- Barreto, L. S., 2008. The Reconciliation of the r-K, and S-C-R Models for Life-History Strategies. *Silva Lusitana*, 16(1):97-103.
- Barreto, L. S., 2009a. Growth, Regeneration, and Survival Indices for Tree Species. *Silva Lusitana*, 17(1):83-95.
- Barreto, L. S., 2009b. *An Ecological Underpinned Approach to the Management of Natural Mixed Uneven-Aged Forests*. Preprint 04/09. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.
- Barreto, L. S., 2009c. *The Simulation of Thinning in Mixed Even-Aged Stands*. Preprint 03/09. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*.
- Buongiorno, J., B. R. Michie, 1980. A Matrix Model for Uneven-Aged Forest Management. *For. Sci.*, 26:609-625.
- Caswell, H., 2001. *Matrix Population Models. Construction, Analysis, and Interpretation*. Sinauer Associates, Inc. Publishers, Sunderland, MA.
- Collier, B. D., G. W. Cox, A. W. Johnson, and P. C. Miller, 1973. *Dynamic Ecology*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA.
- Keyfitz, N. e H. Caswell, 2005. *Applied Mathematical Demography*. Terceira edição. Springer, New York.
- Odum, E. P., and G. W. Barrett, 2005. *Fundamentals of Ecology*. Fifth edition. Thomson Brooks/Cole, Belmont, CA, USA.
- Sprecker, H., 2006. Minority Trees – A Challenge for Multi-purpose Forestry. In J. Diaci, Editor, *Nature Based Forestry in Central Europe. Alternatives to Industrial Forestry and Strict Preservation*. Studia Forestalia Slovenica Nº 126. Department of Forestry, Biotechnical Faculty, University of Ljubljana, Renewable Forest Resources, Slovenia, p. 47-59.
- Tuljapurkar, S. e H. Caswell, 1997. *Structured-Populations Models in Marine, Terrestrial, and Freshwater Systems*. Chapman & Hall, New York.

20 O Desbaste dos Povoamentos Mistos

20.1 Introdução

A coerência e unidade da teoria, que proponho, permite estender o método SB-BARTHIN (capítulo 10), ao desbaste dos PAMR, recorrendo às equações (14.1) a (14.3), sem qualquer dificuldade nem descontinuidades de qualquer tipo. As simulações que apresento neste capítulo não pretendem corresponder a nenhum PAMR existente, e são introduzidas com o único propósito ilustrativo da capacidade operacional da teoria.

Considerarei um PAMR de pinheiro bravo e carvalho comum e ilustrarei um desbaste pelo baixo, e outro neutro.

Para efeitos de programação recorro às equações descritas no quadro 10.4, para o pinhal bravo.

A principal fonte deste capítulo é Barreto (2009).

20.2 Simulação de um Desbaste pelo Baixo

Começo pelo desbaste pelo baixo, num PAMR crescendo numa estação de boa qualidade, para as duas espécies. Nestas condições, o efeito do desbaste sobre o crescimento em altura é residual, e não será considerado.

Do quadro 10.4, para o pinheiro bravo, extraio a equação seguinte, que aplico a esta situação:

$$Rd=0.902345+0.433278 F_{WB}+0.922878 id-3.406667 F_{WB} id-0.158167 id^2 \quad (20.1)$$

Para efeitos exclusivos de ilustração, aceito para o carvalho a equação arbitrária:

$$Rd=0.9021+0.269111 F_{WB}+0.916969 id-3.40667 F_{WB} id-0.151867 id^2 \quad (20.2)$$

Como já disse, os valores do factor de Wilson-Barreto e da intensidade do desbaste, para cada espécie, são calculadas recorrendo às eqs. (14.1)-(14.3).

Aos 40 anos de idade, são retiradas 54 árvores de pinheiro.

A saída do simulador que utilizei insere-se na caixa 20.1, e nas figuras 20.1 e 20.2.

Na figura 20.1, a diminuição brusca do número de árvores de pinheiro assinala o desbaste. O aumento da proporção das árvores de carvalho, que se lhe segue, provoca a diminuição do valor de $b(t)$. O volume em pé do carvalho cresce mais depressa que em povoamento puro ($b(t)>1,5$) e o do pinheiro decresce ($b(t)<1$).

Passo a comentar a figura 20.2.

- O brusco aumento do dap médio do pinheiro assinala o desbaste pelo baixo.
- A dinâmica dos volumes em pé das espécies é consistente com os valores de $b(t)$ apresentados na figura anterior.

- O gráfico inferior direito exibe os valores de R_{-2} em povoamento puro (linhas horizontais) e durante o crescimento do misto. A idade t_0 é tomada igual a 20 anos. Para o carvalho, em PAMR temos $R_{-2}=24.76407$, e para o pinheiro $R_{-2}=2,97$. Comparando os valores de R_{-2} para as situações puro e misto, para o carvalho vemos que a sua mortalidade decresceu, de acordo com a sua dominância competitiva, passando-se o contrário com o pinheiro. Esta razão no PAMR, tem um aumento brusco aos 40, traduzindo a maior proporção do carvalho depois do desbaste. Esta variação da mortalidade é consistente com as dinâmicas dos volumes em pé das espécies.

Na caixa 20.1, exibo as estruturas dimensionais iniciais (20 anos) e finais (90 anos) assim como os valores médios finais. Aos 90 anos, o pinheiro bravo tem menos 225 árvores que em PAMR, e o carvalho mais 192 árvores.

Caixa 20.1. Dados numéricos da simulação do desbaste pelo baixo

Nº de árvores de P. pinaster aos 90 anos, puro e misto:

333. 108.

Nº de árvores de Q. roburaos 90 anos, puro e misto:

241. 433.

Desbaste pelo baixo do P. pinaster aos 40 anos, removendo 54 árvores

Intensidades do desbaste para o pinheiro e o carvalho e Rd para ambos

0.01532 0.01532 1. 1.00033

Povoamentos iniciais aos 20 anos

Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volumes em pé

12.3632	9.	9.34428	0.48935
18.5448	177.	14.3758	33.5162
24.8702	552.	19.4074	254.142
31.0518	218.	23.7201	190.149
35.9396	3.	28.0328	4.16426

Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes em pé

6.8937	50.	9.65118	0.9567
13.7874	900.	11.3746	79.4921
20.6811	2892.	13.098	649.586
27.5748	1136.	14.8215	504.891
34.4685	17.	16.5449	12.9846

Caixa 20.1. Continuação

Povoamentos finais aos 90 anos			
P. pinaster: dap alturas volumes em pé			
41.9054	32.462	162.014	
Q. robur: dap alturas volumes em pé			
54.7995	34.6947	1762.62	
Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volumes em pé			
34.0359	77.	26.5598	91.8143
42.4956	30.	32.462	68.6953
49.1848	0.	38.3641	1.50443
Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes em pé			
18.2665	4.	25.5645	1.3513
36.533	78.	30.1296	112.279
54.7995	251.	34.6947	917.513
73.066	98.	39.2598	713.137
91.3325	1.	43.8249	18.3402
Execução feita.			

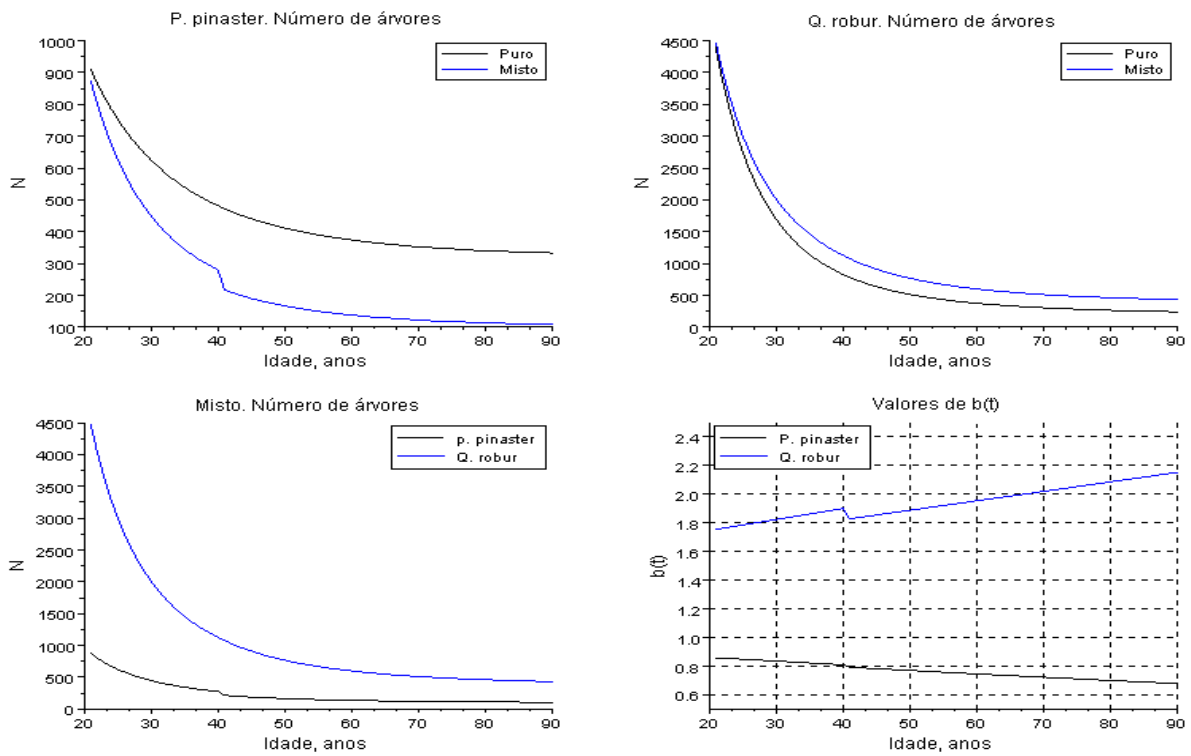


Figura 20.1. Primeira janela de gráficos da simulação do desbaste pelo baixo

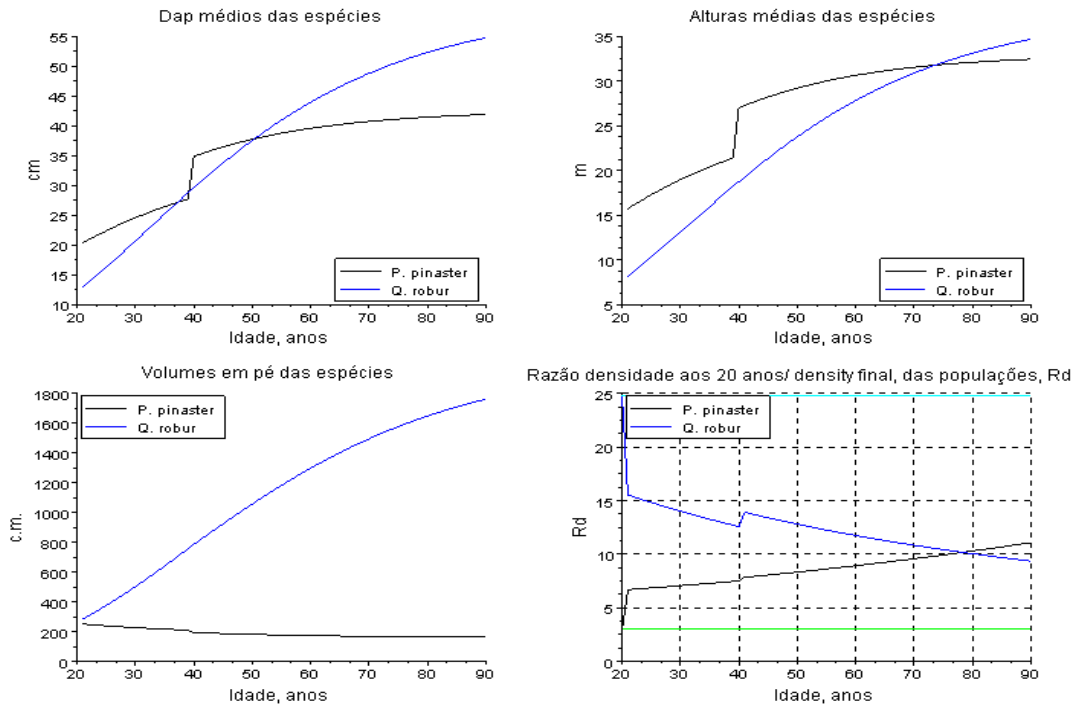


Figura 20.2. Segunda janela de gráficos da simulação do desbaste pelo baixo

20.2 Simulação de um Desbaste Neutro

O desbaste neutro ocorre num PAMR crescendo numa classe de qualidade média para as duas espécies, aos 40 anos.

Para estimar R_d e R_h , para o pinheiro, do quadro 10.4 obtenho as seguintes equações:

$$R_d = 0.939074 + 0.269111 F_{WB} + 0.916969 id - 3.331667 F_{WB} id - 0.126412 id^2 \quad (20.3)$$

$$R_h = 1.033299 - 0.159444 F_{WB} + 0.386754 id - 1.450000 F_{WB} id - 0.095238 id^2 \quad (20.4)$$

Repetindo o procedimento anterior, para o carvalho utilizo:

$$R_d = 0.939 + 0.27 F_{WB} + 0.917 id - 3.335 F_w id - 0.127 id^2 \quad (20.5)$$

$$R_h = 1.033 - 0.160 F_{WB} + 0.386754 id - 1.46 F_w ti - 0.095 id^2 \quad (20.6)$$

O simulador que executa este desbaste insere-se na caixa 20.3, e a sua saída na caixa 20.2 e figuras 20.3 e 20.4.

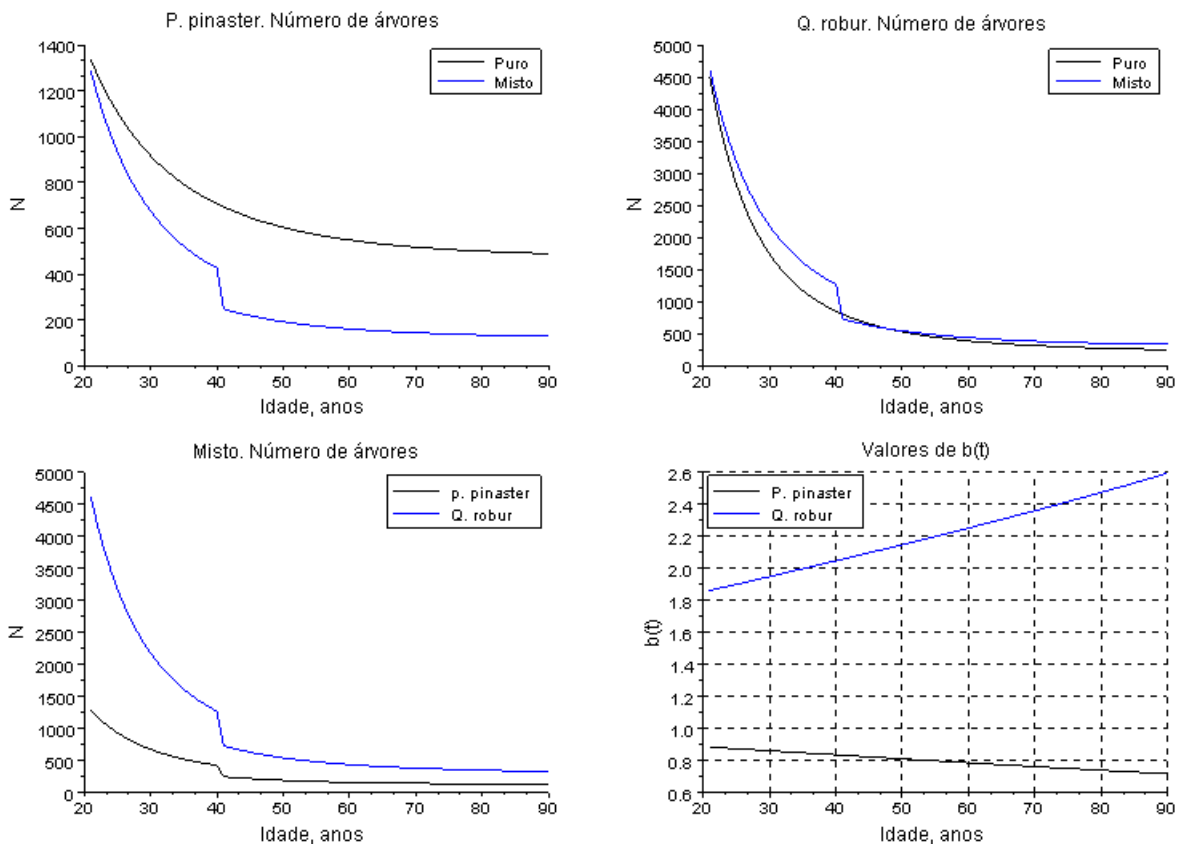


Figura 20.3. Primeira janela de gráficos da simulação do desbaste neutro

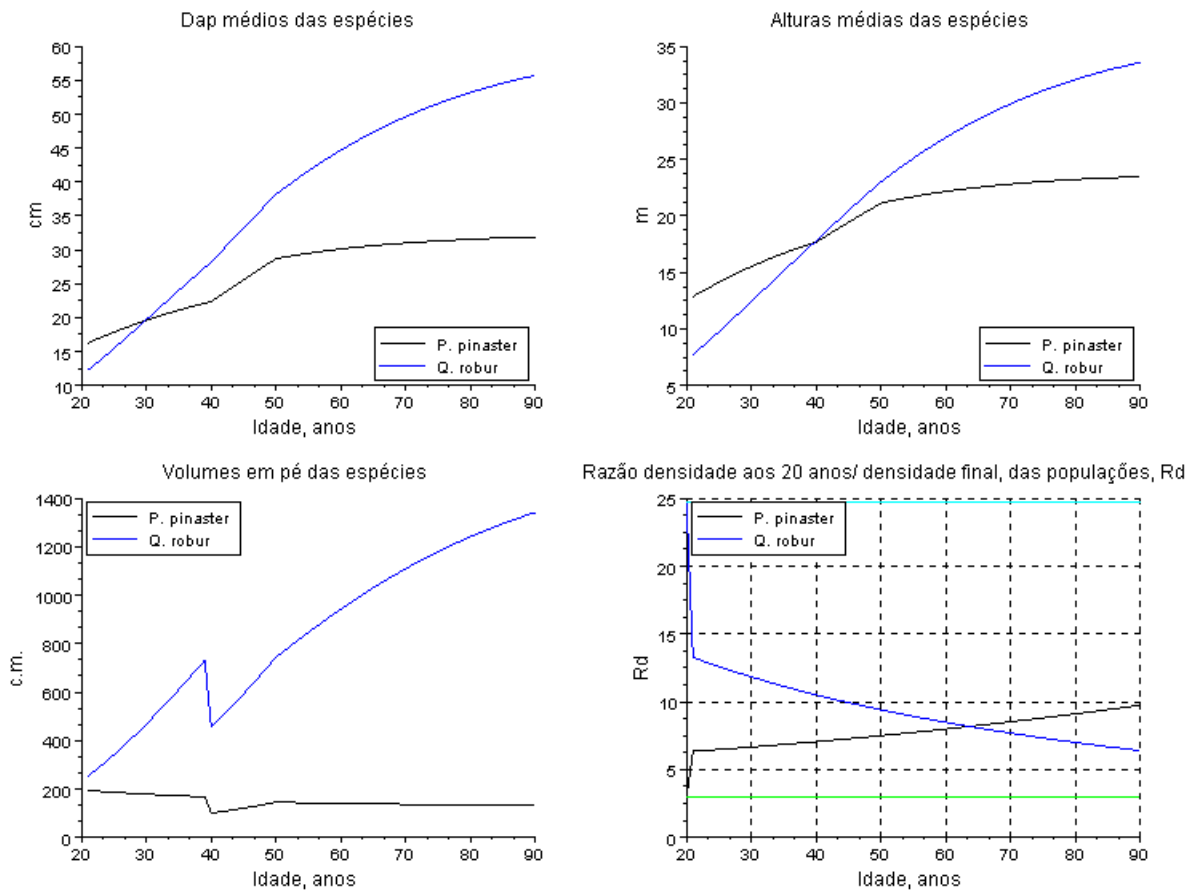


Figura 20.4. Segunda janela da simulação do desbaste neutro

Os comentários tecidos a propósito da figura 20.1 mantêm a sua pertinência para a figura 20.3. Os gráficos relativos ao número de árvores de cada espécie reflectem claramente o desbaste. Como o desbaste é neutro, e elimina 40% das árvores de todas as classes, a variação de $b(t)$ é suave e não evidencia nenhum "salto". Verifica-se igualmente que o volume em pé do carvalho é mais rápido que em povoamento puro ($b(t) > 1,5$) e o do pinheiro decresce ($b(t) < 1$).

Caixa 20.2. Dados numéricos da simulação do desbaste neutro

Nº de árvores de P. pinaster aos 90 anos, puro e misto:

489. 127.

Nº de árvores de Q. robur aos 90 anos, puro e misto:

247. 330.

Desbaste neutro aos 40 anos, removendo 103 árvores de pinheiro e 304 de carvalho

Intensidades do desbaste para o pinheiro e o carvalho e Rd para ambos

0.4 0.4 1.1877502 1.0669326

Rh para o pinheiro e o carvalho

1.104707 1.0196827

Povoamentos iniciais aos 20 anos

Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volumes em pé

9.8474369 13. 7.6191848 0.3679312

14.807095 260. 11.788173 25.919282

19.910511 811. 15.885281 197.04026

24.79829 320. 19.407357 146.58743

28.751641 4. 22.929433 2.9237944

Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes em pé

6.5490162 51. 9.1686226 0.8425881

13.098032 921. 10.788642 70.143076

19.647048 2961. 12.443131 574.26979

26.196065 1163. 14.06315 445.84227

33.089766 17. 15.717639 11.44922

Povoamentos finais aos 90 anos

P. pinaster: dap alturas volumes em pé

31.896897 23.472618 132.83816

Q. robur: dap alturas volumes em pé

55.720207 33.590101 1342.1579

Acréscimo do dap médio causado pelo desbaste, cm

3.0551048 4.5938073 6.1771098 7.6935122 8.9200141

Caixa 20.2. Continuação

Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volum
es em pé

16.006867	1.	11.51897	0.1310897
24.06872	23.	17.821803	9.2347438
32.36425	73.	24.015966	70.203191
40.309265	29.	29.340772	52.227425
46.735379	0.	34.665579	1.0417145

Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes
em pé

18.508461	3.	24.764321	1.0257035
37.016921	59.	29.139971	85.386913
55.525382	191.	33.608721	699.07291
74.033842	75.	37.984371	542.7349
93.516432	1.	42.453121	13.937421

Execução feita.

Caixa 20.3. Simulador para o desbaste neutro

```

//© Luís Soarers Barreto, 2010
// Utiliza o BAC02 e o método SB-BARTHIN
//P. pinaster+Q.robur
//Desbaste neutro aos 40 anos
// do P. pinaster
//valores aos 20 anos de tabelas de produção

c1=0.05;c2=0.041;r1=2.97;r2=24.76407;
R1=r1*ones(1,71);R2=r2*ones(1,71);
r1l=r1^(-0.5);r12=r2^(-0.5);;
//frequências das classes
p01=[13. 260. 811. 320 4];init1=sum(p01);
p02=[51 921 2961 1163 17];init2=sum(p02);
pi1=p01/pi2=p02;
w=[];k1=p01/r1;k2=p02/r2;dp=[];dq=[];
//valores finais dos dap
d1f=[13.7 20.6 27.7 34.5 40];
di1=d1f*(0.5802^exp(-0.5));
d2f=[19. 38. 57 76 96];
di2=d2f*(0.2009^exp(-0.41));
ad1f=[27.7 34.5 40];
//valores finais das alturas médias
H1f=[10.6 16.4 22.1 27.0 31.9];
H2f=[26.6 31.3 36.1 40.8 45.6];
Hi1=H1f*(0.5802^exp(-0.5));
Hi2=H2f*(0.2009^exp(-0.41));
vi1=4.1*10^(-5)*di1^1.743.*Hi1^1.256.*pi1;
vi2=exp(-2.86353)*di2^2.003.*Hi2^0.85925.*p02/1000;
//valores finais das alturas dominantes
h1df=29.32;h2df=37.1;
cop1=-c1*log(r1);
cop2=-c2*log(r2);
D1=[];D2=[];
alt1=[];alt2=[];V1=[];V2=[];rs1=[2.97];rs2=[24.76407];
mist01=sum(p01);mist02=sum(p02);y=1;
clf(0)
clf(1)
E1=[];E2=[];r1v=r1^(-1.5);r2v=r2^(-1.5);
P1=[];P2=[];e1=[];e2=[];
a=[0.939074 0.269111 0.916969 -3.331667 -0.126412];
a2=[0.939 0.27 0.917 -3.335 -0.127];
ah=[1.033299 -0.159444 0.386754 -1.45 -0.095238];
ah2=[1.033 -0.160 0.386754 -1.46 -0.095];
rd1=1;rd2=1;
rh1=1;rh2=1;

```

Caixa 20.3. Continuação

```

for q=0:0.01:70
    g=sum(p01)+sum(p02);

    //calcular novos valores de r1 e r2
    if y/100==int(y/100) then mr1=rm1*(1+g1*f1);
    end
    if y/100==int(y/100) then mr2=rm2*(1+g2*f2);
    end
    if y/100==int(y/100) then b1=c1*log(r1v)*exp(-c1*q)/mr1;
    end
    if y/100==int(y/100) then b2=c2*log(r2v)*exp(-c2*q)/mr2;
    end
    if y/100==int(y/100) then ra1=r11^(-3/b1);
    end
    if y/100==int(y/100) then ra2=r12^(-3/b2);
    end
    if y/100==int(y/100) then rs1=[rs1 ra1];;
    end
    if y/100==int(y/100) then rs2=[rs2 ra2];
    end

    cop1=-c1*log(r1);
    cop2=-c2*log(r2);
    ep1=exp(-c1*q);ep2=exp(-c2*q);
    rm1=cop1*ep1;rm2=cop2*ep2;
    f1=log(rm2/rm1);f2=log(rm1/rm2);g1=misto2/g;g2=misto1/g;
    d1=p01*(0.01*rm1*(1+g1*f1));
    d2=p02*(0.01*rm2*(1+g2*f2));

    p01=p01+d1;
    p02=p02+d2;
    misto1=sum(p01);
    misto2=sum(p02);

    //intensidade do desbaste para a competitividade do pinheiro

    if y/100==20 then id=(sum(p01*0.4)+sum(p02*0.4)*rm2/rm1)/
(misto1+rm2/rm1*misto2);
    end
    //Intensidade do desbaste de acordo com a competitividade do carvalho
    if y/100==20 then id2=((rm1/rm2)*sum(p01*0.4)+sum(p02)*0.4)/
(misto2+rm1/rm2*misto1);
    end
    //desbastar 40% das árvores
    if y/100==20 then p01=p01*0.6;
    end
    if y/100==20 then p02=p02*0.6;
    end
    HD1=h1df*0.5802^ep1;
    HD2=h2df*0.2009^ep2;

```

Caixa 20.3. Continuação

```

fw1=141.421/(HD1*sqrt(misto1+rm2/rm1*misto2));
fw2=141.421/(HD2*sqrt(misto2+rm1/rm2*misto1));

//efeito do desbaste sobre o crescimento do dap do pinheiro
if y/100==20 then
Rde=(a(1,1)+a(1,2)*fw1+a(1,3)*id+a(1,4)*fw1*id+a(1,5)*id^2)-1;
end
if y/100>=20 & Rde>0 then rd1=rd1+Rde*10^(-3);
end
if y/100>=20 & Rde>0 then d1f=[13.7 20.6 27.7 34.5 40]*rd1;
end
if y/100>=20 & Rde<0 then d1f=[13.7 20.6 27.7 34.5 40];
end
if y/100>=30 & Rde>0 then d1f=[13.7 20.6 27.7 34.5 40]*(1+Rde);
end
//efeito do desbaste sobre a altura do pinheiro
if y/100==20 then
Rdh=(ah(1,1)+ah(1,2)*fw1+ah(1,3)*id+ah(1,4)*fw1*id+ah(1,5)*id^2)-1;
end
if y/100>=20 & Rdh>0 then rh1=rh1+Rdh*10^(-3);
end
if y/100>=20 & Rdh>0 then H1f=[10.6 16.4 22.1 27.0 31.9]*rh1;
end
if y/100>=20 & Rdh<0 then H1f=[10.6 16.4 22.1 27.0 31.9];
end
if y/100>=30 & Rdh>0 then H1f=[10.6 16.4 22.1 27.0 31.9]*(1+Rdh);
end

//efeito do desbaste sobre a altura do carvalho
if y/100==20 then
Rh2=(ah2(1,1)+ah2(1,2)*fw2+ah2(1,3)*id2+ah2(1,4)*fw2*id2+ah2(1,5)*id2^2)-1;
end
if y/100>=20 & Rh2>0 then rh2=rh2+Rh2*10^(-3);
end
if y/100>=20 & Rh2>0 then H2f=[26.6 31.3 36.1 40.8 45.6]*rh2;
end
if y/100>=30 & Rh2>0 then H2f=[26.6 31.3 36.1 40.8 45.6]*(1+Rh2);
end
if y/100>=20 & Rh2<0 then H2f=[26.6 31.3 36.1 40.8 45.6];
end

//efeito do desbaste sobre o dap do carvalho
if y/100==20 then
Rde2=(a2(1,1)+a2(1,2)*fw2+a2(1,3)*id2+a2(1,4)*fw2*id2+a2(1,5)*id2^2)-1;
end

```

Caixa 20.3. Continuação

```

if y/100>=20 & Rde2>0 then rd2=rd2+Rde2*10^(-3);
end
if y/100>=20 & Rde2>0 then d2f=[19. 38. 57 76 96]*rd2;
end
if y/100>=30 & Rde2>0 then d2f=[19. 38. 57 76 96]*(1+Rde2);
end
if y/100>=20 & Rde2<0 then d2f=[19. 38. 57 76 96];
end

H1=H1f*0.5802^ep1;
H2=H2f*0.2009^ep2;

da1=d1f*0.5802^ep1;
da2=d2f*0.2009^ep2;

if y/100==int(y/100) then D1=[D1 mean(da1)];
end
if y/100==int(y/100) then D2=[D2 mean(da2)];
end

if y/100==int(y/100) then alt1=[alt1 mean(H1)];
end
if y/100==int(y/100) then alt2=[alt2 mean(H2)];
end
if y/100==int(y/100) then v1=4.1*10^(-5)*da1^1.743.*H1^1.256.*p01;
end
if y/100==int(y/100) then v2=exp(-2.86353)*da2^2.003.*H2^0.85925.*p02/1000;
end

if y/100==int(y/100) then V1=[V1 sum(v1)];
end
if y/100==int(y/100) then V2=[V2 sum(v2)];
end

if y/100==int(y/100) then E1=[E1 int(misto1)];
end
if y/100==int(y/100) then E2=[E2 int(misto2)];
end

if y/100==int(y/100) then P1=[P1 int(init1*2.97^(exp(-c1*q)-1))];
end
if y/100==int(y/100) then P2=[P2 int(init2*24.76407^(exp(-c2*q)-1))];
end

//taxa relativa de mortalidade
if y/100==int(y/100) then mr1=rm1*(1+g1*f1);
end
if y/100==int(y/100) then mr2=rm2*(1+g2*f2);
end

```

Caixa 20.3. Continuação

```

//b(t)
if y/100==int(y/100) then b1=c1*log(r1v)*exp(-c1*q)/mr1;
end
if y/100==int(y/100) then b2=c2*log(r2v)*exp(-c2*q)/mr2;
end
if y/100==int(y/100) then e1=[e1 b1];;
end
if y/100==int(y/100) then e2=[e2 b2];
end
y=y+1;
end
//densidades em povoamentos puros
puro1=int(init1*2.97^(exp(-c1*70)-1));
puro2=int(init2*24.76407^(exp(-c2*70)-1));

N=[E1;E2];esp1=[P1;E1];esp2=[P2;E2];B=[e1;e2];
z=21:90;

xset("window",0)
subplot(2,2,1)
plot2d(z,[esp1]')
xtitle("P. pinaster. Número de árvores","Idade, anos","N")
legend(['Puro';'Misto'])
subplot(2,2,2)
plot2d(z,[esp2]')
xtitle("Q. robur. Número de árvores","Idade, anos","N")
legend(['Puro';'Misto'])
subplot(2,2,3)
plot2d(z,[N]')
xtitle("Misto. Número de árvores","Idade, anos","N")
legend(['p. pinaster';'Q. robur'])
subplot(2,2,4)
plot2d(z,[B]')
xtitle("Valores de b(t)","Idade, anos","b(t)")
legend(['P. pinaster';'Q. robur'],3)
xgrid()

// _____

N2=[rs1;rs2;R1;R2];
D=[D1;D2];alt=[alt1;alt2];V=[V1;V2];
xset("window",1)
subplot(221)
plot2d(z,[D]')
xtitle("Dap médios das espécies","Idade, anos","cm")
legend(['P. pinaster';'Q. robur'],4)
subplot(222)
plot2d(z,[alt]')
xtitle("Alturas médias das espécies","Idade, anos","m")
legend(['P. pinaster';'Q. robur'],4)

```

Caixa 20.3. Continuação

```

subplot(223)
plot2d(z,[V]')
xlabel("Volumes em pé das espécies","Idade, anos","c.m.")
legend(['P. pinaster';'Q. robur'],2)
subplot(2,2,4)
z=20:90;
plot2d(z,[N2]')
xlabel("Razão densidade aos 20 anos/ density final, das populações, Rd","Idade, anos","Rd")
legend(['P. pinaster';'Q. robur'],2)
xgrid()
//
disp("Nº de árvores de P. pinaster aos 90 anos, puro e misto:")
disp([puro1 int(misto1)])
disp("Nº de árvores de Q. robur aos 90 anos, puro e misto:")
disp([puro2 int(misto2)])

disp("Desbaste neutro aos 40 anos, removendo 103 árvores de pinheiro e 304 de
carvalho")

disp("Intensidades do desbaste para o pinheiro e o carvalho e Rd para ambos")
if Rde>0 then Rd=1+Rde;
else Rd=1;
end
if Rde2>0 then Rd2=1+Rde2;
else Rd2=1;
end
disp([id id2 Rd Rd2])
disp("Rh para o pinheiro e o carvalho");
disp([1+Rdh 1+Rh2])

disp("Povoamentos iniciais aos 20 anos")
disp("Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volumes em pé")
disp([d1;int(p1);H1;v1]')
disp("Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes em pé")
disp([d2;int(p2);H2;v2]')

disp("Povoamentos finais aos 90 anos")
disp("P. pinaster: dap alturas volumes em pé")
disp([mean(da1) mean(H1) sum(v1)])
disp("Q. robur: dap alturas volumes em pé")
disp([mean(da2) mean(H2) sum(v2)])

if Rde>0 then disp("Acréscimo do dap médio causado pelo desbaste, cm");
end
if Rde>0 then disp(dlf*Rde);
end
disp("Classes de dap de P. pinaster: dap frequências alturas volumes em pé")
disp([da1;int(p01);H1;v1]')
disp("Classes de dap de Q. robur: dap frequências alturas volumes em pé")
disp([da2;int(p02);H2;v2]')

```

É meu entendimento que demonstrei cabalmente que a minha teoria pode ser estendida ao desbaste dos PAMR, sem dificuldade.

Uma questão que pode ser levantada é o efeito do desbaste nos PAMI. Hoje, a tendência é para explorar estes povoamentos extraíndo poucas árvores consideradas individualmente, espalhadas pelo arvoredo, ou em pequenos grupos. Nestas circunstâncias, o efeito deste tipo de exploração no crescimento das árvores remanescentes deverá ser negligenciável. De qualquer forma, há sempre a possibilidade de considerar cada classe de idade como uma espécie distinta e aplicar o método SB-BARTHIN, se se dispuser da informação necessária, para obter R_d e R_h para cada espécie. Trata-se então de uma questão de programação e computação.

20.3 Bibliografia

Barreto, L. S., 2009. *The Simulation of Thinning in Mixed Even-Aged Stands*. Preprint 03/09. Costa de Caparica. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*. em 2009.

AVALIAÇÃO

21 Apreciação da Teoria

21.1 Uma Visão Global do Livro

Com o propósito de facilitar a apreciação do livro acho conveniente apresenta a sua macro estrutura conceptual e a conectividade mais determinante.

Considero que os capítulos 2 a 7, 14 e 19 formam o núcleo duro da teoria.

Os capítulos 10, 13, 16, 17, 18 e 20 são de carácter híbrido. Não só ilustram a fecundidade da teoria permitido a sua aplicação a problemas do foro florestal, como também revelam a sua adesão a evidência empírica existente e permitem contextualizar mais amplamente alguns aspectos, como, por exemplo, a conformidade da resposta dos desbaste à lei dos retornos decrescentes.

No capítulo 15, além de testar com sucesso o modelo BACO2, também clarifico alguns aspectos da produtividade dos PAMR, para os quais não havia antes justificação.

Aplicações de escopo mais abrangente e com maior interface com a ecologia geral são os capítulos 8, 9, 11, 16 e as secções 15.5 a 15.7. Estes últimos cinco capítulos mencionados (8, 9, 11, 15 e 16) reforçam a fecundidade da teoria.

A elaboração deste capítulo beneficia da leitura de Bunge (2005:432-468; 2009:388-400), Mahner e Bunge (1997:128-133).

21.2 Unidade Semântica

Antes de prosseguir, introduzo uma definição, em prol do rigor da exposição. Uso agora o termo silvicultura, num sentido mais restrito, significando o ramo do saber que se ocupa da reconstrução conceptual dos padrões reais da estrutura e dinâmica das populações de árvores. É o conhecimento basal sobre o qual assenta a ciência florestal clássica, e é indispensável também a uma abordagem mais abrangente e sistémica do ordenamento florestal (e.g., ordenamento ecossistémico). Este esclarecimento é necessário pois anteriormente, como é frequente na literatura florestal, usei o termo como sinónimo de ciência florestal, tanto no seu aspecto exclusivamente teórico como também a sua aplicação ao aproveitamento dos recursos florestais.

Aqui chegados, assumo que as minhas elaborações não frustram o meu propósito de centrar mais profundamente a silvicultura na ecologia das populações, atenuar o seu carácter disjuncto, empírico e regressivo, apresentando um sistema de conceitos e leis que se entretecem numa teoria.

Para além do aspecto inovador da minha teoria, quer no aspecto de introduzir uma nova perspectiva para a abordagem do universo do meu discurso – as populações de árvores – quer por trazer novo conhecimento, ela evidencia elevado grau de sistematicidade, poder explicativo e abre novas perspectivas para a investigação florestal.

A minha teoria evidencia *unidade conceptual*, ilustrada nas figuras 1.5, 1.8, 1.12. O capítulo 2 proporciona consistência, homogeneidade e limitação semântica. As relações alométricas e outras equações introduzidas estabelecem formal e logicamente a conectividade conceptual. Verifica-se ainda:

- Ser a interpretação empírica dos conceitos isenta de qualquer ambiguidade.
- Recorrer a uma linguagem clara e exposição rigorosa.

21 Apreciação da Teoria

- A matematização da teoria permitir controlar a sua coerência interna, garantir a sua dedutibilidade e testar a sua validade com clareza, como fiz ao longo da exposição, apresentado a corroboração empírica disponível e pertinente.

21.3 Avaliação

Passo agora a sistematizar a apreciação da teoria à luz de seis critérios, a saber:

- C1. Evidência empírica
- C2. Consistência interna
- C3. Consistência externa
- C4. Poder unificador
- C5. Profundidade
- C6. Fecundidade

No que respeita ao primeiro critério, a evidência factual oportunamente inserida ao longo do texto sustentam a teoria tanto directamente, como através das aplicações com resultados igualmente corroborados empiricamente e fazendo a ligação à teoria ecológica geral.

A consistência interna é largamente sustentada pela unidade semântica da teoria, a sua matematização, e dedutibilidade formal. Também não detectei nenhuma incongruência entre resultados, ou de outra natureza, no contexto da exposição. A teoria revela um grau elevado de integração e proporciona uma descrição completa e adequada dos povoamentos florestais, na perspectiva da prática florestal. As ligações e referências cruzadas entre as várias componentes da exposição foram sempre correctamente enfatizadas no texto.

Como exarei na secção 15.8, como consequência desta coerência interna, as corroborações do capítulo 15 confirmam a teoria na sua globalidade.

Não detectei nenhuma incompatibilidade entre a minha teoria e nenhuma outra área do conhecimento, o que sustenta a sua coerência externa.

O sistema conceptual, que construí e apresentei, unifica vários domínios do conhecimento, como a evolução, a ecologia, nomeadamente das populações e a silvicultura. O quadro 15.1 e as elaborações a que está conectado são disto exemplo.

A minha teoria não é meramente descritiva e apresenta capacidade explicativa, como se depreende da sua estrutura enfatizada na secção 1.5 e aprofundada nas suas formalizações já divulgadas (Barreto, 2003, 2004).

A fecundidade da minha teoria é atestada pelo expedido nos capítulos 10, 13, 15, 16, 17, 18 e 20.

Tanto quanto sei, não existe nenhuma teoria alternativa que integre as árvores e os arvoredos num continuo conceptual e nomológico único, como aqui foi explanado.

Admito que a teoria exposta possa vir a ter impactes relevantes tanto na condução dos arvoredos, como na investigação florestal.

Termino solicitando ao leitor que medite, de espírito aberto, nas duas citações que insiro no início desta obra.

21.4 Bibliografia

Barreto, L. S., 2003. *A Unified Theory for Self-Thinned Pure Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-03/03. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.

Barreto, L. S., 2004c. *A Unified Theory for Self-Thinned Mixed Stands. A Synoptic Presentation*. Research Paper SB-02/04. Departamento de Engenharia Florestal, Instituto Superior de Agronomia, Tapada da Ajuda, Lisboa. Versão revista submetida à *Silva Lusitana*, em Maio de 2009.

Bunge, M. , 2005. *Philosophy of Science. From Problem to Theory*. Volume I. Revised Edition. Transaction Publishers, New Brunswick, U. S. A..

Bunge, M. , 2009. *Philosophy of Science. From Explanation to Justification*. Volume II. Revised Edition. Transaction Publishers, New Brunswick, U. S. A.

Mahner, M., and M. Bunge, 1997. *Foundations of Biophilosophy*. Springer, Berlin.