

UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**O erro como caminho para aprendizagem das operações com números
naturais: Um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade**

Ana Alexandra Fernandes Augusto

DISSERTAÇÃO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Área de Especialização em Didática da Matemática

2012

UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**O erro como caminho para aprendizagem das operações com números
naturais: Um estudo com alunos do 2º ano de escolaridade**

Ana Alexandra Fernandes Augusto

Dissertação

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Área de Especialização em Didática da Matemática

**ORIENTADA PELA
PROFESSORA DOUTORA MARIA LEONOR SANTOS**

2012

Agradecimentos

No decorrer deste estudo foram muitas as pessoas que me apoiaram e contribuíram para que fosse possível a sua realização.

Agradeço à Professora Leonor Santos toda a atenção e apoio que me deu na orientação e ajuda ao longo destes dois anos.

Aos meus queridos alunos que sempre mostraram grande motivação pelo trabalho realizado estando sempre disponíveis para o que eram solicitados.

À minha colega e amiga Andreia Peres que me acompanhou nesta longa “viagem”. Que esteve sempre presente nos bons e maus momentos, me ajudou a ultrapassar as minhas angústias, dúvidas e me possibilitou momentos muito felizes. Conduzindo-me e incentivando para que chegássemos juntas ao fim deste percurso. Obrigada pela ajuda, motivação e todo o apoio.

Às minhas colegas da escola que me mostraram que eu era capaz de realizar este trabalho.

Ao meu marido que esteve sempre comigo nos dias bons e menos bons dando-me apoio e motivação para chegar ao fim.

À família e amigos que compreenderam as minhas ausências.

Obrigada a todos os que tiveram presentes.

Resumo

O presente estudo procurou analisar e compreender os erros que alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico, nomeadamente do 2º ano de escolaridade, cometem em tarefas que tenham por base o trabalho com *Números e Operações*, seguindo o Programa de Matemática para o Ensino Básico, bem como investigar quais os dispositivos reguladores utilizados pelo professor que proporcionam uma aprendizagem com compreensão.

Optou-se por utilizar uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, onde a professora assumiu o papel de investigadora. Considerámos como caso três alunos com diferentes perfis. A recolha de dados realizou-se entre outubro de 2011 e março de 2012. Utilizaram-se como meio de recolha de dados: entrevistas semiestruturadas a alunos (gravadas em suporte áudio e transcritas na íntegra); recolha documental (as produções escritas pelos alunos, resolução das tarefas e as reflexões escritas por cada aluno caso, quando a tarefa terminava); observação de aulas (com registo áudio) acompanhada de notas de campo elaboradas pela professora. Para a análise dos dados foi feito um trabalho de pesquisa e consulta de diversos autores que permitiu estabelecer uma categorização e tipificação do erro cometido por cada aluno.

O estudo permitiu concluir que os dispositivos reguladores utilizados pela professora (questionamento oral, a opção de realizar as tarefas em grupo, o pedido de reflexões escritas a elaborar pelos alunos) proporcionaram a criação na sala de aula de um conjunto de experiências de reflexão, crítica, discussão e concretização, conduzindo os alunos não apenas à solução correta, mas ao questionamento das suas próprias produções, resultando daí uma melhor aprendizagem.

Palavras-chave: Números e operações, erro; avaliação formativa, questionamento oral; feedback, reflexões escritas.

Abstract

The present study sought to analyse and understand the errors that primary students, namely from 2nd grade, usually make in tasks that are based on working with Numbers and Operations, following the Mathematics Program for Basic Education, as well as to investigate which regulating devices used by the teacher provide a learning with understanding.

We chose to use a qualitative interpretative approach, where the teacher assumed the role of investigator. We considered as case three students with different profiles. Data collection took place between October 2011 and March 2012. It was used as a means of data collection: semi-structured interviews with students (support audio recorded and transcribed in full); collection of documents (written productions by students, solving the tasks and reflections written by each case student when the job ended); classroom observation (with audio recording) accompanied by field notes prepared by the teacher. For the data analysis was done a research and consultation of various authors which established a categorization and classification of the mistake made by each student.

The study concluded that the regulating devices used by the teacher (oral questioning, the option to perform group tasks, the request of reflections to be written by students) resulted in the creation of a set of experiences for reflection, critical, discussion and implementation in the classroom, leading students not only to the correct solution, but to the questioning of their own productions, resulting in a better learning.

Keywords: Numbers and operations, error, formative assessment, oral questioning, feedback, written reflexions.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	II
ABSTRACT	III
ÍNDICE GERAL	IV
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
Contexto geral do estudo	1
Orientação para o problema	2
Problema e questões de investigação	3
CAPÍTULO II – REVISÃO DA LITERATURA	6
A aprendizagem dos números naturais	6
Orientações curriculares para o ensino e a aprendizagem da Matemática	8
Números e operações	12
O erro e a aprendizagem dos números e operações	17
A avaliação ao serviço das aprendizagens	20
A avaliação reguladora / formativa na aprendizagem	23
A utilização didática do erro	27
CAPÍTULO III – METODOLOGIA	30
Opções metodológicas	30
Os participantes	31
Contextualização pedagógica	33
<i>Tarefa 1</i>	33
<i>Tarefa 2</i>	34
<i>Tarefa 3</i>	34
<i>Tarefa 4</i>	34
<i>Tarefa 5</i>	35
<i>Tarefa 6</i>	35
<i>Tarefa 7</i>	35
<i>Tarefa 8</i>	36
<i>Tarefa 9</i>	36
Instrumentos de recolha de dados	36
<i>Entrevistas</i>	37
<i>Observação de aulas</i>	38

<i>Recolha documental</i>	39
A análise de dados	39
CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	40
Carla	40
<i>Apresentação</i>	40
<i>Conceção face ao erro</i>	41
<i>Tipologia de erros</i>	43
<i>Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro</i>	46
<i>Síntese</i>	49
Carlos	50
<i>Apresentação</i>	50
<i>Conceção face ao erro</i>	51
<i>Tipologia de erros</i>	52
<i>Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro</i>	56
<i>Síntese</i>	62
David	63
<i>Apresentação</i>	63
<i>Conceção face ao erro</i>	64
<i>Tipologia de erros</i>	66
<i>Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro</i>	69
<i>Síntese</i>	74
CAPÍTULO V – CONCLUSÕES	76
Breve apresentação do estudo	76
Principais conclusões	77
Considerações finais	79
REFERÊNCIAS	82
ANEXOS	92

Anexo 1 – Autorização pedida à Diretora do Agrupamento	93
Anexo II - Autorização pedida à Coordenadora de escola	94
Anexo III - Autorização pedida aos Encarregados de Educação	95
Anexo IV – Tarefa 1	96
Anexo V – Tarefa 2	97
Anexo VI – Tarefa 3	98
Anexo VII – Tarefa 4	99
Anexo VIII – Tarefa 5	100
Anexo IX – Tarefa 6	101
Anexo X – Tarefa 7	102
Anexo XI – Tarefa 8	103
Anexo XII – Tarefa 9	104
Anexo XIII – Guião de entrevista aplicada aos participantes	105

ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura 1 – Reflexão escrita da tarefa 2	42
Figura 2 – Reflexão escrita da tarefa 8	43
Figura 3 – Resolução da tarefa 4	44
Figura 4 – Resolução da tarefa 5	44
Figura 5 – Resolução da tarefa 7	46
Figura 6 – Resolução da tarefa 2	46
Figura 7 - Resolução da tarefa 5	47
Figura 8 - Reflexão escrita da tarefa 7	49
Figura 9 – Reflexão escrita da tarefa 8	49
Figura 10 – Resolução da tarefa 1	53
Figura 11 - Resolução da tarefa 4	54
Figura 12 - Resolução da tarefa 5	55
Figura 13 – Reflexão escrita da tarefa 5	56
Figura 14 - Resolução da tarefa 5	57
Figura 15 – Reflexão escrita da tarefa 4	58
Figura 16 – Resolução da tarefa 6	59
Figura 17 – Reflexão da tarefa 6	60

Figura 18 – Reflexão escrita da tarefa 3	61
Figura 19 – Reflexão escrita da tarefa 6	61
Figura 20 – Reflexão escrita da tarefa 8	62
Figura 21 – Resolução da tarefa 1	66
Figura 22 – Resolução da tarefa 8	67
Figura 23 – Resolução da tarefa 7	68
Figura 24 – Reflexão escrita da tarefa 7	69
Figura 25 – Reflexão escrita da tarefa 5	70
Figura 26 – Reflexão escrita tarefa 7	70
Figura 27 – Reflexão escrita da tarefa 6	72
Figura 28 – Reflexão escrita da tarefa 9	73
Figura 29 – Reflexão escrita da tarefa 8	74

INDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Capacidades transversais nos três ciclos	11
Quadro 2 – Taxionomia para os erros (Borasi, 1996, p. 279)	18
Quadro 3 - Práticas da avaliação reguladora (Santos, 2008, p.17)	22
Quadro 4: Distribuição dos Encarregados de Educação por habilitações literárias ...	32

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

Contexto geral do estudo

A educação matemática tem sofrido diversas alterações ao longo dos tempos. Mudanças ao nível social, tecnológico, curricular, entre outras (NCTM, 1991). Neste contexto de mudança pretende-se investigar o tema do erro em tarefas matemáticas. Encarando-o como uma perspetiva de mudança atribuindo-lhe uma notação positiva face às aprendizagens em Matemática. Encarar o erro como caminho para a aprendizagem dando especial atenção ao processo de desenvolvimento e não apenas ao produto acabado (Borasi, 1985). A partir dos erros detetados conduzir os alunos a questionar as suas respostas, a refletir sobre o processo de resolução e possibilitar ao aluno a autorregulação da sua própria aprendizagem pode constituir “um trampolim para a aprendizagem” (Borasi, 1985).

De acordo com Torre (2007, p. 1) “Erro, estratégia e mudança são termos carregados de significados e de conotações educativas”. Dar um sentido ao “erro” em matemática é atribuir-lhe significado, mostrando que este pode ser visto como um recurso pedagógico, que orienta a prática dos professores. Ao criar-se um ambiente de sala de aula onde não haja receios de errar, o erro pode transformar-se num aliado do conhecimento. Tal como refere o mesmo autor (2007, p. 10) “(...) o erro não é um fim, não pode sê-lo: é uma estratégia.”

Uma reflexão sobre o erro na sala de aula faz emergir as múltiplas e complexas relações que envolvem o processo de ensino e aprendizagem. A superação do erro, então, pressupõe o uso de novas formas de análise e atuação sobre ele, transformando a lógica do aluno num recurso de aquisição de conhecimentos e desenvolvimento de competências básicas e essenciais ao indivíduo.

O professor assume um papel preponderante no processo de ensino aprendizagem, pois deve ser o mediador, criando situações de desafio onde todos os alunos participam e procuram superar as dificuldades encontradas. Conduzindo-os à formulação de hipóteses para solucionar o problema, a questionar e a discutir o assunto (Pinto, 2000, p.11).

Ora, esta mudança de perspetiva implica, antes de mais, uma mudança na conceção sobre avaliação. A avaliação das aprendizagens terá de ser encarada como uma componente integrada num sistema juntamente com o currículo, envolvendo interpretação, reflexão, informação e decisão sobre os processos de ensino e aprendizagem, onde a principal função é ajudar a promover e a melhorar as aprendizagens dos alunos (Abrantes, 2001, 2002).

O Despacho Normativo 30/2001 estabelece os princípios e os procedimentos a ter em conta na avaliação das aprendizagens bem como, os seus efeitos, destacam-se: a confirmação

da génese da natureza formativa; a importância da autoavaliação regulada, assumindo um papel preponderante na diferenciação pedagógica e por sua vez, no processo de aprendizagem.

Assim, denota-se a necessidade de utilizar novos instrumentos de avaliação, reguladores de aprendizagem, com carácter formativo e repensar as práticas educativas e avaliativas.

Orientação para o problema

A importância da componente reguladora, formativa e autorreguladora é descrita nos diversos documentos orientadores para a educação (Despacho Normativo 30/2001; Despacho Normativo n.º 1/2005; Despacho normativo n.º 14/2011). A avaliação formativa assume um carácter deveras importante no papel das aprendizagens, pois só permitindo a envolvimento do aluno no seu próprio processo de avaliação é que se geram alunos autónomos, críticos e reflexivos.

Estudos realizados por Black & Wiliam (1998) mostram que a avaliação formativa assume um papel interventivo no sucesso das aprendizagens. Os alunos devem por isso, participar ativamente no seu processo de avaliação através de instrumento reguladores tais como: o *feedback*; o questionamento oral; as reflexões escritas de uma dada tarefa; discussão coletiva da resolução das suas atividades. Estas estratégias permitem responsabilizar os alunos no processo das suas próprias aprendizagens.

De acordo com as Normas para a Avaliação em Matemática escolar – NCTM (1999), a avaliação tem como principal objetivo ajudar o professor a compreender o que os alunos sabem e são capazes de fazer e desta forma, ajuda-os a tomar decisões significativas quanto às práticas de ensino, aos processos e métodos utilizados. As mesmas normas também propõem que haja uma articulação entre avaliação e processo de ensino / aprendizagem.

Desta forma, o tema da investigação decorrente neste estudo procurou ter em conta a importância de novas práticas e instrumentos de avaliação. Demarcando a visão do erro como sendo um elemento importante na construção do saber do aluno. Tal como adverte Curry (2007), uma solução errónea assume uma posição de objeto de conhecimento, pois permite ao professor explorar as dificuldades dos alunos e, por sua vez, conduzi-los a uma reflexão sobre as suas aprendizagens. O erro em Matemática não deve ser visto como algo que não deveria acontecer, como sendo moralmente reprovável ou visto como uma falta, Jorro (2000, in Santos, 2008).

O erro pode ser utilizado como uma estratégia inovadora para aproximar a teoria e a prática, para passar de um enfoque de resultados para um de processos, de uma pedagogia de êxito para uma didática do erro, de ensino de conteúdos para a aprendizagem de processos. (Torre, 2007, p. 10).

O estudo segue uma linha de investigação voltada para a análise e reflexão sobre o erro cometido. Instigando sobre as causas, a tipologia dos erros, as estratégias utilizadas pelos alunos para conseguir, não apenas solucionar corretamente o problema mas também, refletir sobre o erro cometido. Assente sobre uma teoria que discute o caráter construtivo do erro tornando-o como momento do processo cognitivo de ensino / aprendizagem.

Optámos por estruturar este documento do seguinte modo: integra cinco capítulos, sendo a introdução o primeiro; o segundo capítulo constitui a revisão da literatura, já o terceiro capítulo refere-se à metodologia de investigação, onde são explicitadas as opções metodológicas e sua fundamentação, bem como os critérios adotados para selecionar os participantes, os métodos de recolha de informação e procedimentos utilizados; no quarto capítulo descrevemos e analisamos o trabalho desenvolvido; finalmente o quinto e último capítulo é dedicado às conclusões do estudo.

Problema e questões de investigação

Diversos estudos sobre o erro têm sido realizados ao longo dos tempos (Curry, 1995; Borasi, 1989). Tais estudos, apontam para a necessidade de se trabalhar a questão dos erros como ferramenta pedagógica que auxilie, quer o professor quer o aluno, no processo de ensino / aprendizagem, enfatizando o papel construtivo do erro.

De acordo com Pinto (2000, p. 164 e 165), “O mais importante é o professor adotar uma atitude reflexiva diante do erro do aluno, procurando, não apenas, compreender o erro no interior de um contexto de ensino, mas também compreender o aluno que erra”. Esta consciência do erro é muito importante pois permite ao professor aperfeiçoar a sua prática letiva como ajuda os alunos a criar uma perceção e reflexão das suas aprendizagens. Assim é a partir deste conhecimento que o professor pode intervir com intencionalidade formativa criando momentos propícios para o aluno aprender, ou seja, adquirir uma prática avaliativa com instrumento reguladores da aprendizagem que consideram a recolha de informação e a sua interpretação (Santos, 2010).

Com este estudo pretendemos analisar e compreender os erros cometidos pelos alunos do 2º ano de escolaridade na resolução de tarefas que envolvam número e operações e investigar

quais os instrumentos de regulação utilizados pelo professor permitem ajudar os alunos a refletir, compreender e solucionar corretamente o problema e assim, conduzi-los à aprendizagem.

Numa perspetiva exploratória, investindo na formação de indivíduos, enquanto futuros cidadãos com um papel interventivo e crítico a realização deste estudo procura: a) contribuir para um desenvolvimento cada vez mais conciso e consciente das aprendizagens matemáticas que envolvam as operações com números naturais; b) compreender como se pode conduzir os alunos ao questionamento das suas respostas face a uma determinada solução ou estratégia desenvolvida, tendo em conta, as dificuldades demonstradas na realização de uma dada tarefa matemática, que contenha operações com números naturais, utilizando o erro como ferramenta para o conhecimento.

Criando instrumentos de regulação que ajudem os alunos a compreender os erros que cometem, conduzi-los a uma tomada de consciência para o desenvolvimento de novas estratégias. Segundo Allal (1986, in Santos, 2008):

(...) existem duas formas de regulação: uma que visa assegurar que as características dos sujeitos em formação correspondam às exigências do sistema e a outra que procura garantir que os meios de formação sejam adequados às características daqueles para quem a formação é dirigida. É nesta segunda perspetiva que a avaliação formativa poderá contribuir para a diferenciação dos modos de ação e de interação pedagógica a fim de assegurar uma ação educacional mais adequada.

Tendo em conta os objetivos definidos foram consideradas as seguintes questões para orientar e estruturar a investigação: a) Que erros cometem alunos do 1.º ciclo de escolaridade na resolução de tarefas matemáticas que envolvem operações com números naturais? b) De que forma alunos do 1.º ciclo de escolaridade se apercebem dos erros que cometem na resolução de tarefas matemáticas que envolvem operações com números naturais? Que instrumentos de regulação utilizados pelo professor favorecem este processo? c) Quais as estratégias adotadas por alunos do 1.º ciclo de escolaridade para ultrapassar os erros em tarefas matemáticas que incluam a resolução das operações com números naturais? Com que dificuldades se confrontam os alunos? Que instrumentos de regulação utilizados pelo professor favorecem este processo?

Esta investigação pretende assim, desenvolver um estudo sobre a perspetiva do erro como sendo uma ferramenta didática, que pode proporcionar mecanismos de aprendizagem

facilitadores de uma maior autonomia dos alunos. A questão central do estudo, através do questionamento levar o aluno a ultrapassar o erro e desta forma conduzi-lo ao produto final, está ligada ao tema matemático – Números e Operações - Operações com números naturais. Toma como ponto de ligação a resolução de tarefas matemáticas procurando (...) "a compreensão de propriedades das operações e das suas relações e a compreensão dos efeitos da operação" (Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., Oliveira, P., 2007, p. 14) e o erro como processo avaliativo de ensino-aprendizagem.

CAPÍTULO II – REVISÃO DA LITERATURA

Antes de iniciar este capítulo penso que é importante clarificar a forma como está organizado para que se torne facilmente compreensível.

A revisão da literatura procurou ter em conta o conhecimento da *aprendizagem dos números naturais* desde o início da escolaridade tendo sempre em conta as *orientações curriculares* que é apresentado também como tema. De seguida abordou-se o tema *Números e operações* tendo em conta o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB). Posteriormente é apresentado o tema do *erro e a aprendizagem dos números e operações* fazendo referencia a diversos autores que criam uma tipificação do erro. De seguida, fez-se referência à *avaliação reguladora / formativa na aprendizagem*, tentando descrever a perspectiva de alguns autores bem como as orientações curriculares existentes nesta matéria.

Posteriormente mostrou-se uma visão da *avaliação ao serviço das aprendizagens*, focando a sua importância e por fim apontou-se a *utilização didática do erro* dando a conhecer diversos autores que partilham da ideia de que o erro pode assumir uma perspectiva de reflexão e positiva.

A Aprendizagem dos Números Naturais

A importância do estímulo nas crianças face à Matemática começa desde cedo a assumir o seu papel de relevância. As crianças adotam a contagem como uma das primeiras experiências matemáticas. “Experiências matemáticas adequadas estimulam as crianças a explorar ideias relacionadas com padrões, formas, números e espaço, com níveis crescentes de aprofundamento.” (NCTM, 2007, p. 83) Também Piaget (1964) refere que a construção do conceito de número efetua-se em consonância ao desenvolvimento do seu sentido lógico desde os primeiros anos de idade. No entanto, a criança não consegue a partir do início do seu desenvolvimento fazer “correspondências termo a termo”, embora procure e tente criá-la. De acordo com Brocardo, Serrazina & Rocha (2008, p. 119):

Neste ponto de vista, o número advém da interligação entre as noções lógicas de classificação e de relação assimétrica: os números são simultaneamente similares enquanto elementos de um mesmo conjunto e distintos uns dos outros numa relação de ordenação.

Gelman e Gallistel (1978) perspetivam a contagem como meio pré-formal do desenvolvimento matemático e, conseqüentemente, da aquisição de sentido de número. Para isso é relevante facultar à criança experiências de contagem informais que permitam alcançar o conhecimento formal do número. Tal como referem os mesmos autores (citado por Brocardo *et al.*, 2008, p.121)

(...) os primeiros conceitos numéricos e aritméticos são constituídos a partir da capacidade de contagem. Esta funciona, então, como base para o desenvolvimento do princípio da inclusão hierárquica e de todo o raciocínio aritmético informal.

Outros autores de referência como Fuson (1987) reconhecem que os números começam a tomar forma para a criança quando usados em diferentes contextos. É através das relações estabelecidas entre números que se favorece o desenvolvimento do conceito de número.

Ainda como pode ler-se nas Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 2007, p. 83) “A aprendizagem matemática é construída a partir da sua curiosidade e entusiasmo e é desenvolvida, de forma natural, a partir das suas experiências.”

Também o Novo Programa de Matemática (Ponte *et al.*, 2007, p. 15) dá especial importância às contagens: “A classificação e contagem de objectos são tarefas indicadas para o início do trabalho (...) uso de modelos estruturados de contagem como, por exemplo, o colar de contas, cartões com pontos, molduras de dez e ábacos horizontais.” Ainda Nunes & Bryant (1997, p. 35) referem a contagem como “(...) ponto de partida na exploração do crescimento matemático das crianças”. Assim, de acordo com o NCTM (2007, p. 83) “Experiências matemáticas adequadas estimulam as crianças a explorar ideias relacionadas com padrões, formas, números e espaço, com níveis crescentes de aprofundamento”.

Proporcionar tarefas exploratórias, que vão ao encontro do aluno, de descoberta que permitam ao aluno estabelecer conexões e por sua vez, cria a capacidade de obter novas formas de pensar matematicamente e de resolver determinada tarefa “uma variedade de tarefas com significado para os alunos” (Ponte *et al.*, 2007, p. 21). “As crianças aprendem através da exploração do seu mundo; como tal, os seus interesses e atividades do dia-a-dia constituem um meio natural para o desenvolvimento do pensamento matemático.” (NCTM, 2007, p.84).

Ao longo do primeiro ciclo, os números naturais fazem parte de um conjunto numérico trabalhado nos quatro anos. Nos primeiro e segundo anos de escolaridade, pretende-se trabalhar a “Noção de número natural”, estabelecer “Relações numéricas” e explorar o

“Sistema de numeração decimal”. É ainda abordado o tópico das “Operações com números naturais” (Ponte *et al.*, 2007, p. 14-15). Nos terceiro e quarto anos, volta-se a trabalhar as “Relações numéricas” e também os “Múltiplos e divisores”, continuando a dar-se importâncias ao tópico das “Operações com números naturais” (Ponte *et al.*, 2007, p. 17-18).

De acordo com o programa de Matemática em vigor:

(...) devem ser trabalhadas diversas situações que conduzam à compreensão das operações. Isso envolve o reconhecimento das condições que indicam que uma determinada operação é adequada para resolver um dado problema, a compreensão de propriedades das operações e das suas relações e a compreensão dos efeitos de uma operação.” (Ponte *et al.*, 2007, p. 14)

Criar a capacidade de operar com números naturais implica que se tenha construído no decorrer do tempo, nas interações com o meio, regulações lógico-matemáticas traduzidas na forma de pensamento, tais como: ordenar, *compor*, *reverter*, *compensar*, *classificar*, *efetuar correspondências*. (Teixeira, p. 61, 1993). Trabalhar um raciocínio informal, de intuição e de exploração ajuda os alunos a atribuir significado à Matemática, na medida em que o aluno procura uma compreensão consistente. (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; NCTM, 2007).

Nesta fase inicial de aprendizagem os alunos carecem da realização de diversas experiências exploratórias que os corroborem no seu percurso e conduzam ao alcance dos objetivos. “A educação, nestes primeiros anos, deverá basear-se no princípio de que todos os alunos podem aprender uma matemática significativa” (NCTM, 2007, p. 87).

Orientações curriculares para o ensino e aprendizagem da Matemática

O termo “currículo” ao longo dos tempos tem vindo a sofrer alterações e reajustes. Tem ganho uma “riqueza semântica e multiplicidade de usos” (Saviani, 2003, p. 28). O verdadeiro *sentido* do termo *currículo* vem deparar-se com a admissão generalizada de uma noção polissémica, ambígua e carente de univocidade, como vem sendo anotado por vários estudos da especialidade (Cardoso, 1987; Ribeiro, 1993; Pacheco, 1996).

Como refere Pacheco,

o currículo, apesar das diferentes perspetivas e dos diversos dualismos, define-se como um projeto, cujo processo de construção e desenvolvimento é interativo, que implica unidade, continuidade e interdependência entre o que se decide ao nível do plano normativo, ou oficial, e ao nível do plano real, ou do processo de ensino-aprendizagem. Mais ainda, o currículo é uma prática pedagógica que resulta da interação e confluência de várias estruturas (políticas, administrativas, económicas culturais, sociais, escolares,...) na base das quais existem interesses concretos e responsabilidades compartilhadas. (Pacheco, 2001, p.20)

Tal como mencionado por Almiro e Nunes (2009) os autores Gimeno (1989), Ponte (2005) e Stein, Remillard e Smith (2007) fazem a diferenciação do termo currículo - “currículo prescrito (ou formal) dos normativos legais, do currículo mediado (por exemplo, pelos manuais escolares), do currículo planificado (ou moldado) pelo professor para as suas aulas, do currículo em ação posto em prática pelo professor na sua sala de aula, do currículo aprendido pelos alunos e do currículo avaliado, por exemplo, através de exames nacionais.”

As Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1991, p. 1) apresentam uma definição de currículo mais ampla e geral, focando os aspetos dos conteúdos, materiais, métodos e avaliação:

Um currículo é um plano operacional de ensino que descreve em pormenor o que os alunos de Matemática precisam de saber, de forma os alunos devem atingir os objetivos identificados no currículo, o que é que os professores devem fazer para ajudar os alunos a desenvolver os seus conhecimentos matemáticos, e o contexto em que a aprendizagem e o ensino devem processar-se. (NCTM, 1991, p. 1)

Gimeno (2007) apresenta um modelo de desenvolvimento curricular considerando diversos tipos de currículos que resultam da ação dos seus intervenientes. O currículo prescrito (político / administrativo) inclui os programas, as metas curriculares, os objetivos, é dado a conhecer ao professor através dos órgãos administrativos; currículo apresentado (materiais curriculares) os professores têm conhecimento através de matérias diversos, como por exemplo os manuais escolares; currículo moldado (interpretação e significado dado pelo

professor) resulta da interpretação dada pelo professor resultante da sua experiência, prática e opinião; currículo em ação (acontece na sala de aula) realiza-se no ato de ensino, no contexto escolar de sala de aula; currículo realizado (aprendizagens realizadas pelos alunos) resulta de uma dinâmica entre aluno-aluno, aluno-professor e (ou) professor-aluno e currículo avaliado (aspectos do currículo que são avaliados) há a existência de critérios para o ensino do professor e por conseguinte para a aprendizagens dos alunos.

Vários documentos surgem com indicações que servem como orientação para o professor e desta forma, permitem enriquecer o conhecimento profissional do professor. São exemplo, as Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar (NCTM, 2000, p. 17) refere: “O currículo escolar matemático deverá proporcionar uma espécie de mapa, que ajude os professores a conduzir os alunos para níveis crescentes de complexidade de conhecimentos.” O mesmo documento refere ainda: “Um currículo bem articulado dá aos professores orientação acerca das ideias mais importantes ou dos principais temas, que são privilegiados em diferentes momentos ao longo do tempo.”

Nos últimos anos, houve mudanças significativas no sistema educativo português que se basearam fundamentalmente numa reorganização curricular do ensino básico, reorganização essa que se refletiu na organização, gestão e desenvolvimento do currículo e da avaliação das aprendizagens. Em particular, o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007) introduz algumas mudanças significativas quando o comparamos com o anterior programa.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007), encontra-se estruturado ao longo dos ciclos por quatro temas matemáticos: Números e operações, Álgebra, Geometria e Organização e tratamento de dados. No entanto, no 1.º ciclo do ensino básico não surge o tema da Álgebra — embora haja objetivos de cunho algébrico em outros temas deste ciclo — e a Geometria está associada à Medida.

Assume-se como sendo um documento que permite enriquecer o conhecimento profissional do professor criando diversos desafios “(...) não deve, assim, ser lido como um guia direto para o trabalho do professor em cada tema, mas sim como uma específica ação dos assuntos que devem ser trabalhados e dos objetivos gerais e específicos a atingir (Ponte *et al.*, 2007, p. 2). Destacam-se: Finalidades e objetivos comuns nos três ciclos do ensino básico; capacidades transversais: - resolução de problemas; - raciocínio matemático; comunicação matemática; quatro eixos - números e operações; - pensamento algébrico; - pensamento geométrico; trabalho com dados; e uma estrutura por ciclo de ensino. As finalidades “referem a necessidade de promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em

Matemática por parte do aluno; mas vão mais longe e apontam igualmente o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; e também o desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.” (Ponte & Serrazina, 2009, p1). O NPMEB relaciona os objetivos a atingir pelos alunos com as capacidades transversais trabalhadas nos três ciclos curriculares.

Desta forma, existe uma interligação entre as capacidades transversais a desenvolver, e os objetivos gerais a trabalhar no ensino da Matemática ao longo dos três ciclos. Assim, os objetivos propostos são: 1) Conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática; 2) Desenvolver a compreensão da Matemática; 3) Lidar com diversas representações; 4) Comunicar sobre a Matemática; 5) Raciocinar matematicamente; 6) Resolver problemas; 7) Estabelecer conexões entre conceitos e relações; 8) Fazer Matemática de modo autónomo; e 9) Apreciar a Matemática.

Vejam-se as capacidades transversais para os três ciclos no quadro 1.

Quadro 1. Capacidades Transversais nos três ciclos

	1.º Ciclo	2.º Ciclo	3.º Ciclo
Resolução de Problemas	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreensão do problema ✓ Conceção, aplicação e justificação de estratégias 		
Raciocínio Matemático	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificação ✓ Formulação e teste de conjeturas 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Justificação ✓ Argumentação ✓ Formulação e teste de conjeturas 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Formulação, teste e demonstração de conjeturas ✓ Indução e dedução ✓ Argumentação
Comunicação Matemática	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Interpretação ✓ Representação ✓ Expressão ✓ Discussão 		

Pretende-se que os alunos consigam trabalhar a área de Matemática usando diferentes formas de resolução de uma dada tarefa, incentivando a autonomia das aprendizagens e, desta forma, desenvolverem uma comunicação matemática cada vez mais eficaz, clarificando o seu pensamento matemático (Brendefur & Frykholm, 2000). Este valor dado à comunicação matemática adquire cada vez mais importância no processo de ensino-aprendizagem, quer ao nível pessoal, quer académico.

Para Pólya (1981, 2003), o gosto da descoberta deve ser impulsionado pelo professor criando problemas aos seus alunos para que estes se possam sentir desafiados nas suas

capacidades matemáticas. No documento o *Princípio do Currículo* descrito Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar (2007) é possível ler-se: “Um currículo é mais do que um conjunto de atividades: deve ser coerente, incidir numa matemática relevante e ser bem articulado ao longo dos anos de escolaridade.” (NCTM, 2007, p.15).

Também as Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar (NCTM, 1991) referem, em traços gerais, o que devemos ter presente nas situações de ensino e aprendizagem da Matemática, tais como: - os alunos devem ser confiantes das suas próprias capacidades matemáticas, sendo capazes de resolver novas situações que surjam no seu quotidiano; - os alunos devem aprender a raciocinar matematicamente, estabelecendo conjecturas, construir uma argumentação, estabelecer um espírito crítico face a situações matemáticas que surjam; - os alunos devem ser capazes de comunicar matematicamente, isto é, ser capazes de ler, escrever e discutir ideias onde o uso da linguagem matemática se torne natural. Para que tal ocorra no ensino da Matemática é necessário que o professor tenha um papel de orientador, procurando as tarefas mais apropriadas a uma dada aula (Pólya, 2003). Como referido no documento *Organização Curricular e Programas Ensino Básico — 1.º Ciclo*:

Caberá ao professor organizar os meios e criar o ambiente propício à concretização do programa, de modo a que a aprendizagem seja, na sala de aula, o reflexo do dinamismo das crianças e do desafio que a própria Matemática constitui para elas. (ME, 2004, p. 163)

Desta forma, é possível ter uma visão dinâmica das aulas de Matemática, com êxito pretendendo atribuir aos alunos um papel ativo, de descoberta atingindo os objetivos curriculares nos diversos níveis de complexidade (Ponte, Matos & Abrantes, 1998).

Números e operações

As aprendizagens iniciais em matemática dão um sentido privilegiado ao raciocínio informal e intuitivo. Anghileri (2001) salienta a importância do papel das contagens para o desenvolvimento do cálculo e da noção de posição. Tal como Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 47) “A compreensão da contagem resulta da vivência de muitas experiências onde ela é útil e necessária”. Ainda os mesmos autores referem que o aluno adquire a noção de número quando reconhece conjuntos com um pequeno número de elementos sem os contar, consegue estabelecer relações entre os diferentes números e quando tem a noção de posição numérica. Brocardo *et al.* (2008, p. 124) referem “O papel dos padrões numéricos é muito importante nesta primeira fase do estabelecimento de relações numéricas”.

O tema Números e Operações emerge em todos os ciclos de ensino. Enfatiza o desenvolvimento do sentido de número e perspectiva o trabalho com as operações e os seus algoritmos e amplia a fluência no cálculo.

Quando procuramos definir o significado de número rapidamente surge a ideia de contagem, de quantidade, medida... Para criar uma ideia uniformizada do conceito de número no início dos anos 80 começou-se a falar de *sentido de número*.

Segundo (NCTM, 1989) o *sentido de número* abarca cinco componentes importantes para a sua definição: a) *Desenvolvimento dos conceitos elementares de número*; b) *Exploração das relações entre os números através de materiais manipuláveis*; c) *Compreensão do valor relativo dos números*; d) *Desenvolvimento da intuição do efeito relativo das operações nos números*; e) *Desenvolvimento de referenciais para medir objetos comuns e situações do mundo que nos rodeia*. O mesmo documento apresenta quatro elementos essenciais para a compreensão do *sentido da operação*: a) *Compreender a operação*; b) *Ter conhecimento dos modelos e das propriedades de uma operação*; c) *Identificar relações entre as operações*; d) *Tomar consciência dos efeitos de uma operação num par de números*.

Esta interligação de elementos permite estabelecer um suporte para o desenvolvimento conceptual dos procedimentos do cálculo mental e escrito.

De acordo com Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 47):

O ensino dos números e das operações na educação básica não deve visar a aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras mas sim uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações.

Desenvolver o sentido de número, adquirir uma destreza de cálculo, compreender os números e as operações, são pontos-chave para o ensino em Matemática nos primeiros anos (NCTM, 2000). Enfatiza-se o desenvolvimento do sentido de número, perspectiva-se o trabalho com as operações aritméticas e amplia-se a fluência no cálculo. De acordo com McIntosh, Reys & Reys (1992, p. 4):

O sentido do número refere-se à compreensão geral do número e das operações em paralelo com a habilidade para usar esta compreensão, de modo flexível, para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações.

A elaboração de tarefas matemáticas, tendo em conta este tema, deve contemplar situações familiares ao aluno, num contexto do seu dia-a-dia. Como evidencia Gravemejeir (2001), o modo como se organizam as atividades na sala de aula influencia o uso de estratégias flexíveis de cálculo. Neste sentido, Brocardo *et al.* (2008, p. 122) afirmam que “O número não é, portanto, visto como um “tudo ou nada” mas como um conceito que se desenvolve no tempo como resultado direto de experiências de contagem”.

De acordo com Fuson (2003), existe uma relação benéfica entre a realização de operações e a resolução de problemas, trazendo grandes potencialidades à compreensão destas duas competências. Refere ainda que, quando um aluno compreende o método que usa, este é integrado nas suas estruturas internas e na relação com outros métodos. A relação entre contagens, relações numéricas e as operações aritméticas, “são pilares para o desenvolvimento do sentido do número” (Ponte *et al.*, 2007, p. 13). “O papel dos padrões numéricos é muito importante nesta primeira fase do estabelecimento de relações numéricas”(Brocardo *et al.*, 2008, p. 124). Importa lembrar que “a aquisição de sentido de número é um processo evolutivo, gradual, que começa muito antes do início do ensino formal (...) frequentemente evidente já em tenra idade, quando as crianças pensam sobre números e tentam compreendê-los” (McIntosh, 1992, p. 5). Tal como referem Brocardo *et al.* (2008, p. 125):

Numa primeira fase as crianças confiam nas suas estratégias de contagem para calcularem somas e diferenças e, à medida que vão desenvolvendo estratégias de contagem mais complexas e mais eficientes, alarga-se o leque de relações numéricas que conseguem estabelecer e tornam-se capazes de as usar para raciocinar e estabelecer novas relações.

Para que haja uma concretização do conhecimento do número, o professor assume um papel importante nessa aprendizagem. Proporcionar aos alunos a oportunidade de descoberta e de trabalho livre com os números, promovendo assim, a aprendizagem matemática. É de fazer notar que os alunos com uma boa noção de sentido de número compreendem o significado atribuído ao número, assumem diversas interpretações / representações de números, consideram o efeito das operações com números e desenvolvem um sistema de referência para considerar números, reconhecendo a sua grandeza relativa e absoluta (NCTM, 1991). A planificação, por parte do professor, em particular a procura adequada das tarefas relativas a um dado objetivo e conteúdo explorado, monitorizando processos mais complexos de pensamento. Essa consciência do professor leva ao desenvolvimento e tomada de decisões

dos alunos nos processos matemáticos. Cada nova ideia / conjectura tem por base a ideia anterior desenvolvida ou explorada (Simon, 1995). Os alunos irão desta forma participar na tarefa proposta e integrar os objetivos iniciais do professor. Tal como mencionado no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007) “Ser capaz de formular e testar conjecturas constitui um aspeto importante do raciocínio matemático. O professor desempenha um papel fundamental neste processo através das questões que coloca, das pistas que dá e do modo como estimula e incentiva os alunos, transmitindo-lhes confiança nas suas capacidades.”

Segundo as orientações curriculares definidas para o 1.º Ciclo do ensino básico, (...) “a aprendizagem dos algoritmos com compreensão, valorizando o sentido de número, deverá desenvolver-se gradualmente para as quatro operações” (Ponte *et al.*, 2007, p. 14). Uma aprendizagem que permita flexibilidade no pensamento e, por sua vez, que permita a utilização de diversas estratégias úteis ao uso dos números e das operações (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). O desenvolvimento progressivo do algoritmo permite dar tempo ao aluno para desenvolver cálculos informais, estabelecer relações numéricas, proporciona o uso do cálculo mental, assim como, a estruturação do sistema numeral. Em Portugal, com o Novo Programa de Matemática em 2007, passou-se a dar maior importância ao uso do cálculo mental e, por sua vez, a proporcionar estratégias informais de cálculo. O aluno trabalha o número como um todo, o cálculo na posição horizontal em vez de vertical (algoritmo) (Serrazina & Ferreira, 2006). De acordo com Barrody (1987), a contagem ajuda as crianças desde cedo a resolverem situações do quotidiano recorrendo ao cálculo mental. De acordo com Brocardo *et al.* (2008, p. 125) “(...) a adição começa a ser vista não apenas como “aumentar qualquer coisa” mas completada como junção de dois conjuntos, situação na qual, a comutatividade parece emergir naturalmente”. Já a subtração ganha maior relevância com a adição “está associada à ideia de tirar (do maior tirar o menor) ou à de achar o complemento entre dois números (...) A construção operatória da subtração supõe assimilá-la como inversa à adição (...)”(Teixeira, 1993, p. 64).

Segundo Fuson (2003) proporcionar aos alunos experiências que envolvam várias situações de adição, subtração, multiplicação e divisão com a linguagem específica envolvida, permite a construção de uma adequada compreensão matemática das operações a usar em cada situação. Deste modo, nas aulas de Matemática, os alunos não são recetores de informação. Constroem e usam os seus próprios significados matemáticos, generalizam e reorganizam esses significados.

A aprendizagem com compreensão pretende que o aluno tenha um papel mais ativo no seu processo de ensino-aprendizagem. “Os alunos terão mais sucesso com um programa de matemática escolar que incentive o seu desejo natural de compreender aquilo que lhes é pedido para aprender” (NCTM, 2000, p. 22). Deste modo, “(...) os professores deverão tentar perceber o que os alunos pensam, através da colocação de questões que estimulem o seu pensamento e raciocínio” (NCTM, 2007, p. 93).

Assim formar um processo de ensino-aprendizagem ativo que permite ao aluno estabelecer conexões matemáticas, que o ajudem a refletir sobre os números e os seus significados no contexto de um dado problema. Deste modo, maximizar o desenvolvimento de sentido de número, encorajando os alunos a utilizar diversas estratégias de cálculo.

Como referem os autores Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, p. 49):

Para os alunos desenvolverem uma melhor compreensão das operações devem ser familiarizados com as diferentes ideias subjacentes a cada uma delas. Por exemplo, a multiplicação e divisão estão relacionadas com a adição e subtração, mas no raciocínio multiplicativo existem novos significados para os números que devem ser apreendidos e novas espécies de relações representadas.

Deste modo, os alunos para compreenderem efetivamente as operações têm que ter presente qual o efeito da operação, ter presente as propriedades matemáticas das operações e por fim qual a relação estabelecida entre as operações (McIntosh, Reys & Reys, 1992).

Ainda de acordo com os mesmos autores, o ensino da matemática contempla a resolução de tarefas matemáticas reais (vividas pelo aluno, que tenham sentido para ele) que envolvam um pensamento que fomente o raciocínio e a aplicação dos números e operações: “Aplicar conhecimento e destreza com números e operações em situações de cálculo” (McIntosh, Reys & Reys, 1992, p. 16). Para que tal aconteça é necessário: “Compreender a relação entre o contexto dos problemas e o cálculo necessário; Compreensão que existem múltiplas estratégias; Inclinação para utilizar uma representação ou um método eficiente; Inclinação para rever os dados e o resultado” (McIntosh, Reys & Reys, 1992, pp. 15-16).

É parte essencial à compreensão matemática a comunicação. Ouvir, refletir, clarificar, discutir são termos base a uma matemática consistente que envolve um espírito crítico por parte do aluno. (Brendefur & Frykholm, 2000) “O processo de comunicação também contribui para a construção de significado e para a consolidação das ideias e, ainda, para a sua divulgação” (NCTM, 2007, p.66).

A comunicação, oral e escrita, tem um papel essencial na aprendizagem da Matemática, contribuindo para a organização, clarificação e consolidação do pensamento dos alunos. Estes devem ser incentivados a exprimir, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com o professor” (Ponte *et al.*, 2007, p. 30). As explicações que os alunos dão, permitem ao professor, avaliar o seu desenvolvimento de sentido de número (NCTM, 2007).

Tal como referem as Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 2007, p. 67) “A reflexão e a comunicação são processos intimamente relacionados na aprendizagem matemática.” Refletir nas interações entre as operações e os números demonstra um elevado grau de pensamento e favorece o desenvolvimento do sentido de número.

O erro e a aprendizagem dos números e operações

O erro é geralmente visto por uma visão negativa, associado muitas vezes ao castigo e à punição. Por exemplo no ensino tradicional o erro é algo que não deve acontecer e uma vez ocorrido, deve ser de imediato apagado com vista a ser eliminado. Já num ensino de descoberta que proporcione aos alunos experiências de investigação, reflexão e discussão encara o erro como algo capaz proporcionar aprendizagem. A consciência sobre o erro pode conduzir o aluno, orientado pelo professor, a atingir um nível de desenvolvimento das suas aprendizagens. Reconhecer o erro com caráter pedagógico é observar o erro num sentido de crescimento visando uma aprendizagem que conduz à reflexão (Torre, 2007). Assim, tal como refere Brousseau (1983, p. 171) “O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha os seus interesses, o seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado.”

As novas orientações curriculares fazem uma abordagem positiva ao erro em Matemática. Nota-se a visão do erro como estratégia de mudança e superação, evitando apenas a sua correção. Defende a análise dos erros através de uma perspetiva diferente, num processo onde os alunos aprendem com os seus próprios erros, tal como evidência Torre (2007, p. 28):

É necessário construir uma nova epistemologia do erro, procurando a sua racionalidade e sua irracionalidade. Se algumas descobertas têm origem em certos erros, isso deve-se à atitude humana de indagar e refletir sobre as falhas cometidas. Desse modo, a atitude criativa permite

transformar o fracasso em acerto. Enquanto a pedagogia do êxito atende basicamente aos resultados, a didática do erro leva implícita a reflexão e a revisão de tarefas, tanto do professor como do aluno.

Raffaella Borasi tem realizado ao longo dos tempos diversas investigações no tema dos erros. De acordo com esta autora os erros podem servir como indicadores para o professor (Borasi, 1996). Assim, traçou um quadro (quadro 2), reformulado no decorrer dos anos (1987, 1988, 1996), que intitulou de *taxonomia dos usos dos erros como trampolins para a pesquisa* (Borasi, 1996, p.279)

Quadro 2: Taxionomia para os erros (Borasi, 1996, p. 279)

Objetivo da aprendizagem	Nível de discurso matemático		
	Realização de uma tarefa matemática específica	Compreensão de algum conteúdo técnico-matemático	Compreensão sobre a natureza da Matemática
Remediação	Análise de erros detetados, para compreender o que houve de errado e corrigir, de forma a realizar a tarefa com sucesso.	Análise de erros detetados, para esclarecer más interpretações de um conteúdo técnico-matemático.	Análise de erros detetados, para esclarecer más interpretações sobre a natureza da Matemática ou de conteúdos específicos.
Descoberta	Uso construtivo de erros no processo de resolução de um novo problema ou tarefa; monitoramento do trabalho de alguém para identificar potenciais enganos.	Uso construtivo de erros ao aprender novos conceitos, regras, tópicos, etc.	Uso construtivo de erros ao aprender sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.
Pesquisa	Erros e resultados intrigantes motivam questões que geram pesquisas em novas direções e servem para desenvolver novas tarefas matemáticas.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a novas perspectivas sobre um conceito, regra ou tópico não contemplado no planeamento original.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a <i>insights</i> e perspectivas inesperadas sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.

Desta forma, se o professor instigar o aluno a observar e a refletir sobre os erros cometidos, ajuda-o a criar novos significados e conhecimentos. De acordo com Vergnaud (1992), o erro em matemática é visto como um caminho a percorrer que deve ser analisado, com vista à compreensão das dificuldades sentidas pelos alunos. O erro é parte integrante do

processo de ensino aprendizagem assumindo um papel de orientador para a aprendizagem de novos conceitos (Santos, 2008).

Diversos estudos têm vindo a ser realizados nesta área. Os estudos de Gómez-Granell (1998) revelam que uma boa parcela dos erros cometidos pelos alunos derivam do ensino ter sido baseado muito mais na aplicação de regras do que na compreensão do significado. Tal como referem os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007, p. 21-22) “A compreensão de conceitos constitui uma importante componente do conhecimento necessária para lidarmos com novos problemas e situações.”

No trabalho com os números e as operações os erros apresentados pelos alunos podem ocorrer por vezes, devido à falta de conhecimentos ou de compreensão dos domínios abordados ou a debilidade na organização de conceitos, impedem a aquisição de novos conteúdos (Souza, 2002). Os erros podem ser também sinais da incompreensão da linguagem matemática. (Ferreira, 1963; Teixeira, 1992).

De acordo com Brousseau (1983; 1988), há vários impedimentos que podem interferir na aprendizagem de conceitos matemáticos. Para este autor, os erros em matemática podem indiciar diversas ideias previamente estabelecidas em relação a um determinado conceito, que constituem um obstáculo de carácter epistemológico. Deste modo, a aprendizagem matemática deve ser contextualizada para que obtenha significado para o aluno, baseada e formulada numa dada situação didáctica.

Como evidência Vergnaud (1993, p.25):

Deve-se, pois, dar grande atenção ao desenvolvimento cognitivo, às suas continuidades, ruturas, passagens forçadas, à complexidade relativa das classes de problemas, procedimentos e representações simbólicas, à análise dos erros principais e dos principais insucessos.

Ao realizar diversas pesquisas sobre a tipologia dos erros demonstrados pelos alunos no tema *Números e Operações* deparamo-nos com as perspectivas de diversos autores. Por exemplo, Radatz (1979) tem como base a atividade matemática e descreve os erros feitos pelos alunos numa classificação em cinco classes: 1) erros cometidos por dificuldades de linguagem; 2) erros cometidos por dificuldades na obtenção de informações espaciais; 3) erros cometidos pelo domínio deficiente de pré-requisitos de habilidades, factos e conceitos; 4) erros cometidos por associações incorretas ou rigidez do pensamento e 5) erros cometidos na aplicação de regras e estratégias irrelevantes.

Outros autores, Movshitz *et al.* (1987) define seis categorias para os erros: 1) Erros devidos a dados mal utilizados; 2) Erros devidos a uma interpretação incorreta da linguagem; 3) Erros devidos a inferências lógicas não válidas; 4) Erros devido ao uso de teoremas ou definições errôneas; 5) Erros devidos à falta de verificação da solução; 6) Erros técnicos (erros de cálculo).

Socas (1997) discute as dificuldades de aprendizagem da Matemática e as suas distintas origens. Fazendo por isso referência a obstáculos cognitivos, isto é, o erro tem origens distintas, mas acaba por ser apresentado como um processo cognitivo inadequado. No parecer deste autor os erros podem-se agrupar da seguinte forma: 1) Erros que têm a sua origem num obstáculo; 2) Erros que têm a sua origem na ausência de significado; 3) Erros que têm a sua origem em atitudes afetivas e emocionais face à Matemática.

Em suma, a análise dos erros dos alunos permite ao professor compreender as dificuldades apresentadas na aprendizagem de conteúdos matemáticos.

A avaliação ao serviço das aprendizagens

O termo “avaliação” suscita sempre alguma controvérsia e discussão. Influência não só o sistema de ensino, como sofre uma forte opinião do contexto social e meio envolvente ao sistema educativo.

De acordo com Pinto e Santos (2006), a avaliação está profundamente relacionada com as conceções entre ensinar e aprender. Ao longo do tempo, o significado atribuído a avaliação tem mudado. Vários autores têm demonstrado ao longo dos tempos alguma preocupação com a ligação entre a teoria no domínio da avaliação e as práticas de ensino (Black; Wiliam, 1998a, 1998b, 2006a, 2006b; Earl, 2003; Fernandes, 2005; Gifford; O’Connor (Ed.), 1992; Gipps, 1994; Gipps; Stobart, 2003; Stiggins; Conklin, 1992).

A avaliação constitui uma prática habitual do individuo. Para que seja possível criar uma avaliação que tem por base a aprendizagem é importante ter seguir várias orientações e princípios.

Ao longo dos tempos diversos documentos têm servido de base como princípios orientadores das práticas avaliativas, destacam-se: o Decreto-Lei 6/2001, “estabelece os princípios orientadores da organização e da gestão curricular do ensino básico”, o Despacho Normativo 30/2001, “estabelece os princípios e os procedimentos a observar na avaliação das aprendizagens assim como os efeitos dessa avaliação”, NCTM (1995), e mais recentemente o Despacho Normativo 14/2011 “introduziu um ajustamento na organização curricular”. Nesta

linha Abrantes (2001, p. 10) apresenta um conjunto de princípios que instigam uma avaliação pensada, que envolve interpretação, pesquisa e discussão: a) *a consistência dos procedimentos de avaliação relativamente aos objetivos curriculares e às formas de trabalho efetivamente desenvolvidas com os alunos*; b) *o carácter essencialmente formativo da avaliação, associado à perspectiva de que o processo de avaliação deve evidenciar os aspetos em que as aprendizagens dos alunos precisam de ser melhoradas e apontar modos de superar as dificuldades, mas deve valorizar e tomar como base os seus interesses e aptidões*; c) *a necessidade de promover a confiança social na informação que a escola transmite, avaliando-se todos os aspetos da aprendizagem dos alunos considerados essenciais e envolvendo-se neste processo, de modos apropriados, os alunos e os encarregados de educação*.

O Novo Programa de Matemática inicia o tema da avaliação mostrando que esta permite ao professor ter a noção das dificuldades do aluno, conseguir diagnosticar problemas, considerar os progressos e desta forma, manter ou alterar a linha seguida (didática) e também a planificação da aula. Permite ao professor “(...) gerir o processo de ensino-aprendizagem.” (Ponte *et al.*, 2007)

Existe uma crescente necessidade de mudança nos atos e práticas de avaliação. Uma avaliação que não tenha apenas presente a função de medir, com efeitos na progressão do aluno mas também consiga, através de diferentes dispositivos, dar voz ativa ao aluno no seu processo de avaliação e conseqüentemente no seu processo de ensino aprendizagens.

De acordo com Fernandes (2005, p. 16):

Uma nota claramente distintiva entre a avaliação psicométrica e a avaliação alternativa é o facto de, neste caso, o ensino, a aprendizagem e a avaliação constituírem como que um ciclo articulado e coerente.

Neste propósito e tendo em conta as linhas curriculares orientadoras o Novo Programa de Matemática refere que a avaliação deve: a) *congruente com o programa*; b) *constituir uma parte integrante do processo de ensino e aprendizagem*; c) *usar uma diversidade de formas e instrumentos de avaliação*; d) *ter predominantemente um propósito formativo* e) *decorrer num clima de confiança* onde os erros assumem um caráter didático na aprendizagem; f) *ser transparente*.

A utilização de diversos meios, métodos e instrumentos de recolha de dados permitam ao aluno ter uma opinião sobre a sua avaliação. “É através da avaliação que os alunos tomam

consciência do tipo de atividades, experiências de aprendizagem, atitudes, valores, conhecimentos e competências que são valorizados.” Fernandes (2005, p. 19)

Numa avaliação formativa e reguladora das aprendizagens a comunicação assume um carácter essencial. “É através da comunicação que todos os alunos devem tomar consciência dos seus progressos e/ou dificuldades em relação às aprendizagens que têm que adquirir.” Fernandes (2005, p. 20)

Santos atribui um papel muito importante à avaliação formativa, salientando, nomeadamente, que a avaliação formativa desempenha (Santos, 2008, p.16):

(...) uma função pedagógica, que não se limita à observação, mas ao desencadear de uma intervenção pedagógica (regulação) sobre o ensino e/ou aprendizagem, e destina-se a ajudar o aluno, e também o próprio professor, dando pistas de retorno através de informações múltiplas.

Ainda na mesma linha Semana e Santos (2009) realçam várias estratégias a seguir para que haja uma avaliação que siga uma rumo formativo e regulador das aprendizagens, como por exemplo, uma abordagem positiva do erro, o questionamento oral, o *feedback* e a negociação dos critérios de avaliação. Como pode ler-se através do quadro 3.

Quadro 3: Práticas da avaliação reguladora (Santos, 2008, p.17):

Processos de avaliação reguladora	Possíveis atividades
Questionamento oral	Questionamento professor / turma Questionamento professor / aluno Questionamento aluno / aluno
Escrita avaliativa	<i>Feedback</i> escrito a produções dos alunos
Autoavaliação	Explicação / negociação dos critérios pelo professor Avaliação desenvolvida pelo próprio Avaliação desenvolvida por pares

O questionamento oral permite uma construção de conhecimento através de questões adequadamente formuladas. Permite que o aluno volte a ter contacto com o processo de resolução e permite também criar uma interação na sala de aula (Souza & Moreira, 2007). Diversos estudos foram realizados sobre o tema onde se constata que o questionamento oral pode estimular o raciocínio e as capacidades de resolver problemas, refletir e comunicar essa

operacionalização no ensino / aprendizagem (Carr, 1998; Dillon, 1986; Durham, 1997; Rowe, 1994).

A escrita avaliativa ou *feedback* permite dar a conhecer ao aluno os suas próprias dificuldades e progressos conseguidos. Tal como menciona Fernandes (2005, p. 20):

O *feedback* desempenha um papel crucial na aprendizagem porque, através dele, os alunos são sistematicamente lembrados dos níveis de aprendizagem, ou dos *standards*, que é necessário alcançar e ficam cientes dos seus próprios progressos tendo em conta a comparação com os seus próprios desempenhos anteriores ou critérios previamente definidos.

Ainda para Santos (2003), se na sala de aula existir uma cultura de avaliação que regule as aprendizagens dos alunos, então o conhecimento que o professor terá dos seus alunos será maior e mais credível, o que irá facilitar e melhorar a qualidade do *feedback*.

A autoavaliação concede aos alunos o desenvolvimento das suas capacidades metacognitivas, uma vez que, permite aos alunos ter uma reflexão sobre as suas formas de pensar, sobre as suas aprendizagens e fazer a sua regulação. O aluno passa a ser um participante ativo na sala de aula, conhecedor dos critérios de avaliação definidos pelo professor ou negociados com este. Perrenoud (1998) refere que os alunos, utilizando corretamente a autoavaliação, são capazes de regular as suas aprendizagens e só precisam da colaboração dos professores como recurso pontual e casual.

Em suma, uma avaliação ao serviço das aprendizagens é uma avaliação que desenvolve competências de autoavaliação e de autorregulação dando especial atenção ao processo de ensino aprendizagem e não apenas ao produto final. “Desta forma, consolida-se a função formativa da avaliação, contribui-se para que os alunos se tornem mais autónomos, mais responsáveis pelas suas aprendizagens, mais capazes de avaliarem e regularem o seu trabalho, o seu desempenho e as suas aprendizagens e mais ágeis na utilização das suas competências metacognitivas” (Fernandes, 2005, p. 20).

A Avaliação reguladora / formativa na aprendizagem

A avaliação tem um lugar importante no sistema educativo. Traduzir o conceito de avaliação formativa, de forma a fortalecer uma expressão pedagógica, contribui para a melhoria das aprendizagens dos alunos (Black & Wiliam, 1998a; Gipps & Stobart, 2003).

A avaliação formativa traduz uma regulação da aprendizagem. "O ato avaliativo que tem por intenção intervir sobre a própria aprendizagem" (Santos, 2002, p. 1). O professor deve

proporcionar uma regulação interativa, desenvolvendo o caminho para a autoavaliação do aluno. Adotando um papel de orientador nesse crescimento. De acordo com a mesma autora, (2008, p.13):

A avaliação formativa passa então a ser vista como um processo de acompanhamento do ensino e aprendizagem. O seu objetivo é acima de tudo ajudar a compreender o funcionamento cognitivo do aluno face a uma dada situação proposta. Não é a correção do resultado o seu foco de atenção, mas antes a interpretação que procura a compreensão dos processos mentais dos alunos.

Ao longo dos anos a cultura da avaliação na sala de aula tem sofrido algumas mudanças. O aluno assume cada vez mais um papel de intervenção no processo de avaliação. Para que tal aconteça é necessário diversificar modos e dispositivos de avaliação que permitem a implicação do aluno no seu próprio processo de avaliação, ou seja, dotar o aluno com ferramentas que lhe permitam desenvolver a sua autonomia e espírito crítico.

De acordo com Fernandes (2005) o aluno assume um papel ativo na participação nos processos de aprendizagem e de avaliação, na utilização do *feedback* dado pelo professor, na sua autoavaliação, na partilha de dificuldades e dúvidas e opiniões, no questionamento oral utilizado pelo professor, nas reflexões e produções escritas sobre um dado assunto. Assim, o aluno passa a ter um papel preponderante na avaliação, ajudando o professor a clarificar dúvidas.

Segundo as Normas para a Avaliação em Matemática Escolar – NCTM (1999), o principal propósito da avaliação é o de ajudar os professores a conhecerem melhor o que sabem os alunos sabem e são capazes de fazer.

Estes desígnios vão de encontro ao que é defendido por Jiménez (1988), sobre a necessidade de introduzir uma dinâmica na gestão da sala de aula que possibilite aos alunos explicar as suas decisões e ideias mesmo que estejam erradas. Questionar o erro e refletir sobre este no processo de ensino exige provocação de conflitos cognitivos e desequilíbrio de certezas.

Permite ao professor criar uma interação entre pessoas e objetos de avaliação, isto porque, o processo avaliativo decorre num dado contexto social. Como certifica Hadji (1997, p. 34), "o avaliador não é um instrumento de medida, mas o ator de uma comunicação social". A avaliação pretende ser um instrumento de regulação das aprendizagens, na medida em que os intervenientes no processo estabelecem mecanismos de aprendizagem que contribuem de forma consciente, a um progresso da mesma e, conseqüentemente, no conhecimento (Santos,

2002). É algo que regula e equilibra a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento de capacidades que fazem parte do próprio crescimento do aluno, quer como indivíduo, quer como membro de uma turma / escola. De acordo com Dias & Santos, (2008, p. 135):

(...) a avaliação reguladora das aprendizagens deveria ser a mais praticada nas Escolas, uma vez que é ela que poderá ajudar os alunos a melhorar a qualidade das suas aprendizagens, e não a avaliação sumativa, cujo objetivo é apenas classificar.

Numa perspetiva reguladora Gipps & Stobart (2003), mencionam as seguintes características da avaliação reguladora e formativa das aprendizagens: a) possui uma natureza intensamente formativa; b) envolve questões desafiadoras que permitem chegar a reflexões profundas; c) orienta processos e resultados de aprendizagem; d) é transparente, na medida em que explicita claramente os critérios de avaliação e e) envolve ativamente os alunos no processo de ensino / aprendizagem.

A regulação na aprendizagem pode acontecer em diversos momentos, antes, durante e depois da ação, correspondendo, respetivamente, à regulação proactiva, interativa e retroativa (Allal *et al.*, 1979). De acordo com Santos (2008, p.13), avaliação formativa “procura a consecução de objetivos”, a regulação proactiva, permite ao aluno antecipar e regular o processo, durante a execução da tarefa. Por último, a regulação retroativa incide sobre a análise da tarefa realizada. Ainda a mesma autora evidencia (2006, p. 109), "Pode facilmente perceber-se que este último tipo de regulação pode ser facilmente assimilado a processos avaliativos de natureza mais sumativa".

Desta forma, como é referido por Pinto & Santos (2006) “(...) a preocupação central da avaliação sumativa é construir um juízo avaliativo, normalmente traduzido numa nota, para tomar decisões de retenção ou de transição de ano, (...) o facto de a avaliação formativa estar mais próxima dos processos de aprendizagem, isto é, do trabalho quotidiano, leva os professores a olharem-na como algo de difuso e pouco claro no que respeita à construção de informações credíveis e utilizáveis” (p. 98).

De acordo com o Despacho Normativo nº 14 /2011 a avaliação formativa assenta nos seguintes pontos: 1) A avaliação formativa é a principal modalidade de avaliação do ensino básico, assume carácter contínuo e sistemático e visa a regulação do ensino e da aprendizagem, recorrendo a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, de acordo com a natureza das aprendizagens e dos contextos em que ocorrem; 2) A avaliação

formativa fornece ao professor, ao aluno, ao encarregado de educação e aos restantes intervenientes informação sobre o desenvolvimento das aprendizagens e competências, de modo a permitir rever e melhorar os processos de trabalho; 3) A avaliação formativa é da responsabilidade de cada professor, em diálogo com os alunos e em colaboração com os outros professores, designadamente no âmbito dos órgãos coletivos que concebem e gerem o respetivo projeto curricular e, ainda, sempre que necessário, com os serviços especializados de apoio educativo e os encarregados de educação, devendo recorrer, quando tal se justifique, a registos estruturados; 4) Compete ao órgão de direção executiva, sob proposta do professor titular, no 1.º ciclo, e do diretor de turma, nos restantes ciclos, a partir dos dados da avaliação formativa, mobilizar e coordenar os recursos educativos existentes na escola ou agrupamento com vista a desencadear respostas adequadas às necessidades dos alunos; 5) Compete ao conselho pedagógico apoiar e acompanhar o processo definido no número anterior.

É necessário ter presente a ideia de reflexão e tomada de consciência, para que o aluno possa evoluir individualmente, ao nível das suas aprendizagens e dos seus conhecimentos. De facto, para Hadji (1994), o objetivo da avaliação reguladora é possibilitar, de acordo com a realidade dos progressos registados e as dificuldades verificadas, adaptar o processo didático.

Num ato avaliativo é de todo imprescindível que ocorra uma partilha e explicitação dos critérios e, por conseguinte, a sua apropriação por parte dos alunos. Esta construção partilhada ocorre num ato de negociação e transparência entre o professor e o aluno. Desta forma, são criados instrumentos avaliativos, que conduzem à reflexão sobre a natureza do erro. Quando tal acontece, estão estabelecidas condições favoráveis ao desenrolar do processamento da aprendizagem (Meirieu, 1988; Santos, 2008).

De acordo com Santos (2006, p. 1), "todo e qualquer ato de regulação tem necessariamente que passar pelo papel ativo do aluno (...) as teorias cognitivas da aprendizagem apontam que esta atividade implica inevitavelmente a ação do próprio".

Assim, permite ao professor perceber como se dá a apropriação do saber por parte dos alunos, explorando as suas dificuldades e, por conseguinte, utilizar o erro como ferramenta para a aprendizagem.

Numa perspetiva formativa das aprendizagens, atribui-se ao aluno a "interpretação e tomada de consciência dos erros cometidos na realização de uma dada tarefa", pois só desta forma é que se consegue ultrapassar esse mesmo erro (Santos, 2008, p. 14).

Assim, numa ação formativa não se tem a intenção de reduzir o erro a um "rótulo", mas sim, a uma procura de compreensão que pode contribuir para o ensino e aprendizagem da Matemática. O erro em Matemática, ainda nos dias de hoje, está associado a uma anomalia,

uma disfunção. Por conseguinte, o ideal é a ausência deste (Buriasco, 2000). No entanto, justifica-se a necessidade de mudar e olhar sobre o erro, numa perspetiva de aprendizagem. “Enquanto a pedagogia do êxito atende basicamente aos resultados, a didática do erro leva implícita a reflexão e a revisão de tarefas, tanto do professor, como do aluno.” (Torre, 2004, p. 28).

Em qualquer processo de aprendizagem, o erro deve ultrapassar “o que se deve esconder” e mostrar-se como sendo algo natural e positivo. Abandonar a ideia associada ao erro como certo ou errado. Deste modo, "(...) o trabalho sobre o erro transforma-se num processo de aprendizagem, na medida em que identificar e compreender o erro é necessário para se saber" (Pinto & Santos, 2006, p. 88).

Aprendemos porque as nossas ideias, procedimentos e atitudes podem evoluir. Para que este processo seja eficaz será necessário desenvolver, no aluno, a sua capacidade de autoavaliação (NCTM, 1999).

O conhecimento dos erros, efetuados pelos alunos, conduz o professor a um questionamento e permite fornecer informações quanto às interpretações feitas por estes (Borasi, 1996). Assim, o professor deve estar atento aos diferentes tipos de erros cometidos pelos alunos e, desta forma, proporcionar condições para que os identifiquem, compreendam e sejam capazes de os superar. "A compreensão do caminho que o aluno fez, através da sua explicitação é tão importante como a descoberta do erro" (Pinto & Santos, 2006, p. 88).

A visão do erro como fonte de informação para o professor exige que haja uma partilha de ideias e práticas sobre a prossecução dos objetivos de aprendizagem, assim como, sobre o domínio das competências dos alunos.

A utilização didática do erro

Num olhar sobre o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007), deparamo-nos com uma visão mais alargada do conhecimento. Onde visa a importância de uma *avaliação transparente* onde uma solução errónea é vista não como algo que se deve punir mas sim, onde os erros aparecem como condutores de uma melhor aprendizagem, incentivando a autocorreção, por parte do aluno. Os erros produzidos pelos alunos no processo de aprendizagem da Matemática são um objeto de potencialidade ao desenvolvimento de competências essenciais ao indivíduo.

Nesta perspetiva os erros dos alunos são permitidos para atingir novas aprendizagens, abordando-os num carácter formativo. “Na verdade, os erros dos alunos podem ser tão importantes como as respostas certas. Através da análise dos erros o professor pode

aperceber-se das dificuldades que eles estão a sentir e do caminho a seguir para as colmatar.” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 103).

A reação do aluno na resolução de um problema, mesmo que errônea, fornece ao professor, uma quantidade de informações essenciais à ação pedagógica. Uma reflexão sobre o erro na sala de aula faz emergir múltiplas e complexas conexões que envolvem o processo de ensino e aprendizagem.

Note-se a mudança face à visão do erro desde os tempos mais longínquos até aos dias de hoje. “Hoje, o erro é tratado como um fator decisivo para se chegar ao acerto, tornando-o um aliado do conhecimento.” (Motta & Amorim, 2009, p. 1) Tal como refere Torre, (2007, p. 19) ter uma visão do erro não como um objetivo a atingir mas sim um ponto de referência que poderá servir como ponto de partida a novas descobertas e hipóteses.

Segundo Pinto (2000, p. 164 e 165), “O mais importante é o professor adotar uma atitude reflexiva diante do erro do aluno, procurando, não apenas, compreender o erro no interior de um contexto de ensino, mas também compreender o aluno que erra”. Desta forma, o erro passa a ter um papel importante no processo de ensino aprendizagem, utilizando o erro como um instrumento didático, conduzindo o aluno a um questionamento e verificação porque algo não foi realizado da forma correta (Torre, 2007, p. 27). Ainda segundo o mesmo autor (2007, p. 27):

O erro é uma variável concomitante ao processo educativo, porque não é possível avançar em um longo e desconhecido caminho sem se equivocar. Dito mais perentoriamente: não há aprendizagem isenta de erros.

Nesta perspectiva, a utilização do erro como uma interrogação didática, permite ao aluno errar e por sua vez, criar uma estratégia que o leva a refletir sobre um dado problema ou sobre as suas ações e desta forma, permite-lhe modificar os seus esquemas de pensamento. (Aquino, 1997, p. 36). Todavia, se o erro não provocar um conflito cognitivo no professor, ou seja, se o erro não despertar a atenção, não haverá um questionamento, face ao erro. Não existindo uma preocupação sobre qual a origem desse erro não ocorrerá mudança e o erro assume um papel negativo, não sendo condutor de aprendizagem. (Vasconcelos, 1994, p.5). “O erro é um sintoma, um indício de que o professor deve se aproveitar para seu diagnóstico.” (Torre, 2007, p. 78)

Ainda o mesmo autor, utiliza uma metáfora quando se refere ao tratamento do erro e dos benefícios para a melhor compreensão dos mecanismos de aprendizagem (Torre, 2003, p.129):

Quem poderia crer, antes de Pasteur, que injetando microrganismos portadores de uma doença no organismo humano este poderia lutar melhor contra ela? O erro seria, pois, como *a vacina que melhora os processos de aprendizagem*.

Valorizar o conhecimento do aluno e por sua vez, intervir no processo de aprendizagem como mediador. “(...) para que o questionamento constitua um contexto potencialmente regulador deverá ser intencional por parte do professor; ser feito sem constrangimentos de tempo, fazer parte de um processo de comunicação bilateral e formado essencialmente por perguntas de tipo aberto (Black & Wiliam, 1998b; Fernandes, 2005; Santos, 2004)” citado por Santos (2008, p. 22)

Mobilizar o professor para observar melhor o erro do aluno é instigá-lo a uma prática reflexiva, em que possa desenvolver sua criatividade, seu espírito crítico e cooperativo, no diálogo com todos os agentes escolares, rompendo com o individualismo e a rotina e, ao mesmo tempo, criando os laços de confiança necessários à sua autonomia docente. (Pinto, 2000, p. 173)

Vários estudos têm sido desenvolvidos sobre a temática do erro em Matemática. Cury (2007), referencia cerca de quarenta trabalhos de investigação sobre a problemática do erro como fonte de aprendizagem entre 1940 e 2006. Tal como refere, a necessidade de compreender e questionar o “erro” como ponte de ligação ao conhecimento, levou autores a realizarem diversas investigações nesta área, como por exemplo: Smith (1940), nos Estados Unidos da América; Kent (1978), na Inglaterra; Clements (1980); Gómez (1995), em Espanha; Schechter (2006) nos Estados Unidos da América.

De acordo com Torre (2004), o erro é uma variável presente no processo educativo, porque não há possibilidade de avançar no conhecimento e no próprio desconhecido sem que ocorra um equívoco. Assim não há aprendizagens isentas de erros. Popper (apud Kuhn, 1979, p. 17): “todos podemos, e aprendemos, com os nossos erros”.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

Opções metodológicas

Este estudo tem por objetivo primordial contribuir para a compreensão de como os erros, produzidos em tarefas que envolvem o tópico matemático Números e Operações, podem constituir um caminho à aprendizagem. Além disso, pretendemos estudar dispositivos de regulação que o professor pode usar na sala de aula para ajudar os alunos a tomar consciência dos seus erros e a usá-los como ponte para a aprendizagem. Deste modo, esta investigação seguiu uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo.

As vantagens do uso de dados qualitativos na pesquisa educacional são muitas, nomeadamente porque permitem apreender o carácter complexo e multidimensional na sua manifestação natural (Tikunoff & Ward, 1980). Desta forma, fui uma investigadora que assumiu um papel interventivo, de ação. Para a realização desta investigação a investigadora foi também professora da turma. Tendo em conta as questões do estudo, pretendeu-se descrever e compreender através de uma lógica de descoberta. "O investigador qualitativo enfatiza os episódios significativos, a sequencialidade dos acontecimentos em contexto, a totalidade do indivíduo" (Stake, 1995, p. 57). Os investigadores qualitativos privilegiam a compreensão das complexas inter-relações entre tudo o que existe. De acordo com esta perspetiva, o objeto da investigação social centra-se na ação (Erickson, 1986). "O comportamento físico e ainda os significados que lhe atribuem o ator e aqueles que interagem com ele. O objeto da investigação social interpretativa é a ação e não o comportamento" (Erickson, 1986, p. 127).

Na investigação qualitativa, segundo Bodgan e Biklen (1994), as questões a investigar são determinadas com o objetivo de estudar o fenómeno em toda a sua complexidade e no contexto natural. Portanto, não são formuladas hipóteses que se pretendam testar, mas antes questões que orientam o estudo.

Como *design* desta investigação optámos pelo estudo de caso. De acordo com Selltiz, Jahoda, Deutsch e Cook (1965) um estudo de um objeto em particular é perfeitamente justificável, uma vez que, para além de tornar possível a produção de um novo conhecimento, pode fornecer – ainda que indiretamente – elementos proveitosos para estudos posteriores, contribuindo para a compreensão de outros objetos. Yin (2002) refere-se a esta abordagem como sendo a que mais se apropria à investigação em educação, quando o investigador é confrontado com situações tão complexas, que é difícil identificar as variáveis consideradas

importantes. Esta modalidade na investigação, está ligada as questões, colocadas pelo investigador: Como? Porquê?

O investigador, segundo o mesmo autor (1994), que pretende efetuar um estudo de caso deve possuir seis capacidades básicas: 1) elaborar boas perguntas; 2) ouvir com atenção o relato dos participantes da investigação; 3) não se deixar influenciar pelos seus próprios preconceitos e ideologias; 4) adaptar-se às situações que não estavam previstas no plano de trabalho inicial; 5) confrontar dados divergentes; 6) contornar implicações que podem contaminar a validade da pesquisa.

Os Participantes

Este estudo foi realizado numa turma da Escola Básica do 1.ºCiclo/JI Padre Agostinho da Silva situada em Tires, concelho de Cascais. Pertence, juntamente com mais cinco escolas, ao Agrupamento de Escolas Matilde Rosa Araújo. É uma escola muito antiga, tendo sido construída há 25 anos. Ao longo dos anos, tem vindo a ser remodelada com a construção de novos blocos, pelo que já não apresenta o seu aspeto original. É composta por quatro blocos onde funcionam seis salas de aula para o 1.º Ciclo e uma sala de Ensino Pré – escolar. Abarca no total sete turmas, tendo cerca de 160 alunos do 1º Ciclo e Pré-escolar. Os alunos que frequentam a escola são de um estatuto económico médio-baixo, tendo alunos com grandes carências económicas, afetivas e emocionais.

Em relação ao espaço físico, tem um logradouro amplo, de piso irregular e árido. O seu espaço exterior é de grande dimensão no entanto, tem um piso muito irregular. Possui um campo de futebol. A Escola será demolida no ano de 2013 com vista a ser edificada uma nova escola munida de melhores condições físicas para alunos e professores.

Este estudo foi realizado numa turma do 2.º ano de escolaridade do 1.º ciclo do ensino básico. A turma do 2º ano B é uma turma heterogenia, constituída por alunos com diferentes níveis de aprendizagem e conhecimentos. É composta por treze alunas do sexo feminino e treze alunos do sexo masculino. Dos vinte e seis alunos, cinco foram transferidos de escola, um do sexo masculino e quatro do sexo feminino.

É uma turma bastante cooperativa e empenhada na elaboração das atividades. São alunos que de uma forma geral têm gosto em aprender, querem sempre saber mais, são curiosos e esforçados para obter bons resultados. Têm um bom relacionamento entre pares.

Os encarregados de educação colaboram sempre que solicitados. A distribuição dos Encarregados de Educação dos alunos por qualificação académica foi igualmente considerada

na caracterização da turma (Quadro 4) e os dados recolhidos revelaram um nível médio de habilitações escolares.

Quadro 4: Distribuição dos Encarregados de Educação por habilitações literárias

Habilitações literárias	Número de encarregados de educação
Até ao 4º ano	5
2º ciclo	8
3º ciclo	12
Secundário	12
Bacharelato	0
Licenciatura	4
Mestrado / Doutoramento	0
Sem dados	4

Foram seleccionados três alunos, que constituíram os estudos de caso, de acordo com os seguintes critérios: Todos os alunos expressarem vontade em participar no estudo e terem as autorizações dos encarregados de educação para participar na investigação. A partir deste grupo de alunos, a seleção foi feita tendo em conta os seguintes critérios: atitude face à disciplina de Matemática; o aproveitamento escolar em Matemática; e a curiosidade evidenciada nas aulas de Matemática; Após a aplicação dos critérios foram constituídos alunos caso a Carla, o Carlos e o David que se diferenciavam pelo aproveitamento escolar.

A Carla é uma aluna com aproveitamento menos satisfatório, mais insegura face aos outros elementos do grupo, embora em geral consiga adquirir novos conhecimentos, exhibe dificuldades em chegar à solução correta nas tarefas propostas.

O Carlos consegue expressar-se oralmente, realiza as tarefas, mas nem sempre com sucesso, revela dificuldades em explicar o raciocínio que desenvolveu aquando a realização da tarefa, não justificando o processo de resolução seguido.

Por último, o David é um aluno que consegue atingir o sucesso na realização das tarefas. Oralmente encontra a solução correta. É, muitas vezes, o fio condutor para os colegas do grupo. Mas nem sempre consegue explicar e concretizar a tarefa no papel.

Para a realização do estudo foram efetuadas todos os procedimentos legais. Por forma a garantir questões de ordem ética, solicitámos autorizações à Diretora do Agrupamento de Escolas (Anexo I), à Escola (Anexo II) onde se realizou o estudo e aos encarregados de educação de todos os alunos da turma (Anexo III). "Os procedimentos para conseguir acesso baseiam-se na expectativa contínua de que são necessárias autorizações" (Stake, 1995, p. 74).

Foi garantido o anonimato de todos os intervenientes, para o que foi pedido aos alunos caso que escolhessem nomes fictícios para serem utilizados durante todo o estudo. A opção foi Carla, Carlos e David.

Os restantes alunos da turma realizaram sempre as tarefas e as reflexões escritas. Todos os alunos foram previamente informados em que consistia o estudo e qual o seus objetivos. Foi também explicado a todos qual o motivo da escolha específica dos três alunos caso.

Contextualização pedagógica

A escolha das tarefas teve como suporte o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al*, 2007) e o tema *Números e Operações* partilhando das ideias propostas no programa “promover a compreensão dos números e operações, desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo” (Ponte *et al*. 2007). A sua elaboração pretendeu dar destaque à consecução dos seguintes objetivos gerais de aprendizagem: ser capaz de resolver problemas; raciocinar e comunicar em contextos numéricos; compreender as operações e ser capaz de operar com números naturais e racionais não negativos na representação decimal. Na seleção das tarefas pode “(...) residir a essência de um processo de ensino orientado para a resolução de problemas, para o desenvolvimento dos processos mais complexos de pensamento” (Fernandes, 2005, p. 16). Este autor refere ainda que as tarefas devem ser diversificadas, relacionadas com a vida e devem promover a utilização de materiais manipuláveis e o envolvimento dos alunos em trabalhos de projeto e de grupo.

A aplicação de todas as tarefas teve sempre em atenção as questões do estudo, as orientações curriculares e a planificação anual e mensal para o 2º ano de escolaridade.

Todas as tarefas foram realizadas por toda a turma, estando os alunos organizados em grupos de 3 a 4 alunos. O grupo de estudo tinha apenas os três alunos caso. A opção por este método de de trabalho na sala de aula justifica-se pelo intenção de instigar uma cultura de entreajuda e colaboração entre os pares, estimular a autonomia, através da discussão de ideias, promovendo ainda uma reflexão crítica sobre os processos de resolução, onde o erro passou a ter um papel importante na aprendizagem.

Tarefa 1

A tarefa número 1 (Anexo IV) foi adaptada do livro *Matmagicar*, da Porto editora. Foi apresentada na segunda semana de outubro. Pretendia-se que os alunos estabelecessem relações numéricas e utilizassem as operações da adição e subtração. Com esta tarefa os alunos teriam que descodificar o termo da “dezena”.

A tarefa foi realizada por toda a turma em grupos de três a quatro alunos por grupo. Após a distribuição da tarefa todos a leram silenciosamente. De seguida, entre eles, foi escolhido entre os membros do grupo um aluno que voltou a ler a tarefa em voz alta. Sempre que

sentiam necessidade chamavam a professora para orientar e ajudar a resolver alguma dúvida que surgia.

Tarefa 2

A tarefa número 2 (Anexo V) foi retirada e adaptada do endereço eletrónico *fichasprimeirociclo.no.sapo.pt*. A escolha desta tarefa teve por base a planificação mensal e por objetivo a utilização de diferentes estratégias de cálculo; nomeadamente o aluno ser capaz de estabelecer relações entre a posição dos números.

A tarefa foi aplicada na segunda semana de novembro. Foi distribuída a todos os alunos da turma. Em grupo decidiam quem lia a tarefa. Após a leitura observaram a imagem do prédio e esquematizaram na sua folha de resolução uma representação pictórica do prédio, por forma a indicar quem vivia em cada andar.

Os alunos confrontaram entre si as diversas opiniões sobre a solução.

Tarefa 3

A tarefa número 3 (Anexo VI) foi retirada do livro *Matemática – Métodos alternativos*, de Isabel Belo, publicado pela K editora. A escolha desta tarefa esteve relacionada com a planificação mensal, tendo por objetivo: *Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano*. A tarefa estava relacionada com a época festiva, o Magusto. Foi aplicada na terceira semana de novembro de 2011. O problema foi debatido e analisado em grupo.

Pretendíamos a compreensão do sentido de número, utilizando um problema que podia ser real e familiar para os alunos.

Tarefa 4

A tarefa número 4 (Anexo VII) foi retirada e adaptada do mesmo livro da tarefa 3. A escolha desta tarefa esteve relacionada com a planificação mensal, procurando a consecução dos seguintes objetivos - *Adicionar, subtrair e multiplicar, utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito; resolver problemas envolvendo relações numéricas*.

O problema foi aplicado na semana seguinte à aplicação da tarefa 3. Para a sua resolução, os alunos tinham que observar a figura para conseguir responder às perguntas.

Tarefa 5

A tarefa número 5 (Anexo VIII) foi adaptada do endereço eletrónico *www.quadroegiz.com*. Foi escolhida tendo em conta a planificação mensal e os objetivos: *Leitura e análise de dados através de pictogramas; Incentivar os alunos a expor e discutir ideias matemáticas.*

O problema foi aplicado na segunda semana de dezembro de 2011. Nesta tarefa pretendia-se que os alunos analisassem em grupo, o pictograma mostrado na imagem.

Tarefa 6

A tarefa número 6 (Anexo IX) foi retirada do manual *Grande Aventura 2º ano Matemática*, publicado pela Texto Editora. A escolha desta tarefa esteve relacionada com os seguintes objetivos gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico: *desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito; ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;* e com os objetivos específicos: *Realizar contagens progressivas e regressivas, representando os números envolvidos; Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano.*

O problema foi aplicado na última semana de janeiro de 2012. A data da aplicação desta tarefa esteve relacionada com as férias de final de período e a ocorrência de visitas de estudo.

Tarefa 7

A tarefa número 7 (Anexo X) foi retirada e adaptada *Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo (2006-2007)* – Universidade de Évora. A escolha desta tarefa está relacionada com os objetivos gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico onde se pretendia: *desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito; ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;* e com os seguintes objetivos específicos: *Realizar contagens progressivas e regressivas, representando os números envolvidos; - Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; Compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano.*

O problema foi aplicado na segunda semana de fevereiro de 2012.

Tarefa 8

A tarefa número 8 (Anexo XI) foi retirada de um documento da autoria da ESE de Setúbal. Consultada através do endereço eletrónico http://projectos.es.eip.pt/pfcm/?page_id=32. A escolha desta tarefa está relacionada com os objetivos gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico onde se pretendia: *desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito; ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;* e com os seguintes objetivos específicos: *Realizar contagens progressivas e regressivas, representando os números envolvidos; Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar; Compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório; Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano; Resolver problemas envolvendo relações numéricas.* Com esta tarefa pretendíamos que os alunos encontrassem diversas formas de contagem e criassem uma relação entre a adição e a multiplicação.

Este problema foi aplicado na terceira semana de fevereiro de 2012.

Tarefa 9

A tarefa número 9 (Anexo XII) foi retirada e adaptada *Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo (2006-2007) – Universidade de Évora*. A escolha desta tarefa relacionou-se com os objetivos gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico onde se pretendia: *desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito; ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;* e com os seguintes objetivos específicos: *Realizar contagens progressivas e regressivas, representando os números envolvidos; Compreender a adição e a subtração nos sentidos combinar e acrescentar, retirar, comparar e completar; Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano.*

O problema 9 foi aplicado no início do mês de março de 2012. Este problema apenas foi realizado porque nas três primeiras tarefas não havia evidência de erros cometidos pelos alunos. A negociação do não uso da borracha aconteceu a partir da tarefa 4. Desta forma, sentimos necessidade de aplicar mais uma tarefa.

Instrumentos da recolha de dados

Num estudo de índole qualitativa existem uma diversidade de instrumentos e procedimentos para a recolha de dados. Esta diversidade permite-nos uma maior credibilidade e viabilidade do estudo (Chagas, 1993; Machado, 2004). Assim, os instrumentos de recolha

de dados utilizados foram: a observação participante de aulas (gravação áudio), as notas de campo, a entrevista (gravação áudio) e a recolha documental (resoluções das tarefas e reflexões escritas dos alunos). Estas são técnicas que usualmente se utilizam num estudo que segue o paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994).

Os instrumentos utilizados, no seu conjunto, permitiram constituir uma reunião de evidências, respondendo-se assim às questões da investigação. A recolha de dados (aplicação das tarefas aos alunos caso) realizou-se, durante os meses de outubro a março de 2012.

Entrevistas

"Numa abordagem qualitativa espera-se que cada entrevistado tenha expectativas, memórias, convivências, histórias, entre outros, diferentes" (Stake, 1995 p. 81). A entrevista é definida por Haguette (1997, p. 86) como um "processo de interação social entre duas pessoas na qual uma delas, o entrevistador, tem por objetivo a obtenção de informações por parte do outro, o entrevistado". De acordo com Bogdan e Biklen (1994 p. 134), as entrevistas são um meio para "recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo".

Existem três tipos de entrevista em termos de grau de estruturação: as estruturadas, as semiestruturadas e as não estruturadas. Na investigação foi utilizada a entrevista semiestruturada, uma vez que desta forma, conseguiu-se ter uma linha de orientação e permitiu ao aluno a discussão, não limitando as suas reflexões. Para a realização das entrevistas foi elaborado um guião (Anexo XIII), maioritariamente com questões abertas, orientadas de forma flexível para integrar alterações na sequência prevista ou questões não planeadas. Motivadas pelas intervenções do entrevistado, criando condições para o entrevistado explorar as questões propostas e dessa forma compreender os seus pontos de vista. Segundo Stake (1995, p. 82), "As perguntas principais devem estar sempre presentes na mente do entrevistador, devem ser cuidadosamente elaboradas algumas perguntas exploratórias, e fazer de vez em quando a pergunta idiota de recapitulação, para se assegurar de que o que foi dito foi mesmo dito, ou para saber se queriam dizer o que claramente não foi dito".

A entrevista realizou-se a 10 de outubro de 2011. Esta foi realizada no mesmo dia aos três alunos caso, mas em momentos separados. Teve a duração entre 15 a 20 minutos. Com a sua aplicação pretendia-se recolher dados para caracterizar cada aluno, explorar as suas conceções face ao erro, anteriores à investigação, e qual a sua reação perante o erro matemático. Foi

também questionado o tema da avaliação e a disciplina de Matemática. Desta forma, a entrevista permitiu descobrir o que os sujeitos sentem, o que pensam e como agem (Guimarães, 2003).

Observação de aulas

A observação de aulas foi de natureza participante, pois houve uma conjugação de papéis, o de professora e o de investigadora. Este tipo de observação é uma técnica que permite ao investigador assumir uma série de funções dentro do estudo de caso, não sendo apenas um simples observador dos acontecimentos (Yin, 2002). Bogdan e Biklen (1994) dizem mesmo que é a técnica de recolha de dados mais adequada para um estudo de caso, quando focado numa determinada realidade particular.

A observação é um processo formal, fortemente relacionado com os objetivos do estudo, a que se recorre para representar determinada realidade (Evertson & Green, 1986). Stenhouse (1993) destaca duas características da observação participante: (1) um observador participante envolve-se no contexto que observa, partilhando os hábitos e os costumes da comunidade em que se encontra inserido; (2) a necessidade de manter um certo distanciamento da realidade que se observa. Stake (2000, p. 465), refere que “a observação participante implica, simultaneamente, um envolvimento emocional e um distanciamento objetivo”. Deste modo, exige-se do investigador uma maior capacidade de reflexão e de sentido crítico face ao objeto observado, do qual faz parte.

Tendo em conta o papel enquanto professora-investigadora, recorreremos à gravação áudio das aulas onde foram realizadas as tarefas aplicadas, com o objetivo de poder retirar posteriormente, aquando a análise, algo que no dado momento não foi conseguido. Observaram-se nove aulas. De acordo com Stake (1995, p. 72), as gravações (...) “fazem um registo maravilhoso que pode ser analisado pelo investigador para uma interpretação agregativa”.

A elaboração das notas de campo, no final de cada sessão, permitiram registar o que aconteceu, relatando os episódios ocorridos. De acordo com Lessard-Hébert et al. (2005), tais produções fazem parte da subjetividade do investigador, uma vez que contêm perceções e expectativas pessoais. São notas onde se registam aspetos que se consideram relevantes e marcantes face à investigação.

Recolha documental

A recolha documental (reflexões escritas) incidiu sobre o processo de resolução das tarefas. Tal como refere Borasi (1996), o professor pode remediar *falhas* encontradas nas respostas dos alunos, pode auxiliá-los na descoberta de novos conceitos a partir da análise de erros cometidos ou pode pesquisar processos cognitivos dos alunos a partir das suas respostas a questões orais ou produções escritas.

A análise dos dados

Segundo Miles e Huberman (1984), a análise dos dados é feita através da constituição de categorias e codificação, utilização de mapas-padrão e posteriormente a elaboração da parte que integra a descrição, criando uma matriz de listagem de variáveis. Esta permite ter a informação de forma sistematizada, com uma descrição clara e fundamentada a partir dos dados. Procura-se encontrar respostas com base numa reflexão, reconstrução / recontextualização dos dados recolhidos. Por fim, procede-se à elaboração de redes causais que nos permitam o cruzamento dos dados e a sua partição no sentido de procurar respostas às perguntas inicialmente colocadas.

Para a análise dos dados tendo em conta uma avaliação reguladora, o quadro teórico desenvolvido no capítulo anterior desta dissertação contribuiu para a categorização e interpretação dos dados, em particular a análise de erros cometidos pelos alunos durante o período de recolha de dados, as estratégias utilizadas para ultrapassar os erros e os mecanismos de regulação utilizados que permitiram o sucesso da resolução da tarefa como a compreensão e reflexão do processo de resolução. Essa análise foi feita tendo em conta, um processamento de escrita aprofundada, desenvolvida num processo em que interação elementos teóricos e empíricos relativos aos dados recolhidos, procurando a compreensão e a descrição do tema inicial proposto (Miles & Huberman, 1984). Essa análise teve por base tipificações de erros de autores como: Brosseau, (2001); Movshovitz *et al.* (1987); Socas (1997).

A análise de documentos permitiu essencialmente, a comprovação e valorização das evidências recolhidas de outras formas, mas também a elaboração de inferências (Yin, 2002).

Para a apresentação dos casos, bem como para a análise das tarefas, recorreremos a excertos da entrevista e das produções áudio. Fizeram também parte as resoluções escritas pelos alunos, das tarefas e as reflexões escritas no final de cada tarefa. Foram também tidas em conta as notas de campo realizadas pela professora-investigadora.

CAPÍTULO IV – APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Este capítulo inicia-se com uma breve apresentação de cada aluno caso, onde é feita uma referência às suas concepções face à disciplina de Matemática, ao erro, e ao tema da avaliação.

Carla

Apresentação

A Carla é uma menina de oito anos que não tem irmãos e vive com os pais. Tem uma relação muito próxima com os avós maternos, que vivem perto da escola. Frequenta a escola Padre Agostinho da Silva desde o ano letivo de 2010/2011 integrada sempre na mesma turma.

É uma criança dócil, meiga e simpática. É um pouco insegura e por vezes tenta passar despercebida. Quando enfrenta um desafio não reage bem devido à sua insegurança. No entanto, tem feito progressos a esse nível.

Tem uma boa relação com os colegas. Não gosta quando as atividades envolvem algum esforço físico, como por exemplo correr. Mesmo participando, acaba por desistir.

Afirma que a disciplina que mais gosta é a Matemática “A minha preferida é Matemática. Porque é onde posso fazer contas e aprender mais números.” (Reflexão escrita 04 de junho de 2012). Associa a Matemática ao trabalho dos números e às operações. “Penso em trabalho (...) com números e em contas.” (entrevista a 10 de outubro de 2011). Tem a disciplina de Matemática como algo importante, como refere na entrevista:

Professora - Achas que a Matemática é importante?

(Abana a cabeça dizendo que sim)

Professora - Porquê?

Carla - É importante porque é bom para nós aprendermos e para quando formos grandes sabermos mais coisas.

Professora - E o que achas que podes aprender que será importante para ti quando fores crescida?

Carla - Contas... As coisas da Matemática.

(...)

Carla - A minha mãe também gostava muito.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

No começo da aplicação do estudo a Carla tem uma visão dos processos de avaliação um pouco simplista. Associando o termo a algo mensurável. Para ela avaliar significava catalogar e de acordo com a leitura do excerto da entrevista recolhida no início do estudo, a aluna não tem completa certeza quanto ao seu papel nos processos de avaliação, como refere na entrevista:

Professora - Já ouviste falar de avaliação matemática?
Carla - Já.
Professora - E quando ouves falar desse assunto o que é que pensas que é? O que é que consegues associar a essas palavras?
Carla - Penso que vou ter tudo bom... Às vezes posso ter mais ou menos...
Professora - E o que é que tu achas que é avaliação?
Carla - Avaliação acho que é para dar as notas de comportamento.
Professora - E para que serve?
Carla - Para que serve?
Professora - Sim.
Carla - É para dar o comportamento das notas.
Professora - E quem é que avalia?
Carla - São os professores.
Professora - Só os professores?
(pausa)
Professora - Os alunos também podem avaliar?
Carla - Acho que sim.
Professora - Já alguma vez avaliaste?
Carla - Hum... Penso que não.
Professora - Nunca avaliaste nada?
Carla - Penso que não.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

No final da aplicação do estudo a Carla referia o seguinte sobre avaliação “Avaliar as coisas é para ver se está bem. Quem avalia é a professora e os alunos. A professora avalia quando todos acabam e vê se está bem e os alunos avaliam quando veem os erros.” (Reflexão escrita a 04 de junho de 2012). Assim, embora para a Carla o significado de avaliação seja ainda redutor revela uma diferença significativa, incluindo-se no processo de avaliação e apontando a sua importância.

Conceção face ao erro

Face à questão do erro em Matemática, a Carla tem noção do que é errar. Reconhece que se engana e afirma que tenta corrigir e para isso usa a borracha. Mas afirma que não usa a borracha como primeiro recurso. Inicialmente, volta a ler e tenta refletir sobre o seu erro, como explica:

Professora - Erras muitas vezes?
Carla - Mais ou menos.
Professora - O que é que costumavas fazer quando te enganas?
Carla - Apagar...
Professora - Apagas de imediato?
Carla - Não. Primeiro leio para ver se está bem e depois se pensar que está mal é que depois apago.

Professora - Geralmente és tu que descobres sozinha que está mal o que fizeste?

Carla - Às vezes os meus pais ajudam-me.

Professora - E se estiveres cá na sala?

Carla - Se estiver cá na sala... sou eu que descubro sozinha.

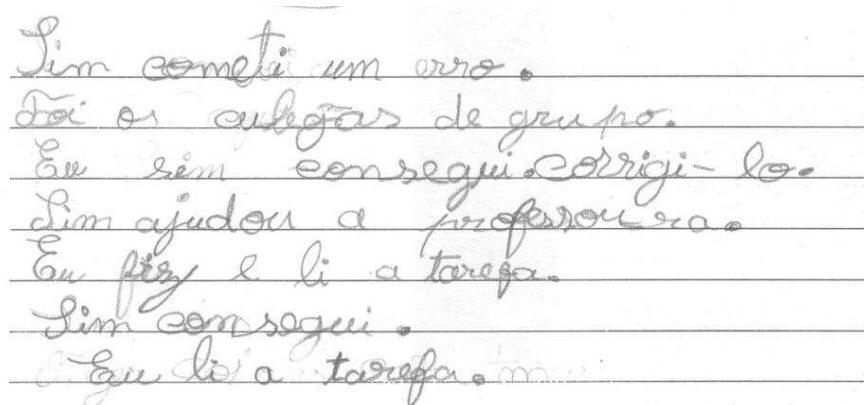
Professora - E já algum colega te ajudou?

Carla - Por acaso até não.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

Através da análise do extrato da entrevista realizada a 10 de outubro, é possível inferir que a Carla tem uma relação positiva face ao erro. Tenta encontrar o erro indicando como objetivo a solução correta. No entanto, lê antes de apagar para conseguir compreender o que de facto errou e qual a razão desse erro. Também na produção escrita pela Carla a 04 de junho de 2012 é possível ler-se “Acho que é bom porque aprendemos com os erros.”

No decorrer da aplicação das tarefas a Carla mostrou continuamente alguma dificuldade em expressar o que de facto conseguia aprender com os seus erros. Na maioria das reflexões escritas reconhece sempre o número de erros que comete em cada tarefa e quem a ajuda a solucionar a sua dúvida “Sim cometi um erro” (reflexão tarefa 5), como se pode observar por exemplo na figura 1:



Sim cometi um erro.
Dói os colegas de grupo.
Eu sim consegui corrigi-los.
Sim ajudou a professora.
Eu fiz e li a tarefa.
Sim consegui.
Eu li a tarefa.

Figura 1: Reflexão escrita da tarefa 2

A observação da reflexão presente na figura 1 permite-nos inferir que a Carla apresenta um discurso um pouco vago sobre a sua aprendizagem face ao erro cometido. Para esta aluna, a aprendizagem traduziu-se apenas na “leitura”, no recurso por ela utilizado para conseguir ultrapassar o seu erro e não o que conseguiu adquirir ao ter cometido o erro.

É possível fazer a mesma inferência na reflexão escrita sobre a tarefa 3 quando afirma “Sim consegui aprender”, mas sem expressar o que realmente conseguiu aprender.

No decorrer do estudo a aluna conseguiu expressar-se de forma cada vez mais exata sobre o erro matemático, denota-se na figura 2 onde se pode ler a importância atribuída, pela Carla, aos erros matemáticos na sua aprendizagem.

Depois de ter feito estas tarefas aprendi que com os autômatos as coisas podem ser precisas para aprender com eles, e também eu gostei muito de fazer esta tarefa.

Figura 2: Reflexão escrita da tarefa 8

Tipologia de erros

Na resolução da tarefa 4 (figura 3), na questão 1.1, a aluna considera apenas as rodas e ignora o número de carros. Tal facto poderá ter por base uma interpretação incorreta do enunciado do problema. Na versão 2 a Carla identifica que errou e corrige. Na questão 1.2, considera o dobro das rodas em vez do dobro dos automóveis, por conseguinte o dobro dos lugares de estacionamento, evidenciando uma utilização incorreta de dados. Depois, na versão seguinte, cingiu-se a uma parte da figura considerando apenas três dos automóveis em vez dos seis. A análise desta observação permite depreender uma distração na realização da tarefa (figura 3). Esta resolução da Carla ilustra erros interligados, isto é, começa por interpretar incorretamente o enunciado e, conseqüentemente, utiliza de forma incorreta dados. É ainda possível denotar um erro por distração.

Versão 1
 1.1- $4 \times 4 =$
 Versão 2
 1.1 $4 + 8 + 4 + 8 = 24$
 Os automóveis da figura têm 24 rodas.
 Versão 1
 1.2- $2 \times 24 = 48$
 O parque tem 48 lugares para carros.
 Versão 2
 1.2- $2 \times 3 =$
 Versão 3 $3 + 3 = 6$
 O parque tem 6 carros.

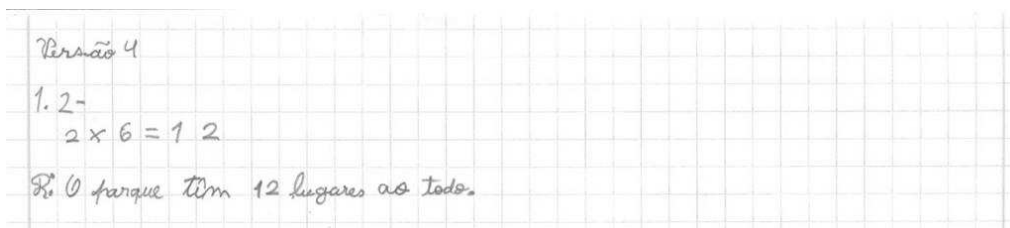


Figura 3: Resolução da tarefa 4

É possível encontrarem-se outros exemplos de resoluções realizadas por Carla que evidenciam erros decorrentes de interpretação incorreta da linguagem. É o caso da tarefa 5 onde a aluna interpreta de forma errada o valor de cada símbolo, ou seja cada “iogurte” representa a quantidade de vinte iogurtes, em vez disso a aluna considerou que cada símbolo correspondia a dez iogurtes, veja-se a resposta dada à questão 1 (figura 4). Ainda na mesma tarefa apresenta também erros de cálculo. Desta forma, a aluna condicionou a solução correta.

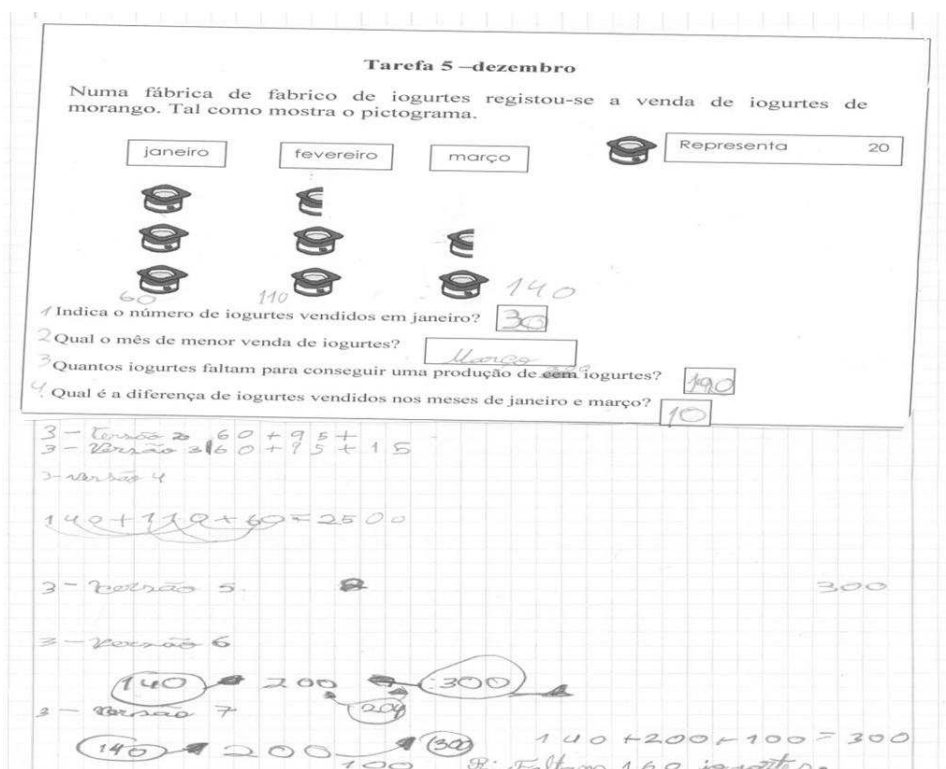


Figura 4: Resolução da tarefa 5

Através da observação da realização da tarefa e do excerto da reprodução áudio leva-nos a confirmar que a Carla sentiu dificuldades na compreensão do enunciado e também mostrou embaraço, quando a contagem dos números ultrapassou a centena. A Carla perdeu-se do seu objetivo inicial, embora conseguisse dizer quais os números que se seguiam, parecia dizê-los sem compreender quando parar, como se pode ler no extrato áudio da aula:

Carla - Se aqui temos sessenta...

Professora - Sim. Vamos ouvir a Carla que está a explicar.

Carla - Vamos juntar...

Professora - Quantos?

Carla - Aqui? (aponta para a folha da resolução da tarefa)

Professora - Sim.

Carla - Quarenta.

Professora - Quarenta. Então sessenta mais quarenta dá?

Carlos - Dá cem.

Professora - Então temos cem.

(A Carla exibia os dedos e contavam todos de dez em dez)

Carla - Cento e dez... cento e trinta.

David - Cento e quarenta.

Carlos - Cento e quarenta.

Professora - Parámos no número cento e quarenta. E queremos chegar a que número?

Carlos - Ao trezentos.

Carla - (...) Cento e sessenta... cento e oitenta... (pausa)

David - Professora não dá.

Professora - Não dá? Espera que a Carla está a fazer bem. Esta mão toda vale duzentos e aqui?

Carla - Trezentos... ai não... (começa a mostrar alguma indecisão e dúvida)

Professora - A Carla estava a contar de quantos em quantos?

Carlos - De dez em dez.

Professora - Então cada mão vale quanto?

David - Vale dez.

Carlos - Vinte.

Professora - Carla se contaste de dez em dez a tua mão vale quanto? Que valor tem no final?

Carla - Três. Ai...

David - Cinquenta.

Professora - (apontando para os dedos da Carla) Dez vinte trinta quarenta cinquenta. Sim está certo.

(...)

Professora - Do número duzentos até ao número trezentos quantos faltam?

Carla - Cem.

(Registo áudio a 06 de dezembro de 2011)

Da observação feita nas aulas aquando a realização das tarefas verificou-se que a Carla utilizava, com alguma regularidade, a mesma estratégia que os colegas do grupo empregavam para resolver a tarefa. Queria parecer que a aluna não pensava por si, mas seguia o que os outros faziam, sem antes considerar se estaria correta a estratégia usada. Logo que o colega revelava o seu erro, a Carla mostrava o seu descontentamento, pois também tinha errado. Na figura 5 a título de exemplo, pode ver-se que a Carla utilizou a mesma estratégia do David,

desenhou uma reta graduada onde os números correspondiam ao dias do mês. A Carla estava a considerar erradamente dias pares e ímpares quando a tarefa apenas mencionava a utilização dos números pares, no entanto desistiu, na primeira versão, antes de conseguir concretizar qualquer resposta. Depreende-se da observação da figura 5 um erro decorrente de um obstáculo cognitivo.

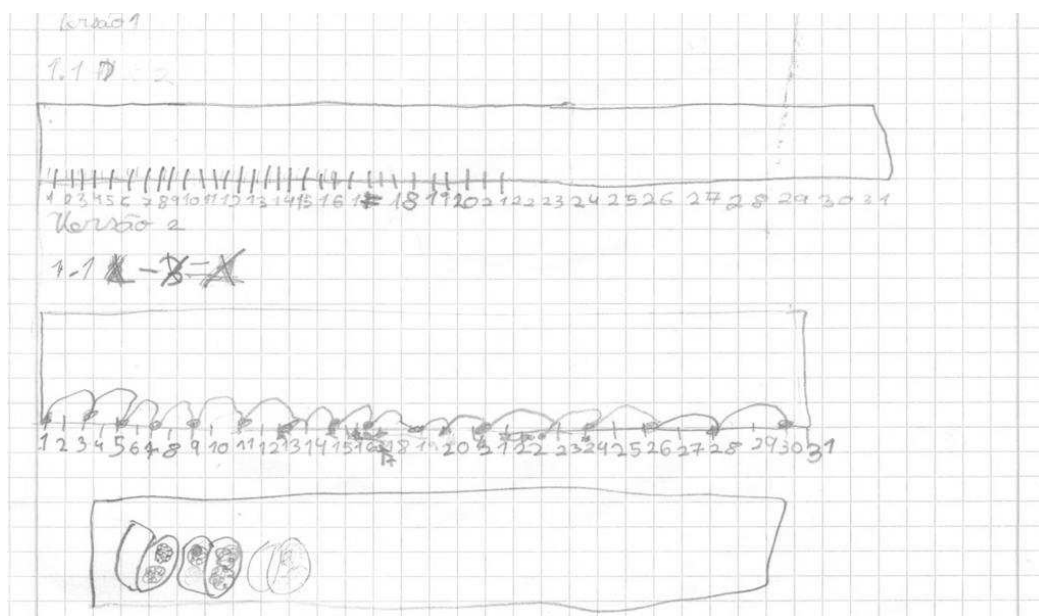


Figura 5: Resolução da tarefa 7

Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro

A Carla utiliza diversas estratégias para ultrapassar o erro matemático. Uma das estratégias a que recorre é o recurso a diversos tipos de representações: “Primeiro fiz uma tabela e não consegui depois fiz pauzinhos e não deu e depois fiz ao contrário. Consegui fazer melhor” (reflexão escrita a 30 de janeiro de 2012). Na tarefa 2 recorre não só à representação pictórica como também à representação numérica (fig. 6), e na tarefa 5 faz recurso a esquemas recorrendo ao uso de setas para não perder a contagem que estava a fazer (fig. 7).



Figura 6: Resolução da tarefa 2

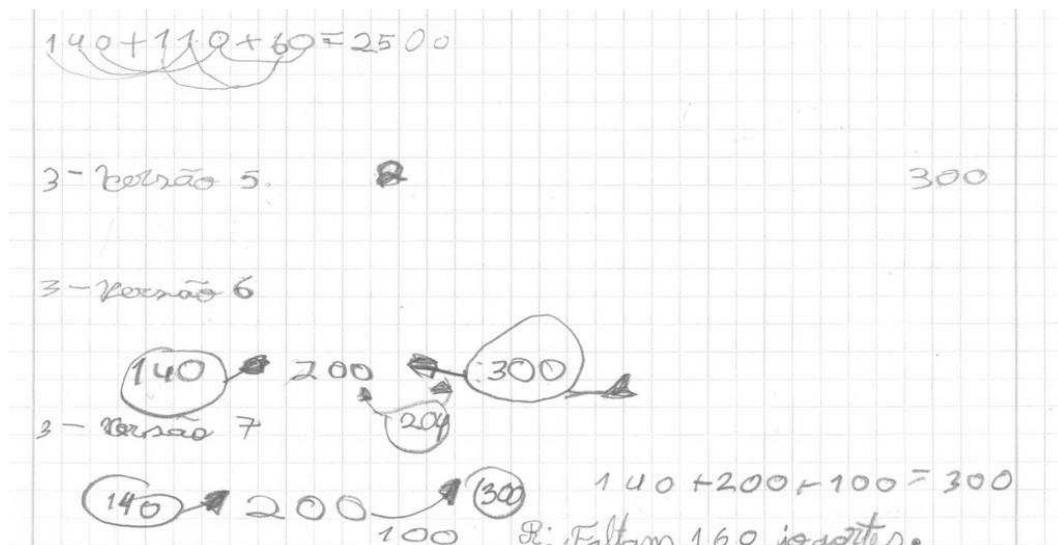


Figura 7: Resolução da tarefa 5

Segundo a Carla, na resolução da tarefa 5, utilizou também como estratégia para conseguir ultrapassar o seu erro, o auxílio dos colegas do grupo e da professora “Sim os colegas do grupo e a professora” (reflexão escrita 06 de dezembro de 2011)., O excerto seguinte da sala de aula evidencia como a interação com a professora e os colegas a ajudaram a identificar o erro e a corrigi-lo:

Professora - Vamos ouvir como é que a Carla fez.

Carla - Duas vezes... (pausa)

Professora - Porquê o duas vezes?

Carla - São os lugares do parque.

Professora - Mas o que é que significa este dois que está aqui? (apontando para a folha da Carla).

Carla - Porque é o dobro.

Professora - Certo. Então este dois é do dobro.

Estamos todos de acordo?

(Os alunos responderam de forma afirmativa)

Então será duas vezes um número. Porque é o dobro. Certo?

Carla - Sim.

Professora - Mas porquê o vinte e quatro?

Carla - Porque...

Professora - Porque será o vinte e quatro? O que significa este número?

(...)

Carla - É o número dos automóveis (responde com alguma hesitação).

Professora - É o número dos automóveis?

David - Não. É o número das rodas.

Professora - Mas então aqui na pergunta 1.2 pede o número das rodas?

Carla - Ai enganei-me (leva a mão à cabeça)

David - Não.

Carla - Pede o número dos lugares.

Professora - Pede o número dos lugares. Então aqui vamos precisar do número das rodas?

Carlos - Não.

David - Vamos precisar dos ricos dos três lugares (aponta para enunciado da tarefa)

Professora - Três lugares? Carlos achas que são três lugares?

David - Não são estes três e mais estes três.

Professora então no total são quantos?

Carlos e David - São seis.

Carla - Vou ter que fazer outra vez.

Professora - Então escreve versão dois.

(Registo áudio a 05 de novembro de 2011)

A aluna reconhece a importância do papel da professora como estratégia para ultrapassar o seu erro e embora não faça uma referência explícita ao questionamento oral, contempla-o como forma de detetar os erros “Sim a professora é que me ajudou a compreender” (reflexão escrita a 30 de janeiro de 2012)

Deste modo, o instrumento regulador utilizado pela professora, o questionamento oral, conduziu não apenas à ultrapassagem do erro que a Carla tinha inicialmente cometido, como possibilitou a consolidação de conhecimento e o diálogo estabelecido entre os membros do grupo que juntos conseguiram apoiar a Carla. A aluna refere ainda o recurso aos colegas do grupo como uma estratégia benéfica para a sua aprendizagem, quando diz “Sim cometi um erro. Foi o Carlos que o identificou. Ele fez primeiro porque fez quase tudo bem. Assim consegui corrigi-lo” (reflexão escrita 06 de dezembro de 2012).

No decorrer da aplicação do estudo a Carla foi adquirindo maior confiança nas estratégias utilizadas para resolver as tarefas e assim conseguir a solução correta. A sua confiança é notável pela comparação das suas reflexões escritas nas últimas tarefas. Em particular, na reflexão escrita da tarefa 7, a Carla reconhece não apenas o seu erro, como consegue explicar o que fez para o corrigir (fig. 8).

Lim cometi um erro primeiro não estava a perceber. Depois a professora na via te comigo. Voltamos a ler, escrevi os números do mês de janeiro e em cima dos números pares fiz bolinhas que eram os sabonetes. No fim contei e deu 75 sabonetes. A professora que se pode separar os números. Na pergunta 1.2 fiz a resposta e as bolhas que eram sabonetes. contei com ajuda da professora e fiz a resposta certa.

Figura 8: Reflexão escrita da tarefa 7

Na reflexão escrita da tarefa 8 (fig. 9), é possível inferir que houve uma evolução bastante positiva nas aprendizagens feitas pela aluna, uma vez que não comete nenhum erro, consegue explicar como resolveu a tarefa e por fim reconhece que o erro pode ajudá-la a atingir a solução correta se o conseguir compreender.

Eu não cometi um erro. Porque quando fiz eu senti que não tinha feito um erro. Esta tarefa eu contei por linhas.

Figura 9: Reflexão escrita da tarefa 8

Síntese

A Carla é uma aluna que esteve envolvida nas tarefas interrogando a professora ou os colegas do grupo quando necessário. Um pouco insegura e distraída por vezes, cometeu erros que facilmente eram evitados com um pouco mais de concentração.

Os erros evidenciados pela Carla na resolução das tarefas são erros descritos por diversos autores. Em particular foi possível identificar *Erros devidos a uma interpretação incorreta da linguagem* e *Erros devido a dados mal utilizados* (Movsovit et al., 1987); *Erro a um nível prático* (Brosseau, 2001); *Erros que têm origem num obstáculo cognitivo* (Socas, 1997); e *Erros devidos a distração* (Socas, 1997). Para ultrapassar os erros cometidos, a Carla utilizou diversas estratégias, como o uso de diferentes representações que possibilitaram estruturar o pensamento de forma diferente da inicial. Os dispositivos de regulação utilizados pela

professora tais como: o questionamento oral, as reflexões escritas, o trabalho realizado em grupo, ajudaram-na no seu percurso de aprendizagem, constituindo um auxílio ao pensamento estruturado levando-a a refletir sobre os seus erros e dificuldades. Conseguiu revelar maior autonomia no decorrer da aplicação das tarefas.

Embora as reflexões escritas nunca tivessem sido referenciadas pela Carla como um instrumento de apoio para um caminho condutor de aprendizagem, estas mostraram-se eficazes como foi possível verificar pela forma como a Carla foi expressando o seu pensamento no decorrer do estudo, estabelecendo a comparação com a fase inicial e final das tarefas. Desta forma, tendo em conta as evidências recolhidas é possível inferir que este instrumento se mostrou eficiente.

Carlos

Apresentação

O Carlos é um menino de sete anos de idade. Tem uma irmã gémea muito protetora. Vive com a mãe e mais quatro irmãos. É uma criança um pouco imatura nas brincadeiras, na forma “abebezada” como fala e até à data ainda não lhe caiu nenhum dente de leite. Tem um ritmo de trabalho um pouco lento. Este ano começou a revelar mais vontade de trabalhar elaborando sempre o que lhe é pedido. O Carlos frequenta a Escola do Primeiro Ciclo Padre Agostinho da Silva desde o ano letivo de 2010/2011 e está pela primeira vez no segundo ano de escolaridade com a mesma turma, de 21 alunos e a mesma professora.

A Matemática é a sua área curricular disciplinar preferida: “A minha área curricular preferida é a Matemática. Porque faço contas, gosto de fazer problemas, partir os números e o campeonato da tabuada.” É uma criança que relaciona a Matemática aos números e às contas afirmando com grande entusiasmo que a Matemática tem muitas contas: “(...) muitas”. Refere que a matemática assume um papel importante no dia a dia e que não podemos passar sem ela quando diz: (...) aprendo as moedas, as formas planas, mais contas de vezes até ao dez (...) gosto muito”.

O Carlos, no início do estudo, afirma que não conhece o termo “avaliação” embora no decorrer da entrevista refira alguns momentos de avaliação presentes na sala de aula quando diz: “(...) avalia... tu. (...) escreves frases num livro (...) algumas vezes escreves sobre mim” (Entrevista a 10 de outubro de 2011). No final da aplicação das tarefas, o Carlos já conseguiu definir melhor o conceito de avaliação matemática, embora seja uma ideia um pouco simplista e muito incompleta, quando escreve:

Eu penso que avaliar é corrigir e pensar. A professora Ana Alexandra é que me avalia e

eu. É a professora quando corrige as tarefas, testes, folhas e livros. Eu avalio, corrijo as coisas, as tarefas (...) Sim é muito bom avaliar porque é para passar de ano. (Reflexão escrita a 4 de junho de 2012)

Embora o Carlos não tenha muito desenvolvida a ideia de também ter um papel essencial no processo de avaliação, já se inclui, como é possível ler-se no seu registo.

Conceção face ao erro

O Carlos tem a noção de quando erra em Matemática. Observa com atenção o erro e tenta descobrir a solução correta. Afirma que quando erra usa a borracha para apagar esse erro, como é possível ler-se na entrevista:

Professora - Tu sentes quando erras? Dás contas que te enganaste?

Carlos - Sim.

Professora - E o que é que fazes quando erras? Quando tu te enganas o que é que tu fazes?

Carlos - Lápis de carvão ou caneta?

Professora - Lápis de Carvão.

Carlos - Apago!

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

O Carlos mostra-se pouco incomodado face ao erro. Embora não goste de errar, simplifica a questão dos erros em Matemática com o simples gesto de o corrigir de forma quase que instantânea recorrendo à borracha. Não hesitou em responder que apagava o seu erro, procurando eliminá-lo de imediato. Mas quando questionado sobre o processo que descreveu, refletiu e respondeu:

Professora - Apagas logo?

Carlos - Não (um não prolongado).

Professora - Não. Então o que é que fazes? Apagas? Só isso?

Carlos - Vejo se tenho erros.

Professora: Pensas no teu erro?

Carlos - Sim.

Professora - E depois?

Carlos - Depois apago e faço outra vez.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

Inicialmente aquando da realização das tarefas, sempre que os alunos erravam usavam a borracha. Só posteriormente foi negociado com todos que era impedido o seu uso por forma a registar os erros cometidos. Os alunos passaram a escrever as diferentes versões da resolução das tarefas, pois assim conseguiam refletir sobre o erro cometido e ultrapassá-lo.

Para o Carlos, o erro assume um valor positivo na aprendizagem, como explica:

Professora – Quando tu erras também se aprende?

Carlos – Sim.

Professora – Achas que erras muitas vezes?

Carlos – Não.

Professora – Não costumavas errar muitas vezes?

Carlos - Não.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

Apesar de achar que se podia aprender com os erros, o Carlos sentia dificuldades em expressar o que poderia constituir para si uma aprendizagem, como evidencia a reflexão escrita sobre a tarefa 1 “Consegui aprender mais ou menos”. No desenrolar da aplicação das tarefas, a sua conceção face ao erro foi-se construindo, passando a ver o erro de forma diferente, o que ajudou o Carlos a criar novas estratégias de resolução das tarefas. Como se lê na reflexão escrita da tarefa 7: “Eu aprendi que devia ter olhado para a caixa dos sabonetes.” E na reflexão escrita da tarefa 8: “Eu senti que estava a fazer bem. Eu já não erro muito. Eu gostei muito de fazer a tarefa 8.”

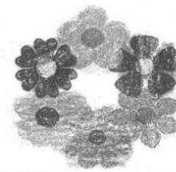
Tipologia de erros

Um dos erros frequentes na resolução de tarefas matemáticas é a interpretação da tarefa. A criança não consegue extrair a informação necessária para a resolução. Veja-se a título de exemplo, a resolução do Carlos relativa à tarefa 1:

Tarefa 1 – outubro

1. A Marta tem um grande jardim com rosas de várias cores. Resolveu fazer um arranjo de flores e colocou numa jarra, três dezenas de rosas vermelhas e uma dezena de rosas brancas. Sabe-se que a Marta tem no total cinco dezenas de rosas.

Quantas rosas tem a Marta de outras cores?



30 rosas vermelhas e uma dezena de rosas brancas.
 $50 + 30 = 80$
↓
rosas
 $50 - 30 = 20 = 2 \text{ dezenas}$
A Marta tem no total 20 rosas.

Figura 10: Resolução da tarefa 1

Como se pode observar na figura 10, o Carlos não conseguiu extrair os dados necessários à sua resolução. Ao rodear várias palavras que não são essenciais para o processo de resolver a tarefa, comete um erro poderá ter por base uma interpretação incorreta do enunciado do problema.

Os erros do Carlos também tiveram origem na descodificação dos termos matemáticos do enunciado “três dezenas; cinco dezenas”. Depreende-se da observação feita aquando da elaboração da tarefa, que o Carlos comete um erro decorrente de um obstáculo cognitivo. Foi necessário a intervenção da professora para orientar a resolução da tarefa como é possível ler-se:

Professora – Uma forma de podermos resolver mais facilmente a tarefa é sublinhar aquilo que está escrito. Sublinhar no texto o que precisamos de usar e o que queremos saber. Sublinhamos os dados. O que é que nós precisamos de usar?

Carlos – E depois fazemos uma bolinha?

Professora – Sim pode ser.

(Os alunos tentam resolver a tarefa).

Professora – (apontando para a folha do Carlos) porque sublinhaste isto aqui? Isto diz-te alguma coisa?

(O Carlos encolheu os ombros parecendo não estar a compreender o que era para fazer).

(Registo áudio a 21 de outubro de 2011)

No decorrer da aplicação das tarefas notaram-se alguns erros de procedimentos em algoritmos básicos, erros de cálculo, tal como evidencia o excerto do registo áudio da aula onde foi aplicada a tarefa cinco:

David – Professora o Carlos fez mal!
Professora – Então temos que ver o que é que o Carlos fez mal ou o que é que o David fez bem ou mal. De que pergunta estão a falar?
(...)
David – Oh Carla tu pensas que é para juntar um em um. Mas não é. É de cem em cem.
Carlos – Cem, cem, cem...
Carla – Não é vinte, vinte, vinte.
Carlos – Não é... É dez, dez...
Carla – Ai meu deus!
David – Espera que eu já sei.

(Registo áudio a 06 de dezembro de 2011)

Na figura 11 observa-se alguma confusão na utilização dos dados usados pelo aluno. Depreende-se da análise da figura, bem como da observação feita quando o Carlos realizou a tarefa, que existem erros de distração. Por vezes este tipo de erros deve-se a um descuido por parte da criança que não teve a atenção necessária para a resolução.

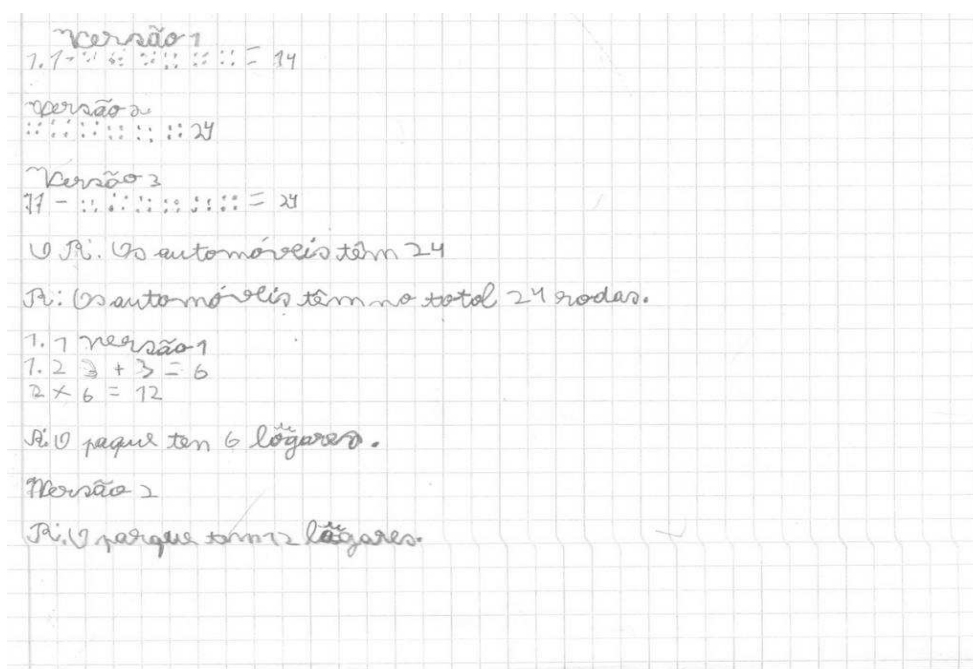


Figura 11: Resolução da tarefa 4

Na questão 1.1 a primeira resposta está incorreta pois está escrito 14 em vez de 24. Com o auxílio do grupo, o Carlos conseguiu ultrapassar o seu erro.

Através da análise da tarefa 5 podemos inferir que há um erro cognitivo e que por sua vez, originou um erro de cálculo. Estes dois erros estão interligados, ou seja, quando a contagem dos números ultrapassa as centenas, o Carlos sente dificuldade em conseguir manter o número anterior, por forma a continuar a adição (figura 12).

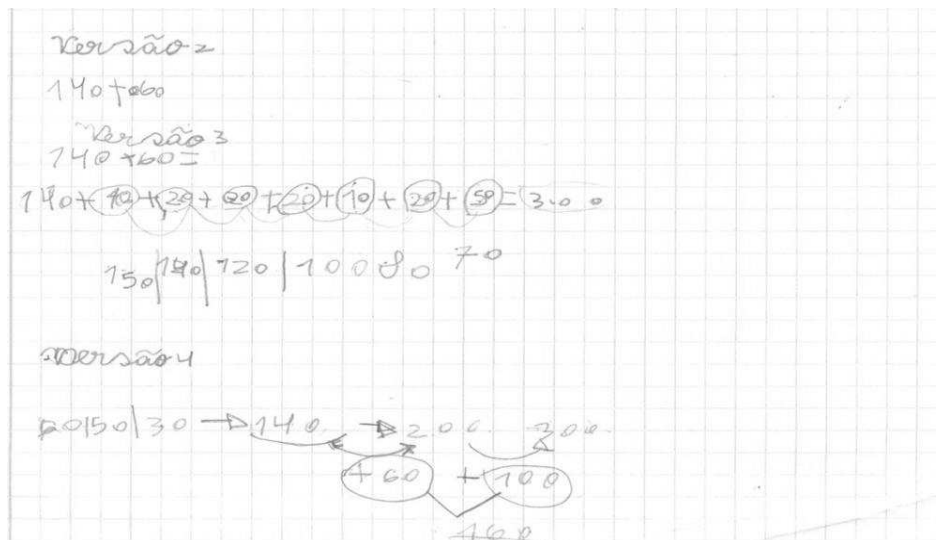


Figura 12: Resolução da tarefa 5

Dada a análise, o grupo preocupa-se em descobrir a solução correta discutindo e debatendo qual a melhor forma de conseguir obter um resultado correto. Todo o grupo tem dificuldade em resolver de forma correta a questão três porque não conseguem manter o seguimento correto da contagem dos números:

- Professora – Vamos ver como é que o Carlos fez.
 Temos todos números diferentes cento e quatro, cento e sessenta e cento e noventa.
 Quem quer começar a explicar como fez?
 David – Professora, eu não explico porque acho que a Carla tem razão.
 Professora – Vamos ouvir a Carla. Carlos para agora o que estás a fazer e ouve também a Carla.
 Carla – Se aqui temos sessenta vamos juntar...
 Professora – Quantos?
 Carla – Aqui?
 Professora – Sim.
 Carla – Quarenta.
 Professora – Então sessenta mais quarenta dá?
 Carlos e David – Sessenta mais quarenta?
 Carlos – Cem.
 Professora – Então temos cem. E não falta mais nada aqui na Carla?
 Carlos – Sim faltam dez.
 Professora – Então temos?
 Carlos e Carla – Cento e dez.

Carlos – Cento e trinta, cento e quarenta.

Professora – Agora paramos no número cento e quarenta. E temos que chegar a qual número?

Carlos – Ao trezentos.

(Registo áudio a 06 de dezembro de 2011)

Observa-se na sua folha da resolução da tarefa 5 na versão quatro da figura 12, um esquema onde a criança consegue tomar consciência dos erros e consegue remediá-los e clarificá-los, explicando como obtém o resultado correto. O mesmo também se constata na leitura da reflexão escrita da tarefa 5 (figura 13).

Na resolução da tarefa cometeste algum erro? Quem o identificou primeiro, tu ou um colega do teu grupo? Conseguieste corrigi-lo? Alguém te ajudou? O que fizeste para o ultrapassar? Conseguieste aprender com o teu erro? Se sim, o quê?

Eu me perguntei se comete um erro.
Quem o identificou primeiro fui eu.
Eu consegui corrigi-lo. Eu consegui corrigi-lo porque pensei pela a cabeça e sabia que cada iguete inteiro valia 2 e metade valia 1.
Eu me ajudou pois meu grupo e a professora.
Eu fiz para ultrapassar contas e quadradinhos e depois contei.
Eu consegui aprender com o meu grupo.
Eu consegui aprender contas e quadradinhos que cada iguete inteiro valia 2 e metade era 1.

Figura 13: Reflexão escrita da tarefa 5

Na apreciação da reflexão escrita da tarefa 5 verifica-se que o Carlos tem consciência que comete um erro. Um dado que me parece relevante é o facto de o Carlos conseguir explicar como o consegue resolver. A reflexão do aluno é benéfica, pois ajuda a criança a pensar sobre o que fez e como resolveu a sua tarefa, dando oportunidade ao aluno de verificar e autocorrigir o seu trabalho ajudando-o a refazer o seu caminho, para que assim consiga ultrapassar as suas dificuldades e facilitar a aprendizagem.

Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro

O Carlos, tal como os outros colegas do grupo, utiliza diversas estratégias para conseguir ultrapassar o seu erro e assim apresentar a resposta correta à tarefa. É possível inferir, das

David – Dá cento e quarenta ou cento e quatro não sei.
 Cento e quatro. Ai não... não é assim que se escreve Carlos.
 Carlos – (Não se consegue perceber)
 Professora- A que resultados é que chegaram?
 David- Sim... cento e quatro.
 Professora – Cento e quatro.
 Carlos – Vou a meio.
 Professora – Vais a meio. Ainda estás a resolver?
 Carlos – Sim.
 Professora – O Carlos ainda está a fazer. E a Carla?
 Deu 190? Agora vão discutir entre vocês e descobrir qual o número que está certo? Se é um desses ou não.
 Carla – Eu depois aqui enganei-me. Aqui nestas contas. Devia ter feito as contas para depois percebermos.
 Carlos – Já está. Eu vou fazer com riscos. Dá trezentos.
 David – Não professora o meu não dá. Porque se eu juntar estas dezenas para aqui dá cento e sessenta e quatro, por isso não dá.
 Carlos – A mim dá cento e sessenta.

(Registo áudio a 06 de dezembro de 2011)

No caso do Carlos a interação entre pares ajudou-o a corrigir o erro, tal como nos explica na sua reflexão escrita (figura 15):

*Tim na pergunta 1. Cometi um erro.
 Quem identificou primeiro foi eu.
 Tim conseguiu corrigi-lo.
 Tim quem me ajudou foi o meu grupo e a professora.
 Voltei a ler, e com a ajuda dos meus colegas
 consegui fazer.
 Eu consegui aprender com o meu erro.
 A professora disse para ler baixinho
 o traço e eu vi que fiz bem a conta, e
 a mal a resposta depois corrigia a resposta.*

Figura 15: Reflexão escrita da tarefa 4

O Carlos identifica o seu erro embora com dificuldades em explicar o que errou consegue afirmar que o corrigiu. Apresenta a sua estratégia para a correção do seu erro, “Quem me ajudou foi o meu grupo e a professora.” Como se pode ler através da figura 15.

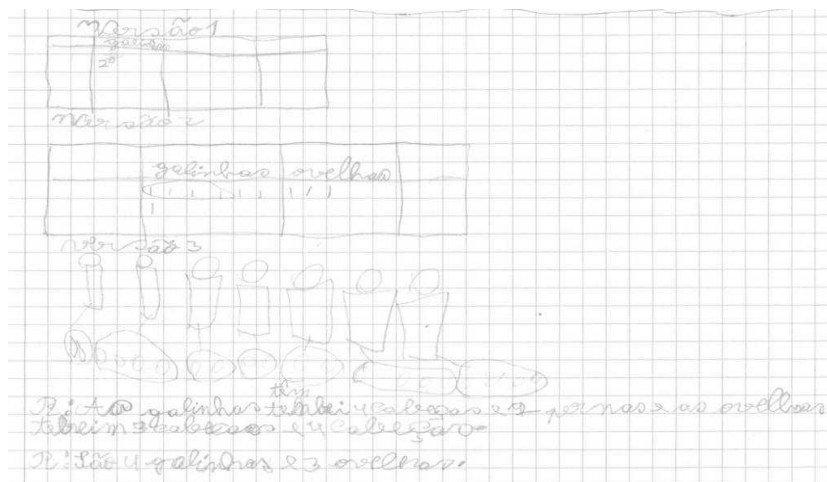


Figura 16: Resolução da tarefa 6

Na tarefa seis o Carlos utiliza, numa primeira versão, uma tabela para conseguir resolver a tarefa (Figura 16). Como não consegue resolver a tarefa com o recurso da tabela utiliza uma representação pictórica, que segundo ele, representavam as patas e as cabeças.

Outra forma que o Carlos encontra para conseguir ultrapassar as suas dificuldades e os seus erros é recorrer ao apoio dos membros do grupo tal como, refere na produção escrita “ (...) pedir ajuda à Carla e ao David (...)”, o apoio dos pares é essencial pois cria uma dinâmica na sala de aula ajuda no desenvolvimento da comunicação matemática quer oral quer escrita, no raciocínio de problemas que procura chegar a determinada conclusão e leva a uma argumentação e interpretação da tarefa tal como, evidência o extrato áudio da resolução da tarefa cinco.

Carlos – Ajudas-me nesta?

David – Oh Carlos pensa assim... Primeiro eram dois. Mas tu tens que contar com isto. Olha aqui.

(Registo áudio 06 de dezembro de 2011)

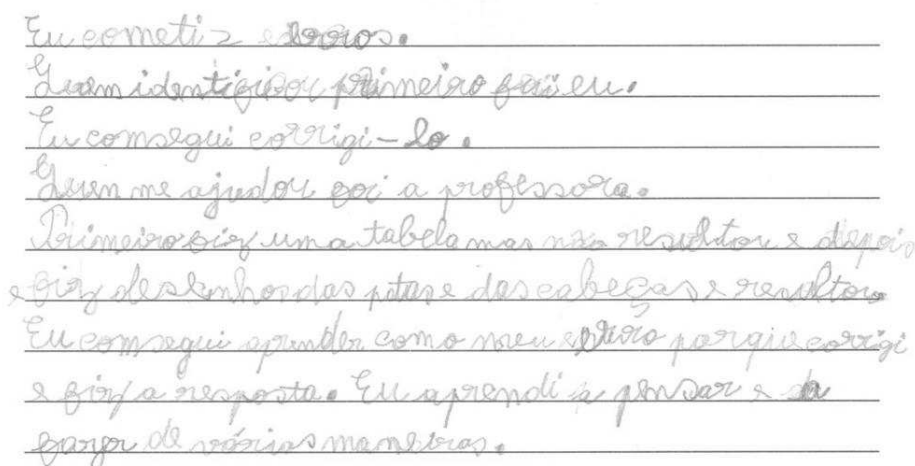
O mesmo é verificado no extrato da reflexão da mesma tarefa acima referida, onde se pode ler “Quem me ajudou foi o meu grupo e a professora. Eu fiz para ultrapassar contas e quadradinhos e depois contei.”

O Carlos também refere como estratégia para conseguir ultrapassar o seu erro ler novamente o enunciado da tarefa e com mais atenção do que lida inicialmente, quando diz na sua reflexão escrita da tarefa 7: “Eu aprendi com o meu erro a fazer bem. Na pergunta 1.2 enganei-me porque contei sabonetes a mais. Depois com a ajuda da professora e do David

contei e deu quinze sabonetes. Eu aprendi que devia ter olhado para a caixa dos sabonetes com mais atenção”.

Embora o Carlos não tenha referido de forma clara a importância das reflexões escritas no final de cada tarefa é possível depreender o seu benefício não só para ultrapassar qualquer erro cometido como também o ajudou a pensar no que tinha feito na elaboração das tarefas. Na produção escrita sobre a questão “Que estratégias utilizas para ultrapassar o erro, quando erras em Matemática?” O Carlos respondeu: “Pensar, pedir ajuda à Carla e ao David, lia devagar.” A palavra “pensar” está relacionada com as reflexões escritas pelo Carlos no final de cada tarefa.

O Carlos conseguiu sozinho, ou com a ajuda dos seus pares, ou por vezes com o apoio da professora identificar o erro e ultrapassá-lo. Como se verifica na reflexão escrita da tarefa 6, o Carlos não só conseguiu corrigir o seu erro como tem consciência que utiliza diferentes estratégias para conseguir ultrapassá-lo (figura 17).



Eu cometi 2 erros.
E não identifiquei primeiro qual eu.
Eu consegui corrigi-lo.
E não me ajudou, foi a professora.
Primeiro fiz um a tabela mas não resultou e depois
fiz de lembradas das patas e das cabeças e resultou.
Eu consegui aprender como não repetir porque corrigi
e fiz a resposta. Eu aprendi a pensar e a
ganhar de várias maneiras.

Figura 17: Reflexão escrita da tarefa 6

Ao longo do desenvolvimento deste estudo pretendia-se verificar, com a aplicação das tarefas, se existia ou não uma evolução face ao significado do erro, quer na sua construção e análise quer na sua eliminação dando lugar ao significado do conceito. No final da aplicação das tarefas verificou-se que o erro quando devidamente identificado e acompanhado consegue conduzir à aprendizagem. Como se pode ler na reflexão escrita à pergunta: “Sentes que evoluíste desde o início da aplicação das tarefas?” O Carlos respondeu: “Sim muito.” O mesmo é possível observar quando comparadas as reflexões escritas (figura 17 e 18):

Eu cometei um erro. Foi o Diego. Eu consigo corrigi-lo.
Quem me ajudou foi a professora e o Diego.
Escrevi os nomes dos meninos e fiz contas e
escrevi a resposta.
Eu gostei mais de fazer contas.
Eu consigo aprender com o meu erro.
Consegui fazer as contas e a resposta.

Figura 18: Reflexão escrita da tarefa 3

Na reflexão da tarefa 3 (figura 18), a criança revela que tem consciência do seu erro apresentando diversas estratégias que permitem ultrapassá-lo como se lê: “Escrevi os nomes dos meninos e fiz contas e escrevi a resposta.” Parece possível inferir desta situação a dificuldade de expressar qual o erro cometido.

O mesmo não acontece na reflexão da tarefa 6 (figura 19) onde se pode verificar que o Carlos consegue explicar qual o erro efectuado e com a ajuda da professora conseguiu compreender como se resolvia, explicando todo o processo desde a conceção do erro até à resposta final.

Eu cometi 2 erros.
Quem identificou primeiro foi eu.
Eu consigo corrigi-lo.
Quem me ajudou foi a professora.
Primeiro fiz uma tabela mas não resultou e depois
fiz desenhos das patas das cabeças e resultou.
Eu consigo aprender com o meu erro porque corrigi
e fiz a resposta. Eu aprendi a pensar e a
fazer de várias maneiras.

Figura 19: Reflexão escrita tarefa 6

Na realização das duas últimas tarefas, 8 e 9, o Carlos não comete nenhum erro na execução das mesmas, sentindo-se por isso feliz e realizado como é possível ler-se na figura 20.

Eu não cometi um erro, eu contei com
colunas e contei os números. Eu senti que
estava a fazer bem. Eu já não erro muito.
Eu gostei muito de fazer a tarefa.

Figura 20: Reflexão escrita da tarefa 8

As estratégias utilizadas pelo Carlos e os instrumentos reguladores utilizados pela professora que propunham ultrapassar o erro em Matemática, conduziram o aluno a um raciocínio, levando-o à compreensão dos processos inerentes da resolução das tarefas e desta forma, a uma aprendizagem matemática.

Síntese

O Carlos é um aluno bastante participativo na aula de Matemática, sobretudo em tarefas que explorem o cálculo mental. Solicita apoio quando não consegue resolver algo ou quando enfrenta uma dificuldade. Pedir apoio tanto à professora como aos colegas. Questiona sem inibições no entanto, apresenta algumas dificuldades quando solicitado para descrever os erros cometidos na resolução dos problemas.

Os erros cometidos pelo Carlos na resolução das tarefas são descritos por diversos autores, destacam-se: *Erro a um nível prático* (Brousseau, 2001); Erros de cálculo; *Erro que tem a sua origem num obstáculo* (Socas, 1997).

Na elaboração das tarefas utilizou diversas estratégias que permitiam não só levá-lo a corrigir o erro matemático como também, a ajudar os colegas do grupo nas dificuldades que iam surgindo. Para o Carlos, os processos de regulação utilizados pela professora, como o questionamento oral, as reflexões escritas, a discussão coletiva ou entre o grupo, conduziram-no a um pensamento reflexivo das suas dificuldades, instigaram a sua capacidade de comunicar matematicamente e ajudaram a criar mais autonomia e ritmo de trabalho. O incentivo, por parte da professora, na análise das suas próprias produções escritas (realização das tarefas, reflexões escritas, diálogo com os pares do grupo) permitiu à criança identificar e gerir os seus erros desenvolvendo processos que conduziram à aprendizagem.

David

Apresentação

O David é um menino de oito anos de idade. Tem uma irmã mais pequena que assume uma posição de liderança. Tem um coelho de estimação que já levou para a escola para que todos o pudessem ver. Adora o seu animal e trata-o com muito carinho. É uma criança que exhibe muita preocupação com tudo ao seu redor, o que afeta a sua concentração nas tarefas diárias. Participa e colabora com entusiasmo nas atividades. Gosta de aprender e saber mais e tem uma grande preocupação com os resultados da sua avaliação.

Frequenta a Escola do Primeiro Ciclo Padre Agostinho da Silva desde o ano letivo de 2010/2011 e está pela primeira vez no segundo ano de escolaridade com a mesma turma, de 21 alunos e a mesma professora.

O David tem um papel importante na turma porque ajuda os colegas sempre que necessário quer nas atividades da sala de aula como no recreio. É por isso visto pelos outros como um bom amigo e companheiro.

A disciplina que mais gosta é a matemática: “A minha área curricular preferida é a matemática. Porque gosto de fazer contas.” (Reflexão escrita 04 de junho de 2012). Identifica a disciplina de Matemática com um conjunto de símbolos que lhe são familiar, contas, sinais, números, como é possível ler-se na entrevista:

Professora- Quando tu ouves falar em Matemática em que pensas?

David- Em contas.

Professora- Só em contas ou pensas em mais alguma coisa?

David- Em sinais e também nos números.

(Entrevista 10 de outubro de 2011)

Para o David, trabalhar a área de Matemática é muito importante e assume um papel preponderante no seu dia a dia quando diz: “(...) ajuda-nos a trabalhar o nosso cérebro (...) e também quando nós vamos comprar alguma coisa nós temos que saber Matemática” (Entrevista a 10 de outubro de 2011).

O David no início do estudo quando confrontado com a questão “Sabes o que é a avaliação matemática?” prontamente respondeu que não sabia do que se tratava mas conseguiu explicar, como se pode ler: “(...) É avaliar o que eu faço bem ou mal (...)”. Embora com ideias muito pouco claras, o David no decorrer da entrevista foi referindo alguns aspetos referentes ao tema da avaliação matemática quando diz: “(...) Ah sim, avalio... Não eu não

(...) Avalias o que nós fazemos bem e mal (...) fazes sempre (...)” (Entrevista a 10 de outubro de 2011). No final da aplicação das tarefas, o David mostra a construção do significado de avaliação ao longo do ano letivo, embora um pouco confusa e incompleta, mas mais sólida do que no início da aplicação do estudo, quando escreve:

Avaliar o que os meninos sabem fazer. A professora é que avalia. Quando fazemos prova e nos trabalhos. Eu gosto da avaliação porque ajuda a perceber o que tenho de me esforçar mais e ajuda a perceber o que tenho de melhorar.

(Reflexão escrita a 4 de junho de 2012)

Denota-se pelo registo do David que embora ainda não se sinta como um interveniente no ato de avaliar, sente que a avaliação assume um papel muito importante na sua evolução e crescimento.

Conceção face ao erro

O David tem a noção quando erra em Matemática. No entanto, no início do estudo o David ostenta respostas um pouco confusas quanto à noção de erro matemático quando diz: “Quando eu erro, acho que está bem ou mal, é algo que eu não percebi.” Procura apresentar uma justificação para o seu erro matemático referindo a sua desatenção como uma das razões, como se pode ler na entrevista:

Professora - O que é tu sentes quando isso te acontece (o erro)?

David - (...) Eu estou a fazer as contas... ou a ler um texto depois começo a pensar noutra coisa e depois não faço bem às vezes.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

O David mostra alguma indiferença e despreocupação face ao erro, segundo ele é algo que se pode ultrapassar:

Professora - Ficas preocupado quando isso te acontece?

David - Não (uma resposta muito firme).

Professora- O que é que fazes quando erras?

David - Tento não errar e, se não conseguir, deixo.

Professora- Se não consegues, desistes?

David - Sim.

Professora - E porque é que fazes isso?

David - Eu tento fazer sempre. Eu vou fazer mas se não conseguir, desisto.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

De acordo com as respostas dadas pelo David na entrevista a 10 de outubro, é possível inferir que o objetivo dele é não errar. Em algumas aulas observadas verificou-se que nem sempre o seu discurso está de acordo com o que acontece na realidade, isto porque existe quase sempre uma obstinação em chegar à solução correta, embora nem sempre isso aconteça logo na primeira resolução da tarefa. O David é persistente e, quando não compreende, pede apoio aos colegas ou à professora.

Quando questionado sobre o que fazer face ao erro, ele afirma recorrer à borracha, como se pode ler:

Professora - Quando descobriste que te tinhas enganado o que é que tu fizeste?

David - Apaguei e depois... depois faço outra vez.

(Entrevista a 10 de outubro de 2011)

Quando questionado sobre o valor atribuído ao erro, o David expressa de imediato uma reação negativa, pois para ele não se aprende ao errar, no entanto, revela alguma confusão no seu discurso, não conseguindo expressar o que pode aprender com o erro:

Professora - Consegues aprender quando te enganas?

David - Acho que não.

Professora - Porque razão é que achas que não se aprende com o erro?

David - Quando nós apagamos? Acho que não.

Professora - Sim. Quando tu te enganas, achas que consegues aprender com esse teu engano?

David - Acho que sim.

Professora - O que sentes que aprendes?

David - Aprendo mais.

(...)

Professora - E tu achas que quando tu erras é importante ultrapassares esse teu erro?

David - É.

Professora - E tu consegues fazê-lo sozinho?

David - Consigo. Quer dizer às vezes preciso de ajuda.

Professora - E quem é que te costuma ajudar?

David - A minha mãe ou o meu pai. Depois quando eles dizem mal e eu vejo que está mal digo: mãe está mal. (...)

No decorrer do estudo, a construção face ao erro foi sendo construída e consolidada pelo David e embora o seu discurso inicial face ao erro revelasse poucos aspetos positivos quanto ao seu valor, a evolução foi bastante positiva, quer pela identificação dos erros, quer na utilização destes como fim para uma solução correta, como evidencia na reflexão escrita da tarefa 4: “Na pergunta 1.2 tive um erro porque só contei 3 carros em vez de 6.” Para o David o erro começou a ser visto numa perspetiva de aprendizagem, como condutor de novas

estratégias de resolução das tarefas, como se pode ler na reflexão escrita da tarefa 5: “Eu consegui aprender com os meus colegas e pensamos todos sobre os erros e depois escrevi bem.” Ainda na reflexão escrita da tarefa 8 pode ler-se: “Eu senti que estava a fazer bem. Eu já não erro muito.”

Tipologia de erros

O David comete com frequência erros que advêm da má “descodificação” do enunciado da tarefa. Embora tenha a noção do que é pedido, por vezes não interpreta o problema corretamente o que o pode conduzir à impossibilidade de resolver corretamente a tarefa ou à resolução incorreta. Veja-se a título de exemplo, a resolução do David relativa ao problema 1:

Tarefa 1 – outubro

1. A Marta tem um grande jardim com rosas de várias cores. Resolveu fazer um arranjo de flores e colocou numa jarra, três dezenas de rosas vermelhas e uma dezena de rosas brancas. Sabe-se que a Marta tem no total cinco dezenas de rosas.

Quantas rosas tem a Marta de outras cores?

$50 - 30 = 20 = 10 = 10$

R: A Marta tem total tem dez flores

Figura 21: Resolução da tarefa 1

A resposta dada à pergunta embora tenha a solução correta do ponto de vista da linguagem não era o que se pedia (figura 21). A Marta não tem no total dez flores essa mensagem está no enunciado da tarefa.

No exemplo referido na figura 22, o David errou os seus cálculos, embora não sejam erros comuns nas produções do David. Neste caso, o aluno escolheu corretamente a operação a utilizar, a multiplicação que facilitava a contagem, para a resolução da tarefa, no entanto,

errou ao afirmar que $7 \times 4 = 26$ em vez de $7 \times 4 = 28$. Pode ler-se no excerto do registo áudio da aula, bem como ver-se na figura 21:

Professora - Carlos quantos morangos são? Quantos contaste?
Carlos - São vinte e oito.
Professora - São vinte e oito morangos? Todos chegaram a esse valor?
David - Aqui professora? Nos morangos?
Professora - Sim nos morangos. Todos chegaram ao número vinte e oito? Na questão 1.3.
David - Não.
Professora - Não? Então a que valor chegaste?
David - A mim deu 26.
Professora - O Carlos disse vinte e oito e o David disse vinte seis.
Carlos - E a Carolina?
Professora - A Carolina disse vinte e oito também.
Professora - Então vamos ajudar o David. Parece que foi o único que disse vinte e seis.
Carlos - Eu sei como é que é.
Carla - Eu também sei como é que é.

(Registo áudio a 21 de março de 2012)

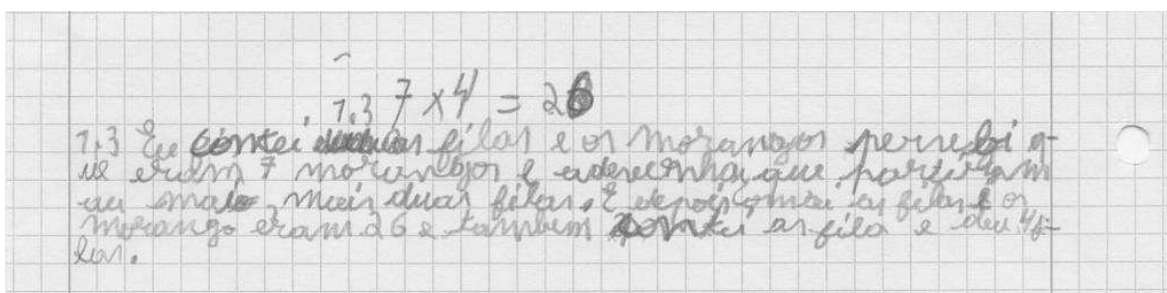


Figura 22: Resolução da tarefa 8

Na figura 22, o aluno considerou apenas um dos lados da figura considerando somente três carros em vez de seis. Esta resolução do David ilustra erros interligados, ou seja, começa por interpretar incorretamente o enunciado e, conseqüentemente, utiliza de forma desconcertada os dados.

Da observação da aula denotam-se também erros de distração. Este tipo de erros foram os mais observados ao longo das produções do David. Na sua produção escrita é possível ler-se: “Sim na pergunta 1.1 cometi um erro, só contei 3 carros em vez de seis.”

Na resolução da tarefa sete, o David apresenta uma representação pictórica para a resolver a tarefa, no entanto, depara-se com a dificuldade de criar uma representação mental dos sabonetes que não são visíveis, mas apenas descritos no enunciado do problema, como é possível observar-se na figura 23:

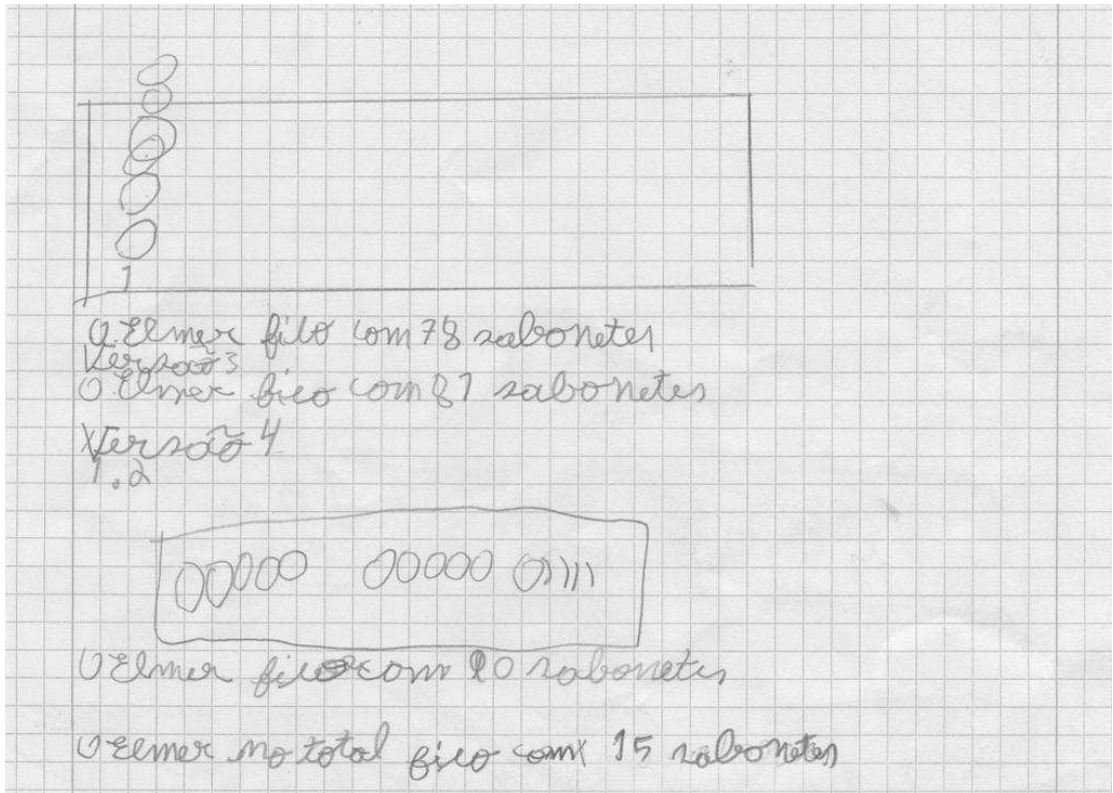


Figura 23: Resolução da tarefa 7

O David no decorrer do estudo foi tomando consciência do erro matemático. Começou a observar os seus erros com maior cuidado e melhorou a sua concentração. Tal facto, permitiu ao David fazer progressos em diferentes níveis tais como: a comunicação matemática oral e escrita, a sua capacidade de raciocínio, no apoio prestado ao grupo de trabalho onde estava inserido e na sua aprendizagem. A título de exemplo, veja-se a produção escrita pelo David da tarefa 7 (figura 24):

Na resolução da tarefa cometeste algum erro? Quem o identificou primeiro, tu ou um colega do teu grupo? Conseguieste corrigi-lo? Alguém te ajudou? O que fizeste para o ultrapassar? Conseguieste aprender com o teu erro? Se sim, o quê?

Sim eu cometei 2 erros.
Eu vi o meu erro primeiro.
Sim eu consegui corrigi-lo eu li novamente
e depois desenhei com a régua o mês de
janeiro. E nos números pares e fiz os sabonetes.
E contei os sabonetes, e deu 75 sabonetes.
Na pergunta 1.ª primeiro não estava
a pensar bem porque não li tudo.
Com a ajuda professora li tudo e depois
desenhei a coisa dos sabonetes.
aprendi que quando fazo uma coisa devo ler
tudo porque me ajuda a perceber.

Figura 24: Reflexão escrita da tarefa 7

Estratégias desenvolvidas para ultrapassar o erro

O David, tal como os colegas do grupo de trabalho, recorrem a diversas estratégias para conseguir ultrapassar o erro matemático e conseguir resolver as tarefas propostas. Das diferentes fontes de evidência, é possível inferir que o David quando confrontado com um erro recorre inicialmente à ajuda da professora e só depois procura ajuda no próprio grupo. É um aluno bastante persistente, ao contrário do que afirmou inicialmente na entrevista do dia 10 de outubro “Eu tento fazer sempre. Eu vou fazer mas se não conseguir desisto.” Perante um obstáculo experimenta várias formas de resolução.

Da observação de aulas e das produções recolhidas podemos deduzir que o David comete erros como consequência de distração e da sua falta de concentração na descodificação do enunciado.

O David utiliza com frequência a representação pictórica no entanto, como se pode analisar na figura 25, ele recorre à reprodução numérica para solucionar o seu erro.

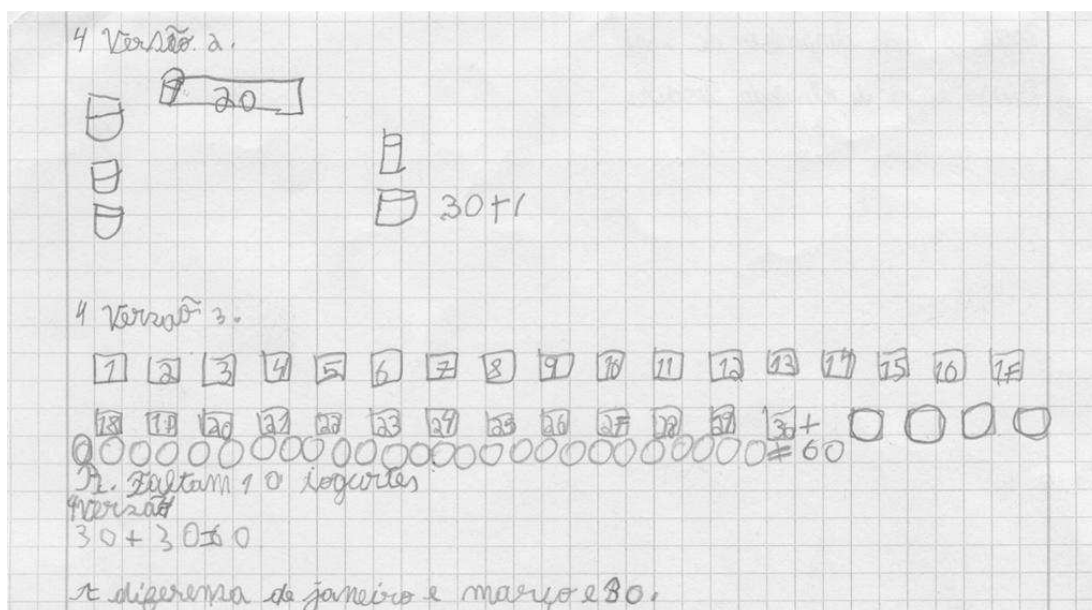


Figura 25: Reflexão escrita da tarefa 5

Na figura 26, é possível observar que o David recorreu à representação pictórica e numérica. De acordo com a sua explicação, a barra numérica representava os dias do calendário e os círculos representavam os sabonetes usados pelo “Elmer”.

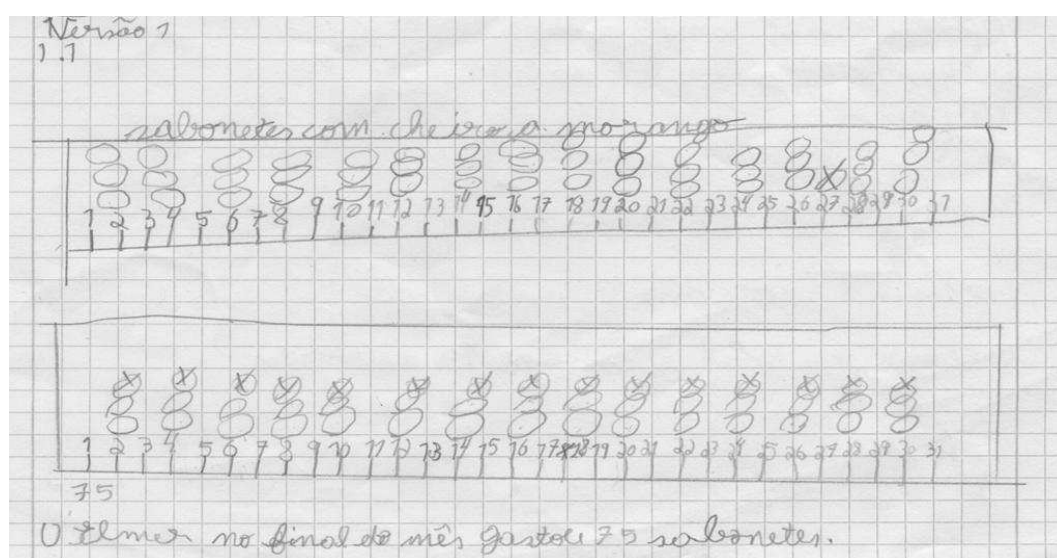


Figura 26: Reflexão escrita da tarefa 7

O apoio dos colegas foi outra estratégia evidenciada pelo David para ultrapassar as suas dificuldades, tal como refere na produção escrita de 04 de junho de 2012: “Pensava pela cabeça, juntava os números de maneira diferente e perguntava aos colegas.” O apoio dos pares é importante pois estabelece empatia e companheirismo dentro da sala de aula permitindo que haja aprendizagem, quer por parte de quem ouve, quer de quem explica, como pode ler-se, a título de exemplo, o excerto da reprodução áudio da resolução da tarefa 8:

David - Carlos diz de novo eu não percebi. Onde é que tu estás?
Carlos - Aqui nos morangos.
David - Eu sei.
David - Eu não estou a perceber o dos morangos.
Professora - Vamos lá então explicar. Vamos então tentar perceber se é vinte e seis ou se é vinte e oito.
Carlos - Professora posso dizer?
Professora - Sem dar a resposta, vamos então tentar explicar ao David.
Carlos - Aqui há sete morangos depois mais sete e deu catorze (apontou para a imagem da tarefa).

(Registo áudio a 21 de março de 2012)

O mesmo é verificado no extrato da reflexão 5, onde se pode ler “Quem me ajudou foi a professora e os meus colegas. Voltei a ler, contei os iogurtes no fim juntei os meses. Sim. Eu consegui aprender com os meus colegas e pensamos todos sobre os erros e depois escrevi bem (...).”

O David refere por diversas vezes a importância de voltar a ler com mais atenção o enunciado das tarefas, quando diz na sua reflexão escrita da tarefa 7:

(...) Sim eu consegui corrigi-lo eu li novamente e depois desenhei com a régua o mês de janeiro. (...) Na pergunta 1.2 primeiro não estava a pensar bem porque não li tudo. Com a ajuda da professora li tudo e depois desenhei a caixa dos sabonetes. Aprendi que quando faço uma coisa devo ler tudo porque me ajuda a perceber.

(Reflexão escrita da tarefa 7)

Embora o David não tenha reconhecido de forma direta, as reflexões escritas como um recurso de apoio na resolução das tarefas e consequentemente numa consciência do erro, é possível deduzir, o seu benefício. As reflexões escritas não só ajudaram o David a ultrapassar o erro, como também permitiram criar processos de argumentação sobre a resolução de cada tarefa.

Na resolução da tarefa 8, o David teve necessidade do apoio da professora para ultrapassar o erro da questão 1.3. No grupo, o David tinha obtido um valor diferente dos colegas. O excerto seguinte da sala de aula evidencia a importância do questionamento oral realizado pela professora que, questionou os alunos por forma a levar o David a identificar a solução correta:

Professora - Sim deu catorze. E agora corremos a cortina e o que acontece David?

David - Fica mais sete e mais sete... dá catorze mais catorze.

Professora - Isso mesmo. Dá catorze mais catorze. Então quanto dá no total?

David - Dá vinte e oito.

Carlos - Professora também dava para fazer outra coisa.

Professora - Sim, diz Carlos.

Carlos - Sete mais sete, mais sete e mais sete.

Professora - Ou?

Carla- Ou quatro vezes o sete. Também dava assim.

(Registo áudio a 21 de março de 2012)

Desta forma, é possível inferir que o erro cometido pelo David foi ultrapassado com o auxílio do questionamento oral feito pela professora e ao mesmo tempo pela troca de ideias referidas no contexto do grupo. É possível constar o mesmo através da reflexão escrita da tarefa 6 (figura 26):

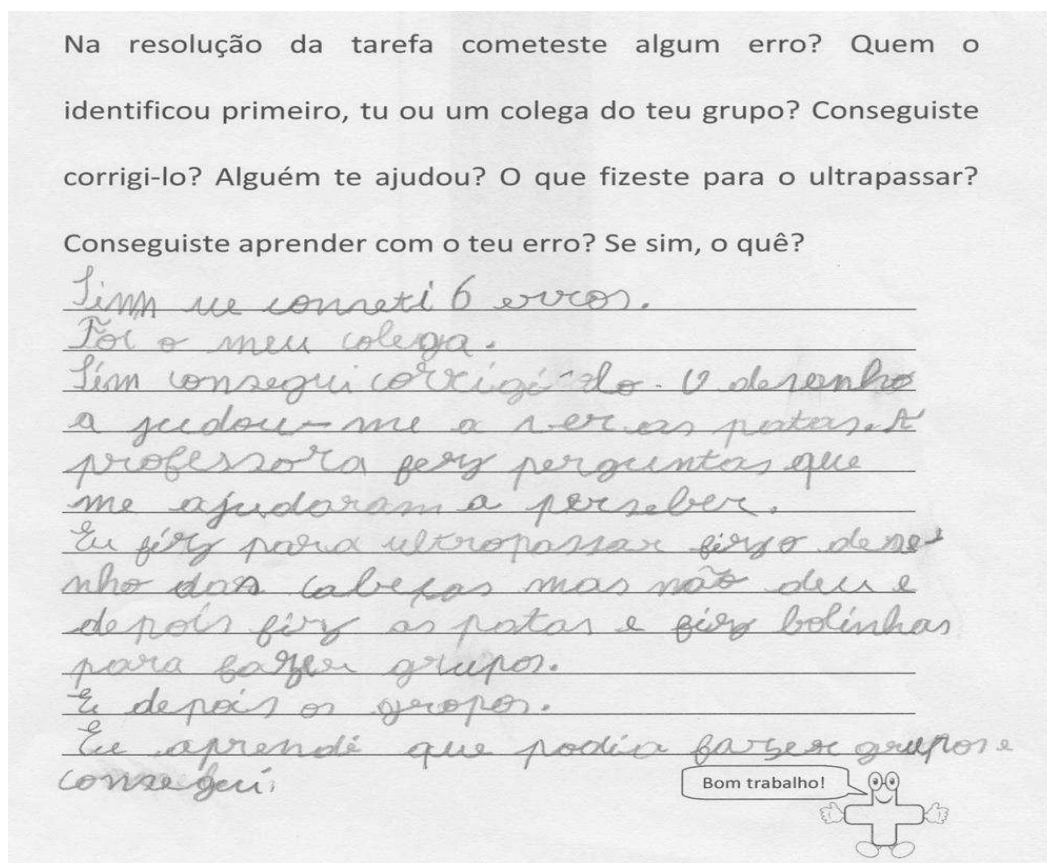


Figura 27: Reflexão escrita da tarefa 6

Na figura 27 é possível ler-se que a ultrapassagem do erro se fez com o apoio do colega do grupo e, por sua vez, permitiu ao David não só responder corretamente à tarefa, como explicar o seu processo. Saliento a felicidade demonstrada na expressão “(...) consegui”, o

que revela o quanto foi importante todo o processo que decorreu ao longo da elaboração do estudo.

Ao longo do desenvolvimento deste estudo pretendia-se verificar, com a aplicação das tarefas, se existia ou não uma evolução face ao significado do erro, quer na sua construção e análise quer na sua eliminação dando lugar ao significado do conceito. No final da aplicação das tarefas verificou-se que o erro quando devidamente identificado e acompanhado consegue conduzir à aprendizagem. Como se pode ler na reflexão escrita à pergunta: “Sentes que evoluíste desde o início da aplicação das tarefas?” O David respondeu: “Sim acho que evolui.” E à pergunta “Se sim qual a maior diferença que sentiste?” O David respondeu: “A maior diferença é porque era mais difícil no início.” O mesmo pode observar-se na figura 28:

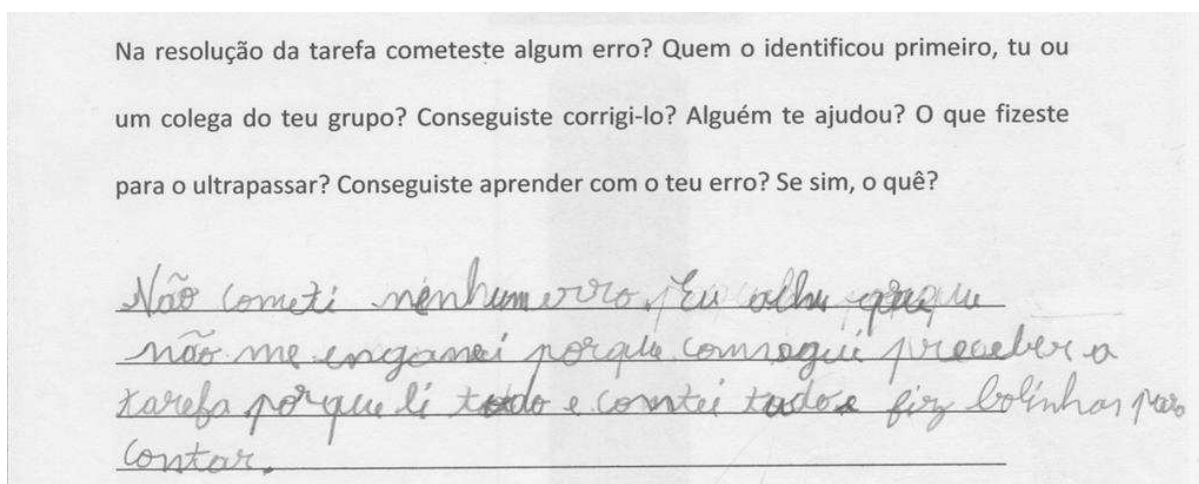


Figura 28: Reflexão escrita da tarefa 9

Pretendia-se criar uma maior autonomia na resolução das atividades no decorrer do estudo. De acordo com as evidências recolhidas, é possível inferir que o mesmo se verificou, tal como é descrito pelo David na reflexão escrita da tarefa 8. Ainda na figura 28 é possível ler-se que o trabalho colaborativo teve um resultado bastante positivo na evolução do David quando escreve “Eu vi o erro quando todos apresentaram o trabalho.” (figura 29):

Na resolução da tarefa cometeste algum erro? Quem o identificou primeiro, tu ou um colega do teu grupo? Conseguiste corrigi-lo? Alguém te ajudou? O que fizeste para o ultrapassar?

Conseguiste aprender com o teu erro? Se sim, o quê?

Eu cometi um erro. Eu vi o erro quando todos apresentaram o trabalho. Errei na pergunta 1.3. Eu comecei corrigindo quando eu fui contar outro resumo percebi que estava errado. Sim, percebi que quando não perceberes de um contar outro resumo. Eu gostei da tarefa 1.4.

Figura 29: Reflexão escrita da tarefa 8

As estratégias utilizadas pelo David e os instrumentos reguladores utilizados pela professora que propunham ultrapassar o erro em Matemática, conduziram o aluno a resoluções eficientes e permitiram ultrapassar ideias erróneas. Permitiram ainda criar um espírito crítico que questiona e investiga levando à compreensão dos processos inerentes da resolução das tarefas e, desta forma, a uma aprendizagem matemática.

Síntese

O David nas aulas de Matemática é bastante interessado e participativo. Assumiu no decorrer das tarefas um papel interventivo e de apoio aos colegas sempre que solicitado. É um pouco impulsivo nos seus raciocínios, como pudemos constatar ao longo do estudo.

Os erros cometidos pelo Carlos na resolução das tarefas são erros variados descritos por diversos autores, destacam-se: *Erros devidos à uma interpretação incorreta da linguagem* e *Erros Técnicos* (Movshovitz et al.,1987); *Erros que têm a sua origem num obstáculo cognitivo* (Socas, 1997). Na elaboração das tarefas utilizou diversas estratégias de resolução que permitiram não só conduzi-lo à solução correta, ultrapassando o erro, como por sua vez ajudou os colegas a realizar também aprendizagem. Persistente, tentou vários processos de resolução das tarefas. Para o David os processos de regulação utilizados pela professora como

o questionamento oral, as reflexões escritas, a discussão coletiva da turma ou entre o grupo, conduziram não só à aprendizagem como levaram a uma evolução. Ajudaram-no a pensar e a reformular as suas respostas por forma, a atingir o rumo certo que o conduziu à solução correta como se pode constatar ao longo do estudo.

É ainda de salientar, através da análise dos dados, que o David inicialmente tinha conceitos pouco estruturados, sem significado e com o decorrer da aplicação das tarefas conseguiu desconstruir o que não estava estruturado e por sua vez, adquirir novos conhecimentos e aprendizagens.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta-se dividido em três partes. Para além de uma apresentação sucinta do estudo, apresentam-se as principais conclusões obtidas a partir da análise dos erros cometidos pelos alunos e dos mecanismos de regulação utilizados para favorecer a aprendizagem. Conclui-se, tecendo algumas considerações finais decorrentes do estudo realizado.

Breve apresentação do estudo

O presente estudo teve por principais propósitos analisar e compreender os erros cometidos por alunos do 2.º ano de escolaridade na resolução de tarefas que envolveram número e operações e investigar quais os instrumentos de regulação utilizados pelo professor que permitem ajudar os alunos a refletir, compreender e solucionar corretamente o problema e assim, conduzi-los à aprendizagem. Assim, foram definidas as seguintes questões: (1) Que erros cometem alunos do 1.º ciclo de escolaridade na resolução de tarefas matemáticas que envolvem operações com números naturais? (2) De que forma alunos do 1.º ciclo de escolaridade se apercebem dos erros que cometem na resolução de tarefas matemáticas que envolvem operações com números naturais? Que instrumentos de regulação utilizados pelo professor favorecem este processo? (3) Quais as estratégias adotadas pelos alunos do 1.º ciclo de escolaridade para ultrapassarem os erros em tarefas matemáticas que incluam a resolução das operações com números naturais? Com que dificuldades se confrontam os alunos? Que instrumentos de regulação utilizados pelo professor favorecem este processo?

Numa perspetiva exploratória, investindo na formação dos alunos, enquanto futuros cidadãos com um papel interventivo e crítico, este estudo teve ainda como objetivos subjacentes para a sua realização: 1) Contribuir para um desenvolvimento cada vez mais conciso e consciente das aprendizagens matemáticas com compreensão, que envolvam as operações com números naturais; 2) Compreender como se pode conduzir os alunos ao questionamento / reflexão das suas respostas face a uma determinada solução ou estratégia desenvolvida, tendo em conta, as dificuldades demonstradas na realização de uma dada tarefa matemática, que contenha operações com números naturais, utilizando o erro como ferramenta para o conhecimento com compreensão.

Este trabalho de investigação seguiu o paradigma interpretativo. Assim, nesta investigação “o interesse central no significado humano na vida social e na sua elucidação e exposição pelo investigador” (Erickson, 1986, p. 119). Relacionada com esta perspetiva, o

objeto da investigação social, diz-nos Erickson, “*é a ação, não o comportamento*”. Os investigadores qualitativos privilegiam a compreensão das complexas inter-relações entre tudo o que existe. Para a sua realização, a investigadora foi igualmente a professora da turma. Como *design* desta investigação optámos pelo estudo de caso. De acordo com Selltiz, Jahoda, Deutsch e Cook (1965) um estudo de um objeto em particular é perfeitamente justificável, uma vez que, para além de tornar possível a produção de um novo conhecimento, pode fornecer – ainda que indiretamente – elementos proveitosos para estudos posteriores, contribuindo para a compreensão de outros objetos. Yin (2002) refere-se a esta abordagem como sendo a que mais se apropria à investigação em educação. Os três alunos foram escolhidos tendo em conta a sua motivação e interesse para participar no estudo; as autorizações necessárias dos encarregados de educação; a sua atitude face à disciplina de Matemática; o aproveitamento escolar em Matemática; e a curiosidade evidenciada nas aulas de Matemática e o aproveitamento escolar.

A recolha de dados foi feita através da observação participante de aulas (áudio gravadas), completada com a realização de notas de campo, de entrevista a cada um dos alunos caso (áudio gravadas) e da recolha documental (resoluções das tarefas e reflexões escritas dos alunos). Estas são técnicas que usualmente se utilizam num estudo que segue o paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994). A análise dos erros teve como base a tipificação e categorização baseada nos autores: Brosseau, (2001); Movshovitz *et al.* (1987); Socas (1997). Para finalizar este trabalho, trabalhou-se a questão do erro como um processo de aprendizagem e “uma fonte de aprendizagem de estratégias cognitivas” (Torre, 2007, p. 44).

Principais conclusões

Da análise dos dados observou-se uma generalidade nos erros apresentados. Foram cometidos erros de cálculo, o aluno efetua incorretamente a operação; são também muito frequentes os erros por falta de capacidade de decifrar a mensagem pedida no enunciado da tarefa tal como descritos na literatura *Erro a um nível prático* (Brosseau, 2001); *Erros devidos à uma interpretação incorreta da linguagem* e *Erros Técnicos* (Movshovitz *et al.*, 1987). Durante a aplicação das tarefas foi também visível a existência de erros que aconteciam causados pela distração do aluno. Estes erros descritos na literatura, por exemplo por Socas (1997), são erros que resultam não por falta de conhecimento, mas sim resultantes da utilização do conhecimento fora do contexto, provocando respostas inadequadas que assim se traduzem num erro.

Este estudo sobre o erro matemático evidenciou que o erro é inevitável no processo de aprendizagem. Para os três alunos caso a concepção do erro foi sofrendo alterações ao longo do estudo. Inicialmente a Carla e o Calos afirmavam utilizar a borracha para eliminar o erro, o David mostrava-se muito confuso sobre o tema, tentando encontrar justificações para as soluções erradas. Para os três alunos, nesta fase do estudo o erro seria algo a eliminar de imediato. No entanto, no decorrer da aplicação das tarefas e após a negociação sobre o uso da borracha, os alunos começaram a aceitar o seu erro. A Carla, nas suas reflexões escritas conseguiu sempre identificar os erros, quantificá-los e notar a sua importância no seu processo de ensino-aprendizagem. O Carlos foi construindo a sua concepção face ao erro matemático durante o estudo. Nas suas reflexões escritas mostrou que a partir do erro conseguiu criar novas estratégias de resolução das tarefas. Adquirindo uma consciência sobre quando cometia erros ou quando tal não acontecia. Para o David o erro apoiou sempre o seu carácter persistente para conseguir chegar à solução correta, marcada por uma aprendizagem com compreensão. Assim, para este aluno o erro foi explorado e questionado.

Este estudo contribuiu para uma aprendizagem com significado para todos os alunos da turma. Quer para os alunos caso, como para os restantes alunos, o uso da borracha logo que se produzia uma solução errónea deixou de fazer sentido. A negociação do seu uso foi feita a partir da quarta tarefa. A visualização e aceitação do erro passou a fazer parte das atividades realizadas. O mesmo pode ler-se em diversos estudos (Curry, 2007; Souza, 2002). Segundo Torre (2007, p. 83):

O erro está na própria trama ou no processo de aprendizagem. É preciso esclarecê-lo e aprender a utilizá-lo didaticamente. Aprendemos por meios de equívocos, do mesmo modo que escolhemos rejeitando determinadas opções.

Os alunos nesta investigação apresentaram diversas estratégias que permitiram ultrapassar o erro, tais como: 1) o recurso a diferentes tipos de representações e esquemas; 2) o voltar a ler com mais atenção o enunciado do problema, estratégia referida por diversas vezes ao longo da aplicação das tarefas; 3) a ajuda dos colegas do grupo e da professora, 4) os instrumentos reguladores utilizados pela professora, como o questionamento oral e as reflexões escritas. Nesta linha de pensamento destacam-se estudos que apontam para a importância do uso de dispositivos de regulação. Por exemplo, Cotton (1988) menciona o questionamento oral como uma prática de ensino favorável à aprendizagem. O questionamento cria na sala de aula uma dinâmica promovendo uma interação professor-

aluno, aluno-professor. Esta dinâmica favorece também a discussão entre pares promovendo o trabalho colaborativo e a entreaajuda.

O trabalho em grupo revelou-se um processo ativo de regulação das aprendizagens que ocorreu nos três casos da mesma forma. O facto da resolução das tarefas ter sido realizada em grupo proporcionou um ambiente de aprendizagem onde foi possível expressar dificuldades, apresentar os seus erros e em conjunto procurar compreender a razão do seu erro e por fim, como ultrapassá-lo.

No decorrer do estudo, as reflexões escritas foram assumindo um papel cada vez mais importante. Os alunos referiam a importância de “pensar” sobre a resolução (processo) da tarefa e de refletir sobre os erros cometidos, passando a assumir o erro como algo que faz emergir múltiplas e complexas relações entre o processo de ensino e de aprendizagem. A Carla revelou mais resistência, inibição e algum desinteresse aquando da escrita das mesmas. No entanto, é importante salientar que na aplicação das últimas tarefas a aluna já evidenciou sentir maior confiança na escrita. Para o Carlos e o David as reflexões escritas foram, efetivamente, uma forma de autorregulação.

A título de conclusão, podemos afirmar: que o papel do professor é deveras importante na aprendizagem dos alunos. Todos os alunos evoluíram e ultrapassaram a maior parte das dificuldades e os erros inicialmente cometidos; comuns aos três casos, ainda que em situações diferentes. Os processos de autorregulação conduziram a uma autonomia dos alunos caso no seu processo de ensino-aprendizagem.

Os processos de avaliação formativa proporcionaram na sala de aula troca de informação, motivada pelo confronto de ideias e opiniões. É de salientar a importância da dinâmica estabelecida, da construção de uma cultura de avaliação, com processos reguladores de aprendizagem, onde o erro assumiu um papel importante, considerado por todos os intervenientes como um caminho para a aprendizagem. Desta forma, foi possível estabelecer conceções positivas face ao erro. “O erro como estratégia de mudança não somente um título, mas um plano estratégico de inovação” (Torre, 2007, p. 10).

Considerações finais

As limitações do estudo foram surgindo no seu decorrer. Uma limitação está relacionada com o facto de ser um estudo em que a professora é simultaneamente investigadora. Desta forma, todos os alunos da turma realizavam as tarefas propostas aos alunos caso e a professora tinha que auxiliar não apenas os alunos caso mas também os outros alunos da turma. Embora existisse um gravador que permitiu registar todas as falas estabelecidas pelos

alunos caso, houve sempre algo que se perdeu, como por exemplo, uma expressão, um olhar, etc. Procurámos contornar esta limitação, recorrendo a diversas formas de recolha de dados. Stenhouse (1993) destaca duas características da observação participante: (1) um observador participante envolve-se no contexto que observa, partilhando os hábitos e os costumes da comunidade em que se encontra inserido; (2) a necessidade de manter um certo distanciamento da realidade que se observa. Stake (2000), refere que “a observação participante implica, simultaneamente, um envolvimento emocional e um distanciamento objetivo” (p. 465). Contudo, por muito distanciamento que o investigador consiga manter em relação ao objeto observado e analisado, a interpretação que fará dos dados será subjetiva, pois é configurada pelos seus conhecimentos, vivências, valores e sentimentos. Além disso, esse distanciamento não poderá comprometer a sua participação na comunidade educativa. Deste modo, a coexistência destas duas características exige do investigador uma maior capacidade de reflexão e de sentido crítico face ao objeto observado, do qual faz parte.

A abordagem seguida num trabalho de investigação apresenta sempre algumas limitações. Quer seja utilizada uma abordagem qualitativa como quantitativa. Um investigador quantitativo faz uma análise em termos de variáveis descritivas, utilizando escalas e medidas. Já um investigador qualitativo subjuga a utilização dos dados em episódios chave ou testemunhos, que muitas vezes contemplam o seu cunho pessoal de interpretação. Neste estudo utilizou-se uma abordagem interpretativa. Numa investigação qualitativa a característica principal centra-se na interpretação. Tal como refere Stake (1995, p. 57) “Dado a intensa interação do investigador com as pessoas, quando faz trabalho de campo ou noutras situações, dada uma orientação construtivista para o conhecimento, dada a atenção à intencionalidade e ao sentido do participante, por muito descritivo que seja o relatório, o investigador acaba por oferecer, em última análise, uma visão pessoal.” Todavia, neste estudo pretendeu-se extrair significados tendo uma consciência de que a metodologia escolhida seria a mais adequada para o estudo realizado.

A concluir, gostaríamos ainda de fazer notar que este estudo pretendeu criar uma visão positiva do erro. Emergindo das ideias defendidas por autores como: Borasi (1996), Cury (2007) e Pinto (2000). Desta forma, emergem um conjunto de ideias para a prática pedagógica do professor. É importante que na sala de aula se estimule uma cultura onde o erro tenha um papel didático e formativo na aprendizagem dos alunos. Fomentar uma visão positiva face ao erro e possibilitar uma mudança na atitude dos alunos, proporcionando-lhes novas experiências de aprendizagem que lhes permite não só ultrapassar os seus próprios erros como

também conduzi-los a uma autonomia, instigando o seu pensamento reflexivo, favorecendo a aprendizagem.

Um dos apoios essenciais à evolução do currículo português, defendido pelos autores Ponte, Matos e Abrantes (1998, p. 332), é o da “generalização de projetos de investigação – ação (...) visando a realização de experiências inovadoras e a mudança das práticas de ensino e de avaliação dos diversos níveis de ensino”. Nesta linha de pensamento é fundamental que o ensino siga cada vez mais princípios motivadores de uma aprendizagem com significado, onde os alunos passem a assumir um papel interventivo no seu processo de avaliação.

É importante que o professor desenvolva uma prática de sala de aula formativa utilizando dispositivos que fomentem a regulação das aprendizagens, e permitam proporcionar experiências com significado para os alunos que facilitem a aprendizagem. Assim, é de lembrar a relevância de dar continuidade a esta linha de investigação, que perspetivando o erro como natural no processo de aprendizagem (Santos, 2008), dá relevo ao processo e não apenas ao produto final.

Por último, é de salientar a importância deste estudo para a nossa prática profissional pois permitiu desenvolver o conhecimento profissional, em especial no que respeita à avaliação das aprendizagens e às práticas avaliativas.

REFERÊNCIAS

- Allal, L., Cardinet, J., & Perrenoud, Ph. (1979). *L'évaluation formative dans un enseignement différencié*. Berne: Peter Lang.
- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 125-143.
- Abrantes, P. (2002). A avaliação das aprendizagens no ensino básico. In Paulo Abrantes e Filomena Araújo (Orgs.), *Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas* (pp. 9-15). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico.
- Aquino, J. (1997). *Erro e fracasso na escola: alternativas teóricas e práticas*. (Org.). São Paulo: Summus
- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica Investigar para aprender Matemática*. Lisboa: APM
- Barrody, A. (1987). *Children's Mathematical Thinking*, New York: Teachers College Columbia University
- Belo, I. (2009). *Matemática – Métodos Alternativos 3º ano*. K editora
- Berti, N., & Carvalho, M. (1996). *Erro e Estratégias do Aluno na Matemática: Construções para o Processo Avaliativo*. (Obtido em 06 de Abril de 2011 através de <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/496-4.pdf>)
- Bodgan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borasi, R. (1985) Using errors as springboards for the learning of mathematics; an introduction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 7(3-4), 1-14.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood. NJ: Ablex Publishing Corporation.
- Borasi, R. (1989) Definizioni incorrette di cherchio: uma miniera d'oro per gli insegnanti di Matematica.. *L'insegnamento della Matematicae delle Scienze Integrate*, 12(6), 773-795.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

- Buriasco, R. (2000). *Estudos em avaliação educacional: Algumas considerações sobre avaliação educacional*. São Paulo: Uriasco.
- Black, P. & Wiliam, D. (1998a). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1), 7-74.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Brocardo, J., Serrazina, L. & Rocha, I. (Orgs.) (2008). *O sentido do número – reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 3-28). Lisboa: Escolar Editora.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (2001). *Les erreurs des élèves en mathématiques*. Traducido por Brigitte Bernard. Artigo não publicado (<http://www.saber.ulla.ve/bitstream/123456789/19840/1/articulo10.pdf> acedido em 20 março 2012)
- Cardoso, A. (1987). Em Torno dos Conceitos de Currículo e de Desenvolvimento Curricular. *Revista Portuguesa de Pedagogia*. Ano XXI, 221-232.
- Carr, D. (1998). The art of asking questions in the teaching of Science. *School Science Review*, 79(289), 47-50.
- Carvalho, A. & Carvalho, G. (2006). *Educação para a saúde: Conceitos, práticas e necessidades de formação*. Loures: Lusociência.
- Chagas, I. (1993). *Teachers as innovators: A case study of implementing the interactive videodisc in middle school science program*. (Tese de Doutoramento, Boston University).
- Correia, C. (2010). Os erros no processo ensino/aprendizagem em Matemática. *Educação: Teoria e Prática*, 20(34), 169-186.
- Cury, H. (1995). Retrospectiva histórica e perspectivas atuais da análise de erros em educação matemática. *Zetetiké*, v.3, n. 4, pp. (39-50)

- Curry, H. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Editora Atênica.
- Dias, S. & Santos, L. (2008). Porque razão é importante identificar e analisar os erros e dificuldades dos alunos? O feedback regulador. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Orgs.). *Avaliação em Matemática – Problemas e desafios* (pp. 133-143). Viseu: SEM, SPCE.
- Dillon, J. T. (1986). Student questions and individual learning. *Educational Theory*, 36(4), 333-341.
- Durham, M. E. (1997). Secondary science teachers' responses to student questions. *Journal of Science Teacher Education*, 8(4), 257-267.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods ins research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*, pp. 119-161 New York: MacMillan.
- Erickson, F. (1989). Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza. In M. Wittrock (Ed.), *La investigación de la ensananza II. Métodos cualitativos y de observación*. Barcelona: Paidós. (trabalho original em inglês, publicado em 1986).
- Evertson, C. M., & Green, J. L. (1986). Observation as inquiry and method. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. pp. 162-213 New York: MacMillan.
- Fernandes, D. (2005). *Avaliação das aprendizagens: Desafios às teorias, práticas e políticas*. Lisboa: Texto Editores.
- Fisher, K. & Lipson, J. (1986)., Vinte Perguntas sobre Aluno Erros. *Jornal de Pesquisa em Ensino de Ciências*, 23 (9), 783-803.
- Fuson, K. C., Carroll, W. M., & Drucek, J. V. (2000). Achievement results for second and third graders using the standars-based curriculum everyday mathematics. *Journal Research in Mathematics Education* , 31(3), 277-293.
- Fuson, K. (2003). Developing Mathematical Power in Whole Number Operations. In J. Kilpatrick, G. Martin, & D. Schifter, *A research companion to the principles and*

standards for school mathematics. Pp. 68-94 National Council of Teachers of Mathematics.

Gabriela, A. www.quadroegiz.com, acessido em 01 de outubro de 2011

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978) *The child's understanding of number*. Pennsylvania: Harvard University Press

Gipps, C. & Stobart, G. (2003). Alternative assessment. In T. Kellaghan & D. Stufflebeam (Eds.), *International Handbook of Educational Evaluation* (pp. 549-576). Dordrecht: Kluwer,

Gomes, A. (2008). Auto-avaliação das aprendizagens dos alunos e investimento na apropriação de critérios de avaliação. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Orgs.). *Avaliação em Matemática – Problemas e desafios* (pp. 101-116). Viseu: SEM, SPCE.

Gomes, C. (1998). A aquisição da Linguagem Matemática: símbolo e significado. In Teberosky, A.; (Orgs) *Além da Alfabetização – a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática* (pp. 257-283). São Paulo: Ática.

Guimarães, H. (1988). *Ensinar Matemática: concepções e práticas (Tese de mestrado – Universidade de Lisboa)*. Lisboa: APM.

Guimarães, H. M. (2003). Concepções sobre a Matemática e a atividade matemática — um estudo com matemáticos e professores do ensino básico e secundário. *Coleção Teses Doutorado*. Lisboa: Associação de Professores da Matemática.

Hadji, C. (1994). *A avaliação, regras do jogo. Das intenções aos instrumentos*. Porto: Porto Editora.

Hadji, C. (1997). De la scientificité des discours sur l'éducation. In A. Estrela & J. Ferreira (Orgs.), *Métodos e técnicas de investigação científica em educação* (pp. 33-42). Lisboa: AFIRSE/SPCE.

Haguette, T. (1997). *Metodologias qualitativas na Sociologia*. (5ª edição). Petrópolis: Vozes.

- Igea, D., Agustín, J., Beltrán, A., & Martín, A. (1995). *Técnicas de investigación en ciencias sociales*. Madrid: Dykinson.
- Jorro, A. (2000). *L'enseignant et l'évaluation. Des gestes évaluatifs en question*. Bruxelles: De Boeck Université.
- Kamii, C., Lewis, B., & Livingston, S. L. (1993). Primary arithmetic: Children inventing their own procedures. *Arithmetic Teacher*, 41, 200-203.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1991)
- Machado, C. (2004). *Actividades práticas e literacia científica: um estudo com alunos do 5.º ano de escolaridade*. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa).
- McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). *Uma proposta de quadro de referência para examinar o sentido básico de número*. Perth, Australia: Edith Cowan University.
- Merriam, S. (1988). *Case study research in education: a qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Miles, Matthew B. & Huberman, A. Michael (1984). Drawing valid meaning from qualitative data: Toward a shared craft. *ER*, 13 (3), 20-30.
- Morgan, C. (2008). Avaliação formativa: apoio ou regulação dos alunos e dos professores? In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Orgs.). *Avaliação em Matemática – Problemas e desafios* (pp. 51-59). Viseu: SEM, SPCE
- Motta & Amorim (2009). Retirado em 10 de março de 2012 de (p. 1) <http://revistadaesab.com/?p=163&pfstyle=w p>
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavsky, O. & Inbar, S. (1987). An empirical classification model for errors in high school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, (1), 3-14.
- Meirieu, P. (1988). *Apprendre...oui, mais comment?* Paris: ESF.

- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1989).
- NCTM (1994). Normas profissionais para o ensino da Matemática. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original em inglês, publicado em 1991).
- NCTM (1999). Normas para a avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM. (Trabalho original em inglês, publicado em 1995).
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (2007), *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM
- Nunes, T.; Bryant, P. (1997) *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas
- Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar*. SP: Campinas, Papirus.
- Pinto, J. & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Pólya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (Combined ed.). New York: Wiley.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J., Matos, J., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P. e L. Serrazina (2000). *Didática da Matemática no 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC, ME.

- Radatz, H. (1979). Error Analyses in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10(2), 163-172
- Ribeiro, C. (1993). *Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: Texto Editora, 4^a ed..
- Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In P. Abrantes & F. Araújo (Orgs.), *Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas* (pp. 75-84). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico.
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Orgs.). *Avaliação em Matemática – Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: SEM, SPCE.
- Santos, L. (2010). Introdução. In Leonor Santos (Org.), *Avaliar para aprender. Relatos de experiências de sala de aula do pré-escolar ao ensino secundário*. (pp. 5-14). Porto: Porto Editora
- Santos, L., & Pinto, J. (2008). The teacher's oral feedback and learning. *ICME11*(disponível em <http://tsg.icme11.org/tsg/show/37>)
- Santos, L. & Pinto, J. (2010). The use of feedback in written reports and portfolio: an assessment for learning strategy. *Journal of the Korean Society of Mathematical Education. Series D: Research in Mathematical Education*, 14(3), 281-297
- Selltiz, et al. (1965). *Métodos de pesquisa das relações sociais*. São Paulo: Herder.
- Serrazina, L., & Ferreira, E. (2006). Competência de cálculo? Sim! E também colaborando a distância, In Equipa do Projecto Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares *Desenvolvendo o sentido do número perspectivas e exigências curriculares*. Lisboa: APM.
- Silva, E. *A virtude do erro: uma visão construtivista da avaliação*. Retirado em 02 de fevereiro de 2012 de noite.wordpress.com/2008/04/20matematica-e-aprendizagem
- Soares, F. & Nunes, M. (2008). Avaliar? ... Como? In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, & C. Rodrigues (Orgs.). *Avaliação em Matemática – Problemas e desafios* (pp. 145-148). Viseu: SEM, SPCE.

- Socas, M., Machado, M., Palarea, M., & Hernandez, J. (1996). *Iniciacion al Algebra*. Madrid: Síntesis.
- Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. In L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.
- Souza, S. (2002). *O papel construtivo do erro no processo de ensino e aprendizagem da matemática*. 2002. (Dissertação de Mestrado, UNESP) Consulta a 22 de dezembro de 2011 através http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicações_Orais%5Cco0054.doc
- Stake, R. (1995). *A Arte da investigação com estudos de caso*. (2ªed.) Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stake, R. (2000). Case Studies. In N. K Denzin, & Y. S Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 435-454). London: Sage.
- Stenhouse, L. (1993). The verification of descriptive case studies. In R. Burgess, & J. Rudduck (Eds.), *A perspective on educational case study* (pp. 59-86). Coventry: Center for Educational Development, Appraisal and Research, University of Warwick.
- Teles, L. (2005). *Matemática com arte: um microprojecto intercultural adaptado a alunos da escola de dança do conservatório nacional*. Lisboa: APM.
- Teles, L., & César, M. (2007). *Matemática com arte: A construção de identidades dialógicas através de Microprojectos colaborativos*. (no. 6, pp. 129-162) Consultado a 03 de janeiro de 2012 de <http://nonio.eses.pt/interaccoes/>
- Teixeira, M. (1993) *O Professor e a Escola – Contributo para uma abordagem orgazacional*, Tese de Doutoramento, Braga.
- Tikunoff, W.J. & Ward, B.A. (1980). Conducting naturalistic research on teaching. *Education and Urban Society*, 12 (3), 263-390.

- Torre, S.(2004). *Aprender de los errores: El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de La Plata.
- Torre, S. (2007). Aprender com os erros *O Erro como Estratégia de Mudança*. Porto Alegre: Artmed.
- Vasconcelos, C. (1994). *Avaliação: concepção dialética libertadora do processo de avaliação escolar*. Brasil: São Paulo: Libertad.
- Vergnaud, G. (1982) *Psicologia Cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática*: algumas questões teóricas e metodológicas. Conferência para o grupo de Estudos em Educação Matemática, Kingston, Queen's University
- Vergnaud, G. (1983b). Multiplicative structures. In Lesh, R. and Landau, M. (Eds.) *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press Inc.
- Vergnaud, G. (1987). Problem solving and concept development in the learning of mathematics. E.A.R.L.I. Second Meeting. Tübingen.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 141-161). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum..
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 133-170.
- Vergnaud, G. et al. (1990). Epistemology and psychology of mathematics education. In Neshier, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) *Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. ???-???). Cambridge: Cambridge University Press.
- Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro* (pp. 1-26). Rio de Janeiro.

- Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-59). Albany, N.Y.: State University of New York.
- Vergnaud, G. (1996a). Education: the best part of Piaget's heritage. *Swiss Journal of Psychology*, 55(2/3), 112-118.
- Vergnaud, G. (1996b). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *Revista do GEMPA*, 4, 9-19.
- Vergnaud, G. (1996c). Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. *Perspectivas*, 26(10), 195-207.
- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publishing.
- Yin, R. (2002). *Case study research: Design and methods* (Third Ed.). Newbury Park: Sage.

Referências legislativas

- Despacho nº 98-A/1992, *Diário da República*, 140, I Série B, 2908(2) - 2908(4).
- Despacho nº 338/1993, *Diário da República*, 247, I Série B, 5934-5937.
- Decreto-Lei Nº 6/2001, de 18 de Janeiro. *Diário da República*, 15, I Série A, 258-265.
- Despacho Normativo N.º 30/2001- Regime de avaliação no ensino básico. *Diário da República*, 166, I Série B, 4438-4441.
- Despacho nº1/2005, *Diário da República*, 3, I Série B, 71-76.
- Despacho Normativo Nº 14/2011 - *Diário da República*, 2.^a série — N.º 222 — 18 de Novembro de 2011

ANEXOS

Anexo I – Autorização pedida à Diretora do Agrupamento

Lisboa, 29 de setembro de 2011

Exma. Sra. Diretora do Agrupamento de Escolas Matilde Rosa Araújo,
Dr.^a Hélia Rodrigues,

No âmbito do desenvolvimento da minha dissertação de Mestrado em Didáctica da Matemática, realizado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, sob a orientação da Professora Doutora Maria Leonor Santos pretendo desenvolver com a turma do 2.º ano B, da EB1/JI Padre Agostinho da Silva, a qual sou professora titular, um estudo com o tema: O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 1.º ciclo de escolaridade. Solicito a sua autorização para a realização deste trabalho que inclui entrevistas aos alunos caso e a gravação áudio de algumas aulas.

Os alunos serão previamente informados sobre todos os procedimentos previstos para o estudo e serão esclarecidos quanto à finalidade dos mesmos. Será também solicitada uma autorização prévia aos encarregados de educação para as gravações e para as entrevistas a realizar.

Com os melhores cumprimentos,

Ana Alexandra Fernandes Augusto

Anexo II – Autorização pedida à Coordenadora de Escola

Lisboa, 29 de setembro de 2011

Exma. Sra. Coordenadora da Escola Padre Agostinho da Silva
Professora Lurdes Peixoto,

No âmbito do desenvolvimento da minha dissertação de Mestrado em Didáctica da Matemática, realizado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, sob a orientação da Professora Doutora Maria Leonor Santos pretendo desenvolver com a turma do 2.º ano B, da EB1/JI Padre Agostinho da Silva, a qual sou professora titular, um estudo com o tema: O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 1.º ciclo de escolaridade. Solicito a sua autorização para a realização deste trabalho que inclui entrevistas aos alunos caso e a gravação áudio de algumas aulas.

Os alunos serão previamente informados sobre todos os procedimentos previstos para o estudo e serão esclarecidos quanto à finalidade dos mesmos. Será também solicitada uma autorização prévia aos encarregados de educação para as gravações e para as entrevistas a realizar.

Com os melhores cumprimentos,

Ana Alexandra Fernandes Augusto

Anexo III – Autorização pedida aos encarregados de educação

Lisboa, 30 de setembro de 2011.

Exmo. Senhor Encarregado de Educação

No âmbito da minha dissertação de Mestrado em Didática da Matemática, realizado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, estou a desenvolver no presente ano letivo, um estudo sobre o erro em matemática - *O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 1.º ciclo de escolaridade*. Para a realização deste estudo, solicito a sua autorização para proceder à gravação áudio das aulas em que aplicar as tarefas relativas ao estudo, bem como de entrevistas individuais ao seu educando caso venha a ser necessário.

As gravações destinam-se exclusivamente ao presente estudo, estando garantida a privacidade do seu educando. Recolhidos os dados, todo o material de suporte das gravações será destruído.

Este estudo é do conhecimento da diretora do Agrupamento.

Desde já manifesto a minha total disponibilidade para prestar qualquer esclarecimento que considere necessário, e agradeço a colaboração.

Com os meus melhores cumprimentos,

Autorizo que o meu educando, _____, da turma B do 2.º ano, participe no estudo acima referido sobre *O erro como caminho para a aprendizagem das operações com números naturais: Um estudo com alunos do 1.º ciclo de escolaridade*.

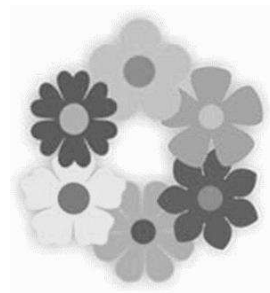
(Assinatura do Encarregado de Educação)

Anexo IV – Tarefa 1

Tarefa 1

A Marta tem um grande jardim com rosas de várias cores. Resolveu fazer um arranjo de flores e colocou numa jarra, três dezenas de rosas vermelhas e uma dezena de rosas brancas. Sabe-se que a Marta tem no total cinco dezenas de rosas.

Quantas rosas tem a Marta de outras cores?



Anexo V – Tarefa 2

Tarefa 2

Quatro irmãs, a Mariana, a Teresa, a Fátima e a Rita vivem no mesmo prédio. A Mariana mora dois andares por cima da Fátima. A Teresa mora oito andares por baixo da Mariana. A Rita mora no 6º andar, a meio caminho entre a Fátima e a Teresa. Em que andar mora cada uma delas?



Anexo VI – Tarefa 3

Tarefa 3

Na escola do Simão houve um magusto no dia de S. Martinho.

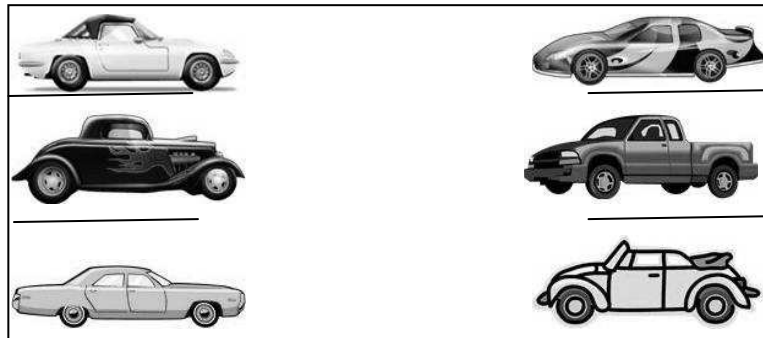


Cada um dos 20 alunos, da turma do Simão, levou 5 castanhas. Os 30 alunos da turma da Beatriz levaram 10 castanhas, cada um. Qual das turmas tinha mais castanhas?

Anexo VII – Tarefa 4

Tarefa 4

1. No parque de estacionamento do Centro Comercial, estão estacionados automóveis como mostra a figura.



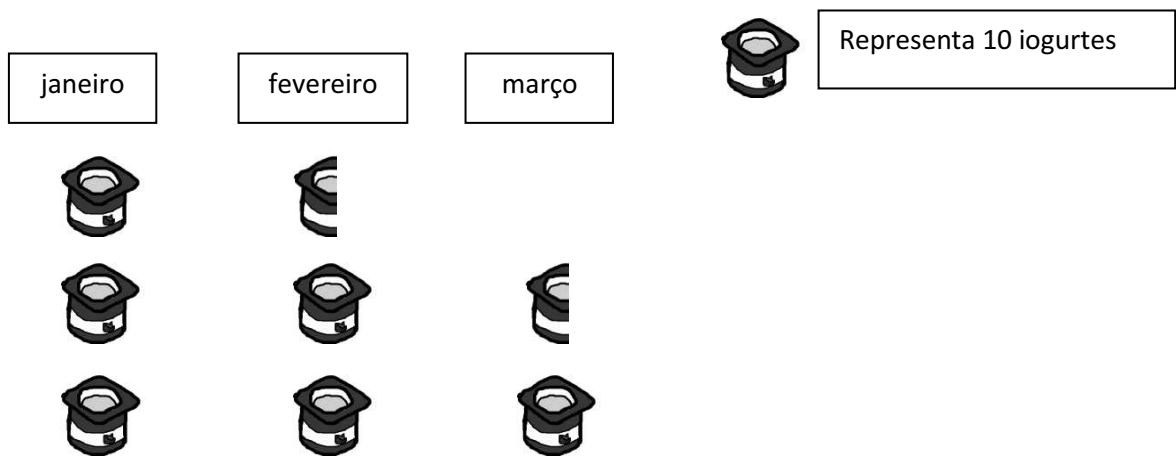
1.1 Quantas rodas têm no total os automóveis da figura?

1.2 A partir de uma determinada hora, o parque fica lotado. Sabendo que fica lotado com o dobro dos automóveis que estão na figura, quantos lugares para estacionamento tem o parque?

Anexo VIII – Tarefa 5

Tarefa 5

Numa fábrica de fabrico de iogurtes registou-se a venda de iogurtes de morango. Tal como mostra o pictograma.



Indica o número de iogurtes vendidos em janeiro.

Qual o mês de menor venda de iogurtes.

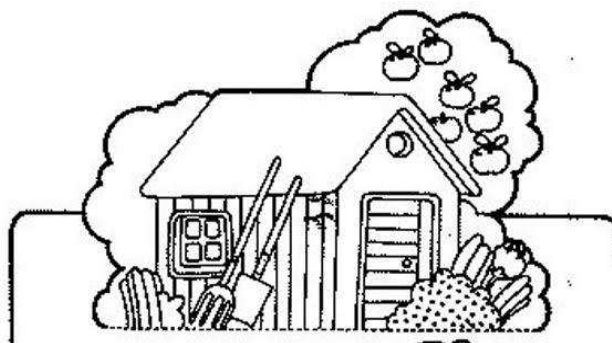
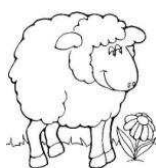
Quantos iogurtes faltam para conseguir uma produção de cem iogurtes?

Anexo IX – Tarefa 6

Tarefa 6

1. Numa quinta existem ovelhas e galinhas. Ao todo existem 7 cabeças e 20 patas.

Quantas são as galinhas e quantas são as ovelhas?



Tarefa 7

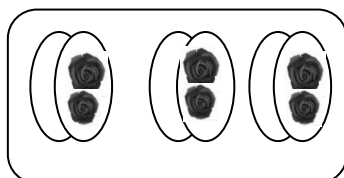
O banho do Elmer



1. O Elmer é um elefante muito asseado. Este mês de janeiro resolveu tomar banho sempre que o número do calendário fosse par. Ele em cada banho que toma gasta 3 sabonetes com cheiro a morango e 2 com cheiro a flores.

1.1 Quantos sabonetes é que o Elmer gastou no final do mês?

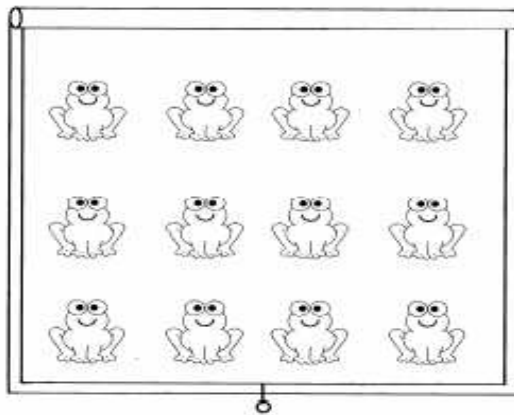
1.2 O Elmer comprou recentemente uma caixa de sabonetes com cheiro a rosa, como mostra a figura.



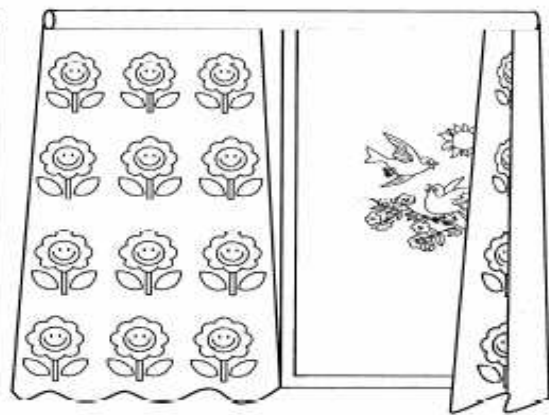
1.3 Sabendo que em cada coluna existem mais três sabonetes por baixo daqueles que mostra a figura. Quantos sabonetes tem no total, a caixa do Elmer?

Anexo XI – Tarefa 8

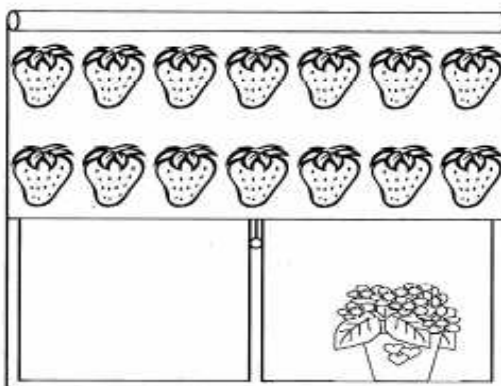
CORTINAS



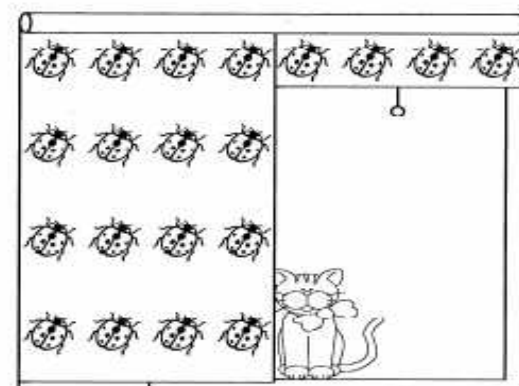
Quarto do João



Quarto da irmã



Cozinha



Quarto do irmão

1. O João tem dois irmãos. Na figura temos as cortinas do quarto dele, dos irmãos e da cozinha.
 - 1.1. Quantas rãs estão na cortina do quarto do João? Como contaste?
 - 1.2. A cortina do quarto da irmã do João não está toda corrida, mas és capaz de dizer quantas flores tem a cortina? Como pensaste?
 - 1.3. Os morangos da cortina da cozinha não estão todos à vista, mas consegues descobrir quantos são? Explica como fizeste.
 - 1.4. E como consegues saber quantas joaninhas tem a cortina do

Anexo XII – Tarefa 9

Tarefa 9

1. O José e a Maria receberam um pacote de rebuçados. O José comeu 3, depois comeu 1 e depois comeu 2. A Maria comeu 2, depois comeu outros 2 e por fim comeu mais 2. Afinal, quem comeu mais rebuçados, o José ou a Maria?



Anexo XIII – Guião da Entrevista aplicada aos participantes

Área	Questões	Objetivo
Legitimação da entrevista	Desde já o meu obrigado por participares nesta entrevista. Não te importas que eu a grave?	Explicar a finalidade da entrevista.
Matemática	- Quando tu ouves falar em matemática em que pensas? Dá-me um exemplo de uma situação que seja para ti de matemática. - Achas que é importante? - Porquê? - Gostas de matemática? - O que gostas mais de fazer quando trabalhas matemática? E o que gostas menos? Porquê?	Compreender o que pensa o aluno sobre matemática
Avaliação formativa	- E quando ouves falar de avaliação. O que é para ti? - Para que serve?	Perceber o que o aluno compreende sobre o termo - <i>avaliação</i> .
Erro em Matemática	- Sempre que nós fazemos qualquer coisa podemos errar. O que sentes quando erras? E o que fazes? Porquê? Descreve-me uma situação recente em que erraste e explica-me o que fizeste. - Consegues aprender com o erro?	Recolher informação sobre o tema do <i>erro em matemática</i> . Compreender de que forma o aluno encara o erro.