



**LISBOA  
SCHOOL OF  
ECONOMICS &  
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM  
FINANÇAS**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**  
TRABALHO DE PROJETO

APOSTAS ONLINE - O CASO DA PRIMEIRA LIGA  
PORTUGUESA DE FUTEBOL

TIAGO VIRGÍLIO TEIXEIRA SANTOS SEVERINO

SETEMBRO - 2013



**LISBOA  
SCHOOL OF  
ECONOMICS &  
MANAGEMENT**

**MESTRADO EM**

**FINANÇAS**

**TRABALHO FINAL DE MESTRADO**

**TRABALHO DE PROJETO**

**APOSTAS ONLINE - O CASO DA PRIMEIRA LIGA  
PORTUGUESA DE FUTEBOL**

**TIAGO VIRGÍLIO TEIXEIRA SANTOS SEVERINO**

**ORIENTAÇÃO:**

**RAQUEL M. GASPAR**

**SETEMBRO - 2013**

## **Agradecimentos**

Agradeço imenso a todos aqueles que tornaram possível a realização deste projeto.

Um agradecimento especial à minha orientadora, Professora Doutora Raquel Medeiros Gaspar, pelo apoio, aconselhamento e disponibilidade. Muito obrigado pela sua orientação.

À minha família, particularmente à minha mãe, Florbela Teixeira, pelo apoio incondicional.

Aos meus amigos, em particular aos que partilharam comigo as sessões de orientação num espírito de entreatajuda e crítica construtiva.

## Resumo

Neste estudo, quer através da procura de oportunidades de arbitragem, quer da exploração da anomalia *favourite longshot bias*, analisa-se a possibilidade de obter soluções lucrativas no mercado de apostas online referente à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional.

Para a época 2012/13 é possível identificar uma incidência de 4,17% oportunidades de arbitragem, valor bastante distante do constatado para as “*Big Five*” ligas europeias (17,43%), e com uma rendibilidade média por aposta de 1,22%.

Para a exploração do fenómeno *favourite longshot bias* é utilizada uma estratégia de apostas em todas as *odds* iguais ou inferiores a um determinado limite. A otimização desse limite para o período entre 2000 e 2011 leva à obtenção de rendibilidades por aposta de 4,02% (*odd* máxima) e 2,15% (*odd* média).

O perfil de retornos por limite apresentado no caso português é bastante semelhante ao evidenciado em termos europeus nesse mesmo horizonte temporal. Com a aplicação desse limite fora da amostra inicial, temporadas 2011/12 e 2012/13, verificam-se rendibilidades por aposta de 4,97% via *odd* máxima e 2,91% via *odd* média, que representam as rendibilidades anuais de 77,85% e 43,04%, respetivamente. Aplicando o Índice de *Sharpe* é possível concluir que a estratégia enunciada apresenta uma relação rendibilidade/risco atrativa quando comparada com índices bolsistas de referência europeus.

Os resultados obtidos colocam em causa a hipótese de eficiência fraca por parte do mercado de apostas online relativo à Primeira Liga Portuguesa de Futebol.

**Palavras-chave:** Mercado de Apostas Online; Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional; Oportunidades de Arbitragem; *Favourite Longshot Bias*; Rendibilidade.

## **Abstract**

This study looks into possible profitable investments opportunities in the online betting market regarding the Portuguese Premier League of Professional Football. We search for both arbitrage opportunities and the phenomenon known as “favourite longshot bias”.

In 2012/13, it is documented an incidence of 4,17% arbitrage opportunities, far from the value found in the "Big Five" European leagues (17,43%), with an average return of 1,22% per bet.

For the exploration of the phenomenon favourite longshot bias is used a strategy of betting on all the odds equal to or below a certain threshold. The optimization of this threshold in the period between 2000 and 2011 leads to returns per bet of 4,02% (maximum odd) and 2,15% (average odds).

For the same timeframe, the profile of returns by threshold presented in the Portuguese case is very similar to the observed in European terms. The optimized threshold with the initial sample leads to an average return per bet of 4,97% (maximum odd) and 2,91% (average odd) in the seasons 2011/12 and 2012/13, representing the annual returns of 77,85% and 43,04%, respectively. The application of the Sharpe Ratio allows the conclusion that the enunciated strategy presents an attractive return/risk relation when compared to European stock market indexes.

The results question the validity of weak-form efficiency hypothesis in the online betting market regarding the Portuguese Premier League of Professional Football.

**Keywords:** Online Betting Market; Portuguese Professional Football League; Arbitrage Opportunities; Favourite Longshot Bias; Return.

## Índice

Agradecimentos .....	i
Resumo.....	ii
Abstract .....	iii
Lista de Figuras .....	v
Lista de Tabelas .....	vi
1. Introdução .....	1
2. Revisão de literatura .....	4
3. Dados.....	8
4. Metodologia .....	9
4.1. Oportunidades de arbitragem.....	9
4.2. <i>Favourite-longshot bias</i> .....	12
5. Análise de Resultados .....	19
5.1. Oportunidades de arbitragem.....	19
5.1.1. Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional.....	19
5.1.2. Comparação com as cinco mais importantes Ligas Europeias.....	20
5.2. <i>Favourite-longshot bias</i> .....	21
5.2.1. Limite maximizador de rendibilidade.....	21
5.2.2. Comparação com os resultados obtidos em termos europeus .....	24
5.2.3. Avaliação do critério de decisão .....	25
5.2.4. Aplicação do limite ótimo fora da amostra inicial.....	27
5.2.5. Cálculo do Índice de Sharpe e comparação com índices bolsistas .....	28
6. Conclusões, Limitações e Investigação Futura .....	30
Bibliografia .....	33
Anexos.....	35

## **Lista de Figuras**

Figura 1 - "Margem maior sintetizada dos bookmakers" por jogo .....	19
Figura 2 - Rendibilidade individual por limite, com investimento à odd máxima. ....	22
Figura 3 - Rendibilidade individual para limites entre 1,18 e 1,4, com investimento à odd máxima .....	22
Figura 4 - Rendibilidade individual por limite em Portugal e na Europa .....	24
Figura 5 - Rendibilidade individual por limite pela metodologia geral e pelo estudo de apenas um bookmaker .....	25
Figura A1 - Rendibilidade resultante da aplicação do limite a apenas um bookmaker, com investimento à sua odd.....	44

## **Lista de Tabelas**

Tabela 1 - Sistema de regras de apostas simples entre 2000/01 e 2010/11 .....	13
Tabela 2 - Oportunidades de arbitragem e respetiva proporção a investir.....	20
Tabela 3 - Oportunidades de arbitragem por Liga Europeia.....	21
Tabela 4 - Rendibilidade individual por limite.....	23
Tabela 5 – Número de apostas e frequência de ganhos por limite .....	26
Tabela 6 – Rendibilidade individual obtida pelo limite ótimo (1,23) fora da amostra inicial .....	27
Tabela 7 - Rendibilidade anual obtida pelo limite ótimo (1,23) fora da amostra inicial.....	28
Tabela 8 - Índice de Sharpe de cada Índice Bolsista analisado .....	29
Tabela A1 – Número de jogos avaliados pelos bookmakers em estudo, por temporada entre 2000/01 a 2012/13.....	36
Tabela A2 - Oportunidades de arbitragem, proporção a investir, retorno e casas de apostas a utilizar.....	37
Tabela A3 – Presenças em arbitragens, margens e respetivos desvios padrões apresentados por cada casa de apostas.....	38
Tabela A4 – Comparação entre as oportunidades de arbitragem verificadas em Portugal com as verificadas nas 5 ligas mais importantes europeias.....	38
Tabela A5 - Jogos com odd máxima associada a um dos resultados igual ou inferior a 1,23.....	39
Tabela A6 - Rendibilidade anual para o limite de 1,23, com investimento à odd máxima, na temporada 2011/12.....	40
Tabela A7 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd média, na temporada 2011/12.....	41
Tabela A8 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd máxima, na temporada 2012/13.....	42
Tabela A9 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd média, na temporada 2012/13.....	43

## **1. Introdução**

O jogo, as apostas e a obtenção rápida de lucro são marcas da humanidade. O homem ao longo dos tempos sempre sentiu necessidade de jogar e apostar seja como forma de diversão ou de procura de um rendimento extra. No século XX surgiram novas formas de jogo, associadas aos novos meios de comunicação, à massificação do uso da internet e à globalização.

A questão central de investigação deste estudo é a procura e análise comparativa de soluções lucrativas resultantes da utilização do mercado de apostas online referente à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional.

Para tal são investigados dois fenómenos: as oportunidades de arbitragem, seguindo a ótica apresentada por Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009), ainda que sujeita a pequenas adaptações, e o *favourite longshot bias*, seguindo maioritariamente a abordagem de Direr (2013). Em termos genéricos, o conceito de oportunidade de arbitragem consiste na procura de lucro desprovido de risco e o conceito de *favourite longshot bias* na existência de um enviesamento no mercado em que apostas em equipas favoritas tendem a originar um retorno superior às apostas nos seus adversários. Estes dois conceitos são detalhadamente explicitados no capítulo 4 (Metodologia).

No caso das oportunidades de arbitragem serão exploradas duas questões principais:

- averiguar qual a sua incidência (a confirmar-se a sua existência) na Primeira Liga Portuguesa de Futebol;
- comparar a incidência verificada com a observada em termos europeus nas cinco ligas economicamente mais atrativas.

No caso do *favourite longshot bias* serão abordadas várias questões, a saber:

- provar a sua existência;
- demonstrar que a sua utilização permite encontrar soluções lucrativas e explicitar quais as rendibilidades encontradas;
- comparar os resultados obtidos com um benchmark europeu;
- avaliar a importância assente no critério de decisão do modelo preconizado por Direr (2013);

- aplicar as otimizações obtidas a um conjunto de dados mais recente, fora da amostra inicial, e calcular a rentabilidade anual que é possível obter;
- averiguar a hipótese de eficiência fraca. De acordo com Thaler & Ziemba (1988), assumindo que os apostadores têm expectativas racionais e que procuram maximizar o seu retorno, para um mercado de apostas respeitar a hipótese de eficiência fraca terá de assegurar a condição de que nenhuma estratégia consegue obter um valor esperado positivo;
- comparar a relação rentabilidade/risco obtida com a metodologia utilizada com investimentos em ativos financeiros comuns;

A pertinência deste estudo está assente em dois pilares fundamentais: preencher o *gap* observado na literatura existente em relação ao mercado de apostas online referente à Primeira Liga Portuguesa de Futebol e explorar as potencialidades de um mercado em franco crescimento, o que contraria a tendência verificada nos mercados financeiros europeus. O setor de apostas desportivas online sofreu um crescimento a rondar os 50% por ano em 2008 e 2009, segundo os dados publicados pela Liga Portuguesa de Futebol Profissional. De acordo com a mesma fonte, o mercado de apostas desportivas online movimentou cerca de 700 milhões de euros em Portugal, no ano de 2011, com um número de apostadores a rondar os 200 mil.

É de realçar que a investigação do mercado de apostas online é relevante numa perspetiva económica devido aos paralelismos que apresenta com os mercados financeiros (Graham & Stott, 2008). A informação produzida nos mercados de apostas sobre a probabilidade de um determinado evento acontecer é muito similar à forma como os mercados financeiros agregam a informação sobre a incerteza associada a um retorno futuro (Direr, 2013). À imagem dos mercados financeiros, este mercado apresenta para cada investidor alternativas de investimento com diferentes rentabilidades esperadas e volatilidades. O termo *odd* (ou quota) representa o valor potencial que o investidor poderá receber por cada unidade monetária investida e o termo *bookmakers* corresponde aos responsáveis pela definição das *odds* oferecidas por cada casa de apostas. O lucro líquido obtido pelo investidor caso a aposta se revele acertada corresponde à *odd* deduzida de uma unidade para cada unidade monetária investida, já no caso de aposta definida pelo investidor falhar, o seu prejuízo será igual ao montante apostado.

No capítulo 2 é feita uma breve revisão bibliográfica sobre o tema em análise, no capítulo 3 os dados a utilizar e respetivas fontes, a metodologia seguida neste estudo é exposta no capítulo 4, no capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos e no capítulo 6 apresentadas as conclusões finais, limitações e propostos temas de investigação futura.

## **2. Revisão de literatura**

Os mercados de apostas online são uma indústria florescente a nível mundial que tem vindo a ganhar popularidade especialmente na última década (Direr, 2013). A procura de lucro no mercado de apostas de futebol profissional tende a ser feita através da previsão de resultados desportivos, no entanto existem também outros métodos para a sua procura (oportunidades de arbitragem, regras de apostas simples, entre outros) tal como é explicado neste capítulo.

Numa fase inicial, a análise dos resultados finais era realizada de forma indireta pelo estudo do número de golos marcados e sofridos por cada equipa. Um dos primeiros estudos com o objetivo de quantificar o número de golos foi elaborado por Maher (1982). Neste estudo, o autor demonstrou que o número de golos marcados por cada equipa pode ser aproximado, apesar de evidenciar “pequenos desvios”, a um modelo baseado na distribuição de Poisson. O referido autor demonstrou que se for considerada uma correlação, ao invés de assumir a independência de golos de cada equipa, uma aproximação através de uma distribuição de Poisson bivariada consegue obter uma performance previsional superior. É de referir que o modelo em causa apenas poderia ser aplicado após a conclusão do desafio, não servindo por isso como um modelo previsional para os resultados finais antes do encontro.

Dixon & Coles (1997), utilizando também um modelo para a previsão do número de golos alicerçado na distribuição de Poisson bivariada, ultrapassaram a barreira de previsão *ex post* para *ex ante*. O principal objetivo do seu trabalho prendeu-se com a necessidade de encontrar um método que permitisse a obtenção de retornos positivos numa determinada estratégia de apostas. Os autores conseguiram elaborar uma estratégia lucrativa, no entanto a base de dados considerada tinha dimensões bastante reduzidas (ano 1995/96 no Reino Unido).

Koning (2000) utilizando uma extensão do modelo de probit ordenado de Neumann & Tamura (1996) estudou a previsão de resultados de forma direta para o campeonato holandês *ex post*, ou seja, após o término dos encontros. O objetivo do autor não tinha por base a procura de oportunidades lucrativas no mercado de apostas, mas sim fornecer um ponto de partida para uma análise mais estruturada em termos económicos do campeonato holandês.

Kuypers (2000) apresentou um modelo previsional para o comportamento dos *bookmakers*, indiciando que se os mesmos focarem a maximização do lucro esperado poderão ser observadas *odds* ineficientes sob o ponto de vista económico. Estas ineficiências podem ser explicadas através das preferências dos apostadores, sendo que fatores como a lealdade/dependência emocional de uma determinada equipa podem gerar enviesamentos na distribuição de apostas. O autor refere ainda que uma estratégia de apostas tendo por base um modelo de probit ordenado origina oportunidades lucrativas num período temporal mais antigo, sendo no entanto estas oportunidades corrigidas pelos *bookmakers* num período temporal mais recente.

Cain, Law & Peel (2000) provaram a existência de uma anomalia chamada *favourite longshot bias*, no mercado de apostas online referente ao futebol no Reino Unido, na época 1991/92. A existência deste fenómeno vem colocar em causa a hipótese de eficiência fraca do mercado de apostas online. O fenómeno já havia sido reportado anteriormente para outros mercados de apostas, como por exemplo as corridas de cavalos (Williams & Paton, 1997). Cain, Law & Peel (2000) referem que o número de golos marcados por cada equipa pode “aparentemente” ser aproximado à distribuição de Poisson e à distribuição binomial negativa.

Dixon & Pope (2004) demonstraram a presença da anomalia *favourite longshot bias* no mercado de apostas online, referente ao futebol, no Reino Unido de 1993 a 1996. Os mesmos autores não encontraram nesse mesmo horizonte temporal nenhuma oportunidade de arbitragem a ser explorada.

Goddard & Asimakopoulos (2004) publicaram o primeiro artigo em que os resultados de equipas inglesas são previstos, não só tendo por base dados estatísticos passados, como também indicadores de performance recentes, aplicando para tal um modelo probit ordenado. A estratégia de apostas elaborada apresentou-se como “aparentemente lucrativa” considerando apenas os encontros referentes ao final da época (meses de Maio e Abril dos anos 1998/99 e 1999/00), nos quais se evidencia uma ineficiência por parte do mercado de apostas. É importante referir que o período temporal em que são efetuadas apostas com rendibilidade positiva é bastante reduzido.

Deschamps & Gergaud (2007) estudaram o mercado de apostas online referente ao futebol inglês no período decorrente de 2002 a 2006. Os autores mencionados encontraram evidências claras da existência do fenómeno *favourite longshot bias* quando a *odd* em causa se

refere à vitória de uma das equipas e não ao empate. Criaram também uma estratégia de apostas assente no nível de discordância entre os *bookmakers* (medido pela variância). A estratégia abordada não conseguiu obter rendibilidades positivas, no entanto foi possível originar retornos anormais, colocando em causa a hipótese de eficiência fraca por parte do mercado.

Graham & Stott (2008) aplicaram o modelo de probit ordenado e criaram um modelo para prever as *odds* da casa de apostas William Hill, estimando dessa forma o valor atribuído à vantagem de jogar em casa por parte dos *bookmakers*. Os resultados obtidos com a estratégia de apostas levaram os autores a afirmar que as *odds* da casa de apostas William Hill são “irracionais” uma vez que as mesmas não vão ao encontro das probabilidades reais do evento. A irracionalidade mencionada prende-se com a presença do enviesamento referente a apostas nos favoritos. Os autores não conseguiram criar nenhum modelo estatístico que conseguisse explorar esta anomalia. É também de salientar que afirmaram que “*none of the work published has been particularly successful at beating the bookmakers. If it was successful, it would not have been published*”, o que evidencia a dificuldade de superar os *bookmakers*.

Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009) averiguaram a eficiência do mercado de apostas online sobre futebol em termos europeus (26 países) de 2002 a 2004. Para tal aplicaram estratégias de apostas baseadas em regras simples (como por exemplo apostar sempre na equipa da casa), na previsão indireta de resultados obtidos através da distribuição de Poisson, na previsão direta fornecida através de um modelo multinomial de Logit e na procura de oportunidades de arbitragem. Desta forma encontraram a existência do fenómeno *favourite longshot bias*, assim como uma outra anomalia com proporções superiores a que chamaram *away favourite bias*. Essa anomalia consiste na aposta nos favoritos apenas quando estes jogam fora. A possibilidade de aplicar estratégias que originariam rendibilidades positivas para o aproveitamento do *away favourite bias* foi conseguida através da aplicação do método indireto de previsão, no entanto a amostra à qual a distribuição de Poisson foi aplicada após estimação consistiu em apenas 300 encontros. Segundo os autores, os resultados obtidos sugerem desvios do paradigma internacional de eficiência fraca para o mercado em análise. Reportaram também a incidência de uma oportunidade de arbitragem em cada duzentos jogos analisados.

Outro estudo sobre arbitragem foi elaborado por Franck, Verbeek & Nüesch (2009). Neste estudo a procura de oportunidades de arbitragem foi efetuada de duas formas distintas: pela comparação de *odds* entre oito diferentes *bookmakers* e, alternativamente, pela comparação das *odds* oferecidas pelos oito *bookmakers* com as verificadas nos sítios online em que são feitas apostas de clientes “contra” clientes, ou seja entre os *bookmakers* e uma espécie de “bolsa de apostas online”. Os resultados evidenciaram a existência de oportunidades de arbitragem para ambos os casos, ainda que apresentem uma incidência superior quando focam a ligação entre os oito *bookmakers* e a “bolsa de apostas online”.

Direr (2013) voltou a focar a questão da eficiência do mercado de apostas online, demonstrando a existência de desvios consideráveis à hipótese de eficiência fraca para o mercado em causa. O autor utilizou uma das mais extensivas bases de dados já consideradas, agrupando 21 campeonatos europeus durante 11 anos e recorrendo a 12 *bookmakers*. A estratégia por si concebida para averiguar a existência de rendibilidades anormais será explicada na Metodologia, no entanto, em termos genéricos, esta consistia em apostar em todas as *odds* cujo valor não excedesse um determinado limite. É ainda de realçar a confirmação da existência do fenómeno de *favourite longshot bias* por parte do referido autor.

Este estudo pretende ser mais um contributo na procura das oportunidades de arbitragem e na exploração do fenómeno *favourite longshot bias*, preenchendo o gap relativo ao mercado português, estabelecendo comparações com o verificado em termos europeus e aplicando um rácio financeiro (índice de Sharpe) para mensurar o comportamento do binómio rendimento/risco do mercado de apostas online quando comparado com ativos financeiros comuns.

### **3. Dados**

No caso das oportunidades de arbitragem são avaliadas dez casas de apostas, sendo as *odds* das mesmas provenientes do sítio [football.data.co.uk](http://football.data.co.uk), compreendendo todos os jogos disputados na Primeira Liga Portuguesa durante a época 2012/13, perfazendo um total de 7143 *odds* para os 240 jogos em análise. Também são retiradas do mesmo sítio as *odds* relativas às cinco mais importantes ligas europeias (Liga Alemã, Liga Espanhola, Liga Francesa, Liga Inglesa e Liga Italiana), durante a mesma época. A base de dados em questão foi utilizada noutros estudos, como por exemplo em Graham & Stott (2008) e Direr (2013). Na base de dados utilizada as *odds* são retiradas à sexta-feira ou à terça-feira, consoante a data do encontro, sendo recolhidas exatamente à mesma hora.

No caso do *favourite longshot bias* os dados referentes às *odds* e aos resultados finais são provenientes da mesma fonte ([football.data.co.uk](http://football.data.co.uk)) e compreendem todos os jogos relativos à Primeira Liga Portuguesa, entre as épocas 2000/01 e 2012/13, o que perfaz um total de 13 temporadas ou 3516 jogos. Desses 3516 jogos, 3506 são alvo de análise devido à inexistência de *odds* nos 10 restantes, o que equivale a cerca de 72 mil *odds*. Os dados estão sujeitos aos constrangimentos da base de dados que são o facto de existirem anos em que apenas se encontram disponíveis as *odds* oferecidas por 4 *bookmakers* e outros em que se encontram disponíveis até 10 *bookmakers*. As casas de apostas em análise são: *Gamebookers*, *Interwetten*, *Sportingbet*, *William Hill*, *Bet 365*, *Bwin*, *Ladbrokes*, *Stan James*, *Betvictor*, *Blue Square*, *Stanleybet* e *Pinnacle*.

Uma tabela descritiva sobre o número de jogos avaliados pelos *bookmakers* em estudo pode ser consultada em Anexo (Tabela A1).

Para retirar as cotações diárias de nove índices bolsistas de referência: PSI 20, DAX 30, BEL 20, IBEX 35, CAC 40, AEX, FTSE MIB, FTSE 100 e SMI, no período correspondente às épocas desportivas 2011/12 e 2012/13, foi consultado o sítio [euroinvestor.com](http://euroinvestor.com) e para obter as *yields* diárias da obrigação de tesouro alemão a dez anos, para o mesmo período, o sítio [investing.com](http://investing.com).

No capítulo seguinte é apresentada a metodologia seguida neste estudo, quer através da procura de oportunidades de arbitragem, quer através da exploração do fenómeno *favourite longshot bias*.

## 4. Metodologia

### 4.1. Oportunidades de arbitragem

O conceito de arbitragem corresponde à procura de lucro sem risco através de transações simultâneas em dois ou mais mercados (Hull, 2008), ou seja, à tomada de posições opostas nos mercados em causa com vista à obtenção de retorno, independentemente do resultado verificado nos instrumentos utilizados. Adaptando este conceito ao mercado de apostas online, referente aos resultados finais de um jogo de futebol, é possível deduzir que para se verificar arbitragem é necessário que dois ou mais *bookmakers* apresentem, para os três resultados finais possíveis, *odds* que permitam, através da tomada de posições contrárias nas diferentes casas, obter um lucro certo. Assim se depreende que a existência de uma oportunidade de arbitragem implica a utilização de mais do que um *bookmaker*.

Para compreender o conceito de arbitragem, quando referente a um mercado de apostas, é necessário primeiro dominar o conceito de probabilidade associada à *odd*.

Considerando um “mercado justo”, o que implicaria a inexistência de margens de lucro para as casas de apostas, a probabilidade de um dado acontecimento corresponde ao inverso da *odd* ao qual está cotado (Kelly, 1956).

No entanto, no mercado de apostas online existe a obtenção de lucro por parte das casas de apostas através da existência de margens. Desta forma, Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009) explicam que a probabilidade a ser retirada das *odds* do *bookmaker* não representa a probabilidade realmente implícita por parte do mesmo, mas sim uma probabilidade que apelidaram de “probabilidade implícita maior”. Esta “probabilidade implícita maior” de um determinado resultado *i* ocorrer ( $P'_i$ ) é então obtida através da inversa da *odd*, ou seja, através da seguinte equação:

$$P'_i = \frac{1}{d_i}$$

Onde  $d_i$  corresponde à *odd* com que o *bookmaker* cotou o resultado *i*. Franck, Verbeek & Nüesch (2009) explicam que, para a mesma casa de apostas, o somatório de todas as  $P'_i$  associadas a um determinado encontro é superior a 1, devido à aplicação da margem por parte do *bookmaker*. Ou seja, ao valor da *odd* que corresponderia à probabilidade realmente considerada pelo *bookmaker* é retirada uma determinada margem, tornando desta forma a  $P'_i$

superior à probabilidade realmente considerada pelo *bookmaker*, assumindo assim o seu somatório um valor superior a 1.

É interessante referir que, segundo Deschamps & Gergaud (2007), a real probabilidade implícita presente nas *odds* do *bookmaker* (perfazendo o seu somatório o valor de 1) é determinada por:

$$P_i = \frac{1}{d_i} \times \frac{1}{\sum_i \frac{1}{d_i}}$$

Todavia para encontrar oportunidades de arbitragem a probabilidade que é alvo de análise é a “probabilidade implícita maior” ( $P'_i$ ) e não a probabilidade implícita real ( $P_i$ ).

Neste estudo a procura de oportunidades de arbitragem tem como base a metodologia aplicada por Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009), adaptando o seu modelo exclusivamente para o caso do resultado final de um jogo de futebol. De acordo com os autores, os *bookmakers* podem cotar as suas *odds* de três formas: pela previsão do resultado final, pela distribuição de apostas dos seus consumidores ou pela combinação de ambos os fatores. Assumindo uma distribuição equitativa de apostas pelos resultados possíveis, o valor esperado da margem associada à “probabilidade implícita maior” ( $M'$ ) pode ser obtido através da equação seguidamente apresentada.

$$E(M') = \left( \sum_{i=1}^3 \frac{1}{d_i} \right) - 1 = \left( \sum_{i=1}^3 P'_i \right) - 1$$

Segundo a bibliografia citada, quando se baseia a procura de *odds* em mais do que uma casa de apostas, imprescindível quando o objetivo é arbitrar, a “margem maior sintetizada dos *bookmakers*” ( $\tilde{M}$ ) é representada por:

$$\tilde{M} = \left[ \left( \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\max d_{ib}} \right) - 1 \right] = \left[ \left( \sum_{i=1}^3 \min P'_{ib} \right) - 1 \right]$$

Onde  $\max d_{ib}$  corresponde à *odd* máxima oferecida de entre todos os *bookmakers* (b) das diferentes casas de apostas em análise e  $\min P'_{ib}$  à respetiva “probabilidade implícita maior”. Logicamente que quanto mais casas de apostas forem analisadas menor tende a ser a  $\tilde{M}$ . Para se registar uma oportunidade de arbitragem terá de se verificar a seguinte condição:

$$\tilde{M} < 0$$

Ou seja, se o somatório das “probabilidades implícitas maiores” associadas às *odds* máximas dos *bookmakers* em análise for inferior a um, estamos perante uma oportunidade de arbitragem.

Segundo os mesmos autores, a proporção ótima a investir ( $\widetilde{w}_i$ ) em cada resultado final possível  $i$ , para se arbitrar, é obtida de acordo com a equação abaixo apresentada.

$$\widetilde{w}_i = \frac{\min P'_{ib}}{\sum_{i=1}^3 \min P'_{ib}} = P_i$$

Esta proporção ótima corresponde exatamente à probabilidade realmente implícita nas *odds* definida anteriormente ( $P_i$ ). Ou seja, investir nestas proporções corresponde a fazer uma distribuição equitativa da quantia disponível para apostar pelos três resultados possíveis, com base na sua probabilidade realmente implícita.

Para o cálculo da rendibilidade é utilizada a fórmula definida por Franck, Verbeek & Nüesch (2009). Assim o retorno do apostador, aplicando as devidas proporções para arbitrar, pode ser obtido através da seguinte equação:

$$R = [w_1 \times \max d_{1b} - 1 = w_2 \times \max d_{2b} - 1 = w_3 \times \max d_{3b} - 1] = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\max d_{ib}}} - 1$$

Onde  $\max d_{1b}$ ,  $\max d_{2b}$  e  $\max d_{3b}$  correspondem à *odd* máxima oferecida pelos *bookmakers* e  $w_1$ ,  $w_2$  e  $w_3$  às proporções a investir, para cada resultado final possível.

O intuito desta abordagem é encontrar, se existirem para a base de dados mencionada, oportunidades de arbitragem, referindo a sua recorrência, quais os *bookmakers* e respetivas *odds* que as possibilitam e as proporções a investir que permitiriam o seu aproveitamento. São também verificadas quais as margens e respetivos desvios padrões associados a cada uma das casas de apostas em estudo.

Posteriormente é aplicada a mesma metodologia às cinco ligas economicamente mais atrativas em termos europeus: Liga Alemã, Liga Espanhola, Liga Francesa, Liga Inglesa e Liga Italiana e é feita uma comparação entre o número de arbitragens sucedido nas referidas ligas relativamente à Liga Portuguesa.

O mercado de apostas online, ao contrário do verificado nos mercados financeiros em que a estratégia de arbitragem tem por base a tomada de posições opostas (compra e venda) no mesmo instrumento ou em instrumentos semelhantes, tem apenas por base posições de

compra. Ou seja, o arbitragista no mercado de apostas deve investir na compra das três posições vitória, empate e derrota que constituem o universo de possibilidades do resultado final do encontro. Deste modo é perceptível que as oportunidades de arbitragem referentes ao mercado de apostas online implicam um requisito de capital considerável quando comparadas com arbitragens nos mercados financeiros.

Outra das particularidades do mercado de apostas online, está relacionada com o horizonte temporal que uma oportunidade de arbitragem exige até originar rentabilidade. Esta singularidade é devida ao facto de, apesar de o arbitragista saber que irá obter lucro com as posições tomadas, esse mesmo lucro só se torna efetivo após o término do encontro no qual investiu. Assim é dedutível que as oportunidades de arbitragem presentes no mercado de apostas online têm uma exigência temporal muito superior às arbitragens observadas nos mercados financeiros.

Apesar de em termos teóricos as oportunidades de arbitragem serem desprovidas de risco, em termos reais existem alguns riscos, ainda que diminutos, inerentes ao seu aproveitamento. Esses mesmos riscos, no caso do mercado de apostas online, são:

- a possibilidade das casas de apostas poderem anular a aposta em questão por se terem equivocado (erro humano);
- as regras das casas de apostas poderem diferir em caso de algum fator exógeno impedir a realização do encontro na data definida (como por exemplo condições climáticas extremamente adversas), e a aposta poder ser cancelada apenas numa das casas utilizadas ficando as restantes posições em aberto;
- a possibilidade da existência de limitações quanto ao valor a apostar em cada casa de apostas;
- o risco de falência da casa de apostas durante o horizonte temporal em causa, ainda que tendo em conta a elevada reputação e estabilidade das casas de apostas utilizadas este se apresente como praticamente nulo.

#### **4.2. *Favourite-longshot bias***

A problemática do *favourite-longshot bias* no mercado de apostas pode ser definida, de acordo com Cain, Law & Peel (2000), como “...an anomaly called *favourite-longshot bias*: *favourites win more often than the subjective market probabilities imply, and longshots less*”

*often*”. Assim, é possível deduzir que a designação *favourite-longshot bias* está associada à existência de um enviesamento no mercado em que a aposta sistemática nos favoritos origina um retorno superior à aposta sistemática nos *longshots*.

Este enviesamento no mercado das apostas de futebol já foi estudado e provado por diversos autores, no entanto o mesmo nunca foi investigado para o caso da Primeira Liga Portuguesa. Uma forma de averiguar a existência do fenómeno *favourite-longshot bias* é a aplicação do sistema de regras de aposta simples exposto por Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009). Este sistema tem por base a aposta de uma unidade monetária na equipa que preencha o requisito referido pela regra, sendo este requisito aplicado individualmente a cada encontro. As regras foram aplicadas quer à melhor *odd* disponível de entre todas as casas de apostas que cotaram o jogo, assumindo que se é cliente das várias casas de apostas e que por isso se usufruiu da *odd* máxima no seu investimento, quer à *odd* média verificada para as mesmas casas de apostas, assumindo que se é cliente de apenas uma casa e que a *odd* oferecida pela mesma tende a ser a *odd* média.

**Tabela 1 - Sistema de regras de apostas simples entre 2000/01 e 2010/11**

Regra de aposta:	Odd máxima		Odd média	
	Nº apostas	Retorno	Nº apostas	Retorno
Equipa casa	3026	-7,12%	3026	-11,30%
Empate	3026	-6,54%	3026	-10,59%
Equipa fora	3026	-12,45%	3026	-18,82%
Favorito	3013	-2,10%	3024	-5,98%
<i>Longshot</i>	2937	-15,70%	3017	-19,94%
Equipa casa se favorita	2342	-2,51%	2347	-6,26%
Equipa casa se <i>longshot</i>	491	-28,79%	458	-34,66%
Equipa fora se favorita	671	-0,68%	677	-4,99%
Equipa fora se <i>longshot</i>	1843	-16,62%	1769	-23,80%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol entre 2000/01 e 2010/11.

Conforme pode ser analisado na Tabela 1, a aposta sistemática nos favoritos, desde a época 2000/01 até à época 2010/11, origina retornos negativos médios por aposta a rondar os 2%, no caso da *odd* máxima, e a rondar os 6%, se for considerada a *odd* média. No entanto, se forem consideradas as apostas nos *outsiders* a rendibilidade ronda, em média, o valor negativo de 16% ou 20%, no caso de se utilizar a *odd* máxima ou média respetivamente. Em paralelismo com o demonstrado por Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009) as rendibilidades obtidas pelo sistema de aposta simples são negativas, no entanto através das mesmas é possível concluir que caso se aposte sistematicamente nos favoritos se obtém uma rendibilidade superior em

cerca de 14% do que se se apostar sistematicamente nos *outsiders*. Esta diferença de rendibilidades também é observada, ainda que em valores superiores, quando aplicada a jogos exclusivamente em casa ou exclusivamente fora. Desta forma, depreende-se a existência do *favourite longshot bias* no mercado de apostas online referente à Primeira Liga Portuguesa. De acordo com Ottaviani & Sorensen (2007), existem sete principais teorias explicativas para a ocorrência deste fenómeno: erro nas estimativas de probabilidades associadas a cada evento possível, poder de mercado associado aos apostadores informados, perfil de amante de risco por parte dos apostadores, crenças heterogéneas dos mesmos, poder de mercado associado aos *bookmakers* desinformados, arbitragem limitada pelos apostadores informados e apostas simultâneas por *insiders* parcialmente informados.

Apesar de provar a existência do enviesamento *favourite longshot*, o sistema de apostas simples não obtém rendibilidades positivas. Por conseguinte, para procurar a obtenção de lucro com o enviesamento referente a apostas nos favoritos, é aplicada a metodologia proposta por Direr (2013) ao período decorrente entre as épocas 2000/01 e 2010/11 (amostra inicial), visto que a mesma encontrou uma solução lucrativa através da exploração deste enviesamento no caso das ligas europeias. Esta metodologia consiste em:

- Recolher todas as *odds* referentes aos vários *bookmakers* em estudo para todos os encontros em análise durante o período referido.

- Retirar de entre todas as *odds* oferecidas pelos *bookmakers* o seu valor máximo associado a cada resultado possível, para cada encontro em análise.

- Determinar para cada resultado possível, de entre todos os encontros avaliados, qual a decisão do apostador. Este irá apostar caso o valor da *odd* máxima associada ao resultado em causa (retirada no passo anterior) não ultrapasse um determinado limite, e não irá apostar caso essa mesma *odd* tenha um valor superior ao limite. O montante a apostar será fixo.

É importante referir que o limite mencionado é um valor compreendido entre um mínimo que seja equivalente a apostar em cerca de 1% do total de jogos analisados nesta amostra (30 apostas em 3026 possíveis) para evitar a existência de *outliers*, até um valor que seja correspondente ao máximo verificado de entre todas as *odds* maximizadas. A amplitude entre os limites a estudar será de 0,01 unidades. Logicamente que quanto maior o limite, maior o número de *odds* que irá agrupar, e por conseguinte, maior o número de apostas.

- Por fim, facilmente se depreende que o principal objetivo desta metodologia é encontrar o limite que maximize a rendibilidade por aposta. Assim são averiguados quais os limites, se existirem, que originam rendibilidades positivas por aposta e obtido o limite que

otimizaria essa mesma rendibilidade. A determinação desse limite tem por base o pressuposto de que o apostador é cliente de todas as casas de apostas em estudo e que, conseqüentemente usufrui sempre de apostas na melhor *odd* disponível.

Adicionalmente, para o mesmo período, é ainda seguida uma metodologia alternativa, também definida por Direr (2013), em que o apostador também utiliza como critério de decisão a *odd* máxima, mas que apenas é cliente da sua casa de apostas regular e que a mesma lhe oferece uma *odd* a rondar a *odd* média. Deste modo a rendibilidade individual é obtida de acordo com a *odd* média oferecida pelos diferentes *bookmakers* em estudo, ainda que apenas decida investir caso a *odd* máxima não ultrapasse o limite em causa.

As principais vantagens da metodologia referida são a sua simplicidade de aplicação, o facto de o apostador não necessitar de ser dotado de qualquer conhecimento desportivo e já ter sido aplicada com sucesso em ligas europeias.

As principais desvantagens prendem-se com o facto de exigir uma aplicação atenta e minuciosa, uma vez que implica a necessidade de consultar o maior número possível de *bookmakers* para retirar as *odds* oferecidas em cada jogo, que para a sua melhor utilização seja necessário ser cliente de várias casas de apostas, com o objetivo de poder usufruir sempre da *odd* máxima, e a possibilidade de no futuro, caso esta lacuna seja aproveitada por muitos apostadores, os *bookmakers* se poderem precaver e assim limitar ou eliminar o potencial de lucro.

Após a obtenção do limite ótimo em termos de rendibilidade por aposta, o seu valor é comparado com os valores obtidos por Direr (2013), e é observada a convergência/divergência entre os diferentes limites geradores de rendibilidade positiva obtidos, quer através de apostas na *odd* máxima, quer através de apostas na *odd* média. É de salientar que Direr (2013) aplicou a metodologia mencionada às quatro principais divisões inglesas e escocesas, às duas principais divisões alemãs, italianas, espanholas e francesas e à primeira divisão holandesa, belga, portuguesa, turca e grega, o que torna o seu estudo um bom benchmark em termos europeus, e que o horizonte temporal utilizado pelo autor é exatamente o mesmo que é aplicado ao caso português na amostra inicial, daí a relevância da sua comparação.

Seguidamente é aplicada a mesma metodologia, mas baseada apenas no estudo de um *bookmaker*. Ou seja, são aplicados os vários limites a um *bookmaker* em termos individuais,

apostando em todas as *odds* do mesmo que não ultrapassem o limite em causa. O principal objetivo desta comparação é perceber se a vantagem do modelo estará presente no critério de decisão com base na *odd* máxima ou se basta apenas seguir um *bookmaker* para atingir rendibilidades positivas. Os *bookmakers* que apresentam maior cobertura sobre a totalidade dos jogos estudados entre 2000 e 2011 na base de dados utilizada são: a Interwetten (98%), a Gamebookers (97%), a Sportingbet (97%) e a William Hill (96%). Deste modo são aplicados os diferentes limites a cada um destes quatro *bookmakers* em termos individuais, averiguando assim a possibilidade de ao invés de aplicar o modelo a várias casas de apostas, considerar apenas uma.

Posteriormente é aplicado o limite ótimo obtido através da *odd* máxima à Primeira Liga Portuguesa nas épocas 2011/12 e 2012/13, temporadas fora da amostra inicial, e apurada a rendibilidade individual que esse limite originaria para cada uma delas e a sua rendibilidade conjunta, quer através da *odd* máxima, quer através da *odd* média.

O objetivo deste passo é apurar a convergência/divergência das rendibilidades que são possíveis obter num conjunto de dados, mais recente, fora da amostra inicial.

Adicionalmente é calculada, para o período fora da amostra inicial, a rendibilidade anual que um investidor poderia obter em cada uma das temporadas. Para tal são necessários pressupostos adicionais:

- a possibilidade de reinvestimento do lucro entre as diferentes casas de apostas, desde que as apostas não sejam feitas no mesmo dia;
- que em caso de necessidade para atingir o montante a apostar será possível fazer reforços de capital no valor do montante em falta;
- que o montante fixo a apostar seja de 100 €, apenas para simplificação da apresentação de resultados;
- a inexistência dos custos de transação;
- a consideração de que um ano desportivo corresponde ao período decorrente de 1 de Julho até 30 de Junho do ano seguinte, perfazendo dessa forma 365 dias (ou 366 no caso de ano ser bissexto).

Por fim é calculado o Índice de Sharpe (IS) que a aplicação do limite gerador de rendibilidade máxima originaria no período fora da amostra inicial. O objetivo deste passo é aplicar ao mercado de apostas online um índice de performance financeiro para posterior

comparação com ativos financeiros comuns. O IS, conforme é dedutível da equação abaixo apresentada, quantifica a relação entre o excesso de rendibilidade esperada, ou seja, a rendibilidade esperada acima do ativo sem risco, e o risco do ativo em causa, medido através da sua volatilidade (desvio padrão).

$$IS = \frac{R_a - R_f}{\sigma_a}$$

Onde  $R_a$  corresponde à rendibilidade esperada anualmente com os investimentos no mercado de apostas,  $R_f$  à taxa de juro sem risco e  $\sigma_a$  ao desvio padrão devidamente anualizado. Assim, para calcular o IS são necessárias três variáveis: a rendibilidade anual, o desvio padrão anualizado e a taxa de juro sem risco.

Para a obtenção da rendibilidade anual esperada são assumidos dois pressupostos: independência entre as rendibilidades verificadas em cada uma das temporadas e inexistência de reinvestimento dos lucros de um ano desportivo para o outro. Desta forma é possível assumir que a rendibilidade anual esperada com a aplicação do modelo pode ser calculada através da média aritmética das rendibilidades anualmente obtidas em cada uma das temporadas.

O desvio padrão individual (por aposta)  $\sigma_i$  é obtido tendo em conta o conjunto de todas as apostas feitas durante o período em análise, recorrendo à seguinte equação:

$$\sigma_i = \left( \frac{\sum (R_{individual} - \bar{R}_{individual})^2}{N - 1} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Onde  $R_{individual}$  corresponde ao retorno individual de cada uma das apostas,  $\bar{R}_{individual}$  ao retorno médio individual gerado pelas mesmas e  $N$  ao número total de apostas. Seguidamente o desvio padrão individual será anualizado de acordo com a seguinte fórmula:

$$\sigma_{anual} = \frac{\sigma_{individual}}{\sqrt{(1/n)}}$$

Onde  $n$  corresponde ao número médio de apostas feitas por ano.

Como ativo sem risco é considerada a obrigação de tesouro alemã a dez anos (Bund). Assim a taxa associada ao ativo sem risco corresponde à sua yield média no horizonte temporal considerado.

A importância da utilização do IS deve-se ao facto de, apesar de poder apresentar rendibilidades bastante apetecíveis, o mercado de apostas estar também sujeito a uma volatilidade bastante considerável devido ao seu elevado risco e o rácio referido focar a relação entre ambas as variáveis.

O IS obtido com o mercado de apostas é posteriormente comparado com o IS que é possível extrair de vários índices bolsistas europeus de referência: PSI 20 (representativo das vinte empresas com melhor performance financeira cotadas na Euronext Lisbon), DAX 30 (trinta empresas cotadas na bolsa de valores de Frankfurt), BEL 20 (vinte empresas cotadas na Euronext Brussels), IBEX 35 (trinta e cinco empresas cotadas na bolsa de Madrid), CAC 40 (quarenta empresas cotadas na Euronext Paris), AEX (vinte e cinco empresas cotadas na Euronext Amsterdam), FTSE MIB (quarenta empresas cotadas na bolsa de valores de Milão), FTSE 100 (cem empresas cotadas na bolsa de valores de Londres) e SMI (vinte empresas cotadas na bolsa de valores Suíça SIX). Deste modo é possível compreender se o retorno obtido através do limite maximizador de rendibilidade é proveniente de uma exposição excessiva ao risco ou se a aplicação do limite resultante do método aludido se apresenta como uma estratégia de investimento financeiro aliciante.

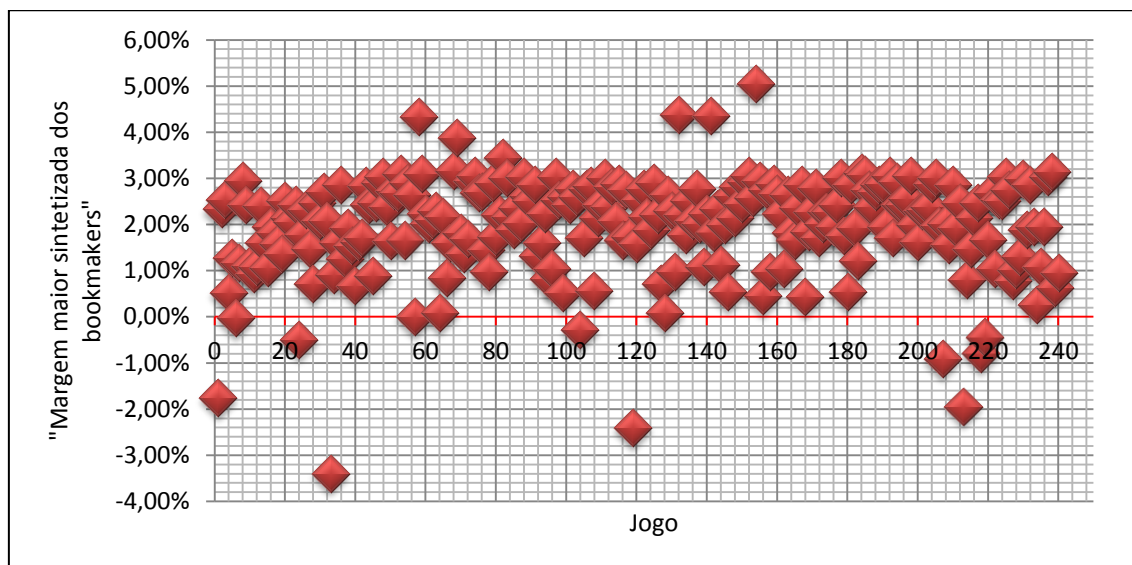
## 5. Análise de Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos, primeiramente com a procura de oportunidades de arbitragem e posteriormente com a exploração do fenómeno *favourite longshot bias*.

### 5.1. Oportunidades de arbitragem

#### 5.1.1. Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional

Com a aplicação da metodologia descrita pode ser observado na Figura 1 a  $\tilde{M}$  verificada nos 240 jogos da Primeira Liga Portuguesa durante a época 2012/13. É de referir que o número ao qual o jogo está associado corresponde à sua ordem temporal e que no caso de jogos realizados no mesmo dia o número corresponde ao que aparece em primeiro lugar na base de dados.



**Figura 1 - "Margem maior sintetizada dos *bookmakers*" por jogo**

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional 2012/13.

Conforme explicado anteriormente, se a referida margem for inferior a zero estamos perante uma oportunidade de arbitragem. Tal facto verificou-se em 10 dos 240 jogos analisados, o que indica que em cada 100 jogos foram encontradas cerca de 4 arbitragens. É ainda de referir que a margem em causa registou em média o valor de 1,99%, associado a um desvio padrão de cerca de 1,07%.

As dez referidas oportunidades de arbitragem podem ser observadas na Tabela 2. Para uma descrição mais pormenorizada consultar o Anexo (Tabela A2).

**Tabela 2 - Oportunidades de arbitragem e respetiva proporção a investir**

Jogo	Odd máxima			$\tilde{M}$	Proporção a investir			Retorno
	Casa	Empate	Fora		Casa	Empate	Fora	
1	2,55	3,2	3,6	-1,76%	39,92%	31,81%	28,27%	1,79%
6	1,75	3,85	5,93	-0,02%	57,15%	25,98%	16,87%	0,02%
24	3,67	3,27	2,4	-0,50%	27,39%	30,74%	41,88%	0,51%
33	3,75	3,34	2,5	-3,39%	27,60%	30,99%	41,40%	3,51%
104	2,5	3,3	3,4	-0,29%	40,11%	30,39%	29,50%	0,29%
119	15,39	7,06	1,3	-2,41%	6,66%	14,51%	78,83%	2,47%
207	3,57	3,4	2,4	-0,91%	28,27%	29,68%	42,05%	0,92%
213	3,46	3,43	2,5	-1,94%	29,47%	29,73%	40,79%	1,98%
218	11	5,35	1,4	-0,79%	9,16%	18,84%	72,00%	0,80%
219	2,51	3,3	3,4	-0,44%	40,02%	30,44%	29,54%	0,45%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2012/13.

Conforme é observável na Tabela 2, sete das dez oportunidades encontradas originaram um retorno superior a 0,5%, tendo quatro das mesmas um retorno superior a 1%. Em média, o retorno proveniente das oportunidades de arbitragem encontradas ronda 1,22%.

O encontro com maior retorno proveniente do aproveitamento de oportunidades de arbitragem corresponde ao jogo número 33, que diz respeito ao desafio entre o Guimarães e o Braga, datado de 28 de Setembro de 2012. Se o investimento total a fazer no referido jogo fosse dividido em 27,6% na vitória do Guimarães, 30,99% no empate e 41,4% na vitória do Braga, nas casas de apostas bet365, Pinnacle e Interwetten, respetivamente, originaria uma rentabilidade, teoricamente desprovida de risco, a rondar os 3,51%.

Em Anexo (Tabela A3) podem ser consultadas as margens e respetivos desvios padrões apresentados por cada casa de apostas, assim como a sua presença em arbitragens.

### **5.1.2. Comparação com as cinco mais importantes Ligas Europeias**

É possível observar os resultados da aplicação da metodologia em estudo às cinco mais importantes ligas europeias na Tabela 3. Uma descrição mais pormenorizada pode ser consultada no Anexo (Tabela A4).

A primeira ilação a retirar da Tabela 3 prende-se com o facto de a Primeira Liga Portuguesa apresentar uma incidência de oportunidades de arbitragem bastante inferior a

qualquer uma das cinco ligas europeias estudadas. Esta diferença existe quer se considere todas as oportunidades de arbitragem (totais), quer se considere apenas as oportunidades de arbitragem que geram retornos superiores a 1%. Em termos objetivos, em Portugal apuraram-se cerca de 4,17% oportunidades de arbitragem nos jogos analisados, contrastando com os 17,43% registados em termos médios nas “Big Five” ligas europeias.

**Tabela 3 - Oportunidades de arbitragem por Liga Europeia**

País	Jogos	$\bar{M}$	$\sigma$	Arbitragem (incidência)	
				Totais	Retorno $\geq 1\%$
Alemanha	306	0,67%	1,21%	23,20%	9,48%
Espanha	380	0,84%	0,95%	17,63%	3,68%
França	380	1,14%	0,94%	12,63%	2,89%
Inglaterra	380	0,62%	0,83%	20,26%	3,68%
Itália	380	0,95%	0,90%	13,42%	3,95%
Média “Big 5”	-	0,84%	0,97%	17,43%	4,74%
Portugal	240	1,99%	1,07%	4,17%	1,67%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol e às cinco mais importantes Ligas Europeias em 2012/13.

Estes valores podem erradamente levar a concluir que no mercado de apostas da Primeira Liga Portuguesa existe uma elevada concordância entre os *bookmakers*, o que tornaria menor o número de oportunidades para arbitrar. No entanto, a justificação correta deve-se ao facto de em Portugal a margem média exigida pelas casas de apostas ser largamente superior à aplicada nas cinco mais importantes ligas europeias. Assim se compreende a diferença entre a  $\bar{M}$  verificada em Portugal (1,99%) e na Europa (0,84%) e a consequente disparidade de incidência de arbitragens.

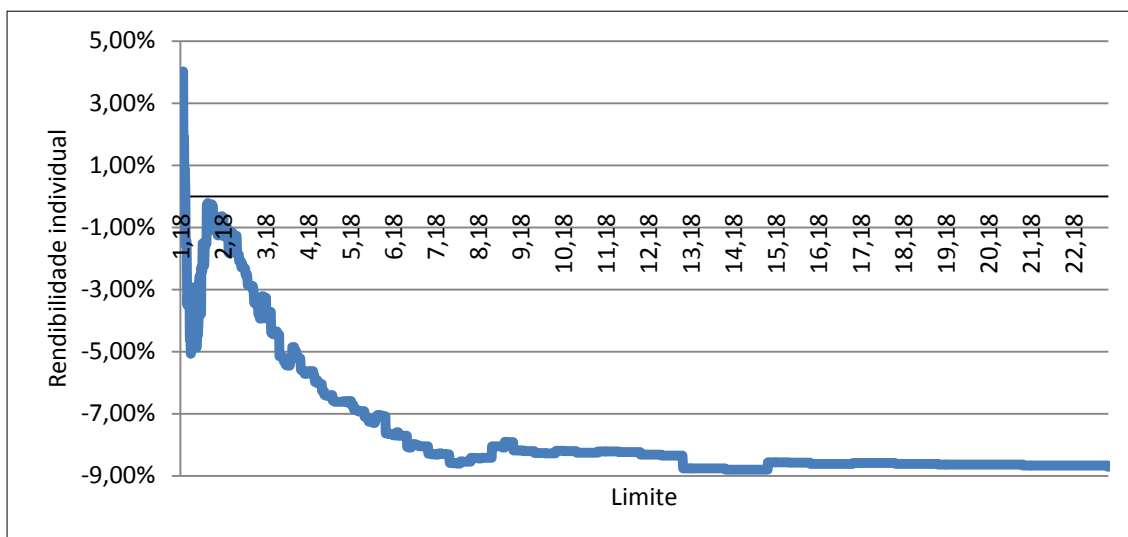
Quanto menor for a “margem maior sintetizada dos *bookmakers*” e maior for o desvio padrão que lhe está associado, maior é a probabilidade de existirem oportunidades de arbitragem. Por conseguinte, a Liga Alemã aparenta ser a mais apetecível para os arbitragistas, uma vez que apresenta a menor  $\bar{M}$  associada ao maior  $\sigma$ .

## 5.2. Favourite-longshot bias

### 5.2.1. Limite maximizador de rendibilidade

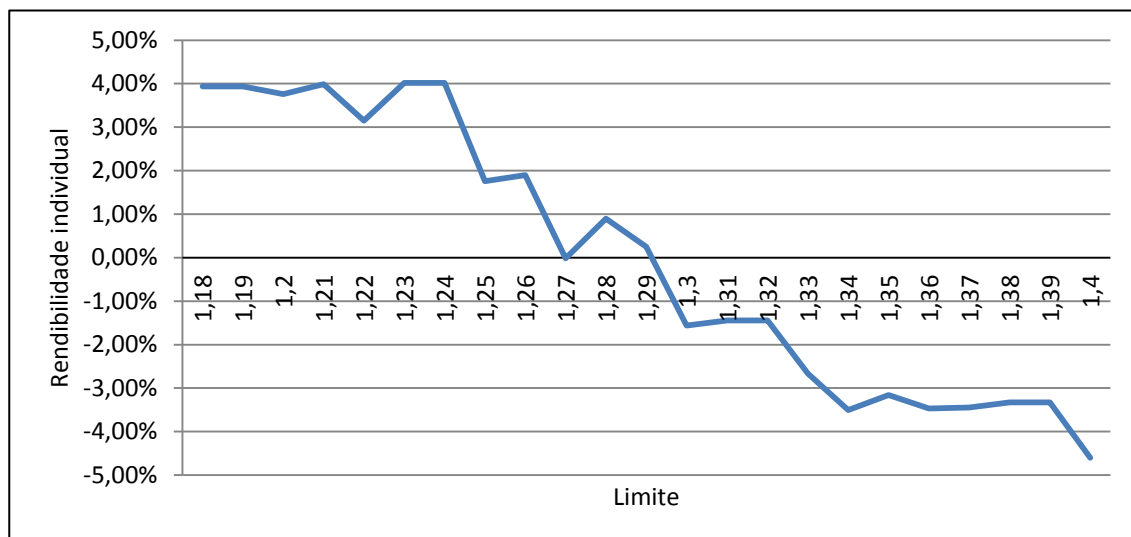
Sob a ótica do *favourite longshot bias*, a distribuição de retornos individuais resultante da aplicação da metodologia citada anteriormente à amostra inicial, considerando a estratégia em que o apostador é cliente das várias casas de apostas e por isso usufrui sempre da *odd*

máxima no seu investimento, pode ser observada em termos gráficos, para todos os limites possíveis a partir de 1,18 (o que corresponde a apostar em 1% dos 3026 jogos analisados nesta amostra), na Figura 2 e, em diferente escala, apenas para os limites compreendidos entre 1,18 e 1,4, na Figura 3.



**Figura 2 - Rendibilidade individual por limite, com investimento à odd máxima.**

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional entre 2000/01 e 2010/11.



**Figura 3 - Rendibilidade individual para limites entre 1,18 e 1,4, com investimento à odd máxima**

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional entre 2000/01 e 2010/11.

Da análise das figuras é perceptível a existência de uma oportunidade para explorar o fenómeno *favourite longshot bias* no mercado de apostas online referente à Primeira Liga Portuguesa. Essa oportunidade apresenta-se para a grande maioria dos limites abaixo de 1,3,

nos quais existe uma tendência clara para a obtenção de rendibilidades positivas. Já para limites a partir de 1,3 verificam-se sempre rendibilidades negativas, que tendem a decrescer com o aumento do limite até sensivelmente -8,7%, o equivalente a apostar em todas as *odds* máximas para todos os encontros analisados. Desta forma é compreensível que os únicos limites que do ponto de vista da rendibilidade merecem ser analisados cuidadosamente, quer em termos de investimentos à *odd* máxima, quer em termos de investimentos à *odd* média, são os que se encontram entre 1,18 e 1,30.

A Tabela 4 apresenta a rendibilidade por aposta, para os referidos limites, quer o apostador seja cliente de todas as casas de apostas analisadas (*odd* máxima), quer seja cliente de apenas uma (*odd* média), tendo como critério de decisão, tal como previamente explicado, a *odd* máxima. Como o critério de decisão é o mesmo, o número de apostas a efetuar e o número de apostas acertadas é igual independentemente de se referir a investimentos na *odd* máxima ou média.

**Tabela 4 - Rendibilidade individual por limite**

Limite	Número apostas	Apostas ganhas	Frequência de ganhos	Rendibilidade ( <i>odd</i> máxima)	Rendibilidade ( <i>odd</i> média)
1,18	31	28	90,32%	3,94%	2,42%
1,19	31	28	90,32%	3,94%	<b>2,42%</b>
1,2	75	66	88,00%	3,76%	2,01%
1,21	76	67	88,16%	3,99%	2,25%
1,22	105	91	86,67%	3,15%	1,27%
<b>1,23</b>	<b>110</b>	<b>96</b>	<b>87,27%</b>	<b>4,02%</b>	<b>2,15%</b>
1,24	110	96	87,27%	4,02%	2,15%
1,25	180	151	83,89%	1,76%	-0,18%
1,26	181	152	83,98%	1,90%	-0,05%
1,27	187	154	82,35%	-0,02%	-1,92%
1,28	198	164	82,83%	0,89%	-1,09%
1,29	225	184	81,78%	0,25%	-1,88%
1,3	277	220	79,42%	-1,68%	-3,74%

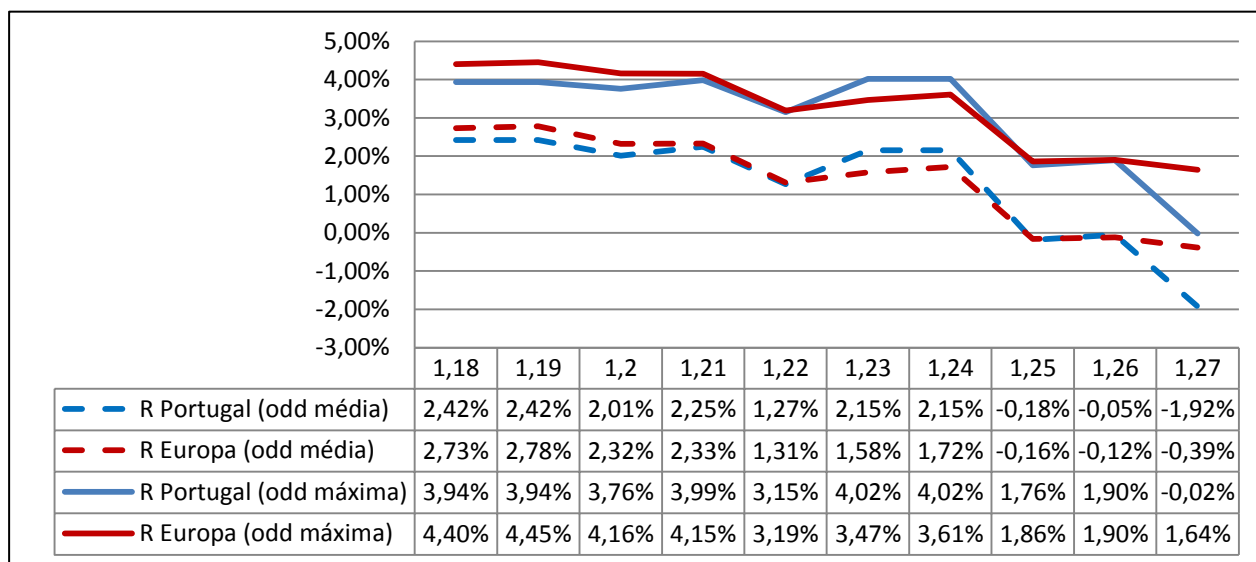
Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol entre 2000/01 e 2010/11.

Observando a tabela é perceptível que o limite que maximiza a rendibilidade individual, sob o ponto de vista da *odd* máxima, é de 1,23 ou 1,24. Analisando com maior pormenor percebe-se que o número de apostas efetuadas é o mesmo independentemente de o limite ser 1,23 ou 1,24. Assim conclui-se que nas 11 temporadas em análise não existiu nenhuma *odd* maximizada com o valor de 1,24, pelo que será considerado como limite ótimo 1,23. Sintetizando, se o apostador tivesse investido o mesmo montante em todas as *odds* iguais ou

inferiores a 1,23, ou seja, em todos os resultados cuja “probabilidade implícita maior” de mercado seja igual ou superior a 81,3%, obteria um retorno por aposta de 4,02%, se fosse cliente das várias casas de apostas, e a rondar os 2,15%, se fosse cliente de apenas uma. Estas rendibilidades seriam o resultado de 110 apostas, das quais 96 seriam acertadas, o que implicaria uma frequência de ganhos a rondar os 87%. É de mencionar que para limites inferiores a 1,23 a rendibilidade se apresenta sempre como positiva, sendo superior a 3% no caso da *odd* máxima e a 1% no caso da *odd* média. Já para limites a partir de 1,26 a rendibilidade começa a verificar uma tendência decrescente, passando a ser negativa caso se considere a *odd* média. É ainda de referir que sob ponto de vista da *odd* média o limite que maximizaria a rendibilidade por aposta (2,42%) seria o de 1,18.

### 5.2.2. Comparação com os resultados obtidos em termos europeus

Em termos gerais, os resultados apresentam bastantes similaridades aos que foram obtidos por Direr (2013) em termos europeus. Nesse estudo o autor menciona que o retorno apresenta um perfil “*hump-shaped*”, o que vai de encontro ao observado na Figura 2 para o caso exclusivamente português. A Figura 4 apresenta a comparação entre a rendibilidade obtida neste estudo e a obtida pelo autor supracitado para limites entre 1,18 e 1,27.



**Figura 4 - Rendibilidade individual por limite em Portugal e na Europa**

Fonte: As rendibilidades europeias por limite foram retiradas de Direr (2013).

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa e às ligas europeias estudadas por Direr (2013) entre 2000/01 e 2010/11.

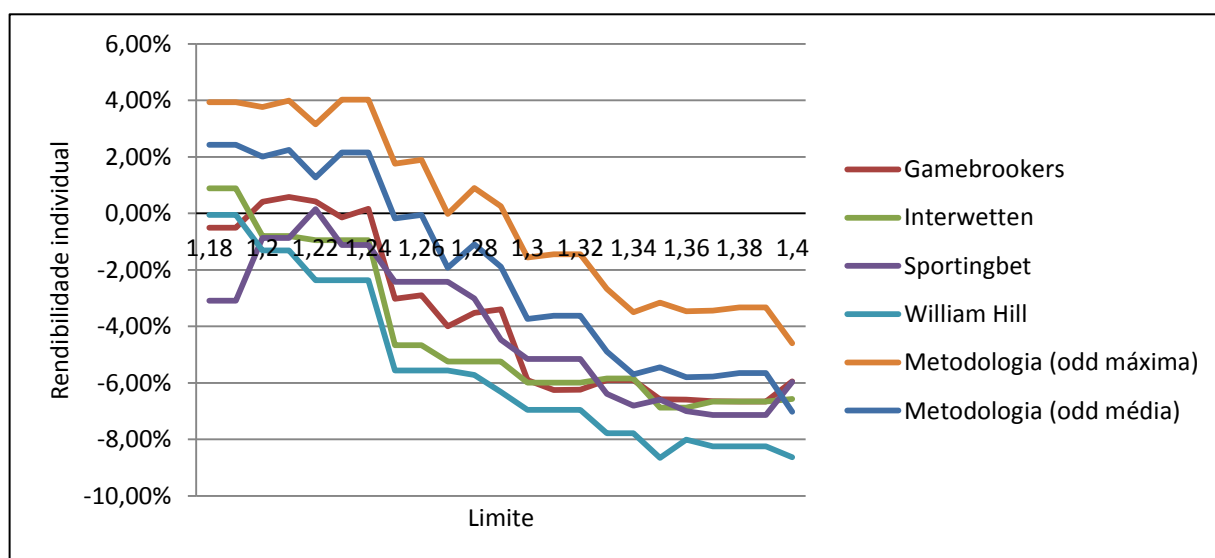
Conforme é dedutível da Figura 4 existem imensos paralelismos entre a relação rendibilidade/limite observada em Portugal e na Europa. Dentro dos limites em análise, a

diferença de rendibilidade em termos absolutos, quer pela *odd* média, quer pela *odd* máxima, só é superior a 0,57% para o limite de 1,27.

Por ultimo é perceptível que o limite ótimo em termos europeus tendo em conta a *odd* máxima é de 1,19, correspondendo a uma rendibilidade de 4,45%, e não de 1,23 tal como no caso português.

### 5.2.3. Avaliação do critério de decisão

A Figura 5 apresenta as rendibilidades resultantes da aplicação dos vários limites compreendidos entre 1,18 e 1,4 a quatro diferentes *bookmakers* em termos individuais, assim como as rendibilidades provenientes da metodologia geral anteriormente descrita no período correspondente à amostra inicial. No caso do estudo individual dos *bookmakers*, ao invés de ser aplicado o critério de decisão com base na *odd* máxima, é aplicado o critério de decisão tendo apenas por base a *odd* verificada no *bookmaker* em análise, sendo em caso de aposta o investimento feito a essa mesma *odd*. Os gráficos individuais dos diferentes *bookmakers*, referidos na Figura 5, estão disponíveis no Anexo (Figura A1).



**Figura 5 - Rendibilidade individual por limite pela metodologia geral e pelo estudo de apenas um *bookmaker***

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol Profissional entre 2000/01 e 2010/11.

Da análise da Figura 5 podem ser retiradas duas importantes ilações:

- As rendibilidades resultantes da aplicação dos limites a cada *bookmaker* apresentam-se como maioritariamente negativas e quase nulas quando positivas.

- O modelo apresenta um ganho de rendibilidade inequívoco quando são considerados diversos *bookmakers* em vez de apenas um, uma vez que para todos os limites geradores de rendibilidades positivas a rendibilidade é sempre superior quando baseada em várias casas de apostas, quer se trate de investimento à *odd* média, quer se trate de investimento à *odd* máxima.

Se era expectável que tal acontecesse em investimentos à *odd* máxima, devido à diminuição de margem enfrentada pelo apostador, ou seja, ao aumento do lucro potencial por unidade monetária investida, o mesmo já não é verdade em relação a investimentos na *odd* média. Para justificar este facto é necessário recorrer à Tabela 5, a qual apresenta o número de apostas e respetiva frequência de ganhos resultantes da aplicação da metodologia a todos os *bookmakers* existentes na base de dados (definido na tabela como Metodologia Geral) e individualmente aos quatro *bookmakers* referidos. Dessa mesma tabela é perceptível que se o critério de decisão se basear numa única casas de apostas, para qualquer dos limites e casas de apostas referidas, a frequência de ganhos é sempre inferior à frequência apresentada pelo critério de decisão com base em todas as casas de apostas em estudo.

**Tabela 5 – Número de apostas e frequência de ganhos por limite**

Limite	Interwetten			Gamebookers			Sportingbet			William Hill			Metodologia Geral		
	NA	AG	FG	NA	AG	FG	NA	AG	FG	NA	AG	FG	NA	AG	FG
1,18	59	52	88%	59	51	86%	82	69	84%	71	62	87%	31	28	90%
1,19	59	52	88%	59	51	86%	82	69	84%	71	62	87%	31	28	90%
1,2	135	114	84%	123	105	85%	131	111	85%	140	118	84%	75	66	88%
1,21	135	114	84%	130	111	85%	131	111	85%	140	118	84%	76	67	88%
1,22	166	139	84%	146	124	85%	165	140	85%	174	144	83%	105	91	87%
1,23	166	139	84%	153	129	84%	177	148	84%	174	144	83%	110	96	87%
1,24	166	139	84%	155	131	85%	177	148	84%	174	144	83%	110	96	87%
1,25	259	205	79%	240	193	80%	237	193	81%	254	200	79%	180	151	84%
1,26	259	205	79%	241	194	80%	237	193	81%	254	200	79%	181	152	84%
1,27	274	215	78%	253	201	79%	237	193	81%	254	200	79%	187	154	82%
1,28	274	215	78%	269	214	80%	249	201	81%	268	210	78%	198	164	83%
1,29	274	215	78%	270	215	80%	269	213	79%	278	216	78%	225	184	82%
1,3	337	259	77%	320	246	77%	323	251	78%	326	249	76%	277	220	79%

Legenda: NA =Número apostas; AG = Apostas ganhas; FG = Frequência de ganhos.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol entre 2000/01 e 2010/11.

Os factos acima expostos levam à conclusão que o critério de decisão com base na *odd* máxima de entre todos os *bookmakers* avaliados detém uma importância crucial na aplicação

do modelo, sendo responsável pela restrição do número de apostas a efetuar e consequente aumento da frequência de ganhos apresentada pelas mesmas.

#### 5.2.4. Aplicação do limite ótimo fora da amostra inicial

Com o intuito de testar a convergência dos resultados obtidos em termos históricos quando aplicados a um conjunto de dados, mais recente, fora da amostra inicial, foi aplicado o limite ótimo, obtido em termos de rendibilidade com investimento à *odd* máxima (1,23), às temporadas 2011/12 e 2012/13, estando o seu resultado apresentado na Tabela 6. Os encontros que registaram uma *odd* máxima abaixo ou igual ao referido limite, e por conseguinte, seriam alvo de aposta, estão disponíveis no Anexo (Tabela A5).

**Tabela 6 – Rendibilidade individual obtida pelo limite ótimo (1,23) fora da amostra inicial**

Época	Número apostas	Apostas ganhas	Frequência de ganhos	Rendibilidade ( <i>odd</i> máxima)	Rendibilidade ( <i>odd</i> média)
2011/12	21	19	90,48%	5,19%	3,32%
2012/13	17	15	88,24%	4,71%	2,42%
2011-2013	38	34	89,47%	4,97%	2,91%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2011/12 e 2012/13.

Na Tabela 6 é observado que a rendibilidade do modelo, para qualquer uma das temporadas, é bastante próxima da que foi obtida com base na amostra inicial. No caso de se tratar de investimentos à *odd* máxima, a rendibilidade por aposta fora da amostra inicial apresenta-se como 4,97%, cerca de 0,95% acima do apurado na amostra inicial (4,02%). Já se se tratar de investimentos à *odd* média (2,91%) verifica-se uma rendibilidade por aposta de 0,76% acima do calculado na amostra inicial (2,15%).

É ainda importante referir que, tendo em conta a amostra inicial, o limite que maximiza a rendibilidade com investimentos à *odd* média é de 1,18 e não de 1,23. Utilizando 1,18 como limite, a rendibilidade (com investimento à *odd* média) seria de 2,84%, fora da amostra inicial, um valor bastante próximo do obtido no período entre 2000 e 2011 (2,42%).

Por último, assumindo os pressupostos adicionais mencionados na metodologia, foram calculadas as rendibilidades anuais que o limite ótimo, via *odd* máxima, produz quando aplicado às épocas 2011/12 e 2012/13, as quais são apresentadas na Tabela 7. No Anexo (Tabelas A6, A7, A8 e A9) são fornecidas tabelas descritivas sobre o cálculo da rendibilidade anual.

**Tabela 7 - Rendibilidade anual obtida pelo limite ótimo (1,23) fora da amostra inicial**

Época	Rendibilidade anual ( <i>odd</i> máxima)	Rendibilidade anual ( <i>odd</i> média)
2011/12	75,69%	45,02%
2012/13	80,00%	41,06%
Média	77,85%	43,04%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2011/12 e 2012/13.

A Tabela 7 permite concluir que existe uma convergência considerável de rendibilidades para cada um dos anos. Em termos médios a rendibilidade anual ronda os 78% para investimentos feitos à *odd* máxima e os 43% para investimentos feitos à *odd* média.

### 5.2.5. Cálculo do Índice de Sharpe e comparação com índices bolsistas

Conforme explicado anteriormente, para a obtenção do Índice de Sharpe são necessárias três variáveis: a rendibilidade anual, o desvio padrão anualizado e a taxa de juro sem risco.

Seguindo os pressupostos enunciados na metodologia, estima-se que a rendibilidade anual seja de 77,85% considerando a *odd* máxima e de 43,04% considerando a *odd* média (ver Tabela 7).

Em 2011-2013, o desvio padrão dos retornos individuais (por aposta) registou o valor de 0,3667 (*odd* máxima) ou 0,3592 (*odd* média). Para anualizar o valor do desvio padrão foi calculado o número de apostas feitas em média por ano, obtendo-se o valor de 19 (21 apostas em 2011/12 e 17 em 2012/13), e posteriormente aplicada a fórmula:

$$\sigma_{anual} = \frac{\sigma_{individual}}{\sqrt{(1/19)}}$$

Encontrando-se os valores de 1,5982 e de 1,5656 para o desvio padrão anualizado, considerando a *odd* máxima ou a *odd* média, respetivamente.

A yield média apresentada pela obrigação de tesouro alemão a dez anos, no período decorrente entre 1 de Julho de 2011 e 30 de Junho de 2013, foi de 1,6903%.

Deste modo torna-se possível o cálculo do Índice de Sharpe, obtendo-se os valores abaixo apresentados.

$$IS_{odd\ máxima} = \frac{77,85\% - 1,69\%}{1,5982} = 0,4765 \quad , \quad IS_{odd\ média} = \frac{43,04\% - 1,69\%}{1,5656} = 0,2641$$

O IS relativo aos índices bolsistas europeus analisados pode ser observado na Tabela 8. Observando a referida tabela é perceptível que apenas o índice suíço apresenta uma performance financeira superior à registada com a estratégia de apostas no futebol português, tendo em conta o IS. Todos os outros índices bolsistas europeus analisados apresentam um IS inferior ao obtido através do mercado de apostas online, quer através da *odd* máxima, quer através da *odd* média. A superior performance da estratégia aplicada neste estudo é ainda mais relevante se apenas forem tidos em conta os países mais mitigados pela crise da dívida pública europeia (como Portugal, Espanha e Itália). Tais factos levam à conclusão de que a estratégia de apostas sugerida neste estudo se apresenta como uma solução de investimento atrativa tendo em conta o binómio rendibilidade/risco.

**Tabela 8 - Índice de Sharpe de cada Índice Bolsista analisado**

País	Índice Bolsista	Rendibilidade anual <sup>1</sup>	Volatilidade anual <sup>2</sup>	Índice de Sharpe
Suíça	SMI	11,33%	17,02%	0,566
Alemanha	Dax 30	3,57%	24,13%	0,078
Reino Unido	FTSE 100	1,87%	17,62%	0,010
Holanda	Aex	0,28%	19,76%	-0,071
Bélgica	Bel 20	-1,11%	21,17%	-0,120
França	Cac 40	-3,41%	25,18%	-0,202
Itália	FTSE MIB	-13,82%	31,24%	-0,496
Espanha	Ibex 35	-13,98%	28,15%	-0,557
Portugal	PSI 20	-12,95%	21,77%	-0,672

Nota: Dados relativos ao período decorrente de 01/07/2011 a 30/06/2013.

No capítulo seguinte são apresentadas as conclusões obtidas, quer sobre as oportunidades de arbitragem, quer sobre o *favourite longshot bias*, apresentadas as maiores limitações associadas a este estudo e propostos temas de pesquisa futura.

<sup>1</sup> A rendibilidade anual foi obtida através de:  $R_a = \left( \frac{\text{Cotação } 01/07/2011}{\text{Cotação } 28/06/2013} \right)^{1/2} - 1$

<sup>2</sup> A volatilidade anual foi obtida através de:  $\sigma_a = \sqrt{252} \times \sigma_d$  ; com  $\sigma_d$  a representar a volatilidade diária.

## 6. Conclusões, Limitações e Investigação Futura

Sob o ponto de vista das oportunidades de arbitragens, este estudo fornece evidências inequívocas sobre a sua existência, demonstrando que em Portugal durante a época 2012/13 a sua incidência rondou os 4,17%, resultado de 10 oportunidades de arbitragem nos 240 encontros realizados, com um retorno médio por arbitragem próximo de 1,22%.

A comparação elaborada entre Portugal e as 5 principais ligas europeias mostrou uma disparidade assinalável de arbitragens, ficando Portugal bastante distante da incidência média de arbitragens nas cinco mais importantes ligas europeias (17,43%). De acordo com os dados recolhidos esta discrepância é devida ao facto da margem exigida pelas casas de apostas ser largamente superior no caso português.

Sob o ponto de vista do fenómeno *favourite longshot bias*, provou-se de forma clara a sua existência no mercado de apostas referente a Portugal, através de um sistema de apostas simples, e apresentou-se uma estratégia de investimento que, limitando as apostas a *odds* máximas de 1,23 (limite ótimo), é capaz de originar uma rendibilidade por aposta de 4,02%, caso se seja cliente das várias casas de apostas estudadas, ou a rondar os 2,15%, se for cliente de apenas uma, no período decorrente de 2000 a 2011.

Uma comparação entre os resultados encontrados neste estudo com um benchmark europeu, de horizonte temporal exatamente igual, demonstra a existência de uma distribuição de rendibilidades por limite bastante idêntica, sendo a maior diferença absoluta de retornos, quando são focados limites geradores de lucro, nunca superior a 0,57%.

Este estudo revela que a metodologia aplicada tem como grande mais-valia a análise das *odds* de várias casas de apostas no seu critério de decisão, tornando a tomada de decisão mais restritiva e elevando criticamente a percentagem de apostas corretas. Poderá ser esse um dos motivos para o facto de inúmeros estudos anteriores a Direr (2013) terem corroborado o fenómeno *favourite longshot bias*, mas terem falhado na procura de estratégias que proporcione o seu aproveitamento de forma relevante, como por exemplo Cain, Law & Peel (2000), Deschamps & Gergaud (2007) e Graham & Stott (2008).

A aplicação do limite ótimo fora da amostra inicial permite a obtenção de um retorno por aposta a rondar 4,97% via *odd* máxima ou 2,91% via *odd* média. A proximidade de rendibilidades verificada entre a amostra inicial e a nova amostra indicia uma boa robustez por

parte do modelo. O limite ótimo origina uma rentabilidade anual próxima de 78%, para um cliente das várias casas de apostas estudadas, ou ligeiramente superior a 43%, para um cliente de apenas uma casa de apostas, fora da amostra inicial.

Conforme demonstrado neste estudo, a estratégia de apostas adotada apresenta um valor esperado positivo, quer no período correspondente à amostra inicial, quer no período mais recente fora da amostra inicial, colocando deste modo em causa a validade da hipótese de eficiência fraca por parte deste mercado.

O Índice de Sharpe apresentado pelo mercado de apostas online português, nas temporadas 2011/12 e 2012/13, foi de 0,48 segundo a *odd* máxima e de 0,27 segundo a *odd* média. Uma comparação entre o IS apresentado pelo mercado de apostas com o calculado para nove índices bolsistas de referência europeus demonstra que apenas no caso do índice suíço a performance financeira medida pelo rácio se apresenta como superior, sendo a performance dos restantes índices bolsistas consideravelmente inferior, em especial nos índices dos países mais mitigados pela crise da Zona Euro. Assim pode-se concluir que a rentabilidade anual não provém de uma excessiva exposição ao risco, mas sim de uma estratégia de investimento atrativa.

A principal limitação presente no estudo é a desconsideração dos custos de transação, o que poderá não acontecer em algumas casas de apostas e em determinadas formas de pagamento/levantamento. Esta desconsideração pode tornar não lucrativas oportunidades de arbitragem de rentabilidades reduzidas ou diminuir a rentabilidade da estratégia de investimento apresentada.

Outras limitações presentes neste estudo são o facto de desconsiderar as seguintes possibilidades: poderem existirem restrições quanto ao valor a apostar, as apostas poderem ser anuladas pelas respetivas casas, um apostador poder não conseguir reinvestir o lucro entre casas de apostas no dia seguinte ao recebimento e um apostador poder não ter orçamento disponível para fazer reforços de capital, sempre que necessário.

Em termos de pesquisa futura, focando as oportunidades de arbitragem, este estudo veio sugerir a necessidade de investigação sobre as causas que justificam a tão considerável diferença de margem exigida pelos *bookmakers* no caso da Primeira Liga Portuguesa, quando comparada com as cinco mais importantes ligas europeias.

Em relação ao fenómeno de *favourite longshot bias*, este estudo veio sugerir a pertinência de outras pesquisas futuras. Uma das quais seria verificar qual das teorias propostas por Ottaviani & Sorensen (2007) para explicar o fenómeno de *favourite longshot bias* se aplica maioritariamente ao caso português, procurando saber se este fenómeno é essencialmente devido ao comportamento dos apostadores ou à improvável inépcia dos *bookmakers*. Outra seria aplicar a metodologia definida por Direr (2013) exclusivamente no caso das equipas favoritas jogarem fora, esta proposta surge no seguimento dos resultados observados no sistema de regras simples aplicado neste estudo e no já anteriormente definido como *away favourite bias* por Vlastakis, Dotsis & Markellos (2009). Seria também interessante averiguar se o mercado de apostas português corrobora a existência de um *negative favourite longshot bias* quando as *odds* focam o empate como resultado final, tal como provado por Deschamps & Gergaud (2007) para o campeonato inglês. Aplicar outros indicadores de performance financeiros e/ou comparar com outros tipos de ativos financeiros também poderia constituir uma pesquisa futura de valor acrescentado.

## **Bibliografia**

Cain, M., Law, D. & Peel, D. (2000). The favourite-longshot bias and market efficiency in UK football betting. *Scottish Journal of Political Economy*, 47, 25-36.

Deschamps, B. & Gergaud, O. (2007). Efficiency in betting markets: evidence from English football. *Journal of Prediction Markets*, 1, 61-73.

Direr, A. (2013). Are betting markets efficient? Evidence from european football championships. *Applied Economics*, 45, 343-356.

Dixon, M. & Coles, S. (1997). Modelling association football scores and inefficiencies in the football betting market. *Applied Statistics*, 46, 265-280.

Dixon, M. & Pope, P. (2004). The value of statistical forecasts in the UK association football betting market. *International Journal of Forecasting*, 20, 697-711.

Forrest, D. & Goddard, J & Simmons, R (2005). Odds-setters as forecasters: The case of English football. *International Journal of Forecasting*, 21, 551- 564.

Frank, E., Verbeek, E. & Nüesch, S. (2009). Inter-market arbitrage in sports betting. NCER Working Paper Series, Working Paper 48, Sportometrics Program.

Goddard, J. & Asimakopoulos, I. (2004). Forecasting football results and the efficiency of fixed-odds betting. *Journal of Forecasting*, 23, 51-66.

Graham, I. & Stott, H. (2008). Predicting bookmaker odds and efficiency for UK football. *Applied Economics*, 40, 99-109.

Hull, J. (2008). *Options, Futures, and Other Derivatives*, 7ª Ed. Prentice Hall

Kelly, J. (1956). A new interpretation of information rate. *Bell Systems Technical Journal*, 35, 917 -926.

Koning, H. (2000). Balance in competition in Dutch soccer. *The Statistician*, 49, 419-431.

Kuypers, T. (2000). Information and efficiency: an empirical study of a fixed odds betting market. *Applied Economics*, 32, 1353-1363.

Liga Portuguesa de Futebol Profissional, Liga Directa, Revista Nº 2, Abril/Maio 2011.

Disponível em: <http://www.lpfp.pt/SiteCollectionDocuments/%C3%89poca%202010-2011/Liga%20Directa%20-%20Revista%2002.pdf> [Acesso em: 01/03/2013]

Maher, M. (1982). Modelling association football scores. *Statistica Neerlandica*, **36**, 109-118  
Goddard, J. (2005). Regression models for forecasting goals and match results in association football. *International Journal of Forecasting*, **21**, 331– 340.

Neumann, G. & Tamura, R. (1996). *Managing competition: the case of the national football league*. Dept. of Economics, College of Business Administration, University of Iowa.

Skinner, G. K. & Freeman, G. H (2009). Soccer matches as experiments: how often does the 'best' team win?. *Journal of Applied Statistics*, 36:10, 1087-1095.

Sorensen, P. & Ottaviani, M. (2008). The favorite-longshot bias: an overview of the main explanations. In *Handbook of Sports and Lottery Markets* (Eds.) D. Hausch and W. Ziemba, North-Holland, Amsterdam, pp. 83-101

Thaler, R. & Ziemba, W. (1988). Anomalies: parimutuel betting markets, racetracks and lotteries. *Journal of Economic Perspectives*, **2**, 161-174

Vlastakis, N. & Dotsis, G. & Markellos, R. (2009). How efficient is the European football betting market? Evidence from arbitrage and trading strategies. *Journal of Forecasting*, **28**, 426–444.

Williams, L. & Paton, D. (1997). Why is there a favourite-longshot bias in British racetrack betting markets? *Economic Journal, Royal Economic Society*, **107**, 150-58.

[www.football.data.co.uk](http://www.football.data.co.uk)

[www.euroinvestor.com](http://www.euroinvestor.com)

[www.investing.com](http://www.investing.com)

## **Anexos**

**Tabela A1 – Número de jogos avaliados pelos bookmakers em estudo, por temporada entre 2000/01 a 2012/13**

Bookmaker	Época												
	2000-01	2001-02	2002-03	2003-04	2004-05	2005-06	2006-07	2007-08	2008-09	2009-10	2010-11	2011-12	2012-13
Gamebookers	303	233	306	292	305	306	240	240	240	239	240	238	239
Interwetten	296	300	290	288	303	302	238	238	240	240	238	235	238
Sportingbet	297	244	303	292	304	305	239	240	240	240	240	238	
William Hill	301	293	305	292	304	304	238	176	236	239	240	238	240
bet365			303	293	305	306	240	240	240	240	240	238	240
Bwin					305	305	240	240	240	240	240	238	240
Ladbrokes					193	305	237	239	240	240	240	238	234
Stan James						303	240	240	240	236	240	238	239
Betvictor						295	236	239	240	240	240	238	240
Blue Square								240	240	240	239	238	239
Stanley bet		232											
Pinnacle													232
Odds utilizadas	3 591	3 906	4 521	4 371	6 057	8 193	6 444	6 996	7 188	7 182	7 191	7 131	7 143
Jogos na época	306	306	306	306	306	306	240	240	240	240	240	240	240

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol entre 2000/01 e 2012/13.

**Tabela A2 - Oportunidades de arbitragem, proporção a investir, retorno e casas de apostas a utilizar**

Jogo	Data	Equipa Casa	Equipa Fora	Casa		Empate		Fora		$\tilde{M}$	Proporção a investir			Retorno
				B	Odd	B	Odd	B	Odd		Casa	Empate	Fora	
1	17/08/2012	Olhanense	Estoril	PS	2,55	BS	3,2	SJ	3,6	-1,76%	39,92%	31,81%	28,27%	1,79%
6	19/08/2012	Nacional	Vitória Setúbal	B365	1,75	PS	3,85	PS	5,93	-0,02%	57,15%	25,98%	16,87%	0,02%
24	16/09/2012	Marítimo	Sporting	PS	3,67	PS	3,27	SJ	2,4	-0,50%	27,39%	30,74%	41,88%	0,51%
33	28/09/2012	Guimarães	Braga	B365	3,75	PS	3,34	IW	2,5	-3,39%	27,60%	30,99%	41,40%	3,51%
104	12/01/2013	Guimarães	Marítimo	PS*	2,5	PS	3,3	SJ	3,4	-0,29%	40,11%	30,39%	29,50%	0,29%
119	21/01/2013	Moreirense	Benfica	PS	15,39	PS	7,06	IW	1,3	-2,41%	6,66%	14,51%	78,83%	2,47%
207	21/04/2013	Vitória Setúbal	Estoril	PS	3,57	WH	3,4	IW	2,4	-0,91%	28,27%	29,68%	42,05%	0,92%
213	28/04/2013	Guimarães	Paços Ferreira	PS	3,46	PS	3,43	IW	2,5	-1,94%	29,47%	29,73%	40,79%	1,98%
218	04/05/2013	Nacional	Porto	VC	11	PS	5,35	BS	1,4	-0,79%	9,16%	18,84%	72,00%	0,80%
219	05/05/2013	Beira-Mar	Marítimo	PS	2,51	VC**	3,3	IW	3,4	-0,44%	40,02%	30,44%	29,54%	0,45%

\* odd também oferecida pelas casas de apostas B365 e VC

\*\* odd também oferecida pelas casas de apostas B365, SJ e BS

Legenda: B= bookmaker; PS=Pinnacle; B365=bet365; VC=betvictor; SJ= Stan James; WH=William Hill; IW=Interwetten; BL=Blue Square;

$\tilde{M}$ =" Margem maior sintetizada dos bookmakers" por jogo.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2012/13.

**Tabela A3 – Presenças em arbitragens, margens e respetivos desvios padrões apresentados por cada casa de apostas**

Bookmaker	Jogos	$\bar{M}$	$\sigma$	Presenças em arbitragens
Gamebookers	239	8,01%	0,45%	0
Interwetten	238	11,22%	0,54%	5
William Hill	240	9,02%	0,38%	1
Bet 365	240	6,47%	0,43%	4
Bwin	240	8,00%	0,48%	0
Ladbrokes	234	11,01%	1,60%	0
Stan James	239	7,22%	0,73%	4
Betvictor	240	4,13%	0,62%	3
Blue Square	239	9,11%	0,59%	2
Pinnacle	232	2,96%	0,19%	10

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2012/13.

**Tabela A4 – Comparação entre as oportunidades de arbitragem verificadas em Portugal com as verificadas nas 5 ligas mais importantes europeias**

País	Jogos	$\bar{M}$	$\sigma$	Arbitragem (absoluto)			Arbitragem (percentagem)		
				Total	Retorno $\geq$ 1%	Retorno $\geq$ 2,5%	Total	Retorno $\geq$ 1%	Retorno $\geq$ 2,5%
Alemanha	306	0,67%	1,21%	71	29	7	23,20%	9,48%	2,29%
Espanha	380	0,84%	0,95%	67	14	2	17,63%	3,68%	0,53%
França	380	1,14%	0,94%	48	11	0	12,63%	2,89%	0,00%
Inglaterra	380	0,62%	0,83%	77	14	1	20,26%	3,68%	0,26%
Itália	380	0,95%	0,90%	51	15	1	13,42%	3,95%	0,26%
Média	365,2	0,84%	0,97%	62,8	16,6	2,2	17,43%	4,74%	0,67%
Portugal	240	1,99%	1,07%	10	4	1	4,17%	1,67%	0,42%

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol e às cinco mais importantes Ligas Europeias em 2012/13.

**Tabela A5 - Jogos com odd máxima associada a um dos resultados igual ou inferior a 1,23**

Data	Equipa casa	Equipa fora	R	Odds máximas			Odds médias		
				Casa	Empate	Fora	Casa	Empate	Fora
19/08/11	Porto	Gil Vicente	C	1,18	7,00	17,00	1,16	6,37	14,65
20/08/11	Benfica	Feirense	C	1,20	6,75	17,00	1,19	5,85	13,00
09/09/11	Porto	Vitória Setúbal	C	1,18	8,00	23,00	1,15	6,45	17,85
18/09/11	Benfica	Académica	C	1,20	6,00	17,00	1,19	5,70	14,00
18/09/11	Feirense	Porto	E	15,00	6,00	1,22	12,95	5,45	1,21
01/10/11	Benfica	Paços Ferreira	C	1,18	7,00	17,00	1,16	6,37	15,00
23/10/11	Porto	Nacional	C	1,17	7,50	21,00	1,14	6,54	17,20
28/10/11	Porto	Paços Ferreira	C	1,17	9,00	21,00	1,13	7,14	17,45
29/10/11	Benfica	Olhanense	C	1,20	7,00	17,00	1,17	6,10	14,80
16/12/11	Benfica	Rio Ave	C	1,18	7,50	21,00	1,17	6,22	15,70
14/01/12	Benfica	Vitória Setúbal	C	1,14	7,75	21,00	1,12	7,18	17,80
14/01/12	Porto	Rio Ave	C	1,15	7,50	21,00	1,14	6,90	16,65
22/01/12	Benfica	Gil Vicente	C	1,15	8,00	20,00	1,13	6,95	16,60
11/02/12	Benfica	Nacional	C	1,20	7,50	17,00	1,16	6,62	14,90
12/02/12	Porto	Leiria	C	1,17	9,00	21,00	1,14	7,14	16,60
26/02/12	Porto	Feirense	C	1,13	8,50	29,00	1,11	7,63	19,60
10/03/12	Porto	Académica	E	1,15	8,00	21,00	1,13	7,13	16,95
16/03/12	Benfica	Beira-Mar	C	1,14	8,50	21,00	1,13	7,08	17,15
31/03/12	Porto	Olhanense	C	1,18	7,50	21,00	1,16	6,52	15,70
21/04/12	Porto	Beira-Mar	C	1,14	8,00	26,00	1,12	7,18	18,70
05/05/12	Benfica	Leiria	C	1,03	10,00	22,00	1,03	10,00	22,00
22/09/12	Porto	Beira-Mar	C	1,17	7,99	23,10	1,16	6,70	16,91
06/10/12	Benfica	Beira-Mar	C	1,17	8,50	22,77	1,15	7,00	16,38
11/11/12	Porto	Académica	C	1,20	7,00	16,00	1,16	6,56	14,78
24/11/12	Benfica	Olhanense	C	1,20	7,10	17,75	1,18	6,40	13,78
08/12/12	Porto	Moreirense	C	1,13	9,00	26,00	1,11	7,72	19,22
05/01/13	Porto	Nacional	C	1,20	7,66	16,28	1,17	6,69	13,03
19/01/13	Porto	Paços Ferreira	C	1,21	7,00	17,00	1,19	6,26	13,76
28/01/13	Porto	Gil Vicente	C	1,20	8,20	22,00	1,16	6,92	15,90
03/02/13	Benfica	Vitória Setúbal	C	1,13	9,00	21,00	1,11	8,11	18,33
10/02/13	Porto	Olhanense	E	1,12	10,50	18,00	1,10	8,78	16,56
17/02/13	Benfica	Académica	C	1,22	7,00	15,70	1,20	6,12	12,57
23/02/13	Porto	Rio Ave	C	1,22	6,50	13,00	1,20	5,99	12,00
10/03/13	Benfica	Gil Vicente	C	1,19	7,50	23,00	1,16	6,67	16,72
30/03/13	Benfica	Rio Ave	C	1,21	7,00	17,30	1,19	6,23	14,13
27/04/13	Porto	Vitória Setúbal	C	1,13	9,50	26,00	1,11	8,11	18,22
06/05/13	Benfica	Estoril	E	1,22	7,00	16,00	1,17	6,44	13,56
19/05/13	Benfica	Moreirense	C	1,22	8,06	17,00	1,16	7,24	14,00

Legenda: R = Resultado final verificado; C = Vitória da equipa da casa; E = Empate.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2011/12 e 2012/13.

**Tabela A6 - Rendibilidade anual para o limite de 1,23, com investimento à odd máxima, na temporada 2011/12**

Data	Capital inicial	Reforço Capital	Montante Apostar	Ganho/Perda	Capital Final	Investimento total	Rendibilidade Acumulada
01/07/2011	100,00 €						
19/08/2011	100,00 €		100,00 €	18,00 €	118,00 €	100,00 €	18,00%
20/08/2011	118,00 €		100,00 €	20,00 €	138,00 €	100,00 €	38,00%
09/09/2011	138,00 €		100,00 €	18,00 €	156,00 €	100,00 €	56,00%
18/09/2011*	156,00 €	44,00 €	200,00 €	- 80,00 €	120,00 €	144,00 €	-16,67%
01/10/2011	120,00 €		100,00 €	18,00 €	138,00 €	144,00 €	-4,17%
23/10/2011	138,00 €		100,00 €	17,00 €	155,00 €	144,00 €	7,64%
28/10/2011	155,00 €		100,00 €	17,00 €	172,00 €	144,00 €	19,44%
29/10/2011	172,00 €		100,00 €	20,00 €	192,00 €	144,00 €	33,33%
16/12/2011	192,00 €		100,00 €	18,00 €	210,00 €	144,00 €	45,83%
14/01/2012*	210,00 €		200,00 €	29,00 €	239,00 €	144,00 €	65,97%
22/01/2012	239,00 €		100,00 €	15,00 €	254,00 €	144,00 €	76,39%
11/02/2012	254,00 €		100,00 €	20,00 €	274,00 €	144,00 €	90,28%
12/02/2012	274,00 €		100,00 €	17,00 €	291,00 €	144,00 €	102,08%
26/02/2012	291,00 €		100,00 €	13,00 €	304,00 €	144,00 €	111,11%
10/03/2012	304,00 €		100,00 €	- 100,00 €	204,00 €	144,00 €	41,67%
16/03/2012	204,00 €		100,00 €	14,00 €	218,00 €	144,00 €	51,39%
31/03/2012	218,00 €		100,00 €	18,00 €	236,00 €	144,00 €	63,89%
21/04/2012	236,00 €		100,00 €	14,00 €	250,00 €	144,00 €	73,61%
05/05/2012	250,00 €		100,00 €	3,00 €	253,00 €	144,00 €	75,69%
30/06/2012					253,00 €	144,00 €	75,69%

A rendibilidade anual, de acordo com os pressupostos enunciados, é de 75,69%.

Os jogos alvo de investimento e respetivo resultado podem ser observados na Tabela A5.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2011/12.

**Tabela A7 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd média, na temporada 2011/12**

Data	Capital inicial	Reforço Capital	Montante Apostar	Ganho/Perda	Capital Final	Investimento total	Rendibilidade Acumulada
01/07/2011	100,00 €						
19/08/2011	100,00 €		100,00 €	15,80 €	115,80 €	100,00 €	15,80%
20/08/2011	115,80 €		100,00 €	18,80 €	134,60 €	100,00 €	34,60%
09/09/2011	134,60 €		100,00 €	15,00 €	149,60 €	100,00 €	49,60%
18/09/2011*	149,60 €	50,40 €	200,00 €	- 81,30 €	118,70 €	150,40 €	-21,08%
01/10/2011	118,70 €		100,00 €	16,20 €	134,90 €	150,40 €	-10,31%
23/10/2011	134,90 €		100,00 €	14,45 €	149,35 €	150,40 €	-0,70%
28/10/2011	149,35 €		100,00 €	12,60 €	161,95 €	150,40 €	7,68%
29/10/2011	161,95 €		100,00 €	17,06 €	179,01 €	150,40 €	19,02%
16/12/2011	179,01 €		100,00 €	16,66 €	195,67 €	150,40 €	30,10%
14/01/2012*	195,67 €	4,33 €	200,00 €	26,08 €	226,08 €	154,73 €	46,11%
22/01/2012	226,08 €		100,00 €	13,15 €	239,23 €	154,73 €	54,61%
11/02/2012	239,23 €		100,00 €	16,00 €	255,23 €	154,73 €	64,95%
12/02/2012	255,23 €		100,00 €	13,75 €	268,98 €	154,73 €	73,84%
26/02/2012	268,98 €		100,00 €	11,15 €	280,13 €	154,73 €	81,04%
10/03/2012	280,13 €		100,00 €	- 100,00 €	180,13 €	154,73 €	16,42%
16/03/2012	180,13 €		100,00 €	13,25 €	193,38 €	154,73 €	24,98%
31/03/2012	193,38 €		100,00 €	15,80 €	209,18 €	154,73 €	35,19%
21/04/2012	209,18 €		100,00 €	12,21 €	221,39 €	154,73 €	43,08%
05/05/2012	221,39 €		100,00 €	3,00 €	224,39 €	154,73 €	45,02%
30/06/2012					224,39 €	154,73 €	45,02%

A rendibilidade anual, de acordo com os pressupostos enunciados, é de 45,02%.

Os jogos alvo de investimento e respetivo resultado podem ser observados na Tabela A5.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2011/12.

**Tabela A8 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd máxima, na temporada 2012/13**

Data	Capital inicial	Reforço Capital	Montante Apostar	Ganho/Perda	Capital Final	Investimento total	Rendibilidade Acumulada
01/07/2012	100,00 €						
22/09/2012	100,00 €		100,00 €	17,00 €	117,00 €	100,00 €	17,00%
06/10/2012	117,00 €		100,00 €	17,00 €	134,00 €	100,00 €	34,00%
11/11/2012	134,00 €		100,00 €	20,00 €	154,00 €	100,00 €	54,00%
24/11/2012	154,00 €		100,00 €	20,00 €	174,00 €	100,00 €	74,00%
08/12/2012	174,00 €		100,00 €	13,00 €	187,00 €	100,00 €	87,00%
05/01/2013	187,00 €		100,00 €	20,00 €	207,00 €	100,00 €	107,00%
19/01/2013	207,00 €		100,00 €	21,00 €	228,00 €	100,00 €	128,00%
28/01/2013	228,00 €		100,00 €	20,00 €	248,00 €	100,00 €	148,00%
03/02/2013	248,00 €		100,00 €	13,00 €	261,00 €	100,00 €	161,00%
10/02/2013	261,00 €		100,00 €	- 100,00 €	161,00 €	100,00 €	61,00%
17/02/2013	161,00 €		100,00 €	22,00 €	183,00 €	100,00 €	83,00%
23/02/2013	183,00 €		100,00 €	22,00 €	205,00 €	100,00 €	105,00%
10/03/2013	205,00 €		100,00 €	19,00 €	224,00 €	100,00 €	124,00%
30/03/2013	224,00 €		100,00 €	21,00 €	245,00 €	100,00 €	145,00%
27/04/2013	245,00 €		100,00 €	13,00 €	258,00 €	100,00 €	158,00%
06/05/2013	258,00 €		100,00 €	- 100,00 €	158,00 €	100,00 €	58,00%
19/05/2013	158,00 €		100,00 €	22,00 €	180,00 €	100,00 €	80,00%
30/06/2013					180,00 €	100,00 €	80,00%

A rendibilidade anual, de acordo com os pressupostos enunciados, é de 80,00%.

Os jogos alvo de investimento e respetivo resultado podem ser observados na Tabela A5.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2012/13.

**Tabela A9 - Rendibilidade acumulada para o limite de 1,23, com investimento à odd média, na temporada 2012/13**

Jornada	Capital inicial	Reforço Capital	Montante Apostar	Ganho/Perda	Capital Final	Investimento total	Rendibilidade Acumulada
01/07/2012	100,00 €						
22/09/2012	100,00 €		100,00 €	15,50 €	115,50 €	100,00 €	15,50%
06/10/2012	115,50 €		100,00 €	15,30 €	130,80 €	100,00 €	30,80%
11/11/2012	130,80 €		100,00 €	15,78 €	146,58 €	100,00 €	46,58%
24/11/2012	146,58 €		100,00 €	18,20 €	164,78 €	100,00 €	64,78%
08/12/2012	164,78 €		100,00 €	11,33 €	176,11 €	100,00 €	76,11%
05/01/2013	176,11 €		100,00 €	17,40 €	193,51 €	100,00 €	93,51%
19/01/2013	193,51 €		100,00 €	18,60 €	212,11 €	100,00 €	112,11%
28/01/2013	212,11 €		100,00 €	15,60 €	227,71 €	100,00 €	127,71%
03/02/2013	227,71 €		100,00 €	10,67 €	238,38 €	100,00 €	138,38%
10/02/2013	238,38 €		100,00 €	- 100,00 €	138,38 €	100,00 €	38,38%
17/02/2013	138,38 €		100,00 €	20,40 €	158,78 €	100,00 €	58,78%
23/02/2013	158,78 €		100,00 €	20,11 €	178,89 €	100,00 €	78,89%
10/03/2013	178,89 €		100,00 €	16,10 €	194,99 €	100,00 €	94,99%
30/03/2013	194,99 €		100,00 €	19,10 €	214,09 €	100,00 €	114,09%
27/04/2013	214,09 €		100,00 €	10,67 €	224,76 €	100,00 €	124,76%
06/05/2013	224,76 €		100,00 €	- 100,00 €	124,76 €	100,00 €	24,76%
19/05/2013	124,76 €		100,00 €	16,30 €	141,06 €	100,00 €	41,06%
30/06/2013					141,06 €	100,00 €	41,06%

A rendibilidade anual, de acordo com os pressupostos enunciados, é de 41,06%.

Os jogos alvo de investimento e respetivo resultado podem ser observados na Tabela A5.

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol 2012/13.

Apostas online – O caso da Primeira Liga Portuguesa de Futebol

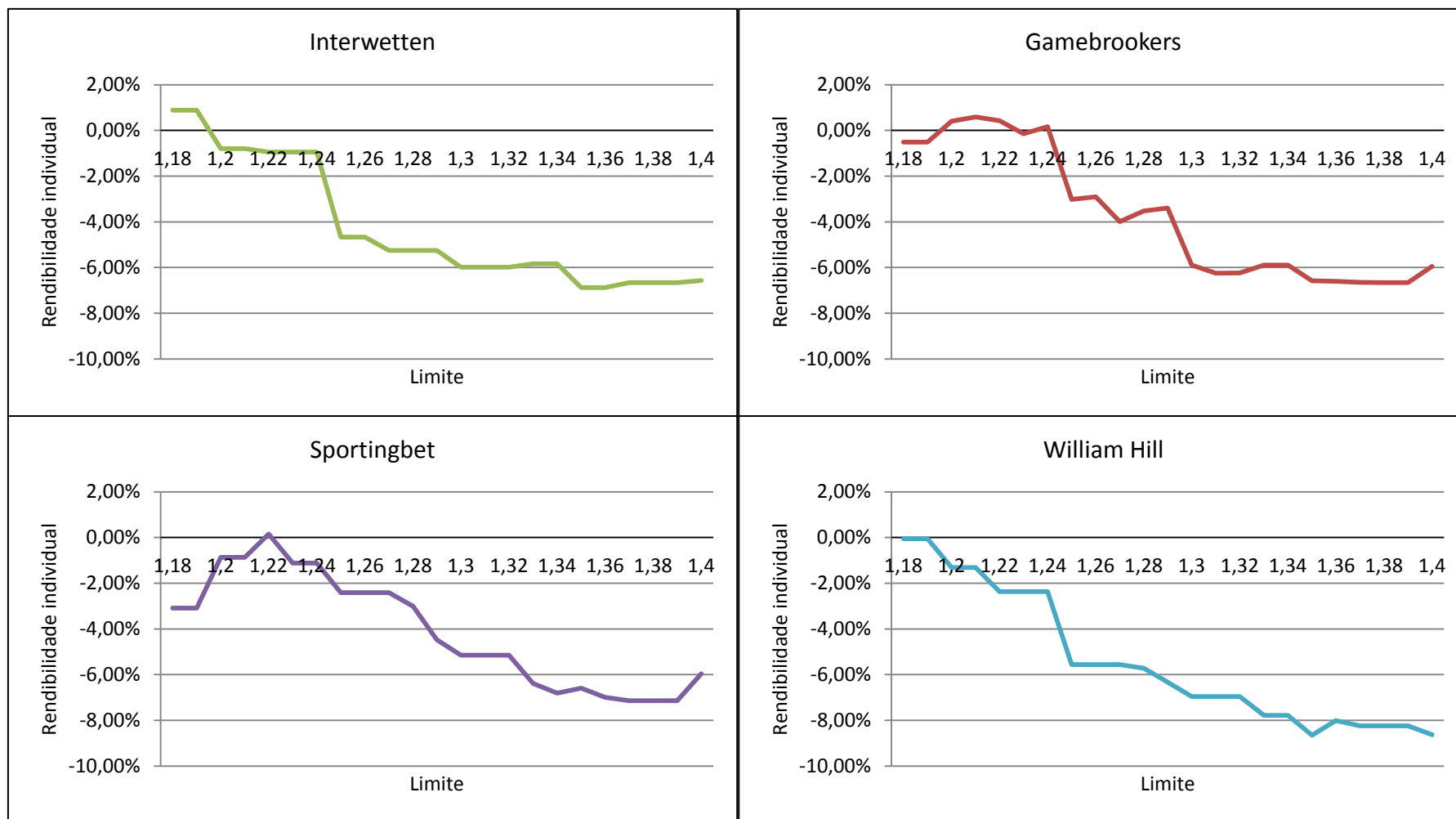


Figura A1 - Rendibilidade resultante da aplicação do limite a apenas um bookmaker, com investimento à sua odd

Nota: Dados relativos à Primeira Liga Portuguesa de Futebol entre 2000/01 e 2010/11.