

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

Mestrado em Economia Monetária e Financeira

“O *PARADOXO DA CORRELAÇÃO DO CONSUMO* NA
PRESENÇA DE PROBABILIDADES SUBJECTIVAS
HETEROGÉNEAS”

PAULO MIGUEL PEREIRA DA SILVA

Orientação: Professor Doutor Paulo Meneses Brasil de Brito

Júri:

Presidente: Professor Doutor Paulo Meneses Brasil de Brito

Vogais:

Professor Doutor Luís Francisco Gomes Dias Aguiar Conraria

Professor Doutor Luís Filipe Pereira da Costa

Julho 2006

ÍNDICE

ÍNDICE.....	1
LISTA DE GRÁFICOS E QUADROS.....	2
Agradecimentos.....	4
1 Introdução.....	5
2 A partilha internacional do risco e a Macroeconomia.....	9
2.1 A partilha internacional do risco: conceito e factos estilizados.....	10
2.2 O modelo de equilíbrio geral em autarcia.....	15
2.3 Modelo tradicional de partilha internacional do risco em macroeconomia....	30
2.3.1 Equilíbrio geral numa economia composta por dois países.....	30
2.3.2 Ganhos totais da partilha internacional do risco.....	35
2.3.3 O paradoxo da correlação do consumo.....	43
2.3.4 Ganhos decorrentes da partilha internacional do risco: <i>equity home-bias</i> <i>versus</i> paradoxo da correlação do consumo.....	55
3 Heterogeneidade ao nível das expectativas e ganhos decorrentes da partilha internacional do risco.....	61
3.1 Probabilidades subjectivas diferentes com homogeneidade nas dotações.....	62
3.1.1 Ganhos de integração dos mercados financeiros com dotações homogéneas.....	68
3.2 Probabilidades subjectivas diferentes com heterogeneidade nas dotações....	73
4 Conclusão.....	87
5 Bibliografia.....	89

LISTA DE GRÁFICOS E QUADROS

Gráfico 1 – Distribuição de correlações para os 125 países que constam na amostra da Penn World Data	12
Gráfico 2: Desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo <i>per capita</i> e da taxa de crescimento do produto <i>per capita</i>	14
Gráfico 3: Ganhos de bem-estar, aversão relativa ao risco e volatilidade do rendimento	41
Gráfico 4: Variação dos ganhos da partilha de risco de acordo com ε	69
Gráfico 5: Variação dos ganhos da partilha de risco de acordo com a aversão face ao risco	72
Gráfico 6: Preço de estado e variação de ε	76
Gráfico 7: Taxa de crescimento do consumo esperada e variação de ε	81
Gráfico 8: Ganhos da partilha internacional do risco num contexto em que existem probabilidades subjectivas ($\sigma_y = 0,01$)	85
Gráfico 9: Ganhos da partilha internacional do risco num contexto em que existem probabilidades subjectivas ($\sigma_y = 0,025$)	86
Quadro 1 – A correlação entre a taxa de crescimento do consumo <i>per capita</i> e a taxa de crescimento do rendimento <i>per capita</i>	12
Quadro 2 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação.....	40
Quadro 2 – Ganhos de bem-estar decorrentes da partilha internacional de risco.....	41
Quadro 3 – Desvio-Padrão da taxa de crescimento do PIB <i>per capita</i> nos países pertencentes à OCDE.....	42

Quadro 4 – Correlação entre as taxas de crescimento do rendimento e do consumo <i>per capita</i>	47
Quadro 5 – Correlação entre a taxa de crescimento do produto dos três blocos económicos	49
Quadro 6 – Correlação entre a taxa de crescimento do consumo das famílias dos três blocos económicos.....	50
Quadro 7 – Correlação entre a taxa de crescimento do rendimento “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias nos três blocos económicos	51
Quadro 8 – Correlação entre a taxa de crescimento do consumo “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias nos três blocos económicos	51
Quadro 9 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (EUA).....	53
Quadro 10 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (UE15).....	53
Quadro 11 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (Japão)	54
Quadro 13 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação.....	70
Quadro 12 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e ε	71
Quadro 15 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação.....	83
Quadro 13 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e $\sigma_y = 0,01$	84
Quadro 14 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e $\sigma_y = 0,025$	85

Agradecimentos

Em primeiro lugar, desejo agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Paulo Meneses Brasil de Brito, pela disponibilidade que sempre demonstrou em relação a este trabalho e as suas preciosas sugestões, conselhos e apoios que me foram prestados sem os quais não teria sido possível realizar esta dissertação.

Em segundo lugar, gostaria de agradecer aos meus colegas de mestrado, de trabalho e amigos pelo seu apoio, sugestões e discussões enriquecedoras.

Por último, pretendo agradecer aos meus pais pelo seu apoio, palavras de encorajamento e por me terem dado a possibilidade de iniciar e prosseguir os meus estudos nesta área.

1 Introdução

A economia financeira tem como um dos seus objectivos explicar os mecanismos e forças económicas que estão por detrás da valorização de activos. A incerteza esteve desde sempre na base de diversas teorias económicas e o *trade-off* entre o retorno e o risco foi sempre considerado preponderante na avaliação dos activos.

A partilha do risco entre os agentes económicos é um tema central na economia financeira. Os mecanismos que levam os agentes económicos a suavizarem o consumo e a segurarem-se contra choques específicos sobre o seu rendimento está na base do *asset pricing model*. A partilha de risco permite aos agentes económicos segurarem-se contra choques específicos e suavizar o seu consumo entre estados da natureza, situação que conduz a ganhos de bem-estar na sociedade.

Nas últimas duas décadas, a análise da partilha de risco foi alargada também ao comércio internacional. O objectivo dessa análise era conhecer os ganhos potenciais da partilha de risco internacional. A análise dos ganhos decorrentes da partilha de risco internacional foi analisada segundo duas perspectivas diferentes e não necessariamente equivalentes.

De um lado, a economia financeira procurou averiguar se as carteiras de activos financeiros dos investidores estariam de acordo com o que a teoria da carteira e do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) prevêem. Uma das implicações mais importantes da teoria da carteira está relacionada com a possibilidade de os investidores eliminarem o risco específico das suas carteiras de activos através da diversificação internacional (Elton e Gruber, 1995). Nesta perspectiva, a diversificação internacional da carteira de activos permitiria alargar as possibilidades de investimento (e uma deslocação da fronteira eficiente), ou seja, para uma exposição a um determinado nível de risco seria

possível obter maiores retornos. A evidência empírica levou a concluir que a proporção de activos financeiros estrangeiros nas carteiras dos investidores domésticos era inferior ao previsto pela teoria financeira (French e Poterba, 1991). A diferença entre o que a teoria prevê e a realidade levou à criação de um *puzzle* na literatura económica – o *equity home-bias puzzle*.

Do outro lado, a macroeconomia internacional procurou averiguar os ganhos potenciais da partilha internacional de risco e os seus efeitos sobre o bem-estar. Os seus modelos baseiam-se numa abordagem de equilíbrio geral, em que o bem-estar dos agentes depende do nível de consumo esperado em cada momento e estado da natureza. A partilha internacional do risco concretiza-se num padrão de consumo mais uniforme em termos temporais e entre estados da natureza, o que se irá traduzir num aumento do bem-estar dos agentes. Os mercados financeiros internacionais permitem aos agentes segurarem-se de riscos específicos ligados à variação do seu rendimento futuro e estabilizar o seu consumo.

Esta literatura documentou a existência de um *puzzle* denominado “paradoxo da correlação do consumo” (Obstfeld, 1994a). Uma partilha internacional de risco perfeita implicaria, de acordo com estes modelos, que a correlação entre a taxa de crescimento do consumo privado e a taxa de crescimento do rendimento mundial fosse superior à correlação entre a taxa de crescimento do consumo privado e a taxa de crescimento do rendimento interno.

No entanto, e de acordo com a literatura, verifica-se precisamente o contrário, o que constitui um forte indício de que os agentes económicos não estão, ou não podem, aproveitar todas as oportunidades decorrentes da integração mundial dos mercados financeiros.

A presente dissertação, para além de revisitar a literatura do “paradoxo da correlação do consumo”, pretende mostrar que o relaxamento de algumas hipóteses do modelo, e em particular a hipótese de existência de expectativas idênticas para todos os agentes económicos, conduzirá a uma alteração substancial das consequências e implicações do modelo original, e por conseguinte, dos ganhos potenciais decorrentes da partilha internacional do risco. Demonstra-se inclusive, que os ganhos de *consumption smoothing* podem ser superiores quando consideradas probabilidades subjectivas heterogéneas entre os agentes.

Tal poderá significar que os ganhos reportados da partilha internacional de risco poderão ser bastante sensíveis não só ao valor dos parâmetros como também às hipóteses impostas pelo modelo que caracteriza a economia.

Por outro lado, no modelo tradicional de partilha internacional de risco, a taxa de crescimento do consumo de cada país depende apenas da taxa de crescimento do consumo mundial. No entanto, relaxando a hipótese relativa à homogeneidade das expectativas, esta constatação teórica deixa de ser válida. Com probabilidades subjectivas heterogéneas, mesmo existindo mercados financeiros mundiais perfeitos, a taxa de crescimento do consumo irá depender não só do rendimento mundial como também das dotações individuais de cada economia. Assim, o risco de consumo de cada economia não dependerá exclusivamente da taxa de crescimento do rendimento mundial, mas também do risco idiossincrático associado a cada economia. Ao contrário do modelo tradicional de partilha de risco, o risco idiossincrático do rendimento de cada país irá influenciar a taxa de crescimento do consumo e o bem-estar desse mesmo país.

Esta dissertação encontra-se estruturada da seguinte forma: no segundo capítulo serão apresentados os conceitos de partilha de risco e de paradoxo da correlação do consumo

e será apresentado e discutido o modelo neoclássico de partilha internacional de risco; no terceiro capítulo será desenvolvido um modelo de partilha de risco alternativo ao modelo neoclássico tradicional. Este modelo alternativo assume heterogeneidade ao nível das probabilidades subjectivas dos agentes.

2 A partilha internacional do risco e a Macroeconomia

A economia internacional procurou durante muito tempo responder à seguinte questão: será que os países conseguem efectuar a cobertura do risco idiossincrático através dos mercados financeiros internacionais? Esta resposta veio quer da investigação da economia financeira quer da investigação da macroeconomia.

Desde os anos de 1970, a economia financeira procurou explicar porque é que a proporção de activos estrangeiros detidos por investidores domésticos era demasiado pequena quando comparada com o nível óptimo previsto pela teoria da carteira. Tal significa que os investidores afectam sub-optimamente os seus recursos e renunciam a parte dos benefícios da diversificação internacional.

A teoria económica sugere que os retornos por unidade de risco seriam superiores através da diversificação internacional. Contudo, a evidência empírica sugere que os investidores continuam a ignorar estes benefícios.

A preferência de activos domésticos por activos estrangeiros é designada na literatura económica como *home-bias puzzle*. Empiricamente este *puzzle* é documentado em diversos artigos, como por exemplo, French e Poterba (1991); Tesar (1993, 1995a); Cooper e Kaplanis (1994).

Mais recentemente, modelos macroeconomicos baseados em mercados completos e que assumem que os agentes podem transaccionar activos Arrow-Debreu¹ sugeriam que as taxas marginais de substituição do consumo deveriam ser iguais entre os países. Tal implicava que as taxas de crescimento do consumo deveriam ser idênticas entre os países, uma consequência liminarmente rejeitada pela evidência empírica.

¹ Um activo Arrow-Debreu é um activo contingente que irá pagar uma unidade do bem de consumo num estado da natureza e zero nos restantes estados.

Apesar da importância da abordagem efectuada pela literatura do *equity home-bias puzzle*, esta dissertação irá focar exclusivamente a abordagem utilizada pela macroeconomia.

Este capítulo pretende ilustrar a perspectiva da literatura da macroeconomia em relação à temática da partilha internacional do risco.

Numa primeira fase, será introduzido o conceito de partilha internacional do risco em macroeconomia, bem como alguns factos estilizados relacionados com a partilha internacional do risco.

Antes de se introduzir o modelo tradicional de partilha internacional do risco, será apresentado e discutido de forma breve o modelo de equilíbrio geral dinâmico numa economia fechada para se compreender como se relacionam as variáveis económicas nessa situação. Dessa forma será mais fácil perceber os mecanismos que a integração dos mercados financeiros proporcionam para aumentar o bem-estar mundial.

No terceiro ponto será apresentado o modelo neoclássico tradicional de partilha internacional do risco.

2.1 A partilha internacional do risco: conceito e factos estilizados

A literatura macroeconómica refere-se à partilha internacional do risco como a possibilidade que os agentes económicos em diversos países têm de através dos mercados financeiros internacionais eliminarem parte do risco do consumo associado à volatilidade do rendimento.

O rendimento (ou produto) dos diversos países encontra-se sujeito a flutuações. Os mercados internacionais surgem como uma possibilidade de os agentes em diversos países segurarem o seu consumo face a variações adversas do seu rendimento.

O rendimento encontra-se sujeito a dois tipos de riscos: risco idiossincrático e risco agregado. O risco idiossincrático reflecte choques específicos sobre o produto interno, enquanto que o risco agregado reflecte os riscos a que todos os países estão sujeitos ou seja, choques sobre o produto que afectam todos os países. Os mercados financeiros internacionais permitem eliminar risco idiossincrático, aumentando assim, o bem-estar dos países.

A partilha internacional do risco permitiria sincronizar o crescimento do consumo nos diversos países, ou seja, enquanto que em autarcia o crescimento do consumo estaria bastante correlacionado com o crescimento do rendimento, com a existência de mercados financeiros internacionais, o crescimento do consumo estaria bastante correlacionado com a taxa de crescimento do produto mundial (Obstfeld, 1994a).

Desta forma, o crescimento do consumo seria insensível ao crescimento do rendimento interno, mas iria ser fortemente influenciado pelo crescimento do produto mundial.

A partir de dados da Penn World Data referentes ao consumo e rendimento *per capita* de 125 países entre 1951 e 1992 foi calculada a correlação entre a taxa de crescimento do rendimento interno *per capita* ($\Delta \ln y$) com a taxa de crescimento do consumo interno *per capita* ($\Delta \ln c$) e a correlação entre a taxa de crescimento do consumo interno *per capita* ($\Delta \ln c$) e a taxa de crescimento do rendimento mundial *per capita* ($\Delta \ln y^w$).

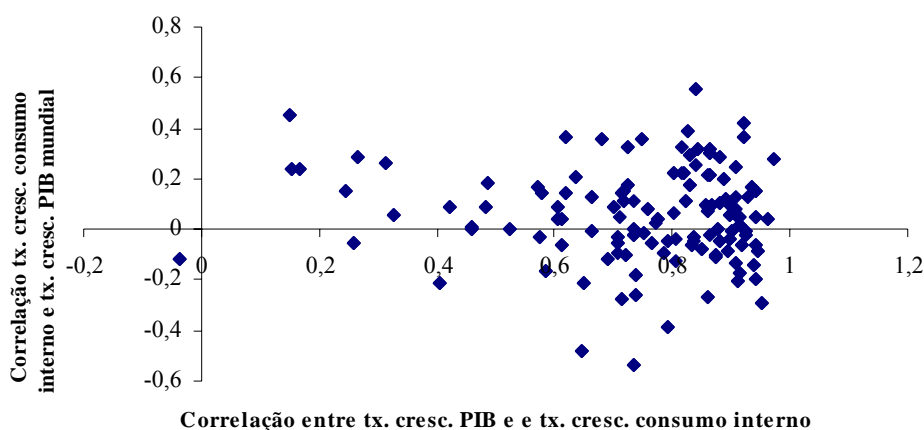
Dos 125 países foi recolhida uma pequena amostra que se encontra na tabela seguinte:

Quadro 1 – A correlação entre a taxa de crescimento do consumo *per capita* e a taxa de crescimento do rendimento *per capita*

País	$correl(\Delta \ln y, \Delta \ln c)$	$correl(\Delta \ln y, \Delta \ln y^W)$	$correl(\Delta \ln c, \Delta \ln y^W)$
Itália	0,71	-0,11	0,05
Argentina	0,91	-0,05	0,08
França	0,77	-0,02	0,03
Bélgica	0,71	0,01	-0,09
Japão	0,81	-0,11	-0,13
Espanha	0,91	-0,05	0,13
Alemanha (Occidental)	0,84	-0,04	-0,05
EUA	0,81	0,29	0,22
Portugal	0,74	0,03	0,12
Reino Unido	0,80	0,07	0,06
Austrália	0,86	0,16	0,21
Brasil	0,86	0,10	-0,02
Holanda	0,81	-0,17	-0,04
Turquia	0,93	0,20	0,13
Coreia	0,82	0,36	0,33
Canadá	0,84	0,36	0,25
Marrocos	0,91	0,04	0,04

Fonte: Penn World Data; valores originais respeitantes ao consumo e produto em USD

Gráfico 1 – Distribuição de correlações para os 125 países que constam na amostra da Penn World Data



Fonte: Penn World Data

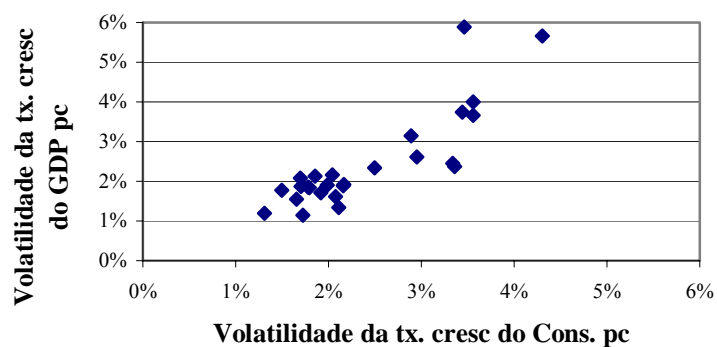
Os dados confirmam que a taxa de crescimento do rendimento interno dos diversos países apresenta uma forte correlação com a taxa de crescimento do consumo desses mesmos países. Por outro lado, constata-se igualmente que a correlação entre o rendimento interno e o rendimento mundial é bastante fraca.

De acordo com o modelo de partilha internacional do risco, que será desenvolvido no capítulo que se segue, os ganhos potenciais da partilha internacional do risco estão a ser subaproveitados pois a correlação entre a taxa de crescimento do consumo mundial e a taxa de crescimento do consumo interno é relativamente baixa.

Por outro lado, a existência de partilha internacional de risco e a existência de *consumption smoothing* deveria implicar que o desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo fosse inferior ao desvio-padrão da taxa de crescimento do rendimento. No entanto, em alguns países, o desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo é superior ao desvio-padrão da taxa de crescimento do rendimento (Devereux e Smith, 1994).

Tal como Devereux e Smith (1994) calculei o desvio-padrão do rendimento e do consumo interno privado para uma amostra de 20 países (UE (15), EUA, Japão, Suíça, Noruega e Islândia) para o período 1970 - 2003, tendo obtido resultados similares. Os resultados podem ser observados no Gráfico 2.

Gráfico 2: Desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo *per capita* e da taxa de crescimento do produto *per capita*



Fonte: OCDE (dados recolhidos para o período 1970 - 2003; o produto e o consumo *per capita* encontravam-se a preços constantes de 2000; a taxa de câmbio utilizada para converter os dados em USD foi a de 2000)

Estes factos estilizados deram origem a um *puzzle* da macroeconomia, o paradoxo da correlação do consumo.

2.2 O modelo de equilíbrio geral em autarcia

O modelo descrito nesta secção baseia-se no modelo de equilíbrio geral de Arrow-Debreu (Debreu, 1959). Modelos com estas características poderão ser encontrados em Cochrane (2000) e LeRoy e Werner (2001).

O modelo Arrow-Debreu é um modelo de equilíbrio geral em que não existem fricções (os mercados são competitivos, não existem custos de transacção e todos os agentes têm acesso à mesma informação). Este modelo partilha as mesmas características da análise do equilíbrio Walrasiano: nenhum agente consegue por si influenciar o mercado (*price takers*) e existe um leiloeiro abstracto que estabelece preços e assegura o equilíbrio entre a procura e a oferta.

A conclusão mais importante a retirar deste modelo é que quando existem mercados e preços associados para todos os bens e serviços da economia, não existem externalidades ou bens públicos, não existem assimetrias informacionais ou poder de mercado, os mercados afectam os recursos de uma forma eficiente (Magill e Quinzii, 1996).

Por simplificação, assume-se que existe apenas um bem de consumo compósito perecível e que existem apenas dois períodos. Existem mercados financeiros em que cada agente pode transaccionar unidades do bem de consumo de forma a transferir o seu consumo entre períodos e entre estados da natureza.

Assume-se que os mercados são completos, ou seja, existem tantos activos (cujos *payoffs* são linearmente independentes) como estados da natureza. Os agentes económicos têm conhecimento de todos os eventos que poderão ocorrer no futuro.

Num mundo Arrow-Debreu admite-se a existência de activos puros, também denominados activos Arrow-Debreu, (a condição de completude dos mercado é uma condição suficiente para que os preços de estado possam ser determinados mesmo quando estes não são negociados directamente no mercado).

O modelo considera a existência de dois períodos. O rendimento do agente no período 0 é conhecido. Contudo, o agente económico não conhece o seu rendimento no período 1, ou seja, existe incerteza em relação ao período 1, uma vez que poderão ocorrer s estados da natureza.

No período 0 existem mercados *forward* do bem compósito, onde é possível adquirir ou vender unidades do bem compósito. Os *payoffs* dos activos são expressos em termos de bem de consumo. O activo puro i (cujo preço é q_i) irá pagar uma unidade do bem de consumo no estado da natureza i , e zero nos restantes estados.

Admite-se adicionalmente que:

- não existe um Estado, ou seja, em equilíbrio o consumo agregado irá ser idêntico ao rendimento agregado da economia;
- não existe crescimento populacional.

Considere-se a existência de uma economia de agente representativo. Tal significa que os agentes possuem todos a mesma função de utilidade e as mesmas dotações. A hipótese de que todos os agentes económicos possuem as mesmas dotações será levantada, quando a análise se debruçar sobre um cenário multi-país em que os diversos agentes representativos procuram eliminar o risco idiossincrático, trocando-o por risco agregado. Admite-se também que o número de agentes económicos é finito e idêntico nos dois períodos. A função de utilidade do agente económico representativo é crescente em relação ao consumo. Contudo, a utilidade marginal do consumo é

decrecente. Por outras palavras, a função de utilidade (de Bernoulli) $u(\cdot)$ apresenta as características neoclássicas das funções de utilidade utilizadas na microeconomia, ou seja, não saciedade. Logo, esta função será contínua, duplamente diferenciável, crescente e côncava, ou seja, $\partial u(\cdot) / \partial c > 0$ e $\partial^2 u(\cdot) / \partial c^2 < 0$.

O agente representativo tem uma função de utilidade intertemporal que apresenta as seguintes características:

- impaciência, ou seja, os consumidores preferem consumir agora a consumir no futuro (descontam o consumo futuro a uma taxa de desconto intertemporal). O nível de impaciência traduz-se na variável β ;
- estacionaridade ou consistência temporal, ou seja, a função de utilidade de Bernoulli é invariante face ao tempo;
- separabilidade aditiva, ou seja, a função de utilidade intertemporal é linear em relação à função de utilidade de Bernoulli e esta depende apenas do consumo corrente.

A função de utilidade esperada é do tipo Von Neumann – Morgenstern, isto é, respeita os axiomas da continuidade e da independência.

Considere-se as seguintes variáveis:

c_0 - consumo do agente económico representativo em $t = 0$;

c_{1s} - consumo do agente económico representativo em $t = 1$, no estado da natureza s ;

y_0 - rendimento do agente económico representativo em $t = 0$;

y_{1s} - rendimento do agente económico representativo em $t = 1$, no estado da natureza s ;

β - factor de desconto temporal (considera-se $\beta \in]0, 1[$, de modo a traduzir a impaciência dos agentes económicos);

q_s - preço do activo puro s ;

π_s - probabilidade de ocorrer o estado da natureza s .

Numa economia de agente representativo com dois períodos e s estados da natureza, o problema do consumidor poderá ser escrito da seguinte forma:

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{Max } V(c) &= \sum_{t=0}^1 \beta^t \cdot E_0 [u(c_t)] = u(c_0) + \beta \cdot E_0 [u(c_1)] = u(c_0) + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot u(c_{1s}) \\ \text{s.a} \\ c_0 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s} &\leq y_0 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s} \end{aligned}$$

O agente económico representativo irá procurar maximizar a sua utilidade esperada escolhendo um plano contingente de consumo óptimo. As condições de primeira ordem são:

$$(2) \quad \frac{\partial u(c_0)}{\partial c_0} - \lambda = 0 ;$$

$$(3) \quad \beta \cdot \pi_s \cdot \frac{\partial u(c_{1s})}{\partial c_{1s}} - \lambda \cdot q_s = 0 ;$$

$$(4) \quad c_0 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s} - y_0 - \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s} = 0 .$$

A variável λ pode ser vista como o preço sombra. A última equação diz respeito à restrição orçamental intertemporal que o agente terá que respeitar.

Resolvendo o sistema obtêm-se as seguintes equações de arbitragem intertemporal e entre estados da natureza:

$$(5) \quad \beta \cdot \frac{u'(c_{1s})}{u'(c_0)} \cdot \pi_s = q_s ;$$

$$(6) \quad \frac{u'(c_{1i})}{u'(c_{1j})} \cdot \frac{\pi_i}{\pi_j} = \frac{q_i}{q_j}.$$

O cumprimento destas condições assegura a existência de optimalidade à Pareto, pois o consumidor não conseguirá obter utilidade extra ao negociar nos mercados financeiros quando os preços de estado igualam a taxa marginal de substituição intertemporal.

Recorde-se que no caso de mercados completos ($K \geq S$), o equilíbrio numa economia em que se transaccionam activos Arrow-Debreu é equivalente a uma economia em que se transaccionam activos financeiros.

Considere-se o problema do consumidor numa economia com activos financeiros em que existem $K \geq S$ activos financeiros:

$$\begin{aligned} \text{Max } V(c) &= \sum_{t=0}^1 \beta^t \cdot E_0 [u(c_t)] = u(c_0) + \beta \cdot E_0 [u(c_1)] = u(c_0) + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot u(c_{1s}) \\ \text{s.a} \\ (7) \quad c_0 + \sum_{j=1}^K Z_j \cdot \theta_j &\leq y_0 \\ c_{1s} &\leq y_{1s} + \sum_{j=1}^K V_{j,s} \cdot \theta_j \quad (s=1, \dots, S) \end{aligned}$$

As variáveis $c_0, y_0, c_{1s}, y_{1s}, \beta, \pi_s$ já foram apresentadas anteriormente no âmbito da análise de uma economia Arrow-Debreu. θ_j corresponde à quantidade do activo j adquirida pelo consumidor; $V_{j,s}$ corresponde ao *payoff* do activo j no estado da natureza s quando $t=1$; Z_j corresponde ao preço do activo j quando $t=0$ e K corresponde ao número de activos na economia.

O consumidor irá decidir acerca das quantidades a consumir em cada período e em cada estado da natureza e a quantidade de activos financeiros a adquirir.

$$(8) \quad L = u(c_0) + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot u(c_{1s}) + \lambda_0 \cdot \left(y_0 - c_0 - \sum_{j=1}^K Z_j \cdot \theta_j \right) \\ + \sum_{s=1}^S \left[\lambda_s \cdot \left(y_{1s} + \sum_{j=1}^K V_{j,s} \cdot \theta_j - c_{1s} \right) \right]$$

As condições de primeira ordem são as seguintes:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} u'(c_0) = \lambda_0 \\ \beta \cdot \pi_1 \cdot u'(c_{11}) = \lambda_{11} \\ \dots \\ \beta \cdot \pi_s \cdot u'(c_{1s}) = \lambda_{1s} \\ \lambda_0 \cdot Z_1 = \sum_{s=1}^S V_{1,s} \cdot \lambda_{1s} \\ \dots \\ \lambda_0 \cdot Z_K = \sum_{s=1}^S V_{K,s} \cdot \lambda_{1s} \\ c_0 + \sum_{j=1}^K Z_j \cdot \theta_j = y_0 \\ c_{11} = y_{11} + \sum_{j=1}^K V_{j,1} \cdot \theta_j \\ \dots \\ c_{1s} = y_{1s} + \sum_{j=1}^K V_{j,s} \cdot \theta_j \end{array} \right.$$

Através das equações de arbitragem intertemporal e entre estados da natureza é possível obter o preço de qualquer activo, pois qualquer activo poderá ser replicado através da compra e venda de activos puros:

$$(10) \quad Z_j \cdot u'(c_0) = \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot u'(c_{1s}) \cdot V_{j,s} \Leftrightarrow Z_j = \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{u'(c_{1s})}{u'(c_0)} \cdot V_{j,s} \cdot$$

Comparando os resultados obtidos a partir da maximização da função de utilidade do consumidor numa economia com activos Arrow-Debreu e numa economia com activos

financeiros em que existe completude dos mercados, constata-se que ambas são equivalentes se não existirem oportunidades de arbitragem. Nesse caso, o preço do activo puro no estado s irá igualar o preço sombra do estado s obtido a partir das condições de primeira ordem do problema do consumidor numa economia em que existem activos financeiros, ou seja, $q_s = \lambda_{1s} / \lambda_0$.

O preço do activo k em $t=0$ poderá também ser obtido através de preços de estado:

$$Z_k = \sum_{s=1}^S q_s \cdot V_{k,s}. \text{ Ou seja, será igual ao produto entre o preço de estado } s \text{ e o } \textit{payoff} \text{ que}$$

o activo retribui nesse mesmo estado. É vulgar ser referida nos manuais de economia financeira como a equação fundamental de *asset pricing*: $Z_k = E_t [M_{t+1} \cdot V_{k,t+1}]$.

$M_{t+1} = \beta \cdot u'(c_{1s}) / u'(c_0)$ é a taxa marginal de substituição do agente representativo entre consumir no período 0 ou consumir no período 1. A literatura apelida M_{t+1} como o factor de desconto estocástico, uma vez que M_{t+1} pode ser visto como uma distribuição que associa a cada *payoff* uma determinada probabilidade. Estas probabilidades podem ser encaradas como probabilidades ajustadas face ao risco de vir a ocorrer o estado da natureza s .

É importante ter em conta que a equação fundamental de *asset pricing* não necessita de assumir:

- a completude dos mercados ou que existe um agente representativo;
- que os retornos dos activos ou os *payoffs* têm uma distribuição normal ou independente ao longo do tempo;
- que os agentes tenham uma função de utilidade em particular.

A presente dissertação irá utilizar preferencialmente uma economia em que se transaccionam activos Arrow-Debreu. No entanto, com base nos pressupostos admitidos

ficou demonstrado que o equilíbrio resultante de uma economia em que se transaccionam activos puros é equivalente ao equilíbrio resultante de uma economia em que se transaccionam activos financeiros.

Considere-se h_0 como a riqueza do agente representativo no período 0. A riqueza do agente representativo traduz o seu rendimento no período 0, que é conhecido, e o rendimento do período 1, que não é conhecido devido à existência de incerteza. O rendimento do período 1 é contingente à ocorrência de um determinado estado da natureza. No entanto, a existência de mercados financeiros para cada um dos activos puros torna possível a valorização do rendimento contingente no período 1:

$$(11) \quad h_0 = y_0 + \sum_{s=1}^S y_{1s} \cdot q_s .$$

Defina-se o consumo contingente do estado da natureza s em função do consumo do período 0, ou seja, $c_{1s} = \xi_s \cdot c_0$. As funções de utilidade CRRA² têm uma solução explícita e captam bem o problema do agente sendo por isso bastante utilizadas na literatura da economia financeira. Uma função de utilidade que assume aversão relativa face ao risco constante tem propriedades específicas bastante interessantes, uma vez que esta função de utilidade é homogénea de grau $1-\gamma$ (em que γ corresponde ao coeficiente de aversão relativa ao risco de Arrow-Pratt). As funções de utilidade CRRA apresentam uma desvantagem bastante citada na literatura: o coeficiente de aversão relativa face ao risco e a elasticidade intertemporal do consumo são indistinguíveis.

Considere-se a seguinte função de utilidade:

$$(12) \quad u(c) = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}, \quad \gamma > 0;$$

² Constant Relative Risk Aversion

$$(13) \quad \rho = -c \cdot \frac{u''(c)}{u'(c)} = \gamma;$$

$$(14) \quad \sigma = -\frac{u'(c)}{u''(c) \cdot c} = \frac{1}{\gamma};$$

em que ρ e σ são respectivamente o coeficiente de aversão relativa ao risco de Arrow-Pratt e a elasticidade de substituição intertemporal do consumo. Verifica-se então a seguinte relação inversa entre os dois: $\rho = 1/\sigma$.

Assumindo que $u(c)$ é CRRA (logo homogénea de grau $1-\gamma$), é possível simplificar a equação de arbitragem intertemporal:

$$(15) \quad \begin{cases} u'(c_{1s}) = u'(c_0) \cdot \xi_s^{-\gamma} \\ \beta \cdot \frac{\xi_s^{-\gamma} \cdot u'(c_0)}{u'(c_0)} \cdot \pi_s = q_s \end{cases} \Leftrightarrow \xi_s^{-\gamma} = \frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s} \Leftrightarrow \xi_s = \left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s} \right)^{-1/\gamma}$$

Substituindo na restrição orçamental intertemporal do agente representativo, obtêm-se as seguintes expressões:

$$(16) \quad \begin{cases} c_0 = h_0 \cdot \left(1 + \sum_{s=1}^S \xi_s \cdot q_s \right)^{-1} \\ c_{1s} = h_0 \cdot \xi_s \cdot \left(1 + \sum_{s=1}^S \xi_s \cdot q_s \right)^{-1} \end{cases}$$

Em equilíbrio, o consumo agregado será idêntico ao somatório dos consumos de cada agente da economia. Como estamos perante uma economia de agente representativo:

$$C_0 = c_0 \text{ e } C_{1s} = c_{1s}. \text{ Logo, } q_s = \xi_s^{-\gamma} \cdot \beta \cdot \pi_s.$$

Como $C_{1s} = \xi_s \cdot C_0$, o preço do activo puro será $q_s = (C_{1s}/C_0)^{-\gamma} \cdot \beta \cdot \pi_s$.

Por outro lado, $C_0 = Y_0$ e $C_{1s} = Y_{1s}$ (uma vez que se trata de uma economia fechada sem estado e sem produção, e onde o bem de consumo é perecível). Então:

$$(17) \quad q_s = \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} \cdot \beta \cdot \pi_s .$$

O preço de estado q_s , irá variar positivamente com a probabilidade de vir a ocorrer o estado da natureza s (π_s) e negativamente com a taxa de desconto psicológica do tempo:

$$(18) \quad \frac{\partial q_s}{\partial \pi_s} = \beta \cdot \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} > 0 ;$$

$$(19) \quad \frac{\partial q_s}{\partial \beta} = \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} > 0 .$$

A variável $g_s = Y_{1s}/Y_0 - 1$ corresponde à taxa de crescimento do rendimento esperado condicional à ocorrência do estado da natureza s no período 1. Logo, o valor do preço de estado será: $q_s = (1 + g_s)^{-\gamma} \cdot \beta \cdot \pi_s$.

$$(20) \quad \frac{\partial q_s}{\partial g_s} = (1 + g_s)^{-\gamma-1} \cdot \beta \cdot \pi_s \cdot (-\gamma) < 0$$

O preço de estado (q_s) irá depender negativamente do crescimento económico esperado para o estado da natureza s . Conclui-se assim que o preço de estado será tanto mais elevado quanto menor for o crescimento esperado para esse estado da natureza. Se o crescimento esperado para um determinado estado da natureza for baixo, maior será a necessidade de os agentes se “segurarem” e se protegerem da quebra de rendimento no sentido de suavizar o consumo. Logo, esse activo Arrow-Debreu será mais procurado e o preço de estado será mais elevado. Os activos financeiros são “úteis” para efectuar o *hedge* do consumo quando o rendimento é volátil. Quanto “menos úteis” forem os activos financeiros para efectuarem o *hedge* do consumo, maiores serão os prémios de risco exigidos em equilíbrio.

$$(21) \quad \frac{\partial q_s}{\partial \gamma} = -(1 + g_s)^{-\gamma} \cdot \ln(1 + g_s) \cdot \beta \cdot \pi_s$$

Assim, $\partial q_s / \partial \gamma > 0$ se $g_s < 0$. Se o agente económico representativo espera que no estado da natureza s ocorra um crescimento do rendimento positivo então o nível de aversão relativa face ao risco tem um efeito negativo sobre o preço de estado.

A não existência de arbitragem significa que o vector de preços de estado é estritamente positivo. A existência de um preço de estado não positivo significaria que um agente poderia obter utilidade infinita ao investir nesse activo Arrow-Debreu. Tal não poderá ocorrer em equilíbrio por critérios de não arbitragem já que o facto de um preço de estado ser não positivo iria significar que todos os agentes iriam pretender adquirir esse activo, provocando um aumento do seu preço.

Os agentes económicos poderão replicar sinteticamente o *payoff* de um activo financeiro sem risco. Considere-se o caso de um activo financeiro que paga uma unidade do bem de consumo qualquer que seja o estado da natureza que venha a ocorrer. O preço desse activo financeiro sem risco será B . O *payoff* deste activo poderá ser replicado adquirindo activos puros para todos os estados da natureza. O activo financeiro sem risco poderá ser visto nesta lógica como um activo redundante. Não existindo oportunidades de arbitragem o preço do activo financeiro sem risco é igual ao somatório dos preços dos activos puros para os s estados da natureza:

$$(22) \quad B = \sum_{s=1}^S q_s \Leftrightarrow B = \sum_{s=1}^S \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} \cdot \beta \cdot \pi_s .$$

As taxas de juro reais serão mais elevadas quando o crescimento esperado do rendimento é maior. Quando as taxas de juro são elevadas, compensa aos investidores consumir menos no presente e investir para poder consumir mais no futuro. Por outro

lado, as taxas de juro reais serão mais sensíveis ao crescimento do rendimento quando a elasticidade de substituição intertemporal do consumo é menor. Quando a função de utilidade é bastante côncava o agente económico preocupa-se mais em obter um padrão de consumo “suave” ao longo do tempo e está menos disposto a alterar o seu consumo como resposta a alterações nas taxas de juro. Serão necessárias grandes variações nas taxas de juro para induzir o agente económico a alterar o seu consumo.

O preço do activo financeiro sem risco irá variar negativamente com a taxa de desconto psicológica do agente representativo. As taxas de juro reais são mais elevadas quando os agentes são impacientes, ou seja, quando β é baixo. Se todos os agentes preferirem consumir no presente, é necessária uma taxa de juro mais elevada para os convencer a poupar:

$$(23) \quad \frac{\partial B}{\partial \beta} = \sum_{s=1}^S \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} \cdot \pi_s > 0.$$

A relação entre γ e o preço do activo financeiro sem risco é mais difícil de precisar. Nas funções de utilidade com aversão relativa ao risco constante, o coeficiente de aversão relativa face ao risco é o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo. Neste caso, o impacto de γ não se deve à aversão ao risco do agente mas à elasticidade de substituição intertemporal do consumo.

$$(24) \quad \frac{\partial B}{\partial \gamma} = -\beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)^{-\gamma} \cdot \ln \left(\frac{Y_{1s}}{Y_0} \right)$$

Para saber o impacto de γ sobre o preço do activo financeiro sem risco, considere-se uma economia em que não existe incerteza. Nesse caso, o preço do activo financeiro sem risco será: $B = \beta \cdot (Y_1 / Y_0)^{-\gamma}$.

$$(25) \quad \frac{\partial B}{\partial \gamma} = -\beta \cdot \left(\frac{Y_1}{Y_0}\right)^{-\gamma} \cdot \ln\left(\frac{Y_1}{Y_0}\right) = -B \cdot \ln\left(\frac{Y_1}{Y_0}\right)$$

O impacto de γ será negativo se for esperado um crescimento positivo do rendimento no período 1 e será positivo caso o crescimento do rendimento esperado para o período 1 seja negativo. Assim, quanto maiores forem as expectativas de crescimento económico menor será o preço do activo financeiro sem risco (maiores serão as taxas de juro reais) pois maior será o desejo de suavização do consumo.

A magnitude da elasticidade da utilidade marginal $-u''(c)/u'(c) \cdot c$ é também conhecida como o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo. Quanto maior for γ mais rápida será a queda da utilidade marginal em resposta a aumentos do consumo e dessa forma os consumidores estarão menos dispostos a aceitar desvios de um padrão uniforme de consumo ao longo do tempo. Quando γ se aproxima de 0, a função de utilidade aproxima-se de uma forma linear em c . A linearidade significa que os consumidores são indiferentes ao *timing* do consumo quando $B = \beta$.

No caso de um modelo de agente representativo em autarcia, os preços de estado encontram-se fixados de forma a que o agente não obtenha utilidade extra por investir nos mercados de capitais. Assim, o consumo de cada agente irá igualar as suas dotações: em equilíbrio cada agente irá consumir apenas as suas dotações (em qualquer dos dois períodos ou do estado da natureza que venha a ocorrer) apesar de existir um mercado de capitais. No caso em que existem dois agentes económicos representativos, como é o caso de dois países em que as dotações desses países são diferentes, poderão existir vantagens em negociar no mercado de capitais para dispersar dessa forma o risco específico de cada um.

As implicações e consequências das relações entre as variáveis económicas e financeiras do modelo neoclássico de equilíbrio geral foram testadas no sentido de averiguar se estas aderiam à realidade. Contudo, os factos estilizados não coincidiam com os resultados do modelo dando origem a diversos *puzzles*. O *puzzle* que ganhou maior notoriedade na literatura económica foi o *equity premium puzzle* de Mehra e Prescott (1985). De acordo com o modelo neoclássico, a volatilidade da taxa marginal de substituição para o consumo deveria ser maior que o valor actualizado do Índice de Sharpe³ para qualquer activo. No entanto, a evidência empírica tem revelado que enquanto a volatilidade das séries de consumo é relativamente baixa, o Índice de Sharpe é geralmente bastante elevado, o que torna o modelo neoclássico válido apenas se se admitir uma aversão ao risco muito elevada.

Os factores que provocam a falta de aderência à realidade do modelo neoclássico em autarcia poderão também estar na origem de outros *puzzles* da macroeconomia, inclusive o paradoxo da correlação do consumo. O grande problema relacionado com estes *puzzles* poderá ser a incompatibilidade que se manifesta nestes modelos entre os dados de natureza financeira e os dados macroeconomicos, nomeadamente o facto de os dados macroeconómicos como o consumo e o rendimento apresentarem baixas volatilidades quando comparados com os dados de rendibilidades de índices de mercado e retornos de activos financeiros. É importante ter em atenção a fragilidade que o modelo neoclássico em autarcia apresenta e sobretudo quais os motivos porque tal acontece.

No entanto, o objectivo não é apresentar uma teoria explicativa para resolver o *equity premium puzzle*, mas sim explicar os mecanismos de mercado que impulsionam os

³ O Índice de Sharpe corresponde ao rácio entre a rendibilidade em excesso de um activo face ao activo financeiro sem risco e a volatilidade do activo.

ganhos de partilha internacional do risco quando introduzida a integração dos mercados financeiros.

Assim, o próximo ponto é dedicado a explicar os ganhos decorrentes da partilha de risco quando existem dois países e as dotações desses países são heterogéneas.

2.3 Modelo tradicional de partilha internacional do risco em macroeconomia

Esta secção pretende introduzir e explicar o modelo tradicional de partilha de risco internacional. Na secção 2.3.1 será resolvido o problema de dois agentes representativos de dois países e serão obtidas as expressões de equilíbrio para os planos óptimos do consumo individual dos agentes e os preços de estado.

Na secção 2.3.2 será obtida uma expressão para os ganhos de bem-estar da partilha de risco internacional dos agentes económicos representativos dos dois países e será efectuada uma simulação atribuindo valores aos parâmetros do modelo. Na secção 2.3.3 será explicado o significado do paradoxo da correlação do consumo. Por último, na secção 2.3.4 serão mostrados os pontos em comum entre o paradoxo da correlação do consumo e o *equity home-bias*.

2.3.1 Equilíbrio geral numa economia composta por dois países

O modelo mais simples de partilha internacional do risco é uma extensão do modelo de equilíbrio geral em autarcia, quando se assume que as dotações dos agentes são heterogéneas.

Considere-se uma economia mundial composta por dois países: país *A* e país *B*. Cada agente irá procurar maximizar a seguinte função de utilidade esperada, sujeito à sua restrição orçamental intertemporal:

$$\begin{aligned}
(26) \quad & \text{Max} V^i(c) = u(c_0^i) + \beta \cdot E[u(c_1^i)] \\
& \text{s.a,} \\
& c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s}^i \leq y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i \quad i = A, B
\end{aligned}$$

Em que q_s é o preço de estado, caso ocorra o estado da natureza s . As condições de primeira ordem relativamente a cada um dos agentes serão:

$$(27) \quad u'(c_0^i) = \lambda^i ;$$

$$(28) \quad \beta \cdot \pi_s \cdot u'(c_{1s}^i) = \lambda^i \cdot q_s ;$$

$$(29) \quad c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s}^i = y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i .$$

O preço de 1 unidade do bem de consumo no estado s será de $q_s = \beta \cdot \pi_s \cdot u'(c_{1s}^i) / u'(c_0^i)$ em equilíbrio. A função de utilidade de Bernoulli é uma função CRRA idêntica a (12).

A utilidade marginal do consumo é dada pela seguinte equação: $u'(c) = c^{-\gamma}$.

Substituindo:

$$(30) \quad q_s = \frac{\beta \cdot \pi_s \cdot (c_{1s}^i)^{-\gamma}}{(c_0^i)^{-\gamma}} = \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{c_{1s}^i}{c_0^i} \right)^{-\gamma} .$$

Cada agente económico irá igualar a sua taxa marginal de substituição intertemporal ao preço de estado. Todos os agentes estão sujeitos a esta condição de arbitragem, pelo que em equilíbrio a taxa marginal de substituição intertemporal do consumo dos diversos agentes será igual para cada estado da natureza:

$$(31) \quad \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{c_{1s}^A}{c_0^A} \right)^{-\gamma} = \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{c_{1s}^B}{c_0^B} \right)^{-\gamma} \Rightarrow \frac{c_{1s}^A}{c_0^A} = \frac{c_{1s}^B}{c_0^B} .$$

Em equilíbrio geral, o valor agregado do consumo presente terá que igualar o valor agregado do rendimento presente, e o consumo “mundial” futuro terá que igualar o

valor do rendimento “mundial” futuro: $c_0^A + c_0^B = C_0^W = y_0^A + y_0^B = Y_0^W$ e

$$c_{1s}^A + c_{1s}^B = C_{1s}^W = y_{1s}^A + y_{1s}^B = Y_{1s}^W.$$

A riqueza de cada agente representativo é dada pelas dotações em termos de bem de

consumo no período 0 e 1, ou seja, $h_0^i = y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i$.

A riqueza mundial traduz-se na soma da riqueza existente em cada um dos países desta

economia: $h_0^W = h_0^A + h_0^B$. Existe uma relação linear entre o consumo presente e o

consumo futuro condicional à ocorrência do estado da natureza s :

$$(32) \quad c_{1s}^i = \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot c_0^i \Leftrightarrow \frac{c_{1s}^i}{c_0^i} = \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma}.$$

Substituindo na restrição orçamental intertemporal obtém-se a seguinte expressão:

$$(33) \quad c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot c_0^i = h_0^i \Leftrightarrow \begin{cases} c_0^i = \frac{h_0^i}{1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma}} \\ c_{1s}^i = \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^i}{1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma}} \end{cases}$$

Em termos agregados obtém-se as seguintes expressões:

$$(34) \quad C_0^W = \frac{h_0^W}{1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma}};$$

$$(35) \quad C_{1s}^W = \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^W}{1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\beta \cdot \pi_s}{q_s} \right)^{1/\gamma}}.$$

A existência de um único mercado financeiro comum entre ambos os países irá implicar

que os preços de estado e dos activos financeiros não dependam apenas do rendimento

individual de cada país como ocorre em autarcia, mas do rendimento mundial. Assim, os preços de estado não dependem do risco idiossincrático de cada um dos agentes, mas apenas do risco agregado de toda a economia mundial. Esse risco agregado está relacionado com as perspectivas de crescimento do rendimento mundial. Dividindo (35) por (34) e usando a equação de Euler do consumo de cada agente obtém-se:

$$(36) \quad q_s = \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma}.$$

As relações entre o preço de estado e a probabilidade associada ao estado da natureza s e o factor de desconto psicológico são semelhantes à situação de autarcia.

O efeito do coeficiente de aversão face ao risco irá depender da taxa de crescimento do rendimento mundial esperada caso ocorra o estado da natureza s :

$$(37) \quad \frac{\partial q_s}{\partial \gamma} = -\beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma} \cdot \ln \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} > 1 \Rightarrow \frac{\partial q_s}{\partial \gamma} < 0 \\ \frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} < 1 \Rightarrow \frac{\partial q_s}{\partial \gamma} > 0 \end{cases}$$

Quando é esperado um crescimento mundial negativo num determinado estado da natureza, um maior nível de aversão relativa face ao risco tem um impacto positivo sobre o preço de estado. O preço do seguro de uma queda do rendimento nesse estado da natureza será mais caro se a queda prevista for maior ou se a aversão ao risco for maior:

$$(38) \quad \frac{\partial q_s}{\partial \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)} = -\beta \cdot \pi_s \cdot (\gamma) \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma-1}.$$

Por sua vez, a taxa de crescimento do rendimento condicional à ocorrência do estado da natureza s irá ter um impacto negativo sobre os preços de estado. Tal deve-se à

suavização do consumo intertemporal e inter-estados: se os agentes esperam um crescimento do rendimento, estes irão procurar redistribuir esse rendimento adicional por todos os períodos e estados da natureza. Quanto maior for a queda do rendimento num estado da natureza maior protecção necessitará o agente económico e mais caro será o preço desse “seguro”.

O consumo individual de cada país é dado pelas seguintes expressões:

$$(39) \quad c_0^i = \frac{y_0^i + \sum_{s=1}^S \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma} \cdot y_{1s}^i}{1 + \sum_{s=1}^S \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma+1}};$$

$$(40) \quad c_{1s}^i = \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right) \cdot \frac{y_0^i + \sum_{s^*=1}^S \beta \cdot \pi_{s^*} \cdot \left(\frac{Y_{1s^*}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma} \cdot y_{1s^*}^i}{1 + \sum_{s=1}^S \beta \cdot \pi_s \cdot \left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} \right)^{-\gamma+1}}.$$

2.3.2 Ganhos totais da partilha internacional do risco

Em autarcia não existe a possibilidade de diversificar o risco idiossincrático de cada um dos países através dos mercados financeiros mundiais. Contudo, através da integração dos mercados financeiros é possível obter ganhos de bem-estar para ambos os agentes económicos representativos. Sob a hipótese de partilha internacional do risco óptima, os agentes poderão diversificar totalmente o seu risco idiossincrático, ficando apenas sujeitos ao risco agregado.

A utilidade do agente representativo do país i em autarcia será dada por:

$$(41) \quad \bar{V}_{AUT}^i(c) = \frac{(y_0^i)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}.$$

Se existirem mercados financeiros mundiais, os países podem negociar entre si activos financeiros e a utilidade dos países será:

$$(42) \quad \bar{V}_{RS}^i(c) = \frac{(c_0^{i*})^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{(c_{1s}^{i*})^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}.$$

Em que c_0^{i*} e c_{1s}^{i*} correspondem aos valores do consumo em equilíbrio na hipótese de partilha internacional do risco perfeita e que podem ser encontrados em (39) e (40).

As funções CRRA não permitem separar os ganhos de utilidade derivados da partilha do risco dos ganhos de utilidade que advêm da suavização do consumo (transferência de rendimento entre períodos) que é possível devido à existência de mercados financeiros. Este problema pode ser ultrapassado impondo restrições sobre as dotações. Será apresentado um caso bastante simples. Considere-se as seguintes hipóteses adicionais:

- i. não existe risco agregado, ou seja, $Y_{1s}^W = Y_1^W$;

- ii. o rendimento no período 0 é idêntico para os agentes representativos de cada um dos países, isto é, $y_0^A = y_0^B = Y_0^W / 2$;
- iii. o valor esperado do rendimento de cada um dos países é metade do rendimento mundial, ou seja, $\sum_{s=1}^S \pi_s \cdot y_{1s}^i = Y_1^W / 2$;
- iv. as dotações mundiais são estacionárias: $Y_0^W = Y_1^W = Y^W$.

Assim, não existem incentivos para que os agentes de cada um dos países participem nos mercados financeiros com o objectivo de suavizar intertemporalmente o consumo. Logo, os ganhos da participação dos agentes nos mercados financeiros ficarão limitados à partilha do risco idiossincrático entre cada um dos países. No caso de partilha internacional do risco os valores óptimos para o consumo serão os seguintes:

$$(43) \quad \begin{cases} c_0^i = y_0^i = \frac{Y_0^W}{2} \\ c_{1s}^i = c_0^i \cdot \frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} = \frac{Y_0^W}{2} \end{cases}$$

Substituindo na função de utilidade, obtemos a seguinte expressão:

$$(44) \quad \bar{V}_{RS}^i(c) = \frac{\left(\frac{Y_0^W}{2}\right)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{\left(\frac{Y_1^W}{2}\right)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} = \frac{(1+\beta) \cdot \left[\left(\frac{Y_1^W}{2}\right)^{1-\gamma} - 1\right]}{1-\gamma}.$$

Numa economia semelhante, a utilidade de cada país em autarcia seria:

$$(45) \quad \bar{V}_{AUT}^i(c) = \frac{\left(\frac{Y_0^W}{2}\right)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma}.$$

Assim, os ganhos de utilidade decorrentes da existência de um mercado financeiro serão:

$$(46) \quad GRS^i = \bar{V}_{RS}^i(c) - \bar{V}_{AUT}^i(c) = \frac{\beta}{1-\gamma} \cdot \left[\left(\frac{Y_1^W}{2} \right)^{1-\gamma} - \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot (y_{1s}^i)^{1-\gamma} \right].$$

A existência de ganhos da partilha internacional do risco ($GRS^i \geq 0$) é garantida pela desigualdade de Jensen dada a concavidade da função de utilidade dos agentes representativos de cada país. Os agentes irão preferir um consumo certo a um consumo incerto, embora o valor esperado do consumo seja idêntico quer em autarcia quer em economia aberta.

Os ganhos da partilha de risco serão tanto maiores, quanto menor for a taxa de desconto psicológica do agente representativo do país i :

$$(47) \quad \frac{\partial GRS^i}{\partial \beta} = \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \left[\frac{\left(\frac{Y_1^W}{2} \right)^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] > 0.$$

O impacto do coeficiente de aversão relativa ao risco sobre os ganhos da partilha internacional do risco irá depender das dotações de cada agente.

$$(48) \quad \frac{\partial GRS^i}{\partial \gamma} = \beta \cdot \frac{\left(\frac{Y_1^W}{2} \right)^{1-\gamma} \cdot \left[(\gamma-1) \cdot \ln \left(\frac{Y_1^W}{2} \right) + 1 \right]}{(\gamma-1)^2} - \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \left\{ \frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma} \cdot \left[(\gamma-1) \cdot \ln (y_{1s}^i) + 1 \right]}{(\gamma-1)^2} \right\}$$

Considere-se a seguinte função $f(x)$.

$$(49) \quad f(x) = \frac{(x)^{1-\gamma} \cdot \left[(\gamma-1) \cdot \ln(x) + 1 \right]}{(\gamma-1)^2} \Rightarrow \begin{cases} > 0 \text{ se } \gamma > 1 \\ < 0 \text{ se } \gamma < 1 \end{cases}$$

$$(50) \quad f'(x) = -(x)^{-\gamma} \cdot \ln(x) \Rightarrow \begin{cases} > 0 \text{ se } x < 1 \\ < 0 \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

$$(51) \quad f''(x) = (x)^{-\gamma-1} \cdot (\gamma \cdot \ln(x) - 1) \Rightarrow \begin{cases} > 0 \text{ se } x > e^{1/\gamma} \\ < 0 \text{ se } x < e^{1/\gamma} \end{cases}$$

Considere-se o caso em que $\gamma > 1$. Se $x < 1$ ou $x > e^{1/\gamma}$, o impacto do coeficiente de aversão relativa face ao risco nos ganhos da partilha internacional de risco é positivo, uma vez que $f(x)$ é côncava no domínio referido.

$$(52) \quad \frac{\left(\frac{Y_1^W}{2}\right)^{1-\gamma} \cdot \left[(\gamma-1) \cdot \ln\left(\frac{Y_1^W}{2}\right) + 1\right]}{(1-\gamma)^2} > \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma} \cdot [(\gamma-1) \cdot \ln(y_{1s}^i) + 1]}{(1-\gamma)^2}$$

Pois $f(Y_1^W/2) > \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot f(y_{1s}^i)$ se $\sum_{s=1}^S \pi_s \cdot y_{1s}^i = Y_1^W/2$.

Caso $1 < x < e^{1/\gamma}$, o impacto do coeficiente de aversão relativa face ao risco nos ganhos da partilha internacional de risco será negativo (devido à convexidade de $f(x)$).

Tal deve-se ao facto de $f(Y_1^W/2) < \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot f(y_{1s}^i)$ se $\sum_{s=1}^S \pi_s \cdot y_{1s}^i = Y_1^W/2$.

No caso de $\gamma < 1$, os resultados invertem-se. Se $x < 1$ ou $x > e^{1/\gamma}$, o impacto do coeficiente de aversão relativa face ao risco nos ganhos da partilha internacional de risco é negativo. Caso $1 < x < e^{1/\gamma}$, o impacto do coeficiente de aversão relativa face ao risco nos ganhos da partilha internacional de risco será positivo.

Concluindo, o impacto de γ nos ganhos de partilha de risco irá depender do valor de γ e da escala da economia (Y_1^W).

Grande parte da investigação acerca dos ganhos da partilha internacional de risco baseia-se na abordagem de Lucas (1987). Lucas procura averiguar quais são os ganhos que poderiam advir de uma situação de partilha internacional de risco perfeita. Para

medir os ganhos decorrentes da partilha internacional de risco perfeita, Lucas quantifica quanto teria de aumentar o consumo permanente para compensar os agentes económicos da inexistência de uma partilha internacional de risco perfeita.

Será feita uma simulação numérica para averiguar a volatilidade dos resultados decorrentes de uma alteração dos parâmetros. Quanto teria que aumentar o consumo permanente de forma a compensar a inexistência de mercados financeiros internacionais e uma partilha internacional de risco perfeita?

$$(53) \quad GRS^i = (1 + \beta) \cdot \frac{(\tilde{c})^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \left(\frac{(y_0^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \left[\frac{(y_{1s}^i)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] \right) = 0.$$

Logo,

$$(54) \quad \tilde{c} = \left[\frac{(y_0^i)^{1-\gamma} + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot (y_{1s}^i)^{1-\gamma}}{1 + \beta} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}}.$$

A variável \tilde{c} pode ser vista como o equivalente certo, ou seja, o consumo que o agente económico representativo estaria disposto a aceitar no sentido de não participar na “lotaria” que ocorre sob a hipótese de autarcia.

Foi feita uma simulação para averiguar a sensibilidade dos ganhos de partilha internacional do risco face à variação dos seguintes parâmetros:

- desvio-padrão do rendimento dos países (σ)⁴;
- coeficiente de aversão relativa face ao risco (γ).

Por outras palavras, os ganhos de partilha internacional de risco serão função destas duas variáveis: $GRS = v(\sigma, \gamma)$.

⁴ $\sigma = \frac{1}{n-1} \sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}$

A simulação⁵ será efectuada calibrando $E[Y_1^W]$ para 1. Admitiram-se apenas dois estados da natureza com a mesma probabilidade de virem a ocorrer.

Quadro 2 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação

Parâmetro	Valor do parâmetro
π_1	0,5
$y_0^A = y_0^B$	0,5
$E[Y_1^W]$	1
β	0,97

Como se pode observar pela tabela seguinte, para um desvio-padrão (σ) do crescimento do produto de 1%, os ganhos da partilha internacional do risco são bastante limitados. Apenas para graus de aversão relativa face ao risco bastante elevados, os ganhos da partilha de risco a nível internacional se aproximam 0,1%.

Para um desvio-padrão do rendimento de 2,5%, os ganhos da partilha de risco também são bastante limitados. Apenas para níveis de aversão face ao risco bastante elevados, os ganhos em termos de consumo permanente são superiores a 0,5%.

Para desvios-padrão do rendimento de 5%, o modelo indica-nos vantagens claras no bem-estar dos agentes económicos, que podem chegar aos 2,96% do consumo permanente no caso de um coeficiente de aversão relativa face ao risco de 10.

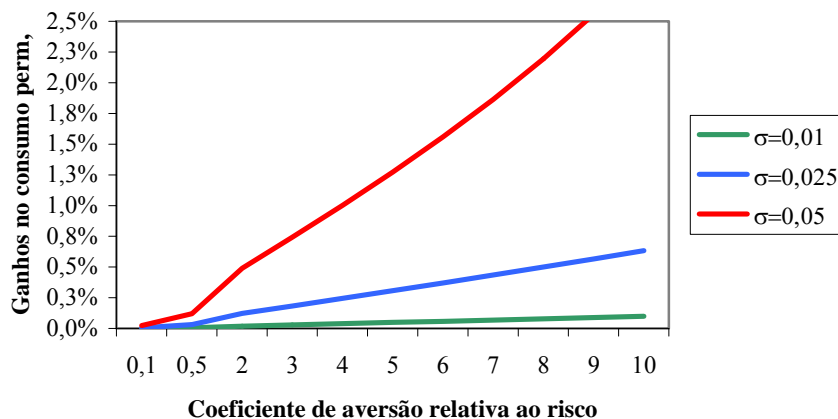
⁵ Os valores assumidos pelos parâmetros β e γ são idênticos aos encontrados em Bonomo (1996). Os valores respeitantes ao rendimento mundial estão normalizados à semelhança do que ocorre em Heijdra e van der Ploeg (2002).

Quadro 3 – Ganhos de bem-estar decorrentes da partilha internacional de risco

	$\sigma=0,01$	$\sigma=0,025$	$\sigma=0,05$
0,1	0,001%	0,006%	0,024%
0,5	0,005%	0,030%	0,121%
2	0,019%	0,122%	0,490%
3	0,029%	0,183%	0,742%
4	0,039%	0,244%	1,002%
5	0,049%	0,307%	1,273%
6	0,058%	0,370%	1,560%
7	0,068%	0,434%	1,865%
8	0,078%	0,499%	2,195%
9	0,088%	0,566%	2,556%
10	0,098%	0,634%	2,956%

Os quadros anteriores mostram que os ganhos da partilha internacional do risco aumentam com a volatilidade do rendimento e com o grau de aversão relativa face ao risco.

Gráfico 3: Ganhos de bem-estar, aversão relativa ao risco e volatilidade do rendimento



O desvio-padrão do rendimento na generalidade dos países da OCDE encontra-se compreendido entre 1,5% e 5,0%. O quadro seguinte mostra a volatilidade da taxa de crescimento do rendimento em diversos países da OCDE entre 1971 e 2003.

Quadro 4 – Desvio-Padrão da taxa de crescimento do PIB *per capita* nos países pertencentes à OCDE

Países	Desvio-padrão da taxa de cresc. do PIB <i>per capita</i>
Austrália	1,72%
Áustria	1,70%
Bélgica	1,79%
Canadá	2,17%
Dinamarca	1,92%
Finlândia	2,96%
França	1,31%
Alemanha	1,65%
Grécia	3,34%
Islândia	3,46%
Irlanda	2,89%
Itália	1,78%
Japão	2,16%
Coreia	3,56%
Luxemburgo	3,36%
México	3,44%
Holanda	1,50%
Nova Zelândia	2,50%
Noruega	1,70%
Portugal	3,56%
Espanha	2,04%
Suécia	1,86%
Suiça	2,11%
Turquia	4,31%
Reino Unido	1,98%
EUA	2,08%

Fonte: OCDE (dados recolhidos para o período 1970 - 2003; o produto e o consumo *per capita* encontravam-se a preços constantes de 2000; a taxa de câmbio utilizada para converter os dados em USD foi a de 2000)

2.3.3 O paradoxo da correlação do consumo

Os testes empíricos ao modelo de partilha internacional do risco têm-se baseado nas relações que o modelo estabelece entre as variáveis. Segundo este modelo, as taxas de crescimento esperadas do consumo deveriam ser idênticas em todos os países. Dividindo (40) por (39) obtém-se $c_1^i / c_0^i = Y_1^W / Y_0^W$. A taxa de crescimento esperada do consumo de cada país irá depender exclusivamente da taxa de crescimento do rendimento mundial (ou do consumo mundial), e não da taxa de crescimento do rendimento interno. A taxa de crescimento do consumo individual varia na mesma proporção que a taxa de crescimento do rendimento mundial. Como esta situação é válida para todos os países, o crescimento do consumo será idêntico em todos os países:

$$(55) \quad \frac{E[c_1^i]}{c_0^i} = \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} = \frac{E[Y_1^W]}{Y_0^W}.$$

Por outro lado, como os agentes representativos de cada país têm funções de utilidade semelhantes, e só diferem nas dotações, a taxa marginal de substituição do consumo será idêntica em ambos os países (pois ambos os países estão sujeitos aos mesmos preços de estado).

A não verificação destas condições poderá ser compreendida como um forte indício de uma partilha internacional do risco imperfeita, uma vez que se trata de uma situação sub-ótima à Pareto (pois as taxas marginais de substituição entre os agentes não serão idênticas).

De acordo com este modelo, os investidores poderiam através dos mercados financeiros eliminar e segurar-se contra a incerteza que afecta cada país em particular. O consumo interno de um país seria apenas afectado por choques agregados, que não seriam

seguráveis devido à sua natureza. Como consequência, deveria existir uma elevada correlação entre as taxas de crescimento do consumo de cada país, excepto no caso em que existam choques de preferências ou erros de medição.

Contudo, a evidência mostra que o consumo interno é bastante correlacionado com o rendimento interno, o que poderá significar que os riscos específicos de cada país não são diversificados através dos mercados financeiros internacionais.

Num modelo de equilíbrio geral baseado no consumo, o crescimento do consumo num país pode ser visto como uma função linear do crescimento mundial do consumo:

$$(56) \quad \ln\left(\frac{c_t}{c_{t-1}}\right) = \ln\left(\frac{C_t^W}{C_{t-1}^W}\right).$$

Em que c_t representa o consumo *per capita* do país e C_t^W representa o consumo mundial *per capita* no momento t . De acordo com o modelo, o crescimento do consumo de um determinado país teria que ser idêntico ao crescimento mundial do consumo.

Observe-se no entanto que esta equação pressupõe três hipóteses chave: (1) existe perfeita mobilidade de capital entre países, isto é, não existem restrições a movimentos internacionais de capital e os custos de transacção são nulos; (2) os mercados são completos, para que todos os riscos idiossincráticos possam ser cobertos; (3) toda a produção deverá ser susceptível de ser transaccionada, uma vez que, se uma porção do produto interno não puder ser transaccionada nos mercados internacionais, só poderá ser consumida por residentes domésticos. Assim, riscos que envolvam flutuações em bens não transaccionáveis não poderão ser diversificados através dos mercados financeiros internacionais.

Verificando-se estas três hipóteses, as flutuações idiossincráticas do consumo podem ser eliminadas, com o consumo interno a responder apenas a choques agregados ou sistemáticos. O risco de consumo de cada país poderá ser diversificado internacionalmente, pelo que qualquer risco de flutuação estará associado ao risco sistemático que afecta todas as economias.

A presença de custos de transacção pode no entanto reduzir a negociação internacional de activos, tal como a existência de assimetrias informacionais entre os países. Tratamentos fiscais distintos entre residentes e não residentes também são susceptíveis de influenciar e distorcer os mercados.

Por outro lado, quando os mercados de capitais não são completos, alguns riscos específicos poderão não ser seguráveis, limitando desta forma as oportunidades de partilha de risco. Tal como já foi mencionado, também a existência de bens não transaccionáveis poderá distorcer a afectação óptima de partilha de risco.

O aumento da mobilidade internacional de capitais e da sofisticação dos mercados deveria permitir o aumento de oportunidades para diversificar riscos específicos de cada país.

A existência de choques específicos em cada país implicaria que o rendimento interno não deveria ser perfeitamente correlacionado com o rendimento mundial. Desta forma a existência de partilha de risco implicaria que a correlação entre o crescimento do rendimento interno e o crescimento do rendimento mundial fosse inferior à correlação entre o crescimento do consumo interno e o crescimento do consumo mundial:

$corr(\Delta \ln(y), \Delta \ln(Y^W)) < corr(\Delta \ln(c), \Delta \ln(Y^W))$. Em que $\Delta \ln(c^i) = \ln(c_t^i / c_{t-1}^i)$ e

$\Delta \ln(y^i) = \ln(y_t^i / y_{t-1}^i)$. Outra implicação da existência de mercados completos seria que

o crescimento do consumo interno de uma economia teria uma maior correlação com o

crescimento do rendimento agregado mundial do que com o crescimento do rendimento interno: $corr(\Delta \ln(c), \Delta \ln(y)) < corr(\Delta \ln(c), \Delta \ln(Y^W))$.

Esta inequação seria válida na existência de cobertura completa dos riscos específicos de cada país, ou seja, o consumo interno apenas iria reagir a choques globais que não são seguráveis e são responsáveis pela variação do rendimento mundial.

A partir de dados da OCDE propus-me replicar alguns dos estudos anteriormente realizados relativamente à sustentação empírica do modelo de partilha internacional do risco. Os dados recolhidos dizem respeito às taxas de crescimento do consumo e do rendimento entre 1970 e 2003.

A partir desses dados foram calculadas para cada um dos países, a correlação entre a taxa de crescimento do rendimento interno e taxa de crescimento do consumo privado e a correlação entre a taxa de crescimento do consumo mundial⁶ e a taxa de crescimento do consumo privado.

Os resultados encontrados são semelhantes aos de outros estudos empíricos anteriores. A correlação entre a taxa de crescimento do consumo privado e a taxa de crescimento do consumo privado mundial é em regra inferior à correlação entre a taxa de crescimento do consumo privado e a taxa de crescimento do rendimento interno. Tal quer dizer que, à luz do modelo, a partilha de risco do consumo é efectuada de uma forma imperfeita, ou seja, quando se procura replicar o modelo com dados macroeconómicos agregados verifica-se que ainda existem ganhos possíveis da partilha internacional do risco.

⁶ As variáveis rendimento e o consumo mundial referem-se aos valores agregados do rendimento e consumo dos países da OCDE utilizando a taxa de câmbio do dólar de 2000.

Quadro 5 – Correlação entre as taxas de crescimento do rendimento e do consumo *per capita*

Países	correl($\Delta \ln(y), \Delta \ln(c)$)	correl($\Delta \ln(C^w), \Delta \ln(c)$)
Austrália	0,52	0,14
Áustria	0,80	0,66
Bélgica	0,64	0,66
Canadá	0,87	0,60
Dinamarca	0,73	0,56
Finlândia	0,87	0,50
França	0,70	0,72
Alemanha	0,68	0,63
Grécia	0,70	0,57
Islândia	0,85	0,67
Irlanda	0,61	0,20
Itália	0,76	0,59
Japão	0,86	0,51
Coreia	0,88	0,18
Luxemburgo	0,23	0,43
México	0,93	0,23
Holanda	0,74	0,61
Nova Zelândia	0,74	0,02
Noruega	0,66	0,20
Portugal	0,70	0,68
Espanha	0,91	0,69
Suécia	0,63	0,43
Suiça	0,65	0,44
Turquia	0,58	0,05
Reino Unido	0,77	0,61
EUA	0,85	0,58

Fonte: OCDE (dados recolhidos para o período 1970 - 2003; o produto e o consumo *per capita* encontravam-se a preços constantes de 2000; a taxa de câmbio utilizada para converter os dados em USD foi a de 2000)

A generalidade dos países apresenta uma correlação entre a taxa de crescimento do rendimento e a taxa de crescimento do consumo privado superior à correlação entre a taxa de crescimento do consumo privado mundial e a taxa de crescimento do consumo privado, o que não reflecte as implicações do modelo estudado anteriormente. As excepções são a Bélgica, França e Luxemburgo.

Vários outros estudos se propuseram a estudar a correlação entre o rendimento e o consumo quer em países desenvolvidos quer em países em vias de desenvolvimento. Esses estudos mostram que a correlação entre o crescimento do consumo interno e o crescimento do consumo mundial é significativamente mais baixa que a correlação entre o crescimento do consumo interno e o crescimento do rendimento interno. Contudo, Obstfeld (1994a) refere que existiu uma tendência no período entre 1951 e 1988, nos países pertencentes ao G7, de aumento da correlação entre o crescimento do consumo interno e o crescimento do produto mundial. Comparando o período entre 1951 e 1971, e o período entre 1972 e 1988, Obstfeld conclui que existiu um aumento da correlação entre o crescimento do consumo interno e o crescimento do produto mundial, facto que é mais notável na Alemanha e Japão.

Olivei (2000) efectuou um estudo onde investiga se a tendência de globalização e integração dos mercados de capitais internacionais foi acompanhada por um aumento da partilha de risco do consumo. Olivei (2000) testa econométricamente a seguinte equação para os países do G7 entre 1988 e 1998:

$$(57) \quad \Delta \ln(c_t) = a + b_1 \cdot \Delta \ln(C_t^W) + b_2 \cdot \Delta \ln(y_t) + \varepsilon_t.$$

Em que $\Delta \ln(c_t)$ é a taxa de crescimento do consumo, $\Delta \ln(C_t^W)$ é a taxa de crescimento do consumo mundial e $\Delta \ln(y_t)$ é a taxa de crescimento do rendimento interno.

De acordo com o que foi referido anteriormente, na hipótese de existir partilha de risco ao nível internacional, b_1 terá que ser significativa e diferente de zero. Contudo, as estimativas de Olivei apontam para a inexistência de partilha internacional do risco, ou seja, o parâmetro estimado para b_2 é estatisticamente significativo e próximo de 1, enquanto que o parâmetro estimado b_1 não é significativo em termos estatísticos.

Assim, concluiu que a correlação entre o crescimento do rendimento e consumo interno em termos *per capita* é bastante elevada em comparação com o que o modelo teórico prevê na hipótese de existência de mercados financeiros completos. Por sua vez, a correlação entre o crescimento do consumo interno e do consumo mundial é fraca.

No sentido de complementar o estudo efectuado por Olivei (2000), efectuei um estudo similar para analisar a partilha de risco entre três blocos económicos: UE(15), EUA e Japão. Os dados recolhidos dizem respeito à taxa de crescimento do produto e do consumo das famílias entre os anos de 1991 e 2005. A fonte utilizada para recolher os dados foi a Comissão Europeia (Eurostat). Os dados encontravam-se a preços constantes de 1995 e nos casos em que foi necessária conversão foi utilizada a taxa de câmbio de 1995.

A correlação entre a taxa de crescimento do produto entre os três blocos económicos é fraca, sobretudo entre o Japão e a Europa e entre os EUA e o Japão. Tal indicia que os ganhos potenciais de partilha internacional do risco poderão ser bastante elevados.

Quadro 6 – Correlação entre a taxa de crescimento do produto dos três blocos económicos

Correlations		eu15_pib	us_pib	jp_pib
eu15_pib	Pearson	1,00	0,45	0,06
	Correlation			
	Sig. (2-tailed)		10,4%	84,5%
	N	14	14	14
us_pib	Pearson	0,45	1,00	0,08
	Correlation			
	Sig. (2-tailed)	10,4%		79,1%
	N	14	14	14
jp_pib	Pearson	0,06	0,08	1,00
	Correlation			
	Sig. (2-tailed)	84,5%	79,1%	
	N	14	14	14

Por outro lado, a correlação entre as taxas de crescimento do consumo das famílias do Japão e dos EUA é negativa. A correlação entre as taxas de crescimento do consumo das famílias do Japão e da UE é quase nula. Pelo contrário, a correlação das taxas de crescimento do consumo das famílias da UE15 e EUA é positiva e bastante elevada.

Quadro 7 – Correlação entre a taxa de crescimento do consumo das famílias dos três blocos económicos

Correlations		eu15_con	us_con	jp_con
eu15_con	Pearson Correlation	1,00	0,38	0,02
	Sig. (2-tailed)		17,9%	94,5%
	N	14	14	14
us_con	Pearson Correlation	0,38	1,00	-0,47
	Sig. (2-tailed)	17,9%		8,8%
	N	14	14	14
jp_con	Pearson Correlation	0,02	-0,47	1,00
	Sig. (2-tailed)	94,5%	8,8%	
	N	14	14	14

Foi efectuada a agregação do rendimento e consumo das famílias dos EUA, UE (15) e Japão (denominada por rendimento mundial e consumo mundial das famílias)⁷. A correlação entre a taxa de crescimento do rendimento “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias dos EUA e UE15 é bastante elevada. No entanto, a correlação entre a taxa de crescimento do rendimento “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias do Japão é mais fraca.

⁷ A agregação foi efectuada através do somatório das variáveis consumo das famílias e rendimento das três economias utilizando a taxa de câmbio de 1995

Quadro 8 – Correlação entre a taxa de crescimento do rendimento “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias nos três blocos económicos

Correlations		mando_pib
eu15_con	Pearson Correlation	0,54
	Sig. (2-tailed)	4,5%
	N	14
us_con	Pearson Correlation	0,52
	Sig. (2-tailed)	5,8%
	N	14
jp_con	Pearson Correlation	0,07
	Sig. (2-tailed)	80,3%
	N	14

* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

A correlação entre a taxa de crescimento do consumo das famílias no “mundo” e na UE15 é bastante elevada (0.96). No entanto, a correlação entre a taxa de crescimento do consumo das famílias do “mundo” e do Japão é quase nula.

Quadro 9 – Correlação entre a taxa de crescimento do consumo “mundial” e a taxa de crescimento do consumo das famílias nos três blocos económicos

Correlations		mando_con
eu15_con	Pearson Correlation	0,96
	Sig. (2-tailed)	0,0%
	N	14
us_con	Pearson Correlation	0,56
	Sig. (2-tailed)	3,7%
	N	14
jp_con	Pearson Correlation	0,05
	Sig. (2-tailed)	85,7%
	N	14

** Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).
* Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

Por último, testou-se se a taxa de crescimento do consumo interno das famílias de cada um dos três blocos económicos poderia ser explicada pela taxa de crescimento do

consumo “mundial” das famílias. Incluiu-se também na regressão a taxa de crescimento do rendimento interno:

$$(58) \quad \Delta \ln(c_t) = a + b_1 \cdot \Delta \ln(C_t^W) + b_2 \cdot \Delta \ln(y_t).$$

A abordagem efectuada apresenta duas grandes limitações:

- micronumerosidade: a regressão econométrica é efectuada sobre uma amostra muito pequena (14 observações);
- multicolinearidade: as variáveis $\Delta \ln(C_t^W)$ e $\Delta \ln(y_t)$ podem apresentar uma correlação elevada, aumentando a variância do estimador OLS.

Relativamente à questão da multicolinearidade foram efectuados testes econométricos adicionais e que são apresentados em anexo. Esses testes demonstram que a presença de multicolinearidade não tem impacto sobre os resultados obtidos.

Em relação aos EUA, a evidência empírica demonstra que a taxa de crescimento do consumo mundial das famílias é uma variável estatisticamente relevante para um grau de significância individual de 5%, tal como o rendimento interno dos EUA. De realçar o facto de o parâmetro estimado associado à taxa de crescimento do consumo mundial das famílias ser superior ao parâmetro estimado associado à taxa de crescimento do rendimento interno dos EUA.

Quadro 10 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (EUA)

Dependent Variable: US_CFAM

Method: Least Squares

Sample: 1 14

Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.005870	0.004997	1.174781	0.2649
US_PIB	0.318676	0.131932	2.415462	0.0343
MUNDO_CFAM	0.798053	0.251003	3.179456	0.0088
R-squared	0.794164	Prob(F-statistic)		0.000168

Na União Europeia (15), a taxa de crescimento do consumo mundial das famílias é uma variável estatisticamente relevante a um grau de significância individual de 1% tal como a taxa de crescimento do rendimento interno. No entanto, a sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias da UE à taxa de crescimento do consumo mundial das famílias é superior à sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias da UE à taxa de crescimento do rendimento interno da UE.

Quadro 11 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (UE15)

Dependent Variable: EU15_CFAM

Method: Least Squares

Sample: 1 14

Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.008002	0.004192	-1.908854	0.0827
EU15_PIB	0.433085	0.123490	3.507046	0.0049
MUNDO_CFAM	0.771290	0.234227	3.292913	0.0072
R-squared	0.912682	Prob(F-statistic)		0.000001

No que diz respeito ao Japão, a taxa de crescimento do consumo mundial das famílias é uma variável com fraco poder explicativo, ao contrário da taxa de crescimento do rendimento interno.

Quadro 12 – Sensibilidade da taxa de crescimento do consumo das famílias em relação ao rendimento interno e ao consumo “mundial” das famílias (Japão)

Dependent Variable: JP_CFAM
 Method: Least Squares
 Sample: 1 14
 Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.013153	0.009005	1.460547	0.1721
JP_PIB	0.414600	0.151103	2.743827	0.0191
MUNDO_CFAM	-0.196366	0.347760	-0.564661	0.5836
R-squared	0.414049	Prob(F-statistic)		0.052873

Os resultados sugerem que existe uma forte partilha de risco internacional entre os EUA e a UE (15). O mesmo não acontece entre estes blocos económicos e o Japão. Assim, existem ganhos de partilha internacional de risco que podem ser obtidos através de uma maior integração dos mercados financeiros com o Japão.

A abordagem econométrica demonstrou uma sincronização das taxas de crescimento do consumo dos EUA e da UE (15), o que não acontece com o Japão.

2.3.4 Ganhos decorrentes da partilha internacional do risco: *equity home-bias versus paradoxo da correlação do consumo*

Um tema intensamente debatido na economia internacional tem como base os ganhos que os investidores podem usufruir a partir da negociação internacional de activos financeiros. A teoria económica desde sempre reconheceu as vantagens potenciais da existência de mercados de capitais abertos. As transacções financeiras internacionais permitem aos países usufruir de um conjunto mais vasto de recursos de modo a financiar oportunidades de investimento vantajosas, dessa forma promovendo o crescimento e diminuindo a volatilidade do consumo ao longo do tempo. Através de mercados financeiros, as empresas e as famílias podem diversificar o risco idiossincrático inerente a cada país.

Contudo, no que se refere ao alcance das vantagens que podem ser obtidas através da partilha internacional do risco a literatura económica ainda não conseguiu chegar a um consenso e tem-se dividido em duas abordagens. Uma tem como base os retornos dos activos financeiros e o *International CAPM* enquanto que a outra tem por base modelos de equilíbrio geral suportados por fundamentos microeconomicos e baseados no consumo.

A abordagem relacionada com os retornos dos activos financeiros originou uma literatura conhecida como a literatura do *home-bias puzzle* enquanto que a literatura baseada na macroeconomia tornou-se conhecida como literatura do *consumption home-bias puzzle*⁸ (Lewis, 1998). As estimativas dos ganhos da partilha internacional do risco baseadas nos retornos dos activos tendem a ser invariavelmente superiores às estimativas obtidas a partir de modelos baseados no consumo.

⁸ Paradoxo da correlação do consumo

As estimativas dos ganhos da partilha internacional do risco baseadas no consumo sugerem que os ganhos são relativamente baixos. Cole e Obstfeld (1991) estimam que para um consumidor representativo, com base em dados dos EUA, os ganhos serão inferiores a 0,5% do consumo permanente, para valores plausíveis nos parâmetros associados às preferências dos consumidores. Tesar (1995a) e van Wincoop (1994) reportam ganhos similares. Lucas (1987) desvaloriza os ganhos potenciais da dispersão internacional do risco sugerindo que os ganhos em termos potenciais no bem-estar seriam equivalentes a um aumento de uma fracção de um ponto percentual no consumo permanente agregado. Se esse fosse o caso, pequenos custos de transacção seriam suficientes para desencorajar a partilha de risco internacional em termos de consumo.

Por outro lado, os ganhos decorrentes da partilha de risco internacional baseados nos retornos e variâncias dos activos fornecem estimativas dos ganhos muito superiores. Lewis (2000) estima que os ganhos decorrentes da partilha de risco internacional, de acordo com esta perspectiva poderão ser equivalentes a pelo menos 20% do consumo permanente.

As diferenças entre as duas abordagens poderão estar relacionadas com três causas distintas: o facto de o tratamento dado aos retornos dos activos ser diferente (enquanto que na primeira abordagem os retornos dos activos são endógenos, a segunda abordagem trata os rendimentos dos activos como exógenos); grande diferença ao nível da volatilidade dos retornos dos activos financeiros e da taxa de crescimento do consumo das economias (esta questão foi suscitada por Mehra e Prescott (1985)); os valores utilizados para calibrar os parâmetros das preferências da função de utilidade nos estudos são distintos.

A abordagem baseada nos retornos dos activos assume que os preços das acções são exógenos. A metodologia passa por encontrar um portfólio óptimo dados os valores esperados e as variâncias esperadas dos activos financeiros. Assim, o investidor não toma em consideração o efeito do seu comportamento nos preços dos activos. A abordagem baseada no consumo toma o processo de produção como exógeno e procura encontrar o nível óptimo de risco que é possível partilhar internacionalmente. Nesta perspectiva, assume-se que os preços dos activos podem variar como resultado da abertura dos mercados de capitais. Desta forma seria possível explicar o porquê de as abordagens conduzirem a resultados tão diferentes ao nível dos ganhos decorrentes da partilha de risco internacional: a abordagem baseada nos retornos dos activos não incorpora o efeito da partilha de risco nos preços dos activos. Lewis (2000) contesta este argumento: quando os preços são endógenos, esses preços terão que se ajustar no sentido de os investidores internacionais estarem dispostos a adquirir os activos. Este ajustamento nos preços conduz à substituição intertemporal do consumo das economias com baixo crescimento esperado para as economias com elevado crescimento esperado, deixando ambas melhor. Assim, o facto de existir uma reacção dos preços endógena contribui para que aumente o bem-estar, fenómeno que não ocorre quando se considera que os preços são exógenos.

Na abordagem mais comum dos modelos baseados no consumo assume-se que as médias de crescimento do consumo entre países são idênticas. Assim, a integração dos mercados de capitais internacionais apenas reduzem a variabilidade do consumo em torno da taxa de crescimento mundial do consumo (eliminando assim, o risco idiossincrático). Na abordagem baseada nos retornos dos activos, os retornos esperados dos activos variam entre países. Se os investidores domésticos tiverem acesso aos

mercados de capitais internacionais, poderão suavizar o seu consumo intertemporalmente.

A segunda razão apontada para a existência de ganhos bastante diferentes decorrentes das duas abordagens é o facto de existir uma grande diferença na variabilidade dos retornos dos activos financeiros e da taxa de crescimento das economias. A variabilidade dos retornos dos activos é bastante superior à variabilidade do crescimento do consumo. São bem conhecidas as inconsistências dos modelos baseados no consumo relativamente aos dados observados nos mercados financeiros. Esta inconsistência tem sido repetidamente mencionada e estudada na literatura, desde que foi publicado o artigo de Mehra e Prescott (1985). Estes autores mostram que, com uma função de utilidade em que existe separabilidade temporal aditiva, os rendimentos em excesso observados pelas acções relativamente à taxa de juro real sem risco norte-americana implicam a existência de níveis de aversão ao risco bastante elevados. Por outro lado, Weil (1989) mostra que níveis elevados de aversão ao risco dão origem a outro *puzzle*, já que implicam a existência de valores bastante elevados da taxa de juro real sem risco (este facto deve-se à relação existente entre o nível de aversão ao risco e a elasticidade intertemporal do consumo pois a função de utilidade utilizada (CRRA) implica que um nível de aversão ao risco elevado conduza a uma diminuição da elasticidade intertemporal do consumo, tornando o consumo presente mais caro relativamente ao consumo futuro, originando assim de acordo com o modelo, um aumento das taxas de juro reais sem risco).

Será que o *equity home-bias* e o paradoxo da correlação do consumo estão relacionados? A intuição parece sugerir que sim, uma vez que portfólios em que existe um enviesamento em relação à detenção de activos domésticos parecem gerar um

enviesamento no consumo interno. Contudo, a existência de um enviesamento na detenção de activos financeiros domésticos não é uma condição suficiente nem necessária para que exista um enviesamento no consumo. Para provar que não se trata de uma condição suficiente, considere-se o seguinte exemplo, em que não existe negociação internacional de acções e apenas existe negociação de dívida, isto é, empréstimos e créditos internacionais. Neste mundo, o enviesamento ao nível de detenção de acções domésticas seria extremo, ou seja, ambos os países apenas deteriam acções domésticas. Contudo, se os choques do produto fossem transitórios então as taxas de crescimento do consumo seriam bastante correlacionadas como no caso em que não existe enviesamento no consumo (Lewis, 1998). Este resultado resulta do desejo dos residentes em suavizar o seu consumo ao longo do tempo. Enquanto existirem activos financeiros negociados internacionalmente, o desejo de suavizar o consumo irá mitigar o *consumption home-bias* (Heaton e Lucas, 1996). Desta forma, o *equity home-bias* não é suficiente para explicar o paradoxo da correlação do consumo.

Por outro lado, também não é uma condição necessária. Para tal considere-se um exemplo dado por Lewis (1998). Se os investidores domésticos investem optimamente em acções estrangeiras mas em parte do rendimento interno não é possível fazer *hedging* (incompletude dos mercados por não ser possível segurar o capital humano ou o rendimento gerado pelo sector dos bens não transaccionáveis), mesmo não existindo um *equity home-bias*, o crescimento do consumo interno estaria correlacionado com o crescimento do rendimento interno. Assim, o *equity home-bias* não é condição necessária para gerar o paradoxo da correlação do consumo.

A ligação entre o paradoxo da correlação do consumo e o *equity home-bias* reside na estrutura da economia. Esta ligação surge quando os mercados são completos, quando

os títulos financeiros são negociados sobre toda a produção da economia e quando os países são representados por agentes representativos.

Uma última nota para o facto de alguns autores referirem que o objectivo principal dos consumidores ao participarem no mercado de capitais internacional não é a partilha internacional do risco. Por exemplo, Tesar e Werner (1995b) referem que a composição dos portfólios de activos estrangeiros em cinco dos países pertencentes ao G7 reflectem outros factores para além da diversificação do risco. Em particular reflectem relações comerciais, aspectos linguísticos, proximidade geográfica que parecem ser mais importantes que a partilha do risco.

3 Heterogeneidade ao nível das expectativas e ganhos decorrentes da partilha internacional do risco

O modelo tradicional de partilha de risco assume homogeneidade ao nível das preferências, isto é, ao nível da função de utilidade, grau de aversão relativa ao risco e factor de desconto psicológico.

Obstfeld e Rogoff (1997) argumentam que no caso de dois países o modelo, mesmo assumindo coeficientes de aversão relativa ao risco constantes diferentes e taxas de desconto psicológicas diferentes, implica uma previsão empírica forte:

$$(59) \quad \ln \left[\frac{c_{1s}^A}{c_0^i} \right] = \frac{\gamma^B}{\gamma^A} \cdot \ln \left[\frac{c_{1s}^B}{c_0^B} \right] + \frac{1}{\gamma^A} \cdot \ln \left(\frac{\beta^A}{\beta^B} \right).$$

Esta equação mostra que as taxas de crescimento do consumo *per capita ex-post* apesar de serem aleatórias encontram-se perfeitamente correlacionadas. Obstfeld e Rogoff (1997) encontram evidência de que esta correlação está longe de ser perfeita.

Nesta secção vai ser relaxada a hipótese de o conjunto de informação disponível para os agentes económicos representativos de cada país ser homogéneo. Assume-se que devido à existência de heterogeneidade ao nível da informação, as probabilidades que os agentes associam a cada evento são diferentes. Será ensaiada a hipótese de existência de probabilidades subjectivas diferentes nos países.

Antes de considerar o modelo de partilha internacional do risco com probabilidades subjectivas, considerou-se primeiro um modelo em que existem dois agentes económicos representativos de dois países e em que não existe risco idiossincrático.

3.1 Probabilidades subjectivas diferentes com homogeneidade nas dotações

Considere-se uma economia mundial composta por dois países: o país A e o país B . Ambos os países têm as mesmas dotações e as suas preferências são idênticas, mas existe heterogeneidade ao nível das probabilidades subjectivas. Quais serão as consequências do relaxamento da hipótese de os agentes terem probabilidades subjectivas idênticas?

Tal como nos modelos apresentados anteriormente, cada um dos agentes irá procurar maximizar a sua função de utilidade sujeita a uma restrição orçamental:

$$(60) \quad \begin{aligned} \text{Max } U^i &= u(c_0^i) + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s^i \cdot u(c_{1s}^i) \\ \text{s.a,} \\ c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s}^i &\leq y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i \quad (i = A, B) \end{aligned}$$

Das condições de primeira ordem resultam as seguintes expressões:

$$(61) \quad u'(c_0^i) = \lambda^i ;$$

$$(62) \quad \beta \cdot \pi_s^i \cdot u'(c_{1s}^i) = \lambda^i \cdot q_s ;$$

$$(63) \quad c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s}^i = y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i .$$

No óptimo microeconomico, a taxa marginal de substituição intertemporal do consumo deverá igualar os preços de estado da natureza: $\beta \cdot \pi_s^i \cdot u'(c_{1s}^i) / u'(c_0^i) = q_s$.

Note-se que o relaxamento da hipótese de existirem probabilidades subjectivas idênticas irá fazer com que em cada estado da natureza $u'(c_{1s}^A) / u'(c_0^A) \neq u'(c_{1s}^B) / u'(c_0^B)$ se $\pi_s^A \neq \pi_s^B$.

Estamos a admitir que não existe risco idiossincrático pelo que $y_{1s}^i = y_{1s}$ e $y_0^i = y_0$.

Assim, o rendimento de cada país está perfeitamente correlacionado com o rendimento mundial.

A hipótese de que a função de utilidade do agente económico representativo é uma CRRA vai ser mantida, ou seja, $u(c) = (c^{1-\gamma} - 1)/(1-\gamma)$. Substituindo na equação de arbitragem intertemporal, chega-se à seguinte expressão:

$$(64) \quad \frac{\beta \cdot \pi_s^i \cdot (c_{1s}^i)^{-\gamma}}{(c_0^i)^{-\gamma}} = \beta \cdot \pi_s^i \cdot \left(\frac{c_{1s}^i}{c_0^i} \right)^{-\gamma} = q_s.$$

A primeira conclusão a retirar é que a taxa de crescimento do consumo pode diferir entre países, mesmo quando existem mercados financeiros perfeitos:

$$(65) \quad \begin{cases} \frac{c_{1s}^i}{c_0^i} = \left(\frac{\beta \cdot \pi_s^i}{q_s} \right)^{1/\gamma} \\ c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^i} \right)^{-\gamma} \cdot c_0^i = h_0^i \end{cases}$$

$h_0^i = y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i$ constitui a riqueza do país i e $\mu^i = 1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot (q_s / \beta \cdot \pi_s^i)^{-\gamma}$.

Desenvolvendo chega-se à seguinte expressão:

$$(66) \quad c_0^i = \frac{h_0^i}{1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^i} \right)^{-\gamma}} = \frac{h_0^i}{\mu^i} \Rightarrow c_{1s}^i = \left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^i} \right)^{-1/\gamma} \cdot \frac{h_0^i}{\mu^i}.$$

Devido às hipóteses assumidas anteriormente sabemos que $h_0^A = h_0^B$ e que $h_0^A + h_0^B = h_0^W$,

o que quer dizer que agregando o consumo no período 0 tal que $C_0^W = c_0^A + c_0^B$ obtêm-se

as seguintes equações:

$$(67) \quad C_0^W = \frac{h_0^W}{2} \cdot \left(\frac{1}{\mu^A} + \frac{1}{\mu^B} \right);$$

$$(68) \quad C_{1s}^W = \frac{h_0^W}{2} \cdot \left(\frac{\left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^A} \right)^{-1/\gamma}}{\mu^A} + \frac{\left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^B} \right)^{-1/\gamma}}{\mu^B} \right);$$

$$(69) \quad \frac{C_{1s}^W}{C_0^W} = \left(\frac{\left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^A} \right)^{-1/\gamma}}{\mu^A} + \frac{\left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^B} \right)^{-1/\gamma}}{\mu^B} \right) \cdot \left(\frac{1}{\mu^A} + \frac{1}{\mu^B} \right)^{-1}.$$

Em equilíbrio, o consumo agregado terá que igualar o rendimento agregado:

$$(70) \quad \begin{cases} \frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W} = \left(\frac{q_s}{\beta \cdot \pi_s^A} \right)^{-1/\gamma} \cdot \left[\tau \cdot z^{1/\gamma} + (1-\tau) \right] \\ \tau = \frac{\mu^A}{\mu^A + \mu^B}, \quad z = \frac{\pi_s^B}{\pi_s^A} \end{cases}.$$

Em geral, não é possível resolver este problema algebricamente. No entanto, existe um caso particular em que este problema tem solução algébrica. Assim, consideremos o caso em que a função de utilidade é uma função logarítmica. O facto de se tratar de uma função logarítmica permite simplificar as expressões:

$$(71) \quad \mu^i = 1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot \left(\frac{\pi_s^i \cdot \beta}{q_s} \right) = 1 + \beta \cdot \sum_{s=1}^S \pi_s^i = 1 + \beta;$$

$$(72) \quad C_0^W = \frac{h_0^A}{\mu^A} + \frac{h_0^B}{\mu^B} = Y_0^W \Leftrightarrow Y_0^W = \frac{h_0^W}{1 + \beta}.$$

Esta simplificação irá permitir-nos chegar a uma expressão do preço de estado em equilíbrio bastante similar à expressão encontrada no caso em que existem probabilidades subjectivas idênticas:

$$(73) \quad q_s = \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \frac{(\pi_s^A + \pi_s^B)}{2}.$$

O facto de se tratar de uma função de utilidade logarítmica tem não só impacto sobre o grau de aversão relativa face ao risco, mas também sobre a elasticidade de substituição intertemporal do consumo. Assim, o preço do activo financeiro sem risco será:

$$(74) \quad B = \sum_{s=1}^S q_s = \beta \cdot \sum_{s=1}^S \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \left(\frac{\pi_s^A + \pi_s^B}{2} \right).$$

O preço do activo financeiro sem risco irá depender negativamente da taxa de desconto psicológica e da taxa de crescimento do produto agregado. Resta referir que o facto de neste caso particular a elasticidade de substituição intertemporal do consumo ser unitária tem uma forte influência sobre a relação que foi encontrada entre o preço do activo financeiro sem risco e a taxa de crescimento do produto.

Para averiguar o impacto que a heterogeneidade poderá ter nas variáveis de equilíbrio do modelo será considerado um caso especial em que existem apenas dois estados da natureza, ou seja, $\pi_1^A + \pi_2^A = 1$ e $\pi_1^B + \pi_2^B = 1$. Considerou-se adicionalmente que $\pi_1^A = \pi_1 + \varepsilon$, $\pi_1^B = \pi_1 - \varepsilon$, $\pi_2^A = \pi_2 - \varepsilon$ e $\pi_2^B = \pi_2 + \varepsilon$.

Neste caso especial, os preços de estado não irão depender da variável ε :

$$(75) \quad q_s = \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \left[\frac{(\pi_s^A) \cdot h_0^A + (\pi_s^B) \cdot h_0^B}{h_0^A + h_0^B} \right] = \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \pi_s \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{Y_0^W}{Y_{11}^W} \cdot \beta \cdot \pi_1 \\ q_2 = \frac{Y_0^W}{Y_{12}^W} \cdot \beta \cdot \pi_2 \end{cases}$$

No entanto, o valor do consumo individual dos agentes em cada um dos estados irá depender de ε :

$$(76) \quad c_0^i = \frac{h_0^i}{1 + \beta} = \frac{y_0^i + q_1 \cdot y_{11}^i + q_2 \cdot y_{12}^i}{1 + \beta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Y_0^W + q_1 \cdot Y_{11}^W + q_2 \cdot Y_{12}^W}{1 + \beta} = \frac{Y_0^W}{2};$$

$$(77) \quad c_{1s}^i = \left(\frac{\pi_s^i \cdot \beta}{q_s} \right) \cdot \frac{Y_0^W}{2} = \frac{\pi_s^i}{\pi_s} \cdot \frac{Y_{1s}^W}{2}.$$

O facto de as probabilidades subjectivas serem diferentes entre os agentes representativos dos países A e B tem impacto no consumo individual de equilíbrio no período 1, afectando desta forma o bem-estar individual de cada país. O relaxamento da hipótese de existência de probabilidades subjectivas idênticas nos dois países poderá ter impacto ao nível dos ganhos da existência de mercados financeiros globais mesmo quando não existe risco idiossincrático.

O valor esperado do consumo do país i no período 1 é:

$$(78) \quad E^i [c_1^i] = \pi_1^i \cdot c_{11}^i + \pi_2^i \cdot c_{12}^i = \pi_1^i \cdot \frac{\pi_1^i}{\pi_1} \cdot \frac{Y_{11}^W}{2} + \pi_2^i \cdot \frac{\pi_2^i}{\pi_2} \cdot \frac{Y_{12}^W}{2}.$$

Resolvendo em relação ao país A obtém-se a seguinte expressão:

$$(79) \quad E^A \left[\frac{c_1^A}{c_0^A} \right] = \frac{\frac{(\pi_1 + \varepsilon)^2}{\pi_1} \cdot Y_{11}^W + \frac{(\pi_2 - \varepsilon)^2}{\pi_2} \cdot Y_{12}^W}{Y_0^W}.$$

Demonstra-se assim que a relação enunciada na equação (55) deixa de existir. Por outras palavras, relaxando a hipótese de que as probabilidades subjectivas dos agentes são homogêneas determina o fim de uma das implicações do modelo simples de partilha internacional do risco, pois a relação entre a taxa de crescimento do consumo individual de cada país e a taxa de crescimento do produto mundial deixa de ser unitária.

Para que $E^A [c_1^A / c_0^A] = E^A [Y_1^W / Y_0^W]$ continuasse a ser válida então:

$$(80) \quad \frac{(\pi_1 + \varepsilon) \cdot \left(\frac{\pi_1 + \varepsilon}{\pi_1} \right) \cdot Y_{11}^W + (\pi_2 - \varepsilon) \cdot \left(\frac{\pi_2 - \varepsilon}{\pi_2} \right) \cdot Y_{12}^W}{Y_0^W} = \frac{(\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_{11}^W + (\pi_2 - \varepsilon) \cdot Y_{12}^W}{Y_0^W}.$$

Resolvendo em ordem a ε obtemos duas soluções: $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot [Y_{12}^W - Y_{11}^W] / (\pi_2 \cdot Y_{11}^W + \pi_1 \cdot Y_{12}^W)$. No caso de existir heterogeneidade em relação às expectativas dos agentes económicos representativos de cada um dos países, as relações encontradas entre a taxa de crescimento do consumo esperada em cada país e a taxa de crescimento do consumo mundial só são válidas numa situação muito particular.

A variação da taxa de crescimento do consumo individual do país i condicionada à ocorrência do estado da natureza s face à variação da taxa de crescimento do rendimento mundial condicionada à ocorrência do estado da natureza s continua a ser linear:

$$(81) \quad \frac{\Delta \ln(c^i(s))}{\Delta(Y_1^W(s))} = \frac{\partial \ln\left(\frac{c_{1s}^i}{c_0^i}\right)}{\partial \ln\left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W}\right)} = \frac{\partial \ln\left(\frac{\left(\frac{\pi_s^i}{\pi_s^A + \pi_s^B}\right) \cdot Y_{1s}^W}{\frac{Y_0^W}{2}}\right)}{\partial \ln\left(\frac{Y_{1s}^W}{Y_0^W}\right)} = 1.$$

Em que $\Delta \ln(c^i(s)) = \ln(c_{1s}^i / c_0^i)$ e $\Delta \ln(Y_1^W(s)) = \ln(Y_{1s}^W / Y_0^W)$. Contudo, a existência de uma divergência nas expectativas terá impacto na utilidade de ambos os agentes pois ε tem impacto em U^i :

$$(82) \quad \frac{\partial U^A}{\partial \varepsilon} = \beta \cdot \ln\left(\frac{\pi_1 + \varepsilon}{\pi_1} \cdot \frac{Y_{11}^W}{2}\right) - \beta \cdot \ln\left(\frac{\pi_2 - \varepsilon}{\pi_2} \cdot \frac{Y_{12}^W}{2}\right);$$

$$(83) \quad \frac{\partial U^B}{\partial \varepsilon} = -\beta \cdot \ln\left(\frac{\pi_1 - \varepsilon}{\pi_1} \cdot \frac{Y_{11}^W}{2}\right) + \beta \cdot \ln\left(\frac{\pi_2 + \varepsilon}{\pi_2} \cdot \frac{Y_{12}^W}{2}\right).$$

3.1.1 Ganhos de integração dos mercados financeiros com dotações homogêneas

Neste ponto serão averiguados os possíveis ganhos de integração dos mercados financeiros quando não existe risco idiossincrático mas existe heterogeneidade ao nível das probabilidades subjectivas. A utilidade dos dois países sob autarcia em equilíbrio é:

$$(84) \quad U^{AUT} = 2 \ln\left(\frac{Y_0^W}{2}\right) + \beta \cdot \left[\ln\left(\frac{Y_{11}^W}{2}\right) \cdot (\pi_1^A + \pi_1^B) + \ln\left(\frac{Y_{12}^W}{2}\right) \cdot (\pi_2^A + \pi_2^B) \right].$$

No caso de uma economia aberta, a utilidade esperada conjunta seria de:

$$(85) \quad U^{IRS} = \beta \cdot \left[\pi_1^A \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot \pi_1^A}{\pi_1^A + \pi_1^B}\right) + \pi_1^B \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot \pi_1^B}{\pi_1^A + \pi_1^B}\right) + \pi_2^A \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot \pi_2^A}{\pi_2^A + \pi_2^B}\right) + \pi_2^B \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot \pi_2^B}{\pi_2^A + \pi_2^B}\right) \right] + 2 \ln\left(\frac{Y_0^W}{2}\right)$$

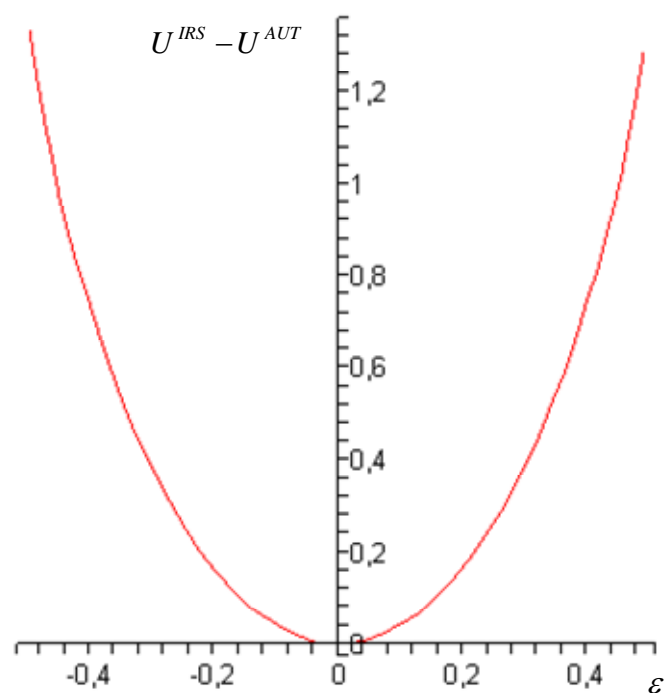
$$(86) \quad U^{IRS} - U^{AUT} = \beta \cdot \left[\pi_1^A \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot \pi_1^A}{\pi_1^A + \pi_1^B}\right) + \pi_1^B \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot \pi_1^B}{\pi_1^A + \pi_1^B}\right) + \pi_2^A \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot \pi_2^A}{\pi_2^A + \pi_2^B}\right) + \pi_2^B \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot \pi_2^B}{\pi_2^A + \pi_2^B}\right) - \ln\left(\frac{Y_{11}^W}{2}\right) \cdot (\pi_1^A + \pi_1^B) - \ln\left(\frac{Y_{12}^W}{2}\right) \cdot (\pi_2^A + \pi_2^B) \right]$$

$$(87) \quad U^{IRS} - U^{AUT} = \beta \cdot \left[(\pi_1 + \varepsilon) \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot (\pi_1 + \varepsilon)}{2 \cdot \pi_1}\right) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W \cdot (\pi_1 - \varepsilon)}{2 \cdot \pi_1}\right) + (\pi_2 - \varepsilon) \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot (\pi_2 - \varepsilon)}{2 \cdot \pi_2}\right) + (\pi_2 + \varepsilon) \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W \cdot (\pi_2 + \varepsilon)}{2 \cdot \pi_2}\right) - 2 \cdot \pi_1 \cdot \ln\left(\frac{Y_{11}^W}{2}\right) - 2 \cdot \pi_2 \cdot \ln\left(\frac{Y_{12}^W}{2}\right) \right]$$

$$(88) \quad \frac{\partial(U^{IRS} - U^{AUT})}{\partial \varepsilon} = \beta \cdot \left[\ln\left(\frac{\varepsilon + \pi_1}{\pi_1 - \varepsilon}\right) + \ln\left(\frac{\varepsilon + \pi_2}{\pi_2 - \varepsilon}\right) \right] \Rightarrow \begin{cases} > 0 \text{ se } \varepsilon > 0 \\ = 0 \text{ se } \varepsilon = 0 \\ < 0 \text{ se } \varepsilon < 0 \end{cases}$$

Os ganhos de bem-estar decorrentes da partilha de risco apresentam um mínimo quando $\varepsilon = 0$ ($U^{IRS} - U^{AUT}$ é crescente quando $\varepsilon > 0$ e decrescente com $\varepsilon < 0$). Por outras palavras, quanto maior for a heterogeneidade ao nível das probabilidades subjectivas, maiores serão os ganhos da partilha internacional do risco.

Gráfico 4: Variação dos ganhos da partilha de risco de acordo com ε



Simulação

Vai ser realizada uma simulação no sentido de averiguar qual o impacto que a aversão ao risco poderá ter sobre os resultados obtidos. Será considerado o caso mais simples, isto é, existem apenas dois estados da natureza.

Os parâmetros do modelo⁹ encontram-se calibrados e assumem os seguintes valores:

Quadro 13 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação

Parâmetro	Valor do parâmetro
π_1	0,5
y_0^A	0,5
y_0^B	0,5
y_{11}^A	0,515
y_{11}^B	0,515
y_{12}^A	0,485
y_{12}^B	0,485
β	0,97

Os resultados em termos de ganhos de consumo permanente encontram-se expostos no Quadro 14. Pode observar-se que os ganhos são bastante pequenos para $\varepsilon = 0,01$. Para $\gamma = 2$, os ganhos equivalem apenas a um aumento de 0,01% do consumo permanente em autarcia. Outro aspecto a salientar é que os ganhos da integração dos mercados financeiros tendem a cair à medida que o coeficiente de aversão relativa face ao risco aumenta. Tal deve-se ao facto de um maior nível de aversão relativa face ao risco

⁹ Os valores assumidos pelos parâmetros β e γ são idênticos aos encontrados em Bonomo (1996). Os valores respeitantes ao rendimento mundial estão normalizados à semelhança do que ocorre em Heijdra e van der Ploeg (2002).

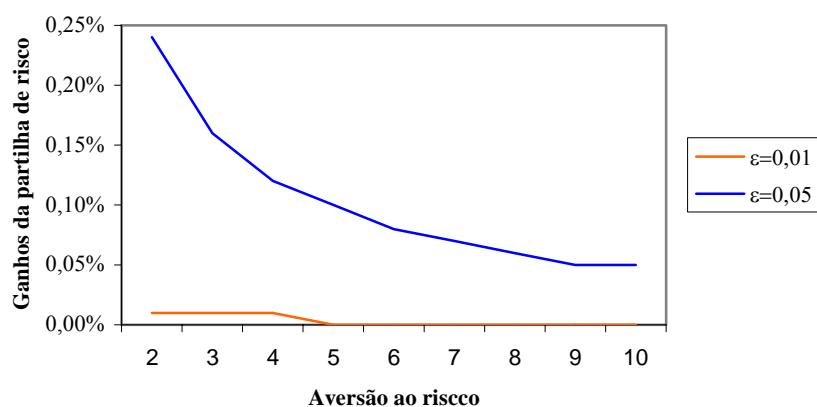
representar também uma menor elasticidade de substituição intertemporal do consumo com as suas consequências em termos de suavização do consumo.

Os ganhos provenientes da integração dos mercados financeiros mundiais com $\varepsilon = 0,05$ superam largamente os ganhos obtidos com $\varepsilon = 0,01$, confirmando os resultados obtidos a partir da função de utilidade logarítmica. Quanto maior for o $|\varepsilon|$, maiores serão os ganhos obtidos com a integração dos mercados financeiros. Neste caso, os ganhos poderão ser de 0,24% no caso de um $\gamma = 2$. À medida que aumenta o coeficiente de aversão relativa face ao risco, os ganhos de integração dos mercados financeiros vão diminuindo.

Quadro 14 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e ε

γ	Ganhos	
	$\varepsilon=0,01$	$\varepsilon=0,05$
0,25	0,08%	1,90%
0,5	0,04%	0,97%
2	0,01%	0,24%
3	0,01%	0,16%
4	0,01%	0,12%
5	0,00%	0,10%
6	0,00%	0,08%
7	0,00%	0,07%
8	0,00%	0,06%
9	0,00%	0,05%
10	0,00%	0,05%

Gráfico 5: Variação dos ganhos da partilha de risco de acordo com a aversão face ao risco



Demonstra-se assim que, mesmo não existindo risco idiossincrático poderão haver ganhos de bem-estar esperado decorrentes da existência de heterogeneidade ao nível das probabilidades subjectivas de cada agente económico representativo.

3.2 Probabilidades subjectivas diferentes com heterogeneidade nas dotações

Neste ponto serão efectuadas algumas alterações ao modelo de equilíbrio geral de dois países, tratado nas secções anteriores. Será mantido o pressuposto de que cada agente representativo poderá atribuir probabilidades subjectivas diferentes aos diversos estados da natureza. Adicionalmente, assume-se a existência de incerteza idiossincrática e heterogeneidade ao nível das dotações dos países.

No capítulo anterior demonstrou-se que existem ganhos de bem-estar com a integração dos mercados financeiros, quando existem probabilidades subjectivas diferentes e não há incerteza idiossincrática. Neste capítulo, alarga-se esse estudo para o caso em que existe incerteza idiossincrática.

Tal como nos modelos anteriores, cada agente representativo irá procurar maximizar a sua utilidade esperada intertemporal. As equações de Euler do consumo de cada agente representativo serão idênticas ao caso onde não existe heterogeneidade em relação às probabilidades subjectivas, uma vez que em equilíbrio, o modelo continua a pressupor a igualdade de taxas marginais de substituição esperadas entre os agentes tal que:

$\beta \cdot \pi_s^i \cdot u'(c_{1s}^i) / u'(c_0^i) = q_s$. Ou seja, se assumirmos que a função de utilidade é uma

$$\text{CRRA: } c_{1s}^i = \left(\beta \cdot \pi_s^i / q_s \right)^{1/\gamma} \cdot c_0^i.$$

Tal como no caso em que se considerou dotações homogéneas, conclui-se que perante probabilidades subjectivas heterogéneas, as taxas de crescimento do consumo privado vão diferir entre as economias.

Sabemos que $h_0^i = y_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot y_{1s}^i$, e que $c_0^i + \sum_{s=1}^S q_s \cdot c_{1s}^i = h_0^i$, isto é, o valor do consumo do período 0 e o valor esperado do consumo do período 1 terá que igualar o valor da riqueza no período 0, para cada um dos agentes.

Substituindo a expressão anterior, chega-se à seguinte expressão: $c_0^i = h_0^i / \mu^i$, em que

$\mu_i = 1 + \sum_{s=1}^S q_s \cdot (\pi_s^i \cdot \beta / q_s)^{1/\gamma}$. O consumo no período 1 será de:

$$(89) \quad c_{1s}^i = \left(\frac{\pi_s^i \cdot \beta}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^i}{\mu^i}.$$

O equilíbrio macroeconómico pressupõe que o consumo agregado em ambos os períodos e em cada estado da natureza seja idêntico ao rendimento agregado desses períodos e estados da natureza:

$$(90) \quad \begin{cases} Y_0^W = C_0^W = \frac{h_0^A}{\mu^A} + \frac{h_0^B}{\mu^B} \\ Y_{1s}^W = C_{1s}^W = c_{1s}^A + c_{1s}^B = \left(\frac{\pi_s^A \cdot \beta}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^A}{\mu^A} + \left(\frac{\pi_s^B \cdot \beta}{q_s} \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^B}{\mu^B} \end{cases}$$

Assim, os preços de estado irão resultar na seguinte expressão:

$$(91) \quad q_s = \beta \cdot \left[\frac{\left(\left(\pi_s^A \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^A}{\mu^A} + \left(\pi_s^B \right)^{1/\gamma} \cdot \frac{h_0^B}{\mu^B} \right)^\gamma}{Y_{1s}^W} \right].$$

De seguida assume-se as seguintes hipóteses adicionais:

- a função de utilidade é logarítmica. Neste caso particular, $\gamma = 1$ e consequentemente $\mu_i = 1 + \beta$. Assim, é possível simplificar (91) na seguinte expressão:

$$(92) \quad q_s = \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \left[\frac{(\pi_s^A) \cdot h_0^A + (\pi_s^B) \cdot h_0^B}{h_0^A + h_0^B} \right];$$

- ausência de risco agregado e estacionaridade: $Y_0^W = Y_{1s}^W = Y_1^W$;
- ambos os agentes têm as mesmas dotações em $t=0$: $y_0^A = y_0^B = Y_0^W / 2$ e em $t=1$ admitimos que $y_{11}^A = y_{12}^B$ e $y_{12}^A = y_{11}^B$.

Assim, $h_0^W = h_0^A + h_0^B = Y_0^W \cdot (1 + \beta)$.

$$(93) \quad q_s = \frac{Y_0^W}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \left[\frac{(\pi_s^A) \cdot h_0^A + (\pi_s^B) \cdot h_0^B}{Y_0^W \cdot (1 + \beta)} \right] = \frac{1}{Y_{1s}^W} \cdot \beta \cdot \left[\frac{(\pi_s^A) \cdot h_0^A + (\pi_s^B) \cdot h_0^B}{(1 + \beta)} \right]$$

Se existirem apenas dois estados da natureza (tal que $\pi_1 = \pi_1^A - \varepsilon$ e

$\pi_1 = \pi_1^B + \varepsilon$) o valor de cada um dos preços de estado será:

$$(94) \quad \begin{cases} q_1 = \frac{(\pi_1 + \varepsilon) \cdot (y_0^A + q_1 \cdot y_{11}^A + q_2 \cdot y_{12}^A) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot (y_0^B + q_1 \cdot y_{11}^B + q_2 \cdot y_{12}^B)}{(1 + \beta) \cdot Y_0^W} \\ q_2 = \beta - q_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow q_1 = \beta \cdot \frac{[\beta \cdot \pi_1 \cdot Y_{12}^W + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot Y_0^W + \varepsilon \cdot (y_0^A - y_0^B)]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B - y_{12}^A + y_{12}^B)}$$

Esta expressão pode ser simplificada, pois estamos a assumir ausência de risco agregado e estacionaridade:

$$(95) \quad \begin{cases} q_1 = \beta \cdot \frac{[(1 + \beta) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{11}^A)]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{12}^A)} \\ q_2 = \beta - \beta \cdot \frac{[(1 + \beta) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{11}^A)]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{12}^A)} \end{cases}$$

No caso em que $\pi_1 = \pi_2$ estaremos perante um caso particular, em que os preços de estado serão idênticos e não irão variar com ε ou com as dotações iniciais de cada agente: $q_1 = q_2 = \beta/2$.

No caso mais geral, os preços de estado irão variar com ε :

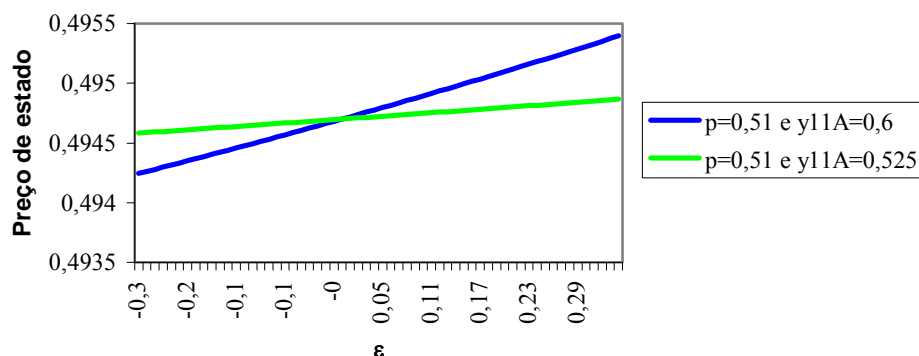
$$(96) \quad \left. \frac{\partial q_1}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \beta^2 \cdot \frac{(y_{12}^A - y_{11}^A) + 2 \cdot \pi_1 (y_{11}^A - y_{11}^B)}{Y_0^W \cdot (1 + \beta)}$$

$$(97) \quad \left. \frac{\partial q_2}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = -\beta^2 \cdot \frac{(y_{12}^A - y_{11}^A) + 2 \cdot \pi_1 (y_{11}^A - y_{12}^A)}{Y_0^W \cdot (1 + \beta)}$$

Simulei o preço do activo puro impondo os seguintes valores para os parâmetros do modelo. Assumiui-se que $\pi_1 = 0.51$ e $Y_0^W = 1$. Em relação ao desvio-padrão do produto em $t = 1$, assumiu-se um desvio-padrão de 3.5% e de 14% para ilustrar o impacto do risco idiossincrático nos preços de estado. Quanto maior o risco idiossincrático maior será a variação do preço de estado como reacção a variações de ε .

Gráfico 6: Preço de estado e variação de ε

Variação do preço de estado



Para além do impacto sobre o preço dos activos financeiros interessa compreender os efeitos sobre as variáveis do consumo individual dos agentes representativos. Sabemos que $c_0^i = h_0^i / (1 + \beta)$. Desenvolvendo, pode-se obter os valores de equilíbrio para o consumo individual de cada país quando $t = 0$.

$$c_0^A = \frac{y_0^A}{1 + \beta} + \frac{\beta \cdot \left[\frac{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot Y_0^W \cdot (1 + \beta)}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)} \right] \cdot y_{11}^A}{1 + \beta}$$

(98)

$$+ \frac{\left(\beta - \beta \cdot \left[\frac{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot Y_0^W \cdot (1 + \beta)}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)} \right] \right) \cdot y_{12}^A}{1 + \beta}$$

$$c_0^B = \frac{y_0^B}{1 + \beta} + \frac{\beta \cdot \left[\frac{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot Y_0^W \cdot (1 + \beta)}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)} \right] \cdot y_{11}^B}{1 + \beta}$$

(99)

$$+ \frac{\left(\beta - \beta \cdot \left[\frac{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot Y_0^W \cdot (1 + \beta)}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)} \right] \right) \cdot y_{12}^B}{1 + \beta}$$

Com probabilidades subjectivas diferentes, estacionaridade do rendimento e sem incerteza agregada poderão existir ganhos de suavização do consumo em termos intertemporais.

No caso em que existe homogeneidade das expectativas, a existência de estacionaridade e $y_0^A = y_0^B$ são condições suficientes para a inexistência de ganhos de bem-estar decorrentes da transferência intertemporal do consumo. No entanto, o mesmo não ocorre quando as probabilidades subjectivas são diferentes. A explicação reside no facto de cada um dos agentes ter expectativas diferentes em relação ao valor esperado do

rendimento no período 1 do parceiro comercial: $E^A[y_1^B] \neq E^B[y_1^B]$ e $E^B[y_1^A] \neq E^A[y_1^A]$.

Uma consequência da existência de probabilidades subjectivas diferentes reside na diferença das taxas marginais de substituição dos países em equilíbrio.

$$(100) \quad q_s = c_0^i \cdot \left(\frac{\pi_s^i \cdot \beta}{c_{1s}^i} \right) \Leftrightarrow \frac{c_{1s}^i}{c_0^i} = \left(\frac{\pi_s^i \cdot \beta}{q_s} \right)$$

$$(101) \quad \frac{c_{11}^A}{c_0^A} = \left(\frac{\pi_1^A \cdot \beta}{q_1} \right) = \left(\frac{(\pi_1 + \varepsilon) \cdot [(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)]}{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + (\beta + 1) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W} \right)$$

$$(102) \quad \frac{c_{12}^A}{c_0^A} = \left(\frac{\pi_2^A \cdot \beta}{q_2} \right) = \left(\frac{(\pi_2 - \varepsilon)}{1 - \frac{[(\beta + 1) \cdot Y_0^W \cdot \pi_1 + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B)]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)}}} \right)$$

Sob a hipótese de partilha internacional de risco perfeita sabemos que a taxa de crescimento esperada do consumo teria que igualar a taxa de crescimento mundial do rendimento. No entanto, esta implicação teórica não é válida quando relaxamos a hipótese de que os agentes económicos associam as mesmas probabilidades aos mesmos eventos.

$$(103) \quad E \left[\frac{c_1^A}{c_0^A} \right] = (\pi_1 + \varepsilon)^2 \cdot \left(\frac{[(\beta + 1) \cdot Y_0^W - \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B - y_{12}^A + y_{12}^B)]}{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + (\beta + 1) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W} \right) + \left(\frac{(\pi_2 - \varepsilon)^2}{1 - \frac{[(\beta + 1) \cdot Y_0^W \cdot \pi_1 + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B)]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B - y_{12}^A + y_{12}^B)}}} \right) = g(\varepsilon)$$

Assim, a hipótese de partilha internacional de risco perfeita num modelo em que as probabilidades subjectivas dos agentes económicos representativos são idênticas implicaria a verificação da condição (55). Num modelo com hipóteses idênticas às que originou a condição (55) a existência de estacionaridade e de utilidade logarítmica iriam significar que $E[c_{1s}^i]/c_0^i = 1$.

No entanto, prova-se que esta condição nunca é satisfeita num modelo com as mesmas características quando os agentes atribuem probabilidades subjectivas diferentes aos mesmos eventos. Esta consequência é demonstrada com a tentativa de resolução da seguinte equação:

$$(104) \quad \frac{E[c_{1s}^A]}{c_0^A} = \pi_1^A \cdot \frac{c_{11}^A}{c_0^A} + (1 - \pi_1^A) \cdot \frac{c_{12}^A}{c_0^A} = g^A(\varepsilon) = 1;$$

$$(105) \quad g^A(\varepsilon) = (\pi_1 + \varepsilon)^2 \cdot \left(\frac{\left[(\beta + 1) \cdot Y_0^W - \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B - y_{12}^A + y_{12}^B) \right]}{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + (\beta + 1) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W} \right) + \left(\frac{(\pi_2 - \varepsilon)^2}{1 - \frac{\left[\pi_1 \cdot (\beta + 1) \cdot Y_0^W + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) \right]}{(\beta + 1) \cdot Y_0^W - \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B - y_{12}^A + y_{12}^B)}}} \right) = 1$$

Resolvendo em relação a ε , demonstra-se que uma solução existe e é única, assumindo que todos os restantes parâmetros do modelo são números reais e positivos: $\varepsilon^* = 0$.

A taxa de crescimento do consumo esperada irá depender não só das dotações agregadas mas também das dotações individuais, ou seja, a existência de mercados financeiros mundiais não afasta completamente o risco idiossincrático. Por outras palavras, a correlação entre a taxa de crescimento do consumo individual privado e a taxa de

crescimento do consumo mundial deixa de ser perfeita pois a taxa de crescimento do consumo individual privado irá depender das dotações individuais de cada agente.

$$(106) \quad \frac{E[c_{1s}^A]}{c_0^A} = \pi_1^A \cdot \frac{c_{11}^A}{c_0^A} + (1 - \pi_1^A) \cdot \frac{c_{12}^A}{c_0^A} = \begin{cases} \frac{Y_1^W}{Y_0^W} = 1 \Leftarrow \varepsilon = 0 \\ \neq 1 \Leftarrow \varepsilon \neq 0 \end{cases}$$

Se $\varepsilon \neq 0$, as ilações retiradas ao nível da relação entre a taxa de crescimento do consumo individual de cada país e a taxa de crescimento mundial do rendimento esperada desvanecem-se. No entanto, resta saber a forma como é alterada a relação entre a taxa de crescimento do consumo individual de cada agente representativo e o crescimento mundial do rendimento.

$$(107) \quad g^A(\varepsilon) = (\pi_1 + \varepsilon)^2 \cdot \left(\frac{\left[(\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B) \right]}{\beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B) + (\beta + 1) \cdot \pi_1 \cdot Y_0^W} \right) + \left(\frac{(\pi_2 - \varepsilon)^2 \cdot (\beta + 1) \cdot Y_0^W - 2 \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot (y_{11}^A - y_{11}^B)}{\pi_2 \cdot (\beta + 1) \cdot Y_0^W + \beta \cdot \varepsilon \cdot (y_{11}^B - y_{11}^A)} \right)$$

No ponto $\varepsilon = 0$ poderá existir um extremo¹⁰ (máximo ou mínimo global) pois

$$g'(0)|_{\varepsilon=0} = 0:$$

$$(108) \quad \frac{\partial g(0)}{\partial \varepsilon} = - \frac{\pi_1 \cdot \beta \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B - y_{11}^A + y_{11}^B)}{Y_0^W \cdot (1 + \beta)} - \frac{\beta \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B)}{Y_0^W \cdot (\beta + 1)} + \beta \cdot \frac{(y_{12}^A - y_{12}^B) + \pi_1 \cdot (y_{12}^A - y_{12}^B - y_{11}^A + y_{11}^B)}{Y_0^W \cdot (1 + \beta)} = 0$$

Considere-se agora o caso especial em que $\pi_1 = \pi_2$. Como já se mostrou anteriormente perante esta hipótese $q_1 = q_2 = \beta/2$. Os planos óptimos de consumo dos países A e B

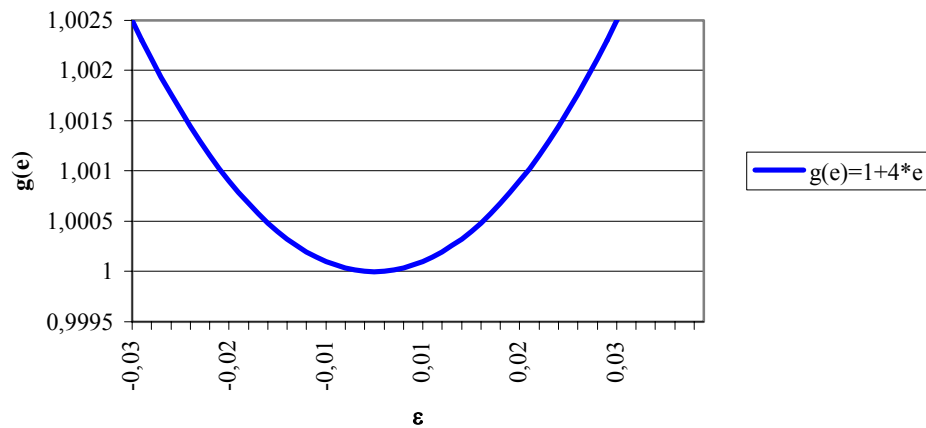
¹⁰ Poderá existir um extremo no caso de $g''(\varepsilon) \neq 0$.

serão dados por: $c_0^A = c_0^B = Y_0^W / 2$, $c_{11}^A = (\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_0^W$, $c_{12}^A = (\pi_1 - \varepsilon) \cdot Y_0^W$,
 $c_{11}^B = (\pi_1 - \varepsilon) \cdot Y_0^W$ e $c_{12}^B = (\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_0^W$.

Assim, a taxa de crescimento do consumo esperada pelo país A será:

$$(109) \quad g^A(\varepsilon) = g^B(\varepsilon) = 1 + 4 \cdot \varepsilon^2.$$

Gráfico 7: Taxa de crescimento do consumo esperada e variação de ε



Neste caso especial, a soma da utilidade em autarcia dos agentes representativos de cada país é dada pela seguinte expressão:

$$(110) \quad U^{AUT} = 2 \cdot \ln\left(\frac{Y_0^W}{2}\right) + \beta \cdot \left[(\pi_1 + \varepsilon) \cdot \ln(y_{11}^A) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \ln(y_{12}^A) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \ln(y_{11}^B) + (\pi_1 + \varepsilon) \cdot \ln(y_{12}^B) \right]$$

Por sua vez, a utilidade dos agentes sob a hipótese de existência de mercados financeiros internacionais perfeitos é de:

$$(111) \quad U^{RS} = 2 \cdot \ln\left(\frac{Y_0^W}{2}\right) + \beta \cdot \left[(\pi_1 + \varepsilon) \cdot \ln((\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_0^W) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \ln((\pi_1 - \varepsilon) \cdot Y_0^W) + (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \ln((\pi_1 - \varepsilon) \cdot Y_0^W) + (\pi_1 + \varepsilon) \cdot \ln((\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_0^W) \right]$$

A equação (112) mostra que os ganhos de partilha internacional de risco são função das dotações individuais, do produto mundial e de ε .

$$(112) \quad GRS = \beta \cdot \left\{ (\pi_1 - \varepsilon) \cdot \left[2 \cdot \ln((\pi_1 - \varepsilon) \cdot Y_0^W) - \ln(y_{11}^B) - \ln(y_{12}^A) \right] + (\pi_1 + \varepsilon) \cdot \left[2 \cdot \ln((\pi_1 + \varepsilon) \cdot Y_0^W) - \ln(y_{11}^A) - \ln(y_{12}^B) \right] \right\};$$

$$(113) \quad \frac{\partial GRS}{\partial \varepsilon} = \beta \cdot \left[2 \cdot \ln\left(\frac{\pi_1 + \varepsilon}{\pi_1 - \varepsilon}\right) + \ln\left(\frac{y_{11}^B \cdot y_{12}^A}{y_{11}^A \cdot y_{12}^B}\right) \right];$$

$$(114) \quad \left. \frac{\partial GRS}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = -\ln\left(\frac{y_{11}^A}{y_{12}^A}\right).$$

Os ganhos de partilha internacional de risco irão depender da relação entre ε e da distribuição das dotações dos países (desvio-padrão do rendimento).

Simulação

Realizei uma simulação no sentido de estudar o impacto da existência de probabilidades subjectivas heterogéneas entre os agentes representativos de cada país nos ganhos potenciais de partilha internacional do risco tendo em conta vários valores para o coeficiente de aversão relativa face ao risco.

Os parâmetros do modelo¹¹ encontram-se calibrados e assumem os seguintes valores:

¹¹ Os valores assumidos pelos parâmetros β e γ são idênticos aos encontrados em Bonomo (1996). Os valores respeitantes ao rendimento mundial estão normalizados à semelhança do que ocorre em Heijdra e van der Ploeg (2002).

Quadro 15 – Valores atribuídos aos parâmetros na simulação

Parâmetro	Valor do parâmetro
π_1	0,5
$y_0^A = y_0^B$	0,5
β	0,97

Assumiram-se também os seguintes pressupostos:

- não existe risco agregado;
- o rendimento mundial é estacionário;
- o desvio-padrão do rendimento foi calibrado para o valor de 1% e para 2,5%.

Os ganhos da partilha internacional de risco são muito sensíveis à volatilidade do rendimento e ao valor do coeficiente de aversão face ao risco.

No entanto, como pode ser verificado pela tabela seguinte, os resultados em termos de ganhos de partilha internacional de risco são fortemente influenciados pela existência de probabilidades subjectivas. Em geral, quanto maiores forem as diferenças ao nível das probabilidades subjectivas dos agentes representativos de cada um dos países, maiores poderão ser os ganhos da partilha internacional de risco. Contudo, os ganhos da partilha internacional de risco são condicionados pela relação entre as dotações iniciais dos países e o sinal de ε . Tal deve-se ao facto de que as expectativas individuais de cada agente relativamente ao seu rendimento futuro dependerem de ε .

Consideremos o caso em que $y_{11}^A > y_{12}^A$ (e $y_{11}^B < y_{12}^B$) e que $E^A[y_1^A]$ e $E^B[y_1^B]$ são as expectativas de rendimento relativas ao período 1 dos agentes A e B :

$$(115) \quad E^A[y_1^A] = \pi_1^A \cdot y_{11}^A + \pi_2^A \cdot y_{12}^A = (\pi_1 + \varepsilon) \cdot y_{11}^A + (\pi_2 - \varepsilon) \cdot y_{12}^A;$$

$$(116) \quad \frac{\partial E^A [y_1^A]}{\partial \varepsilon} = y_{11}^A - y_{12}^A > 0;$$

$$(117) \quad E^B [y_1^B] = \pi_1^B \cdot y_{11}^B + \pi_2^B \cdot y_{12}^B \Leftrightarrow (\pi_1 - \varepsilon) \cdot y_{11}^B + (\pi_2 + \varepsilon) \cdot y_{12}^B;$$

$$(118) \quad \frac{\partial E^B [y_1^B]}{\partial \varepsilon} = y_{12}^B - y_{11}^B > 0.$$

À medida que ε aumenta, as expectativas para o rendimento futuro irão aumentar quer para o agente A , quer para o agente B .

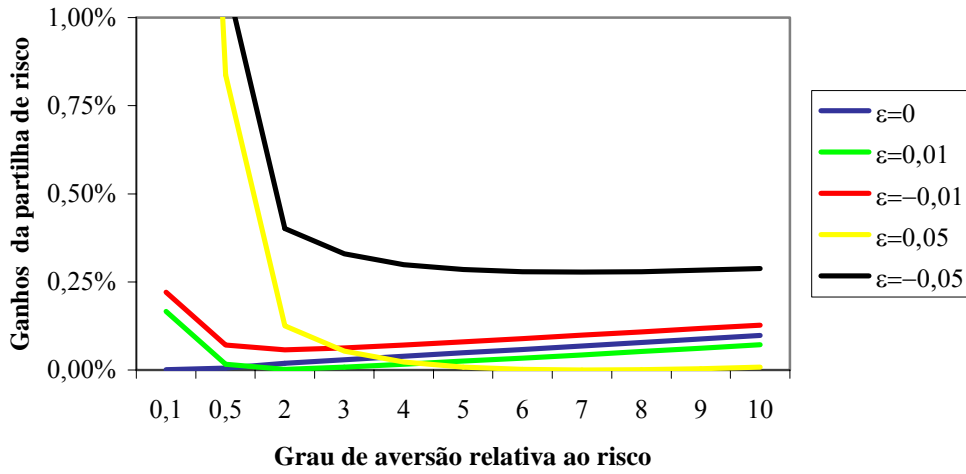
Se considerarmos o caso inverso $y_{11}^A < y_{12}^A$ e $(y_{11}^B > y_{12}^B)$, os resultados também se invertem, ou seja, à medida que diminui ε irão aumentar as expectativas de rendimento futuro.

O Quadro 16 mostra que os ganhos da partilha internacional de risco dependem de ε . No entanto não se trata de uma relação monótona, uma vez que os efeitos da elasticidade de substituição intertemporal do consumo e da aversão ao risco se contrabalançam.

Quadro 16 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e $\sigma_y = 0,01$

	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0,01$	$\varepsilon=-0,01$	$\varepsilon=0,05$	$\varepsilon=-0,05$
0,1	0,001%	0,166%	0,221%	4,115%	4,390%
0,5	0,005%	0,016%	0,071%	0,837%	1,113%
2	0,019%	0,002%	0,057%	0,125%	0,401%
3	0,029%	0,008%	0,063%	0,054%	0,330%
4	0,039%	0,016%	0,071%	0,023%	0,299%
5	0,049%	0,025%	0,080%	0,008%	0,285%
6	0,058%	0,034%	0,089%	0,002%	0,279%
7	0,068%	0,043%	0,099%	0,000%	0,278%
8	0,078%	0,053%	0,108%	0,001%	0,279%
9	0,088%	0,062%	0,118%	0,004%	0,283%
10	0,098%	0,072%	0,127%	0,008%	0,288%

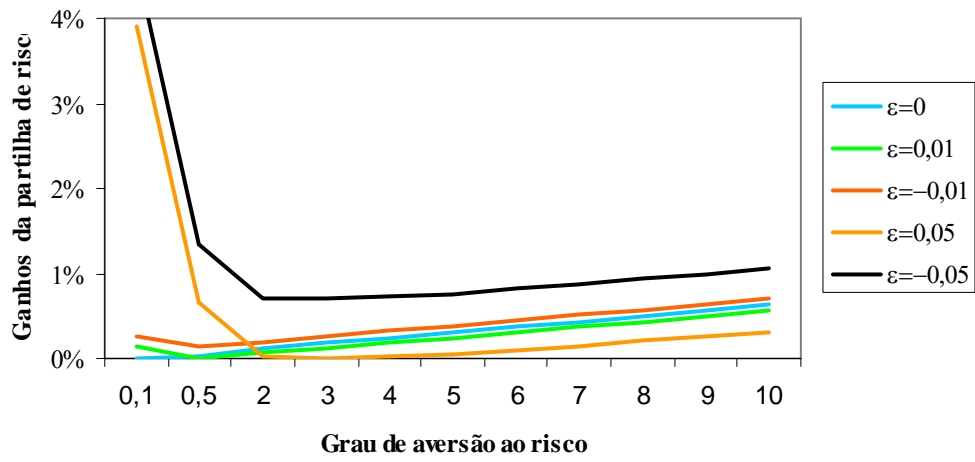
Gráfico 8: Ganhos da partilha internacional do risco num contexto em que existem probabilidades subjectivas ($\sigma_y = 0,01$)



Quadro 17 – Ganhos da partilha internacional de risco de acordo com o valor atribuído ao parâmetro γ e $\sigma_y = 0,025$

	$\epsilon=0$	$\epsilon=0,01$	$\epsilon=-0,01$	$\epsilon=0,05$	$\epsilon=-0,05$
0,1	0,006%	0,130%	0,267%	3,913%	4,602%
0,5	0,030%	0,001%	0,138%	0,656%	1,345%
2	0,122%	0,062%	0,200%	0,021%	0,713%
3	0,183%	0,120%	0,258%	0,001%	0,695%
4	0,244%	0,180%	0,319%	0,020%	0,719%
5	0,307%	0,241%	0,381%	0,057%	0,761%
6	0,370%	0,303%	0,444%	0,101%	0,812%
7	0,434%	0,366%	0,509%	0,151%	0,870%
8	0,499%	0,430%	0,575%	0,204%	0,932%
9	0,566%	0,495%	0,642%	0,260%	0,999%
10	0,634%	0,562%	0,711%	0,317%	1,069%

Gráfico 9: Ganhos da partilha internacional do risco num contexto em que existem probabilidades subjectivas ($\sigma_y = 0,025$)



4 Conclusão

O modelo neoclássico tradicional prevê uma forte correlação entre a taxa de crescimento do consumo individual de cada país e a taxa de crescimento do rendimento mundial. Contudo, esta implicação teórica é contrariada por factos estilizados, e em geral a correlação entre a taxa de crescimento do consumo e a taxa de crescimento do rendimento interno é superior à correlação entre a taxa de crescimento do consumo individual de cada país e a taxa de crescimento do rendimento mundial. Criou-se, assim, um *puzzle* que ficou conhecido na literatura económica como o paradoxo da correlação do consumo.

Por outro lado, a literatura económica não é consensual no que diz respeito aos ganhos potenciais da partilha de risco. Lucas (1987) refere que os ganhos da partilha de risco em termos de bem-estar são inferiores aos ganhos provocados por um aumento de 0,1% no consumo permanente.

Esta dissertação pretende demonstrar que a alteração e relaxamento de alguns pressupostos do modelo neoclássico tradicional poderão colocar em causa algumas das consequências desse modelo.

O pressuposto de que existem probabilidades subjectivas homogéneas foi levantado. A alteração deste pressuposto tem consequências ao nível dos ganhos potenciais da partilha internacional de risco e ao nível do paradoxo da correlação do consumo. Os ganhos potenciais da partilha internacional do risco poderão ser superiores na presença de probabilidades subjectivas heterogéneas. Por outro lado, enquanto no modelo neoclássico tradicional a taxa de crescimento do consumo apenas depende da taxa de crescimento do rendimento mundial, num modelo neoclássico com probabilidades

subjectivas heterogéneas a taxa de crescimento do consumo irá depender também das dotações individuais dos agentes, o que é mais consistente com a evidência empírica.

5 Bibliografia

Barro, R. J. e Sala-I-Martin, Xavier (2004), *Economic Growth*, MIT Press, 2nd edition.

Baxter, Marianne e Jermann, U. J. (1997), The International Diversification Puzzle Is Worse Than You Think, *American Economic Review*, 87(1), pp. 170-80.

Black, Fischer (1974), International Capital Market Equilibrium with Investment Barriers, *Journal of Financial Economics*, 1(4), pp. 337-52.

Bonomo, Marco (1996), Consumption and equilibrium asset pricing: an empirical assessment, *Journal of Empirical Finance*.

Brito, P. (2006), Notes on GE Asset Prices, ISEG.

Campbell, J. Y. (2000), Asset pricing at the millenium, *NBER*.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., e MacKinlay, A. C. (1997), *The econometrics of financial markets*, Princeton Univ. Press.

Campbell, John Y. (2003), Consumption-based asset pricing, *Handbook of the economics of finance*, North-Holland, Amsterdam forthcoming.

Cochrane, J. (2000), *Asset Pricing*, MIT Press.

Cole, H. L. e Obstfeld, M (1991), Commodity trade and international risk sharing: How much do financial markets matter?, *Journal of Monetary Economics*, vol. 28, pages 3-24.

Cooper, Ian e Kaplanis, Evi (1994), Home Bias in Equity Portfolios, Inflation Hedging, and International Capital Market Equilibrium, *Review of Financial Studies*, vol. 7, pages 45-60.

Coval, J., Moskowitz, T. (1999), Home-bias at home: Local equity preference in domestic portfolios, *Journal of Finance* 54 (6), 1.

Debreu (1959), *The Theory of Value*, John Wiley & Sons.

Devereux, M. B. e Smith, G. W. (1994), International Risk Sharing and Economic Growth, *International Economic Review* 35, 535-50.

Elton, E. e Gruber, M. (1995), *Modern portfolio theory and investment analysis*, John Wiley & Sons.

Eurostat, Structural Indicators (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>).

Eviews, Quantitative Micro Software.

French, K. R. e Poterba, James M. (1991), International Diversification and International Equity Markets, *American Economic Review*, 81(2), pp. 222-26.

Gollier, Christian (2001), *The Economics of Risk and Time*, MIT Press.

Greene, W. (1997), *Econometric analysis*, Prentice Hall, New Jersey, 3rd ed.

Heaton, J. e Lucas, D. (1996), Evaluating the Effects of Incomplete Markets on Risk Sharing and Asset Pricing, *Journal of Political Economy* 104, 443-487.

Heijdra, Ben J. e van der Ploeg, Frederick (2002), *Foundations of modern macroeconomics*, Oxford University Press.

Kang, Jun-Koo e Stulz, Rene M. (1997) Why Is There Home Bias? An Analysis of Foreign Portfolio Equity Ownership in Japan, *Journal of Financial Economics*, October, 46(1), pp. 3-28.

Karolyi, G.A. e Stulz, R. (2003), Are financial assets priced locally or globally, *Handbook of the Economics of Finance*, North-Holland, Amsterdam forthcoming.

La Porta, R., Lopez-de-Silanes, F., Shleifer, A. e Vishny, R. (1998), Law and finance, *Journal of Political Economy* 106, 1113–1155.

La Porta, R., Lopez-de-Silanes F. e Shleifer, A. (1999), Corporate ownership around the world, *Journal of Finance* 54 (2), 1.

La Porta, R., F. Lopez-de-Silanes, A. Shleifer, e R. Vishny (2000), Investor protection and corporate governance, *Journal of Financial Economics* 58, 3-27.

LeRoy, Stephen E. e Werner, Jan. (2001), *Principles of Financial Economics*, Cambridge University Press.

Lewis, K. (1999), Trying to explain the home-bias in equities and consumption, *Journal of Economic Literature* 37, 571–608.

Lewis, K. (1996a), What Can Explain the Apparent Lack of International Consumption Risk Sharing?, *Journal of Political Economy*, April, 104(2), pp. 267-97.

Lewis, Karen K. (1996b), Consumption, Stock Returns, and the Gains from International Risk Sharing, *NBER*.

Lewis, Karen K. (1998), International Home-bias in International Finance and Business Cycles, *NBER*.

Lewis, Karen K. (1995), Puzzles in International Financial Markets, *Handbook of International Economics*, vol. 3, Amsterdam: North Holland.

Lewis, Karen K. (2000), Why do stocks and consumption imply such different gains from international risk sharing?, *Journal of International Economics*, 52:1 – 35.

Lucas, Robert Jr. (1987), *Models of Business Cycles*, Oxford, UK: Basil Blackwell.

Magill, Michael e Quinzii, Martine (1996), *Theory of Incomplete Markets, vol I*, MIT Press, Cambridge, Mass and London, England.

Mas-Colell, Whinston, Andreu Michael D., e Green, Jerry R. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.

Mehra, Rajnish e Prescott, Edward C. (1985), The Equity Premium: A Puzzle, *Journal of Monetary Economics*, March, 15(2), pp. 145-62.

Mehra, Rajnish (2003), The equity premium in retrospect, *Handbook of the economics of finance*, North-Holland, Amsterdam forthcoming.

Obstfeld, Maurice (1994a), Risk-Taking, Global Diversification, and Growth, *American Economic Review*, vol. 84, issue 5, pages 1310-29.

Obstfeld, Maurice (1994b), Evaluating risky consumption paths: The role of intertemporal substitutability, *European Economic Review*, vol. 38, issue 7, pages 1471-1486.

Obstfeld, Maurice e Kenneth Rogoff (1997), *Foundations of International Economics*, Cambridge, MA: The MIT Press.

Obstfeld, M. e Rogoff, K. (2001), The six major *puzzles* in international macroeconomics: Is there a common cause? *NBER Macroeconomics Annual 2000*, Vol. 15.

OCDE (www.oecd.org).

Olivei, Giovanni P. (2000), Consumption risk-sharing across G-7 countries, *New England Economic Review*, March, pages 3-14.

Penn World Table 5.6 (<http://pwt.econ.upenn.edu/Downloads/index.htm>).

Solnik, Bruno (1974a) "The International Pricing of Risk: An Empirical Investigation of the World Capital Market Structure," *Journal of Finance*, May, 29(2), pp. 365-78.

Solnik, Bruno (1974b), An Equilibrium Model of the International Capital Market, *Journal of Economic Theory*, August, 8(4), pp. 500-24.

Stulz, Rene M. (1981a), On the Effects of Barriers to International Investment, *Journal of Finance*, September, 36(4), pp. 923-34.

Stulz, Rene M. (1981b), A Model of International Asset Pricing, *Journal of Financial Economics*, December, 9(4), pp. 383-406.

Tesar, L.L. (1993), International risksharing and nontraded goods, *Journal of International Economics* 35, 69–89.

Tesar, Linda (1995a), Evaluating the Gains from International Risk-Sharing, *Carnegie Rochester Conferences on Public Policy*, June, 42(0), pp. 95-143.

Tesar, Linda L. e Ingrid Werner (1995b), Home-bias and High Turnover, *Journal of International Money and Finance*, 14 (August), 467–92.

van Wincoop (1994), Welfare gains from international risksharing, *Journal of Monetary Economics* 34, 175–200.

van Wincoop, (1999), How Big Are Potential Welfare Gains From International Risk Sharing?, *Journal of International Economics* 47, 109–135.

Warnock, F. (2002), Home-bias and high turnover reconsidered, *Journal of International Money and Finance* 21, 795–805.

Weil, Philippe (1989), The equity premium *puzzle* and the risk-free rate *puzzle*, *Journal of Monetary Economics* 24, 401-421.

ANEXO A

No ponto 2.3.3 foi levantada a questão da possibilidade de existência de multicolinearidade nas regressões econométricas efectuadas.

$$(119) \quad \Delta \ln(c_t) = a + b_1 \cdot \Delta \ln(C_t^W) + b_2 \cdot \Delta \ln(y_t) + \varepsilon_t$$

Para aferir se o problema de multicolinearidade tem impacto nos resultados obtidos foi efectuada a seguinte regressão auxiliar:

$$(120) \quad \Delta \ln(C_t^W) = c_0 + c_1 \cdot \Delta \ln(y_t) + v_t.$$

Os resíduos da regressão auxiliar foram guardados. De seguida substitui-se na equação original a variável $\Delta \ln(C_t^W)$ pelos resíduos obtidos na regressão auxiliar:

$$(121) \quad \Delta \ln(c_t) = a + b_1 \cdot \Delta \ln(\hat{v}) + b_2 \cdot \Delta \ln(y_t) + \varepsilon_t.$$

A nova regressão apresenta regressores ortogonais. Como tal os testes estatísticos de significância individual não serão afectados pela questão da multicolinearidade.

Os *outputs* seguintes mostram que a multicolinearidade não tem impacto sob os resultados obtidos no ponto 2.3.3.

Dependent Variable: US_CFAM
 Method: Least Squares
 Sample: 1 14
 Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.017124	0.003527	4.854682	0.0005
US_PIB	0.582796	0.102495	5.686099	0.0001
RES_M_US	0.798053	0.251003	3.179456	0.0088
R-squared	0.794164	Prob(F-statistic)		

Dependent Variable: EU15_CFAM

Method: Least Squares

Sample: 1 14

Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004605	0.001708	2.696023	0.0208
EU15_PIB	0.757950	0.074276	10.20455	0.0000
RES_M_EU15	0.771290	0.234227	3.292913	0.0072
R-squared	0.912682	Prob(F-statistic)		0.000001

Dependent Variable: JP_CFAM

Method: Least Squares

Sample: 1 14

Included observations: 14

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.008282	0.002589	3.199544	0.0085
JP_PIB	0.412406	0.151053	2.730212	0.0196
RES_M_JP	-0.196366	0.347760	-0.564661	0.5836
R-squared	0.414049	Prob(F-statistic)		0.052873