UNIVERSIDADE DE LISBOA

FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

CONTRIBUTO PARA A HISTÓRIA DAS INOVAÇÕES NO ENSINO DA MATEMÁTICA NO PRIMÁRIO: JOÃO ANTÓNIO NABAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA NO COLÉGIO VASCO DA GAMA

Rui Pedro Campos Bento Barros Candeias

Mestrado em Educação

Didáctica da Matemática

2007

UNIVERSIDADE DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO

CONTRIBUTO PARA A HISTÓRIA DAS INOVAÇÕES NO ENSINO DA MATEMÁTICA NO PRIMÁRIO: JOÃO ANTÓNIO NABAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA NO COLÉGIO VASCO DA GAMA

Rui Pedro Campos Bento Barros Candeias

Dissertação Apresentada para Obtenção do Grau de Mestre em Educação e na Especialidade de Didáctica da Matemática

Orientadora: Professora Doutora Maria Cecília Soares de Morais Monteiro

2007

RESUMO

O presente estudo, que se situa no âmbito da História do Ensino da Matemática, tem como objectivo contribuir para o conhecimento das inovações curriculares e didácticas que ocorreram no ensino da Matemática, ao nível do Ensino Primário, no período compreendido entre o início da década de 1960 e meados da década de 1980 (1960 – 1987), no contexto do Movimento da Matemática Moderna. Com este objectivo, este estudo centra-se no desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e no papel do seu fundador, João António Nabais, no desenvolvimento do ensino da Matemática no Primário. A investigação foi conduzida com uma metodologia baseada na investigação histórica, tendo como referência a história cultural. As principais fontes do estudo são os documentos escritos pelo próprio Nabais sobre o trabalho desenvolvido no Colégio Vasco da Gama, os depoimentos orais de pessoas que trabalharam com Nabais, os apontamentos de cursos, os materiais didácticos desenvolvidos por Nabais para o ensino da Matemática e os registos fotográficos. Sobre estes documentos, procedeu-se a uma análise do tipo qualitativo.

Foram formuladas as seguintes perguntas de investigação: Quando é que surgem as primeiras influências do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário em Portugal? Que papel teve o pedagogo João António Nabais na introdução das ideias da Matemática Moderna no Ensino Primário em Portugal? Que inovações didácticas e curriculares foram introduzidas por este pedagogo no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, que reflictam as ideias da Matemática Moderna? Que papel desempenhou Nabais na formação de professores do Ensino Primário em Portugal, no âmbito do ensino da Matemática? Que referências teóricas são explicitadas no discurso de Nabais, sobre o Ensino da Matemática?

No que diz respeito às primeiras influências do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário, destaca-se o trabalho realizado por algumas instituições do Ensino Privado, como é caso de João António Nabais no colégio Vasco da Gama, o desenvolvimento de projectos, como o de Modernização da Iniciação na Matemática no Ensino Primário, desenvolvido pelo Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, ou trabalho desenvolvido nalgumas escolas do magistério Primário.

Relativamente ao trabalho de João António Nabais, destaca-se o seu papel na divulgação e desenvolvimento de materiais didácticos para o ensino da Matemática. No

início da década de 1960, o seu trabalho desenvolve-se essencialmente com a divulgação do material Cuisenaire e a partir de 1966, com o desenvolvimento de materiais didácticos, como o Calculador Multibásico e os Cubos – Barras de cor. Paralelamente produz metodologias para explorar os conteúdos matemáticos com esses materiais. Este pedagogo desenvolve também um intenso trabalho no âmbito da formação professores. Ao nível das inovações curriculares introduzidas no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, destaca-se o trabalho com os conjuntos, desenvolvido a partir da exploração dos materiais didácticos.

Palavras-chave: História do Ensino da Matemática; Ensino Primário; materiais didácticos; formação de professores; Matemática Moderna; inovações curriculares.

ABSTRACT

The aim of the present study, that points out in the scope of the History of Mathematics Education, is to contribute for the knowledge of the curricular and didactics innovations that occurred in the Mathematics Education at Elementary School, in the period between the beginning of the decade of 1960 and middle of the decade of 1980 (1960 - 1987), in the context of the Modern Mathematics. With this aim, this study is centered in the development of the Mathematics Education at the Vasco da Gama School and in the role of its founder, João António Nabais, in the development of the Mathematics Education in the Elementary School. The inquiry was lead with a methodology based on the historical inquiry, having as reference the cultural history. The main sources of the study are the documents written as a result of the work of Nabais himself, at the Vasco da Gama School, the verbal statements of people who had worked with Nabais, the notes of courses with didactics materials developed by Nabais for the Mathematics Education and the photographic registers. On these documents, an analysis of the qualitative type was used. The following questions of inquiry were formulated: When is it that the first influences of the Modern Mathematics appear in Elementary School in Portugal? What was the role that pedagogue João António Nabais had in the introduction of the ideas of the Modern Mathematics in Elementary School in Portugal? What didactics and curricular innovations were introduced by this pedagogue in the Mathematics Education in the Vasco da Gama School, which reflect the ideas of the Modern Mathematics? What was the role played by Nabais in the development of Elementary School teachers in Portugal, in the scope of the Mathematics Education? What were the theoretical references explicit in the speech of Nabais, on the Mathematics Education?

In respect to the first influences of the Modern Mathematics in Elementary School, the work carried through by some Private Schools is distinguished, as it is the case of João António Nabais in the school Vasco da Gama. The development of projects, for example the Modernization of the Initiation in the Mathematics in Primary School, developed for the Center of Pedagogical Inquiry of the Foundation Calouste Gulbenkian, or the work developed by some Elementary School Teachers, are also distinguished.

Regarding the work of João António Nabais, his role in the spreading and development, of didactics materials for the Mathematics Education is distinguished. In the beginning of the decade of 1960, his work was specially important, with the spreading of the Cuisenaire material, and also from 1966 on, with the development of didactics materials, as Calculador Multibásico and the Cubos - Barras de cor. Simultaneously, he produces methodologies to explore the mathematical contents with these materials. This pedagogue also develops an intense work in the scope of the teachers development. In the introduction of curricular innovations in the education in the Vasco da Gama School, the work with the sets is distinguished, and it's developed from the exploration of the didactics materials.

Keywords: History of the Mathematics Education; Elementary Education ; didactics materials; teachers development; Modern Mathematics; curricular innovations.

Para a Teresa e para a Mafalda

AGRADECIMENTOS

Reservo este espaço para agradecer a todos os que me apoiaram no desenvolvimento deste trabalho, sem os quais ele não teria sido possível.

À minha orientadora, Professora Doutora Cecília Monteiro, pela disponibilidade, pelas sugestões, pela confiança, pelo apoio, pela paciência e pelas palavras de estímulo.

À minha colega Ascenção Pires, pelo interesse que me despertou no tema e pela confiança.

À professora Maria de Lourdes Silvério, pela atenção com que sempre me recebeu.

Às pessoas do Colégio Vasco da Gama, em especial ao Dr. Inácio Casinhas, que me abriu as portas do Colégio.

À Rosimeire por todo o acompanhamento nesta caminhada.

Ao Pedro Campos e ao Vasco, pelas leituras atentas.

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO I. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO 1

Introdução 1

Formulação do problema 3

Pertinência do estudo 4

Estudos históricos sobre o ensino e a educação em Matemática 5

Estudos históricos sobre o ensino da Matemática em Portugal 6

Organização do trabalho 9

CAPÍTULO II. ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO 13

Estudos históricos 13

Desenvolvimento de uma história cultural 15

História de uma disciplina escolar 17

Momentos de reforma como momentos privilegiados para o estudo da história das disciplinas 20

Opções metodológicas 20

Análise de dados 29

CAPÍTULO III. ORGANIZAÇÃO DO ENSINO PRIMÁRIO DA DÉCADA DE SESSENTA À DÉCADA DE OITENTA DO SÉCULO XX 35

O Ensino Primário Oficial em Portugal desde a implantação da República até 1960 36

O Ensino Primário Oficial em Portugal desde a década de 1960 à década de1980 38

A escolaridade obrigatória 38

Perspectiva Global do Ensino Primário Elementar 41

Programas do Ensino Primário

Evolução do número de alunos, número de professores, número de escolas e aproveitamento no Ensino Primário Oficial 43

Formação de professores 45

O Ensino Particular e Cooperativo em Portugal 46

CAPÍTULO IV. O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA (MMM)
E AS REFORMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA 51
O Movimento da Matemática Moderna a nível internacional 52
Perspectivas e orientações resultantes do
Seminário de Royaumont 54
Desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna 57
A Matemática Moderna no Ensino Primário 60
No contexto da Matemática Moderna 62
Críticas à Matemática Moderna 64
O Movimento da Matemática Moderna em Portugal 66
A Matemática Moderna no Ensino Primário, em Portugal 69
Críticas à Matemática Moderna 75

CAPÍTULO V. A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES
E NOS PROGRAMAS DO ENSINO PRIMÁRIO NAS DÉCADAS DE 1960
A 1980 79
A Matemática nos programas das escolas dos magistérios Primários
nas décadas de 1960 a 1980 79
Programas das Escolas do Magistério Primário de 1943 80
Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário,
de 1976-1977 82
Programas das Escolas do Magistério Primário de 1977 84
Plano de Estudos – Programas das Escolas do Magistério
Primário de1978-1979 85
Em resumo 86
A Matemática nos programas do Ensino Primário 88
Análise global dos programas do Ensino Primário nas
décadas de 1960 a 1980 91
Análise dos conteúdos matemáticos dos programas do
Ensino Primário de 1960 a 1980 104
Teoria dos Conjuntos 104
Estudo do Número 113

Adição e Subtracção 119
Multiplicação e Divisão 122
Fracções e Decimais 127
Medidas e Grandezas 131
Geometria 138
Em resumo 143

CAPÍTULO VI. JOÃO ANTÓNIO NABAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA NO COLÉGIO VASCO DA GAMA 153
Notas biográficas sobre João António Nabais e o historial do Colégio Vasco da Gama 157
A construção do pensamento pedagógico de João António Nabais, relativamente ao ensino da Matemática no Primário 165
Métodos e processos de ensino/aprendizagem 166
"Tecnologização" do Ensino 170
Papel do aluno e do professor 172
Avaliação 174
Insucesso em Matemática 175
Principais referências citadas por Nabais nos seus trabalhos 176
João António Nabais e os materiais didácticos no Ensino da Matemática 178
Do material Cuisenaire aos Cubos - Barras de cor 180
Os cursos de divulgação dos materiais didácticos e a formação de professores 180
O desenvolvimento dos materiais didácticos e a organização das metodologias 190
As críticas ao material Cuisenaire e o desenvolvimento dos Cubos - Barras de cor (cores Cuisenaire) 195
O Calculador Multibásico 202
A metodologia dos materiais didácticos 204
A apresentação do material 205
Teoria dos Conjuntos 210
Estudo do Número 212
Adição e Subtracção 215

Multiplicação e Divisão 221
Fracções e Decimais 227
Medidas e Grandezas 229
Geometria 230
Dos Blocos lógicos aos Conjuntos Lógicos 230
A metodologia 231
Outros materiais didácticos desenvolvidos por Nabais 233
Os conteúdos dos cursos de Pedagogia da Matemática organizados por Nabais 235
Teoria dos Conjuntos 236
Estudo do Número 238
Adição e Subtracção 240
Multiplicação e Divisão 242
Fracções e Decimais 244
Medidas e Grandezas 247
Geometria 248
Em resumo 249
Desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos e formação de professores 250
Os Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama 254
O desenvolvimento dos Programas Próprios 255
A estrutura dos programas 260
Distribuição horária dos alunos 265
A Matemática nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama 266
Desenvolvimento dos conceitos matemáticos nos Programas Próprios 267
Teoria dos Conjuntos 268
Estudo do Número 269
Adição e Subtracção 270
Multiplicação e Divisão 273
Facções e decimais 278
Medidas e Grandezas 280
Geometria 282

O desenvolvimento dos Programas Próprios noutros níveis de ensino 283
Em resumo 284
Uma polémica à volta da multiplicação 288
A representação escrita da multiplicação 289
O produto cartesiano como introdução à multiplicação 295
Em resumo 307

CAPÍTULO VII. CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES 311
Síntese do estudo 311
Conclusões do estudo 314
Influências do MMM no Ensino Primário 314
Papel de Nabais e o trabalho desenvolvido no Colégio Vasco da Gama, na introdução e divulgação de ideias ligadas ao MMM no Ensino Primário 317
Papel de Nabais na formação de professores do Ensino Primário no âmbito do ensino da Matemática 317
Papel de Nabais no desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos para o ensino da Matemática 318
Inovações didácticas e curriculares introduzidas no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama 320
Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama 322
Referências teóricas do fundador do Colégio 325
Limitações 325
Recomendações 326

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 329
Bibliografia de João Nabais 329
Bibliografia Geral 333
Legislação consultada 342

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 – Declaração de autorização da Professora Maria Leonida Faria
Anexo 2 – Declaração de autorização da Professora Maria Ascenção Pires
Anexo 3 – Declaração de autorização da Professora Maria de Lourdes Tavares
Anexo 4 - Declaração de autorização do Colégio Vasco da Gama
Anexo 5 – Exemplar do Guião de Entrevista ao professor

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro – 1 - Evolução do número de alunos do Ensino Primário da década de 1960 a 1980. 43

Quadro – 2 - Correlação de operações concretas e "estruturas – mãe" em Matemática 58

Quadro – 3 - Plano de Estudos do Curso do Magistério Primário (Dezembro de 1960). 82

Quadro – 4 - Estrutura do Programa de Matemática para o Ensino Primário - 1974 – 1975. 96

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura - 1 – Campos que contribuem para a História do Ensino da Matemática. 7
Figura – 2 - Exemplo de exercício proposto na rubrica dos conjuntos para a exploração da Geometria. 139
Figura – 3 - Ofício – Circular nº 48, de 7 de Março de 1962 183
Figura – 4 - Capa e folha de rosto da 1ª edição do livro *O Zeca já pode aprender Aritmética*: *guia para o método dos números em cor* 186
Figura – 5 - Primeira página do artigo publicado na revista *Notícia*, em 29 de Julho de 1967, sobre o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. 192
Figura – 6 - Capa e programa do VII seminário de Psicologia e Pedagogia, organizados pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação em 1969 195
Figura – 7 - Capa e folha de rosto da 2ª edição portuguesa da obra O Zeca já pode aprender Aritmética, com anotações de Nabais. 196
Figura – 8 - Calculador Multibásico. 203
Figura – 9 - Material Cuisenaire 206
Figura – 10 - Cubos – Barras de cor 207
Figura – 11 - Utilização dos Cubos – Barras de cor para trabalhar a ordem crescente e a ordem decrescente. 208
Figura – 12 - Colocação dos Cubos – Barras de cor por ordem crescente. 209
Figura – 13 - Disposição das peças do Calculador Multibásico por cores, nas placas. 210
Figura – 14 - O material Cubos – Barras de cor utilizado para introduzir a simbologia do maior e menor. 213
Figura – 15 - Quadro de decomposições possíveis para a pedra preta, utilizando o material Cuisenaire. 216
Figura – 16 - Representação da disposição rectangular, com a utilização do material Cuisenaire. 222
Figura – 17 - Decomposição do treze utilizando pedras de uma só cor que se repetem, completando o que falta com pedras de outra cor. 225

Figura – 18 – O material didáctico Conjuntos Lógicos, adaptado dos Blocos Lógicos. no original) 231
Figura – 19 - Diagrama proposto para o Jogo dos Conjuntos. 232
Figura – 20 - Exemplos de exercícios propostos nas Fichas Auto – Correctivas. 234
Figura – 21 - Algarismos e sinais 234
Figura –22 - Destaque da importância da aprendizagem por descoberta. Curso de Pedagogia da Matemática, 1989, Campo de Flores, folha 1. 236
Figura – 23 - Correspondência entre a simbologia utilizada com os conjuntos e nas operações entre números. Curso de Pedagogia da Matemática, 1989, Campo de Flores, folha 12. 237
Figura – 24 - Introdução dos algarismos com os Cubos - Barras de cor e o Calculador Multibásico. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 22. 238.
Figura – 25 - A história da Matemática na introdução ao estudo do número. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 22. 239
Figura – 26 - O estudo das diferentes bases de numeração. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 23. 239
Figura – 27 - Reunião de conjuntos com o Calculador Multibásico. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 9. 240
Figura – 28 - O conceito de diferença na subtracção, com os Cubos - Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 7. 241
Figura – 29 - Algoritmo da adição na base 5 e a respectiva "prova dos quatro fora". Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 10. 241
Figura – 30 - Preparação para a descoberta da tabuada da multiplicação e da divisão com os Cubos – Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 11. 242
Figura – 31 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão, até chegar ao algoritmo "tradicional". Curso de *Pedagogia da Matemática*, Outubro de 1989, Campo de Flores, folha 14. 243
Figura – 32 - Decomposição de números em factores. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 16. 244
Figura – 33 - Resolução de expressões numéricas a partir do trabalho com as fracções. Curso de Pedagogia da Matemática, Dezembro de 1986, folha 9. 245

Figura – 34 - Introdução dos números decimais a partir dos décimos de um número. Curso de Pedagogia da Matemática, Outubro de 1986, folha 13. 246
Figura – 35 - Exercícios para converter as fracções em numeral decimal. Curso de Pedagogia da Matemática, 1986, folha 15. 247
Figura – 36 - Esquema de relação entre a escrita decimal e a representação na base 2. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 30. 247
Figura – 37 - Introdução às medidas de volume com os Cubos – Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 30. 248
Figura – 38 - Organização das peças dos Conjuntos Lógicos, de acordo com duas características, forma e cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 33. 249
Figura 39 – Exemplo apresentado por Nabais, com a utilização do produto cartesiano como introdução à multiplicação. 296
Figura 40 – Exemplo das noivas e dos noivos. 296
Figura – 41 - Exemplo do produto cartesiano de dois conjuntos como suporte à introdução da operação de multiplicação, retirados por Nabais do compêndio de António Augusto Lopes. 297
Figura – 42 - Diagrama de setas como representação do produto cartesiano. 301

CAPÍTULO I – APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

Introdução

Foi ao longo do curso de especialização em Didáctica da Matemática em Educação de Infância e 1º Ciclo do Ensino Básico, particularmente no âmbito da disciplina de Desenvolvimento Curricular, leccionada pela Professora Doutora Maria Cecília Monteiro, que tive a oportunidade de desenvolver um trabalho de projecto que se situava no âmbito da História do Ensino da Matemática. No decurso dessa investigação entrei em contacto com diversos documentos, como programas, didácticas e manuais escolares, ocasião na qual pude conhecer um movimento dentro da Matemática e do ensino desta disciplina, conhecido por Movimento da Matemática Moderna (MMM).

O âmbito do referido trabalho não me permitiu dar resposta a algumas questões que me foram surgindo, nem aprofundar aspectos relacionados com o Movimento da Matemática Moderna, porque o objectivo não estava centrado no estudo desse Movimento. Algumas dessas questões estavam relacionadas com as alterações que a influência desse Movimento poderia ter trazido ao ensino da Matemática no nível Primário. Com o desenvolvimento das leituras e a consulta de diversa documentação, comecei a aperceber-me que, para além das influências que o MMM teve em documentos oficiais, como os programas do Ensino Primário[1], tinha também marcado o ensino da Matemática ao nível da formação de professores, tanto nos cursos das escolas do magistério Primário, como em formações promovidas por colégios particulares. Também me fui deparando com a existência de uma grande diversidade de influências do MMM no ensino da Matemática, ao nível do Ensino Primário. Esta diversidade manifestava-se em diferentes aspectos, resultantes da influência no ensino da Matemática nalguns colégios.

Foi assim que decidi centrar o presente estudo nas inovações didácticas e curriculares produzidas no ensino da Matemática no nível Primário em Portugal, no período compreendido entre o início da década de 1960 e o ano lectivo de 1986/ 1987, focando-me no desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e

[1] Ao longo do trabalho, entenda-se por Ensino Primário, ou Ensino Primário elementar, o correspondente aos quatro primeiros anos de escolaridade, ou seja, o actual primeiro ciclo do ensino básico.

no papel do seu fundador, João António Nabais, no desenvolvimento do ensino desta disciplina.

Se o debate sobre o Ensino Primário, nomeadamente sobre o ensino da Matemática neste nível, não se resume ao período compreendido entre as décadas de 1960 e 1980, sendo-lhe anterior, porquê centrar este estudo neste período?

Por um lado, porque estas quase três décadas marcam em Portugal um momento de viragem no Ensino Primário, inicialmente com o reconhecimento de que o modelo defendido nos anos 1930 e 1940 era insuficiente e caracterizado pela formulação de novos objectivos para a educação que fossem para além da instrução (Sampaio, 1977). Brito e Rosas (1996) incluem o período de 1960 a 1974 numa quarta fase da educação durante o período do Estado Novo, classificando-a como uma época de maior abertura do sistema educativo português, dinamizada pela intervenção da Organização para o Desenvolvimento e Cooperação Económica (OCDE) e que culmina na reforma Veiga Simão, no início dos anos 1970. No pós-25 de Abril, onde também se inclui o período em estudo, a educação vai adquirir um novo papel social, numa sociedade que se quer democrática, até à consolidação, com a Lei de Bases do Sistema Educativo, em 1986. (Abreu & Roldão, 1989).

Por outro lado, o ensino da Matemática neste período está marcado por um movimento, designado por Movimento da Matemática Moderna, que, de acordo com Guimarães (2006), foi a primeira grande reforma no ensino da Matemática no século XX e a última a receber um certo consenso e adesão a nível internacional.

E porquê centrar o estudo no Colégio Vasco da Gama?

Na recolha de informação que fiz numa fase inicial, surgiram-me várias hipóteses de estudo. Por um lado, pensei que fosse interessante verificar a influência que este movimento teve nos textos oficiais, como os programas do Ensino Primário. Por outro lado, pareceu-me importante verificar a diversidade de formas sob as quais se manifestou o MMM nalguns colégios do ensino particular. Ao analisar as primeiras informações recolhidas, nomeadamente a partir da cronologia do professor José Manuel Matos[2] (2004), verifiquei que as primeiras manifestações da influência deste Movimento no Ensino Primário se situavam no Colégio Vasco da Gama, nomeadamente com o trabalho desenvolvido por João António Nabais na experimentação e divulgação de materiais didácticos como o material Cuisenaire. Esta

[2] Cronologia apresentada em http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/clivros/CLVRSHTM/CRONOL/CRONEST.HTM

verificação coincidiu com o facto de eu trabalhar com uma colega que já leccionou no Colégio Vasco da Gama, e que contactou directamente com João António Nabais, e de eu próprio utilizar esse material na minha prática pedagógica, desconhecendo no entanto a sua origem e evolução em Portugal. Estas coincidências aumentaram a minha curiosidade. Foi assim que decidi centrar o meu estudo no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, desde a sua fundação, no início da década de 1960, até ao início da experiência de implementação dos Programas Próprios no Colégio, no ano lectivo de 1986/1987.

Formulação do problema

Este estudo enquadra-se numa formação de Mestrado em Ciências de Educação, com especialização em Didáctica da Matemática em Educação de Infância e 1º Ciclo do Ensino Básico. Com ele, pretendo contribuir para o conhecimento das inovações curriculares e didácticas produzidas no ensino da Matemática, no período compreendido entre o início da década de 1960 e meados da década de 1980 (1960 a 1987), no Ensino Primário em Portugal, no contexto do Movimento da Matemática Moderna. Para isso, pretendo focar este estudo no desenvolvimento do ensino da Matemática numa instituição de ensino privado da região de Lisboa: o Colégio Vasco da Gama e no papel do seu fundador, João António Nabais, no desenvolvimento do ensino da Matemática no Primário. Pretendo centrar-me em aspectos como o pensamento pedagógico de João António Nabais para o ensino da Matemática no Ensino Primário, o desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos, os cursos de formação de professores, organização de Programas Próprios e debates sobre o ensino da Matemática em que João António Nabais terá participado.

Perante o problema formulado, algumas questões mais específicas nortearam a minha investigação: Quando é que surgem as primeiras influências do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário? Que papel teve o pedagogo João António Nabais, fundador do Colégio Vasco da Gama, na introdução das ideias do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário em Portugal? Que inovações curriculares e didácticas foram introduzidas por este pedagogo no ensino da Matemática no Colégio que fundou, que reflictam as ideias do Movimento da Matemática Moderna? Que papel desempenhou João António Nabais na formação de professores do Ensino Primário em Portugal, desde o início da década de 1960 até aos anos 1980, no contexto da

Matemática Moderna? Que tipo de referências da Matemática Moderna tinha o fundador deste Colégio, João António Nabais?

Apesar de ter focalizado o meu estudo no ensino da Matemática numa instituição do ensino particular, senti necessidade de conhecer o que se passava com o ensino da Matemática no Ensino Primário Oficial, como forma de enquadrar o trabalho desenvolvido no referido Colégio. Não existindo tempo para um estudo aprofundado sobre este tema, resolvi centrar a minha atenção em alguns documentos oficiais: os programas dos cursos das escolas do magistério Primário e os textos dos programas do Ensino Primário. Nesta parte do trabalho, também formulei algumas questões: Qual o enquadramento educativo, social e político do trabalho desenvolvido no Colégio Vasco da Gama, durante este período? Quais as principais reformas educativas que ocorreram durante este período no Ensino Primário oficial e particular? Que reformulações existiram nos programas oficiais do Ensino Primário, ao nível da Matemática, durante este período? Que formação inicial de Matemática recebiam os futuros professores do Ensino Primário, nas escolas do Magistério?

Pertinência do estudo

A importância da investigação, no âmbito da história do ensino da Matemática, não se limita ao conhecimento do passado. Chervel (1990) indica que, através da observação histórica, se poderá trazer para o presente modelos disciplinares e regras de funcionamento, cujo conhecimento e exploração poderão ser úteis nos debates sobre o ensino na actualidade.

Matos (2007) refere que o desconhecimento da História do Ensino da Matemática entre os educadores matemáticos é grave, considerando que a perspectiva histórica é fundamental para o desenvolvimento deste campo científico. Nesse sentido, é "o conhecimento do passado que, ao nos revelar movimentos, ideologias, propostas, soluções, enquadramentos simultaneamente semelhantes e distintos dos do presente, nos permite compreender melhor os porquês do presente e portanto agir de forma mais fundamentada." (Matos, 2007, p. 10).

Ao procurar informações sobre a influência do MMM no Ensino Primário, deparei-me com alguma carência de estudos providos de perspectiva histórica sobre o ensino da Matemática, neste nível de ensino. No entanto, são bastante frequentes as

referências ao ensino da Matemática realizado noutras épocas, assim como as referências ao "ensino tradicional" e aos "métodos tradicionais".

A este respeito, Matos (2007) refere que estas expressões são utilizadas de uma forma recorrente em diversas publicações, sem serem completamente definidas. Por um lado, alguns investigadores do campo da educação utilizam estas expressões sempre num sentido negativo, relacionando os métodos de ensino tradicionais com o ensino repetitivo, desinteressante, que faz uso de métodos expositivos. Por outro lado, outros têm uma visão completamente diferente do ensino dito tradicional, apontando-lhe apenas virtudes. Este autor refere ainda que, quando nos debruçamos sobre documentos da época, verificamos que nem aqueles que só apontam aspectos negativos têm razão, já que se encontram no passado textos de pessoas entusiasmadas com a renovação do ensino desta disciplina; nem razão têm aqueles que só lhe apontam virtudes, já que se encontram nesses textos frequentes queixas sobre a qualidade do ensino e das aprendizagens e a sombra do insucesso escolar. É também interessante verificar que debaixo desta capa do ensino tradicional encontramos uma grande diversidade de posturas pedagógicas, metodologias e filosofias, que reflectem consensos e conflitos dentro de cada época (Matos, 2007).

Foi também esta diversidade, e alguma discussão que existe em volta deste assunto, que me levou a optar por um estudo no âmbito da História do Ensino da Matemática.

Estudos históricos sobre o ensino e educação em Matemática

Para Schubring (2005) impõe-se a necessidade de colocar questões à história, se queremos ultrapassar a história das decisões administrativas, superficial, para nos aproximarmos da realidade histórica do ensino da Matemática, a que chama de história do dia-a-dia do ensino. Trata-se de abandonar a ideia segundo a qual a história do ensino da Matemática consiste em organizar factos por uma ordem cronológica.

Schubring (2005) salienta que a História do Ensino da Matemática está pouco desenvolvida, tanto a nível longitudinal, dentro de um país, como ao nível de trabalhos comparativos entre nações. Este autor refere ainda que os trabalhos existentes são pouco ambiciosos, e que na maioria das vezes abordam apenas a história do ensino num só país. De acordo com este autor (2005) é justamente nestes estudos comparativos que surge muitas vezes a necessidade de metodologias mais refinadas. Quando o

investigador se restringe ao sistema onde está inserido, pode tomar certas particularidades como naturais, e só comparando sistemas é que elas se tornam evidentes. Embora o presente estudo não se insira no âmbito das análises históricas comparativas, faz a contextualização de um subsistema dentro do sistema de ensino português, o que também permite tornar evidentes algumas singularidades.

Schubring (2005) também refere que a História do Ensino da Matemática apresenta um atraso significativo em relação à história da Matemática, já que para esta última existe uma grande diversidade de obras de matemáticos importantes, além de revistas diferenciadas. Para este atraso, aponta factores como a complexidade da História do Ensino da Matemática. Enquanto a história da Matemática trata de conceitos, ideias e conteúdos, a História do Ensino da Matemática constitui uma realidade social, o que implica um desafio para o qual é necessário estabelecer metodologias reflectidas. Para esta complexidade contribui o facto de que a Matemática não funciona de uma forma independente no sistema de ensino, mas sim em conjunto com outras disciplinas escolares. Ela é, assim, um produto de interacções sociais e de pressões de vários sectores da sociedade, e não apenas uma mera transposição da Matemática teórica (Schubring, 2005).

Estudos históricos sobre o ensino da Matemática em Portugal

De acordo com Matos (2007), a história do campo da Educação Matemática está apenas a começar a dar os primeiros passos em Portugal. Distingue, assim, três momentos na investigação histórica do ensino da Matemática em Portugal. Num primeiro momento, os trabalhos históricos não se centram especificamente no ensino da Matemática. Encontram-se dispersos em obras de historiadores da educação ou da história da Matemática, havendo ainda obras de síntese que incorporam também elementos referentes ao ensino da Matemática. Um segundo período tem início em meados da década de 90 do século XX, com diversas investigações na área, nomeadamente com teses de mestrado. Alguns destes estudos dedicam-se especificamente ao ensino da Matemática, outros situam-se na História da Educação ou na História da Matemática, com capítulos onde abordam o ensino da Matemática. Um terceiro período tem início em 2004, com trabalhos no âmbito de doutoramentos, bem como com a constituição de equipas de investigação, com programas delimitados. Neste

período, continuam a existir contribuições de investigadores da História da Educação e da Matemática (Matos, 2007).

Matos (2007) aponta também algumas perspectivas para o futuro da História do Ensino da Matemática, referindo que existe uma influência tripla, que esquematiza na figura seguinte, sobre os campos científicos e metodologias que são necessários para a pesquisa nesta área: a Educação, a História e a Matemática:

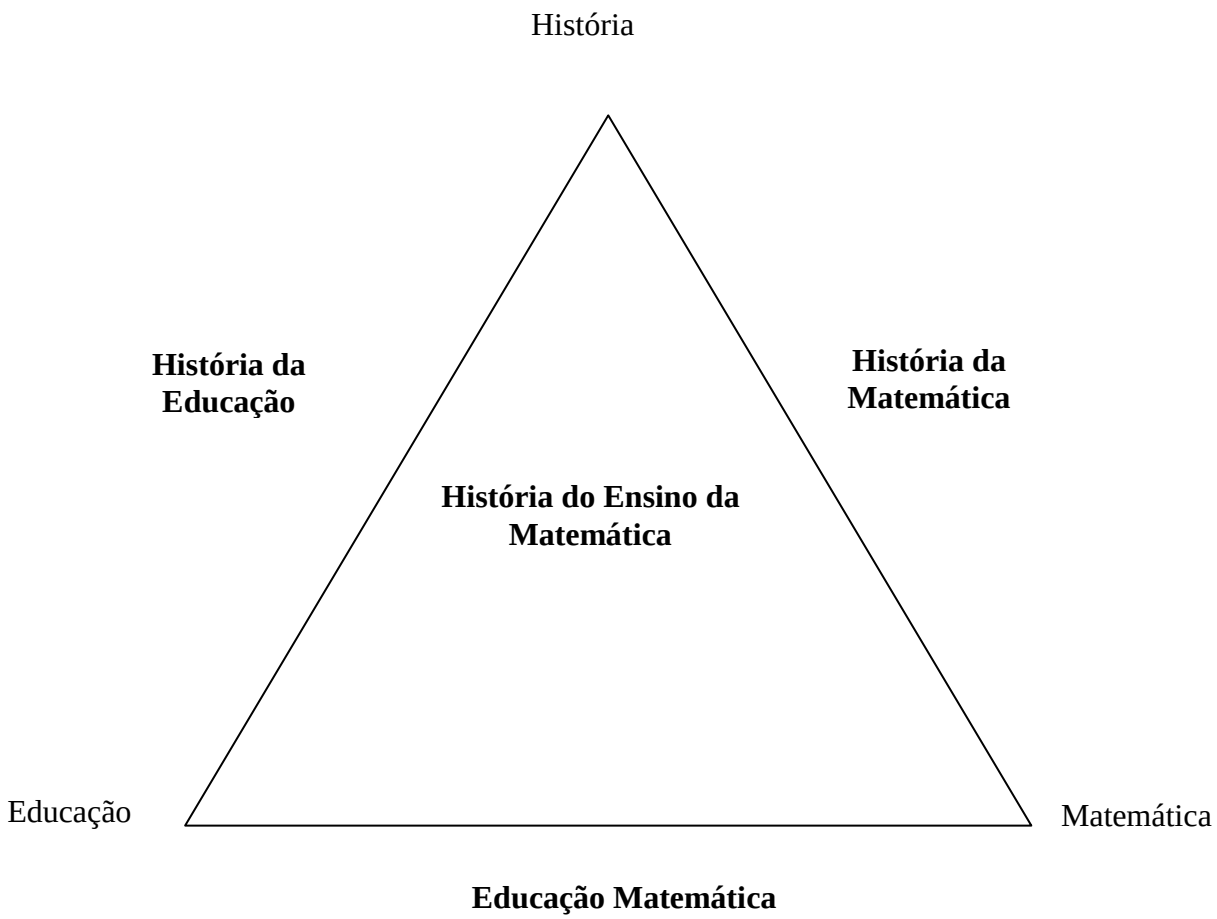


Figura 1 – Campos que contribuem para a História do Ensino da Matemática (Matos, 2007, p. 17)

Deste modo, para Matos (2007) a História do Ensino da Matemática é fundamentalmente interdisciplinar. Isto porque requer, quase necessariamente, a coordenação de saberes e metodologias características de áreas muito diversas. Em relação à interdisciplinaridade dos trabalhos da História da Educação centrados no ensino de disciplinas científicas, Fernandes (1988) refere que, apesar das dificuldades inerentes à conjugação de diferentes saberes, será necessário formar equipas de trabalho

que reúnam historiadores da educação, historiadores da ciência e pedagogos, para que, em cooperação, possam entrar na história de domínios tão específicos como a Matemática ou outras ciências. Esta necessidade de formar equipas interdisciplinares também é realçada por Matos (2007), ao afirmar que, por lidar com várias áreas do saber, e na impossibilidade de cada indivíduo se tornar especialista em todas essas áreas, a História do Ensino da Matemática requer a partilha de saberes, tornando-se fundamental a constituição de equipas de investigação, nomeadamente com intercâmbios internacionais. Fernandes (1988), apesar de admitir a necessidade de uma cooperação interdisciplinar, alerta no entanto para que se defina previamente, e de uma forma rigorosa, o campo da História da Educação. Tudo para que os factos pedagógicos não se diluam entre os factos de outras áreas científicas. A história deve assim, trabalhando num campo interdisciplinar, assumir a especificidade das suas pesquisas, contribuindo desta forma para a formação de ligações que unem diversos objectos históricos a um objecto histórico que se pretende global. Nóvoa (1993a), referindo-se a um plano mais geral da História da Educação, salienta que esta é inevitavelmente interdisciplinar, sendo urgente criar equipas de trabalho que integrem investigadores com formações diferenciadas.

Matos (2007) refere ainda que a investigação na História do Ensino da Matemática deverá deslocar-se de um estudo da legislação, incluindo os programas e regulamentos, ou dos materiais publicados em livros de texto, para o campo dos usos e das práticas de aula, da avaliação e da formação de professores. Chervel (1990) também alerta para o facto de nem todas as finalidades do ensino estarem inscritas em textos, afirmando que por vezes se produzem novos ensinos dentro das escolas sem que sejam explicitamente formulados. Daí a importância do estudo das práticas concretas. Este autor considera que as disciplinas escolares, e a educação escolar, devem ser entendidas em toda a sua complexidade e não podem ser reduzidas ao que é programado de uma forma explícita.

Matos (2007) salienta ainda a necessidade de a História do Ensino da Matemática dar a conhecer as personalidades que estão por trás da construção dos programas e da elaboração dos manuais, bem como as influências que sofreram. Destaca, também, a importância de serem elaborados estudos de casos relevantes, nomeadamente de instituições de ensino e de personalidades.

Organização do trabalho

O presente estudo está organizado em sete capítulos, que integram o enquadramento metodológico, o enquadramento teórico, a análise de dados e as conclusões.

No capítulo I apresento o estudo, as razões que levaram à sua realização e a importância de um estudo no âmbito da história do ensino da Matemática.

No capítulo II faço um enquadramento metodológico do trabalho e das técnicas específicas utilizadas.

Ao estudar a influência do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário, no contexto do Colégio Vasco da Gama, não poderia deixar de tentar perceber as políticas educativas em que são enquadradas essas inovações, tanto ao nível do ensino oficial, como ao nível do Ensino Particular e Cooperativo, já que o Colégio Vasco da Gama é uma instituição de ensino particular. É esse enquadramento do Ensino Primário em Portugal que apresento no capítulo III.

Ao mesmo tempo que apresento este enquadramento mais largo das políticas educativas, senti também necessidade de entender o que se passou com o ensino da Matemática nestas décadas. Assim, no capítulo IV faço uma abordagem do que foi o Movimento da Matemática Moderna: os seus impulsionadores a nível nacional e internacional, as suas ideias e as perspectivas que apontaram para o ensino da Matemática. Passando pelas influências que tiveram, os trabalhos desenvolvidos no contexto dessas perspectivas e as críticas que foram expressas sobre o MMM. Também abordo a forma como estas ideias se desenvolveram no Ensino Primário, tanto a nível nacional como internacional. Para esta parte do trabalho baseio-me em alguns documentos de referência, como as actas do Seminário de Royaumont ou os trabalhos de Moon (1986), Howson (1984) e Servais (1975), assim como no trabalho do professor Henrique Guimarães (2003 e 2006), que discute as perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna.

Para perceber o que se passou no Ensino Primário em Portugal, faço uma abordagem geral baseada em artigos da imprensa educativa da época. De acordo com Nóvoa (1993b), a imprensa pode ser considerada um meio para apreender os múltiplos aspectos da educação, devido à sua proximidade temporal em relação aos acontecimentos. Isso permite fazer uma ligação entre as orientações do Estado e o que realmente acontecia na sala de aula.

Para complementar e aprofundar esta abordagem ao ensino da Matemática durante este período, no capítulo V apresento um enquadramento baseado nos documentos oficiais, utilizando como fontes os programas de formação inicial para professores do Ensino Primário trabalhados nos magistérios e os programas do Ensino Primário que estiveram em vigor durante este período. Com esta abordagem procuro não perder o contacto com a superfície, de acordo com um aspecto salientado por Geertz (1989), que refere que o investigador histórico, ao fazer uma análise densa das fontes e de um caso particular, não deve perder o contacto com o todo onde esses factos particulares estão enquadrados.

Apesar de este enquadramento sobre o ensino da Matemática neste período ter-se tornado um pouco longo e me ter ocupado estes dois capítulos, pareceu-me essencial fazê-lo, já que não encontrei nenhum trabalho de investigação com esta temática onde me pudesse basear, principalmente no que diz respeito ao ensino da Matemática no Ensino Primário em Portugal.

No capítulo VI, que constitui o corpo central deste estudo, abordo o ensino da Matemática desenvolvido no Colégio Vasco da Gama. Apesar de o estudo estar centrado no ensino da Matemática na instituição, com o decurso da investigação uma figura acabou por assumir um papel central - João António Nabais. Este pedagogo, fundador e primeiro director do Colégio, tem um papel fundamental no desenvolvimento do ensino da Matemática nesta instituição, principalmente no Ensino Primário. A sua obra relativamente ao ensino da Matemática no Ensino Primário acaba por assumir o papel central deste capítulo e do trabalho de investigação efectuado sobre o ensino da Matemática no Colégio. Deste modo, nesse capítulo começo por apresentar algumas notas biográficas sobre este pedagogo, juntamente com um historial do Colégio Vasco da Gama. Para este historial e notas biográficas baseei-me, entre outros documentos, no projecto educativo do Colégio, na biografia de Nabais publicada no *Dicionário dos Pedagogos Portugueses*, de Nóvoa (2003), numa tese de mestrado de Elisabete Delgado, defendida em 2007, onde se apresenta uma biografia de Nabais, e em depoimentos orais recolhidos.

Depois deste historial, centrei a minha pesquisa em quatro aspectos que ressaltaram de uma primeira análise de todos os documentos: desenvolvimento do pensamento pedagógico de João António Nabais e dos autores que o influenciaram, o papel dos materiais didácticos no ensino da Matemática, desenvolvimento dos Programas Próprios e uma polémica à volta do ensino da multiplicação. Como fontes

para esta parte do trabalho, utilizei, entre outros documentos, os artigos escritos na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, os textos de Nabais incluídos nos manuais de metodologia dos materiais didácticos, o texto do Projecto de Programas Próprios, os artigos publicados por Nabais no Correio da Manhã em 1990, depoimentos orais de professores que trabalharam com Nabais, fotografias do arquivo pessoal desses professores, apontamentos dos cursos tirados por professores que os frequentaram e registos das formações dadas por Nabais em instituições como as Escolas João de Deus.

No último capítulo, o VII, apresento uma síntese do trabalho, as considerações finais, limitações e recomendações.

É minha convicção que um estudo no âmbito da educação, mais especificamente no campo da História do Ensino da Matemática, não se deve limitar a um trabalho meramente académico. Pelo contrário, deve contribuir não só para uma reflexão pessoal sobre as nossas práticas e para a aquisição de novos conhecimentos e competências inerentes à condição de professor, como também permitir, à pessoa que o realiza, ser um proponente e dinamizador de reflexão, sobre a educação dentro desta área, junto dos colegas, nas escolas onde trabalha. Isto é particularmente importante no âmbito da Educação Matemática no 1º ciclo do ensino básico, onde o docente, na sua condição de professor generalista, não deve esquecer que o desenvolvimento do seu trabalho integra o ensino de conteúdos desta área disciplinar, e que, no limite, é também um professor de Matemática.

Este estudo realizado dentro do âmbito da História do Ensino da Matemática tornou-se, também, particularmente interessante por ter sido desenvolvido num momento de diversas mudanças para os docentes no campo profissional. Ao mesmo tempo, coincidiu com a apresentação de uma proposta para uma reflexão participada, sobre um reajustamento do programa de Matemática para o ensino básico. Embora uma reflexão sobre esta proposta não fosse do âmbito do meu trabalho, não foi possível alhear-me e deixar de fazer algumas reflexões pessoais sobre os conteúdos e metodologias propostos.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO METODOLÓGICO

Este estudo insere-se no âmbito da História do Ensino da Matemática, centrando-se no ensino da Matemática no Primário entre o início da década de 1960 e meados da década de 1980, no contexto do Movimento da Matemática Moderna. O seu objectivo é compreender como se desenvolveu o ensino da Matemática, ao nível do Ensino Primário, no Colégio Vasco da Gama, no período em análise, e qual o papel do seu fundador, João António Nabais, no desenvolvimento do ensino desta disciplina, neste nível de ensino. Para isso, pretendo analisar o pensamento pedagógico deste autor relativamente ao ensino da Matemática no Primário, e quais as influências que são explicitadas no seu discurso. Pretendo, ainda, perceber que papel teve no desenvolvimento de materiais didácticos para o ensino desta disciplina neste nível de ensino, que cursos de formação de professores desenvolveu, de que forma concebeu o currículo da disciplina de Matemática no Ensino Primário, na instituição que fundou, e ainda analisar a sua participação em debates sobre o ensino desta disciplina.

Neste capítulo, apresento as opções que fiz no campo do enquadramento metodológico para organizar a minha investigação e mostro como utilizei algumas técnicas específicas de recolha e análise de documentos, bem como alguns procedimentos que segui no desenvolvimento do trabalho.

Estudos históricos

Comparando a situação dos estudos históricos actuais com os produzidos há algumas décadas atrás, Cabrera (2005) refere que é notória uma mudança substancial. De entre as alterações que ocorreram, destaca-se, nos últimos anos, o crescente questionamento crítico aos pressupostos teóricos, filosóficos e epistemológicos nos quais assentava a investigação histórica anterior. A principal consequência deste questionamento crítico foi o desenvolvimento de uma nova perspectiva histórica (Cabrera, 2005). Surge assim, nos anos 70 do século XX, uma perspectiva histórica, a história social, que parece criar uma ruptura irreversível com a história tradicional, tanto ao nível do objecto de estudo como dos pressupostos teóricos (Cabrera, 2005). Com esta mudança de paradigma nas décadas de 1960 e 1970, passa a fazer-se uma história social da educação, centrada naquilo que os investigadores entenderam como os níveis médios

e macro do campo educativo: passado da política educativa, legislação escolar, institucionalização da educação, impacto social, materiais dos docentes, desenvolvimento curricular e a introdução de inovações à escala macro (Depaepe & Simon, 2005). No entanto, os historiadores da educação mantiveram-se alheados da realidade educativa a um nível micro (sala de aula). A sala de aula continuou fechada para a história da educação (Grosvenor, Lawn & Rousmaniere, 1999, citados em Depaepe & Simon, 2005).

Logo desde a década de 1970, alguns historiadores sociais começaram a demonstrar a sua insatisfação em relação a um modelo teórico que, para eles, estabelecia uma relação demasiado directa, causal e excessivamente mecânica entre a condição social e a forma de consciência, relegando para esta última, e para a cultura em geral, a condição de mero fenómeno paralelo, que seria um reflexo passivo da condição social. É assim que surge a denominada história cultural que, apesar de não rejeitar a noção de causalidade social, passa a atribuir um papel activo à cultura e à criatividade individual na confirmação dos processos e relações sociais. A partir da década de 1980, e sobretudo de 1990, começam a ouvir-se de uma forma mais acentuada os argumentos dos críticos que colocavam em causa as premissas teóricas, filosóficas e epistemológicas da história social. Nomeadamente de um grupo de historiadores que começou a colocar em dúvida, tanto no terreno da reflexão teórica como no da investigação prática, o pressuposto objectivista de que a realidade social é uma estrutura objectiva, com capacidade para determinar a consciência e a prática significativa dos indivíduos (Cabrera, 2005).

Esta mudança terá sido provocada por uma combinação de múltiplos factores, de onde Cabrera (2005) destaca um: uma alteração que afecta não só a história, como as ciências sociais, naturais e outros âmbitos da actividade intelectual. Trata-se da crise da modernidade. Este conceito de pós-modernidade faz alusão à crescente dúvida de que a visão geral do mundo e da sociedade, própria da modernidade e que predominou durante os últimos séculos, corresponda ao real funcionamento do mundo e da sociedade humana em particular. O desencanto com a modernidade, que se formou como conceito na área da filosofia, provocou também uma crise nos paradigmas que guiavam a historiografia, o que levou à sua renovação (Cabrera, 2005).

A crise da modernidade e o advento de uma história pós-social trouxeram consigo uma redefinição do objecto de investigação histórica (Cabrera, 2005). De acordo com Magalhães (2007), para avançar teoricamente na história da educação já

não é suficiente encará-la numa atitude de pós-modernidade, deve existir uma redefinição dos padrões teóricos e metodológicos, retomando-se a via da construção historiográfica.

Desenvolvimento de uma história cultural

Deste modo, a partir das décadas de 1960 e 1970, constata-se uma deslocação do interesse histórico para a história cultural. A história faz parte da "realidade" da qual trata e essa realidade pode ser apropriada enquanto actividade humana. Segundo Nunes e Carvalho (1993), as "práticas culturais, seus sujeitos e seus produtos, são objectivos de investigação da história cultural. Isto significa abandonar os grandes recortes temáticos e optar por análises pontuais, delimitadas e exaustivas da particularidade da prática e dos seus produtos" (p. 37). Grossberg e Treichler (1992), Jay (1993) e Toews (1987) (citados em Nóvoa, 1993a) salientam que se está a assistir ao ressurgimento de uma história com um pensamento cultural crítico, que não se preocupa só com a reconstrução das ideias dos pensadores do passado, mas que as interroga, tentando relacioná-las com o presente. De acordo com Nóvoa (1993a), estas novas tendências da historiografia manifestam-se, na história da educação, nas investigações relacionadas com a história do currículo. Estando este campo fortemente influenciado pela "história social", tem-se prolongado devido à dimensão da "história cultural". Este deslocamento deve-se, sobretudo, ao interesse pela compreensão dos diferentes sentidos que estão presentes na acção educativa dos diversos grupos sociais, e na forma como eles se reproduzem nos diferentes períodos históricos e contextos culturais. Este autor (1993a) destaca, assim, que a história da educação poderá fornecer contributos importantes para a renovação da investigação histórica, na perspectiva das teorias culturais críticas, sendo, para isso, necessário redefinir as prioridades de investigação. Esta redefinição poderá passar pelo cruzamento da renovação conceptual com a mudança dos terrenos de pesquisa, das práticas e dos instrumentos metodológicos.

Para Nóvoa (1993a), existem três aspectos que deverão nortear a investigação histórica em educação: o espaço, o tempo e a acção. Em relação ao espaço, Nóvoa (1993a) considera que tanto os estudos históricos abertos a realidades extra-nacionais, numa perspectiva comparativa, como os estudos históricos numa perspectiva local, poderão abrir novas perspectivas de abordagem para a história da educação. No

primeiro caso, Nóvoa (1993a) considera que os estudos extra-nacionais comparados poderão, por um lado, colocar em evidência os ritmos de desenvolvimento educativo do nosso país, e, por outro, fazer sobressair algumas contribuições portuguesas para a educação internacional. No segundo caso, os estudos com uma perspectiva local poderão levar a uma melhor compreensão dos ritmos de desenvolvimento educativo interno, ao aprofundar de assuntos relacionados com a vida de pessoas ou de uma instituição e a uma construção de saberes sobre a forma como a educação e a sociedade se relacionam.

Em relação ao tempo, Nóvoa (1993a) destaca que não é o facto de se adoptarem intervalos cronológicos mais alargados nas investigações que resolve as questões da história da educação, reconhecendo no entanto a importância dessas teses. Este autor refere que existem rupturas mais importantes a considerar, nomeadamente ao nível das concepções teóricas, dos objectos de estudo e das fontes de pesquisa. Destas, destaca as fontes de pesquisa, para sublinhar a importância das "coisas presentes" para o estudo do passado, valorizando os relatos orais, que permitem identificar como as pessoas interpretam o passado. Refere também a importância de descobrir novos materiais de investigação, destacando as publicações periódicas, relatos da vida escolar, iconografia, materiais didácticos e cadernos escolares, para além dos escritos dos educadores e pedagogos. Neste âmbito, destaca a importância da conservação de arquivos de educação e a produção de instrumentos de apoio à investigação, como catálogos bibliográficos.

No que diz respeito à acção, Nóvoa (1993a) salienta que a história da educação deve olhar para novos objectos de estudo, deixando a dedicação exclusiva à evolução dos sistemas educativos e das ideias pedagógicas. Propõe, entre outros temas, o estudo do quotidiano escolar, das práticas pedagógicas, dos actores educativos (alunos, pais e professores) e dos currículos. Para este autor, a abordagem destas novas temáticas permite à comunidade científica da história da educação o contacto com novos hábitos e metodologias de investigação e, por outro lado, pode ajudar a criar uma identidade própria para este campo de investigação.

De acordo com Magalhães (2007), à nova história cultural cabe um papel de alternativa epistemológica que tem tentado aproximar-se da complexidade, enfrentando o desafio teórico e metodológico da construção de uma produção histórica que tenha em conta a experiência. É à produção historiográfica que cabe construir a educação como um objecto de estudo, distinguindo-lhe no processo educacional os sentidos, os

contextos, os processos, os conteúdos, as transformações, as suas implicações e formas de legitimação, quer nos seus aspectos materiais, quer simbólicos, organizacionais e institucionais, relacionando a educação e a sociedade com o enfoque nos indivíduos que a compõem.

Gomes (1988) define os objectos de estudo da história da educação, as instituições educativas, os métodos pedagógicos, as ideias e os ideais educativos como fazendo parte integrante da história da cultura, da história das ideias e da história das mentalidades, ou seja, como parte integrante da história.

Perante estas perspectivas de análise histórica, decidi realizar o meu trabalho no âmbito da história cultural, optando por uma análise pontual e exaustiva de um caso particular. Desta forma, dentro do âmbito alargado da História do Ensino da Matemática, optei por analisar o caso do desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, no Ensino Primário e o papel de Nabais, fundador do Colégio, no desenvolvimento do ensino desta disciplina neste nível de ensino.

A opção por este tipo de abordagem influenciou muitas das minhas decisões no campo metodológico, tanto ao nível da selecção das fontes como da análise dos dados. Assim, ao definir os documentos que pretendia procurar para o desenvolvimento do trabalho, seleccionei os que me permitissem ter uma imagem próxima daquilo que aconteceu, tanto ao nível dos conteúdos matemáticos tratados nos cursos, como do desenvolvimento dos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, com o recurso a depoimento de professores e a documentos dos arquivos pessoais, como fotografias e apontamentos.

História de uma disciplina escolar

Segundo Chervel (1990) a história do ensino já apresenta uma larga tradição, mas os estudos históricos sobre os conteúdos não têm suscitado o interesse dos historiadores do ensino. "A história dos conteúdos de ensino, e sobretudo a história das disciplinas escolares, representa a lacuna mais grave na historiografia do ensino..." (Chervel, 1990, p. 183).

Este tipo de trabalho tem-se limitado a pesquisas pontuais sobre uma época ou sobre um exercício, não existindo sínteses mais amplas (Chervel, 1990). No início da década de 90 do século XX, manifestava-se o início de uma tendência para a realização

de estudos históricos das disciplinas, partindo da abordagem dos conteúdos como constam nos programas, para uma abordagem mais global. Associava-se assim o que era legislado à realidade concreta do ensino nas escolas, indo até às produções escritas dos alunos.

A história de uma disciplina escolar não se limita ao estudo dos conteúdos de ensino tal como são prescritos no programa. Para se conseguir uma visão mais global há que relacionar os textos oficiais com a realidade concreta do ensino nas escolas, chegando mesmo ao plano do trabalho do aluno e do professor na sala de aula (Chervel, 1990).

De acordo com Chervel (1990), a palavra disciplina, definida como aquilo que se ensina, só surgiu após a primeira Guerra Mundial. Até ao final do século XIX a palavra "disciplina" e a expressão "disciplina escolar" eram utilizadas, no contexto escolar, no sentido de regras, ordem, vigilância dos estabelecimentos e repressão de condutas prejudiciais.

É só no final do século XIX e início do século XX que se dá o aparecimento do termo disciplina, no sentido de "a instrução que o aluno recebe do mestre", recebendo o seu significado do latim *disciplina.* Esta nova acepção da palavra disciplina faz par com o verbo disciplinar, sinónimo de "ginástica intelectual", entendendo como tal o "desenvolvimento do julgamento, da razão, da faculdade de combinação e de invenção" (Chervel, 1990, p. 178-179).

Deste modo, Chervel (1990) define a disciplina escolar como uma combinação "em proporções variáveis, conforme o caso, de vários constituintes: um ensino de exposição, os exercícios, as práticas de incitação e de motivação", (p. 207) que funcionam em relação directa com as finalidades.

De acordo com Chervel (1990), e ao contrário do que poderia pensar-se, as disciplinas são relativamente independentes da realidade cultural que rodeia a escola. Este autor contesta a ideia, que considera comum, segundo a qual "a escola ensina as ciências, as quais fizeram as suas comprovações noutro local" (Chervel, 1990, p. 180). Ou seja, recusa considerar os conteúdos escolares como uma simplificação ou vulgarização de saberes de referência, que seriam produzidos fora da escola e depois impostos à mesma pela sociedade. Demarca-se assim de um certo conceito de "transposição didáctica" em que esta seria a transformação exercida sobre a ciência para que pudesse ser ensinada (Pintassilgo, 2007). Segundo Chervel (1990), as disciplinas não se podem reduzir a metodologias, elas têm uma autonomia própria no âmbito da

cultura escolar e são elas próprias criações da escola, numa relação com a cultura mais geral.

Para Chervel (1990) a constituição e funcionamento das disciplinas colocam o investigador perante três problemas. A génese da disciplina, a sua função e o seu funcionamento. Como surgiu a disciplina de matemática nos currículos escolares? Como é que esta disciplina se concretiza nas aulas? Qual a sua função, já que se diferencia da matemática praticada pelos matemáticos e tem as suas próprias finalidades? De que forma as finalidades que presidiram à organização dos conteúdos nesta área correspondem às expectativas dos vários agentes educativos, encarregados de educação, entidades oficiais, alunos, professores? Qual é a sua eficácia e quais são os resultados efectivos do ensino?

Chervel (1990) faz também uma importante distinção entre finalidades objectivas e finalidades reais, considerando que a sua identificação, classificação e organização constituem uma das tarefas da história das disciplinas escolares e que a sua distinção é uma necessidade fundamental para o historiador das disciplinas. Para este autor, as finalidades de objectivo são as finalidades teóricas, ou seja, aquilo que se pretendia fazer, enquanto as finalidades reais são o que realmente foi posto em prática. De acordo com Chervel (1990), os textos oficiais não regulam tudo o que se passa no ensino. Se nos limitássemos a estes textos, estaríamos a fazer a história das políticas educativas e não a história das disciplinas escolares. A par dos documentos oficiais, existiu em cada época um conjunto de documentos que devem ser analisados: relatórios de inspecção, projectos de reformas, artigos ou manuais de didáctica, prefácios de manuais e polémicas diversas podem contribuir para o estudo das disciplinas escolares. Segundo Chervel (1990), é nestes dois planos que o historiador das disciplinas deve trabalhar no plano das finalidades que foram fixadas e no plano das finalidades reais. Chervel (1990) alerta ainda para o facto de nem todas as finalidades do ensino estarem inscritas em textos, e de por vezes se produzirem novos ensinos dentro das escolas sem que sejam explicitamente formulados. Daí a importância do estudo das práticas concretas. Este autor considera, assim, que as disciplinas escolares, e a educação escolar, devem ser entendidas em toda a sua complexidade e não podem ser reduzidas ao que é programado de uma forma explícita.

Chervel (1990) define a tarefa essencial do historiador das disciplinas como o estudo do ensino efectivamente dispensado e o estabelecimento de ligações entre este

ensino e as finalidades que eram prescritas. Para isso, o historiador deveria descrever detalhadamente o ensino em cada uma das etapas, mostrar a evolução da didáctica, pesquisar sobre as razões da mudança e tentar perceber a coerência interna dos diferentes procedimentos.

Gomes (1988) realça que, desde há muito tempo, têm sido alguns cientistas de diversas áreas a dedicar-se ao estudo histórico da disciplina que ensinam, afirmando que quase todas as disciplinas universitárias tiveram em alguns dos seus professores os seus melhores historiadores.

Momentos de reforma como momentos privilegiados para o estudo da história das disciplinas

O período histórico definido para o desenvolvimento deste estudo foi condicionado, e está directamente relacionado com o desenvolvimento do trabalho realizado por Nabais no Ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. No entanto, este período coincide com uma reforma curricular que ocorre a nível internacional, que se designa por Movimento da Matemática Moderna, e que procura, fundamentalmente, renovar o ensino da Matemática (Matos, 2006). Este facto levou a que fosse possível aceder a alguma informação que tentava explicitar as novas metodologias no ensino desta disciplina. Chervel (1990) aponta estes momentos de ruptura, ou de evolução das finalidades, como ocasiões particularmente privilegiadas para o historiador, que encontra assim documentação explícita. Por um lado, os novos objectivos têm que ser clarificados, e por isso são produzidas declarações oficiais sobre o assunto. Por outro, os docentes são obrigados a reflectir sobre as novas soluções que lhes são aconselhadas e que estão a experimentar. O período em análise, que coincide com a influência do Movimento da Matemática Moderna no ensino da Matemática, parece inserir-se num destes momentos de mudança e é, por isso, um momento particularmente rico para o estudo da história do ensino desta disciplina.

Opções metodológicas

Desta forma, tendo em conta os objectivos deste estudo e os pressupostos metodológicos apresentados anteriormente, comecei por organizar a recolha de

documentos em duas vertentes: documentos relacionados com o ensino da Matemática a nível geral no Ensino Primário e documentos relacionados com o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e com o trabalho desenvolvido por Nabais neste âmbito.

Por um lado, fiz uma recolha de documentos que me permitiram ter uma visão geral sobre o ensino da Matemática no Primário. Neste aspecto, tive em conta o que salienta Greetz (1989), em relação à necessidade de quem faz análises profundas e densas de um determinado tema não perder a noção do todo em que esse caso particular em estudo está inserido. Este autor refere que, na tentativa de encontrar interpretações demasiado profundas, existe o perigo de a análise cultural perder o contacto com a superfície, com as realidades estruturantes das políticas. Aponta como defesa contra esse perigo a necessidade de treinar a análise cultural em relação a essas realidades. Assim, o investigador da história da educação que pretenda fazer uma análise densa de fontes deverá ter o cuidado de não perder o contacto com o todo, onde estão englobados os pequenos factos que está a analisar. Ou seja, não perder o contacto com a superfície. Geertz destaca assim a importância da relação entre a parte e o todo, destacando que a compreensão se produz a partir da relação que uma mantém com a outra. Chervel (1990) indica também a necessidade de cruzar os dados recolhidos na documentação primária com a documentação utilizada tradicionalmente, a legislação do ensino e obras de grandes pedagogos que marcam o pensamento educacional. Neste estudo foi importante conhecer o contexto geral do ensino da Matemática da época, como forma de enquadrar o trabalho realizado por Nabais, no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. Neste enquadramento, destaquei essencialmente dois aspectos: as orientações oficiais explicitadas nos programas de formação de professores do Ensino Primário e nos programas oficiais do Ensino Primário do período em estudo e projectos relacionados com a inovação no ensino da Matemática no Primário, na região de Lisboa.

Por não ter encontrado trabalhos de investigação sobre o tema, esta parte constituiu uma recolha empírica de documentação. Para este aspecto do estudo, recorri a dois tipos de documentos: documentos oficiais e documentos não oficiais.

Na categoria dos documentos oficiais incluí os programas de formação de professores das escolas do magistério Primário e os programas do Ensino Primário em vigor no período em análise. A análise destes documentos oficiais permitiu-me traçar um retrato do processo de intenções relativamente ao ensino desta disciplina.

Nos documentos não oficiais, incluí os artigos inseridos em revistas da imprensa educativa da época, os apontamentos de Didáctica de Aritmética publicados pelos professores das escolas do magistério Primário e documentação relativa a projectos desenvolvidos em colégios da região de Lisboa. Ao seleccionar estes documentos, pretendia fazer uma caracterização geral do que se passou com o ensino da Matemática no período em estudo, e que não estava descrito nos documentos oficiais. Por se tratar de uma caracterização geral, e por isso superficial, tenho consciência de que poderei ter omitido projectos que foram desenvolvidos neste período e que estavam relacionados com o ensino da Matemática neste nível de ensino. Também tenho consciência de que, para fazer uma caracterização mais aprofundada de cada uma das situações descritas, teria que cruzar os dados recolhidos com outras fontes, nomeadamente os sumários de aulas, tanto das escolas do magistério Primário, como das escolas onde foram desenvolvidos os projectos descritos. No entanto, tal não foi possível no âmbito deste estudo, tendo em conta as deslocações que essa recolha de documentos implicaria e as limitações de tempo.

Em relação aos documentos não oficiais, a imprensa educativa assumiu um papel de destaque como fonte de informação. De acordo com Nóvoa (1993b), a imprensa pode ser considerada como um meio para apreender os múltiplos componentes da educação, mostrando tantos os seus aspectos sob uma perspectiva interna (cursos e programas, entre outros), como também do ponto de vista de diversas instituições responsáveis pela socialização das crianças. Outra característica, que concede uma importância maior à informação fornecida pela imprensa, é a sua proximidade temporal em relação aos acontecimentos, o que permite fazer uma ligação entre as orientações do Estado e o que realmente acontecia na sala de aula. Este autor aponta ainda uma terceira razão para destacar a imprensa como fonte para a história da educação. Esta afirma-se como um lugar de permanente regulação entre quem escreve e os seus pares, e o próprio público pode servir como entidade reguladora. Desta forma, "a imprensa constituiu, sem dúvida, uma das melhores ilustrações da extraordinária diversidade que atravessa o campo educativo" (Nóvoa, 1993, p. XXXII). No caso português, a imprensa pedagógica adquire ainda uma outra importância, já que muitos dos principais pedagogos portugueses só conseguiram exprimir e divulgar as suas ideias por este meio (Nóvoa, 1993b).

No que diz respeito à selecção dos artigos de imprensa a utilizar nesta parte do trabalho, comecei por seleccionar na obra de Nóvoa, *A imprensa de educação e ensino*

de 1993, os periódicos da imprensa pedagógica que continham trabalhos relacionados com o Ensino Primário. A partir desta primeira selecção de títulos, procurei aqueles que tinham artigos relacionados com projectos de inovação no ensino da Matemática no período em estudo e que estivessem disponíveis no arquivo da Escola Superior de Educação de Lisboa. Desta forma, foram essencialmente utilizados artigos do Boletim Bibliográfico e Informativo da Fundação Calouste Gulbenkian. Os artigos da revista *Média – Pedagogia Moderna* analisados resultaram da sua identificação na obra de Nóvoa anteriormente referida e do contacto com outros investigadores a realizar trabalho no âmbito da História do Ensino da Matemática, que me permitiram aceder ao conteúdo dos artigos.

Em relação aos apontamentos de Didáctica da Aritmética, foram utilizados como fontes para compreender como os professores que formavam os futuros docentes do Ensino Primário foram integrando as inovações no ensino desta disciplina nos trabalhos que produziam. Apesar do programa de formação de professores do Ensino Primário ter permanecido quase inalterado desde 1943, os professores de Didáctica Especial foram incluindo nos seus cadernos de apontamentos aspectos que reflectiam as discussões sobre o ensino da Matemática na época. As informações dos apontamentos de Didáctica de Aritmética constituem, desta forma, uma fonte mais próxima do ensino que era realmente concretizado nas escolas do magistério Primário. Ao seleccionar estes cadernos de apontamentos, tive em conta o facto de o período em que foram publicados coincidir com o período em estudo e também o de serem representativos de várias zonas do país.

Os documentos oficiais foram recolhidos na Direcção de Serviços de Informação e Documentação do Ministério da Educação e no arquivo e biblioteca da Escola Superior de Educação de Lisboa. Em relação aos restantes documentos, tais como os artigos da imprensa educativa, apontamentos de Didáctica da Aritmética e outros projectos desenvolvidos em colégios, foram essencialmente recolhidos no arquivo da Escola Superior de Educação de Lisboa, no contacto com antigos professores Primários, com outros colegas que também desenvolvem trabalho no âmbito da História do Ensino da Matemática e directamente nos colégios.

Por outro lado, tive que recolher documentação relacionada com o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, e as suas práticas concretas, sendo esse o objecto central do estudo. O primeiro contacto com documentos do Colégio Vasco da

Gama foi proporcionado por uma antiga professora do Colégio, Ascenção Pires, que me cedeu para consulta do seu arquivo pessoal o Projecto dos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, a metodologia dos materiais didácticos produzidos por Nabais e apontamentos de cursos que frequentou sob a orientação de Nabais. Foi também esta colega que me permitiu estabelecer um primeiro contacto com o actual director do Colégio Vasco da Gama, Inácio Casinhas, que me autorizou a consulta de documentos do Colégio.

No Colégio Vasco da Gama, procurei essencialmente o que Burns (2000) define como fontes primárias. Para este autor (2000), entre as fontes primárias estão os documentos guardados ou escritos pelos participantes ou testemunhas directas dos acontecimentos, os artefactos ou objectos relacionados com os acontecimentos e os testemunhos orais de pessoas directamente envolvidas nos acontecimentos. Para Burns (2000), este tipo de fonte contém informação mais importante e válida do que as fontes secundárias, que apenas contêm material em segunda mão – ou seja, documentos ou depoimentos de pessoas que não testemunharam directamente os acontecimentos. De entre os documentos, Burns (2000) destaca, entre outros, as actas e registos das instituições, as cartas, diários, contratos, certificados, jornais escolares, programas de ensino, livros e relatórios. Nos documentos, este autor distingue ainda dois tipos, os que são produzidos de uma forma intencional para serem publicados, e os que são produzidos para uso pessoal. De entre os artefactos, este autor salienta a importância dos materiais como fonte para a reconstrução da forma como eram conduzidos o ensino e o trabalho escolar. De entre os testemunhos orais, destaca a importância de testemunhas directas dos processos, como os professores, alunos ou pais. Burns (2000) destaca ainda as fotografias como um indício bastante válido no âmbito da história da educação, que pode clarificar alguns aspectos das práticas educacionais do passado.

De acordo com Depaepe e Simon, (2005), o estudo das práticas concretas, a história da sala de aula, tem sido um terreno pouco explorado até ao momento. Para entender as estruturas que orientam o comportamento pedagógico na sala de aula, é necessário "entrar" nas práticas diárias das escolas, o que, do ponto de vista metodológico, pode não ser uma tarefa fácil. O que Burns (2000) define como fontes primárias, Depaepe e Simon (2005) consideram fontes indirectas, já que não são baseadas na observação directa do observador que está a desenvolver o estudo, o que nem seria possível no caso dos estudos históricos. No entanto, Depaepe e Simon (2005) consideram que a utilização de fontes indirectas poderá não colocar dificuldades tão

grandes como pode parecer à primeira vista, já que a questão pode estar na natureza das perguntas com as quais se faz a abordagem ao material recolhido. Em relação à natureza dos dados recolhidos na investigação histórica, Burns (2000) destaca que muitos dos dados utilizados neste tipo de investigação não foram produzidos para esse propósito, tendo sido criados com intenções administrativas ou outras. Por isso, o investigador deverá avaliá-los de uma forma crítica, tentando estabelecer a autenticidade da fonte e a validade do que está escrito no documento.

Pela centralidade que Nabais assume no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, comecei por procurar documentos produzidos por este autor, tanto para efeitos de publicação, como pessoais. De entre os encontrados destacam-se os *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, revista de Ciências da Educação, cujo director e proprietário era o próprio Nabais. De acordo com Nóvoa (1993b) a revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia - Revista de Ciências da Educação* era um periódico que tinha como objectivo fazer crescer a competência e participação dos educadores nacionais, numa tentativa de despertar uma pedagogia portuguesa. Segundo este autor, esta revista pretendia ser um veículo de formação em ciências da educação, sendo isso visível nos artigos de fundo incluídos nas secções de psicologia, pedagogia e orientação vocacional. No entanto, a falta de um trabalho de edição regular não permitiu a concretização do projecto inicial[3] (Nóvoa, 1993). Mesmo quando um periódico nasce de uma vontade individual, como parece ser o caso desta revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, a controvérsia não deixa de estar presente, seja na relação com os leitores ou nas críticas efectuadas junto dos poderes públicos, observações essas que podem ser expressas no conteúdo dos próprios artigos ou nos editoriais de abertura.

As metodologias elaboradas por Nabais para a utilização dos materiais didácticos constituíram outra fonte essencial de informação. De acordo com testemunhos de professores que trabalharam directamente com Nabais, estas metodologias estavam na base do que era trabalhado nos cursos, assim como serviam de guia orientador para quem trabalhava no Ensino Primário do Colégio Vasco da Gama. Pela importância dada pelos professores a estas metodologias, estas acabaram por se

[3] Apesar da irregularidade na edição, esta revista é apresentada por Nóvoa (1993), na sistematização das principais características da imprensa de educação e ensino em Portugal, ao longo dos séculos XIX e XX, na categoria das revistas de Ciências da Educação, subcategoria de Divulgação educativa/Inovação Pedagógica. Nesta subcategoria encontram-se os periódicos "cujo principal objectivo consiste em divulgar a inovação pedagógica, seja sistematizando um conjunto de práticas e de experiências educativas, seja difundindo ideias e reflexões pedagógicas" (Nóvoa, 1993, p. 942).

tornar uma fonte de informação muito próxima do que se passava realmente na sala de aula. As descrições dos professores sobre a forma como trabalhavam com os materiais confirmaram isso mesmo, já que muitas vezes, nos depoimentos orais, seguiam passo a passo o que era descrito nos livros, mesmo sem os consultarem no momento.

Embora o livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*, não ser da autoria de Nabais, mas sim de Caleb Gattegno, resolvi incluí-lo nos documentos produzidos por Nabais, já que ele faz a revisão da tradução portuguesa e acrescenta numa edição sem data desta obra, uma série de anotações pessoais, onde justifica a adaptação do material Cuisenaire e o desenvolvimento do material Cubos – Barras de cor. Entre os documentos produzidos por Nabais, encontram-se também uma série de artigos escritos por este autor em 1990, para o jornal diário *Correio da Manhã* e artigos escritos para o jornal *Correio Elvense*, que foram posteriormente compilados pelo mesmo na obra *Asas Cortadas*, publicada em 1990.

Entre os documentos que pretendia recolher inicialmente, incluíam-se os cadernos e provas de avaliação dos alunos. Os trabalhos dos alunos são apontados por Chervel (1990) como fonte primária para a construção desse conhecimento. No entanto, este autor alerta para o perigo destas fontes primárias poderem constituir uma fonte desequilibrada e pouco representativa, devido aos critérios utilizados na conservação dos documentos (guardarem-se apenas cadernos dos bons alunos, por exemplo).

Nos primeiros contactos com os responsáveis actuais do Colégio Vasco da Gama, foi possível verificar que este tipo de documentos dos alunos não são guardados no Colégio por um período tão longo e por isso não existiam registos da época em estudo. Por outro lado, os cadernos e provas de avaliação que foi possível recolher junto dos antigos professores do Colégio revelaram-se muito incompletos para permitir uma análise sistematizada.

Entre os documentos oficiais do Colégio Vasco da Gama, procurei o Alvará do Colégio, o documento dos Programas Próprios, actas que pudessem reflectir discussões sobre a introdução das novas metodologias e relatórios de inspecção que reflectissem um acompanhamento exterior sobre as experiências com as novas metodologias e a implementação dos Programas Próprios. Em relação a este tipo de documentos, que constituiriam fontes primárias, por reflectirem a visão de testemunhas que viveram os acontecimentos, apenas foi possível analisar o Alvará do Colégio. No que diz respeito aos outros documentos, o actual director do Colégio, Inácio Casinhas (depoimento oral, 2007, 9 de Novembro), referiu que, por um lado não existem documentos no Colégio

que reflictam discussões realizadas a nível interno porque o Colégio era dirigido de uma forma pessoal e centralizada por Nabais, que propunha as experiências a realizar no âmbito do ensino da Matemática. No que diz respeito a observadores externos e a documentos produzidos por estes, o actual director do Colégio referiu que também não existem no Colégio esse tipo de registos. Mesmo em relação aos Programas Próprios, só foi possível analisar um documento que tem o título de Projecto de Programas Próprios, já que parece não existir um documento final elaborado a partir do projecto.

Tendo em conta que um dos aspectos mais importantes do trabalho desenvolvido por Nabais, no Colégio Vasco da Gama, está relacionado com o desenvolvimento de materiais didácticos, os próprios materiais constituíram também uma importante fonte de informação, que seriam neste caso o que Burns (2000) designa por artefactos ou objectos. Para além de procurar os materiais didácticos desenvolvidos, procurei também descobrir as suas patentes, o que não foi possível até ao momento, já que no processo de partilha dos bens pertencentes a Nabais, as patentes não foram atribuídas às pessoas que estão actualmente no Colégio. Fiz diversas tentativas para contactar a pessoa que detém os registos, tanto por correio electrónico, como por telefone, mas não obtive uma resposta.

Os testemunhos orais foram outra fonte explorada em relação à obtenção de informações sobre o trabalho desenvolvido no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. Inicialmente tinha previsto a recolha de depoimentos orais do actual director do Colégio, de professores que tivessem trabalhado no Colégio na época da sua inauguração e implementação das novas metodologias de ensino da Matemática, de professores que tivessem trabalhado no Colégio durante a implementação dos Programas Próprios, de outras pessoas que de alguma forma pudessem ter tido alguma relação com o trabalho desenvolvido por Nabais e de alunos que tivessem frequentado o Colégio no período em que se centra este estudo. Com o decorrer do estudo, e por limites de tempo e de quantidade de documentos para analisar, acabei por não recolher testemunhos de ex-alunos.

Em relação à utilização de depoimentos orais na história da educação, e mais concretamente para a história da sala de aula, Depaepe e Simon (2005) referem que nas ciências da educação existe uma discussão sobre a possibilidade da existência de metodologias baseadas na percepção de alunos, professores e na percepção de observadores externos. Por um lado, os que apoiam as percepções dos alunos e dos

professores e que trabalham nos chamados estudos de cultura de sala de aula, por outro lado, aqueles que consideram que este tipo de estudos são imprecisos e que, por isso, devem ser abandonados. Em relação ao testemunho de alunos, Chervel (1990) aponta como objectivo da história das disciplinas escolares estudar a natureza dos conhecimentos adquiridos e a aculturação realizada pelo aluno em contexto escolar. Deste modo, a história das disciplinas escolares deveria reunir testemunhos, directos e indirectos, do que foi efectivamente o ensino e a evolução que provocou nos alunos.

Para (Depaepe & Simon, 2005), a importância deste tipo de fontes centra-se, geralmente, em projectar a voz dos participantes, das pessoas que poderão ter sido silenciadas pelas vozes do poder. Estas pessoas dizem sempre a verdade, pelo menos a sua verdade, ou seja, a percepção que tiveram da realidade. No entanto, quando estas percepções não podem ser comprovadas com fontes adicionais, estes documentos subjectivos podem constituir um problema de interpretação para quem pretende fazer a história do ensino na sala de aula (Depaepe & Simon, 2005). De acordo com Chervel (1990), muitas vezes os sistemas educativos não colocam o professor em contacto directo com as finalidades de objectivo, ou seja, as finalidades teóricas, aquilo que se pretende fazer, sendo apresentado ao professor, ou ao futuro professor, um produto acabado, que ele terá que colocar em prática sem questionar, mesmo que o papel da instituição que lhe proporciona a formação não seja o de esconder a natureza dessas finalidades. Deste modo, (Depaepe & Simon, 2005) afirmam que os professores estão muitas vezes pouco conscientes das finalidades daquilo que estão a pôr em prática. Um etnógrafo poderia tentar comprovar, ou não, as declarações que os professores e alunos produzissem, através da observação. Para os historiadores não existe essa possibilidade. Quando o historiador faz a análise da entrevista, fica apenas com meras afirmações e não tem nenhum meio para descobrir se esta era a "verdade subjectiva" (identidade profissional do professor) ou se era a "realidade" vivida na sala de aula (Depaepe & Simon, 2005).

Com o que atrás foi apresentado, será que se pode considerar que os testemunhos de professores, alunos e observadores não são úteis para a construção da história da sala de aula? Segundo Depaepe & Simon (2005), isto não significa que estes testemunhos sejam inúteis para a história do ensino na sala de aula, no entanto o historiador deve estar alerta para o facto de que não deve trabalhar com estas fontes, como fontes únicas, devendo cruzar as informações recolhidas através destes procedimentos, com informações de outras fontes.

Tendo em conta alguma ausência de registos escritos sobre o trabalho de Nabais, que não fossem produzidos pelo próprio, os depoimentos orais assumiram um importante papel no presente estudo, no sentido de confirmar ou não a informação recolhida através de outras fontes, e como forma de complementar essa mesma informação.

Nas entrevistas propostas foram elaborados guiões, onde constavam os temas a abordar com o intuito de intervir com pertinência. Este guião surge como um recurso, para que o entrevistador aborde os temas já definidos, independentemente da ordem pela qual o entrevistado responde. Nesta perspectiva, a entrevista enquadra-se numa estrutura semidirectiva, em que se deixa que o pensamento do outro surja naturalmente, mas enquadrando-se no que se quer aprofundar (Ruquoy, 1995). De acordo com Ghiglione e Matalon (1997), neste tipo de entrevista a abordagem dos temas definidos deve ser flexível, ou seja, deve ser feita pela ordem que se achar mais pertinente. Desta forma foi dado espaço para que os entrevistados pudessem expor as suas ideias, existindo apenas intervenções pontuais do entrevistador para orientar o discurso na direcção pretendida. No presente estudo, as entrevistas decorreram essencialmente em casa dos entrevistados, ou no seu local de trabalho. Um outro cuidado, para que (Bogdan & Biklen, 1994) alertam no âmbito das entrevistas que se enquadram em estudos históricos, é que deve existir alguma investigação preliminar, no sentido de recolher informação sobre quais as pessoas disponíveis para entrevistar, já que o facto de as pessoas estarem inacessíveis poderá ser um impeditivo para a realização do trabalho.

Análise de dados

Em relação à análise dos dados, esta incidiu sobre os diversos documentos recolhidos, e que foram descritos anteriormente nas opções metodológicas.

O processo de análise foi desenvolvido em quatro fases, seguindo uma proposta de análise do tipo qualitativo de Creswell (2003), embora não utilizando todos os passos propostos por este autor[4]. A primeira fase consistiu na transcrição das entrevistas e na

[4] Creswell (2003) apresenta uma proposta de análise de dados que inclui seis fases: organização e preparação dos dados para análise, leitura geral dos documentos, análise detalhada e início do processo de codificação, utilização do processo de codificação para preparação de temas ou categorias para análise, representação dos dados numa narrativa qualitativa, que pode ser ilustrada por figuras, tabelas, ou uma

organização da documentação recolhida. Nesta fase é importante a organização dos documentos consoante a sua origem e fonte de informação (Creswell, 2003). Na segunda fase procedi a uma leitura atenta dos documentos e a uma análise descritiva das ideias gerais contidas em cada um. Nesta segunda fase, que já coincidiu com o início do processo de escrita, analisei os documentos independentemente uns dos outros, tentando ter uma noção do todo, encontrar-lhes pontos comuns, tomando notas sobre a possibilidade da organização de temas e finalmente organizando um primeiro esquema com os temas a analisar, dando um nome a cada tema. Na terceira fase fiz uma análise descritiva e detalhada de cada um dos documentos, com a divisão do texto em diferentes temas de análise. Nesta fase, escolhi uma cor para corresponder a cada um dos temas, e utilizei essa cor para marcar os temas dentro da análise descritiva que tinha feito para cada um dos documentos. De acordo com Creswell (2003), nesta fase o material recolhido é organizado em vários "pedaços", antes de adquirirem um significado. Este processo envolve a partição de parágrafos ou frases em categorias, dando-lhes um nome sugestivo. Na quarta fase, procedi a uma análise interpretativa dos dados, tentando estabelecer uma relação entre os vários temas abordados, tentando relacionar os aspectos gerais do ensino da Matemática no Primário, no período em estudo, com o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, no mesmo período. Foi esta fase que me levou às conclusões.

Embora tenha estabelecido este enquadramento de análise geral para todos os documentos, nem todos os temas tiveram o mesmo tratamento analítico.

Em relação aos documentos referentes ao enquadramento do ensino da Matemática no Primário na época em estudo, procedi de duas formas diferenciadas. Em relação aos documentos da imprensa educativa, projectos de colégios relacionados com o ensino da Matemática, cadernos de apontamentos de Didáctica da Aritmética e programas das escolas do magistério Primário, optei por fazer uma análise descritiva e detalhada de cada documento, organizando posteriormente uma cronologia dos acontecimentos[5].

Em relação à análise dos programas do Ensino Primário em vigor no período em estudo, optei por fazer uma organização por temas. Desta forma, após a organização dos

cronologia e, finalmente, a última fase envolvendo a interpretação do sentido dos dados, interpretação essa que pode ser feita tendo em conta o enquadramento teórico. Embora Creswell (2003) proponha estas seis fases, refere que devem ser adaptadas, tendo em conta a pesquisa específica em desenvolvimento.

[5] Em relação à organização e análise do conteúdo dos documentos, Burns (2000) refere que a maioria dos investigadores em história da educação opta normalmente, ou por organizar a informação por ordem cronológica, ou por conceitos ou temas.

programas recolhidos, fiz uma análise descritiva de cada um dos programas do Ensino Primário. Após esta primeira e segunda fase de análise, organizei vários temas para estudar os programas do Ensino Primário. Elaborei então dois momentos para a interpretação dos dados, num primeiro momento analisei os aspectos globais dos programas, a sua estrutura, sequência de disciplinas, objectivos gerais da disciplina de Matemática, e ainda aspectos relacionados com a resolução de problemas e os materiais didácticos referidos nesses programas. Num segundo momento, organizei a análise dos conteúdos matemáticos dos diversos programas do Ensino Primário trabalhados, em sete temas: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria. Em relação a estes temas, fiz uma análise longitudinal, da forma como eles foram trabalhados ao longo dos vários programas do Ensino Primário analisados.

No que diz respeito aos documentos relacionados com o objecto central do estudo, o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, e o papel de Nabais no ensino desta disciplina no Ensino Primário, numa primeira fase da análise fiz a transcrição das entrevistas realizadas e organizei a documentação recolhida: documentos produzidos pelo próprio Nabais, documentos escritos por outros, dentro do próprio Colégio, ou exteriores ao Colégio, sobre o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e o trabalho desenvolvido por Nabais, fontes materiais, como os materiais didácticos e depoimentos orais. Na segunda fase de análise, fiz uma descrição global dos documentos, onde destaquei as ideias gerais contidas em cada um. A partir desta fase, destaquei quatro aspectos fundamentais, que passaram a servir de referência a esta parte central do estudo: o desenvolvimento do pensamento pedagógico de Nabais em relação ao ensino da Matemática, o papel de Nabais no desenvolvimento e divulgação de material didáctico para esta disciplina, a organização da Matemática nos Programas Próprios implementados por Nabais no Colégio Vasco da Gama e a sua participação em debates e controvérsias sobre o ensino da Matemática. Esta organização dos temas foi essencial para orientar o trabalho que se seguiu. De acordo com Bloch (1976) é esta a primeira necessidade de uma investigação histórica. Para este autor, a investigação histórica não se resume a uma simples recolha e análise dos documentos. Não basta, por isso, ter as informações dos documentos, há que saber como questioná-los "a investigação histórica admite, desde os primeiros passos, que o inquérito tenha já uma direcção" (Bloch, 1976, p. 61). No entanto, este mesmo autor refere que esta

moldura que enquadra o trabalho da pesquisa tem que ser maleável, para que possa existir um enriquecimento com novas informações que possam surgir ao longo da investigação, mas volta a salientar que o "explorador sabe, antecipadamente, que o itinerário que traçou ao partir não será seguido ponto por ponto. Mas, sem o traçar, arrisca-se a andar eternamente perdido" (Bloch, 1976, p. 61).

Após esta fase, em que destaquei as ideias gerais dos documentos, procedi a uma terceira fase, onde fiz uma análise descritiva e detalhada de cada um dos documentos, organizando categorias a trabalhar dentro de cada um dos temas gerais que tinha organizado anteriormente.

Em relação ao desenvolvimento de pensamento pedagógico de Nabais, destaquei essencialmente a opinião deste autor sobre os métodos e processos de ensino/aprendizagem na disciplina de Matemática, "tecnologização" do ensino desta disciplina, papel do professor e do aluno, avaliação e insucesso em Matemática e as principais referências teóricas deste autor, explicitadas nos seus trabalhos. No que diz respeito ao papel de Nabais no desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos para o ensino da Matemática no Primário, optei por fazer primeiro uma sequência cronológica dos acontecimentos e depois analisar a proposta apresentada por Nabais nas metodologias dos materiais didácticos, para a exploração dos diferentes conteúdos matemáticos. Esta análise também foi enquadrada pelo mesmo esquema de conteúdos que utilizei para analisar os programas oficiais do Ensino Primário. Em relação aos cursos sobre o ensino da Matemática, orientados por Nabais, analisei também os cadernos de apontamentos de uma professora que frequentou diversos cursos na década de 1980. Esta análise permitiu fazer um cruzamento de dados com as informações recolhidas nas metodologias publicadas por Nabais. Em relação à implementação dos Programas Próprios, comecei por analisar o desenvolvimento do pensamento de Nabais em relação a este tema e depois analisei o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos nestes programas. Também neste caso, a análise foi feita utilizando o mesmo esquema dos programas oficiais.

A inclusão de uma polémica sobre o ensino da multiplicação, que decorreu entre Nabais e António Augusto Lopes, deveu-se ao facto de que nos textos onde está incluída a polémica, ambos os autores explicitarem de uma forma fundamentada as opções que tomaram em relação ao ensino deste conteúdo matemático. De acordo com Koselleck (2002, citado em Villaverde, Kincheloe & Helyar, 2006), as controvérsias, disputas e tensões são o núcleo da escrita histórica, principalmente os conflitos que

ficam por resolver. Também Valente (2003) aponta as polémicas como situações particularmente ricas para os estudos históricos. De acordo com este autor as "controvérsias, disputas, querelas, brigas, enfim, caracterizam momentos em que se torna possível distinguir as posições e interesses de diferentes protagonistas que participaram directa ou indirectamente do estabelecimento de marcos históricos" (Valente, 2003b, p. 152).

Na quarta e última fase de análise dos documentos, fiz uma análise interpretativa dos diferentes temas, estabelecendo uma relação entre o ensino da Matemática desenvolvido no Colégio Vasco da Gama e o que era explicitada para o ensino desta disciplina no Ensino Primário.

Em relação à análise dos documentos também é importante destacar a distinção que Geertz (1989) faz entre o que chama de "descrição superficial" e "descrição densa", a partir de uma noção de Gilbert Ryle. Para Geertz (1989) o que vai da descrição superficial de um facto, até à descrição densa desse mesmo facto, é o objecto da etnografia. Com a descrição densa pretende-se abordar factos pequenos, mas densamente entrelaçados de forma a conseguir uma descrição minuciosa e é esse o objecto da etnografia, tentar hierarquizar de uma forma estratificada as estruturas de significantes. A descrição densa das fontes tem sido uma técnica utilizada com algum sucesso nos campos da antropologia e da etnohistória. Mas um historiador que trabalhe dentro desta metodologia e linha de trabalho terá que contentar-se com informação menos detalhada do que um etnólogo e deve ter consciência que nenhuma das conclusões que venha a estabelecer pode estar apenas baseada na observação. (Depaepe & Simon, 2005).

É de destacar que, apesar da descrição metodológica apresentada, seguir uma certa sequencialidade, muitas vezes houve momentos em que a análise dos documentos levou a uma reorientação da pesquisa de doutros documentos. Um exemplo deste aspecto, foi a análise da implementação dos Programas Próprios. No início, eu desconhecia que o Colégio Vasco da Gama tinha Programas Próprios para o Ensino Primário. Só após a primeira fase de análise dos documentos, em que os organizei, é que me apercebi desse facto. No entanto, só na terceira fase de análise, em que procedi a uma descrição detalhada do conteúdo dos documentos, é que notei que, para além desses Programas Próprios terem sido desenvolvidos no Colégio Vasco da Gama, também tinham sido desenvolvidos no Colégio Campo de Flores, na Sobreda de

Caparica e no Colégio D. Nuno Álvares Pereira, da Casa Pia, com o acompanhamento do próprio Nabais. Isto fez com que tivesse que voltar à fase de recolha de documentação, entrando em contacto com as pessoas que actualmente são responsáveis por estes dois Colégios. No caso do Colégio D. Nuno Álvares Pereira, não foi possível recolher qualquer documento sobre a implementação desses programas, no caso do Colégio Campo de Flores, foi possível recolher um depoimento oral da actual responsável pelo 1º ciclo do ensino básico na instituição, que já trabalhava no Colégio Campo de Flores na época em que foram implementados os Programas Próprios. Este exemplo serve para ilustrar uma característica da investigação histórica em educação, que Burns (2000) destaca. Segundo este autor, os investigadores envolvidos na pesquisa histórica não criam novos dados, trabalhando com dados que já existem e que muitas vezes são desconhecidos no início da investigação. Assim, o investigador tem muitas vezes que conduzir a investigação para que, partindo de um determinado dado, consiga localizar a fonte da informação, contactando de seguida essa fonte. Deste modo, essa fonte passará a ser usada como informante, que poderá esclarecer os dados recolhidos e ajudar a localizar novos documentos.

CAPÍTULO III – ORGANIZAÇÃO DO ENSINO PRIMÁRIO DA DÉCADA DE SESSENTA À DÉCADA DE OITENTA DO SÉCULO XX

Ao estudar as inovações curriculares e didácticas que ocorreram na área da Matemática, no Ensino Primário em Portugal durante as décadas de 1960 a 1980, não poderia deixar de enquadrar o trabalho no que foram as políticas educativas no período em estudo. O que ocorre no ensino da Matemática durante este período, tanto ao nível do Ensino Oficial, como no Colégio Vasco da Gama, que é uma instituição do Ensino Particular e Cooperativo, está enquadrado num contexto político, social e educativo, ao qual não é alheio.

É com o objectivo de contextualizar as inovações curriculares que ocorreram durante este período, sobre influência da Matemática Moderna, que apresento este capítulo, onde pretendo expor a organização e as principais características do Ensino Primário da época.

Antes de incidir a atenção sobre o Ensino Primário nas décadas de 1960 a 1980, considerei significativo fazer um preâmbulo com o historial do Ensino Primário no século XX, até chegar a 1960, já que as diversas mudanças políticas ocorridas na primeira metade desse século irão marcar o que aconteceu neste nível de ensino posteriormente.

Em relação ao período em estudo, para além de apresentar uma perspectiva global do Ensino Primário Elementar, decidi realçar alguns aspectos como o desenvolvimento da escolaridade obrigatória, os programas do Ensino Primário em vigor nesta época, a evolução do número de alunos, número de escolas e aproveitamento no Ensino Primário Oficial e alguns aspectos gerais da formação dos professores Primários.

Em relação ao Ensino Particular e Cooperativo destaco essencialmente alguns documentos que enquadraram este tipo de ensino no sistema de ensino português, tais como o Decreto n.º 37 545, de 8 de Setembro que publica o Estatuto do Ensino Particular, o Decreto-Lei n.º41 192, de 18 de Julho de 1957 que faz algumas remodelações ao Estatuto referido anteriormente, a Portaria n.º 20 904, de 13 de Novembro de 1964, a Lei n.º 9/79, de Março de 1979, Bases do Ensino Particular e Cooperativo e o Decreto-Lei n.º 553/80, de 21 de Novembro de 1980, que aprova o

Estatuto do Ensino Particular e Cooperativo. Esta análise é feita a partir de trabalhos efectuados por Sampaio (1977) e Gomes (1981), onde estes abordam o Ensino Particular e Cooperativo. Nesta análise não é abordado especificamente o Ensino Primário, mas o Ensino Particular e Cooperativo de uma forma geral, existindo apenas algumas incidências no nível Primário.

Em relação ao Ensino Particular e Cooperativo apresento ainda análises de alguns documentos que de alguma forma marcaram e influenciaram este tipo de ensino.

O Ensino Primário Oficial em Portugal desde a implantação da República até 1960

Quando se deu a implantação da República em Portugal, em 5 de Outubro de 1910, existiam cerca de seis milhões de habitantes e a taxa de analfabetos situava-se nos 75%. O ideal republicano vem influenciar o sistema de ensino e em 1911, com o Decreto de 29 de Março, é reestruturado o ensino infantil para crianças dos quatro aos sete anos e o Ensino Primário é organizado em três graus: o Elementar, de três anos, o Complementar, com dois anos e o Superior, de três anos. É também deste período a iniciativa das escolas móveis[6], que pretendia levar o ensino onde não houvesse uma escola fixa (Abreu & Roldão, 1989; Carvalho, R., 2001).

De acordo com Abreu e Roldão (1989), a instabilidade política que se viveu no período entre 1910 e 1926 dificultou a prossecução destas iniciativas. A alteração do regime político ocorrida em 1926[7] repercutiu-se no desenvolvimento da escola obrigatória. De acordo com Brito e Rosas (1996) a redução da escolaridade obrigatória, a criação dos postos de ensino, a orientação do ensino pela moral cristã e a simplificação dos programas, são medidas que ilustram as medidas educativas da primeira fase do Estado Novo. É também nesta primeira fase do Estado Novo que se encerram as escolas do magistério Primário[8], procedendo-se à sua reabertura passados

[6] As escolas móveis oficiais são criadas pelo Decreto de 29 de Março de 1911, para funcionar nas freguesias onde não houvesse escolas fixas, como forma de promover a frequências escolar (Abreu & Roldão, 1989).

[7] No dia 28 de Maio de 1926 um movimento militar derrubou a I República, dando início a um período que ficou conhecido por Estado Novo, que só terminou no dia 25 de Abril de 1974, através de outro movimento militar.

[8] As escolas do magistério Primário encerraram em 1936 e foram reabertas em 1942, por Decreto-Lei de 5 de Setembro. Antes do encerramento o curso tinha três anos, depois da reabertura passou a ter dois. Na reabertura foram autorizadas a funcionar quatro escolas do magistério Primário: Lisboa, Porto, Coimbra e Braga (Carvalho, 2001).

seis anos com uma diminuição do nível de formação dos professores, ao mesmo tempo que surgem os regentes escolares[9].

Numa segunda fase de políticas educativas do Estado Novo, Brito e Rosas (1996) afirmam que se procedeu à organização de uma escola nacionalista, com a prioridade do discurso político a ser concedida à função educativa de integração numa ordem social estabelecida.

Em 1938, com a Lei 1969, de 20 de Maio, é reformulado o Ensino Primário, passando a compreender dois graus, o Elementar, com três classes, que é obrigatório, e o Complementar, para aqueles que querem prosseguir estudos. É nesta fase que surgem algumas medidas emblemáticas das políticas educativas do Estado Novo, como a designação de Ministério da Educação Nacional, o livro único e a criação da Mocidade Portuguesa.

Numa terceira fase, que Brito e Rosas (1996) situam entre 1947 e 1960, as políticas educativas reflectem a realidade social e económica do período do pós-guerra. Neste período as políticas educativas articulam-se numa tentativa de desenvolver economicamente o país, existindo uma ruptura com medidas tomadas na fase anterior (Brito & Rosas, 1996). É nesta fase que é estabelecida a escolaridade obrigatória de quatro classes, para menores do sexo masculino, com o decreto-lei 40 964 de 31 de Dezembro de 1956. A escolaridade obrigatória é estendida ao sexo feminino em 1960, com o decreto-lei 42 994, de 28 de Maio.

[9] De acordo com Abreu e Roldão (1989), a criação da figura dos regentes escolares enquadra-se num conjunto de medidas tomadas pelo Estado após a aprovação da Constituição de 1933, que visam controlar ideologicamente o Ensino Primário. Nestas medidas estão, entre outras, a redução dos programas, do período de obrigatoriedade e da idade limite de frequência, instituição do livro único, suspensão das escolas móveis, extinção de associações representativas de professores e a diminuição do nível de formação dos docentes. Estes regentes escolares estão relacionados com a criação dos postos escolares nas aldeias, medida que é encarada pelo Estado como fazendo parte de um processo de combate ao analfabetismo, e inicialmente é-lhes apenas exigido que comprovem a sua idoneidade moral e intelectual para poderem leccionar no Ensino Primário. Em 1935, num Decreto datado de 28 de Agosto, após a verificação das dificuldades que algumas dessas pessoas tinham em leccionar conteúdos que algumas nem dominavam, passou a ser exigida um exame de aptidão, de Português e Aritmética ao nível da 4ª classe, aos candidatos a regentes escolares (Abreu & Roldão, 1989; Carvalho, 2001). Segundo Abreu e Roldão (1989), os regentes escolares em 1934-1935 são 740, chegando a atingir um total de cerca de 7000. Esta medida foi contestada na época pelos professores Primários nos seus órgãos de imprensa, não só pela desqualificação que significava para a profissão, mas também porque os prejudicava economicamente, já que alguns professores não conseguiam colocação, sendo substituídos por regentes (Carvalho, 2001).

O Ensino Primário Oficial em Portugal desde a década de 1960 à década de 1980

A escolaridade obrigatória

O final da década de 1950 e início da década de 1960 são marcados pelas carências de mão-de-obra qualificada, evidenciadas pelo desenvolvimento industrial e dos serviços e necessidades ao nível do desenvolvimento económico, muito penalizado pelas elevadas taxas de analfabetismo existentes no país, o que leva a que a extensão da escolaridade obrigatória voltasse a ser tema de declarações de intenção por parte do Ministério da Instrução Pública, na época do ministro Francisco Leite Pinto (Fernandes, 1981; Abreu & Roldão, 1989). Como já foi focado, a escolaridade obrigatória é reforçada, no final da década de 1950 e início de 1960, com os Decretos-Lei nº 42 443, de 10 de Agosto de 1959, e nº 42 994, de 28 de Maio de 1960, sendo alargada para as quatro classes do Ensino Primário e estendida aos menores do sexo feminino (Sampaio, 1977). No entanto, só em 1964, com o Decreto-Lei nº 45 810, de 9 de Julho de 1964, se institui o alargamento da escolaridade obrigatória para seis anos, passando o período etário de frequência obrigatória a ser entre os sete e os catorze anos, quando anteriormente era entre sete os doze anos e dividindo-se o Ensino Primário em dois ciclos: Ensino Primário Elementar (4 classes) e Ensino Primário Complementar (5ª e 6ª classes) (Fernandes, 1981). De acordo com Abreu e Roldão (1989), esta medida resultava mais de pressões internacionais do que da vontade política do Governo Português, já que o início da década de 1960 corresponde às primeiras tentativas de ruptura do isolamento de Portugal em relação ao resto da Europa, devido principalmente às pressões de alguns organismos internacionais, nomeadamente a Organização de Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE). Destas pressões internacionais, Abreu e Roldão (1989) destacam a iniciativa levada a cabo pela OCDE em seis países do Mediterrâneo (Plano Regional do Mediterrâneo), com o objectivo de implementar práticas de educação adequadas aos respectivos países.

Segundo Fernandes (1981), a falta de vontade para colocar em prática o projecto de alargamento da escolaridade obrigatória, ao nível da política interna, também era notória no discurso do então ministro da Educação Nacional, professor Galvão Telles, que considerava a "«ascensão cultural» das massas «um fenómeno e um desígnio

altamente louváveis» mas que podia «fazer correr o risco de estrangulamento ou abafamento da escola intelectual». Por isso, acrescentava, «a corrida à escola» teria «de ser acompanhada e vigiada com as necessárias cautelas ...»" (Fernandes, 1981, p. 168). Abreu e Roldão (1989) salientam também a falta de uma política empenhada e convicta dos objectivos traçados, realçando que não se chegou a introduzir qualquer medida para garantir o reforço do cumprimento da escolaridade obrigatória. O próprio preâmbulo do Decreto-Lei nº 45 810, de 9 de Julho de 1964[10], adopta um tom, por um lado auto-justificativo e desculpabilizante, e por outro lado, enaltecedor do esforço financeiro que teria de ser feito para colocar em prática este alargamento da escolaridade obrigatória, esforço esse efectuado num contexto de dificuldades financeiras e económicas em que o país vivia (Abreu & Roldão, 1989).

É neste contexto que surge então o ciclo Complementar do Ensino Primário, que só seria obrigatório para alunos que se matriculassem pela primeira vez na 1ª classe, no ano lectivo de 1964-1965. Através de diversas disposições, foram criadas mais duas vias para o cumprimento do 5º e 6º ano de escolaridade, a Telescola em 1964, e em 1967, o ciclo preparatório do ensino secundário, agravando o carácter discriminatório do sistema de ensino, sendo o ciclo Complementar do Ensino Primário e a telescola mais destinados às populações rurais e suburbanas e o ciclo preparatório do ensino secundário, mais para as populações urbanas (Fernandes, 1981; Abreu & Roldão, 1989).

A partir de 1970, com o Ministério de Veiga Simão, assiste-se a uma tentativa de constituir um sistema de ensino mais coerente e inovador. Esta época é marcada por uma tentativa de reforma global do Sistema Educativo, que foi definida na Lei n.º 5/73, e é normalmente conhecida por Reforma Veiga Simão. Foi definida a escolaridade como obrigatória por um período de oito anos e extinguiu-se o ciclo Complementar do Ensino Primário (Abreu & Roldão, 1989). Os primeiros quatro anos desta escolaridade obrigatória seriam desenvolvidos em escolas primárias e os restantes quatro anos correspondiam ao ensino preparatório e seriam desenvolvidos em escolas preparatórias.

[10] O Decreto-Lei n.º 45 810, de 9 de Julho de 1964, começa por salientar os progressos efectuados ao nível da escolaridade obrigatória, assumindo de seguida que não era ainda suficiente. "É sabido que se fizeram entre nós, nos últimos tempos, importantes progressos em matéria de escolaridade obrigatória, quer no sentido de a ampliar, pois anteriormente era restrita a três classes e hoje abrange quatro, quer no sentido de a tornar uma realidade efectiva.
Sem embargo disso, presentemente aquela escolaridade mostra-se exígua, tidas em conta as exigências e anseios do mundo moderno." (Decreto-Lei n.º 45 810, de 9 de Julho de 1964)
O texto adopta depois um tom auto-justificativo "Em resultado desse estudo, entende o governo poder promover agora a nova ampliação, não obstante o enorme esforço financeiro e técnico que a mesma vai exigir e que mais pesado se tornará em face das dificuldades criadas por um estado de guerra que ambições alheias nos impõem." (Decreto-Lei n.º 45 810, de 9 de Julho de 1964)

Admitia-se ainda o funcionamento da telescola, mas só enquanto não fosse assegurado o ensino directo para todos. Esta lei, publicada a 25 de Julho de 1973, praticamente não chegou a ser colocada em execução (Fernandes, 1981).

De acordo com Fernandes (1981) e Abreu e Roldão (1989), no período após o 25 de Abril de 1974, as preocupações dos sucessivos governos prenderam-se mais com o cumprimento da escolaridade obrigatória de 6 anos, que ainda não estava a ser cumprido e não tanto com o alargamento dessa mesma escolaridade. No que se refere à escolaridade obrigatória, Abreu e Roldão (1989) destacam três documentos que são marcantes neste período, a Constituição de 1976 (revista em 1980), o Decreto-Lei n.º 538/79, de 31 de Dezembro e o Decreto-Lei n.º 301/84, de 7 de Setembro.

Na Constituição de 1976, revista em 1980, o Estado assume como sua incumbência assegurar a todos o ensino básico universal, obrigatório e gratuito. Reconhece a todos os cidadãos o direito a um nível mínimo de educação, definindo o conceito de educação básica, e que, para atingir este objectivo, a educação deve ser escolar, tornando-se gratuita e obrigatória. Define-se assim, não só o princípio de escolaridade básica, como os meios para a atingir, ou seja, a obrigatoriedade e a gratuitidade. Na constituição de 1976, o Estado assume-se como garante e promotor dessa educação básica e universal, diferentemente do que acontecia na Constituição de 1933. A Constituição de 1976 vem também instituir, no seu artigo74º, a promoção e apoio do ensino especial para deficientes (Abreu & Roldão, 1989).

De acordo com Abreu e Roldão (1989), a partir de 1974 foram tomadas algumas medidas pontuais para promover a escolaridade obrigatória, que só são sistematizadas no Decreto-Lei nº. 538/79, de 31 de Outubro. Neste decreto definem-se alguns aspectos da implementação da escolaridade obrigatória e do papel do Estado nessa implementação, tais como a extensão da responsabilidade do Estado em relação à cultura e língua portuguesa, a garantia de apoio às crianças portadoras de deficiência e do seu direito ao trabalho, as componentes da gratuidade, como a isenção de propina ou de quaisquer outras formalidades relativas à frequência e avaliação, transportes gratuitos em certas zonas do país, suplemento alimentar para alunos do Ensino Primário, auxílios económicos directos, a exigência do diploma de escolaridade obrigatória para desempenhar funções em organismos públicos ou privados e para a obtenção da carta de

condução e ainda o controlo dos alunos abrangidos pela escolaridade obrigatória, sendo a frequência escolar uma condição para a atribuição do abono de família[11].

No que diz respeito ao Decreto-Lei n.º 301/84, Abreu e Roldão (1989) salientam que este documento define a escolaridade obrigatória como a correspondente ao ensino básico, que deverá ser obrigatório e gratuito. Neste diploma, que é apresentado como reforçador e regularizador do cumprimento da escolaridade obrigatória, são definidos os direitos e deveres dos encarregados de educação e dos alunos, implicando-os no cumprimento da escolaridade obrigatória. Com este documento passa a ser um dever do encarregado de educação a matrícula e o incremento de frequência, sendo estabelecido com algum pormenor os mecanismos de transferência e justificação de faltas. Aos alunos é atribuído o dever de obter aproveitamento e não desistir do cumprimento da escolaridade obrigatória, mesmo não obtendo aproveitamento. Assim, mesmo não cumprindo o dever de aproveitamento, o aluno deveria cumprir o dever de frequência.

Abreu e Roldão (1989) apontam algumas fraquezas a este documento como o processo de dispensa da escolaridade, que entrega às autoridades escolares e sanitárias locais a competência de reconhecimento da incapacidade física ou mental da criança para frequentar a escola, o que na prática facilita o processo de dispensa da escolaridade e o controlo de matrículas, onde, apesar da regulamentação, passa a existir uma certa indefinição de responsabilidades, o que não permite um controlo dos alunos dentro da escolaridade obrigatória.

Perspectiva Global do Ensino Primário Elementar

No que se refere ao Ensino Primário Elementar, o final da década de 1950 e princípio da década de 1960, são ainda períodos marcados pela continuidade da política tradicional de educação. Um exemplo dessa continuidade é a aplicação à 4ª classe do regime de livro único, uma das primeiras medidas do ministro Francisco Leite Pinto (Sampaio, 1977). Por outro lado, há um afastamento das ideias expressas durante a década de 1930 e 1940, em que se glorificava a trilogia ler – escrever e contar. Perante a necessidade de industrialização do país, o conceito de alfabetizado como aquele que sabe ler, escrever e contar começa a ser desadequado e este mesmo é denunciado abertamente pelo ministro professor Francisco Leite Pinto. Reconhece-se assim

[11] Esta condição para a atribuição do abono foi posteriormente revogada pelo Decreto-Lei n.º 80, de 19 de Abril (Abreu & Roldão, 1989).

publicamente que, o sistema escolar defendido como modelo durante os anos 1930 e 1940 é insuficiente.

Sampaio (1977) salienta que ao longo da década de 1960 são formulados novos objectivos para a educação, que vão para além da instrução, e que visam a formação integral do indivíduo, ao serviço da pátria e da política do governo. A relação professor – aluno também vai sofrendo alterações ao longo desta década, existindo recomendações para que os docentes não castiguem corporalmente os alunos, consignando-se que a disciplina escolar não se deve basear no autoritarismo, intimidação ou violência, mas sim num desenvolvimento físico e intelectual em harmonia com o meio.

Programas

No início da década de 1960, reconhece-se que os antigos programas estão pouco adequados às técnicas pedagógicas mais modernas e por isso é feita uma actualização em 1960, com o Decreto-Lei nº 42 994, de 28 de Maio. Pretendia-se com os novos programas, coordenar e actualizar as matérias do Ensino Primário (Decreto-Lei n.º 42994, de 28 de Maio).

Após a publicação dos programas para o Ensino Primário Complementar, em 1967, os programas do Ensino Primário Elementar são modificados pela Portaria nº 23 485, de 16 de Junho de 1968. De acordo com este diploma, com esta alteração, pretendia-se coordenar estes dois ciclos do Ensino Primário.

De acordo com Sampaio (1977), apesar dos programas publicados para o Ensino Primário Elementar ao longo da década de 1960 conterem algumas inovações, de alguma forma dão continuidade ao espírito de passividade que existia anteriormente e não implicam qualquer actualização pedagógica.

Entre Maio e Junho de 1974 foi feita uma primeira revisão dos programas de 1968, tendo em vista o ano lectivo de 1974-1975. Esses programas continham importantes inovações quanto aos conteúdos e aos métodos. Logo nesse ano lectivos, os programas foram revistos de uma forma mais aprofundada, sendo publicados para o ano lectivo de 1975-1976 novos programas, que se deveriam manter em vigor até ao ano lectivo de 1979-1980 (Fernandes, 1981). Estes programas, vulgarmente conhecidos por "programas laranja", apresentavam uma nova organização pedagógica, substituindo o

regime de classes pelo regime de fases de aprendizagem, tentando assim adequar a aprendizagem aos diferentes ritmos de cada aluno (Abreu & Roldão, 1989).

Em 1978, através do despacho ministerial nº 241/78, de 8 de Agosto, foi apresentado um novo programa do Ensino Primário Elementar que, após alterações, foi aprovado pela publicação da Portaria nº 572/79, de 31 de Outubro. Este, vulgarmente conhecido por "programa limão", parecia pretender a institucionalização da fase única, definindo as metas a atingir no final do Ensino Primário. O lançamento deste programa esteve sujeito a uma aplicação limitada, através de ensaio pedagógico e nunca chegou a ser generalizado. Em 1980, optou-se pelo lançamento de um novo programa para esse nível de ensino, que viria a vigorar até ao início da década de 1990.

Evolução do número de alunos, número de professores, número de escolas e aproveitamento no Ensino Primário Oficial

No período em análise, o número de alunos inscritos no Ensino Oficial começa por crescer ao longo da década de 1960, aumentado de 886,5 milhares no ano lectivo de 1962-1963, para 989,7 milhares, no ano lectivo de 1969-1970. Durante este período o número de estabelecimentos escolares sobe, embora em menor proporção e o número de docentes também sobe, mas em maior proporção do que o número de alunos inscritos, o que provoca uma melhoria da relação docente/aluno (Sampaio, 1977).

Quadro – 1 - Evolução do número de alunos do Ensino Primário da década de 1960 ao ano lectivo 1984/1985.

	1954-1955	1962-1963	1969-1970	1975	1984-1985
Total	813,3	886,5	935,5	882,9	840,9
Ensino Oficial	775,5	845,2	883,7	824,0	783,8
Ensino Particular	37,8	41,3	51,8	58,9	57,0

Fontes: Sampaio, J. S. (1977). *O Ensino Primário – 1911 – 1969: contribuição monográfica. Volume III – 3º período 1955 – 1969*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. Brito e Rosas Brito, J. M. B. & Rosas, F. (1996). *Dicionário de história do Estado Novo*. vol. I. Venda Nova: Bertrand Editora.

O Ensino Primário Oficial, por ser gratuito e possuir uma vasta rede de estabelecimentos escolares, tem a maior parte dos inscritos, docentes e estabelecimentos deste nível de ensino. Neste período, o número de regentes escolares também diminui, passando de 5203 (20, 5% do total de docentes) para 2897 (10, 5% do total de docentes) (Sampaio, 1977). Ao longo desta década, observa-se um aumento da percentagem de repetentes, passando de 24,1% dos inscritos no ano lectivo de 1962/63, para 26,8% em 1969/70. Embora estes números indiquem uma evolução que não é positiva, podem ser o reflexo da diminuição de abandonos na escolaridade primária (Sampaio, 1977). No ano lectivo de 1969/70, a percentagem de alunos do Ensino Primário Elementar Oficial sem aproveitamento era de 30,9%, sendo a percentagem mais elevada verificada na 1ª classe (38,7%) (Abreu & Roldão, 1989; Sampaio, 1977).

Ao longo da década de 1970, o número de inscritos no Ensino Primário Elementar Oficial decresce, rondando os 867 000 no ano lectivo de 1978/79. De acordo com Sampaio (1980) e Fernandes (1981), estes números podem ser o reflexo da melhoria do aproveitamento escolar, da diminuição da população residente durante o período 1960/1970 e da diminuição da taxa de natalidade no mesmo período. Ao longo desta década de 1970, o número de instalações escolares do Ensino Primário Elementar Oficial aumenta ligeiramente, o que provoca uma melhoria leve das condições existentes. No entanto, as condições higiénicas e pedagógicas dos edifícios não são reveladas pelas estatísticas, considerando-se, na época, haver a necessidade de construção de mais 15 000 salas de aula para este nível de ensino.

No que se refere ao número de professores do Ensino Primário Elementar Oficial, assiste-se a um crescimento acentuado do seu número durante este período, passando de 27 460 em 1970-71, para 37 639, em 1976-77, e 37 645 em 1977-78. Este aumento do número de professores, associado ao decréscimo do número de alunos durante este período, leva ao decréscimo do rácio da relação professor/aluno, sendo este no ano lectivo de 1977-78, para o sector Oficial, de aproximadamente 23 alunos por professor (Fernandes, 1981; Sampaio, 1977). O número de regentes escolares também diminui de uma forma bastante acentuada, existindo 439, 1,1% do total de docentes, no ano lectivo de 1976-77 (Sampaio, 1980).

Em relação ao aproveitamento escolar no Ensino Primário Elementar Oficial, e de acordo com Sampaio (1980), é difícil confrontar os números existentes no início da década de 1970, com os números do final da mesma década, devido à entrada em vigor do regime de fases neste nível de ensino. No entanto, comparando as taxas de repetência

da 2ª classe, com as taxas de repetência do 2º ano da 1ª fase, verifica-se um aumento de 25%, em 1970, para 38,9%, em 1977. Em relação à antiga 4ª classe, a taxa de repetência decresce de 25,3% em 1970, para 13,3% em 1976, no 2º ano da 2ª fase. De acordo com Fernandes (1981), estes números reflectem a continuação das dificuldades de adaptação nos anos iniciais de escolaridade, muitas vezes relacionadas com as dificuldades na iniciação à leitura e escrita e a descida da idade de ingresso no Ensino Primário. Este autor também relaciona este aumento com o facto de que, com este regime de fases, os alunos não repetirem a 1ª classe, existindo assim a acumulação de repetições no 2º ano da 1ª fase.

Formação de professores

Após o período de encerramento das Escolas do Magistério Primário, entre 1936 e 1942, e a sua reabertura com cursos de dois anos (três semestres lectivos e um período de estágio), o final da década de 1950 e o início da década de 1960, marcam uma tentativa de incentivar a frequência das Escolas do Magistério Primário e de aumentar o número de professores por elas formados (Sampaio, 1977). Em 1958, aumenta para sete o número de Escolas do Magistério Primário e em 1959 esse quantitativo sobe para 8 (Sampaio, 1977). Numa tentativa de reajustar as Escolas do Magistério Primário, em 1960, o Decreto-Lei nº 43 369, de 2 de Dezembro, procede à sua reorganização, introduzindo alterações curriculares que, com pequenas alterações, se mantiveram até 1974 (Sampaio, 1977; Abreu & Roldão, 1989). Neste documento, reconhece-se a insuficiência de preparação dos candidatos a professores do Ensino Primário em algumas matérias. Por isso, entende-se ser vantajoso a intensificação do estudo da Didáctica Especial e o alargamento do período de estudos de outras disciplinas. A Didáctica Especial divide-se no grupo A e no grupo B, estando a Aritmética, a Geometria, Ciências Geográfico-Naturais e Trabalhos Manuais, no grupo B. Apesar destas alterações no plano de estudos, os programas de cada uma das disciplinas, aprovados em 16 de Janeiro de 1943, não sofrem alterações (Sampaio, 1977).

A partir de 1964, no âmbito do alargamento do período de escolaridade obrigatória, as Escolas do Magistério Primário deveriam passar a ter dois cursos, um geral e outro complementar, formando professores para o Ensino Primário Elementar e para o Ensino Primário Complementar. No entanto, os cursos para o Ensino Primário Complementar não chegaram a funcionar (Sampaio, 1977).

A partir de 1974/75, as escolas do magistério Primário entraram em regime de experiência pedagógica, o que lhes permitiu um novo tipo de abertura para poderem ensaiar novas metodologias e práticas (Abreu & Roldão, 1989). Nesta época foram também criados cursos, nomeadamente para regentes escolares que não possuíam habilitação profissional ou académica para ingressar nas escolas do magistério Primário. As escolas do magistério Primário também organizaram acções, dentro do âmbito da formação contínua dos professores Primários (Abreu & Roldão, 1989). Neste campo, existe nesta época uma grande actividade, realizando-se acções de sensibilização aos novos programas, cursos para delegados pedagógicos, alargados mais tarde a coordenadores pedagógicos. O horário semanal do professor passa a contemplar tempo para a realização de acções de formação e reuniões de carácter pedagógico (Almeida, 1981).

A partir de 1976 passa a ser exigido o 11º ano do Ensino Secundário, como habilitação mínima para ingresso nas escolas de magistério Primário (Abreu & Roldão, 1989). Até ao final desta década de 1970, o número de professores do Ensino Primário irá aumentar de 27 664 docentes, em 1969/1970 para 37 645, em 1978/79, passando a relação professor/aluno, de 31,9, em 1969/70, para 23,1 em 1978/79 (Abreu & Roldão, 1989).

No final da década de 1970 os professores do Ensino Primário passam a beneficiar de actividades de formação desenvolvidas por entidades particulares, nomeadamente do Movimento da Escola Moderna[12], do Centro de Formação Educacional Permanente e por parte dos sindicatos (Almeida, 1981).

O Ensino Particular e Cooperativo em Portugal

De acordo com Gomes (1981), o Ensino Público, Ensino Particular e Ensino Cooperativo nem sempre aparecem definidos com clareza, o que se mantém até à década de 1980, motivando a variação das designações: Ensino Oficial, Ensino Particular, Ensino Particular Oficializado, Ensino Municipal e na década de 1970, Ensino Estatal e Ensino Não Estatal.

[12] O Movimento da Escola Moderna (MEM) é uma Associação Pedagógica de Professores e de outros Profissionais da Educação. Criado nos anos 60, foi formalizado juridicamente em 1976 (Diário da República 26/11/1976) e tem trabalhado regularmente a convite do Ministério da Educação, especialmente em comissões de concepção curricular, de formação de docentes e na produção de materiais de apoio a alunos e à formação de professores. (MEM, 2007)

O documento que mais influência teve no Ensino Particular foi o Decreto n.º 37 545, de 8 de Setembro de 1949, o Estatuto do Ensino Particular, que, através de diversos ajustes, se manteve até 1980 (Gomes, 1981). Este documento vem reunir o que vinha disposto nos documentos anteriores (1931, 1932, 1933 e 1934), reforçando o controlo do Estado e colocando as escolas privadas num plano inferior ao das escolas públicas (Gomes, 1981). Em 1957, no Decreto-Lei nº 41 192, de 18 de Julho de 1957, faz-se a remodelação de disposições contidas no Estatuto do Ensino Particular, de 1949. Neste Decreto estão inseridas disposições relativas à matrícula no Ensino Particular, autorizando-se, em certas condições, a realização de provas nestes estabelecimentos. Este Decreto-Lei salienta o Ensino Liceal, que à data tinha mais de metade dos inscritos no Ensino Particular (Sampaio, 1977). Mesmo uma certa "oficialização" das escolas privadas, com a possibilidade da realização de exames, embora fiscalizados pelo Ensino Oficial, não contribuiu para a melhoria da imagem do Ensino Particular. Apesar disto, este período, desde o início da década de 1950 até meados da década de 1960, é marcado por um crescimento do Ensino Particular (Gomes, 1981). Para este crescimento são apontadas diversas razões, por um lado a incapacidade, ou falta de intencionalidade, do Ensino Oficial chegar a todas as zonas do país (isto afecta principalmente os níveis de ensino posteriores ao Ensino Primário). Por outro lado, o excessivo número de alunos que se amontoam em cada classe dos estabelecimentos de Ensino Oficial, que quebra a convivência entre aluno e professor, e leva algumas famílias a recorrer ao Ensino Particular. (Gomes, 1981). Esta é também a época em que o Ensino Particular "... por virtude própria e por defeito de modorra do Ensino Oficial ... se lança lucidamente nos cursos de planos próprios, na experimentação pedagógica, nas áreas profissionalizantes." (Gomes, 1981, p. 80). São assim criados diversos cursos, que só mais tarde se tornarão oficiais, como a educação pré-escolar, a formação de educadores de infância, os cursos artísticos, os cursos de secretariado e de gestão.

Apesar de ser um período marcado pelo crescimento quantitativo, e pela realização de algumas experiências pedagógicas, assiste-se também ao crescimento de um Ensino Particular mais comercial, pouco preocupado com a qualidade e seriedade da educação. Essa atitude também reflectia o que era expresso em lei, com a menor exigência de habilitação dos docentes, ensino só válido após exames no ensino público e carência de autonomia (Gomes, 1981).

No início da década de 1960 surgem algumas vozes que pretendem defender o Ensino Particular, nomeadamente ligadas à igreja católica (Episcopado Português). Em

1964, pela Portaria nº 20 904, de 13 de Novembro, definem-se as condições em que o Estado cede comparticipações à construção e apetrechamento dos estabelecimentos do Ensino Particular, sendo estes subsídios apenas concedidos se as entidades beneficiárias receberem alunos de fracos recursos económicos. Estes benefícios destinam-se principalmente a alunos de outros graus de ensino, que não o Primário (Sampaio, 1977). Em 1965 reúne-se o primeiro Congresso Nacional do Ensino Particular, que, para além de revelar preocupações pedagógicas, pretende demarcar-se do Ensino Particular demasiado doméstico, requerendo o apoio financeiro do Estado (Gomes, 1981).

De acordo com Gomes (1981), o ano de 1965 marca uma viragem, o Ensino Oficial começa a evoluir e a expandir-se, nomeadamente ao nível do curso unificado da telescola e do Ciclo Preparatório do Ensino Secundário, onde é feito um reajustamento. Mais tarde, em 1973, surge a Lei n.º 5/73, Bases do Sistema Educativo, conhecida por Reforma Veiga Simão, que alarga o período de escolaridade obrigatória, marcando o início de uma grande expansão escolar, e arranca com a construção de escolas preparatórias ou postos do ciclo preparatório TV e escolas secundárias. A inauguração de escolas públicas põe muitas vezes em causa o funcionamento da escola particular que funcionava na zona (Gomes, 1981).

No entanto o Ensino Particular também consegue uma certa vitalidade, por maior consciencialização, ou por necessidade imposta pelas dificuldades, ou ainda por incentivos de movimentos internacionais. As escolas do Ensino Particular invocam uma série de documentos internacionais que referem a liberdade e direito de escolha, por parte dos pais, do tipo de educação que querem para os seus filhos e a liberdade de escolha de escolas diferentes das criadas pelo Estado (Gomes, 1981). Em 1967, no Decreto-Lei nº 47 587, de 10 de Março, o Ministério da Educação Nacional autoriza, tanto nos estabelecimentos do Ensino Oficial, como nos do Ensino Particular, a realização de experiências pedagógicas, desde que as instituições o solicitem e que tenham as condições materiais e humanas necessárias (Sampaio, 1977).

No final da década de 1960, apesar do Ensino Primário Particular não ter um número de inscritos muito representativo a nível nacional (5,5%), na região de Lisboa este valor é bastante mais significativo (21,0%), reflectindo, por um lado, a preferência por esta modalidade de ensino pelas camadas mais favorecidas economicamente, na zona mais rica do país e por outro lado, a oferta nestes estabelecimentos de ensino, do ensino infantil (Sampaio, 1977).

Em 1972 é constituída, pelo Ministro da Educação, uma comissão encarregada de estudar um novo estatuto para o Ensino Particular, que ainda continuava em reformulação em 1974. Em Março de 1974 realizou-se o III Encontro Nacional de Responsáveis do Ensino Particular. Esse encontro contou com a presença do Ministro Veiga Simão, que comunicou que o novo estatuto seria um grande avanço para o Ensino Particular e que levaria este tipo de ensino para uma posição de idêntica responsabilidade com o Ensino Oficial (Gomes, 1981).

Em Abril de 1974 agravou-se muito a crise do Ensino Particular. O facto desse ensino estar ligado a um certo elitismo, associado às tensões e confrontações sociais da época, levou alguns pais a retirarem os seus filhos para o Ensino Oficial. Por outro lado, os professores exigem um tratamento igual aos professores do Ensino Oficial, levando, por vezes, a graves dificuldades de gestão e ao despedimento de docentes. Sai ainda nesta época, um despacho que permite a requisição das instalações de qualquer escola particular, para utilização pelo Ensino Oficial. Este conjunto de factores levou ao encerramento de várias escolas ou, noutros casos, à mudança de proprietário, tendo passado algumas escolas particulares a ser geridas por entidades colectivas (professores, pais, cooperativas). Em situação quase paradoxal, o Estado continua com o regime de subsídios praticado em 1973 (Gomes, 1981).

Em 1976, num texto ministerial que assegura a continuidade do apoio ao ensino chamado supletivo, o Ministério esclarece que não cabe ao Estado financiar o Ensino Particular em geral, e que estes estabelecimentos deveriam funcionar de acordo com as leis do mercado. No entanto, a criação em regime experimental do paralelismo pedagógico, que deu aos estabelecimentos particulares autonomia na acção pedagógica, mesmo em relação à avaliação dos alunos, marca uma nova época nesta modalidade de ensino. A Constituição da República Portuguesa de 1976 é outro ponto de viragem (Gomes, 1981).

Ao longo da década de 1970, o número de alunos inscritos no Ensino Primário aumentou na zona de Lisboa, passando de 134 124 para 138 373. Este aumento no número total de alunos, embora pouco acentuado, é reflexo do aumento do número de alunos no Ensino Oficial (de 103 799 para 117 175), contrabalançado pela diminuição do número de alunos no Ensino Particular (30 325 para 21 198). Esta diminuição do número de alunos no Ensino Particular é fortemente acentuada no ano lectivo de 1975-1976, quando o Ensino Particular da região de Lisboa perde cerca de 50% dos seus alunos. Ao longo desta década, a diferença da relação aluno/pessoal docente, tanto no

Ensino Oficial como no Ensino Particular, vai diminuindo. No Ensino Particular esta relação passa de 27,9 alunos por docente no início da década, para 20,9 alunos por docente no ano lectivo de 1976 – 1977 (Gomes, 1981).

Na Lei n.º 9/79, de 19 de Março, Bases do Ensino Particular e Cooperativo, faz-se uma caracterização das escolas. As escolas públicas são aquelas cuja responsabilidade de funcionamento é exclusivamente do Estado, das regiões autónomas, das autarquias locais ou de outra pessoa de direito público; as escolas particulares são aquelas cuja criação e funcionamento é da responsabilidade de pessoas singulares ou colectivas de natureza privada; e escolas cooperativas aquelas que forem constituídas de acordo com as disposições legais respectivas (Gomes, 1981).

Em 21 de Novembro de 1980 é publicado o Decreto-Lei nº. 583/80, que aprova o Estatuto do Ensino Particular e Cooperativo. Com este documento pretende-se consagrar as linhas essenciais da liberdade e responsabilidade de criação e orientação de estabelecimentos de ensino, assim como a efectivação da igualdade de oportunidades no acesso à educação. Nas considerações preliminares que antecedem os princípios gerais deste documento, refere-se que se tem em vista "a criação de um conjunto coerente de normas que, sem a preocupação da exaustividade prescritiva, proporcionem estímulo e encorajamento à iniciativa particular e à desejável explicitação de projectos educativos próprios." (Decreto-Lei nº 553/80, p. 3945).

De acordo com Roberto Carneiro:

> ... é de 80 o Decreto-lei que cria o estatuto do Ensino Particular e Cooperativo e o regime de autonomia pedagógica que foi introduzido nessa altura e que veio substituir o paralelismo pedagógico que existia, na altura e que era um sistema de "Captus Deminuci" (…) isto é, só permitia aos colégios do ensino particular aspirar a ter, no máximo, a mesma situação do público, [o que me pareceu] sempre uma situação de subalternidade. (citado em Delgado, 2007, p. 162)

Desta forma, é este documento de 1980 que vai enquadrar a implementação e desenvolvimento de programas e dinâmicas próprias no Ensino Particular, permitindo a este tipo de ensino promover nas suas práticas alguns projectos que o retiram da condição complemento do Ensino Oficial.

CAPÍTULO IV – O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA (MMM) E AS REFORMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo faço uma abordagem ao que foi o Movimento da Matemática Moderna, os seus impulsionadores a nível internacional e nacional, as suas ideias e as perspectivas que apontaram para o ensino da Matemática, as influências que tiveram e os trabalhos desenvolvidos no contexto dessas perspectivas e as críticas que foram expressas sobre o MMM. Também abordo a forma como estas ideias se desenvolveram no Ensino Primário, tanto a nível nacional como a nível internacional.

Para isso dividi este capítulo em duas partes: o Movimento da Matemática Moderna a nível internacional e a nível nacional. Apesar de o capítulo estar dividido em duas partes, não deixei de explorar as intersecções que obviamente existem entre o Movimento internacional e o que ocorreu em Portugal neste contexto.

Na abordagem que faço ao que ocorreu com o MMM a nível internacional destaco as origens do Movimento, nomeadamente na Europa e nos Estados Unidos da América, as perspectivas resultantes do Seminário de Royaumont, que marcaram o desenvolvimento deste Movimento e realço também as influências que este Movimento teve no Ensino da Matemática ao nível do Primário. Dentro do contexto da Matemática Moderna surgiram outras experiências que influenciaram o Ensino da Matemática, também faço uma apreciação a essas experiências. Ainda nesta primeira parte do capítulo abordo as críticas que foram sendo feitas aos efeitos do Movimento da Matemática Moderna no ensino da Matemática, críticas essas que surgiram logo desde a fase inicial do Movimento. Para esta parte do trabalho baseio-me em alguns documentos de referência, como as actas do Seminário de Royaumont ou os trabalhos de Moon (1986), Howson (1984), Servais (1975), assim como no trabalho do professor Henrique Guimarães (2003 e 2006), em que este discute as perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna.

Em relação à segunda parte do capítulo, em que analiso o desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna em Portugal, começo por destacar as primeiras influências do Movimento em Portugal e depois refiro a forma como o Movimento foi influenciar o ensino da Matemática no Primário. Também em Portugal surgiram críticas à forma como as ideias do Movimento foram aplicadas no ensino da Matemática. Neste capítulo faço também uma análise dessas críticas. Para esta segunda parte do capítulo

utilizei algumas informações que constam na cronologia de Matos (2004) e um trabalho de Célia Silva publicado em 2007. Em relação ao Movimento no Ensino Primário fiz uma abordagem que engloba essencialmente cinco perspectivas, o desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, o trabalho desenvolvido no projecto de Iniciação de Professores à Didáctica das Matemáticas Modernas, do Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, o ensino da Matemática no Colégio da Torre, os cadernos de apontamentos de Didáctica Especial dos professores dos magistérios Primários e as influências do Movimento nos programas do Ensino Primário. Por isso os documentos analisados estão relacionados essencialmente com estas cinco perspectivas. São documentos relacionados com o Colégio Vasco da Gama, o Boletim Bibliográfico e Informativo do Centro de Investigação Pedagógica da Gulbenkian, o projecto educativo do Colégio da Torre, os cadernos de apontamentos de Didáctica Especial e os programas oficiais do Ensino Primário do período compreendido entre 1960 e meados da década de 1980.

O Movimento da Matemática Moderna a nível internacional

É de certa forma unânime que a reforma do ensino da Matemática, associada ao Movimento da Matemática Moderna, tem como marco essencial o Seminário de Royaumont, em 1959. No entanto, o percurso que levou a esse seminário, e às reformas que se seguiram, não parece ser consensual. De acordo com Malaty (s.d.), até ao ano lectivo de 1957/1958 a matemática escolar seria similar em quase todos os países. O lançamento do Sputnik em 1957, e a consequente reacção dos Estados Unidos da América (EUA), iriam marcar o início de uma diversidade na Educação Matemática. Nesse mesmo ano, o grupo School Mathematics Study Group (SMSG) liderado pelo professor Edward Begle da Universidade de Yale, começou a trabalhar em novos manuais, com novas propostas curriculares, baseadas no currículo de 1952, de um grupo de trabalho da Universidade de Illinois, que tinha o nome de "New mathematics curriculum" (Malaty, s.d.). Este autor (s.d.) defende que a palavra "new" só ganhou um verdadeiro significado após o lançamento do Sputnik, que fez não só os EUA reflectirem sobre o currículo proposto pelo grupo SMGS, como também levou este e outros países a pensarem em mudanças rápidas e radicais no ensino da Matemática.

Kline (1976)[13] refere que o descontentamento com o ensino da Matemática já vinha do início da década de 1950 e tinha origem nos fracos resultados dos alunos nesta disciplina. Este fraco desempenho na Matemática também tinha sido verificado durante a Segunda Guerra Mundial, com os militares a serem obrigados a organizar cursos para colmatar as lacunas observadas nesta área.

Segundo Kline (1976), embora se possam identificar vários factores que determinam os resultados do ensino, os vários grupos que organizaram a reforma centraram-se na melhoria do currículo como forma de melhorar o ensino da Matemática. Foi em 1952, que uma comissão presidida por Beberman, da Universidade de Illinois, começou a preparar um novo currículo de Matemática. Só em 1960, este currículo mais orientado para o Ensino Secundário[14] foi posto em prática, em regime experimental. Como consequência, a comissão organizou um currículo para a escola elementar[15] que, em conjunto com o currículo do secundário, foi mais tarde alargado a outras áreas geográficas.

Kline (1976), também destaca o lançamento do Sputnik, em 1957, como um marco no desenvolvimento do financiamento das ciências e da Matemática nos Estados Unidos da América, o que levou ao surgimento de uma nova série de projectos de organização de um novo currículo. Em 1958 a Sociedade Americana da Matemática lança a criação de um novo currículo para a Matemática, começando pelo Ensino Secundário e acabando depois por incluir o currículo de aritmética das escolas elementares. Kline (1976) destaca ainda outros projectos de renovação do currículo de Matemática nos Estados Unidos da América, como o Projecto Ball State e o Programa de Matemática de Grande Cleveland.

Em relação à ideia de que o movimento que lançou a modernização do ensino da Matemática teria origem nos EUA, Moon (1986), considera-a simplista, já que refere que as bases da Matemática Moderna se desenvolveram em paralelo na Europa e nos Estados Unidos da América, embora destaque algumas particularidades em cada um dos movimentos. Também a ideia divulgada, de que teria sido a reacção dos EUA ao lançamento do Sputnik a origem do Seminário de Royaumont, é refutada por este autor, referindo que os EUA apenas aproveitaram os recursos financeiros gerados pelo

[13] Neste trabalho foi utilizada a tradução brasileira deste livro, editada pela Ibrasa: O fracasso da Matemática Moderna. Mas o original Why Johny can´t add: The failure of the new math, de Morris Kline, é de 1973.
[14] O Ensino Secundário aqui mencionado refere-se aproximadamente a alunos entre os 11 e os 18 anos.
[15] O ensino elementar refere-se a alunos dos 7 aos 11 anos.

impacto do lançamento do Sputnik para compreender o que se estava a passar nos outros países, e, aproveitando este processo, fazer progredir a modernização do ensino da Matemática (Moon, 1986).

Segundo Guimarães (2003, citando Matos, 1988; Moon, 1986; NACOME, 1975), a organização deste seminário pela então Organização Europeia de Cooperação Económica (OECE) seria o culminar de um interesse na modernização do currículo da Matemática, que se tinha desenvolvido no período do pós-guerra e ao longo dos anos 50, paralelamente em vários países europeus e nos Estados Unidos da América.

Já durante os anos 50 se tinham realizado uma série de iniciativas que tinham em comum a intenção de modificar os currículos do ensino da matemática, a introdução de novas reorganizações curriculares e novos métodos de ensino (Matos, 1998; Moon, 1986; NACOME[16], 1975 citados em Guimarães, 2003).

Para Revuz (1980), o movimento de renovação do ensino da Matemática processou-se em todos os países ocidentais. Para este autor, o movimento ter-se-á desenvolvido seguindo diversas modalidades, e com velocidades diferentes consoante os países.

Valente (2006) sugere que o Movimento da Matemática Moderna surge em meados do século XX, de um movimento internacional relacionado com o currículo de matemática e que tinha como pano de fundo os estudos da educação comparada do princípio do século, movimento este que pretendia uniformizar e expandir para diferentes países uma modificação radical no ensino da Matemática, baseada no cientificismo.

Perspectivas e orientações resultantes do Seminário de Royaumont

No seminário de Royaumont, realizado nos finais de 1959, no Cercle Culturel de Royaumont, em Asniéres-sur-Oise, França, que durou duas semanas, estiveram presentes cerca de 50 delegados de 18 países. A cada país participante foi pedido que enviasse três participantes, "um matemático eminente, um especialista em pedagogia da Matemática, ou uma pessoa do Ministério da Educação responsável pela disciplina de Matemática e um professor de Matemática reputado do Ensino Secundário." (OECE, 1961, p.7).

[16] NACOME – National Commitee for Mathematics Education.

Em 1960, reuniu-se em Dubrovnik uma comissão de dezasseis elementos que, dando seguimento a algumas das conclusões gerais do Seminário de Royaumont, elabora as propostas de programas para os vários ciclos do Ensino Secundário. Essas propostas são reunidas no livro *Un programme moderne de mathématiques por lénseignement sécondaires*, que é publicado em 1961 pela OECE (Guimarães, 2003).

Neste documento são enunciadas três finalidades para o Ensino da Matemática: o papel formativo de desenvolvimento das capacidades mentais e intelectuais do aluno; a preparação para o prosseguimento de estudos e o papel instrumental, tendo em vista a inserção na vida quotidiana e profissional. Para além disto, o ensino da Matemática é ainda concebido sob um duplo ponto de vista: o ensino geral e a formação de alunos especialmente dotados (Guimarães, 2003).

De acordo com Malaty (s.d.), o Seminário de Royaumont tem um papel especial na história da Educação Matemática. A primeira razão apontada por este autor, para a importância deste seminário, foi ter transformado a reforma da Matemática Nova, de uma reforma estritamente americana, num movimento de Educação Matemática que envolveu os países ocidentais (países OECE, mais os EUA e Canadá, mais tarde Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico, OCDE). A segunda razão foi a polémica afirmação de Jean Dieudonné "Abaixo Euclides". Malaty (s.d.) defende que o Seminário de Royaumont e o seu relatório de 1961 provocaram mudanças radicais na Educação Matemática dos países ocidentais, fazendo surgir duas grandes escolas de Educação Matemática, a escola de Leste, liderada pela então União Soviética, e a escola Ocidental, liderada pelos EUA. No entanto, este autor não desvaloriza o papel dos países europeus neste movimento, afirmando que este não é puramente americano e que a entrada dos países europeus teve um efeito notável.

Para Kline (1976), na reunião de Royaumont surgiram novos grupos internacionais que recomendaram uma reforma mais radical do ensino da Matemática e que aconselhavam o abandono total dos cursos conhecidos da Matemática, inclusive a geometria euclidiana. Esta recomendação surge devido ao desenvolvimento das tecnologias, computadores e das matemáticas abstractas como base das outras ciências. Desta reunião saem como novas matérias da Matemática, a lógica e a estrutura, sobressaindo a unidade da Matemática, vista como um todo e a utilização de uma nova linguagem (Kline, 1976). Para este autor (1976), desta conferência não surgiram novos grupos de currículos, mas as suas resoluções encorajaram novos desvios ao currículo tradicional.

Na especificação da reforma elaborada pela OECE em 1961, a partir das conclusões do Seminário de Royaumont, existem algumas indicações de carácter metodológico. É referido em determinado ponto deste relatório que as situações concretas e familiares aos alunos poderiam ser utilizadas como introdução à teoria dos conjuntos. É também referido que os alunos deveriam ser implicados nas descobertas, utilizando exemplos como o conjunto de alunos na aula, o conjunto de dedos na mão. A observação e a experiência são apontadas como essenciais para o desenvolvimento da abstracção matemática (OECE, 1961).

Em relação às metodologias utilizadas no Ensino Primário, nomeadamente no ensino da Aritmética, este mesmo relatório refere que se deve valorizar a compreensão face à mecanização ou aos aspectos mais repetitivos ou rotineiros no ensino da Matemática. Também são valorizados aspectos como a aprendizagem por descoberta, a intuição e o rigor. Na sua intervenção no Seminário de Royaumont em 1959, Gustav Choquet (OECE, 1961) afirma que, em relação à mecanização, os alunos não deveriam ser mais sobrecarregados com longas multiplicações e divisões, valorizando, em contrapartida, os exercícios de cálculo mental simples, a estimação, a utilização da máquina de calcular e a ênfase nas operações e suas propriedades. A questão da utilização da máquina de calcular também é discutida, sendo recomendada a sua utilização para a realização de cálculos mais complexos, permitindo centrar o ensino nas operações e nas suas propriedades. Um outro aspecto focado e valorizado é a compreensão com o recurso a objectos materiais, nomeadamente o material de Cuisenaire e Botsch. De acordo com (Guimarães, 2003), nem todas as recomendações foram consensuais, nomeadamente no que se refere à utilização da máquina de calcular e à utilização de alguns materiais de concretização, fazendo-se um alerta para o uso abusivo de cubos, pauzinhos e coloridos.

Segundo Guimarães (2003), existe também nestas recomendações uma valorização do papel do aluno e da componente da descoberta na aprendizagem, sendo mais explícitas no programa de Dubrovnik do que nas intervenções de Royaumont. Neste mesmo programa é referido que as tarefas propostas não se devem limitar à aplicação de conhecimentos e que deve existir uma motivação para o interesse e desejo de investigação do aluno.

Desenvolvimento do Movimento da Matemática Moderna

A segunda metade da década de 50, do séc. XX, assinala assim o início de uma reforma curricular, que irá ter influência no Ensino da Matemática um pouco por todo o mundo. A reforma não se limita ao campo curricular, mas também marca uma renovação nos métodos de ensino.

Segundo Matos (2005), um dos traços marcantes deste movimento é a preocupação com a renovação dos conteúdos, que se vai centrar nas estruturas que surgiam como a base da Matemática conhecida. Para a conceptualização contribuíram muito os trabalhos de unificação dos conhecimentos matemáticos, realizados por um grupo de matemáticos, principalmente franceses, que escreviam sob o nome de Nicolas Bourbaki, e que formavam uma instituição de referência (Boyer, 1974).

Guimarães (2003, citando Bourbaki, 1971) destaca três ideias chave na concepção bourbakista da Matemática: a unidade da Matemática, o método axiomático e o conceito de estrutura Matemática. Este autor destaca que, para o grupo bourbakista, a evolução interna da Matemática só tinha vindo acentuar a unidade das várias partes e a coerência de um núcleo central. Ainda de acordo com Guimarães (2003), para este grupo, a unidade da Matemática também era garantida pelo recurso ao método axiomático, que emergiria como o método da Matemática. Para além de conceberem a Matemática como uma ciência com um método próprio, o grupo bourbakista também vai evidenciar os objectivos próprios desta ciência, destacando-se a ideia da estrutura em Matemática. Nesta perspectiva, as estruturas são consideradas como as entidades básicas da Matemática, os únicos objectos desta ciência. O trabalho do matemático é apresentado não apenas como uma tarefa mecânica, mas sim guiado por uma "intuição especial". Essa intuição resultaria da familiaridade que o matemático estabelece com as estruturas básicas, devido ao contacto prolongado e repetido com essas entidades, que se tornam tão reais como o mundo real. Estas estruturas não são apresentadas como imutáveis, já que o desenvolvimento da pesquisa em Matemática poderá levar à descoberta de novas estruturas. Este processo dinâmico de evolução da Matemática também estaria de acordo com o método axiomático, já que segundo os autores bourbakistas, este método não se coaduna com uma perspectiva estática da ciência (Guimarães, 2003).

Um outro traço do Movimento da Matemática Moderna, segundo Matos (2005), consistiu na tentativa de construir os currículos de acordo com os trabalhos de Piaget,

que apresentariam estruturas operatórias próximas das estruturas bourbakistas do conhecimento matemático. De acordo com Guimarães (2003), Piaget defendeu a correspondência entre as estruturas matemáticas conhecidas, apresentadas por Bourbaki (estruturas algébricas, estruturas de ordem e estruturas topológicas) e as estruturas básicas da cognição, teorizadas por ele próprio. Piaget terá mesmo recomendado que essa relação entre as estruturas servisse de base à didáctica da matemática (Guimarães, 2003). Huete e Bravo (2006) sintetizam através do quadro seguinte a relação entre as estruturas de Piaget e as estruturas elementares propostas pelo grupo bourbakista.

Quadro – 2 - Correlação de operações concretas e "estruturas – mãe" em matemática.

Operações concretas	Estruturas elementares
Agrupamentos lógicos da classe	Algébricas
Operações proposicionais	Algébricas
Agrupamentos de relações	De ordem
Operações proposicionais	De ordem
Geometria espontânea	Topológicas

(Huete & Bravo, 2006, p. 31)

Na reforma proposta a partir do Seminário Royaumont e especificada no documento produzido em 1961, *Um programa moderno de Matemática para o Ensino Secundário*, os trabalhos de Jean Piaget assumiram um papel significativo (Guimarães, 2003). Este autor (2003) refere que essa visibilidade é notória nas declarações produzidas por Marshal Stone, que presidiu ao Seminário, ao destacar as pesquisas de Piaget e as suas aplicações à pedagogia. A intervenção de Gustav Choquet, sobre o ensino dos números e das operações, seguiu de perto as ideias de Piaget sobre a génese do número na criança, tendo mesmo citado o livro de Piaget *La genése du nombre chez l'enfant*.

Os trabalhos de Piaget na área da psicologia, constituíram uma motivação adicional para que a reforma proposta em Royaumont tivesse um desenvolvimento no Ensino Primário, tendo estes trabalhos influenciado uma série de projectos. Esta influência não se limitou à Europa, chegando também aos EUA. O crescimento da influência da psicologia na reforma do ensino da Matemática provocou alguma

preocupação e levou Dienes[17] a ter que justificar e rebater essas preocupações (Moon, 1986).

Em relação às razões apontadas pelos promotores do Seminário de Royaumont, para a urgência das mudanças, Stone (1961, citado em Guimarães 2003) refere que estas se prendem com imperativos de natureza social, já que se entendia na época que cada vez mais os cidadãos necessitariam de conhecimentos elementares da Matemática, relacionados com o desenvolvimento da própria disciplina e com razões relacionadas com o progresso tecnológico. No relatório produzido a partir do Seminário (OECE, 1961) eram apontadas duas razões principais para a necessidade de uma análise sobre os conteúdos trabalhados no Ensino Secundário. Em primeiro lugar, um desenvolvimento muito rápido da Matemática pura naquela época, enquanto que os conteúdos trabalhados teriam já duzentos anos. Em segundo lugar, a importância que a Matemática tinha no desenvolvimento das outras ciências.

As conclusões gerais do Seminário (OECE, 1961) apresentam a reforma como imaginativa, desafiadora e revolucionária. Esta reforma era também considerada neste relatório, como a primeira no espaço de um século, estando prevista a sua concretização ao longo de um período de dez anos.

Nesta reforma, o ensino da Matemática é apresentado sob um duplo ponto de vista, o ensino geral e a formação dos alunos especialmente dotados. Neste relatório são apresentadas três finalidades educativas: a) a Matemática como método de ensino liberal; b) a Matemática, como base para toda a vida e para o trabalho; c) a Matemática, enquanto propedêutica, ou seja uma preparação para os estudos universitários. Desta forma é apresentado um papel triplo para o ensino da Matemática: o papel formativo, no desenvolvimento das capacidades mentais e intelectuais do aluno, o papel de preparação para o prosseguimento de estudos e um papel instrumental, de inserção na vida quotidiana e profissional (OECE, 1961).

Os promotores do Seminário de Royaumont consideravam que as mudanças deviam dar-se não só ao nível dos conteúdos matemáticos, mas também ao nível das metodologias, propondo a existência de trabalho conjunto entre os organizadores dos novos programas e os promotores de novos métodos de ensino. Isto teve reflexo no

[17] Nasceu na Hungria, mas fez os seus estudos em França e mais tarde em Inglaterra, onde se doutorou em Matemática e em Psicologia. Dedicou-se principalmente ao estudo do problema da aprendizagem da Matemática. É autor de uma vasta obra sobre a renovação do ensino da Matemática, de onde se destaca a atenção prestada às primeiras idades escolares e pré-escolares.

documento que faz a especificação da reforma, onde para além dos temas e sub-temas a abordar, são também apresentadas indicações de carácter metodológico. É colocada uma ênfase na unidade da Matemática, na orientação axiomática e dedutiva, assim como na valorização da linguagem e do rigor matemáticos (OECE, 1961).

A Matemática Moderna no Ensino Primário

No Ensino Primário parece ser difícil de afirmar com precisão quando é que as ideias do MMM começaram a exercer influência sobre o ensino da Matemática, a nível internacional. No entanto, de acordo com a cronologia de Matos (2004)[18], em 1956 é editado um relatório The Teaching of Mathematics in Primary Schools [O Ensino da Matemática nas Escolas Primárias] que durante duas décadas irá dominar as ideias para o currículo no Ensino Primário. Neste relatório é feita a proposta de que as crianças se desenvolvam "segundo o seu ritmo individual" e que "aprendessem através da sua resposta activa às experiências que viessem até eles" (Matos, 2004). De acordo com Medina (2006), depois de 1956 e após alguns congressos, alguns educadores começaram a demonstrar uma maior preocupação com o Ensino Primário, devido ao desenvolvimento da psicologia da aprendizagem e das teorias de Piaget sobre o desenvolvimento infantil.

Investigações feitas pela UNESCO e pela OCDE indicam que, antes do Seminário de Royaumont pouco conhecimento se tinha sobre o trabalho desenvolvido na disciplina de Matemática nos primeiros anos de escolaridade, nos diferentes países. Enquanto os currículos do Ensino Secundário foram alterados na década de 1950, as escolas primárias só receberam o impacto do movimento de reformas curriculares em Matemática, na década seguinte (Moon, 1986).

Em 1960, Zoltan Dienes, um matemático que se interessou pelo ensino da Matemática no Ensino Primário, publica o livro *Building Up Mathematics*, em que apresenta as possibilidades educativas de materiais manipulativos da sua autoria, os blocos multibásicos e os blocos lógicos (Matos, 2004).

As ideias de Royaumont também acabaram por chegar às reformas do Ensino Primário. Numa primeira fase os desenvolvimentos ocorreram de uma forma paralela

[18] Esta cronologia está disponível na internet em *Cronologias: Cronologia do ensino da matemática (1940-1980) – Estrangeiro.* Recuperado em 2007, Janeiro 15, de http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/clivros/CLVRSHTM/ CRONOL/CRONEST.HTM

nos EUA e na Europa, com a OCDE e a UNESCO a promoverem iniciativas no âmbito deste nível de ensino (Moon, 1986).

A partir de meados da década de 1960 são desenvolvidos diversos projectos que se centram na Matemática do Ensino Primário, tal como o projecto Nuffield (Nuffield Primary Mathematics Project), desenvolvido em Inglaterra a partir de 1964. Este projecto preocupava-se com a metodologia da Matemática no Ensino Primário, principalmente com a aprendizagem pela descoberta para as crianças dos 5 aos 13 anos. Entretanto outros projectos que se dedicaram ao Ensino Primário foram-se desenvolvendo noutros países, como o Alef, na Alemanha e o Analogue, em França (Matos, 2004).

Em 1966 Dienes compila um relatório sobre a Educação Matemática no Ensino Primário, onde destaca que neste nível de ensino existiam importantes mudanças em curso. Em 1969 a Matemática no Ensino Primário já se tinha estabelecido como um importante área de interesse, no contexto da reforma da Matemática Moderna (Moon, 1986).

De acordo com Moon (1986), num documento publicado pela UNESCO em 1979, onde se apresentam as conclusões dos trabalhos do Seminário de Karlsruhe de 1976, e no que diz respeito à introdução da Matemática Moderna no Ensino Primário, refere-se que quando começou a discussão e as reformas no ensino da Matemática, os professores do Ensino Primário não ficaram muito preocupados, porque normalmente as pessoas relacionadas com a formação destes professores não eram da área da Matemática, mas sim da área das ciências sociais, principalmente das ciências da educação. Por isso, as principais inovações não foram compreendidas e o choque causado pelas mudanças resultou muitas vezes em reacções apaixonadas. A primeira grande inovação resultou de alguns matemáticos profissionais terem começado a trabalhar com conteúdos da Matemática do Ensino Primário, em encontros de trabalho relacionados com projectos de formação e pesquisa. De entre as tendências seguidas neste nível de ensino, o documento produzido, referido por Moon (1986) destaca as seguintes: (1) uma tendência estruturada, que destaca o ensino das estruturas matemáticas com o objectivo de trabalhar conteúdos tradicionais de uma nova forma, (2) uma tendência aritmética, com a introdução desde muito cedo da linguagem dos conjuntos, com uma aproximação à aritmética, que a torna mais numa nova unidade de conteúdos do que numa introdução ao mundo quantitativo e (3) uma tendência empírica, em que o ensino da Matemática é feito através de actividades variadas nas áreas de

medida e geometria, concentrando-se mais numa abordagem didáctica do que numa organização lógica e vertical. De acordo com as conclusões apresentadas neste documento, o que colocou a reforma em marcha, relacionou-se mais com alguns aspectos espectaculares de alguns conteúdos, do que na mudança de métodos. Outro aspecto destacado é que a maioria dos professores do Ensino Primário entrou em contacto com as inovações propostas através dos manuais produzidos, que muitas vezes reflectiam apenas a interpretação dos autores sobre as ideias da reforma. Isto levou a que existisse ainda uma maior distância entre o projecto inicial de reforma e a sua real implementação. Este documento destaca ainda o papel dos encarregados de educação, que oscilaram entre a curiosidade e interesse e a oposição às reformas (Moon, 1986).

Analisando o desenvolvimento das reformas curriculares que ocorreram no Ensino Primário entre 1960 e 1980, Moon (1986) destaca a importância do papel dos projectos desenvolvidos de uma forma não centralizada e com apoio de fundações privadas. A este respeito, Moon (1986) refere o exemplo do trabalho de Nicole Picard[19] em França que, apesar de ter tido um apoio indirecto do governo francês, nunca foi assumido como um projecto nacional, como ocorreu por exemplo na Holanda com o projecto WISKOBAS[20].

No contexto da Matemática Moderna

As concretizações e desenvolvimentos que a proposta de Royaumont teve nos diversos países, e mesmo dentro de um país, foram muito diversas.

Guimarães (2003), dando o exemplo dos Estados Unidos da América, refere que, dentro do contexto das reformas da Matemática Moderna, foram desenvolvidas experiências com abordagens muito distintas. Umas, que seguiam de perto as ideias da reforma da Matemática Moderna e outras que desenvolveram perspectivas que, nalguns aspectos, contrastavam com as ideias propostas nesta reforma, ou a que a reforma dava pouca ênfase. Entre os projectos que Guimarães (2003) refere como seguindo de perto as ideias da reforma da Matemática Moderna, estão os trabalhos do School Mathematics Study Group, que incidiam principalmente sobre a ideia dos conjuntos como conceito

[19] Nicole Picard foi investigadora no Instituto Pedagógico Nacional de França e é autora de diversos livros dedicados ao ensino da Matemática, como o livro *À conquista do número*, traduzido para português pelo professor Santos Heitor.

[20] Projecto de Matemática para as Escolas Primárias integrado no projecto IOWO (Centro Holandês para o Desenvolvimento Curricular em Matemática) (Moon, 1986).

unificador e as propriedades das operações. Outros projectos desenvolvidos nos Estados Unidos da América tiveram outras perspectivas, como o projecto da Universidade de Maryland, de pendor comportamentalista ou behaviorista, traduzido em programas de aprendizagem programada ou o Madison Project, de pendor cognitivista, que seguiu as ideias de Piaget e Bruner, valorizando a aprendizagem por descoberta, a utilização de materiais e o aluno como elemento activo no processo de ensino aprendizagem (Howson, 1981, citado em Guimarães, 2003).

De acordo com Servais (1975), na Europa também existiram diferentes concretizações da reforma da Matemática Moderna. No caso do currículo francês, acentuava-se a vertente mais abstracta e formal, com uma concretização ortodoxa das ideias propostas pelos proponentes da reforma da Matemática Moderna. No caso belga, também na mesma linha, dava-se ênfase à utilização de materiais manipuláveis no ensino elementar – Barras de Cuisenaire[21], blocos lógicos de Dienes, grafos com o uso da cor e a mini-calculadora de Papy[22]. Em Itália, com o impulso de Emma Castelnuovo[23], deu-se ênfase à utilização de materiais construídos pelos alunos (Servais, 1975).

Em Inglaterra desenvolveu-se um projecto, School Mathematics Project, que deu uma grande importância às aplicações da matemática e que terá sido o projecto mais importante na Grã-Bretanha, no contexto da Matemática Moderna (Griffiths e Howson, 1974, citados em Guimarães, 2003).

Analisando a forma como evoluiu o ensino da Matemática na Europa, durante este período, Christiansen (1975, citado em Guimarães, 2003) divide este período em três fases. Uma primeira fase, que situa entre 1960 e 1967, que corresponde à fase de implementação em diversos países europeus de currículos novos, elaboração de livros de texto novos, materiais de ensino na sequência das propostas da Matemática Moderna. Uma segunda fase, que situa entre 1966/67 e 1971/72, caracterizando-a como a fase da tomada de consciência das dificuldades e pelas acções delineadas para tentar superar

[21] O material Cuisenaire, que consiste num conjunto de barras de diferentes cores, foi desenvolvido por George Cuisenaire, um professor Primário belga, em 1952. Este material é normalmente utilizado no estudo do número e das diversas operações aritméticas. Este material foi posteriormente divulgado por Caleb Gattegno (Jeronnez, 1964).

[22] Material desenvolvido por George Papy que foi um educador matemático belga que desenvolveu o seu trabalho no sentido de aproximar a Matemática escolar da Matemática ensinada na universidade, incrementando um programa rigoroso, com enfoque em Espaços Vectoriais e Geometria das Transformações (Duarte & Silva citando D'Ambrosio, 1987, p.78) recuperado em 26 de Dezembro, de http://www.uepg.br/praxiseducativa/v1n1Artigo_8.pdf

[23] Emma Castelnuovo, professora do Ensino Secundário italiana, que desenvolveu trabalho sobre o ensino da Geometria no Ensino Primário e Secundário.

essas dificuldades. Numa terceira e última fase, que Christiansen (1975, citado em Guimarães, 2003) localiza entre 1971/72 e 1975, e em que distingue dois movimentos, um que procurava corrigir os erros para tentar atingir os objectivos educativos propostos na reforma e outro de contestação à reforma. Christiansen associa este último movimento a um momento de recessão económica na Europa, o que provocou uma viragem à direita em muitos países europeus.

Críticas à Matemática Moderna

Dentro da diversidade de concretizações que se efectuaram no contexto da Matemática Moderna, com modificações importantes ao nível dos conteúdos e da estrutura do currículo de Matemática, de uma forma geral, não houve a melhoria esperada no sucesso escolar, tanto ao nível da aprendizagem, como ao nível da promoção da compreensão matemática (Guimarães, 2003).

A concretização desta reforma fez-se com algumas reacções e polémicas, principalmente no final dos anos 50 e princípio dos anos sessenta nos E.U.A. (Malaty, s.d.)

Entre os críticos estão também alguns professores que estiveram ligados ao início do movimento, nomeadamente Wittemberg, que chama a atenção para "a necessidade de uma concepção pedagógica precisa da reforma, sublinhando os perigos ligados à modernização formal" (UNESCO, 1966; Howson, 1984; citados em Matos, 2006).

A proposta curricular associada à Matemática Moderna construiu metodologias que não relacionavam a Matemática com o mundo real, facto que terá sido reconhecido pelo próprio Beberman, considerado o pai da reforma nos Estados Unidos da América, ao considerar que no programa que ajudou a implementar, eram muitas vezes feitas propostas que não vinham dos alunos, mas sim de adultos e professores (Huete & Bravo, 2006). De acordo com Moon (1986), também Begle, um dos proponentes da reforma nos EUA, refere na sua intervenção no Seminário de Lyon, em 1969, algumas preocupações, afirmando que as linhas gerais seguidas na reforma não eram fiáveis e que aqueles que estavam preocupados com o melhoramento do ensino da Matemática estavam perante problemas graves, problemas esses que só poderiam ser resolvidos através de investigação empírica feita de uma forma rigorosa.

Em 1962, Ahlfors, Polya, Pollak, Morse, Klive e Birkhoff publicam um memorando, referido em Huete e Bravo (2006), onde fazem uma crítica aos programas da Matemática Moderna.

> ... conhecer a matemática significa ser capaz de fazer matemática: usar a linguagem matemática com fluência, fazer problemas, criticar argumentos, encontrar provas e, o que deveria ser actividade mais importante, reconhecer um conceito matemático e, ou extrai-lo de, uma dada situação concreta. No entanto, introduzir novos conceitos sem uma bagagem suficiente de factos concretos, introduzir conceitos unificadores onde não há experiência em unificação ou trabalhar em certos conceitos sem aplicações concretas que possam provocar os estudantes, é mais prejudicial que benéfico: uma formalização prematura poderia desembocar em algo estéril; a introdução antecipada de abstracções encontra especial resistência em mentes críticas que, antes de aceitar a abstracção, desejam saber por que é relevante e como poderia ser utilizada. (Huete & Bravo, 2006, pp. 28,29)

Estes matemáticos criticavam a introdução de conceitos sem ser feita uma relação com a prática, a falta de aplicações matemáticas, inexistência de relações com outras disciplinas e a falta de uma base unificadora (Guimarães, 2003).

Nos Estados Unidos da América, ainda no início dos anos sessenta, Morris Kline critica a estrutura formal da reforma curricular. Já em 1973, no seu livro *Why Jonhy can´t add – The failure of the New Math (O Fracasso da Matemática Moderna)*, Kline critica não só a introdução da Matemática Moderna nos currículos de Matemática, à custa de conteúdos tradicionais, como o próprio desenvolvimento que se deu aos conteúdos da Matemática Moderna. Neste livro começa por apresentar, de uma forma bastante crítica, o que considera ser um exemplo de uma aula de Matemática Moderna. No capítulo do livro dedicado à caracterização da nova Matemática, Kline critica a utilização exagerada da teoria dos conjuntos por parte dos novos currículos, principalmente na iniciação. Acusa também os novos currículos de colocarem a ênfase nas abstracções e nas estruturas, e de favorecerem o abstracto como abordagem para o concreto. Este autor critica também o facto dos autores dos novos currículos quererem abandonar alguns tópicos do currículo tradicional, por considerarem que não têm sentido e aplicação na época. Outra crítica apresentada por Kline (1976) refere-se ao estudo das diferentes bases dos sistemas de números, logo desde o ensino elementar. Contradiz desta forma a ideia que considera existir nos currículos da Matemática

Moderna, que os alunos compreendem melhor a base dez usada habitualmente, quando aprendem a escrevê-los em qualquer base. Neste livro, Kline (1976) considera que o novo currículo de Matemática é do ponto de vista matemático uma abordagem superficial, centrada em pequenos detalhes isolados, como a dedução e pequenas distinções como número e numeral. Considera ainda que o formalismo do novo currículo levaria a rotinas no ensino, ainda mais inúteis do que as rotinas do ensino tradicional. Para Kline (1976), a reforma que se impõe não está entre a Matemática tradicional e a Matemática Moderna, mas sim em oposição ao caminho seguido pela Matemática Moderna, do outro lado do ensino tradicional.

No entanto, Malaty (s.d.) defende que as críticas de vários especialistas não foram suficientes para parar o movimento reformista. Só depois da fúria dos encarregados de educação é que os especialistas foram ouvidos. Ainda nos anos sessenta, A. Wittenberg referiu que existia alguma indefinição pedagógica da reforma proposta (Guimarães, 2003). No início dos anos setenta, o público em geral tinha formado a opinião que a falta de capacidade aritmética dos alunos estava relacionada com a Matemática Moderna (Malaty, s.d.). Guimarães (2003), refere que essa ideia tomou forma devido ao insucesso dos alunos e dos maus resultados nos exames de acesso à universidade, nomeadamente nos Estados Unidos da América.

De acordo com Malaty (s.d.), no final dos anos setenta os especialistas estavam preparados para declarar o final da Matemática Moderna, tendo início um novo movimento, que ficou conhecido por "Back to Basics". Este autor refere ainda que, as críticas que surgiram nos países Ocidentais foram idênticas às críticas surgidas nos Estados Unidos da América, só que nos EUA terão surgido mais cedo e de uma forma mais evidente.

Guimarães (2003), refere que a par deste movimento de reacção à Matemática Moderna, intitulado "Back to Basics", surgem outros posicionamentos que se opõem a esta reacção mais conservadora, criticando as tendências que consideram redutoras para o ensino da matemática (aptidões básicas). Surgem assim durante os anos setenta, alguns movimentos que produzem documentos que tentam contrariar a lógica do "Back to Basics": Overview and analysis of school mathematics: Grades K-12, do National Advisory Committee on Mathematic Education, documento de recomendações do National Council of Teachers of Mathematics, entre outros. Estes documentos vão tentar contrariar a ênfase dada às aptidões de cálculo, pelo movimento do "Back to Basics" e vão recomendar a resolução de problemas como foco da matemática escolar

para os anos 80. As outras ideias que sobressaem destes documentos são a valorização das aplicações da matemática e o papel importante que atribuem às novas tecnologias (Guimarães, 2003).

Outros pequenos seminários foram surgindo em oposição às conclusões de Royaumont. Logo em 1967, numa conferência organizada em Utrecht, patrocinada pelo governo holandês e pelo ICMI, são questionadas as linhas gerais propostas no Seminário de Royaumont. Mais tarde, Hans Freudenthal, que estava empenhado numa reforma curricular na Holanda, mostra-se preocupado com a introdução da Matemática Moderna no Ensino Primário (Moon, 1986). Em 1973, Freudenthal afirma que a Matemática não pode ser apresentada aos alunos como um produto acabado, advertindo que a visão da Matemática Moderna é excessivamente determinista, pois está baseada numa estrutura dedutiva. Também de um ponto de vista da Matemática Realista, Treffers defende que a Educação Matemática deve assentar numa reinvenção, ou seja a recriação de conceitos e estruturas matemáticas sobre noções intuitivas que já se tem e que o ensino da Matemática deve estar apoiado na realidade, em situações matematicamente ricas (Huete & Bravo, 2006).

O Movimento da Matemática Moderna em Portugal

Na segunda metade da década de 1950, parecem começar a surgir em Portugal as primeiras influências do Movimento da Matemática Moderna, após a participação de uma comissão portuguesa em reuniões da Comissão Internacional do Ensino da Matemática (CIEM), realizadas em 1955 e 1957. De acordo com Silva (2007) após a participação portuguesa nessas reuniões, é realizada uma palestra no Liceu Normal de Pedro Nunes, onde o Dr. José Jorge Gonçalves Calado relata o que aconteceu na reunião de 1957 do CIEM, em Bruxelas. Nesta apresentação, Calado refere a necessidade de serem experimentadas novas metodologias no ensino da Matemática e de se disporem de professores abertos a novas concepções e a novos métodos, tendo em vista dar resposta a uma falta de produção de matemáticos.

Em 1959 é organizado o Seminário de Royaumont, onde Portugal não participa, mas envia um relatório da autoria de Pedro de Campos Tavares (Matos, 2004).

No início da década de 1960, com Galvão Teles como ministro da Educação, é nomeada uma comissão de estudos para a modernização do ensino da Matemática. José

Sebastião e Silva preside à Comissão que fica encarregue de fazer a revisão do Programa do 3º Ciclo do Ensino Liceal, actuais 10º e 11º anos de escolaridade (Matos, 2004; Silva, 2007). Esta comissão manteve-se em actividade até 1965 (Gil, 1982). Faziam ainda parte desta comissão, três professores metodólogos dos liceus normais, Jaime Leote, professor metodólogo no Liceu Pedro Nunes, em Lisboa, Manuel Augusto da Silva, professor metodólogo do Liceu D. João III, em Coimbra e António Augusto Lopes, professor metodólogo no Liceu D. Manuel II, no Porto, e um inspector de matemática do Ensino Liceal. Esta comissão começou por fazer um programa experimental para o 3º ciclo do Ensino Liceal (Matos, 2004; Silva, 2007).

Em 1963 dá-se início à experiência orientada por Sebastião e Silva, com três turmas dos liceus normais do país: Liceu Pedro Nunes, Liceu D. João III e Liceu D. Manuel II. Ao longo da década de 1960, esta experiência vai sendo alargada a outras turmas. Ao mesmo tempo que decorre esta experiência com turmas – piloto, vão sendo realizados diversos colóquios e cursos, que funcionam como acções de formação para professores que acompanham a introdução da Matemática Moderna. Alguns desses cursos contam com a presença de alguns nomes ligados ao Movimento da Matemática Moderna a nível internacional, como é o caso de Papy (Matos, 2004).

Também na comunicação social a Matemática Moderna vai tendo impacto. Em 1967 iniciam-se as lições de Matemática Moderna na televisão, conduzidas inicialmente por Sebastião e Silva e mais tarde por Eduardo Veloso (Matos, 2004).

Nos finais da década de 1960 e princípio da década de 1970, a Matemática Moderna continua a influenciar o ensino da Matemática nos diversos níveis de ensino, com reformulações dos programas desde o Ciclo Preparatório ao Ensino Técnico. Nesta fase são também lançados vários cursos e acções de actualização dos professores de Matemática, como o lançamento das Acções Regionais de Matemática em 1972, que se vão desenvolver até 1977 sob a responsabilidade do Gabinete de Matemática da DGEB, e que têm como objectivo actualizar cientificamente os professores de Matemática.

É já na segunda metade da década de 1970, e após o 25 de Abril de 1974, que é elaborado um novo currículo para as Escolas do Magistério Primário, que passa a contar com temas como a teoria de conjuntos (Matos, 2004).

A Matemática Moderna no Ensino Primário, em Portugal

Em Portugal parecem existir poucas informações sistematizadas sobre as influências que o Movimento da Matemática Moderna teve ao nível do Ensino Primário. No entanto, de acordo com Matos (2004), existiram algumas iniciativas tendo em vista a divulgação de metodologias ligadas à Matemática Moderna, neste nível de ensino.

Em 1961, João António Nabais inicia uma experiência no Ensino da Matemática com a utilização do Material Cuisenaire no Colégio Vasco da Gama (Nabais, 1965). Em 1962, Caleb Gattegno[24] desloca-se a Portugal para dirigir um curso sobre o material Cuisenaire, inserido numa experiência orientada por João Nabais. A partir dessa data iniciam-se cursos sobre o material Cuisenaire e de introdução à Matemática Moderna, destinados principalmente a educadores de infância e professores do Ensino Primário, promovidos pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação (Nabais, 1965). Até 1967 são realizados cerca de vinte cursos, com a participação de cerca de 1250 professores dos diversos níveis de ensino e de várias regiões de Portugal (Nabais, 1968). Alguns desses cursos são orientados por algumas pessoas ligadas à divulgação das metodologias da Matemática Moderna, tanto a nível internacional, como a nível nacional, como Caleb Gattegno, Madelleine Goutard[25] e António Augusto Lopes[26]. Em 1967, João António Nabais publica um livro para professores do Ensino Primário profundamente influenciado por Dienes e Papy (Matos, 2004).

Em 1963 é publicada a *Didáctica Especial: apontamentos de aritmética*, de autoria do professor António Fortunato Queirós, professor de Didáctica Especial do Magistério Primário de Portalegre. Nesta obra é apresentada a metodologia de trabalho com o material Cuisenaire, tendo por base o livro de Gattegno, *O Zeca já pode aprender Aritmética*, na sua tradução portuguesa.

Em 1965 dá-se início aos trabalhos preparatórios de organização de um Seminário de Iniciação de Professores à Didáctica das Matemáticas Modernas, ao nível

[24] Caleb Gattegno é um educador matemático egípcio, nascido em 1911 e falecido em 1988, que em 1953 entra em contacto com o trabalho de Georges Cuisenaire e passa a divulgá-lo um pouco por todo o mundo. Entre 1953 e 1962 funda cerca de 11 empresas de distribuição do material Cuisenaire e dos manuais que produz, que incluem as indicações de exploração do material dirigidas aos professores (Powell, 2007).

[25] Pedagoga francesa que desenvolveu trabalho no âmbito do ensino da Matemática com crianças. Autora de várias obras, entre as quais *Les Mathématiques et les Enfants*, editada pela editora Delachaux et Niestlé (Nabais, 1968).

[26] Professor metodólogo no Liceu D. Manuel II, no Porto, e membro da comissão encarregue de fazer a revisão dos programas do 3º ciclo do ensino liceal, comissão que era presidida por José Sebastião e Silva.

de Educação Infantil e do Ensino Primário no Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1965).

É em 1966 que se faz a introdução da Matemática dita Moderna nas classes do Ensino Primário do Colégio Vasco da Gama, nomeadamente com a adaptação do material Cuisenaire à Matemática Moderna. Também neste ano é criado por Nabais e experimentado no ensino da Matemática no Ensino Primário do Colégio Vasco da Gama, o material didáctico Calculador Multibásico (Nabais, 1990; Ricardio, 1992).

Em 1967, o professor Moreirinhas Pinheiro, professor do Magistério Primário de Lisboa, adiciona ao seu trabalho *Introdução ao Estudo da Didáctica Especial*, para uso dos alunos - mestres das escolas do Magistério Primário, uma adenda manuscrita, com o título: Matemáticas Modernas. Nesta adenda faz uma abordagem à Teoria dos Conjuntos, onde utiliza particularmente os Blocos Lógicos de Dienes.

Também em 1967, é apresentada no *Boletim Bibliográfico e Informativo* do Centro de Investigação Pedagógica, da Fundação Calouste Gulbenkian, uma experiência pedagógica - didáctica sobre a modernização do ensino das matemáticas, com crianças de 6 e 7 anos, a desenvolver em colaboração com cinco colégios da grande Lisboa. Manuel de Sousa Ventura, colaborador do referido Centro de Investigação Pedagógica, ficou responsável pela orientação dos professores que iriam acompanhar a experiência, isto após ter realizado um estágio em França, com o objectivo de contactar com as teorias de Piaget e a sua aplicação à didáctica da Matemática e seguir as jornadas do Instituto Pedagógico Nacional de Paris sobre a modernização da iniciação na Matemática (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1967).

No mês de Maio de 1967 efectuam-se, no Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, reuniões dos trabalhos preparatórios com as directoras dos colégios-piloto que iam participar da experiência pedagógico-didáctica sobre a modernização da Iniciação das Matemáticas no Ensino Primário (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1967).

Em Outubro de 1967 foi realizado o Seminário que tratou da modernização da Iniciação das matemáticas no Ensino Primário, no qual estiveram participantes 37 professores, sendo vinte e cinco professores Primários pertencentes cinco de cada escola – Piloto que iriam reger o ensino nas turmas experimentais dessa experiência. Os professores discutiram os textos científicos, resolveram exercícios de aplicação e tiveram contacto com material didáctico que iria ser utilizado nas aulas experimentais. Também participaram desse evento dez crianças de 6-7 anos fazendo uma demonstração

de como esse material poderia ser explorado para uma ascensão progressiva a planos de abstracção, através de actividades lúdicas. Ainda se programou as primeiras fases da acção experimental que iria ocorrer no ano lectivo corrente (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1967).

A primeira edição do material Cubos – Barras de Cor, pela Éduca Material Didáctico, ocorre em 1967. Este material consiste numa adaptação do material Cuisenaire à Matemática Moderna (Nabais, 1990).

Em 1968 são aprovados novos programas para o Ensino Primário Elementar. No que se refere à Matemática, praticamente mantêm-se as indicações que existiam no programa anterior. É de referir apenas que no lugar da palavra "grupo", no contexto da introdução da multiplicação e divisão, passa a ser utilizada a palavra "conjuntos", o que poderá estar relacionado com o significado que a palavra "grupo" tinha adquirido no contexto da Matemática Moderna.

Em 1968, a revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, do Centro de Psicologia Aplicada à Educação, publica um número especial sobre *O Ensino da Matemática*, de autoria de João António Nabais. Nessa obra o autor refere-se a um ensino de Matemática renovado com base nos Cubos-Barras de cor de Cuisenaire e Calculador Multibásico e cita autores como Dienes e Papy.

No ano de 1968, no âmbito da assistência técnica da OCDE, esteve em Lisboa, de 22 a 28 de Abril, a Doutora Frédérique Papy, directora de trabalhos no Centro Belga de Pedagogia das Matemáticas. A Doutora Frédérique Papy visitou as duas escolas primárias onde o Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian estava a realizar as experiências de Modernização da Iniciação na Matemática no Ensino Primário. Nessas escolas a Dra. Frédérique Papy orientou trabalhos com crianças nesse sentido (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1968).

A partir de 1969, dá-se início ao alargamento da experiência de modernização da Iniciação da Matemática no Ensino Primário, a duas escolas oficiais da área de Lisboa, mas respeitando o programa Oficial para o Ensino Primário que vigorava na época (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1969).

Nesse mesmo ano, no âmbito da experiência de Modernização da iniciação da Matemática no Ensino Primário, a Equipa do Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, constituída pelos professores de Matemática Vítor Pereira, Alfredo Osório dos Anjos, António Simões Neto, Francelino Gomes e Maria Isaura David (Desenhadora), organiza uma colecção de fichas de trabalho, para os

alunos do projecto de iniciação, para cuja elaboração prevaleceram os critérios: estruturação progressiva dos conceitos matemáticos; introdução dos conceitos matemáticos unificadores; revisão cíclica dos conceitos matemáticos e apoio da aprendizagem utilizando-se de materiais concretos como Blocos lógicos de Dienes, Material Cuisenaire, Blocos Multibase de Dienes. Pretendia-se ainda montar um serviço bibliográfico e documental de apoio aos professores participantes na experiência (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1969)

De 21 a 26 de Setembro de 1969 realiza-se o Seminário de Modernização da Iniciação Matemática no Ensino Primário com participação de 60 professores. Inclui o estudo intuitivo da *Teoria dos Conjuntos* e a *Evolução do conceito de número* (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1970).

De 22 a 26 de Setembro de 1969 realiza-se um curso de introdução à Matemática Moderna, com a participação do professor Papy e de João António Nabais. Neste curso, Nabais organiza sessões informativas e sessões práticas, onde aborda temas como os materiais, aprendizagem da Matemática em "situação", sistemas de numeração com o Calculador, a evolução das pedras Cuisenaire para os Cubos – barras, os factores e a potenciação. Ao longo deste curso o professor Papy orienta algumas sessões e mesas redondas.

Em 1970 é publicada a primeira edição do manual *Didáctica do Cálculo: apontamentos* de autoria de Gabriel António Gonçalves, então inspector – orientador e professor de Didáctica Especial da Escola de Magistério do Porto. Nesta didáctica, o primeiro capítulo é dedicado à Matemática Moderna. Neste capítulo, a Matemática Moderna é apresentada, não como uma nova Matemática, mas como um novo método, uma nova linguagem e uma nova organização do trabalho no Ensino da Matemática. Gonçalves (1970) apresenta também, no capítulo dedicado ao material didáctico, a metodologia de materiais didácticos, como os Blocos Lógicos de Dienes e o material morfocromático Cuisenaire

No ano de 1970 é fundada a Cooperativa A Torre, Educação e Ensino. O ensino/aprendizagem da Matemática neste colégio fundamenta-se nos trabalhos desenvolvidos por George Papy e Frédérique Papy, no âmbito do Centre Belge de Pedágogie de la Mathématique, em Bruxelas e mais tarde no âmbito do Comprehensive School Mathematics Program. Os pilares desta pedagogia são a utilização das linguagens de representação ("linguagem das cordas e das setas"), a minicalculadora de Papy e a pedagogia das situações (Abranches, 2003).

Em 1972 é publicada a segunda edição da *Didáctica do Cálculo: apontamentos* de autoria de Gabriel António Gonçalves. É de salientar a introdução, nesta segunda edição, de um capítulo que inclui um projecto de remodelação dos programas do Ensino Primário Elementar, que estaria a ser elaborado pela Direcção-Geral do Ensino Básico, para a introdução da chamada Matemática Moderna neste nível de ensino. Segundo este autor (1972), nesta remodelação pretendia-se articular os programas do Ensino Primário com os programas do Ciclo Preparatório, não só através dos conteúdos, mas também da orientação didáctica. O autor menciona também que iria funcionar uma classe experimental desta remodelação dos programas, no ano lectivo de 1972 – 1973, em apenas algumas escolas. Para a preparação e orientação de regentes desta classe experimental, já teria sido organizado um curso de monitores em Lisboa e no Porto, frequentados por um professor de cada concelho (Gonçalves, 1972). Nos apontamentos que Gonçalves (1972) apresenta desses cursos, é notório um esquema programático que se viria a reflectir nos programas do Ensino Primário de 1974-1975. Muitas das rubricas apresentadas coincidem com as rubricas do programa de 1974-1975 e mesmo os exemplos de exercícios propostos são idênticos. Nestes apontamentos retirados das sugestões constantes dos cursos onde foi abordado o projecto de programas, o conteúdo central é a introdução aos conjuntos.

Entre Junho de 1972 e Julho de 1973, Jorge Bombarral publica uma série de artigos de lógica para crianças, na revista *Média Pedagogia Moderna*. Nestes artigos é exposta uma metodologia de exploração do material de Dienes-Hull, os Blocos Lógicos, ou Conjuntos Lógicos. Nesta metodologia são explorados diversos jogos para introduzir a criança na linguagem dos conjuntos e nos conceitos de lógica. Entre os jogos encontram-se os jogos das diferenças, o jogo do dominó com peças dos Blocos Lógicos, jogo dos atributos cruzados, jogo dos pares, jogo de negação e jogo de peça escondida.

No ano de 1973, o matemático britânico Geoffrey Matthews e sua esposa Mrs. Júlia Matthews, entram em contacto com o grupo de trabalho responsável pela experiência de Modernização da Iniciação Matemática. Nesse mesmo ano proferem uma conferência, no Auditório III, sobre o NUFFIELD Mathematics Teaching Project, acompanhada da exibição do filme "Mathematics with Everything" e de diapositivos (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1973)

No início do 1º trimestre de 1973 (2º período escolar de 1972/1973) são ultimadas as diligências para a experiência de modernização da iniciação Matemática no Ensino Primário ser alargada ao ensino oficial, com turmas da Escola Masculina Oficial

de Algés, regida pelo professor Manuel Augusto Pereira e na Escola Oficial de Paço de Arcos, regida pela professora Maria Odete Abrunhosa. Essas professoras passam a contactar com as inspectoras do Ensino Primário Oficial, Maria Alice Jacob e Maria Suzel Ladeira designadas pela Direcção – Geral do Ensino Básico (Boletim Bibliográfico e Informativo, 1973).

Em 1974 são aprovados pelo Ministério da Educação e Cultura novos programas do Ensino Primário para o ano lectivo 1974-1975, sendo renovada a Matemática. Nestes Programas do Ensino Primário, são apresentados dois programas de Matemática para a 1ª classe. O programa **A** é resultante de uma adaptação realizada no programa anterior, enquanto o programa **B**, é elaborado na linha das Matemáticas Modernas. No programa **B** uma nota recomenda um período de adaptação, em que deveriam ser introduzidas as primeiras rubricas do programa: a) introdução aos conjuntos; b) Conjuntos; participação de um conjunto; subconjuntos; c) Ideia de correspondência. Nessa nota é solicitado que todos os professores que leccionam a 1ª classe e adiram ao programa **B,** comuniquem com a maior brevidade a sua adesão à Direcção-Geral do Ensino Básico, para poderem receber o apoio conveniente. Aparentemente é deixada à consideração dos professores a adesão ou não a este programa **B.** Neste programa **B** é sugerido o uso do material Cuisenaire e dos Blocos Lógicos, o que poderia possibilitar comparações e classificações. São ainda apresentados uma série de exercícios, acompanhados de desenhos de conjuntos com diferentes abordagens (Programas do Ensino Primário 1974-1975).

Em 1975 são publicados novos programas para o Ensino Primário. Nestes programas é estabelecido que o Ensino Primário passaria a ser organizado em duas fases, a primeira compreendendo os dois primeiros anos e a segunda fase, 3º e 4º anos de escolaridade. Neste programa, os assuntos matemáticos são apresentados por grandes temas e divididos em sub temas e não por classes. Apresentam-se sugestões de actividades e indica-se que sempre que possível se deve trabalhar com os conjuntos (Programas 1975).

Em 1978 são publicados novos Programas do Ensino Primário, pelo Ministério da Educação e Cultura. Estes programas revestem-se de um carácter experimental e contêm uma unidade temática com os conjuntos. Destes programas constam os objectivos Gerais, Metodológicos e programáticos das Unidades temáticas por áreas, dentre as quais a área de Matemática.

Em 1980 são publicados, pelo Ministério da Educação e Ciência, os Programas do Ensino Primário Elementar. Neste programa os conjuntos surgem como um dos temas da área da Matemática.

Em 1981 é publicado na revista *Escola Democrática* do mês de Maio /Junho, o artigo *Material Cuisenaire-Utilização no Ensino Primário* de autoria de Maria Arminda Pereira Ferreira, então professora da Escola Primária de Fernão Ferro. Nesse artigo a autora refere-se à sua experiência de ensino de Matemática Moderna pelo Método Cuisenaire na Escola Primária.

Em 1982 realiza-se um encontro internacional de homenagem a José Sebastião e Silva. Neste encontro, David Vieira, Falcão Paredes, Casimiro Ferreira, Maria da Conceição Sá e Aurélio Fernandes apresentam uma comunicação sobre a formação contínua de professores, que contém uma secção sobre acções para o Ensino Primário. Nesta comunicação são retratadas algumas dificuldades sentidas pelos professores do Ensino Primário em leccionar alguns conteúdos do programa de Matemática, nomeadamente os relacionados com a Teoria dos Conjuntos e a falta de formação existente neste âmbito.

Em 1984 são aprovados os Programas Próprios para Nível Primário para serem implementados no Colégio Vasco da Gama. Na área da Matemática estes programas são profundamente influenciados pelo Movimento da Matemática Moderna e pelas metodologias de materiais como o Cuisenaire, os Blocos Lógicos e o Calculador Multibásico. Estes programas começam a ser implementados no ano lectivo de 1986/1987.

Críticas à Matemática Moderna

Também em Portugal surgem algumas vozes discordantes do Movimento da Matemática Moderna. De acordo com Ponte (1993) no final dos anos 70 realizam-se no GEP[27], no âmbito de um acordo Luso-Sueco, um conjunto de estudos de avaliação do ensino unificado, tendo sido dada uma atenção específica à disciplina de Matemática (Leal e Fägerlind, 1981; Leal e Kilborn, 1981 citados em Ponte, 1993). De acordo com Ponte (1993), estes estudos terão concluído que os alunos tinham níveis de desempenho muito baixos nesta disciplina, muito inferiores às expectativas dos autores dos

[27] GEP – Gabinete de Estudos Pedagógicos – Estes estudos são integrados numa avaliação da reforma do Ensino Secundário unificado (Matos, 2004).

programas. Os estudos apontavam ainda as deficiências no cálculo como a razão para o fraco aproveitamento dos alunos, recomendando o reforço do ensino da aritmética para além do 4º ano de escolaridade, numa posição alinhada com o movimento do "Back to Basics" que já então se vivia em diversos países, em reacção à Matemática Moderna.

No início da década de 1980, num encontro de homenagem a Sebastião e Silva, Vieira, Paredes e Ferreira (1982) apresentam um trabalho em que se critica, não o currículo proposto sob influência da Matemática Moderna, mas sim a forma como este estava a ser implementado, nomeadamente no Ensino Primário. Nesta apresentação é salientada a falta de formação que os professores do Ensino Primário tinham para poder abordar alguns conteúdos dos novos currículos, particularmente a teoria dos conjuntos. Outra crítica feita nesta apresentação refere-se à qualidade de muitos dos manuais produzidas na época, que muitas vezes induziam os professores em erro, devido à falta de preparação que tinham para analisar a abordagem de alguns conteúdos.

Neste encontro de homenagem a José Sebastião da Silva, realizado em 1982 surgem algumas apresentações centradas na resolução de problemas, nomeadamente apresentações de João Pedro da Ponte, Paulo Abrantes, João Filipe Matos, José Manuel Matos, Ana Maria Lopes e Maria Violante Mestre.

Ao longo da década de 1980 vão surgindo diversos trabalhos no campo da Educação Matemática centrados na resolução de problemas e utilização das novas tecnologias (Matos, 2004).

Em 1988 realiza-se em Vila Nova de Milfontes um seminário sobre a renovação do currículo de Matemática, organizado pela Associação de Professores de Matemática. Neste seminário reunem-se 25 professores de diversos graus de ensino, desde o Ensino Primário, ao secundário, docentes do ensino superior e investigadores, ligados às Escolas Superiores de Educação e Universidades, que seleccionaram quatro temas centrais: 1) os objectivos e orientações fundamentais para o Ensino da Matemática; 2) actividades de aprendizagem e o papel do professor; 3) os computadores e as calculadoras no ensino da Matemática; 4) organização do currículo de Matemática nos diferentes níveis (APM, 1995).

No documento produzido a partir dos trabalhos deste seminário, ao fazer-se uma pequena retrospectiva do passado recente do ensino da Matemática, apontam-se como razões para o fracasso da Matemática Moderna o facto de ela ter uma tendência mecanicista, tal como a orientação da Matemática tradicional, ao aceitar que a

aprendizagem se desenvolve por transmissão e absorção, e não por construção (APM, 1995).

Em contraponto a este fracasso da Matemática Moderna, o documento aponta alguns caminhos para a renovação da Matemática escolar, nomeadamente ao nível do desenvolvimento curricular, com pressupostos que acentuam o carácter criativo da actividade matemática, que não se reduz aos aspectos formais, e que valorizam os aspectos intuitivos do conhecimento matemático, antes da sua organização lógica (APM, 1995). Nos pressupostos também se acentua o carácter prático da Matemática, afirmando-se que "a Matemática nasceu como uma ciência aplicada; que a Matemática é, por natureza, aplicável" (APM, 1995, p. 22), salientando-se, no entanto, que também há exemplos na actividade Matemática que se desenvolvem independentemente de qualquer aplicação.

Quanto às orientações que se referem especificamente à Matemática, neste documento da APM (1995) destaca-se a resolução de problemas como centro do ensino e da aprendizagem da Matemática e reserva-se para as aplicações Matemáticas um lugar de destaque no conjunto das actividades de aprendizagem. Em relação às novas tecnologias, refere-se que o ensino e aprendizagem da Matemática devem usufruir dos benefícios que as evoluções tecnológicas trouxeram para as actividades nos domínios sociais, profissionais e científicos, destacando-se o computador e as calculadoras. Também é proposta uma redefinição dos conteúdos a incluir nos currículos escolares, salientando-se que a Estatística e a Geometria podem constituir bons exemplos da necessidade de reavaliar os conteúdos e as formas propostas para a sua exploração, assim como da necessidade de orientar o ensino para os processos. Também é criticada a utilização abusiva da mecanização de conhecimentos puramente factuais e das técnicas de papel e lápis, salientando que estas são necessárias no ensino da Matemática, mas que devem estar subordinadas aos conceitos a trabalhar.

Para Serrazina (depoimento oral, 2007, 14 de Junho) esta reunião "teve imensa influência no currículo que saiu, mas isso aí já era um movimento, a seguir à Lei de Bases de 1986, para construir novos currículos ... naquela primeira metade dos anos 80, foi uma altura em que se começou a perceber que não se podia continuar a ter aquela forma de tratar as coisas".

Abrantes (2004), numa posição muito próxima daquela que é expressa no documento que sai do seminário de Milfontes, refere que as razões que levaram ao fracasso da Matemática Moderna prendem-se mais com alguns aspectos em que ela é

idêntica à antiga tendência mecanicista do ensino da Matemática, do que com as diferenças que possam existir entre as duas orientações. Ao aceitar que a aprendizagem se faz por transmissão e absorção e não por construção, esta reforma tinha em si própria potencial para o fracasso, não respondendo aos problemas que se apresentavam à escola, como "a explosão escolar, a democratização do ensino, a necessidade de promover uma formação matemática para todos" (Abrantes, 2004, p. 18). Este autor refere ainda que, ao mesmo tempo que se desenvolvia um movimento de opinião, normalmente conhecido por "Back to Basics", em que se defende um retorno à primazia do domínio das técnicas básicas de aritmética e álgebra no ensino da Matemática, surge uma nova comunidade de professores e investigadores ligados à área da Educação Matemática, que chama à atenção para a necessidade de se ter em consideração os vários e complexos factores que estão em jogo. A evolução científica e social e a preparação para os estudos superiores, já não resolviam as dificuldades (Abrantes, 2004).

CAPÍTULO V – A MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E NOS PROGRAMAS DO ENSINO PRIMÁRIO NAS DÉCADAS DE 1960 A 1980

Neste capítulo apresento uma análise das orientações oficiais para o ensino da Matemática durante o período compreendido entre a década de 1960 e a década de 1980, de forma a enquadrar o trabalho desenvolvido por João António Nabais no Colégio Vasco da Gama. Para esta análise foram seleccionados os programas[28] de formação de professores das escolas do magistério Primário e os programas do Ensino Primário em vigor nesta época, tendo por isso dividido o capítulo em duas partes. Na primeira parte apresento uma análise dos programas de formação de professores das escolas do magistério Primário em vigor na época do período em estudo e na segunda parte apresento uma análise dos programas do Ensino Primário em vigor no período em estudo.

É importante não esquecer que a partir de 1974 estes textos surgem num momento politicamente conturbado do país e que têm um carácter experimental, sendo implementados apenas durante um ou dois anos lectivos. Devido a esses curtos períodos de implementação e o seu carácter experimental, em que um exemplo é o caso do Programa do Ensino Primário de 1978, aprovado para ser aplicado a título experimental pelo Despacho n.º 241/78, de 8 de Agosto, publicado em Diário da República na Portaria n.º 572/79 e que em 1980 deixa de estar em vigor, com a publicação dos Programas do Ensino Primário de 1980, torna-se difícil perceber o impacto que tiveram no Ensino da Matemática no Primário da época.

A Matemática nos programas das escolas dos magistérios Primários da década de 1960 à década de 1980

Nesta primeira parte do capítulo pretendo analisar os currículos de Matemática que os futuros professores Primários tinham ao longo do curso nas escolas do magistério Primário. Nesta análise serão utilizados os Programas das Escolas do

[28] De acordo com Zabalza (1998, citando Reynolds e Skilbeck, 1976) um Programa, quando definido a nível central e nacional, tem como objectivo construir o sentido de uma comunidade, desenvolvendo um sentido dos valores comuns, por meio de experiências escolares adequadas e comuns a todos.

Magistério Primário, parte integrante do Decreto n.º 32:629, de 16 de Janeiro 1943, o Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário, da Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica, de 1976-1977, os Programas das Escolas do Magistério Primário, da Direcção – Geral do Ensino Básico, de 1977 e o Plano de Estudos – Programas das Escolas do Magistério Primário, da Secretaria de Estado do Ensino Básico e Secundário, de 1978-1979[29].

Programas das Escolas do Magistério Primário de 1943

Até meados da década de 1970, os Programas das Escolas do Magistério Primário são definidos pelo Decreto nº 32 629, de 16 de Janeiro de 1943. Apesar do Decreto-Lei 43 369, de 2 de Dezembro de 1960, ter alterado o plano de estudos, os programas mantiveram-se.

No Programa das Escolas do Magistério Primário, aprovado pelo decreto 32 629, de 16 de Janeiro de 1943[30], não existe uma disciplina dedicada à Matemática em termos científicos[31]. Em relação aos aspectos didácticos desta disciplina, estes são abordados na disciplina de Didáctica Especial[32], em Didáctica da Aritmética. Para além da Didáctica da Aritmética, faziam ainda parte desta disciplina a Didáctica da Leitura, Didáctica da Escrita, Didáctica da Ortografia, Didáctica da Geografia, Didáctica da História Pátria e a Didáctica do Desenho e Trabalhos Manuais.

O programa de Didáctica Especial, no que diz respeito à Didáctica da Aritmética, exposto no Decreto 32 629, de 1943, começa com a análise do programa de Aritmética do Ensino Primário[33], no sentido de abordar as "noções, capacidades, hábitos e processos de pensamento que se devem adquirir, desenvolver, fixar e criar por

[29] De acordo com Serra (2004) teriam ainda existido umas notas de ajuste dos programas, feitas para o ano lectivo de 1974-1975, que não foi possível analisar neste trabalho.
[30] Este Programa das Escolas do Magistério Primário está associado à reabertura das escolas do magistério Primário decretada pelo Decreto-Lei 32 243, de 5 de Setembro de 1942.
[31] Só no Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário, publicados em 1976 pela Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica – Direcção Geral do Ensino Básico, é trabalhada a Matemática como área científica.
[32] Apesar de na legislação as disciplinas nem sempre aparecerem com letra inicial maiúscula, optou-se neste trabalho por uma uniformização e apresentar a denominação das disciplinas desta forma, excepto em transcrições textuais.
[33] Em 1943 estavam em vigor os Programas do Ensino Primário das três primeiras classes, publicados em anexo ao Decreto n.º 27 603, de 29 de Março de 1937, e os Programas do Ensino Primário para a 4ª classe, publicados em anexo ao Decreto nº 16 730, de 13 de Abril de 1929.

intermédio do ensino da aritmética" (Decreto nº 32 629, de 16 de Janeiro de 1943, p. 35).

Os candidatos a professores deveriam de seguida estudar as operações com números inteiros, tomando conhecimento, através da experiência, do curso normal de aprendizagem nas operações com números dígitos, para que os pudessem ordenar de acordo com um grau de dificuldade crescente.

De acordo com os Programas das Escolas do Magistério Primário, publicados em anexo ao Decreto 32 629, de 1943, aos alunos – mestres seriam expostas diversas metodologias de ensino das operações fundamentais e posteriormente esses alunos – mestres deveriam produzir apreciações críticas sobre essa temática. Para além disso, deveriam ter um conhecimento prático dos tipos de erros mais frequentes que poderiam surgir nestas operações. O ensino das fracções e dos números decimais, e os processos a utilizar para levar os alunos do Ensino Primário a compreender as respectivas noções, eram outros temas a abordar. As operações com números fraccionários, decimais e complexos também eram trabalhadas no programa de Didáctica de Aritmética.

Neste programa, a resolução de problemas e a sua proposição, têm um papel central na Didáctica da Aritmética. Embora isso não seja explicitado no texto publicado, é possível verificar este aspecto pelo número de tópicos que esta temática ocupa na Didáctica da Aritmética. Deste modo, fazem parte do programa as regras a ter em conta na escolha de situações problemáticas para expor aos alunos do Ensino Primário e a forma de fazer a sua redacção. São também trabalhadas as técnicas de apresentação dos problemas, tanto por via oral como por via escrita. De acordo com o programa, estas técnicas de apresentação podem ser trabalhadas com dados materiais e por meio de desenhos. Os alunos – mestres, à semelhança do desenvolvimento proposto para as operações fundamentais, devem estudar quais os erros mais frequentes que surgem na resolução de problemas.

A avaliação dos produtos de aprendizagem da Aritmética é trabalhada neste programa, sendo abordados conteúdos como os testes de diagnóstico e de prognóstico.

Nas "instruções" referentes à disciplina de Didáctica Especial, onde se inclui a Didáctica da Aritmética, refere-se que o ensino desta disciplina deve ter um carácter essencialmente prático e que a exposição magistral deve ser preterida pela exemplificação. Para que esse ensino prático se aproxime da realidade, deveriam estar presentes na sala de aula dois alunos das escolas anexas, com os quais os alunos-mestres

repetiriam os procedimentos didácticos trabalhados. Esses procedimentos deveriam ser justificados.

Em 1960, o Decreto-Lei 43 369, de 2 de Dezembro, altera o plano de estudos das escolas dos magistérios Primários.

Quadro – 3 - Plano de Estudos do Curso do Magistério Primário (Dezembro de 1960).

Disciplinas	**Semestres**			
	1º	**2º**	**3º**	**4º**
Pedagogia, Didáctica Geral e História da Educação	4	4	1	1
Psicologia Aplicada à Educação	4	3	3	2
Didáctica Especial do Grupo A	3	2	2	2
Didáctica Especial do Grupo B	3	2	2	2
Desenho e Trabalhos Manuais Educativos	2	2	2	1
Educação Feminina	2	2	2	-
Legislação e Administração Escolares	-	2	2	2
Organização Política e Administrativa da Nação	-	2	1	-
Educação Moral	2	1	1	-
Higiene Escolar	2	2	-	-
Educação Musical	2	2	2	-
Educação Física	2	2	2	-
Prática Pedagógica	2	4	8	-
Carga Horária Total	**28**	**30**	**28**	**10**

No caso da disciplina de Didáctica Especial, decide-se intensificar o seu estudo, acrescentando-se aos seus objectivos a revisão e desenvolvimento de matérias relacionadas com os programas do Ensino Primário. No que se refere ao plano de estudos, esta disciplina passa a estar dividida em Didáctica Especial A e Didáctica Especial B, sendo ministrada por dois professores, um para o grupo A e outro para o grupo B. A Didáctica da Aritmética e Geometria passa a integrar o grupo B, em conjunto com as Ciências Geográfico - Naturais e os Trabalhos Manuais, tendo três horas semanais no primeiro semestre do curso e duas horas semanais nos restantes três semestres. No entanto, os programas de cada disciplina não foram alterados.

Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário, de 1976-1977

Em 1976, é editado pela Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica, um novo Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário. Neste Plano de Estudos a

Matemática surge como uma área científica, nos 1º e 2º anos do currículo, com uma carga horária semanal de duas horas em ambos os anos. Nos objectivos do programa de Matemática salienta-se que o propósito desta disciplina passa por ajudar o aluno – docente a exercer melhor a sua função em dois planos, " … quer directamente, no âmbito do ensino da aritmética e geometria elementares, quer indirectamente, facultando-lhes vias de acesso a níveis culturais mais elevados." (Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário, 1976, p. 47). Neste sentido, pretende-se que o futuro professor do Ensino Primário tenha, para além de um domínio dos conteúdos que irá trabalhar directamente com os futuros alunos, uma visão dos assuntos matemáticos, a um nível superior àquele que irá tratar na sua prática pedagógica, para que possa orientar as primeiras aprendizagens e não comprometa futuras aprendizagens. Este domínio superior de conteúdos matemáticos é encarado como uma valorização profissional não só na sua acção directa, já que se considera que o professor:

> como elemento social que desempenha um papel destacado na comunidade onde actua, … deverá possuir uma capacidade de resposta às solicitações culturais que lhe cheguem oriundas, tanto dos seus alunos, como dos que os rodeiam, para o que os bons conhecimentos matemáticos constituem uma base indispensável. (Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário, 1976, p. 47)

Para os autores deste Plano de Estudos, os conhecimentos matemáticos seriam uma forma dos futuros professores terem um papel activo na sociedade, já que constituiriam uma base fundamental para dar resposta às solicitações culturais.

A Matemática assumia também uma dupla função, por um lado seria um instrumento indispensável para se ter acesso ao conhecimento moderno, nomeadamente o conhecimento tecnológico, e por outro lado seria a própria forma de expressão, rigorosa e disciplinadora, do conhecimento científico e tecnológico.

Nos objectivos salienta-se ainda que uma grande parte dos tópicos apresentados no Plano de Estudos constitui matéria de reflexão e revisão de conceitos e métodos e, ao mesmo tempo, servindo de base científica para uma abordagem aos novos programas do Ensino Primário que entretanto tinham sido aprovados.

Este programa é apresentado globalmente, não existindo distinção entre os conteúdos a leccionar no 1º e no 2º ano. Entre os conteúdos propostos encontra-se o estudo dos conjuntos numéricos, desde os números naturais, aos números irracionais e

reais, passando pelas relações e operações nestes conjuntos. Também é proposta uma abordagem histórica às sucessivas ampliações numéricas. São abordados temas como as grandezas vectoriais, a circunferência, as transformações planas isométricas, transformações planas isogónicas, as áreas, os volumes de sólidos elementares, introdução à trigonometria, monómios e polinómios, inequações de 1º e 2º grau, noções de potência e de raiz, funções numéricas, noções de Geometria analítica plana, análise combinatória, elementos de probabilidades, elementos de estatística e introdução à análise infinitesimal.

Nas orientações metodológicas propostas para a exploração deste programa, sugere-se que se caminhe sempre do concreto para o abstracto e do particular para o geral, regressando depois ao concreto através de problemas que deveriam ilustrar o significado dos algoritmos. Nesta "orientação metodológica" também se destaca o propósito da interdisciplinaridade, principalmente quando ela não é inerente ao desenvolvimento do próprio conteúdo matemático. Sublinha-se ainda a necessidade da utilização da linguagem corrente, precedendo a utilização dos termos técnicos, chamando-se a atenção para o facto de a linguagem utilizada na Matemática poder levar a uma rejeição na aprendizagem desta disciplina.

Programas das Escolas do Magistério Primário de 1977

Em 1977 são reformulados os Programas das Escolas do Magistério Primário. Nestes programas, a Matemática surge como uma das seis áreas disciplinares a trabalhar, sendo as outras as Ciências da Educação, Expressão e Comunicação, Experiência, Prática Pedagógica e Actividades Complementares. De acordo com o programa, a Matemática é a terceira área a considerar, já que ao nível do ensino nas escolas do magistério Primário é uma área que inclui situações do domínio da área da Comunicação e da área da Experiência. Os objectivos gerais da Matemática, traçados neste programa, passam pela aquisição de conceitos fundamentais nesta área e a sua aplicação em termos didácticos de uma forma correcta.

Na "nota introdutória" do programa de Matemática de 1977, destaca-se que é fundamental fornecer aos futuros professores Primários, conhecimentos científicos e didácticos que permitam iniciar de uma forma correcta as crianças no domínio da

Matemática. Para que isso seja possível, são enumeradas algumas competências que o futuro professor Primário deve adquirir nesta área, tais como o:

> … desenvolvimento do raciocínio, de uma forma segura e clara; o espírito crítico e criativo; a consciência da unidade da estrutura Matemática; o conhecimento de que a experiência matemática deve ser realizada com observância total dos processos matemáticos, lógicos e psicológicos nela envolvidos; a capacidade de perceber o que é essencial no ensino da Matemática; e a capacidade de estruturar cadeias de aprendizagens (Programas da Escolas do Magistério Primário, 1977, p. 77).

Em termos de conteúdos, este programa de 1977 contempla a Introdução à Lógica Matemática, Relações Binárias, Aplicações Lineares, Operações Binárias, Estruturas de Anel e Corpo, e Conjuntos Numéricos.

Plano de Estudos – Programas das Escolas do Magistério Primário de 1978-1979

Perante alguma insatisfação ainda existente em relação aos Programas das Escolas do Magistério Primário de 1977, no ano lectivo de 1978-1979 é apresentado um novo de plano de estudos para as escolas do magistério Primário, que inclui uma reformulação do programa de Matemática, programas que se irão manter até à data de encerramento das escolas do magistério Primário, com a constituição das escolas superiores de educação, que na sua maioria entraram em funcionamento no ano lectivo de 1985-1986.

Neste programa, a Matemática passa a ser uma das disciplinas que constitui a Área da Experiência, em conjunto com as Ciências da Natureza, Antropologia Cultural e História Social e Cultural de Portugal. Para além da Área da Experiência, este programa inclui ainda a Área das Ciências da Educação e a Área de Expressão e Comunicação.

Na nota introdutória do programa de Matemática, volta-se a acentuar a preocupação fundamental com a formação dos futuros professores Primários ao nível dos conhecimentos científicos e didácticos desta disciplina, tal como acontecia nos Programas das Escolas do Magistério Primário de 1977. As competências que são

indicadas como necessárias para um futuro professor Primário, são as mesmas que eram indicadas nos programas de 1977:

> - um raciocínio seguro e claro;
> - um espírito crítico e criativo;
> - consciência da unidade da estrutura matemática;
> - conhecimento de que a experiência matemática deve ser realizada com observância total dos processos matemáticos, lógicos e psicológicos nela envolvidos;
> - a capacidade de discernir o que é essencial no ensino da matemática;
> - capacidade de estruturar cadeias de aprendizagens. (Programas da Escolas do Magistério Primário, 1978-1979, p. 146)

Ainda na nota introdutória, refere-se que o programa de Matemática não deve ser abordado de uma forma isolada, mas que deve contribuir para o desenvolvimento de todo o programa das escolas do magistério Primário. Nesta nota introdutória, destaca-se ainda que os pontos 1 e 2 do programa, ou seja, a Lógica Matemática e a Teoria dos Conjuntos e as Relações Binárias, devem ser considerados como o suporte da linguagem matemática, e que por isso devem ser abordados ao longo de todo o programa, sendo considerados como "indispensáveis para a formação das estruturas básicas fundamentais que se pretendem desenvolver nas capacidades mentais da criança" (Programas da Escolas do Magistério Primário, 1978-1979, p. 146). A estes dois pontos do programa deveria ser dado mais ou menos relevo, de acordo com as necessidades ou exigências e segundo entendimento do professor.

Em relação ao programa de Matemática, este encontra-se dividido em sete pontos: Lógica Matemática e Teoria dos Conjuntos; Relações Binárias; Número; Operações; Números Racionais; Grandezas. Medição de Grandezas; Introdução à Geometria.

Em resumo

Nos programas de 1943 para o curso das escolas do magistério Primário, e que estiveram em vigor até 1976, a Matemática era encarada apenas num aspecto didáctico e os conteúdos trabalhados eram apenas aqueles que faziam parte dos programas do Ensino Primário. Desta forma, não existia uma disciplina de Matemática com carácter científico, sendo os temas matemáticos abordados na Didáctica da Aritmética, que fazia

parte da disciplina de Didáctica Especial. Com a reformulação dos planos de estudo feita em 1960, para além da Didáctica da Aritmética, passa também a ser contemplada a Didáctica da Geometria, fazendo parte da Didáctica Especial B, ministrada por um professor próprio para esta didáctica. Nesta reformulação dos planos de estudo, houve um reforço das didácticas. Este reforço passou por um lado, por uma maior carga horária destas disciplinas, e por outro, por uma aparente especialização dos professores das didácticas, já que se refere no artigo 5º deste Decreto-Lei de 1960 que passa a existir um professor para a Didáctica Especial A e outro para a Didáctica Especial B. No entanto não existe nesta reformulação dos planos de estudo, nenhuma alteração dos programas e continua a não existir uma disciplina de Matemática de carácter científico.

Nos Planos de Estudos das Escolas do Magistério Primário de 1976, apesar de se afirmar que se pretendia sintetizar os aspectos didácticos e científicos, os conteúdos abordados no programa centram-se nos aspectos científicos, sendo quase esquecidos os aspectos didácticos.

Após reflexão sobre os programas de 1976, verifica-se que estes são inadequados para a formação dos professores Primários e procede-se a uma reformulação apresentada em 1977, onde são contemplados aspectos didácticos e científicos, centrando-se a parte científica na teoria dos conjuntos. De acordo com Lurdes Serrazina (depoimento oral, 2007, 14 de Junho) "as escolas do Magistério até 1976 não tinham professores de Matemática, tinham professores de Didáctica Especial, ... , mas que eram professores que não tinham formação Matemática … não discutiam do ponto de vista matemático" (p. 2). Segundo a professora Lurdes Serrazina, só no ano lectivo de 1976-1977, quando houve a reforma do Magistério e o curso passou para 3 anos, é que passou a haver uma disciplina de Matemática nos 1º e 2º anos. Do ponto de vista de Lurdes Serrazina (depoimento oral, 2007, 14 de Junho), o programa construído para as escolas do magistério Primário em 1976 era "idêntico às Matemáticas Gerais do 1º ano da faculdade. Era um programa de Matemática … e eu achei que era bom, que ia ajudar imenso em Matemática. Só que os alunos que foram submetidos a este programa nos magistérios tinham o secundário em 1975 e não tinham bases para acompanhá-lo … e rapidamente percebemos que aquele programa não servia para nada e passámos um ano a reformular aquele programa" (Serrazina, depoimento oral, 2007, 14 de Junho, p. 2).

Matos (2004) corrobora esta opinião, afirmando que apesar de em 1976 o novo currículo das escolas do magistério Primário passar a incluir a Matemática como uma disciplina específica, revelou-se desajustado e no ano seguinte foi reformulado.

Com os Programas das Escolas do Magistério Primário de 1977 volta-se a trabalhar os aspectos didácticos, em conjugação com os aspectos científicos. Este programa de Matemática é organizado em torno da Lógica e da Teoria de Conjuntos. No ano lectivo seguinte, com os novos Plano de Estudos – Programas das Escolas do Magistério Primário de 1978/1979 volta-se a frisar a importância do desenvolvimento dos aspectos didácticos desta disciplina, em conjugação com os aspectos científicos, tendo em vista um trabalho de iniciação da formação matemática das crianças correctamente orientado. Este programa também é organizado em torno da Lógica Matemática e da Teoria dos Conjuntos, sendo de realçar a inclusão de dois pontos relacionados com as Grandezas e Medidas e a Geometria.

A Matemática nos programas do Ensino Primário

Na segunda parte deste capítulo V, considero para análise[34] os programas de Matemática, incluídos nos programas do Ensino Primário entre 1960 e meados da década de 1980, com o intuito de compreender quais as influências que se manifestaram nas reformas destes programas, durante este período. Ao mesmo tempo, esta análise serve como enquadramento ao trabalho desenvolvido no Colégio Vasco da Gama, já que à data de abertura, no ano lectivo de 1959/1960[35], esta instituição foi autorizada a funcionar com os programas oficiais.

Procedo assim à análise dos programas[36] que estiveram em vigor durante este período, Programas do Ensino Primário de 1960, aprovados com o Decreto-Lei nº 42

[34] Nesta análise, as palavras em itálico que surgem fora de aspas correspondem a expressões utilizadas nos próprios programas.

[35] De acordo com o Alvará 1602, que consta no livro E do Ministério da Educação Nacional, Inspecção Superior do Ensino Particular, em 1960 foi autorizado a funcionar o estabelecimento de ensino particular denomina do Colégio Vasco da Gama, em "regímen de planos e programas oficiais".

[36] Em relação a estes programas, os documentos trabalhados são os seguintes e estão disponíveis para consulta na Biblioteca do Ministério da Educação:
Ministério da Educação Nacional (1964). *Programas do Ensino Primário – Aprovados pelo Decreto-Lei nº 42 994, publicado no «Diário do Governo» nº 125, 1ª série, de 28 de Maio de 1960.* Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação Nacional (1970). *Legislação anotada do Ensino Primário. Programas do Ensino Primário – Ciclo Elementar do Ensino Primário*. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

994, de 28 de Maio de 1960, Programas do Ensino Primário Elementar de 1968, modificados pela Portaria nº 23 485, de 16 de Junho de 1968, Programas de Ensino Primário para o ano lectivo 1974 – 1975, Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, Programa do Ensino Primário de 1978, aprovado para ser aplicado a título experimental, nos termos do Despacho n.º 241/78, de 8 de Agosto e generalizado pela publicação em Diário da República, na Portaria n.º 572/79, de 31 de Outubro e os Programas do Ensino Primário de 1980 que estiveram em vigor até ao ano lectivo de 1989/1990, data a partir da qual entram em vigor os Programas do 1º Ciclo do Ensino Básico, aprovados pelo Despacho n.º 139/ME/90 de 16 de Agosto publicado no D.R. n.º 202, II Série de 1 de Setembro, que ainda estão actualmente em vigor. Os Programas do Ensino Primário de 1980 parecem marcar um primeiro momento de estabilidade na implementação de programas do Ensino Primário após o 25 de Abril de 1974, tendo vigorado durante cerca de dez anos, após uma mudança sucessiva de programas marcados pelo seu carácter experimental, que é assumido no próprio texto dos documentos em questão, e que estiveram em vigor entre um a três anos lectivos. Estes Programas do Ensino Primário de 1980 mantêm-se em vigor até ao princípio da década de 1990, ou seja, são aqueles que estão em vigor em meados da década de 1980, momento que marca o final do período em análise neste estudo, sendo por isso os últimos a serem estudados neste trabalho.

Num primeiro momento desta parte do capítulo faço uma análise global destes programas do Primário no que se refere à estrutura. Será apreciada a sequência de áreas nos diferentes programas e a estrutura apresentada para a área da Matemática. Também

---

Ministério da Educação e Cultura (1974). *Ensino Primário. Programas para o ano lectivo 1974 – 1975*. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

Ministério da Educação e Cultura (1975). Programas do Ensino Primário Elementar. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

Ministério da Educação e Cultura (1978). Programa do Ensino Primário. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico.

Ministério da Educação e Ciência (1980). *Programas do Ensino Primário Elementar*. Algueirão: Secretaria de Estado da Educação – Direcção Geral do Ensino Básico.

Os dois primeiros documentos, apesar de não serem do ano a que se refere a legislação, publicam os programas do Ensino Primário de 1960 e 1968. Por comodidade e para facilidade de leitura e compreensão, as referências que se encontram ao longo do texto referem sempre o ano da publicação dos programas e não da publicação do documento. Em relação aos Programas do Ensino Primário de 1974-1975, Programas do Ensino Primário Elementar de 1975 e Programas do Ensino Primário de 1980 não foi possível identificar o documento legislativo onde foram publicados.

faço uma análise das introduções dos programas, destacando as referências à Matemática, a análise das notas introdutórias do programa de Matemática ou dos objectivos gerais desta área e o estudo das considerações de carácter geral sobre o ensino da Aritmética, da Geometria ou da Matemática apresentadas nas instruções, sugestões, sugestões de actividades ou observações constantes nos programas. Neste primeiro momento dou ainda uma atenção especial à abordagem que cada programa sugere para a resolução de problemas e para os materiais didácticos que são referidos.

Num segundo momento desta parte do capítulo, faço uma análise dos conteúdos da área da Matemática dos vários programas do Ensino Primário, assim como das instruções, sugestões, sugestões de actividades e das observações que os programas continham para cada um dos temas matemáticos. Após uma primeira leitura dos programas, organizei um quadro de análise dos diversos conteúdos matemáticos que engloba os seguintes temas: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria[37]. Dois critérios estiveram subjacentes à organização dos conteúdos matemáticos dos programas do Ensino Primário nestes temas. Por um lado, os temas tinham que permitir enquadrar todos os conteúdos trabalhados nestes programas do Ensino Primário, por outro lado os temas deveriam relacionar conteúdos que normalmente são trabalhados em estreita relação, por exemplo a Adição com a Subtracção, a Multiplicação com a Divisão, as Fracções os Decimais. Esta relação entre conteúdos também é utilizada em diversas publicações que trabalham o ensino da Matemática no Primário. Em relação ao tema da Teoria dos Conjuntos, apesar de trabalhar conteúdos que estão incluídos noutros temas, principalmente do Estudo do Número e das operações como a Adição e a Subtracção, neste trabalho faço a sua apresentação como um tema só por si. Esta opção deve-se ao facto da Teoria dos Conjuntos constituir um dos aspectos inovadores presente nos programas do Ensino Primário em discussão neste trabalho.

Os temas propostos para esta organização, não correspondem à organização proposta nos programas do Ensino Primário em análise. Com isto pretendo esclarecer que, embora ao longo da apresentação deste segundo momento deste capítulo as rubricas dos programas se apresentem integradas num determinado tema, não significa

[37] Neste trabalho optei por escrever estes temas, que constituem as categorias de análise dos programas do Ensino Primário, com inicial maiúscula. Desta forma, quando me referir a estes temas como categoria de análise, usarei a letra maiúscula.

necessariamente que nos programas do Ensino Primário analisados surja explicitamente essa organização. Com esta análise pretendo fazer um acompanhamento longitudinal dos diversos temas ao longo dos vários programas do Ensino Primário em vigor no período trabalhado.

Nos diversos programas analisados existe uma alteração significativa de estrutura. Desta forma, alguns programas estão organizados por classes, outros por anos de escolaridade, outros por fases e ainda outros por ciclo de aprendizagem. Estas alterações dificultam a análise longitudinal, já que é difícil comparar quando é trabalhado um determinado conteúdo, num programa organizado por fases e noutro organizado por classes. Nestes casos optei por centrar a análise na forma como é trabalhado o conteúdo e não no momento ou classe em que é trabalhado. Ao longo destes programas também existe uma alteração profunda da nomenclatura utilizada. Devido à dificuldade em fazer uma aferição da nomenclatura, optei pela utilização da que é usada em cada um dos programas.

Análise global dos programas do Ensino Primário de 1960 a 1980

De acordo com o Decreto-Lei n.º 42 994, publicado no «Diário do Governo» nº 125, 1ª série, de 28 Maio de 1960, com os novos programas que são publicados em anexo a esse documento legislativo, pretende-se coordenar e actualizar as matérias ensinadas no Ensino Primário, após o alargamento da escolaridade obrigatória para os quatro anos de escolaridade[38].

No momento em que é publicado o Decreto-Lei n.º 42 994 de 1960, estava já concluído o estudo dos planos que se destinava a prolongar o Ensino Primário para além da 4 ª classe. De acordo com o texto do próprio Decreto-Lei n.º 42 994, a limitação

[38] Ficam assim revogados dois decretos-lei, Decreto n.º 27 603, de 29 de Março de 1937, e o Decreto nº 16 730, de 13 de Abril de 1929 que tinham em anexo, respectivamente, os programas do Ensino Primário para as três primeiras classes e o programa do Ensino Primário para a quarta classe. Segundo o que consta no Decreto-Lei n.º 42 994, o facto destes dois programas terem sido elaborados em datas diferentes, sem terem um esquema conjunto, terá feito sobressair uma desarticulação existente entre os dois, que resultaria da diversidade de concepções a que obedeceram (Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 Maio de 1960). É ainda destacado o facto da publicação destes dois decretos-lei terem, na época, já mais de vinte anos, não podendo por isso corresponder à "evolução da vida portuguesa e das técnicas pedagógicas no último quarto de século" (Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 Maio de 1960, p. 3). A actualização dos programas também é vista como uma forma de aproveitar convenientemente os investimentos que teriam sido feitos na educação, nomeadamente a construção de novos edifícios escolares, aumento do número de professores, criação de mais escolas do magistério, apetrechamento das escolas com material didáctico e o efectivo cumprimento da obrigatoriedade da frequência escolar (Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 Maio de 1960).

temporária às quatro classes do Ensino Primário levaria a uma concentração de matérias, o que poderia fazer surgir graves inconvenientes psicopedagógicos. A publicação destes programas é deste modo encarada como uma solução de compromisso, fazendo-se uma ressalva para a possibilidade de serem necessários reajustamentos feitos a partir da experiência (Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 Maio de 1960).

Este Decreto-Lei nº 42 994 também vem declarar obrigatória a frequência da 4ª classe para todos os menores, incluindo as crianças do sexo feminino, frisando no entanto que deveria existir uma aplicação diferenciada do esquema geral traçado, tanto ao nível das regiões como em relação aos sexos. Em relação a essa diferenciação seriam feitas referências nas instruções específicas de cada disciplina[39] (Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 Maio de 1960).

Deste programa fazem parte as seguintes disciplinas: Português, Aritmética, Geometria (3ª e 4ª classes), História Pátria (3ª e 4ª classes), Ciências Geográfico-Naturais, Desenho, Trabalhos Manuais, Moral e Religião, Educação Física, Educação Musical e Educação Feminina. As disciplinas onde estão integrados os conteúdos de Matemática são a Aritmética e a Geometria e surgem no programa logo a seguir à disciplina de Português, que é a primeira disciplina apresentada. A disciplina de Aritmética é trabalhada nas quatro classes do Ensino Primário e a disciplina de Geometria é apenas trabalhada nas 3ª e 4ª classes.

Em relação a estas duas disciplinas não existem quaisquer notas introdutórias ou objectivos gerais, existindo no final um conjunto de "instruções" relativas ao trabalho dos conteúdos apresentados. Nas "instruções" refere-se que a Aritmética é uma área que devia ter um carácter prático, ligado à vida, mas sem descurar a compreensão dos conceitos matemáticos associados. As contagens são apresentadas como a base de todo o raciocínio aritmético, começando o cálculo numérico após o ensino do número 20.

Neste programa, a rubrica ligada aos problemas surge como a última rubrica apresentada em cada classe. No entanto, nas "instruções" refere-se que o facto de esta rubrica aparecer em último não significa que tenha menos importância "pelo contrário: sempre o ensino da aritmética deve ser feito por meio de problemas convenientemente preparados e oportunamente propostos" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 20).

[39] Esta diferenciação passava pelo próprio desenho curricular que, no caso das crianças do sexo feminino, incluía a disciplina de Educação Feminina onde eram trabalhados assuntos como a costura e a cozinha.

Estes problemas deveriam ter em conta situações vividas pelos alunos, ou do seu interesse, podendo as crianças trazê-los para a escola, sendo no entanto mais conveniente que o professor os propusesse segundo o seu critério. A ligação da Aritmética à vida prática é destacada quando é apresentado como "útil e vantajoso" o facto de se " ensinar as crianças a consultar os horários de comboio, autocarros, barcos de carreira" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 24). Na resolução de problemas aconselha-se a preferência do cálculo mental sobre o cálculo escrito, e desaconselha-se a repetição de problemas. Salienta-se a importância de partir do concreto para o abstracto na construção das primeiras noções aritméticas. Apesar da importância dada aos problemas, estes surgem no programa com o objectivo de trabalhar as quatro operações aritméticas.

Neste programa de 1960, a maioria das referências a material didáctico está relacionada com instrumentos de medida como o relógio, o calendário, o metro, a balança, o nível e o fio-de-prumo. Também são referidos materiais não estruturados nos contextos das contagens, como esferas, discos, botões, seixos e feijões. Para que o ensino desta disciplina não se alheie da realidade, é recomendado que a escola disponha de "material de fácil aquisição e manuseamento" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 20).

Dos Programas do Ensino Primário Elementar de 1968[40] fazem parte as seguintes disciplinas: Português, Aritmética, Geometria (3ª e 4ª classes), História de Portugal (4ª classe), Ciências Geográfico Naturais, Desenho, Trabalhos Manuais, Educação Física, Moral e Religião, Educação Musical e Educação Feminina.

Tal como nos programas de 1960, os conteúdos de Matemática continuam a estar integrados nas disciplinas de Aritmética e Geometria e surgem no programa logo a seguir à disciplina de Português, que é a primeira disciplina apresentada. A disciplina de Aritmética continua a ser trabalhada nas quatro classes do Ensino Primário e a disciplina de Geometria é apenas trabalhada nas 3ª e 4ª classes. No que diz respeito a estas duas disciplinas, não existem quaisquer notas introdutórias ou objectivos gerais.

[40] Estes programas são publicados em anexo à Portaria n.º 23 485, de 16 de Julho de 1968, surgem como consequência do artigo 6º do Decreto-Lei n.º 45 810, de 9 de Julho de 1964, que determina que, os programas do Ensino Primário Elementar aprovados pelo Decreto-Lei n.º 42 994, de 28 de Maio de 1960, fossem modificados depois da criação do ciclo complementar do Ensino Primário. Como esse Ciclo Complementar do Ensino Primário foi aprovado pela Portaria n.º 22 966, de 17 de Outubro de 1967, estes programas são publicados para fazer a coordenação dos programas dos dois ciclos do Ensino Primário, nomeadamente nalgumas disciplinas (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968).

As "instruções", que existem no final dos programas de Aritmética e de Geometria de 1960, passam a constituir um conjunto de "observações" nestes programas de 1968. Para além desta mudança de designação, existe apenas uma alteração da terminologia utilizada na multiplicação e na divisão. Onde se utilizava a palavra "grupos" no programa de 1960, passa-se a utilizar a palavra "conjuntos" neste programa de 1968 e uma alteração ao nível de conteúdo, deixando-se de trabalhar as percentagens[41].

Apesar de continuarem a ser a última rubrica dos programas das diversas classes, nas "observações" é realçado o papel dos problemas no ensino da Aritmética, "convenientemente preparados e oportunamente propostos" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 82). Salienta-se ainda que os problemas deviam estar de acordo com situações vividas pelas crianças e "ao alcance da sua observação e interesse" embora "seja em geral mais conveniente que o professor os proponha segundo o seu critério" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 82). Na resolução destes problemas propõe-se que seja dada "preferência ao cálculo mental sobre o cálculo escrito" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 82).

Em relação aos materiais didácticos, as referências que surgem neste programa são idênticas às do programa anterior e estão relacionadas com os instrumentos de medida e os materiais de contagem.

Os Programas do Ensino Primário de 1974-1975, do Ministério da Educação e Cultura, Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica surgem logo após o 25 de Abril de 1974 e são por isso também marcados por esse momento histórico, apresentando uma alteração profunda em relação aos programas de 1968. Esta remodelação é particularmente visível no programa para a 1ª classe, onde o principal objectivo estabelecido é "promover o desenvolvimento global da criança" através da adaptação da criança ao meio, devendo-se proporcionar ao aluno a oportunidade de "observar o meio que a rodeia; viver em sociedade, sem deixar de ser ela própria; iniciar a aquisição das primeiras noções básicas" (Programas Ensino Primário 1974-1975, p. 1). Em relação à aquisição das primeiras noções básicas, os autores do programa referem que as aprendizagens deveriam ser feitas de uma forma global, sem que o aluno reconhecesse a divisão por disciplinas.

[41] Estas alterações serão discutidas mais pormenorizadamente neste trabalho, no momento de análise dos respectivos temas.

Neste programa, considera-se também que a 1ª classe não deveria ter como meta o final do ano e que esta classe deveria constituir um todo com a 2ª classe, cujas metas o aluno só "atingiria no final do 2º ano de escolaridade" (Programas Ensino Primário 1974-1975, p.2). Fica assim em aberto a possibilidade de uma mudança no sistema de aprendizagem por classes abrindo o caminho para a apresentação de um programa que "aponte para o fim do primeiro ano de escolaridade, deixando em aberto aquisições que se completarão no ano seguinte" (Programas Ensino Primário 1974-1975, p. 2). Essa mudança seria introduzida no ano seguinte, com a introdução do regime de fases nos programas de 1975.

Em relação à 1ª classe, o programa de 1974/1975 para o Ensino Primário destaca a necessidade de existirem "trabalhos preparatórios gerais" em todas as áreas, para que o aluno possa aprender a aprender. Estes trabalhos preparatórios serviriam, entre outros objectivos, como "propedêutica geral tendo em vista futuras aquisições" (p. 2). São apresentados em primeiro lugar os conteúdos da 1ª classe e só depois são apresentados os programas das disciplinas para as 2ª, 3ª e 4ª classes.

Neste programa, para a 1ª classe são apresentados "Trabalhos Preparatórios Gerais" antes dos conteúdos das diversas disciplinas. Estes trabalhos preparatórios contêm rubricas como exercícios sensoriais, exercícios de observação, exercícios de atenção e memória, entre outros. Só depois destes exercícios, são apresentados os conteúdos das diversas disciplinas da 1ª classe. No programa da 1ª classe, a Matemática surge como segunda disciplina, após o Português, sendo esta classe ainda constituída por Ciências Geográfico – Naturais, Educação Visual, Trabalhos Manuais e Música. Os programas de Aritmética e Geometria, para as restantes classes deste nível de ensino, são apresentados após os programas de todas disciplinas da 1ª classe e após o programa da disciplina de Português das 2ª, 3ª e 4ª classes. As restantes disciplinas são as Ciências Geográfico – Naturais, História (só para a 4ª classe), Educação Visual, Trabalhos Manuais e Música. Neste programa para o ano lectivo 1974 – 1975, a Matemática aparece pela primeira vez como uma disciplina no Ensino Primário, mas apenas na 1ª classe, já que nas restantes classes continua a usar-se a designação Aritmética e Geometria. No que diz respeito à Matemática da 1ª classe, começa-se por apresentar os objectivos gerais. Nestes objectivos é destacada a resolução de problemas, referindo-se que a Matemática deve:

> a) Desenvolver o raciocínio e o espírito criativo dos alunos. b) Desenvolver a capacidade de observação, de comparação, de análise e de síntese. c) Possibilitar a abstracção a partir do estudo de variadas situações concretas. d) Despertar nas crianças o gosto pela pesquisa de soluções, em presença de uma situação problemática. (Programas Ensino Primário, 1974-1975, p. 36)

De seguida, este programa apresenta uma nota sobre o desenvolvimento de um programa A e de um programa B na disciplina de Matemática. Esta diferença de programas com um desenvolvimento paralelo, conforme adesão do professor, refere-se apenas à 1ª classe, já que os programas das restantes classes do Ensino Primário, tanto da Aritmética como da Geometria, são únicos.

Quadro – 4 - Estrutura da disciplina de Matemática, no Programa do Ensino Primário - 1974 – 1975.

1ª Classe Programa A Matemática	1ª Classe Programa B Matemática
2ª Classe Aritmética e Geometria	
3ª Classe Aritmética e Geometria	
4ª Classe Aritmética e Geometria	

O programa A resulta de um arranjo do programa anterior, Programas do Ciclo Elementar do Ensino Primário (Programas publicados em anexo à Portaria nº 23 485, de 16 de Julho de 1968), enquanto o programa B, a desenvolver em paralelo, segue a linha das Matemáticas Modernas (Programas Ensino Primário, 1974-1975). Os autores do programa consideram que a execução do esquema B exige uma preparação mais cuidada por parte dos professores, razão pela qual juntam no próprio programa sugestões mais pormenorizadas para serem desenvolvidas durante o 1º período, com a promessa de que até ao final do mês de Outubro seriam entregues as sugestões para as restantes rubricas. É ainda solicitado aos professores que decidam seguir o esquema B,

que o comuniquem à Direcção-Geral do Ensino Básico, para que possam receber o apoio conveniente. Esta preocupação, que os autores do programa revelam em esclarecer os professores quanto à forma de colocar em prática o esquema B, parece demonstrar o reconhecimento do carácter inovador do programa apresentado e as dúvidas dos autores quanto à formação que os professores teriam para o colocar em prática.

> Nota: Para a prossecução dos objectivos apontados apresenta a equipa dois programas, A e B; um, resultante de um arranjo ao programa anteriormente existente, e outro, paralelo, mais na linha das Matemáticas modernas. Admitindo que este segundo esquema – B – requererá uma preparação mais cuidada da parte dos professores, juntam-se sugestões pormenorizadas para o 1º período. Até ao final do mês de Outubro, entregar-se-ão sugestões para as restantes rubricas.
> Solicita-se a todos os professores que leccionem a 1ª classe e dêem a sua adesão ao programa B que, com a maior brevidade, o comuniquem à Direcção-Geral do Ensino Básico, através das vias competentes, a fim de poderem receber o apoio conveniente. (Programa Ensino Primário, 1974-75, p. 36)

O programa A, que é apresentado nos Programas do Ensino Primário de 1974-1975 a seguir à nota transcrita anteriormente, trata-se, segundo os autores, de um arranjo do programa anterior. Em relação ao Programa do Ensino Primário Elementar, de 1968, desaparece a designação inicial de Aritmética, que antecedia os conteúdos da 1ª classe, passando a designar-se por Matemática. Para além desta alteração, as primeiras rubricas trabalhadas também são diferentes, já que este Programa A para a 1ª classe tem início com a "propedêutica do cálculo; aquisição de vocabulário aritmético; colecções de objectos" (p.36), enquanto que o Programa do Ensino Primário Elementar de 1968 tem início com a rubrica "unidade e colecções de unidades" (p. 78). O Programa A também tem ainda algumas rubricas de carácter propedêutico em relação ao tema do Estudo do Número, que não estavam presentes no programa anterior. Estas rubricas na disciplina de Matemática vão de encontro ao que era exposto no início do programa da 1ª classe, onde se salienta a necessidade de trabalhos preparatórios em todas as disciplinas tendo em vista, entre outros objectivos, as futuras aquisições.

No final da apresentação das rubricas relativas ao Programa A para a 1ª classe, o programa apresenta algumas "sugestões" para o desenvolvimento das mesmas. Nessas

"sugestões" continua a referir-se, tal como no programa anterior, que o professor deve fazer uma relação entre a Aritmética e a vida prática e que, por isso, a escola não se deve alhear da realidade. Para uma primeira abordagem das noções aritméticas refere-se que as actividades dos sentidos devem colaborar com o raciocínio, sendo para isso sugeridas actividades de observação, manipulação, comparação, classificação e agrupamento de objectos. Nestas "sugestões" salienta-se que a apresentação das operações aritméticas deverá ser feita através de situações problemáticas, para que os alunos possam ficar com uma ideia mais clara de cada uma delas.

Em relação aos materiais didácticos apresentados neste programa A para a 1ª classe, estão relacionados com as contagens, com a observação, comparação e classificação, sugerindo-se, tal como no programa anterior, que sejam de fácil aquisição e manuseamento. Embora exista esta referência aos materiais, neste programa A não são especificados os materiais didácticos a utilizar.

Nos Programas do Ensino Primário de 1974/1975, a seguir às sugestões do Programa A são apresentadas as rubricas relativas ao Programa B. As primeiras rubricas apresentadas referem-se ao tema da teoria dos conjuntos "Introdução dos conjuntos; Conjuntos, partição de um conjunto: subconjuntos; Ideia de correspondência". O tema surge neste programa com um carácter inovador, merecendo por isso da parte dos autores uma atenção mais cuidada. Desta forma são apresentadas sugestões para o desenvolvimento das rubricas deste tema, ao longo de dezoito páginas do programa, não existindo sugestões específicas paras as restantes rubricas.

No que diz respeito aos materiais didácticos referidos no programa B para a 1ª classe, a maioria está relacionado com a introdução dos conjuntos, servindo para que as crianças possam recorrer a eles para formar conjuntos, subconjuntos ou construir a ideia de correspondência. Estes materiais, de acordo com o programa, deveriam ser de preferência improvisados. Para as escolas que dispusessem de material estruturado, sugeria-se a utilização do material Cuisenaire ou os Blocos Lógicos. Em relação a este material estruturado referia-se que as crianças deveriam "poder brincar com ele, durante todo o tempo em que neles estiverem interessadas e da maneira que quiserem. Darão assim largas à sua fértil imaginação, ao mesmo tempo que, por si próprias, irão fazendo comparações e classificações" (Programas do Ensino Primário, 1974 – 1975, p. 46). Outro material mencionado neste programa é o flanelógrafo e o fio de lã. Estes

materiais didácticos são mencionados no contexto da representação dos conjuntos, servindo o fio de lã para individualizar os conjuntos.

Os materiais didácticos mencionados para as restantes classes estão relacionados com os instrumentos de medida, tal como acontecia nos programas de 1960 e 1968.

Os programas das 2ª, 3ª e 4ª classes são apresentados, como foi visto anteriormente, como programas de Aritmética e Geometria. Os programas destas classes não têm alterações significativas em relação ao programa anteriormente em vigor, a não ser na disciplina de Geometria, que é apresentada em conjunto com a disciplina de Aritmética e que deixa de ser estudada apenas nas 3ª e 4ª classes, passando a integrar também os programas das 2ª, 3ª e 4ª classes.

Em 1975 é editado um novo programa[42] que pretende prolongar aos programas das restantes classes, a remodelação profunda a que tinha sido sujeita a 1ª classe, nos programas de 1974-75. De acordo com uma "nota explicativa" apresentada no início dos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, os autores deste programa pretendiam que ele fosse exequível e que fosse alvo de uma reflexão conjunta nos conselhos escolares, com os delegados pedagógicos, com os inspectores – orientadores e com as Escolas do Magistério Primário. Pretendia-se ainda que o programa vigorasse pelo menos durante três anos lectivos, durante os quais seriam ouvidos os professores para eventuais sugestões e futuras reformulações (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975). É com a introdução deste programa que entra em vigor o regime de fases no Ensino Primário Elementar, sendo a 1ª fase constituída pelos dois primeiros anos de escolaridade e a 2ª fase, constituída pelos 3º e 4º anos de escolaridade.

No que diz respeito à Matemática, neste programa pretende-se unificar na prática, os Programas A e B que eram propostos no Programa de 1974-75. Com isso, quer-se, segundo uma nota introdutória, "modernizar o ensino da Matemática, mais pela índole das actividades propostas do que pela alteração da linguagem utilizada" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 45). Com a unificação dos programas A e B anteriores, tem-se também a intenção de fazer "uma renovação real da iniciação da Matemática" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 45). Aparentemente, e tal como no programa anterior, acentua-se a importância da renovação do ensino da Matemática no trabalho de iniciação.

[42] De acordo com o texto do Programa do Ensino Primário Elementar de 1975, os Programas do Ensino Primário de 1974-75 estiveram em vigor durante apenas um ano lectivo, porque a sua remodelação tinha sido feita após o 25 de Abril de 1974, num período extremamente curto.

Neste programa faz-se a unificação dos conteúdos que pertenciam à Aritmética e à Geometria, numa só área, a Matemática. Deixa assim de existir a separação entre aquelas duas áreas, que de alguma forma ainda existia nos programas de 1974-75, principalmente ao nível das 2ª, 3ª e 4ª classes, surgindo a Matemática como um todo. Este programa de Matemática também não se apresenta dividido por anos de escolaridade, mas sim por fases de aprendizagem. As temáticas vão-se repetindo ao longo do programa, mas com uma complexidade crescente. Para cada um dos temas são apresentadas sugestões de actividades e ao lado dessas sugestões está uma coluna em branco para o professor fazer as observações. Com isto, pretende-se que os professores colaborem com a sua opinião para a melhoria dos programas, já que estes se encontram a vigorar em regime de experiência por um período de três anos lectivos, tal como é afirmado na "nota explicativa" que introduz os programas.

No programa de 1975, os problemas são designados por "situações problemáticas" e são referidos logo na nota introdutória do programa de Matemática, onde se destaca como objectivo o "levar a criança a raciocinar logicamente em diferentes situações, numa permanente ligação com a vida prática" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 45). Para a prossecução deste objectivo são apresentadas três grandes metas ou objectivos gerais para esta área:

> – desenvolver a capacidade de observação, de comparação, de análise e de síntese;
> - abrir o caminho para a abstracção a partir do estudo de variadas situações concretas;
> - desenvolver o espírito criativo e despertar o gosto pela pesquisa de soluções em presença de situações problemáticas; (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p.45)

Para além de serem mencionadas logo na nota introdutória, as situações problemáticas vão surgindo ao longo dos diversos temas, nas sugestões de actividades, principalmente como forma de consolidação do estudo dos números e de abordagem e consolidação das operações aritméticas.

Neste programa, os materiais didácticos indicados para a 1ª fase relacionam-se com os conjuntos e jogos didácticos, como o loto ou dominós. Os algarismos móveis também são referidos para o estudo do número. Na 2ª fase são mencionados os sólidos geométricos e os instrumentos de medida.

Relativamente ao Programa do Ensino Primário de 1978, e no que diz respeito à área da Matemática, encontra-se dividida em cinco grandes temas: Conjuntos; Geometria; Números Inteiros; Números Fraccionários; Grandezas Fundamentais. Neste programa, os diferentes temas propostos para a área da Matemática, não se encontram divididos nem por anos de escolaridade, nem por fases de aprendizagem. Este programa defende o regime de fase única, apresentando apenas os objectivos programáticos a atingir no final deste nível de ensino. Paralelamente às unidades temáticas, e aos objectivos programáticos de cada unidade, o programa contém uma coluna onde vão sendo apresentados os respectivos "comportamentos científicos".

Neste programa a Matemática é uma área técnico-científica que surge a seguir ao Meio Físico e Social e à Língua Portuguesa. As restantes áreas técnico-científicas são a Expressão e Intervenção Artística e a Educação Física.

Neste programa de 1978 a resolução de problemas, designada por situações problemáticas, é apresentada como uma unidade que faz parte de cada um dos cinco temas da área da Matemática, constituindo-se como uma unidade central. No tema dos Conjuntos, que é o primeiro tema a ser trabalhado nesta área, as situações problemáticas são referidas logo no início:

> 1.1. - Situações problemáticas
> 1.1.1 – Construir situações problemáticas a partir de dados objectivos quotidianos.
> 1.1.2 – Inventar situações problemáticas.
> 1.1.3 – Resolver situações problemáticas variando o processo de encontrar (ou construir) a solução.
> 1.1.4 Construir soluções diversas a partir de hipóteses de associação de dados de um enunciado aberto.
> 1.1.5 – Identificar num enunciado os elementos necessários e suficientes, para a resolução de uma situação problemática.
> 1.1.6 – Aplicar os conhecimentos matemáticos às situações da vida concreta. (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 31)

Neste programa os problemas surgem com um novo papel no ensino da Matemática, constituindo um objectivo programático a construção e invenção de situações problemáticas, abrindo-se a possibilidade de serem apresentadas soluções diversificadas e através de diferentes processos.

O aspecto central que as situações problemáticas assumem neste programa, é ainda destacado por uma "nota" apresentada a seguir aos objectivos programáticos transcritos anteriormente, onde se salienta o seguinte:

> NOTA: Todo o processo de aprendizagem matemática decorre e reverte a situações problemáticas. A unidade "situações problemáticas" faz parte, portanto, de cada um dos cinco temas da área da Matemática. Para evitar repetições enunciam-se os objectivos programáticos desta unidade apenas no tema "Conjuntos". (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 31, maiúsculas e aspas no original)

Neste programa de 1978 os materiais sugeridos não são indicados de uma forma explícita, no entanto, através do enunciado dos objectivos programáticos, é possível encontrar referências à utilização de materiais didácticos. Entre os materiais que se pode subentender a proposta de utilização, estão os materiais não estruturados para a organização de conjuntos, os instrumentos de verificação da verticalidade e horizontalidade, como o fio-de-prumo e o nível de bolha de ar, os sólidos e as figuras geométricas, os instrumentos que referenciem o tempo, como o relógio e o calendário e os diversos instrumentos de medida, relacionados com as diferentes unidades de medida, como as diferentes balanças, instrumentos de medida de capacidade e de volume.

Em relação aos Programas do Ensino Primário de 1980, refere-se na introdução que, após os três anos de experiência dos Programas do Ensino Primário, em vigor desde 1975/1976, foi elaborado um novo programa em 1978/1979, aprovado pela Portaria n.º 572/79, de 31 de Outubro. Esse programa, concebido em termos de objectivos terminais, teria sido posto em prática como ensaio pedagógico nalgumas escolas. No entanto, verificou-se que não tinha condições para ser colocado em prática de uma forma generalizada e por isso foi suspensa a sua implementação[43]. Procederam-se então a alterações que foram introduzidas nos Programas do Ensino Primário de 1980, nomeadamente a organização dos objectivos a atingir por anos de escolaridade.

[43] Este programa, conhecido por programa "limão" e que defendia a fase única no Ensino Primário, foi aprovado e aplicado experimentalmente nas escolas anexas às várias escolas do magistério Primário e em vinte escolas primárias. De acordo com Serra (2004) este programa é revelador da complexidade que se desenvolvia em torno da regulação política do Ensino Primário, nunca tendo sido generalizado na prática. A sua aprovação em Diário da República acontece em 1979, Portaria n.º 572/79 de 31 de Outubro, pouco tempo antes de ter sido aprovado o programa de 1980, conhecido por programa da "capa verde", que introduz o sistema dos anos de escolaridade. De acordo com Abreu e Roldão (1989), esta é mais uma contradição no trabalho desenvolvido para a introdução do sistema de fases.

Em relação à área da Matemática, refere-se nesta introdução que deveria ser proposto aos professores, a título facultativo, o tratamento de alguns temas que se apresentavam com lacunas, tendo em vista o desenvolvimento das aprendizagens.

Neste programa de 1980 a área da Matemática surge após o Meio Físico e Social e a Língua Portuguesa, sendo o programa ainda constituído por Expressão Plástica, Movimento, Música e Drama e Educação Musical, Educação Física e a Expressão Religiosa.

Na área da Matemática o programa encontra-se organizado por temas, objectivos específicos e sugestões de actividades. Na introdução da área da Matemática afirma-se que o desenvolvimento de actividades nesta área deve contribuir para o desenvolvimento de diversas capacidades, para além das de natureza cognitiva. Considera-se também que as diferentes unidades temáticas da Matemática deverão estar relacionadas entre si, numa perspectiva dos quatro anos de escolaridade, mas que também devem ser relacionadas com outras áreas disciplinares, devendo os professores procurar temas integradores.

Os temas abordados neste programa, na área da Matemática são: Conjuntos; Estruturação do Espaço e Elementos Fundamentais da Geometria; Números e numeração; Comprimentos; Superfícies; Volume/Capacidade; Tempo e ordem; Peso; Área e Dinheiro. Estes temas vão-se repetindo ao longo dos quatro anos de escolaridade, com uma complexidade crescente.

Ao nível dos problemas, refere-se na introdução da área de Matemática que as situações problemáticas devem ser, "tanto quanto possível abertas, quer na fase da motivação, quer na fase da aplicação;" (Programas do Ensino Primário, 1980, p. 117). Nos vários temas Matemáticos que são explorados neste programa, as situações problemáticas são apresentadas como actividades sugeridas para explorar os objectivos específicos propostos nos vários temas. Em relação às situações problemáticas são apresentados exemplos como o seguinte, para trabalhar a relação entre a multiplicação e a divisão:

> - Resolução de situações problemáticas do tipo 5 x □ < 47 (que consiste em determinar todos os valores que servem). Identificar o maior, para concluir que este é o quociente de 47 por 5. (Programas do Ensino Primário 1980, p. 140)

Na introdução da área de Matemática destaca-se que os materiais a utilizar devem ser diversos. Embora neste programa não exista uma lista de materiais didácticos a utilizar, é possível verificar através das sugestões de actividades, que os materiais mencionados são materiais não estruturados para o trabalho com os conjuntos, os instrumentos de medida, como a régua e a balança, as figuras geométricas e instrumentos de medida de tempo, como o calendário e o relógio.

Análise dos conteúdos matemáticos dos programas do Ensino Primário de 1960 a 1980

Nesta parte do presente trabalho faço uma análise dos programas do Ensino Primário tentando acompanhar a forma como os diversos temas da área da Matemática foram abordados ao longo dos vários programas. Nesta análise, os temas serão trabalhados na seguinte sequência: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria.

Teoria dos conjuntos

Os conjuntos são apresentados como uma das grandes inovações curriculares nos Programas do Ensino Primário de 1974 – 1975, já que não existem quaisquer referências a este termo no Programa do Ensino Primário de 1960 e, no Programa do Ensino Primário Elementar de 1968, o termo "conjunto" é utilizado apenas no contexto da multiplicação e divisão, em substituição da palavra "grupo", que era utilizada no programa anterior. Neste programa de 1974 – 1975 são apresentados dois programas para a Matemática da 1ª classe – programas A e B – estando no esquema B as inovações propostas com a introdução dos conjuntos. Este aspecto inovador do programa é reconhecido pelos próprios autores que, numa nota introdutória, admitem que "este esquema B requererá uma preparação mais cuidada da parte dos professores" e que por isso juntar-se-iam "sugestões pormenorizadas para o 1º período" sendo prometidas "sugestões para as restantes rubricas até ao final do mês de Outubro" (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 36). Numa nota apresentada a seguir às rubricas do programa B, também é referida a necessidade de existir um primeiro período de

adaptação, onde seriam apenas exploradas as primeiras rubricas do programa. Essa exploração deveria ser feita através de "um grande número de experiências" não só variadas "mas também usando uma vasta gama de materiais, de preferência, pelo menos inicialmente, improvisados" (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, p. 40). Isto deveria permitir à criança adquirir o vocabulário necessário para uma aprendizagem eficiente.

Dado o carácter inovador deste tema, o programa de Matemática para o Ensino Primário de 1974 – 1975 apresenta os objectivos, organização das actividades e exemplos de exercícios para a exploração de cada uma das rubricas a trabalhar no período de adaptação.

Em relação à primeira rubrica "Introdução aos conjuntos" o objectivo traçado é "Aquisição do vocabulário básico que permita uma expressão matemática correcta" (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, p. 40). Para esta rubrica, as actividades propostas são a observação e manipulação de objectos, comparação e classificação de objectos (tendo em conta de uma forma especial os atributos – forma, cor e tamanho). A orientação proposta para o desenvolvimento destas actividades é a resolução de exercícios colectivos, realçando-se a importância dos alunos compararem a sua opinião com a dos colegas, e a realização de exercícios individuais, recorrendo à utilização de materiais improvisados ou estruturados.

No que diz respeito à segunda rubrica *Conjuntos; Participação de um Conjunto; Subconjuntos*[44], o programa aborda-os em separado, começando pelos *Conjuntos*. Neste ponto da segunda rubrica é abordada a formação de conjuntos e relação de pertença. Em relação à *Formação de Conjuntos* são sugeridos três tipos de exercícios, com os alunos da classe, com objectos e com gravuras, cromos, desenhos ou qualquer outro material recortado. Em relação à formação de conjuntos com os alunos da classe são sugeridos exercícios como "os conjuntos dos alunos que fazem anos em Outubro; conjunto de alunos que têm irmãos" (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, p. 40). Para este tipo de exercícios, o programa traz duas *Notas*. Na primeira nota, alerta-se o professor para que ao indicar este tipo de exercício "não surja como resposta nem o conjunto vazio nem o conjunto singular (isto é, sem elementos ou com um elemento) "

[44] No programa de 1974-1975, são utilizados os termos "partição" e "participação", aparentemente atribuindo-lhe o mesmo significado. Na rubrica "Conjuntos; Partição de um Conjunto; Subconjuntos" por vezes é utilizado um dos termos e outras vezes é utilizado o outro. Neste trabalho vou referir o termo "participação" quando estiver a fazer a análise das partes do programa onde ele é utilizado.

(Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 41). Na segunda nota, chama-se à atenção para o cuidado que se deve ter ao enumerar os elementos de um conjunto de alunos utilizando os nomes próprios.

> ... terá de haver o cuidado de verificar se não haverá a possibilidade de qualquer confusão: por exemplo, no caso de haver na classe dois Antónios, teremos de indicar, para os identificar, mais algum dos seus apelidos de modo a que se saiba de quem se está realmente a falar. (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 41)

Nos exercícios de formação de conjuntos com objectos, o programa refere que os alunos devem formar conjuntos com os seus materiais escolares, ou com outros que ”deverão ser trazidos por eles” (p. 41). Para este tipo de exercício sugerem a utilização de seixos, feijões, contas, bonecos, tampas, etc. Para individualizar os conjuntos formados, aconselha-se que o aluno use tiras de papel que ele próprio cole e corte. Em relação a este tipo de exercícios com objectos, surgem também duas notas. Na primeira nota, observa-se que a formação de conjuntos com objectos pode ser feita “por escolha arbitrária dos elementos que o constituem, sem preocupação de poder enunciar-se uma propriedade que os caracterize” (p. 41). Destaca-se ainda que a ideia essencial é a de “pertence ou “não pertence”. Na segunda nota, os autores do programa referem que, na observação de objectos deveriam ser incluídos aqueles que sugerem formas geométricas simples, dando o exemplo do cubo, do cilindro e da esfera e chamando à atenção para a conveniência que, desde o início, os alunos se habituem a ouvir e utilizar o vocabulário correcto.

Nos exercícios de formação de conjuntos com a utilização de gravuras, cromos, desenhos ou outros materiais recortados, indica-se a utilização do flanelógrafo, onde se poderia utilizar um fio de lã, representando uma linha curva fechada, com a finalidade de individualizar os conjuntos formados. Depois os alunos deveriam fazer na sua folha de trabalho, os esquemas que foram realizados.

No que diz respeito à *Relação de pertença* os autores do programa tentam esclarecer a necessidade do rigor da linguagem utilizada, dando para isso um exemplo:

> Por exemplo:
> Consideremos o conjunto dos alunos que nasceram em Outubro. Suponhamos que este conjunto é formado pelo António, o Rui e o

> Vasco (vamos admitir que na classe só há um António, um Rui e um Vasco).
> À pergunta "A bata do Rui pertence a este conjunto?", poderá ouvir-se uma resposta afirmativa, visto que a bata é do Rui e o Rui pertence ao conjunto. Ora a bata não é um elemento do conjunto, ou seja, não pertence ao conjunto, porque este é formado pelos alunos que nasceram em Outubro. (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 42)

No entanto, alerta-se para o cuidado que se deve ter na utilização da relação *ser elemento de*, ou *pertence a*, para não confundir com o significado da frase *pertence a* na língua portuguesa.

Em relação ao segundo ponto da rubrica *Participação de um conjunto* o programa apresenta inicialmente uma nota introdutória, referindo de seguida alguns exemplos de exercícios que é possível propor para o desenvolvimento deste assunto. Na nota introdutória apresenta-se a *participação de um conjunto*, como a forma mais fácil de introduzir a noção de subconjunto. Assim, a palavra *partição* apareceria com o significado, de alguma forma intuitivo, de *repartição*, não devendo o professor esquecer que "a partição dum conjunto em subconjuntos pode ser feita arbitrariamente, desde que os subconjuntos não tenham elementos comuns e que a reunião de todos eles seja o conjunto inicial." (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 42). Ou seja, diferentes alunos poderiam evidenciar diferentes características dos elementos para formar subconjuntos, mas não deveriam surgir dúvidas na formação de cada um desses subconjuntos, com elementos a pertencer a mais do que um subconjunto. O programa refere que os alunos poderiam utilizar um traço, ou uma linha, para separar os elementos que formam os diversos subconjuntos, tornando-se assim a ideia de partição acessível às crianças. Só depois deste tipo de experiência, dever-se-ia propor aos alunos que formassem "relativamente a um dado conjunto, **o subconjunto cujos elementos verifiquem determinada propriedade.**" (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 41 – negrito no original).

Para este assunto são propostos exercícios, com a apresentação de cinco exemplos. No primeiro exercício, pede-se que o aluno faça a partição do conjunto em subconjuntos, não indicando nenhum critério para essa partição e que depois pinte de diferentes cores os subconjuntos obtidos. Para este tipo de exercício é apresentada uma nota, que indica que poderão surgir uma grande diversidade de respostas, já que não é referido nenhum critério à partida. Nos outros quatro exemplos, pede-se que o aluno

separe subconjuntos a partir de um conjunto dado, estabelecendo qual o critério a utilizar.

No terceiro ponto da rubrica *Subconjuntos, relação de inclusão*, é também feita uma pequena introdução que alerta para o facto de poder existir alguma confusão entre a relação de inclusão e a relação de pertença, embora se realce que pelo processo indicado anteriormente, é possível evitar falar nessa noção. Desta forma, começa por referir a definição clássica de relação de inclusão "Dado um conjunto A, diz-se que B é subconjunto de A, se todo o elemento de B é elemento de A" (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, p. 45). O programa apresenta depois um exemplo da confusão que se poderá estabelecer.

> Por exemplo: se, num conjunto de botões de cores variadas, formarmos o subconjunto de botões brancos, este será incluído no conjunto inicial de botões, mas de modo algum poderemos dizer que o subconjunto dos botões brancos pertence ao conjunto inicialmente formado ou é elemento *desse conjunto*.
> Não esquecer, portanto, que a relação de inclusão só pode estabelecer-se *entre dois conjuntos*, enquanto a relação de "pertence a" liga um elemento a um conjunto. (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 44, aspas e itálico no original)

Mais uma vez se destaca a necessidade de rigor na linguagem, para que não existam dúvidas sobre o que se está a falar e para que não se estabeleçam confusões entre diferentes noções.

De seguida, são apresentadas algumas observações sobre o desenvolvimento das actividades relacionadas com as duas primeiras rubricas, referindo-se que, durante alguns dias as crianças deverão brincar, aproveitando para tomar conhecimento tanto dos seus novos companheiros, como do ambiente que a rodeia. Sugere-se também que o professor leve para a escola caixas com um grande número de objectos e variados, para que as crianças possam separar esses objectos de acordo com critérios diversificados, guardando-os de seguida em caixas e frascos. Este tipo de actividade é apresentado como uma primeira forma de classificação, que levará a um enriquecimento do vocabulário e a uma introdução ao estudo dos conjuntos. Também são mencionados o material Cuisenaire e os Blocos Lógicos, como materiais que possibilitam as comparações e classificações. Mais uma vez se refere a necessidade da criança brincar,

enquanto estiver interessada no material, dando largas à "fértil imaginação" (Programas do Ensino Primário, 1974 – 1975, p. 46).

Ao longo destas observações, os autores do programa vão sugerindo outros exemplos de como as rubricas poderão ser exploradas, apresentando exercícios tipo. São assim sugeridos exercícios que permitam trabalhar as formas geométricas. Realça-se que, embora sem a obrigação de memorizar as designações, as crianças irão tomando consciência das formas designadas por quadrados, rectângulos. É ainda sugerido um exercício tipo, em que a criança desenha no papel uma representação dum conjunto, com um alerta para os pré-requisitos que o exercício implica. Também é feita uma sugestão sobre a contribuição que os alunos poderão trazer de casa e sobre a utilização do copiador, que, segundo os autores do programa, poderá levar a uma melhor aprendizagem, já que permite distribuir por cada criança folhas com desenhos. Para esta sugestão são apresentados uma série de exercícios tipo.

Numa nota, no final da apresentação dos exercícios tipo para estas duas rubricas, os autores chamam à atenção para o facto de que alguns dos exercícios apresentados podem não conduzir a uma resposta única, chamando-lhes *exercícios de resposta aberta*.

Noutro tipo de exercício, propõe-se que o professor peça ao aluno para ligar com linhas, figuras que considere parecidas, sem especificar nenhuma característica em especial.

Depois da apresentação dos exercícios, o programa refere algumas actividades que também poderão ser propostas e que são consideradas como **"actividades de enriquecimento"** (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 52, negrito no original). Os autores consideram estas actividades como enriquecimento porque "permitem uma maior liberdade na sua realização e portanto uma possibilidade maior de desenvolvimento do espírito criativo" (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 52). De entre as actividades propostas destacam-se *a construção de objectos com materiais de desperdício*, *continuação de uma série dada*, *construção de cartazes, com figuras geométricas e etiquetagem*, *construção de frisos com figuras geométricas, feitas por contorno e recorte*. Numa nota, no final da apresentação destas actividades, é realçado que estas devem ser absolutamente livres.

Em relação à terceira rubrica *Ideia de correspondência*, os autores do programa destacam que, dos vários tipos de correspondência que se podem estabelecer entre os

elementos de dois conjuntos, o que interessa especialmente para a 1ª classe do Ensino Primário é o da correspondência um a um, referindo que esta correspondência "está na base do conceito de número e da operação de contagem" (Programas do Ensino Primário - 1974 – 1975, p. 54). Para que os alunos possam reconhecer a possibilidade de se estabelecer este tipo de correspondência, os autores propõem que se apresentem exemplos em que esta correspondência é possível e outros em que a correspondência não é possível. Só na impossibilidade da utilização de ilustrações é que se coloca a possibilidade de se falar em números, mas só para que o professor tenha a possibilidade de concretizar o exemplo que quer propor, porque o que está em causa é que o aluno consiga estabelecer a correspondência pretendida, independentemente do número de objectos que o conjunto tenha. É ainda referido que, só depois de muitas experiências, e depois de o aluno concluir que existem tantos elementos num dos conjuntos como noutro, ou então mais num do que noutro, é que poderá passar para outra fase, onde será introduzido "o conceito de número de elementos do conjunto – **número cardinal** – e ser-lhe-á atribuído em cada caso um nome – **numeral**" (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 55, negrito no original). No entanto, refere-se no programa que esta fase só será desenvolvida a partir do 2º período, da 1ª classe.

Para o desenvolvimento desta rubrica são propostos uma série de exercícios tipo. De entre estes exercícios, destacam-se jogos em que cada aluno tentará apanhar um objecto, realçando-se o facto de a cada aluno corresponder um objecto. Exercícios em que cada aluno retira um objecto, verificando que a cada um corresponde um objecto. Noutros exercícios do mesmo género, é proposto que se construam conjuntos no flanelógrafo ou no papel, para que seja sempre possível fazer corresponder a cada elemento de um conjunto um elemento do outro.

Noutros exercícios, é proposto que se construa um contexto, contando uma história que envolva os elementos que constituem os conjuntos. No final destes exercícios, surge uma indicação que refere que se devem realizar muitos exercícios deste género, em que os conjuntos têm o mesmo número de elementos.

Também são propostos exercícios em que um dos conjuntos tem mais elementos do que o outro. Estes exercícios são apresentados como situações problemáticas.

Nos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, o tema dos conjuntos já não é tratado de uma forma tão pormenorizada como no programa anterior. A maioria das sugestões de actividades relacionadas com os conjuntos está integrada no tema

Introdução dos Números, onde surgem sugestões de actividades relacionadas com os conjuntos. Este programa já não traz exemplos de exercícios que poderiam ser propostos, como o programa anterior o fazia, mas as actividades sugeridas continuam a centrar-se nos conjuntos ou colecções. A explicação para esta distinção, que não existia no programa anterior, é apresentada numa nota que refere quais os contextos em que estes dois sinónimos devem ser utilizados.

> Nota – Convém empregar as designações de "colecção" e de "conjunto" no seu sentido usual, como sinónimos. É usual falar de "colecção de objectos", mas de "conjunto de pessoas"… (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p.47, aspas no original)

Neste programa de 1975, são também propostas actividades de manipulação, observação, comparação segundo determinadas características e organização de colecções. Ainda no que diz respeito à *Introdução dos Números*, o programa refere a representação gráfica das colecções formadas, a relação de pertença não pertença, comparação de colecções, maior, menor ou igual, a correspondência termo a termo e identificação e relação de colecções com o mesmo número de elementos. Depois deste trabalho, o programa propõe a etiquetagem das colecções, utilizando algarismos móveis ou etiquetas, atribuindo-lhe assim o número dos seus objectos.

Nos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, os conjuntos voltam a ser trabalhados no contexto da iniciação à adição e subtracção. Neste contexto, as actividades sugeridas envolvem a organização de colecções de objectos e a organização de parte de uma colecção ou de um conjunto. Nas sugestões de actividades pede-se que os alunos descubram um atributo que seja apenas comum a uma parte dos objectos que formam uma determinada colecção, mas não a todos, para decompor a colecção em duas partes. A partir deste tipo de actividades o programa sugere a criação a criação de situações de possíveis composições e decomposições, com uma posterior representação figurativa e numérica, das situações criadas. É também a partir destas situações que se sugere a introdução da simbologia "+", "-" e "=".

Também no contexto da iniciação à multiplicação e à divisão é proposto o trabalho com conjuntos, através da "reunião de colecções com igual número de elementos; … decomposição de uma colecção em partes com igual número de elementos" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 52). Neste contexto, as

actividades sugeridas apresentam a decomposição de um conjunto em partes com igual número de elementos e uma posterior recomposição do conjunto original, com a reunião das partes obtidas. É a partir deste de trabalho que se faz a introdução da multiplicação e da divisão, para uma posterior introdução da simbologia relacionada com estas operações "x" e ":". Neste programa de 1975 o trabalho com os conjuntos é realizado essencialmente na primeira fase de aprendizagem, correspondente aos dois primeiros anos de escolaridade.

No Programa do Ensino Primário Elementar de 1978, os *Conjuntos* são o primeiro dos cinco temas da área de Matemática apresentados neste programa e são constituídos pelas seguintes unidades temáticas: *Situações problemáticas*; *Definição e representação de conjuntos*; *Sub-conjuntos e Operações com conjuntos*.

Em relação às situações problemáticas, os objectivos programáticos são os mesmos que são trabalhados nos outros temas matemáticos deste programa e que já foram analisados no primeiro momento desta parte do capítulo, quando se referiu a resolução de problemas.

No que diz respeito à definição e representação de conjuntos, os objectivos programáticos estabelecidos no programa são a formação de conjuntos a partir de propriedades, identificação de propriedades comuns a elementos de um conjunto, a inferição se um ente faz ou não parte de um conjunto e a representação de conjuntos de modos diversificados, sendo destacada a representação dos conjuntos com a indicação dos seus elementos, ou seja a definição em extensão, por diagrama ou por chaveta e a representação de conjuntos por uma propriedade, definição em compreensão, por diagrama ou por chaveta. Em relação a esta unidade temática são salientados os seguintes comportamentos científicos: "Manipula; Identifica; Classifica; Nomeia; Infere; faz diagramas; Desenha; Simboliza, Imagina; Relaciona" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 31).

Na unidade temática dos sub-conjuntos, os objectivos programáticos traçados neste programa de 1978 são a verificação se um determinado conjunto é sub-conjunto de outro, através da representação por diagrama ou por chavetas e a formação de sub-conjuntos a partir de um conjunto definido em extensão ou em compreensão. Em relação a esta unidade temática são definidos os seguintes comportamentos científicos: "Identifica; Verifica; Manipula" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 31).

Em relação à unidade temática, operações com conjuntos, os objectivos programáticos destacam a reunião de conjuntos, dados conjuntos disjuntos definidos em extensão, representados por diagrama ou chavetas e a formação do conjunto intersecção, dados dois conjuntos representados por diagramas e definidos em extensão. É ainda um objectivo programático desta unidade a distribuição num esquema diagramático dos elementos de dois conjuntos definidos em extensão. Nesta unidade temática os comportamentos científicos são: "Manipula; Distingue; Identifica; Opera" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 32).

Em relação a estas unidades temáticas, o programa de 1978 não apresenta sugestões de actividades, razão pela qual se torna difícil perceber a forma como se pretendia concretizar estes objectivos programáticos.

No Programa do Ensino Primário de 1980, os *Conjuntos* continuam a ser um tema da área da Matemática, com objectivos específicos e sugestões de actividades, não estando integrados noutro tema. No 1º ano de escolaridade, os objectivos específicos enunciados no programa passam pela *formação de conjuntos, o enunciar de propriedades, a formação de subconjuntos, a identificação de conjuntos singulares* e de *conjuntos vazios, a reunião de dois conjuntos disjuntos* e a *forma complementar dum conjunto em relação ao universo*. Nas actividades sugeridas são referidas as actividades lúdicas e os jogos de classificação de objectos, destacando-se os "esquemas em árvore, linhas fechadas e quadros de dupla entrada" (Programas do Ensino Primário, 1980, p. 123). Neste programa, este tema só volta a ser abordado no 3º ano de escolaridade, sendo os objectivos específicos a formação de subconjuntos de um conjunto e a partição de um conjunto em subconjuntos com mesmo número de elementos. As actividades sugeridas continuam a passar pelos jogos com materiais concretos ou com representações.

Estudo do Número

O tema do Estudo do Número, no programa de Aritmética de 1960, é o primeiro apresentado no programa da 1ª classe com a rubrica *Unidade. Colecções de unidades*. No Estudo do Número prossegue-se com *contagens até nove, composição e decomposição de números dentro destes limites, contagens por pares e ternos* e *representação destes números por algarismos*. Depois das contagens até nove surge

pela primeira vez a noção de zero como *símbolo de ausência de unidades* e o estudo da dezena. Na 1ª classe as contagens de objectos prosseguem até 50, sendo efectuadas composições e decomposições dentro destes limites. É também pedido que o aluno efectue contagens de objectos da mesma designação, que constam dentro de um grupo de objectos heterogéneos. As contagens por dezenas, o valor absoluto e relativo (ou de posição) dos algarismos e o valor de posição do zero são também rubricas apresentadas neste programa, que se podem incluir no tema do estudo número. Ainda na 1ª classe, a dúzia, meia dúzia e o quarteirão são apresentados como novas unidades de contagem. Na 2ª classe pede-se que o aluno conte até ao limite de 99 numa primeira fase, sendo de seguida apresentada a centena. O milhar é apresentado como limite da numeração para o final da 2ª classe, trabalhando-se de seguida a noção de classe e a sua relação com as ordens. Na 3ª classe prossegue-se o estudo do número até à classe dos milhões. Na 4ª classe não se faz qualquer abordagem ao prosseguimento do estudo do número.

No que diz respeito às *instruções* que constam no final dos programas de Aritmética e de Geometria e em relação a este tema, afirma-se que "a base de todo o raciocínio aritmético está em saber contar" e que "todos os nossos actos são condicionados pela intervenção de números" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 20). Por isso os autores do programa assumem que o programa tem um especial cuidado com o estudo da numeração, sendo este iniciado pela contagem de um até nove, através do manuseamento de objectos como esferas, discos, botões e feijões. De seguida devem, tendo por base os problemas, executar exercícios de composição e decomposição envolvendo as quatro operações, embora se sugira que, inicialmente não se devem fazer referências aos seus nomes. Estes exercícios deveriam ser acompanhados e seguidos do respectivo cálculo mental. Conforme fossem estando familiarizados com os números, os alunos deveriam aprender a representá-los por algarismos. Depois desta primeira fase de contagens, os autores do programa salientam que duas noções serão essenciais, a noção de zero e a noção de dezena. A noção deveria ser apresentada com a dupla função de "representar a ausência de unidades simples e de substituir as ordens que faltam num número; a dezena no seu duplo aspecto de pluralidade e de unidade" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 21). Estas duas noções são apresentadas como a maior dificuldade a vencer no estudo da numeração, devendo o professor ter tacto pedagógico para as desenvolver. Transporto este obstáculo o estudo da numeração prosseguiria até ao vinte com a utilização dos mesmos métodos. Os autores do programa aconselham

que se faça "um demorado estudo monográfico dos números até vinte" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 21), porque seria esta a melhor forma para a preparação do estudo subsequente, até ao limite de 50 na 1ª classe. As contagens por dezenas são apresentadas como método para os alunos adquirirem a noção de ordem. O cálculo escrito só deveria ser iniciado após o estudo do número 20. Na 2ª classe prossegue-se o estudo do número, com a escrita e leitura de números. Para o estudo dos números são apresentadas três fases "a 1ª limitada pela ordem das dezenas; a 2ª pela ordem das centenas; a 3ª entra já na classe dos milhares" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 22). Na 1ª fase o ensino seria gradual, tal como foi descrito anteriormente para a 1ª classe. Na 2ª fase dever-se-ia ter o mesmo cuidado na apresentação da centena, que se teve na apresentação da dezena. Na primeira fase o cálculo mental deveria preceder sempre o cálculo escrito e na 3ª fase, a do estudo dos milhares, a grandeza dos números não deveria dificultar as operações.

Neste programa, é estudada a numeração romana até ao XX na 2ª classe e até ao MM na 3ª classe. O estudo da numeração romana começa pela apresentação dos símbolos, sendo depois introduzidas as regras. Nas instruções refere-se que durante a aprendizagem da numeração romana, deve ser estabelecida uma relação entre os dois sistemas de numeração.

Em relação ao Estudo do Número, o Programa do Ensino Primário Elementar, de 1968 não traz qualquer novidade, sendo as rubricas propostas iguais às propostas no programa anterior. A única alteração é o título que introduzia as sugestões do final dos programas de Aritmética e Geometria. No Programa de 1960, o título era *Instruções* e no programa de 1968 passa a ser de *Observações*, continuando o texto a ser o mesmo no que diz respeito a este tema. Também em relação ao estudo da numeração romana as indicações são idênticas.

Como já foi referido, o programa de Matemática da 1ª classe, dos Programas de 1974-1975, encontra-se dividido em dois programas, Programa A e Programa B. O Programa A que, segundo uma nota introdutória, resulta de um arranjo do programa anterior, apresenta no entanto algumas alterações em relação ao Estudo do Número. Antes da rubrica *colecções de objectos* que substitui a rubrica *colecções de unidades* que inicia o Estudo do Número nos programas anteriores, surge uma rubrica relacionada com a propedêutica. Esta rubrica está de acordo com os objectivos gerais apontados para a 1ª classe, como sendo uma classe onde se faz uma preparação tendo em vista as

futuras aprendizagens. Juntamente com a rubrica *colecções de objectos* surge uma outra rubrica que tem alguns conteúdos relacionados com a teoria dos conjuntos, tema que está em destaque no Programa B. Nesta rubrica trata-se a "observação de colecções; elemento de uma colecção. Ter mais objectos do que, ter menos objectos do que, ter tantos objectos como..." (Programas do Ensino Primário de 1974-1975, p. 36). As rubricas seguintes, que se relacionam com o tema do Estudo do Número, são idênticas às do Programa do Ensino Primário Elementar de 1968, para a 1ª classe. Existem apenas algumas alterações ao limite das contagens, passando a ser até 20, podendo ir até 50 nos casos em que o desenvolvimento da criança o permita, como é afirmado numa nota apresentada no final do programa. A referência à dúzia, meia dúzia e quarteirão, como novas unidades de contagem também desaparece neste programa de 1974-1975. As sugestões que constam no final deste Programa A continuam a referir a importância das contagens e dos números, por condicionarem todos os actos do dia-a-dia. Muitas das observações referidas no programa anterior eram também aqui expressas. Existem no entanto algumas alterações que se referem à rubrica da propedêutica do cálculo. Nestas sugestões refere-se que, para a obtenção das primeiras noções aritméticas, o aluno realize actividades como a observação e manipulação de objectos, estabelecimento de comparações entre os diferentes objectos, observação, comparação e classificação de objectos com características comuns. Este tipo de actividades deve levar o aluno à construção do conceito de número e mais tarde à ordenação de séries, contagens progressivas e regressivas e composição e decomposição de números. Na progressão da aprendizagem dos números realça-se a utilidade da prática de contagens de 2 a 2, 3 a 3, 4 a 4, como preparação para as tabuadas.

No Programa B da 1ª classe, dos Programas do Ensino Primário de 1974-1975, o Estudo do Número sofre muitas alterações. A noção de zero passa a ser trabalhada a seguir ao estudo dos números até 5. Existe uma rubrica que aborda as contagens em diferentes bases, embora não se esclareça como isso seria feito. Também é trabalhada a escrita de posição, destacando-se que isto seria feito em particular na base de 10. O Estudo do Número deixa de ser um tema em foco na 1ª classe, passando a teoria dos conjuntos a ser mais destacada. As sugestões deste programa estão todas relacionadas com a teoria dos conjuntos, não existindo por isso esclarecimentos sobre as outras rubricas apresentadas. Os programas de Aritmética e Geometria das 2ª, 3ª e 4ª classes dos Programas do Ensino Primário de 1974-1975, não apresentam alterações

significativas em relação aos programas anteriores, no que se refere a este tema do Estudo do Número. Apresentam apenas limites diferentes para o prosseguimento do Estudo do Número nas diferentes classes. A classe dos milhares passa a ser estudada na 3ª classe e a classe dos milhões passa para a 4ª classe.

No programa de 1974-1975, o estudo da numeração romana é feito nas 2ª e 3ª classes, indicando-se no programa, que estudo deve decorrer de situações práticas ligadas a relógios e a inscrições observadas.

Nos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, as rubricas do tema do Estudo do Número surgem nas duas fases de aprendizagem. Na primeira fase estas rubricas são trabalhadas na introdução dos números, com destaque para a teoria dos conjuntos, contagens até cinco e representação numérica. No prosseguimento da contagem e representação numérica, são apresentadas as rubricas da contagem até 10, a dezena e a sua representação e contagens até 20. Nesta 1ª fase a contagem prossegue até 100, com a centena e depois até mil e procede-se à representação numérica. Nas sugestões de actividades, que são apresentadas ao longo do programa, existem muitas actividades relacionadas com a teoria dos conjuntos, através da relação entre o número e a colecção. Também são sugeridas actividades de contagens progressivas e regressivas, preenchimento de lacunas, composição e decomposição de colecções com a respectiva representação numérica. A noção de zero é associada à noção de colecção sem elementos e é apresentada a seguir às contagens até 9, sendo depois trabalhada a noção de dezena. O prosseguimento da contagem até 100 e até 1000 segue a mesma metodologia. É de referir que o cálculo mental não é referido no Estudo do Número. Estas metodologias são bastante semelhantes aos programas anteriores, excepto no que se refere à teoria dos conjuntos. Na segunda fase, correspondente às 3ª e 4ª classes dos programas anteriores, prossegue-se com o Estudo do Número até ao milhar e depois até ao milhão com a identificação, composição e decomposição em ordens e classes, séries de números por ordem crescente e decrescente, sequências e preenchimento de lacunas. Nesta 2ª fase o cálculo mental volta a surgir como sugestão de actividade para o Estudo do Número. Os jogos numéricos também são sugeridos para o Estudo do Número "Ex.: qual é o maior número de 3 algarismos?". (Programa do Ensino Primário, 1975, p. 105)

No programa de 1975, o estudo da numeração romana inicia-se na 1ª fase de aprendizagem, através da observação prática da utilização desta numeração em relógios e inscrições.

No Programa do Ensino Primário de 1978 os objectivos programáticos da área técnico-científica de Matemática não se encontram divididos por classes nem por fases. Neste programa propõe-se que o Estudo do Número se faça a partir das situações problemáticas, sendo esta a primeira unidade apresentada no estudo dos números inteiros. A segunda unidade apresentada refere-se à *noção de número inteiro e numeração* onde são apresentados objectivos programáticos relacionados com a teoria dos conjuntos como "formar classes de conjuntos com o mesmo número de elementos" e "indicar os cardinais dos conjuntos" (Programas do Ensino Primário, 1978, p. 33). Outros objectivos programáticos estão relacionados com o estudo e identificação das classes e das ordens e os limites da numeração a estudar (classe dos milhões). Tal como nos Programas do Ensino Primário de 1974 -1975 surgem objectivos programáticos relacionados com o estudo do número em bases diferentes da decimal, sem que esse estudo esteja relacionado com o sistema sexagesimal das unidades de tempo. O Programa do Ensino Primário de 1975 não fazia qualquer abordagem ao estudo destas diferentes bases e este programa retoma esses objectivos. O Estudo do Número continua com as operações binárias com números inteiros e os operadores, onde se trabalham as diferentes operações dentro dos limites da numeração estudada. Neste programa não existem sugestões metodológicas para este tema, surgindo apenas os comportamentos científicos associados que são "relaciona, manipula, classifica, simboliza, aplica, identifica, analisa, regista, conclui, calcula, conceptualiza, agrupa (gathering), associa e verifica". (Programas do Ensino Primário, 1978, p. 35)

No programa de 1978, a numeração romana é estudada em relação com a numeração árabe, no tema dos *Números Inteiros*.

No Programa do Ensino Primário de 1980 o Estudo do Número é tratado no tema *números e numeração*. As actividades iniciais de Estudo do Número continuam a estar relacionadas com os conjuntos, embora neste programa exista um tema próprio com o nome de conjuntos. No 1º ano de escolaridade são trabalhados os números inteiros até 20, através da ordenação e decomposição de números, com principal insistência na decomposição por ordens (unidades, dezenas). Os alunos deveriam identificar a dezena como uma unidade do sistema de numeração. As actividades de sequências numéricas, preenchimento de lacunas, quadros de dupla entrada e cálculo mental são também sugeridas para o Estudo do Número. Nos 2º, 3º e 4º anos de escolaridade prossegue-se com as contagens até limite da classe dos milhões, no quarto

ano. O aluno deve identificar classes e ordens. Também deveria identificar a dúzia, o quarteirão, a dezena de milhar e o milhão como novas unidades de contagem. Neste programa desaparecem as referências ao trabalho com números em bases diferentes da decimal, como era proposto em programas anteriores. Continua-se a realçar a decomposição dos números em ordens (centenas, dezenas, unidades).

No programa de 1980, a numeração romana é estudada nos 2º e 3º anos de escolaridade, a partir de objectos variados onde esteja representada esta numeração e em estreita relação com a numeração árabe.

Adição e subtracção

No Programa do Ensino Primário de 1960, na disciplina de Aritmética, as rubricas relacionadas com o tema da adição e subtracção são trabalhadas na sequência do Estudo do Número. Este é um tema abordado preferencialmente na 1ª classe. As rubricas relacionadas com este tema prendem-se com a composição e decomposição de números dentro dos limites da numeração trabalhada e a prática de adições e subtracções escritas. Nas restantes classes não existem rubricas relacionadas especificamente com a adição e a subtracção, excepto as que se relacionam com a prática mental e escrita de operações e as provas destas operações: prova dos nove, prova pela operação inversa e pela mesma operação.

Em relação às *instruções* que constam no final dos programas de Aritmética e Geometria, referem que os alunos devem começar por operar através do cálculo mental e só depois de terem estudado o número vinte iniciam o cálculo escrito, sendo no início limitado a adições e subtracções. Em relação à subtracção, realça-se que o professor ao explicar esta operação deve distinguir o conceito "de tirar" e o de "diferença"[45]. Neste Programa do Ensino Primário de 1960, refere-se ainda que a apresentação das operações deve ser feita através de problemas, "para que os alunos fiquem com uma ideia bem clara de cada uma delas" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1960, p. 22). Para que o conhecimento destas operações se possa transformar em hábito, aconselha-se que os alunos façam muitos exercícios, treinando em primeiro lugar a exactidão e depois a

[45] Embora não existam nestas "instruções" exemplos que ilustrem estes dois conceitos, parecem referir-se às situações subtractivas apresentadas por Ponte e Serrazina (2000) como mudar tirando, que "corresponde a retirar a uma dada quantidade a outra" (p. 147) e comparação "quando pretendemos comparar duas quantidades" (p.147) embora a diferença também se possa referir ao conceito de tornar igual, também referido por Ponte e Serrazina (2000).

rapidez. Para a prática das operações indicam-se três fases, tal como para o Estudo do Número. Na 1ª fase as operações são limitadas pela ordem das dezenas, na segunda fase pela ordem das centenas e na terceira fase pela classe dos milhares. De acordo com estas *instruções* qualquer operação deve ser feita, ou pelo menos tentada fazer, mentalmente antes do cálculo escrito.

No tema da Adição e Subtracção, o Programa do Ensino Primário Elementar de 1968 não traz qualquer diferença em relação ao programa anterior. As rubricas apresentadas eram exactamente as mesmas. Em relação às "observações" que são apresentadas no final dos programas de Aritmética e Geometria, o texto é igual ao apresentado nas *instruções* do programa anteriormente em vigor.

O Programa A de Matemática, para a 1ª classe, dos Programas do Ensino Primário de 1974-1975, apresenta como rubricas para o tema da adição e subtracção, a elaboração das tabuadas e a prática das operações. Nas *sugestões* apresentadas a seguir ao programa refere-se que, na aprendizagem da subtracção, destacando que era a subtracção sem empréstimo por se tratar da 1ª classe, deve-se distinguir o conceito de tirar e o de diferença. Tal como nos programas anteriores, é feita uma observação para destacar estes dois conceitos na subtracção, embora se realce neste programa, que na 1ª classe isto só deve ser feito em relação a subtracções que não envolvam empréstimo. Também se destaca neste programa a importância das operações serem apresentadas através de situações problemáticas. No que diz respeito ao Programa B, dos Programas de 1974-1975, a introdução da adição e da subtracção está associada à teoria dos conjuntos, com a reunião de conjuntos e os subconjuntos. Neste Programa B já não se faz a diferenciação entre os dois conceitos apresentados para a subtracção no Programa A. No que diz respeito às restantes classes, o Programa de 1974-1975 mantém a mesma estrutura do Programa de 1968, com a diferença da técnica da subtracção com empréstimo passar a ser explorada apenas na 2ª classe. Nas *sugestões* apresentadas no final do programa de Aritmética e Geometria para as 2ª, 3ª e 4ª classes, não estão incluídas referências ao trabalho a realizar na adição e subtracção com números inteiros.

Nos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975, a iniciação à adição e à subtracção é um tema que surge nas duas fases de aprendizagem, mas com principal incidência na primeira fase. A introdução deste tema é feita através da reunião de conjuntos, da identificação da parte de uma colecção ou de um conjunto e das composições e decomposições, chegando depois à expressão aritmética. Nas *sugestões*

de actividades para a adição, é dada especial relevância à reunião de conjuntos, construção das tábuas da adição e preenchimento de lacunas em expressões aritméticas. É também sugerido que os alunos representem as operações efectuadas não só aritmeticamente como por esquemas. Em relação à subtracção realça-se que a operação de retirar é a inversa de reunir e também o aspecto lúdico das actividades a realizar, com a apresentação de jogos. Ainda na primeira fase são trabalhadas como temáticas a adição com transporte e a subtracção com empréstimo, destacando-se a necessidade deste tipo de situações surgirem a partir de situações concretas. Ao surgirem como temáticas, estas técnicas algorítmicas pareciam adquirir neste programa uma grande relevância. Na subtracção deixa-se de destacar os dois conceitos *tirar* e *diferença*, passando-se a realçar apenas o *tirar* ou *retirar*. Na segunda fase, o programa salienta o trabalho a realizar no âmbito das provas reais das operações, destacando actividades como "inventar situações problemáticas, traduzidas por expressões do tipo (6+8= 14 e 14-6= 8) " (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 105). Tanto na temática da *adição com transporte* como na *subtracção com empréstimo* destaca-se a importância de trabalhar o valor de posição do algarismo significativo das dezenas e das centenas.

No Programa do Ensino Primário de 1978, o tema da adição e subtracção é essencialmente tratado na unidade temática dos números inteiros, no objectivo programático das *operações binárias com números inteiros*. Neste programa, a iniciação à adição e subtracção é realizada através do trabalho com conjuntos. Para a adição é proposto que se trabalhe a determinação do "cardinal de um conjunto reunião de dois conjuntos disjuntos" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34). Na subtracção é, aparentemente, destacado o conceito de *diferença*, apresentado nos programas de 1960 e 1968, com a determinação do "cardinal do conjunto complementar [dado um conjunto e o seu subconjunto] " (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34). Neste programa retoma-se o cálculo mental, que não era referido no programa anterior a este, com o objectivo de "calcular mentalmente somas e diferenças" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34). A prova dos nove, que também não é referida nos dois programas anteriores, de 1974-1975 e no de 1975, volta a constar dos objectivos do Ensino Primário, neste programa de 1978. É de referir o realce dado ao domínio da técnica do algoritmo da adição e subtracção, que constitui um objectivo, e ainda às provas pela operação inversa e pela mesma operação e às propriedades das operações,

que são trabalhadas quando se pede que o aluno verifique "que a soma não varia quando se troca a ordem das parcelas e que aplique a prova à adição com base na troca da ordem e na associação de parcelas" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34). Neste tema da adição e subtracção destacam-se os comportamentos científicos associados "simboliza; conclui; calcula; aplica; conceptualiza; agrupa (gathering); associa; verifica" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34).

No Programa do Ensino Primário de 1980, o tema da Adição e Subtracção é trabalhado essencialmente nos temas dos *números e numeração* e dos *conjuntos*. A iniciação é feita com os trabalhos com conjuntos. No 1º ano de escolaridade é destacado o trabalho de resolução de actividades que envolvam *situações problemáticas*, como são designadas no programa, como o preenchimento de lacunas em operações e preenchimento de quadros de dupla entrada. Nas actividades sugeridas destacam-se também as actividades de cálculo mental. No trabalho com os conjuntos destaca-se a reunião de conjuntos disjuntos, como introdução à adição e a formação do complementar de um conjunto em relação ao universo, como a introdução à subtracção. No 2º ano de escolaridade salienta-se o cálculo de somas e diferenças, a decomposição de números e o reconhecimento da propriedade comutativa da adição. Nas actividades sugeridas são referidas a decomposição e composição de números e o cálculo mental. No 3º ano de escolaridade destaca-se o cálculo de somas e diferenças recorrendo ao cálculo mental e ao algoritmo.

Multiplicação e Divisão

No Programa do Ensino Primário de 1960, o tema da Multiplicação e da Divisão é iniciado na 1ª classe com a construção das tábuas de multiplicar até 5. A multiplicação é construída como uma adição de parcelas iguais, sendo este o único conceito indicado para esta operação. Nas 2ª e 3ª classe prossegue-se com a construção das tábuas de multiplicar do 6 ao 9, prática das operações e verificação do resultado através das provas reais e prova dos nove. As *instruções* que constam no final do programa indicam que o professor deve fazer ver ao aluno "o número de objectos de cada grupo e o número de grupos" levando-o a "compreender que a multiplicação não é mais que um processo abreviado de somar parcelas iguais" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 21). Em relação à divisão, o seu estudo é iniciado na 1ª classe, com a divisão de

números até 10 pelos divisores 2, 3, 4 e 5. Pede-se também que o aluno distinga a divisão exacta da inexacta. Nas 2ª e 3ª classes é pedido que os alunos pratiquem a operação e que aprendam a verificar o seu resultado através das provas reais e prova dos nove. São ainda trabalhadas algumas regras consideradas práticas para a divisão por 10, 100 e 1000. Para esta operação o programa distingue dois conceitos, podendo o professor partir do "conceito de *partilha* ou do conceito de *conteúdo* (noções de divisor e de quociente) " (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 22, itálico no original). Assim, na repartição de objectos, que segundo o programa deveria introduzir o estudo da divisão, dever-se-iam considerar dois casos "ou se determina préviamente *[sic]* o número dos grupos a formar, ou o número dos objectos de cada grupo" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 22). De acordo com o programa, a apresentação das operações de multiplicação e divisão deveria ser feita através de problemas, para que os alunos pudessem ficar "com uma ideia bem clara de cada uma delas" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 22). Aconselha-se ainda que os alunos façam muitos exercícios para que o conhecimento das operações se transforme num hábito "tendo em vista, primeiro, a exactidão e, em seguida, a rapidez" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 22). No entanto, o programa indica que a dificuldade destas operações nunca deveria estar na grandeza dos números envolvidos.

Em relação às rubricas apresentadas para a multiplicação e divisão, o Programa do Ensino Primário Elementar de 1968 não apresenta qualquer alteração em relação ao programa de 1960. No entanto, nas observações que são apresentadas a seguir às rubricas do programa, existe uma alteração na terminologia utilizada neste tema. No programa de 1960 utiliza-se a palavra grupo para indicar conjuntos. Por exemplo, em relação à multiplicação indica-se que "para organizar as tábuas de multiplicar pressupõe que se faça ver aos alunos o número dos objectos de cada grupo e o número dos grupos" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 21). No programa de 1968, a palavra grupo é substituída por conjunto, mantendo-se o resto da frase igual "para organizar as tábuas de multiplicar pressupõe que se faça ver aos alunos o número de objectos de cada conjunto e o número dos conjuntos" (Programa do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 83). Em relação à divisão mantém-se esta alteração na terminologia. Enquanto no programa de 1960 aparecia que "Na repartição dos objectos, que introduz, segundo o programa, o estudo da divisão, haverá dois casos a considerar: ou se determina prèviamente *[sic]* o número dos grupos a formar, ou o número dos objectos de cada grupo" (Programas do

Ensino Primário, 1960, p. 22). No programa de 1968 esta indicação repete-se, mas com a alteração de terminologia, onde aparecia a palavra grupo, passa a surgir a palavra conjunto. "Na repartição dos objectos, que introduz, segundo o programa, o estudo da divisão, haverá dois casos a considerar: ou se determina prèviamente *[sic]* o número dos conjuntos a formar, ou o número dos objectos de cada conjunto" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 83). (Embora não tenha sido possível confirmar, é possível conjecturar que esta alteração se tenha devido a trabalhos efectuados no âmbito da introdução da Matemática Moderna no Ensino Primário, já que em 1968 diversos trabalhos estavam a ser desenvolvidos neste âmbito. Neste contexto, a palavra grupo e a palavra conjunto adquirem um novo significado o que poderá ter levado à alteração efectuada).

Nos Programas do Ensino Primário de 1974-1975, tanto no Programa A, como no Programa B de Matemática, a iniciação do estudo da multiplicação é feito na 1ª classe. No Programa A, tal como nos programas anteriores, a multiplicação é trabalhada como uma adição de parcelas iguais, existindo uma alteração de nomenclatura, deixando-se de referir a palavra soma e passando-se a utilizar a palavra adição. De acordo com o programa, esta operação deveria ser introduzida através de situações problemáticas. À semelhança dos programas anteriores, aconselha-se que os alunos adquiram hábitos de exactidão e rapidez, através da prática de resolução de operações. No entanto, neste programa refere-se que os exercícios a resolver devem ser variados. Para a construção das tabuadas, as contagens de 2 em 2, 3 em 3, eram referidas como uma prática de grande utilidade. O Programa B da 1ª classe não contém qualquer sugestão para trabalhar a multiplicação, embora a iniciação seja uma das rubricas apresentadas pelo programa. As sugestões para esta rubrica talvez estivessem contidas na documentação a enviar para as escolas até final do mês de Outubro, como é referido na nota que precede a apresentação destes programas A e B. Em relação às rubricas e sugestões das restantes classes sugere-se que as tábuas de multiplicar sejam construídas a partir de situações concretas e que a sua mecanização seja fundamentada nas contagens 2 a 2; 3 a 3.

No que diz respeito à divisão, o programa refere que a iniciação desta operação "foi transferida para a 2ª classe, atendendo à dificuldade que a sua aprendizagem comporta" (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, pp. 72-73). Nas observações chama-se à atenção para que o estudo desta operação seja feito a partir da repartição de

"colecção de objectos, segundo as duas vias possíveis: conceito de divisão partilha; conceito de divisão conteúdo." (Programas do Ensino Primário - 1974-1975, pp. 73). Neste programa desaparece a referência à prova dos nove como forma de verificar os resultados das operações.

No Programa do Ensino Primário Elementar de 1975, a iniciação da multiplicação passa a ser trabalhada através dos conjuntos, com a reunião de colecções com igual número de elementos. O único conceito apresentado para a multiplicação continua a ser o da forma abreviada para representar adições sucessivas de parcelas iguais. Na primeira fase salientam-se a construção das tábuas de multiplicar e a aquisição de automatismos, que deveriam ser adquiridos através de jogos com movimento. Nesta fase destaca-se ainda a multiplicação com multiplicador de dois algarismos. Na segunda fase de aprendizagem destaca-se a prática das operações e a verificação através das provas reais. Nas sugestões de actividades é realçada a necessidade das aprendizagens serem feitas a partir de situações concretas.

A divisão também é trabalhada na primeira fase, com recurso aos conjuntos através da "decomposição de uma colecção em partes com igual número de elementos e subtracções sucessivas de termos iguais" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 52). Na iniciação da divisão evidenciam-se dois conceitos da divisão através de exemplos de situações problemáticas, embora não se utilizasse a nomenclatura *partilha* e *conteúdo*, usada nos programas anteriores. Outro conceito trabalhado na divisão é a divisão exacta e não exacta. Neste programa salienta-se a relação entre a multiplicação e a divisão, como operações inversas uma da outra, sugerindo-se a invenção de situações problemáticas de acordo com um exemplo dado expressões do tipo *24:4= 6* e *6x4= 24*. *O dobro de ...*, o *triplo de ...*, o *quádruplo de ..., o quíntuplo de ...* ou *metade de ..., terça - parte de ...* são trabalhados pela primeira vez como operadores numéricos neste programa, sendo sugerido que se realizem actividades a partir de conjuntos ou medições. Na segunda fase destacam-se a prática de operações, construção e utilização de regras práticas de divisão por 10, 100 e 1000 e as provas reais das operações.

No Programa do Ensino Primário de 1978, o tema da multiplicação e divisão é tratado na unidade temática dos números inteiros, no objectivo programático das *operações binárias com números inteiros*. Neste programa a iniciação da multiplicação é feita através da determinação do "cardinal do conjunto reunião, de vários conjuntos disjuntos com o mesmo número de elementos" (Programa do Ensino Primário, 1978, p.

34). O conceito que se trabalha na multiplicação é o da adição de parcelas iguais. A propriedade comutativa da multiplicação, as técnicas do algoritmo, as provas reais e a prova dos nove são apresentadas como objectivos programáticos deste programa.

A iniciação da divisão também é feita com a utilização dos conjuntos através da formação de "subconjuntos com o mesmo número de elementos" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34). O programa não é explícito em relação aos conceitos da divisão que deveriam ser trabalhados. Aparentemente, neste programa é definida a técnica algorítmica a usar para a divisão, já que um dos objectivos programáticos era encontrar o quociente e o resto de uma divisão através de subtracções sucessivas. Os operadores multiplicativos e partitivos constituem um ponto dentro da unidade temática dos números inteiros, ao nível das operações binárias com números inteiros.

Os comportamentos científicos mobilizados para este tema são idênticos aos da adição e subtracção "simboliza; conclui; calcula; aplica; conceptualiza; agrupa (gathering); associa; verifica" (Programa do Ensino Primário, 1978, p. 34).

No Programa do Ensino Primário de 1980, o estudo da multiplicação inicia-se no 2º ano de escolaridade com destaque para o cálculo de produtos e para a propriedade comutativa da multiplicação. Em relação às actividades sugeridas realçam-se a "decomposição de números, preenchimento de tabelas de dupla entrada, relação da multiplicação com a adição e o preenchimento de sequências, utilizando a multiplicação" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 132). O cálculo mental também é destacado, referindo-se que deveriam ser feitas "actividades com base na decomposição de números e no cálculo mental que permitam calcular o produto de um número por outro de um algarismo, sem o recurso ao algoritmo" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 132). No entanto, não se defina claramente o que era entendido por cálculo mental.

Nesse Programa de 1980, para o 3ª ano apresenta-se o início ao estudo da divisão, dentro do tema dos números e numeração e no tema dos conjuntos. Em relação aos conjuntos refere-se a "partição dum conjunto em subconjuntos todos com o mesmo número de elementos" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 132) parecendo realçar-se o conceito de divisão partilha, referido em programas anteriores. No que se refere à exploração do tema da divisão nos números e numeração, o programa destaca os casos particulares do algoritmo, como o caso em que o divisor tem um algarismo ou tem dois algarismos e o cálculo mental de quocientes. Também se evidencia a relação da

multiplicação com a divisão. Em relação às sugestões de actividades, é trabalhada a relação entre a multiplicação e a divisão como operação inversa. Nas actividades sugeridas realça-se o significado do dividendo, divisor e resto. Na definição de divisor, acentuam-se dois conceitos da divisão, *partilha* e *conteúdo*, sendo este definido como "número de subconjuntos que se pretendem formar ou o número de elementos de cada subconjunto formado" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 139). Neste ano de escolaridade as actividades sugeridas direccionam-se no sentido de construir o mecanismo da divisão. As situações problemáticas também surgem nas actividades sugeridas como forma de criar "a necessidade da divisão" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 141). Neste programa os operadores partitivos passam a ser apenas uma actividade sugerida, ao contrário do que acontecia no programa anterior.

Para o 4º ano de escolaridade são trabalhadas as operações de multiplicação e divisão com números decimais. Nas actividades sugeridas destacam-se a construção das regras práticas da multiplicação por 0,1; 0,01; 0,001, a resolução de situações problemáticas que dêem origem a produtos e quocientes com parte décima. Neste processo é destacada a construção e mecanização do algoritmo, com actividades como "Justificação da colocação da vírgula no produto; Cálculo de quocientes e de restos inteiros de dezenas; Cálculo de quocientes e de restos inteiros em que o divisor tem dois algarismos, considerando progressões do género 324:51; 324:52; 324:53;" (Programa do Ensino Primário, 1980, p. 149). Através de uma nota, o programa salienta a importância da justificação dos passos dados em todo o processo do algoritmo da divisão e da relação entre a divisão e a multiplicação. "Nota: Em todo o processo da divisão se devem justificar os passos dados, recorrendo à aplicação sistemática da propriedade que permite relacionar a divisão com a multiplicação" (Programas do Ensino Primário, 1980, p. 149).

Fracções e Decimais

Nos Programas do Ensino Primário de 1960, o tema das Fracções e Decimais é iniciado na 3ª classe, com a preparação do estudo dos números decimais. Neste programa, os números decimais são apresentados como *o maior obstáculo a vencer* nesta classe. De acordo com as *instruções* apresentadas no final do programa estes devem "ser ensinados a partir do metro e dos seus submúltiplos" (Programas do Ensino

Primário, 1960, p. 23). A partir do conhecimento do metro, os alunos devem ser levados a observar a sua divisão em 10; 100 e 1000 partes iguais e a partir destas novas unidades fazer medições. Em primeiro lugar fazem medições em que o metro entre um número inteiro de vezes, resultando daí números inteiros. Medem em seguida comprimentos utilizando o metro e o decímetro, mostrando o professor que estes comprimentos se exprimem por "números decimais mistos, em que a unidade principal é seguida pela vírgula" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 24). Devem proceder da mesma forma em relação ao centímetro e ao milímetro. Os alunos verificam que as regras que se aplicam aos números decimais são as mesmas que se aplicam aos números inteiros, continuando os algarismos a ter um valor absoluto e um valor de posição. Em seguida seria feita a passagem dos números decimais mistos para os decimais simples, através da supressão das unidades. Depois de familiarizados com estas unidades concretas, as crianças estariam "aptas a aceitar a generalização, dividindo qualquer unidade em décimas, centésimas e milésimas" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 24).

De acordo com o programa de 1960, após este trabalho com os números decimais, devem ser trabalhadas as operações com números decimais, em confronto com as mesmas operações feitas com números inteiros. Assim, e utilizando problemas adequados, o aluno seria levado a compreender a colocação da vírgula nos resultados. Também era recomendado o trabalho com os submúltiplos do quilograma e do litro, como utilização prática dos decimais. Ainda na 3ª classe surgiam rubricas onde eram trabalhadas as regras práticas da divisão e multiplicação por 10; 100; 1000 e por 0,1; 0,01 e 0,001.

As fracções são um dos assuntos essenciais do programa de Aritmética para a 4ª classe de 1960, sendo apresentadas numa única rubrica com três ideias principais "Ideia de fracção ordinária. Conversão de fracção ordinária em número decimal (apenas no caso de dízima finita). Ideia de fracção de um número e de percentagem" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 18). Nas instruções apresentadas no final do programa sugere-se que o estudo das fracções seja restrito. A ideia de fracção deveria ser trabalhada a partir de processos intuitivos, tendo como meio a resolução de problemas simples. Nestas instruções é apresentado um exemplo para achar os três quartos de um número de laranjas, devendo os alunos determinar " a quarta parte e em seguida multiplicam-na por três" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 25). Este método é apresentado de uma forma imperativa, como sendo "o único método a seguir"

(Programa do Ensino Primário, 1960, p. 25). No trabalho com as fracções, este programa destaca como sendo um assunto com particular interesse, o estudo das percentagens na determinação de fracção de números, "devido ao seu carácter prático e o uso tão frequente" (Programa do Ensino Primário, 1960, p. 25). De acordo com o programa a notação utilizada na percentagem só deveria ser usada depois de os alunos terem sido esclarecidos sobre o seu significado.

Em relação ao tema das fracções e decimais, no Programa do Ensino Primário Elementar de 1968, deixa de existir a rubrica *Ideia de fracção de um número e de percentagem* que aparecia no programa de 1960. Com o desaparecimento desta rubrica, desaparecem também as observações sobre as percentagens que estavam presentes no programa anterior. No que diz respeito às restantes rubricas e observações, mantêm-se iguais ao que era prescrito no programa de 1960.

No Programa do Ensino Primário de 1974-1975, apesar das principais alterações efectuadas na disciplina de Matemática se situarem ao nível da 1ª classe, a abordagem ao tema das Fracções e Decimais sofreu consideráveis modificações. A iniciação ao estudo dos decimais continua a ser feita na 3ª classe, com um trabalho idêntico ao proposto nos dois programas anteriores, ou seja, a partir de um contexto de uma unidade concreta, unidades das medidas de comprimento, chegar à generalização da utilização dos decimais com qualquer unidade. Os contextos propostos para o estudo dos números decimais continuam a ser relacionados com as medidas, como o quilograma e os seus submúltiplos e o estudo do sistema monetário. Neste programa de 1974-1975, a multiplicação e a divisão com números decimais, e as suas regras práticas, deixam de ser estudadas na 3ª classe e passam a fazer parte das rubricas da 4ª classe. Na 3ª classe passavam a ser estudadas apenas as operações da adição e subtracção com números na forma decimal. O estudo das fracções representa uma das alterações apresentadas neste programa, em relação aos dois programas anteriores, já que a abordagem ao estudo dos números na forma de fracção, passa a estar relacionada com o estudo da divisão, através do conceito prático de metade, terça-parte. Estes conceitos são estudados a partir da 3ª classe.

No Programa do Ensino Primário Elementar de 1975, a introdução dos números decimais é feita na 2ª fase de aprendizagem a partir do estudo das medidas de comprimento, tal como já acontecia em programas anteriores. Estes números eram depois trabalhados em contextos de medidas. Para além do trabalho proposto para a

adição, subtracção, multiplicação e divisão com números na forma decimal, destaca-se também a construção de regras práticas para a multiplicação e divisão por 0,1; 0,01 e 0,001. Neste programa, os números fraccionários são trabalhados na 1ª fase, no contexto da iniciação à multiplicação e à divisão, através do cálculo de metades, a partir de conjuntos.

No Programa do Ensino Primário de 1978, os números fraccionários surgem como um tema científico dentro da disciplina de Matemática, que integra três sub-temas, as *situações problemáticas*, as *fracções* e os *números decimais*. No sub-tema das fracções, os objectivos programáticos apresentados prendem-se com a divisão de um todo em partes iguais, em situações concretas, representação sob forma de fracção uma parte ou partes do todo, designado por *unidade fraccionária* e as fracções equivalentes. Os comportamentos científicos associados a este sub-tema são o "Manipula; Simboliza; Conclui". O programa apresenta depois os objectivos programáticos do sub-tema números decimais, que integram a identificação de números decimais, leitura e escrita de números decimais, a decomposição e as operações com números decimais. Os comportamentos científicos são *Identifica; Aplica; Nomeia*. Neste programa não existem sugestões de actividades, por isso torna-se difícil analisar a forma como estes sub-temas eram trabalhados.

No Programa do Ensino Primário de 1980, as fracções são trabalhadas no tema dos *números e numeração* a partir do 3º ano de escolaridade, como um caminho para trabalhar os números decimais. Desta forma, não existem neste programa quaisquer objectivos específicos relacionados com os números fraccionários. Apenas nas sugestões de actividades surgem referências à partição de corpos e figuras em 2, 3, 4, e até dez partes e uma relação destas partições com os vocábulos "metade de…", "terça - parte de…" até "décima parte de…". Os números decimais são abordados no tema dos números e numeração, comprimentos, peso e dinheiro. O início da exploração dos números decimais é feito no 3º ano de escolaridade, a partir das medidas de comprimento. Os outros temas onde é sugerida a relação com os números decimais são as medidas de peso e o dinheiro. Neste ano de escolaridade é trabalhada a representação de números decimais numa recta graduada, onde se pede que se localize um ponto duma recta compreendido entre duas unidades inteiras. No tema do dinheiro sugere-se a relação do cifrão com a vírgula. No 4º ano de escolaridade trabalham-se essencialmente

as operações com decimais e a utilização das regras práticas do cálculo de um produto de um número por 0,1; 0,01 e 0,001.

Medidas e grandezas

No programa de Aritmética de 1960, o estudo das Medidas e Grandezas tem início na 1ª classe com medições utilizando medidas não estandardizadas "uso do palmo, do pé, do passo" e das medidas estandardizadas "metro, do litro e do quilograma" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 16). No programa da 2ª classe estuda-se das medidas de dinheiro e as medidas de tempo. Este estudo deve ser prático, através do manuseamento de moedas, consulta de relógios e calendários. Nas instruções que constam no final das rubricas de Aritmética e de Geometria, alerta-se que as noções a adquirir sobre o dinheiro e sobre o tempo, não constituem capítulos especiais desta classe, ficando ao critério do professor a oportunidade para apresentá-los aos alunos. É recomendado que o estudo das moedas e da escrita de números referentes a dinheiro seja iniciado cedo, de maneira a facilitar a formulação de problemas através de compras e vendas, lucros e perdas. Ainda na 2ª classe continua-se o estudo das medidas de comprimento e de peso, através da prática de medições utilizando instrumentos de medida como o metro ou a balança. A avaliação, por estimativa, de diferentes medidas é outro aspecto salientado neste tema.

No programa da 3ª classe dá-se continuidade ao estudo prático das diferentes unidades de medida, com os seus submúltiplos e faz-se a iniciação ao estudo dos números complexos, com a resolução de problemas simples utilizando a hora, o minuto e o segundo. Já na 4ª classe, continua-se o estudo das diferentes unidades de medida, dos seus múltiplos e submúltiplos, faz-se a apresentação das unidades agrárias, estuda-se a avaliação de superfícies rectangulares e triangulares e de volumes de paralelepípedos rectângulos e trabalha-se a equivalência entre as unidades de volume e as de capacidade. Em relação ao estudo das unidades de tempo, as rubricas apresentadas referem-se à redução de números complexos a incomplexos e à realização de adições subtracções de números complexos e multiplicações e divisões de números complexos por números dígitos. Neste programa é salientada a importância da resolução de problemas de aplicação de conhecimentos, no âmbito do tema das Medidas e Grandezas.

Em relação às instruções que constam no final dos programas de 1960, refere-se que é na 4ª classe que o estudo do sistema métrico atinge um desenvolvimento natural, com uma sistematização que não deve pôr em causa o aspecto prático do trabalho desenvolvido. No que diz respeito aos números complexos, faz-se um alerta para não se trabalhar com números muito grandes e que não se refiram a mais de três unidades diferentes. No que diz respeito às noções de dinheiro e de tempo, refere-se que estas devem ser adquiridas na 2ª classe e não constituem um capítulo próprio, nem têm momento específico para serem abordadas. Estas noções devem ser trabalhadas desde muito cedo, através do contacto com as moedas e escrita de números referentes a dinheiro, facilitando assim a formulação de problemas que envolvam compras, vendas, lucros e perdas. Este contacto deve ser feito através do manuseamento das moedas.

Em relação ao tema das medidas e grandezas, os Programas do Ensino Primário Elementar de 1968 não apresentam alterações significativas. Apenas no estudo dos números complexos referentes a unidades de tempo surgem algumas alterações, deixando-se de estudar a multiplicação e divisão de números complexos por números dígitos.

Em 1974-1975, os conteúdos deste tema sofrem apenas algumas alterações. Na 1ª classe, tanto no programa A, como no programa B, mantém-se o estudo das medidas através das unidades não estandardizadas, mas tanto num programa como noutro já existem referências à utilização de medidas estandardizadas como o litro e o quilograma. Na 2ª classe continua a destacar-se o estudo dos números representativos de dinheiro, as unidades de tempo, a prática de medições com o litro, o metro, o quilograma e as estimativas. Na 3ª classe também existe uma continuação dos programas de 1960 e de 1968, com a introdução dos submúltiplos das unidades de medida já estudadas, continuação do estudo sistema monetário e das unidades tempo, com a hora, o minuto e o segundo. Na 4ª classe existe uma continuação das rubricas trabalhadas nos dois programas anteriores, sendo apenas de referir que a rubrica relacionada com o estudo das unidades de volume e avaliação de volumes de paralelepípedos rectângulos, deixa de ser estudada.

Nas sugestões que constam no final do programa A da 1ª classe, salienta-se que apesar das actividades relacionadas com as medições serem apenas referidas no final do programa, não implica que estas sejam apenas estudadas no final do ano lectivo, sendo o professor responsável por escolher o momento oportuno para iniciar o seu estudo e

fazer uma relação com outros conteúdos. Nas orientações metodológicas que constam no final do programa B, não existem referências às unidades de medida. Nas observações que constam no final do programa das 2ª, 3ª e 4ª classes, as orientações são idênticas às dos programas anteriores.

No Programa do Ensino Primário Elementar de 1975, o tema das medidas e grandezas é trabalhado desde a 1ª fase, com actividades relacionadas com as medições, o conhecimento e uso prático do dinheiro e as unidades de tempo. Este tema começa por ser estudado através da utilização de unidades de medida não estandardizadas, comparação e formação de sequências de comprimentos. Através de actividades diversificadas, pretende-se levar o aluno a perceber a necessidade de utilizar uma unidade padrão. O mesmo processo é sugerido para as medições com unidades de capacidade e de massa. No final do programa da 1ª fase, é trabalhado o conhecimento e uso prático do dinheiro, a partir das vivências dos alunos. Nas sugestões de actividades refere-se o estabelecimento de relações entre os valores das notas e moedas, formação de colecções, dramatização de situações que envolvam compras e vendas, ler e escrever quantias com a utilização do cifrão e cálculo mental com valores monetários. Nas unidades de tempo, sugere-se a relação com temas do Meio Físico e Social, já que nesta área se faz o estudo dos dias da semana, meses e estações do ano. Também se sugere a construção de calendários e relógios. Nesta 1ª fase, outra das actividades sugeridas é a interpretação do relógio a partir de jogos.

Na 2ª fase, o estudo das medidas e grandezas começa com os submúltiplos das medidas de comprimento, das medidas de capacidade e das medidas de massa ou peso e o estabelecimento de relações entre as diferentes unidades dentro do mesmo sistema. São ainda propostas actividades de estimativa e medições com unidades estandardizadas. Em relação aos problemas, sugere-se que estes envolvam medições, cálculo mental e escrita e leitura de números sob a forma decimal. Na 2ª fase são ainda estudados os múltiplos das unidades de medida e o estabelecimento de relações entre estes e a unidade principal do sistema de medida. Na resolução de problemas relacionados com estas unidades de medida, apela-se à utilização de situações do quotidiano, como por exemplo a aprendizagem da utilização do mapa de estradas.

No estudo das unidades de tempo faz-se uma relação com o sistema não decimal. Este estudo implica a construção de relógios, o estabelecimento de relações entre as diferentes unidades de tempo, a leitura e escrita de números relativos ao tempo

e o cálculo mental de intervalos de tempo. Mais tarde, este assunto volta ser abordado com o cálculo de tempos sob a forma complexa.

Os volumes e superfícies são assuntos abordados na 2ª fase. As actividades propostas para a abordagem destes assuntos remetem para o trabalho experimental e para a aquisição de noções intuitivas, com a observação e comparação de objectos de uso corrente e construção de objectos com formas semelhantes às observadas em objectos de uso corrente. Em relação às superfícies, sugere-se que o seu estudo seja abordado de uma forma intuitiva, com a observação e comparação de superfícies, observando as diferenças e semelhanças. Em relação à superfície do quadrado e do rectângulo, sugere-se que se trabalhe a medição das duas dimensões. Ainda no contexto das superfícies, são trabalhadas as unidades de área e as unidades agrárias. Para as unidades de área, salienta-se a importância de começar por trabalhar com os alunos a necessidade de utilizar uma unidade padronizada e só depois proceder-se ao estudo dessa unidade e a sua relação com os submúltiplos. No final sugere-se o estabelecimento da correspondência entre as unidades de área e as unidades agrárias.

Na 2ª fase, dá-se também prosseguimento ao estudo do sistema monetário. Neste estudo pretende-se que os alunos sejam capazes de utilizar o dinheiro em situações práticas e que consigam escrever, ler e operar com números que representam dinheiro, utilizando essa capacidade na construção de cartazes com preçários.

No Programa do Ensino Primário de 1978, o tema das medidas e grandezas é estudado na unidade temática *C5 – Grandezas Fundamentais*, dentro da área da Matemática. Esta unidade temática está dividida em oito objectivos programáticos: situações problemáticas, dinheiro, comprimentos, tempo, peso/massa, capacidade, área e volume.

Em relação às situações problemáticas, os objectivos trabalhados são os mesmos que nas outras unidades temáticas deste programa.

No que diz respeito ao dinheiro, refere-se que os alunos deveriam aprender a utilizá-lo em situações concretas, como a participação nas operações de registo de contas da gestão escolar. Deveriam ainda aprender a ler e escrever números representativos de dinheiro e relacionar moedas entre si.

Tal como em programas anteriores, o início do estudo dos comprimentos também é feito através das unidades não estandardizadas. A partir daí, deveriam

reconhecer a necessidade de encontrar uma unidade padrão, encontrar outras unidades de medida e estabelecer relação entre elas e com a unidade principal.

Nos objectivos programáticos do tempo, o trabalho sugerido refere a consulta de instrumentos de uso comum, como os relógios, horários e calendários. Em relação às situações problemáticas que envolvam unidades de tempo sob a forma complexa, deveriam limitar-se à aplicação da adição e subtracção dentro do limite hora, minuto e segundo. Os alunos deveriam ainda aprender a relacionar as unidades de medida de tempo entre si.

No peso e massa, deixa de existir um trabalho preliminar com unidades não estandardizadas, que existia em programas anteriores. Neste programa, o estudo começa pela identificação e utilização dos diferentes tipos de balança e com a identificação das diferentes unidades de peso/massa. Para além das operações com números representativos de pesos, salienta-se também a necessidade de fazer estimativas.

Nas medidas de capacidade o estudo inicia-se com a utilização de unidades não estandardizadas, levando o aluno a perceber a necessidade de utilizar uma unidade padrão. Só depois deste trabalho é que se sugere que se use o litro, com os seus múltiplos e submúltiplos. Neste objectivo programático também se dá destaque à capacidade de fazer estimativas.

No desenvolvimento das medidas de área, sugere o uso inicial de medidas diferentes do sistema métrico. Depois de os alunos concluírem que é necessário utilizar uma unidade padrão, construiriam o metro quadrado e os seus submúltiplos, relacionando as diferentes unidades entre si. Os alunos deveriam também fazer a composição e decomposição de figuras, para verificarem a existência de figuras com áreas equivalentes. Neste programa continua-se a fazer a relação entre as unidades de área e as unidades agrárias. Neste objectivo programático também se destaca o uso das estimativas.

Em relação às medidas de volume, as sugestões são idênticas às apresentadas para as medidas de área, mas com as unidades de volume. Mais uma vez se destaca a utilização das estimativas. Faz-se a relação das medidas de volume com as medidas de capacidade.

No Programa do Ensino Primário de 1980, cada uma das unidades de medida constitui um tema na área de Matemática, não existindo uma unidade temática que inclua todas as medidas, como acontecia no programa anterior. No 1º ano de

escolaridade são trabalhados os temas dos comprimentos, superfícies, volume/capacidade, tempo e ordem e peso. No 2º ano de escolaridade trabalham-se os comprimentos, superfícies, tempo e ordem e dinheiro. No 3º ano de escolaridade os temas trabalhados são os comprimentos, áreas, volume/capacidade, peso e dinheiro. No 4º ano de escolaridade trabalham-se os temas das áreas e volume/capacidade.

No que diz respeito ao primeiro destes temas, no 1º ano trabalha-se essencialmente a comparação de comprimentos e a recobertura de comprimentos com objectos que servem de unidade de medida. No 2º ano continuam a ser utilizadas as unidades não estandardizadas para graduar objectos. Neste ano de escolaridade são feitas comparações de comprimentos e somam-se, subtraem-se e multiplicam-se comprimentos. No 3º ano dá-se início ao estudo das unidades de comprimento do sistema métrico, com a construção do metro e dos seus submúltiplos, numa relação directa com a décima, centésima e milésima. No 3º ano também são trabalhados os múltiplos do metro e a relação entre as diferentes unidades do sistema de medida. No 4º ano não existem objectivos relacionados com o estudo dos comprimentos.

Em relação às superfícies e áreas, o seu estudo começa no 1º ano de escolaridade com a comparação de superfícies de figuras e a cobertura de superfícies com unidades geometricamente iguais, e o tema tem o nome de *Superfícies*. No 2º ano o estudo das superfícies continua com o cálculo do número quadrículas de um rectângulo, com recurso à multiplicação. A soma, a subtracção e a multiplicação são operações a partir do trabalho com áreas. No 3º ano o tema passa a ter o nome de *Área* e os objectivos específicos apresentados consistem na identificação de superfícies equivalentes e traçar superfícies equivalentes com recurso ao quadriculado. Nas actividades sugeridas realça-se o estabelecimento de uma relação entre a área e o perímetro, através da verificação de que figuras com áreas equivalentes têm perímetros diferentes. No 4º ano os objectivos específicos do tema das áreas consiste em identificar e construir uma unidade estandardizada de medida de área, o metro quadrado, e a sua divisão em submúltiplos. Os alunos devem conseguir estabelecer relações entre as diferentes unidades construídas e utilizá-las em situações problemáticas.

No 1º ano de escolaridade, as medidas de volume/capacidade são trabalhadas através da identificação de objectos com a mesma e diferentes capacidades ou volumes e o preenchimento de volumes com unidades não estandardizadas. Nas actividades recomenda-se que a contagem de unidades necessárias seja feita numa relação com o

conhecimento de números. No 2º ano não existem objectivos específicos para o tema das medidas de volume/capacidade. No 3º ano este tema volta a ser abordado, com a identificação de volumes equivalentes. No 4º ano os alunos devem construir as unidades estandardizadas para as medidas de volume/capacidade e estabelecer relações entre elas. Devem também ser capazes de aplicá-las em situações problemáticas.

As unidades de medida de tempo e ordem são apenas trabalhadas nos três primeiros anos de escolaridade. Inicialmente os alunos devem conseguir aplicar as noções de ordem, identificando de seguida a ordenação dos dias da semana e dias do mês. Devem também relacionar a semana com o dia. No 1º ano de escolaridade, os alunos devem ainda identificar a hora, através da observação de um relógio. No 2º ano de escolaridade os alunos devem identificar o número de dias de um ano e relacionar o dia com a hora. No 3º ano os objectivos específicos são identificar o minuto com a unidade de tempo que demora um dos ponteiros do relógio a deslocar-se e a descoberta da relação da hora com o minuto. Neste programa deixam de ser trabalhadas as unidades de tempo sobre a forma complexa, que nos programas da década de 1960 eram bastante realçadas.

Neste programa de 1980 as unidades de peso são trabalhadas nos 1º e 3º anos de escolaridade. O início do estudo destas medidas é feito através da identificação de objectos com o mesmo peso e pesos diferentes e completar o peso de um objecto com diversos pesos. No 3º ano realiza-se o estudo destas medidas, identificando as unidades de peso estandardizadas e fazendo a relação das unidades de peso entre si. Numa nota apresentada nas sugestões de actividades, refere-se que o estudo destas unidades deve ser relacionado com o estudo dos números decimais.

O estudo do tema do dinheiro é feito nos 2º e 3º anos de escolaridade, no entanto, numa nota apresentada nas sugestões de actividades do 2º ano, salienta-se que as actividades relacionadas com o estudo do dinheiro devem ter início no primeiro ano de escolaridade, e ter uma ligação estreita com o conhecimento dos números. O estudo do dinheiro começa com a identificação das notas e moedas em circulação e aplicação desse conhecimento em situações de compra e venda. No 2º ano este é o último tema da área de Matemática. No 3º ano os alunos devem representar os valores de dinheiro usando o cifrão, relacionando-o com o papel da vírgula nos números decimais, e representar o mesmo valor monetário utilizando unidades diferentes como o escudo,

conto, tostão e centavo. Os alunos devem ainda ser capazes de relacionar as notas e moedas.

Geometria

No que diz respeito à Geometria, nos Programas do Ensino Primário de 1960 constitui-se como uma disciplina por si só. O estudo desta disciplina inicia-se na 3ª classe do Ensino Primário, com a observação de sólidos geométricos como os prismas e pirâmides, o cilindro, cone e esfera. Nesta classe são ainda trabalhadas as noções de área e volume, de uma forma intuitiva, e as noções de superfície plana e superfície curva. Na 4ª classe são trabalhadas as noções de linha (recta e segmento de recta), linha poligonal fechada e aberta, perímetro, rectas paralelas e concorrentes, o ponto e os ângulos. Nesta classe inicia-se ainda o estudo do círculo e da circunferência, fazendo-se a sua divisão em graus, e a medição de ângulos com transferidor. Trabalham-se ainda as noções de horizontal e de vertical, com a utilização do nível e do fio-de-prumo. Nas *instruções* que constam no final do programa refere-se que, mesmo na 4ª classe, esta disciplina não pode ser ensinada pelo *método que lhe é próprio, ou seja o dedutivo*, devido ao carácter elementar do programa, imposto pela idade dos alunos. Deste modo apontam-se como processos a utilizar a "observação, a análise e ainda a imaginação criadora das crianças" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 25). Apesar de se recomendar que não se proceda por dedução, chama-se à atenção da necessidade do ensino ser devidamente ordenado. "A partir da observação de cada figura geométrica se atingirá pouco a pouco um conjunto de conhecimentos" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 25). Neste programa faz-se uma associação entre a Geometria, os Trabalhos Manuais e o Desenho, apontando-se a necessidade do ensino desta disciplina ter um carácter objectivo e concreto. Destaca-se ainda a necessidade do professor apelar para a experiência infantil e para os conhecimentos da natureza e da vida que o aluno já possui, capazes de sugerir as diversas formas geométricas.

Em relação a este tema, os Programas do Ensino Primário Elementar de 1968, apresentam apenas diferenças pontuais ao nível das rubricas, relativamente ao programa de 1960. O estudo da Geometria continua a iniciar-se na 3ª classe do Ensino Primário e nesta classe não existem alterações nas rubricas trabalhadas. Na 4ª classe, na rubrica onde constava o estudo e medição do perímetro no programa de 1960, passa a constar

"noção e determinação de perímetros" (Programas do Ensino Primário Elementar, 1968, p. 81). Nesta classe também são alterados os conceitos e a linguagem utilizada relativamente às rectas paralelas e perpendiculares, já que no programa de 1960 se referiam às "linhas paralelas e concorrentes" (Programas do Ensino Primário, 1960, p. 19). Ao nível das observações não existem alterações do programa de 1960 para o programa de 1968.

Nos Programas do Ensino Primário - 1974-1975 de 1974 – 1975 a Geometria passa a constar logo nas rubricas do programa A de Matemática da 1ª classe, com a observação da forma de corpos sólidos. Nas sugestões deste programa refere-se que depois de observarem, manipularem, compararem, classificarem e agruparem objectos com características comuns, os alunos deveriam observar corpos sólidos e descrevê-los. Destaca-se ainda que o facto de esta rubrica surgir no final do programa não significa que o professor só a deva trabalhar no final do ano lectivo, devendo estas noções aparecerem quando o professor julgue oportuno. No programa B de Matemática da 1ª classe não existe nenhuma rubrica relacionada com a Geometria. No entanto, nos exercícios propostos para a exploração das rubricas dos conjuntos trabalham-se noções de Geometria.

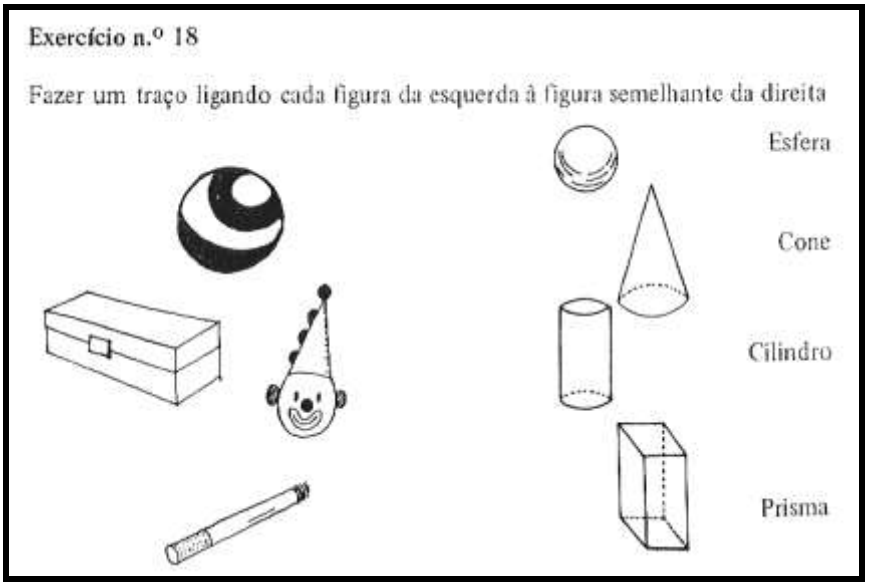


Figura 2 – Exemplo de exercício proposto na rubrica dos conjuntos para a exploração da Geometria. (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 52)

Em relação a este aspecto destaca-se que "na observação de objectos, não esquecer de incluir aqueles que sugerem formas geométricas simples, tais como – cubo, cilindro, esfera, etc. É conveniente que, desde início as crianças se habituem a ouvir e usar vocabulário correcto" (Programas do Ensino Primário 1974 – 1975, p. 41). Neste programa de 1974 – 1975 são retiradas algumas rubricas que eram anteriormente estudadas no âmbito da Geometria, tais como os ângulos formados por dois raios, a divisão da circunferência em graus, a medição de ângulos com o transferidor, a observação do pentágono e do hexágono, a recta e o segmento de recta, a linha poligonal fechada e aberta, a noção e determinação de perímetros, rectas paralelas e concorrentes, o ponto, noção de ângulo, rectas concorrentes perpendiculares e oblíquas e os ângulos rectos, agudos e obtusos. Nas sugestões continua a referir-se que a Geometria deve ser trabalhada em paralelo com as disciplinas de Trabalhos Manuais e Desenho, porque estas constituem preciosos auxiliares para o estudo dos seus conteúdos. Também se refere que a experiência da criança lhe permite dominar uma série de conhecimentos, capazes de sugerir formas geométricas e que esses conhecimentos deveriam ser usados na escola.

Nos Programas do Ensino Primário Elementar de 1975 a Geometria constitui um tema da Matemática e é trabalhada desde a 1ª fase de aprendizagem, na *iniciação geométrica*. Nesta 1ª fase, correspondente às duas primeiras classes dos programas anteriores, as actividades sugeridas dão primazia à *manipulação*, *observação*, *comparação*, *identificação*, *descoberta*, *modelação*, *contorno e recorte de formas* e *figuras geométricas*. Na 2ª fase de aprendizagem, os conteúdos tradicionalmente pertencentes à Geometria dividem-se por temas como *volumes e superfícies*, *superfícies*, *unidades de área* e *unidades agrárias*, não existindo um tema especificamente de Geometria. Estes temas são trabalhados de uma forma intuitiva e experimental. No tema dos volumes as actividades sugeridas passam por "observar objectos de uso corrente e compará-los quanto ao volume; encontrar semelhanças com sólidos geométricos (a esfera, o cubo, o paralelepípedo, o cone, o prisma, a pirâmide...) (Programas do Ensino Primário Elementar, 1975, p. 109).

Nos Programas do Ensino Primário de 1978, a Geometria constitui um tema da área da Matemática, onde se incluem as seguintes unidades temáticas: *situações problemáticas*, *organização do espaço*, *transformações geométricas*, *elemento fundamentais da Geometria*. A unidade temática das situações problemáticas é comum

a todos os temas de Matemática deste programa. Relativamente às unidades temáticas especificamente do tema da Geometria, na *organização do espaço* os objectivos programáticos são:

> 2.2.1. - Representar espaços delimitados no meio ambiente (por muros, por paredes, por sebes, por cercas, por estremas, por fronteiras).
> 2.2.2. - Identificar linhas abertas e linhas fechadas.
> 2.2.3. - Mostrar que uma linha fechada (fronteira) separa o interior do exterior.
> 2.2.4. - Enunciar as posições relativas de objectos em referência a um observador (um plano).
> 2.2.5. - Traçar plantas a partir de elementos de referência dados.
> 2.2.6. - Interpretar plantas e maquetas. (Programas do Ensino Primário, 1978, p. 32).

Na unidade temática das *transformações geométricas* os objectivos programáticos apresentados são:

> 2.3.1. - Representar graficamente deslocamentos de pessoas e objectos.
> 2.3.2. - Traçar itinerários e percursos (reais e imaginados).
> 2.3.3. - Fazer translações de figuras.
> 2.3.4. - Desenhar figuras simétricas em relação a uma recta (usar papel quadriculado).
> 2.3.5. - Identificar num plano figuras iguais e ampliar figuras (em papel quadriculado). (Programas do Ensino Primário, 1978, p. 32)

Nos *elementos fundamentais da Geometria* os objectivos programáticos propostos são:

> 2.4.1. - Identificar os sólidos geométricos:
> - esfera
> - cilindro
> - cubo
> - paralelepípedo
> - cone
> - pirâmide
> - prisma
> 2.4.2. Identificar, em sólidos geométricos, as faces, as arestas e o vértices.
> 2.4.3. Distinguir superfícies planas de superfícies curvas.
> 2.4.4. Identificar, em superfícies planas, segmentos de recta e linhas constituídas por segmentos de recta (linhas posicionais).
> 2.4.5. Identificar linhas curvas.

> 2.4.6. Verificar a existência de ângulos rectos (com o esquadro ou o transferidor).
> 2.4.7. Constatar a existência de ângulos de amplitude inferior ou superior à do ângulo recto.
> 2.4.8. Identificar classes de segmentos de recta com o mesmo comprimento
> 2.4.9. Identificar triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos.
> 2.4.10. Representar quadrados, rectângulos e triângulos.
> 2.4.11. Distinguir o círculo da circunferência.
> 2.4.12. Verificar a horizontalidade, recorrendo a instrumentos adequados.
> 2.4.13. Verificar a verticalidade, recorrendo a instrumentos adequados. (Programas do Ensino Primário, 1978, pp. 32-33)

Neste programa de 1978 não existem sugestões de actividades, sendo assim difícil analisar a forma como estes objectivos programáticos seriam trabalhados.

Nos Programas do Ensino Primário de 1980 refere-se na introdução que, "nos últimos anos a aprendizagem da Geometria em todos os níveis de ensino, atingiu entre nós índices extremamente baixos" (Programas do Ensino Primário, 1980, p. 116). Essa situação é encarada com preocupação pelos autores do programa, pelas consequências negativas que pode ter na formação global dos alunos. Segundo a introdução, pretende-se com o programa de 1980 fornecer aos professores sugestões que permitam iniciar os alunos na exploração e organização do espaço. Sugere-se também que a Geometria seja logo introduzida desde o início da escolaridade, a par com outras actividades. De acordo com esta introdução "as actividades de Geometria são muito do agrado das crianças, o que reforça a necessidade de as desenvolver" (Programas do Ensino Primário, 1980, p. 116).

Nas notas que antecedem o programa, refere-se que no programa em vigor estão ausentes temas como os ângulos e unidades de volume, que são considerados importantes. Perante as consequências negativas que essa ausência poderia provocar, recomenda-se que estes temas sejam apresentados aos professores e que estes os considerem a título facultativo.

Neste programa de 1980 para o Ensino Primário, a Geometria é tratada no tema *estruturação do espaço* e *elementos fundamentais de Geometria*. Nos 1º e 3º anos este tema é o segundo a surgir no programa, a seguir aos conjuntos. Nos 2º e 4º anos é o primeiro tema do programa.

No 1º ano de escolaridade os objectivos específicos deste tema estão relacionados com as linhas abertas e fechadas, o interior e o exterior e a posição

esquerda/direita, cima/abaixo. No 2º ano de escolaridade os objectivos específicos são a identificação de segmentos de recta, as figuras simétricas, a identificação de polígonos e ângulos. No 3º ano de escolaridade os objectivos específicos passam pela identificação do ângulo recto, e os ângulos com uma amplitude superior ou inferior a este. As figuras simétricas constituem outro objectivo deste ano de escolaridade, assim como o desenho de figuras geométricos com a régua, esquadro e compasso. No 4º ano os objectivos referem-se ao estudo, identificação, classificação e construção dos sólidos geométricos, à utilização do nível de bolha de ar e do fio-de-prumo e a representação através de plantas.

Em resumo

Após uma análise mais pormenorizada, ressaltam destes programas algumas situações que se passam a destacar.

Uma primeira consideração sobre os programas em análise neste período concerne-se com o elevado número de programas que estiveram em vigor, principalmente a partir da segunda metade da década de 1970. Neste período estiveram em vigor quatro programas, cujos autores assumem a sua condição experimental e temporária, não sendo possível através apenas da sua análise, saber o impacto que poderão ter tido na acção dos professores. Só em 1980 surgem os Programas do Ensino Primário 1980, que parecem marcar um primeiro período de estabilidade na implementação de programas do Ensino Primário. Neste programa é explícita a intenção de organizar alguns processos de experimentação efectuados no período da segunda metade da década de 1970, após a suspensão da experimentação do programa de 1978, programa este que estava organizado em termos de objectivos terminais. Outro aspecto que se destaca é a alteração estrutural dos diferentes programas. Enquanto que nos programas de 1960, 1968, 1974-1975 e depois no de 1980, os conteúdos estão organizados por classes, ou por anos de escolaridade, nos programas de 1975 e 1978 isso não acontece. No programa de 1975 os conteúdos estão organizados por fases de aprendizagem, sendo cada fase constituída por dois anos e no programa de 1978 os conteúdos estão organizados em objectivos terminais, sendo conhecido por programa de fase única. Apesar do programa de 1980 estar organizado por anos de escolaridade, surgem ainda algumas referências às duas fases de aprendizagem.

Em relação ao primeiro momento de análise, referente à estrutura dos programas, é de salientar que a organização dos conteúdos normalmente associados à Matemática sofreu algumas alterações. Enquanto que nos programas de 1960 e 1968, e mesmo ainda nas 2ª, 3ª e 4ª classes dos programas de 1974-1975, estes conteúdos estavam em organizados em duas disciplinas, a Aritmética e a Geometria, a partir dos programas A e B para a 1ª classe, de 1974-1975, estes conteúdos surgem organizados apenas na disciplina de Matemática, sendo essa unidade plenamente atingida nos programas de 1975.

No que diz respeito à sequência de disciplinas, é de salientar que desde o programa de 1960 até ao programa de 1974-1975, os conteúdos relacionados com a Matemática surgem logo após o Português e são estas duas as primeiras disciplinas apresentadas nos programas. A partir do programa de 1975, a Matemática passa a surgir após a disciplina de Meio Físico e Social e da Língua Portuguesa, já que a primeira passa a ser considerada como uma área mais integradora e globalizante. Esta sequência mantém-se nos programas de 1978 e de 1980. É também de destacar as mudanças de nomenclatura existentes na designação destas áreas. Enquanto nos programas até 1974-1975 eram designadas como disciplinas, a partir do programa de 1975 surgem outras nomenclaturas como área científica ou simplesmente área.

Nos programas analisados, a resolução de problemas surge sempre de uma forma destacada, apresentando no entanto abordagens diferenciadas. Uma diferença que se salienta é a nomenclatura utilizada, enquanto nos programas de 1960 até 1974-1975, são designados por problemas, e as rubricas a eles associadas são a resolução de problemas, a partir do programa de 1975, e até ao programa de 1980, passam a ser designadas por situações problemáticas. Outro aspecto que diferencia as abordagens é que nos programas de 1960, 1968 e no programa A para a 1ª classe de 1974-1975, apesar da resolução de problemas ser um processo destacado na disciplina de Aritmética, os problemas devem ser preferencialmente colocados pelo professor e surgem como o objectivo de trabalhar as quatro operações aritméticas. A partir do programa de 1975, na resolução de situações problemáticas, destaca-se a ligação com a vida prática e o despertar o gosto pela pesquisa. Em 1978 as situações problemáticas são apresentadas como unidade central da área científica de Matemática, surgindo associada a todos os temas, inclusive à Geometria. No programa de 1980 destaca-se a necessidade de as actividades de Matemática estarem relacionadas com as outras áreas e com a

realidade, de modo a possibilitar ligações entre diversos aspectos do conhecimento. As situações problemáticas surgem como actividade sugerida em todos os temas trabalhados nesta área.

Os materiais didácticos também estão presentes em todos os programas analisados. Nos programas de 1960 e 1968 os materiais sugeridos são os instrumentos de medida, estando relacionados principalmente com o estudo das grandezas e medidas, e os materiais não estruturados para as contagens. Estes materiais são recomendados para que a disciplina não se alheie da realidade. No programa A para a 1ª classe de 1974-1975, os materiais não estruturados de contagem mantêm-se, assim como se mantêm os instrumentos de medida para as restantes classes do Ensino Primário. No entanto, no programa B para a 1ª classe, surgem algumas propostas de outros materiais, principalmente associados ao trabalho com os conjuntos. Deste modo, são referidos neste programa B, materiais como o Cuisenaire, Blocos Lógicos, flanelógrafo e fio de lã. Apesar de surgirem neste programa referências a materiais mais estruturados, sugere-se que para trabalhar os conjuntos se usem preferencialmente materiais mais improvisados. O facto de se mencionar no programa que se deve dar preferência aos materiais improvisados e de uso quotidiano, e do material Cuisenaire e os Blocos Lógicos serem apresentados sem uma metodologia própria, com as propostas de actividade a salientarem uma exploração livre de estes materiais didácticos, parece reflectir uma discussão a nível internacional, mencionada por Lovell em 1966. De acordo com Lovell (1988), existiria uma discussão em aberto sobre os benefícios da utilização de materiais didácticos mais estruturados ou materiais do quotidiano, na formação de conceitos matemáticos pelas crianças. Na opinião de alguns, e neste aspecto Lovell (1988) cita um relatório da Associação de Matemática sobre Teaching of Mathematics in Primary Schools, deviam ser utilizados materiais do quotidiano, ou materiais sem uma orientação específica, já que a criança consegue abstrair e intelectualizar um problema através de um grande leque de experiências, sem haver uma grande necessidade de um ensino directo. De acordo com outros, que Lovell (1988) não identifica, seria necessário uma orientação mais específica com materiais estruturados, como o Cuisenaire, Montessori ou Stern, para aumentar as experiências da criança e levá-la a fazer escolhas e a formular conscientemente relações e propriedades do material disponível à sua frente. Neste programa a escolha parece recair sobre a primeira opção. No programa de 1975, para além dos materiais não estruturados,

surgem também referências a jogos de conjuntos e jogos didácticos, como o loto e dominós. Nos programas de 1978 e de 1980, continuam a destacar-se os materiais improvisados para trabalhar os conjuntos e voltam a referir-se os instrumentos de medida.

Em relação ao segundo momento de análise dos programas, em que se pretende estudar mais pormenorizadamente a forma como os conteúdos são trabalhados, procedeu-se à organização dos diversos conteúdos presentes nos programas em sete grandes temas: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria[46]. Este quadro permitiu enquadrar todos conteúdos presentes nos programas, tendo simultaneamente agrupado conteúdos que normalmente são trabalhados em conjunto. Apesar do tema da Teoria dos Conjuntos poder ser enquadrado noutros temas, optou-se organizá-lo como um tema por si próprio, por se tratar de uma inovação que surge nos programas no período em análise.

Em relação à Teoria dos Conjuntos, o primeiro tema em análise, é introduzida nos programas do Ensino Primário, em 1974 – 1975, relacionando-se directamente com a introdução ao estudo do número e das operações. Apesar de no programa de 1968 surgir a expressão "conjuntos de objectos", em substituição da expressão "grupo de objectos", que poderá estar ou não relacionada com trabalhos efectuados no âmbito da Matemática Moderna e da Teoria dos Conjuntos, onde a palavra "grupo" assume um diferente significado daquele que é expresso no programa de 1960, é no programa A da 1ª classe, de 1974 – 1975, que se assume explicitamente no texto uma colagem às ideias da Matemática Moderna e se apresenta uma rubrica com o nome de introdução aos conjuntos. Nesta rubrica são trabalhados conteúdos como a introdução ao estudo do número e das operações através dos conjuntos. No programa de 1975 os conjuntos surgem integrados nos temas da introdução dos números e na introdução e desenvolvimento das diferentes operações. No programa de 1978 os conjuntos voltam a constituir uma unidade temática só por si, sendo a primeira unidade a ser apresentada no programa de Matemática. Apesar de ter uma unidade temática própria, os conjuntos também são abordados noutras unidades temáticas como a unidade dos Números Inteiros, onde é trabalhado o estudo do número e das diferentes operações. No programa

[46] Em anexo encontram-se quadros com a síntese do desenvolvimento destes temas ao longo dos programas analisados.

de 1980 os conjuntos voltam a formar um tema próprio dentro da área da Matemática. Este tema é explorado nos 1º e 3º anos, com a introdução ao estudo dos números e das diferentes operações.

O tema do Estudo do Número, nos programas de 1960 e 1968 assenta no estudo monográfico do número e é tido como base do raciocínio aritmético. No programa A de 1974-1975 para a 1ª classe, o Estudo do Número continua a ser apontado como base do raciocínio aritmético e é feito preferencialmente a partir do estudo monográfico do número, no entanto é feita uma introdução com algum trabalho propedêutico com os conjuntos. No programa B para a 1ª classe, de 1974-1975, toda a iniciação ao Estudo do Número tem por base o trabalho com os conjuntos. O programa de 1975 destaca para a aprendizagem dos números, o trabalho feito com os conjuntos e os jogos numéricos. No programa de 1978 o Estudo do Número passa a ter por base as situações problemáticas, mas continua a centrar-se nos conjuntos. No programa de 1980, o Estudo do Número continua a ser realizado através do trabalho com os conjuntos. Em todos os programas analisados existe o estudo da numeração romana.

Nos programas de 1960 e 1968, o tema da Adição e Subtracção é trabalhado a partir de composições e decomposições de números e a sua introdução é feita a partir de problemas. Nestes programas destaca-se a utilização do cálculo mental antes do cálculo escrito e distinguem-se para a subtracção dois conceitos, o de retirar e o de diferença. Estas duas operações são trabalhadas essencialmente na 1ª classe, sendo deixadas para as restantes classes apenas a prática do cálculo, tanto mental como escrito, e a realização das provas das operações. No programa A de 1974-1975, as indicações para o estudo destas operações são idênticas às do programa de 1968. No programa B deste mesmo ano lectivo, a introdução a estas operações está relacionada com os conjuntos, através da reunião de conjuntos e a formação de subconjuntos a partir de um conjunto dado. Neste programa de 1974-1975, as indicações para as restantes classes, no que se refere a este tema, mantêm-se idênticas, existindo apenas uma alteração no momento em que se trabalha a técnica da subtracção com empréstimo, que passa a ser estudada na 2ª classe. No programa de 1975, o estudo da adição e da subtracção, é um tema que aparece nas duas fases de aprendizagem, mas com principal incidência na 1ª fase. A iniciação destas operações é feita a partir do trabalho com os conjuntos. Neste programa dá-se relevo à relação entre estas duas operações e destaca-se o aspecto lúdico das actividades a realizar. Na subtracção deixam de ser trabalhados os dois conceitos, tirar e diferença,

passando a ser realçado o conceito de tirar, devido ao trabalho de partição dos conjuntos. É também sugerido que os alunos utilizem esquemas para resolver estas operações, em vez de utilizarem sempre expressões aritméticas. No programa de 1978, a iniciação a este tema é feita essencialmente na unidade temática dos números inteiros. A adição é trabalhada a partir da reunião de conjuntos disjuntos e na subtracção é destacado o conceito de diferença, através da determinação do cardinal do conjunto complementar, depois de ser dado um conjunto e um seu subconjunto. Neste programa são novamente abordados alguns conteúdos que tinham deixado de ser destacados no programa de 1975, como o cálculo mental e as provas de verificação das operações, nomeadamente a prova dos nove. É também de destacar o realce dado neste programa às técnicas algorítmicas destas operações, que constituem um objectivo programático. No programa de 1980 a iniciação ao estudo destas operações também é feito a partir do trabalho com os conjuntos. Destaca-se o trabalho de resolução de situações problemáticas, como o preenchimento de lacunas e quadros de dupla entrada. Neste programa salienta-se também a importância do cálculo mental, da decomposição de números e do estudo das propriedades destas operações.

No que diz respeito ao programa de 1960, a multiplicação é trabalhada na 1ª classe, a partir do conceito de soma de parcelas iguais. Nas restantes classes, destaca-se a prática das operações e a verificação através das provas. Também se destaca a construção das tábuas de multiplicar. A divisão é trabalhada desde a 1ª classe, tanto no conceito de repartir como no de agrupar, com a divisão de números até 10, pelos divisores 2, 3, 4 e 5. Nas restantes classes sugere-se a prática da operação e a verificação do resultado através das diferentes provas. No que diz respeito a este tema da multiplicação e divisão, o programa de 1968 introduz apenas algumas alterações, que se parecem situar mais ao nível da linguagem. As indicações para trabalhar este tema são muito idênticas às do programa anterior, mas é de referir as alterações na terminologia utilizada. A substituição da palavra grupo pela palavra conjunto, parece de alguma forma reflectir algum tipo de discussão existente em torno desta questão, nomeadamente no âmbito de trabalhos influenciados pela Matemática Moderna, que na data da publicação deste programa eram já existentes, com artigos publicados em diversas revistas da imprensa pedagógica da época. De qualquer forma, seria necessário poder contactar as pessoas que estiveram envolvidas na elaboração deste programa para

poder esclarecer esta conjectura, o que não foi possível. No programa A, de 1974-1975 para a 1ª classe, a multiplicação continua a ser trabalhada desde a 1ª classe, existindo no programa uma alteração de nomenclatura, passando-se a utilizar a expressão "adição de parcelas iguais", em vez de "soma de parcelas iguais", utilizada anteriormente. No programa B para a 1ª classe não existem sugestões para desenvolver o trabalho com esta operação, embora a multiplicação fosse apresentada nas rubricas. É possível que as sugestões estivessem contidas na documentação que estava previsto enviar para as escolas até ao final do mês de Outubro desse ano. Em relação às restantes classes do Ensino Primário, este programa destaca a importância da construção das tábuas e da sua mecanização a partir das contagens de 2 a 2; 3 a 3, etc. Neste programa a divisão deixa de ser trabalhada logo na 1ª classe. A justificação apresentada no próprio programa, prende-se com as dificuldades que a sua aprendizagem apresenta. Os conceitos trabalhados nesta operação continuam a ser os mesmos do programa anterior, embora a nomenclatura seja alterada, passando a ser denominados por "divisão partilha" e "divisão conteúdo". Neste programa, a prova dos nove deixa de ser utilizada como forma de verificação da correcção das operações. No programa de 1975 a iniciação do estudo da multiplicação passa a ser feita através dos conjuntos, desde a 1ª fase de aprendizagem, com a reunião de colecções com igual número de objectos. A divisão também é trabalhada desde a 1ª fase, com o recurso aos conjuntos. São trabalhados os conceitos de divisão partilha e divisão por agrupamento, embora não seja utilizada esta nomenclatura e não se faça uma referência explícita a dois conceitos na divisão. Realça-se a importância de ser trabalhada a relação entre as duas operações, que em programas anteriores já era trabalhada, quando se realçava a importância de utilizar a operação inversa para verificar os resultados. Na 2ª fase é salienta-se a importância da prática das operações e da verificação através das provas reais. No programa de 1978, a iniciação da multiplicação é feita através dos conjuntos. Esta operação é apresentada como a reunião de conjuntos disjuntos, com o mesmo número de elementos. Em relação ao desenvolvimento do trabalho com esta operação, salienta-se o trabalho com as propriedades da operação, as técnicas algorítmicas e as provas, incluindo a prova dos nove. Neste programa a divisão também é trabalhada a partir de conjuntos, com a formação de subconjuntos com o mesmo número de elementos. No programa de 1980 o estudo da multiplicação inicia-se no 2º ano de escolaridade, privilegiando-se a relação com as outras operações e as propriedades da operação. O estudo da divisão inicia-se no

3º ano de escolaridade. Na iniciação parece privilegiar-se o conceito de divisão partilha, com a formação de subconjuntos todos com o mesmo número de elementos, mas no desenvolvimento do trabalho com esta operação, também se salienta o contexto de divisão agrupamento ou conteúdo, com o número de subconjuntos que se pretendem formar a partir de um conjunto dado.

Em relação ao tema das Fracções e Decimais, no programa de 1960 inicia-se o estudo dos decimais na 3ª classe, a partir de contextos das medidas e grandezas. O estudo das fracções tem início na 4ª classe, sendo aconselhado um estudo restrito, a partir de processos intuitivos e de resolução de problemas. Neste programa é estabelecida uma relação entre o estudo das fracções e o conceito de percentagem. No programa de 1968, as indicações para o estudo deste tema são muito idênticas, sendo apenas de salientar que desaparece a referência à relação entre o estudo das fracções e as percentagens. No programa de 1974-1975, o estudo deste tema inicia-se na 3ª classe com os números decimais, no contexto de problemas com o sistema métrico, à imagem do que acontecia nos programas anteriores. Neste programa, o estudo das fracções apresenta bastantes alterações, sendo apenas abordado o conceito prático de metade e terça parte de um número, no contexto da divisão. Em 1975, a introdução dos números decimais é feita na 2ª fase de aprendizagem, a partir de contextos de medidas. No contexto da divisão são trabalhadas as noções de metade de...; terça – parte de...; até à quinta parte de..., sem existirem referências quanto à notação a utilizar. Em 1978 este tema surge como um tema científico na área de Matemática. Primeiros são apresentados os números fraccionários e depois os números decimais. As fracções são trabalhadas como a divisão de um todo em partes iguais. São também trabalhadas a unidade fraccionária e as fracções equivalentes. Em relação aos números decimais é trabalhada a identificação, leitura e escrita desses números. No programa de 1980, a abordagem aos números decimais é feita no 3º ano de escolaridade, a partir das medidas de comprimento, com uma posterior generalização a todas as unidades. Em relação às fracções, são trabalhadas as noções de metade, até à noção de décima parte, como abordagem aos números decimais.

Em relação ao tema das Grandezas e Medidas, no programa de 1960 os conteúdos dividem-se pela Aritmética e pela Geometria. A iniciação é feita desde a 1ª classe, através da utilização de unidades não estandardizadas e depois com unidades estandardizadas. Para além do estudo das medidas de comprimento, são também

estudadas as medidas de peso e de capacidade. Nas restantes classes destaca-se o estudo das unidades de dinheiro e das unidades de tempo, com os números complexos. Na Geometria é destacado o estudo das medidas de área, que incluem as medidas agrárias, e as medidas de volume. O programa de 1968 apresenta indicações muito idênticas para o estudo deste tema, com a excepção das unidades de tempo, onde se deixa de trabalhar a multiplicação e divisão entre números complexos e números dígitos. No programa de 1974-1975, o estudo das grandezas e medidas é feito desde a 1ª classe, com a utilização de medidas não estandardizadas, mas com referências à utilização de unidades estandardizadas, à imagem dos programas anteriores. Ao longo dos restantes programas, a abordagem a este tema é bastante idêntica, surgindo apenas no programa de 1975 uma referência à utilização de situações do dia-a-dia para o estudo das medidas e uma sugestão de trabalho interdisciplinar.

Ao longo destas duas décadas o trabalho sugerido no âmbito do tema da Geometria sofreu diversas alterações. No princípio da década de 1960, a Geometria constitui uma disciplina por si só, que é estudada a partir da 3ª classe do Ensino Primário. A partir do programa de 1974-1975 os conteúdos associados a esta disciplina começam a ser integrados numa disciplina única, em conjunto com a Aritmética, sendo essa disciplina designada de Matemática na 1ª classe desse programa e por Aritmética e Geometria, nas restantes classes. No programa de 1975 as duas disciplinas já estão completamente integradas numa só, que se designa por Matemática, situação que se mantém até ao final do período em análise, ou seja o programa de 1980. A partir do programa de 1974-1975, os conteúdos deste tema deixam de ser estudados apenas a partir da 3ª classe, para passarem a ser estudados logo desde a 1ª classe. Apesar de parecer assumir uma maior importância, já que passa a ser estudada nas quatro classes do Ensino Primário, este tema parece ir perdendo conteúdos ao longo destas duas décadas. Isso mesmo é assumido na introdução do programa de 1980, que refere que a aprendizagem da Geometria atingiu em Portugal, e nos diversos níveis de ensino, índices muito baixos, o que era considerado preocupante pelas consequências negativas que daí poderiam advir para a formação integral dos alunos. Em relação à abordagem proposta nos diversos programas, ela é essencialmente intuitiva, a partir da observação, embora nos programas de 1960 e de 1968 se refira que apesar de abordagem ser intuitiva, devido à idade dos alunos, o estudo deve ser devidamente ordenado. Nestes dois programas é proposta uma relação entre os conteúdos deste tema e as disciplinas de

Desenho e Trabalhos Manuais. Nos programas de 1975 e de 1978, a Geometria é um tema dentro da Matemática, cujos conteúdos são abordados através de processos intuitivos, como a manipulação, observação e descoberta. Principalmente no programa de 1978, os conteúdos deste tema estão centrados na organização do espaço e nas transformações geométricas. No programa de1980 regressam alguns dos conteúdos que tinham sido abandonados nos dois programas anteriores, nomeadamente o estudo dos ângulos, sólidos geométricos e a utilização de instrumentos como o nível de bolha de ar e fio-de-prumo. A reintrodução destes conteúdos deve-se ao facto dos autores destes programas de 1980 considerarem que o ensino/aprendizagem da Geometria teria atingido níveis muito baixos nos anos anteriores à publicação do programa.

CAPÍTULO VI – JOÃO ANTÓNIO NABAIS E O ENSINO DA MATEMÁTICA NO COLÉGIO VASCO DA GAMA

Neste capítulo pretendo analisar o desenvolvimento do ensino da Matemática no Ensino Primário, no Colégio Vasco da Gama, no período que vai desde o início da década de 1960, época em que o Colégio é inaugurado, até ao ano lectivo de 1986/ 1987, altura em que começa a implementação dos Programas Próprios, no Ensino Primário da instituição. Apesar de o estudo estar centrado no ensino da Matemática, existe uma figura neste Colégio, que assume um papel central no ensino desta disciplina no Primário. João António Nabais, o fundador e primeiro director do Colégio Vasco da Gama, torna-se um promotor do desenvolvimento de algumas experiências pedagógicas que ocorreram na instituição nesta área, nomeadamente com a introdução de alguns materiais didácticos e com o desenvolvimento de Programas Próprios.

Sendo este pedagogo uma figura central no Colégio Vasco da Gama, nomeadamente no ensino da Matemática no Primário, inicio o capítulo com a apresentação de algumas notas biográficas sobre João António Nabais e sobre o historial deste Colégio. Por ser um trabalho centrado no ensino da Matemática, toda esta parte do estudo está mais focada neste aspecto da obra deste pedagogo. Esta abordagem comporta o risco de se perder uma visão global sobre a obra de João António Nabais, que não se limita ao campo da Matemática, deixando de fora alguns aspectos importantes do seu trabalho. Com as notas iniciais tento dar uma ideia geral da sua vida e obra.

Depois da introdução de carácter geral sobre a vida e obra de João António Nabais, divido este capítulo VI em quatro partes, que integram quatro aspectos que são centrais no estudo: o desenvolvimento das ideias pedagógicas de Nabais relativamente ao ensino da Matemática no Primário e as influências que são explicitadas no seu trabalho, a divulgação e desenvolvimento de materiais didácticos, o desenvolvimento de Programas Próprios no Colégio Vasco da Gama e uma controvérsia sobre o ensino da multiplicação, que este autor teve com António Augusto Lopes em 1968.

Para a análise destes quatro aspectos centrais seleccionei alguns documentos que constituem as fontes utilizadas.

Uma das fontes essenciais, são os artigos publicados por Nabais na revista de Ciências da Educação: *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*[47].

Nóvoa (1993b) refere-se a esta revista como um periódico que pretendia fazer crescer a competência e participação dos educadores portugueses e um veículo de formação em ciências da educação, mas, devido à falta de um trabalho de edição regular não permitiu a concretização do projecto inicial (Nóvoa, 1993).

Em 1958, é editado o volume I da revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, com a compilação dos cadernos nºs 1 e 2. Nestes dois primeiros números são publicados dois artigos sobre o ensino da Matemática. Em nenhum destes artigos é referido o autor.

Só em 1965 são editados os cadernos nºs 3 e 4, ainda pertencentes ao volume I. Nestes dois números, é apresentado apenas um artigo relacionado com o ensino da Matemática: uma crónica com o título *Cursos de iniciação no Método Cuisenaire para o Ensino da Matemática.* Nesta crónica também não há referência ao autor.

Em 1968 é editado o volume II da revista *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia*, com o caderno nº 5, dedicado especificamente ao ensino da Matemática. Neste caderno n.º 5, cuja autoria é de João António Nabais, são apresentados dez artigos relacionados com o ensino da Matemática. Nestes dez artigos incluem-se, entre outros, o editorial, a transcrição de uma entrevista concedida por José Sebastião e Silva ao Diário de Notícias em Janeiro de 1968, um artigo sobre a *Informática e a Escola*, o artigo *Tríplice Actualização*, o artigo *À volta da multiplicação*, que inclui um parecer de António Augusto Lopes sobre o artigo e a réplica de João António Nabais. Este número da revista contém ainda dois artigos sobre as metodologias dos materiais Cuisenaire e calculador Multibásico e uma crónica sobre os *Cursos de Iniciação no Método Cuisenaire e de Introdução à Matemática Moderna*.

Outra das fontes essenciais, são os livros de metodologia para a utilização dos materiais didácticos, associados ao ensino da Matemática, como os Cubos – Barras de cor, o Calculador Multibásico e os Conjuntos Lógicos. Estes livros de metodologia, que são escritos e publicados por Nabais, e que serviam de referência nas formações de professores orientadas por este pedagogo e utilizados como guias orientadores pelos professores do Colégio, descrevem todo o processo de utilização destes materiais didácticos, com a exploração dos diferentes conteúdos, permitindo perceber como eram trabalhados tanto ao nível dos cursos, como depois em sala de aula. As introduções

[47] Neste capítulo, para além de utilizar o *itálico* para indicar o nome de revistas ou de artigos, também irei utilizar este aspecto gráfico para indicar que a expressão utilizada, é uma expressão de Nabais.

destas metodologias também contêm algumas indicações sobre a forma como Nabais pensava o ensino da Matemática no Primário.

As diferentes edições do livro *O Zeca já pode aprender matemática: guia para o método dos números em cor*, de Caleb Gattegno, também foram utilizadas como fonte na organização deste capítulo. Embora a autoria deste livro não seja de Nabais, é ele que faz a revisão da tradução portuguesa. Para além disso, uma das edições contém uma série de anotações produzidas pelo próprio Nabais, onde são apresentadas algumas considerações sobre a utilização do material Cuisenaire e a justificação do que levou Nabais a fazer algumas alterações a esse material didáctico e a desenvolver os Cubos - Barras de cor.

Ainda em relação à aplicação e divulgação dos materiais didácticos, analisei os apontamentos dos cursos realizados por Nabais. Esta análise permite compreender como os materiais eram apresentados aos professores, complementando a informação apresentada nas metodologias referidas anteriormente.

Os artigos escritos por Nabais para o *Correio da Manhã* durante o ano de 1990 constituem também uma fonte para a organização deste capítulo. Num total de quinze artigos, publicados entre o dia dois de Junho e o dia cinco de Julho desse ano, Nabais volta a abordar muitos dos temas que tinha abordado na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, como o insucesso escolar, processos de ensino/aprendizagem, os programas e a actualização de professores. Alguns dos exemplos utilizados por Nabais para ilustrar estes temas nos artigos, estão relacionados com o ensino da Matemática. Apesar destes artigos terem sido escritos após o período em análise, parece-me importante serem considerados, já que permitem esclarecer a evolução do pensamento pedagógico de Nabais.

Para este capítulo do estudo, utilizei também alguns trabalhos já existentes sobre João António Nabais. Desta forma usei uma biografia de Nabais, que faz parte de tese mestrado apresentada no ano de 2007 na Faculdade de Letras do Porto e ainda dois trabalhos de DESE[48], que também contêm alguns elementos da história do Colégio e entrevistas com João António Nabais. O Alvará do Colégio também constitui uma fonte essencial nesta parte do capítulo, permitindo aceder ao historial do Colégio.

Entre 1942 e 1944, Nabais publica uma série de artigos no jornal *Correio Elvense*, que foram posteriormente compilados pelo mesmo na obra *Asas Cortadas*,

[48] Diploma de Estudos Superiores Especializados (DESE).

publicada em 1990. Esta obra serve essencialmente como fonte de dados biográficos, embora também tenha alguns dados ao nível da formação de professores e realização de cursos de Matemática.

No que se refere ao desenvolvimento dos Programas Próprios, uma fonte essencial foi um documento produzido por João António Nabais em 1987, onde este apresenta o Projecto de Programas Próprios para o Ensino Primário. Neste documento, para além dos objectivos gerais, são apresentados os conteúdos a abordar.

Na construção deste capítulo utilizei também os testemunhos orais como fontes. Estes elementos ajudaram à construção da história, ou pelo menos, à construção de uma versão da história, aquela que foi vivida, ou sentida por aqueles que prestaram os depoimentos. Nesse sentido, o depoimento oral foi muito importante nesta investigação, já que, para além de indicar caminhos de pesquisa de outras fontes documentais, permitiu-me recolher informação que foi posteriormente cruzada com outras fontes.

Após uma primeira análise das fontes, que permitiu identificar aquelas que abordavam o tema do ensino da Matemática, procedi a uma análise descritiva de cada uma delas. A partir desta análise foram identificados alguns temas, dentro do tema central, dos quais destaquei os seguintes: os programas, os métodos no ensino da Matemática e o processo de ensino/aprendizagem, a formação e actualização de professores, a divulgação das metodologias associadas ao material Cuisenaire, o papel do professor e do aluno, o insucesso e a avaliação na disciplina de Matemática e uma polémica sobre o ensino da multiplicação. Esta análise deu origem às quatro partes que formam este capítulo, e que foram expostas anteriormente: o desenvolvimento das ideias pedagógicas de Nabais relativamente ao ensino da Matemática no Primário e as influências que são explicitadas no seu trabalho, a divulgação e desenvolvimento de materiais didácticos, o desenvolvimento de Programas Próprios no Colégio Vasco da Gama e uma controvérsia sobre o ensino da multiplicação, que este autor teve com António Augusto Lopes em 1968.

Apesar desta definição de critérios de análise ser, de acordo com Bloch (1976), uma necessidade de qualquer investigação histórica, sem a qual o investigador andará perdido, deverá, segundo o mesmo autor, apresentar uma certa flexibilidade para que a investigação possa ser enriquecida ao longo do seu decurso.

Durante a análise dos temas nas diversas fontes, verifiquei que nem todos são abordados com a mesma profundidade, e que nem todas as fontes fornecem elementos sobre todos os temas. Este desequilíbrio é evidente, por exemplo, na revista dos

Cadernos de Psicologia e Pedagogia, porque os quatro primeiros números, compilados em dois números duplos, têm apenas três artigos sobre o ensino da Matemática e o caderno número 5 é inteiramente dedicado a esta temática. Por vezes não foi possível compensar esses desequilíbrios, com o recurso a outras fontes. O facto de existir este desequilíbrio na distribuição cronológica das informações encontradas não fez com que eu deixasse de referir um determinado tema.

Em relação ao tema do pensamento pedagógico de João António Nabais sobre o Ensino da Matemática nos primeiros anos de escolaridade, optei por utilizar três artigos da revista Cadernos de Psicologia e Pedagogia, cujos autores não estão identificados: *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento?* e a análise sucinta do trabalho de pesquisa, *Recherche Psychopédagogique sur la Solution des Problèmes d`Arithmetique,* de Ana Maria de Moraes, publicados na revista de 1958 e a crónica sobre os *Cursos de iniciação no Método Cuisenaire para o Ensino da Matemática,* publicada na revista de 1965. Esta opção deve-se ao facto de estes artigos terem sido publicados numa revista onde João António Nabais assumia um papel preponderante, já que era o editor, director e proprietário da mesma, e dos temas tratados nesses artigos terem reflexo nos artigos escritos e publicados por Nabais no volume II, caderno n.º 5, editado em 1968.

Notas biográficas sobre João António Nabais e o historial do Colégio Vasco da Gama

João António Nabais nasce na Aldeia do Bispo, concelho do Sabugal, em 1915, e realiza os primeiros estudos escolares em Forcalhos, no mesmo concelho. Filho de um guarda-fiscal e de uma dona de casa, passa a sua infância entre estas duas aldeias (Delgado, 2007; Nóvoa, 2003).

No ano lectivo de 1927/1928 ingressa no Seminário de Évora, após terminar a escola primária, o que surge como uma oportunidade para o prosseguimento de estudos (Delgado, 2007; Nóvoa, 2003). Deste modo, João Nabais frequenta, com aproveitamento, em Évora, os dez anos do curso do Seminário arquidiocesano, tendo concluído com rara distinção e aproveitamento, o curso de Teologia, no ano lectivo de 1936/37, aos vinte e dois anos de idade. Ainda em 1937, é enviado para a Bélgica, por indicação do Arcebispo D. Manuel Mendes da Conceição Santos, para ingressar no curso de Psicologia e Pedagogia, na Universidade de Lovaina (Delgado, 2007).

Em 1938, no final do ano lectivo, volta a Portugal e é ordenado sacerdote no dia 24 de Agosto. Em Outubro, regressa a Lovaina, para prosseguimento dos estudos em Ciências Filosóficas e Sociais (Delgado, 2007).

Em 1939, Nabais regressa a Portugal, devido a problemas de segurança que surgem como consequência do início da Segunda Guerra Mundial. Após este regresso, inicia funções docentes no Seminário Menor de Vila Viçosa. No final desse ano é nomeado sacerdote em Elvas. Nesta primeira estadia em Elvas, para além da função de pároco, assume também a docência no Colégio Luso-Britânico[49] e é assistente eclesiástico da Acção Católica[50] (Delgado, 2007).

Entre 1939 e 1945 exerce as funções de pároco em Elvas, na freguesia de S. Pedro, com um breve intervalo, correspondente ao ano lectivo de 1940/1941, quando vai para Évora leccionar as disciplinas de Português e Francês, no Seminário Maior. Para além das funções como pároco, durante a sua estadia em Elvas exerce também as funções de assistente eclesiástico da Acção Católica Portuguesa e da Mocidade Portuguesa naquela cidade. Neste âmbito, funda a Liga dos Homens da Acção Católica de Elvas[51], integrando na Juventude Católica, núcleos de jovens de ambos os sexos, já que até aquele momento existia em Elvas apenas a Juventude Católica Feminina. Desenvolve também actividades no âmbito do jornalismo, publicando diversos artigos no *Correio Elvense* e ainda actividades de apoio a crianças do Ensino Primário, com a organização do Colmeal de S. Pedro[52]. Nestes anos está ainda envolvido em actividades do foro cultural e social e também lecciona no Colégio Luso-Britânico e no Colégio Elvense (Delgado, 2007).

Em 1945, e após o final da Segunda Guerra Mundial, regressa a Lovaina, onde conclui em 1948 a licenciatura em Psicologia e Pedagogia. Nesse mesmo ano, regressa a Portugal e assume o cargo de Vice-Reitor do Seminário Maior de Évora, onde procede a uma série de melhoramentos ao nível das instalações e de restauração do edifício. No

[49] O Colégio Luso Britânico, fundado em 1925, era um colégio destinado à educação de meninas (Delgado, 2007).

[50] O movimento da Acção Católica surge em Portugal no início dos anos 1930, sob a tutela da Igreja e é definida nos seus estatutos como «a união das organizações do laicado católico português, que, em colaboração estreita com o apostolado hierárquico se propõe a difusão, a actuação e a defesa dos princípios católicos na vida individual, familiar e social" (Brito, J. M. B. & Rosas, F., 1996, p. 12).

[51] Na Acção Católica Portuguesa os "núcleos básicos ou organizações agrupavam os associados segundo a idade, o sexo e o estado civil; a Liga Católica e a Liga Católica Feminina, para filiados com mais de 30 anos, casados ou com um curso superior; a Juventude Católica e a Juventude Católica Feminina, agrupando os jovens com menos de 30 anos" (Brito, J. M. B. & Rosas, F., 1996, p. 13).

[52] O Colmeal de S. Pedro é uma obra que corresponderia hoje a um centro de Actividades de Tempos Livres, destinado a crianças do Ensino Primário de meios sócio económicos desfavorecidos (Delgado, 2007; Nabais, 1990).

que diz respeito à docência, Nabais passa a leccionar a disciplina de Psicologia. No âmbito da Escola do Magistério, Nabais vai para além da Didáctica do Ensino da Moral e Doutrina Cristã e promove diversos cursos de aperfeiçoamento e actualização de professores do Magistério Primário (Delgado, 2007).

Em 1950, Nabais propõe implementar alterações nas condições de admissão ao Seminário, aplicando aos candidatos testes para selecção dos seminaristas. Apesar de este tema fazer parte da sua tese de licenciatura, só nesse ano é que os referidos testes são aplicados, no Seminário de Évora, pela primeira vez. Por se tratar de uma experiência inovadora e que vem alterar as condições de admissão ao seminário, provoca algumas reacções de resistência dentro de uma ala mais tradicional da igreja. Apesar desta reacção, a experiência passa a ser divulgada em todo o país, surgindo congressos para a discussão do tema. Apesar de alguma polémica provocada pela experiência, continua a ascensão na carreira eclesiástica, sendo elevado a cónego em 1951 (Delgado, 2007).

De acordo com Delgado (2007) as tensões provocadas pelas reacções de alguns sectores da igreja mais conservadores, à experiência realizada por Nabais, levam a que este adoeça e seja internado em Lisboa, no final de 1951. Ao regressar à cidade de Évora, sai do seminário, mas continua a exercer as suas funções de docente nas escolas onde leccionava anteriormente e continua também com a sua função de redactor do Jornal *A Defesa*, cujos artigos não assina. No início do ano lectivo de 1952/1953, já não assume o cargo de Vice-Reitor do Seminário de Évora. Afasta-se então da cidade e vai para Lisboa, iniciando também um processo de afastamento da igreja (Delgado, 2007).

É nesta fase de mudança que, em 1952, alista-se como padre capelão do barco Gil Eanes, que acompanha e apoia a campanha bacalhoeira. Esta campanha leva-o ao Canadá, onde, durante as paragens, entra em contacto com algumas inovações pedagógicas, nomeadamente ao nível da pedagogia construtivista. No ano seguinte, quando regressa a Lisboa, inicia um processo de afastamento gradual da Igreja, traduzido num primeiro momento pelo abandono da celebração, solicitando mais tarde o abandono do sacerdócio[53] (Delgado, 2007; Nóvoa, 2003).

Ainda em 1953, Nabais publica a sua tese de licenciatura *A Vocação à luz da Psicologia Moderna*, que foi traduzida em italiano (2 edições 1955 e 1957), em espanhol (1959) e em francês na Revista da Universidade de Ottawa, 1956, Canadá.

[53] João António Nabais abandona a celebração e de seguida solicita o abandono do sacerdócio. A autorização papal é-lhe concedida em 1971 (Nóvoa, 2003).

Em 1954, Nabais fixa-se definitivamente em Lisboa onde, durante cinco anos, é professor no Instituto de Orientação Profissional e funda também, um Gabinete de Psicologia privado a que dá o nome de Centro de Psicologia Aplicada à Educação, sedeado na Rua Actor Isidoro, 7º - r / c Esq (Delgado, 2007; Nabais, 1990b). Além disso, trabalha também como professor na Escola de Ciências Criminais (Nóvoa, 2003).

É no âmbito do trabalho realizado no Centro de Psicologia e Pedagogia Aplicada à Educação, que recebe quatro alunos com dificuldades de integração no ensino regular e se compromete a prepará-los para os exames nacionais de admissão ao Liceu. Este momento é uma marca na sua carreira enquanto pedagogo (Delgado, 2007).

Em 1958, Nabais edita os números 1 e 2, do volume 1, dos *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia*: Revista de Ciências da Educação, um boletim do Instituto de Orientação Profissional. Esta revista, que tem João António Nabais como director, editor e proprietário, pretendia, segundo intenções expressas no número 1, despertar as fontes de uma pedagogia portuguesa. A falta de um trabalho editorial continuado, não permitiu a concretização do projecto inicial (Nóvoa, 1993).

No dia 4 de Outubro de 1959, João António Nabais inaugura o Colégio Vasco da Gama, no Solar das Tílias, em Meleças, no concelho de Sintra, onde irá desenvolver grande parte da sua obra pedagógica. Inicialmente esse Colégio esteve para receber o nome de Colégio Alexandre Herculano, mas, por já existir outro colégio com o mesmo nome, recebe o nome do navegador português Vasco da Gama (Projecto Educativo, 2006). O Colégio é edificado numa quinta a 30 km de Lisboa, onde Nabais pensa poder criar as condições pedagógicas, materiais e humanas que levem à satisfação das necessidades de acção física, construção e descoberta do conhecimento e também de afecto, dos seus alunos, no espírito da Educação Nova (Delgado, 2007).

Para dar continuidade ao projecto iniciado no Centro de Psicologia e Pedagogia Aplicada à Educação, apoiar alunos com dificuldades de aprendizagem ou desadaptados socialmente, o Colégio começa por funcionar inicialmente com quarenta e oito alunos, em regime de internato, sendo as turmas constituídas por apenas dez ou quinze alunos. Com isto pretende garantir um apoio mais individualizado aos alunos (Delgado, 2007; Projecto Educativo, 2006). No início funciona apenas com rapazes e ocupa um local a que se dá o nome de Solar das Tílias e três vivendas, onde ainda funciona a secretaria e a biblioteca (Projecto Educativo, 2006).

No ano seguinte, em 1960, João Nabais recebe autorização oficial, por parte do Ministério da Educação Nacional e Inspecção Superior do Ensino Particular, de

funcionamento do Colégio Vasco da Gama. O Colégio é então autorizado a funcionar com 94 alunos, sendo 64 externos e 30 internos. De entre esses alunos, 40 são do Ensino Primário e 54 são do 1º ciclo do Ensino Liceal. João António Nabais é o primeiro director do Colégio. No seu início, o Colégio funciona com os planos e programas oficiais[54]. É neste Colégio que Nabais desenvolve o fundamental da sua obra pedagógica, que Nóvoa (2003) situa na intersecção de três coordenadas: a de director do Colégio, a de produtor de material pedagógico e a de analista crítico do sistema de ensino. A partir deste período a docência está quase ausente da sua actividade, leccionando apenas durante um curto período as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

Nesse mesmo ano, no Centro de Psicologia Aplicada à Educação, Nabais inicia a utilização do Método Cuisenaire para o ensino da Matemática (Delgado, 2007).

Em 1961, o Colégio continua a crescer, sendo aumentado o número de alunos para um total de 159, dos quais 54 são do Ensino Primário e 105 do Ensino Liceal (1º e 2º ciclo). Nesta fase continua a ter apenas alunos do sexo masculino.

A partir de 1962 começa a promover cursos de Verão destinados à reciclagem de professores. Esses cursos visam essencialmente o ensino da Matemática e das Línguas Vivas, disciplinas que eram o objectivo preferencial das suas experiências pedagógicas. Na área da Matemática, e até 1970, são realizados mais de meia centena de cursos frequentados por mais de 3000 professores de todos os graus e tipos de ensino. O êxito assinalável desses cursos fez com que tivessem o apoio do Ministério da Educação Nacional (Nabais, s.d.a; Nóvoa, 2003).

Também em 1962, e em virtude da experiência realizada no Centro de Psicologia e Pedagogia Aplicada à Educação com o material Cuisenaire se ter revelado positiva, Nabais procura introduzi-lo e divulgá-lo em Portugal. Desta forma, além de ter generalizado a sua utilização a todas as classes do Colégio Vasco da Gama, passou, a partir de 1962, a promover *Cursos de iniciação no Método Cuisenaire para o Ensino da Matemática*, tendo *e*stes cursos de formação de professores sido estendidos,

[54] Alvará nº 1602, Ministério da Educação Nacional e Inspecção Superior do Ensino Particular, 5 de Maio de 1960: "Ensino Primário E LICEAL (1º CICLO).
Sexo: MASCULINO (para alunos com dificuldades especiais de aprendizagem).
Atendendo ao que me representou Reverendo Padre João António Nabais, pedindo autorização para abrir na freguesia de Belas, concelho de Sintra, distrito de Lisboa, um estabelecimento de ensino particular denominado "Colégio Vasco da Gama".

posteriormente, a todo o país (Delgado, 2007; Nabais, 1965; Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio).

Além do material Cuisenaire, no qual Nabais fez posteriormente algumas alterações, criou e experimentou, no colégio, materiais didácticos para as classes infantis e primárias (Delgado, 2007)

Entretanto, em 1963 o Colégio Vasco da Gama continua a aumentar o número de alunos, passando o Ensino Liceal a ter 148 alunos. O número de internos aumenta para 54, perfazendo um total de 202 alunos (Delgado, 2007). Nesse mesmo ano é construído o bloco onde funciona actualmente o 3º ciclo (Projecto educativo, 2006).

Demonstrando uma necessidade de constante actualização, no final dos anos sessenta João António Nabais desloca-se aos Estados Unidos da América, onde frequenta um curso de Matemáticas Modernas[55] (Nóvoa, 2003).

As experiências pedagógicas realizadas no Colégio Vasco da Gama são acompanhadas pela produção e desenvolvimento de material didáctico. Isso acontece tanto com a introdução do método Cuisenaire, como com a introdução do Calculador Multibásico (Nóvoa, 2003).

No ano de 1964, Nabais é substituído na direcção do Colégio por Manuel Silvério Tavares (Delgado, 2007). Ainda nesse ano, entre 27 de Julho a 14 de Agosto, Nabais promove, no Colégio Vasco da Gama, o I Seminário de Psicologia, Pedagogia e Orientação Escolar, no qual participaram 45 professores, tendo os temas em agenda sido os seguintes:

> 1- A Pedagogia que hoje precisamos: Panorâmica da pedagogia contemporânea; Pedagogia científica; experimental e técnica; técnicas de investigação pedagógica.
> 2 – A Psicologia ao serviço da Educação: Psicologia genética, diferencial e social; Psicotecnia escolar.
> 3 – Psicologia do Educador: Dinâmica do binómio educador-educando e suas reacções típicas; estruturação e traços da personalidade; ajustamento da personalidade do educador aos objectivos da Educação.
> 4 – Técnicas modernas de aprendizagem: Línguas vivas, Matemáticas, Ciências experimentais e de observação, etc. (Nabais, 1965)

[55] Embora na biografia publicada na obra de Nóvoa (2003) *Dicionário de pedagogos portugueses*, se refira que esta viagem se realizou no final da década de 1960, os registos fotográficos recolhidos no arquivo pessoal de Maria de Lourdes Tavares, indicam que esta viagem terá sido realizada no ano de 1965.

O Seminário consta de uma segunda parte, destinada a professores propostos para dirigirem Gabinetes de Orientação Escolar e continha as seguintes referências:

> 1- Todas as indicadas na 1ª parte.
> 2 – Teoria da Orientação Escolar: Origem, natureza, legitimidade e objectivos da Orientação Escolar.
> 3 – Noções elementares de Estatística Aplicada à Educação.
> 4 – Técnicas psicológicas ao serviço da Orientação Escolar: Testes (escalas de inteligência, testes de aptidões), questionários reactivos.
> 5 – Prática da Orientação Escolar: Estudo de casos apresentados no Centro de Psicologia. (Nabais, 1965)

Em 1965, Nabais edita os números 3 e 4, do volume 1, dos *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia*: Revista de Ciências da Educação, um boletim do Instituto de Orientação Profissional. Os quatro números desta revista englobam temas como: Avaliação de estudantes; Métodos e ensino; Organização do sistema de ensino: Portugal; Orientação escolar; Orientação vocacional; Professores do ensino secundário: formação pedagógica e científica; Questões psicopedagógicas (Nóvoa, 1993b).

Em 1966, Nabais organiza um Laboratório de Línguas no Colégio Vasco da Gama, organizando a partir de 1968 os primeiros cursos para o ensino das Línguas Vivas pelos métodos audio-visuais. Também em 1968 organiza e orienta o primeiro curso sistemático de Pedagogia da Educação Sexual, a que se seguiram outros realizados em vários pontos do país. Esta era uma temática à qual Nabais já vinha dedicando atenção desde 1945 (Nabais, 1990).

Anteriormente, em 1967, havia apresentado uma comunicação no IV Encontro Internacional de Mecanografia e Informática, com o título *A Informática e a Escola*, integrada na terceira secção de trabalhos dedicados ao tema Interdependência entre Mecanografia e Ensino. Esta comunicação, profundamente inspirada em autores como Dienes, Gustave Choquet, Papy e Sebastião e Silva, viria mais tarde, em 1969, a ser publicada na *Revista da Associação Internacional de Estudos sobre Mecanografia* (Nóvoa, 2003).

Ainda em 1968 publica um novo número da revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*: Revista de Ciências da Educação, vol. II, número 5, dedicado exclusivamente ao ensino da Matemática, onde também inclui a comunicação apresentada em 1967, *A Informática e a Escola*.

Em 1969, Nabais introduz no Colégio o Método Fonovisual para a aprendizagem da leitura e escrita, tendo, para o efeito, produzido materiais pedagógicos diversificados. Entre estes materiais destacam-se a *Educação Mental da Criança – Exercícios de vocabulário*, de percepção visual, de coordenação psico-motora e de raciocínio abstracto para o desenvolvimento das aptidões mentais primárias da criança., o *ABC em Cores*, que consiste numa colecção de letras do alfabeto representado em cores, com uma cor para cada som, adaptando-se aos diferentes métodos de iniciação à leitura e escrita, desde os métodos globais aos métodos mais sintéticos e o *A B C de Oiro - Cartilha Fonovisual de Leitura*, que consiste numa cartilha fonovisual de leitura pelo método fonossilábico para a aprendizagem da leitura e escrita da Língua Portuguesa, editado em três volumes (Delgado, 2007; Nabais, 1990, Junho 14).

Em 1972 começam as obras do ginásio e da piscina do Colégio Vasco da Gama.

É durante a década de 1980, no ano de 1986, que o Colégio passa a ter autonomia pedagógica, com a implementação de Programas Próprios desenvolvidos por Nabais. Nesse mesmo ano de 1986, João Nabais autoriza a transferência de propriedade para a "Paidós" – Sociedade de Iniciativas Educacionais" de Meleças.

De acordo com o historial do colégio, disponível no Projecto Educativo (2006), a par deste crescimento, verifica-se também a evolução de novas tecnologias, com a instalação de circuito fechado de televisão com 12 terminais em 1981, instalação do Estúdio de Vídeo, com régie e 3 câmaras em 1982, instalação de uma nova sala de informática e ligação à Internet, em 1996 e implementação das TIC para uma aprendizagem interactiva, em 2001.

Em 1989, o então Sr. Presidente da República Francesa, François Mitterand, atribui a João Nabais o título de *CHEVALIER DE L'ORDRE NATIONAL DU MÉRITE*[56]. João Nabais não chega a ter conhecimento desta homenagem, pois o diploma comprovativo da referida condecoração, por extravio, chega ao colégio somente após o seu falecimento (Delgado, 2007).

Já no final da sua vida, Nabais publica no ano de 1990, uma série de artigos no Correio da Manhã, onde faz considerações pedagógicas e exprime a sua opinião sobre as alterações em curso nos programas do 1º ciclo do Ensino Básico da época. Nestes artigos expõe também os Programas Próprios que desenvolve no Colégio Vasco da Gama.

[56] Diploma datado de 5 de Fevereiro de 1989, que se encontra exposto no Colégio Vasco da Gama.

A 10 de Dezembro de 1990, reassume a direcção do Colégio Vasco da Gama, mas, desta vez, apenas com Inácio Casinhas[57], vindo a falecer cinco dias depois, no dia 15 de Setembro de 1990.

Em 1992, no dia 20 de Maio foi conferida a João Nabais, a título póstumo, a Menção honrosa no grau de *Diploma de Mérito Pedagógico*, atribuída pelo Sr. Ministro da Educação António Fernando Couto dos Santos, nos termos do disposto nos artigos 4º, 6º e 7º do Decreto-Lei nº 288/88, de 23 de Agosto e, no dia 19 Novembro. Também a título póstumo, foi-lhe conferida a *Medalha de «Mérito Municipal» - 1º Grau – Ouro*, atribuída pelo Sr. Presidente da Câmara de Sintra, Dr. Rui Manuel Ribeiro da Silva, pela prestação ao Concelho de Sintra e ao País, no campo da pedagogia e na formação dos jovens, relevante serviço, digno de reconhecimento e muito apreço: pela Presidência da Câmara Municipal de Sintra, nos termos do artigo 16º do Regulamento de Medalhas do Concelho de Sintra. Reunião de 92/11/19, Doct.º agendado com o nº 16/48.

Desenvolvimento do pensamento pedagógico de João António Nabais relativamente ao ensino da Matemática no Primário

Nesta parte do trabalho pretendo analisar a forma como João António Nabais pensava o ensino da Matemática para os primeiros anos de escolaridade e as referências teóricas que são explicitadas nos seus textos. Para essa análise seleccionei essencialmente os artigos sobre o ensino da Matemática publicados por Nabais na revista de Ciências da Educação *Cadernos de Psicologia e Pedagogia.* Após uma primeira análise, que permitiu identificar os artigos publicados na revista que tinham como tema o ensino da Matemática, procedi a uma análise descritiva de cada um deles. A partir desta análise foram identificados alguns temas que marcam os vários artigos, dos quais se destaquei os seguintes: métodos no ensino da Matemática e o processo de ensino/aprendizagem, o papel do professor e do aluno, o insucesso e a avaliação na disciplina de Matemática. Foi a partir destes critérios de análise que organizei esta parte do trabalho. Durante a análise dos temas em cada um dos documentos, verifiquei que nem todos são abordados com a mesma profundidade, e que no caso de alguns temas, é difícil seguir o pensamento pedagógico de Nabais, porque não encontrei registos

[57] Averbamento ao Alvará nº 1602: "Por despacho de 10 de Dezembro do ano findo, foram João Nabais e Inácio Gonçalves Rodrigues Casinhas autorizados a exercerem as funções de directores deste estabelecimento de ensino (…) Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário, em 18 de Janeiro de 1991".

produzidos de uma forma contínua. Este desequilíbrio é particularmente evidente, porque os quatro primeiros números da revista, compilados em dois números duplos, têm apenas três artigos sobre o ensino da Matemática e o caderno número 5 é inteiramente dedicado a esta temática. O facto de existir este desequilíbrio na distribuição cronológica das informações encontradas, não fez com que eu deixasse de referir um determinado tema.

Métodos e processo de ensino/aprendizagem

A preocupação com os métodos de ensino na Matemática está patente no trabalho de Nabais desde 1958. Nesse ano, Nabais publica na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, da qual é proprietário e director, um artigo intitulado: *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento*[58]*?* O autor deste artigo aborda o tema do insucesso em Matemática, considerando que, o facto de uma disciplina ser menos assimilada não significa necessariamente que seja menos assimilável, e aponta os métodos de ensino, entre outros factores, como responsáveis por esse insucesso. Nessa mesma revista de 1958, Nabais publica uma análise sucinta de um trabalho de Ana Maria Moraes[59], onde são referidas algumas observações sobre o ensino da Matemática, nomeadamente sobre a relação entre o processo de ensino e o processo de aprendizagem. Nesta análise sucinta, o autor afirma que, para conhecer e adequar os processos de aprendizagem é necessário um estudo individual dos modos de proceder dos alunos, para assim poder haver uma melhoria dos processos de ensino. O autor da análise destaca então que isso seria particularmente importante no domínio da Aritmética, onde muitos alunos não conseguem superar as dificuldades.

[58] O autor deste artigo não está identificado na revista. Apesar do objectivo desta parte trabalho focar o pensamento pedagógico de João António Nabais sobre o ensino da Matemática nos primeiros anos de escolaridade, optei por utilizar nesta análise três artigos cujos autores não estão identificados: *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento?* e a análise sucinta do trabalho de pesquisa, *Recherche Psychopédagogique sur la Solution des Problèmes d`Arithmetique,* de Ana Maria de Moraes, publicados na revista de 1958 e a crónica sobre os *Cursos de iniciação no Método Cuisinaire para o Ensino da Matemática,* publicada na revista de 1965. Esta opção deve-se ao facto de estes artigos terem sido publicados numa revista onde João António Nabais assumia um papel preponderante, já que era o editor, director e proprietário da mesma, e dos temas tratados nesses artigos terem reflexo nos artigos escritos e publicados por Nabais no volume II, caderno n.º 5, da revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, editada em 1968.

[59] Análise de um trabalho de pesquisa realizado no âmbito de uma tese em Ciências Pedagógicas, realizado por Ana Maria de Moraes – Recherche Psychopédagogique sur la solution des problèmes d'aritmétique, publicado em 1954.

Na continuação da análise, é feita uma distinção entre dois aspectos da Aritmética:

> Um que é puramente **cálculo,** e que consiste essencialmente em automatismos que permitem a resposta justa e rápida; o outro, que é verdadeiramente **matemática,** e que exigia raciocínio, compreensão do próprio processo das operações e capacidade para utilizar estas em situações concretas e variadas, isto é, capacidade para encontrar o caminho a seguir na solução de problemas. (Nabais, 1958, pp. 125-126, negrito no original)

Ainda no seguimento destas considerações, destaca-se que, para fazer um trabalho no âmbito da psicopedagogia da Aritmética, seria essencial verificar o percurso dos alunos para chegar à solução dos problemas, e que isto só seria possível se existisse uma "análise sistemática das diferenças individuais dos alunos" (Buyse, s.d., citado em Nabais, 1958, p. 126).

Da análise feita ao trabalho de Ana Maria Moraes, refere-se que os protocolos publicados pela autora demonstram que o andamento do raciocínio infantil seria muito diferente do do adulto e que não se deveria pretender aplicar às crianças o modo adulto de raciocinar os problemas. A este propósito é mencionado um estudo feito em Portugal, que não é identificado, onde são referidas as mesmas conclusões.

Na continuidade da preocupação com os métodos de ensino e aprendizagem em Matemática, Nabais (1968)[60] defende uma actualização ao nível dos métodos utilizados no ensino desta disciplina, referindo que o ensino dedutivo e abstracto deve ser abandonado nos primeiros sete ou oito anos de escola, dando lugar a uma descoberta progressiva do mundo quantitativo feita pelo aluno.

Nabais considera que, se existe um elevado número de alunos que se perde utilizando os caminhos tradicionais, não será por falta de aptidão destes para a aprendizagem da Matemática, mas sim porque os métodos utilizados são incorrectos. Aconselha assim o abandono de tais métodos.

De acordo com Nabais (1968), a construção do conhecimento Matemático deve ser feita gradualmente e de uma forma individual por cada criança, desde a escola infantil, para que um dia possam chegar à capacidade de abstracção. De acordo com este autor, esta abstracção só é possível se existirem na mente os elementos concretos

[60] No artigo *Tríplice Actualização* (Nabais, 1968, pp 4 – 7)

da realidade, ou seja, que a realidade seja apreendida pelos alunos. Nabais defende que muita gente coloca a essência da Matemática nos símbolos e nas suas combinações em fórmulas. De acordo com este autor, muita gente considera que a construção do conhecimento matemático deve ser feita de uma forma dedutiva e que muitos consideram a Matemática como algo "difícil e inacessível ... sem ligação com a realidade a que só alguns bem dotados conseguiriam aceder" (Nabais, 1968, p. 59). Para Nabais, se esta linha de pensamento fosse seguida, não haveria lugar para uma verdadeira abstracção, porque esta não seria construída a partir de elementos concretos. O aluno seria assim levado a mecanizar decorando a fórmula e a regra e aplicando-as mecanicamente.

Segundo Nabais, é importante que o aluno vá construindo, de uma forma gradual e sistemática na sua mente, um edifício matemático a partir da realidade. Seria só a partir da observação e da manipulação de materiais concretos que poderia surgir "imperceptível e inevitavelmente a abstracção" (Nabais, 1968, p. 59).

Nabais ressalta então que a questão essencial não seria a falta de investimento, mas sim de visão do problema e uma questão de actualização do Ensino da Matemática, que teria uma resposta com a Matemática Moderna.

> A Matemática dita Moderna não se resume, como certos pensam e praticam, a uma nova terminologia mais ou menos esotérica, nem ao recurso a um conjunto de símbolos mais ou menos cabalísticos.
>
> Ela é fundamentalmente uma nova perspectiva do mundo quantitativo e, pedagogicamente, uma nova atitude do binómio Mestre – Aluno.
>
> Ensinar Matemática Moderna pelos métodos tradicionais é meter vinho novo em odres velhos: Azedam-se os professores, perdem-se os alunos. (Nabais, 1968, p. 7)

Nabais (1968)[61] volta a abordar o tema dos dois aspectos da Aritmética referidos na análise sucinta do trabalho de Ana Maria Moraes, publicada na revista de 1958. De acordo com Nabais (1968), os problemas matemáticos da época não seriam apenas, nem principalmente, de cálculo, mas sim de organização, planificação e integração. Desta forma, defende que não basta ensinar às crianças algumas regras de cálculo ou fórmulas, que considera apropriadas para a resolução de problemas no passado, mas

[61] No artigo *A Informática e a Escola* (Nabais, 1968, pp. 10 – 30). Este artigo foi apresentado em 1967, no IV Encontro Internacional de Mecanografia e Informática realizado, em Lisboa, no mês de Outubro e foi posteriormente publicado em 1969, na Revista da Associação Internacional de Estudos sobre a Mecanografia, pp. 481 – 491 (Nóvoa, 2003).

que julgava inadequadas para problemas matemáticos daquela época. Nabais (1968) sugere assim que deve haver uma mudança de foco, passando-se da ênfase num ensino baseado em cálculos e aplicações de regras para "uma Matemática em que o aluno aprenderá sobretudo a pensar, a reflectir, a deduzir, a analisar, a decompor *[sic]*, a confrontar, a integrar, a organizar, a planificar." (p. 24). No entanto, Nabais (1968) não defende que se deve abandonar o cálculo, mas sim que, antes de chegar a essas técnicas, o aluno perceba o porquê das regras. "Antes de saber como se adicionam fracções com denominador diferente ou como é a fórmula do quadrado da soma, tem a criança que descobrir por si própria o porquê destas regras, e chegar ela mesmo à sua formulação" (Nabais, 1968, p. 24, sublinhados no original).

Nabais também salienta a importância de ser gerada uma certa empatia entre o aluno e a disciplina de Matemática e utiliza uma citação atribuída a Gattegno, para apontar o ensino escolar como factor para as crianças perderem gosto pela Matemática "os alunos entram na escola dotados de aptidões para penetrar nos mistérios do saber, inclusivamente com aptidões para a Matemática; mas após alguns anos, odeiam as Matemáticas ou têm uma noção errada do seu valor, ..." (Gattegno citado em Nabais, 1968, p. 22). Nesta mesma citação, Gattegno aponta esta má formação escolar como principal condicionante para o desenvolvimento de adultos competentes em Matemática ao afirmar que "Não só se desgostam do estudo, sofrendo a pressão escolar e doméstica, como se tornam incompetentes para muitas funções que exigem conhecimentos matemáticos … Sofrerão durante toda a vida de uma falta de inteligência numérica." (Gattegno citado em Nabais, 1968, p. 22). No mesmo ponto do artigo, Nabais cita uma passagem do primeiro capítulo da obra *Construction des Mathématiques*, do professor Dienes, em que este se refere ao número elevado de crianças que sentem dificuldades e não gostam da Matemática afirmando que "A maioria das crianças não chegam nunca a compreender a significação real dos conceitos matemáticos" (Dienes citado em Nabais, 1968, pp. 22-23). Na mesma citação Dienes refere-se ao estado do ensino da Matemática naquela época, afirmando que "hoje não haverá professor responsável pelo ensino das matemáticas, em qualquer nível que seja, que possa honestamente afirmar que tudo está bem no ensino da matemática." (Dienes citado em Nabais, 1968, p. 22).

"Tecnologização[62]" do Ensino

A importância das tecnologias no ensino da Matemática, surge no discurso pedagógico de Nabais em 1967[63]. No âmbito de um encontro internacional de Mecanografia, Nabais apresenta uma comunicação onde salienta o papel fundamental que a escola terá na preparação dos jovens para o futuro. Para Nabais a escola não se pode remeter ao papel de as "educar para conservarem um património tradicional, ou de as instruir para terem acesso a uma cultura e a uma profissão" (1968, p. 10, sublinhados no original), devendo assumir a preparação dos jovens para uma sociedade futura, com condições "bem diferentes das actuais" (p. 10). Para Nabais, a escola deveria sofrer uma alteração profunda na sua forma de actuar, não ficando à margem dos avanços tecnológicos existentes na sociedade.

> Na era da Tecnologia, a Escola tem que adoptar critérios, métodos e processos tecnológicos.
>
> Urge, por isso, "tecnologizar" a Escola, na definição e planificação dos seus objectivos, nos métodos e processos de actuação, na apreciação da sua rentabilidade através de critérios decididamente objectivos. (Nabais, 1968, p. 10, aspas no original)

Segundo Nabais, o passo decisivo no caminho para uma escola e educação centrada no aluno, teria sido dado com o aparecimento do Ensino Programado[64] e as Máquinas de Ensinar, que estariam na base da informática aplicada à escola. «Apesar da reserva, e mesmo desconfiança, que a designação "Máquinas de Ensinar" provocou nos meios pedagógicos, o certo é que, passados os primeiros entusiasmos e limados certos

[62] Esta é uma expressão utilizada por Nabais no âmbito do uso das novas tecnologias no ensino.

[63] No IV Encontro Internacional de Mecanografia e Informática, realizado de 7 a 11 de Outubro de 1967, em Lisboa, João António Nabais apresenta a comunicação *A Informática e a Escola*. Esta comunicação viria também a ser publicada na revista da Associação Internacional de Estudos sobre Mecanografia, em 1969, sendo também publicada no nº5, da revista *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia*.

[64] De acordo com Sprinthall e Sprinthall (1994) o conceito geral de ensino programado é tão antigo como a escolarização formal. Esta escolarização é organizada por níveis escolares, que incluem uma pequena porção do que o aluno deve aprender para que domine um determinado conhecimento e para que possa prosseguir para o nível seguinte. As crianças que atinjam mais rapidamente um determinado nível de conhecimento, e que por isso não se sintam estimuladas, poderão avançar mais cedo para o nível seguinte. Com o ensino programado o esquema é idêntico, existe uma programação, que consiste na organização do material a ser aprendido. Normalmente este material é organizado numa sequência de passos que garantem um aumento gradual da dificuldade, e que levam o aluno a um objectivo final. Normalmente estes programas podem ser apresentados na forma de livro, com as perguntas numa página e as respostas na página seguinte ou oposta, para servirem de auto-verificação. Podem também ser apresentados e instalados em máquinas, para que não apareça a estrutura seguinte sem o aluno ter concluído a anterior. Algumas dessas máquinas são equipadas com campainhas, de forma a introduzir um reforço positivo.

exageros, - o ENSINO PROGRAMADO representa um passo decisivo da Pedagogia moderna ...» (Nabais, 1968, p. 11, maiúsculas no original).

Apesar dos elogios feitos ao ensino programado, Nabais não acredita que este método venha resolver todos os problemas do ensino, nem mesmo que substitua o professor, no entanto, destaca que ele satisfaz as exigências da Escola Activa, que de acordo com Nabais (1968) são a "Individualização da Educação, actividade permanente do aluno durante o acto de aprendizagem, descoberta pessoal do saber a partir da realidade, controle objectivo da marcha da aprendizagem de cada aluno, bem como da rentabilidade da escola, etc." (p. 11). Alerta também para a necessidade de não ver no *ordenador*[65] apenas um meio de transmissão e o aluno um receptáculo, havendo a necessidade de dotar a máquina com a capacidade de individualizar o ensino. Desta forma, Nabais defende um ensino programado do tipo "Crowderiano"[66], onde seria necessário introduzir no *ordenador* todos os dados respeitantes ao aluno, assim como os programas das várias disciplinas escolares.

Nabais acredita que a informática permitirá colocar o aluno perante situações de aprendizagem, onde possa estabelecer relações entre os vários elementos da realidade e orientar a marcha de aprendizagem, de acordo com as lacunas de cada um. Através das respostas obtidas, o *ordenador* poderia apresentar ao aluno uma apreciação objectiva do andamento da aprendizagem, que, para Nabais, deveria substituir as classificações tradicionalmente atribuídas. Os elementos recolhidos de uma forma contínua pelo *ordenador* também deveriam, para Nabais, substituir os exames, defendendo assim uma avaliação contínua. Refere ainda que para aqueles que "teimam em continuar a defender o velho forte dos exames, ... terão toda a vantagem em recorrer ao ordenador, quer para o interrogatório dos alunos, quer para a sua classificação justa e objectiva (1968, p. 19).

Nabais (1968) atribui às *Matemáticas ditas Modernas* a promoção da evolução tecnológica a que se assistia na época. De acordo com este pedagogo, os programas tradicionais teriam sido elaborados para uma época em que a sociedade era profundamente agrícola e a população se dedicava a trabalhos em que era exigida pouca qualificação. Para Nabais (1968), nessa época, o objectivo do ensino da Matemática seria apenas ensinar a contar, e um aluno que tivesse memorizado algumas fórmulas

[65] Nabais refere-se desta forma ao computador, fazendo uma tradução do francês "ordinateur".
[66] Num programa Crowderiano, ou ramificado, os alunos não seguem todos o mesmo caminho, passando aos quadros mais indicados a cada um. Nos programas lineares, ou Skinneariano, a matéria é fragmentada num certo número de elementos, que são apresentados sucessivamente a todos os alunos. Neste tipo de programa todos seguem o mesmo caminho. (E.H.C., s/d).

estaria preparado para o futuro. No entanto, Nabais (1968) defende que, na época em que estava, os problemas matemáticos já não seriam principalmente de cálculo, mas sim de organização, planificação e integração e por isso não bastaria à criança aprender regras de cálculo. O principal objectivo da *Matemática de hoje* seria a preparação do aluno para o trabalho de observação e reflexão para poder "analisar e decompôr *[sic]* confrontar e integrar, organizar e planificar." (Nabais, 1968, p. 24). Dever-se-ia assim passar de uma Matemática em que o aluno aprende a fazer cálculos e a aplicar regras, para uma Matemática em que o aluno aprende a pensar e a reflectir. "Em vez de como se faz, e antes de como se faz, a criança precisa de saber porque se faz assim." (Nabais, 1968, p. 24). Para Nabais existia a necessidade de uma revolução no ensino da Matemática, em todos os níveis de ensino, mesmo na escola infantil, revolução essa que deveria começar pela formação dos professores, "que deveriam reestruturar a sua formação matemática, dentro das exigências da Matemática Moderna" (Nabais, 1968, p. 24). Refere-se ainda à evolução que as Matemáticas tiveram ao longo do século XX, e que esse progresso não teria sido acompanhado pela Didáctica da Matemática.

Papel do aluno e do professor

Perante a evolução tecnológica, Nabais (1968) interroga-se sobre o papel do professor "E o professor? Que lugar fica para ele neste mundo novo, tão altamente promissor? Será pura e simplesmente banido pela máquina? E se lugar ainda resta para ele, qual o seu papel?" (p. 21). Dando resposta a estas questões, refere que na educação é indispensável a relação Educador - Educando, Professor –Aluno. "O Educador actuará no educando quer através do programa entregue ao ordenador, quer directamente, estimulando, acompanhando e orientando ..." (Nabais, 1968, p. 21). Com a máquina a cumprir uma função mais rotineira do trabalho do professor, este pode dedicar-se à observação psicológica e à intervenção directa e "à criação e desenvolvimento de uma autêntica relação humana entre ele e os seus pupilos, aspecto infelizmente tão descurado na pedagogia tradicional" (Nabais, 1968, p. 21).

Para Nabais (1968) a máquina pode ainda colmatar a escassez de professores que levavam ao encerramento de escolas do magistério Primário "pois não estão a fechar, por falta de candidatos, algumas Escolas do Magistério Primário, apesar da publicidade desencadeada." (p. 21).

Nabais (1968)[67] aponta também a necessidade da escola se adaptar às evoluções tecnológicas, salientando que deveria surgir um novo tipo de escola "uma escola em que se aproveitem e desenvolvam devidamente todos os talentos, em que os alunos não se entreguem a atitudes de passividade e desinteresse, desperdiçando aptidões, tempo e energias." (p. 22).

Também em 1968[68], Nabais refere que seria urgente uma actualização dos professores dos vários níveis de ensino, destacando os professores dos anos de escolaridade iniciais, infantil, primário e primeiros anos do secundário. Defende então que os professores destes níveis de escolaridade, embora não tivessem a culpa, tinham a sua preparação ultrapassada e a responsabilidade de preparar os alunos para uma sociedade de futuro que, segundo o mesmo, seria completamente diferente daquela que existia na época. Esta actualização era proposta num duplo sentido, em primeiro lugar uma actualização científica, devendo o professor tomar conhecimento de novos capítulos da Matemática e das novas perspectivas em que se desenvolvia o pensamento matemático. Em segundo lugar, uma actualização ao nível dos métodos de ensino.

Nabais (1968) refere que a informática deve ter no futuro, um papel indispensável na construção de uma concepção puerocêntrica da educação, que considera ser a única aceitável do ponto de vista da psicologia e da pedagogia. De acordo com Nabais (1968), esta tendência de deslocar do professor para o aluno o centro da actividade escolar, já tentada por pedagogos como Decroly, Claparède, Freinet, Dewey, Kilpatrick e outros, poderia ser realizada através da informática.

Em relação ao papel do aluno e do professor, Nabais (1968) aproxima-se, no seu discurso, das ideias da Escola Nova. Deste modo, apresenta o aluno como centro da actividade escolar, sendo esse um dos benefícios que a informática poderia levar à escola. Para contextualizar o papel que reserva ao aluno e ao professor cita alguns pedagogos como Decroly e a pedagogia por centros de interesse, a escola activa de Dewey e Ferrière, o método de projectos de Klipatrick.

[67] No ponto dois do artigo A *informática e a e5scola* (Nabais, 1968, pp. 10 – 30).
[68] No texto *Tríplice actualização* (Nabais, 1968, pp. 4 – 7).

Avaliação

No que diz respeito à avaliação, num artigo publicado em (1958)[69] na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, é colocada em causa a validade das notas e classificações obtidas em exames, como indicadores do aproveitamento escolar dos alunos, afirmando o autor do artigo que isso era um princípio geralmente aceite, mas pouco seguro.

Uma crítica ao ensino, e à forma de avaliação, também parece estar implícita, quando se afirma que ao longo do ano lectivo a escola vão eliminando os mais fracos numa «espécie de "selecção natural", que atinge, em certas turmas, quase os 50%» (Nabais, 1958, p. 41).

Ainda nesse artigo, é feita uma análise dos resultados das outras disciplinas, considerando-se que as avaliações do final do 3º período eram marcadas por factores subjectivos, resultando de "impressões subjectivas dos professores, em vez de constituírem uma expressão objectiva do aproveitamento escolar dos alunos, e até um índice adequado do rendimento do ensino.". Dessa forma, defende-se que as classificações escolares sejam notas do período ou resultados de exames, deveriam não só servir para avaliar o aproveitamento escolar dos alunos, como também para avaliar o rendimento do ensino.

Neste artigo é ainda apresentada uma crítica a uma nota do Ministério da Educação Nacional referente aos exames liceais de 1956, onde se afirmava que esses exames não serviam para avaliar o rendimento do ensino mas "somente os resultados das reacções dos examinandos às questões escritas e orais a que foram submetidos nos exames" (Nota do Ministério da Educação Nacional, s.d. citada em Nabais, 1958, p. 48).

O autor deste artigo afirma que não existe qualquer critério para avaliar objectivamente o rendimento do ensino. Considera também que a nota do Ministério da Educação Nacional se contradiz, quando refere que "pela diferença dos percursos escolares pelos quais os alunos passavam antes de chegar aos exames, se poderia explicar os resultados nesses mesmos exames" (Nota do Ministério da Educação Nacional, s.d. citada em Nabais, 1958). Segundo o autor do artigo, isso queria dizer que o próprio Ministério considerava que os resultados dos exames seriam também um índice do rendimento da escolaridade, ou seja, do ensino.

[69] No artigo *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento?* (Nabais, 1958, pp. 41 – 51).

Insucesso em Matemática

Em 1958, nos números 1 e 2 dos *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia*, volume I, compilados numa só revista, é de realçar o estudo já referido sobre o rendimento dos alunos na disciplina de Matemática. Nesse artigo considera-se ser uma opinião geral, que a Matemática era a disciplina mais difícil do ensino secundário, ou pelo menos aquela em que os alunos tinham menor rendimento. Com o objectivo de verificar se essa opinião geral correspondia ou não à realidade, refere-se a realização em 1956, de um estudo comparativo das classificações atribuídas no terceiro período, aos estudantes do 1º e 2º ciclos dos Liceus de Lisboa, verificando-se que os resultados na disciplina de Matemática eram, de uma forma geral, os piores nos diversos liceus.

Esse estudo termina com uma análise das percentagens de negativas em Português e Matemática, nas diferentes turmas dos diversos liceus estudados. Os resultados, com percentagens de negativas na ordem dos 60% e 70%, são considerados anormais, sobretudo no último período escolar. No final chama-se à atenção para a necessidade do aproveitamento dos recursos humanos e para alguns problemas levantados pelo insucesso escolar, nomeadamente na disciplina de Matemática. "Urge tomar medidas capazes de sustar *[sic]* este autêntico desperdício de valores humanos, não falando já nos sacrifícios e dispêndios inúteis das Famílias e do próprio Estado." (Nabais, 1958, p. 51).

Em 1968[70], Nabais também aborda o tema do insucesso em Matemática, realçando que, durante muito tempo, muitos aspectos da Matemática estiveram inacessíveis a alunos que não tivessem um certo desenvolvimento e maturidade e que só uma minoria privilegiada lá chegava, enquanto que a maioria ficava pelo caminho. No entanto, nesse editorial sugere-se que teria sido descoberta uma nova forma, que permitiria até crianças da escola infantil ou das primeiras classes primárias "avançar e saborear, com alegria e entusiasmo, a água límpida da matemática" (Nabais, 1968, p. 3), sendo essa descoberta associada à *Matemática dita Moderna*.

[70] No editorial dos *Cadernos de Pedagogia e Psicologia*, vol. II, nº5.

Principais referências citadas por Nabais nos seus trabalhos

No artigo *A Informática e a Escola*, Nabais (1968) apresenta no final uma síntese da revolução que, segundo ele, seria necessária efectuar no ensino da Matemática. Essa síntese é baseada em autores como Dienes, Gustave Choquet, Papy e Sebastião e Silva, surgindo ao longo do texto diversas citações ou referências a esses autores. Nesta síntese, destaca oito pontos que seriam essenciais para a "revolução no ensino das Matemáticas".

No primeiro ponto, Nabais refere que o aluno deve descobrir a "verdade matemática por si próprio, sob a orientação do professor. Daí o termos de falar de aprendizagem em vez de falar de ensino da Matemática (1968, p. 25, sublinhados no original). Para ilustrar esta ideia, destaca uma citação de Dienes, onde este refere a necessidade da criança fazer a construção dos conceitos matemáticos a partir da sua própria experiência real e não a partir de manipulações simbólicas. Ao referir esta mudança de conceito, de ensino para aprendizagem, Nabais alerta para que a mudança no ensino da Matemática passa por centrar o processo no aluno e na descoberta pessoal a partir do concreto.

No segundo ponto, Nabais salienta que o objectivo central da pedagogia deve ser encontrar os meios ou processos "para a criança descobrir, por si própria, os conceitos fundamentais que constituem as estruturas lógica das Matemáticas" (1968, p. 25). Neste ponto volta a referir Dienes, numa citação onde este centra a aprendizagem da Matemática na descoberta das estruturas matemáticas, devendo o ensino colocar a criança perante situações que permitam a concretização dessas estruturas.

A organização das situações de aprendizagem, de modo a levar as crianças a descobrir os conceitos por si próprias, era apontado por Nabais como o terceiro ponto na *revolução do ensino* desta disciplina. Em relação a este ponto, apresenta outra citação de Dienes, onde este autor refere que as crianças deveriam aprender a partir da sua própria experiência e não a partir da experiência dos adultos. Refere ainda uma opinião de Gustav Choquet, sobre a utilização de "material variado e polivalente" onde este menciona que este material é essencial "até aos 16 anos, - e só nessa idade poderá intervir eficazmente e sem perigo a axiomática." (1968, pp. 25-27). Nabais aponta aqui claramente os materiais de concretização como um ponto central na mudança do paradigma do ensino da Matemática.

Nesta *revolução* da aprendizagem da Matemática, Nabais aponta como objectivo principal para um *bom programa de Matemática* o "levar a criança a aprender a pensar, a raciocinar, a deduzir, de forma a criar ela própria a regra e a fórmula e introduzir o simbolismo" (1968, p. 27). Critica assim, o que chama de *processo tradicionais* de ensino desta disciplina, por fazer uso de símbolos sem um conteúdo real. A verdade Matemática seria uma realidade independente da sua expressão simbólica e o aluno deveria aprender primeiro essa realidade e só depois aprender a traduzi-la simbolicamente.

O caminho que o aluno percorreria para atingir essa realidade não deveria ser imposto, devendo deixar-se à criança a possibilidade de percorrer e tentar vários caminhos. Nabais referia ainda Dienes a este propósito, numa citação onde este autor afirma que quando um conceito é construído a partir de uma experiência pessoal, cria-se interiormente qualquer coisa que não existia anteriormente na criança (Dienes citado em Nabais, 1968). É interessante verificar que tanto Nabais, como a citação de Dienes, centram a construção do conhecimento matemático na experiência pessoal e individual.

Para Nabais alguns conceitos matemáticos fundamentais como " ... a factorização e divisibilidade, as fracções, a potenciação dos números de 2 a 10, as raízes e até os logaritmos, as diferentes bases da numeração através da potenciação, etc." (p. 29) teriam sido considerados durante muito tempo, como inacessíveis aos alunos das classes primárias. No entanto, refere que a dificuldade não estaria no conceito em si, mas sim no "processo de o ensinar ou no símbolo utilizado para o exprimir" (1968, p. 29). Neste caso, Nabais refere estudos internacionais que teriam demonstrado que as crianças do Ensino Primário conseguiriam compreender esses conceitos e que essa compreensão permitiria a aprendizagem de pontos «considerados "nevrálgicos" pela Didáctica da Matemática tradicional» (1968, p. 29, aspas no original).

Este percurso que levaria a criança a descobrir os conceitos matemáticos, era comparado por Nabais com o percurso feito pelos *génios matemáticos do passado*.

> A criança, devidamente orientada, à medida que vai descobrindo os conceitos matemáticos, as suas relações e propriedades essenciais, não fará mais que trilhar, por si própria, o caminho seguido pelos génios matemáticos do passado. Não é de admirar que, de vez em quando, ela solte o seu "eureka" e exprima efusivamente a sua satisfação ... A criança chegará assim não só a saber calcular, como principalmente a saber pensar matemàticamente *[sic]*, partindo sempre da realidade para a ela voltar. (Nabais, 1968, p. 29)

A criança faria uma recriação da própria Matemática, sabendo não só calcular, mas principalmente, sabendo pensar matematicamente. Nabais apresenta aqui um percurso que refere como facilitador da aprendizagem, do real para o simbólico, com um regresso ao real. As referências à realidade parecem estar relacionadas com a concretização dos conceitos com materiais concretos, e portanto reais, e não com a realidade do dia-a-dia.

João António Nabais e os materiais didácticos no ensino da Matemática

Nabais reforça, em diversos dos seus escritos, a ideia da importância da concretização, na construção das ideias matemáticas. Para o autor, esta ideia de construção das matemáticas só pode ser interpretada num sentido "construir as Matemáticas concretamente, com materiais concretos e reais como concretos e reais são os blocos e tijolos e materiais de construção civil" (Nabais citando Dienes, 1968, p. 58). Para Nabais, esta construção deve começar na escola infantil e não pode ser interpretada de uma forma abstracta e dedutiva.

Nabais relaciona esta forma de construir os conceitos matemáticos, com a origem etimológica da palavra abstrair. «Na sua etimologia latina, significa "arrastar para longe de", "afastar", pôr de lado". Aplicado ao conhecimento humano, o verbo "abstrair" significará "afastar", "pôr de lado" tudo quanto seja elemento concreto da realidade, – forma, cor, tamanho, etc.» (Nabais, 1968, p. 58). Põe então em causa um conhecimento que não seja construído partir de elementos concretos da realidade, sustentando que para haver uma abstracção, o "afastar" de qualquer coisa concreta, é necessário que a criança tenha na sua mente esses suportes dos elementos concretos com que apreendeu a realidade.

Para Nabais, o ensino tradicional da Matemática, coloca a sua essência nos símbolos e fórmulas e na construção dedutiva dos conceitos a partir desses símbolos logo desde as primeiras classes. Nesse tipo de ensino, considera que não existe lugar para a verdadeira abstracção, destacando que a partir de símbolos e fórmulas não há nada de onde se possa abstrair, não existem os tais elementos concretos. De acordo com Nabais, a reacção dos alunos perante tal tipo de ensino consistia na memorização de fórmulas, com uma posterior aplicação mecânica. Para este autor, a mecanização surge

assim do desconhecimento da origem concreta das regras e fórmulas que fundamentam a construção do conhecimento matemático, "o aluno condiciona-se a regras e fórmulas, de que não conhece a génese nem vislumbra o alcance e implicações" (Nabais, 1968, p. 59).

Pelo contrário, para Nabais, o aluno que constrói o conhecimento matemático a partir da realidade, consegue observar, confrontar e relacionar os seus múltiplos aspectos. Neste contexto, os símbolos e as formas surgem apenas como uma necessidade dos alunos exprimirem as suas ideias matemáticas, resultantes da sua actividade mental, através de uma forma mais sintética e simplificada. É assim, através da manipulação e observação, que nasce a abstracção, «quando o aluno consegue extrair da realidade o que é essencial, eliminando e "pondo de lado" o concreto e acidental.» (Nabais, 1968, p. 59).

Este contacto com o real tem que ser feito através de experiências pessoais, individuais, feitas de uma forma repetida e variada, para que a mente do aluno possa reunir tudo o que é essencial para a construção do conhecimento matemático. Para Nabais, "quanto mais ricas de conteúdo e variadas em perspectiva forem tais experiências, mais sólida e grandiosa será a futura construção" (1968, p. 60).

Nabais critica então o que chama de "os mestres do ensino tradicional", que, segundo ele, insistem em fazer apelo da manipulação da realidade, mas apenas através da imaginação dos alunos, descurando se o aluno passou pelas experiências pessoais concretas que lhe permitam ter os materiais necessários para a abstracção. Outra crítica feita por Nabais aos professores, e aos métodos utilizados no ensino da Matemática, prende-se com o que designa de, utilização sistemática da demonstração como forma de concretização das regras que pretendem ensinar. Assim, Nabais afirma que ao utilizar a demonstração, o professor está a recorrer à sua experiência pessoal, mas:

> ... uma coisa é a experiência pessoal do professor ao executar o modelo, ao descrever e mostrar os seus elementos, ao concretizar nele a sua ideia (a regra), - e outra, muito diferente, as várias atitudes que os vários alunos podem ter perante essa experiência pessoal do professor. (Nabais, 1968, p. 60)

O autor defende desta forma que, o facto de se proporcionar ao aluno uma reflexão sobre a sua construção do conhecimento, pode levá-lo a uma melhor compreensão dos conteúdos trabalhados e afirma que:

> Se é certo que, frequentemente, o professor reconhece que após um esforço de demonstração perante os alunos, ele próprio parece ter compreendido melhor a matéria, – porque não proporcionar aos alunos essa mesma possibilidade de experiência pessoal, essa possibilidade de intuição e de descoberta do real, essa vivência da verdade? (Nabais, 1968, p. 60)

Nabais sustenta que o aluno deve ter acesso ao conhecimento matemático através dos materiais concretos e de múltiplas e diversificadas experiências físicas, até pelo menos aos doze ou treze anos, justificando-se com autores como Gustave Choquet, que afirma que defendem o uso de materiais até aos dezasseis anos. Outro princípio que Nabais defende para a utilização dos materiais, é que os alunos devem construir o conhecimento a partir das suas próprias experiências pessoais e não das experiências do professor, afirmando que «se é certo que estes materiais podem ser utilizados em "demonstrações" feitas pelo professor, bom será lembrar que eles foram concebidos principalmente como instrumentos de investigação e descoberta nas mãos dos alunos» (Nabais, s.d., s.p.).

Apesar de muitas destas ideias terem sido expressas em artigos publicados em 1968, na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, elas são igualmente expressas na introdução dos livros que expõem as metodologias dos materiais.

Do material Cuisenaire[71] aos Cubos – Barras de Cor

Os cursos de divulgação dos materiais didácticos e a formação de professores

É a partir da importância dada à concretização no ensino da Matemática, que Nabais inicia, desde 1960, o trabalho de experimentação do material Cuisenaire no Centro de Psicologia Aplicada à Educação. Em 1961 é feita uma primeira experiência de aplicação no Colégio Vasco da Gama, em Meleças, com alunos da 4ª classe (Nabais, 1965).

Estes primeiros trabalhos desenvolvidos com o material Cuisenaire parecem ter causado um impacto muito positivo, já que numa crónica de 1965, intitulada *Cursos de*

[71] O material Cuisenaire foi desenvolvido por Georges Cuisenaire, professor do Ensino Primário belga.

Iniciação no Método Cuisenaire para o Ensino da Matemática[72] e publicada na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, se refere a este respeito que:

> ... verificou-se, ao fim de dois meses, que se estava perante qualquer coisa de novo e de admiravelmente fecundo para a aprendizagem da ciência dos números. ... Na verdade, o material Cuisenaire realiza, superlativamente, o ideal da Escola activa, satisfazendo admiravelmente todas as suas exigências e princípios. ... A ponto de poder afirmar-se que, através do material Cuisenaire, a criança descobre por si própria as verdades matemáticas, como que refazendo as experiências e repetindo os passos que a Humanidade realizou e deu para chegar à descoberta dessas mesmas verdades. (Nabais, 1965, p. 157)

Nesta crónica, o material Cuisenaire é ainda apresentado como um notável progresso pedagógico, que permitia a concretização de variadas situações aritméticas, levando as crianças a uma "instrução pessoal, directa e imediata dos princípios básicos da Matemática" (Nabais, 1965, p. 157).

Com estas primeiras experiências na utilização do material Cuisenaire, também parece haver uma reflexão sobre o papel do professor no ensino da Matemática.

> Aqui o professor deixa de *ensinar*, desaparece a didáctica no sentido clássico.
>
> O professor limita-se a orientar a aprendizagem de cada criança, estimulando, sugerindo, criando situações problemáticas, que o aluno enfrenta, analisa e resolve. (Nabais, 1965, p. 157, itálico no original)

Com o entusiasmo que está patente nas palavras deste cronista, rapidamente o Centro de Psicologia Aplicada à Educação começa a introduzir e divulgar a metodologia do material Cuisenaire em Portugal.

Em relação a esta primeira experiência com o material Cuisenaire, a professora Maria de Lourdes Silvério Tavares[73] refere, num depoimento oral prestado em 14 de Maio de 2007, a importância que teve no desenvolvimento do seu trabalho como professora do Ensino Primário:

[72] Esta crónica, tal como outros artigos desta revista, não tem o autor identificado. Ao longo deste trabalho não foi possível identificar o autor desta crónica, e dos outros artigos apresentados nas revistas *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, nº 1 e 2 volume I e *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, nº 3 e 4, volume I.

[73] A professora Maria de Lourdes Silvério Tavares, leccionou no Colégio Vasco da Gama, no Ensino Primário, desde a inauguração do Colégio no ano lectivo de 1959/1960, tendo acompanhado toda a implementação das novas metodologias no Ensino Primário na instituição.

> Ele [Nabais] começou a fazer as experiências com os meus alunos ... ia para a aula ... ele vinha e demonstrava e eu comecei a beber daquilo de uma tal maneira que não percebia como dar a aula. Eu própria estava a aprender Matemática pela primeira vez e não saía da sala e foi assim e de tanto ouvir, que depois aplicava automaticamente. Depois já não era capaz de dar a aula de outro modo e sobretudo eu procurei conciliar aquilo que ouvia lá com os Programas. (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio, p. 1)

Assim, realiza-se o primeiro Curso Cuisenaire de 23 a 28 de Abril de 1962, no Colégio Vasco da Gama, em Meleças, no qual participam 135 professores de todos os pontos do país. Este curso é dirigido por Caleb Gattegno, apresentado como "grande Mestre do Método Cuisenaire, que se deslocou propositadamente de Londres a Portugal para dirigir os trabalhos" (Nabais, 1965, p. 159). O curso decorre ao longo de seis dias, tendo sido, segundo as palavras do autor da crónica já referida, de "intenso labor, que deixaram em todos as melhores impressões." (Nabais, 1965, p. 159).

Este primeiro Curso Cuisenaire recebe o apoio do Ministério da Educação Nacional, que dispensa do serviço os professores que nele quiserem participar. Esta dispensa do serviço é comunicada aos Reitores dos Liceus através do Ofício – Circular nº 48, de 7 de Março de 1962.

MINISTÉRIO D[illegible] EDUCAÇÃO N[illegible]CIONAL
DIRECÇÃO-GERAL DO [illegible] LICEAL
Secção Pedagógica
1ª. 43 - P.1/62

OFÍCIO - CIRCULAR Nº. 48

Aos Exmºs. Reitores dos Liceus

Para os devidos efeitos, comunico a V.Exª. que, por despacho de 2 do corrente de S.Exª. o Subsecretário de Estado, são dispensados de serviço os professores de matemáticas que tomarem parte no curso de iniciação no método Cuisenaire para o ensino da matemática que se realizará de 23 a 28 do próximo mês de Abril, no Colégio Vasco da Gama, em Lisboa - Ajuda.

As condições, programa e boletins de inscrição serão enviados directamente pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

A Bem da Nação
Direcção-Geral do Ensino Liceal, em 7 de Março de 1962.
Pel'O DIRECTOR-GERAL,

Figura – 3 - Ofício – Circular nº 48, de 7 de Março de 1962. Dispensa os professores do Ensino Liceal do serviço, para participarem no curso de iniciação no método Cuisenaire, promovido pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação. (digitalização e redução, 40% do original)

No que diz respeito a este primeiro curso de iniciação ao método Cuisenaire, Francelino Gomes (depoimento oral, 2007, 14 de Novembro), membro da equipa do projecto de Modernização da Iniciação Matemática no Ensino Primário, do Centro de Investigação Pedagógica da fundação Calouste Gulbenkian, salienta o papel de Nabais na divulgação e implementação deste material em Portugal:

> Conheci o padre Nabais. Eu fiz um curso dele ... era um curso para professores. Ele trabalhou com o Cuisenaire para o ensino da Matemática e com outros materiais … Bom, foi ele [Nabais] que organizou num colégio que tinha aqui nos arredores de Lisboa, um curso em que veio o homem do material Cuisenaire, o Gattegno, e fez cá o curso. Depois o padre Nabais aproveitou e aplicou o método no Colégio dele. Eu também assisti esse curso do princípio (do Gattegno). Ele falou essencialmente sobre o material Cuisenaire. Que o material Cuisenaire tem uma estrutura que depois vai ser utilizada

> na Matemática de base tipo Moderna. Ele não era um mensageiro apenas da Matemática Moderna, era um mensageiro da aprendizagem da numeração e da escrita decimal, uma ajuda aos alunos ... para mim foi muito útil. Naquela altura eu estava a ensinar no ensino técnico e tinha alunos que nem sempre eram muito desenvolvidos e pude utilizar esse material de forma fugaz, porque o aluno naquela idade não pode ficar dependente do material. Não sei se era para o exercício deles ou para me exercitar ... mas eu já tinha esquecido fiz o Curso Cuisenaire. (Gomes, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 1)

Em relação aos cursos e à formação de professores, a professora Maria de Lourdes Tavares salienta que:

> [Nabais] procurava que os seus professores frequentassem cursos durante as férias, por ele organizados, trazendo especialistas estrangeiros. Outras vezes mandou os seus professores frequentar cursos no estrangeiro ... Foi no ano de 1962 que se deslocou ao colégio o Dr. Gattegno. Grande poliglota, falava 29 línguas. Preocupava-se especialmente com o ensino da Matemática. Foi ele que divulgou, actualizou e comercializou o método Cuisenaire, nome do professor belga do Ensino Primário que idealizou este material para o ensino da Matemática. Por sua vez o Doutor Nabais, baseando-se no método Cuisenaire divulgado por Gattegno, fez alterações no material e passou a divulgá-lo no nosso país. Fez vários cursos pelo nosso país. (depoimento escrito, 2007, 14 de Maio, p.2)

Assim, a formação de professores no âmbito do ensino da Matemática parece ser uma preocupação para Nabais desde a fundação do Colégio. Em relação a este aspecto, Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) salienta que Nabais se preocupava com a formação geral do professor, afirmando mesmo que este pedagogo via as mudanças na formação dos professores como um primeiro obstáculo a transpor para fazer evoluir o ensino desta disciplina "... primeiro o professor, o grande obstáculo passa pelo professor. Mudar é difícil." (p. 5).

Ainda em 1962, no período compreendido entre o dia 1 e o dia 5 de Outubro, realiza-se o segundo Curso Cuisenaire nas instalações do Colégio Brotero no Porto, sendo dirigido por António Augusto Lopes[74] e por João António Nabais. Neste curso

[74] Professor metodólogo do Liceu D. Manuel II, do Porto, membro da Comissão de Revisão do Programa do 3º Ciclo do Ensino Liceal (actuais 10º e 11º anos), que em 1962 elabora um programa experimental. Desta comissão, presidida por José Sebastião e Silva, faziam ainda parte mais dois professores metodólogos e um inspector de Matemática do ensino liceal (Matos, 2004).

estiveram presentes 83 professores (Nabais, 1965). Até 1964 realizam-se mais cinco cursos de iniciação ao método Cuisenaire, em diversos pontos de Portugal Continental. De acordo com o autor da crónica, nestes primeiros sete cursos são iniciados na manipulação deste método mais de meio milhar de professores, tendo boa parte deles colocado em prática o método, já que muitos teriam requisitado caixas de material ao Centro de Psicologia (Nabais, 1965).

Também em relação ao início da divulgação do material Cuisenaire em Portugal, o professor Moreirinhas Pinheiro, antigo professor de Didáctica Especial no Magistério de Lisboa, refere o trabalho desempenhado por Nabais:

> Além do Sebastião e Silva eu desloquei-me, eu e um colega meu, a Meleças, para ver como se trabalhava com o método Cuisenaire com o padre Nabais. Porque quem introduziu o Cuisenaire em Portugal foi o Nabais, que era o director nessa altura do colégio de Meleças, que ainda existe. Além disso, o Padre Nabais tinha outras ideias a cerca da Língua Portuguesa ... Fui lá duas ou três vezes, falamos com ele e claro que o método Cuisenaire a partir dessa altura foi muito divulgado, divulgado nas escolas de Magistério. Inclusive, o próprio Ministério distribuiu o Cuisenaire por muitas escolas portuguesas. Simplesmente os professores não estavam habilitados a trabalhar com o Cuisenaire, porque para trabalhar com o Cuisenaire há umas subtilezas, há uma técnica própria para se trabalhar com o método Cuisenaire. Acho melhor chamar de técnica…ou o processo ... digamos um meio de aprendizagem e como meio de aprendizagem, muitos professores deixaram ficar o Cuisenaire na gaveta…quando na verdade o Cuisenaire exigia uma metodologia própria e um processo … uma didáctica própria que eles não conheciam. De qualquer maneira, as experiências que eu conheço acerca do Cuisenaire davam muito bons resultados logo a partir do pré-Primário e do infantil ... tínhamos que ensiná-los com uma metodologia e um processo próprio … material Cuisenaire tinha as instruções próprias. Os grandes divulgadores do Cuisenaire foi o Gattegno, que era professor da Universidade de Londres, e a pedido do Padre Nabais o Gattegno veio fazer vários cursos em Portugal. E lembro-me bem que havia até uma instituição própria destinada a divulgar o Cuisenaire e com publicações. Uma das publicações eu até tinha, chamava-se "O Zeca já pode aprender Matemática" depois emprestei e… (Pinheiro, depoimento oral, 2007, 31 de Maio, pp. 3-4)

Em 1963[75] é publicada a 1ª edição do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*, cuja tradução portuguesa é feita por Manuel

[75] Esta 1ª edição do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor* não tem data, no entanto, de acordo com o catálogo do PORBASE, da Biblioteca Nacional, este livro foi

Silvério Tavares[76] e a revisão por João António Nabais. Neste livro, editado no nosso país por Cuisenaire de Portugal, Centro de Psicologia Aplicada à Educação, Caleb Gattegno expõe o método de ensino da Matemática de Georges Cuisenaire.

Figura – 4 - Capa e folha de rosto da 1ª edição do livro *O Zeca já pode aprender Aritmética*: *guia para o método dos números em cor*, de Caleb Gattegno. Exemplar autografado pelo autor com dedicatória ao tradutor para português, datada de 28/IV/1962. (digitalização e redução, 40% do original).

Entretanto, entre 1965 e 1967, a divulgação da metodologia do material Cuisenaire intensifica-se, tendo sido realizados doze cursos em diversos pontos de Portugal Continental, no arquipélago da Madeira e no arquipélago dos Açores. Neste período, estes cursos deixam de ter a denominação *Cursos Cuisenaire*, passando a chamar-se *Cursos de Iniciação no método Cuisenaire e de Introdução à Matemática*

editado em 1963. Mas de acordo com a biografia de Gattegno, que consta no site com o endereço http://www.cuisenaire.co.uk/gattegno/bibliog.htm#1963, a data de edição deste livro em português é de 1962. Em depoimento oral em 2007, Manuel Silvério Tavares, o tradutor do livro, afirma que "... na altura fiz a tradu5ção. Ele [Nabais] pediu-me, havia o livro em espanhol. Quando o Dr. Gattegno veio ... pedi-lhe para ele me autografar o livro. Isto foi em 1962." Esta afirmação parece confirmar o ano de 1962 como data da 1ª edição deste livro em português.

[76] Exerceu funções como professor no Colégio Vasco da Gama, tendo também exercido funções de director no mesmo Colégio, de acordo com despacho ministerial de 3 de Marco de 1964, que consta num averbamento ao Alvará n.º 1602, livro E, do Ministério da Educação Nacional.

Moderna. Para além de João António Nabais, participa na orientação de um destes cursos Madeleine Goutard[77]. (Nabais, 1968).

Nestes doze cursos, realizados entre 1965 e 1967[78], participam cerca de 750 professores que, juntos com os cerca de 500 dos cursos anteriores, perfazem um total de cerca de 1250 professores dos vários graus de ensino. De acordo com o autor da crónica, a elevada participação de professores nestes cursos era uma demonstração da ansiedade que os professores tinham em actualizar a sua preparação matemática (Nabais, 1968).

Neste período, Nabais refere também vários cursos de divulgação de técnicas de programação, desenvolvidos a partir de 1965 pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação, que teriam sido seguidos por mais 600 professores até 1967. De entre esses cursos, destaca o curso programado sobre conjuntos do tipo semi-ramificado. Para esse curso é traduzido e adaptado para português um livro intitulado *Para Compreender e Representar os Conjuntos*, que consiste num conjunto de lições programadas de Matemática Moderna. Este livro, cujo autor é apenas identificado como E.H.C., serve de acompanhamento ao curso de aprendizagem programada. Neste livro, Nabais refere numa anotação, que o curso programado pode ser complementado com a utilização de uma máquina a que dá o nome de *Estudantina* e que salienta ser de fabrico exclusivamente português.

No final das crónicas *Cursos de iniciação no Método Cuisenaire para o Ensino da Matemática* e *Para uma melhor aprendizagem da MATEMÁTICA – CURSOS de Iniciação no método Cuisenaire e de Introdução à MATEMÁTICA MODERNA*, publicadas respectivamente nas revistas Cadernos de Pedagogia e Psicologia n.ºs 3 e 4 e no nº 5, onde são apresentados estes cursos de iniciação no Método Cuisenaire para professores de vários graus de ensino é uma apresentada uma lista dos cursos, ilustrada com fotografias tiradas durante os cursos e jantares de confraternização. De acordo com o autor das crónicas, estes cursos tinham a aprovação do Ministério da Educação Nacional.

[78] Estes cursos estão descritos numa crónica intitulada *Cursos de Iniciação no método Cuisenaire e de Introdução à Matemática Moderna*, publicada na revista *Cadernos de Pedagogia e Psicologia* de 1968,

Numa edição do início da década de 1970[79], do número 1 da colecção *Constrói a tua Matemática*, uma nota introduzida no final do livro com o título *Pedagogia da Matemática*, e que não está paginada, refere que, desde 1961, Nabais terá realizado "mais de meia centena de cursos de Introdução à Pedagogia da Matemática, em Lisboa, Porto, Meleças, Estremoz, Ponta Delgada, Santarém, Vila Real, Funchal, Moimenta da Beira, Setúbal, Alter do Chão, Coimbra, Santo Tirso, Elvas, Olivais, Benfica, S. João do Estoril, etc., frequentados por mais de 3000 professores, de todos os graus e tipos de ensino" (Nabais, s.d.d, s.p.).

Estes cursos Cuisenaire e de Matemática Moderna dirigidos por Nabais, começam a ser referidos nos Relatórios e Contas da Associação de Jardins-Escolas João de Deus, a partir de 1965. Estes cursos também são referidos na obra de António de Deus Ramos Ponces de Carvalho, *Élements pour l´histoire dúne école de formation des instituteurs de maternelle*, editada em 1991, em Lisboa. Em 1965, no Relatório e Contas da Associação de Jardins-Escolas João de Deus, refere-se uma Conferência Pedagógica realizada nos finais de Julho, que decorreu ao longo de dois dias, e que consistiu num breve curso sobre o Método Cuisenaire. Neste Relatório e Contas pode ler-se que "os trabalhos foram superiormente dirigidos pelo Sr. Padre Nabais." (Relatório e Contas da Associação de Jardins-Escolas João de Deus, 1965, p. 8). Até 1977 são registados nos Relatórios e Contas desta associação mais seis cursos dirigidos por Nabais. Embora nos relatórios não se discrimine o que foi trabalhado, são registados alguns comentários sobre os cursos.

Em 1966 é registado nestes relatórios de contas, que foi desenvolvido no Colégio Vasco da Gama um curso sobre o Método Cuisenaire, tendo sido organizado com o objectivo de "acompanhar as perspectivas novas, trazidas por métodos que reconhecemos como muito úteis ao desenvolvimento mental das crianças" (Relatório e Contas da Associação de Jardins-Escolas João de Deus, 1966, p. 7). A partir de 1967 os cursos registados deixam de ter a denominação de Cursos Cuisenaire, e em 1969 o curso é registado com a denominação de *Orientação da Matemática Moderna*. Durante a década de 1970 os cursos são registados como *Cursos de Matemática Moderna*. No Relatório e Contas da Associação de Jardins-Escolas João de Deus de 1967 é registado que foi realizado um Curso de iniciação a novos métodos para orientação da

[79] Esta edição não tem data, no entanto refere-se numa nota no final que, a divulgação do material começou em 1961 e que foi feita ao longo dos noves anteriores à edição de referido número. Esta nota permite situar a edição por volta de 1970.

matemática, orientado por João Nabais. Neste registo Nabais é apresentado como alguém que "ao assunto tem dedicado um esclarecido interesse" (p. 8) e que se estaria a preparar uma experiência pedagógica de aplicação destes métodos nos Jardins-Escolas João de Deus a partir de Novembro desse ano. Já em 1968, no respectivo Relatório e Contas, regista-se um curso de orientação e actualização de matemáticas, sendo Nabais apresentado como seu "proficiente divulgador em Portugal" (p.7).

Esta relação com os materiais didácticos divulgados por Nabais, ainda se mantém hoje em dia nas Escolas João de Deus, estando os materiais desenvolvidos por este pedagogo, expostos junto à biblioteca da instituição e os seus livros de metodologia dos materiais didácticos disponíveis para requisição na biblioteca.

No que diz respeito à relação entre o trabalho desenvolvido por Nabais nestes cursos de iniciação ao método Cuisenaire, e as escolas de formação de professores do Ensino Primário, Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) destaca a relação com as Escolas João de Deus, mas refere que não existia qualquer relação com a Escola do Magistério de Lisboa:

> Não, do Magistério propriamente não. Sei que ele ia dar aulas à escola João de Deus. À escola João de Deus foi muitas vezes. Todos os anos lá ia, e eles também vinham aqui. … Das escolas do Magistério, do estado, não, vêm dessas escolas particulares. Há cá muitas escolas particulares, agora a do estado, que está em Benfica não. (pp. 2-3)

Também a professora Leonida Faria, actual coordenadora do 1º ciclo do ensino básico no Colégio Campo de Flores, onde também foram desenvolvidos os Programas Próprios organizados por Nabais, salienta a relação existente com os cursos de formação inicial de professores e educadores das escolas João de Deus:

> Nas Escolas João de Deus continuam a formar os alunos com este material, porque eu já recebi aqui educadoras e professoras que tinham conhecimento deste material. Porque o Dr. Nabais, na altura em que eu fiz formação com ele, estava muito ligado às Escolas João de Deus. Isso é perceptível por que os alunos aparecem com essa formação. (Faria, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 5)

Em 1981 é publicado um artigo de uma professora primária de Fernão Ferro na revista *Escola Democrática*, com o título *Material Cuisenaire.* A autora deste artigo utiliza como referência bibliográfica para a sua redacção uma obra de Nabais, *Á*

Descoberta da Matemática com os cubos-barras de cor e o livro de Gattegno *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*. Neste artigo refere-se a introdução do material Cuisenaire em Portugal em 1961, através de uma experiência realizada num estabelecimento de ensino do país. Embora o estabelecimento de ensino não esteja identificado, tudo leva a crer que a autora se esteja a referir ao Colégio Vasco da Gama.

O desenvolvimento dos materiais didácticos e a organização das metodologias

De acordo com Nabais (1990, Junho 14) é no ano de 1966 que se faz a introdução da Matemática dita Moderna nas classes do Ensino Primário do Colégio Vasco da Gama, nomeadamente com a adaptação do material Cuisenaire à Matemática Moderna e a criação do material Cubos – Barras de Cor em 1967. Esta adaptação do material Cuisenaire à Matemática Moderna é justificada mais tarde por Nabais, em anotações produzidas para uma edição sem data do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*[80], cujo título é alterado apenas na contracapa para *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos cubos – barras de cor (Cores Cuisenaire)*. Nestas anotações, para além dos elogios feitos ao material Cuisenaire, Nabais aponta-lhe algumas desvantagens e falta de adequação à fundamentação da Matemática Moderna[81].

Estas alterações feitas ao material Cuisenaire, com o desenvolvimento do material Cubos – Cor[82] e mais tarde os Cubos – Barras de cor, parecem influenciar as

[80] Esta edição do livro é apresentada sem data. Numa das anotações, Nabais refere-se a Sebastião e Silva como o "saudoso Prof. Dr. Sebastião e Silva" (Em Gattegno, s.d.b, p. 42). A morte de Sebastião e Silva ocorre em 25 de Maio de 1972, estas anotações devem portanto situar-se numa data posterior e, como consequência, também a data desta edição deve ser posterior. Numa outra anotação, Nabais refere que ao longo de mais de uma dezena de anos tem sido feito o trabalho de divulgação do material. Se, de acordo com as palavras de Nabais, a divulgação começou em 1961, então esta edição deve situar-se na década de 1970.

[81] As adaptações efectuadas por Nabais ao material Cuisenaire serão discutidas adiante no presente trabalho.

[82] Através da leitura da metodologia dos Cubos –Cor, publicada na revista número 5 dos *Cadernos de Psicologia e Pedagogia* de 1968, e também numa edição sem data, do número 1 da colecção *Constrói a tua* Matemática, ambas da autoria de Nabais, é possível verificar através da descrição deste material Cubos – Cor, as diferenças que existem entre este e o material Cubos – Barras de cor, desenvolvido posteriormente e que ainda hoje é comercializado. Por exemplo, na metodologia publicada na referida revista, em 1968, é possível ler-se em relação aos Cubos – Cor, que "os 200 cubos são apresentados num estojo, em que a tampa transparente pode servir de caixa para os conter, e a placa esverdeada servirá de base para os encaixar, nas construções. 2. Para abrir o estojo, voltar sempre a tampa transparente para baixo, e a placa para cima. Evitar-se-á assim que os cubos caiam … Esta é geralmente utilizada do lado dos encaixes; mas em certas construções, utiliza-se a face oposta, isto é, a parte lisa." (Nabais, 1968, p. 78). Aparentemente a diferença entre estes Cubos – Cor e os actuais Cubos – Barras de cor, parece situar-

alterações que são introduzidas na denominação dos cursos. Aparentemente, até à introdução das alterações no material Cuisenaire, em 1967, Nabais parece não fazer uma relação explícita entre o trabalho desenvolvido nos cursos e a Matemática Moderna. Das fontes consultadas, e que se encontram datadas, a primeira referência explícita à Matemática Moderna consta nos artigos publicados na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia* de 1968. O facto de Nabais referir nos artigos publicados no *Correio da Manhã* em 1990, que a introdução da Matemática dita Moderna no Colégio Vasco da Gama se fez em 1966, com o desenvolvimento do material Cubos – Barras de cor, parece revelar que a primeira fase de experimentação e implementação do material Cuisenaire não é encarada por este pedagogo como uma experiência enquadrada na Matemática Moderna. Isto parece ser confirmado pela alteração que é feita à denominação dos cursos a partir de 1966.

Em 1967, a experiência desenvolvida por Nabais parece despertar o interesse da imprensa não especializada, sendo publicado um artigo na revista *Notícia*[83], sobre o desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e o desenvolvimento e utilização de materiais didácticos no ensino desta disciplina no Colégio. Neste artigo, que tem oito páginas, é destacado o carácter inovador da experiência desenvolvida por Nabais no contexto da Matemática Moderna. Neste artigo, o trabalho de Nabais também é visto como uma contribuição portuguesa para o desenvolvimento da pedagogia e do ensino da Matemática, sendo comparado com o trabalho desenvolvido por outros pedagogos e matemáticos a nível internacional.

se ao nível do estojo, com os encaixes para os cubos na tampa, o que não acontece com o material desenvolvido posteriormente. Na restante descrição este material parece ser em tudo idêntico ao actual, no entanto não foi possível encontrar registos fotográficos, nem o próprio material, para confirmar esta consideração.

[83] A revista *Notícia* era uma revista semanal de Angola, dedicada ao que se passava na sociedade, cujo proprietário era João Charulla de Azevedo. A partir de 1967 esta revista passa a ter uma redacção também em Lisboa.

O ENCANTO DA MATEMÁTICA OU
FÁBRICA DE GÉNIOS ?
4334
4424
4343
2421
TEXTO DE FERNANDO DA COSTA // FOTOS DE FRANCISCO GARCIA

Figura – 5 - Primeira página do artigo publicado na revista *Notícia*, em 29 de Julho de 1967, sobre o ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama. (Digitalização e redução, 30% do original).

Em 1968[84], Nabais refere-se à utilização dos materiais no ensino da Matemática, mas já em relação ao material didáctico desenvolvido, a que dá o nome de Cubos – Cor, em vez de material Cuisenaire. Para Nabais (1968), com estes materiais a criança pode "criar situações variadas e ricas em elementos de intuição. Pode manipulá-las sobre a sua carteira, confrontá-las, relacioná-las, arrancar-lhes a verdade matemática" (p. 61). Nabais (1968) compara também as adaptações que fez, com o material original, referindo que "além de mais económicos em confronto com seus congéneres estrangeiros, apresentam ainda sobre estes as vantagens bem apreciáveis de uma maior maleabilidade, de mais rica polivalência e de mais fácil manipulação e acomodação" (p. 61).

[84] No artigo *Para construir as Matemáticas*, publicado na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia* de 1968.

Ainda em 1968[85], Nabais apresenta a metodologia a utilizar com o material que desenvolveu. Nabais apresenta esta metodologia em 285 passos, onde inclui as seguintes secções[86]: *O Material*, *os Conjuntos Singulares e Vazios*, *Conjuntos Iguais e Equivalentes*, *Reunião de Conjuntos (adição)*, *Subtracção de Conjuntos*, *Iteração – Repetição de Conjuntos (multiplicação)*, *Subtracção Iterada de Conjuntos*[87] *(divisão)*, *Factorização e Divisibilidade*, *Fracções de Conjuntos*, *Famílias de Fracções e a Representação de Conjuntos*. É de salientar que neste artigo, Nabais já apresenta as alterações que fez ao material Cuisenaire, embora não as justifique.

Entretanto, Nabais publica diferentes edições da metodologia para trabalhar com o material desenvolvido, edições essas que não são datadas. Essas metodologias são sempre apresentadas como número um, de uma colecção intitulada *Constrói a Tua Matemática*[88]. Por não estarem datadas, é difícil estabelecer uma cronologia. No entanto, é de salientar que num primeiro momento, Nabais publica uma edição desta metodologia, onde ainda é trabalhado o material Cubos – Cor. Esta metodologia é apresentada como um curso semi-programado para a exploração dos Cubos – Cor. Neste caderno, a metodologia dos Cubos - Cor é dividida em duas unidades. A primeira unidade é idêntica à metodologia que é exposta na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, de 1968. A segunda unidade é dedicada à exploração dos números do 11 ao 20, e inclui as seguintes secções: *Decomposição de Conjuntos*; *Factores e Divisores*; *Os Conjuntos e os seus Factores – Divisores*; *Os Números de 11 a 20*; *Para Descobrires os Factores – Divisores e Famílias de Fracções*.

Numa outra edição sem data, deste número 1 da colecção *Constrói a tua Matemática*, com o título *À descoberta da Matemática com os cubos – barras de cor*

[85] Esta metodologia é apresentada na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia* de 1968, no artigo *À descoberta da Matemática com os Cubos – Cor*.

[86] A terminologia apresentada em itálico, é uma transcrição da terminologia utilizada no original por Nabais, e consta na metodologia apresentada na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, de 1968. Em relação a esta terminologia é conveniente fazer alguns esclarecimentos. Nabais utiliza a expressão *Reunião de Conjuntos* para a adição, em vez de reunião de conjuntos disjuntos. Nabais utiliza por exemplo a terminologia *Subtracção de Conjuntos*, no entanto esta não é uma operação que esteja definida entre conjuntos, devendo-se por isso falar, ou em conjuntos complementares, ou na diferença de cardinais de conjuntos complementares.

[87] De acordo com o original.

[88] Nesta colecção Nabais pretendia editar vários cadernos, estando inicialmente prevista a edição de doze volumes que incluíam, para além do número um dedicado aos Cubos – Barras de Cor, títulos como: 2- À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico; 3- À Descoberta dos Números Inteiros; 4 – À Descoberta da Adição e da Subtracção; 5 – À Descoberta da Multiplicação e da Divisão; 6 – À Descoberta das Fracções; 7 – À Descoberta do Sistema Métrico Decimal; entre outros. De acordo com informações recolhidas junto da editora que actualmente publica estes cadernos, a Éduca – Material Didáctico, desta colecção apenas foram editados os três primeiros cadernos.

(cores Cuisenaire) a metodologia exposta já se refere aos Cubos – Barras de cor. Nabais (s.d.a) salienta que este caderno é destinado aos professores e pretende ser um guia orientador, onde os professores encontrem a sequência de passos programados para promover no aluno as aquisições básicas da Matemática. Nabais alerta ainda na introdução deste guia orientador, que certos capítulos da metodologia, bem como o que chama de símbolos da Matemática Moderna[89], só devem ser apresentados aos alunos quando estes revelarem maturidade suficiente para os aprenderem. Nesta introdução, Nabais afirma estar de acordo com autores como Frédérique Papy[90], que, de acordo com Nabais, defendem que este tipo de simbologia pode ser usado com alunos do Ensino Primário Elementar, contrariando autores como Osvaldo Sangiorgi[91], que, de acordo com Nabais, defendem que estes símbolos não devem ser utilizados com alunos deste nível de ensino. O caderno encontra-se dividido em diferentes capítulos: *Cubos e Barras*; *Tamanhos e Ordens*; *Conjuntos equivalentes*; *A Propriedade Número*; *Comparação de Conjuntos e Operações*; *Reunião de Conjuntos (Introdução à Adição de Números*); *Diferença de Conjuntos (Introdução à Subtracção de Números)*; *Iteração (repetição) de Conjuntos (Introdução à Multiplicação de Números)*; *Partição de Conjuntos (Introdução à Divisão de Números e às Fracções)*; *Par ou Ímpar*; *Conjuntos e Símbolos*; *Números e Sinais e Números e Numerais*. Neste caderno introduz-se também a *linguagem* dos comboios e carruagens para trabalhar com os Cubos – Barras cor, linguagem que também era utilizada por Gattegno com o material Cuisenaire.

Em 1969, através do Centro de Psicologia e Pedagogia, e no âmbito dos Cursos de Verão para Professores, Nabais organiza o VII Seminário de Psicologia e Pedagogia, que conta com a presença, entre outros, de Georges Papy. Neste Seminário, Papy apresenta ao longo de dez dias, um curso intitulado *Matemática Moderna e Pedagogia da Matemática*, onde aborda temas como os conjuntos, operações entre conjuntos, álgebra dos conjuntos, relações e propriedades das relações, equivalências, sistema binário, números cardinais, adição, multiplicação, números reais, entre outros. Ao longo do Seminário, Papy orienta também algumas mesas redondas sobre os temas trabalhados no curso e apresenta duas conferências públicas, no antepenúltimo e penúltimo dia do Seminário. Neste Seminário, para além do curso sobre Tecnologia

[89] Os símbolos da Matemática moderna referidos por Nabais, são aqueles que normalmente estão associados à teoria dos conjuntos.
[90] Directora de trabalhos no Centro Belga de Pedagogia das Matemáticas e esposa de George Papy.
[91] Osvaldo Sangiorgi é um dos principais impulsionadores da reforma associada à Matemática Moderna, no Brasil.

Educacional e Orientação Escolar, Nabais organiza diversas sessões subordinadas ao tema do ensino da Matemática. Nestas sessões, que se dividem em sessões informativas e sessões práticas, Nabais trabalha temas como aprendizagem da Matemática em situação, diferentes sistemas de numeração, das pedras Cuisenaire aos Cubos – Cor e o desenvolvimento de diversos conteúdos matemáticos com os Cubos – Cor, Calculador Multibásico e Conjuntos Lógicos.

Figura – 6 - Capa e programa do VII seminário de Psicologia e Pedagogia, organizados pelo Centro de Psicologia Aplicada à Educação em 1969 (digitalização e redução, 50% do original).

As críticas ao material Cuisenaire e o desenvolvimento dos Cubos – Barras de cor (cores Cuisenaire)

No princípio da década de 1970, é publicada uma nova edição do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*, com o título alterado para *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos cubos - barras de cor (Cores Cuisenaire)*, sendo essa alteração apresentada apenas na folha de rosto e não na capa. Esta edição é revista e anotada por João António Nabais, e é editada pela editora Éduca – Material Didáctico.

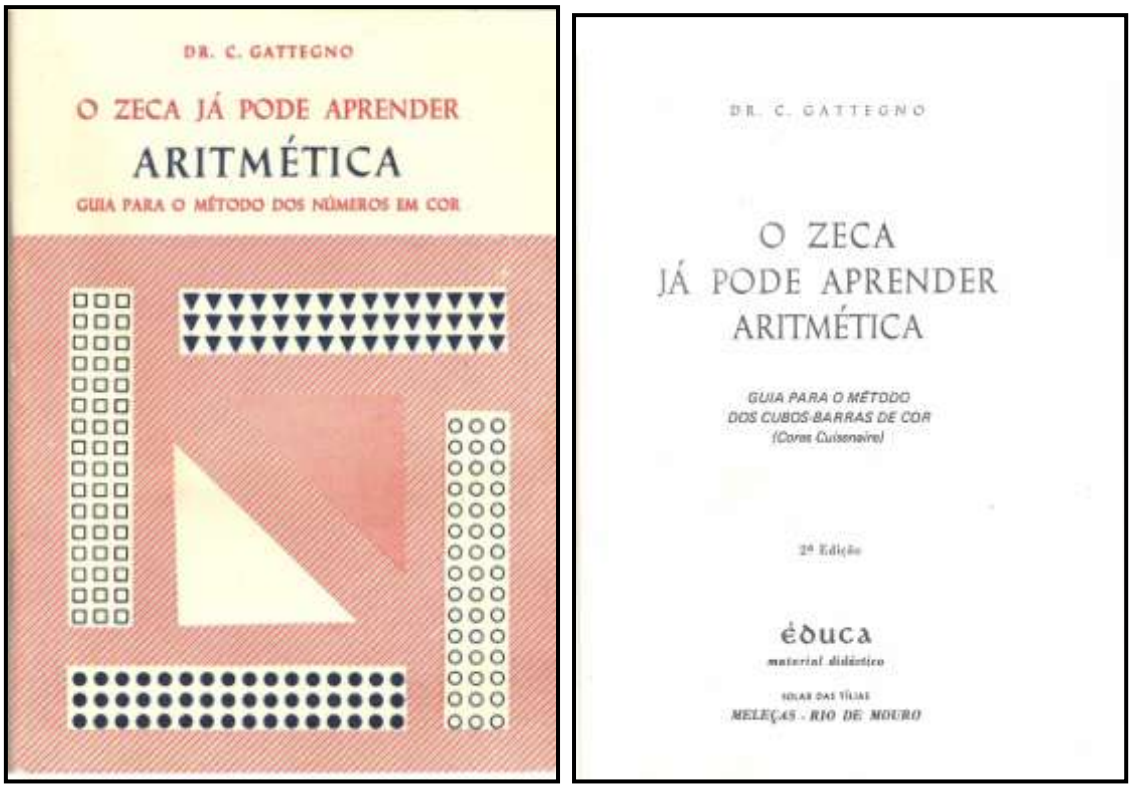


Figura – 7 - Capa e folha de rosto da 2ª edição portuguesa da obra O Zeca já pode aprender Aritmética, com anotações de Nabais. (digitalização e redução, 40% do original).

Esta 2ª edição, cujo conteúdo é em tudo idêntico à 1ª edição, contém anotações todas identificadas como tendo sido produzidas por João António Nabais, que tentam esclarecer o leitor sobre a nova nomenclatura que deve ser utilizada ao longo da leitura do livro.

Logo no início do livro, mesmo antes do índice, surge uma anotação produzida por Nabais com o título "Prevenção ao leitor" a esclarecer que:

> ... o material NÚMEROS EM COR, foi concebido e executado pelo seu genial Autor – o Prof. Georges Cuisenaire - dentro das estruturas da Matemática clássica ou tradicional, não corresponde devidamente às exigências de terminologia e fundamentação da Matemática Moderna, nomeadamente à Teoria dos Conjuntos. (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 2, maiúsculas no original)

Por esse motivo, Nabais refere que procuraram dar-lhe uma nova apresentação e designação, Cubos - Barras de Cor, que pretende ser mais adequada, conservando-lhe as vantagens e eliminando-lhe os inconvenientes. Tendo em conta este esclarecimento,

Nabais adverte o leitor que «sempre que, neste livro-guia, aparecer a designação imprópria de "Números em cor", deverá ser substituída por "CUBOS-BARRAS DE COR"; e, em vez de "réguas", "règuazinhas" *[sic]* ou "pedras", utilizar, conforme o caso, as designações de "CUBOS" ou "BARRAS"» (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 2, aspas no original).

Já na página 11, com o título "Amigo leitor" surge uma nova anotação que relembra o leitor das alterações referidas na primeira anotação, e que chama a atenção para as anotações que vão surgir.

Na página 12, Nabais apresenta uma anotação com o título "Razões de uma modificação do material Cuisenaire". Nesta anotação começa por salientar que, a prática com o método Cuisenaire, tanto ao nível de trabalho com os alunos, como ao nível de formação de professores, desenvolvida ao longo de cerca de dez anos, permitiu verificar que este material possui um grande mérito e vantagens inegáveis sobre os métodos tradicionais, mas que, no entanto, permitiu também verificar algumas limitações e mesmo alguns inconvenientes. Estas desvantagens, limitações e inconvenientes, são depois enumerados nas anotações colocadas ao longo do livro.

Na primeira limitação, apresentada com o título "1. O emprego exclusivo do material Cuisenaire não permite variar as situações", Nabais salienta que

> Se um dos méritos do material Cuisenaire – que introduzimos em Portugal em 1960 – reside no facto de ser um material polivalente, o facto dos seus principais defensores – Cuisenaire, Gattegno, Goutard, etc. – insistirem no seu emprego *exclusivo*, resulta, salvo melhor opinião, numa limitação e inconveniente de sérias consequências para a mentalidade da criança. (Nabais em Gattegno, edição portuguesa s.d., p. 12, itálico no original)

Nabais destaca assim a importância de situações de aprendizagem variadas, que o uso exclusivo de um material não permite, criticando alguns dos divulgadores do material Cuisenaire a nível internacional. Reforça ainda esta ideia, afirmando que "para ser capaz de abstracção, a criança precisa de numerosas experiências concretas, em numerosas situações *diferentes*" (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 12, itálico no original). Este uso exclusivo do material poderia levar as crianças a prenderem-se demasiado a uma determinada característica concreta do material, dificultando o processo de abstracção, acontecendo isto, por vezes, com a cor, onde alunos mal orientados "prendem-se demasiado à cor das pedras Cuisenaire e fixam-se

nesta propriedade concreta do material." (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 12).

Nabais chama ainda à atenção para um erro que, segundo ele, tradicionalmente é cometido quando os alunos, perante um problema, tentam adivinhar, sem utilizarem qualquer tipo de critério, qual a operação que devem realizar e considera também inaceitável que esta atitude se observe com crianças trabalhadas com o material Cuisenaire, tentando adivinhar as cores.

Brissiaud (1994)[92] também considera um risco, o facto da aprendizagem com o material Cuisenaire poder resultar apenas da memorização do código de cores e não do estabelecimento de relações entre as diferentes pedras do material. Em relação a este aspecto, Brissiaud (1994) refere uma distinção que Piaget faz em 1964, em relação à utilização deste material. De acordo com Brissiaud (1994), Piaget distingue dois usos do material Cuisenaire " … ele é excelente quando utilizado numa perspectiva activa e operatória, bem menos eficaz quando deixamos os dados perspectivos e figurativos mais importantes que as combinações operativas." (Piaget, 1964, citado em Brissiaud, 1994). Lovell (1988)[93] também aponta essa limitação ao material Cuisenaire, afirmando que, nem Cuisenaire, nem Gattegno, conseguiram construir uma teoria que fosse convincente no estabelecimento da relação entre as percepções, ou as acções, e as estruturas mentais que daí resultam. Em relação à valorização da componente perceptiva, Lovell (1988) acrescenta ainda que "usando-se estes materiais poder-se-á notar que não existe contagem, já que os bastões não são marcados em comprimentos, e a criança tem de se lembrar do comprimento e da cor de cada um." (p. 40).

Na 2ª limitação, ou inconveniente, que Nabais aponta ao material Cuisenaire, com o título "2. Não é possível medir antes de adquirir a noção de número", refere que os tamanhos das pedras Cuisenaire são apresentados às crianças já feitos e que por isso são impostos.

> Peguemos, por exemplo, nas pedras rosa e castanha. São dois tamanhos que são impostos à criança; não é esta que os elabora, que os constroi *[sic]*. Pela sua observação ela apenas ficará a saber que um é metade do outro, e que este é o dobro daquele. Pela observação de um e outro jamais chegará à descoberta do cardinal de cada um deles. (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 22)

[92] Neste trabalho foi utilizada uma tradução desta obra, publicada em 1994, mas a obra original é de 1989.
[93] Neste trabalho foi utilizada uma edição de 1988, desta obra, mas o original é de 1966.

Para enquadrar esta crítica apresentada à utilização do material Cuisenaire, Nabais cita Lucienne Félix, onde se critica a introdução da medida antes da contagem.

> Para descobrir que a pedra rosa é o *«número em cor»* 4, e a castanha o *«número em cor»* 8, a criança precisa de *medir* uma e outra com a pedra branca. Mas levar a criança a *medir antes de saber contar*, como pretendem os Cuisenairistas, não parece muito lógico. Com efeito, para *medir* é preciso saber *contar*. A criança *conta antes de medir*. «Medir opõe-se a contar». (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d., p. 22, aspas e itálico no original, Nabais citando Lucienne Félix, de Le Courier de la Recherche Pédagogique)

Apesar de na anotação apresentada por Nabais não ser muito perceptível o que é citação, ou o que é o seu próprio discurso, destaca-se a crítica, de que para fazer contagens com o material Cuisenaire, primeiro é necessário medir, utilizando como unidade a pedra branca, o que é considerado um contra senso.

Brissiaud (1994) também considera este aspecto como uma limitação do material Cuisenaire. Para este autor, o facto de se ter de medir cada barra, com o cubo unidade, antes de se efectuar a contagem, apresenta um problema pedagógico, afirmando que "na ordem pedagógica de introdução de noções, o comprimento é abordado depois do estudo dos primeiros números, e o pedagogo deve, portanto, evitar falar às crianças de uma noção que ainda não foi introduzida (o comprimento)." (Brissiaud, 1994, p. 108).

Na 3ª limitação, apresentada com o título "3. As dez pedras Cuisenaire são conjuntos equivalentes entre si", Nabais salienta que se a linguagem da teoria dos conjuntos for aplicada ao material Cuisenaire, cada tamanho das pedras deste material constituirá, se for isolado, apenas um conjunto singular. "Nestas condições a pedra branca será equivalente à pedra amarela, à laranja, etc. As dez pedras Cuisenaire seriam outros tantos conjuntos singulares equivalentes entre si" (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 22). Esta crítica surge porque, segundo Nabais, no dia-a-dia a criança consegue observar os elementos de um conjunto de uma forma espontânea, ou seja, os conjuntos são-lhe apresentados de forma a que o cardinal de cada conjunto seja uma propriedade que ressalte espontaneamente, tal como a propriedade cor ou outra, sem que seja necessário uma manipulação ou medida anterior. Para Nabais isto não acontece com o material Cuisenaire.

> Nunca na pedra rosa alguém poderá ver um conjunto de 4 elementos ou na castanha um conjunto de 8 elementos. Só mediante a medição de uma e outra com a pedra branca, chegará a criança a esses conjuntos de 4 e 8 elementos. (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 22)

Estas limitações também são destacadas por Nabais, na metodologia apresentada para os Cubos – Barras de cor, no número 1 da colecção *Constrói a tua Matemática*. Nesta metodologia, Nabais compara os Cubos – Barras de cor com o material Cuisenaire, defendendo que o primeiro apresenta vantagens em relação ao outro material, "nomeadamente no que se refere à fundamentação da Matemática na Teoria dos Conjuntos" (Nabais, s.d.a, p. 13). Para justificar essa afirmação exemplifica que:

> Qualquer pedra Cuisenaire (amarela ou preta ou azul, etc.) é sempre um conjunto singular, porque constituído por um só elemento. As várias pedras são, portanto, conjuntos equivalentes entre si.
> Ao passo que uma colecção de cincos cubos amarelos ou de sete pretos ou de nove azuis são outros tantos conjuntos diferentes, com 5, 7 ou 9 elementos.
> A propriedade cor anda intimamente associada a propriedade número, – o que não acontece com as pedras Cuisenaire.
> Para que a cada uma destas se associe a propriedade número, é necessário medi-la com a pedra branca.
> Ora como a medida é posterior à ideia de número, esta não pode surgir daquela: Para medir é preciso saber contar. (Nabais, s.d.a, p. 14, sublinhados no original)

Também Brissiaud (1994) salienta esta crítica, afirmando que, com as crianças do jardim-de-infância, o risco de uma aprendizagem essencialmente perceptiva é ainda maior, devido ao facto das diferentes pedras do material Cuisenaire não terem marcadas as unidades. Este autor (1994) defende que a criança associa mais facilmente a palavra ao número, se estiver em presença de uma colecção de sete unidades, do que em presença de uma barra que pode equivaler a sete unidades, mas que não é ela própria constituída por sete unidades.

Na 4ª limitação, cujo título é «4. A designação "números em cor" é imprópria e deformadora», Nabais salienta que, para além da designação ser imprópria, poderá levar a criança a formar uma ideia errada do que é um número. De acordo com Nabais, tradicionalmente fazia-se confusão entre número e algarismo. Para tentar esclarecer esta confusão, Nabais cita Sebastião e Silva, quando este refere a necessidade de distinguir o sinal, que é algo de concreto (o algarismo), da coisa significada, que é abstracta (o

número) e que por ser abstracto tem que se recorrer a um sinal para o representar. Fazendo uma comparação entre esta distinção do algarismo e do número, e a metodologia do material Cuisenaire, Nabais refere que:

> Facilmente se compreende, portanto, que, sendo o número de natureza abstrata *[sic]*, ele não pode ter cor. Dizer que o número quatro é cor de rosa, que cinco é amarelo e que o nove é azul, é um contra senso. A designação «Números em cor» é imprópria, inadequada e deformadora. (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 42)

Nabais sintetiza então as quatro razões que o levaram a fazer as modificações no material Cuisenaire, apresentando-o sob a forma de Cubos - Barras de cor. Modificações essas que, segundo o próprio, eliminam os inconvenientes do material Cuisenaire, conservando as vantagens e ainda acrescentando outras.

> ... caracter *[sic]* exclusivista do material Cuisenaire, não permitindo variar as situações; o exigir à criança que meça antes mesmo de adquirir a ideia de número para saber contar; o facto de as dez pedras Cuisenaire constituirem *[sic]* outros tantos conjuntos singulares, não apresentando cada um número de elementos que se pretende que a criança neles descubra; designação imprópria, inadequada e deformadora ... (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 42)

As anotações terminam com uma crítica dirigida a uma outra edição de material Cuisenaire que, de acordo com Nabais, seria uma edição "pirata" deste material. Para Nabais, se a denominação *Números em cor* utilizada no material Cuisenaire era incorrecta, na perspectiva dos conjuntos da Matemática Moderna, mais incorrecta seria a denominação utilizada por uma outra casa de material didáctico, que lhe teria chamado *Números coloridos*. Para Nabais

> Matemática e cientificamente, tal designação é não só aceitável como também reveladora de ignorância crassa e atrevida: Se absurdo seria falar de «ideias coloridas», não menos absurdo será falar-se de «números coloridos». Onde é que se viu uma noção abstrata *[sic]* colorida? pois o número é uma dessas noções abstratas *[sic]* que ninguém conseguirá colorir, nem mesmo para negócio! (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b, p. 84)

Nabais continua, criticando os serviços do Ministério da Educação por terem permitido essa edição do material, com a agravante de a terem admitido em concursos

oficiais, adjudicando-lhes o concurso. Critica ainda o facto de não haver uma patente válida para o material Cuisenaire em Portugal, o que leva, na sua opinião, a que não sejam defendidos os direitos de quem inventou o material e de quem o divulgou em Portugal. "É indecoroso valer-se desse facto para fazer negócio sujo com o trabalho dos outros: De quem o inventou e de quem, neste país, lhe preparou, ao longo de mais de uma dezena de anos, ambiente pedagógico para ser aceite." (Nabais em Gattegno, edição portuguesa, s.d.b p. 84).

A adaptação feita a partir do material Cuisenaire, também é referida numa segunda edição sem data, do volume 1 da colecção *Constrói a tua Matemática*. Neste volume destaca-se que "recentemente, o dr. J. Nabais introduziu algumas modificações no material Cuisenaire, de forma a torná-lo um instrumento mais adequado para a fundamentação da Matemática na Teoria dos Conjuntos: os CUBOS-BARRAS ... " (Nabais, s.d.a, s.p., maiúsculas no original). A este respeito, Tavares (depoimento escrito, 2007, 14 de Maio) refere que "o Dr. Nabais, baseando-se no método Cuisenaire, divulgado pelo Dr. Gattegno, fez alterações no material e passou a divulgá-lo no nosso país. Fez vários cursos de divulgação de norte a sul." (p. 1).

O Calculador Multibásico

Em 1966 é criado por Nabais e experimentado no ensino da Matemática no Ensino Primário do Colégio Vasco da Gama, o Calculador Multibásico (Nabais, 1990; Ricardio, 1992).

Este material é constituído por três placas, com cinco orifícios cada uma, e 50 elementos em seis cores diferentes: 10 amarelos, 13 verdes, 13 encarnados, 10 azuis, 2 cor-de-rosa e 2 cor de lilás[94]. Estes elementos coloridos encaixam uns nos outros bem como nos orifícios das placas.

[94] Na metodologia apresentada para trabalhar este material, as cores são representadas por letras minúsculas: amarelo (a), verde (v), encarnado (e), azul (z), cor de rosa (r) e cor de lilás (l).

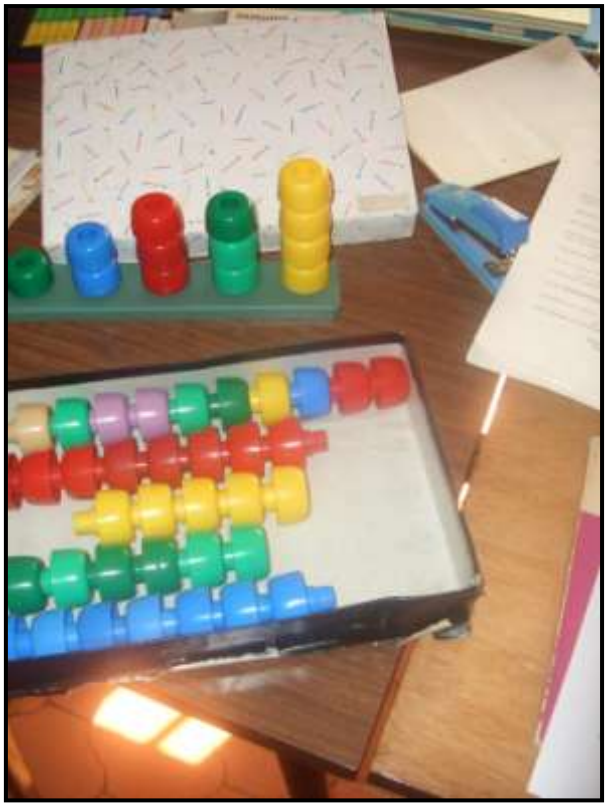


Figura – 8 - Calculador Multibásico.

Em 1968, expõe a metodologia[95] a utilizar com este material. O ábaco parece estar na origem do seu desenvolvimento, já que Nabais afirma que o material não é um simples ábaco, "embora permita realizar, com vantagem, todas as operações e manipulações dos ábacos tradicionais" (Nabais, 1968, p. 63). Nabais aponta várias potencialidades na utilização deste material:

> Com este simples material é fácil a concretização de vários capítulos da aritmética, em especial das operações do cálculo elementar (as combinações da quatro operações), do processo operatório das quatro operações aritméticas, das classes e ordens da numeração, das diferentes bases de numeração, das operações sobre conjuntos e respectivas propriedades, etc. (1968, p. 63)

Para além de ser apontado como um meio de fácil concretização da aritmética na escola primária, é também referido como um material "polivalente para a descoberta da matemática nas escolas secundárias: Ideal para a introdução da criança na numeração

[95] Esta metodologia é exposta na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, Nabais publica o artigo *Construindo a Matemática com o calculador multibásico*

(diferentes bases), bem como no algoritmo das operações aritméticas" (Nabais, s.d.b, s.p.).

Na exposição da metodologia deste material[96], para além da apresentação do material e do modo de utilização, abordam-se temas como as contagens, a adição, a subtracção, a multiplicação, a divisão, as classes e ordens e as diferentes bases de numeração. No final da apresentação da metodologia, Nabais refere que podem ser abordados muitos outros capítulos da aritmética com o Calculador Multibásico, como as fracções e famílias de fracções, processo operatório das quatro operações, razões e proporções, progressões, permutações, teoria dos conjuntos e operações com números positivos e negativos, salientando que alguns professores não terão dificuldades em fazer a concretização dos conteúdos com o material, mas que irá fazer uma abordagem a esses assuntos em edições posteriores[97] (Nabais, 1968).

Em relação ao Calculador Multibásico, Nabais (1968) afirma o mesmo que refere em relação aos Cubos – Barras de cor, que são materiais polivalentes que permitem à criança ir construindo a sua Matemática desde muito cedo, permitindo criar situações variadas e ricas em elementos de intuição. "Pode manipulá-las, sobre a sua carteira, confrontá-las, relacioná-las, arrancar-lhes a verdade matemática" (Nabais, 1968, p. 61). Estabelece também uma comparação entre este material e outro material idêntico, desenvolvido no estrangeiro, apontando-lhe as vantagens, embora não refira qual o material com que está a fazer a comparação

A metodologia dos materiais didácticos

Com o desenvolvimento do material didáctico Cubos – Barras de cor, e da sua metodologia, Nabais introduz diversas alterações relativamente ao material Cuisenaire e à metodologia que era proposta para este material por Gattegno, no seu livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*. No entanto, Nabais mantém na metodologia dos Cubos – Barras de cor, alguns aspectos que também eram propostos por Gattegno. Nesta parte do trabalho analiso qual a metodologia proposta por Gattegno para o material Cuisenaire, e a metodologia proposta por Nabais para os Cubos – Barras de cor para trabalhar os diferentes conteúdos matemáticos, destacando-

[96] Apresentada no artigo *Construindo a Matemática com o calculador multibásico*, que é publicado na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia* de 1968.
[97] De acordo com informações prestadas pela editora que comercializa o material e os respectivos livros de metodologia, Éduca – Material Didáctico, estes volumes nunca foram editados.

lhe as semelhanças e diferenças, e a forma como Nabais relaciona estes materiais com o Calculador Multibásico. Nesta análise utilizo as metodologias expressas nos livros *O Zeca já pode aprender Aritmética: guia para o método dos números em cor*[98], *À descoberta da matemática com os cubos – barras de cor (cores Cuisenaire)*[99] e *À descoberta da matemática com o calculador multibásico*[100], respectivamente, números um e dois da colecção *Constrói a tua Matemática*, editada pela editora Éduca – Material Didáctico. Em determinados temas, estas fontes são complementadas com informações recolhidas através de entrevistas com professoras que trabalharam no Colégio Vasco da Gama, ou através de metodologias apresentadas noutras publicações, como na revista Cadernos de Psicologia e Pedagogia de 1968.

A apresentação do material

Em qualquer uma das metodologias o início é feito com a apresentação do material No caso do material Cuisenaire, constituído por 241 "reguazinhas"[101], esta apresentação é feita a partir de *jogos livres*[102], *jogos de reconhecimento das dimensões, jogos de memória*, *jogos numéricos* e *comboios*. Com estes jogos, pretende-se que a criança comece por fazer uma abordagem completamente livre ao material.

[98] Como já foi visto anteriormente, a1ª edição desta obra não está datada, no entanto, de acordo com o catálogo do PORBASE, da Biblioteca Nacional, o livro terá sido editado em 1963.

[99] Apesar de, como foi visto anteriormente neste trabalho, existirem versões intermédias do desenvolvimento do material Cubos – Barras de cor, com a designação Cubos – Cor e de estas diferentes versões do material, apresentarem também diferentes metodologias, optou-se neste trabalho pela utilização desta versão da metodologia como fonte para uma análise comparativa com as metodologias do material Cuisenaire e dos Calculadores Multibásicos. Esta opção deve-se ao facto do material Cubos – Barras de Cor ser a versão final da evolução do material e de ser esta versão a mais utilizada no Colégio Vasco da Gama logo a partir do final da década de 1960.

[100] É de destacar que, tanto a metodologia exposta para o Calculador Multibásico, como a metodologia dos Cubos – Barras de cor, são guias de orientação de trabalho dirigidas aos professores, enquanto que a metodologia exposta por Gattegno no livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor* é dirigida directamente aos pais.

[101] Em nota apresentada na tradução portuguesa do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor* (s.d.) sugere-se que seja utilizada a designação "pedra" em vez da tradução directa do original "reguazinha". No presente trabalho também será esta designação adoptada quando estiver em análise a metodologia do material Cuisenaire a partir do referido livro.

[102] O nome dos jogos apresentados em itálico, corresponde ao nome utilizado na tradução do livro de Gattegno: *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*.

Figura – 9 - Material Cuisenaire – Editado por Cuisenaire de Portugal – Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Progressivamente, a metodologia proposta por Gattegno para este material prevê que a criança seja conduzida à descoberta das dimensões das diferentes peças e que as memorize, relacionando-as com as cores. Depois desta familiarização com o material, são introduzidos os jogos numéricos, em que se pede que a criança seja capaz de identificar as diferentes peças pelo respectivo *nome numérico*:

> Tendo adquirido uma grande familiaridade com as pedras, encontra-se agora a criança apta a identificá-las pelos respectivos nomes numéricos, que lhe ensinamos mediante um código. Até agora conheceu as pedras por cores e comprimentos e, a partir deste momento, conhecê-las-á pelo lugar que ocupam. Observando a escada, pode ver que a pedra branca é o primeiro degrau; a encarnada o segundo … Começaremos por chamar um à pedra branca … e assim até à laranja, que é o dez. (Gattegno, s.d., p. 25)

No caso do material Cubos – Barras de cor, constituído por 201 peças[103], na metodologia desenvolvida por Nabais começa-se por distinguir dois tipos de peças, os cubos e as barras ou torres. Os cubos são ao todo 65, 55 nas diferentes cores Cuisenaire, e dez brancos. As barras são ao todo 136, agrupadas pelas diferentes cores Cuisenaire. Todas as peças, cubos ou barras têm ressaltos para encaixe. Depois pede-se ao aluno que forme um conjunto com os 55 cubos de diferentes cores, designando cada cubo como elemento do conjunto.

Figura – 10 - Cubos – Barras de cor – editado por Éduca – Material Didáctico.

De seguida pede-se ao aluno que organize sub-conjuntos a partir de diferentes propriedades, como a cor, o número de elementos, entre outras. Cada uma das cores é designada por uma letra maiúscula[104].

Apesar da metodologia proposta para os Cubos – Barras de cor parecer inicialmente mais formal, Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) refere que na primeira abordagem ao material em sala de aula, "a primeira coisa que temos que fazer com este material é a criança primeiro brinca, portanto é uma actividade lúdica" (p. 2).

Uma das actividades propostas em ambas as metodologias é a ordenação das barras por tamanhos, ordem crescente e decrescente. Na metodologia do material Cuisenaire, pede-se ao aluno que ordene as pedras segundo os seus comprimentos, formando uma "escada". A partir desta ordenação são organizados diversos jogos de

[103] Para este material começam por ser produzidos três tipos de modelos. O modelo I, com 117 peças, indicado para a infantil, o modelo P com 157 peças, indicado para o Ensino Primário e o modelo C com 201 peças, indicado para o ciclo preparatório.
[104] Nesta metodologia Nabais faz corresponder uma letra maiúscula a cada cor Cuisenaire: Branco (B); encarnado (E); verde-claro (V); cor de rosa (R); amarelo (A); verde-escuro (Ve); preto (P); castanho (C); azul (Z); cor de laranja (L).

memória, onde se pede à criança que diga de olhos fechados qual a ordem das pedras da menor para a maior, ou o contrário, que nomeie as pedras por ordem utilizando as cores. É também nesta fase que a criança aprende o que é designado por "nomes numéricos" das pedras, e que se lhe pede que as enumere, subindo e descendo a escada composta pelas pedras. É também com estes jogos que são trabalhados os números ordinais.

Na metodologia dos Cubos – Barras de cor é pedido ao aluno que forme uma escada encaixado os cubos e que a partir daí diga os nomes das barras, utilizando a propriedade cor, pela ordem ascendente e descendente.

Figura – 11 - Utilização dos Cubos – Barras de cor para trabalhar a ordem crescente e a ordem decrescente. (Nabais, s.d.a, p. 15)

Nesta metodologia, Nabais adverte para a dificuldade que os alunos podem ter em utilizar os termos ascendente, descendente, crescente e decrescente e por isso aconselha que se utilize com os alunos a terminologia "a ordem de quem vai a subir/ descer" ou "diz as cores pela ordem em que as torres vão crescendo de altura/diminuindo (decrescendo) de altura" (Nabais, s.d.a, p. 16).

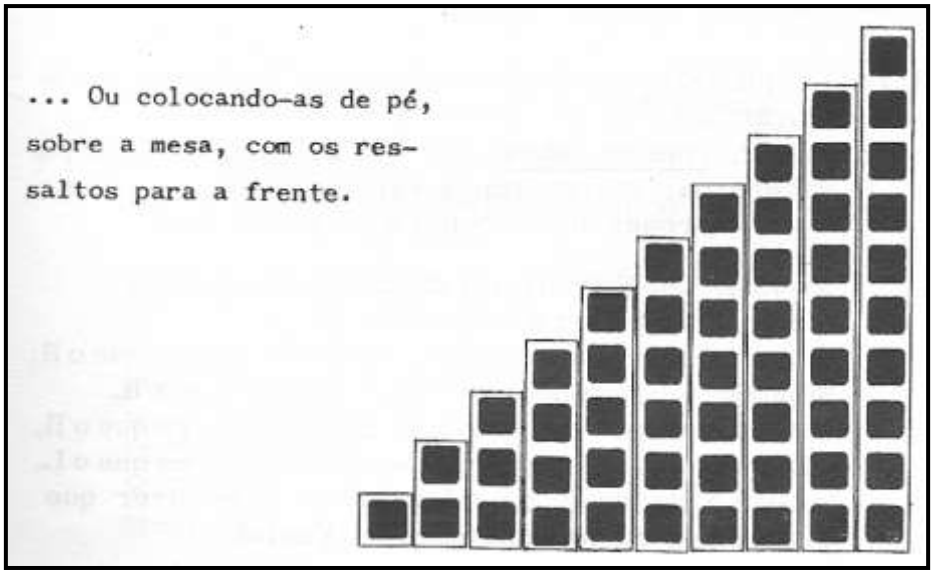


Figura – 12 - Colocação dos Cubos – Barras de cor por ordem crescente, com os ressaltos virados para o utilizador, para facilitar a contagem dos ressaltos de cada barra (Nabais considera cada barra um conjunto, e o número de ressaltos, o número de elementos do conjunto). (Nabais, s.d.a, p. 15)

As actividades iniciais com o Calculador Multibásico também têm como objectivo levar os alunos a tomar conhecimento do material. Assim é proposto que alunos joguem à vontade com este material durante duas ou três sessões, tomando conhecimento com as diferentes pedras e com as suas diferentes propriedades. Durante esta fase os alunos também vão associar a cada uma das cores das pedras, uma letra. Nesta fase inicial do trabalho com o Calculador Multibásico, o trabalho é conduzido para que a criança interiorize as posições das diferentes cores nas placas.

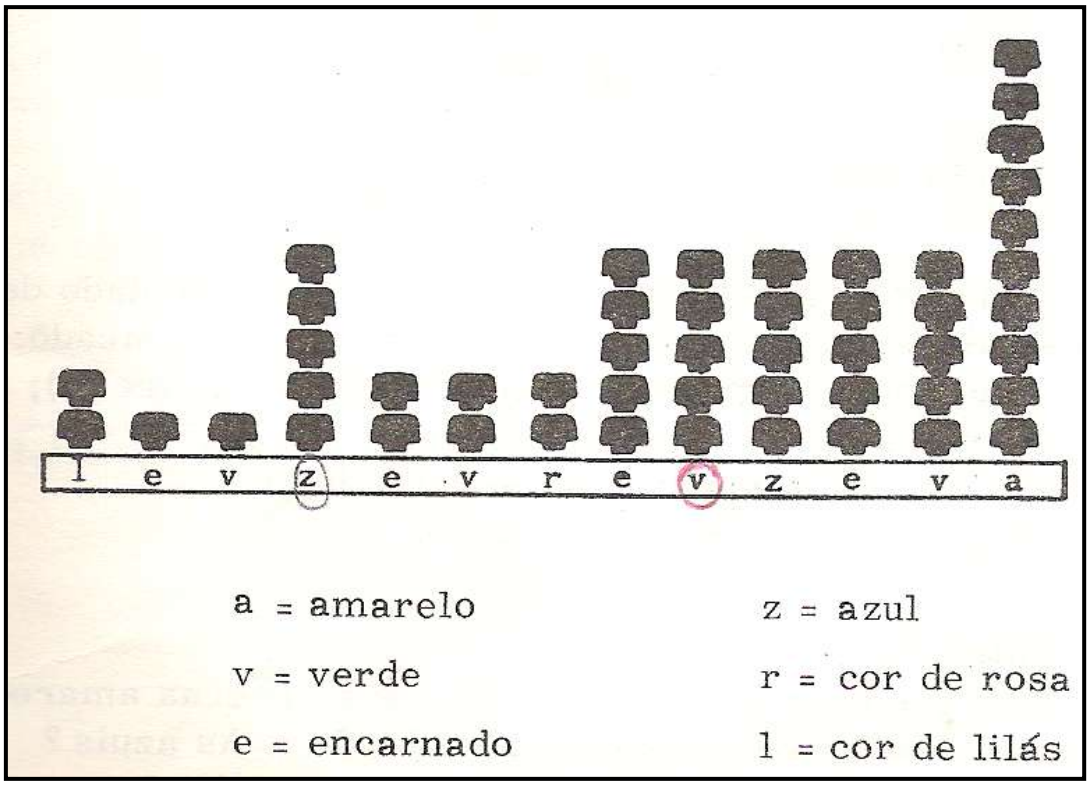


Figura – 13 - Disposição das peças do Calculador Multibásico por cores, nas placas. (Nabais, s.d.b, p. 11)

Teoria dos Conjuntos

No trabalho proposto por Gattegno na obra *O Zeca já pode aprender Aritmética: guia para o método dos números em cor* (s.d.), não existem referências à Teoria dos Conjuntos. As actividades iniciais propostas prendem-se mais com o conhecimento do material, que levem a criança a associar uma determinada cor a um número, não existindo referências explícitas a conjuntos.

Na metodologia apresentada por Nabais para os Cubos – Barras de cor, após as actividades iniciais, em que o aluno toma contacto com o material, são propostas actividades que fazem referências explícitas aos conjuntos. Deste modo, Nabais propõe que o aluno comece por trabalhar a noção de conjunto, juntando todos os cubos das diferentes cores num só conjunto, em que cada cubo é um elemento, e a partir daí formar outros conjuntos de acordo com um ou mais critérios de classificação, cor, comprimento ou número de elementos. Nesta metodologia também é trabalhada a noção de *conjuntos equivalentes*. Para isso, Nabais propõe um trabalho inicial com os cubos soltos que existem neste material. Com esses cubos soltos, este autor propõe que

a criança forme barras das diferentes cores e depois procure uma barra que seja equivalente à barra formada com os cubos soltos. A justificação apresentada para a introdução da palavra equivalente, relaciona-se com o facto de, segundo a metodologia apresentada por Nabais, não se poder utilizar a palavra igual, já que as barras formadas com os cubos soltos não são iguais[105] às outras barras, apenas têm o mesmo comprimento e a mesma forma.

> 3.4. – Colocar sobre a mesa um E (com cubos).
> Colocar-lhe ao lado outro que seja como ele, mas que não seja encarnado.
> - Poderá dizer-se que estes dois conjuntos são iguais?
> Não, porque, embora tenham o mesmo de elementos (cubos) e possam ter a mesma forma, têm, no entanto outras propriedades diferentes, como a cor, etc.
> Não podemos, por isso, dizer que são iguais.
> Chamar-lhes-emos conjuntos equivalentes (porque têm o mesmo número de elementos). (Nabais, s.d.a, p. 17)

De acordo com esta metodologia, no decurso desta actividade o aluno deve também procurar conjuntos maiores e menores que a barra formada com os cubos. Para além da *equivalência de conjuntos*, são ainda trabalhadas as noções de *conjunto vazio* e *conjunto singular*.

Na metodologia proposta por Nabais para o Calculador Multibásico, este material didáctico é utilizado para fazer a introdução às operações entre conjuntos, antes de iniciar o trabalho em que se destaca a propriedade número de um determinado conjunto.

> 4.2. - Com os conjuntos de pedras ou torres podemos também fazer, realizar, executar várias operações:
> Poderemos juntá-las (reunir torres);
> Poderemos ver a diferença de altura de duas torres;
> Poderemos ver quantas vezes a menor cabe na maior, etc.
> 4.3. – Operar assim com conjuntos é realizar operações, que tomam vários nomes conforme o que se faz:
> - Reunir conjuntos (REUNIÃO)
> - Ver a diferença de conjuntos (DIFERENÇA)
> - Repetir conjuntos (ITERAÇÃO)
> - Partir conjuntos (PARTIÇÃO) (Nabais, s.d.b, pp. 21-22, sublinhados e maiúsculas no original)

[105] Por definição, dois conjuntos são iguais (idênticos) quando têm os mesmos elementos.

Estudo do número

Com a metodologia proposta por Gattegno (s.d.a) para o material Cuisenaire, o Estudo do Número é iniciado antes do estudo das operações. Este estudo é feito essencialmente através de jogos. Desde os *jogos livres*, em que, segundo Gattegno, a criança poderá descobrir os comprimentos das diferentes barras e a equivalência do comprimento das barras, quando estas têm a mesma cor, aos *jogos de reconhecimento das dimensões* através da comparação táctil. Nesta fase dos jogos, são também trabalhados os *jogos de memória*, em que os alunos formam *escadas* segundo o comprimento das peças. Nestes jogos é trabalhada a memorização da sequência de peças na sua ordem crescente e decrescente. Esta memorização é feita de degrau em degrau das "escadas" ou saltando degraus de dois em dois, sendo estes jogos realizados de olhos fechados. Após estes jogos iniciais que têm como objectivo levar a criança a adquirir uma grande familiaridade com as peças, Gattegno propõe a realização de *jogos numéricos*, em que a criança passa a identificar as peças pelo respectivo nome numérico, associado ao lugar de ordem que ocupam na escada. As crianças começam assim por associar o cardinal ao ordinal.

Para Gattegno, esta fase ainda não corresponde à verdadeira Aritmética, sendo apenas a construção de linguagem e aquisição de vocabulário com sentido. De acordo com Gattegno:

> a criança não está pròpriamente *[sic]* a «aprender a contar». Está apenas a aprender os nomes numéricos das pedras, como aprendeu os que lhe demos conforme as cores, mas pode ver a razão dos nomes na ordem em que os encontramos quando os empregamos para contar. (s.d.a, p. 25)

Em relação ao estudo do número, Nabais propõe que após um primeiro contacto com o material, o aluno aprenda a designar cada um dos conjuntos pela sua cor, pelo número de elementos e por uma maiúscula inicial do nome da cor. Assim, após um primeiro momento em que se trabalha com as crianças em termos de conjuntos, passa-se a destacar a propriedade número, fazendo-se conjuntos equivalentes nos Cubos – Barras de cor, em comparações com elementos do dia-a-dia.

Nesta fase também é trabalhada a comparação, primeiro com uma linguagem de conjuntos e mais tarde destacando a propriedade número.

> Quantas mãos tens?
> Qual dos conjuntos de cubos tem também só dois elementos (ou cubos)? – E.
> Quantos dedos tens numa das mãos?
> Qual o conjunto de cubos que tem também cinco elementos (cubos)? – A.
> Quantas cabeças temos?
> Qual o conjunto de cubos que tem também só um elemento? – B. (Nabais, s.d.a, p. 18)

Para além de ser utilizado por Nabais para fazer comparações, este material também é usado na introdução da simbologia do maior e menor.

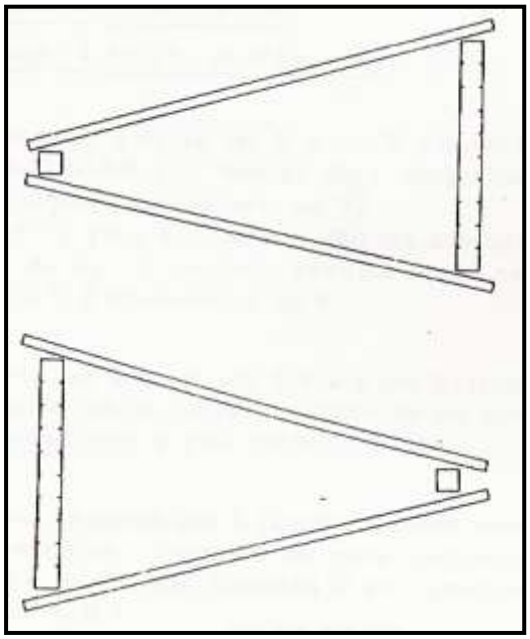
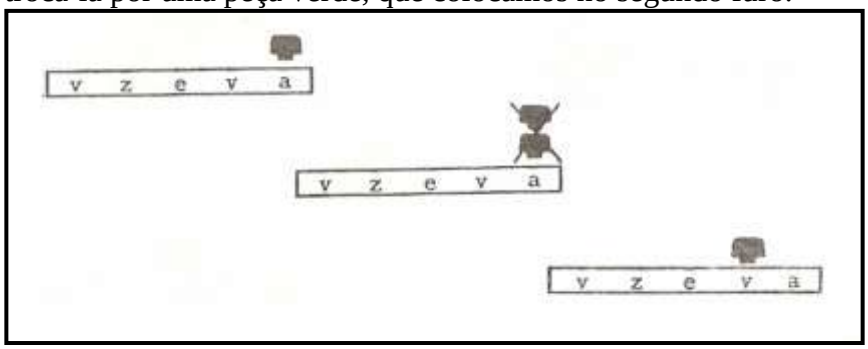


Figura – 14 - O material Cubos – Barras de cor utilizado para introduzir a simbologia do maior e menor.

Em relação ao Calculador Multibásico, o Estudo do Número é feito essencialmente a partir do estudo das diferentes bases de numeração, através de um conjunto de jogos a que Nabais dá o nome de *jogos das torres*. O número máximo de peças que cada torre pode ter corresponde a uma base diferente. Os alunos começam pelo *Jogo da Torre do 2* ou seja pela base 2 e vão evoluindo até chegarem ao *Jogo da Torre do 10*, ou seja, à base 10.

Nestes jogos é possível distinguir duas fases. Numa primeira fase, os alunos trabalham apenas com as peças e não fazem nenhum registo com os algarismos.

> Coloquem na placa uma pedra amarela …
> Coloquem lá outra amarela, encaixando-a na primeira, que já lá estava.
> Que têm agora na placa? (Uma torre com duas amarelas).
> Mas nós combinámos que, no jogo da Torre do Dois, não podemos ter torres com duas pedras; e que, quando tivéssemos uma torre com duas pedras, a trocávamos por uma pedra da cor a que pertence no outro a seguir.
> Vamos então tirar essa torre de duas amarelas, deitá-la para a caixa e trocá-la por uma peça verde, que colocamos no segundo furo.

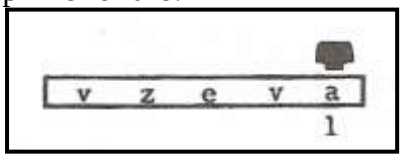


> - Que têm agora na placa?
> (Uma verde e nenhuma amarela).
> Esta pedra verde está aqui em vez da torre de duas amarelas:
> Ela vale duas amarelas. (Nabais, s.d.b, pp. 13-14)

Este processo é desenvolvido nas diferentes bases de numeração.

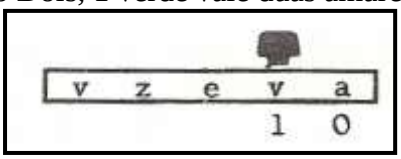
Numa segunda fase, os alunos desenvolvem o mesmo tipo de trabalho, mas vão registando o processo com os algarismos.

> 14. 1 - Coloca uma placa na mesa.
> Põe uma pedra amarela no furo devido (primeiro da direita).
> Para te lembrares que tens 1á uma amarela, põe este sinal (1) junto da placa, em frente do primeiro furo.

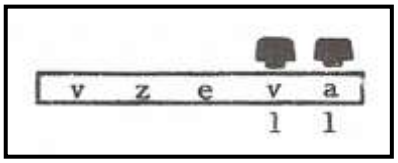


> 14. 2 - No jogo da Torre do Dois, coloca 1á mais uma amarela.
> Resultado: Uma verde e nenhuma amarela.
> Para te lembrares que tens lá uma verde, pões o sinal (1) em frente da verde; e, para te lembrares que não tens lá nenhuma amarela, pões este sinal (O) em frente do furo vazio de amarelas.
> Lê os sinais (1 O) que lá tens: Uma verde e nenhuma amarela.

No jogo da Torre do Dois, 1 verde vale duas amarelas.



14. 3 - Placa como em 14. 2.
Põe lá uma amarela. E põe bem os sinais, de modo que falem verdade.
Lê esses sinais (1 1): Uma verde e uma amarela.



(Nabais, s.d.b, p. 54)

O trabalho realizado com este material didáctico valoriza essencialmente o valor de posição no número.

Adição e subtracção**o**

Com o material Cuisenaire, Gattegno propõe que, após as actividades iniciais em que o aluno toma contacto com o material e conhece cada uma das *pedras* pelo seu *nome numérico*, em comparação com a pedra branca, pode-se começar a trabalhar as diferentes operações básicas da Aritmética com uma visão global. Em relação à adição é proposto que se pegue numa *pedra* e que depois se procure as diferentes formas de fazer as diferentes *pedras*, colocando outras em linha recta, unidas pelos extremos. De acordo com Gattegno (s.d.a) a cada uma destas linhas, com o comprimento igual ao da *pedra* escolhida deve-se dar o nome de *decomposição*. De seguida deve-se fazer o mesmo para outras *pedras*, mas o trabalho não deve terminar quando se chega à pedra Laranja, já que se podem associar diferentes pedras para procurar as suas decomposições.

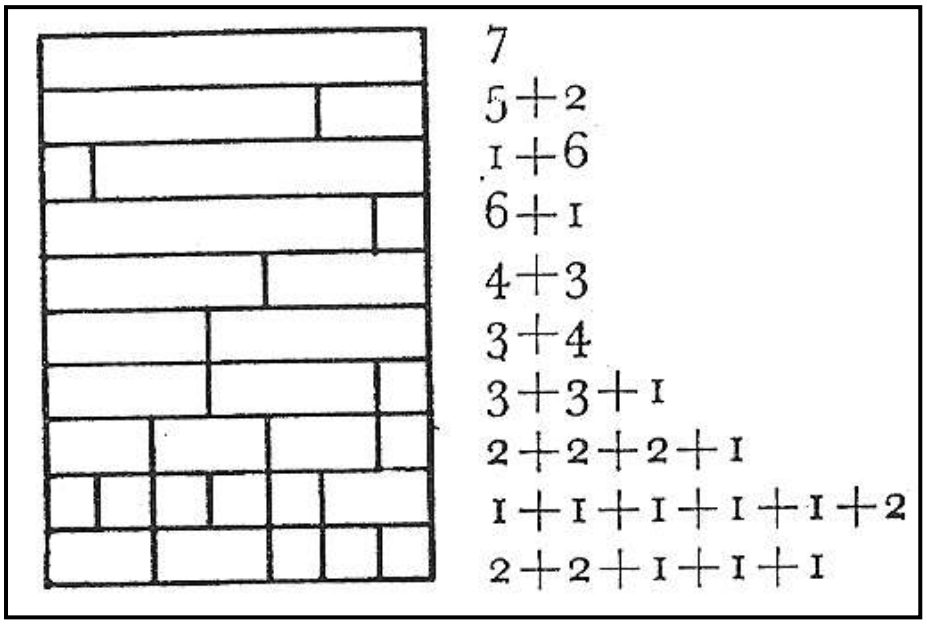
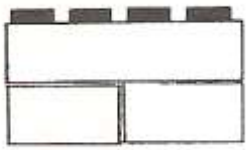


Figura – 15 - Quadro de decomposições possíveis para a pedra preta (não esgota todas as possibilidades), utilizando o material Cuisenaire. (Gattegno, s.d.a, p. 32)

Na metodologia dos Cubos – Barras de cor, Nabais dá o nome de *Reunião de Conjuntos*[106], ao capítulo que introduz a adição. Nesta fase inicial de introdução da adição, Nabais propõe que se trabalhe apenas com a *linguagem de conjuntos*, não existindo referências à propriedade número de cada conjunto. Um exemplo apresentado por Nabais (s.d.a) refere-se à reunião de dois conjuntos encarnados, formando um novo conjunto que é designado por equivalente.

> Coloca na mesa um E (barra) e mais outro E (barra) reunidos. Formam um novo conjunto equivalente a qual? (R) Quantas E são precisos para formar o R?
>
> 
>
> 6.4. - Poderás formar um conjunto equivalente ao R com outros conjuntos que não sejam os encarnados?
> Sim (V U B). (Nabais, s.d.a, p. 24, sublinhados no original)

As palavras *conjunto*, *reunião* e *conjuntos equivalentes*, são muito destacadas nesta fase do estudo da adição.

[106] Nesta metodologia dos Cubos – Barras de cor, Nabais associa a adição à reunião de conjuntos e não é referida a reunião de conjuntos disjuntos.

Só mais tarde, e depois de ser introduzida a *linguagem dos comboios*, é que Nabais propõe que, para além da linguagem de conjuntos, se utilizem também os algarismos e os símbolos das operações, pedindo aos alunos que se encontrem as diferentes *combinações* e *arranjos*[107] para um determinado número.

A linguagem dos comboios é introduzida por Nabais, quando explica a construção da tabuada da adição até ao total de 10.

> 14.1. – Põe na mesa uma barra V.
> Tanto podemos chamar-lhe um conjunto verde como uma barra verde.
> E, como vamos jogar aos comboios, também podemos chamar-lhe uma carruagem de comboio.
> 14.2. – Põe na mesa um E. Também podes considerar este E como uma carruagem de comboio.
> Combinamos, portanto, que cada conjunto de cubos ou cada barra (que é um conjunto de ressaltos) podem ser considerados como carruagens de comboios.
> 14.3. – Os comboios param nas estações. Já temos carruagens de comboios, precisamos também de estações: Pois podemos fazer de conta que qualquer barra pode ser uma estação de comboios.
> 14.4 – Põe na mesa uma barra A: Faz de conta que esta barra é uma estação.
> Vamos fazer um comboio para esta estação:
> As carruagens serão os vários conjuntos ou barras. (Nabais, s.d.a, p. 41, sublinhados no original)

A seguir a esta fase da introdução da *linguagem dos comboios*, e em associação com a *linguagem dos conjuntos*, Nabais propõe a utilização dos numerais e dos símbolos para a adição.

> 14.8. O segundo comboio para a estação A poderá ser R U B (ou B U R).
> Tens já dois comboios para esta estação A: Um verde – encarnado e outro rosa – branco.
> Cada um tem só duas carruagens, que, reunidas, enchem a estação.
> 14.9. Poderás fazer mais algum comboio (só com duas carruagens!) para esta estação A? … Não, não se consegue. Para a estação A só podemos fazer dois comboios com 2 carruagens:
> V U E (ou E U V) e R U B (ou B U R).
> 14.10 Portanto, o 5 só pode resultar da adição de dois pares de números: (2,3) e (1,4):

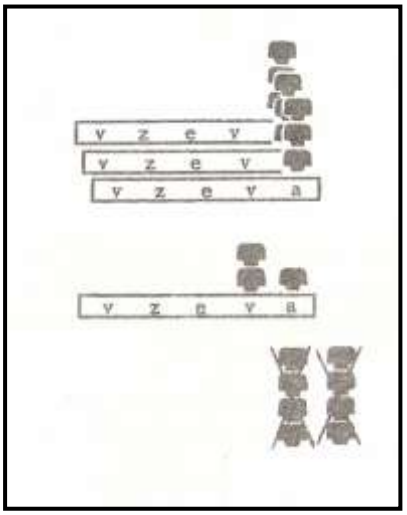
[107] Para Nabais para o 5 podem ser encontradas duas combinações 2 + 3 e 1 + 4 e dois arranjos destas combinações, 3 + 2 e 4 + 1.

> 2 + 3 = 5 1 + 4 = 5
> 3 + 2 = 5 4 + 1 = 5
> Não há qualquer outro par de números que, adicionados, dêem 5 (isto no conjunto N, isto é, no conjunto dos números inteiros, excluído o zero). (Nabais, s.d.a, pp. 42-43)

Estes três níveis de linguagem, *conjuntos*, *comboios* e *numerais*, são utilizados por Nabais na exploração de outros conteúdos matemáticos, nomeadamente na multiplicação e na subtracção.

Com o Calculador Multibásico a adição é trabalhada após as actividades iniciais, em que os alunos conhecem o material e começam a jogar ao *jogo das torres*. Com este material, Nabais propõe que se faça em primeiro lugar um trabalho com a *reunião de conjuntos* em diferentes bases, começando com a base 2. O exemplo que se segue ilustra uma situação em que se explora a reunião de conjuntos em base 4, ou seja com o *Jogo da Torre do Quatro*:

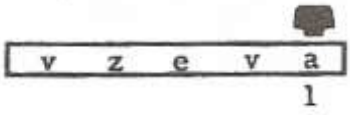
> 5.9. – (Limpar as placas. Outra reunião no jogo da Torre do Quatro:
> Coloca três placas paralelas e encostadas.
> Põe em cada uma delas três amarelas.
> Faz a reunião desses três conjuntos de três amarelas, que colocas mesmo em cima da mesa. Como estás a operar no jogo da Torre do Quatro, retiras uma torre de quatro amarelas, que trocas por uma verde no segundo furo.
> Mas como ainda ficaste com cinco amarelas e não podes ter esta torre de cinco no jogo da Torre do Quatro, retiras outra torre de quatro amarelas e troca-la por outra pedra verde, que vais encaixar na que já lá está.
> Resultado: Duas verdes e uma amarela.



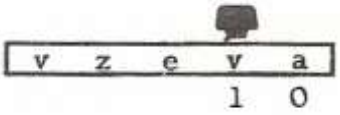
(Nabais, s.d.b, p. 25, sublinhados no original)

Depois de serem trabalhados os algarismos e sinais, é que se propõe na metodologia do Calculador Multibásico que se volte a fazer o mesmo trabalho de *reunião de conjuntos*, só que representando os conjuntos com numerais. Os alunos devem colocar duas placas da mesma cor, encostadas paralelamente em cima de uma mesa e uma terceira placa um pouco afastada e paralela às duas anteriores. Com esta disposição das placas pretende-se fazer uma aproximação ao algoritmo da adição.

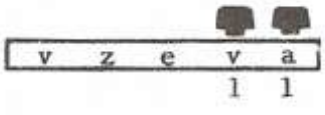
14.1. Coloca uma placa na mesa.
Põe uma pedra amarela no furo devido (primeiro da direita).
Para te lembrares que tens lá uma amarela, põe este sinal (1) junto da placa, em frente do primeiro furo.



14.2. – No jogo da Torre do Dois, coloca lá mais uma amarela.
Resultado: Uma verde e nenhuma amarela.
Para te lembrares que tens lá uma verde, pões o sinal (1) em frente da verde; e para te lembrares que não tens lá nenhuma amarela, pões este sinal (0) em frente do furo vazio de amarelas.
Lê os sinais (1 0) que lá tens: Uma verde e nenhuma amarela.
No jogo da Torre do Dois, 1 verde vale duas amarelas.



14. 3 - Placa como em 14. 2.
Põe lá uma amarela. E põe bem os sinais, de modo que falem verdade.
Lê esses sinais (1 1): Uma verde e uma amarela.

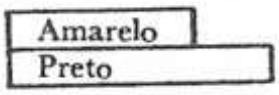


(Nabais, s.d.b, p. 54)

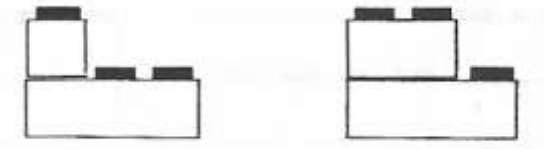
Estes jogos são repetidos até ao jogo da torre do 10, e também são utilizados por Nabais como uma introdução ao algoritmo da adição.

Na subtracção, Gattegno (s.d.a) propõe que se faça ver ao aluno que existe uma relação entre esta operação e a operação de adição. Deste modo, sugere que para uma determinada pedra, com uma determinada decomposição, seja retirada a pedra mais à direita. Depois a criança deve comparar as duas pedras que ficaram e concluir que o que

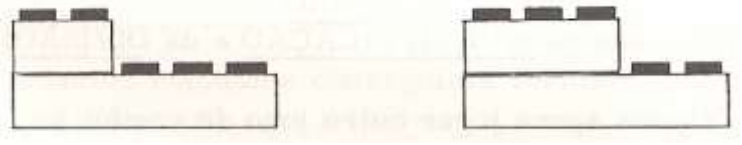
falta a uma pedra para chegar à outra é a pedra que foi retirada, trabalhando assim os sentidos de mudar tirando e de comparação, da subtracção.

> O Zeca aceitará facilmente [sic] a introdução do sinal – (*menos*), se lhe mostrarmos duas pedras, por exemplo a preta e a amarela, colocadas uma sobre a outra, como se vê na figura,
>
> 
>
>
> e lhe perguntarmos qual é a pedra de que precisa para tapar a parte da pedra que fica descoberta. Ele sabe que é a encarnada, e pode verificar que 5 + 2 = 7 se pode ler como 5 + ? = 7, ou, o que é igual, vê a preta e a amarela quando colocadas da forma representada na figura, como 7 – 5 = ?. Isto também se pode ler assim: Que ficaria da pedra preta se lhe tirássemos o comprimento da amarela? Explicando-lhe que o que fica se chama diferença, a resposta será, naturalmente, que a *diferença* equivale à encarnada ou que 7 – 5 = 2. (Gattegno, s.d.a, pp. 34 – 35, itálicos no original)

Com os Cubos – Barras de cor, Nabais propõe que se faça a introdução à subtracção através dos conjuntos, num capítulo chamado *Diferença de Conjuntos*. No entanto, nos exercícios propostos, o sentido trabalhado na subtracção é o de tirar, já que se pretende que o aluno parta de um determinado conjunto e que a esse conjunto retire um conjunto equivalente a outro e que diga com o que é que ficou. Por exemplo,

> 7.1. - Se do V tirares um número de elementos equivalente ao conjunto B, fica um conjunto equivalente ao E. E se do V tirares um número de elementos (cubos) equivalente ao E, ficas com um conjunto equivalente ao E, ficas com um conjunto equivalente ao B.
>
> 
>
> Poderemos representar todo isto assim:
> V\E~B que leremos:
> O V menos (\ ) o E é equivalente ao B.
> 7.2. Do R tira um número de elementos equivalentes ao V: Ficas com um conjunto equivalente ao B.
>
>
>
>
> (Nabais, s.d.a, pp. 25-26).

Já depois de ser estudada a propriedade número dos conjuntos, Nabais volta a propor que se repita o trabalho com a subtracção, sempre no sentido de retirar.

> 14.19. – Põe na mesa a estação A e, encaixado sobre ela, o seu comboio V U E:
> Se deste comboio, equivalente ao A, retirares a carruagem encarnada, que é que te fica? A carruagem V (5 – 2 = 3)
> E se tivesses retirado a V, que ficava? E (5 – 3 = 2)
>
> 
>
> (Nabais, s.d.a, p. 45)

Na metodologia do Calculador Multibásico a subtracção também é apresentada num capítulo intitulado *Diferença de Conjuntos* e a proposta apresentada trabalha o sentido de diferença. Os alunos devem comparar duas torres de peças do Calculador Multibásico, colocadas em duas placas diferentes e verificar qual é a diferença de alturas entre as duas, retirando essa diferença para uma terceira placa. Nesta operação, Nabais salienta que o aluno deve reparar que para operar não necessita de saber em que base está a trabalhar e que para ver a diferença, o primeiro conjunto apresentado tem que ser sempre de tamanho maior ou igual ao segundo. A subtracção volta a ser trabalhada com o Calculador Multibásico para concretizar a técnica do algoritmo da subtracção com trocas e por compensação, da base 2 até à base 10.

Multiplicação e divisão

Quanto à multiplicação, Gattegno (s.d.a) começa por centrar o seu estudo nos factores e divisores de um número. Para uma pedra pede às crianças que encontrem pedras de uma cor que tenham o mesmo comprimento que a pedra inicial, trabalhando propriedades desta operação, como a comutatividade. Ao trabalharem os factores e os divisores, estudam também os números compostos e os números primos. Para os números compostos, são também trabalhados os arranjos rectangulares que se podem fazer para obter uma determinada quantidade. Com o material Cuisenaire, Gattegno propõe uma forma de representar estes arranjos rectangulares, sobrepondo duas réguas em cruz, em que uma representa uma quantidade e a outra representa o número de vezes

que se repete essa quantidade. Esta representação é precedida de um trabalho em que é sugerido que a criança forme realmente um rectângulo com dois tipos diferentes de peças, mas com as mesmas dimensões. No primeiro exemplo apresentado, primeiro é formado um rectângulo com seis peças encarnadas, que depois é sobreposto a um rectângulo com as mesmas dimensões, mas construído com duas peças verde-escuro, dispostas longitudinalmente em relação às peças encarnadas. A representação em cruz é depois apresentada como forma de simbolizar os rectângulos construídos. Se a pedra encarnada for colocada sobre a verde-escuro, representa o rectângulo formado pelas duas pedras verde-escuro unidas longitudinalmente, se invertermos a posição das pedras, sobrepondo a verde-escuro à encarnada, então representa o rectângulo formado pelas seis pedras encarnadas. As linhas ponteadas lembram o rectângulo que deu origem às cruzes.

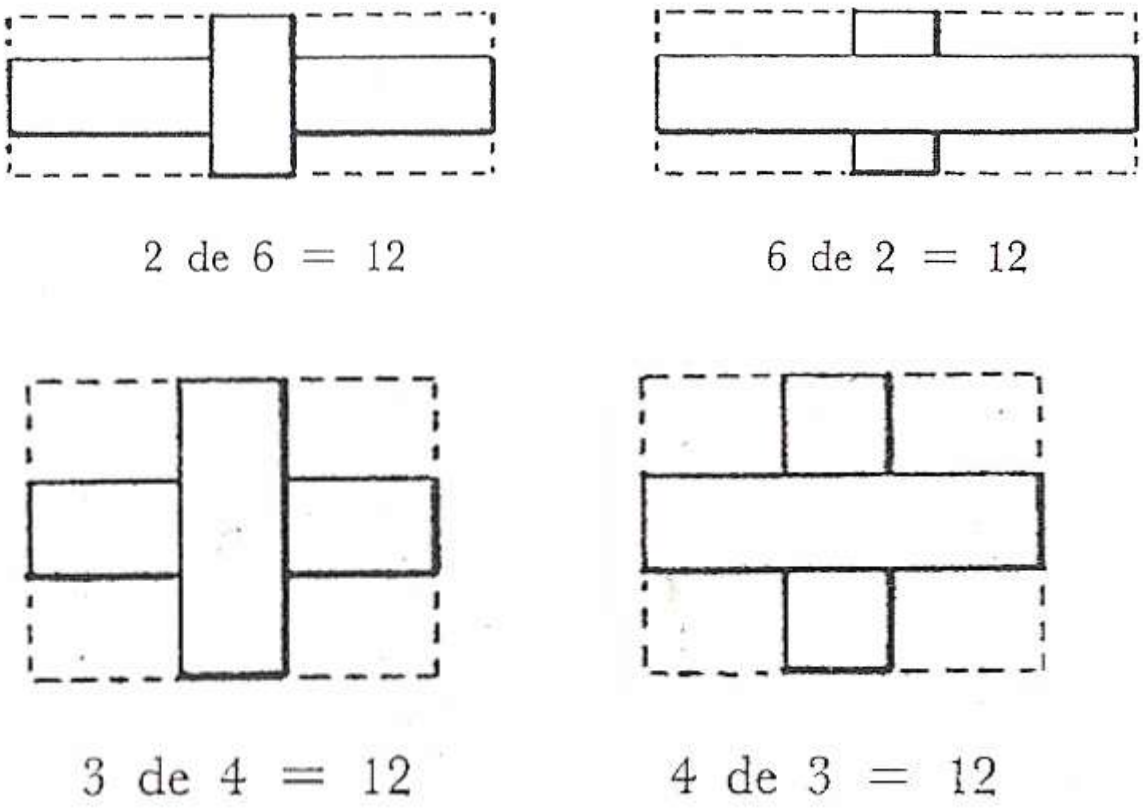


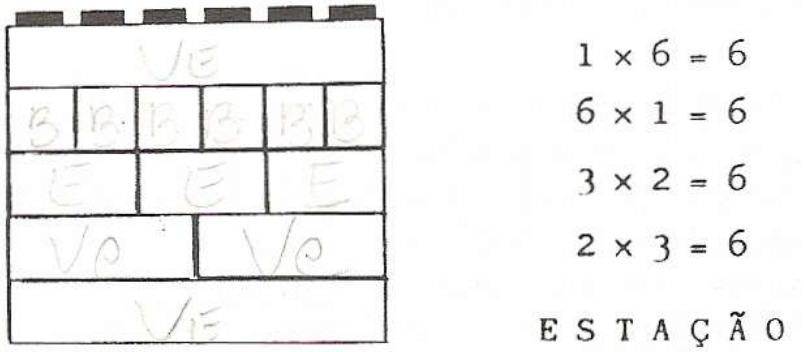
Figura – 16 - Representação da disposição rectangular, com a utilização do material Cuisenaire.

Para o tema da multiplicação, Gattegno (s.d.a) apresenta uma proposta de uma série de jogos que permitam descobrir todos os factores e divisores de números, como o *Jogo do Loto* e o *Jogo dos Naipes*.

Para a introdução do tema da multiplicação e divisão, Nabais propõe que se comece por trabalhar com os Cubos – Barras de cor a iteração de conjuntos, ou seja que os alunos procurem fazer com conjuntos de barras de uma cor só, uma outra barra maior. No início não é trabalhada a propriedade número dos conjuntos.

> 8.1. – Coloca na mesa um E, mais outra vez um E, mais outro E.
> Tens três E, ou seja o E repetido 3 vezes, isto é, 3 vezes o E.
> Destes três E reunidos resultará um conjunto equivalente ao Ve.
> Portanto:
> 3 vezes o E~Ve.
>
>
>
> (Nabais, s.d.a, p. 27)

É com a construção da tabuada da multiplicação que Nabais introduz um novo jogo, a que chama dos *Comboios com várias carruagens do mesmo tamanho (ou cor)*. Neste caso as crianças devem descobrir todos os comboios com carruagens da mesma cor, para a estação verde-escuro.

> 15.5. - Quem descobre ainda outro comboio para a estação Ve?
> Será um comboio com uma só carruagem Ve:
> Será uma auto-motora (1Ve~Ve, isto é, 1 x 6 = 6).
>
> 
>
>
> 15.6. – Quantos comboios conseguiste formar na estação Ve? (Quatro)
> Vamos designá-los pela respectiva cor: Verde claro, encarnado, branco e verde escuro. (Nabais, s.d.a, p. 47)

Ainda no tema da multiplicação e divisão, Nabais trabalha as noções de *factor*, *divisor* e *múltiplo* de um número. O factor é definido por Nabais (s.d.a) como o "conjunto que repetido, faz outro" (p. 48), um múltiplo é definido como um conjunto

que resulta da repetição dos seus factores e um divisor como um conjunto que divide outro em partes iguais e propõe o estudo de todos os factores das barras.

No que diz respeito ao Calculador Multibásico, também se faz a iniciação da multiplicação através da *repetição de conjuntos*. Neste caso os alunos devem dispor as duas placas da mesma cor paralelamente e juntas e a terceira placa também deve ficar paralela às outras duas, mas um pouco afastada. A partir desta disposição Nabais indica o processo pelo qual o aluno deve fazer a *repetição de conjuntos*:

> Na primeira placa põe uma pedra amarela; e na segunda placa, a mesma coisa: O conjunto da primeira placa está repetido (iterado) na segunda.
>
> Faz a reunião destes conjuntos no jogo da Torre do Dois.
>
> Podes proceder de dois modos:
>
> • Ou como aprendeste em 5, 6, 7 [reunião de conjuntos].
>
> • Ou de uma forma mais simples e rápida:
>
> - Quantas amarelas estão na primeira placa? (Uma)
>
> - E na segunda? (uma também)
>
> - Quantas vezes a amarela está repetida nas placas? (Duas vezes).
>
> Então em vez de dizeres:
>
> "Uma amarela mais uma amarela"
>
> podes dizer logo:
>
> "Duas vezes uma amarela são duas amarelas"
>
> Colocas a torre de duas amarelas na terceira placa, e procedes como já sabes: Troca-la por uma pedra verde.
>
> Resultado: Uma verde e nenhuma amarela. (Nabais, s.d.b, p. 32, sublinhados e aspas no original)

Este processo é repetido para as diferentes bases, até à base 10.

Com o Calculador Multibásico a multiplicação também é trabalhada como produto combinatório. Neste caso as diferentes posições nas placas do calculador perdem o valor posicional que tinham quando se estava a trabalhar as diferentes bases.

> 13.1 – Coloca uma placa sobre a mesa.
>
> No primeiro furo da esquerda, coloca uma pedra encarnada. (Neste jogo não vale a combinação feita de colocarmos sempre cada cor num furo determinado. Podemos, portanto, colocar qualquer cor em qualquer furo).
>
> Sobre a encarnada, coloca uma verde.
>
> Esta torre verde-encarnada representa uma menina que tem saia encarnada e blusa verde. Ela tem outras irmãs e querem ir passear.

> Mas só podem sair vestidas com saia blusa destas duas cores e nenhuma quer ir vestida igual à outra.
>
> Quantas irmãs podem sair a passear, usando as duas cores encarnada e verde na saia ou blusa, e sem ir nenhuma igual à outra?
>
> - Só poderão ir duas:
>
> A primeira com blusa verde e saia encarnada; a segunda com blusa encarnada e saia verde.
>
> Num conjunto com duas cores só podemos fazer duas combinações. (Nabais, s.d.b, p. 52)

São ainda sugeridos outros exemplos em que o Calculador Multibásico é utilizado para fazer um modelo da situação apresentada.

A divisão é apresentada por Gattegno (s.d.a) em estreita relação com a multiplicação, surgindo no livro antes desta operação. Com o material Cuisenaire, as crianças devem fazer todas as decomposições possíveis de uma pedra, utilizando pedras mais pequenas e todas iguais. Se, com as pedras iguais, não for atingido o comprimento da pedra maior, então esse comprimento será completado com outra pedra de comprimento e cor diferente. Em relação ao treze poder-se-á perguntar «Quantos três há em treze? A resposta será, mais ou menos, esta: "quatro, e falta um". A pedra que devemos acrescentar, ou que "falta", chama-se "resto"» (Gattegno, s.d.a, p. 37).

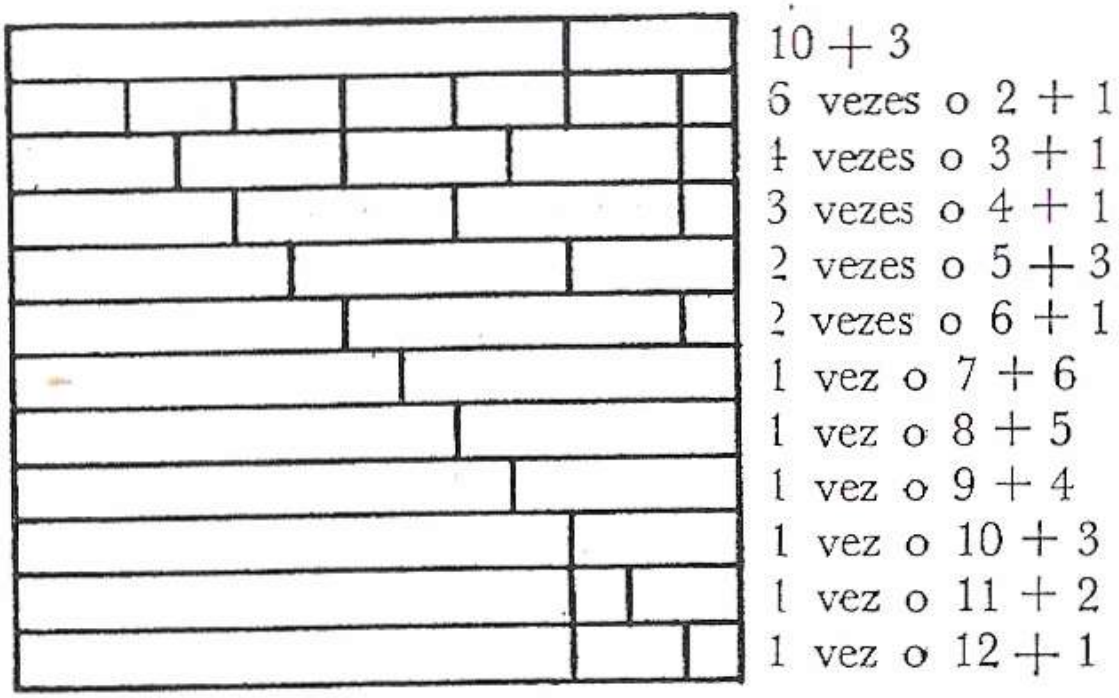
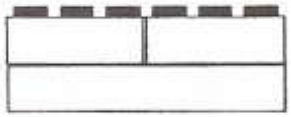


Figura – 17 - Decomposição do treze utilizando pedras de uma só cor que se repetem, completando o que falta com pedras de outra cor. (Gattegno, s.d.a, p. 37)

Gattegno sublinha que isto também pode ser apresentado como uma multiplicação como 13 = 6 x 2 + 1. Nesta metodologia, só depois das crianças terem trabalhado todas as decomposições possíveis para os vários números, é que devem ser apresentadas as diferentes notações da divisão.

Com os Cubos – Barras de cor, Nabais apresenta a divisão como uma *partição de conjuntos*, estabelecendo uma relação com as fracções. Os alunos começam por encontrar os meios, terços, quartos, quintos até aos décimos de todas as barras até à Laranja. Os alunos verificam depois as barras que têm meios e as que não têm, procedendo da mesma forma em relação às outras partições. A divisão volta a ser estudada com os Cubos – Barras de cor, quando os alunos têm que encontrar todos os divisores de uma determinada barra, estando nesta fase também a trabalhar com a propriedade número. É desta forma que também constroem a tabuada da divisão.

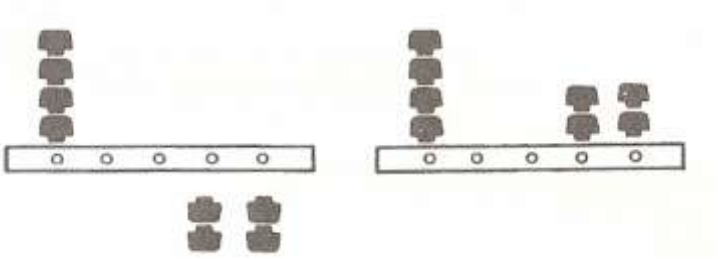
> 15.12 - V, repetido 2 vezes, faz o Ve: Por isso, V é factor do Ve.
> Mas, se reparares bem, vês que o V também divide ao meio o Ve, isto é, parte ou divide em duas partes iguais o Ve. E cada uma dessas partes é uma metade ou um meio, equivalente ao V (6 : 2=3).
>
> 
>
> (Nabais, s.d.a, p. 48, sublinhados no original)

Com a Calculador Multibásico a divisão é trabalhada com a *partição de conjuntos*. Os alunos devem dispor duas placas, uma ao lado da outra, ligeiramente afastadas. Na divisão os furos da placa perdem o seu valor de posição. Os alunos começam por fazer uma distribuição um a um dos elementos que têm que repartir.

> Coloca numa placa quatro pedras amarelas.
> Faz de conta que as quatro pedras amarelas são bombons e que vamos distribui-los igualmente por dois meninos (representados pelos dois furos da esquerda da segunda placa).
>
> Começaremos por dar um bombom a cada menino: Como são dois meninos, tiramos da primeira placa, duas amarelas e enfiamos uma em cada um dos dois furos da segunda placa. Cada menino já tem um bombom, e ainda existem outros dois para distribuir. (Nabais, s.d.b, p. 39)

Os alunos vão então distribuindo as peças que ainda têm, uma a uma, até não sobrarem mais peças. Nos exercícios que Nabais apresenta posteriormente, sugere que o processo de partição seja acelerado em duas fases. Os alunos vão distribuindo cada vez mais peças em cada rodada:

> Mas tu podes fazer esta operação um pouco mais depressa: Em vez de dares um bombom de cada vez a cada menino, experimenta a dar logo dois a cada um.
> Para isso, tiras da placa dois bombons para o primeiro menino e outros dois para o outro menino (coloca-os na mesa, diante dos respectivos furos da segunda placa).



> Tiraste da primeira placa dois bombons duas vezes, isto é, duas vezes dois bombons: Gastaste, portanto, quatro bombons. (Nabais, s.d.b, p. 42)

Nabais (s.d.b), sugere então que as crianças cheguem a uma fase em que fazem logo de início uma estimativa de quantas peças vão ficar para cada menino, e só depois fazem a distribuição. Este processo é repetido para outras quantidades, para outros divisores e para as partições não exactas, em que sobram peças que não suficientes para dar mais uma a cada menino.

Fracções e Decimais

Na metodologia do material Cuisenaire, proposta por Gattegno, as fracções são apresentadas como um trabalho a desenvolver com crianças mais adiantadas. Nesta metodologia, o estudo das fracções parte da medição de todas as pedras, tendo como unidade de medida a branca, ordenando-as de seguida pelo número de brancas que cada uma contém. De seguida emprega-se a pedra encarnada como unidade de medida, verificando que a branca é metade da encarnada, enquanto que a verde é igual a três metades e a rosa a quatro metades.
Se escrevermos isto teremos:

½ 1 3/2 4/2 5/2 6/2 7/2 8/2 9/2 10/2 ... Se agora chamarmos *denominador* ao número de baixo e *numerador* ao de cima, chegamos à nomenclatura e ao sistema de escrita usados na escola. (Gattegno, s.d.a, p. 103, itálicos no original)

Ainda dentro do tema das fracções é sugerido o trabalho com *fracções equivalentes* e a *formação de famílias de fracções todas equivalentes*. Nesta metodologia não é sugerida qualquer relação entre as fracções e os numerais decimais.

Em relação aos Cubos – Barras de cor, as fracções são introduzidas no momento em que é trabalhada a partição de conjuntos. Os alunos devem descobrir em quantas partes iguais se pode dividir cada uma das barras, até à décima parte. Na metodologia proposta no nº1 da colecção *Constrói a tua Matemática À Descoberta da Matemática com os Cubos – Barras de cor (Cores Cuisenaire)* não é abordada a forma de representar estas partições das barras em forma de fracção, nem as fracções equivalentes. No entanto, no artigo *À descoberta da Matemática com os Cubos – Cor*, publicado na revista *Cadernos de Pedagogia e Psicologia*, de 1968, onde se aborda a metodologia deste material, estes conteúdos são trabalhados de uma forma semelhante às propostas de Gattegno com o material Cuisenaire, excepto que os alunos trabalham primeiro com uma linguagem em que não utilizam a propriedade número da barra, só o fazendo mais tarde.

> 105. Mostra-me um meio do cL:
> É um cA.
> É equivalente a quantos cB?
> Mostra mais um meio do cL.
> Que tens na mão? 2 meios do cL = 2 cA~10 cB.
> 106. Em vez de escrevermos por extenso um meio de, podemos representar isto mesmo abreviadamente assim:
> ½ x que se lê ”um meio de”.
> 107. Se eu escrever ½ x cE, deves ler: “Um meio do cE”. (Nabais, 1968, p. 90)

Na metodologia proposta também não é especificada nenhuma relação com os numerais decimais, no entanto Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) refere que “trabalhávamos os decimais como mais uma fracção” (p. 9). Depois do trabalho realizado com as diferentes fracções, desde os meios até aos nonos, era introduzida a décima:

> A verdade é que nós começamos por introduzir a criança ... na noção do que é uma décima. Portanto, eu já sabia que quando chegava ali que aquilo era difícil, aluno nenhum, quando chegasse ali, não sabia muito bem o que era um meio, o que era um terço, o que era um quarto, e se lhes fosse perguntar quanto é um terço de 15, um quarto de 20, uma quinta parte de 25, eles respondem-lhe rapidamente. (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio, p. 9)

Em relação aos restantes números decimais o trabalho também é efectuado a partir da relação com as fracções, utilizando os Cubos – Barras de cor.

> Quando eu queria dar o centésimo, tinha que levantar os alunos todos, visto que eu tinha que pôr uma régua, ia buscar o metro. Ia ao cem ...punha as Laranjas, que é para saber a relação que existe entre eles. É tudo concretizado, tudo. Eu sabia que quando chegava aqui algumas, «Ah». Mas só a partir de Janeiro é que falávamos nisso ... Como vê aqui, quantas vezes é que tive que repetir o conjunto branco? Ou com linguagem própria, em quantas vezes é que o um divide o dez? Divide em dez partes. Cada uma delas é um décimo ou uma décima. E também lhes explico porque é que eu digo um décimo ou uma décima, porque também isso tem um significado. É tudo no concreto. Se eu escrever assim [1/10] eu digo um décimo, mas se eu escrever assim [0,1] eu digo uma décima. A vírgula, uma décima, o traço, um décimo, mas querem dizer absolutamente a mesma coisa. (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio, p. 10)

No Calculador Multibásico, na metodologia proposta no nº2 da colecção Constrói a tua Matemática, *À descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico* e no nº5 dos *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, o tema das Fracções e Decimais não é abordado. Só no Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama de 1987 é que surge uma metodologia para trabalhar as fracções e decimais com o Calculador Multibásico.

Grandezas e Medidas

No que diz respeito às grandezas e medidas, Gattegno apresenta uma metodologia para trabalhar os comprimentos, áreas e volumes, utilizando o material Cuisenaire para construir modelos das situações problemáticas apresentadas. Desta forma sugere que, por exemplo, para modelar uma situação em que se quer construir uma casa com um muro, se possa "utilizar as pedras para fazer o plano, empregando,

por exemplo, uma branca para cada metro quadrado ou uma laranja para cada 10 metros do muro exterior" (Gattegno, s.d.a, p. 62).

Nas metodologias propostas por Nabais para os Cubos – Barras de cor e para o Calculador Multibásico não surgem quaisquer referências a este tema, tanto nos nºs 1 e 2 da colecção Constrói a tua Matemática, como nos Cadernos de Psicologia e Pedagogia de 1968. No entanto, é de referir que no depoimento oral da professora Maria de Lourdes Tavares, esta professora destaca a exploração das medidas de comprimento e das medidas de área, através dos Cubos – Barras de cor.

Também no Projecto de Programas Próprios de 1987 este tema é abordado com os Cubos – Barras de cor. Com este material são abordadas as medidas de comprimento, área, volume e capacidade.

Geometria

Nas metodologias dos materiais que foram aqui analisadas, este tema não é trabalhado.

Dos Blocos Lógicos aos Conjuntos Lógicos

Os Conjuntos Lógicos são 48 peças ao todo, que constituem um conjunto de figuras em tudo equivalentes aos Blocos Lógicos[108] de Hull e Dienes, com a diferença que as peças destes Conjuntos Lógicos têm apenas a fronteira da figura e não são preenchidas por dentro, como eram as peças dos Blocos Lógicos.

Em relação a este material, é editado pela Éduca Material Didáctico um pequeno manual com indicações metodológicas. Neste manual, onde não está indicado o autor nem a data de edição, refere-se que este material permite realizar todos os jogos apresentados para os Blocos Lógicos, propostos por Dienes, Golding e Nicole Picard nos seus livros. Ao contrário do que acontece com o material Cuisenaire, Nabais não apresenta qualquer tipo de justificação para a adaptação que fez deste material.

[108] Os Blocos Lógicos de Hull Dienes são constituídos por quatro figuras geométricas (círculo, quadrado, rectângulo e triângulo), em dois tamanhos (grande e pequeno), cada um deles em duas espessuras (fino e espesso) e todas em três cores (vermelho, azul e amarelo).

Figura – 18 – O material didáctico Conjuntos Lógicos, adaptado dos Blocos Lógicos.

A metodologia

Para este material, a metodologia apresentada é em tudo idêntica à metodologia sugerida para os Blocos Lógicos. As crianças começam por fazer jogos livres para se familiarizarem com o material e descobrirem por si próprios as suas propriedades (forma, cor, tamanho e espessura). De seguida é proposto que façam jogos em que formam sub-conjuntos de acordo com uma propriedade enunciada, como o *Jogo da cor*; *Jogo do tamanho*; *Jogo da espessura* e *Jogo da forma*. Para além destes primeiros jogos, existem outros de entre quais se destacam o *Jogo do "que é"?*; *Jogo do "qual falta"?*; *Jogos das diferenças*; *Jogo do dominó*; *Dominó em duas dimensões*; *Dominó em três duas dimensões*; *Jogo das matrizes*; *Jogo de conjuntos* e *Jogo das implicações*.

Nos dois primeiros jogos, os alunos devem definir uma peça, que está em falta ou que têm na sua presença, através das suas propriedades. Nos jogos das diferenças, os alunos vão, a partir de uma peça dada, procurar outras que se distingam da primeira e identificar quais as propriedades que foram alteradas. Num primeiro jogo, começam por procurar figuras em que se altere apenas uma das propriedades, até chegarem ao Jogo das quatro diferenças, em que a figura que vão procurar tem que se distinguir da anterior em quatro propriedades. Depois de o aluno ter compreendido estes jogos, pode jogar com pontos. Se colocar uma peça com uma diferença, vale um ponto, se colocar uma peça com duas diferenças vale dois pontos e assim sucessivamente. Também pode ganhar pontos se descobrir jogadas erradas dos colegas.

Os alunos podem jogar ao *Jogo do dominó,* utilizando várias propriedades das peças. Este jogo é em tudo idêntico aos anteriores, com o aluno a ter que colocar ao lado direito ou ao lado esquerdo de uma figura inicial, uma outra peça com apenas uma

propriedade diferente. Este jogo apresenta diversas variantes, podendo alterar-se o número de propriedades em que as figuras que são colocadas diferem, ou ser jogado em cruz, ou a três dimensões, com os alunos a poderem colocar as figuras tanto na horizontal, como no sentido perpendicular em relação à figura inicial, ou ainda empilhando as figuras umas sobre as outras, podendo distinguir-se propriedades diferentes para cada um dos sentidos. Também idêntico a estes jogos é o Jogo da matriz.

No *Jogo de Conjuntos* pede-se aos alunos que formem um determinado número de conjuntos com a totalidade das figuras disponíveis, identificado a propriedade que é comum a cada um dos conjuntos e que os permitiu formar. Com este jogo dá-se início ao estudo dos conjuntos complementares, conjuntos vazios, conjuntos singulares e à intersecção de conjuntos. Os alunos fazem a representação dos conjuntos dentro de círculos, que Nabais refere como *gráfico de Venn*[109].

> 47. Dentro de um círculo, forma o cA; ao lado, dentro de outro círculo, o cT. Como deves colocar estes dois círculos para que todas as figuras amarelas, fiquem dentro do primeiro e <u>todos</u> os triângulos fiquem dentro do segundo? (Fig. 5)
>
> Fazendo...a <u>intersecção</u> dos dois círculos. (Fig.6) (Nabais, Conjunto Lógicos, s.d., sublinhados no original)

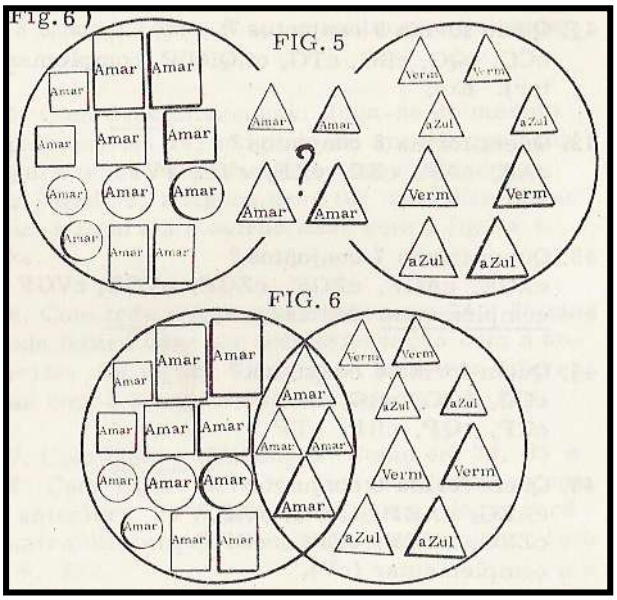


Figura – 19 - Diagrama proposto para o Jogo dos Conjuntos. (Nabais, s.d.e, p. 16)

[109] Esta é a terminologia utilizada por Nabais para designar os diagramas de Venn.

Em relação a este exemplo pede-se ainda que o aluno seja capaz de identificar os conjuntos que formou, que no exemplo são o conjunto dos amarelos, dos triângulos, conjunto da intersecção dos amarelos com os triângulos, conjunto dos amarelos que não são triângulos e dos triângulos que não são amarelos e ainda o conjunto das figuras que não são nem amarelas nem triângulos, que é referido como *conjunto complementar* e que ficou dentro da caixa A.

Com o *Jogo das Implicações* continuam a ser trabalhadas as noções de conjuntos já trabalhadas anteriormente e ainda é trabalhada a noção de *conjuntos disjuntos*. Na introdução desta noção sugere-se um jogo em que sejam colocadas em cima da mesa o conjunto das figuras quadradas e também o conjunto das figuras triangulares. Em relação a estes dois conjuntos formados realça-se que qualquer figura em cima da mesa ou é um quadrado ou um triângulo, que nenhuma figura é quadrado e rectângulo ao mesmo tempo e que nenhuma figura que ficou na caixa é um quadrado ou um triângulo. Salienta-se que a este tipo de conjuntos se dá o nome de conjuntos disjuntos. Na metodologia apresentada para este material, faz-se, em relação a este jogo, uma distinção entre as palavras"e" e "ou", referindo-se que um conjunto "ou" é um conjunto disjunto.

Outros materiais didácticos desenvolvidos por Nabais

Para além dos materiais descritos anteriormente, Nabais desenvolve ainda outros, como os *Algarismos e Sinais*, *Símbolos da Matemática Moderna* e *Fichas de Trabalho Auto Correctivas*. O primeiro material referido é constituído por uma colecção de algarismos e sinais de uso mais frequente em Matemática, feitos em plástico de diversas cores. Nabais desenvolve este material para que a criança possa representar sobre a mesa de trabalho as operações elementares. Este material é recomendado por Nabais, para crianças da Escola Infantil e Primária. O material *Símbolos da Matemática Moderna*, é também uma colecção de símbolos feitos em plástico, para representar os conjuntos e as respectivas operações na mesa de trabalho. Deste material fazem parte duas placas para inserção desses símbolos e algumas elipses para a construção de gráficos de Venn. As fichas de trabalho auto-correctivas são constituídas por uma série de exercícios semi-programados de revisão, para o Ensino Primário e Ciclo Preparatório.

Em conjunto com os Cubos – Barras de cor, o Calculador Multibásico e os Conjuntos Lógicos, estes materiais são recomendados por Nabais para a construção de um laboratório de Matemática na sala de aula. Esta recomendação surge em diversos trabalhos publicados por este autor.

Figura – 20 - Exemplos de exercícios propostos nas Fichas Auto – Correctivas (fotografia e redução, 30% do original).

Figura – 21 - Algarismos e sinais

Os conteúdos dos cursos de Pedagogia da Matemática organizados por Nabais

Após a exposição efectuada anteriormente, com a história do desenvolvimento dos materiais didácticos, os cursos de divulgação efectuados e com a análise da metodologia desenvolvida por João António Nabais para explorar esses materiais didácticos, pretendo nesta parte do trabalho analisar o que foi realmente trabalhado nos cursos de divulgação dos materiais didácticos, promovidos por este pedagogo. Com esta finalidade, procedo à análise do conteúdo dos apontamentos tirados por uma professora que frequentou esses cursos. Os apontamentos pertencem à professora Maria da Ascenção Pires[110], também entrevistada no âmbito deste trabalho. Estes apontamentos estão datados, referem-se a cursos realizados em diversos locais, nomeadamente no Museu Pedagógico João de Deus e no Externato Campo de Flores, e situam-se na segunda metade da década de 1980.

Não pretendo nesta parte do trabalho voltar a fazer uma análise exaustiva das metodologias propostas para os diferentes materiais no decorrer dos cursos, pretendo apenas perceber como essas metodologias eram apresentadas nos cursos, do ponto de vista daqueles que participaram neles. Nesta análise será utilizado o mesmo esquema utilizado na análise das metodologias dos materiais, com a organização dos conteúdos matemáticos em sete temas: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Números Decimais e Números Fraccionários, Grandezas e Medidas e Geometria. Também será feita uma análise aos materiais que são referidos e a algumas ideias que se apresentem expressas nos apontamentos.

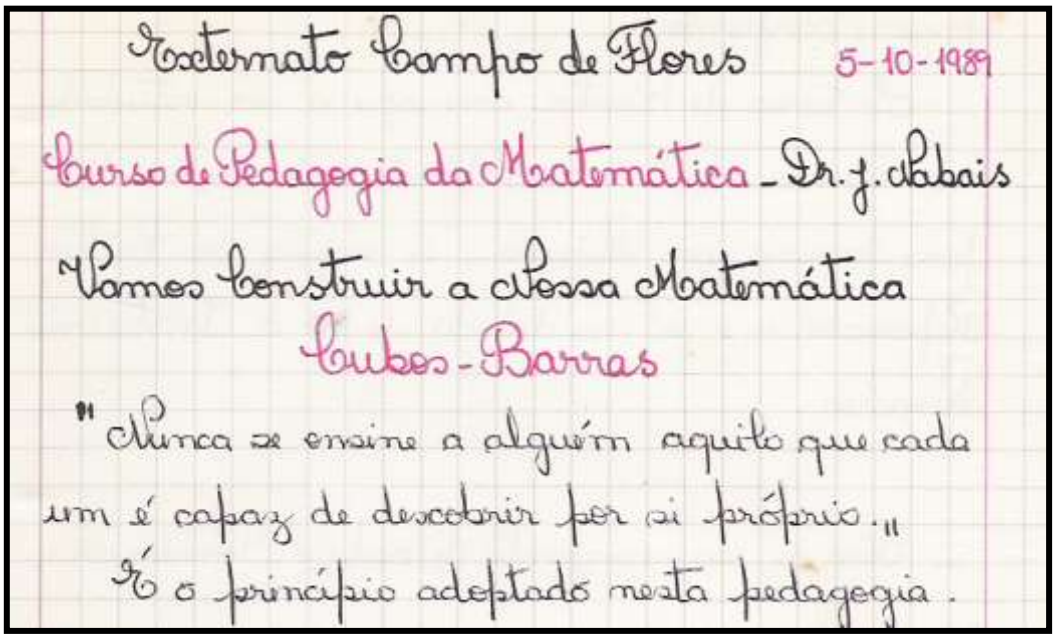
Uma parte dos apontamentos está organizada por temas e conteúdos matemáticos como: *conjuntos*, *subconjuntos*, *reunião de conjuntos*, *ordem crescente e decrescente*, *valores e operações nas diferentes bases*, *utilização de simbologia convencionada* (<, >, =, ~, U), *construção de provas de avaliação*, *fracções*, *problemas*, *factores* e *divisores*, *números primos e números compostos*, *números decimais* e a outra parte está centrada na metodologia dos materiais e como eles podem ser aplicados na exploração dos conteúdos.

A partir da análise destes apontamentos pode-se perceber que os materiais explorados nestes cursos eram essencialmente os Cubos - Barras de cor e o Calculador

[110] A professora Maria Ascenção Pires trabalhou no Colégio Vasco da Gama desde o ano lectivo de 1986/1987 até ao ano lectivo de 1990/1991.

Multibásico, surgindo apenas num dos cursos, realizado em Março de 1987, uma introdução aos Conjuntos Lógicos, onde também é referido um jogo do *Dominó Lógico*.

Nos apontamentos destes cursos surgem expressas algumas ideias que também estão presentes nas metodologias dos materiais e nos artigos publicados por Nabais, como por exemplo a importância de distinguir a diferença entre número e algarismo, a história da numeração e a importância da aprendizagem por descoberta.


Externato Campo de Flores 5-10-1989

Curso de Pedagogia da Matemática - Dr. J. Nabais

Vamos construir a nossa Matemática

Cubos - Barras

"Nunca se ensine a alguém aquilo que cada um é capaz de descobrir por si próprio."

É o princípio adoptado nesta pedagogia.

Figura –22 - Destaque da importância da aprendizagem por descoberta. Curso de Pedagogia da Matemática, 1989, Campo de Flores, folha 1.

Teoria dos conjuntos

Em relação a este tema surgem inúmeras referências nos apontamentos dos cursos, desde um enquadramento histórico da teoria de Kantor e do seu desenvolvimento nos vários níveis de ensino, até à iniciação das diferentes operações com os materiais, com a *reunião*, *diferença*, *iteração* e *partição de conjuntos*. Neste tema destaca-se a correspondência entre a simbologia e nomenclatura utilizadas com conjuntos e com os números.

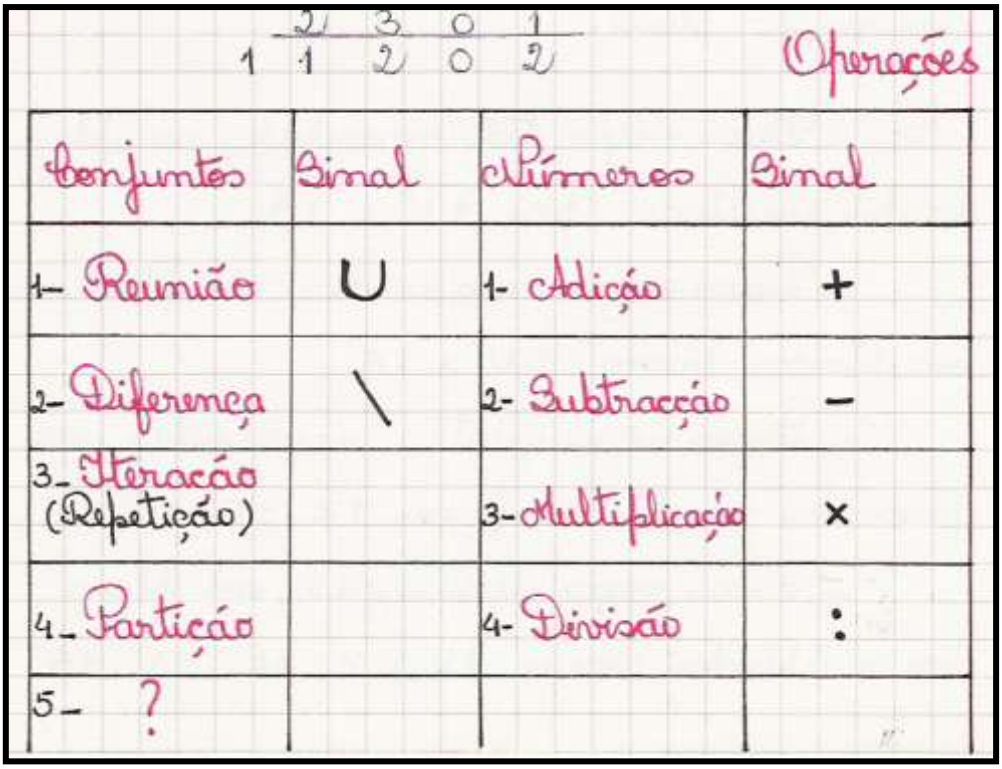


Figura – 23 - Correspondência entre a simbologia utilizada com os conjuntos e nas operações entre números. Curso de Pedagogia da Matemática, 1989, Campo de Flores, folha 12.

Nestes apontamentos também são salientados três níveis de leitura com os Cubos -Barras de cor. Num primeiro nível utiliza-se uma linguagem considerada mais infantil, que é a *linguagem dos comboios*. Num segundo nível de leitura, que de acordo com os apontamentos deve ser apresentado 3 a 4 semanas depois do primeiro nível, dependendo da maturidade da classe, introduz-se a *linguagem dos conjuntos*, que deve ser utilizada durante três a quatro semanas, não devendo ser misturada com a leitura de primeiro nível. Só no terceiro nível de leitura passam a ser utilizados termos numéricos.

Nos apontamentos do curso de 1987, apresenta-se uma anotação que refere que toda a iniciação da Matemática deve ser feita através dos conjuntos e que esta iniciação deve durar todo o primeiro período.

Estudo do número

O Estudo do Número é efectuado a partir do trabalho com os conjuntos, onde são utilizados essencialmente os Cubos-barras de cor e o Calculador Multibásico em paralelo.

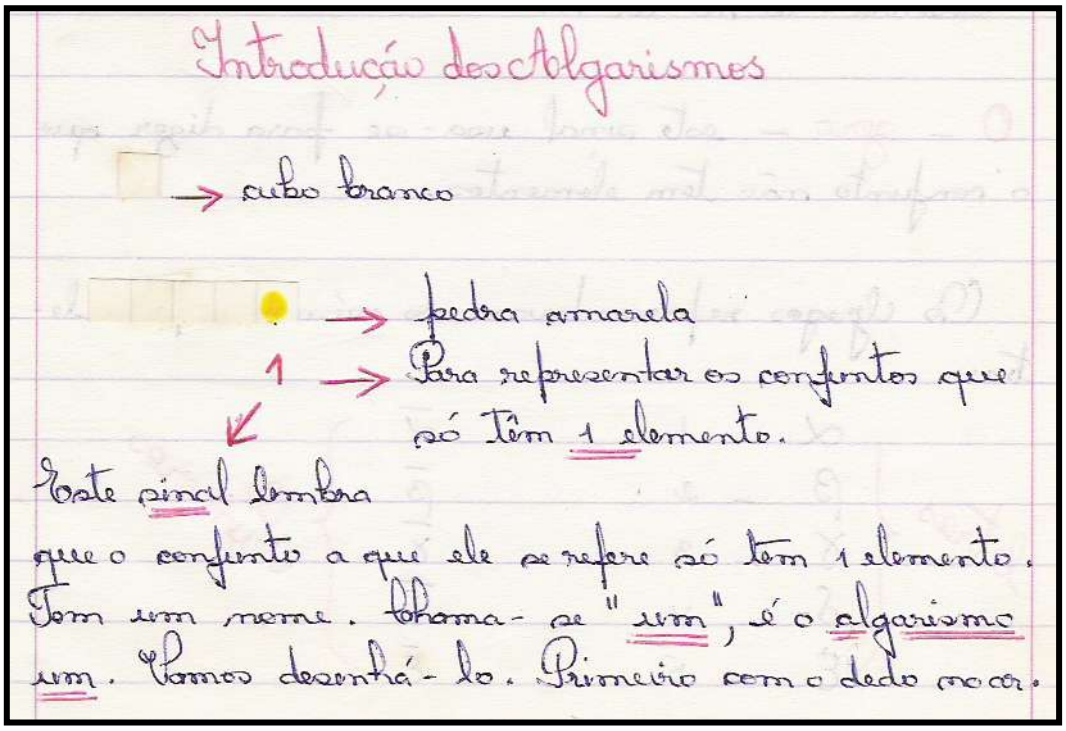


Figura – 24 - Introdução dos algarismos com os Cubos - Barras de cor e o Calculador Multibásico. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 22.

Nestes apontamentos também é possível verificar a utilização da história da matemática e do desenvolvimento do número em diversos povos, para fazer a introdução ao estudo do número.

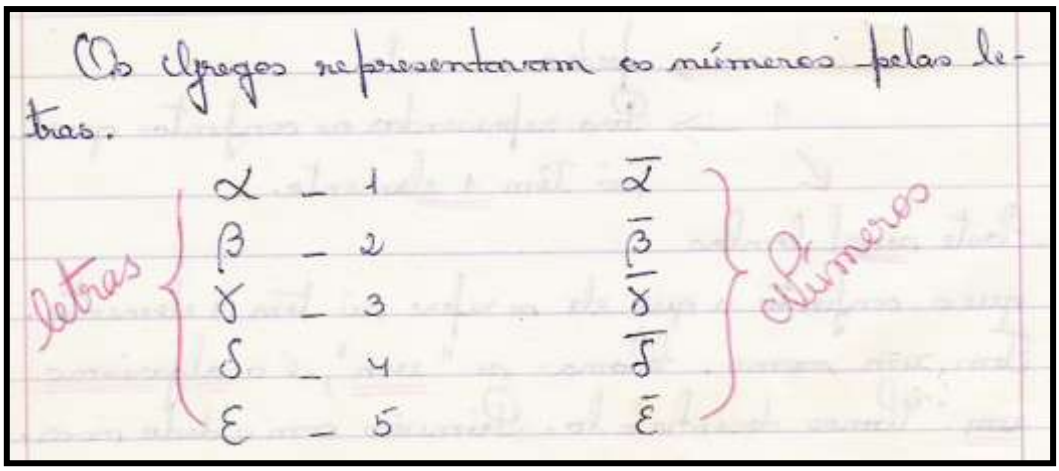


Figura – 25 - A história da Matemática na introdução ao estudo do número. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 22.

Em relação ao estudo do número também é possível verificar o destaque dado ao estudo de diferentes bases de numeração, iniciando-se na base 2. Neste estudo é utilizado preferencialmente o Calculador Multibásico. Com o Calculador Multibásico também é trabalhado o valor de posição no número.

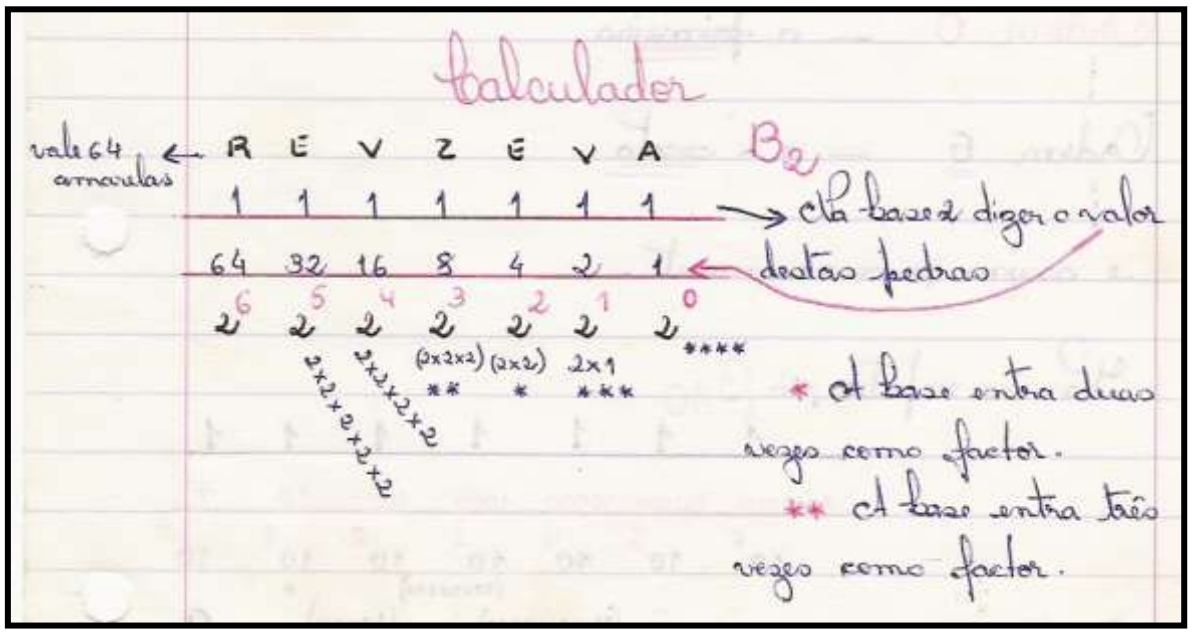


Figura – 26 - O estudo das diferentes bases de numeração. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 23.

Adição e subtracção

Estas duas operações são trabalhadas a partir dos conjuntos, com os Cubos - Barras e com o Calculador Multibásico. A adição é trabalhada a partir da reunião de conjuntos.

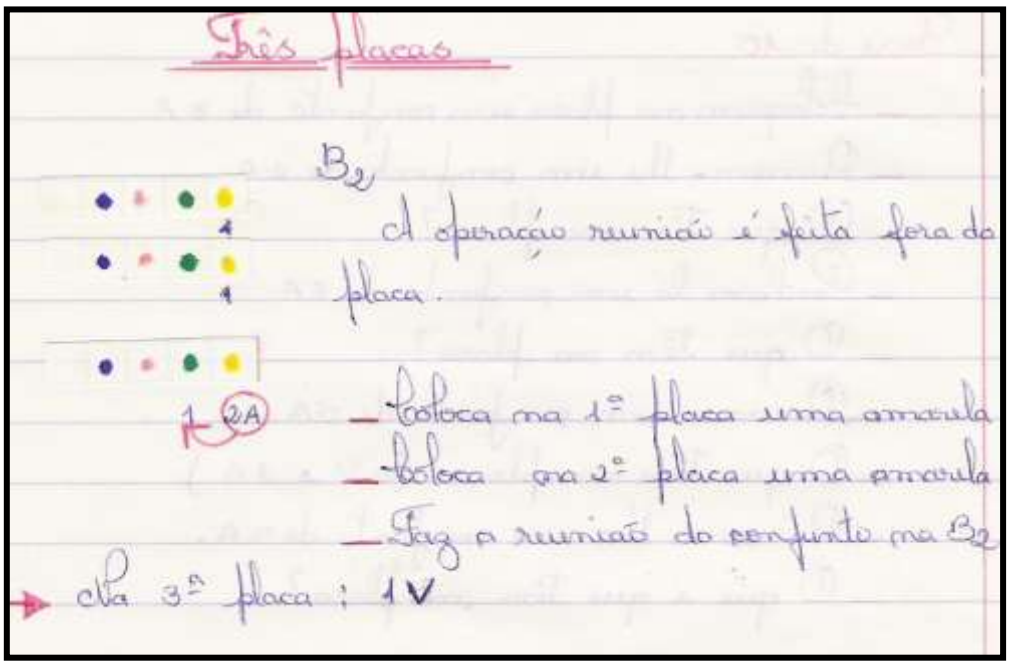


Figura – 27 - Reunião de conjuntos com o Calculador Multibásico. Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 9.

Na subtracção são trabalhados dois conceitos, o de tirar e o de diferença, sendo este último conceito apresentado através do *conjunto complementar*.

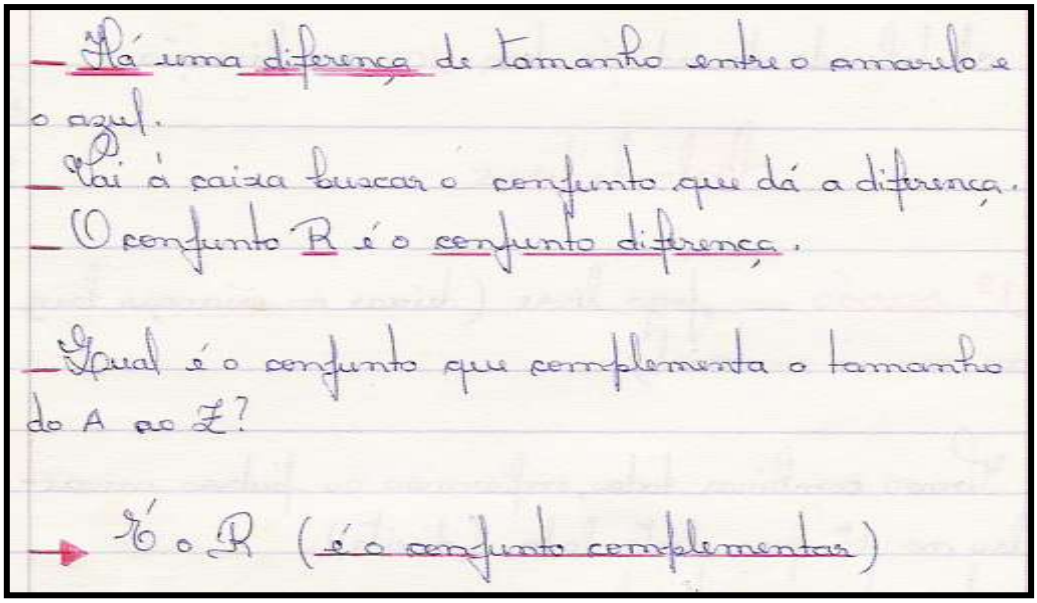


Figura – 28 - O conceito de diferença na subtracção, com os Cubos - Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 7.

De seguida são exploradas todas as combinações possíveis para a adição. Com os calculadores, a adição e a subtracção são trabalhadas a partir da base 2, com a *reunião* e a *diferença entre conjuntos*. Ainda com este material são trabalhados os algoritmos destas operações e as respectivas provas reais e *provas dos fora*.

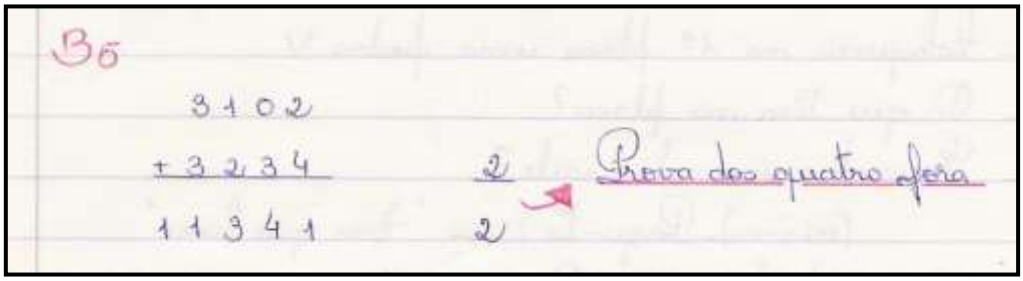


Figura – 28 - Algoritmo da adição na base 5 e a respectiva "prova dos quatro fora". Curso *Pedagogia da Matemática*, Março de 1987, folha 10.

O jogo dos comboios do terceiro tipo explora as diferentes *composições* e *decomposições* possíveis para um número. Neste jogo os alunos devem descobrir todos os comboios para uma determinada estação, ou seja, todas decomposições para um determinado número.

É ainda explorado com o Calculador Multibásico, o algoritmo da subtracção em que o aditivo tem valores inferiores aos do subtractivo, nalgumas posições. Esta subtracção é designada por *subtracção do segundo tipo*.

Multiplicação e Divisão

Nos apontamentos analisados, o tema da Multiplicação e Divisão é trabalhado no segundo dia do curso de Março de 1987. A iniciação é feita a partir dos Cubos – Barras de cor, com o jogo dos comboios, que são denominados como comboios de segundo tipo. O objectivo para este jogo é preparar a criança para a descoberta da tabuada da multiplicação e da divisão. As regras deste jogo são as seguintes: cada comboio pode ter uma ou várias carruagens, mas as carruagens têm que ter todas a mesma cor, ou seja, têm que ser repetidas.

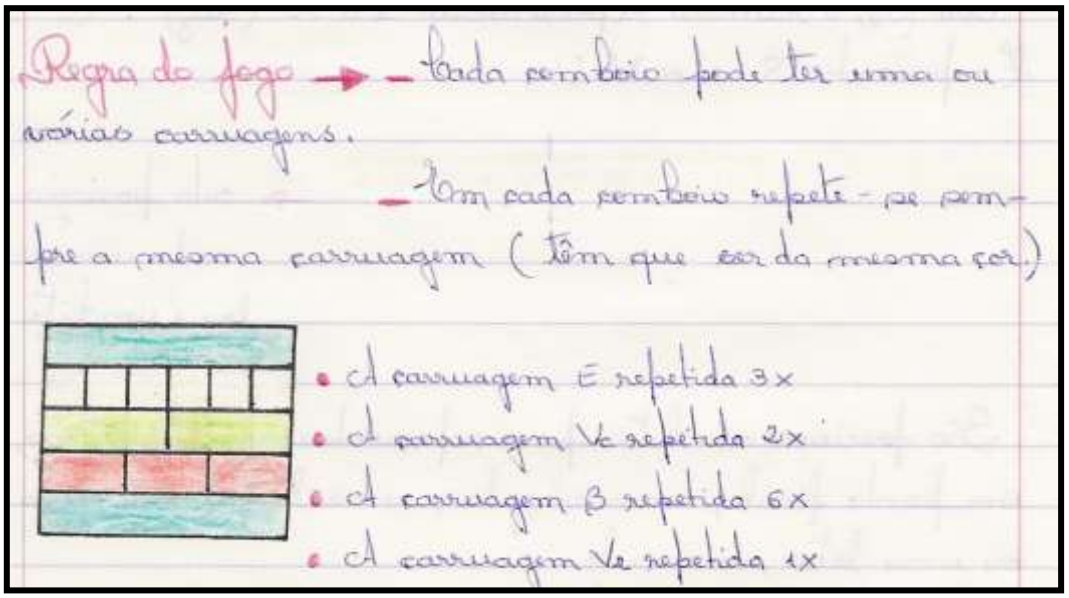


Figura – 30 - Preparação para a descoberta da tabuada da multiplicação e da divisão com os Cubos – Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 11.

No trabalho com estas operações também são explorados os três níveis de leitura referidos anteriormente. Dentro deste tema são ainda trabalhadas as noções de factor e múltiplo de um número. Através deste jogo dos comboios de segundo tipo, é também explorada a divisão de uma quantidade em partes iguais, como a metade, terça-parte, quarta-parte.

Nos apontamentos dos diversos cursos dá-se um grande destaque à divisão e ao desenvolvimento do algoritmo da divisão a partir das subtracções sucessivas. Este trabalho é feito com a exploração do Calculador Multibásico. Na divisão, os orifícios das placas perdem o valor de posição. No exemplo apresentado neste curso é explorado um problema com o contexto da divisão partilha, com uma resolução com subtracções sucessivas. Nesta operação são apresentados três momentos de trabalhado diferenciado. No primeiro momento só se altera o dividendo, no segundo momento altera-se o divisor e no terceiro momento altera-se o que Nabais designa por *ritmo da operação*. No algoritmo são apresentados vários níveis de velocidade de resolução.

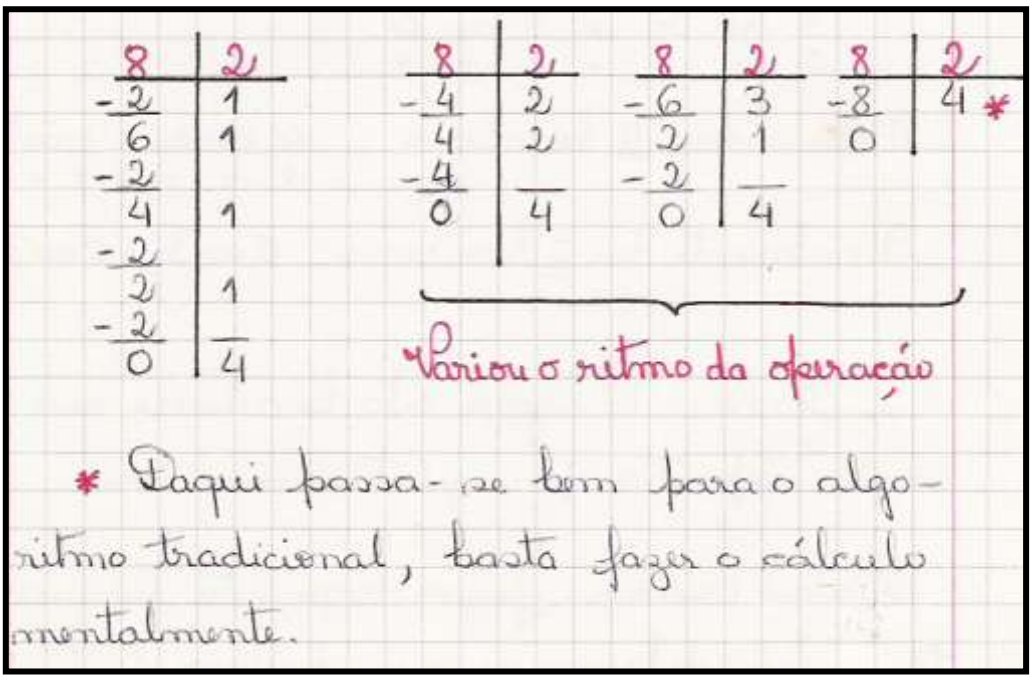


Figura – 31 - Desenvolvimento do algoritmo da divisão, até chegar ao algoritmo "tradicional". Curso de *Pedagogia da Matemática*, Outubro de 1989, Campo de Flores, folha 14.

A descoberta dos *factores de um número*, dos *factores comuns* e do *mínimo múltiplo comum* são conteúdos muito explorados nestes apontamentos.

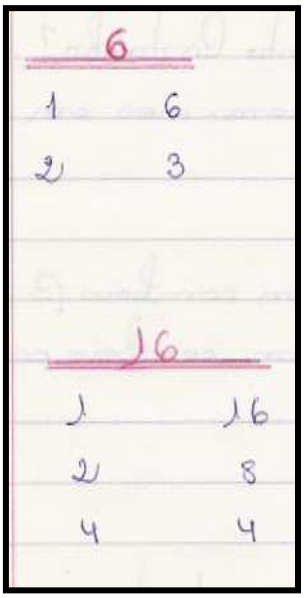


Figura – 32 - Decomposição de números em factores. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 16.

Fracções e Decimais

Nos apontamentos dos diversos cursos, as fracções são exploradas a partir do trabalho com os Cubos - Barras de cor. A exploração das fracções é feita em ligação com a divisão. No início são trabalhados os meios, até chegar aos nonos. Estes conhecimentos são utilizados na resolução de expressões numéricas com fracções.

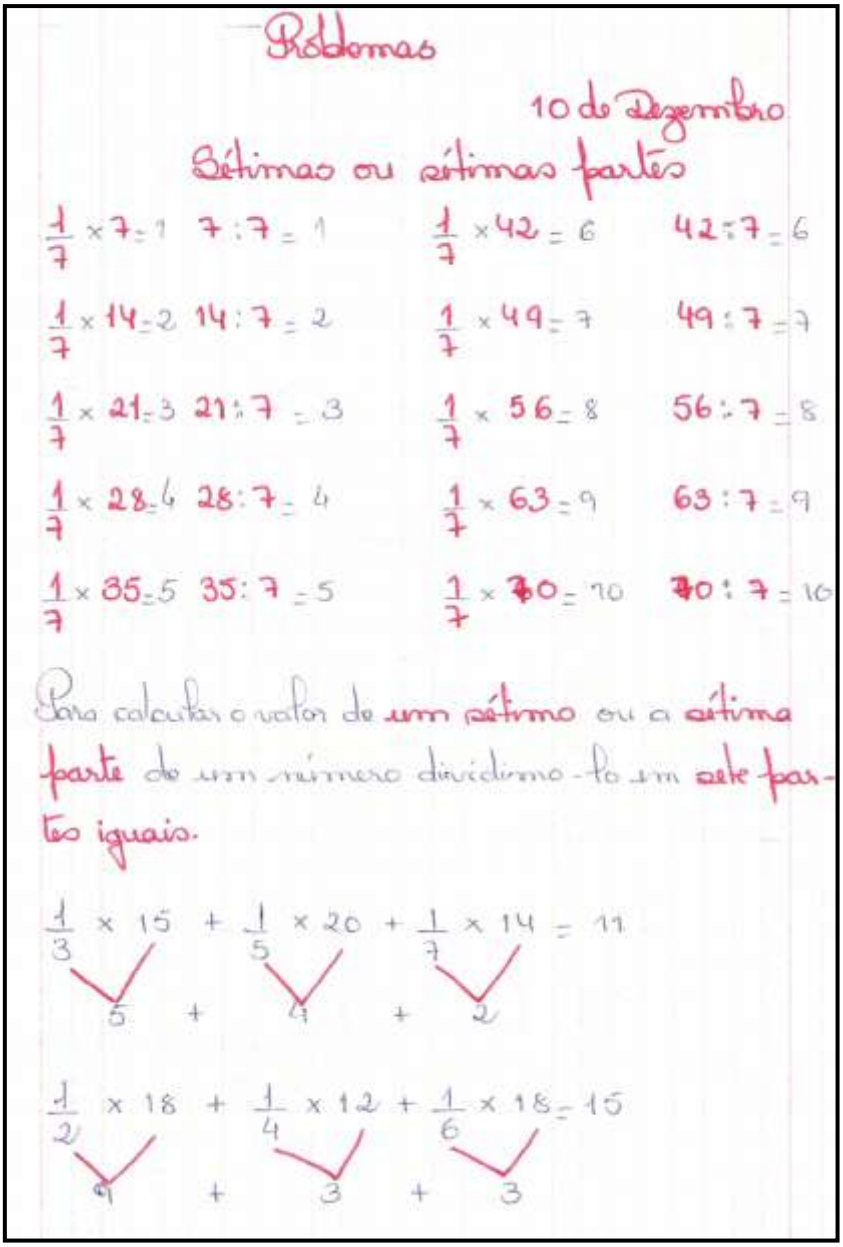
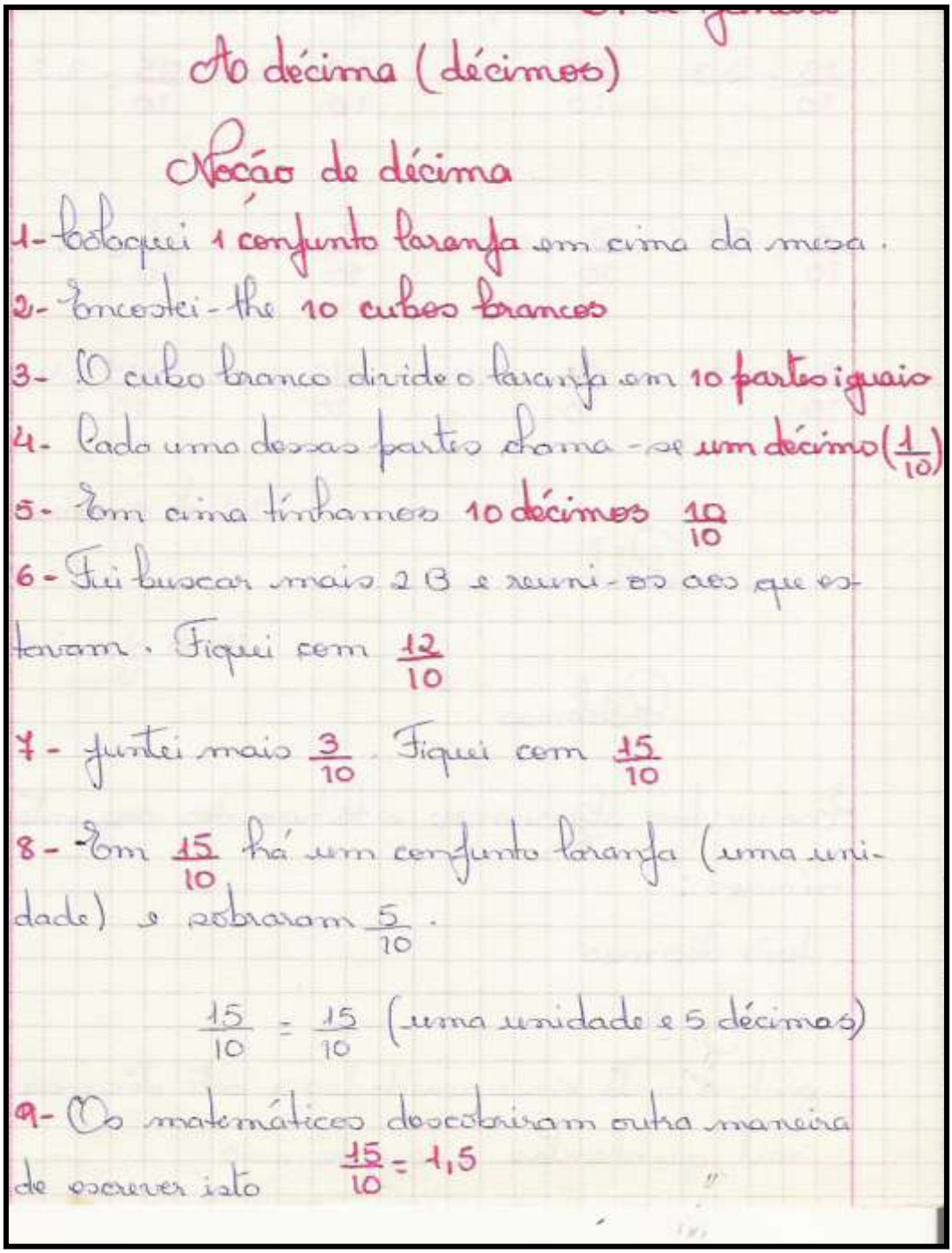


Figura – 33 - Resolução de expressões numéricas a partir do trabalho com as fracções. Curso de Pedagogia da Matemática, Dezembro de 1986, folha 9.

Os números decimais são explorados a partir do estudo das fracções. Tendo como base o trabalho com os décimos, é introduzida a noção de décima.



Ao décima (décimos)

Noção de décima

1- Coloquei 1 conjunto laranja em cima da mesa.

2- Encostei-lhe 10 cubos brancos

3- O cubo branco divide o laranja em 10 partes iguais

4- Cada uma dessas partes chama-se um décimo ($\frac{1}{10}$)

5- Em cima tínhamos 10 décimos $\frac{10}{10}$

6- Fui buscar mais 2 B e reuni-os aos que estavam. Fiquei com $\frac{12}{10}$

7- Juntei mais $\frac{3}{10}$. Fiquei com $\frac{15}{10}$

8- Em $\frac{15}{10}$ há um conjunto laranja (uma unidade) e sobraram $\frac{5}{10}$.

$\frac{15}{10} = \frac{15}{10}$ (uma unidade e 5 décimas)

9- Os matemáticos descobriram outra maneira de escrever isto $\frac{15}{10} = 1,5$

Figura – 34 - Introdução dos números decimais a partir dos décimos de um número. Curso de Pedagogia da Matemática, Outubro de 1986, folha 13.

O mesmo acontece com a introdução da centésima e da milésima, para as quais são apresentados esquemas semelhantes. Em relação a estes conteúdos são propostos exercícios e problemas para o aluno praticar.

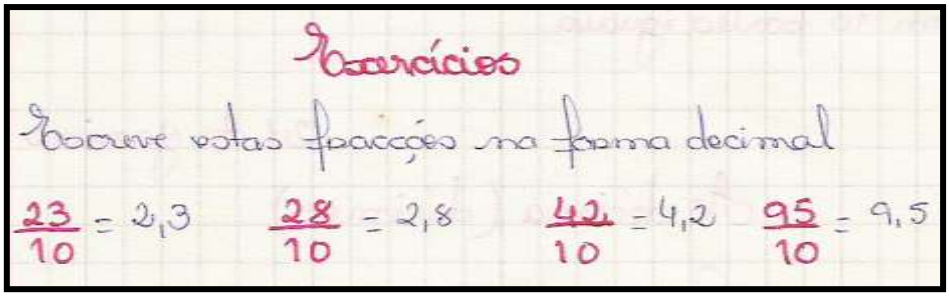


Figura – 35 - Exercícios para converter as fracções em numeral decimal. Curso de Pedagogia da Matemática, 1986, folha 15.

Em relação aos números decimais também se estabelece um paralelo com as outras bases da numeração, afirmando-se que "a escrita decimal não traz à criança nenhum conceito novo, é apenas uma escrita mais rápida de representar conceitos já adquiridos" (Curso de Pedagogia da Matemática, 1987, folha 30). Essa relação é esquematizada no seguinte esquema apresentado nos apontamentos.

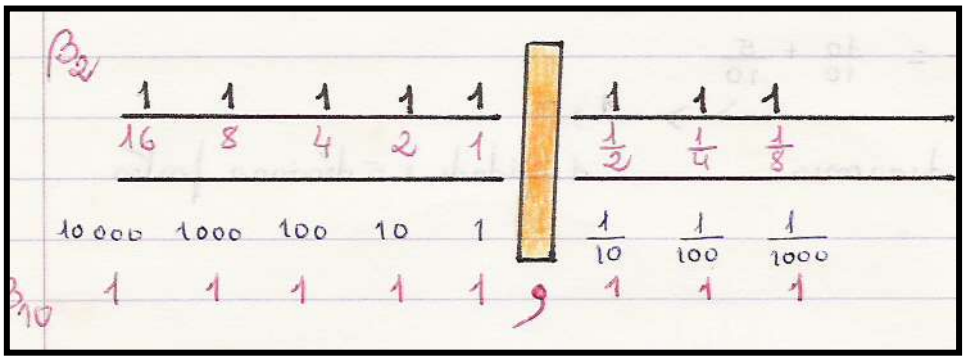
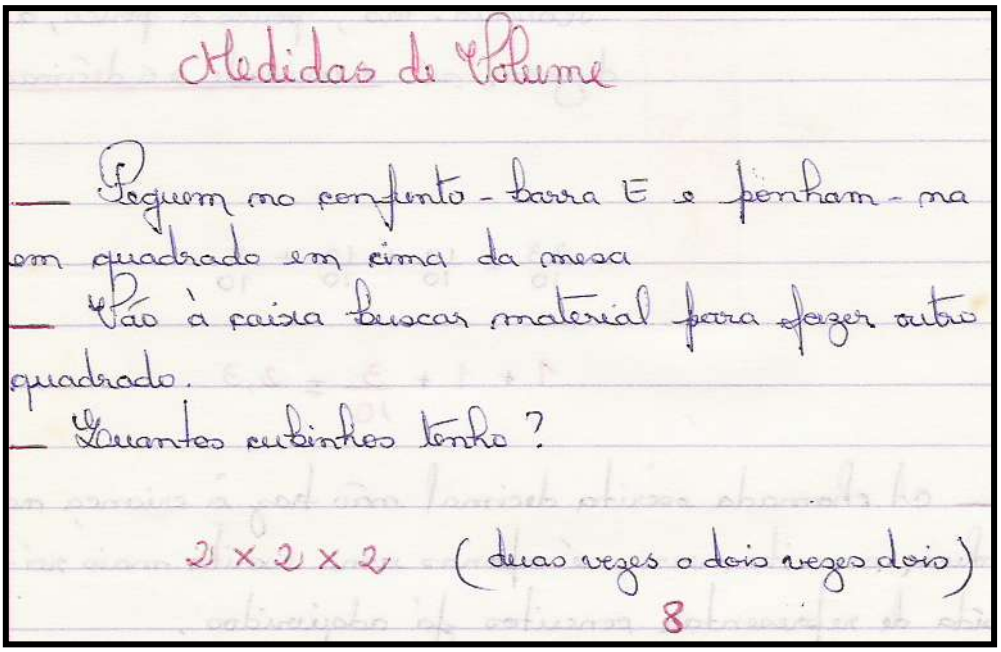


Figura – 36 - Esquema de relação entre a escrita decimal e a representação na base 2. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 30.

Grandezas e medidas

Em relação ao tema das grandezas e medidas, nos apontamentos destes cursos apenas são trabalhadas as medidas de volume e as medidas de área. Ambas as medidas são introduzidas com os Cubos -Barras de cor. Em relação às medidas de volume, são construídos cubos a partir de uma determinada raiz, e a partir daí calcula-se o volume desse cubo. Este trabalho está integrado na exploração das potências e das raízes cúbicas.


Medidas de Volume

— Peguem no conjunto - barra E e ponham-na em quadrado em cima da mesa
— Vão à caixa buscar material para fazer outro quadrado.
— Quantos cubinhos tenho?

2 × 2 × 2 (duas vezes o dois vezes dois)
8

Figura – 37 - Introdução às medidas de volume com os Cubos – Barras de cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 30.

Geometria

Nestes apontamentos existem poucas referências à Geometria. Nos apontamentos do curso de 1986 são apenas apresentadas algumas definições relacionadas com as figuras geométricas e os ângulos, não existindo qualquer exploração em termos didácticos. Nos apontamentos do curso de 1987 são trabalhadas algumas noções de Geometria com os Conjuntos Lógicos, nomeadamente as formas geométricas.

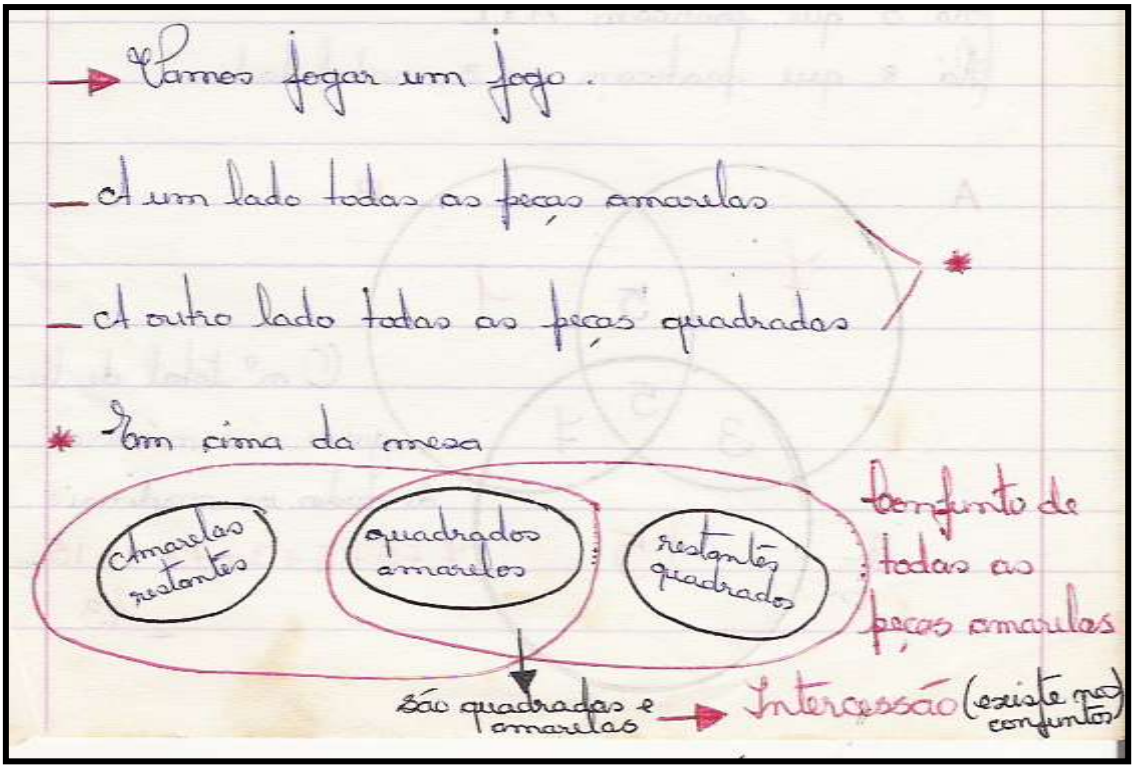


Figura – 38 - Organização das peças dos Conjuntos Lógicos, de acordo com duas características, forma e cor. Curso de Pedagogia da Matemática, Março de 1987, folha 33.

Em resumo

Da análise do desenvolvimento e implementação da utilização dos materiais didácticos, ressaltam alguns aspectos que passo a destacar.

A importância concedida por Nabais em relação à utilização de materiais didácticos que permitam a concretização no ensino da Matemática, está patente em muitos dos artigos e trabalhos publicados por si durante a década de 1960. Embora os seus trabalhos se centrem no Ensino Primário, Nabais também defende a utilização destes materiais noutros níveis de ensino, tanto no pré-Primário, como em níveis de ensino posteriores ao Ensino Primário.

Para Nabais, os materiais não devem servir apenas para o professor fazer demonstrações, os alunos devem ter oportunidade de manipulá-los e descobrirem por si próprios os conhecimentos matemáticos. Com a utilização dos materiais, Nabais reserva para a actuação do professor um novo papel, o de orientador das aprendizagens. O aluno também passa a ter um papel mais activo na construção do seu conhecimento. Nabais

defende que é a partir de experiências pessoais, individuais e concretas que o aluno desenvolve uma aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos e formação de professores. A partir de 1960, Nabais assume um papel de divulgador do método Cuisenaire, em Portugal. Primeiro, com experiências pedagógicas no Centro de Psicologia Aplicada à Educação e no Colégio Vasco da Gama, e a partir de 1962, com a organização de cursos por todo o país, para professores dos diferentes níveis de ensino.

Numa primeira fase, que vai até 1966, Nabais assume o papel de divulgador da metodologia do material Cuisenaire, convidando um dos principais responsáveis pela divulgação deste material a nível internacional, Caleb Gattegno, para orientar o primeiro curso no Colégio Vasco da Gama, em Abril de 1962. Até 1964, Nabais organiza cursos de iniciação ao método Cuisenaire em diversos pontos do país. Nalguns desses cursos conta com a colaboração de algumas figuras relevantes na implementação da Matemática Moderna em Portugal, como António Augusto Lopes. De acordo com Nabais, estes cursos têm o apoio do Ministério da Educação Nacional, apoio esse que se manifesta através da dispensa do serviço, dos professores que pretendam frequentá-los.

Este trabalho de divulgação do material Cuisenaire é complementado com a tradução para português da obra de Gattegno, *O Zeca já pode aprender Aritmética: guia para o método dos números em cor*, da qual Nabais faz a revisão. A versão portuguesa desta obra é editada em 1962 ou 1963, por Cuisenaire de Portugal, Centro de Psicologia Aplicada à Educação, instituição que pertence ao próprio Nabais.

Em 1966, Nabais começa a desenvolver material para o ensino da Matemática no Ensino Primário, produzindo um material adaptado a partir do ábaco, a que dá o nome de Calculador Multibásico. Em 1967, faz adaptações ao material Cuisenaire, desenvolvendo primeiro um material a que dá o nome de Cubos – Cor e que mais tarde dão origem aos Cubos – Barras de cor. A par do desenvolvimento dos materiais, Nabais organiza as metodologias para exploração desses materiais no ensino/aprendizagem da Matemática.

Apesar de Nabais apresentar a adaptação do material Cuisenaire logo em 1967, entre os documentos consultados, a justificação para essa adaptação só é apresentada no início da década de 1970, na 2ª edição do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*. Nesta justificação, destacam-se quatro limitações que Nabais aponta na utilização do material Cuisenaire. O uso exclusivo

deste material e a sobrevalorização das competências perceptivas, com a memorização do código de cores. A introdução da medida antes da contagem, já que os alunos têm sempre que medir a pedra, comprando-a com a unidade, antes de contarem. Uma 3ª limitação apontada por Nabais relaciona-se com o facto de cada pedra Cuisenaire constituir um conjunto singular, por não ter as unidades marcadas. A última limitação apontada refere-se à utilização, que Nabais considera imprópria, da expressão "números em cor". Isto, porque, segundo Nabais, esta expressão pode levar a criança a fazer uma construção errada do que é um número. As limitações que Nabais aponta ao material Cuisenaire enquadram-se nas críticas que são feitas a esse material, a nível internacional. Na sua fundamentação Nabais cita os trabalhos de Luciene Félix.

A partir de 1965 os cursos orientados por Nabais deixam de ser apenas de divulgação do material Cuisenaire, passando a estar enquadrados no contexto da introdução à Matemática Moderna. Estes cursos passam então a ser designados por *Iniciação no método Cuisenaire e de Introdução à Matemática Moderna* e a partir de 1967 deixam mesmo a designação de *Iniciação no Método Cuisenaire*, passando a ser designados apenas por *Orientação da Matemática Moderna* ou, mais tarde, *Cursos de Matemática Moderna*. Estas sucessivas alterações parecem estar relacionadas com o desenvolvimento dos materiais e com as referências teóricas que Nabais apresenta nesta época.

No âmbito da formação de professores, destaca-se o trabalho desenvolvido na formação contínua de professores e o trabalho desenvolvido por Nabais com os Jardins - Escolas João de Deus. Durante o período em estudo, Nabais organiza diversos cursos dirigidos aos alunos desta instituição. Esta influência mantém-se até hoje, estando os materiais desenvolvidos por Nabais em exposição junto à biblioteca e as metodologias disponíveis para consulta.

No âmbito do desenvolvimento de materiais didácticos desenvolve também os *Conjuntos Lógicos*, *Algarismos e Sinais*, *Símbolos da Matemática Moderna* e *Fichas Auto Correctivas*. O material Conjuntos Lógicos é explicitamente baseado nos Blocos Lógicos de Hull – Dienes.

Em relação aos materiais utilizados destaca-se a preferência por materiais estruturados com metodologias organizadas de um forma sequencial.

Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos com os materiais. Para os materiais desenvolvidos, Nabais elabora metodologias próprias, onde explora os diversos conteúdos matemáticos. Para os Cubos – Cor, Nabais começa por apresentar uma metodologia com uma estrutura de curso semi-programado, dividida em 285 passos. Com o desenvolvimento dos Cubos – Barras de cor, a metodologia apresentada deixa de ser um curso semi-programado, mas mantém algumas características, com uma certa sequência de passos programados para orientar o professor. Nabais coordena esta metodologia, com a metodologia dos outros materiais desenvolvidos, para trabalhar os diversos conteúdos matemáticos.

No que diz respeito à Teoria dos Conjuntos, Nabais trabalha este tema como forma de introdução ao estudo do número e ao estudo das diferentes operações. A exploração deste tema centra-se nas actividades desenvolvidas com os Cubos – Barras de cor, com o Calculador Multibásico e com os Conjuntos Lógicos. No caso do material Conjuntos Lógicos, este tema é explorado através de um conjunto de jogos.

No que respeita ao tema do Estudo do Número, destaca-se a importância dada por Nabais à exploração das diferentes bases de numeração, antes de estudar o sistema decimal. Esta exploração das diferentes bases é feita com recurso ao Calculador Multibásico. Simultaneamente, o Estudo do Número é feito a partir das noções de conjuntos, destacando-se a propriedade número.

Em relação ao estudo do tema da Adição e Subtracção, é de destacar o trabalho desenvolvido com estas operações nas diferentes bases, através da exploração do Calculador Multibásico. Este material também é utilizado para fazer a introdução aos algoritmos destas duas operações, explorando-se a técnica do algoritmo da subtracção com trocas e por compensação. Para o estudo deste tema, Nabais introduz três níveis de linguagem na utilização dos Cubos – Barras de cor. Num primeiro nível é utilizada a linguagem dos comboios, em que cada barra pode assumir a função de carruagem, comboio ou estação, num segundo nível a linguagem dos conjuntos e finalmente o destaque para o trabalho com a propriedade número dos conjuntos. É de realçar que, para a subtracção, Nabais trabalha essencialmente dois sentidos nas metodologias dos diferentes materiais. O sentido de tirar, principalmente com os Cubos – Barras de cor, e o sentido de diferença[111], principalmente com o Calculador Multibásico.

[111] Ponte e Serrazina (2000) apontam três sentidos para as situações subtractivas: mudar tirando, comparação e tornar igual. O primeiro sentido corresponde a retirar uma determinada quantidade a outra,

Para o estudo do tema da Multiplicação e Divisão, Nabais volta a ter como referência, o trabalho com os conjuntos. A multiplicação é explorada a partir da "iteração de conjuntos". Tanto com os Cubos – Barras de cor, como com o Calculador Multibásico, o sentido explorado para esta operação é o de adição de parcelas iguais. Em relação à divisão, esta operação é explorada com a "partição de conjuntos". Na metodologia dos cubos – Barras de cor, Nabais estabelece uma relação entre a divisão e as fracções, com a exploração das partes iguais de uma unidade. Neste tema da multiplicação e Divisão, Nabais destaca o trabalho com as noções de factor, divisor e múltiplo de um número.

No que diz respeito ao tema das Fracções e Decimais, o trabalho é desenvolvido essencialmente com os Cubos – Barras de cor. Nesta metodologia, os decimais são trabalhados em estreita relação com as fracções. Primeiro é feito um trabalho com diferentes partes da unidade, até chegar à décima parte.

Apesar das metodologias analisadas não terem qualquer proposta de exploração do tema Grandezas e Medidas, através do depoimento oral de Maria de Lourdes Silvério Tavares, foi possível verificar que desde o início do trabalho com os Cubos – Barras de cor que houve uma exploração deste tema, principalmente das medidas de comprimento e das mediadas de área.

Em relação ao tema da Geometria, nas metodologias analisadas ele é essencialmente explorado a partir dos Conjuntos Lógicos. Com este material são exploradas as características das diversas figuras geométricas, através de jogos.

Comparando a metodologia proposta por Gattegno para o material Cuisenaire no livro *O Zeca já pode aprender Aritmética: guia para o método dos números em cor*, com a metodologia proposta por Nabais para os Cubos – Barras de cor, uma primeira diferença que ressalta é o trabalho em relação à Teoria dos Conjuntos. Na metodologia proposta por Gattegno, este tema não é abordado explicitamente, estando as actividades iniciais relacionadas essencialmente com a descoberta do material e com os jogos para levar a criança a fazer uma associação entre a cor de uma determinada pedra e a quantidade representada por essa pedra. Quanto à metodologia proposta por Nabais para os Cubos – Barras de cor, o desenvolvimento deste tema é referido de uma forma explícita e é base do estudo do número e da introdução ao estudo das diversas operações. Em relação aos restantes temas analisados, as propostas de trabalho são

o segundo sentido corresponde a compara duas quantidades, encontrando a diferença e o terceiro sentido corresponde a situações de saber o que se deve acrescentar a uma quantidade para obter outra.

semelhantes, destacando-se apenas que Nabais utiliza o Calculador Multibásico para trabalhar determinados conteúdos matemáticos, que Gattegno trabalha com o material Cuisenaire. Um exemplo disto, é o desenvolvimento dos diversos sentidos das situações subtractivas, em que Gattegno trabalha dois sentidos da subtracção com o material Cuisenaire, mudar tirando e comparação, enquanto que na metodologia analisada, Nabais trabalha com os Cubos – Barras de cor essencialmente o sentido de mudar tirando ou retirar.

Nabais desenvolve o seu trabalho enquadrando-se no contexto alargado da reforma do ensino da Matemática a nível internacional, citando frequentemente autores como Gattegno, Dienes, Choquet, Papy, Osvaldo Sangiorgi, entre outros.

Os conteúdos dos cursos de Pedagogia da Matemática organizados por Nabais. Apesar dos apontamentos dos cursos de pedagogia da Matemática analisados neste trabalho não serem da mesma época do que as metodologias[112], é possível verificar muitas semelhanças entre o trabalho proposto para o desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos. Tanto no caso dos apontamentos, como nas metodologias, os materiais em destaque são o Calculador Multibásico e os Cubos – Barras de cor. No caso dos apontamentos existe apenas uma referência aos Conjuntos Lógicos, num dos cursos. Outro ponto em comum é que, a exploração dos diversos conteúdos matemáticos se desenvolve em torno dos materiais estruturados. Nos apontamentos dos cursos também é visível uma exploração de conteúdos como as provas das operações, que ainda não eram trabalhadas nas metodologias analisadas.

Os Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama

Nesta secção do trabalho analiso os Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, implementados na instituição a partir do ano lectivo de 1986/1987, no 1º ano de escolaridade. Num primeiro momento apresento um resumo do desenvolvimento das ideias de Nabais sobre os programas e as diferentes fases até à implementação dos Programas Próprios no colégio. Num segundo momento, faço a análise dos Programas Próprios incidindo sobre a sua estrutura. Num terceiro momento incido a análise sobre

[112] Enquanto que as metodologias analisadas são do final da década de 1960, os apontamentos são da segunda metade da década de 1980, correspondente à fase de implementação dos Programas Próprios no Colégio Vasco da Gama.

as referências à Matemática nos fundamentos, objectivos e princípios gerais e na distribuição horária dos Programas Próprios. Nesta parte também serão analisadas as introduções dos programas da área de Matemática, as referências ao papel dos problemas no ensino da Matemática e os materiais didácticos. Num último momento faço uma análise dos conteúdos matemáticos trabalhados nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama. Essa análise será elaborada a partir de um esquema idêntico ao utilizado para os programas oficiais, sendo os diversos conteúdos organizados nos temas: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria.

A análise dos Programas é feita a partir dum documento intitulado *Projecto de Programas Próprios para nível primário - 1º, 2º e 3º anos*[113], apresentado em Meleças, no dia 8 de Setembro de 1987, por João António Nabais. Como o programa do 4º ano de escolaridade não constava neste documento, foi pedido através de correio electrónico enviado para o Colégio Vasco da Gama. É nestes documentos que me irei basear para fazer a análise dos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama.

O desenvolvimento dos Programas Próprios

Desde 1958, com a publicação do artigo *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento?*, na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, que Nabais promove uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos em assimilarem os conteúdos de Matemática, apontando a extensão do programa como um dos factores onde pode residir o problema.

Em 1960, quando é concedido o alvará de funcionamento ao Colégio Vasco da Gama, refere-se explicitamente que este irá funcionar "em regime de planos e programas oficiais" (Alvará nº 1602, de 5 de Maio de 1960). Desde os primeiros trabalhos experimentais com o material Cuisenaire, em 1962, até ao início da implementação dos Programas Próprios, em 1986, o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos com os materiais coexiste com os diversos programas oficiais que estiveram em vigor neste período[114].

[113] A análise é feita a partir deste documento, porque não foi possível encontrare um documento definitivo feito a parir deste projecto.

[114] Até ao ano lectivo de 1967/1968 estiveram em vigor os Programas do Ensino Primário, aprovados pelo Decreto-Lei n.º 42 994, publicado no «Diário do Governo» n.º 125, 1ª série, de 28 de Maio de 1960. A partir do ano lectivo de 1968/1969 entraram em vigor os Programas do Ciclo Elementar do Ensino

Em 1968, Nabais faz uma reflexão sobre a renovação do ensino da Matemática[115] que, segundo o próprio, estava na ordem do dia. Para que esta renovação no ensino da Matemática fosse possível, refere a necessidade de uma actualização a três níveis: programas, métodos e formação de professores. No que se refere aos programas, Nabais considera que estavam mal elaborados, eram incoerentes e até ilógicos, apontando a necessidade de ser realizada uma actualização dos mesmos, actualização essa que, segundo a sua opinião, deveria ser feita de acordo com as perspectivas da Matemática Moderna. Na sua opinião, os programas deixavam para as últimas classes, bases fundamentais da Matemática que deveriam estruturar a iniciação da criança nesta disciplina e trabalhavam nas primeiras classes o que devia ser trabalhado nas últimas, não fazendo um caminho do simples para o complexo, mas sim o inverso. Para Nabais (1968) os programas "estavam ultrapassados nos objectivos do ensino da Matemática e nas perspectivas em que tal ensino deve ser hoje feito" impondo-se que fossem modificados "com urgência, eliminando erros crassos, rasgando-lhe novas perspectivas" (p. 5). Desta forma, os programas de Matemática vigentes na época eram considerados, por Nabais, como estando ultrapassados, tanto ao nível de conteúdos como de metodologias, tornando-se, na opinião de este autor, impeditivos de uma renovação do ensino da Matemática.

Em 1984 é concedida ao Colégio Vasco da Gama a Autonomia Pedagógica para o Ensino Primário. Segundo Ricardio (1992), em Outubro de 1986 dá-se início à experiência de aplicação dos Programas Próprios no 1º ano do Ensino Primário e no início do ano lectivo de 1987/1988 é feito o alargamento dos Programas Próprios ao 2º ano do Ensino Primário.

Segundo Nabais, desde a inauguração do Colégio Vasco da Gama que pretendia elaborar os Programas Próprios. Em 1990, numa entrevista concedida a Maria José Ricardio, no âmbito de um trabalho de DESE[116], Nabais esclarece que:

> A história dos Programas Próprios, pode dizer-se, é muito antiga. Desde que se abriu o Colégio que eu tinha a ideia de elaborá-los. Os

Primário, publicados em anexo à Portaria n.º 23 485, de 16 de Julho de 1968. Com esta revisão dos programas pretendia-se fazer uma coordenação com os Programas do Ciclo Complementar do Ensino Primário, aprovados pela Portaria n.º 22 966, de 17 de Outubro de 1967. Entre 1974 e 1978 estão em vigor três programas, e em 1980 é aprovado o programa que estava em vigor quando foram implementados os Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama.

[115] Esta reflexão é apresentada no artigo *Tríplice Actualização*, publicado na revista Cadernos de Psicologia e Pedagogia.

[116] Diploma de Estudos Superiores Especializados (DESE).

> anos correram, muitas outras preocupações tomaram o tempo necessário para isso e só foi possível realizar esse sonho há quatro anos [1986]. (Nabais, 1990 citado em Ricardio, 1992, p. 48)

O alargamento dos Programas Próprios é feito de uma forma faseada, sendo abrangido o 3º ano do Ensino Primário, no ano lectivo de 1988/1989 e finalmente o último ano do Ensino Primário no ano lectivo 1989/1990. No ano lectivo de 1988/1989, fase em que os Programas Próprios foram alargados ao 3º ano do Ensino Primário, estes foram seguidos por cerca de 300 alunos do Colégio Vasco da Gama, de turmas dos três primeiros anos do Ensino Primário, assim como por alunos do Colégio Nuno Álvares, da Casa Pia de Lisboa, e por alunos do Externato Campo de Flores, no Lazarim, Sobreda de Caparica.

Em relação ao trabalho realizado no Colégio Campo de Flores com os Programas Próprios desenvolvidos por João António Nabais, a professora Leonida Faria, actual coordenadora do 1º ciclo do ensino básico no referido Colégio e participante no processo de implementação dos Programas Próprios neste Colégio, salienta que o seu contacto com o trabalho de Nabais já era anterior à sua actividade no Colégio Campo de Flores:

> Eu estava no Colégio Manuel de Melo, no Barreiro, a dar aulas na altura, portanto isto foi em 1972. Nós tivemos conhecimento dele [Nabais] por que fomos convidados para uma acção de formação, mas na área de Psicologia, num instituto em Lisboa, foi quando eu o conheci. Na altura nem se falou na Matemática. Na altura estava a apoiar crianças com dificuldades de aprendizagem no Centro de Psicologia, foi aí o primeiro contacto que eu tive com ele. Até porque quando ele abriu o Colégio Vasco da Gama também tinha alunos com essas características. E nós fomos a uma formação mais nessa área. Depois, no contacto que tivemos com ele, falou-se na Matemática, ele estava na altura com os materiais, nós achámos muito interessante e depois fizemos formação de Matemática também nessa altura. Portanto, eu contacto com ele em 72/73, e achei muito interessante. Depois eu estive até 1975 no Manuel de Melo, e quando vim para aqui [Colégio Campo de Flores], acabei por trazer comigo toda essa aprendizagem, toda essa caminhada. (Faria, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 1)

Desta forma, esta professora acaba por sensibilizar os responsáveis pelo Colégio Campo de Flores e dá-se início a uma experiência partilhada com o Colégio Vasco da Gama.

> Os directores do Colégio ficaram muito sensibilizados com isso tudo e pediram autorização para ir a Meleças, ao Vasco da Gama, para terem contacto com ele e também implementámos esses Programas Próprios e ele [Nabais] depois deu-nos apoio. Nós fomos lá, os professores foram assistir a várias aulas, ele veio cá ter connosco. E nunca deixámos de trabalhar com esses materiais. (Faria, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 1)

Tal como no Colégio Vasco da Gama, o trabalho com estes Programas Próprios no Colégio Campo de Flores é visto como uma mais valia e um reforço do programa oficial.

> Nós temos os conteúdos do programa oficial e depois nas práticas, nas actividades, nas estratégias, é que vamos buscar esse material para … nós respeitamos as unidades de trabalho dos Programas Próprios, nós superamos a caminhada do programa oficial, nós ultrapassamos. (Faria, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 3)

De acordo com esta professora (depoimento oral, 2007, 14 de Novembro), de início os Programas Próprios desenvolvidos por Nabais foram seguidos de uma forma estrita no Colégio Campo de Flores, mas, com o desenvolvimento da experiência, acabaram por ser feitas algumas adaptações.

> Durante algum tempo seguimos um pouco "à risca", mas a partir de uma certa altura nós fizemos adaptações, recriámos, fizemos a nossa caminhada e tirámos daí aquilo que achávamos mais interessante e aquilo que era melhor para nós. (p. 5)

Apesar da professora Leonida Faria não leccionar no Colégio D. Nuno Álvares Pereira na época da implementação dos Programas Próprios, refere recordar-se dessa experiência ser partilhada em encontros:

> Eu até fui lá a formações. Formações não, encontros. Agora estou a lembrar-me disso também. Tivemos alguns encontros nesse Colégio [D. Nuno Álvares Pereira]. Mas já foi há muito tempo … O Dr. Nabais na altura tinha muita curiosidade no trabalho que estava a ser feito lá, porque as crianças tinham características especiais, como sabe. Ele tinha muito interesse em saber como é que estava a ser a caminhada. Não lhe sei dizer, já foi há tanto tempo … Houve alguns encontros. Nós começámos mais tarde que o Colégio Vasco da Gama com os Programas Próprios, começámos dois anos mais tarde que Meleças e a Casa Pia deve ter começado mais ou menos na mesma

> altura que nós começámos. Creio que foi dois anos depois aqui. Nós fomos assistir lá a várias aulas, levámos vários grupos de professores na altura. Mas implementámos passados dois anos e a Casa Pia foi mais ou menos na mesma altura que nós. (Faria, depoimento oral, 2007, 14 de Novembro, p. 6)

De acordo com a professora Maria de Lourdes Tavares, professora que acompanhou a vida do Colégio Vasco da Gama desde a sua fundação:

> Nesses Programas Próprios, vamos lá ... dávamos o mesmo que as outras classes davam. Ele próprio [Nabais] pegou na matéria e foi feito por sectores. Até à 1ª classe podia dar-se tal, 2º ano tal e assim sucessivamente. Eles tinham que dar o programa que qualquer outra criança dava. Nos Programas Próprios o ministério autorizou em que depois as colegas aprofundavam mais determinados assuntos, concretizando com o material. (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio, p. 8)

Segundo a mesma professora, o desenvolvimento de Programas Próprios tinha sido um objectivo desde o início do colégio. Desde início tinham tentado desenvolver determinados conteúdos com o material Cuisenaire, tentando estabelecer relações com o programa oficial em vigor na época "era em tudo em paralelo, uma coisa não se dava separada da outra" (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio). Com os Programas Próprios, continuou assim a coexistência das metodologias dos materiais didácticos, com os programas oficiais, já que estes não foram abandonados no Colégio Vasco da Gama.

Em 1990, entre o dia 2 de Junho e o dia 5 de Julho, Nabais escreve cerca de uma dezena de artigos para serem publicados no jornal Correio da Manhã. Nestes artigos volta a abordar a questão dos programas, nomeadamente uma reflexão sobre a implementação de novos programas no Colégio Vasco da Gama e sobre a implementação dos novos programas oficiais do ciclo primário. Em relação à implementação de novos programas no Colégio, Nabais destaca a abordagem de conteúdos diferentes e a nova ordenação de conteúdos tradicionais:

> … a manipulação, observação e operações com conjuntos, como "modelos" das operações com números; a introdução da criança nos sistemas de numeração pela base 2. As operações nas diferentes bases, bem como a representação de números em bases diferentes, quadrados

> perfeitos e respectivas raízes, quadrar e cubicar comprimentos, potenciação e recurso a logaritmos para realizar mentalmente certas multiplicações, divisões, etc. (Nabais, 1990, Junho 14, p. 2)

Para Nabais, estes novos conteúdos justificam-se pelo facto de terem surgido novas tecnologias que levaram a mudanças nas condições de vida, apresentando argumentos que usara em 1968:

> Os conteúdos de um programa de Matemática da década de 90 não podem continuar a ser os mesmos de há 40 ou 50 anos … Há meio século, boa parte dos alunos, que "tiravam" a 4ª classe, era absorvida pelos trabalhos agrícolas, por algumas indústrias hoje ultrapassadas … Hoje, as novas tecnologias invadiram todos os sectores da actividade humana: a preparação exigida aos alunos, que finalizaram a escolaridade obrigatória, tem que ser mais exigente e mais adaptada … Não se compreenderá que, ao finalizarem a escolaridade obrigatória, os alunos que não pensam prosseguir os estudos, que incluam a área da Matemática, abandonem a escola sem terem uma ideia de como funciona a maquineta de calcular, um computador, um jogo electrónico ou a sua aparelhagem de música digital. (Nabais, 1990, Junho 14, p. 2)

Em relação à nova ordenação de conteúdos tradicionais, salienta alguns erros que afirma existirem nos programas oficiais, nomeadamente no trabalho com os números decimais e com a divisão.

> É princípio fundamental da pedagogia que a aprendizagem se deve processar do simples para o complexo ... como será possível crianças do 3º ano apreenderem as noções complexas de décima, de centésima e de milésima, sem terem previamente adquirido os conceitos elementares de metade, de terça parte, de quarta parte, etc. (Nabais, 1990, Junho 14, p. 2)

Nabais considera este aspecto um exemplo de como os programas oficiais estão mal organizados, o que justifica a introdução de Programas Próprios.

A estrutura dos programas

No Projecto de Programas Próprios, Nabais começa por fazer a apresentação das justificações que levaram ao seu desenvolvimento, num ponto a que dá o nome de «I – Porquê a pretensão de "Programas Próprios"?» sendo apresentadas três razões

principais: introdução de conteúdos novos, carácter mais global dos programas e reordenamentos de conteúdos, partindo do concreto para o abstracto. No segundo ponto "II – Os três grandes objectivos destes Programas Próprios" são apresentados os objectivos gerais dos programas que se relacionam com o desenvolvimento da capacidade de observar e compreender, reflectir e raciocinar e de se expressar e comunicar. No terceiro ponto, intitulado "III – princípios gerais e distribuição horária" são apresentados nove princípios gerais dos programas e uma proposta de distribuição do horário dos alunos da 1ª fase (1º e 2º anos de escolaridade). Nos pontos quatro, cinco e seis, respectivamente, "IV – A observação da natureza", "V – Os meios de comunicação oral e escrita descobertos na natureza" e "VI – Aspectos lógicos e quantitativos observados na natureza (aprendizagem da Matemática) ", são expostos os conteúdos relacionados com o Meio Físico e Social, Língua Portuguesa, Matemática e Língua Estrangeira I (francês). Depois são apresentadas as unidades referentes às mesmas áreas, mas dos 3º e 4º anos de escolaridade.

No primeiro ponto apresentado no *Projecto de Programas Próprios para o Ensino Primário, 1º, 2º e 3º anos*, de Setembro de 1987, esclarece-se logo no início que, a apresentação de Programas Próprios não significa que se considerem os programas oficiais[117] mal elaborados, afirmando-se que, pelo contrário, quer os objectivos gerais, quer os objectivos específicos são relevantes e são parte integrante dos Programas Próprios. A divergência incide não nos objectivos, mas nas actividades e estratégias para os atingir, sendo os Programas Próprios apresentados como complementares dos programas oficiais (Projecto de Programas Próprios, 1987).

São, deste modo, apresentadas três razões que justificam a sua elaboração. A primeira razão refere-se à introdução de novos conteúdos. No que diz respeito à Matemática, são introduzidos conteúdos como "introdução da criança nos sistemas de numeração pela Base 2, as operações com conjuntos como modelos das operações com números" (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 1) e noutros casos são reordenados alguns conteúdos que constam nos programas oficiais, "como é o caso da abordagem dos números racionais na primeira fase[118], do algoritmo tradicional da subtracção só no

[117] No ano lectivo de 1986/1987, quando estes programas começam a ser implementados, o programa oficial que está em vigor é o Programa do Ensino Primário de 1980.
[118] A primeira fase aqui referida engloba os 1º e 2º anos de escolaridade.

terceiro ano e o da divisão só no quarto, embora sejam introduzidos outros algoritmos dessas operações já na primeira fase." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 1).

A segunda razão apresentada prende-se com o carácter "globalístico" dos programas, tentando unificar à partida as diferentes áreas.

A terceira razão apresentada está relacionada com a crítica feita à utilização precoce de símbolos, tanto ao nível da leitura como ao nível da Matemática. No que diz respeito à Matemática, refere-se que a criança deve principiar a aprendizagem desta área através de «uma cuidada e demorada observação dos conjuntos, por uma manipulação variada dos seus elementos e por uma "simulação" das suas operações, que sirvam de matriz e modelo às operações com números.» (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 1). Só depois da criança ter feito a abstracção, a partir desses elementos concretos, é que estará em condições de abordar a aprendizagem utilizando os símbolos próprios para representar os números.

> Letras de alfabeto e algarismos não podem constituir o ponto de partida da aprendizagem primária: anteriormente à aprendizagem dos significantes há que preparar e apetrechar a criança com os significados, sob pena de a escola continuar atolada num psitacismo estéril e deformante. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 3).

Os três grandes objectivos apontados pelo autor, para estes Programas Próprios, são:

> 1. Desenvolver as suas capacidades de observação, de compreensão e de explicação da Natureza.
> 2. Despertar, estimular e educar a sua capacidade de reflexão e raciocínio.
> 3. Desenvolver e aperfeiçoar as suas possibilidades de expressão e de comunicação. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 3)

Através destes três grandes objectivos que são apresentados nos programas pretende-se desenvolver na criança a capacidade de sistematizar o que observa na natureza, através de experiências que lhe permitam compreender e explicar cientificamente os fenómenos, desenvolver a capacidade de reflexão sobre o que observa, através de uma actividade mental que lhe permita o desenvolvimento do raciocínio e desenvolver a capacidade de comunicar de uma forma organizada e ordenada. De acordo com os Programas Próprios, estes três objectivos devem contribuir para o desenvolvimento global da personalidade da criança, dentro das suas

potencialidades e não apenas para o desenvolvimento da sua inteligência e aptidões mentais. Isto porque, segundo o texto do Projecto de Programas Próprios (1987), a criança vem à escola não só para aprender os conteúdos curriculares das diferentes disciplinas, mas também para "aprender a viver melhor, a ser feliz, a realizar-se, a integrar-se na sociedade do seu tempo, sem renunciar à sua identidade" (p. 3). Seriam então estes os objectivos fundamentais de uma educação personalizada, aos quais a aquisição de conteúdos das diferentes áreas do saber deveria estar subordinada. Este Projecto de Programas Próprios acentua deste modo a importância de uma actuação personalizada com cada criança.

Estes três grandes objectivos são encarados numa visão global, não sendo exclusivos de cada uma das áreas, razão pela qual não são espartilhados.

> Observar, compreender, comunicar são três actividades simultâneas ou consecutivas, que se processam, na criança, como um todo indivisível. Encerrá-las em compartimentos estanques, apelando depois para uma hipotética interdisciplinaridade, é ir contra o que é natural e espontâneo, é criar artificialismos inúteis. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 4)

Apesar das características globais que são apontadas como referência dos programas, os objectivos de cada uma das actividades são apresentados separadamente. De acordo com os programas, esta diferenciação não é dirigida às crianças, mas sim para orientar o professor, bem como todas as entidades que intervêm na vida escolar, desde a direcção, aos encarregados de educação e Ministério da Educação.

Em relação ao papel do professor, salienta-se neste documento dos Programas Próprios, que não deve ser apenas um transmissor de conhecimentos, mas que deve ter a capacidade de observar individualmente cada criança, detectar as suas aptidões e proporcionar-lhe condições para que esta as desenvolva e orientar a aprendizagem, criando situações que levem a criança a descobrir por si própria.

Em relação aos princípios gerais do Projecto de Programas Próprios, refere-se que é de introdução gradual, começando por envolver apenas alunos do 1º ano de escolaridade e que as primeiras conclusões gerais só serão retiradas ao final de quatro anos, embora se proponha a realização de uma avaliação objectiva do trabalho efectuado no final de cada ano lectivo.

Embora o Projecto de Programas Próprios se destine apenas ao Ensino Primário, sugere-se que todo o corpo docente, dos vários níveis de ensino, acompanhe a sua

implementação, fazendo sugestões e observações dentro da respectiva área e que colaborem intervindo em situações de aprendizagem. Os pais e encarregados de educação também são chamados a participar, com a realização de reuniões de carácter especial ao longo do ano lectivo.

As professoras que colocam em prática estes Programas Próprios devem, segundo o documento, ter uma preparação especial, preparação essa que estaria a ser feita quando é elaborado o documento do Projecto de Programas Próprios. Também se refere que as professoras que irão colocar em prática os Programas Próprios devem trabalhar em conjunto, formando uma equipa, para que os alunos beneficiem das qualidades de ambas. As áreas de educação física, musical, e outras expressões, são orientadas por professores da especialidade.

É feita a sugestão de que a implementação dos programas seja acompanhada por um representante do Ministério da Educação que, devidamente informado sobre os objectivos, possa observar, acompanhar e avaliar de uma forma objectiva, o trabalho desenvolvido.

Nestes principais gerais dos Programas Próprios, também se refere por diversas vezes a utilização de técnicas audiovisuais e da informática, principalmente no desenvolvimento da leitura e escrita.

Distribuição horária dos alunos da 1ª fase (1º e 2º anos)

A distribuição horária é feita pela manhã e pela tarde, organizada em sessões de aprendizagem (tempos lectivos) de 35 minutos, com intervalos de dez minutos entre cada sessão e um intervalo de vinte minutos ao fim de cada duas sessões de aprendizagem, com um lanche. De acordo com o Projecto de Programas Próprios, as sessões de aprendizagem estão organizadas em períodos de tempo mais curtos que o normal (50 minutos) porque pretendem ter em conta a idade dos alunos. Os tempos de manhã são dedicados a actividades que exigem maior concentração e os tempos da tarde são dedicados a actividades ao ar livre, actividades desportivas e expressivas.

Quadro – 5 - Distribuição horária dos alunos da 1ª fase (1º e 2º anos).

De Manhã		**De tarde**	
08:45	Encontro com Deus e consigo próprio: momentos de silêncio, de reflexão, de oração e de canto	**12:25**	Recreio
09:00	Primeira sessão de aprendizagem	**13:05**	Quinta sessão de aprendizagem: «À descoberta de ...» (no exterior).
09:35	Intervalo	**13:40**	Intervalo
09:45	Segunda sessão de aprendizagem	**13:50**	Sexta sessão de aprendizagem: actividades manuais e de educação visual, musical.
10:20	Intervalo e lanche	**14:30**	Intervalo
10:40	Terceira sessão de aprendizagem	**14:40**	Sessão de actividades teatrais, dicção, musical e religiosas.
11:15	Intervalo	**15:15**	Intervalo e lanche.
11:25	Quarta sessão de aprendizagem	**15:35**	Saída (nas 2ªs e 6ªs feiras).
12:00	Almoço	**15:30**	Educação física, desportos e natação (3ªs, 4ªs e 5ªs – feiras).
		16:35	Saída

No texto do Projecto de Programas Próprios realça-se que numa aprendizagem de carácter globalístico, que parte da observação da natureza, não faz muito sentido a distribuição das áreas pelos diferentes tempos lectivos, no entanto exemplifica-se uma possível distribuição dos quatro tempos da manhã:

> 1º tempo: actividades de expressão oral, sobre as observações feitas na véspera, na sessão «À descoberta de...» (Meio Físico e Social).
> 2º tempo: aprendizagem dos sons da língua portuguesa e sua representação por grafemas (aprendizagem e desenvolvimento da Leitura).
> 3º tempo: aprendizagem dos aspectos lógicos e quantitativos da Natureza (Matemática).
> 4º tempo: grafismos e exercícios vários de introdução à representação escrita (Escrita). (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 6).

Neste exemplo de distribuição do horário, as actividades de Matemática são trabalhadas da parte da manhã, entre as actividades que são referidas como as mais exigentes ao nível da concentração e actividade mental.

A Matemática nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama

Na introdução que precede os conteúdos dos Programas Próprios para a área da Matemática, que estão integrados numa área a que Nabais dá o nome de *Aspectos Lógicos e Quantitativos Observados na Natureza*, volta-se a abordar algumas temáticas que este pedagogo desenvolve desde a publicação do nº5 da revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, em 1968. Assim, retorna-se à questão da tríplice actualização na renovação do ensino da Matemática: renovação dos programas, estruturados na perspectiva da teoria dos conjuntos, dos métodos e processos, abdicando de um ensino dedutivo e abstracto nos primeiros sete ou oito anos de Escola e renovação da formação de professores. Nesta introdução dos Programas Próprios de Matemática, Nabais coloca a palavra ensino entre aspas, quando é aplicada no contexto do ensino da Matemática. Nabais justifica a utilização das aspas, afirmando que "pretendemos que o aluno descubra a verdade Matemática por si próprio, sob a orientação do professor. Daí o preferirmos falar em *aprendizagem* da Matemática em vez de *ensino* da Matemática (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 23, itálico no original).

Nesta introdução também são criticados os programas tradicionais, considerando-se que o grande objectivo desses programas é ensinar a contar, a calcular e dominar as técnicas que abreviam os cálculos. Critica-se que nesses programas, o domínio das técnicas de cálculo seja atingido através da memorização. Nabais afirma ainda que "os programas tradicionais de ensino da Matemática caracterizam-se pelo abuso do verbalismo e dos símbolos sem conteúdo real." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 23).

Nestes Programas Próprios, coloca-se no centro da preocupação da pedagogia, os meios e os processos que permitam à criança chegar, por si própria, "aos conceitos fundamentais que constituem a estrutura lógica das Matemáticas." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 23).

Nabais define assim como o objectivo principal de um bom programa de Matemática, aquele em "que a criança aprenda a pensar, a raciocinar, a deduzir, de

forma a poder criar ela própria a regra e a fórmula, e introduzir o simbolismo." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 23).

Para Nabais, a verdade Matemática é uma realidade que existe independentemente da sua expressão simbólica, sendo necessário que a criança apreenda a realidade antes de fazer a aprendizagem do simbolismo. Os alunos não devem encarar a Matemática como um conjunto de símbolos e fórmulas que devem ser memorizadas, mas sim como uma realidade concreta que vão descobrindo e aprendendo a traduzir simbolicamente.

É então de acordo com estes princípios e "dentro das perspectivas da Teoria dos Conjuntos, numa tentativa de alicerçar nestes a descoberta de todas as verdades fundamentais da Matemática até ao final do Ciclo Preparatório, que foi elaborado e estruturado o seguinte programa para o primeiro ano primário." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 24).

Desenvolvimento dos conceitos matemáticos nos Programas Próprios

Nesta secção do trabalho, pretendo analisar a forma como os diferentes conteúdos matemáticos são abordados nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama[119], de acordo com o quadro de análise proposto para os programas oficiais do Ensino Primário: Teoria dos Conjuntos, Estudo do Número, Adição e Subtracção, Multiplicação e Divisão, Fracções e Decimais, Medidas e Grandezas e Geometria.

Logo no início da unidade 1 dos Programas Próprios, é apresentada uma chamada de atenção para a existência de certos termos que irão surgir entre aspas ao longo do texto dos Programas Próprios, que não deverão ser utilizados com as crianças na 1ª fase. Entre os termos, que ao longo da apresentação das unidades são apresentados entre aspas, encontram-se *ordenação*, *crescente*, *decrescente*, *equivalência*, *rectangulares*, *triangulares*, *fronteira*, *pertença*, *não pertença*, *rectas*, *espirais*, *termos de conjuntos*, *cardinal*, *prova real*. Muitas das restrições à utilização deste termos surgem em unidades de trabalho do 1º ano de escolaridade, sendo por vezes substituídos por outras expressões, como "ordem de quem sobe" em vez de crescente ou "ordem de quem desce" em vez de decrescente ou ainda "linhas direitas" em vez de rectas.

[119] A nomenclatura utilizada nesta análise é a mesma que é utilizada por Nabais, no documento analisado.

Teoria dos conjuntos. A unidade 1 do 1º ano da 1ª fase, *Descoberta, manipulação, ordenação e equivalência de conjuntos*, começa por fazer referência à construção de conjuntos a partir do meio envolvente da criança. Destaca também logo no início, a utilidade de materiais como o Calculador Multibásico, os Cubos – Barras de cor e os Conjuntos Lógicos, por serem de fácil acesso e manipulação e por serem considerados de uma maior riqueza em termos de relações lógicas. Com estes materiais, é proposto que os alunos formem conjuntos, que descubram algumas propriedades dos conjuntos, como a cor, forma e tamanho, que arrumem elementos de conjuntos e que façam comparações em relação ao número de elementos de cada conjunto. Os alunos devem observar que existem conjuntos que têm mais elementos, outros têm menos e outros têm tantos como os outros.

Nesta unidade são propostas actividades de trabalho concretas, com os Calculadores Multibásicos e com os Cubos – Barras de cor. Com os Calculadores Multibásicos propõe-se que se façam torres com as peças disponíveis, devendo o aluno indicar de seguida quais são as torres maiores e menores. Em relação aos Cubos – Barras, a proposta apresentada refere-se à construção de escadas com os conjuntos de barras, dizendo depois a cor de cada conjunto da escada por ordem ascendente[120] e por ordem descendente. Com estes materiais também é explorada a equivalência de conjuntos. Os alunos devem construir umas escadas com os cubos soltos e outras com as barras equivalentes. No final devem comparar e concluir que «são muito parecidas, mas que não são iguais», devendo os alunos dizer que «uma (a de cubos) é como a outra (a de barras)» (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 24).

Na unidade 2 do 1º ano, *Forma, tamanho, topografia, pertença e correspondência de conjuntos*, o material explorado são os Conjuntos Lógicos. Com estes Conjuntos Lógicos são trabalhadas as noções de «pertença» e «não pertença»[121], e a correspondência dos elementos de dois conjuntos.

Da unidade 3 à unidade 6 dos Programas Próprios, para o 1º ano, é trabalhada a introdução às diferentes operações (adição, subtracção, multiplicação e divisão) apenas com o recurso à linguagem de conjuntos. Este trabalho é feito essencialmente com a exploração dos materiais didácticos Cubos – Barras de cor e Calculador Multibásico.

[120] No texto refere-se que não devem ser estes os termos utilizados e que se devem utilizar as expressões «"ordem de quem sobe (ordem «ascendente») … por ordem de quem desce (ordem «descendente»)» (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 24).
[121] Embora nesta fase o programa sugira que não seja utilizada esta terminologia.

Esta introdução às diferentes operações é também feita nas diferentes bases de numeração, com o recurso ao Calculador Multibásico.

Estudo do Número[122]. Após o trabalho feito nas seis primeiras unidades do programa do 1º ano de escolaridade, onde se recorre à linguagem dos conjuntos, na unidade 7 faz-se a introdução dos algarismos. Nesta unidade, começa-se por repetir o trabalho efectuado na unidade 1, construindo uma "escada" com os Cubos – Barras de cor, verificando quantos cubos formam o conjunto correspondente a cada degrau. Os alunos devem depois focar-se em cada um dos conjuntos, tentando identificar outros conjuntos, que tenham a mesma propriedade "número". Nestes Programas Próprios, é depois apresentado aos alunos o que é designado por "sinal – algarismo", que representa o cardinal de cada um dos tipos de conjuntos. Para trabalhar o aspecto gráfico dos algarismos, é sugerido que cada aluno desenhe no ar os algarismos estudados, utilizando para isso o dedo. Propõe-se que cada algarismo seja apresentando num dia diferente. Também na introdução dos algarismos é proposto um trabalho paralelo a este com o Calculador Multibásico e um outro material com o nome de *Algarismos e Sinais*. Com estes dois materiais, os alunos devem ir colocando peças representativas da unidade (Amarelas) na placa do Calculador Multibásico, indicando quantos elementos tem cada conjunto em frente dele, com a colocação do algarismo correspondente. É também trabalhada com o Calculador Multibásico, a noção de conjunto vazio, devendo o aluno reconhecer o zero (0) como cardinal desse conjunto. De acordo com os Programas Próprios, todas as operações efectuadas com o Calculador Multibásico, para trabalhar as operações entre conjuntos, em que não são utilizados os algarismos, devem ser repetidas nesta unidade, destacando-se a propriedade número com a sua representação através do algarismo.

Nas unidades 8 e 9, do 1º ano de escolaridade, todas as operações efectuadas anteriormente, adição, subtracção, multiplicação, divisão, são agora repetidas, sendo a leitura feita utilizando o cardinal dos conjuntos.

Na unidade do 10 do 1º ano, *Conjuntos pares e ímpares – Equações*, faz-se a introdução da noção de par e ímpar com os Cubos – Barras de cor. Nesta unidade

[122] Neste Projecto de Programas Próprios, o trabalho com a teoria dos conjuntos está intimamente ligado com o estudo do número, no entanto, na análise deste tema optei por deixar apenas as unidades dos Programas Próprios em que o trabalho com os alunos começa a incidir na propriedade "número" dos conjuntos.

também são trabalhadas as noções de igual, maior, menor e diferente e a respectiva simbologia. Este trabalho é feito com os Cubos – Barras de cor, começando por se fazer uma leitura em que se utiliza a propriedade "cor" da barra, recorrendo-se depois ao cardinal do conjunto.

Nas anotações apresentadas no final do programa do 1º ano, a propriedade número e a sua representação por meio de algarismos, são apresentados como um dos conteúdos a aprender pelos alunos através da exploração do universo dos conjuntos.

Na unidade 4, do 2º ano de escolaridade, *Representação de números no Calculador nas Bases 10 e 2. Valor das diferentes «posições»*, os alunos devem identificar no Calculador Multibásico, as várias posições, ou ordens, e representar na Base 10, números até à posição dos milhões. No documento do Projecto de Programas Próprios recomenda-se que nesta fase não se utilize a palavra «ordem», e que os alunos identifiquem as diferentes posições, designando-as pelos números ordinais, indicando o valor de cada uma. Neste trabalho das diferentes Bases, destaca-se que os alunos devem fazer uma relação entre a representação no Calculador Multibásico e os circuitos eléctricos e dos computadores. Esta relação é explorada na base 2:

> 8. No Calculador, identificar uma pedra em qualquer das posições como representando uma lâmpada acesa; e a ausência de pedra (furo vazio ou conjunto vazio) como representando uma lâmpada apagada.
> 9. Na representação de números, até 20 na base 2, identificar o símbolo 1 como indicando uma lâmpada acesa ou um circuito activado; e o símbolo 0 como indicativo de uma lâmpada apagada ou de um circuito desactivado.
> 10. Representar na base 2, por meio destes dois símbolos, os números de 0 a 32. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 33)

Dentro do tema do Estudo do Número são estudados outros sistemas de numeração. No 2º ano de escolaridade inicia-se o estudo da numeração romana, com os números até 400 com a tradução dos números romanos em algarismos e vice-versa, e no 3º ano, na unidade 5, *Vamos aprender grego!*, faz-se uma introdução ao sistema numérico grego.

Adição e subtracção. Nos Programas Próprios, o estudo do tema da adição e subtracção tem início na unidade 3, do 1º ano da 1ª fase. Nesta unidade, com o título *Introdução à REUNIÃO e DIFERENÇA de conjuntos*, destaca-se a utilização dos materiais Cubos – Barras de cor e Calculador Multibásico, na introdução dos conceitos a trabalhar, sendo

descrita a metodologia a usar. Com os Cubos – Barras de cor, e de acordo com a metodologia proposta nos Programas Próprios, inicia-se o estudo deste tema através do jogo dos comboios[123] com duas carruagens, em que uma das barras serve de estação e as outras duas de carruagens. A partir daqui, sugere-se que o aluno deve descobrir todos os comboios possíveis deste tipo para uma determinada estação e ler cada um dos comboios obtidos, fazendo a correspondência com cada uma das carruagens, o que é considerado uma leitura de 1ª nível. O mesmo dever ser feito com as diferentes barras a assumir a função de estações. Em relação à subtracção, nos Programas Próprios é proposto que o aluno seja levado a descobrir a carruagem que falta para completar um comboio para uma determinada estação e descobrir que essa carruagem mostra a diferença de tamanho entre o tamanho da outra carruagem e o da estação. Para além disso, os alunos devem ainda fazer a leitura dos comboios obtidos em termos de conjuntos, o que é considerado uma leitura de 2º nível.

Paralelamente, o tema da Adição e Subtracção é trabalhado com o Calculador Multibásico, começando-se por ordenar os elementos do conjunto de peças do material pela propriedade cor. De seguida, os alunos devem associar os elementos de cada cor com cada um dos furos da placa: amarelos no primeiro furo da «direita», verdes no segundo, encarnados no terceiro e azuis no quarto. O resto da exploração deste material, dentro deste tema, passa por um jogo, denominado por *jogo das torres*, que pretende iniciar o aluno nas diferentes bases da numeração. Desta forma, o aluno começa por jogar ao jogo da torre do dois, substituindo cada torre de duas pedras por uma pedra da cor do furo seguinte, depois o jogo da torre do três, substituindo cada torre de três pedras por uma pedra da cor do furo seguinte, até chegar ao jogo da torre do dez.

Na unidade 4 do 1º ano dos Programas Próprios, intitulada *Reunião e diferença de conjuntos nas diferentes Bases*, dá-se continuidade ao estudo da adição e subtracção. Nesta unidade, o material utilizado é essencialmente o Calculador Multibásico, começando-se por, nas duas placas do Calculador dispostas paralelamente, reunir dois conjuntos «singulares» de pedras amarelas (A)[124], na Base 2, colocando o resultado na terceira placa. O aluno deve depois reunir os conjuntos de pedras amarelas (A), verdes

[123] Na linguagem dos comboios, utilizada por Nabais na metodologia dos Cubos – Barras de cor, qualquer barra pode assumir a função de carruagem, comboio ou estação. Denomina-se por estação, a barra para a qual estão a tentar encontrar as decomposições, por carruagens, as barras que combinadas fazem a barra estação e por comboios, o conjunto das barras que têm a função de carruagens.

[124] Na metodologia do Calculador Multibásico, as cores são codificadas com a seguinte correspondência: amarelo (A), verde (V), encarnado (E), roxo (R), verde (V), azul (Z), roxo (R) e lilás (L).

(V) e encarnadas (E), nas diferentes bases até à base 10. A correcção destas operações deve ser verificada, de acordo com a base em que foram realizadas, com uma prova a que, nos Programas Próprios, se dá o nome de *prova das torres fora*. Em relação à subtracção, e no trabalho realizado com o Calculador Multibásico, é privilegiado o contexto da diferença, começando os alunos por colocar os conjuntos nas duas placas, de modo a que os da primeira sejam de «cardinal» igual ou superior aos da segunda. De seguida devem verificar a diferença de altura das duas torres A e retirar essa diferença para a placa dos resultados. Em relação à verificação da correcção dos resultados obtidos nestas condições, sugere-se que se utilize a *prova real*:

> 7. Colocados os conjuntos nas duas placas, de modo que os da primeira sejam de «cardinal» igual ou superior aos da segunda, verificar a diferença de altura das duas torres A e retirá-la para a placa dos resultados.
> 8. Proceder, da mesma forma, com os «pares» de torres V, E e azuis (Z).
> 9. O mesmo que em 7 e 8, mas, ao operar, não retirar o conjunto - diferença da primeira placa: ir buscar à caixa um conjunto «equivalente» e colocá-lo na placa dos resultados.
> 10. Cumprindo o disposto em 9 e realizadas as operações como em 7 e 8, verificar se cada uma delas está certa, reunindo os conjuntos diferença (da placa dos resultados) com os respectivos conjuntos da mesma cor da segunda placa. («prova real»).
> 11. Tirar a prova real a qualquer diferença de conjuntos, feita em qualquer Base (respeitando sempre a condição expressa em 7). (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26)

O objectivo apresentado nos Programas Próprios, para a prova real deste tipo de diferença, é a verificação de não haver necessidade de saber previamente a Base em que se está a operar.

No 1º ano da 1ª fase, o tema da adição e subtracção volta a ser trabalhado na unidade 8, *Propriedade «número» – Tabuada da Adição e da Subtracção*. Nesta unidade, para além dos alunos deixarem de trabalhar apenas com a linguagem dos comboios e deixarem de ler apenas a propriedade cor dos conjuntos, passando a identificar cada um dos conjuntos pelo número dos seus elementos, ou seja, pelo respectivo cardinal, fazem também a construção da tabuada da adição e da subtracção. Nesta unidade os alunos repetem os comboios que fizeram na unidade 3 do 1º ano, para cada estação, desde o conjunto de cardinal 2 ao conjunto de cardinal 10. Depois lêem cada um desses comboios pela propriedade número, indicando os pares de números

que, adicionados, dão o cardinal do conjunto – estação. Outro tipo de exercício proposto nesta unidade é descobrir o conjunto que falta numa equação, indicando o respectivo cardinal (ex..: 4 + □ = 6) ou então "perante dois conjuntos (estação e uma das carruagens) descobrir a diferença entre os respectivos cardinais. Ex.:. 6 – □ = 4. (- Qual a diferença de 4 para 6?)" (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 28). O aluno também deve, dada qualquer adição ou subtracção de dois números dígitos, representá-la por meio dos conjuntos Cubos – Barras de cor, ou seja, a partir de expressões do tipo 3 + 4 ou 7 – 2, o aluno deve conseguir representá-las com os Cubos – Barras de cor. O último objectivo desta unidade 8 relaciona-se com a automatização das tabuadas da adição e da subtracção até 10 (adição até 10 com aditivo não superior a 10 no 1º ano de escolaridade).

No 2º ano da 1ª fase, os alunos voltam a abordar este tema na unidade 1, designada por *Revisão, consolidação e desenvolvimento dos elementos aprendidos no 1º ano*, através do estudo das diversas combinações de dígitos da tabuada das quatro operações aritméticas, tendo em vista a automatização destas operações. Os alunos também trabalham o algoritmo da adição e da respectiva prova, com mais de duas parcelas e várias ordens, trabalhando as diferentes bases, em especial a base 2 e 10, e fazendo a retenção e adição mentais do transporte. Em relação à subtracção, os alunos devem dominar o algoritmo da subtracção, utilizando números em que alguns dos algarismos do aditivo sejam de valor inferior aos do subtractivo, excepto o último da esquerda. Esta técnica do algoritmo deve ser resolvida pelo «método de adicionar o mesmo número aos dois termos e pelo método dos "trocos, com representação escrita de todos os passos da operação, num e noutro caso.» (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 31).

O tema da Adição e Subtracção não volta a ser abordado nos 2º, 3º e 4º anos dos Programas Próprios.

Multiplicação e Divisão. Em relação ao tema da Multiplicação e Divisão, o seu estudo começa no 1º ano da 1ª fase, na unidade 5, intitulada de *Repetição («iteração») de conjuntos.* Este estudo começa com a utilização dos Cubos – Barras de cor na construção de comboios de várias carruagens da mesma cor, para uma determinada estação. Para as diferentes estações, e para os diferentes comboios, os alunos devem fazer três tipos de leitura. Numa primeira fase fazem uma leitura em termos de

comboios, carruagens e estações "a carruagem de tal cor, repetida tantas vezes, faz um comboio para a estação tal" (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26), numa segunda fase, a leitura ainda é em termos de comboios, carruagens e estações "tantas vezes a carruagem tal faz um comboio para a estação tal." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26) e numa terceira fase a leitura deve ser feita em termos de conjuntos "o conjunto tal, repetido tantas vezes, faz um conjunto como o conjunto tal" (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26). De acordo com os Programas Próprios, estas diferentes leituras devem ser introduzidas com intervalos de duas a três semanas. Após estas três fases, passa-se a uma segunda modalidade de leitura "tantas vezes um conjunto tal faz um conjunto como o conjunto tal" (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26). Ainda com os Cubos – Barras de cor, os alunos devem fazer a identificação dos conjuntos que, repetidos, fazem outros, como factores deles, identificando o conjunto-estação como o resultado da repetição dos outros, ou seja um múltiplo. Com o Calculador Multibásico, os alunos devem colocar conjuntos «equivalentes», da mesma cor, em duas placas do Calculador, dispostas paralelamente. Deve ser realizada a operação de repetição de conjuntos, com a leitura «duas vezes tantas A , duas vezes tantas V, etc. e colocar o resultado na terceira placa, fazendo o «transporte» devido, exigido pela Base em que se trabalha.» (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 26, aspas no original). Deve-se realizar a mesma operação, mas com os conjuntos repetidos três vezes, não indo além da Base 5.

Na unidade 6, designada nos Programas Próprios por *Partição de conjuntos* é trabalhada a divisão. A partir da exploração do material Cubos – Barras de cor, os alunos descobrem as metades, ou meios, os terços, os quartos e os quintos, dos conjuntos-estação do Encarnado (E)[125] até ao Laranja (L), verificando quais são os conjuntos que não admitem algumas das partições. Com o Calculador Multibásico, os alunos devem fazer partições de conjuntos de peças, utilizando os dois furos mais à direita da placa como divisor. No final, os alunos devem verificar quantas peças ficam em cada furo e quantas sobejam. Este método deve ser repetido para conjuntos com diferentes cardinais e o aluno deve verificar que quando o cardinal é ímpar, há um resto que não se pode repartir. Também se deve variar o divisor. Na apresentação dos

[125] Na metodologia dos Cubos – Barras, as cores são codificadas com a seguinte correspondência: branco (B), encarnado (E), verde-claro (V), rosa (R), amarelo (A), verde-escuro (Ve), preto (P), castanho (C), azul (Z) e cor de laranja (L).

objectivos desta unidade, sugere-se a utilização de contextos reais, como bombons, para enquadrar o trabalho destes conteúdos.

Na unidade 9, designada por *Propriedade "número" (Continuação) Tabuada da Multiplicação e da Divisão Factores, Divisores, Fracções*, dá-se continuidade ao estudo do tema da multiplicação e da divisão. Nesta unidade propõe-se que os alunos façam o mesmo trabalhado sugerido na unidade 5, dos Programas Próprios, mas referindo-se à propriedade número de elementos, ou seja, construir os comboios de cada estação, da E à L, e lê-los pela propriedade do número de elementos. De seguida, os alunos devem identificar, apontando o respectivo conjunto, os cardinais que, repetidos, fazem o cardinal do conjunto-estação, ou seja, devem conseguir identificar os factores do cardinal do conjunto estação. Devem ainda conseguir identificar o cardinal do conjunto-estação, designando-o por múltiplo dos respectivos factores. Nesta unidade do 1º ano da 1ª fase é também trabalhada a automatização das tabuadas da multiplicação e da divisão, até ao total 10. Em relação à divisão, os alunos devem identificar os conjuntos cujos cardinais dividem o cardinal de qualquer conjunto, do E ao L, dizendo em quantas partes o divide e enunciando a respectiva combinação da divisão. Devem ainda identificar os divisores do cardinal do conjunto-estação com que estão a trabalhar, fazendo uma relação com os respectivos factores. Também em relação à divisão, devem trabalhar a automatização das tabuadas, até ao dividendo 10.

Nas anotações que constam no final do programa do 1º ano, dos Programas Próprios, refere-se, em relação a este tema, que com a exploração dos conjuntos, os alunos devem, até ao final do ano, ser capazes de fazer a iteração e a partição de conjuntos, automatizar as tabuadas, descobrir os factores e os divisores de números dígitos. Ainda nestas anotações salienta-se que, embora se faça uma iniciação ao esquema dos algoritmos logo no 1º ano, através das operações com conjuntos, que servem de modelos para as futuras operações com números, a introdução do algoritmo da multiplicação será feita no 2º ano, a introdução do algoritmo da divisão, através das subtracções sucessivas, será feita no 2º ano e a introdução do algoritmo tradicional da divisão será feita no 4º ano.

Na unidade 1, do 2º ano da 1ª fase, *Revisão, consolidação e desenvolvimento dos elementos aprendidos no 1º ano*, trabalha-se o tema da multiplicação e divisão através da descoberta e estudo sistematizado das diferentes combinações da tabuada nas operações aritméticas, tendo em vista uma crescente automatização até ao final do ano.

Também se dá uma especial relevância ao domínio do algoritmo da multiplicação e da divisão. No caso do algoritmo da multiplicação, sugere-se que seja trabalhado com um «dígito» no multiplicador e vários no multiplicando, nas diferentes bases, com a representação escrita dos transportes efectuados. No caso da divisão, salienta-se que o algoritmo da divisão deve ser trabalhado através do método das subtracções sucessivas.

Na unidade 2 do 2º ano, *Factores-divisores, múltiplos, fracções, quadrados perfeitos e expressões numéricas*, são trabalhados os factores-divisores e os múltiplos de números até 100. Neste âmbito, destaca-se o trabalho de identificação dos factores-divisores e múltiplos maiores, menores e comuns a mais de um número. Nesta unidade é também destacado o trabalho de potenciação, com a utilização dos Cubos – Barras de cor para quadrar e cubicar vários comprimentos, indicando de seguida a «raiz» dos quadrados e dos cubos obtidos. Este material é também utilizado para a descoberta dos quadrados perfeitos até 100. Nesta unidade destaca-se o trabalho de problematizar expressões numéricas dadas, e de, a partir de um dado problema, indicar e resolver a respectiva expressão numérica.

Na unidade 3, do 2º ano dos Programas Próprios, *Rectângulos e produtos. Outros polígonos. Representação de números por meio dos seus produtos*, trabalha-se a relação entre a multiplicação e a área de rectângulos. Pretende-se que o aluno faça a leitura directa de rectângulos, construídos com os Cubos – Barras de cor, referindo o produto das duas dimensões. Nesta unidade volta-se a repetir o trabalho da representação de produtos por meio do cruzamento dos respectivos factores. Este trabalho também é feito com os Cubos – Barras de cor, fazendo-se uma cruz com as barras que representam os diferentes factores. Neste caso a barra que fica por baixo representa o conjunto, e a de cima, o número de vezes que esse conjunto se repete. A potenciação volta a ser trabalhada na unidade 1, do 3º ano, *Representação das diferentes posições por meio da potenciação da respectiva base*, para fazer a representação das diferentes posições dos algarismos, nas diferentes bases. Nesta unidade tem-se como objectivo que os alunos indiquem o número de vezes que a Base deve ser repetida como factor, para se obter o valor de cada posição, tanto na base 2 como base 10, representando isso por meio de um expoente e fazendo a leitura da esquerda para a direita. Os alunos devem designar cada uma das ordens pelo cardinal da respectiva potência e, na base 10, utilizar a terminologia usada tradicionalmente (unidade, dezena, centena, ...). Nesta unidade do 3º ano, os alunos devem ainda aprender a designar por logaritmo o expoente a que é elevada qualquer base. Em

relação aos logaritmos, os alunos devem ainda ser capazes de encontrar logaritmos de números múltiplos de 10.

Na unidade 2 do 3º ano, o Projecto de Programas Próprios apresentado, aprofunda a potenciação das diferentes bases, utilizando para isso os Cubos – Barras de cor. Os alunos devem "construir algumas potências das diferentes bases com os cubos – barras, verificando como a altura de cada construção vai **duplicando**, **triplicando**, **quadruplicando**, etc., conforme a base." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 37, negrito no original). Com este material, os alunos deverão aprender a representar a potência de uma base, colocando a barra que representa a base, deitada e a barra que representa o expoente, em pé. Nesta unidade é sugerida a realização de problemas de aplicação deste conteúdo, como por exemplo "a produção de maçã, apresenta, em anos sucessivos, um aumento de base 2, de base 3, etc., calculando qual a produção no final de 5, 10, 20 anos." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 38).

Também no âmbito do trabalho da potenciação, na unidade do 3º ano é trabalhada a decomposição de um número nas várias ordens, em qualquer base, para depois se fazer a mudança de base. Nesta unidade são sugeridos esquemas de decomposição que os alunos devem trabalhar.

Ex.:

$$
\begin{aligned}
1101101\ (B2) \quad = \quad & 1 \times 2^6 = 64 \\
& 1 \times 2^5 = 32 \\
& 0 \times 2^4 = 0 \\
& 1 \times 2^3 = 8 \\
& 1 \times 2^2 = 4 \\
& 0 \times 2^1 = 0 \\
& 1 \times 2^0 = 1 \\
& 109\ (B10) \qquad 1101101\ (B2) = 109\ (B10)
\end{aligned}
$$

(Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 38)

Nesta unidade 3 sugere-se que os exercícios referidos anteriormente sejam aplicados a situações problemáticas, sendo sugeridos alguns exemplos

> ... tu estás empregado no sr. Computador. Como ele só sabe trabalhar na base 2, és tu que tens de lhe mudar para esta base todos os números que os clientes lhe dão na base 10; e, depois de realizado o seu trabalho, cujos resultados estão na base 2, és tu que tens de os mudar para a base 10, afim de que os clientes os possam ler e compreender. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 40).

No 4º ano de escolaridade este tema é aprofundado.

Fracções e Decimais. No Projecto de Programas Próprios de 1987, o estudo dos números fraccionários começa no 1º ano de escolaridade, na unidade 6, *Partição de conjuntos*. Nesta unidade, simultaneamente com o estudo da divisão, com a partição de conjuntos em partes iguais, os alunos vão utilizando a nomenclatura meio ou metade, terça parte ou terço, quarta parte ou quarto e quinta parte ou quinto. Entre os objectivos pede-se, por exemplo, que os alunos sejam capazes de fazer um comboio de quatro carruagens para uma estação e reconhecer que cada uma das carruagens é uma quarta parte da estação. Os alunos devem depois identificar os vários quartos da estação. Nesta fase, a linguagem utilizada é apenas a linguagem das estações e dos conjuntos, não existindo ainda a utilização de algarismos. Estes objectivos são traçados a partir da utilização dos Cubos – Barras de cor. Ainda no 1º ano de escolaridade, os números fraccionários voltam a ser trabalhados na unidade 9, *Factores-divisores, múltiplos, fracções, quadrados perfeitos e expressões numéricas*, sendo o objectivo que os alunos dividam os números até 10 em partes iguais e que reconheçam os resultados dessa divisão como fracções desse número. Nesta fase os alunos ainda não utilizam a palavra "fracções", mas já trabalham com a propriedade número dos conjuntos, deixando de fazer apenas referência à linguagem das estações e à propriedade cor dos conjuntos.

No 2º ano de escolaridade, os alunos voltam a abordar o tema dos fraccionários e decimais na unidade 2, *Factores-divisores, múltiplos, fracções, quadrados perfeitos e expressões numéricas*. Nesta unidade pretende-se que os alunos alarguem e aprofundem o estudo das fracções e das respectivas operações com algumas mais elementares e da mesma família (até à família dos décimos). Apesar de ser proposto o estudo das fracções até aos décimos, não existe nesta unidade nenhuma referência à representação decimal dos números. Ainda nesta unidade propõe-se que os alunos resolvam expressões numéricas que incluam fracções de números inteiros, fracções de fracções (elementares), raízes quadradas e cúbicas. Na unidade 5 do 2º ano, *Introdução às medidas de comprimento*, o tema dos números fraccionários volta a ser abordado

quando se pede aos alunos que construam o metro com dez barras Laranja (cada uma tem um decímetro) e que identifiquem cada uma das barras Laranja como sendo uma décima parte do comboio que é o metro. No programa pede-se que os alunos sejam capazes de:

> 3. Identificar cada conjunto – barra laranja como uma décima parte do comboio, isto é, do metro, designando-o, por isso, por «decímetro» e escrevendo:
>
> 1/10 x metro = 1/10 x 10
>
> 4. Indicar vários decímetros e representá-los por escrito da mesma forma.
>
> 6/10 x metro = 6/10 x 10 (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 33)

Nesta unidade 5, e ainda no âmbito da introdução ao estudo das medidas de comprimento, propõe-se que os alunos sejam conduzidos a reconhecer a necessidade de dividir o decímetro em dez partes iguais, identificando cada uma dessas partes como uma décima do decímetro e uma centésima do metro. Não existe no programa nenhuma indicação sobre a forma como deve ser representada a centésima parte. Numa nota apresentada no final desta unidade, salienta-se que a fracção milímetro só será estudada no 3º ano.

No 3º ano de escolaridade, este tema é trabalhado na unidade 4, *Famílias de fracções: das binárias às decimais*. Nesta unidade propõe-se o estudo das fracções nas diferentes bases, das binárias às decimais. Este estudo das fracções é feito com recurso ao Calculador Multibásico, através de uma notação em que uma peça invertida, colocada à direita da placa, representa, conforme a base em que se está a trabalhar, uma parte da unidade. No texto dos Programas Próprios, indica-se que se pode representar os números fraccionários obtidos nas diferentes bases através de uma escrita simplificada, sendo a parte inteira e a parte fraccionária do número separada por vírgulas. Também se destaca o facto de que cada parte fraccionária, que está à direita da vírgula, se pode representar por uma potência da base em que se está a trabalhar, mas de expoente negativo, o que indica que a base foi utilizada uma, duas ou três vezes como divisor, para se obter cada uma dessas posições.

Medidas e Grandezas. No Projecto de Programas Próprios o estudo das medidas começa no 2º ano, com as medidas de comprimento. Na introdução a estas medidas, faz-se o estudo de medidas antigas não estandardizadas, como o palmo, mão-travessa, côvado, até aos alunos descobrirem a necessidade de usar uma unidade padrão. O sistema métrico é trabalhado a partir do material Cubos – barras. Com dez barras Laranja, cada uma com um 1 decímetro, os alunos constroem um comboio de um metro e comparam-no com um metro padrão, verificando a igualdade dos dois comprimentos. A seguir constroem o decímetro e o centímetro, também com os Cubos – barras, e utilizam este mesmo material para efectuar medições e registar. Este tema é trabalhado numa relação directa com o estudo das fracções e dos decimais.

Ainda no 2º ano, dá-se início ao estudo das medidas de área, de volume, de capacidade e de peso ou massa, tentando estabelecer-se algumas relações entre elas. Por exemplo, para o estabelecimento da relação entre as medidas de capacidade e de peso, relativamente à água, sugere-se que:

> 7. Colocado no prato de uma balança um litro de água, ir colocando no outro areia ou chumbo, até equilibrar a balança.
> 8. Retirado o litro do primeiro prato, colocar nele o quilograma, verificando que a balança fica aproximadamente equilibrada.
> 9. Repetir a experiência, substituindo a areia pelo litro cheio de água, e verificar que o peso do litro de água é igual aproximadamente ao litro. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 34)

Em relação às medidas de área, o trabalho proposto nesta unidade inicia-se com a construção de um quadrado, com barras Laranjas dos Cubos – barra, que os alunos devem identificar como sendo um decímetro quadrado. Com esta unidade, vão medir as áreas de alguns elementos existentes na sala de aula, devendo reconhecer a necessidade de fraccionar essa unidade.

As medidas de volume também são estudadas com recurso aos Cubos – barras, construindo-se um cubo com as barras Laranja, fazendo um decímetro cubo. Este cubo serve de unidade de medida para medir caixas e outros objectos existentes na sala de aula, fazendo-se uma estimativa prévia de quantas vezes caberão em cada uma das caixas. Para as medidas de capacidade o procedimento indicado no programa é idêntico, mas com a construção de um decímetro cúbico oco com as barras Laranja. Neste estudo sugere-se o estabelecimento de uma relação entre as medidas de volume e as medidas

de capacidade. Outro objectivo traçado nesta unidade, é que os alunos reconheçam a necessidade de fraccionar as unidades de medida, para conseguirem medir objectos mais pequenos, embora se sugira que esse trabalho seja feito no 3º ano.

Na unidade 7 do 2º ano de escolaridade, *Numeração romana, moedas e medidas de tempo*, são trabalhados o sistema monetário português e as unidades de tempo. Em relação ao sistema monetário, os alunos devem reconhecer as moedas e as notas utilizadas, utilizando-as em contextos do dia-a-dia. No que diz respeito às unidades de tempo, os alunos devem adicionar e subtrair horas, minutos e segundos, trabalhando na base 60. Também devem ler as horas num relógio de ponteiros.

No 3º ano, o estudo das medidas e grandezas começa na unidade 6, *Medidas de comprimento*, com uma abordagem aos múltiplos e submúltiplos do metro. O milímetro é construído a partir das partes de um cubo Branco dos Cubos – barras, estabelecendo-se depois uma relação com as restantes medidas já estudadas:

> Verificar que um cubinho, partido ("serrado") em dez partes iguais, cada uma delas é uma décima parte do cubo B; que em dois cubos B ou em um E há 20 dessas pequeninas "fatias"; que na A, haverá 50 fatias, na Z 90 fatias; na L 100 fatias; em dois L haverá 200 fatias; em cinco L haverá 500 dessas fatias; em nove L haverá 900 fatias; e nos dez conjuntos L haverá mil fatias. (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 44, aspas no original)

Para a construção dos múltiplos do metro, é sugerida a utilização do atletismo, para que os alunos compreendam a necessidade de unidades de medida maiores do que o metro e tenham noção das distâncias que essas medidas representam.

Na unidade 7 do 3º ano, são estudadas as medidas de área. No estudo destas unidades de medida, os alunos devem começar por construir o decímetro quadrado (dm^2) com os Cubos – barras e compreender o significado do expoente 2 que acompanha a medida, medindo "uma área com este dm^2, anotando que o expoente 2 indica quantas vezes a base (10) é utilizada como factor para se obter o número de cm^2." (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 44). A construção das restantes unidades de medida de área também é feita a partir da relação com a placa construída com as barras Laranja. Nesta unidade são ainda trabalhadas as unidades de medidas agrárias e a sua relação com as unidades de medida de área.

Na unidade 8 do 3º ano de escolaridade dá-se continuidade ao estudo das medidas de volume. Os alunos começam por construir os cubos, a partir das diferentes

barras dos Cubos – Barras de cor, verificando as três dimensões. Quando chegam ao cubo construído a partir da barra Laranja, devem verificar quantas "camadas de placas Laranja usaram e a quantos cubinhos B existem nas dez camadas. Depois, os alunos devem verificar a relação entre o decímetro cúbico e o centímetro cúbico. O metro cúbico é construído com placas de esferovite e de seguida fazem uma estimativa da quantidade de decímetros cúbicos que são necessários para o preencher. Só depois fazem o cálculo do número de decímetros cúbicos necessários e estabelecem a relação entre as várias unidades de medida. De acordo com o programa, os alunos também devem verificar o significado do expoente 3 nestas medidas.

> 11. Verificar que o expoente 3 indica quantas vezes a base 10 teve que ser repetida como factor para se obter o valor seguinte:
> - m3 = 10 x 10 x 10 = 1000 (dm3)
> - dm3 = 10 x 10 x 10 = 1000 (cm3)
> - cm3 = 10 x 10 x 10 = 1000 (mm3) (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 47)

Nesta unidade também se pede que o aluno seja capaz de estabelecer uma relação entre as medidas estudadas e as medidas usadas no quotidiano para medir o gás ou o ar.

Na unidade 9 do 3º ano, *Medidas de Capacidade*, começa-se por pedir que o aluno seja capaz de estabelecer uma relação entre as medidas de volume, estudadas na unidade anterior, e as medidas de capacidade. Neste caso também se recorre aos Cubos – Barras de cor para construir um cubo oco e depois verificar essa relação entre unidades. São estudados os múltiplos e submúltiplos da unidade principal e alguns tipos de medidas antigas, como o quartilho, a canada, o alqueire e o almude.

Na unidade 10, *Medidas de Massa*, o aluno deve estabelecer relações entre as unidades de massa e os outros sistemas de medida, nomeadamente entre as medidas de capacidade e as medidas de massa. São também estudados os múltiplos e os submúltiplos do quilograma, e a relação entre as diferentes unidades.

Geometria. Neste Projecto de Programas Próprios não existe nenhuma unidade de trabalho exclusivamente dedicada à geometria, estando os conteúdos referentes a este tema espalhados por diversas unidades. Na unidade 2 do 1º ano, *Forma, tamanho, topografia, pertença e correspondência de conjuntos*, existem alguns conteúdos normalmente trabalhados na geometria. Desta forma, são trabalhados nesta unidade

conteúdos como a identificação de formas geométricas, usando os Conjuntos Lógicos. Com este material, idêntico aos Blocos Lógicos, os alunos devem identificar as formas das peças «redondas, quadradas, compridas («rectangulares») e bicudas («triangulares») (Projecto de Programas Próprios, 1987, p. 24). Os alunos devem também identificar outras qualidades nas peças, como o tamanho, a espessura e a cor. Os outros conceitos trabalhados nesta unidade, em que o material Conjuntos Lógicos também é utilizado, são os conceitos: dentro, fora e «borda» (fronteira), interior e exterior, em cima e em baixo, adiante e atrás, antes e depois. Também são trabalhados nesta unidade conteúdos como linhas curvas, linhas rectas e "enroladas" (espirais).

Já na unidade 3 do 2º ano, *Rectângulos e produtos. Outros polígonos. Representação de números por meio dos seus produtos*, são trabalhados alguns conteúdos de geometria, como a identificação de linhas poligonais abertas e fechadas, lados e vértices e a descoberta e construção de formas geométricas elementares, como as quadradas, rectangulares, poligonais e redondas.

Nos 3º e 4º anos de escolaridade não existem referências a conteúdos de geometria.

O desenvolvimento dos Programas Próprios noutros níveis de ensino

No que diz respeito ao ensino pré-escolar, o Colégio Vasco da Gama nunca dispôs deste nível de ensino, razão pela qual nunca houve um desenvolvimento dos Programas Próprios para este nível.

Em relação ao que é hoje o 2º ciclo do ensino básico, também nunca houve o desenvolvimento de Programas Próprios. Apesar de Nabais manifestar o desejo de que os Programas Próprios continuassem até ao 6º ano de escolaridade, isso não aconteceu até ao final do período em estudo, ano lectivo 1986/1987, nem até hoje. Numa entrevista concedida em 1990, no âmbito de um trabalho de DESE, Nabais destaca que "a vontade é que continuem, pelo menos, até ao fim do 6º ano de escolaridade. Agora será possível, não será? Por enquanto nada mais posso responder, apenas desejo que eles continuem." (Nabais citado em Ricardio, 1992).

Esta relação entre os diversos ciclos também parece não existir ao nível das metodologias, já que Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) refere que não existia uma continuação do trabalho com os materiais nos 5º e 6º anos. Ao ser

questionada sobre a forma como faziam a ligação com os 5º e 6º anos, a professora referiu que esta era praticamente inexistente, salientando que este trabalho era mais desenvolvido no Ensino Primário. No entanto, esta mesma professora (depoimento oral, 2007, 14 de Maio) refere a propósito de uma experiência que teve ao leccionar nos 5º e 6º anos, que:

> Eu, como trazia de lá o "bichinho", quando aí já tinha que dar a sério os fraccionários, as operações, tudo isso, eu tirava partido do próprio material. Distinguiam-se os alunos que tinham sido iniciados com isto, daqueles que não tinham sido. Já tinham outras estruturas que os outros não tinham. Por exemplo o que é um factor, um divisor, nos 5º e 6º anos. (Tavares, depoimento oral, 2007, 14 de Maio, p. 14)

Em resumo

O desenvolvimento dos Programas Próprios no Colégio Vasco da Gama. Desde o final da década de 1950, que é possível identificar no discurso de Nabais uma preocupação com os programas da disciplina de Matemática. De início esta preocupação está relacionada com o insucesso verificado nesta disciplina no Ensino Liceal. Os programas, em conjunto com a formação de professores e modernização de métodos, são identificados como factores essenciais para melhorar o desempenho dos alunos na disciplina de Matemática.

Quando, em 1960, é concedido o alvará de funcionamento ao Colégio Vasco da Gama, esta instituição é autorizada a funcionar com os programas oficiais. A partir de 1961, quando se dá início à experiência com o material Cuisenaire e, mais tarde, com os outros materiais didácticos desenvolvidos por Nabais para o ensino da Matemática, os programas oficiais, e as orientações que neles constam para a disciplina de Matemática, passam a coexistir as metodologias desenvolvidos por Nabais. Até ao ano lectivo de 1986/1987, estas metodologias irão coexistir com os programas oficiais do Ensino Primário.

De acordo com Nabais, apesar do Projecto de Programas Próprios ter sido uma ideia desenvolvida por si desde a inauguração do Colégio, este só foi implementado no ano lectivo de 1986/1987, devido a outras preocupações que lhe tomaram o tempo.

Apesar desta justificação apresentada por Nabais, é de referir que, só em 1980, com o Decreto-Lei nº 553/80, houve um estímulo às instituições do Ensino Particular e

Cooperativo, para a organização de projectos educativos próprios, deixando este tipo de ensino de ser encarado apenas como um complemento do Ensino Oficial. Desta forma, é em 1984 que é concedida ao Colégio Vasco da Gama, a Autonomia Pedagógica para o Ensino Primário.

No ano lectivo de 1986/1987 dá-se início ao projecto de implementação dos Programas Próprios no Colégio Vasco da Gama. Esta implementação é feita de uma forma faseada, sendo inicialmente incluídos apenas os alunos do 1º ano de escolaridade, Os restantes anos de escolaridade vão sendo integrados até ao ano lectivo de 1989/1990, quando estes programas passam a englobar o 4º ano de escolaridade.

No ano lectivo de 1988/1989, quando estes Programas Próprios são alargados ao 3º ano de escolaridade, o projecto passa também a ser desenvolvido em mais duas instituições de ensino, o Colégio Campo de Flores, na Sobreda de Caparica, e o Colégio D. Nuno Álvares Pereira, da Casa Pia. No Colégio Campo de Flores, as influências do desenvolvimento do Projecto de Programas Próprios mantêm-se até hoje, principalmente no ensino da Matemática, no que é actualmente o 1º Ciclo do Ensino Básico.

A estrutura dos Programas Próprios. No Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, Nabais apresenta três razões principais para a sua implementação: introdução de novos conteúdos, carácter globalizante e reordenamento de conteúdos nas diversas áreas. Nestes Programas Próprios, a aprendizagem da Matemática é englobada numa área a que Nabais dá nome de *Aspectos lógicos e quantitativos observados na Natureza* e que é antecedida pelas áreas correspondentes ao Meio Físico e Social e Língua Portuguesa.

Com o Projecto de Programas Próprios, Nabais não parece renunciar aos programas oficiais do Ensino Primário, já que afirma que tanto os objectivos gerais como os objectivos específicos destes programas são parte integrante dos Programas Próprios, acentuando as diferenças, não nos objectivos, mas nas actividades e estratégias para os atingir. Os programas oficiais continuam assim a coexistir com os Programas Próprios, no Colégio Vasco da Gama.

A Matemática nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama. No que se refere ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, estes Programas Próprios são o reflexo do trabalho que Nabais desenvolve com os materiais didácticos, desde a década de 1960, notando-se o aprofundamento de algumas temáticas.

No que diz respeito aos materiais, continuam a privilegiar-se os materiais estruturados desenvolvidos por Nabais. No que diz respeito à resolução de problemas, não existe no texto do Projecto de Programas Próprios, uma referência explícita ao papel que desempenham no ensino/aprendizagem da Matemática. No entanto, nestes programas são indicados como objectivos gerais da Matemática o pensar, reflectir, deduzir, analisar, decompor, confrontar, organizar e planificar, o que poderá remeter para a resolução de problemas.

Em relação ao tema da Teoria dos Conjuntos, apesar de serem referidos materiais do meio envolvente da criança, para a organização de conjuntos, são destacados os materiais estruturados, como o Calculador Multibásico, os Cubos – Barras de cor e os Conjuntos Lógicos. Com estes materiais pretende-se que o aluno estabeleça correspondência entre os elementos de dois conjuntos, faça seriações de elementos de um conjunto de acordo com determinadas características, quantifique agrupamentos, estabeleça relações de pertença e não pertença e equivalência de conjuntos.

No que diz respeito ao Estudo do Número, este é feito a partir do trabalho com os conjuntos, de onde se destaca o cardinal do conjunto que é representado por um algarismo. Um aspecto que assume um especial destaque no Estudo do Número nestes Programas Próprios, assim como nas metodologias de Nabais, é a exploração das diferentes bases da numeração, antes de ser trabalhada a base decimal. Outro aspecto que se destaca é o estudo da numeração grega, para além da numeração romana.

O estudo da Adição e Subtracção é realizado com base no trabalho com conjuntos, através do que Nabais designa por *reunião* e *diferença* de conjuntos e centra-se na exploração dos materiais Calculador Multibásico e Cubos – Barras de cor. Com o Calculador Multibásico são exploradas as adições e subtracções nas diferentes bases de numeração. Com este material, é trabalhado o sentido de diferença, na subtracção. Este material também é utilizado para fazer a introdução do algoritmo, tanto da adição como da subtracção. No algoritmo da subtracção são exploradas essencialmente duas técnicas, o algoritmo da subtracção pelo método das "trocas" e pelo método da compensação,

que explora a propriedade da "invariância do resto". Com os Cubos – Barras de cor são explorados os sentidos de completar e mudar tirando, para a subtracção.

O estudo da multiplicação inicia-se no 1º ano de escolaridade, através do trabalho de *iteração de conjuntos*. A multiplicação é explorada nas diferentes bases de numeração, com o Calculador Multibásico. Apesar de a multiplicação ser iniciada essencialmente através da repetição de conjuntos, que leva a uma adição de parcelas iguais, nesta operação também é explorado o arranjo rectangular, que se faz através do estudo das medidas de área. Neste Projecto de Programas Próprios, a divisão é trabalhada desde o 1º ano, sendo iniciada com o que é designado por *partição de conjuntos*. Ainda enquadrado neste tema da Multiplicação e Divisão são trabalhados por descoberta, os factores, divisores e múltiplos até 100, no 2º ano. No âmbito deste trabalho, destaca-se a descoberta dos divisores e múltiplos maiores, menores e comuns a mais de um número. Também é feito um trabalho relacionado com a potenciação e os logaritmos. A potenciação é trabalhada em relação às medidas de área e volume.

No que diz respeito ao estudo das fracções, este é iniciado no 1º ano de escolaridade, através do trabalho com os Cubos – Barras de cor. A décima é trabalhada como mais uma fracção (1/10), não sendo explícita, no texto dos Programas Próprios, a relação com o numeral decimal (0,1). A décima também é explorada em relação às medidas de comprimento, com a utilização dos Cubos – Barras de cor. As fracções também são trabalhadas em diferentes bases de numeração.

O início do estudo do tema das Medidas e Grandezas é realizado com medidas não estandardizadas. O sistema métrico é posteriormente trabalhado a partir dos Cubos – Barras de cor, sendo as barras Laranja e Branca utilizadas, respectivamente, como decímetro e centímetro. As unidades de área e de volume são também trabalhadas com os Cubos – Barras de cor.

No texto do Projecto de Programas Próprios não existe uma unidade de trabalho dedicada especificamente ao tema da Geometria. Este tema é integrado em diversas unidades de trabalho, ao longo do programa. Na Geometria são tratados diversos conteúdos como as figuras geométricas, noções de interior, exterior, fronteira, linhas curvas, linhas fechadas, entre outras. Estas noções são apresentadas nos 1º e 2º anos de escolaridade, não existindo nos anos posteriores referências a este tema.

Uma polémica à volta da multiplicação

Em 1968, na revista nº 5 dos *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, número especial sobre o ensino da Matemática, é publicado um artigo com o título *À volta da multiplicação*. Neste artigo Nabais apresenta uma série de exemplos retirados de compêndios e cadernos de Aritmética que, na sua opinião, apresentam uma "pecha que já é tradicional" na introdução dos alunos na multiplicação. Em contraponto aos exemplos que apresenta, aborda também a metodologia de introdução dos alunos na multiplicação, com exemplos de alguns autores como Dienes, Papy, Nicole Picard, entre outros e apresenta um esquema metodológico para a introdução da multiplicação com os Cubos – Cor.

Esta revista é enviada na íntegra a António Augusto Lopes[126], sendo pedido um parecer específico sobre o artigo mencionado, antes de ser publicado. De acordo com Nabais, numa primeira carta enviada por António Augusto Lopes, este afirma que enviará um parecer, se for publicado num número posterior da revista. Nabais responde então que se for esperar por um próximo número, poderá demorar meses ou anos, devido à irregularidade da publicação da revista. Deste modo, envia uma carta a António Augusto Lopes, onde afirma que publicará o parecer deste, não num número posterior, mas na própria revista onde sai o artigo sobre a multiplicação, mesmo que para isso seja necessário retardar a sua publicação.

António Augusto Lopes envia o seu parecer, onde critica muitas das posições assumidas por Nabais ao longo do artigo, o que leva este a apresentar uma resposta, com o título *Replicando*. O parecer e a réplica são publicados no mesmo número da revista onde está o artigo, sendo os textos apresentados na íntegra, de acordo com Nabais (1968), para que se possa manter "a autenticidade e fidelidade ao texto" (p. I). As páginas desta secção são numeradas com numeração romana e as folhas utilizadas têm uma cor diferente do resto das folhas da revista, indicando que podem ter sido integradas depois da revista estar completa.

[126] Tal como já foi referido anteriormente, António Augusto Lopes foi professor metodólogo no Liceu D. Manuel II, no Porto, e fez parte da comissão de revisão do Programa do 3º Ciclo do Ensino Liceal, presidida por José Sebastião e Silva.

A representação escrita da multiplicação

O artigo de Nabais começa com um exemplo onde é comparada a apresentação da multiplicação em dois manuais, um de António Augusto Lopes, *Matemática – Exercícios Problemas – Trabalhos Práticos*, e o outro de Maria Luísa Torres Pires e de Henrique Jorge, *Caderno de Aritmética para a 2ª classe do Ensino Primário*. No primeiro caso, o autor do manual faz corresponder a adição 2 + 2 + 2 à multiplicação 2 x 3, e no segundo caso, a mesma adição corresponde à multiplicação 3 x 2. Na explicação apresentada em ambos os manuais, a parcela que se repete é identificada como multiplicando e o número de vezes que se repete a parcela, como multiplicador, no entanto invertem a ordem de apresentação dos termos.

Nabais coloca então a questão de como deverão ser apresentados os termos na multiplicação "multiplicando x multiplicador ou multiplicador x multiplicando?" (p. 33). De acordo com Nabais, os compêndios e cadernos de Aritmética apresentavam normalmente a primeira transcrição, multiplicando x multiplicador, e refere o exemplo do compêndio de Matemática, de Álvaro Sequeira Ribeiro, que era o livro único para o 1º ano do Curso Liceal. Neste exemplo é apresentado um hexágono em que cada lado mede 19 mm e para calcular o seu perímetro é apresentada a expressão 19 + 19 + 19 + 19 + 19, a que se faz corresponder, de uma forma abreviada, a expressão 19 x 6. Para Nabais, o mesmo acontecia com a maioria dos livros e cadernos de Aritmética elaborados de acordo com os novos programas do Ensino Primário, o que tinha sido verificado, segundo este autor, quando fez parte de uma comissão que analisou e deu um parecer sobre os livros e cadernos de Aritmética. Nabais considera que essa anomalia verificada nos compêndios dever-se-ia ao facto dos autores seguirem os mestres de didáctica que a transmitiam. Para tentar eliminá-la, teria sido necessário exercer pressão sobre os membros do júri da referida comissão "que acabaram por concordar unanimemente em condicionar a aprovação dos trabalhos, apresentados a concurso, à modificação das não poucas páginas e ilustrações em que ela figurava." (p. 34).

Num exemplo onde são apresentados dois conjuntos com três pardais cada, Nabais considera que, à adição 3 + 3 corresponde, de uma forma lógica e intuitiva, a multiplicação 2 x 3. Apresenta depois mais alguns exemplos de como é essa a forma de representar a multiplicação que corresponde à realidade. Considera também que é assim

que qualquer criança "observando estes dois modos de distribuição dos conjuntos de pardais, tira esta conclusão, porque vê assim a realidade" (p. 34). Se essa é a realidade, Nabais considera que o matemático não pode recorrer a um modo de representação que possa distorcê-la, provocando a confusão. Outro critério que refere, para que se adopte a representação da multiplicação com o multiplicador antes do multiplicando na escrita e leitura horizontal, é o facto desta representação se aproximar mais da linguagem corrente, ou seja, da forma que falamos, lemos e escrevemos. Para Nabais, insistir na outra forma de representação da multiplicação é forçar a linguagem.

No parecer que António Augusto Lopes, envia em resposta ao artigo de Nabais, refere a este respeito que "a expressão 3 x 2 seja sinónimo da expressão 3 + 3 ou da expressão 2 + 2 + 2 é coisa meramente convencional; de uma maneira ou de outra, em nada se opõe à realidade ou obriga a forçar a linguagem." (Lopes em Nabais, 1968, pp. II-III). Para este autor qualquer uma das formas é aceitável desde que seja definida correctamente. Também considera precipitada, a conclusão de Nabais sobre a forma da criança ver a realidade, afirmando que "em pedagogia, salvo o devido respeito, ninguém pode afirmar que a criança vê assim a realidade, antes de proceder a experimentação pedagógica válida; sem ela estamos a querer que as crianças vejam a nossa realidade, não a delas" (Lopes em Nabais, 1968, p. III). Em relação a este aspecto, António Augusto Lopes refere o princípio da variabilidade na percepção, de Dienes, segundo o qual as estruturas conceptuais devem ser apresentadas sob formas conceptuais equivalentes e variadas, de forma a atender às diferenças individuais na aquisição da abstracção matemática. Sugere de seguida que se sujeite à experimentação um grupo de alunos e que a partir daí se faça a verificação de qual a opção destes, em relação às propostas para exprimir um produto de dois factores.

Em relação a este ponto, António Augusto Lopes acrescenta ainda vários reparos em relação ao rigor da linguagem utilizada por Nabais. O primeiro reparo refere-se à afirmação de Nabais, segundo a qual as expressões "3 pardais" e "3 pardais + 3 pardais", designam números. António Augusto Lopes afirma que estas expressões não designam números, mas sim "conjuntos cujos elementos são pardais" (Lopes em Nabais, 1968, p. III, sublinhado no original). Outro reparo em relação à linguagem utilizada, é referido por António Augusto Lopes sobre as expressões 3 + 3 e 3 x 2. De acordo com este autor, estas são expressões que traduzem, respectivamente, uma adição e uma multiplicação, mas não são, como o afirmou Nabais, uma adição e uma multiplicação. Em relação a um outro exemplo apresentado por Nabais, que refere que,

a expressão 19 + 19 + 19 + 19 + 19 = 19 x 6 é uma soma que envolve seis vezes a parcela 19, realça que esta expressão não é uma soma, mas sim "uma igualdade entre duas expressões (diferentes, mas designando um mesmo ser) (Lopes em Nabais, 1968, p. IX, sublinhado no original). Também critica a linguagem de Nabais, quando este afirma que num produto, a parcela que se repete é o multiplicando. Para António Augusto Lopes, no produto "não há parcela que se repete: há um factor (o multiplicando) que se repete como parcela (Lopes em Nabais, 1968, p. IX, sublinhado no original).

Quanto à questão levantada por Nabais, se o multiplicador deve proceder ou não o multiplicando na representação da multiplicação, António Augusto Lopes dá um exemplo de um aluno, a que dá um nome fictício de Rui, que ao formar conjuntos equicardinais a partir de um conjunto A dado, determina primeiro um conjunto e o seu respectivo cardinal (o multiplicando) e em segundo lugar é que determina se existem outros conjuntos equicardinais com o primeiro que encontrou, o que leva ao conhecimento do multiplicador. Neste caso o aluno descobre primeiro o multiplicando e só depois o multiplicador, e se o escrever assim não será, para este autor, um forçar da linguagem como defende Nabais. De qualquer forma, António Augusto Lopes sugere que não se deve forçar o aluno, "dando-lhe liberdade de escolher e convencionar como quer representar a sua realidade, em linguagem multiplicativa. Feita a escolha, só uma coisa se lhe pede. Que a respeite." (Lopes em Nabais, 1968, p. V, sublinhados no original). Este autor destaca ainda que, ao fazer este percurso, o aluno consegue compreender que as expressões 2 x 3 e 3 x 2, embora sejam diferentes, servem para representar um mesmo ser, o cardinal do conjunto A de onde partiu, e que por isso pode escrever com entendimento que 2 x 3 = 3 x 2. Este aluno fica também com a noção que existem duas operações distintas, a reunião de conjuntos equicardinais e disjuntos e a adição de parcelas iguais.

Perante os argumentos apresentados por António Augusto Lopes, Nabais apresenta argumentos de carácter linguístico, afirmando que a realidade pode ser expressa de diversas formas através da linguagem, com expressões mais ou menos equivalentes. Refere, no entanto, que de entre as expressões linguísticas que escolhemos para representar a realidade, existem umas mais aceitáveis do que outras. Para Nabais o mesmo deveria acontecer na Matemática, devendo-se escolher a expressão Matemática que represente de uma forma mais aproximada, a forma como lemos ou descrevemos a

realidade. Nabais refere ainda exemplos do *Compêndio de Álgebra*, de José Sebastião e Silva e de João da Silva Paulo, onde a adição de parcelas iguais "a + a" é representada por o produto "2a", e não "a2". Para Nabais, esta incoerência entre a Álgebra e a Aritmética era mais uma demonstração da existência da "anomalia" nos métodos de ensino da multiplicação.

Em relação ao exemplo apresentado por António Augusto Lopes, em que o aluno Rui escreve os factores da multiplicação pela ordem pelos quais os descobre, Nabais dá exemplos de operações como a subtracção ou a divisão, em que se isso acontecesse teria que ser alterada a forma de representação, questionando se se poderá aplicar este princípio na indicação escrita de qualquer operação.

> Vejamos.
>
> Admitamos que, em vez do conjunto A, com seis elementos, colocamos o Rui perante um outro conjunto A que é um cesto de laranjas (cujo número portanto ele ignora) e lhe pedimos para separar de A (tirar do cesto) um conjunto com dez elementos. Feito isto, ele verifica que ficaram no cesto, por hipótese, cinco laranjas.
>
> Mas se lhe pedirmos que indique, por escrito, a expressão que traduza a subtracção feita, o Rui, fiel ao princípio de que deve escrever os dados de uma operação pela ordem de descoberta, escreverá: 10 – 5!
>
> Com efeito ele descobrira, em primeiro lugar, um conjunto com dez elementos ao retirar do cesto as dez laranjas; e, em segundo lugar, verificou que no cesto ficaram cinco laranjas. A expressão 10 – 5 é fiel ao princípio enunciado; mas traduzirá a operação efectuada? (Nabais, 1968, p. XIV, sublinhados no original)

Nabais apresenta ainda um outro exemplo com a divisão, para tentar demonstrar que o que é afirmado por António Augusto Lopes é um absurdo.

> Outro exemplo: Coloquemos novamente o Rui perante um cesto de laranjas (cujo número ele, portanto, ignora) e peçamos para separar deste conjunto A um conjunto com três elementos, depois outro e outro, etc.
>
> O Rui determinará em A, cinco conjuntos diferentes, (A1, A2,...A5) equicardinais e disjuntos, elaborando um esquema operatório que conduz à expressão 3 + 3 + 3 + 3 + 3, a qual lhe permite, em última análise, saber quantas laranjas tinha o cesto.
>
> Quer dizer: o Rui tomou em primeiro lugar consciência de um conjunto e do respectivo cardinal (3); em segundo lugar, determinou outros conjuntos equicardinais com o primeiro, - o que o leva ao conhecimento de quantos são esses conjuntos (5); e, por último, descobre que o cardinal do conjunto primitivo A era 15.
>
> Para o Rui fazer essa divisão do conjunto A em cinco conjuntos, deu três passos, descobrindo sucessivamente:

> a) O divisor: Um conjunto (A1) e o respectivo cardinal (3);
> b) O quociente: Número de conjuntos equicardinais com o primeiro A1;
> c) O dividendo: O cardinal do conjunto primitivo A.
> Sendo assim, e admitindo, como pretende A.[António Augusto Lopes] que se devem escrever, por ordem de descoberta, os dados de uma operação, o Rui, para representar ou indicar a divisão feita, ver-se-ia obrigado a escrever uma expressão em que figuraria, em primeiro lugar, o divisor, depois o quociente e, por último, o dividendo!
> Isto é, DIVISOR QUOCIENTE DIVIDENDO
> 3 5 15
> - o que parece não se harmonizar com o modo e ordem tradicionais de indicar a divisão. (Nabais, 1968, p. XIII-XIV, sublinhados e maiúsculas no original)

Após estes dois exemplos, Nabais conclui que, apresentar os dados de uma operação pela ordem de descoberta "não só não é válida como parece conduzir ao absurdo." (1968, p. XIV).

No final desta questão, Nabais defende que, considerando-se uma anomalia ou uma posição defensável, não devem ser os alunos a sofrer as consequências de existirem "querelas" entre adultos, e que isto leve a divergências de critérios na Álgebra e na Aritmética. Defende assim que se procure:

> ... a expressão matemática que mais logicamente traduza a melhor expressão linguística da realidade observada; convencione-se adoptá-la uniformemente; e acabará, para os alunos, a anomalia de uns livros e mestres lhes ensinarem uma coisa, e outros outra. E adopte-se o mesmo critério tanto na Aritmética como na Álgebra. (Nabais, 1968, p. XV)

Quanto aos reparos feitos por António Augusto Lopes, sobre o rigor da linguagem utilizada, Nabais agradece-os e reconhece os erros. Justifica-se afirmando que "tais deslizes, porém, a que está sujeito quem não é licenciado em Matemática, parecem-nos questões de "lana caprina", que em nada invalidam os reparos que fizemos a propósito dos dois pontos cardinais em discussão" (Nabais, 1968, p. XXIV).

No seu artigo *À volta da multiplicação*, Nabais também constrói uma crítica em relação à forma como o produto é apresentado num dos exemplos que retirou de compêndios. Neste exemplo o produto é apresentado como uma convenção. "Convenciona-se que o produto é igual:

> 1) Ao multiplicando, sempre que o multiplicador for 1;
> 2) A 0, quando o multiplicador for 0." (Nabais, 1968, p. 40)

Para Nabais, a expressão *convenciona-se*, não deveria fazer parte de uma Matemática elaborada a partir da realidade, já que "para a criança, que estrutura a sua matemática a partir da realidade, tal convenção não tem sentido" (1968, p. 40). A este respeito refere ainda que:

> Ela poderá aceitar e aceita que se tenha convencionado, por exemplo, representar pelo símbolo 3 o número três, ou pelo sinal 0 a ideia de nada. Mas pretender convencionar que uma vez três crianças são três crianças, afigura-se inútil, desnecessário e até impraticável, pois uma vez três crianças serão sempre três crianças, por muitas convenções que se façam em contrário. (1968, p. 40)

No entanto, no seu parecer, António Augusto Lopes realça que as expressões *convenciona-se* e *convencionar* têm cabimento numa Matemática elaborada a partir da realidade, aconselhando o estudo do tema "conceito de verdade, em Matemática e o princípio de conservação das regras formais do cálculo" (Lopes em Nabais, 1968, p. IX, sublinhado no original).

Outra questão abordada neste artigo sobre a multiplicação, é a representação vertical desta operação. Nabais apresenta alguns exemplos de manuais do Ensino Primário que seguem as normas da comissão revisora dos manuais. No entanto, alguns desses manuais, ao passarem para a representação vertical, esquecem-se das recomendações e colocam o multiplicador em cima e o multiplicando em baixo. Para Nabais isto é incorrecto porque "operamos de baixo para cima" (p. 38), ou seja, para representar 12 x 3 na vertical, teríamos que escrever:

3
x12

Em relação à representação vertical do algoritmo da multiplicação, não existe qualquer referência no parecer de António Augusto Lopes.

Apesar de considerar que no Ensino Primário algumas das *anomalias* na multiplicação tinham sido eliminadas através do parecer apresentado à comissão que avaliou os manuais, Nabais afirma que no ensino secundário continuava a existir alguma confusão. Para demonstrar essa *confusão*, apresenta um exemplo de um compêndio, dos "mais adoptados no ciclo preparatório do Ensino Técnico Profissional" (Nabais, 1968, p. 40), de Santos Heitor, em que é trabalhada a multiplicação "de um

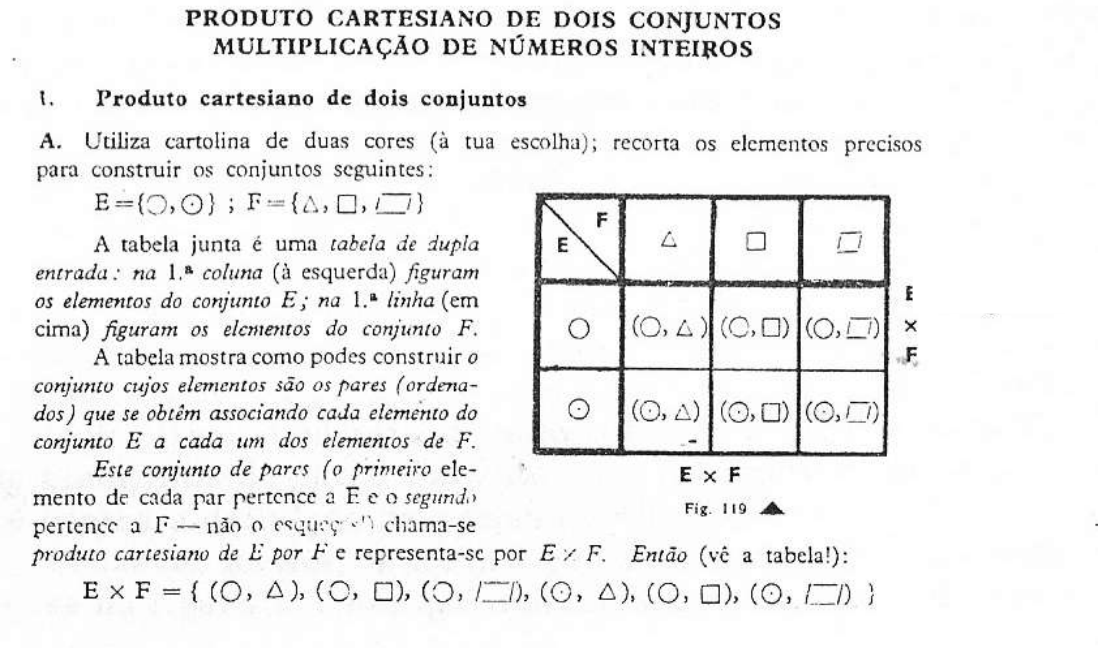
número concreto por um número abstracto" e a "multiplicação de dois números concretos" (p. 41). A este propósito, Nabais defende que a adição de parcelas iguais 8m + 8m + 8m + 8m deve ser representada por 4 x 8m, já que a leitura seria "4 vezes oito metros", considerando a leitura "8 metros vezes quatro, ou 8 metros a multiplicar por 4" (p. 41) como um forçar de linguagem. Em relação à multiplicação de dois números concretos, apresentada no compêndio referido, Nabais afirma que "a multiplicação de dois números concretos é impossível, por ser contra a essência da própria multiplicação, como adiante veremos a propósito da multiplicação em termos de conjuntos" (p. 42).

No seu parecer, António Augusto Lopes não se refere directamente a esta questão, mas realça por diversas vezes ao longo do seu parecer, que considera errado falar em números concretos.

O produto cartesiano como introdução à multiplicação

No compêndio de António Augusto Lopes, adoptado no Curso Unificado da Telescola, Nabais (1968) também identifica o que considera ser "a mesma anomalia tradicional, mas agravada" (p.42), apresentando alguns exemplos em que a representação da multiplicação é feita ao contrário do que defende. O agravamento mencionado refere-se à utilização do produto cartesiano como forma de introduzir os alunos na multiplicação, utilizada neste compêndio. Para Nabais este não seria o processo mais indicado porque poderia "conduzir ao absurdo ... pois os conduz [alunos] a admitir a possibilidade da multiplicação de dois números concretos." (p. 44). Como forma de ilustrar o que defende, Nabais coloca alguns exemplos do compêndio de António Augusto Lopes, em que este autor utiliza o produto cartesiano de dois conjuntos para trabalhar a multiplicação de números inteiros.

Os exemplos apresentados por Nabais são os seguintes:



PRODUTO CARTESIANO DE DOIS CONJUNTOS
MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

1. **Produto cartesiano de dois conjuntos**

A. Utiliza cartolina de duas cores (à tua escolha); recorta os elementos precisos para construir os conjuntos seguintes:

$E = \{\bigcirc, \odot\}$; $F = \{\triangle, \square, /\!\square\}$

A tabela junta é uma *tabela de dupla entrada*: *na* 1.ª *coluna* (à esquerda) *figuram os elementos do conjunto E; na* 1.ª *linha* (em cima) *figuram os elementos do conjunto F.*

A tabela mostra como podes construir *o conjunto cujos elementos são os pares (ordenados) que se obtêm associando cada elemento do conjunto E a cada um dos elementos de F.*

Este conjunto de pares (o primeiro elemento de cada par pertence a E e o *segundo* pertence a F — não o esqueças!) chama-se *produto cartesiano de E por F* e representa-se por $E \times F$. *Então* (vê a tabela!):

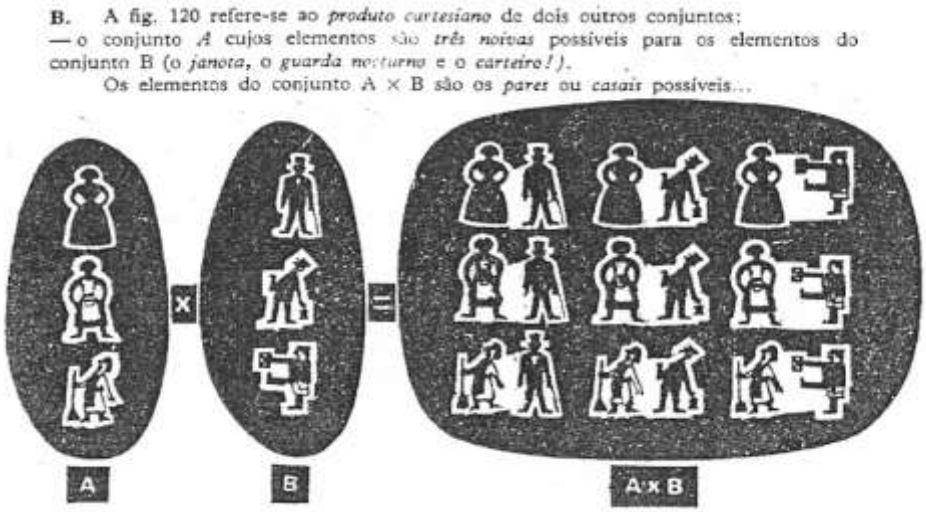
E \ F	△	□	/□
○	(○, △)	(○, □)	(○, /□)
⊙	(⊙, △)	(⊙, □)	(⊙, /□)

E × F

Fig. 119

$E \times F = \{ (\bigcirc, \triangle), (\bigcirc, \square), (\bigcirc, /\!\square), (\odot, \triangle), (\odot, \square), (\odot, /\!\square) \}$

Figura 39 – Exemplo apresentado por Nabais, com a utilização do produto cartesiano como introdução à multiplicação. (Nabais, 1968, p. 43)



B. A fig. 120 refere-se ao *produto cartesiano* de dois outros conjuntos:
— o conjunto *A* cujos elementos são *três noivas* possíveis para os elementos do conjunto B (o *janota*, o *guarda nocturno* e o *carteiro!*).
Os elementos do conjunto A × B são os *pares* ou *casais* possíveis...

Figura 40 – Exemplo das noivas e dos noivos. (Nabais, 1968, p. 44)

2. NÚMERO DE ELEMENTOS DO PRODUTO CARTESIANO

A tabela junta permite conhecer os elementos do conjunto E × F, sendo

E = { a, e } ; F = { i, o, u }

Quais são os elementos do conjunto E × F? Naturalmente, basta contá-los, na tabela. São seis os elementos, na verdade, mas podemos contá-los por *linhas* ou por *colunas*. Assim,

E \ F	i	o	u	
a	(a, i)	(a, o)	(a, u)	E × F
e	(e, i)	(e, o)	(e, u)	

E × F

— por *linhas*, vê-se que:

E × F = { (a, i), (a, o), (a, u) } ∪ { (e, i), (e, o), (e, u) }

∴ * (E × F) = 3 + 3

— por *colunas*, vê-se também que:

E × F = { (a, i), (e, i) } ∪ { (a, o), (e, o) } ∪ { (a, u), (e, u) }

∴ * (E × F) = 2 + 2 + 2

Figura – 41 - Exemplo do produto cartesiano de dois conjuntos como suporte à introdução da operação de multiplicação, retirados por Nabais do compêndio de António Augusto Lopes. (Nabais, 1968, p. 45)

Na opinião de Nabais, só à primeira vista o produto cartesiano seria ideal para introduzir a multiplicação, já que considera que este produto "falseia a essência da própria operação" (p. 45). Isto porque considera que os conjuntos são da mesma natureza "situam-se no mesmo plano, pois fazem parte do mesmo universo. Ora o mesmo não acontece com o produto 2 x 3 (Duas vezes a parcela três)." (p. 45). Neste caso o factor três representa o número de elementos de um conjunto e o factor dois indica a quantidade de conjuntos com esse número de elementos. Enquanto o factor 3 se refere ao número de elementos dos conjuntos de um determinado universo, o factor 2 quantifica o número de conjuntos, cujos elementos são expressos pelo mesmo cardinal. Para justificar o que defende, Nabais apresenta uma citação de Dienes em que este refere que na multiplicação surge uma nova espécie de variável, o multiplicador que conta os conjuntos. De acordo com esta citação, na adição todos os números se referem ao mesmo universo, o dos conjuntos, enquanto que na multiplicação alguns números referem-se a conjuntos e outros a conjuntos de conjuntos. Nabais conclui que "multiplicar o número de elementos de um conjunto pelo número de elementos de outro conjunto, que faz parte do mesmo universo, é contra a definição da própria multiplicação." (p. 45).

No que se refere à utilização do conceito de produto cartesiano, como suporte para introduzir a multiplicação, no conjunto dos números inteiros, António Augusto Lopes reconhece, no seu parecer, que poderá ser tema de discussão a decisão da sua

conveniência. No entanto, destaca que, quem decidir que não deve usar esta forma de introduzir a multiplicação, não tem legitimidade para, *a priori*, afirmar que este processo é inadequado e que conduz os alunos a uma ideia errada do que é a multiplicação, levando-os a admitir a possibilidade da multiplicação de dois números concretos, tal como afirma Nabais. Refere também que, em relação ao exemplo retirado por Nabais de um compêndio, em que o produto cartesiano é apresentado a partir de uma tabela, não se pode afirmar que os alunos irão multiplicar o número de elementos de um conjunto pelo número de elementos de outro conjunto, com uma multiplicação de dois números concretos, em vez de se fixarem na contagem dos pares ordenados por linhas ou por colunas.

No que respeita a esta questão, António Augusto Lopes realça três aspectos. Primeiro, que a contagem dos pares ordenados, seja por linhas ou por colunas, leva os alunos a formarem conjuntos disjuntos e equicardinais e que a reunião desses conjuntos é o conjunto produto. Cada linha, ou coluna é um desses conjuntos e o cardinal da reunião é soma de parcelas iguais. Segundo, os alunos não estariam tentados a multiplicar o número de elementos de um conjunto, pelo número de elementos do outro conjunto, porque ainda não conhecem a multiplicação. Destaca que, não se deve esquecer que "determinar o produto cartesiano de dois conjuntos é uma coisa totalmente diferente de multiplicar os cardinais desses conjuntos" (Lopes em Nabais, 1968, p. VI, sublinhado no original) e considera que Nabais comete um erro grosseiro ao afirmar que isso leva a uma multiplicação de números concretos, lembrando que não há números concretos. Por último, António Augusto Lopes critica a afirmação de Nabais, quando este refere que o produto cartesiano falseia a essência da multiplicação, referindo que as citações de Dienes usadas por Nabais, são mal interpretadas e que este não se deu conta de uma nova operação "a multiplicação de um conjunto por um número (no caso presente, um número inteiro)." (Lopes em Nabais, 1968, p. VII, sublinhado no original).

Ainda referindo-se ao exemplo de Nabais, António Augusto Lopes apresenta alguns erros de linguagem que terá detectado. Assim, considera completamente errado escrever que "o produto E x F = 6 elementos" porque não considera que a expressão seja um produto, nem que seja igual a 6 elementos, apontando uma "confusão de conceitos e confusão de linguagem." (em Nabais, p. IX). Salienta ainda que é errado escrever " se E = 2 e F = 3, E x F = 2 x 3", como o faz Nabais, porque E e F são conjuntos.

Em relação ao produto cartesiano, Nabais congratula-se, na sua réplica, pelo facto de António Augusto Lopes concordar que pode ser discutida a decisão sobre a conveniência da utilização desta forma de introduzir a multiplicação. Logo depois, esclarece que quando mencionou a introdução da multiplicação, não se referia à iniciação com crianças de seis anos, mas sim aos alunos do início do ensino secundário, a quem era destinado o compêndio citado.

Quanto à crítica de António Augusto Lopes, de que na presença de um exemplo com um produto cartesiano, os alunos não estariam tentados a multiplicar porque ainda não conhecem a operação, Nabais refuta-a, mencionando que, ou o autor supõe que os alunos no início do secundário ainda não sabem multiplicar, ou destina aquele exemplo a crianças de seis anos. Isto acontece porque, de acordo com Nabais, António Augusto Lopes faz o seu parecer alheado do contexto em que são produzidos os reparos, fazendo do termo "introduzir" uma leitura demasiada restrita. Para Nabais, a expressão "introduzir a multiplicação" pode aplicar-se a diferentes níveis de introdução do conceito. Julga também desnecessário caracterizar a multiplicação, porque pensa que esta estava bem definida no exemplo que é apresentado.

No que diz respeito à acusação de António Augusto Lopes, de que Nabais afirma *a priori* que o produto cartesiano se trata de um processo inadequado para a introdução da multiplicação, Nabais responde que não escreveu que este processo seria inadequado, mas sim que, "salvo melhor opinião, não só não nos parece o processo mais indicado, como até se nos afigura inadequado, podendo mesmo conduzir ao absurdo" (1968, p. XXI). Quanto à menção de que a afirmação teria sido feita *a priori*, Nabais contesta-a, escrevendo que esta afirmação foi feita *a posteriori*, depois de ter demonstrado que António Augusto Lopes tinha-se servido do produto cartesiano "apresentado em gravura nada feliz, para levar os seus alunos a concluir que de um conjunto de três possíveis noivas unidas sucessivamente a três pretendentes, poderiam resultar NOVE casais! É ou não verdade que isto é absurdo?" (Nabais, 1968, p. XXI).

Nabais refere que, receia que alguns alunos, por motivos de não se quererem esforçar, possam limitar-se a multiplicar os 3 elementos do conjunto A, pelos 3 elementos do conjunto B, o que seria um caso de multiplicação impossível de dois conjuntos do mesmo universo. Afirma também que, "para estes alunos, o recurso ao produto cartesiano é contraproducente e lhes deixa uma ideia errada do que seja a multiplicação" (Nabais, 1968, p. XXII), salientando que sabe que "determinar o produto

cartesiano de dois conjuntos é uma coisa totalmente diferente de multiplicar os cardinais desses conjuntos" (Nabais, 1968, p. XXII), mas pensa que a apresentação do produto cartesiano através do exemplo usado por António Augusto Lopes pode levar os alunos a confundir uma coisa com a outra.

Em relação à crítica feita por António Augusto Lopes, referente à utilização da expressão "números concretos", Nabais salienta que não é necessário relembrá-lo desse aspecto. Justifica que utiliza essa expressão no sentido que lhe é dado por vários autores de compêndios, que ainda não utilizam a linguagem da teoria dos conjuntos, afirmando que lhe parece que, enquanto não for imposta oficialmente outra terminologia, poder-se-á continuar a usar a terminologia tradicional, desde que se defina correctamente o conceito. Salienta ainda que, o próprio material Cuisenaire, citado por António Augusto Lopes ao longo do parecer, tem como designação oficial a expressão "Números em cor", o que para Nabais é uma concretização do número e «portanto, uma expressão equivalente a "número concreto"» (Nabais, 1968, p. XVIII, aspas no original). Para tentar demonstrar que a crítica de António Augusto Lopes não tem fundamento, e que não confunde números com conjuntos, Nabais cita uma passagem das páginas 103 e 105 da sua própria revista *Caderno de Psicologia e Pedagogia* onde está publicada esta polémica, onde expõe a metodologia a utilizar com os "cubos-cor". Nesta passagem, refere que:

> Tanto a cor como o número são ideias abstractas...A cor não existe na realidade ... O que existem são objectos concretos (seres concretos) ... O mesmo acontece com a ideia abstracta de número. Este não existe na realidade ... O que existem são conjuntos que têm, entre outras propriedades, a de terem três elementos, cinco elementos, etc. (Nabais, 1968, p. XVII, sublinhados no original)

Ao longo do texto, Nabais volta ainda a referir como absurdo o exemplo das noivas, em que os elementos do conjunto A x B são os pares ou os casais possíveis, afirmando com ironia que este seria um:

> Bom processo de resolver crises de natalidade em países a braços com tal problema! ... Ninguém poderá admitir que cada uma das três noivas seja sucessivamente noiva do "janota do guarda-noturno *[sic]* e do carteiro". E muito menos que daí possam resultar 3 x 3 "casais possíveis...". (p. 46, aspas no original)

Nabais considera estes pares ordenados do "tipo exclusivo", ou seja, cada elemento que constitui cada par ordenado, está excluído da possibilidade de vir a fazer parte de outro par ordenado. Afirma então que os pares ordenados deste exemplo apresentam um carácter disjuntivo "cada noiva entrará apenas em um par: Ou com o janota, ou com o guarda nocturno, ou com o carteiro" (Nabais, 1968, p. 47, sublinhados no original). Em contraponto a este exemplo das noivas, apresenta um exemplo de Sebastião e Silva, em que este recorre a um diagrama de setas, semelhante a um diagrama de Papy, diagrama este que é citado por Nabais anteriormente no seu artigo mas que só é apresentado posteriormente.

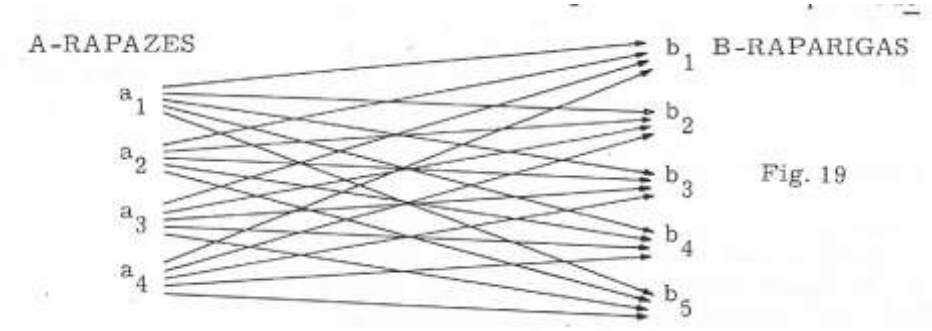


Figura – 42 - Diagrama de setas como representação do produto cartesiano.

Para Nabais, neste diagrama cada seta indica um par ordenado e existem quatro conjuntos de setas a cinco setas cada conjunto, o que dá um total de 4 x 5 setas = 4 x 5 pares diferentes, ou seja, 20 pares. Neste exemplo, Nabais afirma que não existe o carácter de disjunção do tipo exclusivo, que considera existir no exemplo das noivas, referindo que existem certos conjuntos que não "se prestam ao jogo geral dos conjuntos" (p. 47).

A este respeito, António Augusto Lopes argumenta que os dois exemplos apresentados por Nabais, o das noivas e o de Sebastião e Silva, são "formalmente iguais" (Lopes em Nabais, 1968, p. VIII), criticando a ideia de Nabais, de que seriam diferentes. Faz ainda uma referência à ironia utilizada por Nabais para se referir aos exemplos, afirmando que "A circunstância é aproveitada, para fazer humorismo, facto que não serve a dignidade requerida pela seriedade da matéria" (Lopes em Nabais, 1968, p. VIII). Acrescenta ainda que, a introdução do conceito de produto cartesiano serve não só de suporte à multiplicação, bem como à adição e a outras matérias.

Em relação à multiplicação, adianta que, ao apresentá-la pela primeira vez teve algumas preocupações, mas que perante os resultados obtidos estas se dissiparam, acrescentando que o trabalho realizado por si poderá servir de ponto de partida para investigações pedagógicas.

Para além do que já foi exposto da resposta sobre o exemplo das noivas, Nabais (1968) volta a afirmar que a multiplicação que a imagem sugere, não é uma multiplicação possível e que tem um resultado absurdo, já que põe em evidência o "produto de um número concreto por outro número concreto, conduzindo a um resultado de espécie diferente do multiplicando!" (p. XXIII).

Nabais (1968) questiona então se:

> É ou não verdade que a gravura referida põe em evidência a possibilidade desta multiplicação impossível?
> É ou não verdade que na gravura apresentada se indica a multiplicação de dois conjuntos do mesmo universo, e não a multiplicação de dois números?
> É ou não verdade que a mesma gravura põe em evidência a multiplicação de um conjunto por outro conjunto do mesmo universo, e não "a multiplicação de um conjunto por um número", – operação de que démos *[sic]* bem conta ... (p. XXIII)

Nabais lamenta assim que António Augusto Lopes não tenha justificado o recurso a esta figura e a validade da conclusão tirada, e que apenas tenha referido em relação a esta situação, que Nabais considera fundamental na sua argumentação, que este exemplo é formalmente igual ao de José Sebastião e Silva, o que Nabais continua a contestar.

Ainda no que diz respeito a este exemplo das noivas, Nabais congratula-se de

> na lição de Matemática para os professores do CPES, feita pela TE, em 21/3/1968, já depois de ter tomado conhecimento dos nossos reparos, o nosso interlocutor, apresentando uma ilustração semelhante à da figura 17, renunciou a definir o conjunto A como um "conjunto de três noivas", para o definir como um conjunto de três pessoas do sexo feminino", que, em vez de casais, formariam simplesmente pares com os elementos do conjunto B. (Nabais, 1968, p. XXIV)

Na sua réplica, Nabais conclui então que o produto cartesiano poderá servir para introduzir os alunos no cálculo combinatório, mas considera-o perigoso para introduzir

a multiplicação, mesmo ao nível do ciclo preparatório. Como forma de confirmar a sua conclusão, apresenta uma citação de Dienes onde este põe em causa a utilização do produto cartesiano como forma de introduzir a multiplicação e afirma que esta forma de multiplicação poderá ser um pouco artificial.

Nabais apresenta ainda algumas citações e exemplos retirados de autores como Dienes, Nicole Picard e Papy, e de cursos como o do Educational Research Council of Greater Cleveland. Na citação de Nicole Picard, retirada do Le Courier de la Recherche Pedagógique, de Março de 1966, esta autora refere que, na multiplicação, um dos números conta os conjuntos e o outro os elementos dos conjuntos, o que faz com que se considere esta operação com um simbolismo pouco natural e demasiado complicada. No exemplo retirado do curso de Greater Cleveland, que Nabais apresenta como um dos cursos mais completos sobre Matemática Moderna, e mais em voga nos E.U.A., introduz-se a multiplicação em termos de conjuntos. Nesse exemplo estão cinco cavalos-marinhos em cada tanque e existem três tanques, e são representados como o produto 3 x 5 "o 3 neste produto diz-nos que temos três conjuntos disjuntos; o 5 indica-nos o número de elementos em cada um destes conjuntos" (ERCGC[127] citado em Nabais, 1968, p. 48). É também apresentado o exemplo do diagrama de setas de Papy, já referido anteriormente, em que este tem 3 x 5 setas e refere que "o 5 = número de setas que partem de cada elemento de A, isto é, número de elementos de cada conjunto de setas; 3 = número de conjuntos de setas." (p. 48). Nabais destaca ainda que Papy não leva o aluno a começar pela multiplicação dos 3 elementos de A pelos 5 elementos de B, o que Nabais considera como "a tal multiplicação impossível de dois conjuntos do mesmo universo." (p. 48). No final da apresentação destes exemplos, Nabais apresenta uma longa citação de Dienes e Golding, retirado do livro *Ensembles, Nombres e Puissances*, onde estes autores se referem à diferente natureza dos universos na multiplicação "Na adição, todos os números se reportam ao mesmo universo, que é o dos conjuntos. Na multiplicação, pelo contrário, certos números reportam-se aos conjuntos e outros aos conjuntos de conjuntos[128]" (Dienes, Z. P.; Golding, E. W. citados em Nabais, 1968, p. 50, em francês no original).

[127] Educational Research Council of Greater Cleveland (ERCGC).

[128] Dans l´addition, tout nombre se rapporte au même univers, celui des ensembles. Dans la multiplication, au contraire, certains nombres se rapportent aux ensembles et dáutres aux ensembles d´ensembles. (Dienes, Z. P.; Golding, E. W. citados em Nabais, 1968, p. 50)

Em relação a esta citação de Dienes, António Augusto Lopes refere no seu parecer que as citações utilizadas por Nabais, de uma forma isolada, "perdem a autenticidade do seu significado" (Lopes citado em Nabais, 1968, p. VII), realçando que se está a falar de multiplicação, sem se ter definido a que multiplicação se está a referir, o que pode levar a diferenças assinaláveis. António Augusto Lopes esclarece que, se se tratar de uma multiplicação de números inteiros, é uma operação binária "a respeito da qual o conjunto dos números inteiros é um grupóide: o produto de dois quaisquer elementos do conjunto é ainda um elemento do conjunto" (Lopes em Nabais, 1968, p. VII). Em relação a este aspecto levanta quatro questões:

> 1º Na multiplicação de números inteiros, os factores são ou não são elementos do mesmo universo? 2º O produto pertence ou não pertence ao universo dos factores? 3º Quais são os números que se referem, neste caso, aos conjuntos e os que se referem aos conjuntos de conjuntos? 4º Os conjuntos de conjuntos não são conjuntos? (Em Nabais, 1968, p. VII)

Nesta última questão, António Augusto Lopes apresenta o exemplo da caixa de material Cuisenaire, que é apresentada como um conjunto quociente, associado à relação "ter a mesma cor que...", que no caso do referido material é equivalente à relação "ter o mesmo comprimento que...". (Lopes em Nabais, 1968, p. VII)

No entanto, para António Augusto Lopes, se não se tratar de uma multiplicação de números inteiros, levanta outras questões. Nesse caso, questiona como se pode justificar a afirmação de Nabais segundo a qual, se multiplicarmos o número de elementos de um conjunto pelo número de elementos de outro conjunto, que fazem parte do mesmo universo, vamos contra a definição da multiplicação. Levanta assim a hipótese de Nabais considerar que "o número de elementos de um dos conjuntos não pertence ao universo do número de elementos do outro conjunto, mesmo que os dois conjuntos sejam de universos diferentes?" (Em Nabais, 1968, pp. VII-VIII).

No que diz respeito aos exemplos retirados de autores como Papy, Dienes, Nicole Picard, que Nabais apresenta como "lições dos mestres", António Augusto Lopes afirma que repetem as mesmas confusões. Em relação a este ponto, António Augusto Lopes critica a afirmação de Nabais, quando este refere Papy para dizer que uma multiplicação entre dois conjuntos do mesmo universo seria impossível. No parecer, afirma que isto é evidente, mas que Papy ensina a multiplicar "o número de elementos de A pelo número de elementos de B e, nesta operação, os números

pertencem ao mesmo universo, a operação é possível e mesmo universal!" (Em Nabais, 1968, p. VIII, sublinhados do original). Para António Augusto Lopes, o mesmo se aplica a todos os outros autores que Nabais refere, considerando também que as confusões de conceitos e linguagem, se prolongam pelo ponto sete do artigo de Nabais, onde é apresentada uma metodologia de introdução dos alunos na multiplicação.

Em relação à acusação de António Augusto Lopes, de que Nabais utiliza as citações de diversos autores fora do contexto retirando-lhes autenticidade, este responde que se trata de uma acusação grave, que não tem validade nem consistência. Para o demonstrar, volta a transcrever a citação de Dienes que tinha apresentado no artigo, na parte que se refere ao universo dos factores na multiplicação e compara-as com o que afirmou. Também sustenta que não aceita as acusações de ter isolado as citações, já que apresentou em fotocópia uma boa parte do trecho que se refere ao assunto. Destaca que nada do que escreveu ultrapassa o sentido das palavras de Dienes e que compete a António Augusto Lopes demonstrar onde e como tinha feito uma má interpretação, devendo para tal utilizar as palavras do próprio Dienes, que contrariam as afirmações apresentadas.

Mas Nabais coloca ainda em causa que António Augusto Lopes consiga demonstrar que Dienes afirma o contrário do que foi escrito no artigo. Acusa-o então de utilizar artifícios e de se situar num plano de abstracção diferente, para poder tirar conclusões que, embora certas nesse plano de abstracção, possam estar em contradição com as palavras de Dienes citadas.

Para Nabais o problema deve ser colocado no plano real, onde situa os exemplos de produto cartesiano apresentados por António Augusto Lopes e não no plano abstracto dos números. Para exemplificar, questiona se não existem conceitos que pertencem ao mesmo universo abstracto, mas que se referem a universos reais diferentes, dando mais uma vez um exemplo de carácter linguístico:

> Nas proposições "Este homem é engenheiro" e "A zebra é herbívora", os conceitos "homem e zebra", "engenheiro e herbívora" pertencem, sem dúvida, ao mesmo universo – o universo dos conceitos abstractos! -; mas é claro que se referem a universos reais diferentes. (Nabais, 1968, p. XIX)

Nabais defende desta forma que, mesmo na Matemática, o facto de vários conceitos pertencerem ao mesmo universo dos conceitos abstractos, não se pode

trabalhar com eles sem ter em conta os universos reais a que se referem. Apresentando um exemplo da Matemática, Nabais afirma que se "os factores do produto 2 x 3 pertencem, na verdade, ao mesmo universo abstracto, o dos factores; mas referem-se a universos reais diferentes." (1968, p. XX). Para exemplificar de uma forma mais concreta, recorre ao material Cuisenaire, comparando com as afirmações de Dienes.

> 1ª afirmação de Dienes: "Na adição todos os números se referem ao mesmo universo, o dos conjuntos"
> Pedra encarnada mais a pedra verde (claro)
> 2 + 3
> A primeira parcela e a segunda referem-se ao mesmo universo (pedras Cuisenaire).
> 2ª afirmação de Dienes: "Na multiplicação, certos números referem-se aos conjuntos, e outros aos conjuntos dos conjuntos".
> Em 2 x 3, o multiplicando 3 refere-se à pedra verde, e o multiplicador 2 não se refere a qualquer das pedras Cuisenaire, mas ao número de vezes que a pedra verde está repetida,
> 3ª afirmação de Dienes: "Os dois factores (da multiplicação) não se referem ao mesmo universo".
> Em 2 x 3, o multiplicando 3 refere-se ao universo "pedras Cuisenaire", e o multiplicador 2 ao "conjunto de vezes" que a pedra verde está repetida (universo dos conjuntos).
> Donde se conclui que Dienes tem razão ao afirmar que, na multiplicação, "os dois factores não se referem ao mesmo universo", embora possam pertencer ao mesmo universo abstracto, como defende A. (Nabais, 1968, p. XX)

Nabais conclui então que, tradicionalmente se afirmava que o multiplicando era um número concreto, o multiplicador abstracto e o produto seria da mesma espécie que o multiplicando e que na linguagem dos conjuntos passar-se-ia a dizer que "o multiplicando é um conjunto concreto, o multiplicador um conjunto abstracto e o produto pertencerá ao mesmo universo do multiplicando." (1968, p. XXI).

No final do artigo, Nabais coloca uma questão «Não devendo utilizar-se o produto cartesiano para introduzir a multiplicação, é natural que se pergunte: Como fazer tal introdução em termos de "conjuntos"? Que materiais e processos empregar?» (Nabais, 1968, p. 51, aspas no original). Em resposta a esta pergunta, começa por destacar que o professor pode utilizar qualquer material que rodeie a criança, servindo-se dele para orientá-la, seguindo um esquema que apresenta para uma classe que trabalha com o material "cubos-cor". Em seguida, apresenta um esquema metodológico para trabalhar a multiplicação, com a utilização dos "cubos-cor".

No final do parecer, António Augusto Lopes chama a atenção para que Nabais não é ”licenciado em Matemática” o que explica, a seu ver, “a maneira aparentemente rude como julga e põe em causa o trabalho de outras pessoas, a par da destreza fácil com que maneja certos conceitos.” (Em Nabais, 1968, p. IX). No entanto, refere que admira Nabais na sua luta, mas que neste caso específico pensa que ele se deixou apaixonar. Termina o seu parecer com uma crítica, afirmando que aquele número especial de Nabais «sobre – “O ENSINO DA MATEMÁTICA” não acrescenta nada de positivo aos problemas em aberto.» (Lopes em Nabais, 1968, p. IX, aspas e maiúsculas no original).

Quanto a este parecer final, Nabais (1968) salienta que “se é mau, numa floresta, não reparar na sombra das árvores, pior será não ver mais que sombras...” (p. XXIV). Acrescenta ainda que, ao fazer os reparos em relação à multiplicação está certo de não ter:

> “metido a foice em seara alheia”: Se os dois pontos em discussão pertencem à seara da Matemática, o modo de os apresentar aos alunos tem larga repercussão nos aspectos psicológicos e pedagógicos da aprendizagem, – seara esta que não nos é de todo estranha. (Nabais, 1968, p. XXIV, aspas no original)

Nabais tenta assim rebater a questão levantada por António Augusto Lopes, sobre o facto de não ser licenciado em Matemática e por isso poder cometer erros na abordagem aos conteúdos desta disciplina. Nesta resposta, Nabais situa o seu campo de intervenção no campo da psicopedagogia, aplicada ao ensino/aprendizagem da Matemática.

Em resumo

Nesta polémica em torno do ensino da multiplicação, destacam-se dois temas: a ordem de apresentação do multiplicando e do multiplicador na representação horizontal desta operação e a utilização do produto cartesiano como forma de introdução à multiplicação.

Em ambos os temas, estes dois autores parecem apresentar argumentos que se situam em planos de discussão diferentes. No primeiro caso, em relação à ordem de apresentação do multiplicando e do multiplicador na representação horizontal desta

operação, Nabais apresenta argumentos mais relacionados com uma exposição didáctica. Neste sentido, defende que a ordem pela qual apresentamos o multiplicador e o multiplicando ao aluno, deve reflectir a forma mais utilizada na linguagem oral comum, ou seja, na linguagem comum dizemos mais correntemente "dois conjuntos de três pardais" que Nabais defende que se devem representar por "2 x 3", do que "três pardais que se repetem por duas vezes". Ao defender este ponto de vista mais didáctico, Nabais parece incorrer em alguns erros do ponto de vista formal da Matemática, que lhe são apontados por António Augusto Lopes. Para este último autor, e de um ponto de vista matemático, é tão correcto utilizar primeiro o multiplicando e depois o multiplicador, como o contrário. Nabais, ao tentar rebater os argumentos de António Augusto Lopes, utiliza exemplos de operações que não têm a propriedade comutativa, como a divisão e a subtracção, tentando assim provar o absurdo dos argumentos de António Augusto Lopes. O facto de Nabais querer convencionar uma nova forma de apresentar horizontalmente a multiplicação é também criticada por António Augusto Lopes de um ponto de vista didáctico, argumentando que deve ser o aluno a fazer a opção de como quer representar a multiplicação, devendo apenas o professor pedir que depois de fazer essa opção, o aluno seja coerente. Para António Augusto Lopes, o facto de o aluno trabalhar as expressões "2 x 3 e 3 x 2" compreendendo que representam o mesmo ser, o cardinal do conjunto de onde partiram, permite também uma exploração didáctica mais rica, porque assim o aluno fica com a noção que existem duas operações distintas, a reunião de conjuntos cardinais e disjuntos e a adição de parcelas iguais.

Quanto à introdução da multiplicação através do produto cartesiano, Nabais e António Augusto Lopes também parecem situar-se em planos diferentes. Nabais situa-se num plano de iniciação da multiplicação com alunos do Ensino Primário, onde defende, tal como acontece nas metodologias dos materiais didácticos desenvolvidos por si próprio, que esta iniciação seja feita essencialmente pela reunião de conjuntos disjuntos equicardinais, o que para Nabais não é representado pelo produto cartesiano. António Augusto Lopes parece situar-se num ponto de vista de trabalho com alunos de outros níveis de escolaridade, que não o Primário e, embora aceitando a ideia de que pode ser posta em causa a iniciação da multiplicação através do produto cartesiano, defende que "a introdução do conceito de produto cartesiano não tem em vista especialmente o servir de suporte à multiplicação de números inteiros; ele serve igualmente à adição e a outras matérias que, de momento, não importa referir." (Lopes em Nabais, 1968, p. VIII)

As ideias aqui expressas por Nabais sobre o ensino da multiplicação, marcam todo o seu discurso posterior, registado nas diversas metodologias, principalmente a ideia da forma de representar a multiplicação na horizontal.

CAPÍTULO VII – CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo começo por apresentar uma síntese do estudo realizado. De seguida apresento as conclusões, de acordo com as questões que foram colocadas no início deste trabalho. Ao longo do estudo foram feitas algumas reflexões sobre o seu desenvolvimento, que permitiram verificar algumas limitações do mesmo. Deste modo, apresento também neste capítulo algumas limitações que foram identificadas assim como algumas recomendações que me parecem ser pertinentes, a partir do estudo efectuado.

Síntese do estudo

Com este trabalho, onde apresentei um estudo que se situa no âmbito da pesquisa sobre a História do Ensino da Matemática em Portugal, pretendo contribuir para o conhecimento das inovações curriculares e didácticas produzidas no ensino da Matemática, no Ensino Primário em Portugal, no contexto do Movimento da Matemática Moderna. Para desenvolver o meu estudo, limitei o intervalo de tempo ao período compreendido entre o início da década de 1960 e meados da década de 1980 (1960 a 1987). Tendo em vista este objectivo, centrei o meu estudo no desenvolvimento do ensino da Matemática numa instituição de ensino privado da região de Lisboa: o Colégio Vasco da Gama e o papel do seu fundador, João António Nabais, no ensino da Matemática no Primário. No desenvolvimento do estudo foquei-me em quatro aspectos centrais do trabalho de João António Nabais, no âmbito do ensino da Matemática: o pensamento pedagógico de João António Nabais para o ensino da Matemática no Ensino Primário, o desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos e os cursos de formação de professores, organização de Programas Próprios e debates sobre o ensino da Matemática em que João António Nabais terá participado. A definição do período em estudo está relacionada com a data de fundação do Colégio, em 1960 e o início da implementação dos Programas Próprios no colégio, no ano lectivo de 1986/1987.

Deste modo, o estudo foi orientado pelas seguintes questões: Quando é que surgem as primeiras influências do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário? Que papel teve o pedagogo Nabais, fundador do Colégio Vasco da Gama, na

introdução das ideias do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário em Portugal? Que inovações curriculares e didácticas foram introduzidas por este pedagogo no ensino da Matemática nesta instituição, que reflictam as ideias do Movimento da Matemática Moderna? Que influência teve esta instituição, e o seu fundador, na formação de professores do Ensino Primário em Portugal, desde o início da década de 1960 até aos anos 1980, no contexto da Matemática Moderna? Que tipo de referências da Matemática Moderna tinha João António Nabais, o fundador deste Colégio?

Tendo em conta os objectivos do estudo, optei por fazer uma abordagem no âmbito da história cultural. Deste modo, ao seleccionar os documentos para o desenvolvimento do trabalho, tive o cuidado de não seleccionar apenas documentos que exprimissem as intenções. No caso da divulgação dos materiais didácticos e da formação de professores com os cursos Cuisenaire e de introdução à Matemática Moderna, para além de analisar documentos que fornecem informações sobre a sua realização, as pessoas envolvidas, as datas e os locais, recolhi documentos que me permitiram fazer uma reconstituição do que aconteceu nesses cursos. Assim, fiz uma análise dos livros de metodologia organizados por Nabais, que também serviam de orientação aos cursos, em confronto com os livros em que Nabais se baseou. Analisei cadernos de apontamentos de professores que participaram nesses cursos e ainda recolhi depoimentos orais desses professores, que permitiram esclarecer algumas dúvidas.

Em relação ao desenvolvimento dos Programas Próprios, para além de analisar a produção escrita de Nabais sobre os programas do Ensino Primário e o texto do Projecto de Programas Próprios desenvolvido por Nabais em 1987, entrevistei também pessoas que estiveram envolvidas na implementação destes programas no Colégio Vasco da Gama e pessoas que estiveram envolvidas no desenvolvimento destes Programas Próprios de Nabais, noutras instituições de ensino.

Em relação ao desenvolvimento do pensamento pedagógico de Nabais, no que diz respeito ao ensino da Matemática no Primário, utilizei essencialmente textos escritos pelo próprio Nabais em diversos momentos da sua vida.

Relativamente à polémica sobre o ensino da multiplicação, que Nabais teve com António Augusto Lopes, utilizei como fonte a correspondência que os dois trocaram sobre o assunto e que foi publicada por Nabais na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, de 1968.

Assim, no desenvolvimento do estudo, baseei-me essencialmente em três tipos de fontes primárias:

- Documentos escritos, onde se incluem os documentos produzidos pelo próprio Nabais, como os artigos publicados na revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, as metodologias publicadas por este autor para os materiais didácticos desenvolvidos, artigos escritos para a imprensa, comunicações apresentadas em conferências e compilações de artigos de imprensa escritos por este autor, documentos legais do Colégio Vasco da Gama, documentos escritos, relacionados com os locais onde Nabais desenvolveu actividades no âmbito do ensino da Matemática, como os Relatórios de Contas de instituições como a Associação de Jardins de Escolas João de Deus. Este tipo de documentos foi útil, para fazer o cruzamento com as informações recolhidas a partir de outras fontes.

- Depoimentos orais, tendo entrevistado duas professoras que trabalharam no Colégio Vasco da Gama e que frequentaram os cursos promovidos por Nabais no âmbito da divulgação das metodologias associadas aos materiais. Uma das professoras trabalhou com Nabais, no Colégio, desde a sua inauguração, e a outra professora trabalhou no Colégio na fase de implementação dos Programas Próprios. Também entrevistei o actual director do Colégio Vasco da Gama, Inácio Casinhas e a professora Leonida Faria, actual responsável pelo 1º ciclo do ensino básico do Colégio Campo de Flores e que acompanhou a implementação dos Programas Próprios nesse colégio Também utilizei depoimentos orais de um antigo professor do Magistério Primário de Lisboa e de Francelino Gomes, um dos responsáveis pelo desenvolvimento do projecto de Inovação do Ensino da Matemática no Ensino Primário, do Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian. Estes depoimentos orais foram encarados como uma fonte adicional, tendo as informações recolhidas através destes depoimentos sido trabalhadas em cruzamento com as informações recolhidas através das fontes escritas.

- Documentos materiais, como os materiais didácticos desenvolvidos por Nabais e registos fotográficos, do arquivo pessoal de professores que trabalharam com Nabais.

Para enquadrar o trabalho desenvolvido por Nabais no Colégio Vasco da Gama, procedi à análise das intenções expressas para o ensino da Matemática, ao nível dos programas oficias do Ensino Primário da época e ao nível dos programas de formação de professores, nas escolas do magistério Primário. A análise destes documentos, que representam as intenções assumidas, explicitamente ou implicitamente, por aqueles que coordenam um determinado nível de ensino, permitiu-me confrontar o que se passava

ao nível das intenções oficiais relativamente ao ensino da Matemática, neste nível de ensino, com o que se passava no Colégio Vasco da Gama, ao nível do ensino da Matemática, na mesma época.

Para além deste enquadramento sobre o processo de intenções no ensino oficial, fiz também um levantamento de algumas iniciativas que ocorreram no Ensino Primário, no contexto da Matemática Moderna e que foram descritas em revistas de imprensa pedagógica ou nos cadernos de apontamentos de Didáctica de Aritmética dos professores das escolas do magistério Primário.

Conclusões do estudo

Influências do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário

Nos documentos analisados, as primeiras referências a trabalhos realizados em Portugal no Ensino Primário que revelam influências da Matemática Moderna no ensino da Matemática, parecem estar centrados no trabalho desenvolvido por Nabais no Colégio Vasco da Gama e no Centro de Psicologia Aplicada à Educação, nas escolas do magistério Primário, no Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, na Cooperativa de Ensino A Torre e mais tarde nos programas do Ensino Primário.

No Colégio Vasco da Gama, Nabais desenvolve a partir do ano lectivo de 1960/1961 um trabalho de experimentação e divulgação do material Cuisenaire, que o leva mais tarde ao desenvolvimento de diversos materiais didácticos e ao desenvolvimento de Programas Próprios, que incluem a área de Matemática[129].

Apesar dos Programas das Escolas do Magistério Primário terem permanecido inalterados desde 1943, sendo definidos pelo Decreto 32 629, de 16 de Janeiro de 1943, e de ter existido apenas um ajustamento do plano de estudos, com o Decreto-Lei 43 369, de 2 de Dezembro de 1960, os professores responsáveis pela disciplina de Didáctica Especial, mais tarde Didáctica Especial B, onde era abordada a Didáctica da Aritmética, foram fazendo diversas alterações nos cadernos de apontamentos que editaram ao longo da década de 1960. Através da análise desses cadernos de apontamentos de Didáctica de Aritmética foi possível verificar a existência de algumas iniciativas tendo em vista a

[129] O trabalho desenvolvido por Nabais no Colégio Vasco da Gama, será discutido, de uma forma mais aprofundada, mais adiante nestas conclusões.

actualização do ensino da Matemática, de acordo com as ideias do MMM. Em 1963, nos apontamentos *Didáctica Especial: apontamentos de Aritmética*, do professor António Fortunato Queirós do Magistério de Portalegre, surgem referências à utilização do material Cuisenaire, sendo o livro de Caleb Gattegno *O Zeca já pode aprender Aritmética*, na sua tradução portuguesa, a principal referência utilizada.

Em 1967, o professor Moreirinhas Pinheiro, do Magistério de Lisboa, também introduz no seu trabalho de apontamentos para a Didáctica Especial, *Introdução à Didáctica Especial*, uma adenda manuscrita, com uma abordagem à teoria dos conjuntos baseada no material de Dienes, os Blocos Lógicos. No entanto, este mesmo professor refere em depoimento oral (2007, 31 de Maio) que anteriormente já tinham sido efectuadas experiências de introdução do material Cuisenaire na Didáctica da Aritmética do Magistério Primário de Lisboa.

Também ao nível dos apontamentos de Didáctica da Aritmética, em 1970 é editado um manual de apontamentos de Didáctica do Cálculo, de autoria de Gabriel António Gonçalves, professor da Escola de Magistério do Porto, que apresenta um capítulo dedicado à Matemática Moderna. Ainda nesta *Didáctica do Cálculo* são apresentadas as metodologias de materiais didácticos como o Cuisenaire e os Blocos Lógicos.

No que diz respeito ao projecto de Modernização da Iniciação na Matemática no Ensino Primário, desenvolvido pelo Centro de Investigação Pedagógica da Fundação Calouste Gulbenkian, o seu desenvolvimento também tem início em instituições do ensino particular da região de Lisboa. Neste projecto o trabalho centra-se na exploração de materiais estruturados, principalmente dos Blocos Lógicos de Dienes.

Só em 1969 é que se dá início ao alargamento do projecto de Modernização da Iniciação da Matemática Moderna no Ensino Primário ao ensino oficial, com a inclusão de duas escolas oficiais da região de Lisboa, mas respeitando os programas oficiais em vigor na época. No entanto, esta inclusão só se efectiva já no decorrer do 2º período do ano lectivo de 1972/1973, com o alargamento deste projecto a turmas da Escola Masculina Oficial de Algés e da Escola Oficial de Paço de Arcos. Este alargamento coincide já com o período de Veiga Simão como ministro da Educação que, de acordo com Abreu e Roldão (1989), tenta a partir de 1970 constituir um sistema de ensino mais inovador e coerente. Esta reforma é definida na Lei n.º 5/73, e é normalmente conhecida por Reforma Veiga Simão.

É já na década de 1970, que a Direcção-Geral do Ensino Básico apresenta um projecto de remodelação dos programas do Ensino Primário Elementar, para a introdução da chamada Matemática Moderna no nível Primário. Um esquema desse projecto de remodelação é apresentado na 2ª edição da *Didáctica do Cálculo*, de Gabriel António Gonçalves, e é possível verificar a semelhança com o esquema programático apresentado mais tarde nos Programas do Ensino Primário de 1974-1975. De acordo com Gonçalves (1972) teria funcionado uma classe experimental deste projecto, no ano lectivo de 1972-1973, em algumas escolas. Este autor menciona ainda a organização de cursos de monitores, em Lisboa e no Porto, para a preparação e orientação de regentes destas classes experimentais. Nos apontamentos retirados das sugestões destes cursos, e publicados por Gabriel Gonçalves na *Didáctica do Cálculo* de 1972, é possível verificar que o conteúdo central é a introdução aos conjuntos.

Logo após o 25 de Abril de 1974, os Programas do Ensino Primário Elementar de 1968 são remodelados, sendo organizados os Programas do Ensino Primário de 1974-1975. Apesar de no programa de 1968 surgir a expressão "conjuntos de objectos", em substituição da expressão "grupo de objectos", que poderá estar ou não relacionada com trabalhos efectuados no âmbito da Matemática Moderna e da Teoria dos Conjuntos, onde a palavra "grupo" assume um significado diferente daquele que é expresso no programa de 1960, é nestes programas de 1974-1975 que se assiste a uma renovação da disciplina de Matemática, neste nível de ensino, e se assume explicitamente uma influência da Matemática Moderna. Nestes programas de 1974-1975 são apresentados dois programas de Matemática, **A** e **B**, para a 1ª classe do Ensino Primário. O programa **A** é resultante de uma adaptação realizada no programa de 1968 e o programa **B** é assumidamente elaborado na linha das Matemáticas Modernas. Apesar de no texto dos programas não ser explícito a quem caberia a opção de trabalhar um ou outro programa, parece estar implícito que esta opção seria tomada individualmente pelo professor, já que se pede a todos os professores que adiram ao programa **B,** que o comuniquem directamente, e com celeridade, à Direcção-Geral do Ensino Básico, para que possam receber o apoio conveniente. Este tema da Teoria dos Conjuntos continua presente nos programas do Ensino Primário ao longo da segunda metade da década de 1970, e constitui ainda um tema em destaque nos Programas do Ensino Primário de 1980, programa que está em vigor até ao início da década de 1990.

Papel de Nabais e o trabalho desenvolvido no Colégio Vasco da Gama, na introdução e divulgação de ideias ligadas ao MMM no Ensino Primário

Ao nível do Colégio Vasco da Gama e do Centro de Psicologia Aplicada à Educação, Nabais desenvolve a partir de 1960/1961 uma experiência de introdução do material Cuisenaire no ensino da Matemática no Primário. Em 1962, Nabais organiza o primeiro curso de iniciação ao método Cuisenaire, que conta com a presença e orientação de Caleb Gattegno. A partir desta data, desenvolve um amplo trabalho de divulgação do método, com a realização de diversos cursos um pouco por todo o país que contam com uma larga adesão de professores dos diversos níveis de ensino.

Ao nível das publicações Nabais também desenvolve um extenso trabalho, com a revisão de traduções de obras relacionadas com o ensino da Matemática, como é o caso do livro *O Zeca já pode aprender aritmética: guia para o método dos números em cor*, que parece influenciar diversos professores autores de cadernos de apontamentos de Didáctica de Aritmética das escolas do magistério Primário, no princípio da década de 1960, ou o caso do livro *Lições Programadas de Matemática Moderna – Para Compreender e Representar os Conjuntos*, que é uma tradução de um livro cujo autor está apenas identificado pelas iniciais E.H.C. Este livro desenvolve um curso com lições programadas de Matemática Moderna, que chega a ser experimentado por Nabais em Portugal.

A par da organização destas traduções, começa a desenvolver material didáctico.

Papel de Nabais na formação de professores Primários no âmbito do ensino da Matemática

Uma das preocupações centrais de Nabais, que é possível identificar nos seus documentos escritos e é confirmada por depoimentos orais de professores que trabalharam com este pedagogo e pelos registos que foi possível analisar do seu trabalho, prende-se com a formação de professores do Ensino Primário. Embora a preocupação de Nabais com a formação de professores deste nível de ensino não se restrinja à área da Matemática, esta parece ser uma área de formação pela qual este autor manifesta um especial interesse. Esta preocupação não se refere apenas à

formação inicial, mas centra-se essencialmente na formação contínua destes professores. Apesar do início da década de 1960 ser marcado por algumas medidas que tinham a intenção de alterar a situação da educação em Portugal, nomeadamente ao nível da formação de professores, de acordo com Almeida (1981) só a partir da segunda metade da década de 1970 são tomadas medidas para incentivar os professores a fazerem formação contínua, tanto através das escolas do magistério Primário, como através de entidades privadas, como os sindicatos ou o Movimento da Escola Moderna. Algumas dessas medidas passam pela existência de tempos nos horários dos professores para a realização das acções de formação. É portanto, num contexto de pouco incentivo às formações em serviço, que Nabais começa a desenvolver o seu trabalho no âmbito da formação de professores, com os cursos de *Iniciação no Método Cuisenaire no Ensino da Matemática*. Embora o pouco incentivo das entidades oficiais para este tipo de formação, de acordo com Casinhas (depoimento oral, 2007, 9 de Novembro) e Tavares (depoimento oral, 2007, 14 de Maio), Nabais consegue o apoio do Ministério da Educação, podendo os professores pedir a dispensa das actividades escolares para poderem assistir aos cursos organizados por Nabais. Em relação ao primeiro curso de iniciação ao método Cuisenaire, esse apoio é confirmado por um ofício do Ministério da Educação Nacional, de 1962.

Embora exista uma grande dispersão geográfica dos cursos, é possível notar a incidência que eles tiveram na Associação de Escolas João de Deus, principalmente ao nível da formação de educadoras e professores do Ensino Primário.

Papel de Nabais no desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos para o ensino da Matemática

Para Nabais, os materiais didácticos assumem uma enorme importância no Ensino da Matemática, no Primário, como forma de concretizar a construção dos conceitos matemáticos. A partir do início da década de 1960 é explicitada no seu discurso, uma oposição ao que considera ser o ensino tradicional da Matemática, que classifica de dedutivo, memorizado, mecanizado e baseado em símbolos e fórmulas construídos de uma forma dedutiva. Esta ideia da necessidade de utilização de materiais didácticos no Ensino da Matemática é bastante comum, no início da década de 1960. Esta ideia é já mesmo anterior e o próprio material Cuisenaire é desenvolvido e

divulgado a partir de 1952, e só mais tarde é apropriado, embora de uma forma nem sempre consensual, pela Matemática Moderna.

Para Nabais, os materiais didácticos não podem servir apenas para o professor fazer demonstrações, os alunos devem ter oportunidade de manipulá-los e descobrirem por si próprios os conhecimentos matemáticos. Com a utilização dos materiais, Nabais reserva para a actuação do professor um novo papel, o de orientador das aprendizagens. Assim, para este pedagogo, é a partir de experiências pessoais, individuais e concretas que o aluno desenvolve uma aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Esta ideia da construção do conhecimento pelo sujeito está contextualizada no construtivismo, ao qual estão associadas as ideias de Piaget, nomeadamente com os trabalhos desenvolvidos sobre a construção do número pela criança. Nabais parece assim enquadrar o seu trabalho nos dois princípios que Klipatrick (1987) atribui à visão construtivista: o conhecimento é construído activamente pelo sujeito e não é recebido passivamente do meio; conhecer é um processo adaptativo que organiza o mundo experiencial de cada um.

Sentindo essa necessidade de recurso a materiais didácticos no ensino da Matemática, Nabais entra em contacto com o divulgador do material Cuisenaire, Caleb Gattegno. É assim que a partir de 1960 se iniciam as experiências pedagógicas com este material no Centro de Psicologia Aplicada à Educação e no Colégio Vasco da Gama. Este material didáctico é apresentado por Nabais como potenciador do desenvolvimento das ideias e princípios da Escola Activa, nomeadamente em relação ao princípio da descoberta e ao papel do professor.

A partir de 1962 iniciam-se os cursos de divulgação do material Cuisenaire junto de professores de todo o país. No início, os cursos são especificamente de introdução à metodologia do material Cuisenaire. Só a partir de 1965 os cursos passam a ter também a denominação de *Introdução à Matemática Moderna*. Esta fase coincide com uma viagem de Nabais aos Estados Unidos da América, onde este frequenta um curso de Matemáticas Modernas. É também nesta fase que Nabais centra o seu interesse no ensino programado e que desenvolve alguns materiais didácticos, como os Cubos – Barras de cor, a partir de adaptações feitas do material Cuisenaire e o Calculador Multibásico.

No final da década de 1960 e ao longo da década de 1970, Nabais realiza um intenso trabalho de divulgação destes materiais desenvolvidos por si, com a realização

de cursos em diversas localidades de Portugal Continental, no arquipélago dos Açores e da Madeira.

Inovações didácticas e curriculares introduzidas no ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama

Em 1966 e 1967, quando Nabais desenvolve os materiais didácticos Calculador Multibásico e Cubos – Barras de cor, e as respectivas metodologias, e os introduz na prática do ensino da Matemática, no Primário, no Colégio Vasco da Gama, os programas deste nível de ensino em vigor eram os Programas do Ensino Primário de 1960, aprovados pelo Decreto-Lei nº 42 994, publicado no «Diário do Govêrno» nº 125, 1ª série, de 28 de Maio de 1960. Embora as metodologias desenvolvidas por Nabais não constituam um programa para esta disciplina, é possível comparar as propostas metodológicas apresentadas por Nabais para alguns dos temas matemáticos, com o que era prescrito no programa oficial, assinalando-lhe diferenças e semelhanças. É de referir que nos documentos das metodologias analisados não existem referências a temas como as Grandezas e Medidas, ou a resolução de problemas, razão pela qual não foi possível analisar as propostas para esses temas. É também preciso referir que as propostas são encaradas por Nabais como uma forma diferente de explorar alguns conteúdos do programa oficial, ou então como um complemento a esse mesmo programa, e que, segundo antigas professoras do Colégio que foram entrevistadas neste trabalho, os programas oficiais nunca deixaram de ser trabalhados no Colégio Vasco da Gama.

No que diz respeito aos materiais didácticos a utilizar no ensino da Matemática, Nabais faz uma opção pelos materiais estruturados, nos quais centra muitas das propostas apresentadas para o desenvolvimento desta disciplina, enquanto que no programa de 1960 os materiais referidos são essencialmente os não estruturados, associados às contagens, como o feijão e o grão ou no desenvolvimento do tema das Medidas e Grandezas, com a utilização dos instrumentos de medida.

Em relação à Teoria dos Conjuntos, no programa de 1960 não existe qualquer referência a este tema. Nas metodologias apresentadas por Nabais, este é um tema central, sendo utilizado na introdução do estudo do número e na introdução ao estudo das diversas operações como a adição, subtracção, multiplicação e divisão.

No que diz respeito ao Estudo do Número, no trabalho de Nabais sobressai o trabalho com as noções de conjuntos, a partir do qual é destacada a propriedade número e o trabalho desenvolvido com as diferentes bases de numeração, enquanto que no programa de 1960 o número é trabalhado através do estudo monográfico, com a decomposição e decomposição de números, sempre dentro dos limites trabalhados.

Na Adição e Subtracção, Nabais propõe o estudo destas operações, tendo como referência o trabalho com os conjuntos. A adição é trabalhada a partir da "reunião de conjuntos" e a subtracção tendo como base a "diferença de conjuntos". Com os diversos materiais didácticos, Nabais trabalha a subtracção no sentido de tirar e de diferença. Quanto ao trabalho proposto para estas operações, no programa de 1960, baseia-se na composição e decomposição de números, e a introdução é feita através de problemas. Na subtracção distinguem-se os conceitos, ou sentidos, de "tirar" e de "diferença".

No programa de 1960, a multiplicação é trabalhada desde a 1ª classe, como uma "soma de parcelas iguais". Nabais, para a iniciação do estudo desta operação, salienta o trabalho a realizar com os conjuntos, através do que chama de *iteração de conjuntos*. No estudo da multiplicação propõe ainda a exploração do arranjo rectangular e do produto combinatório. No programa de 1960, a divisão é trabalhada desde a 1ª classe, sendo destacados os conceitos, ou sentidos, de "repartir" e de "agrupar". Na proposta de Nabais para a divisão, esta operação é trabalhada a partir dos conjuntos, com o que denomina de *partição de conjuntos*. Nesta proposta é trabalhado essencialmente o sentido de partilha, ou repartir, como é designado no programa de 1960.

Em relação ao trabalho com as fracções e os decimais, no programa de 1960 os decimais são trabalhados desde a 3ª classe, em relação estreita com o estudo das medidas de comprimento (metro e os seus submúltiplos). O estudo das fracções inicia-se na 4ª classe, sendo recomendado um estudo restrito deste conteúdo, baseado em processos intuitivos e na resolução de problemas. Neste programa é destacado o interesse em que seja estabelecida uma relação entre as fracções e as percentagens. Em relação à proposta de Nabais, as fracções são trabalhadas a partir da exploração dos Cubos – Barras de cor, sendo os decimais trabalhados como uma fracção, que depois é representada também por um numeral decimal.

Desenvolvimento dos conteúdos matemáticos nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama

Quando Nabais apresenta o Projecto de Programas Próprios, e começa a implementá-lo no Colégio Vasco da Gama no ano lectivo de 1986/1987, os programas em vigor no Ensino Primário são os Programas do Ensino Primário de 1980. Muitas das propostas apresentadas nos Programas Próprios para a área da Matemática, são resultado do trabalho entretanto desenvolvido no Colégio Vasco da Gama e por isso têm muitas semelhanças com as metodologias propostas por Nabais desde o final da década de 1960. No entanto, os programas do Ensino Primário Oficial sofreram diversas alterações desde a década de 1960 até 1980. Essas alterações também tiveram reflexos diversos no programa da área de Matemática. Por isso, parece também interessante comparar as propostas de Nabais em 1986, com o programa do Ensino Primário em vigor na época.

No que se refere aos materiais didácticos, no Projecto de Programas Próprios, proposto por Nabais, os materiais didácticos explorados continuam a ser os materiais estruturados, como os Cubos – Barras de cor e o Calculador Multibásico. No Programa do Ensino Primário de 1980, as referências aos materiais encontram-se nas actividades sugeridas, onde são referidos os instrumentos de medida, metro, balança, relógio. Também são referidos o compasso (apenas quando exista), a régua e o esquadro.

Em relação ao tema da Teoria dos Conjuntos, no Programa do Ensino Primário de 1980 é um tema, explorado nos 1º e 3º anos, a partir do qual se faz a iniciação ao estudo do número e das operações. Nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama a Teoria dos Conjuntos continua a ser a forma utilizada para fazer a iniciação ao estudo do número e às operações. Neste tema é explorada a correspondência dos elementos de dois conjuntos, as relações de pertença e não pertença e a equivalência de conjuntos.

No que diz respeito ao estudo do número, ambos os programas trabalham este tema a partir da teoria dos conjuntos. É de destacar nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, a importância dada ao estudo das diferentes bases de numeração, que no programa oficial não é referido, e a exploração de sistemas de numeração como o grego e o romano, quando no programa do Ensino Primário Oficial só é explorada numeração romana.

Na Adição e Subtracção, os Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama partem das operações entre conjuntos, para depois trabalhar estas duas operações, o que

também acontece no Programa do Ensino Primário de 1980. É de destacar nos Programas Próprios a importância atribuída à exploração de materiais didácticos estruturados e à exploração destas duas operações em diferentes bases.

Nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, tanto a iniciação à multiplicação, como a iniciação à divisão são feitas no 1º ano de escolaridade com recurso ao trabalho com conjuntos. Em relação à divisão é privilegiado o sentido de partilha. No que diz respeito ao trabalho com o algoritmo da divisão, a iniciação é feita através das subtracções sucessivas. Também com estas duas operações são trabalhadas diferentes bases de numeração. Nestes programas destaca-se o trabalho com os factores e os divisores dos números, assim como o trabalho com a potenciação. No programa oficial o estudo da multiplicação é iniciado no 2º ano de escolaridade e a divisão no 3º ano, sendo privilegiada a relação entre estas duas operações. São destacados dois sentidos para a divisão, o de partilha e o de conteúdo.

Nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama o estudo das fracções tem início no 1º ano, através do trabalho com os Cubos – Barras de cor. A décima é trabalhada como uma fracção, não sendo explícita a forma como é estabelecida a relação com o numeral decimal. A décima também é explorada em relação às medidas de comprimento. Nestes Programas Próprios as fracções são trabalhadas em diferentes bases de numeração, das binárias às decimais, sendo utilizado o Calculador Multibásico para concretizar esse trabalho. No programa do Ensino Primário Oficial as fracções são trabalhadas a partir do 3º ano de escolaridade, como uma forma de trabalhar os decimais. É sugerido que os alunos vão trabalhando coma noção de metade, terça – parte, quarta – parte, até à décima parte. Em relação ao trabalho com a metade, terça – parte não existem referências sobre a notação a utilizar. Neste programa, os decimais são abordados no contexto do estudo dos números e em relação com o estudo das medidas.

No que diz respeito às Grandezas e Medidas, nos Programas Próprios inicia-se o estudo deste tema, recorrendo às medidas não estandardizadas. As medidas de comprimento são posteriormente trabalhadas a partir dos Cubos – Barras de cor, sendo as barras Laranja e Branca utilizadas, respectivamente, como decímetro e centímetro. As medidas de área e de volume também são trabalhadas com o recurso a este material e é estabelecida uma relação entre estas medidas e a potenciação. Nos programas do Ensino Primário Oficial, cada uma das unidades de medida constitui um tema

independente. Desde o 1º ano são trabalhadas as medidas de comprimento, área, volume/capacidade, tempo e ordem e dinheiro. Este estudo é iniciado com unidades não estandardizadas, sendo posteriormente introduzidas as unidades padrão de cada uma das medidas.

Nos Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama, a Geometria é estudada em diversas unidades de trabalho, não existindo uma unidade específica para este tema. São trabalhadas noções como as formas geométricas, o interior, exterior e fronteira, as linhas curvas e linhas rectas e as linhas poligonais abertas e fechadas. No que diz respeito ao programa do Ensino Primário Oficial, a Geometria é tratada no tema: estruturação do espaço e elementos fundamentais de geometria. Os conteúdos trabalhados são as linhas abertas e fechadas, o interior/exterior, esquerda/direita, cima/baixo, segmentos de recta, figuras simétricas, polígonos e ângulos, sólidos geométricos, nível bolha de ar, fio-de-prumo e plantas.

Desta análise ressaltam alguns aspectos inovadores introduzidos por Nabais nas práticas do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama.

Um dos aspectos que mais se destaca é o recurso aos materiais didácticos estruturados. Tanto no Programa do Ensino Primário de 1960, como no de 1980, a maioria dos materiais sugeridos são os não estruturados. No entanto, Nabais, para além de realizar trabalho no desenvolvimento e divulgação de materiais didácticos, opta também por desenvolver metodologias para materiais, que assumem um papel central no ensino da Matemática desenvolvido no ensino Primário do Colégio Vasco da Gama.

Outro aspecto inovador, especialmente quando em comparação com o programa oficial de 1960, é a introdução do trabalho com conjuntos. Através da exploração de materiais como os Cubos – Barras de cor e o Calculador Multibásico, Nabais faz uma abordagem aos conjuntos, através dos quais faz a iniciação ao estudo do Número e ao estudo das diferentes operações aritméticas.

Um último aspecto que se destaca é o trabalho efectuado com as diferentes bases de numeração. Nabais, através da exploração do Calculador Multibásico, inicia o estudo da numeração pela base 2, até chegar à base 10.

Referências teóricas de João António Nabais

No desenvolvimento do trabalho de Nabais no âmbito do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama e nos cursos de divulgação dos materiais didácticos para o ensino desta disciplina, existem essencialmente três referências teóricas que se intersectam. Por um lado, no papel que reserva para o professor e para o aluno no ensino/aprendizagem da Matemática, Nabais aborda as ideias da Escola Nova defendendo uma concepção puerocêntrica da educação, centrando a actividade escolar no aluno. Por outro lado, as ideias ligadas à Matemática Moderna e ao construtivismo, constituem referências no trabalho de Nabais quando este defende que a aprendizagem da Matemática é uma construção individual do aluno, e que este deverá descobrir por si próprio os conceitos fundamentais que constituem as estruturas lógicas da Matemática. O terceiro vértice destas referências é o ensino programado, de base comportamentalista, que de alguma forma contrasta com as ideias do construtivismo, e que revela influências desenvolvidos nos Estados Unidos da América e a importância que Nabais atribui aos avanços tecnológicos no ensino/aprendizagem da Matemática. Nesse campo, Nabais defende um ensino programado do tipo semi-ramificado, com uma programação adaptada a cada aluno. Nabais relaciona este ensino programado com o que designa por "Matemáticas Modernas", salientando que eram estas matemáticas que possibilitavam o avanço tecnológico a que se assistia na época.

Limitações

Uma primeira limitação, que também se prende com uma dificuldade sentida por mim ao longo do estudo, está relacionada com a definição do objecto de estudo. Ao fazer uma abordagem ao desenvolvimento do ensino da Matemática no Colégio Vasco da Gama, destacando o papel central do seu fundador João António Nabais, delimitei o problema em estudo. No entanto, a análise global do ensino desta disciplina numa instituição envolve uma complexidade que tornou difícil uma análise densa de todos os documentos recolhidos.

Outra limitação prende-se com o facto de que as fontes escritas utilizadas serem na maioria do próprio Nabais, não tendo sido possível encontrar muitos registos escritos, com uma visão exterior aos acontecimentos, ou seja, de alguém de fora do colégio. Isto acontece porque, segundo o actual director do Colégio Vasco da Gama,

Inácio Casinhas, os processos de inovação que Nabais desenvolveu no Colégio Vasco da Gama, nomeadamente com a introdução dos materiais didácticos, como o material Cuisenaire, e mais tarde com os materiais didácticos desenvolvidos por si próprio, como os Cubos - Barras de Cor e o Calculador Multibásico e ainda com o desenvolvimento e implementação dos Programas Próprios não terem sido objecto de uma avaliação profunda por parte de entidades exteriores ligadas ao Ministério da Educação, e por isso não existirem relatórios disponíveis sobre essas experiências e inovações. Esta circunstância limitou a possibilidade de cruzamento de informações entre as vários fontes.

Ainda em relação aos documentos escritos por Nabais, outra limitação é a descontinuidade temporal existente entre os diversos documentos. Ou seja, existem intervalos de tempo grandes e irregulares entre cada documento. Um exemplo deste aspecto é a irregularidade da publicação da revista *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*. Também no que diz respeito aos documentos produzidos por Nabais, um outro aspecto que dificultou a análise foi o facto de muitos dos documentos não estarem datados e, noutros casos, o autor não estar referido.

Em relação às primeiras influências do MMM no Ensino Primário é de realçar que, apesar de ao longo do desenvolvimento deste estudo terem sido identificados alguns grupos de trabalho, muito provavelmente terão ficado outros por identificar. Como foi possível observar, a introdução das ideias do Movimento da Matemática Moderna no Ensino Primário não se fez inicialmente a partir do ensino oficial, nem de uma forma centralizada, mas sim através de iniciativas mais ou menos alargadas no ensino particular. Desta forma, poderão existir outros grupos a desenvolver trabalhos paralelamente aos que foram identificados neste estudo e que não foram aqui referidos.

Recomendações

A falta de estudos relacionados com a História do Ensino da Matemática no Ensino Primário leva a que exista um desconhecimento sobre o que foi o ensino desta área neste nível de ensino: a forma como evoluiu, que tipo de alterações foram feitas ao nível dos conteúdos, que papel tinha a Matemática no Ensino Primário, que materiais eram recomendados para o ensino desta disciplina e quais as personagens que influenciaram o desenvolvimento desta disciplina no Ensino Primário. Essa falta de conhecimento leva a que não exista uma perspectiva histórica nas diversas discussões

que se desenvolvem sobre este tema, desde as discussões curriculares, às discussões didácticas. Parece-me assim essencial que sejam produzidos trabalhos de investigação sobre o ensino desta disciplina, neste nível de ensino, que tenham uma perspectiva histórica. Estes trabalhos podem passar pela investigação sobre a forma como os diversos conteúdos matemáticos têm sido trabalhados neste nível de ensino. Esta investigação não deverá incidir apenas nas intenções que são expressas nos diversos documentos oficiais, como os programas do Ensino Primário ou outros documentos produzidos para a orientação do ensino desta disciplina, ou nos documentos produzidos pelos diversos grupos de trabalho que realizaram projectos para a renovação do ensino da disciplina no Primário. Apesar de estes documentos serem essenciais para o conhecimento do que foi o ensino desta disciplina, e não poderem ser menosprezados, os processos de investigação nesta perspectiva é importante que também incidam sobre a forma como estes documentos foram interpretados por aqueles que tiveram que os pôr em prática, ou seja, sobre o trabalho que realmente foi realizado nas escolas.

Para esta análise é essencial que seja recolhida e organizada informação que se encontra dispersa. No que respeita aos documentos escritos parecer ser da maior importância identificar quais os manuais escolares de maior divulgação nas diferentes épocas a retratar, recolher as programações dos professores, os sumários de aula, os registos e provas de avaliação dos alunos, os cadernos, relatórios de inspecção, as fotografias e outras provas materiais do trabalho realizado. Também ao nível dos documentos escritos me parece importante a recolha e análise da imprensa especializada em educação e generalista. Para a protecção deste tipo de documentos, parece ser essencial existir uma sensibilização, tanto ao nível dos professores, como junto das instituições educativas para que preservem os documentos relativos ao trabalho que desenvolveram.

Para fazer uma caracterização do que foi o ensino desta disciplina também me parece essencial o recurso aos depoimentos orais, desde que as épocas a retratar assim o permitam e as pessoas que estiveram envolvidas ainda estejam disponíveis. Parece-me importante que estes depoimentos orais sejam representativos de quatro níveis. Por um lado é essencial registar os depoimentos das pessoas que estão por trás dos processos de intenções e que têm por isso uma perspectiva mais global. Muitas vezes os documentos oficiais produzidos não reflectem a totalidade das discussões existentes sobre determinados assuntos e é por isso essencial ouvir as pessoas que estiveram envolvidas

nessas discussões. Noutro nível, parece-me também essencial recolher informações das pessoas que estiveram envolvidas nos processos de regulação da implementação das orientações. Ou seja para além da análise essencial dos relatórios de avaliação e de inspecção, é muito importante ouvir as pessoas que lhe deram origem e saber as suas impressões pessoais, que muitas vezes não transparecem nos documentos escritos. Por outro lado é essencial ouvir as pessoas que levaram à prática as orientações prescritas nos documentos oficiais. Embora esses testemunhos representem uma perspectiva local e do que foi realmente implementado, constituem, através do cruzamento de testemunhos diversificados, uma fonte muito importante para retratar o que realmente aconteceu. Num último nível é também importante recolher testemunhos das pessoas que passaram por esses processos como alunos. Apesar destes testemunhos representarem uma perspectiva muito limitada do que aconteceu, devido à idade que os alunos têm quando frequentam o Ensino Primário, parece-me interessante verificar que influência teve na vida das pessoas a passagem por determinadas experiências educativas ao nível da aprendizagem da Matemática

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografia de João Nabais

Nabais, J. A. (ed.) (1958). *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia: Revista de Ciências da Educação*. Vol. I, números 1 e 2. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A. (ed.) (1965). *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia: Revista de Ciências da Educação*. Vol. I, números 3 e 4. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A. (1968). Número especial sobre o Ensino da Matemática. *Cadernos de Psicologia e de Pedagogia, Revista de Ciências da Educação*. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A. (s.d.a). *À descoberta da matemática com os cubos – barras de cor (cores Cuisenaire)*. Colecção – Constrói a tua matemática nº 1. Meleças: Éduca material didáctico.

Nabais, J. A. (s.d.b). *À descoberta da matemática com o calculador multibásico*. Colecção – Constrói a tua matemática nº 2. Meleças: Éduca material didáctico.

Nabais, J. A. (s.d.c). *À Descoberta… dos números inteiros com os cubos-barras de cor e com o calculador multibásico*. Colecção – Constrói a tua Matemática nº 3. Meleças: Éduca material didáctico.

Nabais, J. A. (s.d.d). *À descoberta da matemática com os cubos – cor*. Colecção – Constrói a tua matemática nº 1. Lisboa: Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. A. (s.d.e). *Conjuntos Lógicos: para introdução da criança na lógica (dos 4/5 anos aos 12)*. Meleças: Éduca material didáctico.

Nabais, J.A. (1969). *A Informática e a Escola – Comunicação do Padre João Nabais*. Em Revista da Associação Internacional de Estudos sobre Mecanografia. Lisboa.

Nabais, J. A. (1990, Junho 2). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 1- Insucesso Escolar - Falência de um Sistema de Ensino (I). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 4). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 1- Insucesso Escolar – Aprender versus ensinar (II). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 7). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 1 - Insucesso Escolar - Como enfrentar o «Monstro» (III). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 9). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 1 - Insucesso Escolar - Aprender a partir da Realidade (IV).*Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 11). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 1 - Insucesso Escolar - Uma Tríplice Actualização (V).*Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 14). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 2 - Uma Experiência com Novos Programas - Novos Programas ou Programas Diferentes? (VI). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 16). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 2 - Uma Experiência com Novos Programas - Programas mais Exigentes (VII). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 18). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 2 - Uma Experiência com Novos Programas - A Revolução de 180 Graus que urge imprimir à Metodologia (VIII). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 21). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 2 - Uma Experiência com Novos Programas - Nova Dinâmica Pedagógica da Aprendizagem: Um universo de conjuntos a preceder e a preparar um universo de conceitos e de símbolos abstractos (IX). *Correio da Manhã,* p

Nabais, J. A. (1990, Junho 23). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 2 - Novos Programas Oficiais do Ciclo Primário - Algumas Observações Gerais (X). *Correio da Manhã,* p. 2.

Nabais, J. A. (1990, Junho 28). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 3 - Novos Programas Oficiais do Ciclo Primário - O Programa de Matemática (XII). *Correio da Manhã*, pp. 2-3.

Nabais, J. A. (1990, Junho 30). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 3 - Novos Programas Oficiais do Ciclo Primário - Os Novos Programas do 1º Ciclo (XIII). *Correio da Manhã,* pp. 2-3.

Nabais, J. A. (1990, Julho 2). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 3 - Novos Programas Oficiais do Ciclo Primário - Como acabar com os «Empréstimos» na Subtracção? *(XIV*). *Correio da Manhã,* pp. 2-3.

Nabais, J. A. (1990, Julho 5). Para uma Aprendizagem de Sucesso Escolar; 3 - Novos Programas Oficiais do Ciclo Primário - Uma Observação e Síntese Finais (XV). *Correio da Manhã,* pp. 2-3.

Nabais, J. A. (1990b). *Asas cortadas*. Meleças: Sem Editora

Fichas de Trabalho Auto-correctivas: séries de exercícios semi-programados de revisão, Meleças, s/d.
(Constituídas por 6 séries:
Série 1: 5 a 6 anos (1º ano)
Série 2: 6 a 7 anos (1º e 2º anos)
Série 3: 7 a 8 anos (2º e 3º anos)
Série R: 4º ano e 1º ano (Recuperação)
Série TR: 4º ano e 1º ano (Normal)
Série E: 1º e 2º anos (Enriquecida)

Bibliografia Geral

Abranches, L. (2003). *Terapia através do cálculo: uma possibilidade de desbloquear a capacidade de simbolização em crianças inibidas e com dificuldade de aprendizagem.* Monografia de licenciatura inédita. Área de Psicologia Clínica: ISPA.

Abrantes, P. (2004). *A situação actual e o passado recente do ensino da matemática*. Gazeta de Matemática. Janeiro 2004. nº 146. pp. 15-19.

Abreu, I. & Roldão, M C. (1989). A evolução da escolaridade obrigatória em Portugal nos últimos vinte anos. Em Pires, E. L. (Ed.) (1989) *O ensino básico em Portugal* (1ª ed.). Porto: Edições ASA.

Almeida, É. (1981). Formação de professores. Em Silva, M.,& Tamen, M. I. (1981). *Sistema de ensino em Portugal*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Almeida, M. A. F. (2001). Hipertomatas na computação ligada à educação. Recuperado em 2007, 10 de Novembro, de www.inf.ufsc.br/~barreto/teses/qfcida.pdf.

APM (Associação de Professores de Matemática). (1995). *Renovação do currículo de matemática*. (4ª ed.). Lisboa: APM.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1965). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 8-9.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1966). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 6-7.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1967). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 8-9.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1968). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 6-7.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1969). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 8-9.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1971). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 6-9.

Associação de Jardins de Escolas João de Deus. (1977). *Relatório e Contas da Gerência e Parecer do Conselho Fiscal*. pp. 6-7.

Azevedo, M. (2004). *Teses, relatórios e trabalhos escolares. Sugestões para estruturação da escrita*. (4ª ed.). Lisboa: Universidade Católica Portuguesa.

Bloch, M. (1942). *Introdução à história*. (6ª edição). Publicações Europa-América.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Boyer, C. B. (1989). *História da matemática.* (8ª ed.). São Paulo, Brasil: Editora Edgard Blucher, Ltda (Trabalho original em inglês publicado em 1968).

Brito, J. M. B. & Rosas, F. (1996). *Dicionário de história do Estado Novo*. vol. I. Venda Nova: Bertrand Editora.

Burns, R. B. (2000). *Introduction to research methods*. (4ª edição). Londres: Sage Publications.

Cabrera, M. A. (2005). La crisis de la modernidad y la renovación de los estudis históricos. Em M. F. Lorenzo (Ed.), *Repensar la historia de la educación: nuevos desafíos, nuevas propuestas.* Madrid, España: Editorial Biblioteca Nueva.

Carvalho, A. D. R. P. (1991). *Éléments pour l´histoire d´une école de formation des instituteurs maternelle*. Lisboa:

Carvalho, R. (2001). *História do ensino em Portugal: desde a fundação da nacionalidade até o fim do regime de Salazar – Caetano*. (3ª ed.) Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Centro de Investigação Pedagógica (1967). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 6*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1968). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 8*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1969). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 10*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1970). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 12*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1971). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 13*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1972). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 16*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Centro de Investigação Pedagógica (1973). *Boletim Bibliográfico e Informativo nº 17*. Fundação Calouste Gulbenkian: Lisboa.

Chervel, A. (1990). *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa.* Teoria & educação, 2, pp. 177-229.

Delgado, E. (2007). *João António Nabais: Sementes de mudança*. Tese de mestrado inédita, Universidade do Porto, Departamento de Educação da Faculdade de Letras.

Depaepe, M. & Simon, F. (2005). Fuentes y métodos para la historia del aula. Em M. F. Lorenzo (Ed.), *Repensar la historia de la educación: nuevos desafíos, nuevas propuestas*. Madrid, España: Editorial Biblioteca Nueva.

Dienes, Z. P. (1977). *A matemática moderna no ensino primário* (4ª ed.). Biblioteca do Educador Profissional. Lisboa: Livros Horizonte, Lda.

Duarte, A.; Silva, C. (2007). *Abaixo Euclides e acima quem? Uma análise do ensino da Geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil.* Recuperado em 2007, 26 de Dezembro de http://www.uepg.br/ praxiseducativa/v1n1Artigo_8.pdf.

Faria, L. (2007, Maio 14). Depoimento oral concedido a Rui Candeias.

Fernandes, R. (1981). Ensino básico. Em Silva, M.,& Tamen, M. I. (1981). *Sistema de ensino em Portugal*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Fernandes, R. (1988). História da educação, história das mentalidades, história da cultura. Em Gomes, J. F., Fernandes, R. & Rui Grácio (1988). *História da educação em Portugal*. Biblioteca do Educador. Coimbra: Livros Horizonte.

Ferreira, M. A. P. (1981). *Material Cuisenaire*. Em Rosa, M. H. V. (dir.). Escola Democrática. Maio/Junho 1981. nº 37-38.

Gattegno, C. (s.d.a). *O Zeca já pode aprender matemática: guia para o método dos números em cor* (1ª ed.). Lisboa: Cuisenaire de Portugal – Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Gattegno, C. (s.d.b). *O Zeca já pode aprender matemática: guia para o método dos números em cor* (2ª ed.). Meleças: Éduca – material didáctico.

Geertz, C. (1989). *A interpretação das culturas*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.A.

Ghiglione, R. & Matalon, B. (1997). *O Inquérito: Teoria e Prática* (3ª ed.). Oeiras: Celta Editora.

Gil, J. M. (1982) A matemática no ensino secundário no pensamento de Sebastião e Silva e nos anos oitenta. Em *Ensino da matemática nos anos 80*. Actas do colóquio realizado no âmbito do encontro internacional de homenagem a José Sebastião e Silva. Lisboa: SPM.

Gomes, A. (1981). Ensino público, particular e cooperativo. Em Silva, M. & Tamen, M. I. (Coord.), *Sistema de ensino em Portugal*. Lisboa, Portugal: Fundação Calouste Gulbenkian.

Gomes, F. (2007, 14 de Novembro). Depoimento oral prestado à professora Rosimeire Borges no âmbito de uma tese de doutoramento em curso.

Gonçalves, G. (1970). *Didáctica do cálculo: apontamentos. 1º volume*. (1ªed.). Porto: Porto Editora.

Gonçalves, G. (1972). *Didáctica do cálculo: apontamentos. 1º volume*. (2ªed.) . Porto: Porto Editora.

Gomes, J. F. (1988). Situação actual da história da educação em Portugal. Em Gomes, J. F.; Fernandes, R.; Grácio, R. (org). *História da educação em Portugal*. Lisboa: Livros Horizonte.

Guimarães, H. M. (2003). *Concepções sobre a matemática e a actividade matemática: um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário*. Colecção Teses. Lisboa: APM.

Guimarães, H. M. (2006). *Por uma matemática nova nas escolas secundárias. Perspectivas e orientações curriculares da Matemática Moderna*. Documento apresentado no II Seminário no âmbito da História do Ensino da Matemática, Setembro, Faculdade Ciências de Lisboa.

Howson, A. G. (1984). *Seventy five years of the international comission on mathematics instruction. Educational studies in mathematics*. 15 (1). pp. 75-93.

Huete, J.C. & Bravo, J.A. (2006) *O ensino da matemática. Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed.

Jeronnez, L. (ed.). (1964). *Bulletin Cuisenaire: les Réglettes en Coulers*. Bruxelles: Editions Calozet.

Kenneth, T. & Kincheloe, J. (Eds.). (2006). *Doing educational research: a hadbook.* Roterdão: Sense Publishers.

Kline, M. (1976). *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo: Ibrasa.

Klipatrick, J. (1987). *What constructivism might be in Mathematics Education*. Artigo preparado para a 11ª reunião anual da International Group for the Psychology of Mathematics Education. Montereal. 19 a 25 de Julho de 1987.

Lagarto, M. J., Vieira, & Vieira, A., & Veloso, E. (Ed.). (1996). *História e educação matemática – Proceedings – Actes – Actas – vol. II.* Lisboa: APM.

Lovell, K. (1988). *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança*. Porto Alegre: Artmed.

Magalhães, J. (2007). A história da educação em Portugal: Temas, discursos, paradigmas. Em Pintassilgo, J & Alves, L. & Correia, L. & Felgueiras M. (org.) (2007). *A história da educação em Portugal: balanço e perspectivas.* (1ª ed.). Porto: Edições Asa.

Malaty, G. (s.d.). *The third world mathematics education is a hope for the world mathematics education development in the 21st century*. University of Joensuu. Finland.

Matos, J. M. (2004a). *Cronologias: Cronologia do ensino da matemática (1940-1980) – Portugal.* Recuperado em 2007, Janeiro 15, de http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/clivros/CLVRSHTM/ CRONOL/CRONEST.HTM

Matos, J. M. (2004b). *Cronologias: Cronologia do ensino da matemática (1940-1980) – Estrangeiro.* Recuperado em 2007, Janeiro 15, de http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/clivros/CLVRSHTM/ CRONOL/CRONEST.HTM

Matos, J. M. (2005, Julho). *Prenúncios da Matemática Moderna em Portugal.* Comunicação apresentada no V Congresso Ibero – Americano de Educação Matemática, Porto.

Matos, J. M. (2006). A penetração da matemática moderna em Portugal na revista Labor. Em Revista Iberoamericana de Educación Matemática – Marzo de 2006. nº 5 pp. 91-110.

Matos, J. M. (2007). História do ensino da matemática em Portugal: a constituição de um campo de investigação. Em *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. Matos, J. M. & Valente, W. (org.). São Paulo: CAPES – GRICES

Medina, D. (2007). *A matemática moderna no ensino primário: uma análise dos documentos oficiais*. Recuperado em 2007, 22 de Setembro, de www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/05-08.pdf

Movimento da Escola Moderna (MEM) (2007). http://www.movimentoescolamoderna.pt/ associa/aprent_geral.htm

Moon, B. (1986). *The"New Maths" curriculum controversy. An International story*. London: The Falmer Press.

Nóvoa, A. (1993a). Perspectivas de renovação da história da educação em Portugal. Em Nóvoa, A.; Berrio, J.R. (eds.) (1993). *A história da educação em Espanha e Portugal*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Nóvoa, A. (dir.) (1993b). *A imprensa de educação e ensino*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Nóvoa, A. (dir.) (2003). *Dicionário de pedagogos portugueses* (1ª ed.). Porto: Edições Asa

Nunes, C. & Carvalho, M. (1993) *Historiografia da Educação e Fontes*. Cadernos ANPED. Porto Alegre, nº5, pp. 7-64.

OECE (Organização Europeia para a Cooperação Económica). (1961). *Mathématiques Nouvelles*. Paris: OECE. Recuperado em 2007, Agosto 15, de http://moodle.fct.unl.pt.OECE1961A.pdf.

Pinheiro, J. E. M. (1967). *Introdução ao estudo da didáctica especial* (3ª ed.) Texto inédito. Lisboa: Magistério Primário de Lisboa.

Pinheiro, J. E. M. (2007). Depoimento oral concedido à professora Rosimeire Borges no dia 31 de Maio, no âmbito de uma tese de doutoramento em curso.

Pintassilgo, J & Alves, L. & Correia, L. & Felgueiras M. (org.) (2007). *A história da educação em Portugal: balanço e perspectivas.* (1ª ed.). Porto: Edições Asa.

Pires, E. L. (Ed.) (1989) *O ensino básico em Portugal* (1ª ed.). Porto: Edições ASA.

Pires, M. A. (1999). *Como vencer o insucesso na matemática: Com a metodologia do pedagogo João António Nabais*. Memória de C.E.S.E. inédita, Escola Superior de Educação Jean Piaget.

Pires, M. A. (2007, Fevereiro 12). Depoimento oral concedido a Rui Candeias.

Ponte, J. P. (1993). *A Educação Matemática em Portugal: Os Primeiros Passos duma Comunidade de Investigação.* Recuperado em

Ponte, J. P. (2002). *O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?* Conferência realizada no Seminário sobre "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", promovido pelo Conselho Nacional de Educação, em Lisboa, no dia 28 de Novembro de 2002.

Ponte, J. P.; Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Powell, A. (2007). *A famous mathematics educator from Africa*. Texto para publicação no *AMUCHMA Newsletter,* periódico da African Mathematical Union's Commission on the History of Mathematics in Africa. Recuperado em 2007, 28 de Novembro, de http://andromeda.rutgers.edu/~powellab/docs/other/bio_of_c_gattegno3.pdf

Projecto Educativo da Cooperativa A Torre – Educação e Ensino, CRL. – 2004/2005 – 2006/2007.

Queirós, F. (1963). *Didáctica especial – III – Apontamentos de aritmética*. Coimbra.

Revuz, A. (1980). *Matemática moderna. Matemática viva*. (3ª ed.). Biblioteca do Educador Profissional. Lisboa: Livros Horizonte, Lda.

Ricardio, M. J. B. (1992). *Colégio Vasco da Gama: 32 anos ao serviço da educação e da inovação pedagógica.* Trabalho de DESE inédito, Instituto Politécnico da Guarda.

Ruquoy, D. (1995). Situação de entrevista e estratégia do entrevistador, in Albarello L. Et al. *Práticas e Métodos de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva. pp. 84-116.

Sampaio, J. S. (1977). *O ensino primário – 1911 – 1969: contribuição monográfica. Volume III – 3º período 1955 – 1969*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Sampaio, J.S. (1980). *Portugal – a educação em números.* Lisboa: Livros Horizonte.

Schubring, G. (2005). Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. Em D. Moreira e J. M. Matos (Eds.), História do ensino da matemática em Portugal (pp. 5-20). Lisboa: SPCE.

Serra, F. H. (2004). *Concepções educacionais em tempos revolucionários*. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências de Lisboa.

Servais, W. (1975). Continental traditions and reforms. Em *International Journal of Mathematical Education in Science and Techonology*. vol. 6. nº 1. pp. 37-58. Recuperado em 2007, Agosto 15, de http://moodle.fct.unl.pt.

Silva, C. (2007). A geometria escolar em Portugal e no Brasil: primeiros estudos. Em Matos, J.M. & Valente, W. (orgs). (2007). *A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos*. São Paulo: Zapt Editora.

Silva, M.,& Tamen, M. I. (1981). *Sistema de ensino em Portugal*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

SPM (Sociedade Portuguesa de Matemática). (1983). *Ensino da matemática nos anos 80*. Actas do colóquio realizado no âmbito do encontro internacional de homenagem a José Sebastião e Silva. Lisboa: SPM.

Sprinthall, N. & Sprinthall, R. (1994). *Psicologia educacional. Uma abordagem desenvolvimentista*. Lisboa: McGraw – Hill de Portugal.

Tavares, M. L. (2007, Maio 14). Depoimento oral concedido a Rui Candeias.

Tavares, M. L. (2007). Depoimento escrito concedido a Rui Candeias.

Teodoro, A. (2001). *A construção política da educação. Estado, mudança social e políticas educativas no Portugal contemporâneo.* Porto: Edições Afrontamento.

Vala, J. (1986). A análise de conteúdo. Em Silva, A. S. & Pinto, J. M. (Orgs) *Metodologia das Ciências Sociais*. Porto: Afrontamento. pp. 101-123.

Valente, W. (2003a). Saber científico, saber escolar e suas relações: elementos para reflexão sobre a didática. Em *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, vol. 4, nº. 10, pp. 57-67. Set./Dez. 2003.

Valente, W. (2003b). *Controvérsias sobre educação matemática no Brasil: Malba Tahan versus Jacomo Stávale*. Em Cadernos de Pesquisa, n. 120, pp. 151-167, Novembro 2003. Recuperado em 2007, Agosto 24, de http://moodle.fct.unl.pt/file_php/232/artigos_sobre_historia_da_educacao/NValenteor.pdf

Valente, W. (2006). A matemática moderna nas escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. Em Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática. Lisboa: APM (disponível em CD)

Vieira, J. D., Paredes, A. F. & Ferreira, C. (1983). Formação contínua de professores: algumas experiências. Em SPM (Sociedade Portuguesa de Matemática). *Ensino da matemática nos anos 80*. Actas do colóquio realizado no âmbito do encontro internacional de homenagem a José Sebastião e Silva. Lisboa: SPM

Legislação

Decreto nº 32:629, de 16 de Janeiro de 1943. *Programas das Escolas dos Magistérios Primários*. Ministério da Educação nacional. Direcção Geral do Ensino Básico.

Ministério da Educação Nacional (1964). *Programas do Ensino Primário – Aprovados pelo Decreto-Lei nº 42 994, publicado no «Diário do Governo» nº 125, 1ª série, de 28 de Maio de 1960.* Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação Nacional (1970). *Legislação anotada do Ensino Primário. Programas do Ensino Primário – Ciclo Elementar do Ensino Primário*. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

Ministério da Educação e Cultura (1974). *Ensino primário. Programas para o ano lectivo 1974 – 1975*. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

Ministério da Educação e Cultura (1975). *Programas do Ensino Primário Elementar*. Lisboa: Secretaria-geral Divisão de Documentação.

Ministério da Educação e Investigação Científica (1976). *Plano de Estudos das Escolas dos Magistérios Primários*. Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica. Direcção Geral do Ensino Básico.

Ministério da Educação e Investigação Científica (1977). *Programas das Escolas do Magistério Primário*. Direcção Geral do Ensino Básico.

Ministério da Educação e Investigação Científica (1978). *Plano de estudos – Programas das Escolas do Magistério Primário*. Secretaria de Estado do Ensino Básico e Secundário. Direcção Geral do Ensino Básico.

Ministério da Educação e Cultura (1978). *Programa do Ensino Primário*. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico.

Decreto-lei nº 553/80, 21 de Novembro de 1980. *Aprova o estatuto do ensino particular e cooperativo*. (D. R. 270/80 Série I). pp. 3945 – 3956.

Ministério da Educação e Ciência (1980). *Programas do Ensino Primário Elementar*. Algueirão: Secretaria de Estado da Educação – Direcção Geral do Ensino Básico.

ANEXOS

ANEXO 1

DECLARAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO

Responsável pelo trabalho de investigação: Rui Pedro Campos Bento de Barros Candeias

Eu compreendo que fui convidada para participar como voluntária nesta investigação no âmbito de uma tese de Mestrado em Educação, com especialização em Didáctica da Matemática. A minha participação neste estudo não é remunerada, assim também como a dos investigadores, que utilizarão o meu depoimento como complemento das informações obtidas em documentos escritos que servem como fontes para o referido trabalho de investigação.

Estou ciente que a minha identidade será revelada e que as informações prestadas poderão ser divulgadas em qualquer meio de comunicação, não tendo, eu, direitos de autoria sobre a utilização do meu depoimento.

Lisboa, 20 de Dezembro de 2007.

Maria Leonilda Fernandes Faria

ANEXO 2

DECLARAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO

Responsável pelo trabalho de investigação: Rui Pedro Campos Bento de Barros Candeias

Eu compreendo que fui convidada para participar como voluntária nesta investigação no âmbito de uma tese de Mestrado em Educação, com especialização em Didáctica da Matemática. A minha participação neste estudo não é remunerada, assim também como a dos investigadores, que utilizarão o meu depoimento e os documentos do meu espólio pessoal como complemento das informações obtidas em documentos escritos que servem como fontes para o referido trabalho de investigação.

Estou ciente que a minha identidade será revelada e que as informações prestadas poderão ser divulgadas em qualquer meio de comunicação, não tendo, eu, direitos de autoria sobre a utilização do meu depoimento e dos documentos do meu espólio pessoal.

Lisboa, 19 de Dezembro de 2007.

Maria da Ascenção de Jesus Marques Pires

ANEXO 3

DECLARAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO

Responsável pelo trabalho de investigação: Rui Pedro Campos Bento de Barros Candeias

Eu compreendo que fui convidada para participar como voluntária nesta investigação no âmbito de uma tese de Mestrado em Educação, com especialização em Didáctica da Matemática. A minha participação neste estudo não é remunerada, assim também como a dos investigadores, que utilizarão o meu depoimento e os documentos do meu espólio pessoal como complemento das informações obtidas em documentos escritos que servem como fontes para o referido trabalho de investigação.

Estou ciente que a minha identidade será revelada e que as informações prestadas poderão ser divulgadas em qualquer meio de comunicação, não tendo, eu, direitos de autoria sobre a utilização do meu depoimento e dos documentos do meu espólio pessoal.

Lisboa, 19 de Dezembro de 2007.

Maria de Lourdes Catarino Tavares

Maria de Lourdes Silvério Tavares

ANEXO 4

DECLARAÇÃO

Declaro, para os devidos efeitos, que Rui Candeias está autorizado a consultar todos os documentos pertencentes ao arquivo do Colégio Vasco da Gama, bem como a usar as declarações por mim proferidas, no dia 9 de Novembro p.p., sobre o fundador do Colégio, Dr. João António Nabais, no âmbito do desenvolvimento da tese de mestrado.

Por ter sido pedida se passa a presente declaração que vai ser assinada e carimbada com o selo branco em uso neste Colégio.

Meleças, 21 de Dezembro de 2007

O Director

(Dr. Inácio Casinhas)

COLÉGIO VASCO DA GAMA

Av. Dr. João António Nabais, 71 - 73 Meleças 2605-121 BELAS
e-mail:col.vasgama@mail.telepac.pt
Telefone 21 919 83 00 Fax 21 916 36 14
www.colegiovascodagama.pt

ANEXO 5

Guião da entrevista – Antigos professoras do Colégio Vasco da Gama

Blocos	Objectivos específicos	Tópicos
Legitimação da entrevista e motivação do entrevistado	• Legitimar a entrevista e motivar o entrevistado	• Informar o entrevistado sobre a linhas gerais do trabalho de investigação • Solicitar a sua colaboração, evidenciando a importância do seu contributo • Assegurar a confidencialidade das informações prestadas • Pedir autorização para gravar a entrevista
Programas utilizados no ensino primário	• Conhecer os programas utilizados pelo colégio na época em estudo. • Saber se os programas utilizados eram os programas oficiais. • Identificar a forma como era feita a gestão dos programas de forma a adaptar as novas metodologias associadas ao Movimento da Matemática Moderna (MMM).	• Utilização de programas no colégio. • De que forma organizavam as aulas para integrar as novas metodologias. • Seguiam os programas oficiais ou tinham programas próprios.
Formação de professores	• Saber qual era a formação inicial dos professores que leccionavam no colégio. • Conhecer que formação específica recebiam os professores que iam iniciar funções docentes no colégio. • Conhecer os conteúdos ministrados nos cursos ao longo das décadas de 1960 e 1970 e a sua relação com o MMM.	• Que professores trabalhavam no colégio. • Recebiam alguma formação específica antes de começarem a trabalhar no colégio. • Se existiam cursos, o que era trabalhado nesses cursos. • Os conteúdos dos cursos ministrados a professores de fora do Colégio
Relações existentes com as escolas dos Magistérios Primários	• Conhecer as relações que existiam entre o colégio e as escolas de formação de professores (Magistérios Primários).	• Acolhimento de estagiários. • Formações nos Magistérios.

Influências de autores ligados ao ensino da Matemática	• Conhecer que relações existiam entre as pessoas que programavam o ensino da Matemática no colégio e alguns autores ligados ao ensino da Matemática, nomeadamente ao MMM, a nível nacional e internacional, das décadas de 1960 e 1970.	• Identificação de autores que serviam de referência ao trabalho efectuado.
Metodologias utilizadas no ensino da Matemática	• Identificar as metodologias utilizadas para trabalhar alguns conteúdos matemáticos no ensino primário (multiplicação e divisão; adição e subtracção; medidas e grandezas; estudo do número; fracções e decimais; geometria e teoria dos conjuntos).	• Descrição da metodologia utilizada no trabalho de conteúdos matemáticos.
Articulação com outros níveis de ensino	• Perceber de que forma era feita a articulação do ensino primário com outros níveis de ensino, ao nível da Matemática, tendo em conta a utilização de metodologias associadas ao MMM .	• Articulação com os anos anteriores e posteriores ao ensino primário.
Utilização de manuais	• Saber que manuais eram utilizados no ensino da Matemática no colégio. • Perceber se esses manuais estavam adaptados às metodologias utilizadas. • Saber se existiam manuais próprios.	• Quais os manuais e de que forma eram utilizados. • Como eram explorados os diversos conteúdos nesses manuais. • Estavam de acordo com as metodologias utilizadas nos colégios. • Foram elaborados manuais próprios para serem utilizados com os alunos.
Planos de aula	• Identificar a estrutura utilizada para a planificação de aulas.	
Papel das instituições privadas na introdução de novas metodologias no ensino da Matemática	• Identificar qual a opinião da entrevistada sobre o papel dos colégios particulares na introdução de novas metodologias no ensino da Matemática, no contexto da Matemática Moderna.	
Materiais	• Saber quais eram os materiais utilizados no ensino da Matemática. • Conhecer a forma como foram	

	desenvolvidos esses materiais.	
Influências na prática da entrevistada	Tentar perceber se tinha interiorizado as linhas da MMM, se concordava, que diferenças havia entre o que ela fazia antes e depois com a MMM.O processo da sua mudança etc.	

Anexo 6

Anexo 6 - Síntese do desenvolvimento do tema Teoria dos Conjuntos, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

Programas do Ensino Primário 1960	**Programas do Ensino Primário Elementar 1968**	**Programas do Ensino Primário 1974 – 1975**		**Programas do Ensino Primário Elementar 1975**	**Programas do Ensino Primário 1978**	**Programas do Ensino Primário 1980**
		Programa A 1ª classe	**Programa B 1ª classe**			
Não se fala em conjuntos, mas apenas em "grupos de objectos" no contexto da divisão	No contexto da divisão e multiplicação substitui-se a expressão " grupo de objectos" pela expressão "conjuntos de objectos".	No contexto da divisão e multiplicação fala-se em conjuntos de objectos	Toda a iniciação do estudo do número é feita através do estudo dos conjuntos	Conjuntos integrados no tema "Introdução dos números"	Conjuntos são o primeiro de cinco temas da área de Matemática e são constituídos por quatro unidades temáticas: Situações problemáticas; Definição e representação de conjuntos; Subconjuntos; Operações com conjuntos	É um tema por si só, explorado nos 1º e 3º anos, onde se explora o estudo do número e das operações

Anexo 7

Anexo 7 - Síntese do desenvolvimento do tema Estudo do Número, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

Programas do Ensino Primário 1960	**Programas do Ensino Primário Elementar 1968**	**Programas do Ensino Primário 1974 – 1975**		**Programas do Ensino Primário Elementar 1975**	**Programas do Ensino Primário 1978**	**Programas do Ensino Primário 1980**
		Programa A 1ª classe	**Programa B 1ª classe**			
Estudo monográfico do número. Base do raciocínio aritmético.	Estudo monográfico do número. Base do raciocínio aritmético.	Introdução com algum trabalho propedêutico utilizando a teoria dos conjuntos. Estudo monográfico do número. Encarado como base do raciocínio aritmético.	Feito a partir da teoria dos conjuntos.	Destaque para a teoria dos conjuntos. Jogos numéricos.	Feito a partir das situações problemáticas. Teoria dos conjuntos.	Alguma relação com a teoria dos conjuntos.

Anexo 8

Anexo 8 - Síntese do desenvolvimento do tema Adição e Subtracção, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

Programas do Ensino Primário 1960	**Programas do Ensino Primário Elementar 1968**	**Programas do Ensino Primário 1974 – 1975**		**Programas do Ensino Primário Elementar 1975**	**Programas do Ensino Primário 1978**	**Programas do Ensino Primário 1980**
		Programa A - 1ª classe	**Programa B - 1ª classe**			
Composições e decomposições de números. Introdução com problemas.	Composições e decomposições de números. Introdução com problemas.	Composições e decomposições de números. Introdução com problemas.	Associada à teoria dos conjuntos, com a reunião de conjuntos e os sub-conjuntos.	Iniciação feita a partir dos conjuntos.	Iniciação feita a partir dos conjuntos. Trabalham-se as propriedades das operações e as provas.	Iniciação feita a partir dos conjuntos.

Anexo 9

Anexo 9 - Síntese do desenvolvimento do tema Multiplicação e Divisão, nos programas do ensino primário, entre 1960 e 1980.

<table>
<tr><th>Programas do Ensino Primário 1960</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1968</th><th colspan="2">Programas do Ensino Primário 1974 – 1975</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1975</th><th>Programas do Ensino Primário 1978</th><th>Programas do Ensino Primário 1980</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Programa A - 1ª classe</td><td>Programa B - 1ª classe</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Multiplicação trabalhada na 1ª classe, conceito de soma de parcelas iguais.
Divisão desde a 1ª classe, conceito de repartir e agrupar.</td><td rowspan="2">Multiplicação trabalhada na 1ª classe, conceito de soma de parcelas iguais.
Divisão desde a 1ª classe, conceito de repartir e agrupar.
Surge a alteração ao nível da nomenclatura.</td><td>Multiplicação na 1ª classe, como adição de parcelas iguais.</td><td>Não contém sugestões.</td><td rowspan="2">Iniciação através dos conjuntos, na 1ª fase.
Multiplicação com reunião de colecções com igual número de elementos e a divisão como decomposição em partes iguais e subtracções sucessivas de termos iguais.</td><td rowspan="2">Iniciação através dos conjuntos.
Multiplicação como cardinal do conjunto reunião, de vários conjuntos disjuntos com o mesmo número de elementos.
Divisão como subconjuntos com o mesmo número de elementos.</td><td rowspan="2">Multiplicação no 2º ano, privilegia-se a relação com outras operações e as propriedades da operação. Divisão inicia-se no 3º ano com os conjuntos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Divisão passa para a 2ª classe, divisão partilha e divisão conteúdo.</td></tr>
</table>

Anexo 10

Anexo 10 - Síntese do desenvolvimento do tema Fracções e Decimais, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

<table>
<tr><th>Programas do Ensino Primário 1960</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1968</th><th colspan="2">Programas do Ensino Primário 1974 – 1975</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1975</th><th>Programas do Ensino Primário 1978</th><th>Programas do Ensino Primário 1980</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Programa A - 1ª classe</td><td>Programa B - 1ª classe</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Decimais trabalhados a partir das medidas. Estudo das fracções inicia-se na 4ª classe. Estudo restrito, a partir de processos intuitivos e de resolução de problemas. Relação com percentagens.</td><td rowspan="2">As mesmas indicações do que no programa anterior, excepto no que diz respeito às percentagens.</td><td colspan="2"></td><td rowspan="2">Introdução dos números decimais na 2ª fase de aprendizagem a partir das medidas. Trabalhadas as noções de metade de...; terça parte; quarta parte e quinta parte, no contexto da divisão. Sem referências à notação a utilizar.</td><td rowspan="2">Surgem como tema científico na Matemática. Apresenta primeiro os fraccionários e depois os decimais. Fracções como divisão de um todo em partes iguais. Unidade fraccionária e fracções equivalentes. Identificação, leitura e escrita de números decimais.</td><td rowspan="2">De metade de ... até à décima parte de ... Não existem referências à notação a utilizar.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Estudo inicia-se na 3ª classe com os decimais, no contexto do sistema métrico. Conceito prático de metade e terça parte de um número.</td></tr>
</table>

Anexo 11

Anexo 11 - Síntese do desenvolvimento do tema Grandezas e Medidas, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

Programas do Ensino Primário 1960	**Programas do Ensino Primário Elementar 1968**	**Programas do Ensino Primário 1974 – 1975**		**Programas do Ensino Primário Elementar 1975**	**Programas do Ensino Primário 1978**	**Programas do Ensino Primário 1980**
		Programa A - 1ª classe	**Programa B - 1ª classe**			
Medidas não estandardizadas e medidas estandardizadas: comprimento, capacidade, volume peso ou massa, dinheiro, tempo. Números complexos nas unidades de tempo e operações com números complexos.	Medidas não estandardizadas e medidas estandardizadas: comprimento, capacidade, volume peso ou massa, dinheiro, tempo. Números complexos nas unidades de tempo e operações com números complexos (excepto a multiplicação e divisão).	Estudo a partir da 1ª classe, com unidades não estandardizadas, mas existem referências a unidades estandardizadas.		Na 1ª fase, a partir de unidades não estandardizadas, de situações do dia-a-dia. Sugere-se trabalho interdisciplinar.	Trabalho a partir de unidades não estandardizadas.	Cada uma das unidades de medida constitui um tema na área da Matemática.

Anexo 12

Anexo 12 - Síntese do desenvolvimento do tema Geometria, nos programas do ensino primário entre 1960 e 1980.

<table>
<tr><th>Programas do Ensino Primário 1960</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1968</th><th colspan="2">Programas do Ensino Primário 1974 – 1975</th><th>Programas do Ensino Primário Elementar 1975</th><th>Programas do Ensino Primário 1978</th><th>Programas do Ensino Primário 1980</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Programa A (1ª classe)</td><td>Programa B – (1ª classe)</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estudo inicia-se na 3ª classe. Recomenda-se ensino intuitivo, devido à idade das crianças, mas devidamente ordenado. Relação com trabalhos manuais e desenho.</td><td rowspan="2">Estudo inicia-se na 3ª classe. Recomenda-se ensino intuitivo, devido à idade das crianças, mas devidamente ordenado. Relação com trabalhos manuais e desenho.</td><td>Consta desde a 1ª classe com observação de corpos sólidos.</td><td>Não existe rubrica relacionada directamente com a geometria. São trabalhadas noções de geometria nos exercícios propostos para os conjuntos.</td><td rowspan="2">Constitui um tema da Matemática e é trabalhada desde a 1ª fase através da manipulação, observação comparação, identificação, descoberta, modelação, contorno e recorte. Na 2ª fase não há tema específico de geometria.</td><td rowspan="2">Unidade temática com organização do espaço, transformações geométricas, elementos fundamentais da geometria.</td><td rowspan="2">É tratada no tema: estruturação do espaço e elementos fundamentais de geometria: linhas abertas e fechadas, interior/exterior, esquerda/direita, cima/baixo, segmentos de recta, figuras simétricas, polígonos e ângulos, sólidos geométricos, nível bolha de ar, fio-de-prumo e plantas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Para as restantes classes as recomendações são idênticas às do programa anterior.</td></tr>
</table>

Anexo 13

Anexo 13 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos nas metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e nos Programas do Ensino Primário de 1960

Temas Matemáticos	**Programas do Ensino Primário de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais**
Teoria dos Conjuntos	Não se fala em conjuntos, mas apenas em "grupos de objectos" no contexto da divisão	Conjuntos utilizados na introdução do estudo do número, adição e subtracção e multiplicação e divisão.
Estudo do Número	Estudo monográfico do número. Base do raciocínio aritmético.	Estudo a partir das noções de conjuntos, destacando a propriedade número e a partir das diferentes bases de numeração.
Adição e Subtracção	Composições e decomposições de números. Introdução com problemas. Na subtracção destaca-se o conceito de "tirar" e o de "diferença"	Estudo das operações tendo como referência o trabalho com os conjuntos. "Reunião de Conjuntos" para a adição e "Diferença de Conjuntos" para a subtracção. É feito nas diferentes bases de numeração com o Calculador Multibásico.
Multiplicação e Divisão	Multiplicação trabalhada na 1ª classe, conceito de soma de parcelas iguais. Divisão desde a 1ª classe, conceito de repartir e agrupar.	Estudo das operações tendo como referência o trabalho com os conjuntos. "Iteração de conjuntos" para a multiplicação e "Partição de conjuntos" para a divisão. Também é explorado o arranjo rectangular e o produto combinatório para a multiplicação.

Anexo 13 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos nas metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e nos Programas do Ensino Primário de 1960 (cont.)

Temas Matemáticos	**Programas do Ensino Primário de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais**
Fracções e Decimais	Decimais trabalhados a partir das medidas. Estudo das fracções inicia-se na 4ª classe. Estudo restrito, a partir de processos intuitivos e de resolução de problemas. Relação com percentagens.	As fracções são estudadas a partir do trabalho com os Cubos – Barras de cor. Os decimais são trabalhados em estreita relação com as fracções.
Grandezas e Medidas	Medidas não estandardizadas e medidas estandardizadas: comprimento, capacidade, volume peso ou massa, dinheiro, tempo. Números complexos nas unidades de tempo e operações com números complexos.	
Geometria	Estudo inicia-se na 3ª classe. Recomenda-se ensino intuitivo, devido à idade das crianças, mas devidamente ordenado. Relação com trabalhos manuais e desenho.	
Materiais	Materiais não estruturados no âmbito das contagens. Instrumentos de medida.	Cubos – Barras de Cor (cores Cuisenaire) Calculador Multibásico

Anexo 14

Anexo 14 - Quadro comparativo das metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e no Projecto de Programas Próprios.

Temas Matemáticos	**Metodologias propostas por Nabais na década de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais no Projecto de Programas Próprios**
Teoria dos Conjuntos	Conjuntos utilizados na introdução do estudo do número, adição e subtracção e multiplicação e divisão.	Correspondência dos elementos de dois conjuntos. Pertença e não pertença. Equivalência de conjuntos. Privilegia os materiais estruturados por possibilitarem uma maior riqueza de relações lógicas.
Estudo do Número	Estudo a partir das noções de conjuntos, destacando a propriedade número e a partir das diferentes bases de numeração.	Estudo feito a partir do trabalho com os conjuntos, de onde se destaca o cardinal do conjunto que é representado por um algarismo. Estudo de diferentes bases de numeração. Estudo de outros sistemas de numeração: grego e romano.

Anexo 14 - Quadro comparativo das metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e no Projecto de Programas Próprios.

Temas Matemáticos	**Metodologias propostas por Nabais na década de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais no Projecto de Programas Próprios**
Adição e Subtracção	Estudo das operações tendo como referência o trabalho com os conjuntos. "Reunião de Conjuntos" para a adição e "Diferença de Conjuntos" para a subtracção. É feito nas diferentes bases de numeração com o Calculador Multibásico.	Estudo feito tendo como base o trabalho com conjuntos. Centra-se na exploração dos materiais Calculador Multibásico e Cubos – Barras de cor. Adições e subtracções nas diferentes bases. Na subtracção são trabalhados os sentidos de completar, diferença e mudar tirando. Trabalha o algoritmo da subtracção pelo método das "trocas" e por "compensação", explorando a propriedade da "invariância do resto".
Multiplicação e Divisão	Estudo das operações tendo como referência o trabalho com os conjuntos. "Iteração de conjuntos" para a multiplicação e "Partição de conjuntos" para a divisão. Também é explorado o arranjo rectangular e o produto combinatório para a multiplicação.	Multiplicação trabalhada a partir do 1º ano, com a "iteração de conjuntos". Trabalho com diferentes bases de numeração. Divisão trabalhada desde o 1º ano, com a "partição de conjuntos". São trabalhados por descoberta, os factores, divisores e múltiplos até 100 no 2º ano. Destaca-se a descoberta dos divisores e múltiplos, maiores, menores e comuns a mais de um número. Potenciação e logaritmo. Quadrar e cubicar comprimentos. Arranjo rectangular.

Anexo 14 - Quadro comparativo das metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e no Projecto de Programas Próprios (cont).

Temas Matemáticos	**Metodologias propostas por Nabais na década de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais no Projecto de Programas Próprios**
Fracções e Decimais	As fracções são estudadas a partir do trabalho com os Cubos – Barras de cor. Os decimais são trabalhados em estreita relação com as fracções.	Início do estudo das fracções no 1º ano, através do trabalho com os Cubos – Barras de cor. A décima é trabalhada como mais uma fracção, não sendo explícita a relação com o numeral decimal. A décima também é explorada em relação às medidas de comprimento. Fracções trabalhadas em diferentes bases de numeração.
Grandezas e Medidas		Início do estudo com medidas não estandardizadas. Sistema métrico trabalhado a partir dos Cubos – Barras de cor, sendo as barras Laranja e Branca utilizadas, respectivamente, como decímetro e centímetro. As unidades de área e de volume trabalhadas com os Cubos – Barras de cor.
Geometria		É explorada em diversas unidades de trabalho, não existindo uma unidade específica para este tema. São trabalhadas noções como as formas geométricas, o interior, exterior e fronteira, as linhas curvas e linhas rectas, linhas poligonais abertas e fechadas.

Anexo 14 - Quadro comparativo das metodologias propostas por Nabais na década de 1960 e no Projecto de Programas Próprios (cont).

Temas Matemáticos	**Metodologias propostas por Nabais na década de 1960**	**Metodologias propostas por Nabais no Projecto de Programas Próprios**
Materiais	Cubos – Barras de Cor (cores Cuisenaire) Calculador Multibásico	Calculador Multibásico, Cubos – Barras de cor e Conjuntos Lógicos.
Problemas		Não existem referências explícitas ao papel da resolução de problemas, no entanto são destacados como objectivos gerais da Matemática o pensar, reflectir, deduzir, analisar, decompor, confrontar, organizar e planificar.

Anexo 15

Anexo 15 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos no Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama e no Programa do Ensino Primário de 1980.

Temas matemáticos	**Programas do Ensino Primário de 1980**	**Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama**
Teoria dos Conjuntos	É um tema na área da Matemática, explorado nos 1º e 3º anos, a partir do qual é trabalhado o estudo do número e das operações.	Correspondência dos elementos de dois conjuntos. Pertença e não pertença. Equivalência de conjuntos. Privilegia os materiais estruturados por possibilitarem uma maior riqueza de relações lógicas.
Estudo do número	Estudo do número é feito em relação com a teoria dos conjuntos. São privilegiados exercícios de decomposição, principalmente por ordens (centena, dezena, unidade), ordenação de números, preenchimento de lacunas, quadros de dupla entrada e cálculo mental.	Estudo feito a partir do trabalho com os conjuntos, de onde se destaca o cardinal do conjunto que é representado por um algarismo. Estudo de diferentes bases de numeração. Estudo de outros sistemas de numeração: grego e romano.

Anexo 15 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos no Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama e no Programa do Ensino Primário de 1980 (cont).

Temas matemáticos	**Programas do Ensino Primário de 1980**	**Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama**
Adição e subtracção	Iniciação feita a partir dos conjuntos. São destacadas as situações de preenchimento de lacunas, quadros de dupla entrada e cálculo mental e decomposição de números. Propriedade comutativa da adição.	Estudo feito tendo como base o trabalho com conjuntos. Centra-se na exploração dos materiais Calculador Multibásico e Cubos – Barras de cor. Adições e subtracções nas diferentes bases. Na subtracção são trabalhados os sentidos de completar, diferença e mudar tirando. Trabalha o algoritmo da subtracção pelo método das "trocas" e por compensação, explorando a propriedade da "invariância do resto".
Multiplicação e divisão	Multiplicação no 2º ano, privilegia-se a relação com outras operações e a propriedade comutativa da operação. Divisão inicia-se no 3º ano com a "partição de conjuntos com o mesmo número de elementos". São destacados dois sentidos para a divisão, o de partilha e o de conteúdo.	Multiplicação trabalhada a partir do 1º ano, com a "iteração de conjuntos". Trabalho com diferentes bases de numeração. Divisão trabalhada desde o 1º ano, com a "partição de conjuntos". São trabalhados por descoberta, os factores, divisores e múltiplos até 100 no 2º ano. Destaca-se a descoberta dos divisores e múltiplos, maiores, menores e comuns a mais de um número. Potenciação e logaritmo. Quadrar e cubicar comprimentos. Arranjo rectangular

Anexo 15 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos no Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama e no Programa do Ensino Primário de 1980.

Temas matemáticos	**Programa do Ensino Primário de 1980**	**Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama**
Fracções e decimais	As fracções são trabalhadas a partir do 3º ano de escolaridade, como uma forma de trabalhar os decimais. De metade de ... até à décima parte de ... Não existem referências à notação a utilizar. Os decimais são abordados no contexto do estudo dos números e em relação com o estudo das medidas.	Início do estudo das fracções no 1º ano, através do trabalho com os Cubos – Barras de cor. A décima é trabalhada como mais uma fracção, não sendo explícita a relação com o numeral decimal. A décima também é explorada em relação às medidas de comprimento. Fracções trabalhadas em diferentes bases de numeração.
Grandezas e Medidas	Cada uma das unidades de medida constitui um tema independente neste programa. Desde o 1º ano são trabalhadas as medidas de comprimento, área, volume/capacidade, tempo e ordem e dinheiro. Estudo a partir de unidades não estandardizadas, sendo posteriormente introduzidas as unidades padrão de cada uma das medidas.	Início do estudo com medidas não estandardizadas. Sistema métrico trabalhado a partir dos Cubos – Barras de cor, sendo as barras Laranja e Branca utilizadas, respectivamente, como decímetro e centímetro. As unidades de área e de volume trabalhadas com os Cubos – Barras de cor.

Anexo 15 - Quadro comparativo do desenvolvimento dos diferentes conteúdos matemáticos no Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama e no Programa do Ensino Primário de 1980.

Temas matemáticos	**Programa do Ensino Primário de 1980**	**Projecto de Programas Próprios do Colégio Vasco da Gama**
Geometria	É tratada no tema Estruturação do espaço e elementos fundamentais de geometria: linhas abertas e fechadas, interior/exterior, esquerda/direita, cima/baixo, segmentos de recta, figuras simétricas, polígonos e ângulos, sólidos geométricos, nível bolha de ar, fio-de-prumo e plantas.	É explorada em diversas unidades de trabalho, não existindo uma unidade específica para este tema. São trabalhadas noções como as formas geométricas, o interior, exterior e fronteira, as linhas curvas e linhas rectas, linhas poligonais abertas e fechadas.
Materiais	Neste programa não são referidos explicitamente os materiais, mas nas sugestões de actividades surgem referências a instrumentos de medida, metro, balança, relógio. Também são referidos o compasso (apenas quando exista), a régua e o esquadro.	Calculador Multibásico, Cubos – Barras de cor e Conjuntos Lógicos.
Problemas	Neste programa os problemas surgem integrados nas actividades sugeridas. Na introdução do programa, sugere-se que se recorra sistematicamente a situações problemáticas, tanto quanto possível abertas, quer na fase da motivação, como na fase da aplicação.	Não existem referências explícitas ao papel da resolução de problemas, no entanto são destacados como objectivos gerais da Matemática o pensar, reflectir, deduzir, analisar, decompor, confrontar, organizar e planificar.