UNIVERSIDADE DE LISBOA
Instituto de Educação

CONTRIBUIÇÃO DO ESTUDO DE AULA PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Cleide Oliveira Rodrigues

Orientadores: Prof. Doutor João Pedro Mendes da Ponte
Profa. Doutora Marisa Alexandra Ferreira Quaresma

Tese especialmente elaborada para obtenção do grau de Doutor em Educação, especialidade de Didática da Matemática

2024

UNIVERSIDADE DE LISBOA
Instituto de Educação

CONTRIBUIÇÃO DO ESTUDO DE AULA PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO

Cleide Oliveira Rodrigues

Orientadores: Prof. Doutor João Pedro Mendes da Ponte
Profa. Doutora Marisa Alexandra Ferreira Quaresma

Tese especialmente elaborada para obtenção do grau de Doutor em Educação, especialidade de Didática da Matemática

Júri:

Presidente: Doutor Pedro Guilherme Rocha dos Reis, Professor Catedrático e membro do Conselho Científico do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
Vogais:
- Doutora Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana, Professora Titular do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Área de Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Brasil;
- Doutor António Manuel Dias Domingos, Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa;
- Doutor João Pedro Mendes da Ponte, Professor Catedrático Jubilado do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, orientador;
- Doutora Mónica Luísa Mendes Baptista, Professora Associada do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa;
- Doutora Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira, Professora Associada do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

2024

RESUMO

O desenvolvimento do conhecimento didático tem uma importância fundamental na formação inicial de professores, delegando ao estágio supervisionado obrigatório fortes desafios para a compreensão das dimensões que o constituem, com os devidos efeitos na prática letiva. Com esse interesse, esta pesquisa visa conhecer as potencialidades e os fatores condicionantes do estudo de aula na formação inicial de futuros professores de Matemática, na disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório (ESO), no que concerne ao desenvolvimento do seu conhecimento didático.

A metodologia adota uma abordagem qualitativa e interpretativa, com formato de observação participante, em que foram realizados estudos de aula em duas turmas da disciplina de Estágio Supervisionado II, da Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil, de modo totalmente remoto. No estudo participaram vinte e sete futuros professores de Matemática e duas professoras formadoras. A recolha de dados foi realizada pela elaboração de diário de campo, entrevistas semiestruturadas e compilação das produções acadêmicas dos futuros professores. A análise dos dados, descritiva e analítica, incide sobre o percurso da pesquisa, triangulando informações e identificando categorias que surgiram durante as etapas dos dois estudos de aula e evidenciando suas contribuições para o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores de Matemática.

Os resultados revelam que os estudos de aula realizados no estágio promoveram a prática colaborativa e reflexiva, contrariando as práticas individualizadas usuais na maioria das atividades de estágio. Ressalta-se que os futuros professores desenvolveram seus conhecimentos didáticos ao logo do processo, sem que uma etapa do estudo de aula tenha sido mais importante que outra. O estudo de diferentes tipos de tarefa e a elaboração de tarefas exploratórias contribui para a aproximação entre teoria e prática, por meio da análise, produção e reflexão sobre os objetos matemáticos e didáticos com foco nas aprendizagens dos alunos. O estudo de aula mostrou-se promissor, permitindo que os futuros professores reavaliassem suas crenças sobre o processo de ensino e aprendizagem ao centrar suas atenções nos alunos. Isso os levou a questionar comportamentos e atitudes com relação às dificuldades docentes e a pensar possibilidades didáticas para a sua superação. As atividades do estágio supervisionado foram adequadamente contempladas nos estudos de aula, inserindo os futuros professores como participantes ativos no processo de desenvolver seu conhecimento didático.

Palavras-Chaves: Estágio supervisionado; Estudo de aula; Conhecimento didático; Tarefas exploratórias; Colaboração; Reflexão**.**

ABSTRACT

The development of didactic knowledge has a fundamental importance in initial teacher education, delegating to the mandatory supervised internship strong challenges for the understanding of its dimensions, with the due effects on teaching practice. With this interest, this research aims to know the potentialities and conditioning factors of lesson study in the initial teacher education of future mathematics teachers, in the discipline of Supervised Internship (ESO), with regard to the development of their didactic knowledge.

The methodology adopts a qualitative and interpretative approach, with a participant observation format, in which lesson studies were carried out in two classes of the Supervised Internship II discipline, at the Federal Rural University of Pernambuco, Brazil, in a totally remote way. Twenty-seven future mathematics teachers and two teacher educators participated in the study. Data collection was carried out through the elaboration of a research journal, semi-structured interviews and compilation of the academic productions of the future teachers. The descriptive and analytical data analysis focuses on the course of the research, triangulating information and identifying categories that emerged during the stages of the two lesson studies and evidencing their contributions to the development of didactic knowledge of future mathematics teachers.

The results show that the lesson studies carried out in the internship promoted collaborative and reflective practice, contrary to the usual individualized practices in most internship activities. It is noteworthy that the future teachers developed their didactic knowledge throughout the process, without one stage of the lesson study being more important than another. The study of different types of tasks and the elaboration of exploratory tasks contributed to the approximation between theory and practice, through the analysis, production and reflection on mathematical and didactic objects with a focus on students' learning. The lesson study showed promise, allowing the future teachers to reassess their beliefs about the teaching and learning process by focusing their attention on the students. This led them to question behaviors and attitudes in relation to teaching difficulties and to think about didactic possibilities to overcome them. The activities of the supervised internship were adequately contemplated in the lesson studies, inserting the future teachers as active participants in the process of developing their didactic knowledge.

Keywords: Supervised internship; Class study; Didactic knowledge; Exploratory tasks; Collaboration; Reflection.

AGRADECIMENTOS

A João Pedro da Ponte e à Marisa Quaresma, eterna gratidão

Aos participantes do estudo, pela confiança

Aos professores e colegas do IE, pelo compartilhamento da luta

Às minhas amigas Sandra e Solange, pela cumplicidade

Aos meus irmãos e ao meu pai, pela força e coragem

À Mariza e à Letícia, minhas adoráveis filhas

A Armando, meu amado companheiro de todas as horas.

Nós somos mulheres jacarandá,
enverga,
mas não quebra.
(Mamãe, *in memoriam*).

Sumário

CAPÍTULO 1 ..... **9**

INTRODUÇÃO 9
1.1 Propósitos e desafios da formação inicial do professor de Matemática 9
1.2 Motivação e apresentação do objeto de estudo 12
1.3 Objetivo e questões do estudo 19
1.4 Organização do estudo 19

CAPÍTULO 2 ..... **22**

CONHECIMENTO DIDÁTICO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA 22
2.1 Modelo de Shulman 23
2.2 Modelo de Ball, Thames e Phelps 25
2.3 Modelo de Carrillo, Climent, Contreras e Muniz-Catalán 27
2.4 Modelo de Rowland, Huckstep e Thwaites 31
2.5 Modelo de Ponte 33
Síntese 35

CAPÍTULO 3 ..... **37**

APRENDER A ENSINAR: CONTRIBUTOS DA FORMAÇÃO INICIAL 37
3.1 Tarefas matemáticas: recurso da aprendizagem docente 42
3.2 Contexto das tarefas 47
3.3 Elaboração e adaptação de tarefas 49
Síntese 52

CAPÍTULO 4 ..... **54**

O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E O ESTUDO DE AULA 54
4.1 O estágio e os seus desafios 54
4.2 Estudo de aula: conceito e forma 58
4.3 Etapas do estudo de aula 61
4.4 O papel da observação no estudo de aula 66
4.5 Estudo de aula na formação inicial: potencialidades e desafios 69
4.6 Investigações empíricas sobre o estudo de aula na formação inicial 80
Síntese 84

CAPÍTULO 5 ..... **86**

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO 86
5.1 Abordagem metodológica 86
5.2 Contexto da pesquisa 88
5.3 Tomadas de decisão 91
5.4 Visão geral dos dois estudos de aula nas disciplinas de ESO II 93
5.5 Participantes 98
5.6 Recolha de dados 102
5.6.1 Diário de campo 103
5.6.2 Gravações de áudio e vídeo 104
5.6.3 Entrevista 105
5.6.4 Recolha de documentos 107
5.7 Análise de dados 109
5.8 Questões éticas 111

CAPÍTULO 6 113

DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO EMPÍRICO 113
6.1. Descrição das etapas e das ações do estudo de aula da turma LM1 113
6.2 Descrição das etapas e das ações do estudo de aula da turma LM3 137
Síntese de todos os encontros 164

CAPÍTULO 7 170

CONSTRUINDO IDEIAS SOBRE OS OBJETOS DE ENSINO DO CONTEÚDO 170
Turma LM1 170
7.1. Estudo dos documentos oficiais sobre divisão 170
7.2 Análise de pesquisas acadêmicas sobre o conteúdo de divisão 172
7.3 Concepção de tarefas: reconhecendo necessidades 175
7.4 Plano de aula: instrumento de orientação à prática docente 176
Síntese 178
TURMA LM3 179
7.5 Estudo dos documentos oficiais sobre multiplicação e divisão. 179
7.6 Análise de pesquisas acadêmicas sobre o conteúdo de equação de primeiro grau 181
7.7 Concepção de tarefas: reconhecendo necessidades 184
7.8 Plano de aula: instrumento de orientação à prática docente 186
Síntese 188

CAPÍTULO 8 190

ELABORAÇÃO, ADAPTAÇÃO E RESOLUÇÃO DE TAREFAS EXPLORATÓRIAS 190
Turma LM1 190
8.1 Tarefas exploratórias: elaboração, adaptação e resolução 190
8.2 Tarefa do prêmio 195
8.3 Tarefa dos doces 197
8.4 Perspectivas dos futuros professores sobre elaboração de tarefas exploratórias 199
Síntese 200
Turma LM3 201
8.5 Tarefas exploratórias: elaboração, adaptação e resolução 201
8.6 Tarefa das mesas 206
8.7 Tarefa do reino 207
8.8 Perspectivas dos futuros professores sobre elaboração de tarefas exploratórias 208
Síntese 210

CAPÍTULO 9 211

ANTECIPANDO ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS 211
Turma LM1 211
9.1 Antecipando estratégias e dificuldades dos alunos 211
9.2 A tarefa do prêmio 213
9.3 A tarefa dos doces 215
9.4 Reflexão da atividade: antecipar estratégias e dificuldades dos alunos 216
Síntese 218
Turma LM3 219
9.5 Antecipando estratégias e dificuldades dos alunos 219
9.6 A tarefa das mesas 220
9.7 A tarefa do reino 224
9.8 Reflexão da atividade: antecipar estratégias e dificuldades dos alunos 225
Síntese 226

CAPÍTULO 10 228
CONHECIMENTO DIDÁTICO EMERGENTE DO ESTUDO DE AULA NO ESTÁGIO 228
Turma LM1 228
10.1 Práticas colaborativas 228
10.2 Reflexões sobre a aula de investigação 233
10.3 Contribuições do estudo de aula no estágio 249
10.4 Potencialidades, condicionantes e limitações do estudo de aula no estágio supervisionado 256
Turma LM3 262
10.5 Práticas colaborativas 262
10.6 Reflexões sobre a aula de investigação 269
10.7 Contribuições do estudo de aula no estágio 285
10.8 Potencialidades, condicionante e limitações do estudo de aula no estágio supervisionado 292
CAPÍTULO 11 299
CONSIDERAÇÕES FINAIS 299
Síntese do estudo 299
Conclusões do estudo 301
Reflexão final 326
REFERÊNCIAS 331
5. ANEXOS 344

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Conhecimento para o ensino de Matemática (Ball, Thames & Phelps, 2008). 25
Figura 2: Conhecimento especializado para o ensino de Matemática (Carrillo, Climent, Contreras & Muniz-Catalán, 2013) 28
Figura 3: Conhecimento didático de Matemática (Rowland, Huckstep e Thwaits, 2005) 31
Figura 4: Conhecimento didático de Matemática (Ponte, 2012). 34
Figura 5: Classificação das tarefas, segundo o grau de desafio e estrutura. (Ponte, 2005) 44
Figura 6: Processo cíclico do estudo de aula (Fujii, 2018). 61
Figura 7: Observação participante no ciclo de estudo de aula. (Autoria própria). 91
Figura 8: Relação entre as etapas do estudo de aula e as atividades realizadas. (Elaboração própria) 132
Figura 9: Orientações para elaboração do plano de aula (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015). 154
Figura 10: Estratégia de resolução utilizada por Célia na aula de investigação. 157
Figura 11: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO da turma LM3 (Elaboração própria). 166
Figura 12: Respostas de uma aluna para mostrar sua estratégia, de somas sucessivas, para resolver a divisão. 243
Figura 13: Imagem utilizada por Maria para conceituar práticas colaborativas. 263
Figura 14: Slide de Maria sobre os momentos mais desafiantes das práticas colaborativas no estudo de aula. 266
Figura 15: : Slide desenvolvido na condução da aula de investigação de Luiz 270
Figura 16: Slide da questão 2 da aula de investigação conduzida por Célia. 272
Figura 17: Os desafios vivenciados no estudo de aula no ambiente remoto. 319

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Síntese das finalidades das tarefas (Swan, 2017). 43
Tabela 2: Síntese do processo do estudo de aula realizado no ESO II. 96
Tabela 3: Experiência dos participantes com a prática docente 99
Tabela 4: Caracterização dos dois estudos de aula realizados (grifo nosso). 101
Tabela 5: Pontos de interesse no guião de entrevistas aos futuros professores. 106
Tabela 6: Instrumentos utilizados para recolha de dados (grifo nosso). 107
Tabela 7: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO II, com a turma LM1. 133
Tabela 8: Textos selecionados e estudados pelos futuros professores sobre tarefas exploratórias 147
Tabela 9: Sugestões de temas para e elaboração dos relatos de experiência. 163
Tabela 10: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO II, com a turma LM1. 167
Tabela 11: Indicação das dificuldades dos alunos ao resolverem a tarefa exploratória 223
Tabela 12: Exemplos dos tipos de tarefas sugerias para a aula de investigação 307

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1: Sugestão de pesquisa para o desenvolvimento do quarto encontro. 117
Quadro 2: Questões que compuseram a tarefa exploratória para a aula de investigação 123
Quadro 3: Primeira versão dos objetivos elaborados pelos futuros professores 144
Quadro 4: Segunda versão dos objetivos elaborados pelos futuros professores 146
Quadro 5: Tarefa exploratória para a aula de investigação 151
Quadro 6: Guião para discussão pós-aula e categorias identificadas 158
Quadro 7: Seleção de exercícios considerados como problemas. 193
Quadro 8: Tarefa selecionada para a aula de investigação 195
Quadro 9: Tarefa exploratória adaptada para a aula de investigação. 196
Quadro 10: Tarefa realizada na aula de investigação 199
Quadro 11: Tarefa das mesas adaptada para a aula de investigação. 206
Quadro 12: Tarefa do reino adaptada para a aula de investigação. 207
Quadro 13: Tarefa dos doces adaptada para a aula de investigação. 215

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Propósitos e desafios da formação inicial do professor de Matemática

Ao iniciar uma pesquisa, torna-se importante imergir nas dimensões teóricas e metodológicas que configuram e apoiam o objeto, os objetivos e as questões, de modo a justificar sua relevância e as possíveis contribuições para a área da pesquisa. Este trabalho pretende aprofundar questões referentes aos desafios e aos propósitos da formação inicial do professor de Matemática e à relevância do estágio supervisionado nessa importante fase da formação.

A formação do professor de Matemática faz parte de um processo contínuo que envolve diferentes saberes, alimentados pelo diálogo com seus pares e pela sua capacidade de reflexão em diferentes fases de seu desenvolvimento profissional. Para Ponte (1998), a formação do professor inclui a formação inicial, contínua e especializada, sendo preciso considerar modelos, teorias e investigações empíricas desses processos e estudar as práticas dos atores e as suas relações com as instituições, as experiências de ensino e as outras especificações. Para Freire (1996) e Frigotto (1996), a formação de professores é um processo permanente e necessário para um constante aprimoramento da competência profissional. Nóvoa (1992) relaciona formação com crescimento pessoal e identidade com a profissão, afirmando ser necessário "um investimento pessoal, livre e criativo sobre os percursos e os projetos próprios" (p. 25).

Com relação à formação inicial, como parte importante do processo de formação e de profissionalização, García (1999) descreve que o seu objetivo é preparar futuros profissionais para "o estudo do mundo, de si mesmo" (p. 81) ao longo de sua carreira, para o estudo continuado do ensino e para contribuir com a escola no enfrentamento de problemas mais gerais. O autor entende esse momento como a preparação que o futuro

professor obtém através do curso superior de graduação e/ou pós-graduação para exercer a profissão.

A formação inicial constitui um processo complexo, por vezes designado de "aprender a ensinar" (Flores, 2010; Hiebert *et al*., 2003; Tardif, 2000), de modo a superar posturas didáticas apoiadas na imitação de modelos ou na instrumentalização técnica, fortemente influenciada por experiências anteriores (Polettini, 1996) consideradas como boas práticas de ensino (Hiebert *et al*., 2003; Mizukami, 1986; Oliveira, 1994; Pimenta & Lima, 2006). Nesse sentido, Even e Ball (2009) advertem que tal influência são imagens poderosas de como se deve ensinar e aprender Matemática. A formação inicial do professor de Matemática, quando baseada nestas premissas, contribui para a conservação de um conjunto de crenças e de valores sobre o que é ser professor de Matemática (Flores, 2010; Ponte, 2000). Convém, portanto, destacar que a superação de representações trazidas pelo futuro professor para o espaço da formação inicial é um desafio a ultrapassar.

Ao problema do conservadorismo das crenças e dos valores, somam-se as dificuldades inerentes ao ensino e à aprendizagem dos conteúdos de Matemática, que possuem uma estrutura abstrata e modos próprios para trabalhar conceitos, problemas, modelos e métodos (Santomé, 1998). Historicamente, isto tem dificultado os processos de ensino e de aprendizagem na educação básica, posicionando a Matemática como disciplina responsável pelos altos índices de evasão e repetência escolar (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997). Além disso, como afirmam Marcelo (2009), Pimenta e Lima (2006) e Ponte *et al*. (2000), os cursos de formação inicial têm consistido num aglomerado de disciplinas muitas vezes desarticuladas entre si, sem explicitação de seus nexos com a realidade prática, resultando no distanciamento entre a escola básica e a universidade, e seus profissionais. Esses distanciamentos, para Lewis (2019), têm reforçado ideias sobre a formação inicial como um amontoado de teorias, distantes das necessidades de sala de aula, dando força à perspectiva de muitos futuros professores de que essa formação é apenas um rito de passagem para a profissão e não uma experiência rigorosa e valiosa que, de fato, os prepara para promover mudanças significativas nas práticas de sala de aula.

Estes problemas são efeitos do formalismo clássico ou da racionalidade técnica, cujos princípios se baseiam numa Matemática atemporal e impessoal, sendo o papel do professor transmitir conteúdo (Fiorentini, 2011). Inseridos nesses entendimentos estão: i) a sustentação de que a Matemática, como ciência abstrata, não é uma representação da

realidade prática (Soares & Rêgo, 2015); ii) a desarticulação dos conteúdos específicos e didáticos, causando a valorização de um sobre o outro (Pimenta, 1995); iii) a consideração de que os objetivos da comunidade acadêmica e da comunidade escolar são distintos e que, por isso, não se relacionam (Fiorentini, 2011); iv) o desconhecimento de que o papel da formação é aprender a ensinar e não somente aprender Matemática; e v) a atribuição às disciplinas de estágio de ser a parte prática do curso, sendo o papel do professor formador gerenciar suas atividades.

Poder-se-ia supor que a formação inicial deveria apresentar soluções, através de um conjunto de técnicas, para os problemas que surgem no ambiente da escola e da sala de aula. As soluções a esses problemas não podem ser unificadas em torno de uma disciplina ou de um conjunto de disciplinas, nem de uma teoria ou de uma prática. Entretanto, a formação inicial constitui-se numa dimensão maior que abrange diversas áreas do conhecimento, tanto no ramo das ciências naturais e aplicadas como no das ciências sociais e humanas (Tardif, 2000). Essa fase da formação é o início do contínuo processo de desenvolvimento profissional (Helgevold & Wilkins, 2020; Ponte *et al*., 2000), legitimando a profissão e capacitando o professor para o exercício docente (Almeida & Biajone, 2007).

Esses desafios influenciaram, por muitos anos, os processos de formação de professores de Matemática (Fiorentini, 1995; Vilarins, 2011), com efeitos negativos no estágio supervisionado, levando-os a assumir que existe um conjunto de conhecimentos suficientes para preparar o professor para o ensino (Curi, 2011). Em função disso, como se referem Pimenta e Lima (2006), o estágio torna-se uma disciplina com problemas de difíceis soluções, que vão do entendimento de sua finalidade até a efetivação de suas atividades. Como advertem as autoras, o estágio é considerado a parte prática, contrapondo-se à parte teórica dos cursos de formação de professores. Essa visão fragmentada do conhecimento entre o saber e o fazer impõe às disciplinas de estágio a ideia do fazer, sem o devido respaldo do conhecimento teórico.

Como sugere Ponte *et al*. (2000), a formação inicial deve: i) proporcionar saberes estruturados de forma progressiva, orientados para o exercício da atividade prática; ii) considerar e refletir sobre as crenças e os conhecimentos que os futuros professores trazem da educação básica; iii) contemplar a diversidade de metodologias de ensino, de aprendizagem e de avaliação, de modo a desenvolver a aprendizagem docente; e iv) promover a prática reflexiva, como um dos princípios do processo de aprender a ensinar. Idem, sobre a função da formação inicial, Onuchic e Morais (2013) entendem que, nessa

fase, o futuro professor tem a oportunidade de refletir sobre os conteúdos matemáticos para o ensino de "forma a atender mais e melhor às dificuldades de seus alunos" (p. 5).

As proposições citadas também são papel do estágio, considerando que o estágio supervisionado, para além do cumprimento de exigências acadêmicas, é um espaço de criação e de reflexão, em que novos conhecimentos são construídos e conhecimentos antigos são modificados (Vilarins, 2011). Trata-se da volta do futuro professor à prática para estudá-la e para compreendê-la através de suas ações (Fiorentini *et al*., 2021). O estágio insere-se num campo de conhecimento com "um estatuto epistemológico que supera sua tradicional redução à atividade prática instrumental" (Pimenta & Lima, 2006, p. 1) e se configura em uma atividade de pesquisa situada no "campo social no qual se desenvolvem as práticas educativas" (*idem*, p. 1). Desta forma, ele é uma oportunidade de crescimento pessoal e profissional para o futuro professor. Adicionalmente, permite ao futuro professor reconhecer o espaço escolar como campo profissional, contribuindo para a construção de sua identidade docente que tem, também, influências das atividades realizadas no curso que antecedem o estágio. Portanto, os desafios do estágio inserem-se em um campo teórico complexo, exigindo dos profissionais envolvidos com esta vertente da formação do futuro professor esforços significativos para a superação de suas dificuldades.

1.2 Motivação e apresentação do objeto de estudo

Esta pesquisa situa-se no campo da formação inicial de professores de Matemática, visando compreender questões que permeiam importantes debates sobre o conhecimento didático dos futuros professores. Como professora do ensino superior, em particular do estágio supervisionado, tenho buscado respostas para alguns questionamentos como forma de enfrentar seus desafios, tais como: de que forma se pode melhorar a aproximação da universidade com a escola básica no sentido de construir novas formas de reflexão entre seus profissionais e seus futuros professores? Que atividades podem ser desenvolvidas para que os futuros professores compreendam que o estudo das orientações e dos materiais curriculares fundamenta os conhecimentos dos conteúdos matemáticos para o ensino? Ainda, como as disciplinas de estágio podem influenciar os futuros professores para que eles mobilizem, no contexto da profissão, os conhecimentos matemáticos para o ensino discutidos nessas disciplinas?

Questões como essas têm despertado meu interesse desde minha inserção no ensino superior, resultando na pesquisa de mestrado (Rodrigues, 2004), na qual investiguei como os licenciandos e licenciados em Matemática, na Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), mobilizam os conhecimentos trabalhados em sua formação inicial durante suas atividades de sala de aula. Para isso, observei aulas de quatro futuros professores e de cinco professores em início de carreira, sendo (ou tendo sido) todos eles meus alunos no curso de Licenciatura em Matemática e lecionando em escolas públicas. De cada participante, observei dez aulas, com registro em diário de bordo e, uma delas, com gravação em vídeo. As categorias tomadas para análise de dados referiram-se aos conhecimentos estudados nas disciplinas de Metodologia de Ensino de Matemática e de Práticas de Ensino de Matemática I e II (nomes dados às disciplinas de estágio, na época). Os resultados indicaram que a resolução de tarefas, baseada em listas de exercícios rotineiros e aliada à reduzida utilização dos livros didáticos e à avaliação de caráter quantitativo, predominaram nas aulas desses participantes. Ao longo desta pesquisa, observou-se um esforço significativo dos participantes para o desenvolvimento de suas atividades docentes, tanto com relação ao planejamento das aulas quanto na tentativa de envolver os alunos na resolução das tarefas.

Enquanto professora, estou sempre lecionando disciplinas de estágio supervisionado em Matemática, que estão organizadas em quatro disciplinas de Estágio Supervisionado Obrigatório (ESO I, II, III e IV), distribuídas na última metade do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Seus programas baseiam-se na inserção do futuro professor no ambiente escolar para desenvolver estudos etnográficos da escola; para investigar a função social e a importância da Matemática na formação dos alunos; para realizar diagnósticos, para elaborar e para executar projetos de intervenção voltados para a identificação de problemas do ensino-aprendizagem de Matemática na sala de aula. Além disso, é reservada uma maior carga horária para atividades de observar, de planejar, de lecionar e de analisar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática da Educação Básica em espaços formais e não-formais. O eixo de orientação dos programas atende aos requisitos do que se pretende das disciplinas de estágio, apesar de o alcance de seus objetivos se tornar indefinido, pois, como afirmam Barreiro e Gerbran (2006), o que predomina, nos estágios, é a observação do processo de organização da escola e da sala de aula, das intervenções na sala de aula e da produção textual, com fins de avaliação e com forte influência da concepção formadora.

Ao longo de minha vida profissional, ao ministrar disciplinas de ESO, optei por continuar com um investimento acadêmico voltado para a formação inicial do professor de Matemática, em convergência com a investigação já desenvolvida no mestrado. Isso me levou a ingressar no doutoramento em Didática da Matemática do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

No primeiro ano do curso, identifiquei, nos fundamentos teóricos e empíricos do processo formativo do estudo de aula, potencialidades que podem envolver o futuro professor de Matemática em discussões sobre a prática letiva, baseando-se nos princípios do diálogo e da reflexão. Da mesma forma, tais potencialidades podem favorecer a aproximação dos futuros professores com os professores da universidade e com a escola, para juntos construírem uma proposta de investigação e de intervenção, problematizando, analisando e buscando alternativas para as dificuldades de aprendizagem dos alunos, bem como contribuindo para o desenvolvimento profissional dos futuros professores de Matemática, no que tange ao seu conhecimento didático. Para isso, é importante conhecer as características desse processo formativo visando adaptá-lo à formação inicial.

O estudo de aula é um processo cíclico (Amador & Carter, 2016; Corcoran, 2011; Fujii, 2016) com vista a melhorar a aprendizagem dos alunos, com forte efeito sobre o ensino através do planejamento de uma aula de investigação (Ponte, 2017), ensinada por um professor do grupo - enquanto os outros observam. Depois da ação de sala de aula, os participantes reúnem-se, novamente, para discutir sobre os pontos observados, com ênfase nas aprendizagens dos alunos (Amador & Carter, 2016; Elipane, 2012) e, consequentemente, fazendo conexões entre ensino e aprendizagem. O estudo de aula pressupõe que os problemas associados às aprendizagens dos alunos e ao conhecimento didático de Matemática são interfaces que se relacionam nessa abordagem. Trata-se de um processo formativo que contribui para a aprendizagem dos alunos, recorrendo à prática colaborativa (Chassels & Melville, 2009; Yoshida & Jackson, 2011), ao planejamento didático (Baldry & Foster, 2019; Hourigan & Leavy, 2019) e à reflexão docente sobre como seus princípios podem vir a contribuir com o desenvolvimento do profissional docente (Ponte *et al*., 2016).

Pesquisas que tratam do estudo de aula na formação inicial demonstram resultados promissores nas aprendizagens dos futuros professores no campo do conhecimento didático (Angeline & Álvarez, 2017; Lewis, 2019; Martins *et al*., 2023), com algumas especificações em torno do desenvolvimento do conhecimento matemático (Fernandez & Zilliouz, 2011; Hourigan & Leave, 2019), da promoção do pensamento crítico sobre o

currículo (Angelini & Álvarez, 2017) e, também, do planejamento colaborativo (Baldry & Foster, 2019) para compreender o papel das tarefas nas aprendizagens dos alunos (Martins *et al*., 2023).

O estudo de aula tem sido adotado em todo o mundo (Quaresma & Ponte, 2021), o que tem levado a seus diferentes formatos, de modo a se adaptar às condições que envolvem os diversos contextos da formação inicial. Em todos os casos, Ponte (2017) recomenda que, para a realização do estudo de aula na formação inicial, é importante ter um objetivo formativo bem definido e, para além disso, ter clareza que possíveis fatores podem interferir na promoção desse processo, tais como: i) a disponibilidade de tempo no estágio para a realização do ciclo de estudo de aula (Burroughs & Luebeck, 2010; Ponte (2017); ii) a falta de experiência dos futuros professores no planejamento de aula (Suh & Fulginiti, 2012); iii) a dificuldade dos futuros professores para estabelecer relações entre teoria e prática, devido à falta de experiência com a sala de aula (Potari, 2011); e iv) a falta de experiência em práticas colaborativas e reflexivas (Lewis, 2019; Ponte, 2017).

Esses fatores também são parte dos desafios do estágio supervisionado para a realização das atividades já previstas nos seus programas. Inclusive, é no estágio que esses desafios se acentuam (Pimenta 1995; Pimenta e Lima 2006), revelando demandas de investigação para suas possíveis soluções. Nesse sentido, qualquer que seja a vertente de investigação tomada para compreender e/ou solucionar os desafios do estágio, essa fase tem o objetivo de colaborar para o desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor (Fiorentini *et al*., 2021; Pimenta, 1995; Pimenta & Lima, 2006; Teixeira & Cyrino, 2016).

Então, conjectura-se que o estudo de aula pode contribuir para que o futuro professor de Matemática identifiquei que o conhecimento didático[1] adquire importância decisiva no processo de ensino-aprendizagem (Cavanagh & Garvey, 2012; Fernández & Zillioux, 2011; Hourigan & Leavy, 2019; Lewis *et al*., 2019). Este conhecimento consiste

[1] Nesta pesquisa, as alusões ao conhecimento pedagógico do professor dizem respeito ao seu conhecimento didático, considerando as especificidades da Didática da Matemática. Libâneo (2012, p. 1) considera que o compromisso da didática é a qualidade cognitiva das aprendizagens dos alunos que corresponde ao pensar, ao estimular o processo de raciocínio e de julgamento, ao melhorar a capacidade reflexiva e ao desenvolver capacidades de pensar. Cabe à didática "investigar como ajudar os alunos a se constituírem como sujeitos pensantes e críticos, capazes de pensar e de lidar com conceitos, de argumentar e de resolver problemas diante de dilemas e de problemas da vida prática" (p. 1). O autor refere-se à pedagogia como sendo voltada ao desenvolvimento de valores da formação humana que visam "ajudar os outros a se educarem, a serem pessoas dignas, justas, cultas, aptas a participar ativa e criticamente na vida social, política, profissional e cultural" (p. 1).

em saberes referentes aos alunos e a suas aprendizagens, à proposta curricular para a prática letiva, à estruturação da ação de sala de aula e às diferentes formas de análise dessas dimensões. O conhecimento didático vai além do saber o conteúdo e corresponde à dimensão do conhecimento do conteúdo para o ensino (Shulman, 1986). Even e Ball (2009) reportam-se ao conhecimento didático como o conhecimento sobre as condições e sobre as formas de ensino e de aprendizagem da Matemática. Para Ponte e Oliveira (2002), é a parte do conhecimento profissional convocado a intervir diretamente na prática letiva. Neste aspecto, Ponte (2012) destaca a importância de estudar os elementos que estruturam a prática docente, os fatores que a condiciona e os contextos e recursos que apoiam sua evolução, com questões relacionadas ao desenvolvimento curricular. Nesse sentido, a atuação do professor depende de uma combinação do conhecimento teórico com a prática, referente tanto à área do conteúdo específico como ao domínio do conhecimento didático desse conteúdo, necessários ao gerenciamento do processo de ensino-aprendizagem (Almeida, 2004). Isso não diz respeito, apenas, a buscar boas maneiras de ensino, mas também a se envolver em investigação no campo da Didática da Matemática, especialmente quanto à análise de materiais e de orientações curriculares.

Ponte (2016) define currículo como um documento que põe em destaque a aprendizagem do aluno, assim como traz orientações importantes aos professores. Nesse sentido, distingue o currículo por diversos níveis: i) o oficial (o programa); ii) o disponibilizado nos manuais e em outros materiais; iii) o interpretado pelos professores; iv) o implementado na sala de aula; v) o aprendido pelos alunos; e vi) o que é avaliado por diversos processos (internos e externos à sala de aula).

Nesta pesquisa, tratamos os materiais curriculares não apenas no que se refere aos documentos oficiais mas também às pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática, que comprovam a promoção de conhecimentos de professores e de alunos, que provocam a reflexão crítica da prática letiva e que defendem o pensar sobre a formação numa perspectiva subjetiva do que somos e do que podemos ser enquanto professores (Silva, 2011).

Dessa forma, o envolvimento do futuro professor de Matemática, no estudo de materiais curriculares, possibilita minimizar ou até superar o distanciamento entre a teoria e a prática, assim como contribui para a entrega de novos significados aos objetos da Matemática para seu ensino. Não se apregoa aqui o estudo de teorias, mas o estabelecimento de relações entre o que já se sabe sobre os processos de ensino, sobre a aprendizagem da Matemática e sobre as atividades práticas desenvolvidas na escola. Isso

acontece com o objetivo de encontrar respaldo teórico que justifique as necessárias mudanças de crenças e de valores do futuro professor, tal como de contribuir para o entendimento de situações que permeiam a prática docente.

Além disso, considera-se que os materiais curriculares assumem lugar de destaque na Educação Matemática, pois é através deles que i) se discute a relevância dos conteúdos matemáticos a serem ensinados e aprendidos; ii) se compreende o significado social dos conteúdos matemáticos na aprendizagem do aluno (PCN, 1997); iii) se fazem escolhas teóricas e metodológicas que melhor atendem às aprendizagens dos alunos (Fiorentini, 2011); e iv) se questiona o papel dos diferentes tipos de tarefas matemáticas nas aprendizagens dos alunos (Ponte, 2005).

Com relação a essa última proposição, o futuro professor, quando chamado a olhar as tarefas matemáticas, deve considerá-las como recurso em que os conteúdos matemáticos são apresentados aos alunos, tornando-as base para suas aprendizagens (Stein & Smith, 1998). Nesse sentido, as tarefas, enquanto recurso, comportam estratégias e procedimentos específicos para cada um de seus tipos e se diferenciam de acordo com os objetivos do professor.

Para Swan (2017), as tarefas são "oportunidades de aprendizagem poderosas, ricas, acessíveis e adaptáveis às necessidades individuais dos alunos" (p. 10). Existe uma aproximação do conceito de tarefa ao do de problema, quando entendidos como ações que se devem desempenhar de modo a encontrar uma solução para uma questão na qual o aluno, inicialmente, não dispõe de um método de resolução (Ponte, 1992). Dessa forma, o entendimento sobre tarefa, nesta pesquisa, refere-se ao objeto formulado pelo professor e entregue aos alunos para que realizem a atividade, tanto um quanto outro pode ser material ou não (Ponte, 2005).

Discussões em torno do potencial das tarefas, durante o estágio supervisionado, têm uma significação importante, porque é possível envolver o futuro professor em investigações relacionadas com elaboração, adaptação e resolução de tarefas, para além das orientações do livro didático (Sousa, 2016). De acordo com minha experiência, a elaboração, a adaptação e a resolução de tarefas parecem ser apenas uma estratégia decorrente do estágio, sem a devida discussão sobre elas, pois não exigem análise conceitual e procedimental, o que suponho tornar a prática docente rica em diálogos e vir a contribuir com a aprendizagem docente. O estudo de tarefas na perspectiva da elaboração, da adaptação e da resolução exige reflexão sobre alguns aspetos, como: características do enunciado; papel da contextualização (ou contexto); valorização de

determinadas técnicas em detrimento de outras; grau de dificuldade que a tarefa pode apresentar, dentre outras.

Diante das reflexões sobre o papel da análise crítica dos materiais curriculares e do estudo, da elaboração, da adaptação e da resolução de tarefas matemáticas, na formação inicial, suponho que o estudo de aula, no estágio supervisionado, pode, nessa perspectiva, contribuir com a construção do conhecimento didático do futuro professor.

Diante das considerações feitas, presumo que este processo formativo, no contexto do estágio supervisionado, pode contribuir no pensar do futuro professor sobre o seu desenvolvimento profissional, podendo ser, ainda, uma forma de orientá-lo a outra possibilidade de prática docente. Além disso, ele viabiliza aprofundar questões relacionadas ao seu conhecimento didático de Matemática, através de estratégias que relacionam teoria e prática (Baldry & Foster, 2019; Cavanagh & Garvey, 2012; Lewis, 2019) e aproximam a escola, a universidade e seus profissionais, para juntos discutirem e aprofundarem questões que promovam aprendizagens docentes. Espero, assim, contribuir para que os futuros professores percebam que o conhecimento necessário à docência é constituído por vários conhecimentos, que se articulam no propósito de promover a investigação sobre a própria prática (Ponte, 2003).

Diante disso, esta pesquisa tem por objeto o estudo de aula na formação inicial, considerando que essa abordagem produz resultados importantes para a formação profissional de professores de Matemática, especialmente para o estágio supervisionado. Como contribuição, considero importante compreender suas potencialidades e de seus condicionantes para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores, quando realizam seus estágios supervisionados, dado que, no contexto brasileiro, esse estudo de aula, no contexto do estágio, precisa ser investigado. Também considero que a realização do estudo de aula no estágio é uma oportunidade para o futuro professor conhecer esse processo, com vista a vir a desenvolvê-lo na sua futura profissão.

Em particular, esta pesquisa visa contribuir com a proposta para o estágio supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRPE. A longo prazo, este trabalho de pesquisa poderá ser replicado em outros cursos de licenciatura da mesma instituição, influenciando professores-formadores, ou, até mesmo, em parcerias com professores de outras universidades brasileiras. Numa dimensão maior, este trabalho poderá contribuir para o desenvolvimento de um referencial teórico e metodológico do estudo de aula no âmbito da formação inicial.

1.3 Objetivo e questões do estudo

A investigação, realizada na Universidade Federal Rural de Pernambuco-PE, Brasil, tem por objetivo conhecer as potencialidades e os fatores condicionantes do estudo de aula na formação inicial de futuros professores de Matemática, na disciplina de Estágio Supervisionado, no que concerne ao desenvolvimento do seu conhecimento didático. Para alcançar esse objetivo, considero as seguintes questões de pesquisa:

1. De que modo a participação em estudo de aula contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, especialmente:
    i) no que respeita às orientações e aos materiais curriculares para compreender como abordar o conteúdo matemático durante a prática de ensino?
    ii) na elaboração, na adaptação e na resolução de tarefas matemáticas exploratórias, considerando as suas potencialidades para a aprendizagem dos alunos?
    iii) na antecipação das possíveis estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das tarefas?
2. Como os participantes avaliam os contributos do processo de estudo de aula para o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores, e que limitações e condicionantes apontam?

1.4 Organização do estudo

Este documento de tese está organizado em 12 capítulos, seguidos por uma referência bibliográfica e os anexos.

O primeiro capítulo, *a introdução*, apresenta um panorama dos principais propósitos e desafios da formação inicial de professores de Matemática. Também discute os desafios enfrentados pelos futuros professores em seus estágios, bem como as dificuldades de implementação de uma proposta que melhore seu envolvimento com este processo formativo. Finaliza-se, apresentando a motivação pessoal, a escolha pelo objeto de tese – estudo de aula – e o objetivo e questões de pesquisa.

O segundo capítulo, o *enquadramento teórico*, apresenta um estudo sobre o conhecimento didático do professor de Matemática, a partir da análise dos trabalhos de Shulman (1986; 1987), Ball *et al*. (2008), Rowland *et al*. (2005), Carrillo *et al*. (2013) e

Ponte (2012), com o interesse em identificar, nas categorias pontuadas por esses autores, os conceitos e as finalidades para o desenvolvimento do conhecimento didático na formação inicial.

No terceiro capítulo, *aprender a ensinar: contributos da formação inicial*, tem-se uma discussão sobre aprendizagem docente, destacando que o aprender a ensinar é o objetivo primário da formação inicial. Complementa-se com uma abordagem sobre a relevância das tarefas matemáticas na prática letiva, o papel do contexto na tarefa para a construção de sentido dos objetos matemáticos e a importância e os desafios da elaboração e adaptação de tarefas na formação do futuro professor de Matemática.

O quarto capítulo, *o estágio supervisionado e o estudo de aula*, inicia-se com desafios que historicamente têm-se apresentado ao estágio, dos quais pontuo a articulação teoria e prática, a aproximação escola e universidade, reconstrução de imagens e crenças da profissão e conexão entre o conhecimento didático e do conteúdo. Discute-se o estudo de aula com foco nas concepções, adaptações, o papel da observação, potencialidade e desafios na formação inicial e uma revisão de literatura do estudo de aula na formação inicial de professores de Matemática. Esse enquadramento teórico tem o interesse identificar potencialidades e condicionantes desse processo formativo para o desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor de Matemática.

A *metodologia,* que faz parte do quinto capítulo, apresenta a abordagem metodológica que está fundamentada nas compreensões de pesquisa qualitativa, interpretativa e na observação participante. Traz um detalhamento do contexto em que a pesquisa foi desenvolvida e da estruturação do estudo de aula no ESO II, seguindo de explicações sobre algumas decisões tomadas para a inicialização da recolha de dados. Finaliza com um panorama dos dois estudos de aula realizados nas duas turmas de LM1 e LM3 (Licenciatura em Matemática) de ESO II (LM1 – turno noite e LM3 – turno tarde). Apresenta, ainda, uma descrição das *estratégias e procedimentos* da pesquisa relativos aos participantes, aos instrumentos para a recolha e à análise dos dados. De acordo com os princípios éticos da pesquisa científica que envolve professores e futuros professores, destacam-se as determinações da Universidade Federal Rural de Pernambuco e do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa sobre orientações imprescindíveis ao respeito e ao valor da pessoa humana.

O capítulo 7, *desenvolvimento do estudo empírico*, corresponde ao detalhamento dos dois estudos de aula realizados no estágio supervisionado, em que é feita uma análise descritiva das ações realizadas nas turmas LM1 e LM3, abordando objetivos, atividades

desenvolvidas e alguns desafios. A ordem em que os resultados são apresentados sempre aparecem na ordem numérica das turmas LM1 e LM3, respectivamente.

A partir do capítulo 8, *construindo ideias sobre os objetos de ensino do conteúdo*, tem-se uma análise detalhada das concepções dos futuros professores em relação ao estudo teórico realizado para compreender como os materiais curriculares (oficiais e da área da Educação Matemática) influenciam na preparação da prática letiva.

O capítulo 9, *elaboração, adaptação e resolução de tarefas exploratórias,* aprofunda-se nas perspectivas dos futuros professores sobre o papel dos diferentes tipos de tarefas, nos desafios que apresentam para elaborar, adaptar e resolver tarefas exploratórias.

No capítulo 10, *antecipando estratégias e dificuldades dos alunos*, destacam-se os entendimentos dos futuros professores ao considerarem o comportamento do aluno frente à tarefa exploratória. Este capítulo apresenta também as reflexões dos futuros professores em relação aos desafios e necessidade de se pôr no lugar do aluno como parte da prática letiva.

O capítulo 11, *conhecimento didático emergentes do estudo de aula no estágio*, explora as concepções dos futuros professores sobre o processo de estudo de aula no que se refere às categorias que mais se evidenciaram para a construção de seus conhecimentos didáticos matemáticos. Também aborda o ponto de vista dos futuros professores sobre as potencialidades e os fatores condicionantes como critérios observados a fim de ter atenção para a realização do estudo de aula no estágio.

No último capítulo, *considerações finais*, responde-se às questões de pesquisa, destacando os principais aspectos que se relevaram com maior intensidade na perspectiva dos futuros professores. Para isso, fez-se uma análise comparativa das ações e dos entendimentos dos futuros professores das turmas de estágio, mostrando as semelhanças e diferenças das vivências nos estudos de aula. Finaliza-se com uma reflexão dos principais apontamentos do desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores de Matemática.

Por fim, apresentam-se todas as referências citadas direta e indiretamente nesta pesquisa.

CAPÍTULO 2

CONHECIMENTO DIDÁTICO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Pode considerar-se que há consenso entre os pesquisadores envolvidos com a Educação e a Educação Matemática no sentido de reconhecer que existe uma base de conhecimentos necessários à profissionalização docente. No entanto, faz-se imperioso continuar investigando como os elementos desses conhecimentos influenciam o desenvolvimento profissional docente. Dentre os conhecimentos considerados como necessários ao desenvolvimento profissional, destaca-se o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo. Particularmente, o que compete à Matemática, Carrillo *et al*. (2013) afirmam que esforços em torno de uma teorização do conhecimento para o ensino de Matemática visam a contribuir com a constituição de seus elementos e caracterizações, com vista a referendar a prática de ensino do professor de Matemática.

Segundo Puentes *et al*. (2009), nas três últimas décadas, o desenvolvimento profissional docente é um dos assuntos mais discutidos na literatura científica, incluindo temáticas referentes ao *status* da profissão, dentre as quais estão: a conceituação de profissão docente; as etapas e as condições indispensáveis à profissionalização; e o que constitui saberes, conhecimentos e competências necessários à profissão. Para estes autores, os saberes, conhecimentos e competências ocupam lugar de destaque nessa lista, considerando que Shulman (1986; 1987), García (1999), Freire (1996) e outros sustentam a premissa de que existe um conjunto de conhecimentos que favorecem o ensino e o desenvolvimento profissional do professor. Cabe lembrar que, na visão desses autores, a tipologia saberes, conhecimentos e competências dependem do referencial adotado, geralmente, convergindo para as mesmas compreensões.

A seguir, encontram-se discussões sobre os conhecimentos necessários à docência, dando a devida atenção aos conceitos e às categorias que a constituem. O escopo teórico começa por analisar o modelo de Shulman (1986; 1987), considerando a

abrangência do referencial que trata o conhecimento docente. Em relação ao conhecimento necessário ao professor de Matemática, as referências aqui adotadas apoiam nos modelos de Ball *et al*. (2008), Carrillo *et al*. (2013), Rowland *et al*. (2005) e Ponte (2012).

2.1 Modelo de Shulman

Puentes *et al*. (2009) lembram que Shulman é um dos autores que mais contribuiu para o fortalecimento das compreensões que envolvem os conhecimentos necessários à docência, influenciando pesquisas desenvolvidas com esta temática e redimensionando a profissão docente. Para Shulman (1987) a base do conhecimento para o ensino é

> [U]m conjunto codificado ou codificável de conhecimentos, habilidades, compreensões e tecnologias, de ética e disposição, de responsabilidade coletiva (...) que os professores deveriam saber, fazer, compreender ou professar para converter o ensino em algo mais que uma forma de trabalho individual (...) para que seja considerada entre as profissões prestigiadas. (p. 5)

Shulman (1986) assinala três conhecimentos do professor: 1) *conhecimento do conteúdo*; 2) *conhecimento pedagógico do conteúdo*; e 3) *conhecimento do currículo*. No ano seguinte, Shulman (1987) (re)escreve os conhecimentos básicos para o ensino, elaborando outras categorias, vindo a reforçar as já referidas no trabalho anterior e acrescentando: 4) *conhecimento pedagógico geral*; 5) *conhecimento das aprendizagens dos alunos e suas características*; 6) *conhecimento dos contextos educacionais*; e 7) *conhecimento dos objetivos, finalidades e valores, e seus fundamentos filosóficos e históricos*.

Shulman (1986) descreve o conhecimento do conteúdo como uma organização que obedece a uma estrutura substantiva e sintática. A estrutura substantiva diz respeito às maneiras pelas quais os conceitos e princípios da disciplina estão organizados e a estrutura sintática é um conjunto de regras designadas para determinar um domínio disciplinar. Nas ações de ensino, os conteúdos não devem ser apenas apresentados, mas o professor deve ser capaz de justificá-los para os alunos, através de suas escolhas didáticas, como as definições se relacionam com outros conceitos e proposições dentro da disciplina (e fora dela) e a abrangência desses conteúdos nas suas dimensões teórica e prática.

Para Shulman (1986), o conhecimento pedagógico do conteúdo vai além do conhecimento deste, relaciona-se com a capacidade de ensino do professor. Neste corpo de conhecimento, segundo o autor, o professor faz uso de analogias, ilustrações, exemplos, explicações, demonstrações, modos de representação e formulação do deste conteúdo, de modo que o torne compreensível para os alunos. Shulman (1986) reforça que não existe uma única forma de representação desses conhecimentos, e que o professor deve conhecer e fazer uso de estratégias derivadas de sua própria prática ou de conhecimento baseado em pesquisas, tornando a estratégia de pesquisar um aspecto fundamental para o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo. Este autor sugere quatro suportes que fundamentam o conhecimento básico para o ensino: (i) formação acadêmica na disciplina; (ii) materiais e contexto institucionalizados; (iii) pesquisas sobre escolaridade, organizações sociais, aprendizagens, ensino, desenvolvimento e outros fenômenos socioculturais que influenciam o trabalho docente; e (iv) saberes adquiridos pela própria prática.

No entender de Shulman (1986), a formação acadêmica é a fonte primária do conhecimento do conteúdo, baseando-se no estudo da disciplina com seus aspectos históricos e filosóficos, para entender as estruturas da matéria, sua organização conceitual e os princípios da investigação para ensinar aos alunos. No segundo suporte, o estudo de materiais e contextos institucionais inclui compreensões do currículo com suas intenções e sequências. Este suporte insere-se numa variedade de materiais que contribuem para o professor "conhecer o território de ensino" (Shulman, 1987, p. 9). O suporte da pesquisa sobre escolaridade tem o papel de investigar os processos normativos e teóricos do conhecimento acadêmico sobre ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano, considerando resultados empíricos de pesquisas já realizadas como base do conhecimento acadêmico. O autor acrescenta que os trabalhos de natureza filosófica, crítica e empírica podem informar ao professor objetivos, visões e sonhos como componentes do conhecimento de base acadêmica para o ensino. Por fim, Shulman (1987) refere-se ao conhecimento adquirido a partir da própria prática. São representações da sabedoria didática que emergem da prática de ensino, exibindo estratégias pedagógicas de acordo com o conteúdo, contribuindo para documentar práticas apropriadas e estabelecer padrões de ensino que favoreçam aprendizagens dos alunos. Também fornecem aos pesquisadores detalhes e fundamentos para caracterizar práticas pedagógicas que constituem o conhecimento pedagógico do conteúdo.

2.2 Modelo de Ball, Thames e Phelps

Ball *et al*. (2008) discutem a importância de repensar o processo de ensino de Matemática, a partir do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo, com base nas ideias de Shulman (1986; 1987). Estes autores propõem um refinamento a esses dois aspectos do conhecimento, a fim de estabelecer uma teoria que designa por *conhecimento de Matemática para o ensino*. Para isso, buscam responder ao que o professor precisa saber "a mais" de Matemática e de que forma pode usar esse conhecimento para o ensino. O pressuposto é que as oportunidades para o professor aprender a ensinar Matemática podem ser melhores projetadas se puderem identificar a natureza do conhecimento para o ensino.

Esta pesquisa considera que o professor precisa conhecer tanto o currículo matemático quanto suas orientações didáticas. Como premissa, os autores afirmam que o professor precisa ter conhecimento dos conteúdos e do que os alunos devem dominar.

Foi através da análise qualitativa de vídeos de aulas que os autores projetaram categorias, a fim de identificar o conhecimento matemático para o ensino. O diagrama abaixo (Figura 1) sintetiza as relações entre o *conhecimento do conteúdo matemático* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo*.

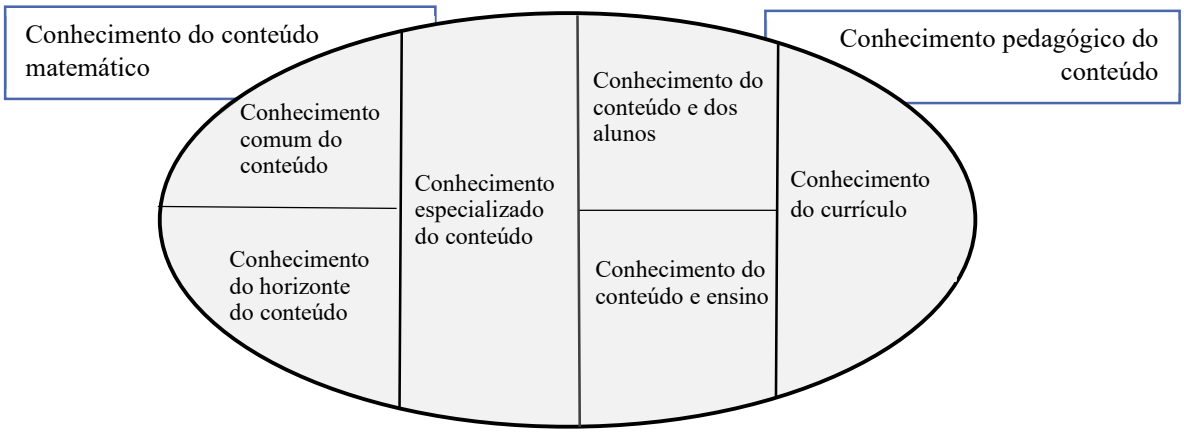


Figura 1: Conhecimento para o ensino de Matemática (Ball, Thames & Phelps, 2008).

O *conhecimento comum do conteúdo* é o conhecimento que se apresenta como objeto de ensino, está relacionado com o currículo da Matemática e não deve ser exclusivo para o ensino. Entende-se que esse conhecimento tem a premissa de que todo professor

deve saber o conteúdo como condição mínima para a prática docente. Esta condição sugere que o professor deve buscar aprofundar o conhecimento do conteúdo para saber: i) analisar de forma crítica os erros dos alunos, bem como suas respostas não padronizadas e, diante dos seus acertos, progredir com novas propostas de ensino; ii) reconhecer quando o livro didático oferece uma definição ou tarefa incompleta que precisa ser melhorada no contexto do conteúdo; e iii) usar termos e notações corretamente, ao falar ou escrever no quadro.

O *conhecimento do horizonte do conteúdo* mantém uma relação próxima com o conhecimento comum do conteúdo. É o conhecimento do professor sobre os conteúdos sugeridos no currículo, por ano de escolaridade e suas finalidades. É relevante ao professor ter conhecimento de assuntos já estudados pelo aluno, em anos anteriores, para construir meios que liguem tais assuntos a necessidades dos alunos e as pretensões para anos posteriores.

Um terceiro domínio, denominado por Ball *et al*. (2008) de *conhecimento especializado do conteúdo*, faz referência ao conhecimento matemático do professor para além do previsto às situações de ensino. Este conhecimento requer saber os fundamentos conceituais, estabelecer relações entre seus objetos e conhecer procedimentos e propriedades oferecidas em manuais. Em muitos casos, para o uso desses manuais, exigem-se adaptações ou reformulações de tarefas e novas estratégias para o ensino que dependem da capacidade do professor. Para os autores, muitas situações de ensino demandam saberes matemáticos mais elaborados inseridos na estrutura desses conhecimentos, para além do que pode ser exigido nas ações de ensino.

Para Ball *et al*. (2008), o *conhecimento do conteúdo e dos alunos* é um aspeto de conhecimento pedagógico do conteúdo que combina conhecimento sobre os alunos e conhecimento matemático. O professor, ao construir suas relações com os alunos, consegue, de algum modo, fazer escolhas didáticas para motivá-los, reconhecendo suas dificuldades e potencialidades. O professor, ao escolher uma tarefa, deve prever o que os alunos são capazes de fazer, quais suas dificuldades e de que forma pode organizar a dinâmica da aula para a promoção de suas aprendizagens. Deve, também, saber ouvir e interpretar o pensamento dos alunos, pois dessa forma pode contribuir para a sua aprendizagem.

No *conhecimento do conteúdo e ensino,* o que predomina é a relação entre saber o conteúdo e saber ensiná-lo. O professor, para estabelecer essa relação, precisa tomar decisões que promovam as aprendizagens dos alunos. Para isso, deve avaliar as vantagens

e desvantagens das representações usadas durante a aula, de modo a ajudar os alunos a esclarecerem suas dúvidas e a construírem suas próprias representações, desenvolvendo, assim, suas aprendizagens.

Por fim, Ball et al. (2008) referem-se aos *conhecimentos do currículo*. Consideram importante que o professor conheça as orientações curriculares sugeridas de Matemática e pedagógicas. É necessário saber mapear nos currículos as relações entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico para compreender os propósitos do conteúdo matemático nas aprendizagens dos alunos.

O modelo de Ball *et al*. (2008) mostra-se conveniente para investigações sobre o conhecimento didático do professor de Matemática, ao reconhecer que o conhecimento do conteúdo para o ensino é multidimensional e ao exigir análise e refinamento para caracterização do processo de ensino-aprendizagem. Para melhor explicar o conhecimento de Matemática para o ensino, os autores sugerem um refinamento das categorias com base no estudo: i) das relações entre o conhecimento do conteúdo do professor e o desempenho dos alunos; ii) do "se" e do "como" diferentes abordagens do desenvolvimento do professor têm efeitos no conhecimento pedagógico do conteúdo; e iii) do conhecimento do conteúdo para o ensino, contribuindo na formação do professor e de material de apoio aos professores.

2.3 Modelo de Carrillo, Climent, Contreras e Muniz-Catalán

As análises de Carrillo *et al*. (2013), do *conhecimento especializado do professor de Matemática,* visam aprofundar discussões em torno de uma base teórica e metodológica para enriquecer reflexões sobre o conhecimento do professor de Matemática.

Para Escudero-Ávila e Carrillo-Yáñez (2020), o conhecimento especializado do professor de Matemática é uma ferramenta teórico-analítica que classifica os subdomínios do conhecimento do professor, destacando a Matemática, objeto de ensino e aprendizagem, como elemento decisivo à atividade docente. Aos domínios do conhecimento do conteúdo e do conhecimento didático do conteúdo, integra-se o domínio das crenças e concepções que o professor desenvolve sobre Matemática, sobre aprendizagem e sobre o ensino desses conteúdos.

Para Flores, Escudero e Carrillo (2013), o entendimento sobre o conhecimento especializado do conteúdo indica que este é único para os professores, já que as tarefas

executadas pelos professores exigem conhecimento do conteúdo associado: a) às representações e explicações do conteúdo; b) à elaboração e execução das atividades para e na sala de aula; e c) às formas de interpretar as tarefas matemáticas, tanto as apresentadas nos materiais curriculares como as dos alunos. Para Carrillo *et al*. (2013), a importância dada às tarefas é uma forma de pensar sobre a matemática, considerando o contexto que envolve o ensino.

O conhecimento especializado do professor de Matemática tem por base os dois domínios, o conhecimento matemático e o conhecimento didático de Matemática, sendo cada um destes constituídos por três subdomínios, de acordo com a figura 2.

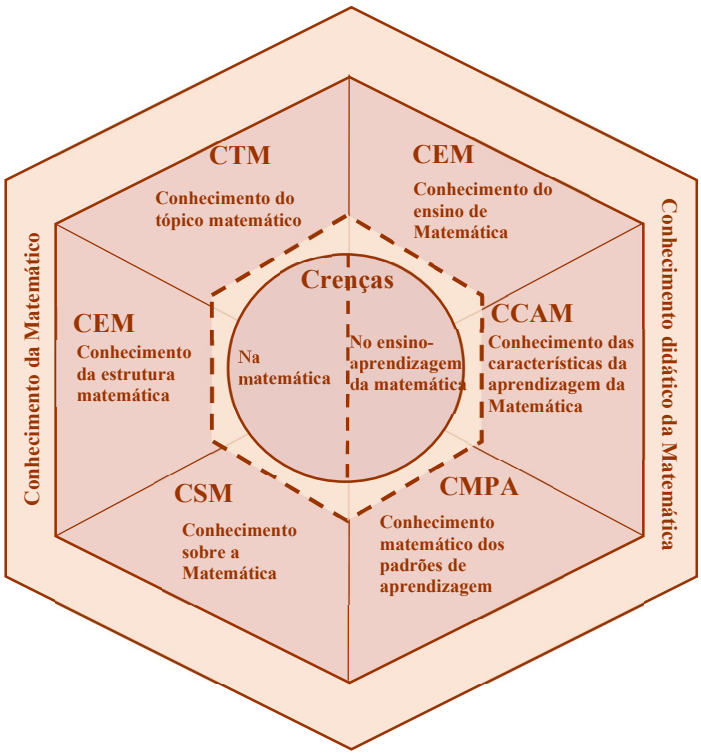


Figura 2: Conhecimento especializado para o ensino de Matemática (Carrillo, Climent, Contreras & Muniz-Catalán, 2013).

Para Carrillo *et al*. (2013), o *conhecimento matemático* corresponde à necessidade do professor em conhecer com profundidade o campo da Matemática e a sua capacidade de relacioná-la com outras áreas do conhecimento. Esse conhecimento refere-se aos tópicos, à estrutura e sobre a Matemática.

O *conhecimento dos tópicos matemáticos* é o entendimento que o professor constrói sobre os fundamentos teóricos da Matemática, particularmente, no que tange a definições, propriedades, procedimentos, representações, condições particulares e

específicas dos conteúdos. Também, representações e sua capacidade de construir novas compreensões sobre os conteúdos matemáticos contribuem para uma construção mais abrangente no contexto da Matemática pura.

O *conhecimento da estrutura da Matemática* relaciona-se com a estrutura da disciplina, inclui o conhecimento das conexões entre os tópicos de um mesmo conteúdo, entre conteúdos de um mesmo campo da Matemática e entre campos distintos, por exemplo, álgebra e geometria. Ainda envolve conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento e entre diferentes anos de escolaridade, exigindo do professor compreensões sobre o currículo de Matemática.

O *conhecimento sobre a matemática* refere-se à forma de conhecer e de fazer matemática. Relaciona-se com a capacidade de o professor se comunicar matematicamente, através de demonstração, justificação, generalização, exemplos e contraexemplos, contraposição e outros métodos do saber matemático. Para os autores, isto inclui saber estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos, considerando que os elementos estruturantes da Matemática formam um corpo organizado e complexo de conhecimentos, que podem ser explicados através de axiomas, teoremas, leis de formação, fórmulas, propriedades e problemas.

Carrillo *et al*. (2013) compreendem o *conhecimento didático do conteúdo* constituído pelos subdomínios do conhecimento do ensino da Matemática, das características e dos padrões da aprendizagem da matemática.

O *conhecimento do ensino de Matemática* permite ao professor adotar estratégias para aprender sobre um determinado conteúdo, selecionando materiais curriculares, estudo de tarefas e de recursos didáticos a serem adotados durante o processo de sua prática. Envolve também aprendizagens específicas do professor sobre os conteúdos e seu ensino.

Para os autores, o c*onhecimento das características da aprendizagem Matemática* relaciona-se com as aprendizagens dos alunos, quando estes estão trabalhando em tarefas matemáticas. É importante que o professor saiba reconhecer aspectos do conteúdo que possam gerar dificuldades de aprendizagem, durante o ensino de um tópico. Nesse subdomínio, os autores consideram relevante que o professor analise os obstáculos, os significados e as melhores estratégias para ajudar o aluno na promoção de sua aprendizagem. Isso implica a importância de o professor saber identificar, antecipadamente, tópicos específicos do conteúdo que podem ser problemáticos nas aprendizagens dos alunos. Esta identificação influencia tanto o conhecimento geral do

professor sobre o tópico matemático, como o conhecimento que ele tem dos alunos. Este subdomínio abrange uma variedade de conhecimentos que tratam dos processos de aprendizagem. Não se trata de aprofundar-se em teorias da aprendizagem, mas de compreender como ocorrem tais processos. Carrillo *et al*. (2013) referem-se a esse subdomínio com preocupações voltadas para o modo como os alunos aprendem matemática.

Por fim, o *conhecimento dos padrões de aprendizagem de matemática* diz respeito ao conhecimento do professor sobre as orientações curriculares, principalmente às relacionadas com as projeções para os anos seguintes, materiais de apoio, formas de avaliação e padrões mínimos de exigência para a aprendizagem dos alunos. Estas orientações baseiam-se nos objetivos do contexto institucional do professor. Inclui conhecimento de indicadores de desempenho dos alunos, desenvolvidos pelos órgãos externos, isso no âmbito dos órgãos oficiais, como instituições que envolvem pesquisadores e grupos de profissionais envolvidos com a educação.

Reforçam os autores que a descrição desses subdomínios não significa uma classificação exaustiva, visto que não se pode afirmar em que parte da sala de aula um determinado subdomínio torna-se mais evidente que outro, ou se pode ter uma intersecção de mais de um deles.

Carrillo *et al*. (2013) destacam que este modelo deve ser melhor investigado, considerando as crenças do professor de matemática, com destaque as suas compreensões, imagens, valores e aprendizagens. Sendo estas desenvolvidas ao longo de seu envolvimento com a Matemática e com os seus processos de ensino e aprendizagem. Os autores indicam que as crenças, embora faça parte do núcleo desse modelo, não é foco de seu trabalho, no entanto consideram importantes os esforços venham melhor conceitualizá-las.

Em resumo, a pesquisa de Carrillo *et al*. (2013) visa a discutir as características dos subdomínios do conhecimento para o ensino de Matemática, apresentando o modelo de conhecimento especializado do professor de Matemática. Este modelo tem por base reflexões sobre a forma como o professor vê, conhece e faz uso da Matemática na sua prática cotidiana. A recomendação dos autores é que este modelo deve ser colocado em prática como um referencial para os pesquisadores para que possa ser melhor compreendido, contribuindo para o desenvolvimento de suas categorias e de seus subdomínios com mais precisão, assim como sobre as diferentes maneiras de envolver-se com o conteúdo matemático para o ensinar.

2.4 Modelo de Rowland, Huckstep e Thwaites

Rowland *et al*. (2005) reconhecem ser particularmente difícil definir, caracterizar e conceituar o *conhecimento didático do conteúdo*, especialmente do futuro professor de Matemática, considerando que este conhecimento depende de conhecer o objeto matemático e ser capaz de fazer com que o aluno também o conheça. Os autores reconhecem que tanto o conhecimento do conteúdo matemático quanto o conhecimento didático da Matemática podem contribuir com o ensino do futuro professor durante a realização de seus estágios. O objetivo foi desenvolver uma estrutura conceitual de base científica, a partir de discussões entre os participantes, com foco no conhecimento dos conteúdos de Matemática.

O modelo designado por quarteto do conhecimento (*Knowledge Quartet)* surgiu da captura de uma série de fatores e ideias sobre o conhecimento do conteúdo matemático, considerando o conhecimento matemático do estagiário e seu conhecimento didático da Matemática. Durante as análises, os autores catalogaram os dados em 18 códigos que geraram conjuntos de conceitos e terminologias importantes para identificar e descrever as maneiras pelas quais o conhecimento do conteúdo matemático influenciou nas escolhas e ações dos futuros professores em seus estágios. Dos resultados, os autores elaboraram uma síntese dos 18 códigos, distribuindo-os em quatro unidades:

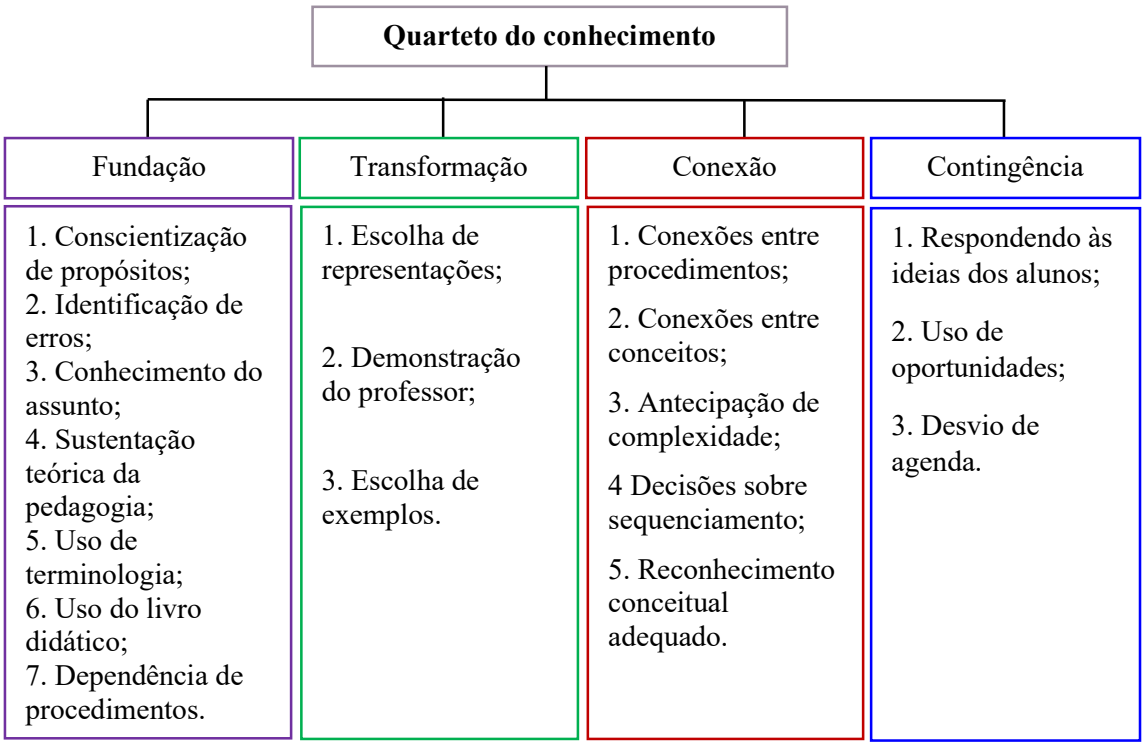


Figura 3: Conhecimento didático de Matemática (Rowland, Huckstep e Thwaits, 2005).

Para Rowland *et al*. (2005), a *fundação* constitui a formação teórica e as crenças do futuro professor. Corresponde ao conhecimento da Matemática e da didática da Matemática, inclui aspectos teóricos do ensino e da aprendizagem, crenças pessoais e sobre a Matemática, o porquê e como os conteúdos são aprendidos. Colaborando com a compreensão dessa unidade, os autores destacam que o conhecimento e as crenças do futuro professor influenciam nos significados e nos conceitos matemáticos por eles construídos, assim como interferem quando se pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem e com o reconhecimento da Matemática, com propósitos no ensino.

As unidades de transformação, conexão e contingência relacionam-se com a maneira e os contextos em que o conhecimento do ensino é preparado e conduzido.

A unidade de *transformação* diz respeito à capacidade de o professor transformar o conhecimento do conteúdo em formas didáticas eficientes, que podem ser explicitadas através de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações. Pode-se, ainda, influenciar nas escolhas e na forma de utilizar diferentes meios para justificação ou refutação de conjecturas matemáticas.

A *conexão* faz alusão à coerência do planejamento de ensino executado em uma aula ou um conjunto de aulas. O professor, para a realização da aula, faz conexões lógicas entre o pensamento matemático e administração do discurso matemático na sala de aula. Desenvolve uma sequência técnica de instrução e discurso dentro e entre aulas, incluindo a ordenação de tarefas e exercícios. O professor nas aulas precisa saber fazer conexões entre conceitos e executar procedimentos que favoreçam a resolução de tarefas. Segundo os autores, essas sequências envolvem conexões, não somente entre Matemática mas também entre a tomada de consciência do conhecimento cognitivo dos alunos e as demandas de diferentes tópicos e tarefas.

A última categoria, *contingência*, refere-se aos eventos que ocorrem em sala de aula que, muitas vezes, não podem ser previstos no planejamento. Essa categoria possui dois componentes: a *prontidão*, que são as respostas dadas aos alunos em consequências de suas ideias e o *reconhecimento* de possíveis mudanças da aula.

O objetivo do modelo de Rowland *et al*. (2006) é fornecer uma estrutura conceitual para refletir sobre o conhecimento matemático do futuro professor, vindo a contribuir com seu desenvolvimento profissional. Outras considerações apontam que o quarteto do conhecimento é promissor no desenvolvimento do conhecimento didático do conteúdo, conhecimento matemático e conhecimento dos alunos e, além disso, é

importante considerar as crenças pré-existentes, que podem ser modificadas no decorrer do processo.

2.5 Modelo de Ponte

Ponte (2012) evidencia que o ensino de Matemática de qualidade requer um professor com formação adequada no campo da Matemática e da Didática da Matemática que tenha bom relacionamento com os alunos, atitude profissional para os problemas emergentes e o reconhecimento de atualização profissional. Além disso, destaca que o conhecimento profissional do professor de Matemática reside entre o conhecimento acadêmico de investigadores no campo da ciência e o conhecimento do senso comum, próprio a todas as pessoas. O conhecimento profissional do professor está orientado para uma atividade prática, cuja compreensão dessa atividade é ensinar Matemática para um dado grupo de alunos.

Para Ponte (2012), o conhecimento profissional do professor envolve vários aspectos que se situam nas contribuições do conhecimento de natureza teórica e nos conhecimentos de natureza social e experiencial. O conhecimento de natureza teórica constitui conhecimentos sobre a Matemática, educação e o ensino de Matemática. Já o conhecimento de natureza social e experiencial compreende conhecimentos sobre os alunos, a dinâmica de aula, os valores e a cultura da comunidade escolar e outros. Essas duas contribuições integram o *conhecimento didático da Matemática*, que tem como objeto o ensino da Matemática. Ponte (2012) afirma que

> O conhecimento didático em seu conjunto, por estar orientado a situações de prática, se relaciona estreitamente com aspectos do conhecimento da vida cotidiana, tais como conhecimento do contexto (incluindo o conhecimento da escola, da comunidade, da sociedade e o conhecimento que o professor tem. (p. 87)

Este modelo, conforme Figura 4, pressupõe-se o conhecimento didático do professor a partir das relações que se estabelecem entre as dimensões: (i) conhecimento da Matemática para o ensino; (ii) conhecimento do currículo; (iii) conhecimento dos alunos e de seus processos de aprendizagem; e (iv) conhecimento da prática educativa.

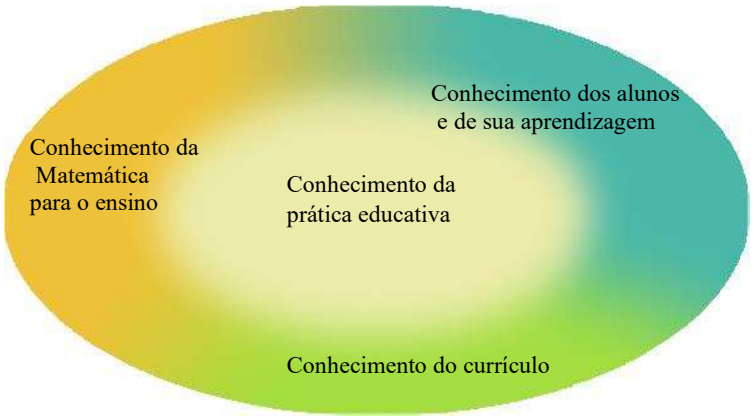


Figura 4: Conhecimento didático de Matemática (Ponte, 2012).

A primeira dimensão, *conhecimento da Matemática para o ensino*, não se refere ao campo da Matemática enquanto ciência, mas enquanto disciplina a ensinar. Dessa forma, cabe ao professor compreender os conceitos e procedimentos fundamentais para o ensino dentro da disciplina e as diferentes formas de representá-los numa visão mais geral da Matemática escolar. Isso implica compreender como se relacionam os conceitos e os procedimentos, dentro e fora da Matemática. Ponte (2012) considera que os conhecimentos dessa disciplina, no campo didático, não se constituem apenas na destreza do cálculo, dos procedimentos, das aplicações e da capacidade de resolver problemas. Tais conhecimentos vão além disso, pois estão inseridos nas especificações do conteúdo como objeto de ensino.

A segunda dimensão, *conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens*, faz referência às aprendizagens dos alunos, considerando que o professor deve conhecê-los numa perspectiva pessoal, saber seus hábitos, seus valores culturais, suas dificuldades e investigar suas formas de aprender para contribuir com suas aprendizagens. Segundo o autor, conhecer os alunos nesta perspectiva é condição "decisiva para que se tenha êxito no trabalho do professor" (p. 88).

A terceira dimensão, o *conhecimento do currículo*, envolve o conhecimento das finalidades e objetivos do ensino de Matemática que constituem a organização dos conteúdos e o conhecimento de materiais, suas formas e evolução. Para Ponte (2012), este conhecimento está associado a tomadas de decisão sobre o assunto, sobre o tempo de ensino do conteúdo e sobre os fundamentos teóricos do conteúdo que se deve considerar em cada momento de ensino. É importante que, nestes fundamentos teóricos, estejam

claras para os professores as dimensões do conteúdo e as formas que orientam os processos de ensino e de aprendizagem.

A quarta dimensão, *conhecimento da prática educativa*, é o núcleo do conhecimento didático, que integra os conhecimentos anteriormente referidos. Esta dimensão investiga o conhecimento didático através do processo que envolve o planejamento de ensino, cuja ênfase está na condução das atividades da aula de Matemática. Também integra esse conhecimento a elaboração de tarefa a realizar, criação de uma cultura de aprendizagem em aula, desenvolvimento e regulação dos diálogos entre professor e alunos, considerando a evolução das aprendizagens dos alunos e do ensino do professor.

Não cabe neste modelo separar as dimensões que constituem o conhecimento didático do professor de Matemática, mas referir-se a essas dimensões como sempre presentes e relacionando-as entre si, não podendo estabelecidas suas fronteiras, ou supor a ausência de algum deles numa prática educativa de qualidade. Ademais, esses conhecimentos submetem-se a uma estreita relação entre si, estando "sempre de algum modo presentes na atividade do professor quando ensina Matemática". (Ponte, 2012, p. 89).

Síntese

Saber o que constitui o conhecimento base para o ensino, não se pauta na ideia de um roteiro ou caminho único que possa ser capaz de resolver os problemas de ensino, mas de defender concepções que contribuem para repensar a complexidade que envolvem a educação e, em especial, a prática letiva. Assim, acerca desse conhecimento base para o ensino de Matemática, as pesquisas convergem para uma compreensão de que, no conhecimento do conteúdo e no conhecimento didático, se firmam os pilares da prática docente. A tipologia que envolve essas duas dimensões pode variar em conceitos e abrangência, mas que convergem em seus interesses: promover a aprendizagem de alunos, não somente na perspectiva do conteúdo, mas da formação humana. Considerando a formação inicial o contexto em que se pretende contribuir com desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, destaca-se a relevância de discutir o *conhecimento do conteúdo*, *dos alunos e de suas aprendizagens*, *do currículo* e *da prática letiva*.

O *conhecimento do conteúdo matemático* é a condição primária para o trabalho da prática docente, tanto no que se refere ao entendimento dos fundamentos da disciplina

quanto ao conhecimento aprofundado para estabelecer relações entre conceitos e representações, resolver uma variedade de problemas nos diversos domínios da Matemática e problemas que envolvem outras áreas. É também necessário conhecer a Matemática como viés indispensável à formação humana, superando a concepção de Matemática como uma ciência distante da realidade dos alunos. Assim, torna-se imprescindível o *conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens*, considerando-os parte de um contexto social e cultural, com objetivos individuais e coletivas, com experiências de aprendizagens diferentes. Essas experiências se revelam na sala de aula através de dificuldades, erros que apresentam, as estratégias que usam ao resolverem as tarefas. Nesse sentido, qualquer dissociação entre Matemática do contexto de ensino a separa das necessidades dos alunos.

O *conhecimento do currículo* é uma dimensão importante do conhecimento didático do professor de Matemática. Isso inclui as orientações curriculares, tanto as oficiais como as da Educação, em particular da Educação Matemática, e a ação do professor no percurso da prática letiva. Esse último aspecto depende também do uso de recursos didáticos que podem contribuir para a prática letiva. Portanto, é de grande valia conhecer formas de organizar, executar e avaliar os processos de ensino e de aprendizagem, utilizando diferentes metodologias de ensino, estratégias e procedimentos reconhecidos como eficazes para as práticas docentes.

O *conhecimento da prática letiva* está relacionado às ações pertinentes à realização da aula, e que constitui o processo de planejamento, da realização e da avaliação-reflexiva da aula. Essas ações constituem um componente essencial do conhecimento docente, com a tarefa matemática servindo como elemento central para promover a reflexão do professor sobre o conteúdo, o currículo, os alunos e suas aprendizagens, bem como sobre a própria prática letiva. É importante que essas quatro dimensões sejam discutidas na formação inicial, como um viés para a promoção do conhecimento didático do futuro professor de Matemática.

CAPÍTULO 3

APRENDER A ENSINAR: CONTRIBUTOS DA FORMAÇÃO INICIAL

Teorias de aprendizagem. As teorias de aprendizagem se preocupam com questões referentes a como se aprende, considerando *a priori* que é possível aprender. Essas teorias estão maioritariamente voltadas para a aprendizagem do aluno, vindo muitas delas a fornecer compreensões em torno da relação entre o ensino e a aprendizagem. Para Ponte (2006), conceitos atribuídos à aprendizagem dependem do que se considera aprender. Para uns, é um fenômeno natural, que acontece de acordo com as circunstâncias da vida e, para outros, insere-se numa perspectiva de construção de conhecimento. Neste caso, os conceitos de aprendizagem compartilham seus fundamentos com as teorias do conhecimento, inserindo-se num universo filosófico bastante complexo. Portanto, segundo esse autor, existem diversos significados para a aprendizagem.

No início do século XX, as teorias da aprendizagem tiveram forte influência dos fundamentos da psicanálise de Sigmund Freud, que considera a não repressão aos instintos, através das chamadas práticas pedagógicas progressistas baseadas na liberdade, criatividade e espontaneidade do aluno, em confronto com as instituições escolares que "obrigavam os alunos a práticas de memorização de informações desconexas e sem sentido" (Santomé, 1998, p. 31). A psicanálise impulsionou o desenvolvimento de teorias da aprendizagem que, usualmente, aparecem nos espaços acadêmicos influenciando pesquisadores, cursos de formação de professores e práticas de ensino (Santomé, 1998). Mais recentemente, Bransford *et al*. (2007) destacam que, nas últimas décadas, a ciência cognitiva tem direcionado olhares para a sala de aula e contribuindo para as teorias da aprendizagem, o que proporcionou novas metas para a educação e novas oportunidades para aprender neste espaço.

Há compreensões bastante consolidadas que a profissão docente exige de o professor inserir-se em processos de aprendizagem contínuos, constituindo essa

aprendizagem de dimensões bastantes complexas, que não podem ser sintetizadas em torno de uma teoria. Nesse sentido, Cochran-Smith e Lytle (1999) reconhecem os significativos esforços para compreender em que consiste a aprendizagem docente:

> [I]deias muito diferentes sobre como melhorar a formação de professores e o desenvolvimento profissional, como provocar mudanças escolares e curriculares e como avaliar e licenciar professores ao longo da vida profissional. O que está mais em jogo nesta discussão é como a aprendizagem dos professores e professoras – amplamente reconhecida como o *sine qua non* de cada esforço de mudança escolar – são compreendidas e posicionadas no debate. (Cochran Smith & Lytle, 1999, p. 1)

Na perspectiva de Bransford *et al*. (2007), o que se sabe sobre a aprendizagem do aluno se aplica também à aprendizagem docente. Entretanto, em relação a essa aprendizagem existem outras categorias igualmente importantes, quase sempre relacionadas com a prática de ensino. Acerca disso, Bransford *et al*. (2007) destacam a própria prática e as interações sociais proporcionadas por ambientes formais e informais como importantes requisitos à promoção da aprendizagem docente.

Aprender com a prática, segundo Bransford *et al*. (2007), significa aprender sobre o ensino. Isso implica o ajuste de boas práticas, a análise de modelos de raciocínio pedagógicos e as pesquisas que tratam da prática docente. Essa aprendizagem contribui para a promoção de novos conhecimentos e compreensões de seus alunos, escola, currículo e métodos instrucionais, através de vivências e experimentos práticos que ocorrem na prática profissional.

Em se tratando da aprendizagem docente promovida pela inserção do professor em contexto formal de aprendizagem, Brandsford *et al*. (2007) e Vaillant e Marcelo (2012) consideram que programas propositivos, centrados no ensino e localizado em instituições especializadas, tanto no âmbito estatal como na escola, promovem aprendizagem docente, vindo estes programas, comumente, a direcionar a formação docente para a aprendizagem do conteúdo específico com foco no seu ensino.

Bransford *et al*. (2007) e Vaillant e Marcelo (2012) consideram os contextos informais como fortes promotores da aprendizagem docente. Aprendizagem essa que acontece através de conversas informais no ambiente da escola e/ou em encontros de professores de diversos formatos. Tais conversas favorecem a compreensão de dimensões política, cultural, curricular, escolar, do ensino, do conteúdo, da aprendizagem dos alunos e outras. Adicionalmente, proporcionam reflexões que influenciam as práticas de ensino. Nesse sentido, pode considerar-se que o futuro professor, quando tem a oportunidade de participar desse ambiente, consegue contextualizar outras dimensões que o contexto

formal não proporciona, fazendo descobertas que somente as interações com outros professores podem proporcionar.

Aprendizagem docente. As concepções de Cochran-Smith e Lytle (1999) sobre a aprendizagem docente situam-se no conhecimento *para*, *na* e *da* prática de ensinar e de aprender. A primeira, o *conhecimento para a prática* (*knowledge for pratice*), baseia-se em aspectos teóricos da formação, tanto do ponto de vista do conhecimento do conteúdo como do conhecimento didático do conteúdo. Esta concepção defende a valiosa contribuição de pesquisas já realizadas sobre o ensino, como forma de direcionar o professor na busca de um conhecimento mais aprofundado do conteúdo, de modo a torná-lo objeto de ensino. Nesta concepção, o ensino é um processo de aplicação do conhecimento a uma situação da prática docente.

A segunda concepção, *conhecimento na prática (knowledge in pratice)*, corresponde à ação do professor, com forte ligação na reflexão, na investigação e no relato do professor sobre sua própria prática. Destacam as autoras que esta concepção não defende a ideia de ensinar como técnica ou o professor como técnico. Ao contrário disso, este conhecimento é proveniente da experiência adquirida a partir do contexto da escola e da sala de aula, cujas situações exigem reflexões e investigações constantes.

Por fim, a última concepção, *conhecimento da prática (knowledge of pratice),* integra teoria e prática como uma relação indispensável à prática docente. Um pressuposto importante dessa concepção é o reconhecimento da investigação pelo professor da sua própria prática, não somente nos limites da ação mas na análise fundamentada em pesquisas já realizadas e sua relação com os problemas vivenciados em sua própria prática.

Essa integração teoria e prática influência à aprendizagem docente vindo a contribuir na qualidade da prática de ensino, levando cada vez mais professores a investir neste campo para compreender os problemas com que se defrontam no dia e dia, visando a melhorar suas práticas de ensino:

> Fala-se hoje, com insistência, no professor pesquisador. No meu entender o que há de pesquisador no professor não é uma qualidade ou uma forma de ser, ou de atuar que se acrescente à de ensinar. Faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa. O que dela se precisa é que, em sua formação plenamente, o professor se perceba e se assuma, porque professor, como pesquisador. (Freire, 1996, p. 14)

A atividade docente requer um estar atento aos problemas de aprendizagem dos alunos para poder identificar os caminhos que levam às práticas de ensino mais eficientes.

Para isso, o professor deve pensar e reunir meios, através de consultas em materiais curriculares, elaborar um plano, testar esse plano na sala de aula, avaliar os êxitos do plano com a contribuição das respostas de seus alunos e construir um entendimento pessoal desse processo. Nesse sentido, o professor planeja suas ações com características de pesquisa num formato empírico, baseando-se nos seus achados pessoais, cuja análise reflete sobre práticas que deram certo, fortalecendo-as e rejeitando outras:

> [N]a sua prática, os profissionais de educação defrontam-se com numerosos problemas muitos dos quais de grande complexidade (...) em vez de esperar por soluções vindas do exterior, muitos profissionais têm vindo cada vez mais a pesquisar diretamente os problemas que se lhes colocam (...) não se trata de transformar os professores em pesquisadores profissionais. Trata-se de reforçar a competência profissional do professor, habilitando-o a usar a pesquisa como forma, entre outras, de lidar com os problemas com que se defronta. (Ponte, 2004, p. 2)

Ponte (2006) entende que pesquisar "não é mais que procurar compreender de modo aprofundado, procurar encontrar soluções adequadas para os problemas com que nos deparamos" (p. 2). É com essa compreensão que se integra a pesquisa ao ensino como a capacidade de lidar com os problemas da atividade docente, promovendo assim a aprendizagem do professor.

Ponte (2004) considera que pesquisas realizadas sobre a própria prática têm significados diversos, dependem dos propósitos dos atores envolvidos. No caso dos professores do ensino fundamental e médio, vem a pesquisa a fazer transformação significativa na sua identidade profissional:

> [P]esquisar não é mais do que procurar compreender de modo aprofundado, procurar encontrar soluções adequadas para problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância (...) que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos. (Ponte, 2006, p. 2)

No entanto, pode considerar-se ainda a pesquisa como uma proposta de trabalho adotada pelo professor, com fim na análise de dados coletados em sua própria investigação pessoal para reformular suas atividades e, dessa forma, produzir aprendizagens que contribuam para o desenvolvimento de seu conhecimento didático. Dessa forma, a abordagem de pesquisa é uma ação que promove aprendizagens docentes, ajudando o professor, como sujeito de sua ação, inserido no seu espaço de trabalho, a pensar e controlar o processo de ensino de forma planejada, executada e avaliada pelo próprio professor, com o objetivo de melhorar a aprendizagem de seus alunos. As ideias de Ponte (2006) vêm a contribuir para reconhecer que a pesquisa não é uma atividade

específica de um determinado grupo cujos membros, apoiados por uma comunidade científica, são reconhecidos como pesquisadores, mas uma atividade da qual todos podem participar, sem serem considerados mais ou menos pesquisadores, desde que se ultrapasse a ideia de senso comum e se estabeleçam necessidades de aprofundar-se em conceitos e procedimentos, reflexões, debates e críticas com seus pares.

Aprender a ensinar na formação inicial. Em Hiebert *et al*. (2003), encontram-se importantes considerações referentes à aprendizagem e ao ensino, sobretudo na formação inicial. Para os autores, os efeitos culturais influenciam o aprender a ensinar, impondo ao futuro professor, através da observação de modelos de práticas de ensino, manter representações dessas práticas difíceis de serem abandonadas. Para superar essa dificuldade, Hiebert *et al*. (2003) consideram importantes as discussões sobre o aprender a ensinar Matemática, pautando-as em dois objetivos: primeiro, tornar-se matematicamente eficiente e, segundo desenvolver conhecimento, competências e disposições para aprender a ensinar de modo a ajudar os alunos a se tornarem matematicamente eficientes.

Para Ponte *et al*. (2000), a aprendizagem da prática pedagógica na formação do futuro professor de Matemática deve ser um componente decisivo para uma formação de qualidade, devendo ser realizada no espaço escolar, para que este, sob uma supervisão adequada, realize atividade "até se atingir a situação de autonomia pedagógica" (p. 14). Ponte *et al*. (2000) recomendam que o futuro professor deve aprender a trabalhar com uma variedade de metodologias de ensino e aprendizagem de modo que possa avaliar seu próprio desempenho, tendo em conta os objetivos da formação. Um outro requisito, igualmente importante, para a formação inicial é a inserção do futuro professor em experiências investigativas para que ele venha a construir conhecimentos sobre a forma de como responder aos problemas da escola e da comunidade.

Nessa fase da formação, Hiebert *et al.* (2003) destacam que preparar o professor para aprender a ensinar é um projeto ambicioso, devido à complexidade do ensino e aos requisitos para dominar diferentes aspectos da relação entre o conteúdo e seu ensino, sendo essa relação difícil de alcançar a curto prazo. Uma consideração importante dos autores é que os cursos de formação de professores, quando bem estruturados, aumentam a percepção do futuro professor a respeito dos problemas e de suas possíveis soluções, promovendo melhor sua aprendizagem. Esses autores sugerem a elaboração de um projeto bem-planejado, intencional e inacabado, de tal modo que possa ser usado por gerações de professores formadores, e a cada semestre seja revisitada sua base de

conhecimento, melhorando a eficácia da formação. Nesse sentido, Bransford *et al*. (2007) lembram que os cursos de formação de professores não podem contemplar todas as necessidades do futuro professor. No entanto, são ricos ambientes de aprendizagem que contribuem na construção de conceitos, de novos métodos de ensino e, ainda, podem interferir nas experiências do futuro professor enquanto aprendiz da educação básica. Nesse sentido, considero que as tarefas matemáticas como recursos didáticos intermedeiam os processos de aprendizagem dos futuros professores com base no conhecimento matemático e didático.

3.1 Tarefas matemáticas: recurso da aprendizagem docente

A principal orientação para a prática do professor está relacionada a uma atitude reflexiva de como a Matemática deve ser apresentada aos alunos para que estes possam construir suas aprendizagens a partir do significado atribuído aos objetos matemáticos. Para Stein e Smith (1998), a tarefa, vista como um segmento da atividade de sala de aula, promove o desenvolvimento de ideias matemáticas e forma a base para a aprendizagem dos alunos. Ponte (2005) destaca que a aprendizagem é resultado do envolvimento do aluno em atividades e reflexões que realiza sobre as tarefas. Pode-se, então, assegurar que a tarefa é o recurso mais importante para promoção dessa aprendizagem, uma vez que não se concebe o ensino e a aprendizagem de Matemática sem se recorrer às tarefas. Para Swan (2017), a tarefa vai além do que consta nos manuais ou fichas, devendo o professor incluir formas de mediação e adaptação ao contexto da sala de aula, de modo a promover orientações que favoreçam a atividade do aluno.

Segundo Thompson *et al*. (2006), o envolvimento do aluno com a tarefa depende de sua aceitação, dos significados que cria sobre ela, de suas metas, interesses e compromissos. Nesse sentido, é importante que a tarefa seja pensada a partir das imagens que se tem do aluno com o objetivo em seu envolvimento. Thompson *et al*. (2006) consideram como propósito das tarefas: (i) fazer com que os alunos se envolvam em atividades associadas à prática; (ii) envolver os alunos em abstrações reflexivas; e (iii) apoiar discussões nas quais professores e alunos realizam suas atividades como objeto do discurso. Esses propósitos também são vistos em Stein e Smith (1998) ao considerar que as tarefas exigem dos alunos reflexões conceituais levando-os a fazer conexões diversas e, ainda, que as tarefas promovem aprendizagens a partir do seu efeito acumulativo, dando sentido aos objetos matemáticos.

Para Swan (2017), as finalidades das tarefas para o ensino de Matemática estão relacionadas ao conhecimento factual e fluência processual, à compreensão conceitual, à competência estratégica e à consciência crítica da qualidade do raciocínio matemático. Nessas finalidades, estão previstos: os objetivos, as produções dos alunos, os tipos de tarefas e as atividades que se apresentam nas práticas em sala de aula, que estão sintetizadas na Tabela 1.

Tabela 1: Síntese das finalidades das tarefas (Swan, 2017).

Objetivo	**Tipos de tarefas**	**Caracterização**
Desenvolver Conhecimento factual e a fluência processual	Prática de procedimentos e notações	• Exige-se menos esforço de raciocínio; relaciona-se ao desempenho, ensaios e práticas de exercício; promove a execução de procedimentos matemáticos para o desenvolvimento de uma fluência técnica em matemática; • Valoriza a rotina para tomar consciência de aspectos problemáticos dos conteúdos, ênfase na prática repetitiva que não precisa ser exaustiva ou aborrecida; • Pode ser, também, desenvolvida através da resolução de problemas atraentes e satisfatórios.
Desenvolver compreensão conceitual	Observação, classificação e definição Representação, tradução, conceitos e suas representações. Justificação e/ou demonstração. Identificação e análise da estrutura dentro das situações.	• Envolve experiências distintas com foco na construção e no sentido do conceito dos objetos matemáticos; • Busca de compreensão a partir de quatro operações mentais: identificação, discriminação, generalização e síntese. • As produções dos alunos devem evidenciar compreensões de: descrição, classificação, representação, justificação e análise estrutural. • A compreensão conceitual deve promover a compreensão processual. • Deve-se encorajar os alunos a usarem o processo da generalização de modo a compreender as relações estruturais.
Desenvolver competência estratégica	Resolução de problemas não rotineiros. Formulação e interpretação de modelo matemático.	• Refere-se à resolução de problemas não rotineiros e a capacidade do aluno de formulação de problemas da vida real. O problema é uma tarefa que o aluno quer resolver, sem uma solução aparente. • Não faz sentido elaborar tarefas com finalidade para praticar um procedimento ou desenvolver a compreensão de um conceito. • Os alunos devem ser conduzidos a experimentar procedimentos ou usar seus próprios conceitos. • Apresentar aos alunos uma variedade de soluções para uma mesma tarefa, de modo a fazerem comparações.
Desenvolver competência crítica	Análise e crítica de procedimentos ou conceitos.	• Análises das produções dos colegas de sala de aula. • Saber fazer comentários críticos das soluções das tarefas. • Interpretar, avaliar e comparar o raciocínio dos colegas. • As tarefas com esses objetivos promovem a compreensão conceitual e competência estratégica.

	Análise e critica estratégias de resolução e/ou modelo de um fenômeno.

Uma outra forma de classificar as tarefas pode ser vista em Ponte (2005), que as qualifica quanto ao grau de desafio e ao grau de estrutura as quais por sua vez, dependem de seus objetivos e do envolvimento do aluno (Figura 5).

Figura 5: Classificação das tarefas, segundo o grau de desafio e estrutura. (Ponte, 2005)

Compreensões sobre as características dos elementos dessa classificação podem esclarecer as dificuldades na aprendizagem do aluno, visto que a relação do aluno com a tarefa define o desafio que lhe é posto.

As *tarefas fechadas* caracterizam-se pela aplicação de conteúdo, claramente definido no enunciado (Santos & Lima, 2010), onde o aluno é conduzido a utilizar os dados oferecidos na tarefa para responder à pergunta que tem um caráter mais diretivo. Para Ponte (2005), esse tipo de tarefa promove o "raciocínio matemático nos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados" (p. 18). No lado oposto, encontram-se as *tarefas abertas.* Estas possibilitam ao aluno o desenvolvimento de diferentes estratégias para as resolver que, segundo Ponte (2003),

"requer a participação ativa do aluno na própria formulação das questões a estudar, favorecendo seu envolvimento na aprendizagem" (p. 9). As tarefas abertas levam o aluno a realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testá-las e avaliar seus resultados (Santos & Lima, 2010), podendo comparar tarefas já realizados e se lançar a novos desafios.

A outra dimensão está relacionada ao grau de dificuldade das tarefas o qual pode ser *reduzido ou elevado*, dependendo do envolvimento e dos conhecimentos prévios dos alunos. As tarefas de *grau de desafio reduzido* podem contribuir para um maior sucesso dos alunos em suas resoluções, favorecendo o desenvolvimento da sua autoconfiança. As tarefas de grau elevado são mais desafiantes tornando-se para os alunos uma experiência matemática mais efetiva. É importante considerar que podem ser tênues os limites que separam os tipos de tarefas. Nesse sentido, é importante compreender os tipos de tarefas e suas características nos processos de ensino e de aprendizagem.

Problema e exercício – De modo geral, "problema" é um termo popular usado para referir-se a uma situação perturbadora que exige uma solução. Na Matemática, denomina-se problema uma situação em que não se dispõe, de imediato, de um processo de resolução. O exercício está mais associado à ideia de repetição, memorização e treino de algoritmo. As diferenças entre esses conceitos podem ser entendidas a partir de Echeverría e Pozo (1998) que consideram

> [U]ma situação somente pode ser concebida como um problema na medida em que existe um reconhecimento dela como tal, e na medida em que não dispomos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem existir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisão sobre a sequência de passos a serem seguidos. Esta última característica seria a que diferenciaria um verdadeiro problema de uma situação similar, como podem ser os exercícios. (p. 16)

E, ainda, nos exercícios

> [D]ispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa, enquanto para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interessa pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício. (p. 16)

Diante dessas considerações, pode associar-se a ideia de exercício a um tipo de "treino" a uma habilidade que se quer desenvolver ao executar um aspecto do conteúdo, a um procedimento que pode solucioná-lo diretamente ao objetivo definido, centrado num conceito específico do conteúdo e no que o aluno já sabe fazer. No exercício, a estratégia de resolução está focada na repetição de métodos já conhecidos. Com desafio diferente,

o problema é uma tarefa que não tem, de antemão, uma regra prescrita, apresenta um grau de dificuldade mais elevado e exige uma abordagem mais abrangente que pode envolver diversos aspectos de um mesmo conteúdo e que pode vir a permitir mais de um método de resolução ainda não visto pelo aluno.

Para Ponte (1992) e Onuchic (1999), problema é tudo aquilo que o aluno não sabe fazer, mas que, se está interessado em saber, empenhando-se ativamente. Essas são as razões que separam exercício e problema. Ainda para Ponte (2005), o que aproxima esses dois tipos de tarefa é a relação que o aluno mantém com tarefa que pode ser de acordo com seu interesse e o grau de dificuldade.

Investigação e Problema – Para Ponte (2005), a realização de investigações matemáticas pelos alunos é tão importante quanto a resolução de problemas, acrescentando ainda que a investigação promove maior envolvimento do aluno, exigindo sua participação não só na resolução como também na formulação de novas questões. É neste aspecto que se pode diferenciar o problema da investigação. Pode-se, portanto, associar a investigação de tarefas matemáticas a situações reais a fim de dar resposta a questões que necessitam de melhores entendimentos. Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas (1998) referem-se à tarefa de investigação como processos matemáticos mais complexos que exigem do aluno elaborar questões sobre o que se quer investigar, bem como o desenvolvimento de estratégias e validação dos resultados encontrados. Esses autores compreendem a investigação matemática como

> [U]ma situação que deve ser entendida ou um conjunto de dados que devem ser organizados e explicados em termos matemáticos. É necessário começar a fazer perguntas razoáveis e frutíferas. Então, é essencial correr o risco de propor conjecturas. Testar essas conjecturas e coletar mais dados pode apoiá-las ou levar a novas conjecturas. (p. 1)

Ponte (2010) considera que o ponto de partida para a investigação pode ser um problema matemático ou uma situação não-matemática, mas que exige uma exploração que não depende de uma estratégia definida para solucionar o problema ou a situação. É nesse sentido que a tarefa, enquanto problema ou investigação, assume desafio elevado. Portanto, a linha que separa a investigação do problema pode ser compreendida a partir da necessidade de definir um problema com possibilidade de ser analisado de diferentes modos, fazer conexões e analogias a outros problemas matemáticos e situações não-matemáticas.

Exploração e Investigação – Para Ponte (2005), a principal diferença entre esses dois tipos de tarefas está no grau de desafio que reside sobre elas. As tarefas de exploração podem não ter exigências quanto à elaboração de plano para solucioná-las, mas também podem necessitar de outras atividades, incluindo tarefas de investigação e solução de exercícios. Essas tarefas são, por um lado, mais acessíveis e abertas, o que as aproxima dos exercícios, mas, por outro, exige-se maior reflexão dos alunos, dando-lhes mais independência e um caráter mais ativo em suas aprendizagens. Segundo Ponte (2005), os alunos podem descobrir "um método próprio para resolver uma tarefa sem ter que esperar que eles aprendam o método do professor e sejam capazes de reconhecer, perante uma dada situação, como o aplicar" (p. 10).

Se nas fronteiras da tarefa de exploração estão as tarefas de investigação e os exercícios, é possível supor que as tarefas de exploração se confrontam com ideias bastante distintas. As tarefas de exploração são tarefas que visam aprofundar conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas (Ponte *et al*., 2017) que exigem do aluno maior interpretação da questão, dos dados e das análises de estratégias. Mas que também podem tornar-se exercícios dependendo de seus conhecimentos prévios.

A compreensão da classificação das tarefas fundamenta as posturas didáticas que são assumidas pelo professor em suas práticas de ensino. A escolha didática por um tipo de tarefa depende do objetivo do professor. A escolha por exercício, que, segundo Skovsmose (2000), se contrapõe à investigação, é mais condizente com o formalismo matemático que busca uma resposta única à tarefa. Por outro lado, o problema e a investigação possibilitam criar um ambiente de pesquisa e de exploração procurando fazer conexões entre o que o aluno já sabe e novos conhecimentos através da análise dos conceitos e procedimentos usados na solução das tarefas.

3.2 Contexto das tarefas

Ainda é comum encontrar prática docentes que apresentam os conteúdos matemáticos como concepções que geram imagens que pouco relacionadas ao mundo material; são representações associadas a uma Matemática que não mantém nexo com a vida humana. Tais considerações tornam a Matemática sem sentido e sem significado para o aluno da educação básica. Foram esses questionamentos que impulsionaram discussões de temas como a contextualização dos conteúdos matemáticos embora muitas compreensões que geram controvérsias tenham sido associadas aos conceitos de contexto

e contextualização (Reis & Nehring, 2017). Dessas controvérsias, a mais comum é supor a Matemática uma ciência sem contexto, como se seus conteúdos fossem dissociados da realidade. Como exemplo, encontram-se nos PCN (1997) considerações sobre a contextualização, tais como: "atividades de cálculo com números decimais estejam sempre vinculadas a situações contextualizadas" (p. 80). A esse respeito, Muller (2014) faz críticas a alguns posicionamentos nas orientações curriculares, tanto os oficiais como as pesquisas da área de Educação Matemática que relacionam contextualização somente a aspectos da vida social, o que torna reduzida a ideia de contexto e de contextualização, e pode enfraquecer os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

De forma mais abrangente, Reis e Nehring (2017) desenvolveram um estudo da arte em que mostram que o entendimento para contexto e contextualização é diverso, o qual se insere nos aspectos cognitivos dos alunos, significados conceituais, do cotidiano, matemático, interações entre os alunos, as diversas situações das demandas de ensino e outros. Valero (2002) conceitua contexto como tudo aquilo que acompanha o texto, pode estar ligado à ideia de espaço, tempo ou concebido como fenômeno. De acordo com essas compreensões, a autora classifica-o em três categorias: contexto do problema, contexto de interação e contexto situacional.

No caso do *contexto do problema*, seu significado situa-se no campo das noções e dos procedimentos ou nas referências que são solicitadas ao aluno na formulação do problema. No campo das noções, estão os conceitos dos conteúdos, os procedimentos e as estratégias utilizadas para responder à tarefa, enquanto as referências são as interpretações que se fazem da tarefa, seja no âmbito da Matemática pura ou de situações da vida real. Para envolver o aluno de forma ativa no contexto da tarefa, é importante valorizar o que ele já sabe para que ele possa fazer conexões com novos conhecimentos. No *contexto de interação*, a recomendação de Valero (2002) é proporcionar ao aluno um espaço de interação e negociação dos significados matemáticos entre alunos e professor. As tarefas podem possibilitar novas discussões e abrangência a outras situações. Por último, o *contexto situacional* define-se como as relações que se concretizam em práticas de ensino que envolvem professor e alunos com o objeto matemático, através das quais os alunos realizam tarefas e discutem com os colegas participantes da situação. Segundo a autora, essa visão mais ampla de contexto considera que a aprendizagem, as atividades e as situações são a base dos significados que os alunos dão a sua experiência de aprendizagem dentro do espaço da sala de aula.

Outra contribuição à compreensão do contexto no ensino e na aprendizagem da Matemática pode ser vista a partir de Skovsmose (2000), quando este discute os cenários para investigação como "um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação". Neste sentido, o aluno é convidado a formular questões e procurar explicá-las, promovendo seu envolvimento em processos de exploração, tornando-o responsável por sua aprendizagem.

Para Skovsmose (2000), as práticas de sala de aula, baseadas no cenário para investigação e as baseadas em exercícios, assumem referências diferentes (termo usado pelo autor), mas podem ser combinadas visando levar o aluno a produzir significados para os conceitos e atividades matemáticas. Em relação às tarefas, o autor indica três tipos de referências: (i) as que se inserem somente no contexto da matemática; (ii) as que se referem a uma semirrealidade, ou realidade fictícia ou artificial; e (iii) as que tratam das situações da vida real.

Na compreensão do autor, as tarefas no contexto da matemática pura se aproximam de formatos de exercícios, cujas características já foram discutidas. As tarefas que fazem referência à semirrealidade oferecem maior suporte à compreensão do aluno no momento da solução. Geralmente, o texto da tarefa por si só é suficiente, não necessitando de outra informação. Pode considerar-se que a diferença entre este contexto e o contexto da matemática pura é o texto que se usa para aproximar a tarefa de uma situação real. Tarefas baseadas em situações da vida real oferecem um ambiente rico em aprendizagens, possibilitando a elaboração de várias tarefas também no contexto da Matemática pura. As tarefas que envolvem o contexto da realidade têm como objetivo investigar questões compatíveis com as vivenciadas pelos alunos. Skovsmose (2000) destaca que a prática docente deve situar-se entre estes três contextos e nunca privilegiar apenas um e, ainda, que "(...) os alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem" (p. 14). Outra consideração importante é que qualquer um desses contextos põe desafios para o professor, os quais devem ser refletidos para a promoção das aprendizagens dos alunos.

3.3 Elaboração e adaptação de tarefas

A elaboração e adaptação de tarefas para a prática docente constituem uma possibilidade para o desenvolvimento do conhecimento didático do professor de Matemática. Para Spinillo *et al*. (2017), o professor precisa ser capaz de elaborar tarefas

como um processo de reflexão sobre os conceitos e as suas possíveis formas de resolução para poder comunicar ao aluno o que é mais relevante. Andreatta e Allevato (2020) consideram a elaboração de tarefas um recurso e uma oportunidade para aprender Matemática, visto que desenvolve a capacidade de resolução de tarefas e pode envolver o professor num trabalho de investigação.

Pelo seu lado, Gontijo e Fonseca (2020) apontam que a elaboração de tarefas "consiste em redefinir uma situação matemática em termos de seus atributos, de forma variada e original, gerando muitas possibilidades de representá-la" (p. 150). Os autores sugerem que esta estratégia também pode envolver o aluno como uma "forma diferente de organizar números, objetos e outros elementos a partir de suas propriedades ou atributos matemáticos" (p. 150). Para isso, os professores devem encorajar os alunos a elaborarem perguntas relativas ao conteúdo em pauta na sala de aula ou a investigar em determinadas situações aspectos matemáticos do conteúdo a partir da elaboração de perguntas interessantes. Os autores reconhecem a relevância da elaboração de tarefas como uma estratégia que fornece ao professor *insights* importantes sobre como os alunos compreendem os conceitos e aumenta sua percepção do desenvolvimento de suas resoluções.

Diversas pesquisas foram desenvolvidas com professores de Matemática em serviço considerando que a adaptação e elaboração assim como a resolução de problemas fazem parte da atividade do professor, principalmente quando leva em consideração o perfil do seu aluno e suas necessidades. Assim, Cunha (2015) analisou o domínio conceitual de professores para identificar as dificuldades e possibilidades ao elaborar problemas envolvendo raciocínio combinatório. Os resultados indicam que os problemas elaborados pelos professores foram parecidos com os existentes no livro didático e que os professores mostraram ter mais dificuldade em elaborar problemas de combinatória do que em os de resolver, devido aos aspectos conceituais e pedagógicos que envolvem a concepção de elaboração. Uma das conclusões desta pesquisa é que a elaboração de problemas ajuda o professor a refletir sobre os conceitos envolvidos nas diferentes questões relativas ao conteúdo, aos aspectos didáticos do conteúdo e ao currículo.

Na pesquisa de Spinillo *et al*. (2017), foi solicitado aos professores que formulassem problemas inseridos no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Os resultados indicam que os professores elaboram problemas apropriados à estrutura multiplicativa, mas verificaram que os problemas eram do mesmo tipo e envolviam apenas um passo para sua resolução. Nas conclusões, os autores indicam que os

professores têm dificuldades em formular problemas, sendo necessário desenvolver essa habilidade.

Gafanhoto e Canavarro (2012) fizeram uma intervenção didática junto a uma professora em serviço para discutir como as tarefas podem ser adaptadas/criadas de modo a compreender o uso das representações matemáticas dos alunos relativas às funções, com o uso do Geogebra. A tarefa inicial escolhida foi aberta. As adaptações tiveram como foco a criação de uma estrutura comum com vista à utilização e à interação das diferentes representações a partir da familiarização, transição e exploração. Suas conclusões indicam que a escolha de uma tarefa é um aspecto importante na prática docente, pois pode servir de inspiração ao professor para um trabalho de adaptação aos propósitos de seu ensino.

A pesquisa de Lueng e Silver (1997) examinou o desempenho de futuros professores de Matemática na formulação de problemas para examinar as diferenças de formato das tarefas e explorar a relação entre seu conhecimento matemático e sua criatividade. Para isso, desenvolveram um teste de formulação de problemas aritméticos o qual consistiu na análise de quatro indicadores de acordo com a qualidade matemática e complexidade da resolução de tarefas. A complexidade matemática, como categoria de análise, referiu-se à formulação de problema cuja resolução depende de várias etapas. Os resultados indicam que a maioria dos futuros professores elaborou problemas matemáticos plausíveis, com informações suficientes e com várias etapas de resolução. Outros resultados indicam que os futuros professores são capazes de apresentar problemas razoáveis em resposta às demandas das tarefas, embora as análises também indiquem a reduzida sofisticação na elaboração de problemas, que eram matematicamente pouco complexos. Consideram os autores que os futuros professores mostraram deficiências em elaborar problemas mais complexos do ponto de vista da necessidade de resolução em várias etapas. Sugerem que os futuros professores precisam de experiências relacionadas a essa temática, considerando o papel do professor na implementação do currículo.

Finalmente, Crespo (2003) desenvolveu uma pesquisa com futuros professores com o objetivo de verificar como os participantes elaboram problemas a serem propostos aos alunos. Os dados revelam que, inicialmente, os futuros professores tendem a selecionar problemas mais simples e fáceis de resolver. E, quando solicitados a adaptar problemas ao contexto dos alunos, foi observado que os problemas se aproximavam de exercícios. Outro dado revela que os futuros professores elaboram tarefas de acordo com

a familiaridade que têm com os conteúdos. A análise aponta que as tarefas que não são antes resolvidas pelo futuro professor tornam-se mais problemáticas na sua execução. Por outro lado, à medida que os futuros professores avançavam no estudo de elaboração de tarefas, mudanças significativas ocorreram em suas opiniões e crenças sobre a Matemática e os erros dos alunos. Por isso, passaram a ver as tarefas como meio de desafiar o pensamento dos alunos com estratégias mais sofisticadas.

Portanto, a elaboração de tarefas é recurso importante na aprendizagem de futuros professores de Matemática e professores em serviços considerando que a prática docente exige adaptar e/ou elaborar tarefas que correspondam à realidade dos alunos de modo a ajudá-los a superar suas dificuldades de aprendizagem. É como sugerem Spinillo *et al*. (2017), essa elaboração de tarefas deve ser explorada como parte do conhecimento didático do professor de Matemática.

Síntese

A aprendizagem docente não se limita apenas à transmissão de conhecimento, mas também à observação contínua das necessidades e do progresso dos alunos. Ela desempenha um papel fundamental na promoção do sucesso dos alunos e na melhoria da qualidade da educação. Para isso, é importante que os professores reflitam sobre suas próprias experiências em sala de aula, num processo contínuo de avaliação do que está funcionando e do que não está, e ajustar sua prática docente com foco nas aprendizagens dos alunos. Esse compromisso contínuo de aprendizagem corresponde ao enfrentamento de desafios, pois não pode ser resumida em apenas uma área específica do conhecimento. Como processo contínuo e dinâmico, a aprendizagem docente inicia-se com a formação inicial, possibilitando ao futuro professor aprender por meio de diversas fontes, incluindo a teoria, a prática e a reflexão das ações que antecede a prática, durante a prática e depois dela. Este processo oportuniza aprender a investigação da própria prática, com possibilidade de construir uma compreensão mais aprofundada dos problemas que permeiam a prática letiva.

Essa investigação ajuda os professores a adaptarem suas práticas às necessidades individuais dos alunos e a elaborar recursos didáticos que promovam as aprendizagens dos alunos. Os recursos didáticos são uma constante na prática letiva, desde que bem planejados por uma atitude reflexiva em relação à forma de como favorecer a construção de conceitos matemáticos. Nesse sentido, constituem as tarefas, em especial, as exploratórias, um recurso didático fundamental à prática letiva, desde que pensadas para

o desenvolvimento da autonomia do aluno, pois a atividade dele depende de seu envolvimento com a resolução da tarefa e de sua reflexão sobre os conceitos matemáticos.

Portanto, a formação inicial é um processo desafiador, mas essencial ao tratar tanto dos aspectos teóricos quanto práticos, cujo investimento é munir-se de conhecimento além do domínio do conteúdo, mas de um conhecimento didático do conteúdo para respaldar o planejamento e a reflexão sobre a própria prática.

CAPÍTULO 4

O ESTÁGIO SUPERVISIONADO E O ESTUDO DE AULA

4.1 O estágio e os seus desafios

O estágio supervisionado é uma componente da formação inicial de professores em muitos países (Bergesten *et al*., 2009). No Brasil, constitui um processo formativo legalmente constituído (Brasil, Lei Nº 11.788, 2008), que tem por objetivo aproximar o futuro profissional de seu campo de trabalho para a compreensão dos propósitos e dos desafios da profissão, correspondendo isso ao maior desafio do estágio, se se considerar a forma e o conteúdo de como essa aproximação é efetivada. Para Ponte e Chapman (2016), o estágio tem como objetivo proporcionar uma transição do estatuto de futuro professor para o de professor em serviço, sendo "uma fase fundamental do desenvolvimento de um conjunto integrado de competências necessárias para um ensino eficaz da Matemática" (p. 289). Diversas pesquisas que se inserem no campo do estágio supervisionado têm por princípio desenvolver um eixo teórico e metodológico que atendam aos interesses de uma formação inicial de qualidade (Fiorentini *et al*., 2021; Ludke, 2013; Pimenta & Lima, 2006).

O estágio supervisionado é um *locus* importante que permite identificar os desafios da formação inicial assim como construir soluções viáveis para a formação de professores, considerando a importância do contexto em que ele se realiza (Pires & Mendes, 2021). É também objetivo do estágio supervisionado discutir e aprofundar questões que possibilitem a construção do conhecimento didático do futuro professor de Matemática no contexto da práxis (Pimenta & Lima, 2019). Considerando esse objetivo, o maior desafio do estágio diz respeita à relação entre o conhecimento didático e o

conteúdo, a qual somente é construída quando tais elementos se articulam com a prática letiva, sendo esta vinculada à escola, o que, para a SBEM (Sociedade Brasileira de Educação matemática, 2016), é parte integrante do conhecimento do professor.

Os desafios do estágio se referem a um campo teórico complexo, pois exige dos profissionais envolvidos com esta vertente da formação do futuro professor esforços significativos para a superação de suas dificuldades. Para o enfrentamento de seus desafios, Pimenta e Lima (2019) atribuem ao estágio os objetivos de promover a reflexão sobre a prática e de desconstruir pré-conceitos a partir de uma prática instrumentalizada com teorias que permitam ao futuro professor uma "análise crítica das situações de ensino" (p. 11), vivenciadas em seus contextos. Ainda segundo as autoras, a falta de um projeto que viabilize o diálogo entre a universidade e a escola pode dificultar as contribuições do professor da escola na construção de uma "práxis formativa" (p. 12).

Vários outros desafios já reconhecidos se evidenciam no contexto do estágio, como: i) a articulação teoria e prática; ii) a aproximação escola e universidade e seus profissionais; iii) a reconstrução de imagens e crenças da profissão docente; e iv) a conexão entre o conhecimento didático e do conteúdo para a construção do conhecimento para o ensino de Matemática.

Segundo Lüdke (2009), pesquisas desenvolvidas no âmbito do estágio supervisionado apontam que as causas de todos estes desafios "vêm sendo estudadas há bastante tempo, sem que soluções satisfatórias tenham sido desenvolvidas" (p. 96). Reflexões sobre esses desafios originam questões que merecem especial atenção dos cursos de formação inicial: como organizar as atividades de estágio supervisionado para promover uma reflexão crítica sobre a teoria e sobre a prática no contexto da prática letiva do futuro professor? Como envolver o futuro professor de Matemática num processo de investigação da sua própria prática, para o entendimento ou superação de crenças trazidas para a formação inicial? E, por fim, em que se fundamentam o conhecimento didático e do conteúdo para se conectarem à prática letiva? São questões essenciais para identificar conceitos que venham a contribuir na formação inicial, em especial, com o estágio supervisionado.

Articulação teoria e prática

Ponte (2000), ao analisar as relações entre pesquisar, ensinar e aprender, no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, destaca que há o envolvimento do professor como pesquisador de sua própria prática, seja quando procura programas para

formalização de uma pesquisa ou quando pesquisa sobre a sua própria prática, como alternativa para solucionar problemas vivenciados no contexto da prática. Em qualquer dos casos, um dos obstáculos a essa cultura de pesquisa dos professores é a oposição entre teoria e prática. De um lado, põe-se a teoria como "algo fantasioso, inadequado para a interpretação da realidade", quando, de outro, está a prática, situada no "campo da normalidade e do inevitável", no qual todos os problemas encontram justificativa na realidade. O autor defende que "teoria e prática são duas faces de uma mesma moeda. Coexistem sempre. Onde há uma teoria há uma prática e onde há uma prática há uma teoria" (p. 17). Dessa forma, o que se exige é questionar o papel de uma e de outra para construir um diálogo entre teoria e prática como condição fundamental para a compreensão dos problemas.

Pimenta e Lima (2006) discutem o papel da teoria como uma realimentação entre teoria e prática, cuja importância, no processo formativo, é prover "variados pontos de vista para uma ação contextualizada" (p. 24), visto que os saberes teóricos se articulam com os da prática, ressignificando-os e oferecendo aos professores novas formas de análise para compreender a si mesmos e aos diversos aspectos do contexto (históricos, sociais, culturais, organizacionais) para intervir e para transformá-lo.

Essa maneira de pensar a relação teoria e prática se sustenta na ideia de práxis, em que teoria e prática devem caminhar em paralelo para juntas contribuírem para a transformação de uma realidade, apesar de que isso somente é possível se houver um processo consciente de unidade entre a ação e a reflexão sobre a ação (Correa, 2021; Pereira *et al*., 2016), de "conhecimento e intencionalidade (atividade teórica) e a de intervenção e transformação (atividade prática) da atividade docente" (Pimenta, 1995).

Aproximação escola e universidade e seus profissionais

Com relação à aproximação escola e universidade, Lüdke (2009) critica a visão que a universidade tem da formação de professores ao afirmar que "não é de se estranhar" o afastamento já que não existem elos estruturados que liguem essas duas realidades, parecendo que "tratam de dois universos, inteiramente distintos entre si" (p. 98). Ainda, os professores formadores não têm uma visão razoável da realidade da escola, por não terem uma vivência ou não terem construído uma aproximação com seus profissionais.

Para Pires e Mendes (2021), apesar da tão reconhecida necessidade de aproximação entre a formação inicial e a realidade escolar, "não existe essa articulação anunciada" (p. 18). Outrossim, indicam não ter clareza sobre como essa relação e sobre

como o acompanhamento dos futuros professores nas escolas, campo de estágio, podem ser melhor estabelecidos.

Essa aproximação com a escola não pode ser apenas para o cumprimento de carga horária. É necessário organizar, coordenar, vivenciar e avaliar todo o decurso da passagem do futuro professor pela escola, ampliando o diálogo para estabelecer parcerias entre os professores/profissionais da escola e da universidade (Braga *et al*., 2021; Felício & Oliveira, 2008)), pois, do contrário, o estágio fica reduzido ao cumprimento de tarefas e à elaboração de relatórios (Correa, 2021). Uma sugestão de Lüdke (2009), que também envolve parceria, é inserir o professor da escola em pesquisa universitária, na perspectiva de viabilizar a aproximação entre essas instituições de ensino, tendo o estágio como o principal vínculo entre seus profissionais e os futuros professores. Nessa proposta, a pesquisa, segundo Silva e Oliveira (2020), pode ser caracterizada, nas dimensões acadêmicas, como eixo formador da formação inicial e elemento da formação nos cursos de licenciatura.

Reconstrução de imagens e crenças da profissão docente

Na formação inicial, não existe um espaço disciplinar para discutir as crenças do futuro professor a partir da conscientização explícita de que tal discussão é uma das funções dessa fase da formação. O que existe é o reconhecimento dos professores formadores, especialmente de estágio, de que os conhecimentos necessários à docência têm como um dos propósitos reconstruir essas crenças em uma perspectiva científica. Nessa relação, Ponte (1992) afirma que o "conhecimento científico não pode prescindir de se apoiar ele próprio em crenças" (p. 7). Tardif (2000), por seu lado, apresenta as crenças, as representações e as certezas sobre a prática docente como fenômenos fortes e estáveis que perduram por muito tempo, as quais muitas vezes são retomadas para solucionar os problemas que aparecem na prática docente do professor iniciante. Por isso, não se pode relegar a história escolar do futuro professor, pois é nela que residem as crenças, que são parte importante dos conhecimentos prévios dele. Ainda, nas crenças estão o primeiro conhecimento que o futuro professor constrói do conteúdo específico e de seu ensino (Marcelo, 2009; Pimenta,1996), o que as tornam um desafio não somente para a formação inicial.

Como indicam Ponte e Chapman (2016), compreender a natureza dessas crenças, trazidas pelo futuro professor para o contexto da formação inicial, é requisito importante, considerando que a construção do conhecimento necessário à docência acontece a partir

da recodificação dessas aprendizagens sociais e culturais, particularmente os referentes à Matemática e ao seu ensino.

Conexão entre os conhecimentos didáticos e do conteúdo

A valorização dos conteúdos matemáticos foi concebida como o requisito primordial na "preparação para o trabalho do professor de Matemática na escola" (Moreira & Ferreira, 2013, p. 983). Além do mais, Lüdke (2009) adverte que os cursos de licenciatura têm insistido na separação teórica dos conteúdos específicos, como se cada disciplina, trabalhada isoladamente, viesse a se fundamentar na prática a ser realizada nas disciplinas de estágio, nas quais se deverá "aplicar o que aprendeu na teoria" (p. 103).

Reconhecidamente, saber Matemática é condição para o bom desenvolvimento da aula, mas "ter esse conhecimento não garante que alguém será um professor de Matemática eficaz" (Ponte & Chapman, 2016, p. 371). Portanto, a relação saber o conteúdo e a qualidade da aula não é linear, pois depende diretamente de outros saberes que se interligam no contexto da prática (Marcelo & Ferreira, 2023; Pimenta, 1995; Pimenta & Lima, 2019; Sztajn, 2002). Por isso, é necessário um estágio mais abrangente no que tange aos conhecimentos para o ensino de Matemática, visto que é na a escola onde se problematiza e se organizam esses conhecimentos, sendo isso o que dá sentido à relação professor, aluno e conteúdo nas ações de ensinar e de aprender de cada um.

É importante destacar que os conhecimentos matemáticos e didáticos, na formação de professores, são igualmente importantes e que o conhecimento para o ensino advém do entendimento de que é necessário estabelecer relações entre os diversos conhecimentos didáticos e o matemático, de modo a favorecer ao futuro professor a compreensão de ensinar e de aprender no contexto da prática letiva (Ponte, 2012).

4.2 Estudo de aula: conceito e forma

O estudo de aula contribui para o conhecimento docente e desenvolve práticas de ensino com o interesse na aprendizagem dos alunos (Dudley, 2014; Murata, 2011). Nesse processo de desenvolvimento profissional (Bjuland & Mosvold, 2015; Burroughs & Luebeck, 2010; Fujii, 2016; Murata, 2011), os professores compartilham ideias em torno de um problema de aprendizagem dos alunos que, no coletivo, durante um período, em seus próprios espaços de trabalho pesquisam, dialogam, planejam e realizam uma aula de investigação para superar o problema identificado, num trabalho colaborativo e reflexivo

(Fujii, 2016; Murata, 2011). O estudo de aula tem sido utilizado por diversos grupos de ensino de diferentes disciplinas, em vários países (Bjuland & Mosvold, 2015; Murata, 2011) com o objetivo de melhorar a aprendizagem dos alunos em um determinado conteúdo. Watanabe (2018) aponta que o estudo de aula apoia a prática do professor, promove conhecimento matemático e faz uso de práticas colaborativas como recursos, potencialmente, importantes no seu desenvolvimento profissional.

Ponte (2017) destaca que esta abordagem de desenvolvimento profissional orientada para a prática letiva é uma investigação que combina teoria e prática, baseia-se nos princípios da atividade reflexiva e colaborativa, permite compreender o pensamento do aluno e envolve o participante em estudo de diretrizes e orientações curriculares.

Fujii (2016) faz uma diferenciação entre duas formas de formação docente: formação tradicional e o estudo de aula. Na formação tradicional, as discussões começam com a resposta a um problema, conduzida por um profissional externo, com a ideia de uma formação instrutiva, onde o profissional trabalha uma aula programada para fins de capacitação docente. No estudo de aula, o processo começa com uma pergunta, pensada pelos professores, com planejamento colaborativo, reflexivo e dialógico para fins da aprendizagem dos alunos e do próprio professor.

O estudo de aula é um processo cíclico (Amador & Carter, 2016; Corcoran, 2011; Fujii, 2016), com potencial de desenvolver o conhecimento didático de Matemática (Fernández & Zillioux, 2011; Hourigan & Leavy, 2019).

Inicialmente, os professores reconhecem a necessidade de, em conjunto, resolver um problema de aprendizagem dos alunos. Para isso, planejam ações para compreender as dimensões do conhecimento didático de Matemática, o que constitui os principais obstáculos do conteúdo nas aprendizagens dos alunos, redimensiona suas práticas com base nessas dimensões do conhecimento didático da Matemática. Após o planejamento, um professor participante de todas as etapas da pesquisa ministra uma aula com alunos, em seu espaço escolar, enquanto os outros observam, fazem anotações para reflexão pós-aula. Depois da ação de sala de aula, os profissionais reúnem-se, novamente, para refletir analisando os pontos observados, dão ênfase à aprendizagem dos alunos (Amador & Carter, 2016; Elipane, 2012), fazem conexões entre o ensino e a aprendizagem e produzem materiais curriculares que podem vir a orientar novos processos. Em alguns estudos de aula, as reflexões pós-aula visam também orientar novo processo.

Para Dudley (2014), o estudo de aula é uma pesquisa que combina aprendizagem profissional e aprendizagem dos alunos. Professores, envolvidos em investigações sobre

as aprendizagens dos alunos, aprofundam suas compreensões do conteúdo matemático (Chokshi & Fernández, 2004), necessitando também investigar compreensões pedagógicas e didáticas do conteúdo a ensinar e desenvolver capacidades de observar e analisar dimensões que, naturalmente, constituem os complexos espaços de ensino e de aprendizagem (Burroughs & Luebeck, 2010). Para Ponte *et al*. (2018), o estudo de aula possibilita compreensões do ensino e da aprendizagem da Matemática em diversos campos teóricos: matemático, didático, curricular, educacional e organizacional.

Lewis *et al*. (2013) indicam cinco contribuições do estudo de aula para as práticas docentes. Na sua perspectiva, os professores: (i) expandem seus conhecimentos do conteúdo matemático; (ii) passam a entender o pensamento dos alunos; (iii) tornam-se investigadores do conteúdo e dos alunos; (iv) adquirem autonomia para resolver problemas dos alunos; e (v) utilizam-se de outros ou vários recursos para resolver problemas matemáticos.

O estudo de aula é um processo colaborativo gerido e coordenado por professores (Murata, 2011) de Matemática que se juntam para resolver determinadas demandas didáticas do seu grupo de trabalho. Centra-se na prática de ensino, através de um planejamento, com reflexões críticas e interesse na aprendizagem do aluno, no desenvolvimento profissional do professor-pesquisador e, consequentemente, na aprendizagem docente (Murata, 2011; Stigler & Hiebert, 1999).

Pesquisadores e professores de Matemática, em várias partes do mundo, têm disseminado compreensões sobre o estudo de aula, contribuindo para um levantamento teórico e empírico (Elipane, 2012) em torno desse processo formativo. Além disso, algumas adaptações têm sido feitas a fim de contemplar investigações que envolvem comunidades de professores de uma ou mais escolas, pesquisadores e professores em serviço ou em formação inicial em diversos países (Amador & Carter, 2016; Bieda, Cavanna & Ji, 2015). São adaptações de modo a atender a especificidades culturais e curriculares de grupos de professores interessados em trabalhar com o estudo de aula. Elipane (2012) adverte sobre as possíveis adaptações, que correm o risco de, influenciadas pela cultura, incidirem em aspetos superficiais das características estruturais ou procedimentais, ignorando caraterísticas fundamentais.

Considerando que o estudo de aula é um processo formativo onde os professores buscam melhorar o ensino conforme as necessidades dos alunos, faz-se necessário considerá-lo como dinâmico e reflexivo inserido numa realidade composta por características próprias de cada grupo de participantes. Por isso, é importante que os

professores considerem aspectos teóricos que sustentam diversas dimensões: práticas colaborativas e reflexivas, investigações matemáticas, conhecimentos sobre as aprendizagens dos alunos e o aprimoramento do conhecimento didático do conteúdo dos professores. No entanto, tais dimensões podem vir a ser um desafio a enfrentar durante a realização do estudo de aula na formação inicial.

4.3 Etapas do estudo de aula

Estudos empíricos descrevem algumas etapas do estudo de aula, tais como: definição do problema a estudar, planejamento da pesquisa de aula, observação da aula e discussão pós-aula. Essas etapas podem variar de acordo com alguns autores. Segundo Quaresma e Ponte (2017), o que prevalece em todos os processos são as etapas de planejamento, observação de aula e discussão pós-aula. Stigler e Hiebert (1999, p. 5) descrevem oito etapas para o desenvolvimento do ciclo do estudo de aula: (i) identificação do problema comum a equipe de professores; (ii) planejamento da aula; (iii) desenvolvimento da aula; (iv) avaliação e reflexão das etapas anteriores; (v) revisão da aula; (vi) repetir a aula em outra turma; (vii) avaliação da aula repetida; e (viii) compartilhamento de resultados. Em Fujii (2018), o ciclo do estudo de aula está organizado em cinco etapas: identificação do problema, planejamento de aula, aula de investigação, discussão pós-aula e reflexão. Neste trabalho, serão adotadas as cinco etapas destacadas em Fujii (2018) para compreender o processo cíclico do estudo de aula na formação inicial do professor de Matemática, conforme a Figura 6.

Figura 6: Processo cíclico do estudo de aula (Fujii, 2018).

Etapa 1. Identificação do problema. O estudo de aula é uma pesquisa de aula que deve ser realizada por um grupo de professores ao entenderem a necessidade de investigar um determinado problema para melhorar a aprendizagem dos alunos. Portanto, é fundamental que o contexto da pesquisa esteja centrado em solucionar um problema específico de aprendizado como motivação do processo (Stigler & Hiebert, 1999). O problema da pesquisa pode ser geral, baseado nas sugestões de um currículo mais abrangente, pois os professores reconhecem a orientação dos currículos oficiais nos quais os conceitos algébricos deveriam ser trabalhados a partir dos anos iniciais. Mas, como isto não é uma realidade na prática docente, os professores passam a investigar a importância desses conceitos na formação das crianças e de que forma esses conceitos devem ser ensinados. O estudo de aula pode desenvolver-se a partir de um problema específico, baseado em demandas do conteúdo de ensino ou na identificação de problemas comuns nas ações de sala de aula. Pode partir de uma realidade atual ou de fatos baseados em experiências já vivenciadas.

Essa é uma etapa muito importante para o processo, que, em alguns trabalhos, se situa de modo mais específico na definição do objetivo do estudo de aula, meta ou visão específica de uma determinada demanda didática (Rock & Wilson, 2005). Após o reconhecimento do problema, os professores definem um objetivo que vise responder o problema identificado. Nesta etapa, os professores podem definir objetivos de longo prazo, considerando as necessidades da escola, ou de médio prazo focando nas necessidades dos alunos, de acordo com a questão tomada. É importante que a elaboração do objetivo atenda a dois critérios: primeiro, seja definido pelos professores em reunião sobre o que querem que seja melhorado (Dudley, 2014) e que, segundo, possa ser trabalhado com os alunos por um período curto de aulas.

Etapa 2. Planejamento da aula. Após a identificação do problema e a elaboração de um objetivo, os professores realizam uma pesquisa para estudar o conteúdo matemático e investigar possibilidades didáticas relativas a esse conteúdo. Para isso, estudam as abordagens curriculares do conteúdo (Murata, 2011), tanto as relacionadas com as orientações oficiais como orientações em trabalhos já realizados sobre o tema (Stigler & Hilbert, 1999). Nesta fase, é importante que os professores analisem as possíveis conexões existentes entre os conteúdos já estudados pelos alunos e os conteúdos a estudar em séries posteriores (Fujii, 2018).

As reuniões para planejar a aula contam com a participação dos professores de forma dialógica. Todos participam das decisões, tiram dúvidas sobre o conteúdo

estudando os aspectos conceituais, procedimentais e relacionais, selecionam a tarefa, verificam seu valor matemático, resolvem a tarefa a levar à sala de aula, pesquisam formas de abordar os conteúdos durante sua execução, preveem dificuldades e respostas dos alunos, assim como decidem que professor lecionará a aula planejada, enquanto os outros observam (Fernández, 2002; Fujii, 2016).

O planejamento permite estabelecer com objetividade, simplicidade, validade e funcionalidade a ação de ensino, cuja função é contribuir para a aprendizagem do aluno. Para Haidt (2000) planejar uma ação didática requer uma análise da realidade, "refletindo sobre as condições existentes e prevendo formas alternativas de ação para superar as dificuldades ou alcançar os objetivos desejados. O planejamento é um processo mental que envolve análise, reflexão e previsão" (p. 95). Um elemento importante do planejamento é o plano de aula que pode ser entendido como a síntese desse planejamento, resultante do envolvimento dos professores na análise de material e produções coletivas.

Etapa 3. Aula de investigação. Um professor do grupo assume a responsabilidade de lecionar a aula planejada pelo grupo. A aula, geralmente, é estruturada seguindo quatro fases: (i) apresentação da tarefa aos alunos; (ii) trabalho autónomo dos alunos, que têm de elaborar suas estratégias; (iii) discussão coletiva e comparação das estratégias e respostas dos alunos; e, por último, (iv) o professor faz a síntese da aula. Os demais professores observam a aula (Fujii, 2018) e utilizam anotações e/ou recurso de áudio e vídeo para análises posteriores, quando possível.

Dudley (2014) destaca a importância do professor que ministra a aula sentir-se apoiado pelos professores observadores, pois o foco da observação é a aula e não o professor (Chokshi & Fernández, 2004). É importante que façam "observações fiéis, registrando o máximo possível o que os alunos dizem e fazem" (Dudley, 2014, p. 6). Para Lewis & Perry (2006, p. 6), a "observação eficaz envolve habilidades, conhecimento e preparação", sendo necessário que os observadores tenham uma folha de registro e uma cópia do plano de aula para acompanhar a aula e centrem suas atenções na caraterística fundamental da observação, que é relacionar as ações do professor com as ações dos alunos. Neste trabalho, serão colocadas em destaque as ideias que envolvem os conceitos e os fundamentos da observação nas ações de ensino como contributo para as aprendizagens docentes.

Etapa 4. Discussão Pós-aula. Esta fase também pode ser vista como um debate entre os participantes, com destaque ao que foi planejado e como ocorreu a aula de

investigação. O professor regente da aula e os observadores reúnem-se para discutir a aula, com destaque na participação observada nos alunos como indicadores de aprendizagens (Fujii, 2018). Normalmente, o primeiro a fazer a reflexão da aula é o professor que ministrou a aula, descrevendo e analisando os fatos ocorridos e apontando as dificuldades de ensino (Stigler & Hiebert, 1999). Em seguida, os observadores fazem suas análises, destacam as aprendizagens dos alunos, indicam as diferenças entre o planejado e o ocorrido e fazem sugestões para as próximas aulas. O propósito deste momento é analisar aspectos da aula e não da atuação do professor (Watanabe, 2018) que, muitas vezes, como único ator do ensino, não dá conta de perceber, tornando a contribuição dos observadores um elemento importante na aprendizagem docente. Para Ponte, Matos e Abrantes (1998), a análise dos acontecimentos pode levar à reformulação do plano de aula, mudanças de estratégia e materiais utilizados, assim como mudanças das tarefas e sua abordagem junto aos alunos. Lembra Murata (2011) que os comentários devem estar vinculados "à pesquisa ou teorias de ensino-aprendizagem e/ou desenvolvimento conceitual dos alunos" (p. 5). Os comentários devem versar sobre formas de melhorar a aula considerando as escolhas feitas no planejamento.

Etapa 5. Reflexão. Este é o momento da síntese do estudo de aula. Os participantes, através de uma análise das vivências do estudo de aula, escrevem um documento com o objetivo de compreender as aprendizagens dos alunos e melhorar a aula (Fujii, 2018). Nesta síntese, o professor tem a oportunidade de repensar a pesquisa, estruturando as ideias na forma escrita consolidando as aprendizagens construídas durante todo o trabalho (Ponte, 2017). Procura-se, também, comunicar à comunidade escolar, tornando pública a atividade. Além disso, pode servir como material de apoio a outros projetos, já que neste documento consta, além da descrição e análise das etapas, as contribuições para as aprendizagens dos alunos, as possibilidades de mudança, as sugestões para continuação do processo com outros conteúdos, etc.

Os aspectos teóricos e metodológicos que fundamentam o estudo de aula são importantes para todo grupo que deseja desenvolver uma ação didática nesta perspectiva, pois ajuda a compreender sua potencialidade no ensino e na aprendizagem da Matemática. No entanto, Chokshi e Fernández (2004) alertam para três aspetos que podem comprometer o estudo de aula: (i) ter a intenção de criar uma aula original ou nunca vista antes com intenção de resolver problemas de anos; (ii) considerar que haverá superação das dificuldades com apenas alguns estudos de aula, sendo importante conduzir este estudo para o maior número de aulas possível, fazendo disso um projeto pedagógico; e

(iii) considerar o mesmo estudo de aula para diversas turmas durante vários anos, já que cada plano é feito para uma turma específica, não podendo ser utilizado na íntegra para situações distintas.

Outras orientações são apontadas por Ebaeguin (2015) referentes aos cuidados que se deve ter para a realização de estudo de aula, dentre eles estão a elaboração e o detalhamento das ações no plano de aula, as quais são fundamentais para o sucesso do estudo de aula, assim como o desejo dos professores de produzir estratégias de ensino de curto prazo, em forma de seminário e oficinas com baixo nível de envolvimento.

Um desafio a considerar, segundo Chokshi e Fernández (2004), nos relatos de professores é que eles não se sentem à vontade para ensinar a aula devido à exposição junto aos demais colegas. Um outro fator que pode comprometer o trabalho em equipe é a falta de estudo das diversas dimensões que constituem esse processo: estudo do conteúdo matemático e dos aspectos didáticos do conteúdo, estudo do currículo, da compreensão das aprendizagens dos alunos e estudos do papel da escola e da Matemática na vivência dos alunos e professores.

Uma outra dimensão a considerar como desafio é que os efeitos desse trabalho somente poderão ser vistos a médio ou a longo prazo e isso interfere no imediatismo escolar. Lembram Chokshi e Fernández (2004) que o estudo de aula pode ser adaptado de diversas formas, ser baseado em estudos já realizados que podem ser encontrados em documentos de orientação ou em pesquisas, ou criados pelo grupo de professores. No entanto, o que precisa estar claro para todos os participantes é que cada grupo deve fazer seu próprio estudo, considerando que o foco são as aprendizagens dos alunos em seu contexto atual.

Ponte *et al*. (2018) destacam que para um estudo de aula ser bem-sucedido, é importante levar em consideração, diversas condições, ou seja, que os professores: (i) se mostrem interessados em aprender com o processo, dispondo de tempo e de condições pessoais para fazê-lo; (ii) construam condições logísticas para participar regularmente das reuniões de estudo, dispondo-se para ensinar ou observar a aula; (iii) solicitem a autorização da administração da escola e de outras autoridades; (iv) optem por um professor com capacidades de liderança para conduzir o processo; e (v) a equipe formadora desenvolva um planejamento e uma condução cuidadosa de todas as etapas do processo.

Conclui-se, portanto, que o estudo de aula não se apresenta como um processo capaz de resolver todos os problemas de sala de aula. O estudo de aula é um processo de

desenvolvimento profissional que visa oportunizar aos professores refletirem, no coletivo, sobre suas experiências e as necessidades dos alunos, proporcionar formas de investigação sobre a prática, compartilhar ideias e conhecimentos didáticos da Matemática e, além disso, tornar a escola o seu principal ambiente de formação. Esses princípios emergem à medida que os professores se reconhecem como parte dos desafios inerentes à própria prática. A partir dessa compreensão é que considero que a inserção do futuro professor no estudo de aula contribui para o seu contínuo processo de aprendizagem docente.

4.4 O papel da observação no estudo de aula

Na realização do estudo de aula, a observação, mais do que um processo de coleta de dados, assume o papel de análise que influencia nas etapas posteriores à aula de investigação. Durante a etapa de planejamento, os futuros professores elaboram a aula de investigação com foco nas aprendizagens dos alunos, mas também, à medida que o futuro professor passa a ser participante de suas aprendizagens, ele é incluído na categoria de participante observador. Por isso, deve estar preparado para observar as necessidades de todos os participantes incluindo a sua auto-observação. Nesse sentido, durante o estudo de aula, os professores devem ter claro o que é observação, qual a conduta a tomar durante a observação e focar nas construções e diálogos dos alunos como desafio de identificar suas aprendizagens.

Para compreender o papel da observação no estudo de aula, é importante rever compreensões a partir de seu conceito, de suas características, de sua importância e dos propósitos no estudo de aula e em que medida a observação pode contribuir para as aprendizagens docentes. No estudo de aula, as atividades que predominam são: o planejamento, a observação da aula e a discussão pós-aula (Dudley, 2014; Quaresma & Ponte, 2017). Estas três atividades se relacionam de modo que definem a dinâmica do estudo de aula.

Convém assumir a concepção de Ketele (1984) sobre a importância da observação, para fins educacionais, como um "(...) processo que requer atenção e inteligência, orientado por um objetivo terminal ou organizado, e dirigido a um objeto com o fim de obter informação" (p. 12). Nesses termos, observar não é uma técnica que pode ser aplicada. Observar, antes de tudo, é utilizar-se das estruturas cognitivas para entender e justificar os fenômenos. Constitui-se parte da ação de investigar, que neste

aspecto, é comum associar a observação à pesquisa, sendo utilizada por esta última como recurso ou abordagem a fim de obter informações relacionados ao problema de interesse. Assim, Lakatos e Marconi (2003), definem observação como uma técnica para coletar informações que, predominantemente, utiliza os sentidos para apreender aspectos da realidade. Adicionalmente, essas autoras, reconhecem que a observação desempenha um papel importante na descoberta de fatos, impondo ao observador o contato direto com a realidade. Indicam que a observação se torna científica à medida que: (i) se respeita um plano de investigação e um planejamento sistemático; (ii) faz o registro e fundamenta as proposições em vez de apresentar somente curiosidades; e (iii) submete-se à verificação e controle de validação.

Na perspectiva do papel da observação na prática educativa, Pimenta (1995), por sua vez, argumenta que a observação é um "meio de construção de categorias de descrição e análise, possibilitando a reflexão teoria/prática no processo de produção do conhecimento" (p. 9). Diante disso, a observação assume a característica de descrever os fatos numa perspectiva mais geral e, somente depois da análise dos fatos observados, apresenta sua verdadeira importância. Na prática educativa, a observação assume um lugar de destaque, embora pouco se tenha discutido sua importância nas atividades dos professores. Pode afirmar-se que a observação é o instrumento de investigação utilizado pelos professores para a identificação das aprendizagens dos alunos, seja através de mecanismos propositivos de avaliação ou apenas através de um olhar mais atento às situações de sala de aula. Também pode ser utilizado para conhecer fatores que interferem nos processos de ensino e de aprendizagem. A esse respeito, Ketele (1984) aproxima a observação da avaliação por considerar que a observação é um processo que está a serviço da avaliação, que, por sua vez, está a serviço da tomada de decisão do professor.

Lakatos e Marconi (2003) descrevem algumas vantagens da observação em *locus*: permite coletar dados de um conjunto de comportamentos e permite a evidência de dados que outros processos não proporcionam; possibilita meios para estudar uma variedade de fenômenos e não exige muita introspecção ou reflexão do observador durante a ação de observar. Quanto a limitações, os autores indicam que: (i) o observador tende a criar impressões do objeto observado; (ii) há a espontaneidade dos participantes que não pode ser prevista podendo interferir na tarefa do observador; (iii) a duração da observação pode ser rápida ou demorada comprometendo a coleta de dados; e (iv) outros elementos, próprios dos participantes observados, que não podem ser controlados ou podem não estar acessíveis ao observador, também podem interferir na coleta de dados.

A partir das considerações em torno das compreensões e caracterizações da observação, entende-se que sua funcionalidade, durante o processo de estudo de aula, inclui sua relevância ao servir de elo entre o planejamento e as demais fases do estudo de aula. Além disso, pode acrescentar-se que a observação neste processo formativo acontece através de um grupo de pessoas interessadas em observar o mesmo objeto, que é a aprendizagem dos alunos, numa mesma situação de ensino. Dessa forma, a análise dos fatos observados deixa de ser uma compreensão individual, como acontece em muitas pesquisas acadêmicas, assumindo uma interpretação do coletivo para compreender elementos que justificam a aprendizagem dos alunos.

No seu trabalho realizado, no âmbito da formação inicial de professores de Matemática, Larssen *et al*. (2018) investigaram como a observação é utilizada como ferramenta para capturar evidências de aprendizagens, visto que se trata do principal recurso de coleta de dados no estudo de aula. Os autores sugerem que compreensões em torno da observação no estudo de aula seja objeto de mais atenção pelos pesquisadores que investigam tal processo.

Para Dudley (2014), o papel da observação no estudo de aula é identificar aspectos do aprendizado dos alunos através dos olhos de outros profissionais e do próprio professor, comparando o aprendizado real observado durante a aula de investigação com o aprendizado imaginado durante o planejamento. Outra função é capturar indicadores críticos de ensino que não favorecem a aprendizagem dos alunos. Chokshi e Fernández (2004) indicam que, para atingir o objetivo do grupo no estudo de aula, é importante que se estabeleçam diretrizes para a observação da aula, "criando uma estrutura para identificar e reunir evidência" (p. 5). Para Murata (2011), a participação de um profissional externo (*knowladgble other*), durante a realização do estudo de aula, destina-se a destacar as características da aula a partir de teorias de ensino e de aprendizagem, as concepções conceituais dos alunos e apresentar uma visão do que as observações significam. Isso aponta para a importância da observação neste processo formativo.

Na formação inicial de professores de Matemática, a observação contribui para que o futuro professor analise, a partir de fontes teóricas, as causas dos comportamentos, atitudes e fatores ligados ao sucesso ou fracasso dos alunos de modo a indicar sua responsabilidade durante seu desenvolvimento profissional. Hourigan e Leavy (2019) indicam que a observação crítica na formação inicial favorece a reflexão dos processos de ensino e de aprendizagem. Para Larssen *et al*. (2018), a observação desenvolve no futuro professor compreensões sobre o aprender com o ensino. Para isso, é importante

explicar-lhe em que constitui a observação, qual seu propósito e qual o papel de cada observador durante a ação de observar, para reconhecimento da aprendizagem dos alunos. Além disso, os autores apontam que, no caso da formação inicial, a observação feita pelos futuros professores também serve de orientação para suas aprendizagens. Indicam, também, que se discuta a conduta da observação e sua função no contexto desta formação, preparando os futuros professores para usar a observação como objeto de investigação da ação didática. Diante disso, vem a observação assumir um papel de destaque no estudo de aula.

4.5 Estudo de aula na formação inicial: potencialidades e desafios

Pesquisas de natureza empírica, desenvolvidas em diversos países, evidenciam o contribuições do estudo de aula na formação inicial do professor de Matemática (Fernández & Zillioux, 2011; Gunnarsdóttir & Pálsdóttir, 2011; Lewis, 2019) com ênfase na aprendizagem dos alunos e na conexão entre ensino e aprendizagem (Amador & Carter, 2016; Meng *et al*., 2014), promovendo a aprendizagem do futuro professor de Matemática, especialmente no desenvolvimento de seu conhecimento didático (Baldry & Foster, 2019). Destacam-se como contribuições: a colaboração, a reflexão, a relação teoria e prática, o desenvolvimento do conhecimento didático e a identificação e superação de crenças dos futuros professores. Essas investigações também apontam os desafios para a realização do estudo quando desenvolvido na formação inicial. No Anexo 1, encontram-se informações sobre obejtivos, questões de pesquisa, participantes, principais conclusões, desafios e recomendações de algumas pesquisas desenvolvidas na formação inicial do professor de Matemática.

Colaboração

Como indicam Yoshida e Jackson (2011), o estudo de aula é uma oportunidade para os futuros professores estudarem e aprenderem com os colegas. Resultados indicados por Burroughs e Luebeck (2015) e Gunnarsdóttir e Pálsdóttir (2019) apontam que os futuros professores, através do diálogo profissional com os professores das escolas, reconhecem a dinâmica social como valiosa e aprendem importantes lições sobre ensino, sobre aprendizagem e sobre colaboração em comunidade profissional.

Pelo seu lado, Chassels e Melville (2009) reconhecem o estudo de aula como um processo de desenvolvimento profissional colaborativo no contexto da escola, com vista

a melhorar a aprendizagem dos alunos. Esse processo fundamenta-se no princípio de comunidade colaborativa, apontado por Gunnarsdóttir e Pálsdóttir (2019):

> [A] participação nas comunidades de aprendizagem cria condições favoráveis para o desenvolvimento profissional, por isso é importante que os futuros professores aprendam e experimentem formas de serem membros ativos das comunidades de aprendizagem. É nosso entender que os futuros professores iniciam seu desenvolvimento profissional no início de sua formação de professores. É apenas o ponto de partida em seu processo de longa carreira em que eles têm que assumir a responsabilidade como participantes ativos. (p. 466)

Segundo Ponte e Quaresma (2019), as interações promovidas por meio do trabalho colaborativo desafiam e questionam as concepções e as práticas docentes. No estudo de aula, essas interações e as discussões coletivas em torno de um objetivo comum oportunizam aos professores poderem correr "riscos na sua prática e tentarem novas ideias" (p. 369).

Boavida e Ponte (2002) ressaltam que a colaboração constitui uma estratégia fundamental para enfrentar problemas de difícil solução, quando tratados de forma individual. Para isso, torna-se valioso juntar-se a diversas pessoas com experiências distintas para interagir, dialogar, planejar e refletir em torno de um mesmo objetivo, numa relação de igualdade e de ajuda mútua em que todos se beneficiam:

> [A] aprendizagem da colaboração e da negociação, que com ela está entrelaçada é, assim, uma dimensão incontornável do mundo de hoje. Por outro lado, a ajuda para ultrapassar obstáculos e para lidar com vulnerabilidades e frustrações, a capacidade de reflexão acrescida, as oportunidades de aprendizagem mútua e os acréscimos de segurança para iniciar novos percursos que a colaboração possibilita, tornam-na uma estratégia particularmente prometedora para delinear caminhos de investigação de práticas profissionais num mundo caracterizado pela incerteza, mudança e complexidade, como é o atual mundo pós-moderno. (Boavida & Ponte, 2002)

Richit, Ponte e Tomkelski (2020) destacam que a colaboração em estudos de aula oportuniza aprendizagens profissionais, ressignifica seus conhecimentos e promove reflexão sobre a prática. As práticas colaborativas são ainda mais relevantes quando realizadas na formação inicial, pois esse é um espaço exclusivamente voltado para a aprendizagem docente, com reflexos na prática letiva e na profissão, com vistas no ideal de uma cultura de "socialização do professor na profissão" (p. 3).

Segundo Corcoran (2011), apesar das diferentes adaptações do estudo de aula, inclusive para a formação inicial de professores, seus princípios básicos têm sido

mantidos quando se considera a natureza colaborativa do processo, sendo isso valorizado pelos participantes como uma oportunidade de interação com professores experientes. Cavanagh e Garvey (2012) acrescentam que a colaboração em comunidade de aprendizagem cria oportunidades para que os futuros professores observem, ministrem aulas, discutam e reflitam sobre a sua própria prática e sobre a de outras pessoas, com a participação do professor da escola e do professor da universidade. Ainda nesse contexto, Elipane (2012) e Suh e Fulginiti (2012) reconhecem que o estudo de aula promove a aprendizagem do futuro professor ao trabalhar em colaboração com o objetivo de refletir, individual e coletivamente, sobre o processo que constitui as fases de planejamento colaborativo, de ensino, de observação e de discussões pós-aula, podendo, ainda, esclarecer, fortalecer e ressignificar o seu pensamento sobre o ensino e sobre a aprendizagem dos alunos. Baldry e Foster (2019) consideram que o envolvimento do futuro professor, no planejamento colaborativo, representa uma oportunidade de melhorar a sua compreensão sobre a aprendizagem dos alunos, mas também um desafio, dado que ele não está acostumado com planejamento colaborativo. Mesmo assim, os autores acrescentam que o acesso do futuro professor a essa estratégia se torna em um benefício para a sua formação, pois se envolver no planejamento colaborativo no estudo de tarefa, incluindo a antecipação das estratégias de resolução e da dificuldade de aprendizagens dos alunos, contribui para que ele possa desenvolver essa prática na futura carreira.

Quaresma e Ponte (2021) consideram que o trabalho colaborativo não é "objeto explícito de discussão nas sessões. De qualquer forma, os professores mostraram que eles estavam conscientes disso e valorizaram isso fortemente" (p. 104). Ainda, acrescentam que, no estudo de aula, as práticas colaborativas se desenvolvem de forma espontânea e não problemática, tornando-se parte inerente do processo em que os participantes, à medida que se envolvem, vão construindo suas relações e estabelecendo seus papéis enquanto indivíduo e enquanto grupo.

Diante disso, pode considerar-se que a colaboração, como uma das facetas principais do estudo de aula, contribui para que o futuro professor reconheça a importância do trabalho em equipe para a superação das dificuldades de aprendizagens dos alunos, assumindo-a como parte de sua prática enquanto futuro profissional.

Reflexão

Para Helgevold e Wilkins (2020), a formação inicial de professores de Matemática está cada vez mais complexa, exigindo do futuro professor que ele se envolva também

em práticas reflexivas para desenvolver a sua capacidade de pesquisar e para apresentar um melhor desempenho na profissão. Adiciona-se ainda que a profissão requer do professor, de forma crescente, "um forte conhecimento do assunto e da profundidade da compreensão pedagógica (...) para serem profissionais reflexivos; isto é, agentes ativos na análise tanto da sua própria prática (...) quanto dos progressos dos alunos!" (p. 14).

A reflexão docente é uma prática social partilhada com outras pessoas que se reconhecem no contexto profissional, pessoal e institucional. Sendo assim, esse reconhecimento passa pela relação com o outro, pela capacidade de se identificar e de se projetar no outro. Trata-se, portanto, de refletir sobre a sua própria prática e sobre as dos outros e de pensar sobre como os outros refletem sobre essa prática (Pimenta *et al*., 2001; Tardif & Moscoso, 2018).

Oliveira e Serrazina (2002) compreendem a reflexão docente como um modo de os professores interrogarem as suas próprias práticas, as quais se apresentam através de insistentes ponderações entre acontecer e compreender, para encontrar significados para as experiências. Um dos objetivos da reflexão é "fornecer ao professor informação correta e autêntica sobre a sua ação, as razões para a sua ação e as consequências dessa ação" (p. 34). Como sugere Nóvoa (1992), a reflexão não deve servir para justificar uma ação individualizada, nem para se defender das críticas e nem para se distanciar da reflexividade crítica sobre a prática.

Apesar do reconhecimento da importância das práticas reflexivas, a formação inicial apresenta, em seus currículos, incertezas quanto a sua efetivação. A esse espaço de formação, Fidalgo e Ponte (2004) sugerem que, além de conhecer os alunos a ensinar, o futuro professor deve inserir-se num processo de formação pessoal, social e cultural, integrado no contexto da escola, para o desenvolvimento de atitudes, de análise crítica, de inovação e de investigação da prática profissional. Nessa perspectiva, a reflexão configura-se numa via possível para construir, no futuro professor, capacidades individuais e coletivas para tomar decisões apropriadas para o enfrentamento dos problemas.

Parece ser mais um desafio para a formação inicial proporcionar práticas reflexivas, tendo em conta a reduzida experiência do futuro professor com a prática letiva. No entanto, Fidalgo e Ponte (2004) afirmam que, nessa fase da formação, a reflexão sobre as situações educativas – sejam elas passadas, presentes ou futuras – possibilita o processo de maturação profissional e pessoal. Ela é uma parte do processo de investigação da própria prática, em que se pressupõe, *a priori*, um problema, se levantam hipóteses para

se aprofundar no problema, se traçam estratégias e soluções e, por fim, se analisam essas soluções a fim de verificar seus efeitos.

Oliveira e Serrazina (2002) entendem que, nesse processo de investigação, o professor reflete na ação e sobre a ação, se empenhando em: (i) envolver o questionamento sistemático do próprio ensino e as competências para estudar o seu próprio ensino; (ii) questionar e testar teorias na prática, fazendo uso dessas competências; e (iii) disponibilizar a outros a observação do seu trabalho, com registros para as discutir com seus pares.

Na formação inicial, a reflexão permite ao futuro professor tornar-se ciente das muitas questões e dos desafios que permeiam a prática letiva, sendo ela um espaço privilegiado para se refletir sobre a prática e sobre as suas aprendizagens e as dos alunos, questionando situações vivenciadas por eles e refletindo sobre novas possibilidades de ensino. (Darsie & Carvalho, 1996).

A respeito da reflexão como um dos principais recursos didáticos constituintes do processo de estudo de aula, Richit *et al*. (2021) afirmam que a reflexão se faz presente em todas as etapas desse processo formativo e oportunizam aos participantes pensar sobre a Matemática e sobre como suas dúvidas e como suas aprendizagens interferem na sua prática. Nesse sentido, o estudo de aula, cujo processo se baseia em planejar, observar, ensinar, criticar e rever uma aula, oportuniza uma reflexão profunda e se fundamentada nas atividades de ensino que ocorrem dentro e fora do ambiente da aula, sendo estas compartilhadas e discutidas com outros membros (Burroughs & Luebeck, 2010; Ponte, Wake & Quaresma, 2019; Radovic *et al*., 2014; Suh & Fulginiti, 2012).

Outras contribuições são referidas por Hourigan e Leavy (2019), que apontam os benefícios dessas práticas quando os futuros professores relatam ter o estudo de aula contribuído para o envolvimento em práticas de observação e de reflexão, como aspectos importantes do ensino. Chessels e Melville (2009) enfatizam que o estudo de aula, entre outros benefícios, contribui para a compreensão dos currículos e desenvolve hábitos de observação, de crítica, de análise e de reflexão. Ainda, Cavanagh e Garvey (2012) consideram que tarefas individuais de escrever sobre a experiência também ajudam os futuros professores a desenvolverem uma postura reflexiva sobre o processo.

Quanto aos desafios da prática reflexiva no estudo de aula, Burroughs e Luebeck (2010) consideram que, apesar do pensamento reflexivo dos futuros professores emergir à medida que criticam, tanto na aula de investigação quanto no processo em si, os futuros professores não se encontram preparados para prever, com precisão, as respostas dos

alunos nem para abordar as suas dificuldades. Por outro lado, Radovic *et al*. (2014) lembram que ainda não se tem clareza sobre como envolver o futuro professor em práticas reflexivas mais produtivas. Tal entendimento também é observado por Myers (2012) quando afirma que ainda não são significativas as informações sobre "se, como e até que ponto" (p. 11) o estudo de aula promove uma reflexão de qualidade, embora os futuros professores indiquem essa influência em suas aprendizagens. Gunnarsdóttir e Pálsdóttir (2019) reforçam que o desenvolvimento de capacidades reflexivas é um dos principais desafios para os futuros professores quando participam de um estudo de aula.

Crenças docentes

As crenças são construções mentais resultantes das experiências que se configuram em imagens preconcebidas, que têm efeitos no processo de aprendizagem docente (Marcelo, 2009; Paiva & Prette, 2009; Pereira *et al*., 2012; Soares & Bejarano, 2008). Percebendo que essas aprendizagens se desenvolvem a partir de saberes que podem ser crenças, já que influenciam o pensamento e a ação e são suporte para o entendimento da realidade (Soares & Bejarano, 2008), é importante compreender a influência das crenças na prática letiva. Elas são ideias construídas dos objetos do saber que se supõe como verdadeiro, não exigindo comprovação de nenhuma natureza, enquanto o conhecimento se insere numa dimensão mais complexa, composto por uma rede de conceitos, de imagens e de capacidades inteligentes, incluindo crenças e concepções (Ponte & Chapman, 2008).

Para Marcelo (2009), no contexto da formação inicial, as crenças influenciam nas aprendizagens dos professores e, fortemente, nos processos de mudança necessários ao seu desenvolvimento profissional. Nesse sentido, elas devem ser consideradas como o ponto de partida para a construção do conhecimento e devem ter um espaço privilegiado para possíveis rupturas de ideias preestabelecidas. Nesse contexto, o futuro professor não chega à formação inicial como um balde vazio. Muitas de suas concepções sobre o ensino foram construídas através da observação, que se configura em um sistema de crenças, por vezes, "tão enraizado que a formação inicial é incapaz de provocar transformação" (p. 13).

Na formação inicial, alguns autores destacam a necessidade de se discutir as crenças como uma forma de romper com as concepções sobre a prática docente, baseadas em imagens construídas na formação escolar, como aluno receptor de informação. Como afirma Bachelard (1996), o papel do professor não é de reproduzir ideias, nem de supor o

aluno como um balde vazio. O conhecimento empírico é próprio da natureza humana e, como tal, partícipes de uma cultura baseada na experiência:

> [O]s professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na sala de aula de física com conhecimentos empíricos já construídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas se de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana. (Bachelard, 1996, p. 23)

Portanto, qualquer mudança que se pretenda na formação inicial depende de uma revisão conceitual e metodológica, de modo a contribuir para uma ressignificação das crenças (Richit *et al*., 2021; Wachira *et al*., 2008) dos futuros professores, a partir de suas práticas. Como afirmam Hart e Carriere (2011), as crenças podem determinar as escolhas didáticas na sala de aula e podem limitar a disposição do professor de se envolver em propostas promissoras.

Discussões sobre o papel das crenças cada vez mais têm se apresentado como objeto de investigação em pesquisas que tratam do estudo de aula, como um componente importante do conhecimento didático do futuro professor de Matemática (González *et al*., 2021; Lewis *et al*., 2019). De outro modo, Murata (2011) indica que o estudo de aula pode ser uma oportunidade para se compreender as crenças docentes.

Hourigan e Leavy (2022) afirmam que o estudo de aula interferiu nas crenças e nas práticas de futuros professores quanto à resolução de problemas, o que inicialmente descreviam como uma recorrência aos conceitos já ensinados. A maioria desses futuros docentes relatou certa resistência ao uso de tarefas desafiadoras, devido à suposição de que os alunos não seriam capazes de resolvê-las, apesar de depois reconhecerem que os alunos tinham mais potencial para resolver problemas de forma autônoma do que inicialmente pensavam. Hart e Carriere (2011) concluíram que a participação de professores em serviço foi promissora para se refletir sobre a aula de Matemática, uma vez que, nas discussões iniciais, mostraram-se alinhados com práticas instrucionais apoiadas em crenças e baseadas em padrões que não garantem o conhecimento profundo do planejamento, do ensino e da aprendizagem.

Entretanto, nota-se que, no cenário das pesquisas envolvendo o estudo de aula, tanto na formação do professor em serviço como na do futuro professor, ainda é pouco

desenvolvido o tratamento dado às crenças enquanto categoria de pesquisa, sendo estas, em muitas delas, parte dos elementos revelados durante o processo.

Teoria e prática.

Helgevold e Wilkins (2020) reconhecem que existe uma incoerência entre a formação recebida pelos futuros professores e o que de fato acontece na sala de aula, sugerindo uma reavalição das práticas de campo para a construção de uma identidade profissional mais sólida. Nesse sentido, a crítica é que os futuros professores convivem com uma lacuna entre teoria e prática e que ainda estudam algumas teorias que podem ser irrelevantes a seu desenvolvimento profissional. As recomendações, segundo as autoras, são que os aspectos conceituais devem ser associados à prática. Outro aspecto correlacionado à lacuna entre teoria e prática é o distaciamento entre a universidade e a escola. Hourigan e Leavy (2019), numa revisão de literatura, apresentam dados relativos às pesquisas desenvolvidas entre os anos de 2007 à 2017, destacando o potencial do estudo de aula na formação inicial como um "veículo para lidar com a lacuna teoria-prática" (p. 6). A aproximação entre teoria e prática é uma das preocupações da formação inicial de professor, que segundo Tsui (2005) é uma parceria comparada com a relação entre a escola e a universidade. Tais relações, consideradas problemáticas devido à natureza de seus objetivos, podem ser tratadas na formação inicial do professor de Matemática, segundo Cavanagh e Garvey (2012), com a participação de futuros professores em comunidades de aprendizagem para estabelecer conexões mais fortes entre o que estudam na universidade e suas experiências na sala de aula. Estas confirmações são compartilhadas por Férnandez e Zilliox (2011) e Potari (2011) quando consideram que o estudo de aula é um processo eficaz onde futuros professores conseguem estabelecer conexões entre essas importantes dimensões.

Conhecimento didático

Outra valiosa contribuição atribuída ao estudo de aula diz respeito ao desenvolvimento do conhecimento para o ensino de Matemática, relacionado, principalmente ao conhecimento didático e ao conhecimento do conteúdo (Baldry & Foster, 2019; Bieda *et al*., 2015; Burroughs & Luebeck, 2010; Corcoran, 2011; Gunnarsdótti & Pálsdóttir, 2011; Potari, 2011). Entende Murata (2011) que o foco no ensino e na aprendizagem da matemática exige que o professor equilibre e manipule conhecimentos do conteúdo, conhecimentos didáticos do conteúdo e conhecimento dos

alunos, incorporando-os a uma prática conceitualmente mais forte e mais centrada no aluno. Para Bjuland e Mosvold (2015), o trabalho docente exige do professor um conhecimento profissional composto pelo conhecimento do conteúdo, conhecimento didático, conhecimento do currículo e conhecimento didático do conteúdo. Estes aspectos são reconhecidos por Hourigan e Leavy (2019), pois também afirmam ser o ensino de matemática um empreendimento complexo que requer conhecimento multifacetado.

A análise de dados da pesquisa de Hourigan e Leavy (2019) revela que o estudo de aula favorece a aprendizagem do futuro professor em dois aspectos: do conhecimento do conteúdo matemático e da prática centrada no aluno. Consideram as autoras que alguns benefícios associados a estes aspectos advêm do envolver o futuro professor em um planejamento mais detalhado e centrado no aluno, no estudo de tarefas, na antecipação das respostas dos alunos e no importante papel da observação e reflexão . Em Cavanagh e Garvey (2012), os beneficios estão associados à vinculação teoria e prática através de conexões entre as experiências vivenciadas na escola e o que se estuda na universidade. Esses beneficios desenvolvem no futuro professor a capacidade de apreciar a resolução de tarefas antes de cada aula, contribuindo para que ele chegue mais preparado a fim de observar ou ministrar a aula de investigação.

Assim, o estudo de aula contribui de forma significativa para o desenvolvimento profissional do futuro professor de Matemática (Baldry & Foster, 2019; Burroughs & Luebeck, 2010; Radovic *et al*. 2014; Tepylo & Moss, 2011) quando o leva a aprofundar o conhecimento do conteúdo, o conhecimento didático do conteúdo e sua capacidade de observar e entender a aprendizagem dos alunos (Burroughs & Luebeck, 2010). Bjuland e Mosvold (2015) acrescentam que o estudo de aula oferece uma estrutura adequada para desenvolver a capacidade do futuro professor em aprender com o ensino.

Desafios

Existem desafios que influenciam o desenvolvimento de pesquisas no contexto da formação inicial. O estudo de caso desenvolvido por Lewis (2019), além da perspectiva positiva do estudo de aula na formação inicial de professores, mostra que existem nesse processo formativo, diversos desafios em seu gerenciamento, a considerar: i) diferenças entre as propostas curriculares dos cursos e da educação básica; ii) desconhecimento das necessidades de aprendizagem dos alunos pelos futuros professores; iii) pouco ou nenhum conhecimento do currículo da escola; e iv) impossibilidade de realização de mais de um ciclo de estudo de aula, quando, na realidade, o ideal é pelo menos dois ciclos.

Larssen *et al*. (2018), numa revisão de literatura, consideram outros desafios: garantir o envolvimento dos professores da escola no estudo de aula e considerar as limitações de tempo do estágio para a realização de múltiplas atividades. Estas observações também são corroboradas por Burroughs e Luebeck (2010) e Ponte (2017). Vale destacar que os autores citados acima chamam a atenção para a necessidade de diversas adaptações do estudo de aula durante o estágio: (i) realizam microaulas para seus colegas no ambiente da universidade (Fernández & Zillioux, 2011; Coelho, 2014); (ii) passam por todo o processo do estudo de aula, mas a aula de investigação é ensinada pelo professor da escola, com a observação dos demais participantes (Araújo, 2018); e (iii) o estudo de aula é desenvolvido em mais de um ciclo. No primeiro ciclo, a aula de investigação é lecionada pelo professor da escola e, no segundo, lecionada pelo estagiário, enquanto os demais participantes observam (Bieda *et al*., 2015).

Em Burroughs e Luebeck (2010), a adaptação foi realizada, de modo que futuro professor participa do planejamento, mas a aula de investigação é ministrada na escola e registrada em vídeo, sem a observação dos participantes. As discussões são realizadas por todos os aprticipantes a partir do material de video (Burroughs e Luebeck, 2010).

Ponte (2017), num conjunto de 16 pesquisas que tratam do estudo de aula na formação inicial do professor de Matemática, identificou que apenas duas pesquisas mantêm as características do estudo de aula como ocorre no Japão, as demais modificaram sua natureza de modo a adaptar-se ao contexto da formação inicial. Esclarece o autor que a realização do estudo de aula na formação inicial "não é uma questão simples" (p. 11), constatação feita por Baldry e Foster (2019) quando lembram que adaptações do estudo de aula podem desafiar tradições culturais fortes e que, por isso, podem levar tempo, sendo difíceis de implementar.

Em se tratando do desafio da relação teoria e prática, Potari (2011) reconhece que, apesar desta relação ser favorecida neste processo, é difícil para o futuro professor reconhecer como isso acontece, devido a sua limitada experiência com a sala de aula, pois, muitas vezes, atribui à teoria um significado superficial.

A pesquisa de Bjuland e Mosvold (2015) apresenta um conjunto de advertências que contribuem para a compreensão de fatores que podem influenciar em resultados de pesquisas, a partir de quatro indicadores: i) a não definição do objetivo ou questão relacionada às aprendizagens dos alunos; ii) falta de um planejamento robusto em torno do conhecimento didático do conteúdo; iii) incertezas sobre o que observar nas

aprendizagens dos alunos; e iv) falta de discussões, no coletivo, sobre o estudo das tarefas e sem o envolvimento de todos os participantes.

Em Chessels e Melville (2009), encontram-se outras questões, igualmente desafiantes, tais como: (i) tempo para o estágio que muitas vezes não atende ao projeto de estudo de aula; (ii) programação administrativa das escolas, podendo ser incompatível com os propósitos e com o tempo do estágio; (iii) persistência de uma cultura individualista do ensino; (iv) falta de familiaridade com os princípios do estudo de aula; e (v) questões relacionadas com o conteúdo matemático. Alertam os autores que o estudo de aula traz algumas armadilhas em potencial, mesmo para professores experientes. Para profissionais inexperientes, como futuros professores de Matemática, a fragilidade está na aprendizagem profissional podendo ser uma aprendizagem incidental ou um subproduto do processo de estudo de aula e não uma aprendizagem propositiva, abrangente e consistente, normalmente observada em profissionais mais experientes.

Em projetos de estudo de aula envolvendo futuros professores de Matemática, alguns fatores devem ser considerados, dentre os quais: (i) quantidade de participantes e escolas envolvidas podem exigir adaptações que comprometem seus resultados; (ii) falta de envolvimento do professor da escola, devido sua carga horária de trabalho; e (iii) falta de envolvimento do futuro professor, tendo em vista que o estudo de aula requer tempo e disponibilidade para estudos e discussões específicas.

Tendo em vista os desafios citados, é importante inserir o futuro professor na escola de forma mais propositiva (Wood *et al*., 2020), criando condições para que ele possa se envolver em práticas colaborativas com professores mais experientes para que possa ensinar a aula de investigação (Conceição *et al*., 2020).

Uma consideração importante diz respeito à forma como o estudo de aula foi estruturado para envolver o futuro professor de Matemática. Em se tratando da quantidade de participantes, Chessels e Melville (2009) trabalham com 60 futuros professores enquanto Bjuland e Mosvold (2015) envolvem apenas três deles. Além disso, as adaptações variam de acordo com o interesse do investigador.

Os autores analisados consideram o estudo de aula com potencial para dar respostas aos objetivos relacionados aos conhecimentos necessários à docência, através da aprendizagem do futuro professor, dos benefícios de práticas colaborativas e reflexivas, das oportunidades para compreender o pensamento matemático dos alunos, da conexão teoria e prática, da geração de novos conhecimentos que podem ser utilizados na prática. Observa-se as pesquisas na formação inicial de professores de Matemática

revelam que os objetivos desses estudos estão relacionados a dimensões bastante complexas. Nos resultados mostrados, encontram-se as respostas das questões de pesquisa. As conclusões apontam que o estudo de aula é uma tendência emergente na formação inicial do professor Matemática, vindo a provocar mudanças significativas nos programas dos cursos (Chessels & Melville, 2009).

Para ilustrar outras potencialidades e os fatores condicionantes que influenciam no processo do estudo de aula na formação inicial foi construída uma tabela que traz uma revisão empírica (Anexo 1) de alguns estudos de aula realizados na formação inicial e que contribuem para compreneder o desenvolvimento de pesquisas relacionadas ao estudo de aula nesta fase da formação do professor de Matemática

4.6 Investigações empíricas sobre o estudo de aula na formação inicial

Pesquisas desenvolvidas na formação inicial do professor de Matemática destacam a importância da participação do futuro professor no processo de estudo de aula para a construção de seu conhecimento didático, considerando seu envolvimento em categorias a que se propõe discutir nas pesquisas.

Aspectos relacionados ao conhecimento didático da Matemática são evidenciados quando os participantes reconhecem a importância de pensar sobre Matemática e de colocar o aluno no centro do processo (Fernández & Zillioux, 2011; Hourigan & Leavy, 2019), de promover estudos e discussões sobre os objetos matemáticos e seu ensino, de reconhecer a necessidade de incorporar novos entendimentos ao planejamento, o estudo de tarefas e antecipação das respostas dos alunos. Inclusive, Gunnarsdóttir e Pálsdótti (2019) destacam que antecipar as respostas dos alunos às tarefas constituiu-se no principal desafio dos futuros professores.

Autores como Cavanagh e Garvey (2012), Fernández e Zillioux (2011) e Gunnarsdóttir e Pálsdóttir (2019) trazem importantes posicionamentos do futuro professor sobre sua participação em comunidades de aprendizagem. A ideia central é que a comunidade de aprendizagem constrói um sentimento de pertencimento, conexão, compartilhamento. Complementam, os autores, que participação do futuro professor em comunidade de aprendizagem contribui para motivar, levantar questões, compartilhar perspectivas e encontrar alternativas para sua prática de ensino.

Em Gunnarsdóttir e Pálsdóttir (2019) a participação do futuro professor em comunidade de aprendizagem envolve um "grupo de profissionais que trabalham e aprendem juntos" (p. 474), compartilhando ideias sobre Matemática e seu ensino através de discussões sobre as tarefas e fazendo suas escolhas didáticas. Nesse sentido, as reflexões dos autores mostram a importância do envolvimento do futuro professor nestes grupos, tais como: "eles decidem combinar ideias de duas leituras sobre frações" e "construir seu plano de aula com o objetivo de descobrir a compreensão e o pensamento dos alunos sobre a tarefa" (p. 474).

Os relatórios escritos pelos futuros professores, segundo esses autores, mostram que eles acharam fácil e valioso ter a oportunidade de refletir e discutir suas observações com outros membros que vivenciam a mesma experiência. Relatos dos professores mostram que eles "(...) também discutem questões relativas ao próprio conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico" (p. 478) e que "(...) expressam a admiração de participar de uma comunidade de aprendizagem e acreditam que é uma maneira frutífera para eles melhorarem seu ensino" (p. 479). Concluem os autores que a pesquisa aponta resultados promissores para a formação inicial de professores, pois a participação de futuros professores neste processo de estudo da aula "fortalece suas crenças de que uma colaboração é uma forma produtiva para desenvolver o ensino da Matemática" (p. 481).

Fernández e Zillioux (2011) salientam que a participação do futuro professor em ciclos de estudo de aula influenciou em reflexões sobre a Matemática e seu ensino. Do ponto de vista dos participantes, o trabalho foi adequado para aprender e aprofundar o tópico matemático para poder responder às perguntas dos alunos. Observa-se, nas análises dos autores, que o futuro professor se preocupa com o *que* e *como* vai ensinar um conteúdo para o aluno. Outros resultados indicam que, embora tenha havido significativa aprendizagem sobre o tópico matemático, o futuro professor revelou lacunas na profundidade de suas posições ou nas estratégias para apoiar seus colegas no raciocínio matemático e na construção de conceitos pelos alunos. Indicam, ainda, que os futuros professores reconheceram a importância de centrar a aula no aluno mostrando que isso os permite explorar, analisar, descobrir e explicar propriedades do conteúdo e criar seus próprios exemplos, promover o raciocínio do aluno, fazer descobertas sobre si mesmos e ajudarem os alunos a criarem seus próprios exemplos.

Esses autores também consideram que a estrutura colaborativa é importante para ajudar o futuro professor a fazer ajustes e criar experiências de ensino, com propensões a aprender uns com os outros. Muitos de seus participantes comentam ser importante

aprender com um outro, reconhecendo-se como membros de um grupo, vindo a ajudar na promoção de ideias para o ensino. Ainda, reconhecem existir um sentimento de conexão de uns com os outros e identificam que os problemas de ensino não são somente de um, mas de todos. Nesses autores, encontram-se narrativas importantes dos futuros professores quando trabalham em comunidade, considerando ser benéfico para promoção de sua aprendizagem.

Em Hourigan e Leavy (2019), encontram-se relatos de que o estudo de aula contribuiu para o aprimoramento do conhecimento do conteúdo para o ensino de Matemática. Segundo as autoras, os futuros professores entenderam ter falhado ao definir a diferença de capacidade e volume. Quando esses docentes foram questionados a respeito do conhecimento matemático para o ensino desses conteúdos, os autores reconheceram que alguns participantes não tinham certeza do conceito, o que gerou efeito negativo na aprendizagem do aluno. Ainda a esse respeito, os futuros professores comentaram que o processo estudo de aula "é essencial para qualquer aula", porque possibilita aprofundar o conhecimento do tópico.

Essas autoras ainda consideram que o futuro professor ao planejar minuciosamente a aula, apresenta seus diversos pontos de vista, como oportunidade para aumentar seus conhecimentos do conteúdo e poder antecipar o pensamento do aluno, seus possíveis erros e possibilidade de respostas do professor. Uma das narrativas dos futuros professsores aponta essa etapa do estudo de aula viabiliza rever a tarefa e antecipar o que se esperar do aluno, sendo esssa estratégia uma fonte para resolver os próprios equívocos sobre a prática docente.

Lewis (2019) destaca que os resultados do estudo de aula são pertinentes à formação inicial. Um desses resultados apontam que a fase de planejamento é uma oportunidade para se investigar o conteúdo, discutir o pensamento dos alunos e tarefas, mesmo assim os futuros professores relevam inseguranças sobre seus conhecimentos didáticos da Matemática, mostrando em seus comentários necessidades de aprender 'mais' Matemática para poder ensinar melhor. Os futuros profesores que ministraram as aulas de investigação comentaram que foi o momento para "aprender muitas coisas" sobre si mesmos e a forma que se precisa para "ensinar matemática no futuro" (p. 501).

Encontra-se em Bjuland e Mosvold (2015) relatos de futuros professores em que reconhecem faltar-lhes mais conhecimento básico do conteúdo e do didático, indicando que a Matemática que se aprende não concentra questões relativas ao seu ensino, e que a participação no estudo de aula contribui para aprender sobre o conhecimento didático do

conteúdo e pensar em alternativas para o enfrentamento das dificuldades dos alunos. Nesse sentido, os autores destacam que apesar do estudo de aula concentrar-se nas aprendizagens dos alunos, as aprendizagens docentes se revelam, incluindo o esforço de mudar o foco da organização do ensino para as aprendizagens dos alunos.

Nakamura (2019) relata a importância e as dificuldades que futuros professores enfrentam ao promover, durante a realização de aulas investigativas, discussões que priorizem o processo de raciocínio dos alunos. Embora, antes da aula, esses futuros professores tenham reconhecido que o objetivo da aula de investigação não é apresentar soluções de tarefas aos alunos, mas entender seus processos de pensamento matemático. No entanto, eles se concentram nas soluções dos alunos em vez de observar seus pensamentos. A futura professora que ministrou a aula de investigação reconheceu não ter favorecido um ambiente no qual os alunos compartilhassem ideias, que as respostas à tarefa centraram muito mais nos seus procedimentos e ao final da aula o quadro retratava muito mais suas ideias do que as dos alunos. Conclui o autor que a observação da aula de investigação é importante para o sucesso do estudo de aula, porque os professores confiam nas observações feitas para imaginar as ocorrências do pensamento de seus alunos e que a habilidade de observar o processo de pensamento dos alunos durante essas aulas é difícil, mas importante.

Cavanagh e Garvey (2012) resgatam os questionamentos de Ponte (2009) para compreenderem os tipos de conhecimento sobre a prática que o futuro professor desenvolve ao participar de uma comunidade de aprendizagem e quais aspectos dessa comunidade facilitaram o desenvolvimento desse conhecimento. Afirmam que todos os participantes, inclusive os futuros professores, apontaram beneficios ao participarem do estudo de aula, entre eles: (i) a resolução antecipada do problema matemático para uma apreciação da maneira prática de abordá-lo; (ii) as atividades em comunidades de aprendizagem ajudam a estabelecer fortes laços entre teoria e prática; e (iii) as tarefas individualizadas os ajudam a desenvolver posturas mais reflexivas na prática pessoal.

Encontram-se entendimentos de que os futuros professores reconhecem não ser sempre necessário explicar tudo para os alunos, “porque” assim os permite que comentem suas aprendizagens, fornecendo ao professor entendimentos sobre elas. Também consideram que os futuros professores apontaram conexões entre teoria e prática quando se proporcionou testar “(...) uma estratégia de ensino diferente que, de outra forma, não poderia ter sido feita durante uma prática normal”. Um outro futuro professor que a (...)

a maioria dos ensinamentos que tenho visto nas escolas tem sido de variedades de instruções – essa experiência foi bem diferente e benéfica" (futuro professor 1, p. 64).

Martins *et al*. (2023) discutem aspectos-chave de três estudos de aulas para o desenvolvimento do conhecimento didáticos de futuros professores de Matemática. Os resultados mostram que o trabalho colaborativo contribuiu para compreender que as tarefas são essenciais nas discussões das ideias matemáticas, principalmente as tarefas que possibilitam diferentes estratégias de resolução. Confirmam também que planejar a aula, verificar seus efeitos na prática de sala de aula e refletir sobre elas é uma oportunidade para aproximar teoria e prática.

Destacam, ainda, que o papel do professor da escola, pois foram suas intervenções que levaram os futuros professores a repensarem os objetivos das tarefas, a resolvê-las através de várias estratégias, buscando diferentes representações que os alunos poderiam apresentar no ambiente da aula. Concluem os autores que a experiências em sala de aula, envolveram os futuros professores na análise de situações particulares das aulas, refletindo aprofundamento sobre o trabalho dos alunos e destacando as suas aprendizagens e dificuldades.

Radovic *et al*. (2014) concluem afirmando que o envolvimento do futuro professor no planejamento colaborativo contribui para o processo, cujas relações sociais são facilmente implementadas entre os envolvidos. Em seguida, afirmam que os participantes, em igualdade de condições, compartilham papéis e experiências, o que ajuda a proporcionar uma experiência coletiva agradável e fornece oportunidades mais adequadas para aprender.

As discussões apresentadas apontam as contribuições e os desafios do estudo de aula na formação do futuro professor de Matemática do ponto de vista em alguns estudos empíricos. Em todas as pesquisas referendadas, identificam-se as contribuições do estudo de aula como um processo eficaz no desenvolvimento profissional desses futuros profissionais. No Anexo 1, também estão disponíveis sínteses de algumas das pesquisas referendadas realizadas durante a formação inicial em Matemática.

Síntese

O estágio supervisionado desempenha um importante papel na formação inicial como espaço de aprendizagem da prática docente, na perspectiva da práxis, ao integrar a teoria e a prática para encontrar respostas nessas duas dimensões para os desafios que se

apresentam ao estágio. Apesar desse reconhecimento da função do estágio, a formação inicial não tem encontrado soluções que se apresentam satisfatórias para seus desafios.

Convergindo para estes objetivos, o estudo de aula como processo formativo contribui para o desenvolvimento de aprendizagens docentes recorrendo aos princípios colaborativo e reflexivo, promovendo assim conhecimentos didáticos de seus participantes, em particular do conteúdo, do currículo, dos alunos e de suas aprendizagens, e da prática letiva. Para isso, planeja-se minuciosamente uma aula, ministrando e observando tal aula, para, além de tudo, realizar discussões pós-aula. O planejamento da aula de investigação deve ter como requisito a originalidade da proposta com foco na resolução de um problema de aprendizagens dos alunos. Para isso, o grupo deve envolver-se no processo para criar condições para que todas as etapas do estudo de aula tenham igual investimento, considerado as características de cada uma dessas etapas. Um aspecto a ser valorizado no estudo de aula é a atribuição da observação, assumindo características de igual importância ao papel de quem ministra a aula de investigação.

Na formação inicial, a observação é fonte valiosa para comparação entre o que foi planejado e o que foi compreendido pelos participantes das aprendizagens dos alunos e, consequentemente, qual a relação entre essas aprendizagens e a condução da aula de investigação, contribuindo para o desenvolvimento das aprendizagens docentes.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

5.1 Abordagem metodológica

O presente estudo segue uma abordagem metodológica qualitativa e interpretativa, bem como um formato de observação participante. Enquadra-se numa pesquisa qualitativa e interpretativa, visto que tem a imersão da pesquisadora como o principal instrumento de recolha de dados (Bogdan & Biklen, 1994) e o contexto formativo da disciplina de ESO II da Universidade Federal Rural de Pernambuco-PE, Brasil, como a sua principal fonte de dados. Busquei com isso respostas às indagações previamente formuladas, (Bicudo, 1993) com foco nas diferentes narrativas dos participantes, as quais pude interpretar à luz de diferentes autores a fim de encontrar explicações e significados para os acontecimentos a analisar (Galvão, 2005).

Para André (1983) e Gatti e André (2010), a pesquisa qualitativa permite apreender os diferentes significados que os participantes atribuem aos objetos, tanto na perspectiva do pensamento quanto na das ações. Acrescenta Bicudo (2011) que um de seus aspectos é descrever, relatar e analisar dados apoiando-se em fundamentos teóricos e em categorias previamente estabelecidas ou que poderão surgir durante a investigação como forma de contemplar o objetivo da pesquisa.

A abordagem interpretativa enquadra-se no objetivo de analisar "o significado como algo que surge no processo de interação entre as pessoas" (Blumer, 1996, p. 2) e se refere à maneira pela qual os participantes agem em relação aos objetos. O autor acrescenta que, como os produtos sociais, os significados são criações formadas nas e através das atividades realizadas pelas pessoas à medida que elas interagem. Para Bodgan e Biklen (1994), o significado que os participantes atribuem às suas experiências é

essencial àquilo que é a própria experiência. Diante disso, não é o pesquisador que atribui significados aos objetos. Cabe-lhe apenas compreender os significados que os participantes atribuem aos fenômenos que surgem nas interações.

A esse respeito, analiso de modo descritivo e analítico os significados que os participantes atribuem às experiências e às interações sociais, quando participam do estudo de aula, com respeito ao desenvolvimento de seus conhecimentos didáticos matemáticos.

Para Schmidt (2006), a observação participante é uma investigação caracterizada pela inserção do investigador no cotidiano habitual dos grupos pesquisados, com a finalidade de observar fatos, situações e comportamentos culturais dos participantes por um certo tempo, através de uma ação planejada. Dessa forma, o meu papel foi acompanhar e interferir, de forma planejada, nas atividades da disciplina de ESO II, com a intenção de fornecer condições ao futuro professor para que ele possa elaborar e executar atividades tanto de cunho teórico quanto prático, através do diálogo e da colaboração, favorecendo, assim, a recolha de dados.

Segundo Mónico *et al*. (2017), a observação participante pode ser caracterizada como periférica/moderada, como ativa e como completa, dependendo do nível de envolvimento do investigador. Na observação participante periférica/moderada, o observador mantém uma maior distância entre observar e participar, não interferindo nas relações entre os participantes e o objeto observado, sem, com isso, afetar a sua capacidade de recolha de dados. A observação participante ativa assume um lugar intermédio entre as outras duas.

Por sua vez, a observação participante completa corresponde ao mais alto nível de envolvimento do investigador com o contexto e com os participantes, não havendo separação ou distanciamento em relação a esses, sendo considerado o investigador o personagem da realidade investigada, sem deixar se confundir ao ponto de considerar-se participante. Para isso, advertem Mónico *et al*. (2017) que o alto nível de envolvimento do observador dificulta manter-se distante da situação observada, vindo a interferir, ou até comprometer, na recolha e na análise dos dados.

A minha imersão, no ambiente da disciplina, adotou uma abordagem de observação participante completa, em que atuei na preparação e na condução de estudos de aula na disciplina de ESO II. O desafio dessa aproximação implicou em manter-me consciente do necessário distanciamento entre quem pesquisava e os “meus’

participantes, para não me deixar confundir com um deles, principalmente ao não assumir o papel de professora formadora.

O meu envolvimento com a disciplina pode ser descrito sob duas perspectivas. Por um lado, é que conheço os fatores que interferem na dinâmica do curso e da disciplina, nos seus objetivos, na finalidade e nos programas, assim como conheço o perfil dos futuros professores, as características da comunidade escolar, os professores formadores e muitos dos professores de Matemática das escolas. Esse reconhecimento e aproximação ajudou-me a ser aceita pelo grupo, a construir diálogos com base na realidade da disciplina e a elaborar estratégias que viessem a colaborar com o sucesso da mesma e, principalmente, com as aprendizagens dos futuros professores. Por outro lado, tive que me manter distante dos problemas da disciplina, pois o interesse da pesquisadora não era o mesmo da professora. O meu interesse estava em atender ao objetivo de pesquisa, através do uso de instrumentos e da análise imparcial de seus dados.

5.2 Contexto da pesquisa

O estágio supervisionado obrigatório está distribuído em quatro disciplinas, desenvolvidas a partir do 6.º semestre letivo (num total de dez semestres) e oferecidas nos turnos da tarde e da noite. Os objetivos das disciplinas de ESO são diferentes entre si, embora tenham em comum a inserção do futuro professor de Matemática no ambiente escolar para, através de observações e de regências de aulas, discutir, analisar e refletir sobre o papel social da escola e do professor de Matemática, transcendendo, assim, a mera execução de tarefas acadêmicas.

Essas disciplinas desenvolvem estudos teóricos e práticas em torno dos problemas e das possíveis soluções que envolvem as diversas dimensões da sala de aula. A disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório I (ESO I) tem como objetivo a investigação do espaço escolar para a realização de diagnóstico, através de entrevistas com os alunos, com o professor de Matemática e com os membros do corpo administrativo, além de coletar informações sobre os diferentes ambientes escolares, através da produção de imagens, e de recolher e de analisar documentos que orientam as atividades da escola e do professor de Matemática. Todo o processo de investigação é feito sob a orientação do(a) professor(a) de ESO I, com o apoio de um referencial teórico indicado, que fundamenta a descrição dos dados coletados.

Na disciplina de ESO II, os propósitos são direcionados para o espaço da sala de aula de Matemática, tendo como objetivo a observação de práticas de ensino e as aprendizagens dos alunos na escola campo de estágio. Logo nas primeiras aulas, o futuro professor, através de um diagnóstico, identifica uma problemática de aprendizagem dos alunos. Para isso, ele realiza entrevistas com os alunos e com o professor(a) de Matemática para conhecer, através de narrativas dos participantes, as principais dificuldades de ensino e de aprendizagem.

Com as informações obtidas da escola, o futuro professor e o professor de ESO II discutem e planejam uma intervenção voltada para a problemática identificada, com o objetivo de contribuir para as aprendizagens dos alunos. A execução da intervenção acontece sob a supervisão do(a) professor(a) da escola e dificilmente o professor da universidade comparece a essas intervenções, o que se deve a vários fatores, como a logística de participar das intervenções em diferentes espaços escolares, já que cada intervenção é realizada individualmente por cada futuro professor.

A penúltima etapa da disciplina é a análise do processo de intervenção, em que o futuro professor faz uma reflexão sobre a atividade desenvolvida e a apresenta para o grupo. Por fim, como requisito de avaliação, o futuro professor produz um trabalho com características de relatoria da atividade realizada.

A disciplina de ESO III tem, em sua dimensão didática, a imersão do futuro professor de Matemática na escola para observar, para planejar e para ministrar aulas, a fim de analisar os processos de ensino e de aprendizagem no contexto da sala de aula, ao longo de 20 a 30 horas/aulas. As observações de aula têm a finalidade de identificar problemas de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos e de contribuir no planejamento das regências de aulas.

Esse planejamento de aula baseia-se em orientações teóricas e metodológicas referentes à natureza didática do conteúdo a ensinar. O objetivo é buscar, nas orientações curriculares da área de Educação Matemática, estudos que contribuam para as intervenções das aulas de regência. As ações são planejadas com a orientação do professor orientador – professor da universidade – e acompanhadas pelo professor da escola, também chamado de professor supervisor.

Na disciplina de ESO IV, os futuros professores realizam ações semelhantes às realizadas em ESO III. A principal diferença reside na aproximação do futuro professor de Matemática com espaços educativos não-formais, como a aproximação com

laboratórios de Matemática ou de informática e com associações comunitárias que, de algum modo, assistem a seus membros.

As descrições das disciplinas de estágio contribuem para a compreensão das formas de aproximação do futuro professor com a escola. Diante do exposto, a escolha para a realização desta pesquisa é a disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório II. A escolha dessa disciplina deve-se a duas razões: a primeira é que a sua proposta didática apresenta características que se aproximam do interesse desta pesquisa, isto é, identificar uma problemática de aprendizagem dos alunos e, junto ao professor de ESO II, discutir, planejar e ministrar uma proposta de intervenção com o objetivo de contribuir para as aprendizagens dos alunos, e a segunda é a importância que ela assume, visto que, para muitos futuros professores, é a sua primeira inserção na sala de aula como aprendiz de professor.

Os estudos de aula organizados para esta pesquisa foram desenvolvidos em cinco etapas: identificação do problema de aprendizagem dos alunos, planejamento, aula de investigação, discussão e reflexão pós-aula. Na fase de identificação do problema de aprendizagem dos alunos, o protagonismo foi dos professores das escolas participantes. Para além disso, os professores convidados discutiram questões relacionadas com os conhecimentos prévios dos alunos, aspecto diretamente relacionado aos seus problemas de aprendizagem e ao programa curricular que orienta a escola para o ensino e para a aprendizagem de Matemática. Nessa fase, a minha participação foi conduzir a discussão para o levantamento de questões referentes aos obstáculos de aprendizagem condizentes ao conteúdo matemático, às formas de superação para essas dificuldades e às sugestões de orientações e de materiais curriculares como eixo teórico e metodológico. As etapas de planejamento, de discussão e de reflexão pós-aula tiveram minha participação como formadora do processo, cabendo a mim, com as professoras da disciplina de ESO, elaborar, orientar e conduzir, de forma colaborativa, todas as atividades desta pesquisa. A Figura 7 mostra a minha participação como pesquisadora ao longo das cinco etapas do estudo de aula.

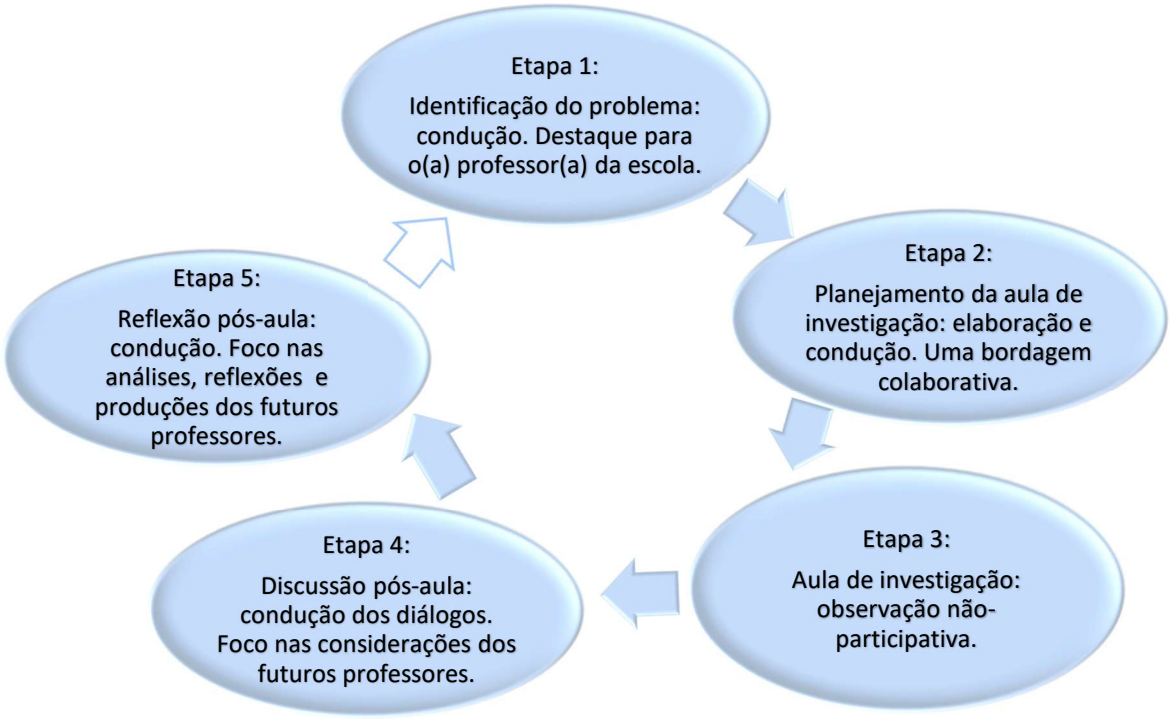


Figura 7: Observação participante no ciclo de estudo de aula. (Autoria própria).

Durante toda a minha participação, o foco foi entender as situações, as descrevendo detalhadamente, para compreender a diversidade dos significados dados pelos participantes. Como afirmam Gatti e André (2010), o objetivo da observação participante não é provar teorias, mas entender a multiplicidade de significados que os eventos propõem. Para contribuir com a observação participante, deve o investigador utilizar de outros instrumentos que venham a contribuir com a recolha e com o registro de dados. Nesse caso, o diário de campo, o dispositivo de entrevista individual, as mídias de gravação e a recolha documental foram os instrumentos de registro utilizados que serviram de aporte à investigação durante o desenvolvimento de dois estudos de aula realizados nas turmas LM1 e LM3, da disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório II (ESO II), respectivamente, realizadas à noite (LM1) e à tarde (LM3), durante o primeiro semestre de 2021.

5.3 Tomadas de decisão

No projeto inicial da tese, estava previsto para o primeiro semestre de 2021 a realização de um ciclo de estudo de aula de modo presencial. No entanto, devido às mudanças provocadas pela pandemia do Covid-19 nos sistemas de ensino, foi decidido

realizar o projeto através de plataformas virtuais em ambiente de aprendizagem. Para isso, foi necessário fazer algumas adaptações de modo a atender aos interesses da pesquisa e à realidade dos participantes. A primeira mudança consistiu em adaptar a pesquisa ao contexto remoto, pois todo o processo aconteceu de forma virtual, incluindo a aula de investigação. A segunda diz respeito à realização de dois estudos de aula ao invés de um, como previsto anteriormente.

O desequilíbrio provocado pela pandemia do Covid-19 na educação impôs mudanças repentinas nos processos de ensino e de aprendizagem (Fiorentini, et al., 2021, p. 2). Essas mudanças forçaram educadores de todo o mundo a encontrar métodos alternativos de ensino de modo a minimizar os danos causados pelo afastamento dos alunos de seus espaços educacionais, em todos os níveis e modalidades (Llinares, 2021). De modo geral, esses métodos alternativos de ensino e de aprendizagem tiveram como principal recurso as plataformas virtuais.

Ajustando-se a essa realidade, os cursos de licenciatura, especialmente as disciplinas de Estágio Supervisionado, vivenciaram dois desafios nesse período: o de adaptar as atividades de estágio ao modelo remoto e à dificuldade de acesso às aulas de professores da escola básica. Observa-se, com isso, que esse cenário acentuou ainda mais o distanciamento entre a universidade e a escola. Conforme se refere Lewis (2019), esse distanciamento pode reforçar ideias de ser suficiente, para a formação inicial, um amontoado de teorias, distantes das necessidades de sala de aula. Pode também dar a entender que a formação inicial é apenas um rito de passagem para a profissão e não uma experiência rigorosa e valiosa que promove mudanças significativas nas crenças do futuro professor e em sua prática docente.

Diante disso, tornou-se ainda mais desafiante realizar a pesquisa, o que, tendo sido pensada para um contexto presencial, exigiu adaptações para o ambiente remoto com a preocupação de favorecer a realização da disciplina e, principalmente, as aprendizagens dos futuros professores.

A decisão para envolver dois estudos de aula no primeiro semestre de 2021, em duas turmas de ESO II (uma turma à tarde e outra turma à noite), deve-se a diversas razões: i) a aceitação e o interesse das professoras de ESO II em colaborar com a pesquisa; ii) a relevância de se compreender esse processo formativo como uma nova possibilidade para o desenvolvimento das disciplinas de estágio; iii) a viabilidade da realização da pesquisa em duas turmas de estágio, visto que o ambiente remoto possibilitou a execução do estudo de aula nas duas disciplinas sem onerar o tempo da pesquisadora; iv) o interesse

em observar a realização do estudo de aula em turmas distintas, tendo em vista o receio de que as dificuldades vivenciadas no ambiente remoto pudessem ser um elemento de dificuldade para a realização do processo; e v) o ganho da pesquisadora em ampliar o número de participantes, de modo a enriquecer a coleta de dados e a verificar as aproximações e as diferenças vivenciadas no estudo de aula desses dois grupos.

Esta pesquisa é realizada no ambiente da disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório (ESO II), do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco e tem como seus principais participantes os futuros professores de matemática e as professoras formadoras. A aproximação aos participantes para a permissão e para o reconhecimento da pesquisa também aconteceu de forma virtual. Todos os encontros das aulas síncronas e as reuniões com os professores da escola e com as professoras formadoras foram gravados em áudio e/ou vídeo e aconteceram no ambiente *online,* através das plataformas *Zoom* ou *Google Meet*. Já as entrevistas realizadas com os participantes foram gravadas somente em áudio.

5.4 Visão geral dos dois estudos de aula nas disciplinas de ESO II

Estes dois estudos de aula correspondem ao desenvolvimento de ações diferentes nas duas turmas LM1 e LM3 da disciplina de ESO II (turnos tarde e noite), no que concerne ao planejamento, aos aspectos teóricos e metodológicos e aos processos avaliativos. Essas disciplinas eram independentes, realizadas por professoras diferentes, sem nenhuma interferência de uma sobre a outra nos seus processos de ensino. As únicas comunicações entre as duas turmas de ESO II foram a minha participação e o plano de ensino da disciplina (Anexo 9), elaborado pela pesquisadora.

Enquanto pesquisadora, estive envolvida na condução e na realização de todas as ações realizadas na disciplina, que contemplaram as cinco etapas (Fujji, 2018) previstas para a realização do estudo de aula. Desse modo, o estudo de aula realizado na turma de LM1 foi estruturado em 15 encontros e o realizado na turma LM3 organizou-se em 17 encontros, conforme a carga horária da disciplina. Esses encontros já estavam previstos no programa da disciplina, mas foi adaptado seu planejamento de modo a contemplar as etapas do estudo de aula e a atender aos requisitos da pesquisa, apesar de, primeiramente, seu objetivo ter sido contribuir para as aprendizagens dos futuros professores de Matemática.

Ademais, o reconhecimento da importância da pesquisa, no ESO II, pelas professoras formadoras foi determinante para a sua realização. A partir disso, criou-se um ambiente de trabalho em que a pesquisadora e as professoras formadoras passaram a discutir e a planejar todas as dimensões que envolveram a realização da pesquisa e o andamento da disciplina.

Houve inicialmente uma apresentação da pesquisa para cada professora e, depois, me foi atribuída a responsabilidade de elaborar o plano de ensino de ESO II para uma apresentação às duas professoras formadoras. A minha preocupação, na elaboração do plano de ensino, foi a aproximação aos objetivos da pesquisa, respeitando o programa da disciplina, e os desafios para sua realização no ambiente remoto.

A confiança e a abertura das professoras formadoras em organizar a disciplina, contemplando as etapas do estudo de aula, foram muito importantes, pois a disciplina de ESO II foi o próprio estudo de aula, em que se realizou as cinco etapas sugeridas por Fujii (2018). Cada etapa desse estudo de aula será detalhada posteriormente.

Outro elemento importante que antecedeu o início das aulas foi a discussão sobre o plano de ensino da disciplina, porque o ensino remoto exige experiências na elaboração de estratégias e no uso de ferramentas que podem potencializar (ou não) os ambientes virtuais de aprendizagem. As discussões iniciais centraram-se na seleção e na adequação de estratégias, nas aulas síncronas e assíncronas, tais como: seminários, produção de texto, resolução de tarefas, gravações e postagens de vídeos e áudios, fóruns, uso do *google docs* e *forms*, *Jamboard*, mesa digital, *oCam*, etc. As professoras formadoras ressaltaram ter vivenciado alguns problemas pertinentes ao ensino online, como a participação dos futuros professores com câmeras desligadas, as tarefas que não são realizadas com o mesmo empenho e no tempo previsto, a não obrigatoriedade da frequência no momento síncrono, etc. Também destacaram a importância da participação do futuro professor nos encontros síncronos e assíncronos, apontando que a realização da disciplina depende de sua participação e de suas produções, implicando em câmeras abertas, em questionamentos, em realização de atividades e em envolvimento em todas as etapas da disciplina.

No que se refere à condução da disciplina, as diferentes etapas de avaliação tornaram-se exigências consideráveis, visto que o próprio estudo de aula é um processo que exige do participante contribuições contínuas em todas as etapas do processo. Dessa forma, convém lembrar que os estudos de aula realizados, nas duas turmas de estágio, foram diferentes, pois os conteúdos envolvidos, o número de futuros professores, as

escolas onde as aulas de investigação foram realizadas, as estratégias adotadas e a forma de participação e de condução do estudo de aula diferiram entre si. Esses são fatores importantes a se considerar para efeito de resultados e de suas análises. A esse respeito, deve destacar-se que, embora a estrutura do plano de ensino de ESO II tenha sido a mesma, as atividades, em cada turma, decorreram de forma independente, de acordo com as necessidades dos participantes e com as características do conteúdo selecionado para o planejamento da aula de investigação. Na sequência, tem-se a Tabela 2 que sintetiza o processo do estudo de aula realizado na disciplina de ESO II, no que respeita às etapas, aos objetivos dos encontros e às atividades:

Tabela 2: Síntese do processo do estudo de aula realizado no ESO II.

Etapas do EA	Objetivos dos encontros	Atividades do estudo de aula
Identificação do problema	Desenvolver compreensões de EA como processo formativo que contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático e do conhecimento matemático do futuro professor de Matemático.	Apresentação dos aspectos teóricos e metodológicos do EA.
		Discussões sobre os fundamentos do planejamento deste EA.
	Identificar o problema de aprendizagem dos alunos considerando algumas metas de aprendizagem.	Definição do problema de aprendizagem dos alunos e de seleção do conteúdo matemático.
Planejamento	Estudar orientações curriculares que tratem do tema com foco na relevância dos conteúdos matemáticos e nas principais dificuldades de aprendizagens dos alunos.	Apresentações das orientações oficiais para a prática letiva dos conteúdos selecionados, de acordo com o problema de aprendizagem identificado.
	Discutir a relevância do tema e os seus obstáculos na aprendizagem dos alunos, a partir dos materiais curriculares da área de Educação Matemática.	Discussões de artigos científicos com destaque aos aspectos didáticos do conteúdo matemático relacionado ao problema identificado.
		Análise de documentos curriculares para a identificação dos objetivos de ensino da Matemática, referentes ao tópico selecionado.
	Identificar os tipos de tarefa e as suas potencialidades para a promoção do raciocínio dos alunos.	Apresentação e discussão coletiva dos diferentes tipos de tarefas, como devem ser desenvolvidas e suas contribuições nas aprendizagens dos alunos.
	Envolver o futuro professor em estudo sobre elaboração/adaptação e sobre resolução de tarefa exploratória na atividade docente.	Discussão sobre elaboração e sobre resolução de tarefas matemáticas.
		Elaboração/adaptação e resolução de tarefas exploratórias relacionadas ao conteúdo matemático selecionado.
		Discussões sobre as tarefas elaboradas e as estratégias utilizadas na resolução de tarefas exploratórias.

	Analisar as tarefas para antecipar os possíveis processos de raciocínios dos alunos, os seus obstáculos e os mecanismos que favorecem a aprendizagem dos alunos.	Discussões sobre a importância da antecipação dos processos de raciocínio e das dificuldades dos alunos na resolução de tarefas exploratórias.
	Discutir a importância do instrumento de plano de aula, envolvendo o futuro professor nesta elaboração.	Discussão sobre os critérios a serem considerados num plano de aula baseado num guião, com foco na aprendizagem do aluno.
	Elaboração do plano de aula.	Elaboração do plano de aula
Aula de investigação	Realizar, observar e coletar dados da pesquisa de aula.	Observação e registro das ocorrências da aula de investigação com atenção à participação dos alunos.
Discussão pós-aula	Discutir os aspectos observados considerando a participação dos alunos e o papel do professor.	1. Avaliação do futuro professor/professora que ministrou a aula. 2. Considerações de cada participante sobre os pontos observados, com base nos critérios estabelecidas e revelados na aula de investigação: - Perguntas, comentários e tempo utilizados na resolução das tarefas pelos alunos; - Dúvidas ou dificuldades dos alunos; - Processos de raciocínio dos alunos na resolução das tarefas; - Interação do professor com os alunos durante a aula de investigação; - Comportamento dos alunos durante a aula de investigação; - Situações ocorridas e não previstas no planejamento; - Identificação das diferenças entre a aula ministrada e a aula planejada.
	Documentar as considerações em torno das discussões pós-aula.	Orientações didáticas para produção de síntese da discussão pós-aula.
Reflexão pós-aula	Conduzir o processo de reflexão pós-aula com foco nas considerações dos futuros professores.	Apresentação de sínteses produzidas pelos futuros professores com base nos pontos observados e discutidos.
	Apresentação das produções acadêmicas, pelos futuros professores, face ao programa da disciplina.	Apresentações dos relatos de experiências.

5.5 Participantes

Participaram desta pesquisa vinte e sete futuros professores, dos quais oito são da turma LM1 e dezenove da turma LM3 de ESO II e suas respectivas professoras. Não são participantes os quatro professores da escola pública e os seus alunos, porque, embora tenham contribuído para a realização dos estudos de aula, os dados analisados consideram apenas os diálogos entre os futuros professores, as professoras formadoras e a investigadora.

A seleção dos participantes não foi critério para a realização desta pesquisa, pois, como já mencionado, a disciplina de ESO II foi o que estabeleceu o vínculo aos participantes.

As professoras Mel e Liz têm formação em Licenciatura em Matemática e com pós-graduação, a nível de Doutorado em Educação Matemática. Elas também lecionam outras disciplinas que complementam a formação pedagógica do futuro professor de Matemática. A professora Mel, com mais dez anos de experiência, também leciona disciplinas da área de Educação Matemática no curso de Licenciatura em Pedagogia. A professora Liz indicou ser a primeira vez que trabalhava com as disciplinas de estágio.

Quanto ao perfil dos futuros professores, identifiquei, ao longo dos encontros, algumas de suas características pessoais, sociais e profissionais. Eram todos jovens, com idades entre 19 e 30 anos, moradores da região metropolitana de Recife- PE. Deste grupo, dois tinham curso superior, um em Contabilidade e o outro em Licenciatura em Filosofia. A maioria (vide Tabela 3) tinha algumas experiências com o ensino ou com a sala de aula para além do ESO[2]. Suas narrativas indicaram que alguns tinham contratos remunerados com escolas particulares, outros exerciam à docência em cursos preparatórios ou em aulas particulares para alunos com dificuldades em Matemática. Outros futuros professores participavam dos programas de PIBID (programa de bolsa de iniciação à docência) e de Residência Pedagógica. Tinha também aqueles que já haviam participado do PIBID, mas, após desligarem-se do programa, passaram a ministrar aulas no Ensino Fundamental em escolas particulares. Por fim, aqueles que ainda não tinham exercido nenhuma atividade

[2] Não consideramos as experiências realizadas na disciplina de ESO I como atividade docentes, visto que nessa disciplina os futuros professores realizam uma diagnose da escola para compreender a relação que a escola mantém com o micro e macro sistema educacional. Faz uma análise de documentos oficiais e institucionais (Projeto Político Pedagógico, Plano de Desenvolvimento Escolar e Plano Gestor). Interage com a comunidade escolar, para análise crítica da implantação e implementação das referidas propostas.

de ensino como professores. Portanto, identificou que, dos oito futuros professores da turma LM1, apenas dois não tinham experiência em sala de aula, e, dos dezenove da turma LM3, seis ainda não haviam lecionado em ambiente escolar.

A Tabela 3 indica a relação dos futuros professores com as atividades de docência, fora do contexto de ESO, situando em quatro características: a primeira, destaca-se as experiências docentes que de algum modo indicou ter (ou ter tido) algum *vínculo de trabalho* com escolas e/ou que leciona aulas de Matemática em diferentes formatos; a segundo, futuro professores que participam ou *participaram de programas* de PIBID ou Residência Pedagógica; terceiro os que afirmaram *não ter ministrado aulas de Matemática* em ambiente formal de ensino; e por último, os que *não revelaram suas experiências* com a sala de aula de Matemática enquanto professor:

Tabela 3: Experiência dos participantes com a prática docente

Atividade de docência	LM1	LM3	Comentários
Vínculo de trabalho	3	6	São experiências docentes nas quais professores realizam atividades remuneradas sejam em ambiente formal ou não.
PIBID e Residência Pedagógica	1	5	Dos vinte e sete futuros professores apenas um tinha participado do PIBID e à época ensina em uma escola particular.
Nunca lecionou	3	4	O futuro professor com Licenciatura em Filosofia nunca teve atividade docente remunerada.
Não relevou vínculo com a prática docente	1	4	Durante as discussões coletivas não houve nenhuma referência à sala de aula enquanto experiência docente.

A seleção dos quatro professores das três escolas públicas que participaram se deve, em um dos casos, à aproximação da professora Liz com a escola para a realização das atividades de ESO I. No outro, se deve à aproximação dos futuros professores com a escola para realizar as atividades do PIBID e, por fim, à uma professora ter sido indicada por um professor de ESO.

Os nomes adotados para os participantes são todos fictícios, escolhidos ao acaso e sem critério que possa identificá-los. Em alguns diálogos, os futuros professores mencionam os professores das escolas e/ou os alunos. Devido à importância desses discursos nos resultados da pesquisa, atribui-se aos coparticipantes os nomes de professor da escola e, aos seus alunos, nomes também fictícios.

A participação dos professores das escolas ocorre em três momentos. O primeiro, quando colaboraram para a identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos, o que contribuiu para a seleção dos conteúdos para o planejamento da aula de investigação, que, na turma LM1, foi selecionado *divisão* e, na turma LM3, *equação do primeiro grau*. O segundo, quando os dois professores que contribuíram com a turma LM1 estiveram presentes para analisar, junto com os participantes, o plano de aula e os slides que compuseram os materiais desenvolvidos para a aula de investigação. Os dois professores que contribuíram com a turma LM3 analisaram o plano de aula e deram retorno virtual. O terceiro momento em que os professores participaram foi durante a etapa das discussões pós-aula, apesar de que uma professora da escola não pôde participar. Cabe destacar que, na turma LM1, houve duas discussões pós-aula - uma após cada aula de investigação ministrada -, enquanto, na turma LM3, houve produção descritiva de um documento sobre a aula de investigação observada por cada futuro professor. Depois, o professor da escola participou da discussão pós-aula no ambiente síncrono.

A Tabela 4 mostra as características das duas turmas envolvidas nesta pesquisa com os, respectivos nomes fictícios dos participantes. Mostram-se, quanto a forma, algumas diferenças entre os dois estudos de aula que decorrem em dezessete encontros realizados na turma LM1, cuja professora formadora era a professora Liz; e os quinze encontros realizados na turma LM3, ministrados pela professora Mel. Em todos esses encontros houve a observação participante da investigadora, no que respeita à participação e à condução, sem nenhum conflito com as professoras formadoras. Para maiores esclarecimentos, no capítulo seguinte, estão destacados os momentos das aulas, seus objetivos, forma de organização e algumas estratégias.

Tabela 4: Caracterização dos dois estudos de aula realizados (grifo nosso).

Estudos de aula na disciplina de ESO II								
Turma	**Turno**	**Professora formadora**	**Futuros professores**	**Conteúdo selecionado**	**Plataformas**	**Escolas envolvidas**	**Aulas de investigação**	**Encontros**
LM1	Noite	Professora Liz	8 futuros professores (Caio, Clara, Fábio, Ivan, José, Lara, Levi, Tomás)	Divisão	*Classroom* *Google meet* *Whatsapp*	Escola pública federal	2 aulas de investigação (uma no 6º ano e uma no 7º ano)	17
LM3	Tarde	Professora Mel	19 futuros professores (Alice, Ana, André, Célia, Davi, Dayse, Eva, Fátima, Felipe, Hugo, Ivo, Júlia, Lais, Luiz, Manoel, Maria, Max, Raul, Tiago)	Equações do primeiro grau	AVA *Google Meet* *Telegram*	Uma escola pública estadual	2 aulas de investigação em 2 turmas de 7º ano.	15
						Uma escola pública municipal.	1 aula de investigação em uma turma de 8º ano.	

5.6 Recolha de dados

A recolha de dados, nesta pesquisa, baseou-se em dois recursos: a imersão da investigadora no contexto da disciplina e o uso de diferentes instrumentos para coleta de dados, que foram relacionados e/ou triangulados durante suas análises, tais como: diário de campo, registros de vídeo e de áudio, entrevistas e documentos produzidos pelos futuros professores. A forma como esses instrumentos foram organizados e utilizados contribuiu para uma descrição detalhada, completa e aprofundada dos elementos que constituíram eventos, situações, atitudes, crenças, emoções, pensamentos, comportamentos, interações, diálogos e documentos produzidos pelos futuros professores.

A recolha de dados teve como objetivo explorar os elementos destacados acima, observados em cada encontro, assim como compreender o processo, identificar os problemas e gerar novas conjecturas (Sampieri, Callado & Lucio, 2006). É a esse motivo que se deve a importância da minha participação ter ocorrido de forma livre e dialogada com todos os participantes nas diferentes etapas do estudo de aula, tanto nos encontros síncronos quanto nos assíncronos. A construção de diálogos com os participantes foi de interesse fundamental para a qualidade da recolha. Os diálogos foram encorajados para que todos pudessem expressar suas opiniões, o que, para além do seu valor formativo, contribuiu para a investigação. Segundo Bodgan e Biklen (1994), os diálogos são conversas que surgem tanto no cenário da investigação como nas situações particulares, fora do ambiente da investigação, podendo contribuir para alcançar o objetivo da pesquisa.

Nos momentos síncronos, esses diálogos foram muito mais no sentido de contribuir com as discussões, mediando entendimentos e dúvidas, sem responder, de forma direta, aos seus questionamentos. Assim, em pouco tempo, percebi que os futuros professores consideraram que a minha participação contribuiu com a disciplina, “porque não era sempre o pensamento de uma pessoa só [professora], eram duas nos orientando. Isso foi muito bacana” (Clara, entrevista, julho de 2021).

Os procedimentos utilizados durante os encontros síncronos foram administrados pelas professoras, principalmente no que respeita ao tempo de cada fase da aula, à organização das intervenções dos futuros professores e aos encaminhamentos para os encontros seguintes.

Sempre, antes de cada encontro síncrono, havia uma reunião com cada uma das professoras para construir as estratégias e os procedimentos. Essas reuniões também ocorreram depois desses encontros para estruturar o ambiente das plataformas virtuais, de acordo com as atividades a serem realizadas pelos futuros professores e/ou para disponibilizar um texto de orientação para as atividades que seriam realizadas nos encontros seguintes, considerando o que tinha sido previsto no plano de ensino da disciplina.

5.6.1 Diário de campo

Bodgan e Biklen (1994) consideram que as notas de campo complementam o diário pessoal que acompanha o pesquisador no seu projeto. Dessa forma, aproximam a compreensão de diário de campo a notas de campo quando dizem que

> [R]epresenta o melhor esforço do investigador para registrar objetivamente os detalhes do que ocorreu no campo (p. 152) (...) contém frases e parágrafos que refletem um relato mais pessoal do curso de inquérito. É nesta parte que é registada a parte mais subjetiva da sua jornada. A ênfase na especulação, sentimentos, problemas, ideias, palpites, impressões e preconceito. (...) inclui o material em que você faz planos para investigação futura bem como clarificações e correções dos erros e incompreensões das suas notas de campo. (p. 165)

Os diários de campo tiveram a função de descrever os eventos, as situações, as atitudes, as crenças, as emoções, os pensamentos, os comportamentos, as interações e os diálogos. Esse instrumento foi constituído por quatro elementos, baseando-se em anotações: de observações diretas, interpretativas, temáticas e pessoais (Sampieri et al. 2006). As *anotações de observações diretas* foram os registros em caderno e no computador pessoal que, de forma cronológica, descrevem os fatos e algumas narrativas que envolveram os participantes. Essas notas tiveram o objetivo de pontuar algumas das vivências, principalmente no ambiente remoto síncrono, em três situações: nos momentos das aulas síncronas, nas reuniões com a equipe de professores envolvidos (as professoras da universidade e os das escolas) e nas aulas de investigação. Essas anotações se referem à decorrência dos fatos: como se deu o início da ação, que fatos ocorreram e como terminou.

Tais registros também são constituídos de *anotações interpretativas*, isto é, comentários das minhas percepções pessoais, com pretensão de complementar as descrições da observação direta. Isso se mostrou presente quando comparei as ações

realizadas com as planejadas, no plano de ensino da disciplina, e/ou quando analisava se os objetivos da aula tinham (ou não) sido contemplados.

As *anotações temáticas* são interpretações à luz da teoria, apoiando as conclusões e as descobertas fornecidas pela observação, vinculadas ao objeto de pesquisa. À medida que ocorria o processo, os participantes revelavam aspectos que se destacavam no contexto da ação. Por fim, as *anotações pessoais* se relacionam às minhas ideias, aos meus entendimentos e ao meu posicionamento sobre o que observava.

Com isso, tem-se o objetivo de buscar respostas, através do entrelaçamento das anotações de observação direta, interpretativa, temática e pessoal, para o *quê*, *como* e o *porquê* das situações, ocorridas no contexto do estudo de aula, contribuírem para a descrição das ações realizadas nesta pesquisa, a fim de encontrar elementos que ajudem a atender ao objetivo da pesquisa.

De acordo com Lüdke e André (1986), um dos desafios de quando se apoia na abordagem da observação participante é observar e anotar, em paralelo à realização das ações, os entendimentos que os participantes atribuem aos objetos em questão, pois se envolver na aula e anotar algumas percepções foi desafiante em algumas situações e, de acordo com a sugestão das autoras, o diário de campo foi se complementando após cada situação vivenciada, com o apoio das gravações de áudio e de vídeo.

5.6.2 Instrumentos de gravações de áudio e vídeo

Esta pesquisa foi desenvolvida totalmente de forma virtual. Os dados recolhidos por meio de registros de áudio e de vídeo fizeram parte deste trabalho que, de comum acordo, os participantes aceitaram participar. Devido ao momento de pandemia da Covid-19, as atividades na universidade e na escola ocorriam em ambientes *online*. Dada essa realidade, as gravações de vídeo das aulas da universidade tornaram-se um critério para a realização de suas atividades. Por isso, as aulas, independente da pesquisa, foram gravadas e disponibilizadas para os participantes nos ambientes escolhidos pelas professoras formadoras. As atividades assíncronas, tais como os fóruns de discussão, as produções de documentos, os *links* do *google forms*, entre outros, também ficavam disponibilizadas nesses ambientes.

Algumas reuniões realizadas com as professoras formadoras, e com as professoras e os professores das escolas, foram gravadas apenas em áudio, assim como as entrevistas com os participantes. Três das cinco aulas de investigação realizadas nos

dois estudos de aula foram gravadas em vídeo e duas somente em áudio. As que foram gravadas em vídeo tiveram a aceitação do professor da escola, em acordo com a dos futuros professores. Não houve nenhuma interferência da pesquisadora sobre esse tipo de gravação de vídeo. Por outro lado, não há o uso de nenhuma imagem pessoal de nenhum dos participantes diretos (professoras formadoras e futuros professores) ou dos indiretos (professores das escolas e seus alunos).

Esse instrumento se apresentou como valioso para revisitar as situações vivenciadas ao longo dos dois estudos de aula, já que, de forma integral, pode ser utilizado para dar respaldo às diversas necessidades da pesquisa. Embora a obtenção desse tipo de registro possa causar inibição nos participantes, como sinalizado por Lüdke e André (1986), considero que, com a dinâmica dos estudos de aula realizados, ele contribuiu para que esse desafio fosse logo superado, passando a ser um forte agente na recolha de dados.

5.6.3 Entrevista

Nesta pesquisa, a opção pela entrevista semiestruturada permitiu comparar as narrativas de diferentes participantes para o mesmo objeto, baseando-se em um roteiro previamente pensado. Além disso, ela abriu um espaço aberto para perguntas mais livres, tendo em conta a construção de um diálogo mais flexível, com interesse em detalhes particulares que poderão vir a revelar detalhes importantes (Bodgan & Biklen, 1994).

Adicionalmente, a entrevista que, de forma aberta, fluida, flexível e sem uma imposição rígida nas questões (Bodgan & Biklen, 1994; Lüdke & André, 1986), encorajou os futuros professores a revelarem, em particular, para a investigadora, pensamentos e considerações importantes, relacionados ao desenvolvimento de seus conhecimentos matemáticos para o ensino de Matemática. Miller e Gassner (2004) argumentam que a entrevista fornece meios para explorar os pontos de vista dos participantes (p. 127). Para Bodgan e Biklen (1994), a entrevista permite ao investigador recolher dados, a partir da linguagem dos participantes, para entender os aspectos da sua realidade. Nesse sentido, a entrevista, previamente estrutura, foi um instrumento importante nessa recolha, pois esclareceu situações vividas durante os estudos de aula, que não tinham sido identificadas no coletivo. Através das narrativas individualizadas, observei a ênfase que eles atribuíram à experiência, aos conceitos construídos dos objetos

didáticos e matemáticos durante o processo, aos desafios que eles disseram ter enfrentado e, por fim, aos contributos do estudo de aula para a realização das atividades de estágio.

Todos os participantes foram convidados, mas alguns não compareceram. Dos oitos futuros professores da turma LM1, um não compareceu e, dos dezenove da turma LM3, sete não compareceram. As professoras formadoras, que também foram participantes, foram entrevistadas. Todas as entrevistas, que foram gravadas apenas em áudio, aconteceram de modo individualizado e no final do processo.

As perguntas que orientaram as entrevistas foram elaboradas para esclarecer e aprofundar pontos relacionados ao objeto, ao objetivo e às questões da pesquisa. No entanto, como as entrevistas foram abertas e dialogadas, não houve uma sequência rígida de perguntas. A condução das entrevistas buscou seguir o guião, previamente elaborado, conforme as perguntas presentes nos Anexos 3 e 4 (guião de entrevistas com os futuros professores e guião de entrevistas com as professoras formadoras, respectivamente). Como síntese, a Tabela 5 apresenta os pontos de interesse da entrevista e que estão referenciados nos discursos dos futuros professores nos capítulos dos resultados.

Tabela 5: Pontos de interesse no guião de entrevistas aos futuros professores.

Percepção sobre o estágio antes dessa vivência
Descrição das etapas do estudo de aula realizadas no ESO II
Momentos interessantes, difíceis e/ou desafiantes
Contribuições dos professores das escolas
Perspectivas sobre elaboração/adaptação e resolução de tarefas exploratórias
Percepções da prática letiva durante a aula de investigação
Contribuições do estudo de aula para olhar para as aprendizagens dos alunos
Referência as próprias aprendizagens
Percepções sobre o estágio a partir da vivência no estudo de aula
Potencialidade e desafios do estudo de aula no estágio

Contudo, em alguns casos, as perguntas surgiram das próprias respostas dos participantes, permitindo a construção de um diálogo fluido e adequado às demandas e ideias que emergiram durante a conversa.

5.6.4 Recolha de documentos

Um outro instrumento utilizado para efeito de análise de dados diz respeito à recolha de documentos. Para Prodanov e Freitas (2013), documento é qualquer registro que possa ser usado como fonte de informação que possibilite observação, leitura, reflexão, crítica e avaliação. Para Lüdke e André (1986), os documentos escritos são instrumentos importantes, pois podem complementar ou revelar novas dimensões que fundamentam afirmações (ou negações), constituindo uma rica fonte de informação.

Aas atividades dos futuros professores, produzidas durante a investigação, foram parte da recolha de dados na categoria de recolha documental. Como sugere o programa de ESO II, as tarefas dos futuros professores acontecem regularmente no decorrer da disciplina. Dessa forma, os futuros professores produziram diversos documentos no decorrer da disciplina: produção de síntese de textos, slides para apresentação no ambiente da aula, opiniões nos fóruns de discussão, mensagens em plataformas de comunicação (*WhatsApp* e *Telegram*), *emails*, elaboração dos objetivos e do plano de aula na plataforma *google drive* e resposta ao formulário do *google forms* sobre tipos de tarefas e relato de experiência. Esses documentos foram importantes contribuintes para a investigação no que respeita às aprendizagens dos futuros professores. Também foram utilizados os documentos produzidos pelas professoras formadoras, relacionados ao desempenho dos futuros professores na trajetória da disciplina.

Por fim, saliento que os futuros professores estiveram sempre cientes do meu acesso aos documentos produzidos, tendo, inclusive, parte dos relatos de experiência que eles elaboraram sido orientados pela investigadora em comum acordo com a professora da disciplina.

Em resumo, a Tabela 5 traz uma síntese da forma como esses instrumentos foram utilizados durante a coleta de dados e suas ocorrências.

Tabela 6: Instrumentos utilizados para recolha de dados (grifo nosso).

Instrumentos	Organização	Ocorrências
Diário de campo	Anotações de observação direta: caderno e computador.	Descrição das ações realizadas, de acordo com a ordem cronológica da ocorrência dos fatos.
	Anotações interpretativas.	Comentários das minhas percepções.

	Anotações temáticas.	Aspectos que se destacavam no contexto da ação quando relacionados às teorias sobre os objetos observados.
	Anotações pessoais.	Ideias, entendimentos, posicionamentos e dúvidas sobre o que observava.
Gravações de áudio	Reuniões com as professoras.	Discussão sobre o plano da disciplina.
		Discussões sobre a elaboração de estratégias e de procedimentos das ações para as aulas síncronas.
		Planejamento das ações a serem realizadas pelos futuros professores durante a semana que antecedia os encontros síncronos.
	Reuniões com os professores das escolas.	Aconteceram quatro encontros entre as professoras formadoras, os professores das escolas e a investigadora. Embora tenham acontecido através da plataforma zoom, foram gravados somente em áudio.
	Entrevistas.	Com consentimentos dos participantes, optei pela gravação apenas em áudio.
Gravações de vídeo	Encontros síncronos	Todos os encontros foram disponibilizados no ambiente virtual da turma.
	Aulas de investigação.	Três, das cinco aulas de investigação, utilizaram este instrumento.
Entrevistas	Semiestruturadas.	Individuais.
		Sete dos oito futuros professores da turma LM1.
		Doze dos dezenove futuros professores da turma LM3.
		Duas futuras professoras.
Recolha de documentos	Síntese de texto.	Análises de produções acadêmicas para orientar as discussões previstas sobre os objetos
	Slides	Apresentações dos futuros professores durante as aulas síncronas.
	Fórum de discussão.	Comentários disponibilizados no ambiente assíncrono.
	Mensagens.	Participação no grupo de mensagens via *WhatsApp* ou *Telegram.*

	Google drive.	Elaboração dos objetivos e do plano de aula.
	Google forms.	Respostas dos futuros professores sobre tipos de tarefas.
	Relato de experiência.	Orientação e leitura.

Fonte: Autoria própria.

5.7 Análise de dados

Os dados foram trabalhados ostensivamente de modo a identificar categorias que foram previamente detacadas nas teorias e que apoiam esta pesquisa, assim como as categorias que surgiram durante a realização de dois estudos de aula, e que precisaram ser consideradas. Todos os fatos foram analisados para que as devidas decisões fossem tomadas, cabendo à investigadora abandonar alguns elementos e identificar dados que merecessem uma maior atenção, com o propósito de selecionar as categorias que interessam a esta pesquisa (Lüdke & André, 1986). O foco da análise está na participação dos futuros professores, principalmente, nos aspectos relativos ao seu conhecimento didático.

Organizei os dados coletados de modo a sistematizar as ideias iniciais (Bodgan e Biklen, 1994), em dois grupos: quanto à forma e quanto ao conteúdo. Quanto à forma, pode considerar-se: (i) revisitar todos os dados coletados usando todos os instrumentos previstos para a construção de uma visão geral do processo; (ii) separar os dados por encontro síncronos, por participante e por instrumento; e (iii) separar os dados de acordo com as etapas de estudo de aula. Assim como, foram separados por encontros que correspondeu à identificação do problema de aprendizagem, ao planejamento, e assim por diante. A recorrência a essa sistematização aconteceu durante todo o processo de análise para identificar indicadores já conhecidos na literatura e os emergentes nos discursos e ações dos participantes.

Quanto ao conteúdo, selecionei um conjunto de categorias que evidenciam com maior profundidade o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores, de acordo com o modelo de Ponte (2012): i) aspectos do *conteúdo matemático para o ensino*; ii) *dimensões matemática e didáticas* ao discutir o currículo durante a etapa de planejamento (tanto na perspectiva das orientações quanto da gestão da prática letiva); iii) o *aluno e suas aprendizagens* como foco durante à

elaboração/adaptação e resolução de tarefas as exploratórias; iv) *às escolhas didática* para e na prática letiva; v) o papel da *colaboração e reflexão* no prática letiva; e vi) dimensões que *contribuem para o estudo de aula no estágio* para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores. Para melhor compreender o efeito dessas categorias que emergiram da pesquisa, houve separação por palavras, por frases, por ideias, por conceitos, por definições e por exemplos relacionados ao conhecimento didático, de acordo com as considerações dos participantes, relativo aos critérios:

- Relevância e obstáculos do conteúdo matemático nas aprendizagens dos alunos – conceitos, definições e operações matemáticas.
- Dimensões *matemática e didáticas* ao discutir o currículo – materiais curriculares (oficiais e da Educação matemática), propostas de ensino, livro didático, objetivos de aprendizagem, etc.
- Aspectos relacionados aos tipos de tarefas – potencialidades e condicionantes na aprendizagem do aluno.
- Elaboração, adaptação e resolução de tarefas exploratórias – desafios para elaborar/adaptar, resolver e identificar suas potencialidades nas aprendizagens dos alunos.
- Tarefa exploratória – antecipação dos possíveis erros, representações e estratégias matemáticas dos alunos para resolver a tarefa.
- Síntese do planejamento – o papel do plano de aula como instrumento de orientação à prática letiva.
- Das escolhas didáticas para e na aula de investigação – introdução da tarefa, condução da aula e discussões coletivas.
- Construção das práticas colaborativas – organização e discussões coletivas durante todo o processo.
- Contribuições das discussões e das reflexões pós-aula de investigação – apontamento das aprendizagens dos alunos.

Ainda, seleciono discursos relacionados especificamente ao estudo de aula quanto:

- Beneficiamento nas mudanças de concepções – crenças sobre os alunos e sobre o ensino de Matemática
- Potencialidades e desafios para sua realização nas disciplinas de ESO – investigação sobre a própria prática.

- Contribuições na formação inicial do professor de Matemática – aproximação entre as disciplinas de matemática e as de educação.

As categorias e critérios tendem a refletir o entendimento do desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, vindo a contribuir na identificação das potencialidades e dos fatores condicionantes do estudo de aula na formação inicial.

A análise dos dados recolhidos foi trabalhada baseando-se: (i) na interpretação da pesquisadora, a partir das situações vivenciadas, considerando o contexto da experiência; (ii) na identificação de significados de acordo com a visão dos participantes, confrontando-os com a teoria; e (iii) na identificação de novas categorias potencialmente relevantes ao estudo de aula e ao conhecimento didático do futuro professor de Matemática.

De modo geral, durante a análise dos dados, foi possível realizar uma triangulação para correlacionar essas categorias de acordo com suas descrições, significados, frequência e as relações que se estabeleceu entre elas (Sampieri et al., 2006). Por isso, algumas categorias e/ou critérios podem ser encontrados em mais de um contexto refletindo o entendimento que os participantes têm sobre eles. Essa triangulação favoreceu a construção de esquemas, tabelas e figuras, contribuindo para a síntese das análises dos dados, com o interesse de identificar o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores de Matemática.

Os recursos tecnológicos que já fazem parte da sala de aula no ensino superior (datashow, *smartphones*, computador pessoal, projeções de imagens e de vídeos e outros), junto aos aplicativos de suporte tecnológico na transcrição dos áudios e na utilização de suas ferramentas, facilitaram a análise dos dados recolhidos. Considerando que os dois estudos de aula aconteceram em separado, a análise dos dados para cada turma aconteceu em separado, seguindo uma sequência de apresentação dos resultados da turma LM1 e depois da turma LM3. O único critério para essa organização foi a ordem numérica. Ademais, somente no último capítulo serão estabelecidas relações entre os dados visando atender ao objetivo e responder às questões desta pesquisa.

5.8 Questões éticas

As questões éticas aqui referenciadas consideram os critérios, as resoluções e as normas estabelecidas pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, de acordo com o documento de Deliberação do Conselho Científico Nº 453/2016 da Carta Ética para a Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação desta Universidade; e com os documentos que apoiam as pesquisas dentro e pertencentes à Universidade Federal Rural de Pernambuco: Resolução Nº 466, de 12 de dezembro de 2012, Resolução Nº 510, de 07 de abril de 2016 e a Norma Operacional Nº 001/2013. Esses documentos dispõem dos procedimentos, da avaliação e do acompanhamento de pesquisas e de seu desenvolvimento no que diz respeito à "dignidade humana e à proteção devida aos participantes das pesquisas científicas envolvendo seres humanos" (Resolução Nº 510, 07 de abril de 2016, p. 1). Os documentos citados reconhecem e afirmam o respeito à dignidade, à liberdade e à autonomia do ser humano, com base na Declaração Universal dos Direitos Humanos de 1948 e na Declaração Internacional de Direitos e Deveres Humanos de 1948.

A autorização para a realização da pesquisa passará pelo consentimento escrito de todos os participantes envolvidos, incluindo a possibilidade do uso de gravações em áudio e em vídeo de suas participações. Isso se fez importante porque a pesquisa foi desenvolvida com a contribuição de pesquisadores vinculados ao IE, com a participação dos professores e dos futuros professores de Matemática da UFRPE.

Esta investigação assumiu todas as dimensões de respeito à pessoa humana. Pessoas representadas pelos profissionais da educação, pelos alunos de Licenciatura, pelos alunos da educação básica, pelos pesquisadores e pelas instituições envolvidas nesta pesquisa não foram expostos a constrangimentos, a preconceitos, a submissões involuntárias e a outros critérios que viessem a comprometer a moral, a cultura e o valor correspondente à pessoa humana. Fica claro também que todas as pessoas que, de forma direta e/ou indireta, participaram desta pesquisa foram respeitadas e valorizadas, sem nenhum julgamento a elas, pois a prioridade foi o objeto de conhecimento que os participantes desenvolveram. Além disso, foram e continuam sendo resguardadas todas as pessoas no que diz respeito à exposição de nomes e/ou características físicas que possam, de algum modo, identificá-las na pesquisa. Portanto, os únicos nomes aqui expostos e não fictícios são o do orientador e o da pesquisadora.

CAPÍTULO 6

DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO DE AULA

6.1. Descrição das etapas e das ações do estudo de aula da turma LM1

Aula inicial

No *primeiro encontro* da disciplina de ESO II, a professora Liz, ao se apresentar, falou de sua trajetória acadêmica e descreveu as dificuldades nas disciplinas de estágio, no período de pandemia. Ela destacou o desafio em construir estratégias de ensino para a realização do estágio em ambiente remoto e na sua viabilidade, visto que a escola básica também convive com a mesma realidade. Após essas considerações, cada futuro professor falou de sua escolha pela Licenciatura em Matemática e de suas crenças com a profissão e salientou sua relação com as disciplinas do curso, em particular, com a de estágio.

Na segunda parte do encontro, a professora Liz discutiu alguns dos conceitos que permeiam o estágio, tanto do ponto de vista dos documentos regulatórios quanto dos materiais curriculares e de pesquisa. Além disso, ressaltou a importância de pesquisas, na disciplina de ESO II, para compreender as potencialidades do estágio na formação inicial. Também evidenciou ser importante a participação dos futuros professores nos encontros síncronos e assíncronos para a realização da disciplina e de suas produções acadêmicas. Essa participação ocorreu através de câmeras de vídeo abertas, questionamentos, realização das atividades e envolvimento em todas as etapas da disciplina, pois essas produções individuais influenciariam na qualidade da coleta de dados da pesquisa.

Na terceira parte, fiz minhas considerações sobre a conveniência de se realizar a pesquisa na disciplina de ESO II. Em seguida, apresentei o plano de ensino da disciplina de ESO II (Anexo 9), em consonância com as etapas do projeto desta pesquisa. Como última parte da aula, os futuros professores fizeram perguntas sobre o que constitui um

relato de experiência, mostrando-se apreensivos com a escrita desse material como parte dos critérios de avaliação.

Estudo preparatório e planejamento da aula de investigação

O *segundo encontro* teve os objetivos de: (i) apresentar os aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula; (ii) conhecer e de discutir as dificuldades de aprendizagens dos alunos; e (iii) selecionar o conteúdo matemático a ser trabalhado na aula de investigação. Referente ao primeiro objetivo, foi disponibilizado o texto de Utimura, Borelli e Curi (2020) para uma análise e síntese das principais ideias. Como orientação ao estudo, geramos um guião, no qual os futuros professores deveriam responder, de forma discursiva, aos questionamentos: (i) como o estudo de aula vem sendo realizado nos países citados pelas autoras e quais são as adaptações feitas por cada país, de modo a contemplar a realidade de seus professores? e (ii) Quais são os objetivos e as características predominantes na realização desse processo formativo?

As perguntas e as respostas visavam orientar o estudo, provocar discussões no momento síncrono da aula e produzir uma síntese sobre o estudo de aula. Além da referência indicada, foi sugerido, como complemento de leitura, o texto de Richit e Ponte (2020) e a realização de pesquisas em outros materiais. Após essa discussão, a aula contou com a participação do professor da escola, em que se pôde conhecer e discutir as dificuldades de aprendizagem dos alunos e, por último, selecionar o conteúdo a trabalhar no planejamento. Nesse momento, o professor da escola quis conhecer os participantes e as suas expectativas com relação à profissão. A professora Liz se apresentou, falou de sua trajetória acadêmica e profissional e destacou o quão importante é a participação do professor da escola na aula de estágio, para contribuir com as discussões sobre a realidade da escola e da sala de aula de Matemática. Em seguida, cada futuro professor se apresentou, destacando seus interesses pela licenciatura e suas expectativas com a profissão docente.

Em sequência, o professor da escola, após se apresentar, abordou questões sobre a construção de sua identidade docente e enfatizou suas escolhas, as dificuldades e a importância de ser professor de Matemática. Por último, eu me apresentei, como pesquisadora, evidenciando a necessidade de diálogo com professores experientes e de se construir uma aproximação mais efetiva com a escola básica. Falei da necessidade de realização de pesquisas no estágio supervisionado e da sua possibilidade de provocar mudanças que atendam às necessidades da formação inicial.

Após as apresentações, o professor da escola falou de sua convivência com as dificuldades de aprendizagem dos alunos, dos desafios do processo para superar ou amenizar essas dificuldades e de seguir as orientações curriculares dos conteúdos no ano corrente. Quanto às dificuldades de aprendizagem dos alunos, o professor da escola citou vários episódios, enfatizando a persistência delas no decorrer dos anos e a sua pertinência a todos os blocos de conteúdo. Segundo ele, essas dificuldades são mais evidentes nos conteúdos de números e de operações por impedirem, muitas vezes, a promoção de aprendizagens de novos conteúdos.

Nesse momento, as discussões se intensificaram porque os participantes reconheceram serem frequentes as dificuldades dos alunos em somar, em subtrair, em multiplicar e em dividir nos diferentes conjuntos numéricos. Nessa discussão, o professor da escola citou o exemplo de uma aluna que, no segundo ano do ensino médio, não conseguia realizar operações de *divisão nos números naturais*. Esse fato foi determinante na escolha do conteúdo a ser tratado nos próximos encontros.

O *terceiro encontro* contou com a participação de seis futuros professores, da professora Liz e da pesquisadora. Nessa aula, foram discutidos os documentos oficiais com o objetivo de investigar nos PCN (1997), na BNCC (2018) e nos PCN^{+} (Ensino Médio) os objetos, as habilidades e as orientações didáticas que tratam do conteúdo de divisão nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Para isso, cada futuro professor escolheu um ano escolar e realizou um estudo dentro das cinco unidades temáticas (números, álgebra, grandezas e medidas, geometria e estatística e probabilidade), catalogando os principais trechos dos documentos que tratavam de divisão. Nesse estudo, eles produziram um documento coletivamente para apresentação e para discussão no coletivo, durante a aula síncrona.

Ao iniciar a aula, a professora Liz retomou as orientações postadas no ambiente virtual sobre a atividade da semana, que foi investigar como o conteúdo de divisão se apresenta nos documentos oficiais e quais são as orientações didáticas para o ensino e para a aprendizagem desses conteúdos. Ela também enfatizou os motivos pela escolha do conteúdo, lembrando que o professor da escola enfrenta muitas dificuldades em sala de aula com os diversos conteúdos, em especial, com os conteúdos de números e de operações.

Durante a aula síncrona, a professora Liz disponibilizou um *slide* com o tema *investigando os documentos oficiais para o ensino de divisão* e com uma tabela, na qual cada futuro professor selecionou o documento e o ano escolar que analisou. Ela justificou

a necessidade de começar as análises pelos PCN (1997), por serem documentos que provocaram reflexões e mudanças na forma como os conteúdos de Matemática deveriam ser tratados na Educação Matemática. Além disso, indicou que os PCN (1997) influenciaram o desenvolvimento da Base Nacional Comum Curricular (2017) e muitos outros documentos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Destacamos ainda a importância de começar nosso planejamento pelos documentos oficiais, pois eles apresentam as habilidades a serem desenvolvidas e os seus objetivos indicam a forma como o conteúdo deve ser tratado.

As apresentações foram organizadas de acordo com o ano do documento e com o ano de escolaridade, ou seja, começou pelos PCN (1997) do 3.º e 4.º ciclos, equivalentes ao do 6.º ao 9.º ano. Depois, apresentaram os PCN^{+} (2002) para o ensino médio e, por último, a BNCC (2018) para o ensino fundamental e médio.

Esse encontro se encerrou com as orientações para a próxima aula. A sugestão dada aos futuros professores foi para realizarem uma pesquisa em materiais curriculares da Educação Matemática que tratassem do ensino e da aprendizagem de divisão e para prepararem um seminário para a próxima aula, considerando as orientações postadas.

Para *o quarto encontro,* sugerimos aos futuros professores que pesquisassem, individualmente, materiais curriculares sobre os processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos de divisão na educação básica. A partir dessa pesquisa, os futuros professores iriam produzir uma apresentação e uma síntese, destacando os pontos, conforme o Quadro 1.

Quadro 1: Sugestão de pesquisa para o desenvolvimento do quarto encontro.

Realizar uma pesquisa em materiais curriculares: artigos em revistas ou anais de congressos, relatos de experiência, dissertações e/ou teses sobre processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos de divisão na educação básica. Produzir uma síntese, em duas laudas ou mais, sobre os principais pontos do material escolhido.
Procure identificar na leitura do material:

- O objetivo da pesquisa.
- Os participantes e nível de escolaridade.
- Os principais autores.
- A metodologia utilizada.
- Os principais resultados.
- As dificuldades apontadas.
- Algumas conclusões.

No link da plataforma da CAPES, dado abaixo, pode encontrar-se teses e dissertações sobre o tema. Também, no link da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, na aba de "Publicações", vocês podem ter acesso aos artigos publicados em revistas e, na aba "Anais", tem-se trabalhos apresentados em eventos.

Fonte: Ambiente virtual da disciplina de ESO II, turma LM3.

Dos oito futuros professores participantes, cinco cumpriram integralmente a tarefa. Clara e Ivan discutiram o artigo que selecionaram, sem produzir a síntese do texto, e Fábio não cumpriu nenhuma das tarefas.

Ao iniciar a aula, a professora Liz fez uma retrospectiva das aulas anteriores para situar os propósitos da disciplina e para lembrar a tarefa a Ivan, que não compareceu à aula anterior. Nesse momento, houve uma discussão sobre a escolha do tema. O entendimento foi que, apesar das diversas dificuldades de aprendizagem, apontadas pelo professor da escola, os materiais curriculares não tratam o conteúdo de divisão para a construção de conceitos para os anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Os participantes convergiram para a ideia de que os conteúdos de divisão, para esses anos de escolaridade, aparecem como instrumentos operatórios que podem ou não favorecer a resolução de tarefas e de que os obstáculos de aprendizagem desse conteúdo podem impedir a construção de novos conceitos de outros conteúdos.

Nesse encontro, não foi possível concluir a tarefa, porque dois futuros professores não a completaram e o tempo da aula estava esgotado. Foi acordado que, na aula seguinte, eles apresentariam, entregariam suas produções e seria feita uma discussão sobre tudo o que foi apresentado para contribuir com a elaboração do objetivo da aula de investigação.

No *quinto encontro,* a professora Liz retomou as discussões com as apresentações de Ivan e de Caio. Mais uma vez, surgiram dúvidas com relação ao assunto a ser tratado, devido à carência de materiais de pesquisa relacionados ao tema de divisão nos anos finais do Ensino Fundamental.

Ao final das duas apresentações, houve uma discussão coletiva sobre o estudo dos documentos oficiais e dos materiais curriculares, para a produção de síntese dos principais pontos apresentados. Dessa discussão advieram os seguintes questionamentos: (i) Quais foram os problemas de aprendizagem, relacionados aos conteúdos de divisão, nos trabalhos discutidos? (ii) Qual foi o principal problema relacionado ao ensino de divisão? (iii) Será que divisão é somente operacionalizar com os algoritmos? (iv) Quais são os principais conceitos de divisão que deveriam ser tratados, visando à superação dessas dificuldades? (v) Que clareza tivemos sobre a questão do inverso multiplicativo? (vi) O que devemos trabalhar na aula de investigação para serem superados os problemas relacionados à divisão? Após algumas discussões, no sentido de uma retrospectiva do estudo realizado, a professora Liz pediu que os futuros professores continuassem pensando sobre as respostas a essas perguntas, porque, a partir delas, seria elaborado o objetivo da aula de investigação.

Nesse encontro, também houve uma discussão sobre a possibilidade de os futuros professores observarem a prática docente dos professores da escola em que as aulas de investigação iriam ocorrer. A ideia inicial era manter o vínculo com a escola e com seus professores de Matemática, construído no semestre que antecedeu esta pesquisa, e que, por isso, se deveria utilizar essa aproximação dos futuros professores para observar as aulas dos professores:

> [Eu] não quero dizer não para a escola. Também já existe uma dificuldade na escola de receber alunos [estagiários], nesse período de pandemia. Aí, eu simplesmente digo não. Eu também não queria fechar essa porta, já que foram eles que abriram essa porta para a gente também. (Professora Liz, 5.º encontro)

A aula foi finalizada com as orientações de estudos para a semana e com a sugestão de elaborar um objetivo de aprendizagem no *google docs* com a colaboração de todos os futuros professores. Além disso, foi sugerido que todos lessem o texto de Ponte (2005), elencando suas compreensões sobre os diversos aspectos relacionados com a tarefa, e que, pela *internet,* pesquisassem textos científicos que tratem de tarefas

exploratórias. Essas orientações indicaram que a próxima aula trataria da elaboração do objetivo da aula de investigação e do estudo de tarefas exploratórias.

Para o *sexto encontro*, a professora formadora disponibilizou, no ambiente virtual, a mensagem:

> Dando continuidade aos estudos, temos dois passos a seguir: o primeiro, é pensar e construir um objetivo para trabalharmos com o tema divisão. Para isso, deixamos um arquivo no qual poderemos trabalhar colaborativamente nossas ideias iniciais. E, o segundo, vamos começar algumas leituras sobre tarefas. Aqui embaixo, deixamos um texto, mas vocês também podem pesquisar outros textos. Fiquem à vontade. (grifo nosso)

No ambiente virtual, também foram disponibilizadas orientações para a elaboração do objetivo, ressaltando que a motivação foi construída a partir da identificação da dificuldade de aprendizagem dos alunos e das pesquisas realizadas em documentos oficiais e em materiais curriculares. O trabalho realizado nos encontros anteriores tinha o objetivo de compreender os propósitos, os desafios e as necessidades de aprendizagem desses conteúdos pelos alunos. Para isso, seria importante pensar no objetivo com foco na aprendizagem do aluno.

Ao iniciar a aula, a professora retomou as orientações postadas no ambiente virtual. Falou das motivações, relacionando-as às dificuldades de aprendizagem dos alunos que não foram superadas nos anos iniciais e à relevância de se discutirem meios para superar essas dificuldades. Ela falou também dos desafios para encontrar trabalhos que tratem de divisão nos anos finais e médio da educação básica e destacou a importância das pesquisas feitas pelos futuros professores, em especial, a compreensão dos aspectos didáticos e matemáticos que permeiam os conteúdos.

Após as discussões sobre os estudos realizados nas aulas anteriores, a professora Liz compartilhou, na aula síncrona, uma página do *google docs,* para que os futuros professores elaborassem o objetivo da aula de investigação: promover aprendizagens sobre a divisão e os seus meios de resolução mediante tarefas exploratórias. Após a elaboração do objetivo, as orientações dadas aos futuros professores foram que todas as ações deveriam ser focadas em atender a esse objetivo.

Na segunda parte da aula, foi solicitado aos futuros professores que eles elencassem questões relacionadas ao texto de Ponte (2005) e/ou a outros textos que tratem de tarefas, em especial, de tarefas exploratórias. Observou-se, porém, que apenas Tomás tinha lido o texto sugerido. Mesmo assim, a pesquisadora falou dos diferentes tipos de tarefas, consoante os graus de desafio e a sua natureza fechada ou aberta. Para o

encerramento da aula, foram sugeridos: i) voltar ao texto de Ponte (2005); ii) assistir a um vídeo sobre tarefas; e iii) analisar e categorizar uma seleção de tarefas, disponibilizadas no ambiente virtual, em exercício, em problema e em tarefa de exploração ou de investigação. Também foi indicado que selecionassem, adaptassem ou elaborassem uma tarefa, com duas questões, para a discussão na próxima aula síncrona.

O *sétimo encontro* iniciou com uma discussão sobre a data para a aula de investigação. Definiu-se que iriam ser realizadas duas aulas de investigação, uma aula no 6.º ano e outra no 7.º ano, visto que, na escola, nesse momento pandêmico, todas as turmas de um mesmo ano escolar assistiam, simultaneamente, à mesma aula. Também, nessa discussão, a professora Liz e os futuros professores mostraram-se interessados em assistir às aulas dos professores da escola, para conhecer o perfil de seus alunos. Diante dessas decisões, os futuros professores foram desafiados a elaborar duas questões sobre tarefas exploratórias que atendessem ao perfil desses dois grupos.

Após as discussões sobre a organização da aula de investigação, foi discutido o texto de Ponte (2005), correlacionando-o com as tarefas disponibilizadas no ambiente virtual e com as catalogadas pelos futuros professores, de acordo com o proposto.

Na última parte da aula, discutiu-se a primeira questão trazida por cada futuro professor. Foi possível analisar, nesse encontro, apenas a primeira questão de Ivan e de Levi. A sugestão para o encerramento da aula foi disponibilizar, no *google drive,* um documento que contivesse todas as tarefas a serem discutidas, para que as modificações fossem feitas nesse documento, como registro.

No *oitavo encontro*, a professora Liz iniciou a aula disponibilizando o documento que continha 12 questões sobre divisão, que foram selecionadas, adaptadas ou elaboradas por todos os participantes. Essas tarefas foram analisadas no coletivo, com sugestões de resolução, com indicação das possíveis dúvidas que poderiam gerar nos alunos e com propostas de modificações. Os futuros professores estavam conscientes de que, ao final dessa análise, iriam selecionar apenas duas questões para fazer parte da tarefa a se trabalhar na aula de investigação.

Nesse encontro, foram analisadas seis questões, com a participação de sete futuros professores. Inicialmente, o futuro professor que disponibilizara a questão justificava o porquê da escolha. Em seguida, o grupo discutia as características da tarefa e resolvia a questão na lousa digital ou no *paint*, analisando suas potencialidades e suas limitações para as aprendizagens dos alunos.

Já no *nono encontro*, a aula começou com a discussão sobre o envio das tarefas para os professores da escola, para que fizessem suas considerações para o plano de aula, assim como foi reorganizado o cronograma da disciplina para favorecer a participação, na aula síncrona, dos professores da escola. Cabe ressaltar que a escolha das questões que compuseram a tarefa para a aula de investigação não teve a interferência dos professores da escola.

Além disso, a professora solicitou aos futuros professores que entrassem em contato com o professor da escola para observar uma aula por semana desse professor, até a aula de investigação. Essa ideia foi sugerida pelos futuros professores, no encontro anterior, para observar os níveis de aprendizagem dos alunos da escola e para realizar uma aproximação com os professores das turmas.

Nesse encontro, discutiram-se as possíveis dificuldades que o ambiente remoto poderia trazer à aula de investigação, principalmente com relação aos pontos: (i) a inviabilidade de observar a resolução da tarefa e de, consequentemente, identificar as aprendizagens dos alunos; (ii) a existência de câmeras desligadas, o que não facilitaria a visualização das expressões ou das atitudes dos alunos;(iii) a falta de acesso às produções dos alunos; e (iv) o desenvolvimento de estratégias a serem utilizadas durante a aula de investigação. Essas discussões não foram aprofundadas de acordo com a real necessidade dos pontos, sendo cada um retomado pelos participantes ao longo das aulas.

Conforme planejado, a aula decorreria a partir da análise do artigo de Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2015), que trata de plano de aula. Observou-se que, ao serem chamados a participar das discussões, os futuros professores deram a entender que apenas Tomás tinha lido o artigo. A professora Liz argumentou ser necessário que todos lessem o artigo e os futuros professores concordaram. Então, a atividade prevista foi adiada para o próximo encontro.

O encaminhamento dessa aula foi que, após o estudo das tarefas, a turma iria produzir, para a próxima aula, um documento único (no *google drive*), com as dez questões (Anexo 5) discutidas e modificadas, para uma análise individual. Cada futuro professor iria analisar as potencialidades das dez questões e selecionar a que considerasse que melhor promoveria a aprendizagem dos alunos, relacionada à divisão. Após a escolha da questão, cada futuro professor iria discutir sobre ela, segundo as orientações do plano de aula (Ponte et al., 2015), evidenciando, em especial, as possíveis dificuldades e estratégias de resolução que os alunos poderiam apresentar.

A professora, no *décimo encontro*, quis saber sobre a observação da aula dos professores da escola. Dos oito futuros professores, três descreveram algumas situações, dentre as quais estavam a dinâmica da aula promovida pelo ambiente virtual e as possibilidades de interação que esse ambiente pode promover ou não.

Nesse encontro, de acordo com a proposta anterior, a professora Liz retomou a análise do artigo de Ponte et al. (2015). Inicialmente, referiu-se ao fato de que, apesar das exigências de leitura no estágio supervisionado, ainda, três futuros professores não tinham entregado a síntese do artigo. Após discussão minuciosa sobre o artigo, os futuros professores passaram a apresentar o enquadramento da tarefa no plano de aula e a sua análise. Cada futuro professor justificou sua escolha para a questão destacando suas potencialidades para a construção de conceitos de divisão.

Em seguida, a professora sugeriu que, das dez questões analisadas, apenas seis deveriam ser escolhidas, por apresentarem maior potencial para a consecução do objetivo da aula de investigação. Essa estratégia, além de retomar o estudo das tarefas, visou a uma comparação entre elas para uma melhor identificação de suas potencialidades. Após a escolha das seis questões, os futuros professores refizeram o plano de aula de acordo com as tarefas selecionadas.

A professora Liz, ao encaminhar a atividade da semana, solicitou aos futuros professores que cada um escolhesse uma questão, entre as seis selecionadas, e elaborasse um plano de aula com um olhar especial para as possíveis dificuldades dos alunos, considerando as possíveis estratégias de resolução apresentadas por eles.

Ao final da aula, a professora Liz fez uma síntese sobre seu entendimento de plano de aula, abordando um estudo que os futuros professores fizeram quando foram alunos da disciplina de Metodologia, ministrada por ela. Durante as discussões, os participantes revelaram ter encontrado muitos modelos de plano de aula na *internet,* mas que nenhum se comparava ao nível de detalhamento do modelo proposto por Ponte et al. (2015).

O *décimo primeiro* encontro teve o objetivo de discutir como os futuros professores entenderam os cinco critérios, propostos por Ponte et al. (2015), para a elaboração do plano de aula, a partir das seis tarefas (entre dez) já selecionadas.

Ao iniciar a aula, Clara narrou uma situação vivenciada na escola, na qual uma outra futura professora reclamou da aula observada, porque os alunos, quase sempre, estão com as câmeras desligadas. Essa situação gerou discussões no grupo por saberem que isso prevalece no contexto *online*.

Em seguida, foi acordada a data para a aula de investigação e como os futuros professores seriam avaliados, destacando a importância das produções postadas no ambiente *online,* no decorrer da disciplina. Adicionalmente, houve o debate sobre a escrita de um relato de experiência e sobre as suas diferenças com relação a outros trabalhos acadêmicos. Observou-se uma certa resistência dos futuros professores para a produção desses relatos. Na sequência, cada futuro professor apresentou seu plano de aula baseado na questão que ele selecionou de acordo com os itens sugeridos por Ponte et al. (2015). Após as discussões, foi sugerido que apenas duas questões fizessem parte da aula de investigação.

Nessa fase do planejamento, José argumentou ter encontrado e modificado uma questão que ele considerou muito interessante e que a turma deveria analisar a nova questão. A turma, de forma unânime, não acatou a proposta de José e resolveu prosseguir com o já acordado. A aula seguiu com a professora Liz pedindo que cada futuro professor escolhesse duas questões, entre as seis, e justificasse sua escolha. Após essa votação, a professora disponibilizou um *slide* (Quadro 2), no ambiente virtual da sala de aula síncrona, para a análise, no coletivo, das questões sugeridas por Caio e Levi.

Quadro 2: Questões que compuseram a tarefa exploratória para a aula de investigação.

Tarefa exploratória
1. Em um perfil do Instagram foi sorteado um prêmio de 72 hambúrgueres, que acabou sendo repartido igualmente entre 6 ganhadores. a) Para saber quanto cada um ganhou, que conta devemos fazer? b) Quantos hambúrgueres cada um ganhou? c) Como podemos confirmar a resposta? d) E quanto dá 72 hambúrgueres divididos pelo valor do prêmio de cada ganhador? Um dos ganhadores repartiu o prêmio de forma igual para seus irmãos e cada irmão ficou com 3 hambúrgueres. e) Qual o total de hambúrgueres que o ganhador repartiu? f) Se cada irmão ficou com 3 hambúrgueres, que conta devemos fazer para saber quantos irmãos o ganhador tem? g) Quantos irmãos o ganhador tem? h) Como podemos confirmar a resposta anterior?
2. Júlia é confeiteira e recebeu uma encomenda de 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. Em uma festa, ela distribuiu a encomenda em 12 mesas, e cada mesa recebeu todos os tipos de docinho. a) Quanto de cada doce terá em cada mesa? Justifique sua resposta. b) É possível que todas as mesas tenham a mesma quantidade de doces? Explique. c)Quantos doces sobraram? Como você chegou a essa informação? d) Com os doces que sobraram é possível organizá-los em uma mesa, que contenha no mínimo 9 doces, de forma que se tenha pelo menos um tipo de cada um dos doces? Desenvolva a questão explicando as possíveis possibilidades.

e) Quantas mesas seriam necessárias para colocar os doces que sobram, de forma que, em cada mesa tenha, no máximo, 9 doces e que, desta vez, não sobre nenhum doce? Lembrando que é necessário ter pelo menos um tipo de cada doce.

Fonte: Plano de aula, turma LM1, Anexo 7.

Nas considerações finais da aula, a professora Liz sugeriu que os futuros professores, de modo assíncrono, concluíssem o plano de aula para posterior envio ao professor do 6.º ano. De seguida, esse professor iria participar da discussão coletiva na aula síncrona. Ela também estimulou os futuros professores a observarem as aulas dos professores, na escola.

O *décimo segundo encontro, d*urante a semana, o professor da escola combinou com a professora Liz para que esse momento com os futuros professores acontecesse após a aula de Matemática da escola. Estava previsto discutir as duas questões da tarefa exploratória, no entanto, como não foi possível a conclusão da análise dessas questões, ficou acordado com o professor da escola participar no horário da aula de estágio para prosseguir com a análise da questão dois. Dessa forma, esse décimo segundo encontro ficou fragmentado em duas partes, sendo a primeira gravada apenas em áudio e a segunda, gravada em vídeo, porque foi no ambiente da aula síncrona.

Na primeira parte, a professora Liz apresentou o *slide* produzido pelos futuros professores com as duas questões que compunham a tarefa exploratória para a aula de investigação. A professora Liz apresentou ao professor da escola a tarefa exploratória, com pouca participação dos cinco futuros professores presentes na aula. Durante o encontro, a professora Liz apresentou alguns dados desafiantes na elaboração da tarefa exploratória, com destaque para a participação dos alunos e para as estratégias de ensino.

Na segunda parte do encontro, a participação dos futuros professores foi muito mais efetiva, com perguntas e esclarecimentos, havendo uma maior interação entre todos. Observou-se o empenho da professora Liz para que todas as dúvidas, referentes à aula a ser realizada, fossem discutidas.

A professora Liz, ao encerrar a aula, solicitou ao professor da escola que ele olhasse o *slide* produzido para a aula de investigação. A partir das sugestões do professor da escola, os futuros professores ficaram com a tarefa de fazer as modificações sugeridas no plano de aula e de realizar uma apresentação da aula de investigação para os colegas de ESO II. Essa foi uma sugestão de José, que fez a proposta de ensaio da aula de investigação.

O *décimo terceiro* encontro teve três objetivos. O primeiro era analisar o plano de aula de acordo com as sugestões do professor da escola. As discussões tiveram uma atenção maior nas possíveis dúvidas dos alunos e na antecipação de suas possíveis respostas. Para o segundo, voltou-se ao documento da BNCC (2018) para verificar quais seriam as habilidades desenvolvidas, de acordo com o plano de aula. O terceiro seria escolher o futuro professor que lecionaria a aula de investigação.

Na segunda parte da aula, após a escolha de Ivan para lecionar a aula de investigação, os participantes discutiram os *slides,* fizeram observações relacionadas aos conceitos e às estratégias e discutiram as questões relacionadas ao tempo para a realização de cada item da questão. Ivan solicitou à turma que eles deveriam ter um ensaio da aula de investigação, o que ficou acordado para o dia seguinte, fora do horário da aula.

Como extensão desse encontro, o *ensaio da aula de investigação* contou com a participação de quatro futuros professores, incluindo Ivan, a professora Liz e a pesquisadora. Ivan realizou o ensaio e os participantes fizeram considerações voltadas tanto para os aspectos da condução da aula quanto para os relacionados ao conteúdo, com preocupações na participação dos alunos, assim como na observação aos conceitos relacionados ao conteúdo

Aula de investigação

O *décimo quarto* encontro foi a aula de investigação, lecionada por Ivan. A aula teve duração de 60 minutos e contou com a participação de 17 alunos, de sete futuros professores, do professor da escola, da professora Liz e da pesquisadora, faltando apenas Fábio.

Ao iniciar a aula, Ivan, após se identificar como estagiário do curso de Matemática da UFRPE, falou que tinha elaborado uma tarefa e que gostaria de que todos participassem e tentassem responder às questões. Na primeira questão, Ivan solicitou que um dos alunos a lesse. Ao terminar a leitura, um outro aluno pediu para responder e, à medida que ele falava, Ivan escrevia na lousa digital. Em seguida, uma aluna perguntou para Ivan o porquê de a questão ter várias perguntas para o mesmo enunciado. Ivan explicou que, de fato, as perguntas são diferentes, apesar de estarem todas dentro de um mesmo contexto, acrescentando, ainda, que ele poderia ter feito mais perguntas.

Ao final da primeira questão, havia a pergunta: “Tudo bem até aqui? Comentários.” Então, os alunos foram chamados a comentar como tinham resolvido e a tirar suas dúvidas. Devido ao tempo da aula, Ivan não conseguiu concluir todas as

perguntas da primeira questão, mas a sua sugestão foi de que eles respondessem toda à questão 1 por completo.

A aula terminou com Ivan agradecendo aos alunos e solicitando que eles disponibilizassem os registros de suas atividades no ambiente virtual da sala de aula. Ao final da aula de investigação, os alunos perguntaram se essa atividade teria sequência na semana seguinte. Em seguida, fizeram alguns comentários e agradeceram ao futuro professor.

Os dezessete alunos participantes enviaram suas respostas para o professor da escola, o qual as disponibilizou para a turma de ESO II.

Discussão pós-aula

A professora Liz, ao iniciar o *décimo quinto* encontro, lembrou que estavam previstos dois momentos para a aula: comentar a aula de investigação, que ocorreu no décimo quarto encontro, e olhar novamente para o plano de aula, com foco nas atividades para os alunos de 7.º ano. Também foi nesse encontro que foi selecionado o futuro professor que iria selecionar a aula de investigação no 6.º ano.

Antes de iniciar a discussão pós-aula, a turma conversou sobre como ter acesso às tarefas que foram enviadas pelos alunos participantes da aula de investigação. A professora Liz também destacou a participação de todos os futuros professores na aula de investigação.

No início da discussão pós-aula, a professora Liz pediu que cada futuro professor comentasse sobre as suas observações, destacando o que os surpreendeu e se tudo ocorreu como esperado. A discussão começou pelo futuro professor que lecionou a aula, por recomendação da pesquisadora - que lhe sugeriu que comentasse sobre os seguintes aspectos: as aprendizagens dos alunos, o que o levou a optar pelas estratégias de ensino utilizadas durante a aula, o que o levaria a fazer diferente, que reflexões fez sobre as considerações do professor do 6.º ano, quando ele chamou atenção para alguns conceitos matemáticos envolvidos, e, por fim, que conclusões ele tirou da aula. Após as reflexões do futuro professor, todos os presentes fizeram suas considerações sobre as aprendizagens dos alunos e sobre as opções didáticas envolvidas na aula de investigação.

Ao final do encontro, ficou acertado que a aula de investigação, no 7.º ano, seria realizada sob a regência de José. Além disso, os futuros professores mostraram-se preocupados com os relatos de experiência que deveriam produzir como parte da

avaliação da disciplina. A sugestão foi manter uma estrutura única para que todos pudessem realizar suas escritas.

Admitindo ser importante começar a discussão pelo futuro professor que lecionou a aula de investigação, a turma reconheceu que a discussão pós-aula não deveria ser iniciada sem a participação do futuro professor que lecionou a aula.

(Re)planejamento da aula de investigação

O *décimo sexto* encontro contou com a participação do professor do 7.º ano da escola básica. Inicialmente, a professora Liz descreveu mais de uma vez as etapas vivenciadas no estudo de aula, destacando que, a partir do tema escolhido pelos participantes, foi feita uma pesquisa nos documentos oficiais e em materiais curriculares para a definição do objetivo de aprendizagem, de estudo e de elaboração de tarefas exploratórias. Ela também falou da importância do professor do 6.º ano nas discussões pós-aula, com sugestões de mudanças para o plano de aula e para os *slides* da aula de investigação no 7.º ano, com relação ao contexto da tarefa. Após essas considerações, a professora Liz apresentou os *slides* da aula de investigação realizada no 6.º ano.

O professor do 7.º ano destacou importantes conceitos que devem ser levados em consideração para a realização de tarefas dentro das estruturas multiplicativas, indicando que os conceitos de partição, de cotição e de inverso multiplicativo devem ser privilegiados nas tarefas.

Durante a participação do professor da escola na discussão do plano de aula e na apresentação dos *slides* que iriam orientar a aula de investigação, a discussão se concentrou na professora Liz. Ela apresentou o plano de aula, discutiu os *slides* tirou as dúvidas que, porventura, poderiam surgir, analisou as potencialidades das tarefas, falou da aula de investigação anteriormente apresentada, mostrou as dificuldades geradas pelo ambiente remoto e tirou dúvidas relacionadas aos conceitos e às dificuldades de ensino. A participação dos futuros professores ficou limitada apenas a ouvir a professora e o professor discutindo.

O professor da escola sugeriu que mais de um futuro professor deveria ministrar a aula, mas a sugestão não foi acatada pelo grupo, devido ao reconhecimento de que cada um dos futuros professores estava apto a ministrar a aula. Para ele, essas intervenções poderiam contribuir para ajudar os alunos, principalmente nesse modelo remoto exige que o professor esteja atento ao chat. Outra sugestão dele foi incluir, no plano de aula, o nome de José como o futuro professor que iria ministrar a aula de investigação.

Ao final de sua participação, o professor da escola elogiou a tarefa exploratória e o plano de aula, sem indicar necessidades de mudanças. A aula foi encerrada com o agendamento de um encontro para José ensaiar a aula de investigação.

2.ª Aula de investigação e 2.ª discussão pós-aula

O *décimo sétimo* encontro foi dividido em dois momentos: a aula de investigação no 7.º ano, que foi lecionada por José, e a discussão pós-aula. Para esse encontro, o professor da escola convidou um outro professor da mesma escola. Segundo o professor da escola, o professor convidado investigava como os alunos desenvolvem aprendizagens relativas aos processos aditivos e multiplicativos.

A aula de investigação iniciou com o professor da escola preocupado com a frequência dos alunos. Em seguida, ele apresentou o futuro professor que ministrou a aula. O futuro professor iniciou com uma breve apresentação, lembrando que já esteve no ambiente da sala de aula e que, neste momento, ele iria trabalhar uma tarefa e contava com a participação de todos. Solicitou, principalmente, que todos os alunos respondessem à tarefa, compartilhando suas respostas. Logo no início da aula, duas alunas pediram para responder à tarefa e perguntaram se deveriam responder no momento ou se responderiam depois. Nessa turma, José conseguiu responder a todas as perguntas da questão 1 e parte da questão 2. O futuro professor encerrou a aula de investigação sugerindo que os alunos tentassem responder a toda à questão 2 por completo e postassem suas respostas no ambiente virtual da sala de aula.

Após as considerações e os agradecimentos de José aos alunos, o professor da escola pediu que os alunos fizessem alguns comentários sobre o que acharam da aula. Para isso, ele chamou, nominalmente, cada aluno. O professor da escola se despediu dos alunos e pediu que a professora Liz desse os encaminhamentos. A professora agradeceu aos professores e afirmou que a participação dos professores da escola foi, no momento da aula, uma presença importante, podendo, com isso, contribuir com as discussões pós-aula.

O professor da escola disse que tinha feito algumas observações que mereciam ser revistas. Ele fez algumas sugestões pertinentes sobre a aprendizagem dos alunos e sobre o ensino. Depois, o professor da escola que foi convidado disse que estava interessado em compreender as ideias de divisão que estavam por trás da tarefa proposta. Após as considerações dos professores, a professora Liz fez seus comentários, lembrando que esse era um processo de aprendizagem para o futuro professor. Ela elogiou a aula do futuro

professor. Em seguida, Lara fez comentários relacionados às dificuldades dos alunos, provocadas pelo ambiente virtual. José fez suas considerações, destacando que pensou em atender ao máximo de questões possível e às dúvidas dos alunos. Em seguida, todos os futuros professores fizeram seus comentários.

A aula foi finalizada com outros comentários do professor da escola, pontuando questões relacionadas ao conhecimento matemático para o ensino. Ele lembrou também a importância de o professor conhecer todos os conceitos matemáticos que estão envolvidos no conteúdo da aula como um modo de crescimento profissional. Tais comentários se relacionam com as explicações dadas, por um dos futuros professores, aos conceitos de números opostos e simétricos como sinônimos de inversos.

Reflexão pós-aula

Para esta etapa, os futuros professores dessa turma disponibilizaram suas produções escritas sobre o processo vivenciado. Não houve uma apresentação individualizada dessas produções, nas quais duas estavam em relato de experiência e seis em formato de relatório.

Síntese dos encontros e das atividades

O estudo de aula realizado na turma LM1, ocorreu ao longo de dezessete encontros, sendo dois deles referentes às aulas de investigação (15º e 17º encontros). Os outros quinze foram distribuídos para as demais atividades, com destaque ao planejamento da aula de investigação que foi desenvolvido em doze encontros.

No momento de pandemia, a frequência do futuro professor às aulas síncronas não foi obrigatória, já que todas foram gravadas e disponibilizadas no ambiente virtual para que o futuro professor realizasse as atividades solicitadas e postassem de forma assíncrona no ambiente virtual de aprendizagem. Mesmo assim, pode considerar-se que a frequência do futuro professor às aulas atendeu aos objetivos da disciplina e aos interesses da pesquisa.

A primeira etapa do estudo de aula, para identificação do problema de aprendizagem dos alunos, foi organizada em dois encontros. No primeiro, houve as apresentações pessoais dos participantes. A seguir, a investigadora fez uma abordagem preliminar do plano de aula da disciplina e de sua relação com a pesquisa de Doutorado durante a realização do estágio supervisionado. No segundo encontro, discutiram-se, inicialmente, os aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula e, a seguir, houve a

participação do professor da escola que teve o importante papel para a identificação do problema de aprendizagem dos alunos.

A etapa do planejamento foi organizada em quatorze encontros nos quais houve o estudo minucioso para preparação das duas aulas de investigação, sendo onze encontros para o planejamento da primeira aula e três encontros para discussões pós-aula, análise e mudanças no plano de aula.

A terceira etapa do estudo de aula corresponde às aulas de investigação, decorreu no 14.º e no 17.º encontro, nas turmas de 6.º e 7.º ano, respectivamente. Essas aulas de investigação contaram com a participação de sete, dos oito, futuros professores, da professora formadora, do professor da escola e da investigadora. A aula de investigação da turma do 7.º ano contou, ainda, com a participação de um outro professor da escola que participou da aula para observar a realização de tarefa exploratória sobre divisão.

A etapa de discussão pós-aula, correspondente às duas aulas de investigação, aconteceu nos 15.º e 17.º encontros. De acordo com o previsto no planejamento, houve um encontro após cada aula de investigação para se discutir as ocorrências que evidenciaram as aprendizagens dos alunos. Nesses encontros, os participantes se mostraram seguros em suas reflexões, nas quais destacaram as opções de Ivan e José na condução dessas aulas e nelas compararam as ocorrências com o previsto no planejamento e na descrição no plano de aula.

A discussão pós-aula da primeira aula de investigação se iniciou por Ivan; já na segunda, a discussão se iniciou pelo professor da escola que, após agradecer a participação dos alunos, seguiu fazendo seus comentários. Em seguida, por orientação da investigadora, José fez suas considerações.

Nesta etapa, houve a predominância nas discussões em analisar os fatos ocorridos. Inicialmente, o futuro professor que lecionou a aula fez suas observações sobre a participação dos alunos, suas aprendizagens e sobre suas opções didáticas. Seguindo a discussão, os participantes que fizeram apreciações, com destaque aos aspectos do conhecimento matemático do futuro professor que ministrou aula.

O encerramento dos encontros virtuais síncronos aconteceu junto à aula de investigação no 7.º ano e às discussões pós-aula. Como última etapa do estudo de aula, referente às reflexões pós-aula, foi designado que cada futuro professor escrevesse seu relato de experiência e o disponibilizasse no ambiente virtual da disciplina, como parte de sua avaliação, sendo essa tarefa cumprida por todos.

A seguir, utilizo dois recursos (Figura 8 e Tabela 6) para ilustrar as etapas e as atividades realizadas em cada uma delas no estudo de aula realizado na turma LM1.

Esquema demonstrativo das cinco etapas do estudo de aula e as atividades realizadas em cada encontro.

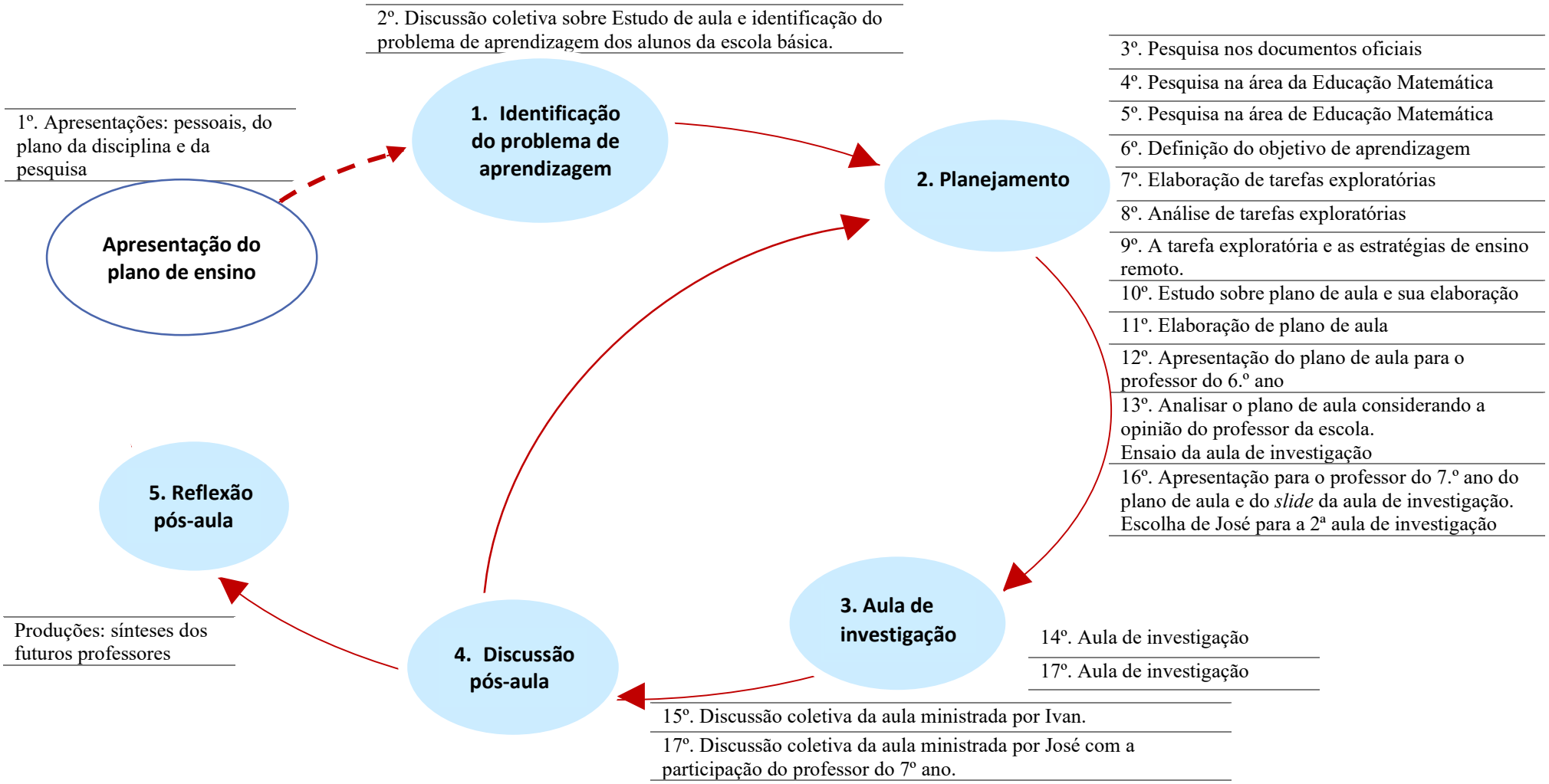


Figura 8: Relação entre as etapas do estudo de aula e as atividades realizadas. (Elaboração própria).

Tabela 7: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO II, com a turma LM1.

Etapas	Encontros/conteúdos		Objetivos	Atividades
Identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos	1º	- Apresentações individuais. - Discussões sobre os conceitos que permeiam o estágio. - Apresentação do plano da disciplina. - Apresentação da pesquisa e da sua importância para o estágio.	- Conhecer os participantes como pessoas e como futuros professores. - Discutir a importância do estágio supervisionado na formação inicial com o objetivo principal de aproximação com a realidade escolar. - Apresentar a importância da realização de pesquisas no estágio supervisionado para a superação de seus desafios e para o enriquecimento desse processo formativo.	- Relatos individuais dos futuros professores sobre sua escolha pela profissão. - Descrição das experiências anteriores com o ensino e das suas expectativas com a disciplina e com a profissão. - Apresentação aos futuros professores do plano da disciplina para negociações prévias.
	2º	- Apresentação dos aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula. - Identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos.	- Apresentar os aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula. - Conhecer as dificuldades de aprendizagem dos alunos da escola onde a aula de investigação foi realizada. - Selecionar o conteúdo a ser estudado e lecionado na aula de investigação.	- Leitura, síntese de texto e discussão coletiva dos artigos de Utimura et al (2020) e Richit e Ponte (2020). - Com a participação de uma professora da escola, identificou-se o problema de aprendizagem dos alunos e se selecionou o conteúdo para o planejamento.
	3º	Discussões sobre as orientações oficiais sobre divisão.	- Identificar, nos documentos oficiais, os objetos e/ou as habilidades que tratam dos conteúdos de divisão. - Investigar como o conteúdo de divisão se apresenta nos documentos oficiais e quais são as orientações didáticas para o ensino e para a aprendizagem desse conteúdo.	Produção e apresentação de *slides* sobre os documentos PCN (1997), PCN+ (2002) e BNCC (2018).

Planejamento	4º	Discussões sobre as pesquisas realizadas na área de Educação Matemática sobre divisão.	Analisar e refletir sobre as pesquisas da área da Educação Matemática para identificar as propostas de ensino e de aprendizagem para os conteúdos de divisão, na educação básica.	- Estudo de materiais curriculares: artigos em revistas ou anais de congressos, relatos de experiência, dissertações e/ou teses. - Produção de texto. - Apresentações das produções dos futuros professores sobre o ensino e sobre a aprendizagem dos conteúdos de divisão.
	5º	Discussões sobre as pesquisas realizadas na área de Educação Matemática sobre divisão.	Analisar e refletir sobre os materiais curriculares da Educação Matemática para a identificação de propostas de ensino e de aprendizagem para os conteúdos de divisão.	Apresentações das produções dos futuros professores sobre o ensino e sobre a aprendizagem dos conteúdos de divisão.
	6º	- Elaboração do objetivo de aprendizagem. - Estudo sobre diferentes tipos de tarefas (Ponte, 2005).	Elaborar o objetivo de aprendizagem a partir das dificuldades dos alunos e de acordo com o estudo em materiais curriculares.	Discussões coletivas, na aula síncrona, sobre o objetivo de aprendizagem.
	7º	- Estudo sobre diferentes tipos de tarefas (Ponte, 2005). - Seleção/adaptação ou elaboração de tarefas.	- Discutir o artigo de Ponte (2005). - Analisar tarefas sugeridas pelos futuros professores.	- Produção de síntese do artigo de Ponte (2005). - Selecionar, adaptar ou elaborar tarefas de divisão.
	8º	Análise das tarefas.	Analisar tarefas selecionadas, adaptadas ou elaboradas pelos futuros professores, identificando suas potencialidades e suas limitações nas aprendizagens dos alunos.	Discutir as tarefas selecionadas, adaptadas ou elaboradas pelos futuros professores.
	9º	- Estudo de estratégias de ensino no ambiente remoto. - Estudo das características de plano de aula a partir de Ponte et al. (2015)	- Discutir as dificuldades apresentadas pelo ambiente remoto na realização de aulas de Matemática. - Catalogar em um único documento as tarefas selecionadas para análise.	Leitura e síntese do artigo de Ponte et al. (2015).

	10º	Estudo das características de plano de aula, a partir de Ponte et al. (2015)	- Analisar as características apontadas por Ponte et al. (2015) sobre plano de aula. - Selecionar e justificar a escolha das seis tarefas exploratórias, indicando as suas características.	- Discussões sobre a produção do plano de aula. - Escolha das tarefas exploratórias. - Produção de material.
	11º	- Apresentação dos planos de aula elaborados. - Discussões sobre antecipação das dificuldades de aprendizagem dos alunos e sobre as possíveis estratégias de resolução da tarefa exploratória.	Discutir os cinco critérios sugeridos por Ponte et al. (2015) para a elaboração do plano de aula, a partir das seis tarefas exploratórias escolhidas.	Discussões sobre as tarefas exploratórias selecionadas para a elaboração do plano de aula.
	12º	- Definição da tarefa exploratória. - Análise do plano de aula	Apresentar os planos de aula elaborados por cada futuro professor, a partir da escolha de quatro questões.	Apresentação dos planos de aula, com foco nas possíveis dificuldades dos alunos e nas suas estratégias de resolução.
	13º	- Apresentação dos slides para a realização da aula de investigação - Ensaio da aula de investigação de Ivan	Discutir o plano de aula, juntamente ao professor da escola do 6º ano, para que ele apresente as suas considerações.	Discussão coletiva, com a participação do professor da escola, para Ensaio da aula de investigação.
	16º	- Participação do professor do 7º ano para análise do plano de aula. - Ensaio da aula de investigação de José.	- Discutir o plano de aula com o professor do 7º ano. - Apresentar a aula de investigação para o professor do 7º ano.	- Apresentação do plano de aula para o professor do 7º ano, considerando as sugestões do professor. - Apresentação da aula de investigação, como ensaio, para o professor do 7º ano.
Aula de investigação	14º	Aula de investigação de Ivan	Lecionar a aula de investigação, enquanto os demais observam.	Realização e observação da aula de investigação.
	17º	Aula de investigação de José	Lecionar a aula investigação, enquanto os demais observam.	Realização da aula de investigação, enquanto os demais observam.

Discussão pós-aula	15º	Discussão pós-aula sem a participação do professor da escola.	- Discutir a aula de investigação de Ivan, com foco nas aprendizagens dos alunos. - Analisar novamente o plano de aula, a partir das observações dos participantes.	- Discussões coletivas sobre a aula de investigação. - Análise e modificações possíveis no plano de aula.
	17º	Discussão pós-aula com a participação do professor do 7º ano.	Discutir a aula de investigação de José com foco nas aprendizagens dos alunos e nos aspectos do ensino.	Discussões coletivas realizadas logo após a aula de investigação.
Reflexão pós-aula		Produções individuais dos futuros professores.	Produzir relatos de experiência com foco na experiência do estudo de aula.	Produção individual de relatos de experiências.

6.2 Descrição das etapas e das ações do estudo de aula da turma LM3

Aula inicial

Ao iniciar o *primeiro encontro* da disciplina de ESO II, a professora Mel destacou a participação da investigadora, na perspectiva de um trabalho colaborativo, e falou da importância da pesquisa, no âmbito do estágio supervisionado obrigatório, para o entendimento e para a superação de alguns obstáculos nesse processo formativo. Em seguida, destacou ser necessária a presença dos futuros professores nos momentos síncronos para realizar discussões e para desenvolver atividades no momento da aula, apesar de as aulas serem gravadas e disponibilizadas no ambiente virtual de aprendizagem.

Após a exposição dos motivos relacionados à organização da disciplina, a professora Mel sugeriu que cada futuro professor se apresentasse e relatasse as experiências vivenciadas em ESO I, descrevendo, inclusive, como foi a aproximação com a escola, durante a disciplina de ESO I, e quais eram as expectativas para o ESO II.

Nas narrativas dos futuros professores, pode-se notar que foram diversas as dificuldades vivenciadas no ESO I, durante o período de pandemia do SARS-Cov 2, principalmente, as relacionadas: (i) à documentação que regula o estágio; (ii) à aproximação à escola, aos seus professores e, consequentemente, ao acesso à sala de aula; e (iii) à compreensão das aprendizagens dos alunos, já que poucos frequentaram as aulas virtuais e os presentes pouco participavam. Os futuros professores também pontuaram as dificuldades para a produção do relatório como parte da avaliação da disciplina. Quanto ao acesso à escola, a professora Mel argumentou que o “acesso à escola e à sala de aula se tornaram muito mais complicados", constituindo uma das principais preocupações dos professores de estágio nesse período pandêmico.

Nesse primeiro encontro, os futuros professores citaram várias situações vivenciadas no ESO I, revelando o quão diferentes são as experiências vivenciadas por eles. Observou-se que cada um desenvolveu seu estágio dissociado dos demais e conforme as suas adequações. Indicaram ser conveniente desenvolver as atividades em escolas perto de suas residências e de acordo com as atividades de ensino que já realizavam. Observou-se também que os futuros professores, nesse primeiro encontro, já indicavam à escola que iriam realizar as atividades, tendo, muitas vezes, a sua escolha relacionada às necessidades individuais. No entanto, os futuros professores consideraram serem importantes as atividades de estágio, pois

a aproximação à escola e à sala de aula possibilita outras formas de observar a escola e a prática docente.

A professora Mel concluiu a primeira parte da aula explicando o quanto foi desafiador pensar em um planejamento, nesse modo remoto, por falta de experiência dela, dos futuros professores e da escola básica. Ela fez referências às incertezas do envolvimento da escola básica com ESO II, reconhecendo que os desafios se somam quando as aulas, nesses dois ambientes, são desenvolvidas totalmente no modelo remoto.

No segundo momento da aula, as considerações iniciais residiram em torno dos aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula, principalmente na natureza colaborativa e reflexiva desse processo formativo e nas etapas do ciclo do estudo de aula. Para isso, evidenciou-se que nenhuma atividade seria desenvolvida individualmente, mas em parceria com todos os participantes, com apenas a escrita do relato de experiência, como parte da avaliação da disciplina, desenvolvida individualmente por cada futuro professor. Essas explicações foram essenciais para o entendimento do plano de ensino de ESO II, que foi estruturado pela investigadora.

Nas discussões do plano de ensino de ESO II, foram apresentados os objetivos, as estratégias e as atividades a serem desenvolvidas nos quinze encontros síncronos, todos organizados para atender as cinco etapas do estudo de aula: identificação do problema de aprendizagem, planejamento, aula de investigação, discussões pós-aula e reflexão pós-aula.

A professora Mel finalizou a aula recomendando aos futuros professores que, durante a semana, participassem do fórum sobre estudo de aula, para discussão na próxima aula, com disponibilidade dos textos de Utimura, Borelli e Curi (2020) e dos questionamentos: 1. Como o estudo de aula está sendo desenvolvido nos países citados pelas autoras e quais são as adaptações feitas por cada uma delas, de modo a contemplar a realidade de seus professores?; e, 2. Que objetivos e características predominam no desenvolvimento desse processo formativo, citados pelas autoras? Ao final da aula, a investigadora falou do consentimento para investigação, para fim de documentar junto ao conselho de ética da UFRPE.

Estudo preparatório e planejamento da aula de investigação

No *segundo encontro,* a professora Mel iniciou a aula falando das possíveis dúvidas dos futuros professores com relação ao estágio. Ela apresentou a possibilidade de integrar um projeto de extensão à disciplina de ESO II. A adesão ao projeto tirou do futuro professor

a necessidade de encontrar escolas para a realização de seus estágios, pois o projeto somente poderia ser desenvolvido se estivesse vinculado a algumas escolas e com seus professores como participantes integrantes do projeto. Adicionalmente, isso desobrigou o futuro professor de entregar os documentos regulatórios de estágio aos setores responsáveis pelo estágio. Por outro lado, as três escolas parceiras do projeto de extensão foram os espaços para a realização do estágio de dezenove futuros professores.

A atividade para esse segundo encontro síncrono solicitava que os futuros professores lessem o texto de Utimura, Borelli e Curi (2020) e fizessem suas considerações aos dois questionamentos acima referidos.

Dezesseis dos dezenove futuros professores postaram suas sínteses, contemplando os requisitos do questionamento. Talvez, por isso, as discussões, durante a aula, se iniciaram com várias indagações, dentre as principais: cada futuro professor vai realizar uma aula, enquanto outros observam? Como encontrar turmas de um mesmo ano escolar que atenda a todos os futuros professores? É possível mais de um futuro professor lecionar a mesma aula? Nesse encontro, as discussões sobre o estudo de aula indicaram serem importantes o envolvimento dos professores, as adaptações aos grupos de acordo com os seus contextos e a predominância de suas características, como estudar, planejar, ministrar e refletir.

Ao final, a professora Mel justificou que "esse trabalho é essencialmente colaborativo". Lembrou, também, o quão necessário é trabalhar as práticas colaborativas e reflexivas, na formação inicial, como um processo de aprendizagem, para que os futuros professores, ao "chegarem na escola, lugar onde mais se precisa disso, possam desenvolver" tais práticas. Ainda, ela pontuou alguns problemas vivenciados durante a formação inicial, tais como: i) a necessidade de superar crenças baseadas na individualidade docente; ii) que saber o conteúdo não é suficiente para uma boa aula; e iii) que o futuro professor será, na escola, muito daquilo que se aprende na formação inicial. Ela considerou que esses problemas podem continuar durante a profissão docente e que o estudo de aula, com sua proposta colaborativa, pode fazer parte da pesquisa sobre a própria prática.

Ao iniciar o *terceiro encontro,* a professora Mel destacou que é um desafio trazer professores de Matemática para a aula de ESO, mas que isso é um momento importante para compreender os fatos pertinentes à realidade escolar. Após essas considerações, ela falou do objetivo da aula, partindo das orientações postadas no ambiente virtual, em que cada futuro professor deveria coletar um depoimento, em áudio ou em vídeo, de um professor em

serviço, preferencialmente do Ensino Fundamental, a partir das questões: 1. Que conteúdo mais frequentemente surge no cenário da aula como um obstáculo às aprendizagens dos alunos?; e 2. De que forma esses obstáculos se apresentam que impedem a promoção das aprendizagens dos alunos?

Além disso, três professores em serviço participaram da aula síncrona para colaborar com as discussões sobre as dificuldades de aprendizagens dos alunos. Estava previsto que um desses professores seria o professor supervisor da aula de investigação, já que também estava vinculado à escola em que duas, das três, aulas de investigação ocorreriam.

Nesse terceiro encontro, os três professores da escola se posicionaram com relação à dificuldade de aprendizagem dos alunos nos diferentes conteúdos: frações e suas operações, números decimais, regras de três, grandezas direta e inversamente proporcionais, potências, radiciação, gráficos de funções e interpretação de enunciados de problemas. Para eles, as dificuldades de aprendizagem dos alunos parecem não ter solução, ao iniciarem nos anos iniciais e persistirem ao longo de toda a educação básica, chegando a causar fragilidades emocionais nos alunos. Eles justificaram que, embora os professores não sejam os únicos culpados, na maioria das vezes, esses problemas se ligam às dificuldades dos professores em contribuir com os alunos para a construção de sentidos e de significados na Matemática. Esses posicionamentos foram comuns nos discursos dos professores. Eles reconheceram que os conteúdos em que residem as maiores dificuldades de aprendizagem dos alunos eram em álgebra, especialmente as equações. Ao final da participação dos professores, a professora Mel defendeu que aproximar os professores da escola à disciplina de estágio é também uma forma de contribuir para o acesso dos futuros professores à escola e à sala de aula.

Para o segundo momento da aula, a turma ouviu as gravações em áudio e em vídeo de professores da escola básica sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Após as audições, cada futuro professor se posicionou e escolheu, entre os diversos relatos, aquele que ele considerou relevante para contribuir com as aprendizagens dos alunos. Pode notar-se que os professores entrevistados indicaram as operações básicas e a álgebra como os conteúdos em que os alunos apresentam maiores dificuldades.

Ao final das audições, os futuros professores se posicionaram sobre as diversas narrativas dos entrevistados, principalmente com relação à escolha dos conteúdos de álgebra e das operações básicas, por serem conteúdos que mais se fizeram presentes nos discursos dos professores. Após essa fase de discussão, os futuros professores reconheceram que seria

importante contribuir com as aprendizagens dos alunos nos conteúdos de multiplicação e de divisão. O encerramento da aula aconteceu com as orientações da tarefa a ser apresentada no próximo encontro.

Depois de selecionar o conteúdo, para o *quarto encontro,* os futuros professores compartilharam as pesquisas realizadas nos PCN (1997), nos PCN^{+} Ensino Médio (2002) e na BNCC (2018), com relação às orientações *didáticas e metodológicas* relativas aos *conteúdos de multiplicação e divisão*. Para a realização da pesquisa, dois futuros professores, individualmente, selecionaram um documento e um ano de escolaridade para investigar como os conteúdos de multiplicação e de divisão se apresentam e quais são as orientações didáticas dadas aos professores de modo a auxiliá-los no tratamento desses conteúdos na prática docente. Para as apresentações, a sugestão foi uma discussão coletiva sobre o compartilhamento do material produzido pelos futuros professores. Eles adotaram como critérios de análise palavras, objetos de conhecimento, competências e/ou habilidades relacionadas aos conteúdos de multiplicação e de divisão, nas cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e estatística e probabilidade.

Como parte das sínteses das apresentações, a professora Mel chamou a atenção da turma por não ter identificado, nas discussões, os conceitos que envolvem a multiplicação e a divisão e por apenas indicarem que conteúdos das cinco unidades temáticas, de algum modo, utilizam esses assuntos como instrumentos para o desenvolvimento de conceitos. No final, os futuros professores concordaram com a professora Mel e acabaram por sugerir "não ser interessante continuar focando na multiplicação e na divisão, mas em conteúdos que precisam da multiplicação e da divisão para a promoção das aprendizagens dos alunos".

A partir disso, a proposta do grupo foi redirecionar as atividades do ESO II para os conteúdos de álgebra, especificamente para as equações do 1.º grau, para alunos do 7.º ano, com um olhar atento para as questões de multiplicação e de divisão, mas com foco nos conceitos que envolvem as equações do 1.º grau. A partir dessa mudança, a orientação foi investigar, em materiais curriculares (artigos, dissertações, teses ou livros), aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem da álgebra.

Iniciou-se o *quinto encontro* retomando as orientações disponibilizadas no ambiente virtual, no qual se recomendava que a turma se distribuísse em grupo e selecionasse um material curricular em formato de artigo, de dissertação ou de tese, que tenha como objeto o estudo da álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Cada grupo deveria preparar uma

síntese do material selecionado e organizar uma apresentação que contemplasse os seguintes aspectos: objetivo da pesquisa, participantes e nível de escolaridade, tarefas Matemáticas discutidas no trabalho, principais resultados e principais conclusões. Além disso, cada grupo deveria discutir materiais que tivessem como eixo de discussão: (i) o pensamento algébrico e/ou linguagem algébrica; (ii) a generalização a partir de regularidades; (iii) o significado do uso das letras na álgebra; (iv) a tradução de problemas para a linguagem algébrica; (v) os erros e as dificuldades mais frequentes na aprendizagem de álgebra; (vi) as abordagens dos livros didáticos; e/ou (vii) as abordagens metodológicas sugeridas e/ou adotadas pelos docentes.

Para esse estudo, foram disponibilizados alguns artigos no ambiente virtual, mas os futuros professores poderiam optar por estudar em outros materiais, apesar de terem que disponibilizar o *link,* no ambiente virtual, para que todos tivessem acesso. Ao todo, foram apresentados três artigos e uma dissertação, com os títulos:

1. Equações do 1.º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio (Freitas, 2002).
2. Níveis de desenvolvimentos do pensamento algébrico de estudantes dos anos finais do ensino fundamental: o caso dos problemas de partilha (Almeida & Santos, 2019).
3. Análise de erros em soluções de questões de álgebra: uma pesquisa com alunos do ensino fundamental (Brum & Cury, 2013).
4. Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade (Ponte & Velez, 2011).

No primeiro trabalho, os futuros professores identificaram que a pesquisa tratava dos erros dos alunos, relacionados aos aspectos conceituais e aos métodos de resolução, e sugeriram novas estratégias de resolução para as tarefas. Em seguida, os futuros professores apresentaram os tipos de tarefas, apresentadas na pesquisa, que eles identificaram como equações aritméticas ($ax = b$) e como equações algébricas ($ax + b = cx + d$), sendo interesse dos autores identificar nessas equações como os alunos utilizam as estratégias de resolução, considerando os processos operatórios da soma, da subtração, da multiplicação e da divisão nas equações do tipo $-4x = -8$ e $x + 3 = 2x + 4$, respectivamente aritmética e algébrica.

No segundo material, os futuros professores discutiram os níveis de pensamento algébrico de alunos do 7.º ano do ensino fundamental, a partir de problemas de partilha. Para os futuros professores, esses problemas se caracterizam pela repartição de uma quantidade conhecida em partes desiguais e desconhecidas, cujas variáveis desconhecidas podem

interferir na aprendizagem dos alunos, devido ao número de relações que podem ser envolvidas, à natureza das relações, que podem ser aditivas ou multiplicativas, e ao encadeamento das relações, que podem ser fontes, composição ou poço.

O terceiro grupo analisou um artigo que tratou dos erros cometidos por 23 alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública e de uma outra particular. O destaque dessa apresentação foi a discussão sobre as tarefas utilizadas na pesquisa. Os futuros professores discutiram essas tarefas mostrando que elas apresentavam características diferentes, mas com significativo potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Os futuros professores entenderam que muitos dos erros dos alunos se reportam à dificuldade de leitura e ao entendimento dos problemas. Eles indicaram também que quanto mais a tarefa se distanciar dos exercícios, cuja orientação à resposta está explicitada na tarefa, mais dificuldades os alunos terão em representá-la.

O último material curricular apresentado tratava de representações utilizadas pelos alunos nas resoluções de tarefas algébricas. O grupo apresentou as tarefas algébricas utilizadas na pesquisa, envolvendo duas questões de sequência de figuras, nas quais se pedia ao aluno que descrevesse a sequência, qual o elemento de um determinado termo e quantas vezes aparece um termo que se repete dentro de um determinado intervalo. O grupo destacou que o ensino de álgebra deve prestar a devida atenção na generalização, a partir de regularidades, e na interpretação do problema para a linguagem algébrica.

Pode perceber-se que o foco das apresentações dos futuros professores foi nas tarefas presentes nos quatro materiais, que tratavam do ensino e da aprendizagem da álgebra.

Ao final, a professora solicitou que a investigadora descrevesse as etapas do estudo de aula, para que os futuros professores identificassem a fase do ciclo de estudo de aula em que o grupo está inserido. Isso se deu porque a professora estava interessada em encaminhar a turma para a próxima aula, que seria sobre a elaboração do objetivo da aula de investigação e o estudo em material curricular sobre tarefas exploratórias.

Para o *sexto encontro*, estavam previstos dois momentos: no primeiro, a discussão coletiva sobre o objetivo de aprendizagem, elaborado de forma colaborativa, para o qual foi disponibilizado um *link* no *google drive,* que fez parte do fórum da semana. O segundo momento seria a discussão sobre as produções individuais, a partir do texto de Ponte (2005), com foco na compreensão dos diferentes tipos de tarefas matemáticas. Os futuros professores foram também orientados a pesquisar em artigos, em dissertações ou em teses por tarefas

exploratórias que envolvessem álgebra no Ensino Fundamental ou equações do primeiro grau.

Inicialmente, foram retomados alguns entendimentos da discussão do encontro anterior sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra, especificamente sobre equações do 1.º grau, para elencar categorias que contribuíssem para a superação das dificuldades de aprendizagem nesses conteúdos. Para a dinâmica da aula, a professora Mel apresentou um *slide* com todas as postagens dos futuros professores sobre os objetivos elaborados, com a intenção de encontrar pontos convergentes entre os objetivos elaborados e o tema da aula de investigação.

Para a elaboração do objetivo, apesar da escolha do conteúdo ser a álgebra, com foco nas equações do 1.º grau, os futuros professores apontaram vários outros conteúdos relacionando-os a equações do 1.º grau: função afim, lei de formação das funções, funções do 1.º grau, expressões algébricas do 1.º grau, análise gráfica e problemas envolvendo equações e inequações, como mostra o Quadro 3.

Quadro 3: Primeira versão dos objetivos elaborados pelos futuros professores.

Objetivo geral: Apresentar aos alunos um conteúdo vinculado com a realidade. Mostrar que as ferramentas matemáticas podem auxiliá-los a entender a relação entre os conjuntos. Compreender e solucionar problemas com recursos matemáticos. Objetivos específicos: - Compreensão sobre lei de formação das funções. - Entendimento sobre os diversos tipos de funções do primeiro grau. - Desenvolvimento de análise gráfica. - Conhecimento sobre problemas envolvendo equações e inequações.
Amenizar a dificuldade, ou dar a possibilidade aos alunos para que consigam desenvolver melhor a habilidade de transcrever uma questão que está em formato literal para uma versão com escrita algébrica.
Resolver problemas que envolvam a exploração do pensamento algébrico, de modo que quando formos construir a metodologia colocarmos problemas envolvendo a generalização.
Capacitar o aluno para ter uma visão global de uma expressão algébrica.

Para a discussão, os quatro futuros professores que se envolveram com a elaboração dos objetivos foram convidados a apresentá-los. Além do que se pode observar nas escritas

dos objetivos, as justificativas foram as mais diversas, com propósitos: i) na construção do sentido algébrico pelo aluno; ii) no estabelecimento de relações entre os elementos do domínio e do contradomínio de funções; iii) na compreensão do problema para a passagem para a forma algébrica; e iv) no vínculo da álgebra com o cotidiano dos alunos.

Percebendo as dificuldades para a elaboração do objetivo da aula de investigação, a professora Mel lembrou que os conteúdos de função não fazem parte do currículo oficial do 7.º ano. Para esse ano escolar, um dos importantes eixos da álgebra são as equações do 1.º grau, que podem contribuir para a construção do pensamento algébrico, tendo sido, principalmente, um conteúdo destacado por um dos professores da escola onde a aula de investigação foi realizada. Após esses comentários, a sugestão foi de abrir um espaço, nesse encontro síncrono, para que os futuros professores, colaborativamente, elaborassem um objetivo de aprendizagem, sem a participação da professora Mel e da investigadora. Para a realização da tarefa, compartilhou-se um *link* no *google drive* para que os professores elaborassem o objetivo.

Após essa discussão, a professora Mel sugeriu que os futuros professores voltassem a elaborar o objetivo, por considerar que eles não atenderam a tarefa.

Como última parte, houve uma apresentação de algumas ideias associadas às tarefas matemáticas, tais como: os conceitos associados à tarefa e à atividade, os diferentes contextos, a função do professor e o papel do aluno diante da tarefa, os critérios a serem considerados para a elaboração e para a resolução pelos alunos, os tipos e os graus de desafios e alguns exemplos.

Ao finalizar a aula, a sugestão foi que cada professor respondesse ao formulário disponível no *google forms* sobre os diferentes tipos de tarefas, em que eles deveriam classificar cada uma das oito tarefas em exercício, em problema, em exploratória ou em investigação e justificar sua resposta. Além disso, a professora Mel recomendou que produzissem uma síntese sobre tarefas, de acordo com o texto de Ponte (2005).

O *sétimo encontro* iniciou-se com a professora Mel lembrando que, com essa aula, se completa a primeira metade da disciplina, cujas atividades desenvolvidas originaram a nota da primeira avaliação de aprendizagem. Em seguida, ela retomou a discussão sobre os objetivos de aprendizagem, quando foram discutidos os objetivos de aprendizagem dos alunos sobre equações do 1.º grau, elaborados pelo grupo. Como segunda parte da aula, houve uma breve discussão sobre tarefas exploratórias a partir das pesquisas realizadas e, no

final, houve a construção de uma nuvem de palavras, relativas às características de tarefas exploratórias, a partir dos entendimentos dos futuros professores. Nessa aula, não foram discutidas as respostas dos treze futuros professores que responderam no *google forms* à questão: "Analise as tarefas e as enquadrem de acordo com o tipo. Explique sua escolha".

Para a discussão, houve o compartilhamento da página do *google drive*, cujo objetivo geral era resolver exercícios, problemas e tarefas de exploração e de investigação envolvendo equações do 1.º grau. Nesse aspecto, o grupo passou a refletir sobre a variedade de tarefas para um tempo curto de aula, cujo interesse foi de concluir que, além de inviável, não é possível haver aprofundamento e promoção da aprendizagem, podendo, inclusive, confundir o aluno, pois as habilidades envolvidas em cada tipo de tarefa requerem estratégias de resolução diferentes. Por sugestão da professora Mel, a turma voltou a elaborar os objetivos com foco nas aprendizagens dos alunos e apresentou os objetivos específicos indicados no Quadro 4.

Quadro 4: Segunda versão dos objetivos elaborados pelos futuros professores.

- Compreender as propriedades das expressões algébricas. (expressões algébricas é o mesmo que equações algébricas?).
- Identificar e diferenciar os tipos de informações contidas nos problemas com equações de primeiro grau.
- Fazer operações com números racionais.
- Aprender maneiras de resolver equações do primeiro grau.
- Resolver problemas que podem ser representados por equações do primeiro grau.
- Saber lidar com algumas situações envolvendo jogo de sinais e frações nas equações de primeiro grau.
- Resolver questões contextualizadas de provas de concursos, vestibulares e etc.
- Realizar tarefas de exploração com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes [OBJETIVO GERAL!!!!]

Fonte: Produção dos futuros professores no google drive

Para compreender o pensamento dos futuros professores sobre os objetivos elaborados para a aprendizagem de equações do 1.º grau, foram feitos questionamentos de modo a convidá-los a discutir esses objetivos, tais como: equações do 1.º grau é o mesmo que expressões algébricas? É possível inserir, no ensino de equações de 1.º grau, as operações com números racionais, valorizando as demandas dos seus conceitos? Equações do 1.º grau, expressões algébricas, números racionais e frações se inserem na mesma unidade

temática? É possível envolver esses conteúdos para uma aula no 7.º ano? O que são informações, dados, e perguntas nas tarefas?

Observou-se que, durante suas explicações, as ideias foram convergindo para o interesse da aula de investigação. Nesse sentido, a professora Mel, ao elogiar as explicações dadas, pontuou que os objetivos específicos se evidenciaram nas falas dos futuros professores, as quais trouxeram elementos que revelaram a importância de se trabalhar com equações algébricas, como: a importância da igualdade, não somente para a álgebra como para a Matemática, a identificação de conceitos pertinentes à aprendizagem da álgebra, como pensamento, raciocínio e linguagem algébrica, e, também, as ideias associadas à importância das tarefas.

Esta primeira fase do encontro encerrou-se com a sugestão de que quatro dos futuros professores voltassem à escrita desses objetivos e os elaborassem novamente a partir das discussões realizadas.

Ao iniciar o segundo momento da aula, a professora Mel retomou as orientações postadas no ambiente virtual de aprendizagem, cuja tarefa era: "Pesquise um artigo sobre 'tarefas exploratórias' e envie uma síntese com as principais ideias (uma lauda). As pesquisas serão socializadas na próxima aula síncrona". Como resposta à tarefa, dez futuros professores compartilharam suas sínteses a partir dos textos indicados na Tabela 7:

Tabela 8: Textos selecionados e estudados pelos futuros professores sobre tarefas exploratórias

Futuro professor	Leitura desenvolvida / referência
Max	Tozo, F. L. D. (2016). Tarefas exploratórias-investigativas para a aprendizagem de função afim. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos, UFSCa. São Carlos, SP, 81 p. https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/7800/DissFLDT.pdf?sequence=1&isAllowed=y
Fátima	Matos, A., Silvestre, A. I., Branco, N., & Ponte, J. P. (2008). Desenvolver o pensamento algébrico através de uma abordagem exploratória. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L. B. Nieto (Eds.), Investigación en educación matemática XII (pp. 505-516). Badajoz: SEIEM. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4528/1/08-Matos-Silvestre-Branco-Ponte%20_Badajoz_.pdf
Manoel	Tozo, F. I. D., & Oliveira, Paulo C. (2016). A aprendizagem de função afim via tarefas exploratórias-investigativa. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo.

	http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5615_3050_ID.pdf
Davi	Déchen, T. (2008). Tarefas exploratório-investigativas para o ensino de álgebra na 6.ª série do ensino fundamental: indícios de formação e desenvolvimento da linguagem e do desenvolvimento algébrico. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos, UFSCar. São Carlos, SP.126f. https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2491/2084.pdf?sequence=1&isAllowed=y
Hugo	Mescouto, J. B. (2019). Tarefas exploratório-investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais: uma experiência para se pensar a relação ensino-aprendizagem-avaliação. Dissertação (Mestrado), Instituto de Educação Matemática e Científica, UFPA, Belém, 122f. http://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/12427/1/Dissertacao_TarefasExploratorioInvestigativas.pdf
Ana	
Tiago	Canavarro, A. P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. Universidade de Lisboa. https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1141/1/GD3_ensino%20exploratorio.pdf
Raul	Miranda, S. A. A., & Oliveira, P. C. (2013). Ensaio envolvendo tarefas exploratórias sobre potenciação para o 7º ano do Ensino Fundamental. IV Seminário nacional de História e investigações de/em aulas de Matemática - SHIAM. Evento realizado na FE/UNICAMP, Campinas, SP, pp. 1 – 10. https://www.geplam.ufscar.br/arquivos/publicacoes/publicacoes-em-congressos/congresso-2.pdf
Luiz	Sanches, E. A., & Beline, W. (2013). Tarefas investigativas promovendo o pensamento matemático em alunos da educação básica. VIII Encontro de Produção Científica e Tecnológica. Campo Mourão, Paraná. P. 1 – 13. http://www.fecilcam.br/nupem/anais_viii_epct/PDF/TRABALHOS-COMPLETO/Anais-CET/MATEMATICA/easanchestrabalhocompleto.pdf
Eva	Caberlini, G. S. F., & Garcia, T. M. R. (2016). Práticas de ensino exploratório: implicações para a aprendizagem dos alunos e para o trabalho docente. In: Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor. Governo do Estado do Paraná. http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unespar-paranavai_grasielesoaresferraresicaberlini.pdf

Durante a aula, a sugestão foi que, a partir das leituras realizadas, os futuros professores descrevessem as características predominantes das tarefas exploratórias. Para responder a isso, a professora utilizou-se da plataforma de interação *Mentimeter*, na qual os futuros professores escreveram e justificaram o porquê de as tarefas exploratórias serem

abertas, evidenciarem as dificuldades de aprendizagem dos alunos, promoverem discussão, possibilitarem a autonomia, promoverem o pensamento do aluno e esclarecerem conceitos.

Ao final da aula, a professora elogiou os poucos participantes desse encontro e depois indicou que, para o próximo encontro, as orientações seriam postadas no ambiente virtual da sala.

O *oitavo encontro* iniciou-se com a professora Mel explicitando que a aula seria desenvolvida em duas partes. Na primeira, seria retomada a elaboração dos objetivos da aula de investigação e, na segunda, seriam retomados os posicionamentos dos futuros professores, disponibilizados no fórum da semana, referentes ao questionamento: Estudos indicam que os alunos veem a Matemática como um conjunto de regras e de procedimentos e que consideram que se aprende matemática quando se é capaz de aplicar regras e fórmulas para resolver problemas e exercícios. Que características devem ter as tarefas exploratórias sobre equações do 1.º grau, de modo a contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno? Essa pergunta foi parte de um vídeo gravado no *oCam* sobre tarefas exploratórias, com o propósito de contribuir com as aprendizagens dos futuros professores sobre os diferentes tipos de tarefas.

Na primeira parte da aula, discutiram-se os objetivos elaborados pelos futuros professores, cujo objetivo geral era realizar tarefas de exploração, com o intuito de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos, de modo a atender aos objetivos específicos: (i) de compreender as propriedades das equações algébricas e sua utilização na resolução das equações; (ii) de promover a interpretação textual de equações algébricas; (iii) de trabalhar as habilidades de generalização de problemas; e (iv) de desenvolver o raciocínio algébrico dos alunos. Os futuros professores convidados, ao elaborarem os objetivos, justificaram o intuito de cada um deles. Ao finalizar esta fase da aula, eles concluíram que o objetivo geral foi de contribuir com o desenvolvimento do raciocínio algébrico dos alunos, envolvendo equações do 1.º grau através de tarefas exploratórias.

Para a segunda parte da aula, a professora compartilhou um material produzido a partir das postagens no fórum sobre tarefas exploratórias. As produções dos futuros professores visavam indicar as características que devem ter as tarefas exploratórias sobre equações do 1.º grau, de modo a contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico. À medida que os futuros professores apresentavam seus entendimentos sobre essas características, a professora destacou as frases mais importantes, sendo a maioria alusiva à

realidade dos alunos. Diante disso, a professora Mel afirmou que adotar essa característica é desafiante, porque se deve levar em consideração o perfil do aluno em que a tarefa vai ser aplicada. Entretanto, seria possível se considerar o contexto da semirrealidade.

A finalização do encontro deu-se com as orientações para a elaboração, para a adaptação e para a resolução de tarefas exploratórias, sempre com foco no objetivo. A sugestão foi que cada futuro professor elaborasse/adaptasse uma tarefa e analisasse uma tarefa de um outro colega. Também se indicou a leitura do texto sobre plano de aula (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015).

Para o *nono encontro,* foi disponibilizada, no fórum, uma planilha que sugeria que cada futuro professor deveria analisar a tarefa selecionada ou elaborada/adaptada por um outro futuro professor sobre equações do 1.º grau, cuja orientação foi de: analisar, procurar resolver a tarefa, relacionar com os objetivos definidos pela turma e identificar as possíveis respostas dos alunos, bem como as possíveis dificuldades que eles pudessem apresentar.

As onze tarefas disponibilizadas no fórum (Anexo 6) foram antecipadamente resolvidas também pela investigadora, com o interesse de compreender as possíveis estratégias de resolução utilizadas pelos futuros professores ao resolverem as tarefas dos colegas. Como estratégia, na aula síncrona, a sugestão foi que o futuro professor que analisou a tarefa a apresentasse e, depois, quem elaborou justificasse a escolha pela tarefa e sua resolução. Após as apresentações, abriu-se uma discussão coletiva sobre as potencialidades das tarefas apresentadas e sobre as suas características exploratórias, em que resultou em duas questões, expostas no Quadro 5, que compôs a tarefa exploratória para a aula de investigação.

Quadro 5: Tarefa exploratória para a aula de investigação.

TAREFAS PARA O PLANO DE AULA
1. Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 7º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, mas logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se uniram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar. a. Faça um desenho representando a disposição da mesa e seus ocupantes. b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma. c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição? d. E se forem colocadas nas mesas? e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?
2. No Reino de TÃO TÃO DISTANTE, o Rei para proteger seu reino preocupou-se em comprar dois tipos de vacina para o seu povo, 300 vacinas FURA BRAÇO e a 400 TIRA JUÍZO. Quando foi fazer o discurso para informar ao seu povo sobre as vacinas, esqueceu quanto foi o preço da unidade da vacina TIRA JUÍZO, porém ele sabia que o gasto total com a compra das vacinas foi de R$ 30.000,00, e sabia também que a unidade da FURA BRAÇO foi de R$ 20,00, quando o rei percebeu o esquecimento faltavam 5 minutos para o discurso acabar. Ele não tinha como entrar em contato com o setor de finanças do reino, ele precisava descobrir sozinho o preço da vacina TIRAJUÍZO para poder passar a informação correta para seus súditos. Será que existia alguma maneira de ele descobrir o preço da unidade da vacina TIRAJUÍZO?

Fonte: Plano de aula, turma LM3, Anexo 8.

Após as apresentações, a investigadora comentou cada uma delas, visto que antecipadamente foi feita uma análise de todas as tarefas apresentadas. Das observações feitas, sugeriu-se aos futuros professores evitar tarefas: (i) com o interesse de construir um contexto, para, somente depois de algumas frases, ser apresentada a questão, pois isso pode não favorecer o entendimento do aluno; (ii) com dois ou mais itens, nos quais só se mudam os dados, com o interesse de valorizar técnicas de resolução; (iii) que valorizam mais os aspectos aritméticos e menos os algébricos, pois não promovem o raciocínio algébrico; (iv) em que um dos itens recorre ao item anterior como única possibilidade de resolução, pois conduz ao erro do aluno; (v) que não valorizam processos de validação, já que podem não promover a análise crítica de suas resoluções; (vi) que envolvam outros temas que acabem por tornar o conteúdo de interesse numa ferramenta para a resolução das tarefas; (vii) que possam exceder o tempo de aula, o que pode não proporcionar a síntese da aula; (viii) que

tenham como objetivo a resposta a apenas uma pergunta, porque podem não proporcionar discussões e acabam com a motivação dos alunos assim que a resposta seja encontrada por um deles; e (ix) que privilegiam trabalhar a formalização da equação como produto final. Ao final do encontro, a sugestão foi de investir na análise e nas modificações das questões, de modo a tornar a segunda e a terceira em tarefas exploratórias.

Para a tarefa a ser apresentada no *décimo encontro,* a professora Mel produziu um vídeo para orientar os futuros professores sobre as próximas etapas do estudo de aula. Inicialmente, ela recapitulou as etapas já vivenciadas na disciplina até o nono encontro. Nesse vídeo, ela destacou a necessária relação entre as etapas do estudo de aula, de maneira a complementar: (i) a identificação do problema de aprendizagem dos alunos; (ii) o estudo de diferentes materiais curriculares para identificar, em suas propostas, orientações que pudessem contribuir com o conhecimento de aspectos didáticos e metodológicos relacionados com as aprendizagens dos alunos e com a prática docente; (iii) a elaboração dos objetivos de aprendizagem, considerando terem tomado mais tempo que o previsto; e (iv) a elaboração/adaptação e a resolução de tarefas exploratórias. A professora reconheceu a importância das discussões sobre as tarefas exploratórias, julgando terem sido tarefas "muito boas", nas quais umas valorizavam atender aos objetivos elaborados e outras aos contextos que envolvem as tarefas.

O propósito da professora Mel, com esse vídeo, foi ainda de orientar os futuros professores, para, logo após, analisarem novamente as tarefas e para definirem quais delas deveriam fazer parte do plano de aula. Ela também lembrou da inviabilidade de todos os futuros professores da disciplina realizarem uma aula de investigação, portanto a turma seria dividida em três equipes, no qual apenas "um representante de cada equipe vai lecionar a aula, enquanto os outros observam, sem intervenção". Ainda sugeriu analisar, dentre as questões apresentadas, as três sugeridas pela investigadora e lamentou não ter tempo de aprofundar a análise das demais questões.

Para concluir o vídeo, a professora Mel sugeriu aos futuros professores dividirem-se em grupos de "até seis pessoas e elaborarem um plano de aula para turmas de 7.º ano. Antes disso, deveriam ler o texto disponibilizado no ambiente virtual e, a partir desse texto, cada grupo elaboraria um plano de aula para apenas uma aula de investigação". A professora reforçou que a etapa que sucede a aula de investigação é tão importante quanto as demais,

por ser na discussão pós-aula e na reflexão pós-aula que muitas das conclusões são realizadas.

No momento do encontro síncrono, a professora Mel iniciou falando que os dois professores das duas escolas onde seriam realizadas três aulas de investigação estavam cientes da organização da turma de ESO II para ministrar duas aulas no 7.º ano e uma aula no 8.º ano. Também, ela pontuou que todas as aulas seriam totalmente online, com duração de 60 minutos, e que, por isso, eles deveriam definir as estratégias para envolver os alunos na resolução das tarefas. Inclusive, a investigadora sugeriu, nesse encontro, discutir, junto ao plano de aula, a dinâmica a ser desenvolvida na aula de investigação para envolver os alunos nas discussões das tarefas.

Após essas orientações, a professora Mel organizou em dois momentos as discussões. No primeiro, houve uma discussão sobre plano de aula a partir das propostas de Ponte et al. (2015). Para isso, o questionamento foi: vocês consideram necessário fazer plano de aula? Foram várias as afirmações dos futuros professores a essa pergunta: i) principalmente, para professores inexperientes; ii) serve de "guia de como vai ser a aula, sabendo que os alunos podem ter dúvidas" (Luiz, 10.º encontro); iii) ajuda a entender como funciona o processo de ensino, à medida que o professor vai criando seus planos de aula; iv) a falta do plano de aula pode deixar o professor perdido; e v) minimiza os riscos, embora exista a possibilidade de acontecer algo fora do planejamento da aula. Outros futuros professores argumentaram que professores experientes têm uma visão diferente do plano de aula, podendo até deixar de elaborá-lo. Falaram, inclusive, que reconhecem quando seus professores não planejam aulas.

Ao serem questionados sobre o que se deve levar em consideração para a elaboração do plano de aula, os futuros professores responderam terem encontrado dificuldades para distribuir o tempo em intervalos menores e de acordo com as diversas fases da aula. Outro futuro professor considerou que a dificuldade foi atender ao plano de aula, de modo a pensar no objetivo, na tarefa, nas dificuldades dos alunos e nas suas atitudes para atender as dificuldades dos alunos.

Na segunda parte da aula, cada grupo apresentou o plano de aula elaborado, seguindo a estrutura sugerida por Ponte et al. (2015), de acordo com a Figura 9.

Tarefas e atividades de aprendizagem (a)	Duração esperada (b)	Atividades dos alunos e possíveis dificuldades (c)	Respostas do professor e aspectos a ter em atenção (d)	Objetivos e avaliação (e)

Figura 9: Orientações para elaboração do plano de aula
Fonte: Adaptação do texto de Ponte *et al.* (2015).

Nessas apresentações, um dos destaques foi que os futuros professores entenderam que, para introduzir a tarefa, eles deveriam apresentar o tema de equação do 1.º grau utilizando uma pergunta motivadora para despertar o interesse dos alunos ou apresentar equações na sua forma algébrica. Inclusive, chegaram a sugerir que a aula NÃO deveria começar com a tarefa. A professora Mel concordou com os futuros professores que se deve ter uma pergunta motivadora, considerando que eles não têm nenhum contato com os alunos da escola, mas também afirmou que essa pergunta motivadora deve constar no plano de aula, antes de ele ser realizado, visto que toda a turma deve conhecer essa pergunta. A investigadora sugeriu que a questão motivadora deveria estar relacionada com a própria tarefa, dado que não é conveniente incluir nada fora do contexto da tarefa a ser realizada.

Os futuros professores analisaram as questões organizadas no plano de aula, dando especial atenção a dois requisitos: o primeiro, as atividades dos alunos e as suas possíveis dificuldades e, o segundo, as respostas do professor e os aspectos a terem em atenção. Ao final das apresentações, a professora Mel pontuou que as estratégias de ensino, no ambiente remoto, requerem habilidades específicas que deveriam ser indicadas no plano de aula e que a aula de investigação não é aula de diagnósticos.

Ao encerrar esse encontro, a sugestão ao grupo foi de voltar a analisar as três questões. Segundo a professora Mel, o interesse era que os futuros professores identificassem as características de tarefas exploratórias, as suas potencialidades e as suas dificuldades, de modo a viabilizar a prática docente e a aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, ela reconheceu que não houve uma discussão aprofundada das questões para que, entre as três, se escolhessem duas questões para o desenvolvimento do plano de aula a ser enviado aos professores das escolas onde ocorreriam as aulas de investigação.

Aula de investigação

As três aulas de investigação corresponderam ao *décimo primeiro* encontro da disciplina de ESO II e à terceira fase do estudo de aula. As aulas ocorreram em duas turmas de 7.º ano (lecionadas por Célia e Luiz) e em uma turma de 8.º ano (lecionada por Raul), de forma virtual, em duas escolas públicas na região metropolitana de Recife-PE. Os professores dessas turmas, antecipadamente, analisaram o plano de aula e confirmaram estar pertinentes ao nível das necessidades dos alunos.

Ao iniciar as aulas, os ministrantes Célia, Luiz e Raul, que após se apresentaram, agradeceram e pediram aos alunos que participassem das aulas. Em seguida, o futuro professor leu ou pediu para os alunos lerem a questão e deu-lhes um tempo para responderem. Após esse tempo, ele sugeriu aos alunos que resolvessem o item seguinte. No final do tempo previsto para cada questão, dois futuros professores resolveram a tarefa na plataforma *Autodesk Sketchbook* e um deles não resolveu e não indicou nenhum caminho aos alunos para responderem a tarefa.

Os alunos, em todas as aulas, foram convidados a ligar as câmeras e a mostrar o caderno para se poder ver como cada um tinha resolvido - o que não ocorreu, assim como não participaram de forma mais efetiva das aulas. Quanto ao compartilhamento das respostas para uma discussão coletiva, os futuros professores pediram aos alunos que participassem, dissessem como tinham feito as questões, e, mesmo assim, não houve adesão significativa a essa solicitação.

Em duas das aulas de investigação, os futuros professores Luiz e Raul leram as questões que compunham a tarefa, sem a participação dos alunos, e, na aula de Célia, os alunos aceitaram lê-la. No geral, as dúvidas se situaram em torno de algumas frases: “é para resolver agora?”; “é para fazer o desenho?”; “é para fazer as contas?”. No entanto, houve poucos momentos em que os alunos se mostraram envolvidos com a resolução da tarefa, como, por exemplo: “Professor, esse *n* representa o número de mesas que você quer para descobrir quantas pessoas vão poder se sentar, não é?”; “eu não sei se está certo, mas vamos ter que juntar as 300 vacinas fura-braço e as 400 tira-juízo”; “essa conta é de menos”; e, ainda, “professora, eu peguei 300 e dividi por 20, deu 110. Peguei… não, está errado”.

Em vários momentos nas aulas, notou-se a preocupação dos futuros professores com o silêncio dos alunos ao perguntarem se estava tudo bem ou se os alunos precisavam de ajuda. Essa preocupação foi antecipadamente discutida, pois, como havia informado o

professor das duas turmas de sétimo ano, a frequência e a participação dos alunos nas aulas não contribuíam para um bom desenvolvimento da aula.

Outro dado relevante foi que, durante os encontros síncronos, em que tratou das possíveis dificuldades de ensino e de aprendizagem da álgebra, os futuros professores destacaram que muitas delas estavam na passagem de termos para o outro membro. No entanto, Luiz, ao resolver a tarefa, não fez nenhuma referência a isso, apenas falou que, na equação $2n + 2 = 30$, o "2 está somando, então passa subtraindo" e, em $2n = 28$, o "2 está multiplicando, então passa dividindo".

Ao iniciar a aula de investigação, Célia falou que o objetivo era resolver duas questões, mas que não tinha interesse em observar se os alunos aprenderiam ou tinham conhecimento sobre álgebra. Ela afirmou que o objetivo era "ver se o nosso plano de aula ocorreria como esperávamos e o que se poderia modificar". Nessa mesma aula, a futura professora, ao compartilhar a tela, mostrou ter trocado a ordem das duas questões dispostas no plano de aula.

Ao resolver a primeira questão de acordo com a ordem escolhida pelo grupo, as perguntas de Célia referiam-se a: qual é a pergunta da questão? Quais são os dados? Como podemos fazer para descobrir isso? De qual forma? Como organizar as informações que temos para chegar à informação que queremos?". Em seguida, ela disse que ajudaria os alunos com algumas "dicas". A primeira delas seria juntar as informações que se têm. "Quais são essas informações?". Para responder aos seus questionamentos, ela separou os dados da questão e construiu a tabela.

Depois da tabela montada, ela perguntou aos alunos se existe alguma forma de saber o valor de x. Os alunos que participaram, mostraram não saber como operacionalizar os valores dispostos na tabela. Em seguida, Célia chamou os alunos para montar a equação e, quando pediu uma sugestão, uma aluna respondeu que não sabia e outro sugeriu dividir 300 por 20. Nesse caso, ela perguntou o porquê da escolha da divisão. O aluno respondeu que queria apenas fazer uma conta.

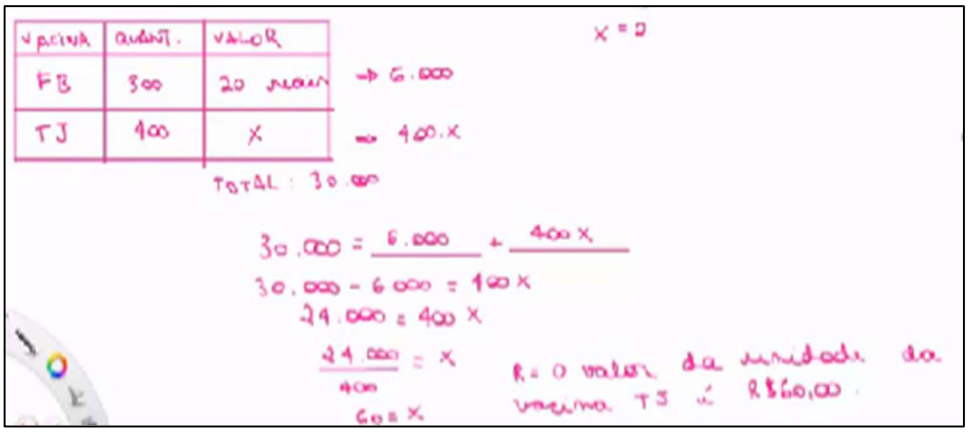


Figura 10: Estratégia de resolução utilizada por Célia na aula de investigação.
Fonte: Extrato da gravação da aula de investigação

Pode observar-se as diversas tentativas de Célia para que os alunos indicassem uma alternativa para a resposta correta, pois, a cada explicação que dava para responder à questão, ela perguntava como se deveria fazer. Vale destacar que Célia não assistiu ao encontro que antecedeu a aula de investigação e que o grupo decidiu por escolhê-la sem justificar a sua escolha.

Com relação às aulas de investigação ministradas por Luiz e Raul, os futuros professores consideraram que foram bem desenvolvidas. A aula de investigação ministrada por Raul "teve uma participação bastante ativa dos alunos, (...) [em que] Raul conseguiu apresentar todas as questões que tínhamos planejado" (Dayse, 12º encontro). Para Tiago, a aula de investigação ministrada por Luiz teve "pouca adesão espontânea dos alunos para participarem da aula, por fatores talvez de comodismo a não participar da aula ou por dificuldade de compreensão matemática" (Tiago, 12º encontro). Também consideraram que "alguns fatores influenciaram negativamente sobre a aula. Um deles foi o problema para entrar na chamada e um pouco do silêncio dos estudantes nesse formato remoto, onde a interação fica fortemente comprometida" (Fátima, 12º encontro).

As aulas foram encerradas com dois dos três futuros professores recomendando aos alunos que resolvessem a tarefa e que enviassem as imagens no formulário disponibilizado no ambiente da sala virtual. Receberam-se duas respostas em uma das turmas e uma resposta em outra turma.

Discussão pós-aula

Para o *décimo segundo* encontro houve uma tarefa assíncrona, a fim de que os futuros professores realizassem uma primeira discussão pós-aula, do ponto de vista de cada participante. Para isso, foi organizado, no *google forms*, um questionário (Vide Quadro 6 abaixo e Anexo 2).

Os dezenove futuros professores, participantes da disciplina, responderam ao questionário, embora três deles não tenham observado a aula de investigação no momento em que ocorreu, mas indicaram que as suas respostas se basearam na gravação da aula de investigação disponibilizada no ambiente virtual do ESO II. Com o intuito de sintetizar as respostas ao questionário foi catalogado um conjunto de frases que visam reconhecer os principais entendimentos dos futuros professores das aulas de investigação.

Quadro 6: Guião para discussão pós-aula e categorias identificadas.

Guião para discussão pós-aula	**Categorias identificadas**
1. Faça uma breve descrição de como ocorreu a aula de investigação. Procure apresentar detalhes (horário que a aula começou e terminou, quantidade de alunos presentes, quantos estagiários observando) e contextualizar desenvolvimento da aula e fatores que influenciaram nesse desenvolvimento).	• Aula expositiva e 'parada' • Falta de participação dos alunos • Aula bem desenvolvida • Planejamento foi bem estudado e estruturado • Dificuldade dos alunos em compreender a tarefa • Participação ativa dos alunos • Câmeras e microfones desligados o que impediu a interação • Impossibilidade de acompanhar o aluno nas suas resoluções • Dificuldades com álgebra • Problemas de conexão com a internet • Não se identificou as respostas dos alunos • A aula não alcançou o desejado • Dificuldades dos alunos nas operações básicas
2. O planejamento foi realizado ou houve alterações? Em caso de ter sofrido alterações, descreva quais foram e o que ocasionou tais mudanças. Se não teve alterações, você acha que tudo ocorreu dentro das expectativas? Justifique.	• O planejamento ocorreu como esperado • O plano de aula não sofreu alterações • À medida que mudou a ordem das questões, mudou o plano de aula. • Os alunos não participaram • Já se esperava que os alunos não participassem • Quem ministrou a aula de investigação foi quem perguntou e respondeu à tarefa. • Em reunião no grupo, decidiu mudar a ordem das questões, pois explorava mais a álgebra. • Mudar a ordem das questões, porque a questão 2 tinha o nível de dificuldade menor. • O plano de aula teve alterações para lidar melhor com as dificuldades dos alunos

	• O nível crescente de dificuldades das questões ajuda no desempenho dos alunos. • Era preciso uma questão introdutória da álgebra. • As respostas dos alunos não foram as esperadas. • O tempo foi pouco para os alunos. • O plano de aula exigia que os alunos resolvessem e discutissem a tarefa. • A aula de investigação ocorreu bem abaixo das expectativas.
3. Em termos de aprendizagem, é possível identificar as estratégias de resolução dos alunos ou quais as principais dificuldades que os alunos apresentaram? Isso foi possível identificar no decorre da aula ou somente ao ver a gravação?	• Não se identificou estratégias de resolução das questões pelos alunos • O futuro professor que deu a aula, foi quem respondeu a tarefa • Na aula remota é difícil identificar as estratégias de resolução dos alunos. • Dificuldades em conteúdos que "antecedem" à álgebra. • Dificuldades nos conceitos iniciais da álgebra • Dificuldades nas operações básicas • Dificuldades em interpretar a tarefa • Falta de vontade dos alunos em responder a tarefa • Câmeras desligadas • Não desenvolveram nenhum raciocínio algébrico para resolver a tarefa • Não há evidências quanto a resolução da tarefa • Apenas um aluno mostrou estratégias para resolver a tarefa.
4. Que tipo de registro dos alunos vocês recolheram e o que eles revelaram em uma primeira análise?	• O formulário • Pouco registro dos alunos • Pouca interação • Dificuldades nos conteúdos que "antecedem" a álgebra • Dificuldades em transcrever as informações para a Matemática • Dificuldade em entender a tarefa • É preciso fazer uma tarefa para investigar o nível dos alunos • Não se observou as estratégias dos alunos. • Os alunos não tinham conhecimentos para resolver a tarefa proposta. • Existe uma lacuna entre a Matemática básica e álgebra.
5. Qual sua avaliação sobre o desenvolvimento da tarefa exploratória no contexto de uma aula remota?	• O modelo remoto não favorece essa proposta de tarefa • Pouca interação na aula • Não houve participação, afetando o plano de aula • A tarefa exploratória foi bem administrada na aula • Se fosse no ensino presencial, teria sido diferente • No ensino remoto, o desenvolvimento da tarefa não foi como o esperado • A aula remota tornou todo o processo mais complicado. • A falta de interação não promoveu o raciocínio dos alunos. • O desenvolvimento da tarefa foi ruim. • Os alunos não estavam acostumados a participar e isso atrapalha a aplicação desse tipo de tarefa. • Os alunos não foram participantes ativos de suas aprendizagens. • Impossibilidade de observar o aluno afetou o plano de aula. • Não foi possível avaliar as aprendizagens dos alunos.

	• A análise da aula ficou comprometida sem saber o que os alunos fizeram. • No remoto não dar para acompanhar os alunos. • O desenvolvimento da tarefa exploratória ficou abaixo das expectativas. • O nível de conhecimento dos alunos não era satisfatório. • O ensino presencial fez falta.
6. Se você fosse realizar a mesma aula de investigação em outra turma, faria alguma mudança no planejamento? Justifique.	• Ministrar mais aulas com a turma antes da aula de investigação • Aproximar-se dos alunos antes da aula de investigação • A aula de investigação não foi realizada do modo como foi planejada • Não faria mudanças no plano de aula, mesmo sem uma resposta muito boa dos alunos • Mudar as estratégias para uma maior interação com os alunos • Câmeras desligadas não dá para saber como eles resolveram • No planejamento não se considerou as dificuldades dos alunos em assuntos básicos • Fazer uma sondagem antes da aula de investigação • A forma como o plano de aula está distribuída é bastante interessante • Incluir formas de interação • Incluir mais tempo para os resolver a tarefa • Não faria a aula de investigação no ensino remoto • O plano de aula é adequado para sua finalidade • Introduzir o conteúdo para lembrar assuntos 'chaves' para poder resolver a tarefa • Os alunos não estavam preparados para resolver a tarefa • O plano de aula estava bom • Iniciaria novamente pela questão 2, porque o nível dela é inferior • A aula de investigação deve ser com assuntos mais básicos e não álgebra • Iniciar pela questão 2 e acrescentar uma outra para trabalhar melhor equação.

Fonte: Elaboração própria.

O *décimo terceiro* encontro contou com a participação do professor da escola para a segunda discussão pós-aula. Inicialmente, a professora Mel justificou que o questionário disponibilizado no encontro anterior tinha como objetivo promover uma reflexão inicial dos fatos ocorridos nas aulas de investigação. A sugestão para esse encontro foi que cada futuro professor que ministrou aula de investigação expusesse sua análise, fosse seguido por cada membro do grupo que observou e, ao final, pelo professor da escola, que fez também sua análise.

A discussão pós-aula iniciou-se por Célia destacando os diversos desafios para a realização da aula de investigação. O primeiro deles foi o ensino remoto, visto que,

comumente, os alunos não participam, não atendendo as necessidades da aula. O segundo foi que o planejamento da aula não considerou a dificuldade para o reconhecimento da resolução da tarefa pelos alunos.

Quanto à mudança da ordem de resolução das questões, Célia afirmou que o grupo responsável por essa aula de investigação se reuniu para discutir as ocorrências da aula e concluiu que essa mudança feita no plano de aula foi pertinente, visto que a questão 2 do plano de aula tinha um grau de dificuldade menor. Para Manoel, a questão 2 tratava, de forma mais clara, os conceitos de álgebra:

> Nós percebemos, na verdade, que a questão 2 tinha um nível de dificuldade menor do que a primeira, por isso optamos por fazer primeiro a segunda questão para depois fazer a primeira, para seguir esse nível de dificuldade. (Célia, 13.º encontro)

> Nós percebemos que a questão 2 deveria ter vindo antes, então tivemos a sensibilidade de trocar as questões. Isso foi muito importante, porque talvez nós tivéssemos nos prejudicado mais ainda na construção dessa aula se tivéssemos colocado a questão 1. Quando fomos para a reunião pós-aula, Célia confirmou mais ainda o que tínhamos pensado sobre isso. (Manoel, 13.º encontro).

Os futuros professores que não assistiram à aula de investigação se basearam nos relatos dos colegas presentes na aula de investigação para compor suas análises e assistiram à gravação em vídeo da aula de investigação.

Após os futuros professores terem feito suas análises, o professor da escola iniciou sua avaliação destacando serem pertinentes esses desafios para esse nível de experiência profissional. Com relação a isso, ele lembrou o quanto foram desafiantes seus primeiros contatos com a sala de aula. Depois, falou que o seu maior desafio, desde quando começou a ensinar e permanece até o momento, é incentivar os alunos a aprenderem, a se interessarem, a participarem da aula e a gostarem de Matemática. Em seguida, o professor elencou três pontos nas narrativas dos futuros professores: os alunos participarem pouco durante a aula de investigação, os futuros professores terem se planejado melhor para a aula de investigação e, também, terem escolhido um outro assunto. Nesse aspecto, o professor da escola reconheceu que "talvez o resultado fosse o mesmo", pois os alunos vinham do 6.º ano e eram egressos dos anos iniciais com bastantes dificuldades. Adicionando-se a isso, no 6.º ano, esses alunos não tiveram sequer aulas remotas, pois não eram obrigados, bastava entregar as respostas das listas de exercícios para suas avaliações. Diante disso, o professor da escola afirmou não conhecer suas turmas de 7.º anos, já que "o índice de participação e de retorno

das atividades também é muito baixos" em suas aulas. Reforçou ainda que, quanto à necessidade dos futuros professores em conhecerem a turma, eles nem sempre vão ter essa oportunidade, porque entrar na sala de aula uma primeira vez, sem conhecer a turma, é uma constante na prática docente. Em relação a isso, declarou que o mais importante são as reflexões em torno desses desafios.

Com relação ao planejamento, o professor indicou que as dificuldades dos alunos se situam muitas vezes no campo da "interpretação do problema" e que, por causa disso, ele sempre começa com tarefas bastante simples e vai avançando para o "campo das expressões algébricas, resolvendo problemas para o entendimento de equações do 1.º grau, como os conceitos de igualdade através do exemplo da balança". No entanto, o professor da escola reconheceu que a tarefa sugerida pelos futuros professores foi "propícia", pois lhe deu a oportunidade para pensar em como trabalhar esses conteúdos em sala de aula. Quanto ao ensino presencial, o professor da escola reconheceu ser mais oportuno observar as resoluções dos alunos através do contato físico.

Seguindo com seus comentários, a professora Mel retomou as discussões sobre a necessidade de uma introdução aos conteúdos de equação do 1.º grau e afirmou que os futuros professores indicaram ter entendido que não seria necessário explicar o que é equação, nem dar uma aula antes para tratar explicitamente de seus conceitos e nem trabalhar exemplos de equações. Ela reforçou sua ideia dizendo que "não era esse o propósito", assim como não ficou determinado que deveriam propor as duas questões na aula de investigação.

Ao sintetizar esse encontro, foram retomadas algumas categorias estudadas em materiais curriculares pelo grupo sobre pensamento algébrico, incluindo as propostas didáticas, mas nenhum desses materiais curriculares sugere a valorização da formalização dos conteúdos algébricos ou de equações do 1.º grau - fato verificado ao mudar a ordem das questões pelos futuros professores.

Todos os grupos indicaram ter tido algum problema com a tecnologia: a instabilidade na internet dos alunos, o recurso a ser usado para os alunos responderem às questões não ter sido adequado e a gravação da aula não ter sido possível, que acabaram por atrapalhar a aula.

O *décimo quarto* encontro tratou da elaboração dos relatos de experiências, como parte da avaliação da disciplina e também como parte da última fase do estudo de aula, que é a reflexão pós-aula.

Para a organização desse encontro, foi sugerido aos futuros professores refletirem sobre um tema em específico para ajudá-los na produção de seus relatos de experiências. Nessas orientações, foram ofertados nove temas, e dois futuros professores individualmente deveriam escrever sobre um deles, de acordo com a Tabela 8:

Tabela 9: Sugestões de temas para e elaboração dos relatos de experiência.

O papel do plano de aula construído de forma colaborativa
As contribuições de tarefas exploratórias para as aprendizagens dos alunos.
O trabalho colaborativo na elaboração e na resolução de tarefas exploratórias.
Indicativos de aprendizagens e/ou de dificuldades dos alunos durante a aula de investigação no ambiente remoto.
O desenvolvimento do pensamento algébrico de equação de 1.º grau por meio de tarefas exploratórias.
Implicações de um planejamento colaborativo para a aula de investigação.
Um plano de aula e três aulas de investigação: semelhanças e diferenças.
Desafios e ocorrência das interações durante as aulas de investigação no ambiente remoto (escolher a aula da qual você participou ou que ministrou).
As contribuições dos professores da escola para o processo do Estudo de aula.

Para esse encontro, organizou-se a turma em dois grupos com nove futuros professores e, durante a semana, um dos grupos teve a orientação da professora Mel e o outro da investigadora. A produção desses relatos de experiências foi apresentada por cada um dos futuros professores na aula síncrona do décimo quinto encontro, o que constituiu também as reflexões pós-aula.

Reflexão pós-aula

No *décimo quinto* encontro, aconteceram as apresentações de acordo com a ordem dos temas, isso apenas para sistematizar as apresentações.

Após as apresentações, a professora Mel comentou sobre as reflexões realizadas por cada futuro professor, reconhecendo algumas das dificuldades que surgiram durante a disciplina e que não foram superadas. Ela inclusive destacou que não houve, por parte de todos os participantes, uma preocupação com as estratégias específicas para o ensino remoto.

No entanto, de modo geral, os futuros professores atenderam aos requisitos para a elaboração de um relato de experiência, cujo objetivo era aprofundar questões essenciais a essa pesquisa, visto que os relatórios, quase sempre, assumem um caráter mais descritivo do que analítico. Ela lembrou que as disciplinas de estágio quase sempre trabalham o plano de aula de forma individual, mas que, no estudo de aula desenvolvido na disciplina, a proposta foi outra. A professora chamou a atenção para a mudança na ordem das tarefas, supondo que o grupo não entendeu quais são as demandas de uma prática colaborativa. Nesse momento, ela destacou que o grupo não estudou práticas colaborativas e como desenvolvê-las, mas identificou, nas conclusões dos futuros professores, que eles entenderam como se desenvolvem as práticas colaborativas, proporcionadas pela vivência durante a realização do estudo de aula.

Síntese de todos os encontros

A turma LM3 realizou as cinco etapas do estudo de aula, distribuídas em quinze encontros, dos quais os dois primeiros foram reservados para a introdução da proposta da disciplina, para o entendimento do plano de ensino da disciplina de ESO II e para a compreensão do processo do estudo de aula. A identificação dos problemas de aprendizagens dos alunos somente foi discutida no terceiro encontro, devido às estratégias planejadas pela professora Mel e pela investigadora. Nosso objetivo foi contar com a participação de mais de um professor para colaborar com esta fase do estudo de aula. Para isso, cada futuro professor entrevistou um professor da escola básica e, durante a aula, três professores estavam presentes para um diálogo sobre as maiores dificuldades de aprendizagem dos alunos. A partir desse diálogo, os futuros professores escolheram o conteúdo de equações do primeiro grau para ser estudado na fase de planejamento.

A etapa de planejamento da aula de investigação constou de sete encontros, constituídos por um estudo detalhado em materiais curriculares sobre os aspectos do ensino e da aprendizagem de equação de primeiro grau, da elaboração dos objetivos da aula de investigação, da elaboração/adaptação e da resolução de tarefas exploratórias e, por fim, da elaboração do plano de aula.

A aula de investigação que compôs o décimo primeiro encontro foi ministrada em três turmas diferentes e contou com a participação dos professores das escolas, da professora Mel e da investigadora. Todas as aulas de investigação começaram no tempo previsto, com a apresentação do *slide* previamente organizado e com a participação da quase totalidade dos

membros dos grupos designados para assistir a cada aula de investigação. A única ocorrência, fora do combinado com futuros professores, foi a mudança na ordem das questões que compuseram a tarefa exploratória.

A discussão pós-aula constituiu-se de duas formas. A primeira foi a resposta a um formulário, cujo objetivo foi de proporcionar aos futuros professores reflexões sobre a aula de investigação, a partir da descrição das ocorrências. A segunda ocorreu num ambiente de aula síncrono, com a presença de um dos dois professores da escola em que as três aulas de investigação aconteceram, no qual os futuros professores discutiram os diversos aspectos vivenciados e observados.

Ao final do processo, a reflexão pós-aula foi a apresentação das produções acadêmicas dos futuros professores, que, novamente, puderam refletir sobre a vivência nesse estudo de aula.

Mostro a seguir uma ilustração organizadas na Figura 11 e na Tabela 9 as etapas e as atividades realizadas durante o estudo de aula na turma LM3.

Esquema demonstrativo das cinco etapas do estudo de aula e as atividades realizadas em cada encontro.

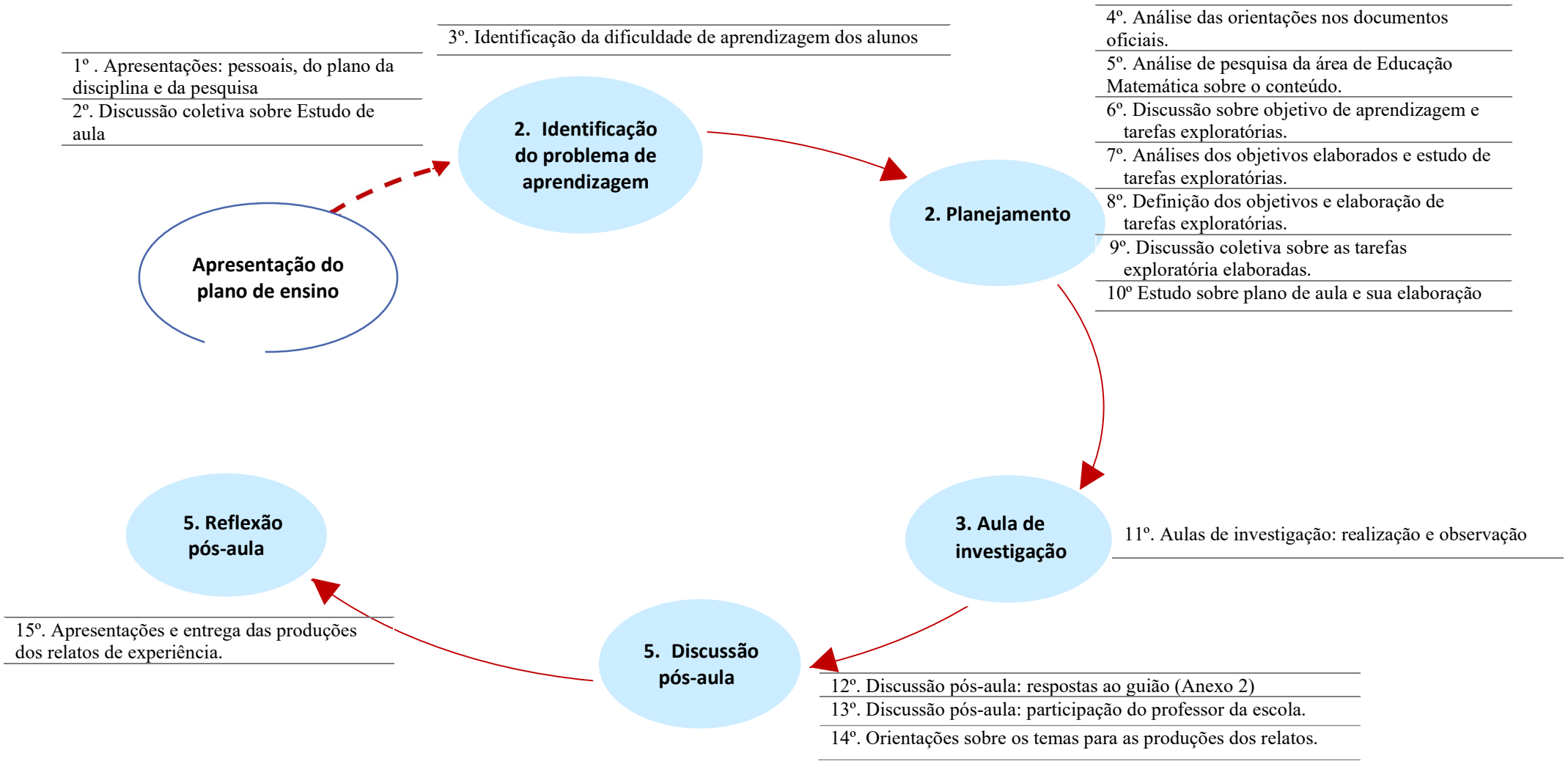


Figura 11: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO da turma LM3 (Elaboração própria).

Tabela 10: Descrição dos encontros do estudo de aula realizado no ESO II, com a turma LM1.

Etapas	Encontros/conteúdos		Objetivos	Atividades
Identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos	1º	- Apresentações individuais - Discussões sobre os conceitos que permeiam o estágio. - Apresentação do plano da disciplina. - Apresentação da pesquisa e sua importância para o estágio.	- Conhecer os participantes como pessoa e como futuros professores. - Discutir a importância do estágio supervisionado na formação inicial como o principal o objetivo de aproximação com a realidade escolar. - Apresentar a importância da realização de pesquisas no estágio supervisionado para a superação de seus desafios e enriquecimento desse processo formativo.	- Relatos individuais dos futuros professores sobre sua escolha pela profissão. - Descrição das experiências anterior sobre o ensino e suas expectativas com a disciplinas e a profissão. - Apresentação aos futuros professores do plano da disciplina para negociações prévias.
	2º	Aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula.	Apresentar os aspectos teóricos e metodológicos do estudo de aula.	Leitura, síntese de texto, discussão coletiva dos artigos de Utimura et al (2020) e Richit e Ponte (2020).
	3º	Identificação do problema de aprendizagem dos alunos	- Conhecer as dificuldades de aprendizagem dos alunos da escola onde a aula de investigação será realizada. - Selecionar o conteúdo a ser estudado e lecionado na aula de investigação: equação de primeiro grau.	- Com a participação de três professores houve uma discussão coletiva sobre as dificuldades de aprendizagem dos alunos. - Apresentação e discussão das entrevistas realizadas com os professores das escolas sobre as maiores dificuldades de aprendizagem dos alunos
	4º	Orientações oficiais sobre equação do primeiro grau.	- Identificar nos documentos oficiais os objetos e/ou habilidades que tratam dos conteúdos. - Investigar como o conteúdo equação do primeiro grau se apresenta nos documentos	Produção e apresentação de *slides* documentos PCN (1997), PCN+ (2002) e BNCC (2018).

Planejamento			oficiais e quais são as orientações didáticas para o ensino e aprendizagem desse conteúdo.	
	5º	Aspectos apontados nas pesquisas da área de Educação Matemática sobre o conteúdo.	- Analisar uma pesquisa da área da Educação Matemática para identificar as propostas de ensino de ensino e de aprendizagem para os conteúdos de equação do primeiro grau. - Discutir os desafios de ensino e de aprendizagem dos conteúdos de equações de primeiro grau.	- Estudo de materiais curriculares: artigos em revistas ou anais de congresso, relatos de experiência, dissertações e/ou teses. - Apresentação dos textos produzidos a partir da análise das pesquisas.
	6º	O objetivo de aprendizagem.	- Discutir a relevância dos objetivos de aprendizagem. - Elaborar o objetivo de aprendizagem a partir das dificuldades dos alunos e de acordo com o estudo em materiais curriculares.	Discussões coletivas na aula síncrona sobre o objetivo de aprendizagem.
	7º	- O objetivo de aprendizagem - Estudo sobre diferentes tipos de tarefas (Ponte, 2005)	- Elaborar o objetivo de aprendizagem a partir das dificuldades dos alunos e de acordo com o estudo em materiais curriculares. - Discutir o artigo de Ponte (2005).	- Discussão para elaboração dos objetivos da aula de investigação. - Discussões coletivas na aula síncrona sobre o objetivo de aprendizagem. - Produção de síntese do artigo de Ponte (2005).
	8º	- Objetivo de aprendizagem. - Análise das tarefas	- Discutir os objetivos elaborados. - Analisar tarefas selecionadas, adaptadas ou elaboradas pelos futuros professores, identificando suas potencialidades e limitações nas aprendizagens dos alunos.	- Apresentação e definição dos objetivos elaborados. - Discussão para elaboração de tarefa exploratória. - Apresentação de tarefa exploratórias.
	9º	- Escolha da tarefa exploratória. - Estudo de estratégias de ensino no ambiente remoto.	- Catalogar em um único documento as tarefas potencialmente interessantes para a aula de investigação. - Discutir as dificuldades apresentadas pelo ambiente remoto na realização de aulas de Matemática.	Definição da tarefa exploratória para a aula de investigação Discussões coletivas sobre os desafios do ensino remoto.

	10º	Estudo das características de plano de aula a partir de Ponte et al. (2015)	- Analisar as características apontadas por Ponte et al. (2015) sobre plano de aula. - Justificar as potencialidades da tarefa exploratória do ponto de vista da antecipação das dificuldades e das estratégias de resolução dos alunos.	- Produção do plano de aula. - Antecipação das dificuldades e das estratégias dos alunos ao resolverem a tarefa exploratória.
Aula de investigação	11º	Aula de investigação	Lecionar e observar três aulas de investigação (duas no 7º ano e uma no 8º ano).	- Célia, Raul e Luiz ministraram aulas de investigação, enquanto os demais observaram. - Anotações dos elementos identificados.
Discussão pós-aula	12º	Resposta ao questionário	Responder ao questionário elaborado para uma descrição das ocorrências das aulas de investigação.	Individualmente, cada futuro professor respondeu a um questionário no google *forms* sobre a aula de investigação.
	13º	Discussão pós-aula com a participação do professor do 7º ano.	- Discutir a aula de investigação foco nas aprendizagens dos alunos e nos aspectos do ensino. - Considerar a participação do professor como	Discussões coletivas realizada logo após a aula de investigação.
	14º	Orientações dos relatos de experiência.	Orientar os futuros professores para a elaboração do relato de experiência com temas previamente selecionados pela professora Mel e a investigadora.	A turma se separou em dois grupos para as orientações dos relatos. Um grupo contou com a orientação da professora formadora e, outro, com a investigadora.
Reflexão pós-aula		Entrega e apresentação dos relatos de experiência.	Entregar e apresentar, individualmente, os relatos de experiência	Apresentação de relatos de experiências.

CAPÍTULO 7

CONSTRUINDO IDEIAS SOBRE OS OBJETOS DE ENSINO DO CONTEÚDO

Neste capítulo, apresento as concepções dos futuros professores sobre os aspectos teóricos quando se envolveram em leituras, em apresentações e em produções de documentos, com base nos materiais curriculares. Na primeira sessão, apresento resultados referentes à turma LM1; em seguida, à turma LM3. Para cada turma, evidencio aspectos dos estudos realizados em documentos oficiais, materiais curriculares da área de Educação Matemática, estudo de tarefas, em especial exploratórias e, por fim, papel do plano de aula. O conteúdo matemático de que trataram as turmas LM1 e LM3 foram divisão e equações do primeiro grau, respectivamente.

Turma LM1

7.1. Estudo dos documentos oficiais sobre divisão

Os futuros professores identificaram que os documentos oficiais para os anos finais do ensino fundamental consideram os conteúdos das operações básicas como aprendizagens já consolidadas, sugerindo para esses anos escolares seu aprofundamento:

> A hora que ele sai do 5.º e do 4.º ano, com aquela ideia de divisão associada ao algoritmo, aquela coisa mais prática em relação à divisão. A aprendizagem com relação a divisão, o teorema fundamental da divisão, o conceito de divisão fica meio vago (...) eles [os alunos] só sabem fazer aquela conta básica, mecânica e envolve outros assuntos e/ou introduz os

> conjuntos, porque é o que acontece no 6.º ano (...) então, (...) quando se entra nos conjuntos a partir dos inteiros e racionais, aí é que o problema realmente aparece, os alunos não conseguem desenvolver essa habilidade da divisão (...). Precisamos identificar quem tem essa dificuldade, retomar esse assunto, deixá-lo bem amarrado para, assim, desenvolver os temas referentes aos conjuntos e as habilidades do 6.º ano. (Levi, 3.º encontro)

> Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros e racionais e a partir disso ampliar para novos significados de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, porque para nesses anos [escolares], ele [PCN] considera que o aluno tem total capacidade de somar, subtrair, multiplicar e dividir (...) é como se ele já tivesse estudado esses assuntos mais fáceis [números naturais] e agora quer mais é aprofundar. (Clara, 3.º encontro)

Consideraram ainda que os alunos saem dos anos iniciais com muitas dificuldades nas operações básicas, e acabam por aprender mecanicamente a trabalhar com o algoritmo da divisão deixando de entender seus conceitos e isso é o que realmente interessa, como o teorema fundamental da divisão, os conceitos de múltiplo e divisor e de inverso multiplicativo. Essas dificuldades, ou a não aprendizagem de conceitos de divisão, impedem que os alunos avancem quando estudam outros conjuntos. Para Levi a "base em divisão vem defasada" e quando o professor necessita de conhecimentos dos alunos para trabalhar outros conjuntos é que se identifica a dimensão do problema.

Outro ponto valorizado pelos futuros professores foi a inserção do conteúdo de divisão em diversas unidades temáticas, considerando ser instrumento para a resolução das tarefas de outros conteúdos:

> Ele [documento da BNCC] é dividido em partes: álgebra, números, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística [cinco unidades temáticas]. E nisso, eu fui olhando para as unidades temáticas. Eu analisei os assuntos que envolviam a divisão de alguma forma, porque nessa parte [8.º ano], não tem assunto que vão tratar diretamente à divisão direto. Tratam como se o aluno já soubesse fazer. (Tomás, 3.º encontro)

> Complementando e ajudando Tomás, também considero que, em relação a esses anos (finais do ensino fundamental), essa questão do conceito da divisão está bem-posicionada. Não tem em nenhum assunto. É um complemento que vai ajudar na resolução do problema (...) nas relações do triângulo [por exemplo] vão ter a ideia de divisão atrelada, mas não precisa ser explicada. Ela [divisão] está ali e o aluno vai fazer, mas o conceito não tem (...). É esse movimento de cálculo mesmo. (Levi, 3.º encontro)

Segundo a professora Liz, a análise dos documentos oficiais promoveu reflexões no grupo, sendo isso importante para aprender a pensar de forma aprofundada sobre os conteúdos e seu ensino, porque conteúdos como divisão acabam por "atormentar o resto da vida do aluno e nós precisamos ver se o aluno tem um problema ainda conceitual (...) ou com as operações" (3.º encontro). Pelo seu lado, Levi acrescentou que esses foram os

motivos que fizeram a professora da escola destacar situações relacionadas às operações básicas:

> Tem muito a ver com a frustração do professor (escola). Ele disse que toda vez que ia preparar uma aula, ele se frustrava, porque o aluno não entendia aquele processo, porque o aluno não entende, porque tinha outros processos [anteriores] envolvidos. (...) Não importava o quanto ele falasse, como explicasse, se tinha que retomar alguns conceitos-base. Isso é muito desgastante, então aí surgem os problemas que já são conhecidos por nós. (Levi, 3.º encontro)

As conclusões foram que os conteúdos de divisão 'dialogam' com diversos conteúdos do Ensino Fundamental e Ensino Médio, como observou José. A BNCC (2018) organiza as competências tanto na forma horizontal quanto vertical. Essas ideias foram consideradas por ele como a retomada do conteúdo ao longo do ano letivo com o propósito de os aprofundar para os anos seguintes:

> À medida que os anos se passam, o aluno vai vendo os conteúdos, porém com uma abordagem a mais. Como Levi falou que as habilidades, por exemplo, do 9.º ano, não são apenas do 9.º ano, elas foram vistas nos anos anteriores, porém com acréscimo com relação a essas habilidades. (José, 3.º encontro)

A professora Liz reconheceu a necessidade da análise crítica nos documentos oficiais quando destacou que seria importante "[Se] tivéssemos a chance de pensar, dessa forma, em muitos outros conteúdos, seria muito bom". (3.º encontro). Ao seu comentário se supõe duas questões: na primeira, a ausência desse tipo de estudo no estágio supervisionado para que os futuros professores conheçam as orientações oficiais para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos; na segunda, a forma como foram conduzidas as discussões, em que privilegiou o diálogo coletivo e a abrangência para olhar um conteúdo em específico nesses documentos.

7.2 Análise de pesquisas acadêmicas sobre o conteúdo de divisão

Ao analisar pesquisas já realizadas na área da Educação Matemática, os futuros professores apresentaram intervenções relativas a três temas bastante presentes no ensino e na aprendizagem de divisão, nomeadamente conceito, tarefas e recursos didáticos. A respeito do conceito de divisão, foram discutidas ideias associadas à partição e à mensuração ou cota, ao ensino da técnica operatória ou ao algoritmo, à relação entre o dividendo e divisor, ao

teorema da divisão euclidiana e aos erros mais frequentes dos alunos. Quatro pesquisas, das sete analisadas pelos futuros professores, discutiram os conceitos de partição e mensuração, como indicam Lara e Levi:

> Uma é para repartir e a outra é para estimar. (...) Estimar quantas vezes uma quantia cabe dentro de outra. (...) A repartição favorece o modelo americano [de divisão], que representa a ação através da distribuição igual de objetos. (...) É a mais comum nas situações problemas. (Lara, 4.º encontro)

> Então, essa situação aqui é um problema de divisão por partilha. (...) Na divisão, o maior problema é porque o aluno esquematiza, ou seja, ele resolve o esquema dele apenas com base no compartilhamento. Ele vai ter o dividendo e o divisor como algo que vai repartido com o outro. A maior preocupação é que, na atividade docente, essa compreensão é a mais utilizada. (Levi, 4.º encontro)

Outro conceito que surgiu nos discursos dos futuros professores foi a operacionalização do algoritmo da divisão como uma parte importante na resolução de tarefas. Consideraram que as operações de dividir podem ser realizadas de diferentes formas através do cálculo mental, de estimativas, da técnica operatória, da memorização de regras e outros mecanismos. Seus entendimentos indicaram algumas das dificuldades que os alunos apresentam em suas atividades, seja para o desenvolvimento de conceitos, seja para o uso de técnicas operatórias:

> O aluno não consegue interpretar o problema, errando posicionamento do divisor e dividendo ou monta situações desconexas, no caso da interpretação e da montagem do problema. Outro dado, foi a resposta incompleta. O aluno inicia o algoritmo corretamente, mas não indica a resposta ou não conclui a divisão. Outra dificuldade é que o aluno demonstra não ter conhecimento da tabuada e erra nos cálculos de multiplicação errôneas, ou então erra no uso do algoritmo da multiplicação, ou da divisão. (Tomás, 4.º encontro)

> O ato de utilizar diferentes formas de cálculo não implica que o algoritmo tradicional das operações não deva ser ensinado uma vez que este representa o conhecimento social formal e sistemático, por outro lado, tal conhecimento não deve ser feito através de técnicas e procedimentos sem significados. Eu percebi que a autora não discorda do ensino das operações tradicionais. (Lara, 4.º encontro)

Quanto à discussão das técnicas operatórias desse tipo de tarefas de divisão, Levi, pontuou que o exercício "efetue: 15 ÷ 3", do ponto de vista da Matemática, apresenta apenas uma forma de operacionalizar, que é identificar qual o número que cabe três vezes dentro de quinze. No entanto, do ponto de vista didático, ele identificou que essa situação pode ser projetada por dois problemas, com a mesma solução formal, mas com abordagens diferentes: o primeiro, um problema de partição; o segundo de cota. Para explicar seu entendimento do

contexto matemático e didático inseridos na tarefa, ele tomou como exemplo, a partir das discussões coletivas, duas situações:

> Por exemplo, 15 / 3 = 5, do ponto de vista matemático a solução é única, mas do ponto de vista do ensino pode ser diferente e apresentar situações diferentes ao aluno. Ele [aluno] também vai poder interpretar da forma que ele [aluno] esquematize melhor. Então, o aluno pode resolver os problemas de diferentes formas, depende de como ele esteja disposto a entender, não existe apenas uma maneira de resolver esse problema. Isso é muito interessante.
>
> 1º - O aluno foi à papelaria e comprou 15 cadernos para dar aos seus três amigos, ele quer que cada amigo receba a mesma quantidade. Quantos cadernos cada um vai receber?
> 2º - O aluno comprou 15 bolinhas de gude e quer dar 3 bolinhas de gude para cada um de seus amigos. Quantos amigos vão ganhar bolinhas de gude? (Levi, 5.º encontro)

Ainda relacionado com os conceitos, Ivan selecionou uma questão no material curricular, para mostrar que inverso multiplicativo é um conceito que deve ser:

> Heloisa perguntou qual o número que ao ser dividido por 7 resulta em -5? (...) Os autores colocaram essa problemática da multiplicação inversa da divisão. (...) Então, Heloísa realizou uma aplicação para encontrar o valor desconhecido e isso só ocorreu, porque a multiplicação é a operação inversa da divisão, assim -35 dividido por 7 é -5 ou ainda -35 dividido por -5 é 7. (Ivan, 5.º encontro)

À medida que ocorriam as discussões do estudo em materiais curriculares para compreender as orientações para o ensino de divisão, os futuros professores se depararam com diversas propostas de intervenção para o ensino. Essas propostas destacavam os recursos didáticos como um aspecto relevante à prática letiva, tais como: resolução de problemas, história da Matemática, jogos matemáticos, materiais manipuláveis. A exemplo disso, Caio considerou que o jogo pode favorecer diversos aspectos da prática letiva:

> Ela [autora] elaborou um jogo envolvendo a divisão (...) levando o aluno ao aprendizado com consciência crítica e autônoma. Esses são os principais fatores para a escolha do jogo. Então, ela usou o jogo para que ele [aluno] pudesse revisar o conteúdo que o professor vem trabalhando em sala de aula, aplicar na sua vida cotidiana e ver que a Matemática não é, especialmente, aquele algoritmo da divisão. (Caio, 5.º encontro)

Por outro lado, outros nomes referentes aos materiais manipulativos também surgiram no cenário da aula, no entanto os futuros professores mostravam não os conhecer. Sobre isso, eles apontaram algumas ideias para se trabalhar com esses recursos didáticos, como material dourado e quadro valor de lugar. Inclusive, Tomás afirmou que não conhecia esse material:

> Clara: Queria saber, o que é material dourado?
> Lara: Material Dourado é aqueles bloquinhos.
> Professora Liz: Eu ia perguntar para vocês, se vocês conhecem?
> Lara: São aqueles bloquinhos que normalmente utilizam para ensinar fração?
> Professora Liz: Sim. Ou para ensinar as casas decimais.
> Lara: Sim! Usam para ensinar com quadradinho por quadradinho ou para ensinar área. (5.º encontro)

> A partir desses resultados ela [autora] fez uma oficina (...) nessa oficina ela explica como usar o material Dourado e usar o quadro valor de lugar, que eu não conhecia. Eu nunca ouvi falar sobre esse quadro e aí eu fui ver uma foto desse quadro. É um instrumento de ensino e aprendizagem de matemática e é dividido em unidade, dezena, centena e milhar. (Tomás, 5.º encontro)

7.3 Concepção de tarefas: reconhecendo necessidades

Ao iniciar o estudo sobre os diferentes tipos de tarefas e suas possibilidades didáticas, os futuros professores mostraram familiaridade apenas com as ideias de exercício e problema. Esses indicativos apontam para a necessidade de discussão desses conteúdos na formação inicial, pois de acordo com Ivan, esse assunto pareceu ser uma novidade, ao entender que a palavra aberta se refere às explicações que os alunos devem fazer sobre os conteúdos, cabendo ao professor incentivá-los e elaborar outras perguntas. Por outro lado, sugeriu a falta de envolvimento do futuro professor com a proposta da aula para a construção de conceitos de forma autônoma:

> Eu fico aqui pensando no que vocês estão falando de questões abertas, em como categorizar uma questão aberta, por exemplo, depois que eu chegar no 6.º ano ou no Ensino Médio. Eu vou introduzir uma aula de divisão, certo. Na atividade, eu mando para casa uma tarefa perguntando, por exemplo: para vocês o que é divisão? O que é dividir? Assim como uma pergunta aberta, por três linhas e delimitar um espaço específico para eles. Em seguida, dou um texto explicando o que é divisão (...) os para incentivar a leitura e depois continuar com perguntas. É, se o número de cima é o dividendo, então como você pensa que ele funciona na divisão? Assim perguntas abertas. Como elas [perguntas] se encaixam nessas categorias [tipos de tarefas]? Elas seriam de exploração, de investigação, teriam o desafio mais elevado ou reduzido. (Ivan, 6.º encontro)

Para Tomás, a distinção entre tarefa exploratória e de investigação foi uma dificuldade, porque as considerou suas características muito próximas, mesmo assim conclui que existem particularidades próprias em cada uma delas:

> Eu senti um pouco de dificuldade na distinção das tarefas exploratórias e de investigação, porque eu achei tão parecidas, mas cada uma com suas particularidades. (Tomás, 6.º encontro)

Outras questões surgiam nas discussões coletivas que também demonstravam alguma novidade do tema. José entendeu que o tempo previsto para a resolução da tarefa é uma de suas características, no entanto não soube identificar que esse tempo está relacionado a proposta de ensino do professor ao envolvimento do aluno com a tarefa:

> Minha pergunta é sobre o tempo. O exercício tem tempo curto, os problemas o tempo médio, as de exploração, investigação e projeto o tempo é longo. Isso seria em sala de aula? Por que um exercício se pode trabalhar em uma aula e um problema o aluno pode passar alguns dias para resolver esses problemas? (José, 6.º encontro)

Ao final das discussões sobre tarefa, a professora Liz orientou os futuros professores a selecionarem, adaptarem ou elaborarem tarefas exploratórias, mas também resolvê-las. No entendimento de Levi, essa atividade mostrou-se ser um desafio, porque talvez ele tenha associado a ideia de prática, ou seja, considerar as características das exploratórias estudadas e a partir delas identificá-las noutras tarefas, ou adaptar, ou até elaborar uma tarefa exploratória:

> Eu acho muito interessante, mas a gente vai ter um trabalhão para pensar nessas tarefas, que levam nosso aluno, a sozinho conseguir fazer, né? Essas reflexões temos que ter clareza, porque a gente tem que saber muito bem a tarefa que a gente vai estar escrevendo. Eu acho muito legal isso, mas a gente vai trabalhar muito desse jeito. (Levi, 6.º encontro)

7.4 Plano de aula: instrumento de orientação à prática docente

Nas discussões que trataram do estudo sobre plano de aula, os futuros professores consideram ser um instrumento didático exigente, mas necessário à prática docente. Observou-se que Caio teve o cuidado de analisar cada critério sugerido para sua elaboração. Considerou também que a elaboração do plano de aula é mais uma exigência ao professor, visto que quase sempre ensina em muitas turmas e que cada turma tem realidade própria e que sendo o plano de aula específico para cada turma isso pode vir onerar o professor. Notou-se em seus comentários que ele se inseriu nessa realidade e que devido a essas dificuldades o professor acaba por centrar suas atenções muito mais no assunto do que nos alunos:

> O texto aborda todos os tópicos detalhados. Ressalta a importância de cumprir cada etapa desse plano de aula. Isso exige muito do professor, principalmente quem tem que dar aula e assistir aula também. (...) Então, para você explorar cada ponto desses, analisar turma por turma. Cada turma é diferente uma da outra. Cada uma tem seus aspectos. Vejo que isso [o plano de aula] exige um tempo tão grande que muitas vezes a gente acaba focando apenas nos tópicos principais. Para estar fazendo isso constantemente é inviável. (Caio, 11.º encontro)

Lara fez uma descrição do que mais chamou a sua atenção no texto, destacando ter em conta o aluno no planejamento da aula. Ela não fez distinção entre plano de aula e planejamento, não observando que um é instrumento e o outro, processo. Em todo caso, ela entendeu que é através do planejamento que o professor tem a oportunidade de pensar na turma e na diversidade dos alunos, já que todos não aprendem da mesma forma, sendo assim o professor pode contribuir com a aprendizagem dos alunos:

> No texto, o que mais me chamou atenção é a importância de levar em conta a capacidade dos alunos mesmo antes de fazer aula. Isso é algo que eu penso que sempre deve ser reforçada. Nós, enquanto professores, devemos ter a noção de que as pessoas não funcionam de formas totalmente iguais. Isso também existe na sala de aula. Eu acho que o planejamento de aula é importante nessa questão, porque a gente consegue analisar a forma como cada turma funciona melhor, né? Para levar o conhecimento de forma a que a gente atenda a todos. (Lara, 11.º encontro)

Em seu discurso, Tomás enfatizou que ao ler o texto sobre plano de aula, percebeu uma relação muito próxima entre a fase de planejamento, até culminar na elaboração do plano de aula, com o processo que estavam vivenciando no estudo de aula. Destacou que o plano de aula se apresentava como a síntese do planejamento:

> Na verdade, o que observei, é sobre a fase preparatória para o plano de aula. Quando eu comecei a ler, eu pensei é justamente o que estamos fazendo, porque ele [o texto] fala sobre a definição do objetivo, seleção de tarefas que podem ser úteis a consecução desse objetivo, a resolução, a análise das potencialidades dessa tarefa e as dificuldades previsíveis dos alunos, que é justamente tudo que estamos fazendo. Antes do plano de aula tem muita coisa a ser pensada para a gente de fato montar o plano. Eu fiquei pensando no que estamos fazendo que é justamente isso. Definimos os objetivos, estamos selecionando as tarefas, estamos pensando nas possíveis dúvidas dos alunos, estamos pensando que potencial essa tarefa tem para nos ajudar a atingir os objetivos. (Tomás, 11.º encontro)

O investimento em leituras dos materiais curriculares mostrou-se ser importante para a construção de ideias sobre os aspectos do conhecimento didático matemático, por outro lado possibilita uma tomada de consciência, porque é difícil os futuros professores comentarem em sala que "eu não gosto de ler, mas tive que ler a gente e a gente leu bastante

foi vendo o que era uma aula investigativa como essa abordagem" (Clara, entrevista, julho de 2021) tinha que investir em leituras.

Síntese

Assim, o trabalho com os documentos curriculares mostrou aos futuros professores que a divisão surge nos anos iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva do conceito e do algoritmo, no entanto a aprendizagem desse conteúdo não parece contemplar essa perspectiva. Quando os alunos chegam aos anos finais que a proposta curricular a esse conteúdo é alargada a novos conjuntos numéricos e usada para a resolução de tarefas em diversas unidades temáticas, as dificuldades parecem se revelar ainda mais. Os futuros professores entenderam que a prática docente, para os anos finais, não dá muita atenção às dificuldades que os alunos possam ter neste conceito, consideram como conteúdos aprendizados. As discussões do ponto de vista de analisar as orientações oficiais para o ensino de divisão contribuiu para o futuro professor identificar algumas das dificuldades do aluno e qual o papel do professor para contribuir com sua aprendizagem nesse conteúdo nos anos finais do ensino fundamental.

O entendimento dos futuros professores com as leituras em materiais curriculares, da área de Educação Matemática, promoveu discussões coletivas em torno dos conceitos, das operações e dos erros, do papel da tarefa para contribuir com a construção desses conceitos e da importância dos recursos didáticos para contribuir com a prática docente. Sobre os conceitos falaram mensuração, partição e cota indicando suas diferenças e inverso multiplicativo. Eles criticaram a forma como esses conceitos se apresentam na prática docente, afirmando que nos processos operatórios da divisão os professores tendem a privilegiar a (re)partição que é a distribuição do dividendo em partes iguais de acordo com o divisor. Sugeriram que o conceito de mensuração pode trabalhar o cálculo mental através do uso de estimativa. Consideraram que se pode dar diferentes significados às tarefas de acordo com a proposta de ensino. As que representam o contexto da Matemática pura possibilitam apenas uma estratégia; outras, podem oportunizar diferentes estratégias. Por fim, mostraram que o envolvimento com leituras em materiais curriculares deu-lhes a oportunidade de construir algumas ideias de material dourado, jogos matemáticos e quadro valor de lugar.

Sobre o estudo que realizaram sobre tarefas para conhecer suas potencialidades e desafios na prática letiva, os futuros professores mostraram-se envolvidos com as discussões indicando que a abordagem ao tema foi uma novidade. A esses aspectos, entenderam que as tarefas abertas possibilitam ao aluno escrever seu ponto de vista sobre o conteúdo sem fazer uso da linguagem matemática. Com relação às características das tarefas, questionaram as diferenças entre tarefas de exploração e de investigação. Também observaram que o tempo relativo à tarefa no processo de ensino não é o mesmo para todos os tipos de tarefas. Por outro lado, a imagem construída dos problemas é que são tarefa para cujas respostas se podem gastar vários dias. Após esse estudo, os futuros professores ao serem convidados a elaborar ou adaptar suas tarefas, sentiram-se desafiados, porque entenderam que a aprendizagem do aluno é o foco de interesse quando se trabalha com tarefa, especialmente as exploratórias.

Os futuros professores concordaram com a importância da necessidade de elaboração (ou não) dos planos de aula, apesar de citarem algumas dificuldades para manter esse instrumento em sua rotina. Valorizaram o critério que leva em conta as dificuldades dos alunos antes da aula, porque é uma forma de pôr a aprendizagem do aluno como centro da atividade docente, e que isso deve ser fortalecido.

Turma LM3

7.5 Estudo dos documentos oficiais sobre multiplicação e divisão.

Para encaminhar as discussões dos documentos oficiais sobre multiplicação foram sugeridas duas perguntas aos futuros professores: de que forma os conteúdos de multiplicação e divisão se apresentam nos documentos para o Ensino Fundamental e Médio? De acordo com suas análises, as dificuldades para a construção dos conceitos multiplicação e divisão são próprias a esses conteúdos ou se somam as dificuldades de outros conteúdos? Em atendimento às primeiras perguntas, os futuros professores compreenderam que há uma ruptura na forma como a multiplicação e divisão são tratados nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Nos anos iniciais, o aluno estuda esses assuntos, através de operações

básicas e seus conceitos mais elementares; nos anos finais do Ensino Fundamental, há uma abrangência desses conceitos atrelados a outros conteúdos, o que promove maiores dificuldades de aprendizagem. A esse respeito, Hugo e André compreendem que multiplicação e divisão ganham novos formatos tanto no que se refere aos conceitos quanto nas operações, e, assim, as dificuldades dos alunos se acentuam, pois, novas exigências surgem e consideram a abrangência ao estudo de outros conjuntos numéricos:

> Não é porque o assunto se remete aos anos iniciais, mas porque quando se utiliza o em outros contextos [conteúdos], o assunto ganha novos desdobramentos e novas propriedades e assim fica mais complicado, porque são esses outros assuntos que aumenta o grau de dificuldade da multiplicação e divisão, sem falar também das questões jogos de sinais. (Hugo, 4.º encontro)

> Penso como Hugo. A multiplicação e divisão não estão mais sozinhas, começam a amadurecer dentro desses [outros] conteúdo (...) É como se ele ficasse muito preso, por quatro anos nos naturais [números] e quando vai para os anos seguintes vem as dificuldades. (André, 4.º encontro)

Maria destacou que os conteúdos de multiplicação e divisão têm um peso significativo no trato com os objetos algébricos e que, dadas as dificuldades dos alunos, isso pode influenciar ou a impedir o progresso das aprendizagens dos alunos nesses conteúdos:

> Por exemplo, na unidade temática álgebra, quando a gente tem um valor numérico nas expressões algébricas o aluno pode ter dúvida, quanto a ideia do sinal de igualdade, podendo confundir as operações. Se ele consegue substituir o valor das variáveis e se não souber multiplicar ou dividir, ele não consegue encontrar o valor numérico, mesmo que ele entenda o conceito das expressões, mas se não conseguir multiplicar ou dividir ele não vai chegar ao resultado. (Maria, 4.º encontro)

Ivo considerou as colocações anteriores como verdadeiras e acrescentou outros aspectos. Primeiro, ele reconhece a necessidade de o aluno saber as operações básicas como requisito indispensável ao progresso de suas aprendizagens. Por outro lado, o futuro professor falou que outros fatores influenciam, mas somente esclareceu que a forma como a escola está organizada não favorece essa aprendizagem, possibilitando à retomada desses conteúdos pelos professores, pois exige dele o cumprimento do programa:

> Seguindo a mesma linha de raciocínio do Manoel e de Tiago. Quando ele [aluno] chega nos anos finais do Ensino Fundamental a gente [professor] necessita daquele aprendizado básico, justamente para usar em outros conteúdos que necessitam deles, como por exemplo, resolver uma equação (...) e acaba aqui existem também uma série de fatores que influenciam (...) na verdade, ele não aprendeu corretamente da forma que deveria o básico e quando chega nos anos finais (...) a gente não pode mais iniciar, por exemplo, o ensino de frações. Para continuar, a gente só pode, no máximo, fazer uma revisãozinha rápida para não perder tempo

> e seguir também com programa da escola em relação aos outros conteúdos, né é isso? (Ivo, 4.º encontro)

Durante as discussões dos documentos oficiais, os participantes reconheceram que a multiplicação e a divisão, nos anos finais, fazem parte dos conhecimentos prévios dos alunos que são convocados para facilitar a aprendizagem e resolução de tarefas em outros conteúdos. Essas colocações dos futuros professores impulsionaram a uma nova escolha do conteúdo a ser estudado com foco na aula de investigação. A partir dessa mudança, as orientações foram investigar em materiais curriculares (artigos, dissertações, teses ou livros) aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem da álgebra.

7.6 Análise de pesquisas acadêmicas sobre o conteúdo de equação de primeiro grau

Inicialmente, os futuros professores discutiram os erros e os métodos utilizados pelos alunos na resolução de equações do primeiro grau. O entendimento sobre a resolução de tarefas de equações do 1º grau se apresentou de duas formas: equações aritméticas ($ax + b = c$) e equações algébricas ($ax + b = cx + d$). De acordo com os futuros professores, os erros mais frequentes na resolução dessas equações estão relacionados às técnicas operacionais de seus coeficientes, principalmente a de memorização da frase "passa e muda o sinal" (Davi, 5º encontro). Para Hugo, o entendimento dessas técnicas operacionais interfere na aprendizagem dos alunos, pois eles acabam por apenas aplicar as estratégias memorizadas, tornando isso em uma limitação, pois não é possível memorizar um conjunto de estratégias capaz de atender a todas as tarefas que envolvem equações de primeiro grau:

> As dificuldades estão relacionadas às técnicas de transposição do coeficiente de x e dos termos independentes (...) [para eles] não tem diferença entre essas transposições. A memorização dessa frase 'passa e muda o sinal' significa que os alunos a utilizam como algoritmo. Eles usam isso tanto para o termo x como para o independente, o que gera erro. (Davi, 5º encontro)

> Eles usaram isso como algoritmo e acabaram cometendo isso [erros], pois não entenderam, de fato, o que estavam fazendo. Em geral, utilizam a expressão isolar o x para justificar as transformações que se faz nas equações, mas eles não têm clareza sobre os critérios que permitem distinguir os procedimentos corretos que podem ser usados para, de fato, isolar a incógnita x. O aluno simplesmente isola a incógnita, realizando qualquer operação. É semelhante ao que Davi falou. (Hugo, 5º encontro)

Para justificar tais erros, Max mostrou que, no exemplo - 4x = 8, o aluno tende a dar como resposta x = 2, atribuindo sentido à divisão e desconhecendo o conjunto numérico no qual se insere a equação:

> Por exemplo: - 4 = 2x, para tentar entender o que significa isso, ou seja, o que devo multiplicar por 2 para chegar a - 4 (...), precisa entender o significado daquilo que está fazendo e não somente a regra. É por isso que ele[autor] fala que, para conseguir um melhor resultado para o ensino de álgebra, é importante que mostremos as técnicas e os métodos de resolução, mas atribuindo significado àquilo que estamos fazendo. (Max, 5º encontro)

Outro obstáculo nas aprendizagens dos alunos de equações do primeiro grau, segundo Hugo, está na presença do zero nas equações, como na equação $ax = b$, em que $b = 0$ ou $a = 0$. Esse caso é fruto das dificuldades dos alunos em entender a divisão do número zero por um número diferente de zero e em compreender a indeterminação da equação:

> O zero é um problema para os alunos nas equações, [tanto] na resolução da equação $ax = 0$ como na equação sem soluções 0x = b, com b diferente de zero. Isso está relacionado ao problema da divisão do número zero por outro número e da indeterminação da divisão por zero. (Hugo, 5º encontro)

Com relação ao sinal de igualdade nas equações, Davi reconheceu que os alunos não entendem a igualdade como uma equivalência entre os lados da igualdade na equação e, por isso, não manipulam, da mesma forma, os seus termos, os levando a manipular somente os coeficientes do lado da incógnita:

> Eles não tratam o sinal de igual como um sinal de equivalência entre os membros. Eles tratam como um sinal de igual [em que] o primeiro [membro] deve ser igual ao outro lado que não pode usar, ou seja, vai ter que dar aquilo [o segundo membro]. Eles entendem como termos que não se pode manipular. (Davi, 5º encontro)

Outra dificuldade apontada pelos futuros professores refere-se à passagem do pensamento aritmético para o algébrico. Ana compreendeu que os alunos não conseguem satisfazer aos "cinco principais alicerces do pensamento algébrico, que são: estabelecer relações, operar com o desconhecido, construir significados, modelar e generalizar". As consequências disso, para a futura professora, são que alunos dos anos finais do ensino fundamental não conseguem resolver equações, no campo algébrico, recorrendo aos processos aritméticos:

> O desenvolvimento do pensamento algébrico na transição entre os anos iniciais e os finais do Ensino Fundamental, ou seja, no limite entre a álgebra e a aritmética, é um pouco turvo.

> Muitos alunos começam a enxergar um pouco a álgebra, mas tendem a buscar uma solução aritmética ou tendem a atribuir valores (...) o número de alunos do 8º ano que não conseguem operar com o desconhecido é preocupante para os autores. (Ana, 5º encontro)

Para Dayse, as dificuldades de aprendizagem dos alunos, em álgebra, situam-se na abstração matemática necessária à leitura e à interpretação dos objetos matemáticos, cuja linguagem se diferencia da língua materna. Para essa futura professora, uma coisa é "saber ler e outra é entender o abstrato. A maioria dos problemas no campo da álgebra se coloca de forma abstrata. Os alunos têm que aprender a ler a Matemática" (Dayse, 5º encontro). Eva, por sua vez, argumentou que os problemas da aprendizagem de álgebra passam pela forma como a linguagem é interpretada. Ela entendeu que existe o desafio em transpor um texto da língua materna para um texto algébrico:

> Os erros dos alunos estão em utilizar os dados do problema de forma incorreta, em uma linguagem mal interpretada… isso que Ana falou. Às vezes, a questão vem contextualizada e, aí, ao passar aquele texto para uma linguagem algébrica, os alunos têm muitas dificuldades. Eles chegaram até a responder à questão nessa mesma linguagem de forma natural, mas não chegam a, por exemplo, criar uma regra mais algébrica para, assim, dar a resposta da questão. (Eva, 5º encontro)

Complementando o entendimento de Eva, Fátima reconheceu as dificuldades dos alunos em justificar seu pensamento algébrico através da generalização de padrões e de regularidades. Ela indicou duas dificuldades que comumente se apresentam nas tarefas: a transposição das informações da tarefa para a linguagem algébrica e o uso das técnicas operacionais:

> Porque eles não conseguem justificar suas abstrações e generalizações provenientes de regularidades e de padrões. Dentre os erros que Eva apontou, tiveram dois erros presentes em quase todas as questões, que foi o erro da tradução da linguagem… os alunos não conseguem passar isso para algébrica… outro erro recorrente são aquelas técnicas em que os alunos não conseguem fazer uma multiplicação de monômios, ou uma adição. Isso mostra uma defasagem dos alunos em não conseguir interpretar o que é x, além de não conseguirem associar que essa incógnita pode assumir diversos valores. Eles sentem dificuldades em generalizar. (Fátima, 5º encontro)

Como proposta, Célia apontou que tarefas sobre sequências numéricas ou de figuras contribuem no desenvolvimento do pensamento algébrico, já que despertam o interesse do aluno em generalizações, a partir das regularidades e da busca de padrões. Ela indicou que essas tarefas, além de desafiadoras, impulsionam os alunos a buscar suas respostas mesmo

se seus obstáculos se apresentem à medida que os termos vão se distanciando daqueles inicialmente apresentados:

> Com relação à generalização a partir de regularidades, eles conseguem associar, no início, os termos que são mais próximos, mas, quando se vai para termos mais distantes, eles têm mais dificuldade… são questões desafiadoras, que exigem bastante deles, porque são levados a pensar sobre isso, são instigados a pensar, a raciocinar um pouco mais do que em outras tarefas. (Célia, 5º encontro)

.

7.7 Concepção de tarefas: reconhecendo necessidades

Para contribuir com esse entendimento, Alice descreveu algumas das características e das potencialidades das tarefas exploratórias, indicando que seu nível de dificuldade é menor com relação ao problema e que isso pode vir a contribuir com a aprendizagem do aluno, já que o aluno constrói seu entendimento sobre os objetos matemáticos:

> Veja, o que eu entendi de tarefas exploratórias é que existem alguns níveis de questões. Tem tarefa exploratória, exercício e problema. Cada uma tem um nível, tem uma linha cruzada com primeiro quadrante e segundo quadrante. (...) Nesse artigo [Ponte, 2005], ele fala que a tarefa exploratória tem um nível baixo [de dificuldade]. Ele [autor] até pega um exemplo e faz como exercício… e como tarefa exploratória. O objetivo daquela aula era fazer com que o aluno entendesse… uma forma mais concreta, não tanto abstrata, do problema. É dessa forma que o aluno constrói seu conhecimento. (Alice, 6º encontro)

Referente às características dos tipos de tarefas, Ana entendeu que elas se diferenciam quanto à forma (abertas ou fechadas) e ao grau de desafio (elevado e reduzido). Especificamente, buscou entender as potencialidades das tarefas exploratórias, considerando que elas promovem a aprendizagem dos alunos no que respeita ao desenvolvimento de conceitos e a procedimentos operatórios matemáticos:

> Tanto as tarefas de investigação quanto as de exploração são abertas, o que as diferem é o nível de desafio. Portanto, se o aluno inicia uma tarefa sem grande esforço cognitivo, essa tarefa é considerada de exploração, do contrário, será considerada como de investigação. Entretanto, Ponte (2005, p. 22) aponta que 'muitas vezes não se distingue entre tarefas de investigação e de exploração, chama-se investigação a todas elas'. Isso acontece por não existir bem uma definição do que seria dificuldade ou não para um determinado grupo de alunos. As investigações e as explorações trazidas para a sala de aula têm o intuito de despertar o pensar matemático de cada estudante na construção do raciocínio e da criatividade. Esse tipo de tarefa [de exploração] vem sendo alvo de vários estudos, porque, segundo Ponte, ele serve para promover o desenvolvimento de novos conceitos, procedimentos matemáticos, etc. (Ana, 6º encontro)

Referente à prática docente, os futuros professores destacam que o papel do professor, frente à tarefa, fundamenta-se na forma como as estratégias são organizadas e conduzidas no momento da aula, de modo a atribuir ao aluno a responsabilidade para desenvolver-se diante da tarefa. Sobre isso, Eva considerou que o professor deve se preocupar em escolher tarefas que promovam a comunicação na sala de aula, pois as estratégias para essa comunicação se diferenciam de acordo com o contexto da tarefa, contemplando antecipar, propor, monitorar, selecionar e sequenciar as discussões das resoluções para uma sistematização das aprendizagens dos alunos:

> [É importante] Promover a comunicação com os alunos, diferente do que normalmente é estabelecido nos exercícios. As ações são antecipar, propor a tarefa, monitorar a resolução da tarefa, selecionar e sequenciar as resoluções para discussão, discutir as resoluções e sistematizar as aprendizagens. (Eva, 6º encontro)

Os procedimentos adotados pelo professor, na condução da tarefa exploratória na sala de aula, foram destacados por Tiago, que se empenhou em apontar as orientações didáticas para uma boa comunicação em sala de aula. O entendimento em torno da participação produtiva dos alunos exige que o professor compreenda os aspectos da tarefa, para além das necessidades que ela naturalmente apresenta, ou seja, o professor deve ter conhecimento matemático de outros aspectos do conteúdo que podem ou não entrar no cenário da aula. Além do mais, ele deve conhecer também os aspectos didáticos do conteúdo de modo a valorizar as diferentes estratégias que os alunos podem apresentar e justificar aquelas que melhor representem a solução. As discussões coletivas são as responsáveis por essa síntese das escolhas das estratégias que respondem a tarefa:

> O professor apoia os alunos na realização das tarefas exploratória de forma individual ou em grupo, para que todos possam participar de forma produtiva. É importante que os comentários do professor às perguntas dos alunos não se reduzam às necessidades cognitivas para a tarefa, nem padronizem as estratégias de solução… o professor também deve escolher uma solução adequada a partir da observação das respostas dos alunos à tarefa. Ele deve valorizar o trabalho dos alunos na discussão em grupo. (Tiago, 7º encontro)

Para Alice, o papel da tarefa exploratória está centrado nas discussões coletivas, pois possibilita o desenvolvimento de diferentes estratégias de resolução pelos alunos, construindo discussões coletivas mais eficientes, porque os alunos expõem suas resoluções:

> Os alunos expõem mais a sua opinião sobre o assunto no momento da resolução da tarefa e trocam mais ideias com os seus colegas, o que promove uma melhor discussão em sala de aula. No momento em que os alunos começam a expor suas resoluções, é observado que cada um realizou a tarefa de formas diferentes e isso ainda mostra que uma tarefa pode ter várias formas de ser resolvidas. (Alice, 7º encontro)

O estudo sobre tarefas foi fundamental para os futuros professores construírem conhecimentos didáticos sobre os diversos aspectos que envolvem o papel da tarefa, seja ela exploratória ou não, na prática letiva. Nos seus discursos, notou-se a abordagem que eles deram às características e às potencialidades das tarefas exploratórias, em que destacaram a importância atribuída à comunicação na sala de aula, considerando que discussões coletivas são instrumentos que tornam o aluno mais participativo. Nessas discussões, eles têm a oportunidade de expor suas opiniões, já que as tarefas exploratórias oportunizam o uso de diferentes estratégias para resolvê-las.

7.8 Plano de aula: instrumento de orientação à prática docente

Um dos materiais curriculares analisados considerava a função do plano de aula como um instrumento de organização e de orientação da prática letiva. Quando questionado sobre sua importância, Luiz considerou que, embora a atividade docente pudesse ser realizada sem um planejamento em específico, o plano de aula, como um guião, contém informações com previsibilidade do que podem ocorrer em sala de aula, principalmente as relacionadas às dificuldades dos alunos:

> É importante, sim, porque a gente tem um guia do que vai acontecer na aula, tudo que você planejou, tudo certinho, o que dá para você ensinar, o que não. É possível dar uma aula sem ter um plano, mas é muito melhor você seguir um plano, porque você vai limitar tudo. Você sabe [o que está previsto], já tem na sua cabeça um guia de como vai ser a aula, sabendo também que os alunos podem ter mais dúvidas. Isso é importante (Luiz, 10º encontro)

Considerando a importância do plano de aula, Ana descreveu situações, observadas no contexto da sua formação, em que os futuros professores percebem a forma como o professor organizou sua aula. Ela destacou que alguns problemas podem interferir na condução da aula:

> Isso se reflete também na universidade, porque a gente nota, às vezes, que tem professor que faz o plano de aula e outros que não. O que acontece, no final, é que a gente acaba perdendo

> tempo em sala de aula, quando o professor não faz [a aula] para retomar, para ver onde parou para poder seguir. Às vezes, acaba se repetindo, às vezes, esquece, porque o cérebro não é um computador. Na própria universidade, a gente nota como a não utilização do plano de aula pode deixar o professor perdido. (Ana, 10º encontro)

A respeito dos problemas citados por Ana, Manoel entendeu que o plano de aula tem a função de preparar o professor para "minimizar esses riscos" (10º encontro) dos imprevistos que surgem na sala de aula.

Como guião, os futuros professores apresentaram uma série de advertências sobre o que entenderam da função do plano de aula. Fátima, por exemplo, chamou a atenção para a possibilidade de um roteiro a ser seguido, sem que exista flexibilização. Seu entendimento indicou que o plano de aula é um instrumento que pode colaborar para dar mais segurança ao professor, durante à realização de sua prática:

> O plano de aula é realmente importante, mas ele não deve seguir completamente esse roteirismo, porque, se criar um roteiro (...) [os professores] acabam seguindo à risca. Por exemplo, quando a gente vai usar o plano de aula, a gente coloca até os minutos em que se pretende realizar aquela atividade… então, diversas situações podem acontecer, inclusive, pode dar um branco no professor na hora que está explicando ou um aluno faz uma pergunta que ele não esperava. Então, tudo isso realmente vai fugir um pouco daquele plano que ele planejou. Mesmo assim, ele é importante para que o professor tenha uma certa segurança, porque, pelo menos, o que ele coloca ali no plano ele precisa ter um controle, um domínio, para que ele tenha segurança quando for falar para os alunos e eles possam realmente perceber isso nele. (Fátima, 10º encontro)

Nesse sentido, Dayse compreendeu que o plano de aula, como instrumento de orientação à prática docente, deve ser flexível para que se possa encontrar um equilíbrio entre a ação planejada e a executada, de modo a atender aos imprevistos que ocorrem na interação com os alunos:

> Tem que ter um meio termo entre fazer uma programação muito certa, como eu terminar o horário para cada atividade e tal. O meio-termo entre isso e deixar fazer apenas. Não é uma lista, mas para ter apenas uma noção do que se vai ter aula, porque, como Fátima falou, uma sala de aula tem muitos imprevistos. Na minha ideia de plano de aula, não é muito prático você elaborar um plano de aula que seja muito exato (…) o plano de aula tem que ter um balanceamento entre o cronometrado e o livre, digamos assim, porque deve ter essa liberdade de horário. (Dayse, 10º encontro)

Max fez um estudo dos critérios a serem atendidos na elaboração do plano de aula para a aula de investigação, com foco nas aprendizagens dos alunos. Observou-se, no seu discurso, que os futuros professores, ao elaborarem o plano de aula, pensaram em diversos

aspectos que podem contribuir para o desenvolvimento da aula, inclusive nas dificuldades para sua elaboração, tendo em conta o papel da tarefa exploratória nas aprendizagens dos alunos:

> A gente se orientou para criar o plano de aula: valorizar o que se pretende com os objetivos que se quer alcançar, o que o aluno vai aprender com equação de primeiro grau. Com relação ao tempo no plano de aula, foi uma coisa muito complicada… mesmo com 50 minutos, ficou muito apertado para a gente resolver as coisas, porque a gente tinha que atender ao plano de aula, baseado na questão. Então, tudo vai ser rodeado pela questão. A gente teve muita dificuldade de montar, mas a gente tentou pensar nessas coisas: atender aos objetivos, aplicar questões, pensar em possíveis dificuldades, pensar em quais seriam as nossas atitudes a partir das dificuldades dos alunos, e foi assim que a gente criou. Essa foi a parte importante que a gente considerou para poder planejar essas coisas. (Max, 10º encontro)

Síntese

As discussões sobre o estudo de aula, no início do processo desenvolvido no estágio supervisionado, foi um requisito importante para situar o futuro professor no processo, porque o permitiu conhecer suas etapas, o que o constitui, os desafios e as prováveis contribuições do estudo de aula no desenvolvimento do conhecimento didático. Conhecer o processo antes da realização de suas ações contribui para que o professor tome ciência das ações a serem realizadas, assumindo para si o papel de colaborar com essas ações.

As discussões coletivas em torno das tarefas permitiram aos futuros professores discutirem conceitos em torno da construção do pensamento algébrico dos alunos, através da compreensão de generalização, de padrão, de incógnita, de equivalência e de objetos abstratos. Eles concordaram que existem diferenças entre as equações aritméticas e algébricas, a partir da caracterização e da identificação das possíveis dificuldades dos alunos nesses conteúdos. A esse respeito, os futuros professores, ao pontuarem os erros predominantes na resolução dessas equações, muitos provenientes das dificuldades no uso das propriedades das operações aritméticas, reconheceram a importância da construção de sentido não somente das equações de primeiro grau, mas também dos conteúdos do campo da álgebra.

Pode considerar-se que o estudo sobre tarefas desenvolvem o conhecimento dos futuros professores quando analisa o objeto matemático para o ensino no contexto da tarefa. Seu olhar para as potencialidades das tarefas, especialmente das exploratórias, implicou em relacionar os objetos matemáticos às suas dificuldades para as aprendizagens dos alunos. Sobre o reconhecimento das características e das potencialidades das tarefas exploratórias,

eles destacaram a sua importância para a promoção da comunicação na sala de aula, considerando que discussões coletivas são instrumentos que tornam a aluno mais participativo e criam oportunidades para expor opiniões, já que as tarefas exploratórias oportunizam o uso de diferentes estratégias para resolvê-las.

Os futuros professores compreenderam que a organização da prática docente exige do professor conhecimento matemático dos conteúdos a serem ensinados e conhecimento para seu ensino. Contudo, o planejamento de suas ações solicita uma organização sistematizada para evitar improvisos e afastamento aos interesses de aprendizagem dos alunos. Esse planejamento deve ser sintetizado em um guião, em que estejam definidos os objetivos de aprendizagem dos alunos, as suas possíveis dificuldades, as escolhas didáticas frente a essas dificuldades e a estrutura de comunicação na aula.

CAPÍTULO 8

ELABORAÇÃO, ADAPTAÇÃO E RESOLUÇÃO DE TAREFAS EXPLORATÓRIAS

Este capítulo aborda quatro quesitos que foram organizados com base nas discussões coletivas que trataram da elaboração, adaptação e resolução de tarefas exploratórias pelas turmas LM1 e LM3. No primeiro, e para cada turma, apresento os entendimentos dos futuros professores ao serem convidados a elaborar, adaptar e resolver tarefas exploratórias, nas duas seguintes, particularizo o estudo para analisar a escolha das tarefas exploratórias para as aulas de investigação. Por fim, pontuo as perspectivas dos futuros professores sobre o que revelam desta atividade.

Turma LM1

8.1 Tarefas exploratórias: elaboração, adaptação e resolução

Após elaboração do objetivo da aula de investigação e o estudo de materiais curriculares sobre as potencialidades dos diferentes tipos de tarefas nas aprendizagens dos alunos, os futuros professores foram convidados a elaborar, adaptar e resolver tarefas matemáticas sobre divisão, em particular tarefas exploratórias. Todos eles trouxeram uma ou duas tarefas para análise, das quais nove se caracterizavam como exercícios ou problemas, apenas uma apresentava características de tarefa exploratória. Das dez tarefas trazidas (Anexo 5) uma foi elaborada por Lara, uma foi retirada de um livro e as demais foram selecionadas em sites de busca.

Observou-se durante as discussões que os futuros professores apresentaram tarefas que denotavam seus entendimentos sobre a forma como os alunos aprendem. Para eles, o exercício é um importante meio de treinar o aluno no desenvolvimento de algoritmos, principalmente aqueles que lhes parecem mais desafiantes. Inclusive, eles afirmaram que na prática docente o professor deve começar pelo exercício e somente depois de algum conhecimento do aluno deve-se propor a resolução de problemas. A esse respeito, Clara trouxe um exercício disponibilizado na internet, contendo 12 letras, cujo objetivo era treinar os alunos em dois pontos: o primeiro resolver questões de divisão com resto e, o segundo, resolver questões no conjunto dos números racionais para se praticar com números decimais. Após apresentar o objetivo do exercício, Clara chamou atenção para as alíneas b) 3560:35 e i) 777:19, indicando serem operações com maiores dificuldades nas aprendizagens dos alunos e que precisam ser superadas:

> Por exemplo, essa letra B), 3560 dividido por 35. Quando o aluno divide 35 por 35 que dá um, ele não sabe mais o que fazer. Ele baixa o 6 e com não dá para dividir, ele vai baixar o 0. Isso aconteceu com vários alunos meus... Na letra I) 777 / 19, ... meus alunos colocam 4 e resto 17 e param aí e não colocam o zero, porque para eles não dá para dividir de novo. Então foram essas duas que me chamaram atenção, pois é o que eu vivo no dia a dia no trabalho. (Clara, 7.º encontro)

Inclusive, a futura professora afirmou que esse tipo de tarefa não visa saber se o aluno sabe, ou se interpretou mal o enunciado, já que questões como essas não fazem parte desse tipo de tarefa, porque não possibilita ao aluno encontrar seus próprios caminhos para resolução:

> Para ver se o aluno sabe de fato resolver [o exercício] ou não sabe. Não tem essa de interpretou mal (...) é um exercício direto. Esse exercício tem duas formas de fazer: com decimal e só com o resto. Então, quem [o professor] quer uma coisa mais fácil pode-se utilizar apenas o resto, mas se quiser já apresentar o conteúdo dos decimais, então resolve pelo método dos decimais. Essa foi a intenção dessa primeira atividade, certo. (Clara, 7.º encontro)

Embora a professora Liz tenha afirmado que "entregar o exercício [ao aluno] assim quando vier o resultado pode não vai ter muita coisa" (7.º encontro). Além disso, esse tipo de tarefa não corresponde aos propósitos do objetivo da aula de investigação. Mesmo assim, nas discussões prevaleceram a valorização do exercício, em que os futuros professores não reconheciam que para saber as dificuldades de aprendizagem dos alunos não é necessário que a tarefa seja composta de 12 alíneas, as quais, para serem resolvidas,

quase sempre, exigem as mesmas estratégias. Fábio, por exemplo, sugere que o exercício indica ao professor o que o aluno sabe do conteúdo:

> Isso nos dá a certeza, se ele saberia ou não usar o algoritmo (...) [o exercício] ajuda-nos a ter noção do que o aluno teria que saber de divisão, teoricamente, o que ele aprendeu no 4.º ou 5.º ano. Então, eu colocaria essa questão [na aula de investigação] para ver onde ele tem ou não mais dificuldade. (Fábio, 7.º encontro)

Levi reforçou o comentário de Fábio, sugerindo que o exercício possibilita identificar as dificuldades dos alunos. Ambos não consideraram que as dificuldades dos alunos já foram identificadas no dia em que a professora foi ao ambiente da aula virtual com o propósito de indicar um conteúdo em que reside as maiores dificuldades de aprendizagem dos alunos:

> Eu pensei a mesma coisa. De colocar esse tipo de questão, mais direta, tarefa tipo exercício para realmente identificar os problemas [de aprendizagem] e começar a trabalhar posteriormente, por exemplo, com a tarefa que eu trouxe, ela [a tarefa] melhorada. (Levi, 7.º encontro)

Para redirecionar as discussões foi lembrado aos futuros professores que o objetivo da aula investigação é promover aprendizagens de alunos de 6.º e 7.º ano dos conteúdos de divisão mediante tarefas exploratórias. Com isso, o exercício não era a proposta da tarefa para a aula de investigação. Dadas suas próprias características, o exercício não contribui para a construção do sentido e significados para a maioria dos alunos e não possibilita o diálogo na sala de aula, por se inserir na ideia de treino do algoritmo. Por outro lado, a professora Liz relembrou as potencialidades e limitações dos exercícios. Lembrou também que o exercício não é apropriado para um diagnóstico, supondo que o professor já sabe onde residem as dificuldades dos alunos e que ele também serve para confirmar quem sabe e quem não sabe o algoritmo e não o que se sabe dos conceitos de divisão, em que esse é o interesse da aula de investigação e que "uma tarefa exploratória ela possibilita mais elemento do que um algoritmo assim" (7.º encontro).

Além do exercício trazido por Clara, pode notar-se que houve a preferência dos futuros professores em selecionar tarefas que atendessem aos requisitos de problemas, considerando como característica principal o enunciado literal, como nos exemplos da Quadro 7:

Quadro 7: Seleção de exercícios considerado como problemas.

1. Uma padaria fabrica 180 tortas por dia e as entrega a cada uma de suas 15 filiais de modo que todas recebem a mesma quantidade de tortas. Quantas tortas cada filial recebe?
2. Dona Maria fez 24 bolinhos. Alguns eram de chocolate e outros de creme. Quantos saquinhos dona Maria vai precisar se colocar em cada saquinho:
   a) 3 bolinhos?
   b) 6 bolinhos? *Sugestão: Incluir: "e 12 bolinhos?"*
   c) 8 bolinhos?

3. O Colégio levará 795 alunos e professores para uma excursão. Para isso, alugará vários ônibus. Em cada ônibus cabe, no máximo, 46 pessoas. Quantos ônibus a escola deverá alugar?

Ao longo das discussões, os futuros professores foram reconhecendo que características de tarefas dessa natureza se delimitam no tipo exercícios. Entenderam que o enunciado literal serve muitas vezes para dar um sentido à situação, mas que tem objetivo excluir as palavras "arme", "efetue" e "resolva" como características predominantes dos exercícios. Os comentários dos futuros professores depois de algumas discussões sobre as características das tarefas passaram a evidenciar os conceitos relativos aos tipos de tarefa e suas potencialidades, inclusive indicaram as possibilidades de exploração de conceitos, de discussão coletiva e promover o pensamento do aluno:

> Eu acredito que essa questão é bem mais direta e ser direta assim é uma característica própria dos exercícios. Se aumentasse mais duas filiais ou pensasse em outras estratégias, porque do jeito que ela está, é exercício. É para resolver e pronto. Que discussão haverá? (Tomás, 8.º encontro)

> Só para reforçar, essa questão é a mais simples de todas. É um exercício. Falta: o que é para ser explorado? Temos que ter mais elementos e abordá-la de outra forma para que o aluno possa pensar (...) eu fico me questionando para ser exploratória, ela vai ter que ter mais informações, entendeu. Então, até que ponto a gente pode adicionar informações sem prejudicar a tarefa e tornando-a exploratória? (Levi, 8.º encontro)

Consoante esses comentários, subtende-se que Levi reconhece a necessidade de adaptar a tarefa de modo a torná-la exploratória, mas considerou que adicionar mais informações incluindo perguntas pode não contribuir nesse sentido. Também pode entender-se que havia uma dúvida sobre como adaptar uma tarefa em exploratória. Nesse sentido, professora Liz adverte que é "um desafio fazer uma tarefa exploratória. Foi Levi quem falou essa questão da interpretação, pois encher de texto não quer dizer que eu vou explorar muitas coisas do meu aluno (8.º encontro).

À medida que as discussões ocorriam, os futuros professores justificavam suas escolhas pelas tarefas, mas também entendiam que as tarefas inicialmente sugeridas não atendiam aos interesses do objetivo da aula de investigação. Em relação a isso, Tomás

sugere não discutir sua tarefa por considerar que se distanciou dos interesses da tarefa exploratória:

> Eu estou vendo que com essa discussão que estamos tendo e eu já estou tipo odiando [a tarefa] porque não tem nada a ver. Primeiro, que quando a gente estava discutindo, eu voltei lá para o objetivo que a gente fez e quando eu reli, eu disse: "meu Deus, eu fugi do tema, porque o foco da gente é tarefas exploratórias (...) a questão que eu achei não tem nada a ver". (Tomás, 7.º encontro)

Por sua vez, Levi confirmou que teve dúvidas sobre as características dos diferentes tipos de tarefa e que para melhor compreender seus conceitos voltou a ver alguns materiais curriculares. Mesmo assim, ele mostrou que a opção pelo problema como tarefa para promover as aprendizagens dos alunos foi uma escolha consciente. Com isso, observou-se que ele não levou em consideração o objetivo da aula de investigação. O que se supõe da opção de Levi é que o problema também é uma tarefa já conhecida pelos futuros professores:

> Quando eu fui pesquisar as questões, para isso dei outra lida no texto (Ponte, 2005). Eu Tentei colocar exatamente questões no nível um pouco elevado, ou seja, (...) eu decidi olhar questões que se encaixam nas tarefas problemas (...) elas [questões] trazem algumas informações com base na perspectiva do cotidiano. (Levi, 7.º encontro)

Após a análise da maioria das tarefas trazidas pelos futuros professores, Caio, que foi o último a apresentar a sua, argumentou que começava a entender as características de uma tarefa exploratória e que, por isso, poderia adaptar as tarefas de José e Levi em exploratória.

> Estou pensando igual a Tomás. Como eu não consegui fazer [a atividade da aula], agora estou começando a entender qual a ideia. Eu estou pensando como pegar a questão de José e Levi e transformá-la em uma tarefa exploratória. Eu agora estou começando a entender qual é a ideia da gente aqui nessas aulas. (Caio, 8.º encontro)

Apesar do interesse de Caio, ele optou por fazer uma pesquisa em livros de didáticos de tarefas sobre divisão que apresentassem características exploratórias e apresentou uma tarefa localizada no livro didático de Iezzi, Dulce e Machado (2018).

Terminadas as discussões do conjunto de dez tarefas, foram selecionadas quatro de modo a torná-las exploratórias, entre as quais foram selecionadas as questões do prêmio e dos doces, como as questões para compor a tarefa a propor na aula de investigação.

8.2 Tarefa do prêmio

O Quadro 8 mostra uma das tarefas analisadas, selecionada por Caio, no livro de Iezzi et al. (2018), a qual após adaptações fez parte da aula de investigação.

Quadro 8: Tarefa selecionada para a aula de investigação.

Numa loteria foi sorteado um prêmio de r$ 720.000 reais, que acabou repartido igualmente entre 6 ganhadores. a) Para saber quanto ganhou cada um, que conta devemos fazer? b) Quanto dá? c) Como podemos confirmar a resposta? d) E quanto dá 720.000 dividido pelo valor do prêmio de cada ganhador? Um dos Ganhadores era um grupo de amigos. Eles repartiram o dinheiro e cada um ficou com r$ 24000 reais. e) Qual o total do dinheiro que o grupo repartiu? f) Se cada amigo ficou com 24.000 reais, que conta devemos fazer para saber quantos amigos eram? g) Quantos eram? h) Como podemos confirmar resposta?

Inicialmente, ao ler a tarefa, os futuros professores reagiram como se sua proposta fosse o que se pretendia para uma tarefa exploratória. Eles concordaram que a resolução de diversas alternativas criaria possibilidades que oportunizava discussões entre professor e alunos sobre os vários conceitos que envolvem a divisão. Os participantes entenderam que a tarefa pode contribuir para o aluno construir suas ideias à medida que resolviam:

> O bom dessa [tarefa] é que tem muitas alternativas, divide cada parte que você vai fazer, está bem dividido o enunciado. (Levi, 8.º encontro)

> Eu achei muito interessante esse percurso. Dá para fazer essa questão como uma forma de expor, não necessariamente, esperar deles o resultado, mas para pensar como ele consegue fazer da forma a expor conceitos. Você viu que na letra [alínea] d, o resultado foi o mesmo e pergunta diretamente para ele [aluno] como chegou a essa conclusão. O que eu pensei foi, refazer essa questão recontextualizando fazer com números menores para não ter esse problema de divisão com números muito grandes. Pode-se pensar 72 bolinhos para 12 ganhadores, fica mais simples. (Ivan, 8.º encontro)

Assim, quando os futuros professores passaram a analisar a questão, observaram que ela trazia números grandes e que isso não implicaria na construção dos conceitos de

divisão. Levi, por exemplo, destacou que esses números poderiam ser trabalhados com alunos de anos escolares mais elevados e com objetivos diferentes dos previstos para o 6.º ano.

> Essas questões assim com os números grandes são boas para fazer com turmas de 8.º e 9.º anos, onde se pode aplicar aquelas regrinhas de notação científica. Mas para 6.º e 7.º também concordo com José que não é bom. (Levi, 8.º encontro)

Para entender todas as dificuldades envolvidas na tarefa, os futuros professores passaram a discutir tarefa a partir de sua resolução com sugestões de a tornar cada vez mais clara para o aluno:

> Lara: O que eu não entendi foi essa de quantos eram. Quantos eram o quê?
>
> Caio: Isso está relacionado com a questão anterior, os integrantes desse grupo.
>
> José: Na de cima ele quer descobrir qual é o processo que a gente tem que fazer. Está bem. Então, vamos escolher um número que não seja grande, mas seja suficiente para uma loteria
>
> Caio: Vou melhorar esse contexto. Vou tirar esse nome loteria e vou por aqui um sorteio qualquer. (8.º encontro)

Depois das adaptações feitas pelos participantes a tarefa foi realizada na aula de investigação na forma indicada no Quadro 9:

Quadro 9: Tarefa exploratória adaptada para a aula de investigação.

Em um perfil de Instagram foi sorteado um prêmio de 72 hambúrgueres, que acabou sendo repartido igualmente entre 6 ganhadores. a) Para saber quanto cada um ganhou, que conta devemos fazer? b) Quantos hambúrgueres cada um ganhou? c) Como podemos confirmar a resposta? d) E quanto dá 72 hambúrgueres dividido pelo valor do prêmio de cada ganhador? • Um dos ganhadores repartiu o prêmio de forma igual para seus irmãos e cada irmão. ficou com 3 hambúrgueres. e) Qual o total de hambúrgueres que o ganhador repartiu? f) Se cada irmão ficou com 3 hambúrgueres, que conta devemos fazer para saber quantos irmãos o ganhador tem? g) Quantos irmãos o ganhador tem? h) Como podemos confirmar a resposta?

Fonte: Produzida pelos futuros professores.

Ao final, Tomás reconheceu a mudança que realizaram na tarefa, com destaque ao entendimento da alínea d que propõe uma ideia de cotição, sem fazer referência a esse conceito. Depois, ele sugere que estratégias devem ser aparecer nas discussões coletivas na aula de investigação para explorar os conceitos de dividendo, divisor, quociente e

resto, supondo que os alunos podem usar o algoritmo da divisão e outros a distribuição por dezenas:

> Quando a gente estava terminando essa questão foi aí que gostei. Essa [alínea] d é maravilhosa. Eu gosto dessa d, porque é justamente essa compreensão dele pegar 72 dividido por 6 para dar 12 e depois 72 por 12 para dar 6. Eu achei um pouco grande (...) e depois dessas quatro [alíneas] deve ter um momento de discussão e depois das outras quatro um momento final (...) dar para trabalhar nessa questão quem é divisor, quem é dividendo, quem é quociente e neste caso como não tem o resto (...) a discussão que eu coloquei depois dessa letra [alínea] d foi praticamente isso: quais foram as estratégias que eles usaram, [já] que alguns podem usar o algoritmo da divisão, e pensando que outros podem fazer por dezena, coisa desse tipo (Tomás, 11.º encontro)

Foi a partir desses comentários que os participantes decidiram por selecionar essa tarefa exploratória como a prioritária para a aula de investigação.

8.3 Tarefa dos doces

Levi selecionou uma tarefa encontradas em sites de busca com o seguinte enunciado:

> Júlia decidiu vender caixas com doces para arrecadar dinheiro e poder viajar nas férias. Ela comprou 12 caixas e com os ingredientes produziu: 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. De acordo com a produção de Júlia, quantos doces ela deve colocar em cada caixa para serem vendidos? (Levi, 7.º encontro)

Depois, ele destacou que os alunos deveriam utilizar-se dos processos operatórios da soma e da divisão para solucionar a tarefa e resolvê-la. Observou-se que o futuro professor supôs que facilmente o aluno pode entender as operações envolvidas e que se assim acontecer a resolução não é o obstáculo:

> [P]ara resolver esse problema o aluno tem que entender que primeiro tem que somar a quantidade de doces (...) e aí ele deve tentar chegar no raciocínio de que isso é uma divisão, né? Ele deve dividir 150 por 12 pela quantidade de doces (...) E aí fazer o processo da divisão é normalmente aí colocando eu dei a possibilidade de utilizar O Teorema Fundamental da divisão. (Levi, 7.º encontro)

No entanto, os comentários dos futuros professores sobre a tarefa, tanto no que se refere à elaboração como à resolução, pontuaram duas questões. A primeira se referiu às dúvidas que a escrita da tarefa pode gerar nos alunos, pontuando que existiam ambiguidades no enunciado, no que se refere à divisão das partes ou à divisão do total de doces. A segunda, Clara, destacou da relação do problema com sua resolução,

considerando que a tarefa não indicava uma fórmula que pudesse ajudar os alunos, e que por isso deveriam racionar para encontrar a resposta. Observou-se no comentário da futura professora, que ela não notou que a estratégia de resolução da tarefa era utilizar a soma de todos os doces para depois dividi-los pela quantidade de caixas; pareceu que o uso da fórmula é um elemento imprescindível em boas tarefas:

> Você viu o potencial nessa tarefa, mas não tem a ver com o grau de dificuldade, tem a ver com o modo como está escrita. Lembra quando falamos bastante sobre a questão da interpretação? Porque, realmente gerou a dúvida, mas não é dúvida sobre a dificuldade de fazer a questão. É dúvida sobre entender. (Professora Liz, 7.º encontro)

> Você olha para ele [o problema] e não vê a fórmula que você vai aplicar, não está pronta [a fórmula] você tem que raciocinar, tem que traçar um objetivo para depois você fazer essa estratégia [de resolução] que você desenvolveu e só depois conseguir chegar nessa conclusão. Não é claro que se deve dividir 50 por 12, dividir 30 por 12. (Clara, 7.º encontro)

Além desses comentários, houve o interesse dos participantes em entender e mudar a questão, sugerindo incluir outras dimensões, como o preço por doce e estabelecer relações entre quantidades de doces e a sua disposição nas caixas. Para atender a essas sugestões, Levi entendeu ser necessário uma reelaboração da tarefa:

> Poderia acrescentar, porque tem ao todo 150 docinhos. Poderia perguntar ainda: e se ela distribuir em todas as caixas, sobrariam doces? Se sim, quantos sobraram? (José, 9.º encontro)

> Eu entendi. Devo organizar melhor. É, eu concordo plenamente, mas é boa essa questão. (...) Eu também poderia reescrevê-la de outra forma. Eu não colocaria essa informação do dinheiro, porque realmente confunde, pode ser pior, porque dá mais trabalho, não acho necessário. O problema dessa questão é a escrita, mesmo se reescrever de outra forma. Mas eu acho que se reorganizar fica boa. (Levi, 9.º encontro)

A partir dessas sugestões iniciais, houve o interesse em particular de Levi e José em adaptar a tarefa de modo a torná-la exploratória. Durantes as discussões sobre essa tarefa, os participantes fizeram várias modificações tanto em documento compartilhado como no ambiente da aula. Na sua versão final ainda consideraram as sugestões do professor da escola (Quadro 10).

> Eu tinha feito aquela modificação que eu já tinha falado para vocês, só que eu observei na questão da letra [alínea] d e da letra [alínea] e, que tinham valores que eu não tinha mudado. (Levi, 10.º encontro)

Deste modo, observou-se durante as discussões nas aulas síncronas o investimento de Levi em modificar a tarefa de modo a torná-la parte da aula de investigação.

Quadro 10: Tarefa realizada na aula de investigação

2. Júlia é confeiteira e recebeu uma encomenda de 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. Em uma festa, ela distribuiu a encomenda em 12 mesas, e cada mesa recebeu todos os tipos de docinho. a) Quanto de cada doce terá em cada mesa? Justifique sua resposta. b) É possível que todas as mesas tenham a mesma quantidade de doces? Explique. c)Quantos doces sobraram? Como você chegou a essa informação? d) Com os doces que sobraram é possível organizá-los em uma mesa, que contenha no mínimo 9 doces, de forma que se tenha pelo menos um tipo de cada um dos doces? Desenvolva a questão explicando as possíveis possibilidades. e) Quantas mesas seriam necessárias para colocar os doces que sobram, de forma que, em cada mesa tenha, no máximo, 9 doces e que, desta vez, não sobre nenhum doce? Lembrando que é necessário ter pelo menos um tipo de cada doce.

Após a adaptação da tarefa em exploratórias, Caio considerou que essa tarefa exploratória seria mais apropriada para "ser aplicada no sétimo ano", visto o grau de dificuldade. Levi que considerou a tarefa exploratória adaptada por eles se distanciou das tarefas que conheciam. Do seu ponto de vista "essa questão realmente foge daquelas questões de divisão padrão... faz com que se discuta" (11.º encontro) com os alunos conceitos a que se propõe.

8.4 Perspectivas dos futuros professores sobre elaboração de tarefas exploratórias

Nas entrevistas, ao serem questionados sobre a importância e as dificuldades de elaborar e/ou adaptar e resolver tarefas exploratórias, os futuros professores reconheceram que esse estudo foi fundamental para construir outra visão do papel do professor para as aprendizagens dos alunos. Tomás insinuou que esse estudo foi de fato um diferencial para sua formação, que passou a compreender que o tratamento do professor à tarefa define a prática letiva:

> Na verdade, me fez enxergar, porque eu imaginava o professor uma coisa. E aí quando veio essa questão da tarefa parece que minha mente ela expandiu, assim, porque me fez ver possibilidades que eu não pensaria de jeito nenhum. Pensar como a tarefa vai me ajudar para atingir o objetivo que eu quero? Será que essa tarefa dessa forma, se eu mudasse ela? Se eu acrescentasse alguma coisa? E, se eu mudasse alguma palavra, adicionasse ou retirasse, ficaria melhor para o que eu pretendo? Com certeza foi essencial. (Tomás, entrevista, julho de 2021)

José, por sua vez, confirmou que esse estudo confrontou suas ideias iniciais sobre o papel do professor diante da tarefa. O futuro professor percebeu que o professor, ao tornar a tarefa recurso didático, deve fazer diversos questionamento, no sentido de promover a aprendizagem do aluno, a partir das reflexões sobre: (i) discussão coletiva; (ii) o aprofundamento do conteúdo matemático; (iii) a melhoria na prática letiva; e (iv) colocar-se no lugar do aluno:

> O que eu entendia de tarefa antes desse estudo era que a gente escolhia umas questões e passava para os alunos. E, vai além de pegar umas questões e jogar para os alunos sem perguntar o porquê de estarmos fazendo aquela tarefa. Então, eu vi que não foi somente escolher a tarefa, mas seus objetivos. (...) desenvolvemos discussões, aprofundamento e análise [do conteúdo matemático] (...) A partir disso, podemos perceber que esse papel ajuda e muito no pensamento do professor, porque a partir disso vamos poder saber como ajeitar, o que se pode consertar, nos colocar na visão do aluno e como poder trabalhar isso com eles. (José, entrevista, julho de 2021)

No mesmo sentido, Levi reconheceu que nunca tinha pensado na necessidade de elaborar e/ou adaptar tarefas, nem se reconhecia capaz disso. No seu entender não era necessário construir tais aprendizagens docentes, porque o mais comum é apoiar-se no livro didático para resolver suas tarefas como um manual prescritivo. Depois o futuro professor destaca o papel da reflexão sobre a tarefa, indicando alguns pontos a serem considerados antes da ação de sala de aula:

> Eu nunca pensei, eu nem sabia que isso era necessário [elaborar ou adaptar tarefas] e que eu poderia ser capaz. Nós estamos acostumados com a experiência de pegar o livro e pegar uma tarefa. Isso parece o normal, na verdade não é. Normal é refletir sobre tarefa e ver se isso vai dar certo com os próprios alunos. Nós assistimos aulas do professor e vimos a dificuldade do aluno e pensamos que essa tarefa aqui é melhor. Não, essa daqui apresenta um pouco mais de dificuldade, vamos mudar isso, porque vai confundir. Esse olhar para a dificuldade do aluno deveria ser o foco da gente. Foi Fantástico. (Levi, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores demonstraram uma compreensão do processo de aprendizagem dos alunos, enfatizando a importância dos exercícios como um meio de o aluno se apropriar de algoritmos de divisão, especialmente aqueles que exigem maior habilidade no trato das operações. Eles argumentaram que, na prática docente, é interessante começar com exercícios e, somente após o aluno se apropriar desses quesitos, é que se propõe um outro tipo de tarefa. Notou-se que eles consideram os exercícios também uma forma dos futuros professores identificar as dificuldades dos alunos,

inclusive supondo que a aula de investigação dever-se-ia começar pelos exercícios para tornar ainda mais evidentes as dificuldades dos alunos em divisão. Após algumas questões serem retomadas, por exemplo, os exercícios muitas vezes se encaixam na ideia de treino do algoritmo e não favorece a discussão coletiva para a construção mais aprofundada dos conceitos, sendo esse o interesse do grupo. Destacou-se que ao longo das discussões, os futuros professores foram percebendo que as tarefas exploratórias permitem ao aluno "explorar" conceitos por meio de diferentes estratégias que os alunos podem elaborar para desenvolver sua atividade, contribuindo, assim, com as aprendizagens dos alunos.

Ao final do estudo prático, os futuros professores reconheceram a importância as dificuldades em elaborar e adaptar tarefa em exploratórias, indicando que esse estudo desempenhou um papel fundamental para que eles entendessem que a elaboração, adaptação e resolução de tarefas exploratórias possibilitam ao professor ir além do que sugere o livro didático.

Turma LM3

8.5 Tarefas exploratórias: elaboração, adaptação e resolução

Para iniciar o estudo de tarefas, houve uma discussão coletiva sobre os diferentes tipos de tarefa e suas características para reconhecer as potencialidade e limitações dessas tarefas na prática letiva. Como segunda parte do estudo, os futuros professores foram orientados a categorizar um conjunto de doze tarefas em exercício, problema, exploração e investigação. Finalmente, foram convidados a selecionar e analisar um material curricular que tivesse como um dos eixos de discussão as tarefas exploratórias na prática docente.

Após esse estudo, os futuros professores responderam ao seguinte questionamento: que características devem ter as tarefas exploratórias sobre equações de 1.º grau de modo a contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos?

À medida que se discutiam nos encontros os entendimentos dos futuros professores sobre a pergunta acima, catalogavam-se alguns entendimentos com o propósito de orientar os futuros professores durante a elaboração, adaptação e resolução de tarefas exploratórias para a aula de investigação. O destaque prevalente em seus discursos foi que a tarefa exploratória deve estar vinculada ao contexto da realidade ou da semirealidade. Para Maria, esses contextos são importantes na tarefa exploratória por ser a possibilidade da construção de significados aos objetos da álgebra:

> Como observamos nas discussões em aula e das leituras que fizemos, a dificuldade do professor é organizar o ensino de álgebra de maneira que não pareça apenas um conjunto de procedimentos técnicos, sem nenhum significado. Creio que as tarefas exploratórias são essenciais para que os alunos consigam atribuir algum significado à álgebra. Seria interessante apresentar aos alunos questões que tenham ligação com situações vivenciadas por eles em seu cotidiano. (Maria, 8.º encontro)

Muito próximo a Maria pensou Max, quando comparou tarefas exploratórias com aquelas que se inserem no contexto da Matemática pura. Considerou também que a tarefa exploratória de álgebra favorece a resolução de acordo com o que se pensa sobre a situação proposta:

> Acredito que as tarefas exploratórias devam ter como característica fundamental a associação com conhecimentos que vão além da Matemática pura, dando um significado diferente as expressões algébricas, não só como uma expressão que pode ser solucionada com um conjunto de regras, mas que também possam ser solucionadas quando pensamos sobre o que elas representam. (Max, 8.º encontro)

Desse modo, os futuros professores indicaram que a tarefa exploratória mantinha relação com o contexto da realidade ou da semirealidade como critério para a construção de sentido. Diante disso, ao serem convidados a elaborar, adaptar e resolver tarefas exploratórias, os futuros professores fizeram observações sobre o enunciado, os conceitos, as possíveis estratégias de resolução, as possíveis dificuldades dos alunos e suas próprias limitações.

Observou-se o esforço dos futuros professores em elaborar a tarefa, dado que das doze tarefas apresentadas dez tiveram autoria própria. Provavelmente, o que colaborou para isso foi o reconhecimento durantes as aulas síncronas da importância da elaboração de tarefas na prática docente, como uma prática a ser desenvolvida. Mesmo assim, os futuros professores revelaram suas dificuldades para elaborar a tarefa.

Segundo Davi, ao elaborar a tarefa, teve a preocupação em atender aos objetivos da aula de investigação, mas destacou que isso foi um desafio. No diálogo entre o futuro professor e Maria, confirmou-se a necessidade da elaboração de tarefas exploratórias na formação inicial, pois deram a entender que suas dificuldades são provenientes da falta de experiência com esse tipo de atividade:

> Davi: Como eu vou elaborar essa questão? (...) mas como foi a primeira vez pensando em uma tarefa exploratória, posso melhorar e tentar fazer isso que você falou.
>
> Maria: Eu entendo, eu não consegui, eu estava desesperada olhando para os objetivos e pensando: eu não consigo contemplar isso tudo.
>
> Davi: É difícil. A gente pensa: ah, vai ser fácil fazer [a tarefa], mas não é fácil sair do zero. (9.º encontro)

Eva, por exemplo, falou que o maior obstáculo tanto para elaborar como para analisar a tarefa do colega foi supor as dificuldades dos alunos ao resolverem a tarefa devido à falta de experiência com a sala de aula:

> Eu senti muita dificuldade. Não foi por causa da tarefa dele (Max), foi por causa de mim, por falta de experiência minha. Eu senti muita dificuldade em dizer, onde o aluno pode errar. Eu não consegui pensar no que e como os alunos poderiam errar (...) Talvez porque eu nunca tive a experiência de dar aula, de corrigir atividades para ter uma ideia de como e o que eles poderiam errar. (Eva, 9.º encontro)

Mesmo assim, Eva apontou alguns critérios que, se considerados pelo professor, contribuem para evitar erros dos alunos ao resolverem a tarefa: i) identificação de padrões de uma sequência, sugerindo que o aluno siga uma ordem na resolução de modo a facilitar passagem para a forma algébrica; ii) interpretação de informações na tarefa para que consiga resolver a sequência de itens; e iii) produção textual da tarefa parecendo confusa por apresentar uma quantidade de nomes de pessoas que se embaraçam nas funções que cada uma representa:

> A tarefa trabalha com a identificação de padrões de uma sequência, porque na questão ele [aluno] segue uma ordem para entender como resolver e para passar para a forma algébrica, ter um pouco menos de dificuldade. (...) a questão também pede que o aluno intérprete as informações para que ele consiga manusear os dados necessários para a resolução dos outros itens (...) fiquei confusa para formar equação, eram muitos nomes de pessoas, porque diz assim: descreva através de uma equação o número X de doces que Soraia deverá dar a Fred, quando Davi tiver o dobro do número de doces de Fred. (Eva, 9.º encontro)

Max considerou que os comentários de Eva sobre a tarefa dos doces foram pertinentes. Depois, justificou suas dificuldades e preocupações com os requisitos que foram antes discutidos para a elaboração da tarefa, tornando essa atividade prática um desafio:

> Ela falou bem. Qual era a ideia da minha questão? Eu tentei justamente pegar o que definimos como objetivo e tentar traçar ali de alguma forma esse objetivo. Primeiramente, trazer algum exemplo, assim, mais cotidiano, para depois tentar ir fazendo com que o aluno fosse evoluindo no fechamento da questão (...) que é utilizar a equação. Se ele perceber quais as operações realizadas, (...) nesse sentido ele reconhece que muito da justificativa das equações estão na própria resolução, então ele conseguiria montar uma generalização. (Max, 9.º encontro)

Analisando um problema de partilha, Ivo identificou que os condicionantes entre as alíneas não contribuem para a resolução desse tipo de tarefa, por ter uma dependência nas respostas entre as alternativas, assim como nas perguntas do problema. Nesse aspecto, ele afirmou que "Se o aluno errar a letra a, consequentemente, ele não acertará a letra b. (…) letra c, a mesma coisa, se errar a letra a, erra a letra b e erra a letra c". (Ivo, 9.º encontro).

Concordando com esse entendimento, sugeri a Ivo incluir uma pergunta em que o aluno pudesse validar sua resposta. No entanto, Ivo não considerou isso interessante por entender que essa verificação remete a práticas tradicionais de ensino. Ele pareceu não entender que a validação da resposta é uma volta à tarefa para analisar a coerência entre a pergunta e a resposta e que isso deve ser uma atividade do aluno. No seu entender, repetir a pergunta, apenas mudando os números, é uma técnica de treinar os alunos que pode ser uma boa alternativa:

> O aluno vai fazer isso de novo, não é interessante. Acrescente uma pergunta que ele [aluno] possa verificar se a resposta dele está correta, se de fato os 54 de Alberto, mais os 18 de Heloisa, mais 9 de Milena, daria 81. (Investigadora, 9.º encontro)
>
> Colocar a prova dos nove? Eu acho que não seria muito bem colocado. (...) Quando a gente terminou a questão, a minha intenção foi ver se realmente estava correta. (...) a intenção de Max é macetear os meninos, mudando os números, a forma de resolver continua a mesma (...) sempre que eu faço as questões eu valido depois que eu terminar. Eu já confiro. Eu não pensei nessa possibilidade [para os alunos], entendeu. (Ivo, 9.º encontro)

Ivo, ao resolver o problema de partilha, enfatizou o uso da equação, destacando que não conhecia estratégia diferente para resolver tarefa desse tipo, além do requisito do uso dela. Inclusive, ele supôs que a condição para a usá-la pode ser mais difícil para os

alunos, principalmente se não tiverem conhecimentos anteriores sobre esse assunto. Isso talvez seja um indicativo do reconhecimento dos futuros professores em treinar os alunos com algumas técnicas de resolução de equações:

> Se o aluno tiver dificuldade para resolver, ele pode ter outra ideia, mas no momento eu só tenho essa ideia [a equação] (...) se tiver outra ideia que também dê certo, que também chegue ao resultado desejado, seria melhor. (...) inicialmente uma dificuldade é não consegui resolver isso. A segunda dificuldade, ele pode ter na hora de fazer as manipulações para não errar na soma, na divisão, na hora de isolar o x, vai passar dividindo. Isso para ambos os lados, porque muitas vezes a gente pega alunos que não tem esse conhecimento. (Ivo, 9.º encontro)

Tiago, ao apresentar a tarefa do jogo lol, argumentou não sabia o que analisar, indicando ter tido dificuldades em interpretar e resolver a tarefa, já que esta exigia conhecimento do jogo envolvido. No entanto, indicou que o aluno pode não ter dificuldades. A esse aspecto, notou-se que tanto quem elaborou como quem analisou tarefa não se deram por conta que um dos interesses associados às tarefas é que seu contexto seja compreendido independente da situação descrita; ao contrário disso, a tarefa somente fará sentido para alunos que conhecem o contexto. Também apontou o que a pretensão da resposta a tarefa era para o aluno "armar uma sentença" algébrica:

> Eu não sabia o que analisar [a tarefa]. Tanto assim que eu conversei com o André. Eu não conheço esse jogo, mas eu consegui identificar algumas coisas e consegui armar uma sentença. O aluno consegue trabalhar em cima disso, mesmo que não conheça o jogo, ele tem condições de conseguir armar, por exemplo, quando ele identifica os elementos do que é necessário na questão (...) a tarefa é muito interessante, além do lúdico traz para o dia a dia [do aluno]. Foi o que falamos bastante. (Tiago, 9.º encontro)

Um ponto que se destacou nas apresentações das tarefas foi a discussão da tarefa do tempo de TV, apesar da frequência e da assiduidade de Manoel nos encontros síncronos e o esclarecimento que as tarefas deveriam contemplar o contexto algébrico, especificamente equações de primeiro grau; mesmo assim, Manoel resolveu elaborar uma tarefa que tratava de outros conteúdos. Isso poderia ter sido uma proposta interessante desde que o conteúdo de equação de primeiro grau constasse de alguma forma na tarefa. A tarefa era para o aluno "fazer uma análise qualitativa e quantitativa", envolvendo os conteúdos de porcentagem, razão e proporção dos dados coletados. A justificativa do futuro professor baseou-se nas características de tarefa exploratória:

> Eu tentei fazer uma tarefa exploratória com base no que vimos na última aula que seria uma atividade mais focada em algo real, do que algo simplesmente feito por matemática

> pura. Então, eu fiz uma atividade aberta, uma atividade muito simples, mas a minha intenção é que o aluno ele possa ver que sempre tem ferramentas matemáticas ou simples conceitos de matemática que ele pode observar a realidade e tirar suas conclusões a respeito dela. (Manoel, 9.º encontro)

8.6 Tarefa das mesas

A tarefa das mesas foi adaptada de um material curricular sobre o ensino de equação (Cristovão, 2013), cujo objetivo é chegar a uma generalização que represente todas as situações de um grupo de pessoas alocadas em torno de mesas. A tarefa em questão (Quadro 11) traz uma variedade de perguntas a fim de que o aluno construa suas estratégias para respondê-las e assim desenvolver seu pensamento algébrico:

Quadro 11: Tarefa das mesas adaptada para a aula de investigação.

Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 7.º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar: a. Faça um desenho representando a disposição das mesas e seus ocupantes. b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma. c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição? d. E se forem colocadas *n* mesas? e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?

Para Davi, o aluno pode justificar sua resposta com representações. A partir da construção da imagem da situação, ele pode construir estratégias viáveis para responder à tarefa; sendo assim, os alunos, através dessa visualização da situação, podem construir seu pensamento algébrico para uma possível formalização de equações de primeiro grau proposta na alínea d:

> É uma questão que leva o aluno a pensar tanto na imagem da situação quanto nas respostas das letras [perguntas] (...) eles vão precisar fazer algumas contas, ou seja, eles vão conseguir visualizar o que estão fazendo, isso é o que vai levá-los a achar um caminho mais fácil, provável (...) o aluno observa que vai ter os quatro [pessoas] iniciais, mais dois que chegam e mais dois seguintes. Assim, mais a frente ele vai conseguir imaginar. (Davi, 9.º encontro)

Para Maria, a análise do Davi correspondeu ao que ela tinha pensado sobre a tarefa. Depois ela, ao ouvir outros comentários, concorda que outras adaptações ainda podem ser feitas para facilitar a generalização da expressão algébrica. Eles questionam o desenho das doze mesas proposto na alínea c, supondo que o aluno tende a fazer todos os desenhos. Eles não discutiram que o interesse de tarefa como essa é pôr aluno em confronto com seus obstáculos para o professor observar como acontece sua superação:

> Ele foi perfeito nas colocações. Eu também concordo que aquela letra c fica um pouco mais complicada, talvez se ela tivesse em outra ordem. Vejo que depois do aluno chegar naquela [letra] de n, já quando ele consegue generalizar e ter a equação fique até mais tranquilo de fazer o resto. (Maria, 9.º encontro)

8.7 Tarefa do reino

A segunda tarefa (vide Quadro 12) que compôs o plano de aula da aula de investigação foi considerada pelos futuros professores com o propósito da formalização da equação de primeiro grau .

Quadro 12: Tarefa do reino adaptada para a aula de investigação.

No reino de tão tão distante, o rei para proteger seu reino preocupou-se em comprar dois tipos de vacina, 300 vacinas fura-braço e a 400 tira-juízo. no discurso para informar ao povo sobre as vacinas, esqueceu o preço da unidade da vacina tira-juízo, porém ele sabia que total gasto com as compras das vacinas foi de R$ 30 mil, e que a unidade da fura-braço foi de R$ 20,00. Quando o rei percebeu o esquecimento faltavam 5 minutos para encerrar o discurso. Sem ter como entrar em contato com o setor de finanças do reino, ele precisou descobrir sozinho o valor da vacina tira-juízo para poder passar a informação correta para seus súditos. Será que existia alguma maneira dele descobrir o valor da unidade da vacina tira-juízo? Como?

Ao analisar essa tarefa, André destacou três dificuldades que os alunos poderiam apresentar: (i) interpretar a tarefa para "armar a equação do primeiro grau"; (ii) manipular o conjunto de operações necessárias para resolver a tarefa, supondo que o aluno não sabe realizar algumas operações; e (iii) atender à exigência imediata da incógnita para a formulação da equação. Tudo isso fê-lo perceber não ser "um grande problema":

> Eu pude perceber que a questão trabalha bem o raciocínio para desenvolver a equação de primeiro grau, mas para utilizar a incógnita há um pouco a mais de dificuldades, tem uma multiplicação, envolver a propriedade que se chama de passar subtraindo ou seria subtrair

> dos dois lados e depois uma divisão (...) não é sinceramente um grande problema. (André, 9.º encontro)

Tiago justificou sua escolha pela tarefa, pois a considerou tê-la sido uma ação desenvolvida em sala de aula com seus alunos numa escola onde trabalha como professor. O contexto da tarefa foi algo pensado a partir da realidade atual, visto que os alunos ainda se mostram mais interessados em tarefas desse tipo. Depois, considerou que essa prática não era difícil de ser resolvida, talvez porque ela não possibilitasse ao aluno o recorrer a várias estratégias de resolução, como foi o caso de outras apresentadas:

> Quero justificar porque eu elaborei sobre vacina. Foi uma experiência em sala de aula, em uma turma que eu ensino (...) eles gostam muito de coisas do dia a dia. Eles sempre falam sobre pandemia eu tento levar em conta, então como eles queriam trazer isso e era do dia a dia, mesmo com nomes hipotéticos e engraçados (...) é uma equação simples obviamente escondida através de um texto grande, mas que não é de difícil. (...)comparado com outras questões que os colegas apresentaram, obviamente é uma equação mais simplista. (Tiago, 9.º encontro)

Como uma forma de contribuir com as adaptações à tarefa, sugeri aos futuros professores que levassem em conta outras características para tornar um problema em tarefa exploratória. Uma questão discutida foi o tamanho do texto com o intuito de contextualizar a tarefa, podendo vir a ser mais uma dificuldade para o aluno que não implica favorecer a aprendizagem dele. Para contribuir com adaptação da tarefa do reino, que fez parte da aula de investigação, a sugestão foi buscar mais elementos que possam ser explorados na tarefa:

> Investigadora: Eu diminuiria o texto, está longo (...) faltou também você explorar mais dela [tarefa], podendo perguntar mais da questão. Você perguntou uma situação (...), mas poderia ser mais explorada.
>
> Tiago: Eu não tinha pensado nesse sentido. Concordo. Depois eu vou procurar trabalhar mais nela. (9.º encontro)

8.8 Perspectivas dos futuros professores sobre elaboração de tarefas exploratórias

Os futuros professores afirmaram que os desafios para elaborar e/ou adaptar tarefa em exploratória vieram da falta de familiaridade com os diferentes tipos de tarefas, também por desconhecer que essa atividade de elaborar é parte da prática docente. A esse respeito, Ana reconheceu que as tarefas têm características diferentes, com propósitos específicos na prática letiva:

> Antes da disciplina eu não tinha parado para pensar nos diferentes papéis que têm as tarefas, do tipo exercício, dos níveis, da questão aberta, da questão fechada, da questão investigativa, exploratória. Eu não tinha parado realmente para pensar nisso, depois da primeira apresentação sobre os tipos de tarefas presente, foi que deu um estalo: nossas, às vezes a gente está usando a tarefa errada no momento errado, não sabe que a tarefa era para fazer isso e você usa para fazer aquilo (...) Isso foi construtivo demais, essa apresentação. Eu acho que é uma das melhores aprendizagens que eu levo da disciplina que é sobre os tipos de tarefa e com certeza eu vou estudar mais sobre isso, para saber quando utilizá-las na sala de aula. (Ana, entrevista, julho de 2021)

Da mesma forma, Júlia aponta que suas dificuldades foram provenientes do desconhecimento sobre essa temática, sugerindo que essa atividade não faz parte do currículo da formação inicial. Ela complementa, indicando que elaborar/adaptar e resolver tarefas exploratórias foi uma atividade promissora na disciplina de estágio:

> Eu nunca tinha elaborado tarefa. Eu nunca tinha visto uma tarefa exploratória, inclusive eu não sabia o que era. Eu fui apresentada na disciplina de estágio. Eu tive [dificuldades para elaborar], professora. Eu tive que recorrer a um amigo para me ajudar, para me esclarecer um pouco, porque eu pensava que era uma forma, mas era de outra, justamente por eu nunca ter visto esse tipo de atividade. Para mim foi um desafio (...) eu acredito que as tarefas que foram elaboradas, elas foram muito proveitosas, todas elas (...) eu coloco as tarefas [para os alunos] que já são propostas na disciplina, as que têm no livro do aluno. Eu nunca tinha explorado tarefas novas, então, eu sempre me limitei ao material que eu tenho acesso. (Júlia, entrevista, julho de 2021)

Convergindo para o entendimento de Júlia, Felipe reforçou que ainda não tinha pensado na elaboração de tarefas, porque, como de costume, recorre ao livro didático, por ser inclusive uma orientação da escola em que exerce as atividades de professor. No seu entendimento, estudar essa temática na perspectiva de elaborar, adaptar e resolver tarefas exploratórias é uma experiência a ser privilegiada na formação inicial:

> Tinha não. Detalhadamente e especificamente, tinha não. Eu faço de acordo com o livro. Sinceramente é o que eu faço. Eu tenho um livro da escola e eu sigo os padrões do livro da escola. E, é o que me pedem para ser feita (...) foi uma experiência mito boa, para mim como futuro professor. Eu pude analisar e ver que a gente pode procurar maneiras melhores para apresentar o conteúdo aos alunos. (Felipe, entrevista, julho de 2021)

Da mesma forma, Maria reconheceu que essas dificuldades foram provenientes da falta de vivência e de estudo sobre os tipos de tarefas, demonstrando não ser comum esse tipo de atividade na formação inicial e na prática docente, o que reforça o entendimento dos futuros professores baseados naquilo que ele supõe ser o papel da tarefa na prática letiva:

> (...) principalmente por ser algo que não tínhamos visto ainda. A gente tem o costume de trabalhar só aquilo do aluno ficar exercitando matemática para aprender de forma mecânica e quando você leva uma tarefa exploratória você desafia os alunos. Quer dizer, você desafia tanto os alunos quantos os professores, porque não é algo comum para nós. Então, eu só consegui elaborar a minha, porque eu tinha visto uma [tarefa] parecida naquela síntese do artigo que eu fiz sobre tarefas exploratórias e quando as senhoras falaram que podíamos fazer adaptação, eu pensei: bom, vou pegar essa e trazer para o cotidiano dos alunos, para algo que eles veem normalmente. Mas, tarefa, eu nunca tinha elaborado. (Maria, entrevista, julho de 2021).

Síntese

Notou-se o investimento que os futuros professores fizeram para compreender as características das tarefas exploratórias, então pode notar-se a valorização atribuída ao contexto da semirealidade e da realidade como uma característica fundamental para a construção de significados aos objetos dos conteúdos de equação de primeiro grau. Ao elaborarem ou adaptar tarefas exploratórias, percebeu-se ênfase dada ao contexto da tarefa que, na maioria, foram elaboradas por eles. Demonstraram com isso, o interesse na atividade, embora tenham revelado suas dificuldades para elaborar tarefas exploratórias. Indicaram que suas dificuldades residiram na elaboração de sequência de ações que o aluno deveria resolver para desenvolver seu pensamento algébrico. Também indicaram preocupações com o texto da tarefa, para que não provocasse dificuldade de entendimento no aluno, e advertiram sobre a dependência entre as alíneas em uma tarefa, podendo provocar uma sequência de erros dos alunos. Apesar de seu investimento na elaboração e discussão das características das tarefas exploratórias, os futuros professores resolveram selecionar uma questão para compor a tarefa que privilegiasse a interpretação para 'armar' a equação de primeiro grau, a manipulação dos termos dessas equações e promovesse a formulação da equação como um requisito ao entendimento do papel da incógnita. Por fim, os futuros professores sentiram-se desafiados a elaborar ou adaptar tarefas exploratórias, revelando desconhecer essa atividade como parte da prática docente, sendo o mais comum recorrer ao livro didático para apenas selecionar a tarefa.

CAPÍTULO 9

ANTECIPANDO ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS

Este capítulo evidencia as concepções dos futuros professores no que respeita à antecipação das possíveis estratégias e dificuldades pelos alunos ao resolverem tarefas, em especial as exploratórias. As sessões deste capítulo estão organizadas de acordo com as turmas LM1 e LM3, para as quais, apresento as principais compreensões dos futuros docentes sobre o tema. Em seguida, destaco seus entendimentos das tarefas selecionadas para a aula de investigação, depois suas reflexões sobre esse processo, e finalizo com uma síntese dos seus principais entendimentos do assunto tratado.

Turma LM1

9.1 Antecipando estratégias e dificuldades dos alunos

Conforme os futuros professores adaptavam a tarefa, a relevância da antecipação de estratégias e dificuldades dos alunos tornavam-se cada vez mais evidentes nas discussões do grupo. Por exemplo, Caio reconheceu que resolver a tarefa é uma oportunidade para identificar possíveis formas de resolução dos alunos e as possíveis dúvidas que eles poderiam apresentar:

> Porque a gente vai vendo formas diferentes [de resolução] e vai pensando como os alunos podem seguir os passos para poder conseguir resolver e eventuais dúvidas que eles possam ter também. (Caio, 7.º encontro)

Para Ivan as *operações aritméticas* seriam estratégias as que os alunos utilizariam, mas caso eles não soubessem resolver dessa forma, poderiam resolver através do desenho que ele chamou de "explicação visual". Ele considerou que o desenho contribui na visualização da operação. Enquanto Lara pensou na construção de conceitos, considerando que as dificuldades dos alunos podem ser na *identificação do valor do divisor* na tarefa das bolas, ou seja, o personagem que distribui os objetos também é parte do divisor. Notou-se que a futura professora supôs que o aluno pode não compreender o contexto da tarefa. Por outro lado, embora Lara não tenha aprofundado a discussão, ela deu a entender que para a construção do sentido da divisão é importante considerar a natureza dos objetos envolvidos. Essa tarefa tratava de uma grandeza discreta e somente fazia sentido essa divisão no conjunto dos números naturais, já que não havia interesse em dividir uma bola ao meio. Talvez, por isso, a futura professora tenha apontado o *resto da divisão* como um elemento "fundamental" na aprendizagem dos alunos, o que veio ao cenário da discussão por diversas vezes:

> É esperado que os alunos resolvam a questão a partir da aritmética simples (...) pode ser que o aluno solucione a questão diretamente por uma explicação visual, a partir de desenhos (...) A ideia é que eles visualizem a divisão, a fim de ter um aprofundamento no conceito por detrás da conta. (Ivan, 8.º encontro)

> A dúvida deles é sobre os números que fica no divisor que deve ser quatro (...) ou seja, três a quantidade de amigos mais Joãozinho. Os alunos devem identificar que não dá para todas as bolinhas serem divididas de forma igual, que vai ter sobras. Então, eu acho que inclusive esse é o fundamental dessa questão. Então a gente vai continuar a divisão? Vai partir a bola no meio? (...) Essa é a sobra de objetos que a gente chama de resto da divisão. (Lara, 8.º encontro)

Noutro momento, quando os futuros professores discutiam a elaboração do plano de aula, sistematizaram suas ideias no plano de aula selecionado para orientar a aula de investigação, pois que tinha como um de seus itens considerar as atividades dos alunos e possíveis dificuldades. Nessa atividade, Caio voltou a falar na importância de pensar nas possíveis dúvidas dos alunos para poder esclarecer melhor as deles:

> Realmente, você tem que organizar o que você vai dar, como estamos fazendo aqui nas aulas, pensar em possíveis dúvidas que os alunos venham a ter, para a gente se preparar e esclarecer o máximo possível do assunto. (Caio, 10.º encontro)

A forte relação entre adaptar a tarefa e antecipar estratégias e dificuldades dos alunos tornava-se cada vez mais evidente nas discussões, à medida que os futuros professores discutiam também as potencialidades e limitações da tarefa, tendo em vista

as aprendizagens dos alunos. Isso contribuiu para a discussão desta questão, favorecendo o olhar do futuro professor para essas aprendizagens.

9.2 A tarefa do prêmio

Inicialmente, a tarefa do prêmio apresentava números grandes tanto no dividendo como no divisor, mas durante as discussões os futuros professores observaram que divisão com esse tipo de números para alunos de 6.º e 7.º anos pode induzi-los a erros. No entender dos futuros professores, a forma como a tarefa se apresentava inicialmente deveria ter outra proposta para o ensino. Por isso, a sugestão foi diminuir esses valores:

> Essas questões com os números grandes seriam boas para a gente fazer com turmas de 8.º e 9.º, onde se aplicam aquelas regrinhas de notação científica. Mas para o 6.º e 7.º [anos] também concordo. (Levi)
>
> Mas no sexto ano a gente estuda essas divisões com muitos zeros para simplificar. (Caio)
>
> Se ele [aluno] não souber simplificar, isso pode ser um obstáculo, sim. (Professora Liz, 8.º encontro)

Após as sugestões para modificar a tarefa, a investigadora perguntou a Caio se ele considerava que a tarefa com números menores se tornava mais apropriada para o desenvolvimento dos conceitos de divisão. A resposta mostrou sua preocupação em contribuir com as aprendizagens dos alunos, tendo em vista o perfil do aluno que se quer atender:

> Depois que você diminuiu os números, você percebeu que a questão melhorou no processo de resolução, de compreensão das operações e conceitos? (Investigadora)
>
> Caio: Contribuiu sim, professora, porque eu peguei uma questão já pronta. Ela tinha um contexto, mas para gente aqui realmente, caberia modificar e adequar ela para o aluno específico que a gente está procurando atender. Esses alunos que têm dificuldade, a gente tem que procurar o caminho que os ajude e não que venha atrapalhar ainda mais. (Caio, 11.º encontro)

Além disso, Ivan salientou que a tarefa deveria possibilitar ao aluno a construção de conceitos como um critério ao processo que se sobrepõe ao resultado. Nesse sentido, o futuro professor, quando elogiou a trajetória das alíneas indicou que as estratégias dos alunos, suas dúvidas e seus entendimentos são mais importantes do que a resposta à tarefa:

> Eu achei interessante esse percurso que você faz do a até o d [alínea]. Dá para fazer essa questão como uma forma da gente não necessariamente esperar deles o conhecimento

> para o resultado, né, mas pensar nessa questão em como ele consegue fazer de forma a expor conceito. (Ivan, 8.º encontro)

José identificou que, a partir da alínea *d,* existe uma divisão de divisão e que isso poderia vir a ser uma dificuldade dos alunos. A esse aspecto, Levi lembrou que os alunos têm dificuldades em divisão e isso poderia levá-los a confundir-se ainda mais:

> Desse jeito, divisão de divisão, ficaria bem mais difícil para eles [alunos] aquela *e* [alínea] que tem divisão de divisão. (José, 8.º encontro)

> A gente tem que pensar, talvez, que são alunos que têm dificuldade, né, que nessa [alínea e] provavelmente vai ter confusão se ele não souber, vai induzir ao erro naturalmente. (Levi, 8.º encontro)

Quanto às possíveis estratégias, Caio destacou que os alunos poderiam apresentá-las de acordo com: (i) usar o algoritmo da divisão; (ii) utilizar a simplificação de fração como alternativa para resolver divisão; (iii) compreender que a divisão é operação inversa da multiplicação; e (iv) encontrar um fator multiplicativo. Na primeira estratégia, usar o algoritmo da divisão, que ele chamou de mecanismo, ele considerou ser onde residem as maiores dificuldades dos alunos. Quanto ao uso de frações, ele indica que a simplificação é uma estratégia já conhecida dos alunos para resolver tarefas de divisão e, por último, ele reconhece que o aluno pode recorrer ao inverso multiplicativo para resolver a tarefa:

> Então, uma dificuldade que eu vejo: é possível que eles usem o mecanismo do algoritmo da divisão ou outro método ou que ele tenha outra dificuldade. Eu especifiquei o algoritmo da divisão, porque muitos alunos têm essa dificuldade, então o professor pode esclarecer algumas dúvidas nessas dificuldades (...) os meus alunos gostam de escrever na forma de fração e vai simplificando. Quando ele tem o número pequeno ele consegue dividir melhor. É uma outra forma de fazer (...) uma [outra] dificuldade seria ele compreender que a divisão é a [operação] inversa da multiplicação (...) Ele pode usar outros caminhos também. Pode tentar multiplicar o 3 por algum número que a gente não sabe e dá 12. Ele pode usar essa sacada também da multiplicação. (Caio, 11.º encontro)

Levi valorizou as características da tarefa do prêmio, considerando que ela contemplava os diversos elementos que devem ser tratados quando se pretende construir conceitos de divisão, mas que também possibilita ao aluno construir suas próprias estratégias de resolução:

> Ela é uma questão simples, aborda todas as partes da divisão: quociente, o resto, da possibilidade do aluno usar tanto o algoritmo, quanto não usar e isso é fantástico, porque nem todos os alunos sabem fazer o algoritmo, principalmente os alunos do 6.º ano. (Levi, 11.º encontro)

No entender de Caio, essa tarefa exploratória favorecia o pensamento do aluno, porque o levava a pensar na influência que a resposta de uma alínea pode ter sobre a outra:

> Ela [alínea e] não é uma questão que ele precisa fazer conta, mas que ele precisa analisar a resposta das questões anteriores, então eles têm que saber o que ele fez anteriormente. (Caio, 11.º encontro)

9.3 A tarefa dos doces

A tarefa exploratória do Quadro 13 teve bastante investimento do grupo para adaptá-la ao objetivo da aula de investigação. Ela fez parte do plano de aula, como uma possibilidade à prática do professor.

Quadro 13: Tarefa dos doces adaptada para a aula de investigação.

2. Júlia é confeiteira e recebeu uma encomenda de 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. Em uma festa, ela distribuiu a encomenda em 12 mesas, e cada mesa recebeu todos os tipos de docinho. f) Quanto de cada doce terá em cada mesa? Justifique sua resposta. g) É possível que todas as mesas tenham a mesma quantidade de doces? Explique. h) Quantos doces sobraram? Como você chegou a essa informação? i) Com os doces que sobraram é possível organizá-los em uma mesa, que contenha no mínimo 9 doces, de forma que se tenha pelo menos um tipo de cada um dos doces? Desenvolva a questão explicando as possíveis possibilidades. j) Quantas mesas seriam necessárias para colocar os doces que sobram, de forma que, em cada mesa tenha, no máximo, 9 doces e que, desta vez, não sobre nenhum doce? Lembrando que é necessário ter pelo menos um tipo de cada doce.

Ao apresentar a tarefa exploratória, Levi apontou que uma das dificuldades dos alunos poderia ser o entendimento de como os doces seriam distribuídos nas mesas. A esse aspecto, José supôs que os alunos "podem somar tudo e dividir por 12"

> Então, uma possível dificuldade é que eles vão tentar encontrar a quantidade de doces a partir do total de doces. Eles podem ter essa ideia se eles não prestarem atenção no enunciado, porque no enunciado está cada tipo de doce. (Levi, 11.º encontro)

Levi ainda indicou que um dos desafios que se apresentam na tarefa é o aluno entender que a divisão dos doces não acontece a partir do total de doces e sim das quantidades de cada tipo. Ele considerou que, superado esse desafio, o aluno pode ter dois outros desafios: (i) somar os diferentes tipos para saber a quantidade que cada mesa recebeu; e, (ii) fazer nova distribuição a partir do resto da divisão:

> Na [alínea] b, se os alunos fizeram com tranquilidade a [alínea], ele deverá chegar à conclusão que todas as mesas terão a mesma quantidade de doces (…) É possível que uma dificuldade do aluno seja entender que deve somar cada tipo de doce que terá em cada mesa, então ele vai ter que fazer a divisão de cada um dos tipos, mas para saber quanto vai ter em cada mesa ele vai ter que somar os quocientes. Pode acontecer dos alunos não chegarem a essa conclusão (…) O objetivo é compreender o papel do quociente na divisão. (Levi, 11.º encontro)

Uma questão referente às dificuldades dos alunos destacada pelos futuros professores foi o entendimento do enunciado da tarefa exploratória. A esse respeito, Tomás fez referências a sua vivência para lembrar que tarefas "mais contextualizadas" – *para além da Matemática pura* - se apresentam aos alunos por si só como um desafio, já que na escola quase sempre é comum a opção por um determinado tipo, e, quando surgem no cenário da aula, outros tipos de tarefas acabam por ser um obstáculo a mais para o aluno. Por isso, ele considera importante discutir essa interpretação para entender o pode vir ser uma dificuldade, pois pode interferir no desenvolvimento de estratégias para resolver as tarefas:

> Quando eu estudava, no ensino básico, eu amava fazer as questões de exercícios, de arme e efetue. E, toda vez que eu vi a questão mais contextualizada, eu ficava assim: meu Deus, eu não sei fazer. Então, eu fiquei pensando nisso, já pensei em outra problemática de como é tão difícil a gente conseguir, até nas escolas mesmo ter tarefas que sejam mais contextualizadas e isso acaba afetando a interpretação. O aluno que é muito acostumado a fazer questões diretas quando pega uma questão que precisa ler 5 linhas, 3 linhas, começa a se desesperar. Eu comecei a pensar nisso também. (Tomás, 8.º encontro)

9.4 Reflexão da atividade: antecipar estratégias e dificuldades dos alunos

Durante as entrevistas, perguntei aos futuros professores se eles, em algum momento da formação inicial, já tinham pensado sobre a antecipação de estratégias e dificuldades que os alunos poderiam apresentar ao resolverem uma tarefa exploratória. As respostas indicaram o ineditismo dessas atividades, principalmente quando discutidas coletivamente. Levi, por seu lado, destacou que o comum é selecionar a tarefa no livro didático e propô-la aos alunos, sem muita reflexão por parte do professor. No entanto, advertiu que "normal é refletir sobre atividade e ver se isso vai dar certo com os próprios alunos e ver se isso vai dar certo com os próprios alunos" (Levi, entrevista julho de 2021), ou seja, é atentar-se para dificuldades dos alunos visando suas aprendizagens. Em seu comentário destaca-se seu entendimento do papel da reflexão na prática docente, como o ponto central para pensar sobre as aprendizagens dos alunos.

Clara confirmou que, antes dessa vivência no estudo de aula, considerava que antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos não imaginava que essa atividade fosse parte da prática do professor. No seu entender, o professor estava munido de um conjunto de técnicas apto para fazer o aluno entender. Ela também indicou que desconhecia as ideias em torno dos conhecimentos prévios dos alunos, pois ela não sabia que o aluno pode pensar de outra forma:

> Na minha cabeça o que eu precisava era: Ah eu vou explicar isso, aí eles vão entender, porque não é possível que eles não entendam. Isso é muito bom. É muito bom que alguém de fora diga: e se isso acontecer e se aquilo acontecer? Eu nunca tinha pensado nisso. Eu nunca tinha pensado que o aluno poderia pensar de outra forma sem ser a forma que eu estou mostrando. (Clara, entrevista, julho de 2021)

Ao destacar a relevância de antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos, Ivan ressaltou que o estudo dessas questões na formação inicial mudou sua percepção sobre as aprendizagens dos alunos:

> Essa vivência no estágio, nesse processo formativo de estudo de aula, mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos alunos e a prática docente? (Investigadora)
>
> Contribuiu, professora. Contribuiu justamente nessa história de prever as possíveis dificuldades dos alunos (…) fazer um planejamento de modo mais específico ajuda principalmente a traçar planos (…) prevendo as dificuldades e prevendo as respostas deles [alunos]. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Ao responder à pergunta sobre a importância do plano de aula na prática docente, Lara voltou a falar da antecipação das estratégias e dificuldades dos alunos. Lembrou-se de uma situação que aconteceu durante a aula de investigação, em que um dos futuros professores, que lecionou a aula de investigação, administrou a dúvida do aluno com segurança devido à antecipação dela durante as discussões realizadas:

> Eu percebi justamente o trabalhar antes da aplicação da aula: o que é que pode acontecer de intervenção por parte dos alunos? Eu nunca tinha visto isso em outros planos, sabe, de se o aluno tiver dificuldades em tal coisa agir da seguinte forma. Isso não vai atingir 100% das vezes todas as dúvidas que o aluno viria a ter, eu sei (…) Mas o José durante a aula [de investigação] dele teve uma questão e ele levantou [respondeu] uma coisa que a gente estava discutindo. Inclusive na aula a gente falou: se o aluno tiver dúvida nisso? O que é que a gente faz? (…) Quando o José falou essa história das bolinhas os alunos perceberam que simplesmente já estava lá no enunciado. Então, eles fizeram essa associação. Se a gente não tivesse feito essa discussão, eu acho que ele [José] não teria se ligado nesse método de comparação anteriormente. (Lara, entrevista, julho de 2021)

Ainda sobre essa situação vivida na aula de investigação, Tomás também reconheceu a relevância dessa discussão como um requisito importante a fim de preparar o futuro professor para as demandas de aprendizagem dos alunos:

> Às vezes a gente pode até pensar que o aluno pode trazer dificuldades, mas acontece que você na aula não tem domínio de si, do que os alunos vão falar, mas pelo menos pensar alguma coisa que você pensa assim: poxa, eles vão fazer desse jeito, então não vai ser surpresa quando a gente estiver apresentando, porque o aluno vai apresentar dúvidas, mas a gente já pensou anteriormente. Como eu falei da aula [de investigação] do José. Teve uma dúvida de uma menina, que foi uma dúvida que a gente tinha pensado e na mesma hora eu lembrei do plano de aula, dessa dúvida. Foi uma coisa que a gente pensou até quando a gente estava ensaiando a aula [de investigação]. Eu pus essa dúvida e a menina falou essa dúvida. Eu disse: meu Deus do céu, ainda bem que a gente pensou. Eu me sentiria mais preparado para responder já que eu pensei nessa possível dúvida, porque eu já saberia o que falar, o que fazer. Ao invés dela aparecer com a dúvida sem eu nunca ter me perguntado: o que é que eu faço agora? Como é que eu vou fazer? Então, pensar ajuda bastante a dar segurança. (Tomás, entrevista, julho de 2021)

As entrevistas tiveram um papel fundamental para conhecer o pensamento dos futuros professores sobre a antecipação de estratégias e dificuldades que os alunos poderiam apresentar durante a realização da tarefa. Observou-se que essas questões fizeram parte de seus discursos tão enfaticamente que, durante as entrevistas, eles falaram dessa temática em perguntas que não trataram diretamente dessa questão e em perguntas que poderiam ter tido outro tipo de respostas. Dessa forma, pode concluir-se que as discussões sobre a antecipação de estratégias e dificuldades dos alunos, ao resolverem as tarefas exploratórias, proporcionaram conhecimento relevante aos futuros professores, o que mostra a relevância dessa temática na formação inicial.

Síntese

Os futuros professores reconheceram que resolver a tarefa antes da aula é uma oportunidade para antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos. As estratégias construídas através de desenhos contribuem para a escolha das operações. Quanto aos processos operatórios, indicaram também que os alunos poderiam recorrer ao algoritmo da divisão, à multiplicação como operação inversa, ao fator multiplicativo e à simplificação como possíveis estratégias para resolver tarefas exploratórias de divisão. Observou-se, nos diálogos, durante as aulas síncronas, que a proposta da tarefa para a construção dos conceitos de divisão, tinham como prioridade, principalmente, os aspectos relacionados ao teorema fundamental da divisão e ao inverso multiplicativo. Outro

critério observado foi a relação que os futuros professores estabeleceram entre as escolhas das estratégias dos alunos e suas dificuldades, considerando que a escolha da estratégia pelo aluno não implica a superação de suas dificuldades.

Turma LM3

9.5 Antecipando estratégias e dificuldades dos alunos

Durante as discussões coletivas, a interpretação da tarefa foi uma das categorias que se destacou quando os futuros professores antecipavam estratégias e dificuldades dos alunos, principalmente. A esse respeito, eles compreenderam que a interpretação da tarefa é um elemento a ter atenção, já que o *sentido matemático da tarefa depende do entendimento dado ao texto*, sendo este entendimento uma das dificuldades que impede o aluno à formalização da equação. Compreendendo a interpretação, impulsiona-se o entendimento do contexto e, consequentemente, da formalização da equação. Fátima e Maria seguiram com o mesmo pensamento sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra de que existe uma sequência a ser seguida: primeiro interpreta o contexto algébrico, depois formaliza e por fim resolve:

> [O aluno] precisa ler cada coisinha que está neste texto (...) fazer a sua interpretação para perceber como ele [aluno] vai montar a questão para chegar na solução. (Fátima, 9.º encontro)

> Seria necessário que os alunos consigam interpretar a questão, chegar na equação e resolver a equação. (Maria, 9.º encontro)

Além disso, os futuros professores tiveram em conta os objetivos da aula de investigação como um dos aspetos fundamentais para analisar as tarefas, o que veio a contribuir para a forma como eles pensaram sobre as estratégias e dificuldades dos alunos quando estes responderam à tarefa. Nesse sentido, Eva afirmou que a tarefa sugeria ao aluno seguir uma ordem que o levaria a construir conceitos algébricos, o que poderia ajudá-lo a ter menos dificuldades. Ela também reconheceu que Max indicou que fazer o desenho era uma estratégia que poderia facilitar o entendimento do aluno:

> Com relação aos objetivos, eu coloquei que a tarefa trabalha bem a identificação de padrões de uma sequência, porque a questão vai seguindo uma ordem para que o aluno possa entender como resolver, pois quando ele for passar para a forma algébrica vai ter um pouco menos de dificuldade. Essa dica que ele [Max] deu para desenhar provavelmente o aluno vai utilizar nesta segunda [alínea] também. (Eva, 9.º encontro)

Para Max, se o aluno conseguir utilizar certo tipo de equação, ele vai perceber que existem determinadas operações para resolvê-la. Caso isso aconteça, torna mais fácil para ele avançar nas respostas das alíneas, levando-o a uma generalização.

> O aluno vai evoluindo no fechamento da questão (…) Ele vai ter que utilizar ali um certo tipo de equação, já que se ele perceber que ele tem alguma operação, então, vai ficar mais fácil de resolver a quarta e a quinta [alíneas] (…) Com essa explicação ele consegue meio que tentar montar essa quarta questão e aí a quinta é mais uma generalização, assim, mais forte para tentar ver se ele realmente conseguiria abstrair todos esses conhecimentos. (Max, 9.º encontro)

Ao analisar a tarefa da corrida de taxi, Max considerou que esta tinha como objetivo trabalhar o raciocínio algébrico do aluno, pois exigia que ele percebesse quanto dinheiro vai gastar em um determinado percurso numa corrida de táxi. Ele indicou que os possíveis erros dos alunos estavam relacionados com os processos aritméticos e a interpretação da tarefa:

> Justamente, o possível erro dos alunos seria nessa multiplicação utilizando vírgula (...) e você tem que deixar as vírgulas posicionadas uma acima da outra, né? Para você conseguir resolver certinho (...) Eu acredito que aqui um possível erro dos alunos seja não entender muito bem o que é pedido, talvez. Assim, [ele] não consegue interpretar bem. (Max, 9.º encontro)

9.6 A tarefa das mesas

Maria considerou que privilegiar a formalização da equação e o uso das propriedades aritméticas no ensino de álgebra pode não contribuir para a construção do significado do termo desconhecido:

> Eu achei interessante a tarefa, só que talvez ela [tarefa] não faça os alunos trabalharem tanto a questão de dar um significado ao termo desconhecido (...) talvez o aluno tenha dificuldade nessa questão, de ele perguntar: por que x, ou porque y? Eu acho que eles teriam um pouco de dificuldade nesse caso. (Maria, 9.º encontro)

A partir desse entendimento, Maria defendeu a ideia de uma tarefa exploratória que tratasse da identificação de padrões de uma sequência como uma proposta que

contribui para a construção do pensamento algébrico dos alunos. Reconheceu ser possível elaborar uma tarefa exploratória que permitisse ao aluno interpretar, formalizar e fazer uso das propriedades aritméticas. Davi, que elaborou a tarefa, concordou com as opiniões de Maria:

> Eu achei muito interessante a questão, e acho que o único objetivo que não foi tão trabalhado é a questão de identificar padrões de uma dada sequência expressando algebricamente a sua generalização, porque não tem uma sequência, nem nada. (Maria, 9.º encontro)

> Ela [Maria] conseguiu sim identificar a maioria das coisas que eu queria enquanto estava fazendo a questão. Concordo com ela que ficou faltando padronizar essas coisas, alguma coisa de ordem, porém eu estava fazendo e estava olhando para os objetivos. (Davi, 9.º encontro)

Nesses diálogos, os futuros professores mostraram-se interessados em elaborar uma tarefa exploratória que atendesse aos objetivos específicos por eles elaborados: (i) Identificar padrões de uma dada sequência e expressar algebricamente a sua generalização; (ii) Promover a interpretação contextual dos problemas de equações do primeiro grau; e, (iii) Compreender as propriedades das equações algébricas e sua utilização na resolução das equações. Também se mostraram preocupados com as dificuldades dos alunos em utilizar os processos aritméticos, indicando que a fronteira entre a aritmética e a álgebra, que é uma das maiores dificuldades no ensino e na aprendizagem, é uma necessidade de discussão na formação inicial.

A tarefa exploratória adaptada por Maria foi usada nas aulas de investigação, não havendo nenhuma proposta de alteração por parte dos colegas. Ao analisar a tarefa exploratória, Davi identificou que esta tarefa levava o aluno a pensar na imagem da situação, o que favorecia o desenvolvimento do pensamento algébrico de forma progressiva de sua aprendizagem:

> É uma questão que leva o aluno a pensar tanto na imagem da situação, quanto nas contas durante as letras [alíneas] e na parte que eles vão precisar realmente fazer algumas contas, ou seja, eles vão conseguir visualizar o que estão fazendo, o que vai levá-lo a achar um caminho mais fácil, provavelmente. (Davi, 9.º encontro)

Para Davi, a tarefa favorece ao aluno pensar em caminhos que ao avançar na resposta ele pode "conseguir imaginar a equação" (9.º encontro). Seguindo esse pensamento, Hugo justificou que a visualização de uma imagem diferente do contexto matemático facilita o entendimento da questão, mesmo que o aluno tenha dificuldades em responder a ela:

> Eu acho que essa questão não é uma questão difícil de fato, é algo do cotidiano deles, ele [aluno] consegue visualizar mais fácil (...) provavelmente eles [alunos] vão conseguir entender o que é para fazer, mesmo que não saibam como responder. (Hugo, 10.º encontro)

Para Hugo, o desenho ajuda na elaboração de estratégias de resolução. Max também defendeu a mesma ideia reconhecendo que o aluno faria o desenho facilmente, mas alertou que, durante a aula, imprevistos acontecem e, por causa disso, não pode antecipar as dúvidas os alunos:

> Ele deveria entender o que seria para fazer, desenhar um quadrado com quatro bolinhas em volta. Acontece vários imprevistos em uma aula. Eu não sei que perguntas eles podem fazer, porque a criança é sempre muito criativa nas perguntas. (Max, 10.º encontro)
>
> De fato, fazer [desenhar] a tarefa quando tem uma mesa, duas, quando tem três. Isso ajudaria ele [aluno] a entender. (Hugo, 10.º encontro)

Para os futuros professores, a maior dificuldade dos alunos é perceber a relação entre o número de mesas e de pessoas. Max utilizou a palavra "perceber" sugerindo que o aluno deve pensar nessa relação como uma necessidade do desenvolvimento do pensamento algébrico, a qual exige que o aluno estabeleça relações de causa e efeito entre duas grandezas:

> A maior dificuldade aqui, que eu acredito, é dele [aluno] perceber qual seria a relação entre esse número de mesas e o número de pessoas nesse tipo de disposição (...) acho que mais do que responder à questão em si, seria justamente fazer esse tipo de pergunta: você consegue perceber algum tipo de relação entre o número de mesas e o número de alunos? (Max, 10.º encontro)

Dessa forma, entenderam que a generalização é fundamental para promover o pensamento algébrico. A esse respeito, Maria indicou que, quanto mais rápido o aluno generalizar, ou seja, pensar e escrever uma equação, mais fácil fica para ele resolver a tarefa:

> O aluno mais à frente já consegue imaginar na letra c [alínea]. Eu pensei: beleza, um aluno que não tenha tido contato com alguma equação de 1.º grau não vai visualizar de primeiro momento um padrão, não vai imaginar uma equação que vai satisfazer essa imagem. (Davi, 9.º encontro)
>
> Fazer a generalização da relação entre o número de pessoas e de mesas, aqui sim, ele vai ter que passar para um pensamento algébrico, onde ele vai perceber essa relação e escrever na forma de uma equação algébrica. (Max, 9.º encontro)

Por fim, Max também apontou que uma possível dificuldade dos alunos seria perceber as diferenças entre estratégias utilizadas por eles para responder à tarefa exploratória. Essa foi a única observação feita em torno dessa dificuldade. Com essa observação, o futuro professor chama a atenção dos colegas para o papel das discussões na aula.

> Claro que vamos abrir espaço para que todos os alunos falem sobre suas questões, né? Então, mais uma dificuldade seria as respostas de diferentes alunos e eles perceberem isso. (Max, 9.º encontro)

Davi lembrou que o professor quase sempre pensa que o aluno vai usar uma "estratégia ideal" ao resolver a tarefa. Indicou, no entanto, que o mais comum é que o aluno recorra a uma "estratégia 'possível". Esse entendimento sugeriu que o futuro professor entendeu que o pensamento do professor pode não ser o do aluno:

> Eu coloquei aqui uma resposta alternativa (...) caso o aluno não consiga observar de primeira a equação do 1.º grau que pode ser formada a partir dessa questão. Outro aluno pode pensar olhando para o desenho: Beleza, se eu tenho 12 meses, sendo que as mesas da ponta vão ter três pessoas, é só eu somar dois nas mesas que estão no meio, né? E depois somar três da primeira mesa e três da última. Essa foi a outra resposta alternativa (...) realmente, qual o caminho que todos os alunos dariam a gente como professor quando vamos fazer a questão olhando e pensando aquela resposta ideal. Eu coloquei uma resposta ideal e a resposta possível dos alunos, ou seja, tem várias formas que eles podem seguir depende da questão. (Davi, 9.º encontro)

A Tabela 10 mostra que, ao elaborarem o plano para a aula de investigação, os futuros professores indicaram que as principais dificuldades dos alunos para cada alínea seriam das tarefas das mesas podem ser:

Tabela 11: Indicação das dificuldades dos alunos ao resolverem a tarefa exploratória.

Alínea a	Alínea b	Alínea c	Alínea d	Alínea e
Referentes ao enunciado da questão.	Dificuldade em visualizar a disposição das pessoas e mesas.	Não perceber a relação entre o número de mesas e o número de pessoas	Não conseguir generalizar e escrever na forma de uma equação algébrica.	Não entender como aplicar a fórmula encontrada na alínea anterior.

Fonte: Produção dos futuros professores.

Constata-se que os futuros professores identificaram importantes conceitos que devem ser priorizados no ensino e na aprendizagem de álgebra, tais como: i) valorização de padrões em uma sequência e a generalização a partir desses padrões; ii) preocupações

com o surgimento da incógnita na formalização da equação; iii) construção de modelo matemático a partir do enunciado da tarefa; e, iv) compreensão de que as operações aritméticas no campo algébrico se diferenciam do campo aritmético. Eles também reconheceram que o uso da imagem é um recurso enriquecedor no ensino-aprendizagem de equações do 1.º grau, podendo vir a contribuir para a construção da equação.

9.7 A tarefa do reino

Essa tarefa ganhou significativa importância dos futuros professores pela criatividade do contexto da semi-realidade, sendo esse um dos critérios destacados por eles. Esse foi o motivo mais evidente pela escolha para a aula de investigação. Talvez o outro motivo tenha sido a possibilidade de uma formalização, por isso também foi notado que não houve aprofundamento em torno das dificuldades dos alunos. A exemplo disso, André apresentou sua resolução com base na formalização da equação. Observou-se, inclusive, em suas explicações, que ele entendeu que não havia diferentes estratégias para resolvê-la:

> Tem um textinho para gente interpretar e montar uma equação de primeiro grau (...) dessa forma a gente tem que já saber o valor gasto na fura braço. Utilizando alguma equação ou algum método vai descobrir, se consegue. Quando eu montei a equação aí fica 400 x, onde x é o valor da unidade da tira juízo, mas 300 x 20, o valor dado é igual a 30000. E aí resolvido isso chega em algo do tipo 400 x + 300. 20 = 30 mil, quando a gente passar o termo daquela multiplicação que é 300. 20 que dá 6 mil, a gente passa subtraindo, aí fica um valor positivo. Vai ficar 24 mil. E aí a gente chegava na resposta, sendo sessenta reais (André, 9.º encontro)

André, após resolver a tarefa, fez uma análise considerando que contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio do aluno, depois destacou as possíveis dificuldades dos alunos: (i) envolve as operações de subtração, multiplicação e divisão; (ii) propriedades operatórias das equações de 1º grau; e, (iii) a presença da incógnita. Ele destacou que a maiores dificuldades dos alunos se situam em interpretar a tarefa, para armar uma equação do primeiro de grau:

> Envolver a propriedade a que a gente chama de passar subtraindo. Seria subtrair os lados e depois uma divisão, aí como a divisão envolve muitos zeros a gente pode cortar também e chegar nesse valor. Eu pude perceber com essa questão trabalha bem o raciocínio para você desenvolver a equação de primeiro grau. Na utilizando a incógnita tem uma dificuldade um pouco a mais, que é a nossa constante e tem uma multiplicação. Não é sinceramente um grande problema. Ele tem até que fazer o 300 x 20 para descobrir quem é a nossa constante. Bom, que mais dificuldades? Não tem. A divisão não é muito difícil,

> né? Eu acho que a dificuldade toda é a interpretar a questão e armar a equação de primeiro grau. (André, 9.º encontro)

9.8 Reflexão da atividade: antecipar estratégias e dificuldades dos alunos

Nas entrevistas, um fator de destaque foi a falta de experiência dos futuros professores no trabalho em sala de aula. Isto revelou ser o fator decisivo para a antecipação de estratégias e dificuldades dos alunos. A esse respeito, Ivo afirmou que iria perceber essas dificuldades quando estivesse na sala de aula. De forma ainda contundente, André referiu-se igualmente à sua falta de experiência:

> Eu não tinha parado ainda para pensar nisso, justamente em antecipar dificuldades dos alunos, pensar onde é que os alunos vão sentir essa dificuldade. Eu achava até que eu ia sentir isso quando eu começasse de fato a dar aula, que eu ia sentir a dificuldade deles e ia trabalhar em cima delas. (Ivo, entrevista, julho de 2021)

> Bom, eu até pensava nessa antecipação, mas a falta de experiência era um grande problema. Para saber, por exemplo, qual era no meu ponto de vista, eu achava que o problema seria tal, porém, o meu ponto de vista não é o ponto de vista dos alunos. Pode ser de um ou outro, mas não de todos, então eu vou conseguir prever, porque, necessariamente, eu não tinha experiência. (André, entrevista, julho de 2021)

Pelo seu lado, Maria mostrou conhecer as potencialidades da tarefa exploratória que sugeriu para aulas de investigação e descreveu como os alunos demonstram suas dificuldades para generalizar uma situação que envolve uma sequência numérica:

> Eu dou aula no ensino fundamental II, 7.º e 8.º anos. Eu vejo que os alunos têm muitos problemas com álgebra, em particular com uma tarefa que é muito parecida com essa (...) eu tinha feito uma tarefa como essa, nesse ano e eu percebi que as dificuldades dos alunos era de generalizar aquilo ali, entender o que é aquele *n*-zinho e dar algum significado àquilo. Eles ficavam falando: mas professora, para quê? Qual a lógica disso aqui? Eu não estou entendendo. Eles ficavam chutando, esse tipo de coisa e aí quando eu criei, quando estava criando a tarefa eu fui pensando nisso, mas pela prática que tenho mesmo em sala de aula. (Maria, entrevista, julho de 2021)

Davi considerou que os critérios sugeridos para a elaboração do plano de aula tiveram significativa relevância para mudar seu pensamento sobre a análise das dificuldades dos alunos e o trabalho do professor:

> Já tinha pensado, mas eu me arrisco a dizer que neste curso realmente, quando você monta o plano de aula da forma que a gente montou, você pensa realmente em escrever as dificuldades que ele [aluno] possa ter, é uma maneira muito mais ampla. Abriu realmente a minha mente (…) tinha dois tópicos desse plano de aula que eram praticamente ver as

> dificuldades dos alunos e onde o professor queria chegar. Foi ótimo. (Davi, entrevista, julho de 2021)

Para Alice, que ainda não tinha pensado em antecipar estratégias e dificuldades dos alunos, foi o estudo de aula que promoveu essa discussão, como uma questão preponderante do processo, cujo foco era ajudar o aluno a realizar as tarefas propostas. Pensamento muito próximo ao de Aline mostrou Ivo que também confirmou o ineditismo da atividade para antecipar as possíveis estratégias e dificuldades dos alunos frente a uma tarefa exploratória:

> Antecipar as dificuldades que eles possam ter? Não, não tinha pensado nisso antes dessa forma. Eu já tinha pensado em resolver, mas não em antecipar. E perguntar isso: O que eu posso fazer se ele [aluno] perguntar isso? Se ele tiver uma dúvida nisso ou naquilo? Porque, quando você aplica essa forma do estudo de aula, você antecipa aquele problema que pode vir lá na frente, que você já resolve antes e ajuda o aluno a se desenvolver melhor. (Alice, entrevista, julho de 2021)

> Eu não tinha parado ainda para pensar nisso, justamente antecipar dificuldades dos alunos, pensar onde é que os alunos vão sentir essa dificuldade. Eu achava até que eu ia sentir isso quando eu começasse de fato para dar aula, que eu ia sentir a dificuldade deles e ia trabalhar em cima delas. (Ivo, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Um fator importante que contribuiu para que os futuros professores antecipassem estratégias e dificuldades dos alunos ao resolverem a tarefa exploratória foi a análise que eles fizeram das potencialidades da tarefa para a identificação de conceitos e os processos operatórios. À medida que analisavam as tarefas, antecipavam as estratégias e dificuldades dos alunos, em que destacaram que o entendimento do texto da tarefa é essencial para que os alunos construam significados do contexto da tarefa para realizar sua atividade, caso contrário torna-se difícil para eles transcreverem as informações para a linguagem algébrica. Seus entendimentos apontaram que a tarefa deve propor uma ordem para que as estratégias elaboradas pelos alunos promovessem o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Para as dificuldades que poderiam surgir, compreenderam que o desenho pode ser uma representação interessante que possa facilitar o entendimento do aluno. Depois, afirmaram ser importante para o aluno envolver-se com tarefas exploratórias de equação de primeiro grau como atividade para interpretar contextos algébricos, encontrar um padrão, formalizar e utilizar as operações. Por outro lado, os futuros professores também indicaram a necessidade do aluno em primeiro conhecer a fórmula da equação de primeiro grau e seus elementos como

condição básica para a manusear esse tipo de equação para depois aprender seus conceitos. Contudo, os futuros professores compreenderam que os alunos ao resolverem tarefas exploratórias, devem identificar padrões de uma sequência para que possam justificar suas estratégias por meio da generalização, bem como recorrer aos processos aritméticos para se inserir nos processos algébricos. Um outro ponto elencado pelos futuros professores foi a possível dificuldade dos alunos, durante as discussões coletivas, para perceber que diferentes estratégias apresentadas por eles podem representar a mesma situação. Assim, observou-se que, durante as entrevistas, os futuros professores levaram em conta suas experiências com o ensino para falarem se de algum modo já tinham pensado em antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos. De um lado, houve o relato de Maria que evidenciou a importância da prática docente para a reflexão sobre essas questões. No entanto, Júlia, apesar de ter experiência com o ensino, ainda não tinha pensado em antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos. Destacou a forma como foi conduzida a proposta, reconhecendo que a elaboração da tarefa exploratória impulsionou essas reflexões. De um modo geral, os futuros professores reconheceram que o estudo de aula é um processo naturalmente estruturado para viabilizar essas reflexões.

CAPÍTULO 10

CONHECIMENTO DIDÁTICO EMERGENTE DO ESTUDO DE AULA NO ESTÁGIO

Neste capítulo apresento as perspectivas dos futuros professores em relação aos contributos do processo de estudo de aula para desenvolvimento de seus conhecimentos didáticos, bem como as limitações e condicionantes que eles identificaram. As categorias discutidas foram selecionadas a partir da frequência e da espontaneidade com que surgiram nos discursos e comportamentos dos futuros professores. Dessa forma, discuto: (i) a compreensão de práticas colaborativas como aspecto para a realização do estudo de aula no estágio; (ii) as reflexões dos futuros professores sobre as aulas de investigação, especialmente no que respeita às aprendizagens dos alunos; (iii) suas perspectivas sobre as contribuições do estudo de aula no estágio supervisionado; e, por fim, (iv) potencialidades, limitações e condicionantes indicadas pelos participantes.

Turma LM1

10.1 Práticas colaborativas

Prática colaborativa: conceito e formas

Os futuros professores, ao final do processo de estudo de aula, reconheceram que a forma como o grupo desenvolveu suas atividades evidenciou as práticas colaborativas e descreveram diversas situações que mostram suas contribuições em todas as etapas do

Estudo de Aula. Identifica-se, em seus discursos, que eles justificaram a importância de *se juntar aos colegas* para, através do *diálogo* e da *valorização mútua de cada membro*, realizar cada etapa do estudo de aula.

A esse respeito, Levi escreveu, no documento de avaliação final da disciplina (relato de experiência), que tinha o objetivo de "mostrar as experiências vivenciadas no Estágio Supervisionado II, pautando o olhar para o processo coletivo do Estudo de Aula". Em seguida, ele afirma que "todo o processo, nesse estudo, partiu da *prática coletiva* e das *tomadas de decisões* colaborativas". No seu discurso, as palavras *coletivo* e *colaborativo* complementam-se. Ele pressupôs que *coletivo* representa o grupo de pessoas envolvidas no processo de Estudo de Aula, já a *colaboração* refere-se às decisões do coletivo, em que uma ideia ou uma ação pode substituir ou complementar outra de acordo com a decisão do grupo. Na concepção de Levi, a prática colaborativa é parte integrante do Estudo de Aula, já que todo o processo acontece quando um grupo de pessoas se juntam e discorrem, a partir de um tema, com o interesse de melhorar as aprendizagens dos alunos:

> Este tipo de metodologia necessita do trabalho colaborativo entre professores e pesquisadores, que a partir de um tema que seja decidido pelo grupo e que seja relevante na formação dos alunos, serão submetidos ao projeto. (Levi, produção de documento: relato de experiência)

Embora utilizando outra linguagem, Tomás, ao descrever o processo de estudo de aula realizado no estágio, destacou que o *grupo* participou ativamente de todo o processo. Também descreveu que todas as etapas do Estudo de Aula contaram com a colaboração de todos os participantes nas decisões. A esse respeito, observou-se no seu discurso, ao falar da participação do grupo no planejamento e realização das etapas do Estudo de Aula, a insistência de verbos no plural ou das palavras 'a gente' como expressões que caracterizam a colaboração dos participantes nas *tomadas de decisões,* ao indicar que todos tiveram igual importância nas decisões do grupo.

> Fizemos tudo em grupo. Nós identificamos um problema que foi sobre divisão. Depois dessa discussão, a gente procurou trabalhos que falassem sobre o tema. Depois que a gente pensou sobre isso, a gente se reuniu e definiu o objetivo antes da tarefa (...) e, depois disso, elaboramos o objetivo e, do objetivo, pesquisamos as tarefas, elaboramos as tarefas, estudamos as tarefas para saber qual era a tarefa que poderia atender ao objetivo. Fizemos as modificações necessárias para isso. Depois da tarefa, fizemos o plano de aula e, depois do plano de aula, fizemos a aula [de investigação] e fizemos o relato [a discussão] do que aconteceu. (Tomás, entrevista, julho de 2021)

Ao ser questionado diretamente sobre a importância das discussões coletivas no estudo de aula, Caio utilizou a palavra *coletivo* em sua resposta por duas prováveis razões: ou porque a investigadora utilizou a palavra *coletivo* ou para designar a participação de todos os membros do grupo com igual participação. Em todo caso, ele compreendeu que no estudo de aula, o que ele chamou de processo de ensino e aprendizagem, essas discussões coletivas naturalmente acontecem, porque sua realização tem o objetivo de desenvolver o "máximo" de conhecimento dos participantes:

> Porque, assim, como a gente veio estudando e o que a gente faz é processo de ensino e aprendizagem. Esse processo de ensino e aprendizagem, ele se dá de forma coletiva, então, tem que estar todo mundo ali debatendo, trazendo suas ideias, falando as suas considerações para que o máximo de conhecimento seja gerado ali. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Ivan, ao descrever as etapas do estudo de aula vivenciadas no estágio, utilizou a *ideia de conjunto* para se referir ao conceito de grupo ou de coletividade. Ao final de sua resposta, afirmou que o interesse do grupo era a "melhora" no conhecimento dos participantes:

> Buscamos, em conjunto, uma temática ou um conteúdo que fosse de interesse de todos (...) em conjunto, foram feitas buscas por tarefas exploratórias (...) e analisamos as tarefas (...) juntamos nossas considerações em busca de uma melhora [no conhecimento] do grupo em geral. (Ivan, produção de documento: relato de experiência -reflexão pós-aula)

Práticas colaborativas desenvolvidas no ESO II

Ao perguntar a Clara sobre sua vivência na disciplina de ESO II e especificamente o que a surpreendeu (ou não), ela respondeu que a *interação* entre os participantes foi o que lhe causou surpresa. A interação, de acordo com a futura professora, foi o que revelou as dificuldades vivenciadas pelo grupo e proporcionou a construção de ideias. Ela também deixou subentendido que o estágio vem sendo realizado na formação inicial dentro de uma previsibilidade de atividades:

> Eu gostei muito dessa interação. Eu não esperava que fosse desse jeito (...) foi verificando, foi vendo as dificuldades, foi cada um levantando ideias e eu gostei muito disso, de mudar (...) eu gostei da interação que tivemos em todos os momentos, porque uma aula expositiva é muito cansativa, tanto para quem está ministrando como para quem está assistindo. Quando é uma roda de conversa, de exposição de ideias, eu acho que fica mais lucrativo (…) gostei também quando a gente ia fazer um determinado trabalho e cada um fazia sua parte. Eu acho que foi no objetivo [na elaboração], cada um colocou um pensamento e, no final, a gente reuniu e colocou as melhores ideias. Nas questões

> [tarefas], também, cada um trouxe uma ideia. Eu gostei dessa parte interativa da disciplina. (Clara, entrevista, julho de 2021)

Os futuros professores também fizeram referências às práticas colaborativas ao indicarem que o planejamento foi a fase em que a prática colaborativa se destacou mais. Nesta etapa, eles indicaram que o estudo de tarefas e/ou a elaboração do plano de aula foram dois momentos potencialmente promissores para suas aprendizagens.

Levi, que confirmou que o estudo de aula "necessita de um trabalho colaborativo", enfatizou que a fase do planejamento sobre o estudo e o papel das tarefas exploratórias, na prática docente, foi a que lhe deu maior clareza do conceito de prática colaborativa. Seu discurso evidencia algumas características importantes das práticas colaborativas: i) unir os participantes em torno de um objetivo comum; ii) ser produtiva e desafiadora; e, iii) promover o diálogo aberto entre os participantes:

> Começamos a trabalhar em conjunto para trazer ideias e possíveis tarefas para chegar em apenas duas tarefas que se encaixassem no nosso objetivo. Na minha concepção, esse momento do estudo de aula foi o mais colaborativo até então. Tivemos que nos unir em prol de um denominador comum…todo mundo deu sua opinião, colaborou, então isso para mim foi um processo novo. (Levi, produção de documento: relato de experiência, reflexão pós-aula)

Para Caio, a elaboração do plano de aula foi um dos momentos em que a prática colaborativa expôs os pontos de vista da coletividade, de modo a contribuir para a sua elaboração.

> Esse plano de aula que nós trabalhamos foi um plano de aula bem elaborado. Então, foi pensada cada parte, pensadas coletivamente também. Houve vários pontos de vista: acrescenta isso; não, tira isso. Então, foi um plano de aula que exigiu um tempo a mais para ser elaborado (...) foi isso que a gente fez. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Esses comentários apontam para a necessidade de repensar as atividades de estágio a partir do envolvimento de futuros professores em práticas colaborativas. Esses discursos mostram, inclusive, que os futuros professores reconhecem ser importante a ruptura de práticas individualizadas do estágio, na qual, muitas vezes, cada futuro professor desenvolve suas atividades de estágio apenas com a parceria do(a) professor(a) formador(a).

Desafios da prática colaborativa

Os desafios da prática colaborativa surgiram a partir de algumas características elencadas pelos futuros professores, com destaque para Levi, que fez ponderações sobre este ponto. O que se supõe dessa sua atenção a este tema foi seu interesse em particular de aprofundar-se no assunto, que tratou no seu relato de experiência como "processo colaborativo no desenvolvimento do estudo de aula com foco na resolução de tarefas exploratórias".

As ideias de Levi sobre desafios da prática colaborativa mostram sua compreensão da importância de valorizar o pensamento dos participantes, cujas ideias, que muitas vezes são bem diferentes, precisam ser ressignificadas de modo que uma não diminua o valor da outra. Desse modo, o grupo deve encontrar seus próprios caminhos para que todos se sintam partícipes do processo:

> A gente viveu um processo colaborativo, né, todo mundo trouxe ideias de suas atividades. Cada um pensa de uma forma diferente, então tem ideias diferentes para as atividades e a gente teve que codificá-la juntos, discutir juntos, fazer junto e readaptar (…) ao mesmo tempo que foi produtivo, também foi desafiador, pois cada um pensava de uma forma diferente. O trabalho colaborativo também tem suas dificuldades. O que colaborou muito para esse desafio foi o diálogo aberto entre nós (...) o que de fato ocorreu durante esse processo, e, decorrente disso, acabamos chegando nas tarefas a serem desenvolvidas na aula de investigação. (Levi, produção de documento: relato de experiência - reflexão pós-aula)

Ao final da produção do documento, Levi apontou que "saber ouvir e aceitar críticas é um trabalho que demanda bastante autoconhecimento". Do ponto de vista do futuro professor, o *diálogo* foi o ponto central para o desenvolvimento dessas práticas. Pode supor-se que Levi entende por diálogo a capacidade de saber ouvir seus pares, dar-lhes igual importância e aceitar as mudanças que o grupo considerar pertinente à ação em discussão.

Síntese

Ao final do estudo de aula, os futuros professores conceituaram as práticas colaborativas como um grupo de pessoas que, juntas e através do diálogo, tomam decisões que atendem aos objetivos que surgem das ideias comuns aos participantes. Apontaram que existe uma relação muito próxima entre o estudo de aula e essas práticas, considerando que esses dois processos somente podem acontecer a partir do interesse de várias pessoas em resolver um problema da prática letiva, relacionado com a aprendizagem dos alunos. Indicaram que o trabalho individual também é uma vertente

das práticas colaborativas, desde que o grupo, a partir do diálogo, reconstrua as ideias ou as tome para si. Segundo os participantes, na disciplina de ESO II, cada membro do grupo fez suas reflexões individualmente e no coletivo refinou seus entendimentos e reelaborou de acordo com o interesse de todos. Sugeriram, ainda, que essa vivência não é comum nos estágios. Os futuros professores indicaram a necessidade de os formadores repensarem a forma individualizada como as atividades de estágio estão sendo desenvolvidas. Sublinharam a relevância das práticas de colaboração no desenvolvimento do conhecimento didático e matemático do futuro professor. Também consideraram que convergir suas ideias de modo a contemplar os interesses de todos foi o principal desafio dessas práticas. Por fim, reconheceram que o diálogo aberto e solidário entre os participantes fundamentou a realização do estudo de aula no estágio supervisionado.

10.2 Reflexões sobre a aula de investigação

Das escolhas didáticas na condução da aula de investigação

Os dois futuros professores que ministraram as aulas de investigação avaliaram satisfatoriamente a forma como as aulas foram conduzidas. Ivan reconheceu que "tinha uma expectativa de que seria um pouco mais difícil de realizar a aula" de investigação. José, por outro lado, considerou que suas escolhas didáticas foram conscientes, segundo o modelo que ele tinha planejado:

> Eu gostei da aula, gostei, apesar de não ser uma aula prefeita. Eu tentei dar o meu melhor. Na condução da aula, eu utilizei algumas coisas, claro que eu ia perder em outras, mas eu segui o modelo que eu estava querendo. (José, 17.º encontro)

Sobre as escolhas didáticas, a professora Liz perguntou a Ivan se, após reflexão, ele faria algo diferente. A resposta do futuro professor mostra que ele percebeu os diversos aspectos que ocorreram na aula. O primeiro foi ter se incomodado em utilizar a palavra oposto para dizer que a operação de multiplicação é inversa à divisão, principalmente porque, depois da aula de investigação, o professor da escola fez um breve comentário sobre a importância do vocábulo matemático. O segundo é que ele apontou que não houve a participação de mais alunos na aula de investigação, por não terem sido convidados. Para Ivan, os alunos menos inibidos estavam interagindo bem na aula, todavia a aula teria sido mais envolvente se todos tivessem participado. Por fim, reconheceu que não considerou, como devia, o tempo previsto no plano de aula para cada

ação. A esse respeito, comentou que a sua liberdade e a empolgação dos alunos na aula foram motivos para as suas escolhas, o que acabou interferindo na sua prática docente:

> Teve aquela questão que o professor [da escola] comentou do vocabulário matemático, né? Que eu fiz uma confusão, não confusão, mas tentei relacionar inverso com o oposto. Então, realmente, eu fiquei até um pouco, sabe? Sobre o vocabulário matemático, intrinsecamente utilizado em cima da terminologia. Uma coisa que eu faria diferente. Eu acho que como se trata de crianças mais participativas e crianças mais inibidas para falar, eu dei muito espaço para quem queria participar e poderia ter focado um pouquinho mais e convidar outras pessoas. Em outro ponto, eu deveria ter visto que, quando fizemos o plano de aula, delimitamos um tempo, mas eu não prestei atenção a esse tempo para cada questão. Essa liberdade acabou sendo minha falha de não terminar o plano de aula e tive que correr. Enfim, foi como aconteceu. Eu fiquei empolgado por todo mundo estar querendo participar, deixando fazer uma aula prazerosa. Uma aula que chamasse a atenção deles. Eles quiseram participar. (Ivan, 15.º encontro)

Apesar da discussão sobre o uso correto dos termos matemáticos ter acontecido após a primeira aula de investigação e ter sido pontuada no ensaio da segunda aula de investigação, José se apropriou da palavra equivalente, utilizada por uma aluna, para explicar aos alunos que a divisão de 72 por 12 era uma "conta equivalente" a 72 por 6. A esse respeito, os participantes entenderam que discutir com os alunos o uso apropriado da linguagem matemática é uma oportunidade de evitar distorções conceituais, contribuindo, assim, com as suas aprendizagens. Segundo a professora Liz, "a gente perdeu uma oportunidade de introduzir a questão, talvez de múltiplo, ou o que 12 tem em relação a 6 [nesta operação]?", e, ainda, "o que são números equivalentes?":

> Nas ideias que eu também anotei foi essa ideia de *conta equivalente* e eu fiquei: assim, o que ele [José] vai associar a esse nome de equivalente? O que será que elas [alunas] pensaram quando falaram equivalência? (Tomás, 17.º encontro)

Sobre isso, Levi destacou que o uso da linguagem matemática é um dos critérios a ter atenção na prática letiva e que o professor deve se apropriar da linguagem matemática como parte de seu conhecimento matemático para o ensino. Ainda acrescentou que usar a linguagem casual como forma de se aproximar dos alunos não favorece a aprendizagem de conceitos, já que, em outros conteúdos, quando exigirem o entendimento de seus significados, os alunos podem não os ter construído:

> Você [Ivan] falou, por conta deles serem crianças e do sexto ano, mas me incomodou também aquela coisa de se referir a multiplicação como *vezes*, conta de *vezes*. Tudo bem falar isso. Assim, meu ponto de vista, não é errado, mas lembrar que a conta de vezes é a multiplicação (...) isso atrapalha demais quando a gente vai dar fração, porque você tem

> que estar retomando todos esses conhecimentos de novo: gente, *vezes* é multiplicação, é uma operação matemática. Quais são as operações? São multiplicação, divisão, soma e subtração. Não é menos na subtração, não é *vezes* na multiplicação, sabe. Então, assim, facilita no momento, mas é bom que a gente faça associação disso com uma linguagem matemática. (Levi, 15.º encontro)

Todos esses comentários sobre o sentido da palavra "vezes" fizeram parte da primeira discussão pós-aula. Mesmo assim, José, que lecionou a segunda aula de investigação, não fez referência à palavra multiplicação, que, para a professora Liz, não levou em consideração a terminologia matemática. Ela lembrou que uma "menina [aluna] falou: conta de *vezes*" referindo-se à operação de multiplicação. José, também, foi questionado, em especial pela opção de ler a tarefa para os alunos que, segundo o professor da escola, a leitura pelo aluno tem o propósito de "explorar o enunciado do problema para que eles se apropriem da questão". Além disso, foi questionado sobre a opção de não responder aos alunos quando algumas perguntas surgiram, adiando suas explicações. Sobre isso, a professora Liz comentou que "muitas ideias ficaram em aberto" e que José optou pela interação e pela discussão de estratégias de outros alunos:

> Eu priorizei fazer a leitura para justamente dar prosseguimento à aula, então, eu queria ver o máximo de questões possíveis e me atentar para a parte em que eles mais tivessem dúvida (...) poderia deixar alguns alunos lerem, que estavam muito empolgados… mas optei por fazer a leitura junto a eles (...) em algumas partes da aula, eu disse: não, mais à frente a gente vai discutir isso, porém, a meu ver, durante a aula, achei que, na discussão, a gente foi atendendo aos alunos, que já estavam respondendo a alguns apontamentos que eles tinham levantado antes, por isso que eu não fiz lá o retorno com eles. Pode ter ficado [algo a ser respondido] e não ter concluído 100%, mas acredito que o pensamento que eles deram já valia o tempo que a gente tinha dado. (José, 18.º encontro)

Para Tomás, a capacidade de José de recorrer a um outro contexto matemático para responder a uma aluna e facilitar seu entendimento foi promissora. Nesse sentido, ele destacou a importância de o professor conhecer outras estratégias didáticas para ilustrar para os alunos situações parecidas:

> Foi incrível [a aula]. Por exemplo, essa letra d [alínea], os meninos disseram que era 12. Eu fiquei me perguntando: meu Deus, como é que José vai fazer com que eles entendam isso? Aí, depois você usou o exemplo: 'se eu tenho três bolinhas'. Eu fiquei: será que ele [José] sair de hambúrgueres para bolinhas vai facilitar ou vai dificultar? Para mim, vejo que só facilitou, porque, quando você foi para os hambúrgueres, a mesma menina conseguiu entender. (Tomás, 17.º encontro)

Síntese

A aula de investigação permitiu aos futuros professores observarem que existe uma relação que naturalmente se estabelece entre as escolhas didáticas do professor e a dinâmica da aula. Se, de um lado, o professor conduz a aula com preocupações na participação e nas necessidades dos alunos, por outro, os alunos exercem influência na condução da aula, levando o professor a fazer escolhas que ele pode não ter considerado durante o planejamento. Nesse processo, os futuros professores reconheceram que envolver os alunos desde a leitura da tarefa e nas discussões coletivas sobre sua resolução e construção de conceitos matemáticos são aspectos do conhecimento didático que contribuem para as aprendizagens dos alunos. Com relação, especificamente ao conhecimento matemático, os futuros professores sentiram-se incomodados com os equívocos conceituais de José e Ivan durante a aula de investigação. Eles entenderam que o professor deve ser vigilante aos conceitos que se utilizam na prática letiva, pois problemas conceituais comprometem a aprendizagem dos alunos, refletindo-se na aprendizagem de outros conteúdos. Para os futuros professores, a linguagem matemática, assim como as operações matemáticas, contribui para a construção dos significados dos conceitos matemáticos, que estes possuem características próprias dentro dessa linguagem e muitas vezes não têm muitos sinônimos. Mostraram-se seguros em pontuar esses problemas como uma importante dimensão do conhecimento didático.

Da necessidade de conhecer os alunos

A decisão de observar as aulas dos professores da escola, durante a fase de planejamento, foi da professora Liz, que orientou todos a "participar das aulas de Matemática da escola", cujo propósito inicial era não só interagir com o professor da escola, mas também observar a sua forma de conduzir a aula. Contudo, ao longo das discussões, a participação dos alunos nas aulas se tornou o principal interesse dessa ação, já que "é muito interessante para você já ir conhecendo os alunos" (Professora Liz, 9.º encontro). De fato, a possibilidade de observar aulas na escola, antes da aula de investigação, contribuiu para os futuros professores compreenderem as relações que se estabelecem entre alunos, conteúdo e professor. Nesse aspecto, a professora Liz destacou a importância de conhecer os alunos, considerando que essa observação iria ajudar a preparar a aula de investigação.

À medida que observavam as aulas na escola, os futuros professores traziam para os encontros síncronos relatos da participação dos alunos nas aulas, identificando também

suas dificuldades. Clara, por exemplo, citou um fato observado na aula para exemplificar como os alunos participavam e quais suas dificuldades com a linguagem matemática, e descreveu a estratégia utilizada pelo professor para promover a interação com os alunos:

> Era algo de um triângulo, dois números juntos somados vão dar o número da casa de cima. Era alguma questão desse tipo. E, aí, começou a ficar mais difícil e ia trocando os valores. Eles tinham muita dificuldade de dizer a palavra subtração. Eles falavam: então, eu somo 15 mais 30, aí dá 15. O professor perguntava: não, mas isso que você fez foi soma? Aí, ele: Só que no final diminui. Eles não usam a palavra subtração. (...) aí, ele [professor] perguntava: deixa eu ver se fulana concorda. Fulana, responde para mim essa aqui [tarefa] que ela [aluna] fez, tá certo? Aí, ela disse não. Eu fiz desse outro jeito e assim por diante. (Clara, 10.º encontro)

Pode afirmar-se que a observação das aulas dos professores da escola fez com que estes admitissem a participação dos alunos como um critério a ter atenção durante tudo o que se deve considerar dos alunos. No entanto, foi na elaboração do plano de aula que os futuros professores legitimaram a participação dos alunos como um fator que poderia interferir em cada fase da aula de investigação. Em se tratando da tarefa exploratória que continha várias alíneas, consideraram que essa característica favorece o envolvimento dos alunos, mas também mostraram preocupações em construir essa participação:

> Professora, pelo que eu percebi nas aulas [observadas], tanto no ESO passado como esse, tem aluno muito participativo e sempre está falando, sempre está querendo dar opinião, está querendo interagir. Isso também depende da aula, tem aula que vem um, tem hora que vai vir outro. A gente não pode, não seria legal barrar esse aluno de falar, né? Então, eu acredito que, para que eles entendam essa dinâmica que a gente está querendo propor, é bom deixar isso claro na hora da apresentação, de que a gente vai querer chamar determinados alunos, em determinadas questões, e pede para eles colaborarem, para não intrometer quando o outro estiver falando, né? Porque tem alunos que participam mais, outros menos, né? (Levi, 13.º encontro)

Após o plano de aula ser avaliado pelo professor da escola, houve um encontro para que o futuro professor escolhido para ministrar a aula de investigação apresentasse para o grupo suas estratégias de ensino. Neste encontro, houve extenso diálogo entre a professora Liz e Ivan sobre as estratégias para convidar os alunos a participarem. Inicialmente, ele falou dos alunos que, de acordo com suas observações, estavam mais avançados no conteúdo e outros que apresentavam mais dificuldades. A dúvida inicial foi quem convidar para participar. No entender de Ivan, os alunos com mais dificuldades deveriam participar da resposta das alíneas que tinham um grau de dificuldade um pouco maior, pois, assim, o aluno com dificuldade começaria a compreender a tarefa a partir das explicações dos alunos das alíneas com um grau de dificuldade um pouco menor:

> Eu estava fazendo minhas anotações, né? Eu estou analisando as aulas do professor. Eu percebi que realmente tem dois tipos de aluno: os que estão mais avançados, que participam mais, que, às vezes, são mais rápidos de compreender o raciocínio do professor, e têm outros que participam menos, e quando o professor convida a participar tem uma demora (...) os que dominam o assunto com mais agilidade, que respondem, participam mais, fazem questão de participar, seriam Mariza, Alisson, Ione e Rosa. Não anotei todos. Têm os mais atrasados, assim, que notei Pedro, Paula e Nara[3]. Vocês acham que deveríamos criar uma estratégia para quem eu convido primeiro, para quem achou a atividade mais difícil? (Ivan, 13.º encontro).
>
> Professora Liz: No começo, são um pouco mais tranquilas as primeiras questões?
>
> Ivan: Eu estava analisando as questões e achei que as três últimas são mais interessantes para fazer com pessoas que estão com rendimento atrasado.
>
> Professora Liz: As últimas?
>
> Ivan: É. Isso, no caso da primeira questão, as letras [alíneas] e, f e g, porque, aí, a gente já teria passado pela etapa das questões anteriores. Aí, eles já teriam acesso [às respostas das alíneas a, b, c e d], para ver se compreenderam o assunto.
>
> Professora Liz: É bom pegar um aluno que está com raciocínio um pouco mais sintonizado, vamos dizer assim, porque ele não vai demorar muito nessa introdução da tarefa para entender o que quer. Nesse processo, pode ser que seja um pouco mais rápido. A questão 2, que tem o enunciado um pouco mais comprido, vai exigir um pouco mais. Pode deixar esses [alunos] que entendem mais rápido para a questão dois. Se tiver um meio-termo, começa com eles na questão um, aí, a questão dois pode ficar para esses de novo.
>
> Ivan: Está certo (...) um aluno para cada uma [alínea], já que a segunda é bem mais elaborada que a primeira. (14.º encontro)

Síntese

A observação de aulas como atividade paralela ao estudo de aula levou os futuros professores a se preocuparem em como observar a forma e o conteúdo das participações dos alunos durante as aulas do professor da escola. Na fase do planejamento, quando os futuros professores se referiam aos alunos, notava-se interesse em conhecê-los e, consequentemente, apontavam características de suas aprendizagens, comparando o que se estava discutindo no planejamento com o que eles observavam na sala de aula.

Da participação dos alunos na aula de investigação

Na reflexão pós-aula, a participação dos alunos foi considerada uma categoria importante das aprendizagens deles. A esse respeito, Levi considerou que a participação dos alunos também é responsável pelas escolhas didáticas do professor, podendo levá-lo

[3] Todos os nomes são fictícios para preservar o anonimato dos alunos da escola.

a se distanciar do planejado, quando tem em conta outras necessidades dos alunos. Entendeu que esse é um procedimento normal na prática docente:

> Ivan foi muito dinâmico. Os alunos interagiram legal, foram muito receptivos. Então, tudo isso faz com que o professor se envolva, né? E, quando o professor se envolve, acontece o que aconteceu. A gente meio que deixa de lado o plano [de aula]. (Levi, 16.º encontro)

No entanto, os futuros professores consideraram que tanto a aula de Ivan como a de José foram acolhidas pelos alunos de forma positiva. José, ao comentar a aula de investigação ministrada por Ivan, afirmou que a interação com os alunos foi um dado que lhe chamou a atenção. Esse critério também foi pontuado pelo professor da escola, que levantou a questão da participação dos alunos ao reconhecer que a "interação do professor com os alunos, em Matemática, é fundamental" porque os ajuda a falar. Observou-se que, em ambos os casos, os alunos mostraram-se interessados em que os futuros professores voltassem a ministrar outras aulas. A esse respeito, Clara lembrou que o convite dos alunos para José voltar na aula seguinte foi um retorno positivo que deram ao futuro professor:

> Eu estava comentando com Lara, enquanto estava acontecendo a aula, a gente estava falando disso, [que] ele poderia melhorar, mas toda a aula foi muito boa, porque houve interação com os alunos, desde o momento que Ivan começou a ministrar a aula até o término dela, tanto que os alunos pediram diretamente para que ele voltasse. (José, 15.º encontro)

> Eu vi empolgação deles. Eles [alunos] ficaram superfelizes pela aula. Ficaram te chamando para próxima semana, porque o convite, na minha cabeça, foi bom. Então, realmente surtiu um efeito muito positivo. (Clara, 18.º encontro)

José comentou a postura de Ivan em relação à sua interação com os alunos. Por um lado, considerou que Ivan soube conduzir as discussões coletivas quando privilegiou a fala dos alunos em certas ocasiões; por outro, considerou que Ivan interrompeu um aluno, antecipando sua resposta, mas deveria ter cedido mais espaço para o aluno falar:

> Eu gostei quando ele [Ivan] deu a fala para uma outra aluna. Ele estava falando e passou a fala para outra aluna. E isso eu gostei. Porém, numa outra [situação], o aluno estava falando, ao invés de deixar o aluno falar, ele já foi dando a resposta. Eu acho que foi no final da atividade que ele falou algo assim: ah, então, o que a gente vai fazer agora? É a divisão. Pronto. Aí, já impediu o pensamento do aluno que deveria fazer [a tarefa] e ele [Ivan] já deu a resposta. Mas toda a aula foi muito boa e pronto. (José, 16.º encontro)

Para Clara, a observação das aulas do professor da escola foi determinante para observar o modo como os alunos participavam. A esse respeito, destacou que conhecer o

comportamento dos alunos antes da aula de investigação a fez refletir sobre as atitudes de Ivan. Em sua análise, confirmou o quão importante foi observar as aulas do professor da escola para identificar o que esperar de cada aluno na aula de investigação:

> Eu sabia que aquela menina ia pedir para responder de novo e de novo e de novo, porque, nas aulas, ela sempre faz isso, então, não ia ser diferente agora. Aí, você tomou a mesma atitude que eu tomaria. Eu ia dizer a mesma coisa: vamos tentar fazer com que todo mundo interaja. Então, eu ainda senti que você se sentiu muito mal por falar isso para ela, deu para sentir daqui, mas era isso mesmo que eu ia fazer. (Clara, 16.º encontro)

Fábio também teve em conta as aulas observadas na turma de 7.º ano, ministradas pelo professor da escola, quando comparou o comportamento dos alunos nessas aulas com a aula de investigação conduzida por José. O futuro professor considerou que conhecer os alunos antes da aula de investigação constrói entendimentos nos futuros professores sobre o que esperar de cada aluno e cria alternativas didáticas que podem contribuir para o envolvimento de determinados alunos que não costumam participar:

> Sobre a aula, José, uma coisa que eu percebi, porque eu observei as aulas do 7.º ano. Hoje, eles foram muito mais participativos. Tipo, não sei se foi por causa de José, não sei dizer o porquê, mas hoje eles conseguiram ser bem mais participativos, tentaram perguntar, fazer uma entrada [online] na frente um do outro, disseram seus pensamentos. Roger, também, foi o que José falou, eu senti falta dele [Roger]. Das aulas que eu participei, ele é um dos que participam, mas, às vezes, é meio tímido, ele fica com medo, com vergonha de falar. Não sei. Ele não participou hoje. Eu queria que ele tivesse participado, até mesmo para ver se José ia trazê-lo [para a discussão], mas infelizmente ele não estava na aula. (Fábio, 18.º encontro)

Nas entrevistas, essa questão voltou a ser considerada pelos futuros professores como um dos critérios que contribuem para o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos. Para Caio, o destaque da aula foi a participação dos alunos:

> Um dos momentos que eu destaco foi realmente a participação de alguns alunos que queriam participar, que gostaram, porque eu acho que isso é uma coisa muito difícil de você conseguir chamar a atenção do aluno, para que ele queira participar. Geralmente, você fica: vai, responde. Você sempre fica convidando, mas lá [na aula de investigação] se pode ver que tiveram alunos que responderam, que queriam responder mais. O professor [futuro professor] teve que ficar controlando, então, isso, para mim, eu acho que é uma coisa boa: despertar esse interesse de aprender dos alunos. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Síntese

As observações dos futuros professores mostram que eles deram importância à forma como o professor conduz as discussões coletivas na aula, percebendo que o professor deve criar espaço para que os alunos possam utilizar-se da fala como recurso

espontâneo do seu pensamento. Os futuros professores indicaram que foi um desafio oportunizar a todos os alunos sua inserção nas discussões em ambiente remoto, pois, pelas suas características individuais, uns mais inibidos que outros, alguns alunos foram mais participativos. Os futuros professores consideraram que a observação das aulas do professor da escola foi determinante para conhecer os alunos: comportamentos, atitudes, dificuldades e formas de aprender e sugerem que conhecer os alunos antes da aula de investigação deve ser considerado no estudo de aula na formação inicial.

Das aprendizagens dos alunos

Ivan, quando falou das aprendizagens dos alunos, indicou que esperava que estes tivessem mais dificuldades. Para ilustrar isso, citou o exemplo de uma aluna que rapidamente entendeu a tarefa. Depois, afirmou que os alunos, discutiram verbalmente a tarefa, o levou a concluir que eles desenvolveram aprendizagens:

> Eu tinha uma expectativa de que seria um pouco mais difícil de realizar a aula. Eu pensei que eles teriam um pouco mais de dificuldade, tanto é que foi Rosa que respondeu a primeira questão, a letra [alínea] a, ela já respondeu direto: divisão. Não deixou nem eu procurar meios para que ela chegasse à resposta. Eu fiquei, assim, surpreso com a resposta dela (...) os que participaram pareceram ter essa progressão do conhecimento da divisão de maneira satisfatória. E teve Nara. Eu não sei se ela tentou só aquela resposta, mas ela pareceu ter entendido quando eu fiz a operação devagar. (Ivan, 16.º encontro)

A construção dos conceitos associados ao conceito de divisão também foi considerada pelo grupo quando discutiu a aula de investigação ministrada por José. A esse respeito, Lara relatou que alguns alunos demonstraram ter domínio das estratégias de resolução da tarefa, embora eles não soubessem justificar o porquê do uso dessas estratégias. Ela julgou que o uso das estratégias apresentadas pelos alunos teve respaldo nas perguntas feitas por José durante a discussão da tarefa. Para Lara, que se baseou nas leituras realizadas durante a etapa do planejamento, argumentou que é comum aos alunos, primeiro, aprenderem os processos operatórios para depois construir os conceitos pertinentes aos conteúdos divisão, sendo esse um dos principais obstáculos nas aprendizagens dos alunos:

> A gente discutiu isso, inclusive, em sala de aula [nos encontros síncronos], com o texto que eu levei da autora Kátia Souza. Ela fala que, às vezes, o aluno realmente entende o processo da divisão, ele entende o algoritmo em si, mas ele não sabe direito o que ele está fazendo. Então, quando José perguntou: você dividiu esse número, e o resultado? Por que você multiplicou aqui? O que você vai fazer com esse número agora? Por que acontece essa multiplicação aqui? O aluno não soube responder. A gente percebeu uma deficiência

> no entendimento do que ele estava fazendo, mas não na operação da divisão em si. (Lara, 17.º encontro)

Nas reflexões pós-aula, os futuros professores voltaram a destacar as aprendizagens dos alunos. A esse respeito, Fábio fez uma descrição de alguns critérios, a qual lhe permitiu identificar as aprendizagens dos alunos. Também indicou que, se os alunos tivessem feito a leitura da tarefa, poderiam ter pensado sobre as possíveis estratégias para lhe responder. Depois, disse que alguns alunos entenderam que a prova das operações de divisão é a multiplicação:

> Vimos que eles foram gostando da aula, desenvolvendo as questões. Travaram em alguns momentos, porém nada fora do normal, algumas dessas dificuldades já eram previstas. Uma das coisas que queríamos identificar era se eles entendiam o algoritmo da divisão, alguns desses alunos entendiam o algoritmo e sabiam resolver, já outros sabiam como era, porém, não sabiam utilizá-lo. José deu uma boa ênfase na hora de perguntar e explicar sobre o resto de uma divisão. Contudo, faltou José deixar os alunos lerem a questão, para pensar um pouco mais e verem quais dicas à atividade dava para responder. Além disso, queríamos identificar se eles entendiam que a multiplicação era a operação inversa na matemática. Alguns sabiam ou tinham uma pequena ideia de que, para comprovar a veracidade da resposta da divisão, tinham que usar a multiplicação. (Fábio, produção de documento: relato de experiência)

Com entendimento próximo ao de Fábio, Tomás também percebeu que, quando José perguntou aos alunos como eles confirmariam as respostas a uma das alíneas da tarefa, uma aluna usou o termo "prova real" para justificar que a multiplicação é a operação inversa da divisão. Também destacou que, na alínea c), da questão 1, os alunos apresentaram dúvidas que estavam relacionadas à interpretação da questão. No entanto, Lara considerou que os alunos apresentaram, nessa questão, dificuldades na resolução e que a estratégia utilizada por José foi importante na construção de suas aprendizagens:

> Na letra *c*, da tarefa 1, outro aluno respondeu e fez o uso da multiplicação para responder esta pergunta, o que despertou a curiosidade da relação entre a divisão e a multiplicação, sendo uma a inversa da outra, surgindo o termo "prova real" por parte de uma aluna para realizar essa operação inversa. Para a resolução da letra e *[alínea e]*, surgiu uma dúvida maior por uma questão de interpretação por parte dos estudantes, o regente usou um exemplo que pudesse ajudá-los, o que contribuiu para que a resposta certa fosse alcançada. (Tomás, produção de documento: relato de experiência)

> Os alunos mostraram extrema dificuldade na letra e [alínea e] da primeira questão, foi necessária a intervenção do estagiário com comparação entre a questão e outras situações do dia a dia para que os alunos percebessem que a resposta do enunciado estava no próprio enunciado, não sendo necessário fazer cálculo. (Lara, produção de documento: relato de experiência)

Durante as entrevistas, solicitei aos futuros professores que apontassem características das aprendizagens desenvolvidas pelos alunos sobre divisão. Ivan respondeu que se surpreendeu com os alunos, principalmente quando uma aluna utilizou a estratégia de somas sucessivas para resolver a tarefa, como mostra a Figura 12:

> Na minha aula, eu acho [que] na letra [alínea] c, que eu pedi para uma aluna, ela falou: ah, é 12. Foi bem interessante porque ela separou 10, depois 10. Essa parte foi interessante. Pareceu que ela estava dando aula, ela que estava trabalhando um método ou uma forma de pensar dos outros colegas e eu fiz questão de pontuar isso. Eu disse: é realmente isso, é interessante, como você pensou assim? (...) Eu acho que eles desenvolveram sim. Na verdade, a minha expectativa era um pouco pior do que poderia ser. Eles responderam, fiquei até surpreso, a ponto de eu ficar pensando: eles responderam [disseram] para a gente aqueles caminhos [estratégias] que a gente tinha previsto [no planejamento] chegar à conclusão daquela divisão. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

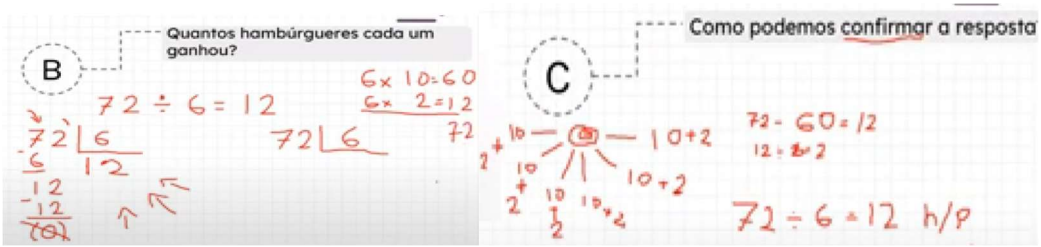


Figura 12: Respostas de uma aluna para mostrar sua estratégia, de somas sucessivas, para resolver a divisão.

Já Caio analisou o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos a partir do objetivo elaborado para a aula de investigação, que segundo ele, embora não tenha sido completamente atendido, contemplou os interesses do grupo. Para justificar a ocorrência de alguns problemas, destacou que a aula, vista como um processo, tem um início, um meio e uma conclusão. No entanto, considerou que, nessa experiência, a aula de investigação não teve um encerramento adequado, vindo a comprometer as aprendizagens dos alunos:

> Eu acho que é uma coisa boa despertar esse interesse de aprender dos alunos. A questão que a senhora falou lá, se realmente foi atendido [o objetivo], eu creio que não foi completamente atendido, mas cumpriu uma grande parte, porque não deu para concluir a atividade [resolução do aluno] toda, porque, assim, eu pensei na atividade como um início, um meio e um fechamento para eles entenderem como era esse processo todo… a aula em si, ficou faltando um pedaço. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores evidenciaram como aspetos importantes das aprendizagens dos alunos que exigem do professor especial atenção: i) dificuldades em entender a tarefa quando lhes é apresentada; ii) estratégias utilizadas para resolver a tarefa; iii) exploração da linguagem matemática e dos conceitos de divisão evidenciados (ou não) na tarefa; iv) capacidade em responder perguntas específicas do professor, assim como justificar suas respostas; e v) conhecimento do currículo a partir das exigências do conteúdo em questão nos anos escolares posteriores. Os futuros professores conseguiram identificar que os alunos oferecem ao professor recursos cognitivos que os levam a identificar diferentes características de suas aprendizagens, mas que exigem do professor conhecer essas características e conhecer estratégias didáticas que possam contribuir para que os alunos possam superar suas dificuldades de aprendizagem e/ou aprofundar seus conhecimentos.

Da relação entre o planejamento e a aula de investigação

Sobre esta relação, Clara compreendeu que as decisões de Ivan na aula de investigação o conduziram a afastar-se um pouco do que havia sido planejado. Uma delas foi que ele não conseguiu administrar o tempo planejado para cada ação a realizar na aula de investigação:

> Eu vi que estava demorando muito em um determinado ponto que a gente não previu demorar tanto. Eu fiquei pensando: mas ele não lembra do planejamento que a gente fez? Quanto tempo levou cada questão? E o aluno já entendeu, por que não passa para a próxima? Aí, foram essas coisas de que eu senti falta (...) tem que estar de olho no horário, no planejamento, para que não fique uma coisa quebrada, que consiga fazer, do início ao fim, o que havia planejado. Eu achei, na minha opinião, que demorou muito mais tempo naquela parte de dúvidas do que a gente planejou (...) demorou um pouquinho mais do que previsto. (Clara, 15.º encontro)

A esse respeito, Tomás ponderou seus comentários ao refletir sobre sua falta de experiência com a sala de aula. Notou-se que procurou pôr-se no lugar do professor pensando sobre suas atitudes caso estivesse nesse lugar:

> Eu não vou apontar muita coisa dela [da aula], porque, assim, eu nunca fui para a sala de aula, de fato, sabe? Então, em algumas situações que passavam, eu perguntava: como é que Ivan vai agir? Será que eu agiria dessa forma também? Então, eu ficava assim, sabe? Pensando muito (...) as coisas que o pessoal apontou também foram coisas que eu senti, um pouquinho em relação à demora da questão que, às vezes, eu ficava, meu Deus, eu acho que está demorando muito, quando ele vai avançar? (Tomás, 15.º encontro)

Para Levi, o envolvimento com a sala de aula impõe ao professor comportamentos que, muitas vezes, escapam do planejado. Lembrou que a desatenção de Ivan ao tempo de aula foi um problema que deve ser considerado, indicando que fugir do planejamento da aula pode interferir na realização de outras fases da aula. No entanto, destacou que a presteza de Ivan em ouvir os alunos foi um aspecto muito positivo, visto que as necessidades dos alunos devem ser consideradas:

> Eu estou em sala de aula há três anos, a pegada da escola é um pouquinho diferente. Então, tem uma cobrança em cima da gente. Essa questão do tempo que Clara falou, essa questão do tempo foi uma coisa que me incomodou também. Eu fiquei muito agoniado, porque estava demorando muito, então, isso para mim foi um problema. Mas a proposta da aula de Ivan tem meus parabéns, eu provavelmente teria acelerado, não ouvido tanto os meninos [alunos], e isso é um ponto muito positivo. (Levi, 15.º encontro)

Outros participantes, a exemplo de Tomás, também julgaram que os conceitos de dividendo, divisor e quociente não foram devidamente enfatizados na aula de investigação. Ivan argumentou que, no plano de aula, esses conceitos não estavam referendados como deviam. Indicou esperar que, de forma explícita, esses conceitos fossem evidenciados no objetivo da aula de investigação que era promover aprendizagens sobre a divisão e seus meios de resolução mediante tarefas exploratórias. Para Ivan, outros conceitos, igualmente importantes, foram discutidos, tais como as noções de divisão, relativas às operações, e a relação entre multiplicação e divisão, que foram apresentadas aos alunos:

> Eu senti falta, um pouquinho, de falar de dividendo, divisor, quociente. Eu não escutei muito sobre esses termos. (Tomás, 15.º encontro)

> Eu não tratei de falar especificamente de divisor, dividendo, quociente, mas eu pensei: no nosso plano [de aula], a gente não tinha como objetivo pontuar os conceitos. Eu até vou olhar de novo aqui. Realmente não pertence ao objetivo da questão pontuar as terminologias. A ideia era sempre em torno de trazer à luz noções de divisão, trazer à luz a noção da relação de multiplicação e divisão, etc. (Ivan, 15.º encontro)

Da mesma forma, na aula de investigação lecionada por José, o professor da escola percebeu que não houve ênfase na "história de dividendo, divisor, quociente", mas uma atenção especial ao conceito de resto. Ainda com relação aos conceitos, Levi entendeu que imprevistos acontecem e acabam por influenciar na aula e que, por isso, o professor faz mudanças tendo em conta os interesses dos alunos, mas que, mesmo assim, se devem priorizar os conceitos matemáticos:

> Infelizmente na hora acontecem imprevistos, né? É como o José falou, a gente tenta seguir aquela linha de pensamento. A gente precisa deixar claro essas questões de alguns termos

> matemáticos. É preciso que eles tenham em mente o que futuramente eles vão precisar e, sabendo disso, dizer quais são as operações que estão trabalhando: multiplicação, divisão querendo ou não, eles precisam ter a ciência do que é um dividendo, do que é um quociente. Mesmo que a gente não diga, é bom que a gente, pelo menos, tente reforçar isso, porque futuramente vai ser preciso. (Levi, 17-º encontro)

Síntese

Notou-se interesse dos participantes em elencar alguns atributos do planejamento que foram contemplados (ou não) pelos futuros professores que ministraram as aulas de investigação. Um desses atributos diz respeito ao tempo previsto para cada ação a realizar em diferentes fases da aula. Os futuros professores, principalmente aqueles que observaram a aula de investigação, indicaram que o tempo de aula é uma variável importante e que apresenta desafios. Se, de um lado, não pode ser rígido ao ponto de interferir na atenção aos alunos e as suas aprendizagens, por outro, não pode deixar de considerar o previsto no planejamento, pois de contrário poderá comprometer o andamento da aula. Os futuros professores também observaram que o modo de responder às questões dos alunos não foi tratado como se devia pelo grupo durante a fase de planejamento e que, dada a sua relevância, acabou interferindo nas ações dos professores em sala de aula. No entanto, destacaram que não é papel do planejamento dar conta de tudo o que poderá ocorrer em sala de aula, principalmente quando o aluno é o personagem central da aula de investigação.

Dos desafios do ensino remoto

Foram vários os momentos em que questões sobre o ensino remoto fizeram parte das discussões, principalmente no que se refere aos desafios para: i) construir estratégias didáticas específicas para este ambiente; ii) observar as aprendizagens dos alunos durante a aula de investigação; iii) conduzir a participação dos alunos; e iv) saber lidar com os problemas de acesso e de qualidade da tecnologia.

Clara, por exemplo, ressaltou que, nessa modalidade, as dificuldades de ensino se somam às já conhecidas pelo professor, principalmente por ele não visualizar o que o aluno está (ou não) fazendo na aula. Do seu ponto de vista, o ensino presencial favorece perceber o comportamento do aluno referente às suas aprendizagens:

> Eu acho que realmente o ensino remoto é mais uma dificuldade para o professor, somada às já existentes, porque, no ensino presencial, você consegue verificar quando o aluno não entende só pela expressão facial, quando você faz uma pergunta e alguns alunos ficam, assim, sem saber como responder. Você realmente consegue perceber isso. já no ensino online, se ele está com a câmera aberta, já é muito, imagina você perceber que eles

> não entenderam (...) eu percebo que é muito difícil saber daqueles caladinhos. Então, se ele está calado tem alguma coisa: ou é timidez, ou não está entendendo, ou está voando ou não está prestando atenção na aula, pode estar assistindo TV na sala, enfim, tem *n* motivos. Mas, com certeza, o ensino remoto é muito mais difícil. (Clara, 16.º encontro)

Ainda com relação a observar o comportamento dos alunos, Levi fez uma referência à necessidade de explorar os aspectos cognitivos dos alunos, não somente no que diz respeito à sua capacidade intelectual, mas também à sua capacidade de perceber, ver, falar, ouvir, escrever e resolver. Segundo Levi, esses aspectos podem ser melhor explorados no ensino presencial e acrescentou que o acesso e a permanência do aluno no ambiente remoto acentuam os problemas de ensino nesta modalidade, visto que a aula também depende da qualidade dos recursos tecnológicos. Inclusive, afirmou que foram esses os problemas vivenciados durante a disciplina:

> Ah, sim, professora, dificultou. Tem um professor meu, que eu tive, né? Que ele falou uma coisa para mim, que eu achei fantástica, que responde ao que a senhora está querendo ouvir. Na sala de aula, o aluno, para ele compreender, precisamos estar atento a todos os sentidos dele. Então, na aula de matemática, a gente [o professor] precisa associar a matemática a todos os sentidos do aluno. A gente tem que *ver* a matemática, tem que *falar* da Matemática, tem que *escrever* e *resolver*, a gente tem que *ouvir*. Então, se todos os sentidos estiverem conectados junto com a aula, a aula vai acontecer melhor, e isso não acontece no ensino remoto. A gente vê as dificuldades, a gente vê aqui na aula, eu estava falando e minha conexão, do nada, caiu. Isso atrapalha. É chato. Isso dificulta, entendeu? Então, esse é o problema. Com certeza, na aula presencial, eu acredito que fluiria muito mais rápido o *raciocínio* e a *interação* entre Ivan e os alunos e a gente poderia até avançar mais. Então, eu prefiro, assim, a aula presencial. (Levi, 16.º encontro)

Também com relação às dificuldades com recursos tecnológicos, Ivan ressaltou que estas também atingem o professor, pois no seu caso foi necessário adquirir habilidades motoras para auxiliá-lo na realização da aula de investigação. Ele explicou que o uso dos recursos tecnológicos é diferente do uso do quadro escolar e que o manuseio dos instrumentos que a sala de aula presencial oferece traria melhores resultados:

> Eu acho que sim, professora. O meu maior inimigo era a minha mão, naquele momento, para eu escrever cada negocinho, para tentar aproveitar a aula. Já estamos numa tela, então, o visual é diferente. Isso, com quadro, é muito mais fácil de manusear. Bom, então, acho que o presencial ajudaria muito. (Ivan, 16.º encontro)

Um momento em que se destacou sobre os desafios do ensino remoto para a realização da aula de investigação foi o diálogo entre José e Levi. Levi considerou que, no ensino presencial, também pode ocorrer o professor não perceber as dúvidas dos

alunos. Para José, o professor no ambiente presencial "não necessariamente sabe quando ele [aluno] está em dúvida", pois pode-se perguntar aos alunos se todos entenderam e eles "vão dizer sim", mas "você [professor] não sabe se ele entendeu de fato" (16.º encontro). Já no entender de Levi, no ambiente presencial, o professor pode ter conhecimento das aprendizagens dos alunos desde que ele assuma a observação como um critério para conhecer o aluno, ou seja, compreender seu comportamento, suas dificuldades e suas formas de aprender:

> Eu discordo totalmente. Assim, desculpe, José, mas eu vou colocar meu ponto de vista. Quando você falou assim: na sala de aula, não tem como saber se o nosso aluno está falando a verdade ou não. Ele pode dizer que entendeu e a gente concordar e seguir a aula, mas isso é muito do professor, sabe? Qual é o tipo de professor que você vai ser? Você vai ser aquele professor que vai chegar para dar uma aula ou você vai ser o professor que observa os seus alunos? (...) é uma questão de criar essa sintonia com os alunos, entendeu? Mas, assim, o professor é obrigado a fazer isso? Não como professor, como profissional, mas, como educador, eu acho que é importante, sim, a gente ter a consciência de que a gente pode entender os nossos alunos. Eu acredito que não tem nem comparação, sabe? Você comparar a dinâmica de uma sala de aula presencial com a dinâmica, mesmo que eles tenham interagido com a plataforma, com algumas coisas, do remoto. Não tem comparação com a sala presencial. É o meu ponto de vista. (Levi, 16.º encontro)

Durante as entrevistas, quanto às perguntas sobre os desafios do ambiente remoto, as respostas dos futuros professores mostraram que a observação das aprendizagens dos alunos e a prática de ensino teriam se destacado ainda mais no ambiente presencial. Lara, por exemplo, indicou que observar os alunos e suas aprendizagens foi mais difícil no ambiente remoto do que seria no ambiente presencial:

> Com certeza, professora. Não é ter dificuldade em resolver a questão [pelo professor] e, sim, dificultar a nossa avaliação, porque a gente também não conseguia ver se eles estavam, de fato, entendendo. Então, com certeza, eu acho que presencialmente teria trazido melhores resultados (...) as próprias anotações, não dava para saber, entendeu? Não dava para saber se eles copiaram isso [as respostas do professor] (...) ou será que eles estavam resolvendo desde o início [da aula de investigação] ou somente copiando? O que eles entenderam, né? (Lara, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores indicaram que o ambiente remoto apresenta desafios significativos para a realização do estudo de aula no estágio, principalmente, no que respeita à aula de investigação. As reflexões apresentadas mostram as suas dificuldades em observar as aprendizagens dos alunos. Para os futuros professores, não é suficiente apenas ouvir dos alunos as suas respostas ou algum comentário sobre a tarefa, é importante também entender os diversos comportamentos do aluno que a dinâmica da

aula presencial oferece. Em seu discurso, nota-se que consideram que o ambiente remoto não favorece a análise de forma aprofundada das aprendizagens dos alunos, pois esse ambiente não permite a observação da aula de investigação em sua totalidade.

10.3 Contribuições do estudo de aula no estágio

Concepções dos futuros professores

Ao convidar os futuros professores para falar sobre como o estágio supervisionado vem sendo desenvolvido na Licenciatura em Matemática, Ivan, que está na sua segunda licenciatura, fez uma reflexão comparativa das vivências nos estágios, onde destacou as discussões coletivas e o aprofundamento do conhecimento matemático para o ensino as principais diferenças:

> Professora, esse Estágio II foi bem divergente das propostas de estágio que eu já participei. Como já tenho uma licenciatura, eu passei por quatro estágios, mais um do semestre passado e, agora, esse. Nesse, foram [discutidas] coisas que geram debates mais aprofundados. A gente aprofundou essa questão do conteúdo, porque a gente pegou muita coisa [propostas]… que a gente fez com dedicação. Eu sempre fazia questão de participar das aulas, do debate que era fornecido nas aulas síncronas. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Também de forma comparativa, Levi sugeriu que existe uma rotina de ações no estágio supervisionado, indicando que os futuros professores consideram que as disciplinas de estágio supervisionado são repetitivas. É possível que se tenha referido aos programas das disciplinas de estágio, as quais têm a observação e a regência de aulas realizadas individualmente como as partes que fundamentam suas atividades. Também evidenciou que a prática colaborativa foi a ruptura com a rotina do estágio supervisionado:

> Eu achei que, para mim, ia ser uma coisa repetitiva, porque muitos alunos [futuros professores] comentam também. Dão declaração que é uma coisa repetitiva… quando eu paguei [cursei] ESO I, eu gostei muito da experiência (...) eu vi mais essa questão da escola, entender a escola. No ESO II, foi totalmente diferente, a gente teve essa questão do trabalho colaborativo. (Levi, entrevista, julho de 2021)

Pelo seu lado, Clara utilizou a palavra rotina para indicar que a forma como o ESO II foi desenvolvida se diferenciou do que ela supunha ter como programado para a disciplina. Ao perguntar-lhe sobre o que ela considerou interessante durante o estudo de aula realizado no estágio e por qual motivo, ela salientou que os futuros professores

tiveram uma participação ativa durante esse processo e indicou que isso oportunizou aos futuros professores desenvolverem as atividades a partir do reconhecimento de sua importância, enquanto futuro profissional, para o bom andamento do processo:

> Foi muito interessante, porque foi muito aberto com a turma. Não era do tipo a gente vai fazer isso, era: o que vocês preferem? A gente fazer isso ou fazer aquilo? Então, eu gostei muito dessa interação, eu não esperava que fosse desse jeito. Fomos discutindo e, aí, cada um levantou as ideias. Então, eu gostei muito disso, de sair da rotina, de ter aquilo regrado, de fazer exatamente o que estava lá programado. (Clara, entrevista, julho de 2021)

Uma outra pergunta que fez parte das entrevistas tratou das possíveis interferências na forma de pensar as atividades das disciplinas de Estágio Supervisionado III e IV. Ivan apontou que realizar as atividades de estágio, em grupo, rompeu com a forma de pensar o estágio. Afirmou que, no estágio, apesar de realizar suas atividades com a participação de outros colegas, na mesma escola, prevalece que cada um desenvolve sua atividade em particular. Notou-se que ele considera que realizar as atividades de estágio de forma individualizada pouco contribui para o desenvolvimento docente:

> Com certeza. Eu nunca fiz um estágio em grupo. Mesmo fazendo o estágio com outro colega, na mesma escola, cada um fazia seu estágio. Eu ia para minha aula, ele ia para aula dele, não tinha aquele momento de debate. Em sala de aula, a gente tinha que: o professor: o que está acontecendo? ah, professor, está acontecendo isso e isso. Eu vivenciei isso e isso. Não é a mesma coisa do que aconteceu nesse período. Período passado, a gente trabalhou em dupla… nesse, a gente teve essa soma, de todo mundo refletir e analisar, de várias perspectivas, várias colocações diferentes, uma mesma turma, uma mesma escola. Então, fazer essa vivência de estágio em grupo é muito mais, muito mais gratificante e engrandecedor do que a pessoa sozinha, cada um no seu quadrado, pensando que está crescendo de uma forma satisfatória quando não está, está só caminhando, podendo estar todo mundo junto, né? (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Enquanto Lara disse que chegaria mais preparada para as disciplinas que se seguem ao ESO II, para Clara, o estudo de aula não somente iria influenciar a realização dos estágios seguintes, mas também em vários aspectos da profissão. A esse respeito, Lara afirmou que, após participar deste estágio, tornou-se mais curiosa, principalmente, no que se refere às aprendizagens dos alunos:

> Vai influenciar para minha vida, vai influenciar para tudo, porque realmente era uma coisa que eu não esperava que a gente trabalhasse. Eu achava que a gente ia fazer que nem no passado [ESO]: olhar a documentação, analisar só as aulas que estavam ocorrendo no colégio, só isso. Mas eu gostei muito da condução da disciplina, da riqueza das coisas novas que trouxeram, das quais eu não tinha consciência. (Clara, entrevista, julho de 2021)

> Eu vou chegar preparada para exercer uma aula, para aplicar [ministrar] uma aula (...) porque, depois desse ESO, eu comecei a ficar um pouco curiosa, sabe? Em querer trabalhar as tarefas mais pela curiosidade de perguntar: poxa, se eu perguntar assim, qual que vai ser o raciocínio deles para responder? Eu acho muito interessante saber disso, muito interessante. Desperta uma curiosidade muito grande em mim. (Lara, entrevista, julho de 2021)

Caio, ao responder a essa pergunta, sugeriu que essa experiência poderia novamente ser realizada no estágio, já que os futuros professores conheciam o estudo de aula e suas contribuições:

> Creio que sim, porque agora a gente está mais aberto para a questão do estudo de aula. A gente pode conversar com a professora, se não for Liz, sobre essa experiência nossa, o que pode agregar ainda mais no próximo estágio, nos próximos estágios. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens

Foram extensos e robustos os comentários que mostram que a vivência, nesse processo formativo de estudo de aula, mudou as percepções dos futuros professores sobre as aprendizagens dos alunos e a prática docente. Pode perceber-se que diversos critérios impactaram suas percepções sobre esse conhecimento didático. De acordo com Ivan, um desses critérios diz respeito à relação entre o que se prevê de possíveis dificuldades dos alunos e o que se identifica das aprendizagens nas discussões pós-aula de investigação:

> Justamente nessa relação de prever as possíveis dificuldades [dos alunos] e esse momento de análise que a gente faz para rever alguma dificuldade. Por exemplo, na minha aula, eu fiquei surpreso, porque, na minha previsão das dificuldades, eu previ *n* coisas que não aconteceram. Isso me fez ter uma avaliação, de certa forma, positiva dos alunos. Ah, então, eles não têm as dificuldades que eu estava pensando, né? Porque eu tinha uma expectativa e a expectativa foi ultrapassada. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Para Levi refletir sobre o que se faz para contribuir com as aprendizagens dos alunos, deveria ser uma constante na prática docente, já que isso é o mais importante. No entanto, atitudes como observar os alunos e analisar sua própria prática após cada aula não fazem parte da cultura do professor:

> Muda totalmente, acrescenta bastante na minha experiência. Eu acho que é como eu falei, né? A parte da gente dialogar, pensar um pouco no que a gente está fazendo. É tão simples, parece tão simples, mas a gente não faz. Não é corriqueiro, a gente nem pensa nisso. Por exemplo, o plano de aula mostrou isso, pensar nas possíveis dificuldades, pensar após cada aula e observar para melhorar são coisas que a gente não faz. Então, assim, pensar nisso muda um pouco a visão que a gente tinha, aquela coisa mais prática, mas o conhecimento do aluno é o que importa. Acho que a gente devia pensar mais nisso. (Levi, entrevista, julho de 2021)

Como Levi, Caio ressaltou a importância de repensar a prática docente como um processo de reflexão constante sobre o que se passou na aula e sobre as mudanças que devem ser feitas na prática letiva, a fim de contribuir com as aprendizagens dos alunos:

> Geralmente, eu estou inserido nesse meio do ensino, né? Não só dando aula mas, com meus colegas, conversando muito sobre isso e sobre a questão de pensar e de repensar as aulas. Muitas vezes, você elabora uma aula boa - digamos assim que você considera boa -, mas, no fim, você geralmente parou, acabou a aula, vamos planejar a próxima. Você não para para refletir sobre o que se passou e no que ela pode ser melhorada. Esse processo de reflexão: onde é que eu posso melhorar para explicar melhor da próxima vez e tirar as dúvidas dos alunos? Acho que esse processo de parar e de refletir sobre a aula, eu acho que é uma coisa que vai estar sempre comigo agora. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Segundo Lara, a vivência neste estudo mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos alunos e a práticas docentes, por julgar que os professores sentem dificuldades em considerar o potencial dos alunos na sala de aula e que tal atitude impede que o professor explore ao máximo a capacidade de pensar do aluno. Para ela, foi importante refletir sobre essas atitudes enquanto futura professora:

> Porque a gente tem uma tendência a menosprezar os alunos, a pensar que eles não seriam capazes de responder tal atividade, e a gente acaba não explorando o tanto que a gente poderia. E, com isso, eu não posso ver o desenvolvimento deles, a forma de pensar deles. Eu acho que foi muito construtivo. (Lara, entrevista, julho de 2021)

Sob outro ponto de vista, Levi falou que, durante a aula de investigação, entendeu o desafio que é, para o professor, pôr-se no lugar do aluno, não na perspectiva da Matemática, mas de seu ensino, dando a entender que conhecer a Matemática para seu ensino contribui para a construção de ferramentas para enfrentar os desafios da sala de aula:

> Eu falei [no relato de experiência] sobre os campos conceituais, que foi um artigo que eu pesquisei e que me ajudou bastante a entender também um pouco mais sobre a divisão, não a parte matemática, porque a gente não focou na parte matemática, mas no conceito que estava ali envolvido, na educação matemática, que, no meu ver, professora, é o mais desafiador. A gente viu na aula de José e na de Ivan que é muito difícil se colocar no lugar do aluno e que quanto mais conhecimento teórico a gente tem mais preparado, mais ferramenta a gente tem para enfrentar [os desafios] a aula. (Levi, entrevista, julho de 2021)

Uma outra questão à qual os futuros professores voltaram a referir foi a importância do conhecimento matemático do professor para explicar os conceitos

envolvidos no conteúdo de forma a contribuir com as aprendizagens dos alunos. A esse respeito, Lara, ao analisar as aprendizagens dos alunos para o entendimento dos conceitos matemáticos, ressaltou a necessidade do conhecimento matemático do professor para que sejam evitados erros conceituais nas aprendizagens dos alunos. A sua sugestão foi que o professor esteja preparado para discutir com os alunos os conceitos matemáticos, na perspectiva do ensino, quando eles surgem, pois, no contrário disso, essas dificuldades podem interferir na promoção das aprendizagens dos alunos:

> Eu percebi algumas dificuldades que eu já tinha citado. Então, eles não sabiam conceituar bem. Eu percebia, também, as falas do tipo: a conta de *vezes*, né? Teve uma aluna, eu acredito que foi na aula do Ivan, que respondeu que a conta de multiplicação e a de divisão eram opostas, porque, enquanto a conta de multiplicação fazia os números aumentarem, a de divisão fazia os números diminuírem. Só que é um conceito bem errado. Se ela falasse durante a aula do Ivan e ele não corrigisse, isso iria atingir ela lá na frente, porque, se a gente multiplicar por um número, pode acontecer de diminuir, né? (Lara, entrevista, julho de 2021)

Papel do planejamento

Quando foram convidados a elaborar o plano de aula, os futuros professores entenderam que o planejamento se constitui de um conjunto de atividades desenvolvidas que culminou na elaboração do plano de aula como uma síntese escrita do que foi planejado. É o que indica Tomás:

> Na verdade, o que observei sobre a fase preparatória para o plano de aula é justamente tudo que a gente está fazendo, que vem antes do plano de aula. Tem muita coisa a ser pensada até a gente de fato montar o plano. Eu fiquei pensando no que estamos fazendo, é justamente isso: definimos os objetivos, estamos selecionando as tarefas, estamos resolvendo as tarefas, pensando nas possíveis dúvidas que os alunos possam ter e pensando no potencial que essa tarefa tem para nos ajudar a atingir os objetivos. (Tomás, 9.º Encontro)

Já as afirmações de Caio sugerem que o planejamento é uma exigência da prática docente. Seu ponto de vista, indicou que esta etapa do estudo de aula é uma atividade reflexiva do professor que influencia na sua tomada de decisão para organizar a aula e pensar nas possíveis dúvidas dos alunos, de modo a se preparar e para esclarecer essas dúvidas. Considerou que é através do planejamento que o professor se mantém atualizado, pesquisando diferentes formas de trabalhar o conteúdo, considerando as diferenças entre os alunos:

> Então, o planejamento de aula está sempre junto [da prática docente], mesmo sem aquela coisa escrita. Você mesmo se prepara para dar aquela aula, mesmo que não esteja escrita, mas você está sempre lendo sobre o conteúdo antes, procurando, em fontes diferentes, formas diferentes de trabalhar o conteúdo, porque cada turma tem um ritmo diferente. Então, como cada turma vai ter um caminho, é sempre bom você estar pensando, porque ele [o planejamento] vai além daquela coisinha escrita. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Nas entrevistas, os futuros professores destacaram as suas aprendizagens no campo da Matemática e de seu ensino. Um dado interessante foi que os futuros professores destacaram que a etapa do planejamento foi um momento de muita aprendizagem nesses dois campos. Clara, por exemplo, enfatizou o papel do planejamento como uma oportunidade para o professor pensar em diferentes estratégias para explicar o conteúdo e poder lidar com as dificuldades dos alunos:

> Planejamento é tudo. Estudo de aula é tudo. Ele foi um diferencial para pensar nos alunos. Nas piores hipóteses: se você explicar desse jeito, ele não entendeu, o que é que você vai fazer? Aí, você explica de outro jeito, mas, se ele não entender ainda, aí, você explica de outro jeito. Sempre tem que ter uma terceira carta na manga, não uma segunda, uma terceira. (Clara, entrevista, julho de 2021)

Caio revelou que fazer um planejamento mais minucioso proporcionou-lhe pensar sobre as variáveis que compõem a prática letiva. Notou-se, em seu discurso, a preocupação com o conhecimento matemático para o ensino, no qual considerou a necessidade de conhecer "formas diferentes de se trabalhar o conteúdo", já que as dificuldades dos alunos, nos conteúdos de divisão, parecem não ser facilmente superadas:

> Acho que eu aprendi a fazer um planejamento mais completo. Eu aprendi a pensar mais na hora de elaborar um plano de aula, porque existem muito mais variáveis do que eu considerava. Quando a gente está trabalhando com divisão, devemos procurar formas diferentes de se trabalhar o conteúdo (...) meus alunos mesmo, às vezes, chegam no sétimo, no oitavo ano e já chegam: professor, a gente não sabe dividir (...) então, é bom essa de poder ver que se pode explorar outras formas de usar divisão, fazer operações e tudo mais, fugir daquele tradicional esquema do algoritmo. (Caio, entrevista, julho de 2021)

Ivan revelou que os participantes desenvolveram suas aprendizagens proporcionadas, principalmente, pelas discussões. Acrescentou também que o planejamento, quando feito de modo assertivo, oportuniza ao professor traçar outros planos de ensino. Ele também destacou a necessidade de refletir sobre as dificuldades dos alunos na etapa do planejamento:

> Eu aprendi, com certeza. Acho que todo mundo [aprendeu]. Ninguém vai responder que não aprendeu, é impossível. Todo mundo que esteve presente nas aulas, nas discussões, todo mundo aprendeu. Eu aprendi muito, professora. Veja, eu sempre fui um professor carismático, todo mundo tem que ter carisma pelo aluno. Mas o planejamento é fundamental. A gente tem que fazer de modo certo, de modo mais específico ao conteúdo. Ajuda, principalmente, traçar planos (...) se eu puder analisar todas as aulas, prevendo as dificuldades e prevendo as respostas deles, de acordo com isso, é perfeito. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Para Lara, uma das contribuições do estudo de aula, no estágio, foi o plano de aula como um dos requisitos do planejamento. É possível observar, em seu discurso, que ela fez uma comparação com outros planos de aula, afirmando que eles tinham como foco as preocupações do professor em expor o conteúdo para o aluno, ou seja, preocupações com o ensino. No entanto, ela esclareceu que a fase do planejamento foi a maior contribuição do ESO II para sua formação. Diante disso, pode se supor que Lara compreendeu que o plano de aula foi o instrumento que sintetizou todo o planejamento, visto que todos os seus critérios foram amplamente discutidos tanto nos seus aspectos teóricos como práticos:

> Lara: Olha, sem dúvida nenhuma, a principal [contribuição] foi a de como trabalhar o plano de aula, porque eu já precisei fazer alguns, mas era simplesmente anotar aquilo que eu colocaria no quadro, né? E, aí, as questões que eu aplicaria e a forma como eu responderia. Então, o ESO II teve um caráter inovador para mim, nesse sentido. Mudou completamente a minha visão…Eu acho que vai mudar cem por cento a maneira que vai funcionar as minhas aulas. Muito bom isso.
>
> Investigadora: Você, quando se refere ao plano de aula, está falando naquelas características de antecipar as dificuldades dos alunos, as estratégias deles, pensar no objetivo para cada etapa da aula?
>
> Lara: Não. Isso também, né? Mas, eu acredito que a gente trabalhou muito antes. Esse tipo de plano, para mim, sem sombra de dúvidas, foi importante, mas a contribuição do ESO, para mim, foi mais a noção de entender a importância desse planejamento, sabe? De um planejamento mais completo. (Entrevista, julho de 2021)

Síntese

As reflexões dos futuros professores apontam diferenças entre a forma como o estágio vem sendo realizado na licenciatura em Matemática e o que se passou de novo com o estudo de aula. Consideraram que houve uma ruptura entre as propostas usuais e a vivenciada no estudo de aula realizado. Alguns futuros professores referiram que alguns aspectos, comumente, não fazem parte da rotina das disciplinas de estágio, como as práticas colaborativas, participação ativa nos processos de decisão durante a realização

da disciplina e o despertar da curiosidade para a investigação da sua própria prática. Também afirmaram que a experiência, neste estudo de aula, iria influenciar no modo de pensar as atividades das disciplinas de Estágio Supervisionado Obrigatório que ainda iriam realizar.

Para os futuros professores, participar deste estudo de aula mudou as suas concepções sobre as aprendizagens dos alunos e a prática letiva. Entenderam que estabelecer relações entre antecipar as dificuldades dos alunos na fase de planejamento e as ocorrências em sala de aula depois da aula de investigação contribui muito para a sua aprendizagem docente. Nessas discussões, surgiram comentários sobre os currículos, indicando que os futuros professores tiveram em conta que, para além de atender às exigências dos programas definidos para cada ano escolar, é importante considerar questões relacionadas à promoção das aprendizagens dos alunos, tanto nos aspectos do conteúdo quanto da didática. Mostraram, assim, capacidade crítica de pôr o aluno no centro da sua atenção.

A importância do planejamento foi se revelando à medida que os futuros professores estabeleciam relações entre as atividades realizadas nesta fase e os objetivos do estudo de aula. Os futuros professores entenderam que, no estudo de aula, esta fase é extensa, na qual se realizam atividades, como: definir objetivos, selecionar e resolver tarefas, considerando o seu potencial, pensar nas estratégias e dificuldades dos alunos ao resolverem a tarefa e, por fim, sintetizar tudo isso num plano. Os futuros professores não somente consideraram relevante planejar minuciosamente a aula de investigação, mas também consideram ser uma oportunidade para o professor pesquisar outras práticas e refletir sobre sua própria prática.

10.4 Potencialidades, condicionantes e limitações do estudo de aula no estágio supervisionado

Potencialidades

Ao final do processo de estudo de aula, os futuros professores elencaram um conjunto de características desse processo para indicar suas potencialidades, suas condicionantes e suas limitações quando realizado no estágio, em formato remoto. Para isso, eles responderam às questões: que fatores potencialmente importantes, condicionantes e limitações você identifica neste processo formativo? Ou seja, quais são

os pontos positivos, desafiantes e/ou negativos deste processo e que sugestões você apresenta para o desenvolvimento do estudo de aula nos estágios supervisionados? A esses questionamentos, somam-se algumas compreensões dos participantes pontuadas ao longo do processo. Por exemplo, Caio, afirmou que "os pontos positivos já estamos falando desde o início". No entanto, ao falarem das potencialidades, das condicionantes e das limitações, os futuros professores destacaram uma característica que mais lhes chamou a atenção. Para Lara, por exemplo, o destaque "foi justamente a importância do planejamento", enquanto para Ivan a discussão pós-aula foi o momento de grande valia, porque, nessa fase do estudo de aula, ele conseguiu tirar conclusões robustas sobre o processo:

> O debate após a aula foi o mais interessante para mim, justamente, porque é um momento de engrandecimento, é uma conclusão que ultrapassa uma simples conclusão. A gente termina o processo crescendo o dobro. Eu achei muito bons os comentários do professor [da escola], de vocês [professoras] e dos colegas. Principalmente, porque eu fui o autor da aula, né? Aí, para mim, foi a parte mais interessante o depois da aula. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

De outro ponto de vista, José também ressaltou as discussões coletivas, considerando que estas contribuíram para o desenvolvimento profissional e pessoal dos futuros professores. Também sugeriu que, dadas algumas experiências já vivenciadas, a prática de ensino não pode ser contemplada em sua plenitude, devido à diversidade e aos desafios que são próprios a elas:

> A reflexão posterior às aulas [de investigação] contribuiu de diversas formas para o crescimento dos futuros professores, além de promover debates quanto à prática docente. Após os encontros, durante o período do estágio, as discussões contribuíram para o crescimento profissional e pessoal dos seus participantes. Pessoalmente, mesmo após diversas experiências anteriores, nenhuma experiência de aula é apresentada em sua totalidade. Cada momento apresenta possibilidades diversas e desafiadoras para todo educador. (José, produção de documento: relato de experiência)

Do ponto de vista de Clara, o estudo de aula a fez pensar no que, de fato, se precisa para a preparação de uma aula. Afirmou que gostaria de vivenciar, na escola, práticas colaborativas, quando se tornar professora. Depois, considerou a autorreflexão como um critério que deve ser adotado pelo professor como forma de ponderar suas ações docentes antes e depois da aula:

> Eu tenho, na minha mente, que o estudo de aula seria a base de preparação para qualquer aula. Eu gostaria muito de que, quando eu tivesse na escola mesmo, eu aplicasse em

> minhas aulas, porque eu vi que, com o estudo de aula, você se sente muito preparado para aquela determinada aula, porque você discute com várias outras pessoas. Eu aprendi a refletir comigo mesma para saber o que pode acontecer na aula e me preparar para isso. (Clara, entrevista, julho de 2021)

Na escrita do documento para a avaliação final da disciplina, Lara salientou que, apesar dos desafios vivenciados no ambiente remoto, o estudo de aula trouxe, para o ESO II, um lado inovador para a formação profissional de futuros professores ao propiciar reflexões da prática docente a partir da importância do planejamento:

> Apesar das dificuldades encontradas no ensino de forma remota, a disciplina de ESO II apresentou um caráter inovador na formação profissional, levantando uma reflexão sobre a atuação como [futura] professora e trazendo a priorização do planejamento durante a prática docente. (Lara, produção de documento: relato de experiência)

Por sua vez, José destacou que o ambiente remoto foi o diferencial para esta prática, o que pode ser visto sob dois aspectos. No primeiro, ele sinalizou que a condição imposta pela pandemia do SARS-CoV-2 definiu o ambiente remoto como a única forma das práticas docentes se desenvolverem. No segundo, considerou que essa experiência propôs aos futuros professores conhecer novas tendências de ensino:

> A realização dessas experiências, com o uso do modelo online, possibilitou a imersão em uma nova prática docente, prática essa crescente no atual cenário pandêmico. Tal prática, além de contribuir para a formação acadêmica dos estagiários, os insere nas novas tendências pedagógicas e metodológicas do ensino. (José, produção de documento: relato de experiência)

Sobre as potencialidades do estudo de aula, Ivan compreendeu que este processo é abrangente, podendo atender a diversos grupos de professores. Enfatizou a importância do professor orientador na condução do processo, quando realizado no estágio, reconhecendo a necessidade de um especialista com amplo conhecimento didático e pedagógico para a realização do estudo de aula na formação inicial. Além disso, Ivan enfatizou que a prática colaborativa é um ponto a ser ressaltado, pois promove reflexões que levam os futuros professores a redefinirem suas perspectivas sobre a prática letiva.

> Pontos positivos, justamente por essa amplitude, né? Por ser uma atividade [estudo de aula] em grupo, guiada principalmente por um professor mais capacitado do que a gente - porque fizemos isso no estágio -, mas pode ser aplicado com outros grupos de professores. O professor que está na liderança, ele é sempre um professor com um maior arcabouço didático e pedagógico de direcionamento, esse é um diferencial. Alguns pontos bem positivos: trabalhar em grupo, ver várias perspectivas, pensar um plano de aula em

> conjunto, corrigir os problemas que muitas vezes não sabemos. Mas eu corrigi meus próprios erros em minhas atividades, compartilhando minhas ideias, né? Ouvindo os colegas compartilhando as ideias dele. Pronto, esses são alguns pontos positivos. Tem outros, mas só para resumir. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Condicionantes e limitações

A participação ativa dos futuros professores, neste estudo de aula, os permitiu fazer ponderações sobre os fatores que devem ser considerados durante a realização desse processo, no estágio supervisionado. Ao tratarem especificamente dos condicionantes, os participantes indicaram que a forma do trabalho em grupo e o quantitativo de participantes podem determinar a qualidade da prática colaborativa. A esse respeito, Levi entendeu ser o trabalho em grupo um condicionante, visto que o próprio estudo de aula somente acontece a partir da existência do coletivo:

> O fator condicionante foi o trabalho em grupo. O trabalho colaborativo como fator, né? Na minha visão, sem ele, a gente não teria conseguido terminar a tempo. Também acredito, na minha visão, que não é possível alguém chegar e dizer: Levi, faça um estudo de aula. (Levi, entrevista, julho de 2021)

Em relação ao número de participantes em um estudo de aula, Ivan assinalou vários desafios a considerar quando o grupo tem muitos membros. Supostamente, ele analisou esse condicionante a partir das características da turma de estágio, que tinha dez participantes. Possivelmente, suas colocações remetem aos desafios para se criar um espaço de discussão no qual todos possam colaborar ativamente. Para o futuro professor, o estudo de aula é um processo longo, que exige tempo, disponibilidade do grupo para reuniões coletivas e envolvimento dos participantes para desenvolver todas as suas etapas, de forma que cada membro se comprometa em realizar as atividades:

> Eu acho que seriam dois pontos. [Primeiro] eu acho que não daria muito certo fazer um estudo de aula com um grupo muito grande. Eu acho que 10 pessoas é o máximo, e foi o que a gente fez, né? Acho que fazer com mais de 10 pessoas não seria algo, assim, eficaz, porque um estudo de aula com 20 pessoas, talvez fosse virar mais uma disciplina. Seria uma outra forma, não um estudo de aula de verdade, porque a gente não ia ter tempo para ouvir 20 pessoas, enfim… outro ponto (...) é um processo longo que demanda tempo, demanda reuniões com professores. É uma coisa objetiva, ou você está lá ou você não está, e tem que estar lá e fazer o máximo. Não é um espaço que abre possibilidade para aligeiramento, é um processo muito bom, mas demanda um certo tempo, uma dedicação que, se tivesse sido com outros professores, acho que não teria tido um rendimento tão bom como a gente teve. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Para Ivan, o tempo é um fator difícil de ser controlado, visto que as etapas do estudo de aula não podem ser suprimidas como forma de reduzir o tempo. Dessa forma,

ele indicou que todas as ações realizadas foram necessárias e supôs que conhecer o processo facilita sua realização, sugerindo que, se no estágio que sucede ao ESO II fosse realidade outro estudo de aula, seria mais proveitoso, pois os futuros professores já conheceriam o processo, portanto, saberiam como desenvolver suas atividades e, assim, teriam maior proveito. Ele também destacou que não existiu uma dificuldade específica vivenciada na disciplina para além das pertinentes do ensino remoto:

> Acho que seria o ponto negativo: o tempo. O processo já se explica como demorado, por todas as suas etapas, por todas as suas discussões. Mas, pela questão do estágio, eu acho que pode ter no próximo período, seria muito bom se tivesse. Seria uma segunda experiência de estudo de aula, mais aprimorado, com a gente mais quente no assunto, né? Seria bastante interessante. Eu não senti uma dificuldade específica neste processo formativo, eu senti mais dificuldade com o momento da aula, porque o ensino remoto foi a principal dificuldade. Agora, o processo formativo, não senti dificuldade, achei proveitoso. (Ivan, entrevista, julho de 2021)

Clara considerou "o tempo que se gasta (...) justamente porque demanda muito tempo no planejamento". Com o mesmo entendimento, Tomás considerou a trajetória do estudo de aula para atender minuciosamente as suas etapas é um condicionante:

> Pelo que a gente vivenciou, a gente precisou de um tempo. Então, eu não sei se o tempo seria um fator que poderia, como eu disse, ser o nosso inimigo, porque o estudo de aula demandou um tempo. Assim, a gente marcava os encontros toda semana e tal, mas, até a gente fazer a aula [de investigação], a gente teve todo o tempo para pensar e trabalhar nisso, mastigar bastante. Então, acredito que o tempo possa ser um fator determinante para impedir ou para dificultar um pouco esse estudo. (Tomás, entrevista, julho de 2021)

Ao responder sobre as limitações do estudo de aula, Levi, Lara e Ivan observaram que o ambiente remoto, de algum modo, se tornou um desafio. Para Levi, esse desafio residiu principalmente na aula de investigação. Com esse mesmo pensamento, Ivan justificou que, durante a aula de investigação, não teve acesso aos alunos, principalmente àqueles que não participaram, assim como às suas respostas à tarefa, enquanto para Lara, se o estudo de aula tivesse acontecido no ambiente presencial, os participantes teriam tido maior proveito:

> O limitante, na minha visão, é esse sistema remoto. Eu acho que foi a grande dificuldade. Acho que a gente poderia ter avançado bastante na nossa aula de investigação e, também, em alguns aspectos se a gente tivesse presencial. Eu acredito, né? (Levi, entrevista, julho de 2021)

> As limitações e as dificuldades, principalmente, foram as que eu não tive acesso aos alunos que não participaram (...) as respostas [que enviaram] ficaram muito parecidas com as que eu dispus no quadro. (Ivan, Entrevista, julho de 2021)
>
> Eu acredito que tenha sido justamente, professora, esse ensino remoto, sabe? Eu acho que a gente teria conseguido trabalhar melhor se fosse presencialmente. (Lara, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores, a partir da sua vivência no estágio, destacaram diversas características do estudo de aula, em especial, as discussões coletivas e a reflexão. Relacionado com essas potencialidades, indicaram também o papel do planejamento como um requisito importante para o andamento de uma boa aula. Também houve quem indicasse que o ambiente remoto promoveu a inserção dos futuros professores nas atuais tendências pedagógicas, promovidas pelas tecnologias da informação. Por fim, os futuros professores reconheceram o papel do professor orientador na condução do estudo de aula realizado no estágio, em que observaram que este tem muita relevância, tendo em vista a profundidade do conhecimento didático e do conteúdo que se exige nesse processo.

Um fator condicionante do estudo de aula, indicado pelos futuros professores diz respeito ao número de participantes, pois, segundo eles, isso pode interferir na forma e no conteúdo das atividades realizadas pelo grupo. O tempo foi o condicionante mais preponderante. Os futuros professores entenderam que o estudo de aula é um processo demorado, organizado em várias etapas e que, para atender a todos os seus objetivos, deve ser bem planejado. Por isso, o estudo de aula requer que os participantes administrem bem o tempo para que suas etapas sejam igualmente valorizadas. Também consideraram que o estudo de aula, quando realizado no estágio, deve ter preocupações adicionais, pois ele tem um período previsto para a realização de suas atividades. Por isso, a organização e o cronograma para a realização de estudo de aula devem ser discutidos entre os participantes. Por fim, os futuros professores destacaram que o ambiente remoto não favoreceu a realização do estudo de aula, principalmente da aula de investigação, considerando que poderiam ter tido melhor desempenho caso tivesse acontecido no ambiente presencial.

Turma LM3

10.5 Práticas colaborativas

Práticas colaborativas: conceitos e formas

Manoel sintetizou suas *concepções* de práticas colaborativas com base no que observou da participação dos futuros professores, durante as atividades realizadas no estudo de aula. Percebeu-se, em seu discurso, que as práticas colaborativas se fundamentam na *combinação de ideias* entre os participantes, por meio do debate, cujas ponderações visam atender aos interesses do grupo:

> Como os trabalhos foram em grupos, não poderiam seguir de uma forma unilateral. Tinha que ser em conjunto, combinado, tinha que ser construído por meio de um debate, por meio de uma conversa, em que iríamos ponderar o que cada um falasse e chegaríamos a um denominador comum, certo? (Manoel, entrevista, julho de 2021)

Maria conceituou essas práticas, a partir do esquema de Parrilla (1998)[4], para destacar que os participantes do grupo buscam se *ajudar mutuamente*, responsabilizando-se por suas produções, que têm objetivo comum e que há confiança entre os pares para a superação de problemas também comuns. Depois, ela relatou dois contextos que ilustram a importância das práticas colaborativas, como na Figura 13. No primeiro, ela reconheceu que tais práticas contribuem para a redução da evasão escolar e, no segundo, afirmou que elas ajudam os professores a refletirem sobre suas próprias práticas:

> Para Parrilla [1996], as práticas colaborativas são: 'nós temos vários integrantes se apoiando mutuamente que são responsáveis por tudo que é produzido em conjunto, de acordo com os interesses de um grupo'. E, aí, as principais características dessas práticas colaborativas, de grupos colaborativos, são os objetivos comuns negociados pelo coletivo, ou seja, é o grupo inteiro que chega aos objetivos. Então, não tem ninguém acima de ninguém, está todo mundo ali no mesmo nível, confiança mútua, é a não-hierarquização. Então, você confia no trabalho de seus colegas e na corresponsabilidade pela condução das ações. Então, todo mundo é responsável por tudo que é feito (...) essas práticas colaborativas são benéficas tanto para os professores quanto para os alunos. Por exemplo, eu esqueci os autores [referência à ideia seguinte], mas as escolas que trabalham com essas práticas têm menor taxa de evasão. Por exemplo, elas também ajudam os docentes, na questão de refletir sobre a sua prática, em sala de aula, e favorecem o desenvolvimento, também social, dos alunos quando eles trabalham em grupos colaborativos, porque eles conseguem se comunicar melhor uns com os outros. (Maria, 15º encontro)

[4] Referência que Maria usou no seu relato de experiência para fundamentar práticas colaborativas.

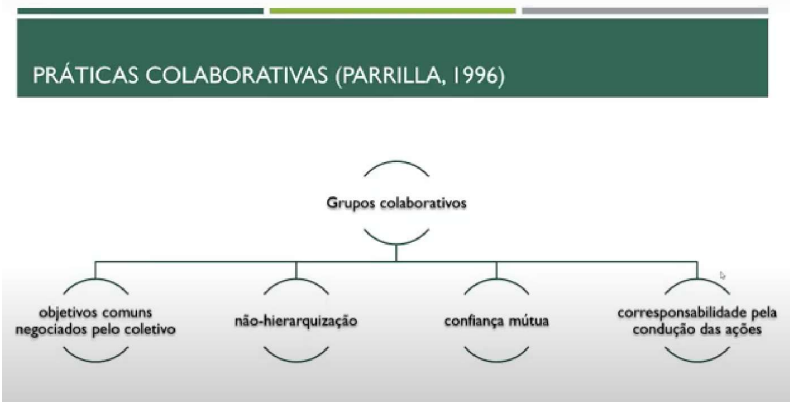


Figura 13: Imagem utilizada por Maria para conceituar práticas colaborativas.

Por sua parte, Raul salientou que o isolamento do professor compromete vários aspectos da prática letiva e, como consequência, pode limitar a eficiência de suas atividades, já que a reflexão da prática docente, em torno de um objeto matemático, para o ensino e para a aprendizagem, se restringe apenas ao pensamento do professor, enquanto auxílios, experiências e ideias de outros profissionais, na visão do futuro professor, "tendem a ser mais eficazes" na prática docente, se o espaço para "opinar, pensar e falar" é criado com foco no processo de ensino e de aprendizagem:

> Elaborar uma atividade com um pensamento único pode restringir a efetividade dessa atividade, porém o auxílio, as experiências e as ideias de outras pessoas, nessa elaboração, tendem a torná-la mais eficaz, em relação ao processo de ensino-aprendizagem, bem como a resolução de atividades, de forma individual, faz com que as ideias se limitem a apenas uma ideia, um pensamento. Porém, ao tornar tanto a elaboração quanto a resolução em algo colaborativo, nas quais cada um tem um espaço para opinar, pensar e falar, isso [a prática colaborativa] faz com que os objetivos sejam alcançados e o processo de ensino-aprendizagem seja efetivo. (Raul, produção de documento: relato de experiência)

Para Davi, o planejamento colaborativo que ocorreu durante as aulas de estágio promoveu discussões "construtivas", em que todos puderam contribuir com as ideias uns dos outros, de modo a colaborar com as dificuldades individuais que se revelaram no coletivo:

> A implicação desse planejamento colaborativo são as discussões. Elas são discussões construtivas em volta de todas as etapas e foram interessantes porque, às vezes, alguém pecava em algum pensamento, sendo que vinha outra pessoa e pegava aquele pensamento daquela pessoa, de forma a ir montando uma base de coisas que ia cobrindo o erro do outro, e isso era muito interessante. (Davi, 15º encontro)

Dayse, ao apresentar seu relato de experiência, justificou a importância das interações sociais promovidas pelas práticas colaborativas, principalmente no ambiente

remoto. Deu a entender que, sem essas práticas, as interações entre os participantes, nesse ambiente, se tornariam ainda mais difíceis:

> As interações sociais, na elaboração e na resolução de tarefas exploratórias, através do trabalho colaborativo, e um pouco do estudo que eu fiz foi sobre o quão importante é o trabalho colaborativo na questão não só da resolução de tarefas exploratórias mas também no trabalho em geral, porque, quando você está trabalhando, em um contexto ainda remoto, essa dificuldade de ter um trabalho realmente colaborativo se destaca muito, porque, quando você faz um trabalho remoto e ainda é obrigado a fazer sem colaboração, você torna muito mais difícil essa interação. (Dayse, 15º encontro)

Práticas colaborativas desenvolvidas no ESO II

Nessa sessão, os participantes se posicionaram de forma mais específica com relação às características das práticas colaborativas durante o estudo de aula realizado na disciplina de estágio supervisionado II.

Nas entrevistas, após Ivo se referir à importância do grupo para a realização do estudo de aula, tive a curiosidade em saber se ele tinha percebido a forma como as práticas colaborativas se desenvolveram na disciplina, mesmo que sem o apoio de um referencial teórico para a construção de conceitos e de características sobre o tema. Sobre isso, Ivo afirmou que a disciplina teve como foco a formação e o desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor, com a criação de um espaço de discussão para que todos expusessem suas opiniões:

> Todo o desenvolvimento da disciplina foi exatamente o uso do conhecimento de cada um, porque a gente discutiu bastante nesse ESO. Em todas as aulas, a gente abriu espaço para todo mundo falar, para todo mundo dar seu ponto de vista, muita gente participando das aulas para colaborar com a formação e a construção do conhecimento de cada um, principalmente o nosso em relação ao de vocês [eu e a professora formadora], que sabem muito mais em relação ao que a gente precisa aprender. Aí, foi uma prática colaborativa, de fato, muito boa. (Ivo, entrevista, julho 2021)

Davi, por sua vez, descreveu que as práticas colaborativas desenvolvidas no estágio convergiram para o processo de estudo de aula, pois, à medida que transcorreram suas etapas, se evidenciaram tais práticas. Em seguida, afirmou que as discussões sobre os conteúdos, os objetivos e o plano de aula foram partes de um planejamento colaborativo:

> Lá no começo da disciplina, foi apresentado para a gente o estudo de aula com aquele texto, falando dos ciclos dele, de todas as situações, das etapas que são necessárias. Depois de um tempo, a gente começa a perceber que todas as etapas que fomos passando, na disciplina de ESO II, mesmo que não fossem faladas, a gente percebe que estávamos

> correndo em cima de todo esse ciclo do estudo de aula. Então, o estudo de aula pregava um planejamento colaborativo. A gente, depois de discutir os assuntos, conversou sobre os objetivos [da aula de investigação] - isso no decorrer das semanas -, tudo isso sendo visto de forma colaborativa, sendo perpassado, novamente, pelas professoras e sendo trabalhado, de novo, com a gente, de forma a conseguirmos melhorar o máximo possível cada etapa dessa. Depois, a gente criou um plano de aula colaborativo. (Davi, 15º encontro)

Por seu lado, Hugo, ao refletir sobre a trajetória vivenciada na disciplina, descreveu as ações realizadas, enfatizando a forma como ocorreu o processo colaborativo. Em seus discursos, ele afirma que nunca tinha visto tais práticas e, inclusive, sugeriu que as práticas colaborativas podem contribuir para o enfrentamento dos desafios vivenciados pelos professores da escola básica. Ainda destacou que, nessa prática, o professor tem a oportunidade de observar a forma de pensar de outros professores para melhorar sua prática letiva e atribuiu significativa relevância ao planejamento colaborativo, sugerindo que ele deve ser contemplado tanto na formação inicial como na continuada:

> Eu comentei um pouco também [no relato de experiência] sobre os debates que fizemos na disciplina. Sempre começávamos com uma ideia de educação tradicional e íamos dando espaço para educação mais construtivista. Eu nunca tinha visto aulas assim. A gente sabe que geralmente há mais de um professor de matemática por escola, então, eles poderiam fazer um planejamento colaborativo entre eles, concordam? Seria para ajudar no enfrentamento de sérios desafios. A implicação é que a gente quebre o paradigma dessa hierarquização do conhecimento. Ele não passa a pensar apenas como um professor, mas como todos os atores da educação, e ainda agrega para a nossa formação, né? Ou seja, a gente que está fazendo o planejamento consegue ver a forma de pensar dos outros educadores, então, isso agrega bastante. De fato, é fácil perceber, então, que entender e discutir o planejamento colaborativo deveria ter em todas as graduações, nas licenciaturas, no caso, e na formação continuada. (Hugo, 15º encontro)

Para André, a colaboração foi o destaque na disciplina. Notou-se que o planejamento da aula de investigação foi a etapa em que essa prática mais se evidenciou, em que os futuros professores foram orientados a estudar, a discutir e a sintetizar as ideias em torno de um tema, de modo a atender aos objetivos do grupo, naquele contexto. Nesse sentido, Raul particularizou a elaboração, a adaptação e a resolução de tarefas exploratórias como o foco do trabalho coletivo na etapa do planejamento.

> O papel do planejamento foi de construir de forma colaborativa. Esse tema eu achei bastante legal, porque foi, para mim, um ponto-chave dentre a maioria das coisas que a gente fez na disciplina, certo? No estágio, a gente estudava e se reunia, estudava e se reunia, e, nessas reuniões, a gente estava sempre colaborando uns com os outros, além de construir um plano de aula que fosse, aos olhos dos grupos, no geral, atrativo para todo

> mundo. Não iria satisfazer a opinião de todos, mas uma média aritmética, realmente. Isso, para mim, foi um dos pontos mais importantes dessa disciplina. (André, 15º encontro)
>
> O enfoque do trabalho coletivo, realizado pelos estagiários do curso, a ser comentado neste relato diz respeito à criação de tarefas exploratórias, que serviram como base para a construção de um plano de aula - feito, também, coletivamente. Tais atividades fomentaram a interação, a troca de ideias e as experiências para chegarmos a uma conclusão. (Raul, produção de documento: relato de experiência)

Desafios da prática colaborativa

Durante a reflexão pós-aula, Maria apresentou a estrutura e as ideias desenvolvidas no seu relato de experiência, no qual destacou três situações que questionavam o papel da colaboração no desenvolvimento das atividades de estágio: i) a *forma* como se deu a participação no fórum de discussão, para a elaboração dos objetivos; ii) o *efeito da hierarquização* no grupo; e, iii) a *importância do diálogo* entre os membros do grupo, como apresentado na Figura 14:

Figura 14: Slide de Maria sobre os momentos mais desafiantes das práticas colaborativas no estudo de aula.

Na primeira situação, ela observou que os futuros professores, quando trabalharam no contexto de aulas assíncronas (fórum de discussão), foram menos colaborativos do que quando trabalharam na aula síncrona, com o grupo maior. A justificativa para isso foi que cada futuro professor considerou apenas seu entendimento e não interferiu no que o colega escreveu, o que acabou não atendendo aos interesses do grupo. Nesse contexto, Maria compreendeu que a participação dos futuros professores, no fórum, foi muito mais próxima do conceito de cooperação do que do de colaboração.

> Eu separei as coisas mais relacionadas a isso [à colaboração]. São mais sobre se nós, de fato, utilizamos as práticas colaborativas em três pontos. Na *construção dos objetivos*, em um primeiro momento, nós fizemos esses objetivos lá no fórum, acabou que todo mundo estava colocando uma coisinha ali e ficou uma quantidade infinita de coisas que, em uma aula, era impossível dar conta. Então, pergunto-me se ali nós trabalhamos, de fato, de maneira colaborativa ou só cooperando um com o outro, o que são coisas diferentes. (Maria, 15º encontro)

No segundo ponto, ela lembrou que os futuros professores foram convidados a trabalhar em equipes com quatro participantes. Nessa situação, a hierarquização se evidenciou entre os membros do grupo, comprometendo o conceito de prática colaborativa, enquanto, no grupo maior, o andamento da atividade se efetivou, talvez favorecido pela orientação das professoras que conduziam o processo. Para Maria, essa situação mostrou que há uma tendência de alguém aceitar a opinião do colega, mesmo que pense de forma diferente, com o interesse de, talvez, não provocar confrontos de ideias:

> O outro [segundo] ponto foi na *construção do plano de aula,* porque, no primeiro momento, nós fizemos em grupos de quatro pessoas e, novamente, não obtivemos, assim, resultados satisfatórios. Eu acho que isso se deu muito por conta de que, quando a gente está no grupo pequeno, sempre tem uma pessoa ou outra que toma a frente do grupo. Pelo menos, na maioria das vezes, essa pessoa toma a frente e acaba que a gente já cria uma hierarquia dentro do grupo, a pessoa faz uma primeira coisa e fulano [pensa]: 'eu acho que não está legal, mas, como ela começou fazendo, ela [a outra pessoa] não quer mudar', entre outras coisas. Depois, quando a gente fez isso entre nós, na sala, todo o plano de aula andou e deu certo. (Maria, 15º encontro)

No último ponto, Maria ressaltou a importância do diálogo entre os participantes, visto que, antes da aula de investigação, um grupo, isoladamente, inverteu a ordem das questões que compunham a tarefa da aula de investigação. Nesse aspecto, Maria foi conclusiva ao afirmar que tal atitude não é pertinente às práticas colaborativas, uma vez que a comunicação entre os membros do grupo é primordial:

> E o outro momento [terceiro ponto] foi sobre a *aplicação do plano de aula*, que foi o momento da aula. Esse ponto foi [o momento da aula] porque um dos grupos mudou, inverteu a tarefa, né? Então, eu acho que, nesse momento, faltou um pouquinho de comunicação do grupo com o resto da turma, porque, quando a gente faz essa pequena mudança no plano de aula, nós já temos um plano de aula totalmente diferente, uma aula totalmente diferente - o que não seria necessário se os participantes do grupo tivessem dito que eles tinham chegado a uma conclusão quando estavam discutindo lá e achavam que seria legal se fosse de outra forma, já que não tem hierarquia e todo mundo poderia contribuir, da maneira que achasse melhor, com as análises sobre o plano de aula. (Maria, 15º encontro)

Observou-se, no discurso de Maria, a sua capacidade de perceber os detalhes que envolveram a participação dos futuros professores na disciplina e o desenvolvimento de sua aprendizagem sobre o que constitui as práticas colaborativas. A reflexão da futura professora indica alguns dos desafios que devem ser previstos para a realização de práticas colaborativas.

Outros dois desafios foram vistos por Ana, provenientes tanto das práticas colaborativas quanto da elaboração dos objetivos da aula de investigação. O primeiro foi sobre a quantidade de membros do grupo, pois cada um, ao expressar sua opinião, gerava mais elementos de discussão, dificultando o fechamento de uma ideia central sobre os objetivos. O segundo, de modo mais amplo, quando algum membro do grupo não comparecia a determinado encontro síncrono, no seguinte, precisava se situar no processo e acabava por levantar questões que já tinham sido discutidas. Sobre isso, Ana observou que a prática colaborativa é exigente com relação ao compromisso que cada participante deve ter com o grupo:

> Acho que a questão foi que, quanto mais alunos na sala, parece que ficou mais difícil de pensar o objetivo. Em uma outra, que tinha menos alunos, a gente chegava a um consenso [mais rápido] e, aí, em outras aulas, que tem outras participações de colegas que faltaram, já se confundia tudo. (Ana, entrevista, julho de 2021)

Em outro contexto, quando se referiu à forma como o estudo de aula foi desenvolvido no ESO II, Ana falou novamente das práticas colaborativas, sobre as quais destacou que a participação dos membros de um grupo para construir, juntos, ideias ou ações em torno de um objetivo comum, é diferente de expor opiniões:

> A partir do colaborativo, [em que] tivemos [várias] apresentações, alguns falaram que nem tudo foi colaborativo, porque construir junto é diferente de cada um dar um pitaco. Então, eu acho que estudar mais essa parte, desenvolver melhor essa parte, que foi muito importante para a gente desenvolver, deixar de lado esse nosso individualismo e tentar essa parte colaborativa é como todo mundo sai ganhando. (Ana, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores reconheceram que o estudo de aula se realiza a partir da combinação de ideias e de ajudas mútuas entre os participantes para se enfrentar os desafios à aprendizagem dos alunos, que habitualmente se apresentam na prática letiva. Consideraram que as interações sociais e as trocas de ideias e de experiências exitosas ou não, são requisitos indispensáveis a essas práticas, promovendo a reflexão do professor

sobre sua prática. Consideraram as práticas colaborativas um dos princípios do estudo de aula e apontaram o planejamento como a etapa que mais se evidenciou. No que respeita às discussões coletivas, perceberam-nas como sustentação das atividades realizadas no estágio, uma vez que integraram todas as etapas do estudo de aula. Quanto aos desafios das práticas colaborativas, destacaram características que se confundiram com os desafios do estudo de aula realizado no estágio. Apesar de a maioria dos futuros professores se sentir contemplada com a forma colaborativa com que decorreram as atividades, em muitos momentos o grupo parece ter-se mantido mais próximo de uma relação cooperativa.

10.6 Reflexões sobre a aula de investigação

Das escolhas didáticas na condução da aula de investigação

Na concepção dos participantes, as escolhas didáticas mostraram a compreensão de prática docente daqueles que lecionaram as aulas de investigação. Ainda indicaram que suas atitudes docentes, durante a condução das aulas de investigação, se definiram a partir do comportamento dos alunos e do ambiente remoto. A descrição de Fátima retrata as atitudes de Raul e de Luiz na condução da aula de investigação. Nessas turmas, "os estagiários fizeram a leitura do enunciado e deixaram os estudantes fazendo os seus rascunhos pelos próximos cinco minutos". Já na turma conduzida por Célia, a ação "ocorreu de maneira diferente, a estagiária optou por sugerir que um dos estudantes iniciasse com a leitura da tarefa 2, dando o mesmo tempo [cinco minutos] para resolução". (produção de documento: relato de experiência).

Eva fez uma descrição minuciosa da aula de investigação ministrada por Raul e comentou que, na forma que foi conduzida, não trouxe nenhum diferencial aos alunos. Supostamente, ela entendeu que houve um roteiro a ser seguido:

> Primeiro, de forma bem resumida, Raul se apresentou, explicou como seria a atividade e frisou que eles deveriam responder qualquer coisa, mesmo que eles achassem que [sua resposta] estava errada. Em seguida, através de uma apresentação de slide, ele fez a leitura da tarefa [questão 1], deixou um tempo para cada item da questão (...) de forma rápida, Raul falou de cada um dos itens, [depois] perguntou se alguém poderia explicar como foi que resolveu e apenas uma aluna ligou o microfone e respondeu. Passando para a próxima tarefa [questão 2], Raul leu o enunciado, deu uma breve explicação e deixou eles resolverem por 10 minutos. Ao finalizar a aula, Raul mandou, no chat, o link do formulário e pediu para que todos enviassem as suas respostas. (Eva, produção de documento: descrição da aula de investigação – 12º encontro)

No que diz respeito à resolução da tarefa, Luiz destacou que a participação dos alunos foi o motivo que o levou a responder à tarefa, explicando suas estratégias. No seu comentário, percebe-se que ele ficou incomodado com a passividade do aluno durante a aula:

> Eu tive que fazer o passo a passo de cada questão (...) eu acabei que tive que fazer isso (...) quando perguntava algo a eles, eu não tinha retorno. Por esse motivo, a discussão da questão um foi basicamente eu explicando o passo a passo e, na segunda, a gente fez a atividade toda. A gente leu a segunda, eu dei um tempo, mas só que (…) era para gente perguntar aos alunos, de novo, como fizeram e, enfim, a gente deixou em aberto a questão, e eu deixei para que eles me mandassem as resoluções no formulário que disponibilizei para eles. (Luiz, 13º encontro)

A essas considerações, Max acrescentou algumas discussões que antecederam a aula de investigação. Ele frisou que, ao produzir os slides para a aula de investigação, preocupou-se em deixar um espaço, como mostra a Figura 15, para que as respostas à tarefa exploratória fossem desenvolvidas, porque supôs que a tarefa seria respondida com intensa discussão coletiva, no entanto, o ambiente remoto pareceu ser o limitante dessa ação.

> Eu queria só complementar, justificar a fala de Luiz. Logo no começo, ele disse: 'então, eu tive que responder'. Assim, eu criei os slides, perguntei se eles concordavam com a dinâmica da aula e pensei assim: 'oh, eu vou deixar aqui cada questão com espaços em branco'. Isso para que Luiz, na hora que ele estivesse lá com os alunos, dissesse: 'quais são as suas ideias para a resolução da questão?' Para que, depois, ele [Luiz] fosse lá nesse quadro branco e respondesse. Como ninguém estava falando nada, eu acho que Luiz ficou tão triste, tão desesperado, que ele acabou por responder as questões sozinho, mesmo que, nesse caso, talvez não precisasse, já que a ideia era que ele, junto com os alunos, ali desenvolvesse aquelas atividades. (Max, 13º encontro)

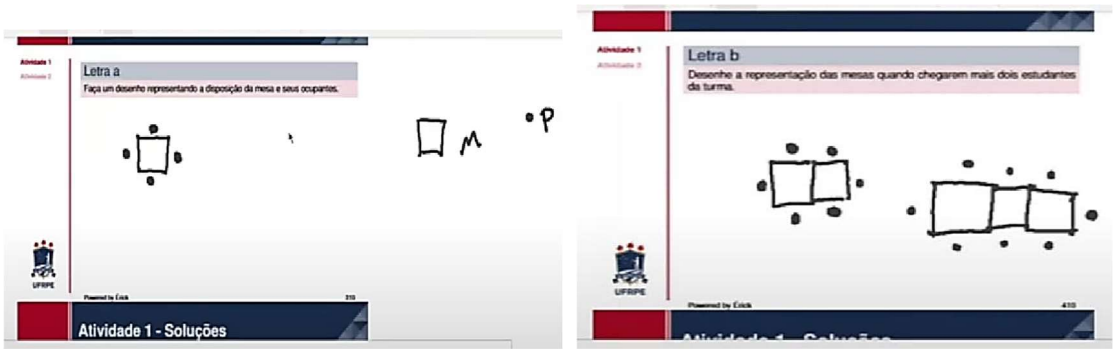


Figura 15: : Slide desenvolvido na condução da aula de investigação de Luiz

Essa estratégia de resolução da tarefa também fez parte do encontro síncrono, em que se discutiu a necessidade, para aqueles que iriam ministrar as aulas de investigação, de estarem atentos ao que foi planejado. A exemplo disso, a professora Mel reforçou que

“o plano de aula tem que ser o mesmo e a dinâmica tem que ser a mesma, já que a proposta que vai ser desenvolvida é a mesma”. Reforçando, eu lembrei que as discussões pós-aulas seriam para “trocarmos ideias em torno dessas aulas [de investigação], em torno desses objetivos, e, por isso, é importante que seja uma aula só. (10.º encontro).

Apesar de todo esse reforço, um grupo resolveu alterar a ordem das questões durante a realização da aula de investigação. Os participantes desse grupo não reconheceram que a alternância na ordem das questões que compunham o plano de aula provocava mudanças na estrutura, na dinâmica e nos objetivos da aula de investigação.

A esse respeito, Célia, que ministrou a aula, considerou que a questão dois tinha um nível de dificuldade menor. Depois, ela julgou que os objetivos da aula de investigação não foram atingidos, como previsto no planejamento. Ela não reconheceu que mudar a ordem das questões implicaria na mudança de objetivos do planejamento:

> A primeira alteração que fizemos foi na ordem das questões. Em nossa reunião, antes da aula [de investigação], percebemos que a questão 2 tinha um nível de dificuldade um pouco menor do que a questão 1. Dessa forma, invertemos a ordem das questões. Além disso, não gastamos o tempo que achávamos que seria necessário em cada passo do planejamento, então, não fizemos todas as letras da questão 1, que haviam sido propostas. De forma geral, o planejamento não ocorreu como o esperado. (Célia, 13º encontro)

De acordo com Júlia, a segunda questão apresentava maior potencial para desenvolver “o raciocínio [do aluno], por isso seria melhor aproveitado se fosse feito no primeiro momento, pelo nível da questão”. A justificativa de Tiago foi que a mudança na ordem da questão se deu ao reconhecer “a necessidade de trocarmos a ordem das questões, pois a víamos como mais viável e introdutória” do que a questão um. Ele revelou que o grupo supôs que tomar essa atitude vinha a colaborar com os alunos, pois “talvez o grupo tivesse se prejudicado mais ainda, na construção dessa aula, se a gente tivesse colocado a questão 1”. (13.º encontro).

Com esse entendimento, os membros desse grupo supuseram que discutir com os alunos a formalização da equação do 1º grau é fundamental para introduzir esses conteúdos, já que o objetivo da questão era perceber que o valor pago por cada tipo de vacina é o produto da quantidade de vacina pelo seu preço individual (300.20 e 400.x) e que o valor total (30.000) é a soma da quantidade de vacinas pelos seus respectivos preços (300.20 + 400.x), ou seja, que 300.20 + 400.x = 30.000. A Figura 16 mostra a forma como Célia organizou a resolução da tarefa do reino:

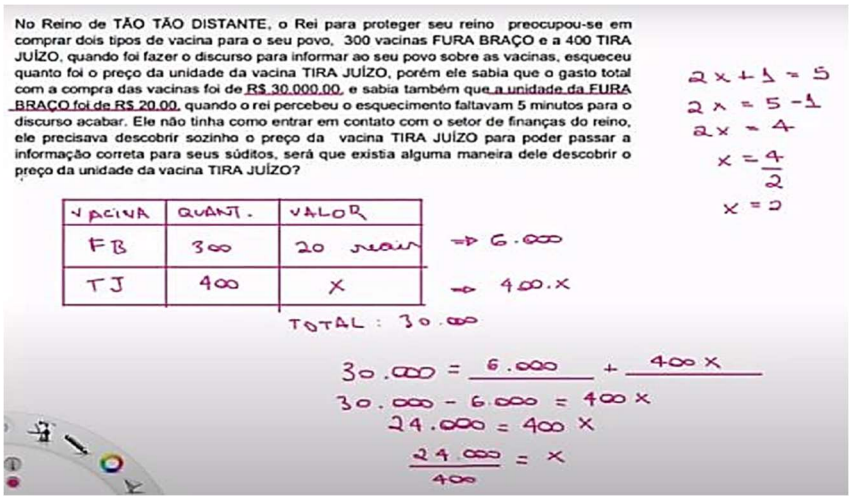


Figura 16: Slide da questão 2 da aula de investigação conduzida por Célia.

Ao final do processo, Júlia justificou que o grupo, de fato, pensou que a questão dois era mais fácil. Por esse motivo, seus membros não perceberam que a questão um foi justamente selecionada para essa ordem, porque pretendia contribuir na construção do pensamento algébrico dos alunos. Ainda, ela refez seu pensamento, alegando que, mesmo que a questão um fosse mais difícil, contribuiria no entendimento da questão 2:

> Então, o grupo chegou a um acordo de que a questão 2 tinha um nível mais fácil e que seria melhor aplicada se fosse primeiro, só que eles não levaram em consideração que a questão um foi proposta para ser a primeira, justamente, porque ela fazia o aluno pensar algebricamente. Ela incentivava o pensamento algébrico e, mesmo que fosse um nível mais difícil, era melhor para o aluno ser estimulado a ter um pensamento algébrico para responder a segunda questão, de fato. (Júlia, entrevistas, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores não discutiram se se deveria fazer a leitura da tarefa, mas, ao enfatizarem tal critério, isso indica que eles entendem sua importância na resolução da tarefa pelos alunos. Durante a elaboração do plano de aula, foi feita uma previsão como administrar o tempo para cada fase da aula e de também como atender aos requisitos planejados. Os futuros professores entenderam que estar atento a essa demanda exige considerar o que foi planejado, pois, de outro modo, o professor pode comprometer alguma de suas ações, como aconteceu em uma das aulas de investigação, em que a discussão coletiva não aconteceu como previsto. Os futuros professores indicaram que a falta de conhecimento dos alunos e a forma como eles participaram no ambiente remoto foram fatores que impulsionaram as escolhas didáticas para as aulas de investigação. A

situação em que o grupo trocou a ordem das duas questões que compunham a tarefa exploratória levou os demais futuros professores a entenderem que isso tinha como interesse trabalhar a formalização da equação de 1.º grau como o primeiro aspecto a discutir com os alunos ao introduzir equações. Essa posição é indicadora das crenças dos futuros professores sobre o ensino de álgebra, valorizando uso de técnicas para o manuseio dos termos da equação. O estudo de aula oportunizou aos futuros professores, nas etapas de discussão e nas reflexões pós-aula, entenderem que introduzir o estudo da equação do 1.º grau com uma tarefa exploratória é uma opção para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico. Ademais, os futuros professores mostraram que as discussões e as reflexões pós-aula foram etapas que lhes serviram para compreender que suas escolhas didáticas se refletem nas aprendizagens dos alunos.

Da necessidade de conhecer os alunos

Um outro ponto de destaque, nos discursos dos futuros professores, se relacionou à participação dos futuros professores, no ambiente da sala de aula, na observação das aulas do professor da escola antes da aula de investigação. Segundo Manoel, poder-se-ia ter amenizado essa falta de participação dos alunos se os futuros professores tivessem participado das aulas do professor da escola para, de alguma forma, identificar o tipo de tarefa que deveria ser proposta aos alunos. O tipo de tarefa a que ele fez menção se relaciona ao grau de dificuldade que a tarefa pode apresentar para os alunos. Sobre esse ponto, ele entendeu que houve um descompasso entre o que foi planejado e a interação dos alunos na aula de investigação, sugerindo que, além dessa aula de investigação, outras aulas deveriam ter sido ministradas pelos futuros professores. Essa ideia também foi compartilhada por Tiago, quando afirmou ser necessário observar aulas para conhecer o os alunos no contexto da sala de aula:

> Vou reforçar a ideia de que realmente deveríamos ter feito uma aula de investigação antes para saber que tipo de atividade poderia ser realizada com o pessoal, porque não houve um desenvolvimento como a gente tinha planejado, porque os alunos não conseguiram avançar na tarefa e Célia teve que fazer diversas intervenções. É, ela teve que fazer diversas intervenções. Ela foi conduzindo e produziu muito até chegar no final. (Manoel, 13.º encontro)

> Eu quero só levantar um complemento sobre o que Manoel falou. Nem seria o caso de fazer uma aula de investigação antes, mas exatamente uma aula de observação. O professor responsável estando na sala e a gente assistindo a aula dele, observando, vendo como é que ele está trabalhando com a turma dele, para a gente poder entender um pouquinho do contexto: 'o professor trabalha nisso, os alunos estão dessa forma', porque,

> aí, a gente consegue montar uma aula de investigação que, talvez, gere mais resultados do que gerou. A gente não está dizendo que essa não gerou, ela gerou, mas eu acho que a gente poderia ter muito melhores resultados nessa aula de investigação. (Tiago, 13º encontro)

Convergindo para essa compreensão, Luiz falou da necessidade de conhecer a turma, para criar um vínculo entre professor e alunos, como possibilidade de os tornar mais participativos. Para isso, ele sugeriu que, antes da aula de investigação, fosse ministrada uma aula, ou duas, com a turma, mesmo que fosse de outro assunto:

> Célia até falou que poderia dar o assunto de outro jeito, mas eu acho que, como ele [Manoel] falou, se a gente tivesse um contato antes com a turma (...) quando chegasse algum estranho, eles não iriam ficar tão inibidos de falar. Acho que, se a gente chegasse uma aula ou duas antes e introduzisse alguma coisa, até uma brincadeira matemática mesmo - não precisava ser nem do mesmo assunto -, mas só para eles perceberem a gente, ficarem com mais vontade de falar, seria melhor, porque foi basicamente uma hora de aula e eu falando sozinho. (Luiz, 13º encontro)

Para enfatizar a falta de interação entre os futuros professores que ministraram as aulas de investigação e os alunos, Davi usou a analogia do corpo estranho. afirmando que a falta de participação dos alunos foi fruto da não-aproximação prévia entre professor e alunos:

> É como se a gente chegasse lá e fosse um corpo estranho. Eu até comentei no questionário. A gente chegou como se fosse meio que um corpo estranho naquele organismo e, daí, há demora para os alunos aceitarem a gente. Essa ideia de a gente ter tido uma introdução antes, uma situação em que a gente conhecesse o perfil dos alunos, conhecendo como eles funcionam nessa aula remota, para a gente conseguir adaptar o plano de aula, seria perfeito. (Davi, 13º encontro)

Ainda com relação à participação dos alunos, Hugo alegou que a falta de "entrosamento" foi resultado da falta de aproximação com a turma, vindo a interferir no que se tinha planejado:

> Eu acredito que faltou um entrosamento, uma situação, por exemplo, para eles conhecerem a gente antes, a gente ter dado outras aulas, até mesmo de outro assunto, para eles terem, sei lá, interação, o que faltou, de fato, no que a gente tinha planejado, já que era para interagirem e eles não interagiram. Logo, não deu para fazer nada como se tinha no plano. (Hugo, 15º encontro)

Durante as entrevistas, Davi ressaltou que a forma como os alunos reagiram à presença do grupo, no ambiente da sala de aula, foi devido ao ineditismo da situação:

> A participação dos alunos foi baixíssima naquela aula. A situação de a gente chegar, dar uma aula, tentar apresentar aquela situação… se eu me colocasse no lugar daqueles

> garotos, eu pensaria: 'o que esse pessoal está fazendo aqui?' É um pouco estranho. Daí, já começa a achar um pouco estranha a situação e não participa etc. Não sei se era recorrente [a aula acontecer] daquela forma, mas a gente percebeu muito isso. (Davi, entrevista, julho 2021)

Síntese

As reflexões dos futuros professores apontam para a necessidade de conhecer os alunos no ambiente da sala de aula, para melhor compreender em que aspectos do conteúdo residem suas dificuldades, como eles se comportam diante da tarefa, e, assim, construir uma aproximação com eles para favorecer a interação a partir da observação de alguns critérios, tais como: (i) possíveis reações dos alunos; (ii) saber quem é mais participativo (ou não) para administrar essa participação durante a aula; (iii) supor a dificuldade específica de cada aluno ao antecipar suas estratégias e dificuldades ao resolver a tarefa; e, (iv) criar um vínculo mínimo com os alunos para uma aproximação pessoal. Eles parecem ter em conta que, se tivessem de algum modo observado os alunos antes da aula de investigação, poderiam ter outros entendimentos de suas aprendizagens.

Da participação dos alunos na aula de investigação

Célia analisou a aula de investigação que ministrou elencando vários desafios, entre eles, a participação dos alunos, ao resolver a tarefa exploratória. Ela pontuou que eles não apresentaram muitas dúvidas e que a pouca interação foi mais como uma forma de participar da aula. A futura professora compreendeu que essa dificuldade dos alunos em participar interferiu na dinâmica da aula de investigação e que, se ela não tivesse orientado os alunos nas resoluções da tarefa, ela não teria sido desenvolvida:

> Um desafio que a gente encontrou, na hora da aula, foi a falta de participação, mas não por vergonha ou por alguma coisa assim (...) no nosso caso, nem dúvidas houve, né? Não apareceram muitas dúvidas, houve interação por parte dos alunos (...) mas a interação que eu percebi foi muito mais para tentar, de alguma forma, participar da aula. A gente teve que conduzir no sentido de realmente construir o raciocínio e os argumentos das questões, né? Se eu não tivesse, por exemplo, dado ideia e se não tivesse dito como é que a gente deveria fazer as questões, a gente realmente não teria saído do lugar. (Célia, 13º encontro)

Luiz, ao falar da aula de investigação que ministrou, destacou as mesmas dificuldades e quis saber, assim como Hugo, do professor da escola, que estava presente na etapa de discussão pós-aula, como os alunos se comportavam na aula dele. Parece que os futuros professores consideravam que, caso conhecessem os alunos, saberiam como

oportunizar melhor a interatividade entre eles na aula de investigação, tendo sido essa talvez a razão de querer saber do professor o porquê da pouca participação deles:

> O nosso caso também, por não ter muito a participação dos alunos (...) parece que foram três alunos que comentaram. Quando eu comecei a dar a aula e a perguntar as coisas, eles não interagiam e a única coisa que falaram foi: 'é para fazer agora? Vou fazer no caderno? É para fazer em tal canto?' E, quando eu pedia para ele falar como é que eles fizeram essa questão, aí, ninguém falava nada. E eu falava: 'tal pessoa, como é que você fez?' 'Ah, professor, não fiz.' 'E você?' 'Não, cheguei agora'… eu queria até perguntar para o professor [da escola], depois, se a turma é participativa, porque, como eles não falaram quase nada comigo, eu quero saber. (Luiz, 13º encontro)
>
> Ainda tem outro ponto [a ser] levantado, a gente não conhece a turma, ou seja, a gente não sabe se os alunos são assim sempre pouco participativos com o professor [da escola], ou se foi apenas com a gente. Aí, tu não consegues fazer essa análise. (Hugo,13º encontro)

A esses questionamentos, o professor da escola respondeu que eles participavam menos do que ele gostaria e acrescentou que os alunos têm muitas dificuldades em resolver tarefas, com foco na resolução de problemas, afirmando que essas dificuldades "às vezes não é nem na Matemática, mas em questões de interpretação dos problemas" (13º encontro), e que, talvez, essas dificuldades, somadas àquelas já próprias do ambiente remoto, os impeçam de participar:

> Alguns fatores influenciaram negativamente a aula. Um deles foi o problema para entrar na chamada, [outro foi] um pouco do silêncio dos estudantes, nesse formato remoto, no qual a interação fica fortemente comprometida. (Fátima, 13º encontro)

De outro modo, Ana observou que os alunos tiveram boa participação no *chat*. Ela compreendeu que a dificuldade se configurou na capacidade dos futuros professores em observar se os alunos estavam aprendendo e/ou se estavam, de fato, fazendo a tarefa, ou não, porque dependiam, quase que exclusivamente, da verbalização dos alunos, como recurso da observação de suas aprendizagens:

> Eles estavam participativos no chat. É, pouquíssimos abriram o microfone, mas eles comentaram no chat se estavam conseguindo, se estavam com dúvida, se não estavam. Eles comentavam. Eu identifiquei como uma dificuldade observar o mesmo [aluno], como saber até que ponto eles estavam sabendo ou não? O que estavam fazendo, ou até que ponto eles não enviaram [a tarefa] só por insegurança, né? Tipo: 'eu fiz, mas eu não sei se está certo, então, não vou mandar', ou 'eu realmente não fiz', ou 'realmente estou com dúvida'. Então, apesar de ter tido uma participação grande deles no chat, eles estavam sempre falando que estavam com dúvida. (Ana, 15º encontro)

Max considerou que a baixa participação dos alunos em responder à tarefa comprometeu a discussão coletiva, como se tinha previsto no planejamento. Sobre esse discurso, o futuro professor sugeriu que o diálogo que se constrói em torno das respostas dos alunos à tarefa é o que define a qualidade da aula:

> Tentamos seguir o que foi programado nas reuniões passadas. Nosso objetivo era dar um tempo para que os alunos respondessem as questões e, após esse momento, iríamos responder às questões, juntamente, com as ideias e as resoluções dos alunos. Mas, como não tivemos a participação ativa dos alunos, o estagiário que estava ministrando a aula respondeu as questões sem a interação dos alunos. Desse modo, a aula ocorreu abaixo das nossas expectativas. (Max, produção de documento: descrição da aula de investigação, 12º encontro)

Síntese

As reflexões dos futuros professores indicaram que a reduzida participação dos alunos foi um obstáculo para o bom andamento da aula de investigação, comprometendo a identificação das suas dúvidas. Eles entenderam que a participação dos alunos se limitou a perguntas sobre a condução das atividades a realizar. Na perspectiva de uma discussão coletiva em torno das estratégias e das dificuldades dos alunos ao responderem à tarefa, notou-se desapontamento ao considerarem que os alunos não interagiram. Isso mostrou que os futuros professores reconheceram a importância da relação que se estabelece entre os alunos, o professor e o conteúdo para promover o diálogo e, consequentemente, as aprendizagens dos alunos. Além disso, para os futuros professores, o ensino remoto não contribuiu para uma boa interação entre professor e alunos. Perceberam o quão desafiante se tornou a aula no ambiente remoto, em que os alunos permaneceram com as câmeras desligadas. Além disso, indicaram que o ambiente remoto impede o professor de observar as atitudes dos alunos, com relação à resolução escrita da tarefa, limitando-os apenas a ouvir o que o aluno se propôs a dizer.

Das aprendizagens dos alunos

Alice considerou que as dificuldades dos alunos não são provenientes dos conteúdos de álgebra, mas da compreensão das operações básicas e da habilidade de entender o problema e de utilizar suas próprias estratégias de resolução:

> Por trás de toda essa defasagem que a gente conseguiu observar nos alunos, porque não é uma defasagem que vem da álgebra, [notamos que] vem de alguns assuntos que a antecede. São coisas de Base. São as operações básicas, são alguns pensamentos de olhar

> para a questão e tentar desenvolver lá no papel. São essas dificuldades que a gente encontrou nesses alunos, né? (Alice, 13º encontro)

Nessa mesma direção, Eva percebeu que os alunos "tiveram mais [dúvidas] em relação ao enunciado", principalmente no entendimento das alíneas da tarefa que exigiam desvincular o pensamento aritmético do algébrico, como no caso dos questionamentos: "e se fossem colocadas *n* mesas e cadeiras?". Nessa parte, houve uns alunos que perguntaram no chat: "como é essa de *n* mesas?"'. Daise, por sua vez, também notou que os alunos não reconheciam a existência do *n* como uma possível generalização do contexto aritmético, de forma a atender que diversas situações se situam dentro de uma estrutura – algébrica, que se representa por uma expressão contendo letras e números:

> Pude observar, durante a aula, que a maioria dos alunos sempre tenta partir para uma solução por tentativa e erro para aquela solução específica, e não procuram uma solução mais geral. A maior dificuldade dos alunos foi na hora de transformar uma situação real - temos 5 mesas, temos 8 mesas - em uma situação geral - temos n mesas. Acho que esse "n" assustou um pouco eles. (Dayse, entrevista, julho 2021)

Ao analisar as respostas enviadas pelos alunos através da plataforma *google forms*, Max apontou que eles não entenderam "muito bem" o conceito associado à tarefa, pois não conseguiram compreender o enunciado da tarefa e a resolveram aleatoriamente. Para isso, apoiaram-se apenas nos números que estavam na tarefa e utilizaram operações que pareciam não fazer sentido. O futuro professor observou que o aluno errou quando fez uma subtração, não considerou as operações no conjunto dos inteiros e que os procedimentos aritméticos, que são básicos para a construção dos conceitos de álgebra, os alunos não sabiam:

> Eles [alunos] não entenderam muito bem o conceito da atividade. Eles estavam mais preocupados em entregar a atividade, como se fosse algo obrigatório (...) as atividades, a gente conseguiu perceber que os alunos não compreenderam muito bem, não compreenderam qual era o intuito do enunciado da questão, o que se daria para fazer e tudo mais, tanto que as respostas [questões] que eles fizeram, por si só, foram apenas as de interpretação e as de representação (...) ele [aluno] procurou alguns números dados e fez uma conta, basicamente, qualquer. Você também consegue perceber que essa dificuldade está atrelada a conseguir interpretar o texto do problema, o que se pede. A outra coisa que a gente consegue perceber aqui é, de fato, que uma das maiores dificuldades é justamente em operações básicas da aritmética, porque aqui ele está fazendo a conta de subtração. Ele [aluno] fez 400 – 3.000 e disse que o resultado é 2.600. Até o conceito mais básico, que seria essencial que eles já tivessem domínio para poder lidar com álgebra do primeiro grau, ainda não é bem desenvolvido nos alunos. (Max, 15º encontro)

Esse mesmo pensamento teve Alice, ao considerar que a aprendizagem da álgebra depende da capacidade do aluno em saber transpor as informações da tarefa que estão na língua materna para a linguagem algébrica. Ela lembrou as colocações de Max para se apoiar no estudo que ela realizou sobre o ensino e sobre a aprendizagem da álgebra na educação básica:

> Os alunos têm uma certa dificuldade de entender álgebra. Isso aconteceu na nossa aula de investigação, a qual Célia estava ministrando. Ela falava algumas coisas e, para os alunos, foi difícil visualizar, porque sempre tem aquela dificuldade de poder transcrever aquilo que está descrito em língua corrente para uma linguagem algébrica (...) Max falou sobre algumas coisas atreladas à aritmética e é justamente esses problemas que foram detalhados nessas pesquisas de ensino de álgebra: que os alunos, às vezes, trazem problemas que vieram da aritmética para a aprendizagem da álgebra, e isso dificulta um pouco que os alunos construam esse pensamento algébrico (Alice, 15º encontro)

Alice analisou outras situações ocorridas na aula de investigação para mostrar as limitações dos alunos na formalização da equação. Na compreensão dela, os alunos não desenvolveram uma ideia intuitiva sobre a equação de primeiro grau, cabendo a Célia ajudá-los nessa formalização:

> Quando Célia montou a equação com eles e perguntou como fazer, a aluna que tinha respondido sobre os 300 mais 400, falou assim: 'vai dar 6.400, professora'. Ela ignorou completamente uma incógnita que estava ali. Nessa questão, Célia teve que montar com eles a equação, então, eles não desenvolveram a equação. Eles não disseram: 'professora vai ficar assim: 30000 = 6000 + 400x'. Essa estrutura, eles não conseguiram desenvolver… eles não expuseram uma ideia intuitiva do que seria. Eles disseram como fazer, mas, para escrever realmente algo equivalente, eles não conseguiram, precisaram da ajuda da professora. (Alice, 15º encontro)

Segundo Manoel, as respostas enviadas pelos alunos por meio do google forms não foram suficientes para reconhecer suas aprendizagens, embora as tenham enviado corretamente. Ele considera que analisar as respostas dos alunos sem considerar a participação deles não torna possível afirmar se os alunos aprenderam (ou não):

> Baseando-se apenas nas respostas dos alunos, posso dizer que não houve progresso. Se for analisar todas as possibilidades, tanto a construção dos alunos em sala de aula quanto os registros que eles fizeram, ou não, no caderno, tentando fazer as questões, ainda ia dar inconclusivo, porque a gente não teve acesso ao que eles fizeram no caderno, ou se eles fizeram. (Manoel, entrevistas, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores indicaram capacidade em compreender diversos aspectos das aprendizagens dos alunos para a construção do pensamento algébrico. Identificaram que os alunos apresentaram dificuldades: i) nas operações aritméticas básicas, o que os impediu de formular estratégias de resolução a partir do entendimento da tarefa; ii) em compreender o enunciado da tarefa para poder traçar uma estratégia de resolução; e iii) em se desassociar dos conceitos aritméticos para a construção do pensamento algébrico. Os futuros professores reconheceram a dificuldade dos alunos em processar informações para além dos valores numéricos no enunciado e acrescentaram que há dificuldade entre os alunos na passagem da aritmética para a álgebra. Compreenderam ainda que, para resolver tarefas no campo da álgebra, é necessário que o aluno desenvolva a capacidade de transcrever as informações da tarefa, que estão na língua materna, para a linguagem algébrica. Também perceberam que os alunos resolveram a tarefa exploratória, de equação do 1.º grau, sem necessariamente usar processos formais, pois recorreram à estratégia de tentativa e erro. Para os futuros professores, os alunos desconheciam a existência da letra como um requisito comum nas tarefas que envolvem álgebra. Por fim, consideraram que poderiam ter identificado mais elementos sobre as aprendizagens dos alunos, caso a aula de investigação tivesse acontecido de modo presencial.

Da relação entre o planejamento e a aula de investigação

As reflexões dos futuros professores indicaram que a aula de investigação ocorreu de acordo com o planejamento, como afirmou Felipe:

> Realizamos muito bem o planejado, pois calculamos o tempo que seria necessário em cada etapa da aula, ocorrendo tudo como queríamos. (Felipe, produção de documento: descrição da aula de investigação, 12º encontro)

Para Célia, o grupo "não conseguiu desenvolver a atividade com os alunos", embora tenha tido em "consideração que as dúvidas iriam aparecer", como previsto no planejamento, e que, de fato, foram observadas. Essa mesma compreensão teve Manoel ao reconhecer que a aula de investigação "não se desenvolveu como se tinha planejado, porque os alunos não conseguiram avançar na tarefa como pensamos". (13º encontro)

Sobre essas ponderações, Davi compreendeu que uma das características do estudo de aula é reformular o plano de aula, com o objetivo de replanejar a aula de investigação, justamente para discutir os problemas das aprendizagens dos alunos, de

forma a construir novas estratégias didáticas que contribuam para a superação das dificuldades observadas:

> A gente viu, logo no começo da disciplina, o estudo de aula, né? E, agora, a gente vai conseguir se adaptar ao plano de aula pensando nesses probleminhas para tentar encontrar uma saída. (Davi, 13º encontro)

Na reflexão pós-aula, ele voltou a falar no distanciamento entre o que foi planejado e o que foi lecionado, reafirmando que o estudo de aula, enquanto um processo cíclico, oportuniza aos participantes repensar essas "discrepâncias" de modo a superar as adversidades:

> Como Hugo tinha falado em algumas discrepâncias do plano de aula com a aula [de investigação] por conta dessas adversidades, daí, é que faz sentido o estudo de aula ser um ciclo, porque faz surgir essas ideias no intuito de melhorar o plano de aula. Tudo é perpassado de novo para voltar de forma que essas adversidades não existam mais. (Davi, 15º encontro)

Observou-se que Davi teve em conta a importância de se refazer o planejamento a partir das dificuldades identificadas durante o processo de estudo de aula. Ele entendeu que essa é a razão de ser cíclico, pois é uma forma de promover a superação dos desafios preponderantes na prática docente.

No geral, os futuros professores consideraram o plano de aula um importante instrumento de orientação do professor. Júlia, por exemplo, avaliou a importância do plano de aula ao relacionar as três aulas de investigação com os debates sobre elas, por vários motivos: (i) a possibilidade de reformular o plano de aula a partir das dificuldades que surgiram; (ii) a observação do plano de aula em prática, para ver como funciona; e, (iii) o reconhecimento dos imprevistos não contemplados no plano de aula.

> Então, acho que foi bem interessante para a gente essas três aulas de observação, e o debate sobre elas, para que a gente pudesse reformar o nosso plano de aula, ajustar o plano de aula e essas questões que dificultaram. A gente conseguiu colocar o plano de aula realmente em prática, também, para a gente ver um pouco, na prática, como funciona quando um professor planeja a aula e que imprevistos acontecem. Acaba que, às vezes, não sai nada como tinha sido previsto. (Júlia, 15º encontro)

Síntese

Alguns futuros professores consideraram que a aula de investigação atendeu ao planejamento, enquanto outros indicaram que alguns aspetos do planejamento não foram contemplados, principalmente, quando se referiram à resolução da tarefa pelos alunos e

às discussões coletivas. Por isso, consideraram que a realização da aula de investigação não ocorreu como o planejado. Os futuros professores, ao se referirem às três aulas de investigação, consideraram apenas os desafios vivenciados e observados na aula. Nota-se a capacidade dos futuros professores de analisar as ocorrências observadas, de modo a reconhecer vários aspectos do conhecimento didático, dentre esses a consideração em discutir os fatos que ocorreram na aula como uma possibilidade de revisitar o planejamento, com vista a melhorar a aula de investigação.

Dos desafios do ensino remoto

Predominou nos discursos dos futuros professores que o ambiente remoto não favoreceu: (i) a interação entre professor e alunos; (ii) a identificação das aprendizagens dos alunos; e (iii) o desenvolvimento de estratégias de resolução da tarefa, tanto por parte de quem ministrou a aula quanto dos alunos. Para os participantes, se a aula de investigação tivesse sido realizada no ambiente presencial, os critérios discutidos durante o planejamento e a elaboração do plano de aula teriam sido melhor visualizados. Célia, quem ministrou a aula de investigação, considerou "que foi um desafio muito grande aplicar essa aula na turma, por diversos fatores". Para a futura professora, quem "está ensinando neste período remoto sabe o quanto é difícil fazer os alunos participarem de forma mais ativa", diferente de quando se "está em sala de aula presencial, que a gente tem um contato". (15º encontro). Nesse sentido, Ana compreendeu que, diante desses desafios, não se teve conclusões robustas sobre as aprendizagens dos alunos, devido à dificuldade de observar as atividades dos alunos nesse ambiente:

> Então, essa parte do estudo fica um pouquinho aberta na modalidade remota. Fica um pouquinho vago para a gente poder ter uma certeza de qual motivo ele [aluno] não conseguiu desenvolver aquela questão. Acredito que, na modalidade presencial, - até coloquei isso no relato de experiência - para o professor, o recurso visual dele, estar acompanhando ali, visualmente, o desenvolvimento do aluno, é uma ferramenta importante, principalmente para nós que somos ainda professores em formação. Então, algumas coisas, algumas habilidades que são desenvolvidas com o tempo, elas ainda não estão presentes para a gente. Então, fica um pouco difícil de analisar, visto que não tem esse recurso visual, e saber se eles realmente fazem [a tarefa] pelo que eles estão desenvolvendo no caderno. (Ana, 15º encontro)

Max considerou que as dificuldades dos alunos estavam associadas muito mais ao ensino remoto do que às dificuldades em resolver a tarefa. Sua justificativa está na

urgência de adaptação de professores e de alunos à realidade imposta pela pandemia do Covid-19. Ele pontuou que as dificuldades dos alunos e dos professores também estão associadas ao manuseio dos recursos tecnológicos e ao acesso à internet, assim como aos desafios de o professor construir um planejamento que funcione nesse ambiente remoto, ou seja, de conhecer estratégias que favoreçam a prática letiva online:

> Obviamente, tiveram várias dificuldades de adaptação tanto para os professores quanto para os alunos, e , assim, a maioria das dificuldades estão sempre relacionadas aos recursos tecnológicos, ao acesso à internet, tudo mais. Mas, para os professores, a gente tem uma dificuldade um pouco maior, que seria justamente de planejar, de ministrar, de tentar construir um novo método de aula que funcione para esse período remoto(...) eu acredito que isso está justamente atrelado às dificuldades desse ensino remoto. É o acesso à tecnologia, né? A gente não está muito bem adaptado a lidar com ela. (Max, 15º encontro)

No entendimento de Luiz, a forma como se estruturou o plano de aula atendia muito mais aos requisitos de uma aula presencial. No entanto, ele apontou que os participantes desconheciam interessantes estratégias de intervenção que tornassem o aluno mais participativo nesse ambiente:

> Outra coisa que André falou… eu acho que o plano de aula da gente está bom, mas está bom para o presencial, porque a gente não tem tanto estudo para o remoto, porque é o que todo mundo está falando: 'não tem a participação dos alunos, [os alunos] não ligam as câmeras, nem sempre estão lá' (…) eu acho que, no presencial, ia dar super certo, porque eles são obrigados a fazer [a tarefa] durante a aula, mas, no online, você não está obrigado a fazer. (Luiz, 13º encontro)

Eva reconheceu que houve uma discussão no grupo sobre as estratégias de condução da aula de investigação nesse ambiente, cujo interesse era construir estratégias que dessem certo, principalmente, para a participação ativa dos alunos. Contudo, ela destacou que os futuros professores tiveram dificuldades em configurar um recurso de internet que favorecesse a prática docente, apesar de que os alunos poderiam também não saber utilizá-lo:

> Uns dias antes da aula de observação [investigação], a gente teve alguns pensamentos, assim, em grupo, em relação à aula ser remota, o que eu acho que a gente não se preocupou muito com isso na hora de fazer o plano de aula, e, aí, quando estava perto da aula, alguns dias antes da aula, a gente pensou em usar um aplicativo, que eu não lembro o nome agora, mas um aplicativo que a gente conseguisse disponibilizar um link para os alunos e projetar na tela, na hora da aula, para que eles respondessem e fosse aparecendo a tela, na hora, para todo mundo ver - sendo que eles poderiam não conseguir usar esse aplicativo, [e também] a gente não o conseguiu configurar. Talvez, se a gente tivesse utilizado esse aplicativo, eles participassem um pouco mais pelo fato de estar ali, apresentando na tela, e todo mundo estar vendo que tem alguém fazendo e [decidisse] fazer também, mas a gente não conseguiu utilizar. (Eva, 13º encontro)

Para Júlia, o grupo não se preocupou em elaborar estratégias específicas "para fazer com que os alunos interagissem, apesar de que são coisas que a gente não poderia ter deixado de levar em consideração, já que têm extremo impacto na aula". (15º encontro). André que também compartilhou dessa opinião quando julgou que a condução da disciplina não se preocupou em preparar os futuros professores para o desenvolvimento de uma aula remota e que, por esse motivo, as dificuldades vivenciadas durante a aula de investigação não podem ser associadas ao plano de aula.

> Eu não acho que a gente tenha muito o que mudar, que vai mudar essa situação com um novo plano de aula, porque eu não acho que a gente tenha errado, ou algo do tipo. Faltou ter sido atrativo o suficiente para os meninos participarem da aula, até porque a gente também não foi preparado para isso dessa forma, digamos, de conseguir chamar atenção na situação que a gente estava. Se fosse presencialmente, era outra coisa. (André, 13º encontro)

Na opinião de Manoel, a importância de observar a resolução da tarefa pelo aluno e de interagir com o aluno são fatores primordiais para a promoção de sua aprendizagem, enquanto, no ambiente remoto, nenhum desses fatores foram valorizados:

> Se fosse em ambiente presencial, a gente estaria vendo se os alunos estavam tentando ou não, fazer as questões. A gente poderia até olhar se eles estão fazendo algum rabisco, alguma conta, algum algoritmo, algum processo e chegar junto com uma sugestão. Nessa modalidade, não tem como. A modalidade online, como um todo, perde para o presencial. A única vantagem é que você não precisa estar no espaço físico para ter a aula. A única vantagem do online é essa, porque você pode dar uma aula para uma pessoa até em outro país, mas, em compensação, você perde em conteúdo, você perde acesso ao conteúdo do aluno. (Manoel, entrevistas, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores afirmaram que o ambiente remoto não favoreceu a realização da aula de investigação, comprometendo a observação das aprendizagens dos alunos por falta de acesso às suas respostas. Nesse ambiente, a necessidade de verbalização das ações dos alunos foi imperativa por ser o principal recurso para identificar as suas aprendizagens. No entender dos participantes, o ambiente presencial é essencial para a realização da aula, visto que o ambiente remoto não favorece a observação do comportamento dos alunos e das suas reações ao enfrentamento de suas dificuldades. Além disso, consideram que esse ambiente exige habilidades específicas para o manuseio dos recursos tecnológicos, com um planejamento de aula com foco em estratégias didáticas também específicas. No entanto, os futuros professores

desconheciam essas estratégias e não as trabalharam durante o estudo de aula. Por fim, afirmaram que o plano de aula atendia muito mais aos requisitos do ambiente presencial do que do remoto.

10.7 Contribuições do estudo de aula no estágio

Concepções dos futuros professores

Os futuros professores referiram as contribuições do estudo de aula realizado na disciplina de estágio, a partir do reconhecimento de algumas potencialidades que mais se destacaram no processo. Por exemplo, Felipe considerou que "o processo formativo do estudo de aula, no estágio supervisionado, viabiliza a colaboração entre os futuros professores, os professores da escola e a professora da universidade" (Produção de documento: relato de experiência). No mesmo sentido, Júlia justificou a importância do estágio na formação inicial, principalmente quando há a aproximação com o professor da escola básica, por ele ter mais experiências e poder orientá-los para uma melhor superação dos desafios da sala de aula. Apontou que a forma como a disciplina de ESO II foi conduzida contribuiu para a nortear no que é preciso *estudar* e em *entender* como melhor desenvolver sua prática docente. Também afirmou que, após essa experiência, ela mudou a forma como planeja suas aulas:

> Então, a princípio, é importante porque, no nosso estágio, por sermos de licenciatura, a gente vai precisar dessa vivência. Quando essa vivência é acompanhada de professores [da escola] que já tiveram esses momentos e que podem nos aconselhar, nos orientar de uma forma melhor, creio que seja ainda mais proveitoso. Então, para mim, a disciplina de estágio é essencial e a forma como ela foi trabalhada foi muito importante para eu me aprofundar não somente no que vai ser minha docência enquanto professora, mas também nas fundamentações que eu preciso estudar e entender como eu vou aplicá-las. (Júlia, entrevista, julho de 2021)

Embora a participação do professor da escola básica não tenha sido uma constante nos encontros síncronos da disciplina de estágio, observou-se, nos discursos dos futuros professores, que sua participação, para a identificação das dificuldades de aprendizagens dos alunos, na aula de investigação e nas discussões pós-aula, se destacou no processo. A esse respeito, Davi descreveu que a imagem que ele tinha do estágio era apenas como uma tarefa a ser cumprida, na qual iria "estagiar, vou dar umas aulas ali e aqui, para pegar um conceito sobre como dar aquela aula, e você pensa que vai ser (...) sempre feita como era no meu ensino fundamental e como era no meu ensino médio". Ademais, ele concluiu

que “ser apresentado a essas novas situações e a essas novas formas de se dar uma aula, agrega muito a nossa formação”. (Entrevista, julho de 2021).

Para Fátima, o estudo de aula no estágio lhe proporcionou “ver, na prática, o que vinha sendo discutido nas aulas teóricas na universidade”, tal como “assistir a como os meus[seus] futuros colegas de profissão conduzem esse processo de aprendizado” (Produção de documento: relato de experiência). Maria, por seu lado, afirmou que as disciplinas de estágio lhe proporcionaram unir teoria e prática, aspecto que considera importante para sua formação. Para a futura professora, o estudo de aula realizado no estágio contribuiu para isso, assim como para repensar sua própria prática através da observação e da reflexão:

> Percebo que o estágio tem um papel relevante na minha formação, pois, até o momento, foi a disciplina que mais conseguiu unir teoria e prática, aspecto que considero importante. No caso do ESO II, tomar conhecimento sobre o estudo de aula, que até então eu desconhecia, também foi uma etapa importante. Acredito que essa metodologia faz com que o docente reflita sobre sua prática em sala de aula e lhe dá a oportunidade de modificar sua aula, isto é, se reinventar como professor, a partir da observação e da reflexão sobre suas aulas. (Maria, produção de documento: relato de experiência)

Contribuindo para melhor entender o discurso de Maria, durante as entrevistas, perguntei-lhe se essa vivência no estágio mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos alunos e para a prática docente. Ela, mais uma vez, confirmou que a formação inicial não tem rompido com a ideia de que lecionar aulas é apenas se apropriar de algumas atitudes docentes e que ao aluno, cabe se adequar a elas. Ao se referir ao estudo de aula, ela entendeu que foi uma forma de contribuir com a mudança de concepções e de reconhecer que o professor pode melhorar sua prática letiva:

> Eu acho que sim. É muito por causa daquilo que eu falei. Ter visto essas coisas novas, como o estudo de aula, as tarefas… eu realmente nunca tinha pensado no estudo de aula, porque normalmente, na graduação toda, a gente vai formando aquela ideia de aula - como se o jeito que eu dou aula está ótimo e os alunos só têm que se adequar àquilo ali. Então, a disciplina me fez abrir um leque [de visões] e dizer: ‘caramba, eu posso melhorar. Eu tenho as minhas falhas, talvez o meu planejamento não seja o ideal para turma, talvez seja melhor fazer algumas mudanças’. Aí, eu achei [o estudo de aula] muito importante para isso. (Maria, entrevista, julho de 2021)

Buscando entender as contribuições do estudo de aula no estágio, questionei a professora Mel sobre a possibilidade de o estudo de aula fazer parte da proposta curricular do estágio. Sua resposta apontou essa viabilidade, considerando várias categorias que comumente constituem os desafios dos estágios, tanto no que se refere à indefinição de

uma proposta curricular robusta para o enfrentamento desses desafios quanto à incerteza das contribuições das vivências nas disciplinas de estágio, com efeitos e com rupturas de concepções sobre a prática letiva quando os futuros professores se tornam profissionais:

> Investigadora: Você destacou também a importância de trabalhar esse processo formativo na formação inicial, inclusive, devendo pensar essa proposta no espaço de ESO como vivência. São expressões que você utilizou na aula - que é possível termos bons resultados, tanto nas aprendizagens dos alunos como na prática docente. Você considera que o estudo de aula pode vir a ser uma proposta de orientação pedagógica para os estágios? E por quê?
>
> Professora Mel: Eu acredito que sim. Primeiro, essa questão de pensar no coletivo… de pensar numa problemática única que envolva toda turma… eu acho que isso enriquece as aulas. As discussões facilitam, de uma certa forma, o trabalho de quem está orientando, porque a gente não fica orientando vários temas ao mesmo tempo, nós focamos o olhar para um tema específico (...) isso enriquece as discussões. Então, é como se o que eu estou fazendo o meu colega também está, então, está todo mundo preocupado pensando no mesmo problema, e isso, na vivência do estágio, é interessante, porque a gente pensa o estágio como uma vivência que eles vão ter na escola, só que com uma reflexão e um tempo para testar hipóteses, para refletir, muito maior do que quando se está lá na sala de aula (...) de uma certa forma, [o estudo de aula] é algo que pode ser levado à prática lá na sala de aula, quando eles estiverem na escola. Se as escolas conseguissem (...) se os professores conseguissem fazer trabalhos, pensar mais coletivamente em torno de um determinado problema que fosse comum ali para as turmas e seguissem um pouco essa proposta que o estudo de aula traz, dentro da escola, já ajudaria muito na prática desse professor (...) Então, quando a gente traz essa discussão, essa forma de reflexão ainda no curso, eu acredito que os alunos, quando passam por essa vivência, possam, lá no futuro, quando estiverem na sala de aula, tentar fazer algo parecido com os colegas. Então, eu imagino que é muito importante, assim, para a gente ver resultados, lá no chão da escola mesmo (...) quando eles forem para sala de aula como professores e não mais como estagiários. (Entrevista, julho de 2021)

Síntese

Na perspectiva dos futuros professores, o estudo de aula oportuniza o repensar do contexto formativo do estágio, a partir de situações desafiantes que se apresentam como de difícil solução. Indicaram que a dinâmica do estudo de aula contribui para que haja uma aproximação entre a escola e a universidade, através de seus professores e futuros professores, e afirmaram que, considerando a falta de experiência e de contato com as escolas para a identificação dos problemas de aprendizagem dos alunos, a aproximação com o professor da escola se torna imperativa para a sua realização no estágio. Por isso, reconheceram a importância do professor da escola em contribuir para a identificação do problema de aprendizagem, para avaliar o plano de aula e acompanhar a aula de investigação como forma de contribuir com o processo, em particular, com as discussões pós-aula, já que esse professor conhece seus alunos. Os futuros professores consideraram

que o estudo de aula promove um espaço colaborativo, rompendo com práticas individualizadas que, quase sempre, consistem nas atividades de estágio e potencializam a relação teoria e prática, uma vez que todas as atividades desenvolvidas no estágio são apoiadas em pesquisas já realizadas e em documentos oficiais.

Conhecimentos dos alunos e de suas aprendizagens

Como reconheceu Júlia, o estudo de aula realizado no estágio teve como um dos objetivos pôr o aluno no centro das discussões coletivas para compreender as dificuldades dos alunos nos campos numérico e algébrico e para construir entendimentos didáticos, a fim de colaborar para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico:

> Durante a disciplina de Estágio Supervisionado II, tivemos bastante discussões acerca das dificuldades dos alunos da educação básica nos campos base da matemática, que são os campos da aritmética e da álgebra, para abordarmos os conceitos e as operações e iniciar as atividades do pensamento algébrico. (Júlia, produção de documento: relato de experiência)

Eva comentou que participar desse estudo de aula contribuiu para a sua aprendizagem docente, destacando que essa aprendizagem se refere principalmente à importância de conhecer os alunos. Na sua compreensão, "o estudo de aula é um método muito importante para que o professor conheça os seus alunos… considero que aprendi muito durante esse estágio". Também sobre o conhecimento dos alunos, Alice ressaltou diversos elementos que caracterizam esse conhecimento: comportamentos, conhecimentos prévios e dificuldades. Seu entendimento foi que o conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens é um requisito desse processo, podendo as tarefas exploratórias contribuírem para que o professor possa conhecer seus alunos e favorecer suas aprendizagens:

> Primeiramente, antes de aplicar qualquer coisa numa turma, eu acho que eu vou querer saber como é que essa turma se comporta, o que essa turma sabe, o que essa turma não sabe, porque nós vamos pegar turmas do fundamental II ao médio. Então, [preciso saber] coisas que elas viram antes de entrar no quinto ano, saber se sabem, tentar antecipar alguns problemas que vão responder. Então, eu acho que vou aplicar muito o estudo de aula. A atividade de caráter exploratório é muito legal para você conhecer o aluno. (Alice, entrevista, julho 2021)

Felipe, que já está na sala de aula exercendo as atividades de professor através do estágio remunerado, pontuou que, depois dessa vivência na disciplina de ESO II, passou a ter uma atenção diferenciada em relação ao modo com que costumava observar as dificuldades de aprendizagem dos alunos:

> Investigadora: Essa vivência no estágio, nesse processo formativo de estudo de aula, mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos alunos e para a prática docente?
>
> Felipe: Ajudou bastante, ajudou muito, Cleide. Depois dessa situação que vivenciamos, eu tentei analisar as dificuldades dos meus alunos para auxiliá-los de uma forma que eles superassem cada dificuldade. Então, assim, isso mudou meu ponto de vista quanto a analisar melhor a dificuldade dos meus alunos e não só aplicar o assunto. (Entrevista, julho de 2021)

A resposta de Ana à pergunta acima mostrou uma certa expectativa da futura professora em encontrar um caminho promissor, que viesse a contribuir para a superação das dificuldades dos alunos. Suas concepções sugerem que o estudo de aula é apenas uma possibilidade de reflexão para as diversas dificuldades que permeiam a prática letiva:

> Olhe, professora, eu já carregava comigo, muito enraizada, a ideia de buscar alternativas para essa construção matemática, em todas as fases do ensino básico. Não que essa prática que a gente teve tenha mudado, só que ela me mostrou outros caminhos de buscar aquilo que eu já pensava. Eu tinha um pensamento muito verde ainda, muito cru, sobre tentar desenvolver alguma coisa e essa vivência em ESO II dá alguns caminhos que a gente não conhecia - e, talvez, nunca chegasse a conhecer -, mas foi muito proveitoso, realmente. Quando resolvi ser professora, eu tinha esse pensamento. Não era o que eu fazia antes. Eu estudava para ser engenheira e tranquei o curso para ser professora. Eu já vinha com essa ideia, de que eu iria encontrar isso na sala de aula, e essa vivência em ESO II me ajudou, me mostrou caminhos. Eu acho que foi isso que ela me proporcionou. (Ana, entrevista, julho 2021)

A esse respeito, Ivo destacou que o estudo de aula demonstrou ser importante para identificar as dificuldades dos alunos, a partir das interações construídas na sala de aula. Ele também apontou suas dificuldades pessoais, enquanto professor, como um desafio a ser enfrentado para contribuir com a superação das dificuldades dos alunos:

> Nesse período de estágio, foi agregado a minha formação bastante coisa (...) consegui acrescentar uma experiência incomparável, em relação às dificuldades dos alunos, de acordo com a interação com eles, com [o] desenvolvimento de [suas] aprendizagem, ou ainda, com as dificuldades pessoais muito complicadas de se lidar. (Ivo, produção de documento: relato de experiência)

Síntese

Para os futuros professores, o estudo de aula coloca os alunos no centro da discussão coletiva. Na sua perspectiva, nesse processo formativo, o ensino exploratório pode ser um recurso didático interessante para o desenvolvimento dessas aprendizagens. Os futuros professores mostraram uma certa curiosidade em conhecer práticas de ensino-aprendizagem diferentes das que consideravam já difundidas e pensavam que o estágio

deve criar espaços de discussão nos quais eles possam revelar suas expectativas sobre a prática letiva. Consideraram, também, que a formação inicial deve discutir as dificuldades pessoais em relação à prática docente.

O papel do planejamento

O planejamento surgiu nos discursos dos participantes como a fase do estudo de aula potencialmente interessante para o desenvolvimento de seus conhecimentos. A importância dessa fase surgiu, em seus discursos, através da ênfase a algum contexto que fez parte do planejamento. Para Júlia, que, apesar de estar na formação inicial, leciona desde o seu ingresso na licenciatura, essa é a realidade de alguns outros futuros professores. Seu discurso chamou atenção pela ênfase que ela deu às modificações que já faz em sua prática docente, a partir do planejamento da aula de investigação, nesse estudo de aula. O entendimento inicial foi que ela estava falando do contexto do estágio, mas, depois, ela confirmou que se referia à disciplina de ESO II. Para a futura professora, o planejamento foi fundamental para compreender que o aluno é o principal "protagonista" da prática docente, quando, antes, seu foco era o assunto e a preocupação com a sua própria prática. Seus comentários sugerem que Júlia se tornou mais atenta ao que o aluno precisa aprender:

> Eu aprendi muita coisa e isso mudou o que eu já praticava na experiência, porque eu já leciono há 3 anos. Eu aprendi novas coisas, novas técnicas. Eu planejava minha aula de uma forma e, agora, eu já faço de outra forma.
>
> Investigadora: Você já está falando da interferência e da vivência em ESO II?
>
> Isso. Quando eu entrei na licenciatura, eu comecei a lecionar… então, eu achei que, se eu tivesse estudado essa disciplina de ESO antes de eu lecionar, eu já teria outro olhar de como seria minha prática docente. Eu já consegui mudar algumas coisas que eu praticava, consigo trabalhar melhor o planejamento. Acho que o planejamento foi o ponto crucial. Eu não fazia ideia… da forma que eu aprendi a fazer, eu não fazia visando as habilidades da BNCC. Eu visava alguns objetivos em si, mas não tinha o aluno como protagonista, eu tinha o assunto como protagonista. Eu estava muito voltada para o que eu precisava fazer na aula e não para o que o aluno precisava aprender durante a aula. Então, isso foi muito importante para eu ver o que eu fazia de errado, e melhorar e aperfeiçoar isso em mim, entendeu? (Júlia, entrevista, julho de 2021)

Ivo entendeu o estudo de aula como um "método e estrutura" que favorece o ensino, através do conhecimento dos conteúdos e dos alunos. O uso das palavras método e estrutura para caracterizar o estudo de aula ficou subentendido como o processo que favorece, também, conhecer métodos, técnicas, estratégias e outros conceitos que ainda

não estão claros para a maioria dos futuros professores. Depois, ele ressaltou que o estudo de aula contribuiu para o desenvolvimento de suas aprendizagens no que se refere ao conteúdo e às aprendizagens dos alunos:

> O estudo de aula é um método, é uma estrutura de passar o conteúdo muito, muito rica. Ele [estudo de aula] agrega bastante com o uso das técnicas de planejamento, de estudos de conteúdos, de estudo da turma a que vai ser aplicado [o plano de aula], de planejar bem a aula que vai ser ministrada, porque isso é uma dificuldade que a gente encontra bastante, principalmente, em relação ao tempo. Planejar bem a aula, estudar, ver os pontos que os alunos vão ter dificuldades, os pontos que a gente pode explorar, e explorar melhor, é por isso que o estudo de aula foi apresentado para agregar conhecimentos, tendo, aí, um resultado melhor em relação a passar o conteúdo [ensinar], em relação à aprendizagem dos alunos e à aprendizagem da gente, também. (Ivo, entrevista, julho 2021)

Alguns futuros professores se referiram ao plano de aula como a síntese dos elementos que foram analisados pelo grupo e que orientam a atividade a ser desenvolvida na aula de investigação. A esse respeito, Ana considerou que o estudo de aula promoveu outro sentido ao plano de aula, não somente para mostrar uma aula pronta mas também como um instrumento de estruturação de tudo que se foi pensado anteriormente:

> Outro sentido para o plano de aula é não só ter uma aula pronta, ali, para apresentar mas [também] todos os outros apoios que ele fornece no momento em que a gente tem um objetivo bem definido, que se têm estratégias e estratégias alternativas, para tentar desempenhar tudo aquilo que a gente pensou originalmente. (Ana, entrevista, julho 2021)

Ao se referir ao plano de aula, Júlia utilizou as palavras elaboração e aplicação, do plano de aula, como fatores que colaboraram para a sua aprendizagem. Supõe-se que a futura professora considerou que a elaboração do plano de aula se deu depois do desenvolvimento de diversas atividades que suscitaram a produção de um documento que orientou os futuros professores durante a aula de investigação, o que, segundo ela, ocorreu sob diversas dificuldades:

> Como foi visto no decorrer desse relato, foram inúmeras as dificuldades ao longo da realização da atividade [aula de investigação], entretanto foi uma experiência extremamente proveitosa, pois, além de ser um contato com diferentes alunos, em situações distintas, ainda tivemos um aprendizado sobre a importância da elaboração e da aplicação do plano de aula através de aulas investigativas, (Júlia produção de documento: relato de experiência)

Na entrevista, Júlia voltou a falar do plano de aula, alegando que, antes da vivência, nesse processo, não reconhecia a importância de elaborar um plano de aula, porque sua prática docente se baseava no assunto e na tarefa selecionada, sem nenhum

objetivo atrelado às aprendizagens dos alunos, nem às possíveis estratégias didáticas para ajudar seus alunos:

> Era muito difícil eu elaborar um plano de aula, porque eu tinha muito aquela coisa de: 'tal dia, vai ser aquele assunto e tal tarefa, tal dia, tal assunto, tal tarefa'. Eu não tinha a visão dos objetivos no plano de aula, o que eu quero que o aluno aprenda, o que eu farei se o aluno não aprender, [precisava] ter uma alternativa. Isso, para mim, mudou tudo. (Júlia, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores que já exercem atividades docentes, na escola regular, passaram a refletir sobre as suas práticas a partir dos elementos discutidos na fase de planejamento. Suas reflexões se baseiam, especialmente, na comparação entre o que eles estavam a realizar na sala de aula e as possibilidades didáticas proporcionadas pelo estudo de aula, em particular, nessa fase. Os futuros professores reconheceram que um dos papéis do planejamento é tornar o aluno o protagonista do processo de aprendizagem, rompendo com a cultura da centralidade do conteúdo na prática letiva. Ao tornar o aluno foco do processo, eles entenderam que as aprendizagens dos alunos são o que, de fato, importa à prática letiva. No que diz respeito às contribuições do plano de aula como síntese do planejamento, entenderam que esse instrumento didático apoia o professor na organização da prática letiva. Finalmente, reconheceram que o planejamento faz parte da atividade docente, pois, sem ele, não se consegue realizar uma prática letiva bem-sucedida.

10.8 Potencialidades, condicionante e limitações do estudo de aula no estágio supervisionado

Potencialidades

Ao descrever as potencialidades do estudo de aula realizado no estágio supervisionado, os futuros professores selecionaram os aspectos mais relevantes desse processo. Por exemplo, Ana sintetizou muito do que os futuros professores apresentaram tanto nos seus relatos quanto nas entrevistas. De acordo com a futura professora, o estudo de aula contribui para a formação do professor, uma vez que lhes permite entender as dificuldades dos alunos e modificar suas práticas docentes. Ela citou que, comumente, a formação inicial propõe práticas de ensino diferenciadas, com foco no contexto do aluno,

mas que, na prática de sala de aula, não se consegue observar mudanças significativas e o futuro professor acaba por reproduzir essas práticas se baseando em suas próprias imagens. Depois, ela indicou que o estudo de aula tem potencial para romper com práticas docentes reprodutivas, quando, muitas vezes, a própria formação inicial não consegue encontrar caminhos para essa ruptura. Ana também falou da viabilidade do estudo de aula para a construção de seus conhecimentos:

> Eu achei a proposta do estudo de aula fantástica do ponto de vista da formação do professor. Não só pela parte de tentar entender as dificuldades do aluno, que é o ponto principal, mas de modificar as práticas do professor. Muitas vezes, a gente está falando: 'não, é porque as práticas têm que ser diferentes, têm que ser mais construtivas, elas têm que prestar atenção ao meio sociocultural do aluno, que influencia na aprendizagem dele'. A gente vem, desde o primeiro período, cultivando isso na mente, mas, quando chega na prática, a gente não consegue realmente desenvolver essa ideologia, a gente não consegue. Geralmente, a gente reproduz. Eu já faço estágio há dois anos, sem ser o estágio obrigatório, e eu tento muito sair dessa via de reproduzir. Você ouve que isso, no meio acadêmico, até pelos professores mais novos… você ouve dizer: 'não, essa nova geração vem diferente', mas, não, nem sempre isso realmente acontece. A gente emprega, discute, cultiva, mas, quando chega na hora da prática, nem sempre realiza. Então, essa parte de entender primeiro o estudo de aula, o sentido dele, os benefícios que ele pode trazer, não só para o professor, não só para o aluno, mas para a educação, para a construção do conhecimento, isso foi muito importante, particularmente para mim. (Ana, entrevista, julho 2021)

Notou-se que a aproximação do estudo de aula à pesquisa foi outro ponto de destaque na visão dos futuros professores, o que, para André, "foi uma certa surpresa, porque fugiu do que eu esperava", considerando que "observar um professor foi uma pegada mais de fazer pesquisas sobre uma metodologia, assim, pesquisar mesmo", já que o comum no estágio seria "acompanhar uma aula direta e fazer um mini relato sobre cada aula" (Entrevista, julho de 2021). Por sua vez, Manoel falou dessa aproximação do estudo de aula com a pesquisa colocando o futuro professor no papel de pesquisador:

> As potencialidades desse processo foram ver a aplicação de uma aula através do olhar de um professor em formação, com o olhar de pesquisador, o olhar de alguém que está querendo melhorar o processo de ensino e de aprendizagem. Esse foi o ponto positivo. (Manoel, entrevista, julho de 2021)

Para Eva, "ver o desenvolvimento do aluno… as estratégias para resolver as tarefas e ver as lacunas que ainda existem para aquele determinado assunto que a gente está investigando" foram os critérios aos quais ela se referiu como os que lhe chamou mais a atenção. Enquanto Tiago considerou o estudo de aula como "uma nova perspectiva

de estruturação da sala de aula, que se liga diretamente à escola como formadora… eu vejo como essa metodologia é prática e se torna viável. (Entrevista, julho de 2021).

Outra categoria valorizada pelos futuros professores foi a colaboração. Observou-se no discurso de Maria o quão presente é a individualização do futuro professor na realização de suas atividades. Em seu discurso, ela constatou que a colaboração promoveu um ambiente harmonioso, em que todos os participantes reconheceram seus papéis e o executaram de modo a fazer com que o trabalho fosse promissor:

> Eu acho que uma potencialidade é a questão da colaboração - essa foi uma das partes mais importantes para mim. Nós não temos esse costume, normalmente, o ambiente é bem competitivo. Na nossa cabeça, está todo mundo ali atrás de uma notinha melhor e correndo atrás de uma iniciação científica ou mestrado, qualquer coisa a gente pensa nisso: 'tenho que ser a melhor ou o meu trabalho tem que ser o melhor'. No planejamento colaborativo, era o mesmo trabalho, então, todo mundo tinha que fazer a sua parte muito bem para que o trabalho fosse para frente. Eu penso que essa é uma parte positiva muito boa, além de poder pensar melhor nas nossas fraquezas, na importância do planejamento. (Maria, entrevista, julho de 2021)

A reflexão pós-aula foi destacada pelos futuros professores como parte indispensável ao processo de estudo de aula. Para Ana, todas as fases do estudo de aula constituem um conjunto que, se bem realizado, acaba por ser bem construtivo, apesar de que foi a reflexão pós-aula que se revelou como a fase mais importante do processo. No seu ponto de vista, foi nessa fase que se verificou o que deu certo, o que deveria ter sido modificado e a importância dos participantes como observadores:

> Eu acho que o mais importante é a reflexão em conjunto, de todas as partes, depois que elas [aulas de investigação] são aplicadas. Você pensa que a aplicação da aula é o mais importante, mas, para mim, na verdade, não é, é a reflexão que vem depois dessa aplicação sobre o que foi visto, sobre o que poderia ser diferente, sobre o que deu certo, sobre o que não deu certo e sobre os vários pontos de vistas, porque, às vezes, uma pessoa observou um detalhe, outra observou outro detalhe e disso tudo pode se construir as modificações ou não, necessárias àquela prática e àquele conteúdo, etc. Então, eu acho que cada parte tem o seu papel e o conjunto acaba sendo um trabalho, se bem empregado, se praticado direito, muito construtivo. (Ana, entrevista, julho de 2021)

Finalmente, a conclusão de Davi certifica os diversos entendimentos dos futuros professores sobre o estudo de aula, quando realizado no estágio. No seu ponto de vista, esse processo formativo dá ao futuro professor opções para desenvolver sua prática docente. Além disso, ele deu a entender que o estágio é o ambiente propício para a realização do estudo de aula, pois pode tornar o futuro professor capaz de repensar sua

profissão, a partir das diversas categorias que o estudo de aula pode promover. A esse respeito, Davi sugere que esse processo deve ser levado para as diversas licenciaturas:

> [O] estudo de aula] É uma forma de abranger nosso campo de conhecimento sobre uma determinada aula. É muito interessante a gente ter a opção de fazer isso ou fazer aquilo. É possível criar, na minha prática docente, futuramente, projetos até envolvendo esse estudo de aula, envolvendo uma escola, o que fica muito interessante. Eu sugeri, no meu relato, que isso deve ser feito em outras universidades e em outros cursos. [É preciso] Essa inclusão, não só na matemática. (Davi, entrevista, julho de 2021)

Síntese

Os futuros professores, ao se referirem às potencialidades, consideraram que o estudo de aula contribuiu para a formação do professor, especialmente, no que tange às aprendizagens dos alunos e às mudanças de concepções das práticas docentes. Consideraram, ainda, que o estudo de aula promoveu a sua reflexão sobre as suas concepções da profissão, o que tem a ver com as crenças e com as imagens construídas ao longo de sua formação na escola básica, impondo à formação inicial modificar essas crenças e construir novas imagens sobre a profissão. Como resultado disso, eles têm expectativas de mudanças que se reflitam na prática de sala de aula, como indicou uma futura professora. O estudo de aula permitiu aos futuros professores compreenderem que a prática letiva depende da construção do conhecimento sobre o conteúdo, sobre os alunos e suas aprendizagens e sobre a prática letiva. Os futuros professores também se referiram à pesquisa como sendo impulsionada pelo estudo de aula. Finalmente, consideraram que, para a realização dessa pesquisa, foi necessário que o grupo realizasse suas etapas de forma colaborativa.

Condicionantes e limitantes

Durante o processo do estudo de aula realizado na disciplina de estágio, identificamos alguns condicionantes e limitações para a realização desse processo, no estágio supervisionado, que serão discutidos, especificamente, nesta sessão. Para isso, selecionamos fatores que foram reconhecidos pelos futuros professores quando convidados a avaliar o processo do estudo de aula, na formação inicial. Também, direta ou indiretamente, os condicionantes e as limitações surgiram nos discursos dos futuros professores durante a fase de reflexão pós-aula e nos documentos escritos (Relatos de experiência).

Na visão de Davi, o estudo de aula exigiu a participação de todos os envolvidos no processo e o cuidado para que não acontecessem a fragmentação das ações e a participação apenas de alguns membros do grupo:

> As limitações, como vimos no curso, [incluindo] a não participação de todos os envolvidos, podem gerar alguns problemas, porque, como é um processo, algo gerado [para ser] muito colaborativo, se alguém ao lado falha ou alguma coisa falha, já vai ficar um pouco defasada aquela situação, porém outra pessoa pode chegar com uma boa ideia e contribuir com o processo. (Davi, entrevista, julho de 2021)

Compreensão muito próxima teve Maria ao considerar que a colaboração é uma potencialidade do estudo de aula, porém apontou algumas dificuldades inerentes às vivências nessas práticas. No seu entender, a falta de assiduidade pode comprometer a comunicação entre os participantes, o que é fundamental, pois a falta de participação de alguns membros do grupo causa algum descompasso nos diálogos entre os participantes. Dessa forma, a futura professora reconhece que a dedicação do grupo é o condicionante:

> Outra coisa que eu observei é que nem todo mundo participava tanto e, aí, dava um problema na comunicação, em geral, porque não adiantava, por exemplo, estar seis ou sete pessoas, em uma aula, discutindo e, na próxima aula, criticarem o que a gente fez na aula anterior - por isso que a gente ficava até rodando em várias coisas, sem ir para lugar nenhum. Por conta disso, eu acho que todo mundo tem que ser bem participativo nesse processo. (Maria, entrevista, julho de 2021)

Outro fator reconhecido pelos participantes foi com relação à demanda de tempo. Ivo, por exemplo, enfatizou que o "tempo é o desafio do estudo de aula", assim como encontrar professores "que queiram nos ajudar nesse estudo de aula e que também tenham tempo para ajudar e se envolver". A gestão do tempo também foi destacada por Tiago, que reconheceu que, no processo formativo de estudo de aula, "precisa-se de gestão de tempo e, infelizmente, a nossa realidade impediu isso". A realidade a que ele se refere foi a vivência de todo o processo no contexto remoto.

Devido à necessidade do ambiente remoto para a realização do estudo de aula no estágio, neste período pandêmico, os futuros professores, em diversos momentos da disciplina, apontaram as dificuldades desse ambiente para a sua realização, destacando, principalmente, os desafios para observar as aprendizagens dos alunos. Diante disso, ao serem convidados a pontuar as dificuldades, os desafios do estudo de aula no estágio, vários futuros professores foram contundentes com relação às dificuldades oriundas do ambiente remoto. No caso, concordando com esse posicionamento de Manoel, que considerou que a maior "dificuldade foi pôr em prática em um ambiente remoto", Eva

afirmou que “a limitação, eu acho que foi a questão de estar no remoto”, por compreender “que o estudo de aula se torna muito mais, assim, efetivo quando a gente está vendo o aluno fazendo, passa nas cadeiras deles, dá uma dica, gera uma dúvida. Tudo com uma participação maior, uma interação maior.” (Entrevista, julho 2021).

Compreensão concordante com a de Eva teve Maria ao afirmar que, no presencial, as conclusões sobre a aula de investigação, se “presencialmente, teríamos tirado mais conclusões acerca das observações das aulas, uma vez que estaríamos observando tudo de perto, vendo como os alunos reagiam a cada etapa do plano de aula”. (Produção de documento: relato de experiência). Maria também considerou que o ambiente remoto afetou a comunicação na aula de investigação, visto que não favoreceu o uso do recurso visual para compreender comportamentos e atitudes dos alunos. Para a futura professora, a observação da aula de investigação é fundamental no estudo de aula, mas que esse formato não beneficia essa categoria, prejudicando, assim, a fase de discussão e de reflexão pós-aula:

> E, aí, com todo o problema do remoto, a comunicação é bastante afetada (...) eu vejo que, talvez, no presencial, seria mais interessante até para esse ESO, não é? Uma limitação do estudo de aula no ESO II foi o fato de ser online, porque presencialmente a gente consegue identificar melhor algumas coisas que estão acontecendo durante a aula, como os alunos estão se comunicando. Até com a questão da expressão corporal, que alguns professores conseguem perceber quando a gente está só com a bolinha lá, ou com a foto do aluno e ele não fala nada, fica muito difícil identificar os problemas, o que é uma parte interessante do estudo de aula. Quer dizer, eu acho que é uma das partes mais relevantes, a parte da observação, porque, sem a observação, a gente não consegue ter toda a nossa reflexão. Eu vi que a única questão ESO II foi essa. (Maria, entrevista, julho de 2021)

Da mesma forma pensou Manoel ao afirmar que o ensino remoto não possibilitou o acesso à resolução dos alunos, visto que a única informação disponibilizada foi a participação verbal deles na aula de investigação:

> O ensino remoto abre espaço para as dúvidas em relação à execução da tarefa exploratória. Não é possível saber se os estudantes tentaram fazer as questões, então, a única informação disponível foi a participação dos estudantes na aula. Com base apenas nesses dados, não houve indícios de evolução na aprendizagem de álgebra. Entretanto, como não tive acesso às supostas tentativas de resolução das questões, não posso concluir, de uma maneira geral, se houve ou não um desenvolvimento do pensamento algébrico. (Manoel, produção de documento: relato de experiência)

Síntese

O desconhecimento do estudo de aula foi um condicionante considerado pelos futuros professores, porque exigiu deles compreensões do processo para fortalecer o

desenvolvimento de todas as suas etapas e para que seus objetivos fossem alcançados. Também entenderam que o estudo de aula exige do grupo uma organização que contemple todas as etapas do processo, principalmente no que respeita à participação ativa e igualitária de todos os membros do grupo, pois problemas como a concentração de atividades sobre alguns membros do grupo e a ausência de membros do grupo e/ou o descompromisso na realização das atividades são fatores que podem comprometer a sua realização. Outro fator de destaque foi com relação ao tempo. A esse condicionante, associam-se duas condições. A primeira se refere às demandas do estudo de aula. Na formação inicial, o envolvimento dos professores da escola se torna imperativo e, caso isso não ocorra, o estudo de aula pode se tornar apenas mais uma atividade a realizar no estágio, permanecendo, assim, o distanciamento entre escola e universidade. Depois, é necessário um investimento teórico, no qual todas as atividades devem ser orientadas com o apoio do estudo em materiais curriculares, para construir uma relação entre teoria e prática, tão necessária ao estágio. A segunda condição foi que esse estudo de aula, em particular, contemplasse o período correspondente à carga horária da disciplina de ESO II. Em qualquer dos casos, os futuros professores entenderam que o estudo de aula é um processo que exige um considerável tempo para a sua realização. Por fim, os futuros professores indicaram ser o ambiente remoto a principal limitação para a realização do estudo de aula em que se desenvolveu todo o seu processo, com destaque para a aula de investigação, devido às dificuldades de observar o comportamento do aluno.

CAPÍTULO 11

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo final apresento uma breve síntese do presente estudo, apresento a resposta às questões de investigação formuladas e termino com uma reflexão geral sobre a realização deste trabalho.

Síntese do estudo

O conhecimento necessário à docência é tema de discussão cada vez mais frequente nas investigações sobre a formação inicial do professor. Os desafios que se colocam a esta formação transcorrem principalmente por duas vertentes: a primeira, se refere à subjetividade da construção do conhecimento docente, levando em consideração as perspectivas sociais, culturais e políticas do futuro professor. A segunda oportuniza uma formação que permite relacionar as diversas dimensões do conhecimento docente no percurso da formação inicial.

Dada a complexidade do desenvolvimento do conhecimento necessário à docência de futuros professores, é importante compreender como provocar mudanças na formação inicial em Matemática. Em especial, é necessário aprofundar os conhecimentos matemático e didático do futuro professor, de modo a estabelecer relações entre eles, o que é essencial para uma revisão desse espaço da formação. Além disso, é necessário envolver o futuro professor na construção do *conhecimento para o ensino da Matemática,* para o que é imperativo repensar os processos empíricos, considerando que a construção de sentido desses conhecimentos se configura na prática letiva a partir da reflexão crítica de suas dimensões.

Questões que tratam do conhecimento para o ensino de Matemática configuram-se no centro das discussões desta pesquisa, sendo no processo do estudo de aula que se busca

construir entendimentos sobre as relações que se estabelecem entre as dimensões do conhecimento para o ensino de Matemática de futuros professores, a partir de suas reflexões e ações sobre e na vivência do processo formativo de estudo de aula.

Esta pesquisa desenvolveu-se no contexto do estágio supervisionado, cuja importância para a formação inicial se evidencia na aproximação do futuro professor com o espaço da profissão para conhecer sua realidade. O conhecimento para o ensino de Matemática, o estudo de aula e o estágio supervisionado são os principais eixos teóricos e empíricos desta pesquisa. Pretendo encontrar resposta com vista a atender ao objetivo de conhecer as potencialidades e os fatores condicionantes do estudo de aula na formação inicial do futuro professor de Matemática, na disciplina de Estágio Supervisionado, no que concerne ao desenvolvimento do seu conhecimento didático. Diante desse interesse, derivam-se as seguintes questões:

1. De que modo a participação em estudo de aula contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, especialmente:
    i) no que respeita às orientações e aos materiais curriculares para compreender como abordar o conteúdo matemático durante a prática de ensino?
    ii) na elaboração, na adaptação e na resolução de tarefas matemáticas exploratórias, considerando as suas potencialidades para a aprendizagem dos alunos?
    iii) na antecipação das possíveis estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das tarefas?
2. Como os participantes avaliam os contributos do processo de estudo de aula para o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores e que limitações e condicionantes apontam?

Para tratar dessas questões, optei por uma abordagem interpretativa, com observação participante, para entender os significados que os vinte e sete futuros professores e as duas professoras formadoras atribuíram aos aspectos teóricos e práticos vivenciados nos estudos de aula, realizados de modo totalmente remoto nas turmas LM1 e LM3 da disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório II. Devo esclarecer que, em cada turma, foi realizado um estudo de aula independente, sem nenhuma interferência nos seus objetivos, sendo *eu* o único vínculo. Devido ao número de futuros professores das turmas LM1 e LM3, adaptações foram feitas de modo a contribuir para as suas aprendizagens, não se notando algum prejuízo causado pelas adaptações feitas para atender ao perfil da turma nas aprendizagens desses futuros professores.

Apesar de um plano de trabalho que previamente elaborei com a revisão das professoras formadoras, à medida que transcorriam as atividades, adaptações foram também feitas com o objetivo de atender aos futuros professores quando revelassem seus próprios interesses de aprendizagem. Dessa forma, foi possível identificar o envolvimento e o modo como estes se organizavam para cumprir as atividades.

Conclusões do estudo

1. De que modo a participação em estudo de aula contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, especialmente, no que respeita às orientações e aos materiais curriculares para compreender como abordar o conteúdo matemático durante a prática de ensino?

Destaco o investimento dos futuros professores para analisar, de forma crítica, os documentos oficiais para o ensino de divisão e equações algébricas, nos quais identificaram conceitos relacionados aos objetivos de aprendizagem, às habilidades e competências a desenvolver nas aprendizagens dos alunos. Nas discussões, sobressaiu-se a ideia de que os materiais curriculares ignoram as dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio em conteúdos básicos, considerando que os conceitos e as operações básicas já são aprendizagens desenvolvidas. Nesse sentido, os futuros professores perceberam que há uma ruptura na forma como os conteúdos de divisão são tratados nos diferentes níveis de ensino.

Nos anos iniciais, o aluno constrói conceitos facultando as operações básicas dos números naturais como principal estratégia de aprendizagem, não sendo isso, aparentemente, reforçado nos anos subsequentes. A partir disso, os futuros professores comungaram da mesma ideia de que tais dificuldades dos alunos impõem à prática letiva uma revisão nesses conteúdos nos anos finais do Ensino Fundamental, mesmo no conjunto dos números naturais. Somando-se a essa realidade, estão as dificuldades para a construção de conceitos e de operações, que são próprias dos conjuntos dos números inteiros, racionais e reais, incluindo o desenvolvimento do pensamento algébrico e o uso de técnicas operatórias de equações de 1.º grau. A construção de conceitos desses conteúdos que depende de conhecimentos já construídos, incluindo as operações básicas, em especial de divisão. Acrescenta-se a isso que os futuros professores reconhecem essa lacuna nas aprendizagens dos alunos dos conteúdos de divisão, a qual parece ser de difícil solução. Advém disso à necessidade de discutir e repensar a preparação do professor, no

ambiente da formação inicial, para a compreensão desses problemas, supondo intervenções promissoras na profissão.

Nesse percurso inicial de construir ideias a partir das orientações curriculares, os futuros professores mostraram ter compreendido os conceitos pertinentes ao ensino dos conteúdos de divisão e de equações do 1.º grau. À medida que apresentavam suas ideias, eles discutiam, com profundidade, conceitos relacionados aos conteúdos, que somente ganham sentido no contexto do ensino, como é caso de divisão por partição, por mensuração ou por cota. Para isso, supuseram diferentes situações para justificar seus entendimentos e esclareceram que as tarefas de divisão por partição tendem a ser privilegiadas na prática letiva. A partir disso, consideraram que os conceitos associados à partilha, à mensuração e à cotição, quando trabalhados na mesma proporção na prática letiva, vêm a contribuir para as aprendizagens. Também consideraram que predominam na prática docente, na perspectiva do conceito, as técnicas operatórias do algoritmo de Euclides, conhecido como o teorema fundamental da divisão, em que o papel do aluno é resolver extensas listas de exercícios para memorizar a técnica. Isso, resulta em aprendizagens de poucos alunos. Não negando a importância das técnicas operatórias, os futuros professores reconheceram que construir significados para os termos do algoritmo da divisão é fundamental nas aprendizagens dos alunos, senão o uso do algoritmo da divisão passa a ser ferramenta de memorização, o que tem sido um dos principais obstáculos nas aprendizagens dos alunos. Percebe-se a atenção dos futuros professores para a discussão dos conceitos que foram tratados nos materiais curriculares, mas também houve uma atenção para compreender as tarefas que se apresentavam nos materiais curriculares estudados. Essa atenção teve o objetivo de identificar o sentido atribuído aos conceitos citados, como também foi o caso de inverso multiplicativo.

Por sua vez, as discussões coletivas sobre os conteúdos de equação do 1.º grau também revelaram o interesse dos futuros professores em compreender as insistentes dificuldades dos alunos ao resolverem equações aritméticas e algébricas deste grau. Os erros se apresentam como respostas dos alunos a suas dificuldades em compreender as técnicas operacionais dos coeficientes das equações, impulsionando os alunos à memorização de regras. Depois, os futuros professores voltam a considerar que as dificuldades nas operações aritméticas com números reais se potenciam nesses conteúdos, pois, mesmo que os alunos tenham memorizado as técnicas para transpor os coeficientes de um membro para outro, novos obstáculos surgem no contexto das operações básicas. Soma-se a essas dificuldades o conceito de equivalência associado à igualdade nas

equações de 1.º grau, o que, muitas vezes, serve de orientação para a manipulação dos coeficientes, que, quase sempre, é da esquerda para a direita. Uma questão pertinente que se destacou nas discussões sobre a construção de conceitos e sobre as dificuldades dos alunos nos conteúdos de equações algébricas é a passagem do pensamento aritmético para o algébrico. O conceito defendido pelos futuros professores foi que o desenvolvimento do pensamento algébrico depende da aprendizagem do aluno em estabelecer relações, em operar com o desconhecido, em construir significados, em modelar e em generalizar. Ainda sobre o pensamento algébrico, mencionaram as dificuldades dos alunos em considerar a abstração matemática como viés à leitura e à interpretação dos objetos algébricos. Nesse ponto, eles não observaram que a Matemática é uma ciência naturalmente abstrata e que essa abstração é necessária ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Embora sendo essa discussão sobre o conteúdo matemático para seu ensino um dos eixos centrais na formação inicial do professor, não houve um aprofundamento nem exemplificação das características de cada uma dessas subcategorias que foram tratadas ao olharem para os materiais curriculares dos conteúdos de divisão e pensamento algébrico. Justifica-se para isso dois entendimentos: (i) se refere ao tempo de estudo, porque a formação inicial tem um cronograma para atender uma demanda de formação vasta; e (ii) não é possível ao futuro professor aprofundar-se nos primeiros contatos com os aspectos teóricos dos conteúdos para seu ensino. O que fica certo, é a necessidade de uma orientação para o processo de sua formação continuada, em que outros investimentos podem ser feitos.

No que respeita ao estudo de tarefas como um elemento da teoria, isso se revelou para os futuros professores como uma surpresa, em que confirmaram não conhecer várias de suas características. As imagens construídas pelos futuros professores sobre tarefas baseavam-se nos exercícios, como atividades de repetição e de memorização, e nos problemas, cujo entendimento reporta a uma situação enunciada na língua materna, ou seja, um enunciado que descreve uma possível situação real. Nessas discussões, os tipos de tarefa, os seus graus de desafio e a sua natureza mostraram ser relevantes, porque os futuros professores compreenderam que, para cada tipo de tarefa, há uma comunicação específica na sala de aula entre professor e alunos. Quanto à prática docente, eles entenderam que a organização e a condução da tarefa são dois elementos que podem intensificar o envolvimento do aluno, atribuindo-lhe responsabilidade sob a tarefa. Para

isso, cabe ao professor adotar estratégias que se organizam em antecipar, propor, monitorar, selecionar e sequenciar as resoluções dos alunos.

Dos tipos de tarefas estudadas, especialmente as exploratórias, os futuros professores situaram suas características de acordo com: i) o menor nível de dificuldade em relação aos problemas; ii) a aprendizagem do aluno, já que ele constrói seu entendimento sobre os objetos matemáticos; e iii) a exigência ao professor, pois requer conhecimentos matemáticos para além do explícito. Um ponto interessante nessas discussões foi observar os futuros professores ao se sentirem desafiados a elaborar tarefas exploratórias, considerando ser uma atividade trabalhosa. Podem concluir-se dois aspectos em torno desse entendimento: o primeiro é que ele pode ser uma condição de ruptura nas concepções dos futuros professores sobre os exercícios e problemas, os quais são tarefas já suas conhecidas; o outro aspecto, como parte da cultura docente, é que cabe ao professor selecionar tarefas já disponíveis, dado o desconhecimento da necessidade de se elaborarem tarefas como um atributo da atividade docente. Em qualquer caso, estas ideias revelam que esse tema não faz parte do currículo do futuro professor como um contributo ao desenvolvimento de seu conhecimento didático, tornando necessária a sua abordagem na formação inicial, visto que a prática letiva tem como principal recurso as tarefas matemáticas. Nessa perspectiva, o estudo teórico também possibilitou ao futuro professor conhecer as dificuldades da prática letiva. Isso mostra a importância de tratar desse tema nos espaços de formação, pois o estudo de tarefas se vincula ao estudo do conteúdo e de suas contribuições nas aprendizagens dos alunos.

O plano de aula foi outro ponto que embasou as discussões coletivas, cujo interesse foi se apoiar em um referencial que viesse a construir ideias fundamentadas, para além das concepções pessoais sobre esse instrumento. Inicialmente, os futuros professores elencaram um conjunto de dificuldades sobre a formalização do plano de aula, como um instrumento de orientação à prática docente, dentre as quais se destacou que o trabalho docente envolve muitas turmas de diferentes anos escolares e que, considerando que cada turma tem sua própria realidade, sua elaboração sistemática se torna inviável na prática docente. Sendo assim, isso resulta na prática do professor muito mais centrada no assunto do que no aluno. A compreensão dos futuros professores sobre os desafios que se apresentam à profissão, além de conveniente, torna-se ponto de discussão sobre como tornar o aluno o centro da prática letiva. A esse respeito, os futuros professores destacaram as dificuldades dos alunos como sendo um critério básico a considerar no plano de aula, haja vista que elas se apresentam de maneiras distintas, dada a diversidade

dos alunos na sala de aula, e que, portanto, suas aprendizagens ocorrem em ritmos e de formas diferentes.

Para os futuros professores, o plano de aula é um guião de orientação sobre o que pode acontecer na aula, tendo como um dos objetos prever situações para minimizar riscos. Essa discussão também levou os futuros professores ao entendimento de que o plano de aula não é um instrumento inflexível, tornando possível considerar que, para eles, este plano pode servir para uma análise reflexiva dos acontecimentos ocorridos na aula, tanto na perspectiva do ensino como na da aprendizagem.

Diante disso e concordando com Pimenta e Lima (2019), essa aproximação do futuro professor com os aspectos teóricos, nas disciplinas de estágio, é indispensável para que os futuros professores desenvolvam um pensamento crítico das situações de ensino. Correspondente, não se pode pensar um processo formativo, principalmente na formação inicial, com base na instrumentalização da prática. Não foi interesse dessa fase do estudo de aula aparelhar o futuro professor com teorias, mas, partilhando com Korthagem (2010), conhecer o que se sabe sobre os objetos do conteúdo e do didático relacionando a situações problemática já identificadas.

É concebível que, neste espaço formativo, o futuro professor ponha em conflito suas crenças acerca da prática letiva e da profissão, sobre as quais, muitas vezes, consideram apenas a dimensão prática. Cabe destacar também que o contato incipiente com as teorias pode ter pouco impacto, inclusive no decorrer da própria formação inicial. Porém, as leituras e as discussões iniciais sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática tiveram o objetivo de oferecer ao futuro professor elementos que lhe permitissem questionar de forma coerente, a partir de reflexão proativa, conceitos que consideramos práticos e conceitos de natureza essencialmente teórica. Apesar de ser possível que os futuros professores, ao se inserirem na profissão, esqueçam muitas das ideias discutidas, mesmo assim, essas teorias, são necessárias, porque proporcionam uma possibilidade de construção de um pensamento crítico. Para Ponte (2008), pensar criticamente sobre a matemática e seu ensino é parte importante na construção de um professor investigador da sua própria prática, cujo papel é encontrar soluções para os problemas que se apresentam na prática, respaldando-se em situações já analisadas e consideradas promissoras. Por fim, assim como Carrol (2013), considero a complexidade da relação teoria e prática, mas percebo o estudo de aula na formação inicial um processo promissor de integração entre teoria e prática como entidades inseparáveis.

2. De que modo a participação em estudo de aula contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, especialmente, na elaboração, na adaptação e na resolução de tarefas matemáticas exploratórias, considerando as suas potencialidades para a aprendizagem dos alunos?

O estudo teórico realizado pelos futuros professores e que antecedeu a elaboração, a adaptação e a resolução de tarefas exploratórias apontou uma evolução para o seu entendimento das características dos tipos de tarefa: exercício, problema, tarefas de exploração e investigação. Inicialmente, percebe-se o desconhecimento dos futuros professores sobre a temática, no entanto, ao longo das discussões sobre seus conceitos, registou-se uma compreensão de suas características, principalmente, sobre o papel de cada uma delas na prática letiva. Relativamente às tarefas exploratórias, os futuros professores apontaram que: (i) por serem abertas, são mais livres e menos sistemáticas e podem ser usadas para introduzir um conteúdo ou para problematizar e produzir significados para um conceito matemático; (ii) possibilitam ao aluno elaborar estratégias de resolução informais, com efeito na progressão de um pensamento mais formal na resolução de tarefas; (iii) promovem uma melhor comunicação na sala de aula, valorizando a argumentação das respostas encontradas pelos aluno; (iv) oportunizam ao professor criar um espaço de aprendizagem em que o aluno realiza a tarefa de forma independente, individual ou em grupo, garantindo a participação produtiva de todos; (v) promovem uma diferente dinâmica de sala de aula, estimulando discussão coletiva; e (vi) contribuem para o desenvolvimento de novos conceitos e fortalecem os já existentes.

Contudo, ao serem convidados a elaborar, a adaptar e a resolver tarefas exploratórias, revelaram-se as dificuldades. Os futuros professores apresentaram os exercícios e os problemas como as tarefas mais interessantes para o desenvolvimento das aprendizagens dos alunos nos conteúdos tanto de divisão como de equações de 1.º grau. Das vinte e uma tarefas sugeridas (dez de divisão e onze de equações de 1.º grau), quatro eram exercícios, quinze eram problemas e duas eram tarefas exploratórias. Todos os exercícios foram retirados de sites de busca. Já, dentre os problemas, cinco foram selecionados, sete elaborados e três adaptados e, dentre as tarefas exploratórias, duas foram selecionadas. Após algumas justificativas sobre as características das tarefas, eles concordaram que alguns exercícios, embora apresentem um texto para se reportar a uma situação, não definem um problema ou uma tarefa exploratória. O que as define, além do que foi dito acima, é o envolvimento do aluno, o grau de desafio e a possibilidade de discussões coletivas em torno de diferentes estratégias. A Tabela 11 é uma exemplificação

de como o estudo teórico realizado não deu conta de romper com as concepções construídas em torno dos exercícios e dos problemas.

Tabela 12: Exemplos dos tipos de tarefas sugerias para a aula de investigação.

Tipos de Tarefas	**Exemplos**
Exercícios: 4 selecionados	1. Efetue: 3036 : 36 2. Uma padaria fabrica 180 tortas por dia e as entrega a cada uma de suas 15 filiais de modo que todas recebam a mesma quantidade de tortas. Quantas tortas cada filial recebe?
Problemas: 5 selecionados 7 elaborados 3 adaptados	João queria ir à rodoviária o mais rápido possível, mas, na tentativa de pedir um Uber, o seu celular descarregou. Como tinha pressa em chegar, encontrou um taxista próximo e perguntou como ele cobraria na corrida. Já que não havia trânsito no momento e nem muitos semáforos no percurso, o motorista falou que o preço seria o da bandeirada, R$4,50, mais R$1,50 por quilômetro rodado por completo. João só tinha R$ 18,00 na carteira e perguntou quanto era a distância até a rodoviária. O taxista falou que era, aproximadamente, 8 quilômetros. a) Se a estimativa do taxista estiver certa, o dinheiro de João será suficiente para pagar a corrida para o seu destino? Justifique. b) Imagine que a distância tenha sido estimada para menos. Até que distância João teria condições de pagar? c) Considerando que o motorista estimou a distância correta da corrida e que o valor da corrida, quando há trânsito, passou para R$ 4,50 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado, quanto faltaria para João pagar na corrida?
Tarefas Exploratórias: 2 selecionadas	Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 7.º ano decidiu se reunir no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, se sentaram quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares. Logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que não sobrasse nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo, juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar. a. Faça um desenho representando a disposição das mesas e dos seus ocupantes. b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma. c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição? d. E se forem colocadas n mesas? e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?

Para justificar suas escolhas pelos exercícios, os futuros professores consideraram-nos como sendo um instrumento de diagnóstico das dificuldades dos alunos,

principalmente, no que tange às operações. Ao situar essa necessidade, eles indicaram, mais uma vez, que o estudo em materiais curriculares sobre os objetos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos de divisão e de equações de 1.º grau não foi suficiente para indicar que muitas das dificuldades dos alunos residem principalmente nos conceitos e nas operações com os objetos matemáticos.

Os futuros professores ainda revelaram suas dificuldades em elaborar tarefas exploratórias, alegando três demandas que lhes foram problemáticas: i) ter sido a primeira vez que lhes foi solicitado realizar atividades dessa natureza; ii) falta de experiência com a sala de aula; e iii) influência do livro didático. A primeira dificuldade expõe a necessidade da formação inicial de discutir o papel das tarefas, sejam ou não exploratórias, como um dos principais recursos didáticos, já que é através delas que se contextualizam e sintetizam conceitos pertinentes aos conteúdos matemáticos. Do contrário, o conhecimento matemático não tem relevância para a prática letiva. Na segunda dificuldade, os futuros professores reforçaram a ideia de que não sabiam que essa atividade fazia parte prática docente. No entanto, ter experiência com a sala de aula não é uma condição para saber que elaborar e/ou adaptar tarefas faz parte da prática docente. Além disso, pode supor-se que, durante sua educação básica, a observação pelos futuros professores dessa prática docente não indicou que a elaboração e/ou a adaptação de tarefas fazem parte da ação docente. Por último, eles destacaram que o livro didático oferece um conjunto de tarefas prontas, sem maiores exigências ao professor. Essas demandas são fortes indicativos da ausência dessa temática na formação inicial do professor de Matemática.

Após especificar os principais desafios revelados pelos futuros professores, ao serem convidados a elaborarem, a adaptarem e a resolverem tarefas exploratórias, cabe destacar a evolução que eles apresentaram desse conhecimento didático. Essa evolução partiu principalmente de seus próprios questionamentos sobre o favorecimento da aprendizagem dos alunos. Assim, eles passaram a discutir critérios para a elaboração de tarefas, tais como: contexto, coerência textual, objetividade no enunciado, conectividade entre as alíneas da tarefa, etc. Também passaram a questionar as tarefas a partir: (i) de sua relação com o(s) objetivo(s) elaborado(s) para as aulas de investigação; (ii) dos conceitos que poderiam ser explorados na tarefa e que eram pertinentes ao aluno em causa; (iii) dos processos operatórios envolvidos; (iv) da autonomia do aluno em explorar a tarefa; (v) da possibilidade de o aluno construir suas próprias estratégias; e (iv) da valorização das discussões coletivas.

Foi com base nesses critérios que os futuros professores passaram a investir em determinadas tarefas e fizeram adaptações significativas, a ponto de torná-las exploratórias. À medida que eles se preocupavam com os conceitos e com as operações a serem desenvolvidas pelos alunos, o potencial da tarefa exploratória foi sendo revelado, como foi no caso da tarefa dos doces. Expuseram também que o seu desconhecimento sobre a importância de elaborar, adaptar e resolver tarefas na prática letiva, considerando as aprendizagens, revelam o quanto esse tema tem sido pouco explorado na formação inicial. Por outro lado, optar por privilegiar um dos aspectos teóricos ou práticos pode não ser uma proposta pedagógica viável para o desenvolvimento do conhecimento didático, porque a construção desse conhecimento se configura a partir da reflexão teórica sobre a prática e da reflexão da prática, baseando-se em seus aspectos teóricos.

Com esse estudo prático, observou-se o empenho dos futuros professores em elaborar ou adaptar tarefas exploratórias, dadas as dificuldades que eles pontuaram, já que essa prática ainda não tinha sido realizada em outras disciplinas. Eles também pontuaram importantes critérios matemáticos e didáticos que devem ser considerados ao elaborar/adaptar e ao resolver tarefas exploratórias para contribuir para as aprendizagens dos alunos. Por exemplo, os futuros professores das duas turmas concordaram que uma tarefa exploratória deve decorrer em várias alíneas, pois oportuniza discussões coletivas mais robustas e os conceitos pertinentes ao conteúdo em questão podem ser tratados com mais abrangência. Perceberam que elaborar essas alíneas depende do conceito que se pretende explorar, tendo em conta o grau de dificuldade que se pode atribuir na tarefa. Na turma LM1, os futuros professores reconheceram que os conceitos de dividendo, divisor, quociente e resto são indispensáveis para a construção das aprendizagens dos alunos. Na turma LM3, houve uma referência ao contexto da tarefa como um critério que favorece ao aluno uma ideia de sentido para a situação a ser justificada matematicamente.

No início do processo, os futuros professores elaboraram ou adaptaram tarefas muito próximas dos exercícios e os problemas com simples resoluções que privilegiavam os processos operatórios. Foi a partir das discussões das resoluções que novos critérios foram apontados e mudanças significativas eram feitas nas tarefas. Essa conclusão compactua com as ideias de Crespo (2013), que afirma que, se as tarefas não foram antes resolvidas pelos futuros professores, podem tornar-se problemáticas à prática de sala de aula. Como afirmam Stein e Smith (1998), as tarefas matemáticas, antes de chegar ao aluno, têm uma trajetória que deve servir de reflexão sobre seu papel nas aprendizagens dos alunos. Constata-se, portanto, que os futuros professores, ao resolverem as tarefas

que eles mesmos elaboraram, conseguem visualizar as possibilidades de exploração, de reformulação e justificação dos conceitos matemáticos nelas envolvidos (Gutiérrez & Pazuch, 2020). Conclui-se que, como confirma Ponte (2012), a elaboração de tarefa e todas as questões que a ela se relacionam são partes do conhecimento didático da prática educativa. O que mostra a urgência e a importância de a formação de futuros professores de Matemática desenvolver práticas de elaborar, adaptar e resolver de tarefas, em especial exploratórias, a fim de construir uma reflexão crítica sobre o papel das tarefas nas aprendizagens dos alunos, visto que esta prática proporciona aos futuros professores pensar sobre a Matemática e sobre seu ensino, contribuindo, assim, para o desenvolvimento do seu conhecimento didático.

3. De que modo a participação em estudo de aula contribui para o desenvolvimento do conhecimento didático de futuros professores de Matemática, especialmente na antecipação das possíveis estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das tarefas?

A atividade de antecipar as estratégias, dificuldades e erros dos alunos foi parte do estudo de elaboração/adaptação e resolução de tarefa exploratória, onde os futuros professores foram convidados a analisar as tarefas por eles elaboradas ou adaptadas, tendo em conta o objetivo da aula de investigação e o papel do aluno ao respondê-la.

Os futuros professores, conforme apontavam as características das tarefas, indicavam suas contribuições nas aprendizagens dos alunos, discutiam as *estratégias de resolução* dos alunos e reconheciam suas *dificuldades,* considerando essas duas características como indissociáveis. A respeito da proposição de tarefas, na turma LM1, o exercício fez parte das discussões coletivas com um forte apelo ao desenvolvimento do algoritmo da divisão de Euclides ($D = d.q + r$). Associadas a essa estratégia estavam as dificuldades dos alunos em compreender as técnicas para desenvolver o algoritmo, vindo a ser consideradas um desafio para os alunos. Com isso, os futuros professores elucidaram a forte influência que esse tipo de estratégia exerceu em suas aprendizagens, enquanto estudantes da educação básica. Frase como “é assim que eu repasso para meus alunos”, “eu amava fazer as questões de exercícios, de arme e efetue” e “toda vez que eu via a questão mais contextualizada, eu ficava assim: meu Deus, eu não sei fazer” são fortes indicativos da persistência deste tipo de tarefa na sala de aula, já que o ensino de Matemática, por décadas, esteve associado ao ensino de técnicas operatórias. Dados como esse, mostram a necessidade de questionamentos do papel das crenças dos futuros

professores como uma forma de rupturas de práticas de ensino de Matemática pouco diversificadas.

A turma LM3, enfatizou a *formalização da equação* e no uso das *propriedades de equivalência* de equação de primeiro grau como principais estratégias. Seus discursos apontam que a formalização da equação é um desafio para o aluno que ainda não estudou equações algébricas. Inclusive, eles acreditavam que, se o professor não ensinasse as propriedades das equações de primeiro antes de propor a tarefa, ela se tornaria mais difíceis para os alunos resolverem. Somando-se a isso, eles consideraram que a "manipulação" dos diferentes objetos matemáticos envolvidos na equação e as dificuldades dos alunos em construir significados para o conceito da igualdade, da incógnita, dos coeficientes e das operações implicadas na resolução de tarefa sobre equações influenciam as aprendizagens dos alunos.

Por sua vez, com relação às estratégias, os futuros professores reconheceram que as diversas *representações* construídas pelos alunos são fortes aliadas das suas aprendizagens. Para eles, são métodos próprios desenvolvidos pelos alunos a partir de suas próprias conclusões sobre a tarefa. Dessas representações a mais citada por foi "fazer um desenho" como uma "explicação visual" do contexto da tarefa, e, ainda, "fazer algumas contas" de modo a facilitar a visualização das operações. Ou seja, os futuros professores entenderam as representações como instrumentos ao qual o aluno recorre por não saber utilizar processos mais elaborados do algoritmo da divisão, ou não saber formalizar a equação do primeiro grau. As representações são, portanto, algum modelo que vai ajudá-los a "'visualizar o que estão fazendo, o que vai levá-lo achar um caminho mais fácil".

Foi perceptível nos discursos dos futuros professores a relação que se estabelece entre antecipação das estratégias, dificuldades e conceitos dos conteúdos envolvidos nas tarefas exploratórias. No caso do conteúdo de divisão, os futuros professores da turma LM1 entenderam que a tarefa exploratória de divisão pode ser resolvida através da identificação do valor escalar-quociente, ou do inverso multiplicativo e/ou de subtração (soma) sucessivas. Outro conceito dominante nos seus discursos foi o de resto, tanto para o entendimento do algoritmo da divisão ($D = d.q + r$) como para o reconhecimento da grandeza do objeto (discreta ou contínua) a ser dividido, podendo interferir no entendimento do contexto da tarefa, ou seja, a divisão de objeto de grandeza discreta ocorre especificamente no conjunto dos números naturais (5 gatos divididos para 2 pessoas). Exemplo desse tipo, segundo os futuros professores, contribuem para que o

aluno entenda que existe uma relação entre dividendo e divisor, mas que um objeto do dividendo não faz parte do divisor.

Aos conteúdos de álgebra, os futuros professores da turma LM3 apontaram a identificação de padrões de sequência como um dos recursos à generalização, sendo estas representações importantes conceitos para o desenvolvimento do pensamento algébrico do aluno. Eles também destacaram que o raciocínio algébrico do aluno começa a se desenvolver quando ele percebe a existência da relação entre duas grandezas, visto que essas relações acontecem através da relação de equivalência que foram citados pelos futuros professores como propriedades da igualdade e suas operações. Com relação ao significado do termo desconhecido, os futuros professores trataram como um fator determinante na resolução de equações do primeiro grau para a formalização da equação.

Outro dado relevante que surgiu nas discussões coletivas foi a ênfase dada à interpretação da tarefa exploratória pelo aluno. De certo, eles entenderam que o aluno, ao assumir um papel ativo diante da tarefa exploratória, assume também a função de interpretar as informações na língua materna e relacioná-las à luz da linguagem matemática, que tem uma simbologia específica. Para os futuros professores, existe uma dependência entre a interpretação e a escolha de estratégias pelos alunos para resolver a tarefa, seja exploratória, de investigação ou problemas. A esse respeito, os exercícios não foram destacados pelos futuros professores devido à pouca exigência para interpretar seus enunciados. Ainda, seus comentários advertem sobre a existência da duplicidade da interpretação da tarefa pelo aluno, que, por um lado, exige dele entender as informações como fonte primária para a elaboração de estratégias; por outro, exige que construa significados para as estratégias a elaborarem. Na compreensão deles, analisar o texto significava observar a forma como a tarefa está estruturada, o que implica ter atenção à escrita, ao tamanho e ao excesso de informações. São critérios a serem considerados quando se pretende que a tarefa não gera dupla interpretação, "nem causar confusão ou dúvida" no aluno.

Para os futuros professores, aspectos ligados ao contexto têm a ver com o "entender os problemas ligados com o cotidiano". A esse respeito, eles compreenderam que a interpretação do contexto da tarefa depende e muito do conhecimento do aluno sobre o conteúdo. Inicialmente, eles afirmaram que saber o conteúdo matemático é necessário para interpretar a tarefa, mas, depois de serem questionados sobre essa afirmação, eles passaram a refletir e argumentaram que interpretar a tarefa para resolvê-la e saber as propriedades "podem caminhar juntas". Mas, em nenhum momento

supuseram que o aluno pode interpretar e resolver corretamente sem recorrência às propriedades ou ao formalismo que eles inicialmente supunham.

A pertinência dessa discussão rompe com ideias de que o aluno somente consegue desenvolver uma estratégia para resolver uma tarefa se for capaz de interpretá-la nos seus aspectos matemáticos. Ao contrário disso, o papel da tarefa é explorar a autonomia do aluno e a descoberta dos objetos matemáticos, cuja proposta aqui defendida se caracteriza por tarefa exploratória.

Um dado que timidamente surgiu nas discussões fez menção aos conhecimentos prévios dos alunos. As referências feitas pelos futuros professores tratavam da necessidade de o aluno de saber utilizar procedimentos adquiridos em anos anteriores que eles chamaram de resposta ideal. É possível que os futuros professores entendam que os conhecimentos prévios do aluno são como uma escada, onde um degrau está após o outro. Nessa concepção, o aluno compreende os conteúdos depois de ter se apropriado de um conjunto de "propriedades" estudadas em anos anteriores. Por outro lado, não houve um reforço da professora formadora nem da investigadoras em fazer as alusões mais contundentes ao conceito de conhecimento prévio dos alunos como um forte contribuinte para suas aprendizagens. Esses conhecimentos são influenciados por aspectos afetivos, sociais e culturais e próprios da pessoa do aluno. O mais importante é que não se trata necessariamente de conhecimentos formalmente adquiridos.

Antecipar estratégias e dificuldades dos alunos mostrou-se ser uma oportunidade de reflexão para os futuros professores em duas dimensões: a primeira, o conhecimento matemático para o ensino e, a segunda, o conhecimento dos alunos e suas aprendizagens. Como contributos ao desenvolvimento de seu conhecimento matemático para o ensino, eles puderam integrar conhecimentos da Matemática pensando nela como objeto de comunicação, em que se buscaram alternativas didáticas para informar aos alunos o que eles deveriam aprender. Também se pensou em estratégias que contribuíam para construir essas aprendizagens.

Do ponto de vista de Ponte (2012), pode notar-se um interesse dos futuros professores em tratar a Matemática enquanto disciplina a ensinar, em que discutiram os conceitos, os procedimentos e as diferentes formas que os alunos poderiam representar e justificar os conteúdos. Ao anteciparem as estratégias e dificuldades dos alunos, os futuros professores tiveram em conta suas próprias estratégias para aprender sobre o conteúdo enquanto objeto de ensino (Carrillo *et al*., 2013). Quanto ao conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens, salientaram que conhecer os alunos ajuda a conhecer

melhor suas dificuldades e a pensar em maneiras de motivá-los a participar, a interagir e a se envolver com a tarefa. Como apontam Carrillo *et al*. (2013) conhecer os alunos pode contribuir para que os futuros professores identifiquem com maior segurança aspectos do conteúdo que podem gerar dificuldades.

Em termos gerais, a pertinência dessa discussão mostrou o desenvolvimento da capacidade dos futuros professores em antecipar as estratégias e as dificuldades do aluno ao resolverem tarefas exploratórias, aprofundando assim seu conhecimento didático. As reflexões sobre essa temática evidenciaram o ineditismo do estudo na formação inicial, pois segundo eles "nunca" tinham pensado nessa questão.

4. Como os participantes avaliam os contributos do processo de estudo de aula para o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores e que limitações e condicionantes apontam?

Prática colaborativa. Durante a fase de reflexão, um futuro professor enfatizou a importância das práticas colaborativas no processo formativo de estudo de aula, em que afirmou ser impossível ele, sozinho, "fazer um estudo de aula". Essa concepção foi apenas uma parte do entendimento que os futuros professores atribuíram às práticas colaborativas no estudo de aula. A outra, constitui-se dos conceitos e da forma resultantes das práticas colaborativas que fundem quando descreveram suas vivências neste processo formativo.

Não houve uma discussão no grupo para fundamentar os propósitos dessa temática. As relações de colaboração foram se estabelecendo entre os membros do grupo a partir da necessidade de cada membro que, na sua individualidade, colaborava com o coletivo. Nos primeiros encontros, quando foram informados das etapas e dos objetivos do estudo de aula, a expressão prática colaborativa foi citada por ser incondicional não as referenciar para a realização de um estudo de aula. Foi no decorrer das atividades que se construía a exigência da participação coletiva e dialogada, cujo interesse visava atender ao objetivo proposto para cada ação a ser realizada em cada etapa do estudo de aula. Essas ações exigiram um envolvimento individualizado, em que cada futuro professor fez um investimento pessoal, sendo essencial quando se trata da formação inicial. No entanto, foi no coletivo que essas ações ganharam outras e novas dimensões. Assim, ao final do processo, os futuros professores concluírem que as práticas colaborativas se consolidam ao se juntarem aos colegas para combinar ideias através de debates, de diálogos e da valorização mútua de seus membros e das tomadas de decisões que ponderam e realizam ações com um objetivo único.

Ao se referirem a se juntar com os colegas, complementaram que nenhuma ação poderia ser resultado de uma tomada de decisão unilateral, ou seja, apenas um membro de grupo decidir pelo coletivo. A lógica dessas concepções está em seus discursos que ao recorrerem da expressão "a gente" ou utilizarem os verbos no plural é uma forma de responsabilizar cada membro do grupo pela ação realizada, sem que haja uma hierarquização entre seus membros. Contrapondo-se às concepções de práticas colaborativas, os futuros professores se referiam ao isolamento do professor em suas atividades, observando que tal postura pode limitar a eficiência da prática letiva. Já a troca de ideias com outros profissionais, em espaço específico, promove o conhecimento didático do professor com consequências positivas nas aprendizagens dos alunos.

Durantes as etapas do estudo de aula, as práticas colaborativas se revelavam sob diferentes contornos, mas mostraram sua maior intensidade no planejamento da aula de investigação e discussão pós-aula. O planejamento se configurou em um conjunto extenso de atividades, submetidas ao grupo para uma análise coletiva, que a depender da necessidade e/ou das dificuldades do grupo as discussões coletivas se intensificavam.

Na turma LM1, houve uma vasta discussão coletiva sobre tarefas, em especial as exploratórias, para a adaptação e a identificação de suas potencialidades nas aprendizagens dos alunos, em que alegaram ter tido clareza da função das práticas colaborativas. Já na turma LM3, a elaboração dos objetivos e das tarefas exploratórias foi uma significativa oportunidade de o grupo discutir aspectos do conteúdo e de seu ensino com foco nas aprendizagens dos alunos.

Nas discussões pós-aula, esses dois grupos destacaram a aprendizagem dos alunos fazendo fortes conexões com as escolhas didáticas de quem ministrou a aula de investigação. Nesta etapa, suas apreciações seguiram a lógica da subjetividade da observação, por isso, houve a confrontação de ideias que, no coletivo, exerceu um importante papel na reflexão do futuro professor. A exemplo disso, quando um grupo resolveu mudar a ordem das questões, que considerou como necessária para as aprendizagens dos alunos, nas discussões pós-aula, membros desse mesmo grupo compreendeu ter havido uma ruptura da prática colaborativa que orientou a proposta para a aula de investigação.

A respeito disso, citaram que a desvalorização da comunicação comprometeu o andamento dessas práticas. Foi também nas discussões e reflexões pós-aula que os futuros professores descreveram o potencial dessas práticas, mas sem deixar de pontuar seus desafios. Durante todo o processo de estudo de aula, os desafios da prática colaborativa

se revelam como parte das relações humanas que se estabelecem no coletivo para a construção e realização de ação. No entanto, considero apenas as concepções dos futuros professores que mostram ter consciência dos desafios vivenciados. Referiram-se a valorização do pensamento dos participantes como o principal desafio dessas práticas, visto que a diversidade de ideias precisa ser confrontada para ser ressignificada sem nenhum prejuízo de valor da ideia inicial.

Outros desafios foram reconhecidos como parte das dificuldades dos participantes em se envolver com a pauta, ou até mesmo de compreensão do objeto em questão. Os futuros professores da turma LM3 citaram que a colaboração no fórum de discussão para a elaboração dos objetivos são atendeu a esse requisito, pois alguns deles intervieram na ação e sem questionar a ideia do seu colega, vindo a ocasionar um conjunto de opinião sem uma centralidade da ideia. Depois, pontuaram que os futuros professores quando realizaram suas atividades em pequenos grupos, tendiam a não confrontar as ideias dos demais colegas, vindo a valorizar um pensamento individual com a tendência de proporcionar a hierarquização entre os membros do grupo.

As concepções dos futuros professores de práticas colaborativas sublinham a pertinência dessa temática na formação de professores. Evidenciou-se o potencial que essas práticas podem exercer no conhecimento didático de futuros professores de Matemática, quando confrontam seus entendimentos com seus pares, promovendo robustas reflexões sobre a prática letiva.

Reflexões sobre a aula de investigação. A observação da aula de investigação teve papel fundamental na reflexão dos futuros professores sobre a aula de investigação, ao estabelecerem relações entre a condução da aula de investigação e as aprendizagens dos alunos. As justificativas das escolhas didáticas por quem ministrou a aula de investigação foi diferente de quem a observou. Os que ministraram essas aulas retrataram a condução do ponto de vista de suas expectativas pessoais na relação com os alunos e com o conteúdo. De certo modo, indicaram que suas escolhas foram conscientes, no entanto algumas situações se apresentaram muito mais pela conveniência em resolver os problemas que surgem no momento da prática. Exemplos disso, foi a opção de alguns futuros professores por: (i) ler a tarefa no momento da aula da investigação; (ii) resolver a tarefa em virtude da baixa participação dos alunos; e (iii) adiar respostas às dúvidas dos alunos considerando que durante o processo naturalmente seria atendida.

Na perspectiva de quem observou a aula, a condução revela aspectos do conhecimento matemático e do didático do futuro professor. Ao conhecimento

matemático, observaram as dificuldades conceituais daqueles que ministraram a aula de investigação, quando reconheceram que a terminologia matemática tem seus significados e que o uso indevido dos conceitos pode comprometer a construção de conceitos pelos alunos. A exemplo, os futuros professores destacaram que oposto e inverso são conceitos diferentes quanto à natureza das operações, já que operações opostas fazem parte dos processos aditivos e as inversas dos processos multiplicativos e que assim devem ser tratados na prática letiva. Durante a reflexão pós-aulas, voltaram a discutir o papel da formalização da equação, indicando terem observado que as questões da tarefa exploratória foram organizadas para contemplar primeiro o desenvolvimento do pensamento algébrico e depois a formalização da equação de primeiro, embora, tenham insistido, durante a etapa de planejamento, na formalização da equação de primeiro grau como premissa ao ensino de álgebra.

Relativamente, a importância de conhecer os alunos apareceu sob a condição de melhor entender como ocorrem suas aprendizagens e de que forma as intervenções em sala de aula podem ser organizadas para promover essas aprendizagens. A aproximação com os alunos como um quesito de observação de suas aprendizagens foi tratada de forma diferente nos dois estudos de aula. A turma LM1, à medida que se planejava a aula de investigação, os futuros professores observavam aulas do professor da escola, vindo esta observação a ser citada muitas vezes como base para orientar sobre a participação dos alunos durante a aula e sobre a antecipação de suas estratégias e de suas dificuldades. Destacaram que a dinâmica de sala de aula depende da participação dos alunos na aula e que alguns alunos são mais participativos que outros; assim, cabe ao professor saber administrar tais características dos alunos para que todos participem.

Para os futuros professores, conhecer os alunos poderia contribuir para: (i) promover a interatividade entre professor e alunos, como fator importante da comunicação da aula; (ii) relacionar o grau de dificuldade da tarefa com os conhecimentos prévios dos alunos; (iii) conhecer o contexto dos alunos, incluindo suas relações com o professor da escola; e (iv) criar um vínculo com a turma de modo a tornar os alunos mais participativos. Todos esses aspetos mostram que os futuros professores consideraram o conhecimento dos alunos e de suas aprendizagens um fator determinante para o planejamento e para a condução de uma aula. A esse respeito, para os futuros professores da turma LM1, houve situação em que os alunos se mostraram seguros em utilizar estratégias consistentes para responder às tarefas exploratórias, mas esses mesmos alunos demonstram não saber justificar os conceitos associados.

Já os futuros professores da turma LM3, quando analisaram os materiais curriculares sobre as aprendizagens dos alunos em equação de primeiro grau, compreenderam que as aprendizagens dos alunos têm fortes relações com aprendizagens já desenvolvidas dos processos aritméticos. Salientaram que as dificuldades se intensificam quando da dependência entre álgebra e aritmética, pois, de lado, têm a aritmética como recurso a ser utilizado para resolver equações e que se apresentam em muitos casos como aprendizagens não consolidadas. De outro, entendem que a construção do pensamento algébrico, é resultante da capacidade de o aluno de generalizar para justificar situações com apelo abstrato, e que não são processos fáceis de serem desenvolvidos pelos alunos. Tendo, ainda, que transpor ideias na língua materna para uma linguagem algébrica, utilizando-se de letras e números para uma possível formalização do pensamento algébrico. De modo geral, os futuros professores das duas turmas asseguraram que o envolvimento do aluno com a leitura da tarefa exploratória é uma condição indispensável às suas aprendizagens. Essa ação possibilita ao aluno refletir para construir um sentido para os objetivos matemáticos, pois à medida que lê, pensa também nas estratégias para resolver a tarefa, recorrendo a seus conhecimentos prévios, como condição indissociável para as suas aprendizagens.

Os futuros professores mostraram o desenvolvimento de seu conhecimento didático ao analisarem a relação que estabelece entre o planejamento e a aula de investigação a partir da reflexão de suas expectativas, pontuando algumas questões as quais o professor dever ter atenção, tais como: (i) o afastamento do que se planeja pode interferir na condução da aula; (ii) ter em conta que a construção de conceitos matemáticos é primordial para as aprendizagens dos alunos; (iii) ter consciência das ocorrências durante a aula de investigação e que não foram previstas no planejamento; e (iv) ponderar os interesses dos alunos, visto que o interesse da aula de investigação é sua aprendizagem. Sendo assim, o planejamento assumiu uma característica objetiva na funcionalidade da prática letiva, porque foi através dele que os futuros professores observaram o que foi bem-sucedido e o que poderia ter sido melhor potencializado. Assim, compreenderam que não se espera do planejamento contemplar todas as necessidades que porventura possam surgir na aula de investigação, mas favorecer uma prática letiva em que os riscos sejam minimizados e as aprendizagens dos alunos estejam previstas.

Outra característica referendada pelos futuros professores tratou dos desafios do ensino remoto. Nas etapas da identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos

e o planejamento, os futuros professores não se referiram ao ensino remoto como um ambiente pouco estratégico para a realização de suas atividades. Foi, em especial na elaboração do plano de aula, que os futuros professores passaram a se preocupar com a participação dos alunos e acesso a suas atividades. Contudo, a ênfase aos desafios se revelou depois da aula de investigação, na qual todos os participantes se referiram ao ambiente remoto como o principal obstáculo à aula de investigação. Destacaram os desafios em três direções, conforte a Figura 17.

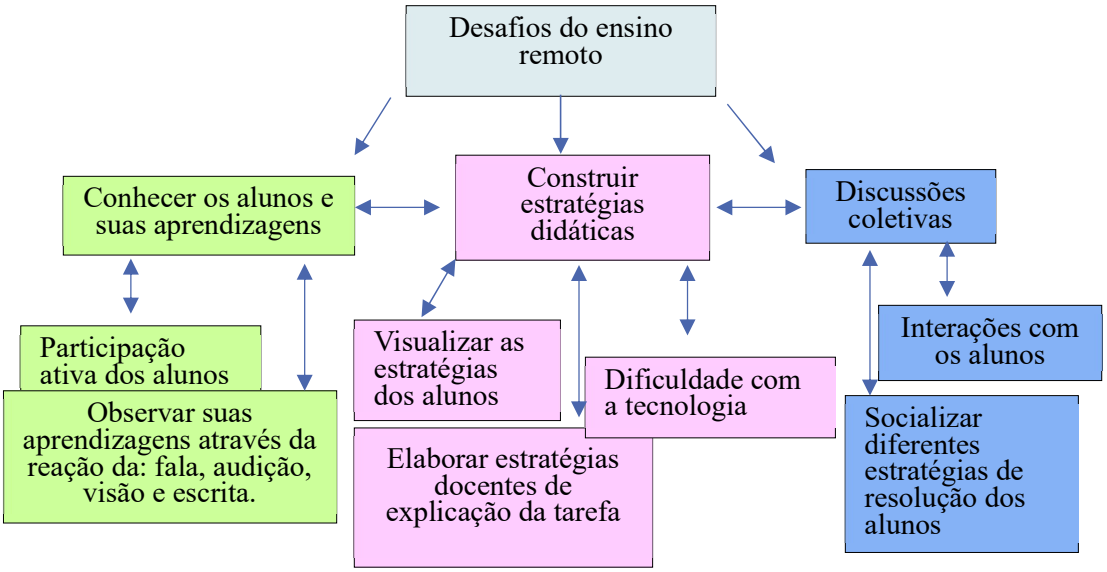


Figura 17: Os desafios vivenciados no estudo de aula no ambiente remoto.
Fonte: Elaboração da autora

Na primeira, têm-se as dificuldades de conhecer os alunos e suas aprendizagens, onde se destaca que o contato com o aluno se limitou a sua opção em participar verbalmente da aula de investigação. Nessa situação, os futuros professores não puderam observar seus comportamentos e atitudes, desfavorecendo os aspectos cognitivos vinculados à fala, audição, visão e escrita que se correlacionam às aprendizagens dos alunos. Na segunda, estão as estratégias e procedimentos utilizados pelo professor e pelos alunos para dar sentido ao andamento da aula. As dificuldades de acesso às respostas dos alunos às tarefas foi um forte indicativo desses desafios. Quando eles se referem a esse desafio, consideram que visualizar as estratégias de resoluções dos alunos são importantes indicativos de suas aprendizagens, que neste ambiente remoto em muitos momentos ficaram a depender das perguntas dos alunos e de algumas sugestões para responder à tarefa. Por outro lado, os futuros professores também confirmaram suas dificuldades em elaborar estratégias com o uso das tecnologias, inclusive confirmaram a falta de

habilidade com os recursos tecnológicos para este propósito. Por fim, destacaram que a forma como as discussões coletivas são organizadas na aula pode revelar muito das aprendizagens dos alunos, e que nessas de investigação, embora em alguns casos as discussões coletivas como importante participação dos alunos tenham se efetivado. No entanto, os futuros professores entenderam que poderiam ter sido melhor desenvolvida. Indicaram também que esses três desafios se relacionaram, pois à medida que um deles era evidenciado as consequências recaíam sobre os outros dois.

Assim, a aula de investigação realizada no ambiente remoto mostrou ser o maior desafio dos futuros professores no que se refere às expectativas na condução e na identificação das aprendizagens dos alunos. Suas reflexões evidenciam que este ambiente comprometeu essa indispensável etapa do estudo de aula, visto que a aula de investigação no ambiente remoto não correspondeu às expectativas criadas na etapa do planejamento.

Contribuições do estudo de aula no estágio. Os futuros professores mencionaram diferentes aspectos do estudo de aula, tanto no sentido da viabilidade desse processo no estágio como na sua contribuição para a construção do conhecimento didático deles. Fortemente, a colaboração evidenciou-se em seus discursos como oportunidade para trocar experiências e conhecimentos com os demais participantes, promovendo novas formas de pensar o estágio, inclusive com possibilidade de integração e envolvimento do professor da escola básica para ajudá-los a conhecer os insistentes desafios nas aprendizagens dos alunos e consequente da prática letiva. Constata-se que houve uma mudança significativa na forma como a disciplina de estágio foi desenvolvida, já que antes concebiam o estágio como uma etapa para cumprir tarefas na escola, dentre as quais ministrar aulas para adquirir conceitos básicos sobre como ensinar. Entendiam as disciplinas de estágio como atividades repetitivas que seguem um padrão, sem grandes rupturas daquilo que entendiam por prática de ensino. Ressaltaram que serem expostos a novas propostas "agrega muito" a formação, contribuindo, assim, para a mudança de perspectiva sobre sua formação. Pressupõe-se, portanto, que o estudo de aula foi uma proposta diferente e enriquecedora aos propósitos do estágio. Eles puderam refletir sobre o papel da teoria para compreender a prática, contribuindo para repensar as imagens e as crenças atribuídas à profissão, em que relevaram o elo entre "estudar" e "entender" algumas questões que surgiam no contexto do estudo de aula. Esse processo reflexivo trouxe compreensões significativas de todo o processo, demonstrando o conhecimento didático do futuro professor em compreender o que se propunha na etapa de planejamento e relacioná-lo com as ocorrências da aula de investigação, pontuando o que deveria ter

sido melhor contemplado tanto nos aspectos do conteúdo quanto do seu ensino. Com isso, pode assegurar-se que os futuros professores passaram a relacionar a prática docente e as aprendizagens dos alunos, desfazendo ideias de que a para ensinar basta apropriar-se de atitudes docentes, e ao aluno, adequar-se a elas. Ao contrário disso, a realização do estudo de aula no estágio supervisionado os fez perceber que é função do professor melhorar sua prática de modo a ajustar-se às necessidades dos alunos para que eles possam superar suas dificuldades de aprendizagem.

Ainda com relação as contribuições do estudo de aula no estágio, a compreensão das professoras formadoras que, inclusive uma delas tem uma vasta experiência nessa fase da formação, conhecem seus desafios e sua importância da formação do professor de Matemática. A esse respeito, as professoras consideraram o estudo de aula uma proposta possível de ser integrada ao estágio, vindo a ser uma abordagem empírica eficaz para se questionar os problemas da prática letiva, para através da colaboração e reflexão provocar mudanças no estágio vindo a se refletir no contexto da profissão. Isso mostra que o estudo de aula no estágio pode transformar a visão do futuro professor e melhor prepará-lo para a complexidade da profissão docente.

O estudo de aula realizado no estágio supervisionado mostrou-se promissor para que os futuros professores reavaliassem suas concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem ao centrar suas atenções no aluno, para observar comportamento e atitudes com relação a suas dificuldades e indicativos de superação destas. A importância de se refletir sobre as aprendizagens dos alunos no processo de estudo de aula, contribuiu para que os futuros professores percebessem que conhecer os alunos e suas aprendizagens é um requisito fundamental na prática letiva. A esse respeito, confirmaram que a estratégia de pôr o aluno no centro do processo educativo deve ser parte da rotina do professor, e que a prática letiva bem-sucedida depende do envolvimento e da participação do aluno. Essa compreensão demonstra que os futuros professores se tornaram cientes de que o potencial dos alunos na construção de suas aprendizagens deve ser considerado, rompendo, assim, com ideias preconcebidas de que o aluno apenas vai aprender na forma que for ensinado, como foi pontuado pelos futuros professores no início da vivência nesses estudos de aula. Essa mudança de percepção pode ser valiosa para que o professor reflita que a importância de seu conhecimento didático tem por princípio o aluno e suas aprendizagens. Essa constatação aponta para uma crítica sobre uma cultura de sala de aula que em muitos casos não promove a participação ativa do aluno. Incentivar uma cultura

de aprendizagem ativa e contínua no aluno parte da reflexão sobre a própria prática em um processo também contínuo de aprendizagem docente.

O planejamento foi a etapa de maior investimento dos futuros professores, em termos teóricos e práticos. O reconhecimento de que o planejamento desempenha um papel fundamental na prática letiva revelou que os futuros professores entenderam que que o conteúdo para o ensino é uma parte da aprendizagem docente, e que também se constitui como parte de suas aprendizagens seu conhecimento didático, ou seja, conhecimento do currículo, dos alunos e suas aprendizagens e da Matemática para seu ensino. Suas conclusões apontam que um planejamento detalhado permitiu-lhes fundamentar suas atividades para conhecer recursos didáticas, incluindo métodos, técnicas, estratégias, procedimentos, conceitos relacionados aos conteúdos e, principalmente, refletir sobre cada uma dessas possibilidade didáticas.

As relações de colaboração no grupo não foram estabelecidas com base em uma discussão prévia, mas emergiram naturalmente à medida que o grupo progredia nas atividades e tornavam-nas uma exigência para alcançar os objetivos comuns e avançar no processo (Ponte & Quaresma, 2020). Pode perceber-se que as discussões coletivas também geravam conflitos cognitivos nos futuros professores, em que algumas ocasiões eram convidados a justificar suas escolhas matemáticas e didáticas, ressignificando assim seus conhecimentos sobre a prática letiva. (Richit, Ponte & Tomkelski, 2020; Quaresma & Ponte, 2019). As discussões coletivas foram aporte fundamentais para as reflexões dos futuros professores sobre as ações que se desenvolviam com foco nas aprendizagens dos alunos. Concordamos com Tardif e Moscoso (2018), quando afirmam que essas reflexões se configuram em um processo de aprendizagem, pois é no diálogo entre o pensar sobre a prática que a reflexão ganha significado. Nesse aspecto, como lembram Radovic et al. (2014), outros elementos precisam ser investigados para tornar a prática reflexiva no futuro professor um recurso permanente de sua formação. Nestes termos, convém ponderar que desenvolver a capacidade reflexiva de futuros professores é um dos principais desafios quando estes participam de um estudo de aula (Gunnarsdóttir & Pálsdóttir, 2019; Myers; 2012), supondo sua recorrência às atividades futuras. De qualquer forma, considero promissor envolver o futuro professor para refletir não somente sobre sua prática nas dos outros e com os outros (Pimenta *et al*., 2001; Tardif & Moscoso, 2018) para pensar sobre a Matemática e sobre como transformação em objeto de ensino (Richit *et al*., 2021).

Quanto às contribuições do estudo de aula no estágio supervisionado, os futuros professores demonstraram em seus posicionamentos as diversas abordagens do conhecimento necessário à docência de que foram tratadas. Dentre estas destacam-se: (i) as relações que se buscou promover teoria e prática através do estudo de tarefa nessas suas perspectivas e o estudo realizado na etapa de planejamento e a aula de investigação (como em Cavanagh & Garvey, 2012; Ponte, 2017); (ii) a importância de uma planejamento minucioso para discutir e aprofundar seus conhecimentos didático e Matemático (Baldry & Foster, 2019; Hourigan & Leavy, 2019); e (iii) a observação para entender as aprendizagens dos alunos (Burroughs & Luebeck, 2010) a partir do envolvimento com a tarefa e da participação na aula. Assim, os futuros professores reconheceram que importância do estudo de aula pode ser um processo valioso para a realização das atividades de estágio, cujo interesse é o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores de Matemática.

Potencialidades, condicionantes e limitações do estudo de aula no estágio. As concepções dos futuros professores foram sendo destacadas ao logo do processo, através de diversas narrativas e atitudes, como foi o caso do professor da turma LM1 que indicou ser a participação dos futuros professores neste processo formativo uma "chance de pensar", na perspectiva da investigação, sobre as dimensões do conteúdo matemático e didático na formação inicial. Nesse sentido, consideraram e associaram o estudo de aula a pesquisar sobre sua própria prática. Supõe-se que esse entendimento foi construído ao longo da condução do processo, relacionando os fundamentos didáticos e metodológicos do conteúdo selecionado, para orientar uma ação, cujos resultados são também amplamente discutidos.

Ao serem questionados, especificamente, sobre as potencialidades do estudo de aula no estágio supervisionado, suas respostas foram diversas, em que algumas se sobressaíram por ter um impacto maior na vivência de cada um dos futuros professores no processo. Para alguns, o planejamento como espaço de aprofundamento de seu conhecimento didático, foi potencialmente interessante para atender as necessidades dos alunos. Outros destacaram que seus atributos correspondem a uma abordagem ampla, relevante e inovadora que pode beneficiar vários grupos de professores preocupados com as questões de aprendizagens dos alunos, mas também com o ensino. Ao se referirem ao estágio, citaram suas percepções quando compararam com a vivência nesse estudo de aula. Destacam-se, entre elas, a que se referiu às preocupações do estágio em propor

atividades diferenciadas para serem realizadas no ambiente da escola, mas que os futuros professores acabam por reproduzir práticas já conhecidas.

A colaboração está entre as potencialidades do estudo de aula destacadas pelos futuros professores como uma forma de superação da individualização da prática docente. A compreensão do desenvolvimento de um trabalho no coletivo contribuiu para a construção do conceito e da forma de práticas colaborativas como requisito indissociável à realização do estudo de aula. Para além, houve o entendimento de que a colaboração promoveu um ambiente harmonioso entre os participantes, cujos papéis foram sendo realizados com base em um interesse comum. Consideram também a etapa da reflexão pós-aula como a mais interessante do processo. A reflexão foi considerada como uma etapa de conclusão e indispensável ao estudo de aula, pois é nesta etapa que se verificam os momentos de maior profundidade e o que se deve melhorar na prática letiva, contribuindo assim para o desenvolvimento profissional e pessoal dos futuros professores. Diante disso, o estudo de aula oferece uma oportunidade de reflexão sobre a prática docente, contribuindo para que os futuros professores possam num futuro próximo adotar e investir em algumas dessas potencialidades e adotá-las como orientação a sua prática, ou até incentivar e participar com outros professores na realização de um estudo de aula no contexto da profissão.

As análises dos futuros professores demonstraram que as características do estudo de aula foram construídas ao longo do processo, cujas vivências indicavam alguns condicionantes como fatores que poderiam interferir para um bom andamento das ações a serem realizadas durante os estudos de aula no estágio, a saber: (i) o trabalho colaborativo e compromisso dos participantes; (ii) o quantitativo de participantes; (iii) um processo longo que exige tempo; (iv) investimento de igual intensidade em todas as suas etapas; (v) a participação de professores das escolas; e (vi) o ambiente remoto não contribui em especial com a aula de investigação. O trabalho colaborativo foi destacado pelos professores das duas turmas quando destacaram a importância de todos participarem do processo para que não haja fragmentação das ações ou a hierarquização entre os membros do grupo. Também, observaram que para evitar a participação ativa de uns sob outros é interessante que o grupo reconheça a assiduidade no processo também como um condicionante.

Os futuros professores da turma LM1 entenderam que a quantidade de membros no grupo pode comprometer o envolvimento de todos que, segundo eles, por ser um processo exigente, requer a participação de todos nas discussões coletivas. Já os futuros

professores da turma LM3 não se referiram a esse condicionante, talvez por não considerarem que a quantidade de membros fez alguma diferença na realização das ações. A esse respeito, apenas uma futura professora destacou que em algumas situações a participação dos futuros professores nas atividades aproximou-se de uma prática cooperativa e não colaborativa. Foi consensual a ideia de que o estudo de aula exige tempo para a realização de suas ações. Os futuros docentes compreenderam que nenhuma das etapas pode ser suprimida, e acrescentaram como outro condicionante o investimento que deve ser dada a todas as suas etapas. Demonstraram, com isso, que todas as etapas do estudo de aula formam uma estrutura em que cada etapa se complementa a outra. Depois, indicaram que a participação dos professores das escolas para colaborar, embora somente em algumas etapas, é outro condicionante a ter atenção. A esse entendimento, eles pontuam duas questões: a primeira, remete às dificuldades de construir relação mais sólidas com os professores das escolas que, em muitos casos, apenas cedem seus espaços de sala de aula para os futuros professores realizarem as atividades de observação e regência sem a construção de um diálogo de cooperação para a formação do futuro professor. A segunda, a falta de tempo do professor, cuja carga horária escolar é exaustiva, eximido o professor da escola de comprometer-se com qualquer outra atividade.

Outro condicionante que convergiu para uma opinião concordante foi a relacionada ao ambiente remoto. As dificuldades do ambiente remoto para a realização desses dois estudos de aula se intensificaram a partir da elaboração do plano de aula, quando os futuros professores passaram a pensar nas estratégias para a condução da aula, principalmente no trato com os alunos. Após as aulas de investigação, seus comentários sobre as dificuldades provocadas pelo ambiente remoto, para observar a resolução das tarefas exploratórias e promover discussões coletivas com alunos, foram contundentes com relação a esse condicionante.

Em termos gerais, o estudo de aula mostrou ser um processo valioso para repensar suas crenças e imagens construídas relacionadas à prática letiva, desenvolvimento de práticas colaborativas para discutir problemas pertinentes à sala de aula. Ao relacionarem o estudo de aula à pesquisa, emerge uma ideia de investigação sobre a própria prática, podendo impulsionar os futuros professores a repensar a prática letiva a partir da reflexão de prática já realizadas e bem-sucedidas. Quanto aos condicionantes, compreenderam que o estudo de aula exige uma organização eficaz do grupo, com ênfase na participação ativa e igualitária dos participantes. Destacaram os problemas relativos ao tempo, dado que na

formação inicial existe um período para que todas as atividades sejam realizadas e que a aproximação escola e universidade é um desafio historicamente situado. Nota-se, com isso, a capacidade de reflexão dos futuros professores sobre o estudo de aula, em que elencaram as potencialidades, os condicionantes e as limitações a partir das questões vivenciadas durante o processo.

Reflexão final

Essa investigação teve um papel importante no meu desenvolvimento profissional, por permite me aprofundar em questões que fazem parte da minha profissão desde o meu ingresso no ensino superior. Tais questões se vinculam à formação inicial, particularmente a realização das atividades de estágio supervisionado para o enfrentamento de seus desafios e, consequentemente, para a promoção das aprendizagens de futuros professores de Matemática.

Sempre houve um investimento profissional para superar os desafios do estágio supervisionado, em que realizei um repertório de atividades de ensino, pesquisa e extensão, incluindo meu trabalho no mestrado, como contribuintes para o desenvolvimento de conhecimentos didáticos dos futuros professores nas disciplinas de estágio supervisionado. No entanto, havia uma hesitação dessas contribuições sobre as aprendizagens dos futuros professores, o que convergem para as ideias de Gatti (2013-2014) em que considera a falta de similitude nos currículos dessas disciplinas, o que acaba por não evidenciar seus maiores propósitos. Sendo, portanto, necessário rever suas propostas e conceitos para criar condições promissoras para a formação inicial do professor de Matemática.

Assim, considero que esta pesquisa foi o investimento pessoal e profissional que ganhou proporções significativas para compreender antigos e novos problemas da formação inicial e construir ferramentas para enfrentá-los. Uma dessas ferramentas é a forma como as práticas colaborativas e reflexivas devem ser tratadas na formação do futuro professor de Matemática para que ele desenvolva sua autonomia e capacidade de diálogo com seus pares.

Um destaque importante a considerar é que o estudo de aula não se configurou como parte da disciplina de Estágio Supervisionado Obrigatório II, se configurou como o próprio estágio, pois não houve uma separação entre as atividades de estágio e o estudo de aula. Dessa forma, o estágio foi o estudo de aula e suas atividades foram

preponderantes para a realização dessa disciplina, isso porque os futuros professores puderam vivenciar o estudo de aula como processo que constitui o próprio estágio.

Ressalto uma questão particular que também pode ser de outros professores formadores. Apesar de identificar como propósitos hegemônicos do estágio supervisionado: a relação teoria e prática (Korthage, 2010; Pimenta & Lima, 2006) e a necessidade de aproximação escola e universidade (Pires & Mendes, 2021). Acrescento, ainda, o interesse de aprofundar-me no estudo das crenças (Hart & Carriere, 2011; Hourigan & Leavy, 2022) que se revelaram e em que condições se modificam no contexto do estágio, *não* visualizava uma proposta possível de trabalho que viesse romper com uma ideia de estágio supervisionado fundamentada na observação e na regência de aula em uma perspectiva individualizada das atividades dos futuros professores. Diante disso, a proposta de realização do estudo de aula no estágio supervisionado tornou-se um recurso de revelação de aspectos que merecem mais atenção no estágio supervisionado a partir do ponto de vista do futuro professor. Ou seja, o estágio supervisionado não foi desenvolvido para atender a requisitos de observação e regência de aula. Todas as atividades do estágio supervisionado foram adequadamente contempladas nesses estudos de aula, inserindo o futuro professor como participante ativo do processo para desenvolver seu conhecimento didático. Com base nisso, as decisões para a realização das atividades em cada etapa partiram dos futuros professores, com o interesse que eles identificassem a viabilidade, as potencialidades e os condicionantes nessas atividades com foco nas aprendizagens dos alunos. É possível afirmar que o estudo de aula realizado no estágio contribuiu para dar respostas às necessidades de formação de futuros professores podendo fazer parte do currículo dessas disciplinas.

Referente à relação teoria e prática, sempre identifiquei na literatura a importância de trabalhar essa relação no sentido da práxis, contrapondo-se a ideia de que a teoria é parte da universidade e a prática da escola. Apesar das sugestões de como integrá-las nos contextos do estágio, essas duas dimensões, enquanto práxis pareciam impossível de serem trabalha como uma unidade, considerando que o futuro professor vai até a escola para realizar a prática. Uma afirmação possível para a construção da práxis é o envolvimento do futuro professor em práticas colaborativas e reflexivas. Nesse sentido, o estudo de aula contribuiu para a práxis educativa através do questionamento, da crítica e da reflexão proporcionados pela busca de justificação aos objetos com base na teoria e/ou na prática. A exemplo disso, a relação teoria e prática se estabeleceu fortemente no estudo de tarefas, especialmente as exploratórias, em que os futuros professores

estudaram sobre essa temática e à medida que elaboravam e ouviam diferentes pontos de vista, ponderavam e recorriam ao que tinham estudado para justificar e/ou modificar suas escolhas. Da mesma forma, foi quando antecipavam as estratégias e dificuldades dos alunos, em que se valiam dos conceitos e operações estudados em materiais curriculares para identificar os aspectos que poderiam se apresentar como obstáculos as aprendizagens dos alunos. Nessa relação teoria e prática, poder-se-ia supor que a aula de investigação se caracteriza como o momento da prática, no entanto do ponto de vista de quem observou mostrou-se ser uma etapa potencialmente interessante para caracterizar a práxis educativa, que para aqueles que a observavam vinculavam suas aos pontos discutidos na etapa de planejamento em busca de uma argumentação lógica entre o pensado e o feito. No entanto, observo que há desafios a serem superados para que o estudo de aula possa vir a contribuir mais ainda com essa relação. Suponho que uma possibilidade é inserir o futuro professor de forma mais aprofundada com investigações sobre a própria prática.

É consensual nas pesquisas a afirmativa de que a escola é o ambiente que dar sentido à realização do estágio supervisionado, também mencionam os desafios para a aproximação da universidade com a escola e seus profissionais. A esse aspecto, esta pesquisa evidenciou esse distanciamento que ao longo dos anos fizeram parte das minhas atividades, revelando que a aproximação com os professores das escolas foi muito mais para atender aos requisitos desta pesquisa do que para atender aos objetivos das atividades de estágio. Apesar disso, a participação do professor da escola revelou também a importância deles nas discussões coletivas para apresentarem seus conhecimentos sobre os alunos e suas aprendizagens. No entanto, cabe salientar que não há facilidades nessa aproximação, porque as demandas dos professores das escolas os impedem de adicionar quaisquer outras tarefas para além das que lhes são atribuídas. Assim, sugiro que as próximas pesquisas possam desenvolver-se no ambiente da escola, principalmente as etapas do estudo de aula em que a participação do professor da escola seja essencial para contribuir com o processo.

As crenças foi um outro aspecto de revelação importante, nas quais se destacaram como parte integrante do conhecimento didático dos futuros professores, em que mostraram suas compreensões, imagens e aprendizagens da Matemática construídas ao longo de sua formação, inclusive considerando as aprendizagens dos alunos (Escudero-Ávila & Carrillo-Yáñez, 2020). A esse respeito, notou-se uma relação muito próxima entre a forma como os futuros professores aprenderam matemática e o que consideram como os alunos aprendem (Rowland *et al*., 2008). Foram evidências convincentes de suas

experiências com a matemática, especialmente com as tarefas. Tais experiências são fortes influenciadores no desenvolvimento de seu conhecimento didático.

A relevância dessa pesquisa aponta para a necessidade de conhecer e questionar as crenças dos futuros professores, também possibilitar alternativas didáticas que lhes permitam uma reflexão crítica do papel do professor para a promoção das aprendizagens dos alunos.

Assim, essa tese, com essa profundidade, permitiu-me avanços significativos para alavancar futuros projetos no âmbito da pesquisa, do ensino e da extensão, envolvendo o futuro professor em práticas colaborativas e reflexivas, tanto na realização do estudo de aula como em outras propostas que contribuam para o desenvolvimento de seu conhecimento didático.

Também saliento alguns desafios que vivenciei durante a pesquisa para contribuir com outras investigações de estudo de aula na formação inicial.

Um deles, nos primeiros encontros sobre o estudo de aula, os participantes além de se mostrarem menos envolvidos, questionavam as ações para compreender a proposta do estudo de aula. Depois, observei que os participantes, à medida que compreendiam os objetivos de cada etapa do estudo de aula, mostravam-se mais envolvidos com o processo e entendiam melhor seus objetivos. Sendo assim, foi necessário, em cada etapa do processo, deixar claro seus objetivos, requerendo dos participantes comprometimento para a realização das ações. Portanto, sugiro que em outros projetos deixe cada vez mais claro os conceitos e os propósitos do estudo de aula. Da mesma forma, é valioso o comprometimento dos professores formadores, para isso é necessário discutir com profundidade, através de um planejamento sistematizado, todas as ações que serão realizadas durante todo o processo. A importância disso recai sobre o papel que o professor formador exerce na formação dos futuros de professores, assim como, para a construção da autonomia do pesquisador para o bom andamento da observação participante. Já que, pesquisa nesse formato exige confiança mútua e corresponsabilidade entre pesquisador e participantes, especialmente com o professor formador para atingir os objetivos pensados.

Tendo em conta algumas das dificuldades descritas e outras que não foram descritas, por ser parte do processo de uma pesquisa nessas dimensões, considero importante que outros trabalhos venham a ser desenvolvidos para explorar os conhecimentos didáticos dos futuros professores de Matemática, especialmente no que

tange a compreensão de conceitos matemáticos para o ensino e no papel das tarefas, sejam exploratórias ou problemas, para a construção das aprendizagens dos alunos.

Por fim, agradeço aos professores envolvidas (formadores e da escola) e aos futuros professores, pois sem o envolvimento deles não seria possível a realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

Almeida, M. I. (2004) Docentes para uma educação de qualidade: uma questão de desenvolvimento profissional. *Educar em Revista*, *24*, 165–176.

Almeida, P. C. A., & Biajone, J. (2007). Saberes docentes e formação inicial de professores: Implicações e desafios para as propostas da formação. *Educação e Pesquisa*, *33*(2), 281–295.

Almeida, J. R., & dos Santos, M. C. (2019). Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes dos anos finais do ensino fundamental: o caso dos problemas de partilha. *Educação Matemática Pesquisa*, *21*(3), 169-187.

Amador, J. M., & Carter, I. S. (2016). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*, 5-34. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9347-x.

André, M. E. D. A. (1983). Textos, contextos e significados: algumas questões na análise de dados qualitativos. *Cadernos de Pesquisa*, *45*, 66–71.

Andreatta, C., & Allevato, N. S. G. (2020). Aprendizagem matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. *Educação Matemática em Debate*, *4*, 1 – 23.

Angelini, M. L., & Álvarez, N. (2017). Spreading lesson study in pre-service teacher instruction. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, *7*(1), 23-36.

Araújo, W. R. (2018). *Conhecimento especializado do professor de Matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de Lesson study*. Dissertação (mestrado) Unicamp. Campinas, SP. 130p.

Bachelard, G. (1996). *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento.* Contraponto.

Baldry, F., & Foster, C. (2019). Lesson Study Partnerships in Initial Teacher Education. In *Lesson Study in Initial Teacher Education: Principles and Practices*, 147–160. https://doi.org/10.1108/978-1-78756-797-920191011

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes It special? *Journal of Teacher Educations*, *59*, 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Barreiro, I. M. F., & Gerbran, R. A. (2006) Prática de ensino: elemento articulador da formação do professor. *In*: Barreiro, I. M. F. & Gerbran, R. A. (Eds.), *Prática de ensino e estágio supervisionado na formação de professores.* São Paulo, Avercamp.

Bergsten, C., Grevholm, B., Favilli, F., Bednarz, N., Proulx, J., Mewborn, D., Johnson, P., Rowland, T., Thwaites, A., Huckstep, P., DeBlois, L., Maheux, J. F., Chapman, O., Rosu, L. M., Arvold, B., Gellert, U., Krummheuer, G., Skott, J., Garegae, K. G.,… Tsamir, P. (2009). Learning to teach mathematics: Expanding the role of practicum as an integrated part of a teacher education programme. In R. Even & D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education Development of Teachers of Mathematics* (pp. 57–70). Springer.

Bicudo, M. A. V. (1993). Pesquisa em Educação Matemática. *Pro-Posições, 4(1), 18-23*. *https://*periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644379/11803.

Bicudo, M. A. V., & Paulo, M. (2011). Um Exercício Filosófico sobre a Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. *Bolema*, *25*(41), 251–298.

Bieda, K. N., Cavanna, J., & Ji, X. (2015). Mentor-guided lesson study as a tool to support learning in field experiences. *Mathematics Teacher Educator*, *4*(1), 20-31. https://doi.org/10.5951/mathteaceduc.4.1.0020.

Bjuland, R., & Mosvold, R. (2015). Learning from a challenging case. *Teaching and Teacher Education, 52*, 83–90. http://doi.org/10.1016/j.tate.2015.09.005.

Blumer, H. (1986). *Symbolic interactionism: Perspective and method*. Univ of California Press.

Boavida, A. M., & Ponte, J. P. D. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*, (1), 43-55. APM. http://hdl.handle.net/10451/4069

Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Braga, M. D., Neves, R. D. S. P., Mendonça, M. P. D. N., & de Oliveira, C. F. B. (2021). O Estágio Curricular Supervisionado e o Ensino Remoto: percepções de futuros professores de matemática. *Revista Baiana de Educação Matemática*, *2*(1), 1-25.

Bransford, J. D., Brown, A. L. & Cocking, R. R. (2007). *How people learn: brain, mind, experience, and school*. National Academy Press.

Brasil (1997). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental,* Matemática. Brasília, 148p.

Brasil (2006). Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 135p.

Brasil (2012). Conselho Nacional de Saúde. *Resolução* Nº 466, de 12 de dezembro de 2012. https://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/cns/2013/res0466_12_12_2012.html

Brasil (2013). Ministério da Saúde. *Norma Operacional* Nº 001/2013. http://www.hgb.rj.saude.gov.br/ceap/Norma_Operacional_001-2013.pdf

Brasil (2016). Conselho Nacional de Saúde. *Resolução* Nº 510, de 07 de abril de 2016. http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf

Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC). Educação é a Base. Brasília. MEC/CONSED/UNDIME.

Brum, L. D., & Cury, H. N. (2013). Análise de Erros em soluções de questões de Álgebra: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *4*(1), 45-62.

Burroughs, E. A., Luebeck, J. L. (2010). Pre-service Teachers in Mathematics Lesson Study. *Montana Mathematics Enthusiast*, *7*(2), 391–400.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., & Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (8), (pp. 2985–2994). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.

Carroll, C. (2013). *Exploring the impact of lesson study on the theory-practice Gap in pre-service teacher education* (Master's thesis, Mary Immaculate College, University of Limerick), 185p.

Cavanagh, M. S., & Garvey, T. (2012). A Professional Experience Learning Community for Pre-service Secondary Mathematics Teachers. *Australian Journal of Teacher Education, 37(12)*, 56 – 75. http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2012v37n12.4

Chassels, C., & Melville, W. (2009). Collaborative, reflective, and iterative Japanese lesson study in an initial teacher education program: benefits and challenges. *Canadian Journal of Education, 32*(4), 734-763.

Chokshi, S., & Fernández, C. (2004). Challenges to importing Japanese lesson study: Concerns, misconceptions, and nuances. *Phi Delta Kappa.* 520–525. https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/003172170408500710.

Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (1999). Relationships of Knowledge and practice: teacher Learning in Communities. *Review of Research in* Education, *24,* 249-305.

Coelho, F. G. (2014). *A metodologia da Lesson Study na formação de professors: uma experiência com licenciados de Matemática*. Dissertação (mestrado) – UFRJ, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro. 307f.

Conceição, T. Baptista, M., & Ponte, J. P. (2020). Lesson study in initial teacher education to stimulate pedagogical content knowledge on the speed of sound. *Acta Scientiae, 22*(2), 29-47. https://www.researchgate.net/publication/340685509

Corcoran, D. (2011). Learning from Lesson Study: Power distribution in a community of practice. In L. C. Hart et al. (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (pp. 1–10). Springer. doi: 10.1007/978.90.481.9941.9.20.

Corrêa, C. C. (2021). Formação de professores e o estágio supervisionado: tecendo diálogos, mediando a aprendizagem. *Educação em Revista*, *37*.

Crespo, S. (2003) Learning to pose mathematical problems: exploring changes in preservice teachers´ practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243-270.

Cunha, M. J. G. (2015). *Elaboração de problemas combinatórios por professores de matemática do ensino médio*. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Pernambuco – CE, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica. 137f.

Curi, E. (2011). A formação inicial de professores para ensinar Matemática: algumas reflexões, desafios e perspectiva. *REMATEC – Revistas de Matemática, ensino e cultura*., Nata, RN, *6*(9), 75 – 95.

Darsie, M. M. P., & Carvalho, A. M. P. D. (1996). O início da formação do professor reflexivo. *Revista Faculdade de Educação da USP, 22*(2), 90-108.

Dudley, P. (2014). Lesson Study: A Handbook. In *UK LS Developments*. Cambridge. https://doi.org/10.1177/002248702237394.

Ebaeguin, M. (2015). Promoting teacher growth through study: a culturally embedded approach. In: M. Marshman, V. G. & Bennison, A. (Eds). Mathematics education in the margins. Sunshine Coast: Merga, 213 – 220.

Echeverría, M. D. P. P., & Pozo, J. I. (1998). Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: Pozo, J. I. A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. São Paulo, Artmed Editora, 13 – 43.

Elipane, L. E. (2012). Towards the embodiment of competency standards: incorporating the elements of lesson study in the pre-service Mathematics teacher education in the Philippines. *The Asia-Pacific Education Researcher*, *21*(2), 365-374.

Escudero-Ávila, D. I., & Carrillo-Yáñez, J. (2020). El conocimiento didáctico del contenido: bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas. *Educación Matemática, 32*(2), 8 – 38.

Even, R., & Ball, D. L. (2009). Setting the stage for the ICMI study on the professional education and development of teachers of Mathematics. In: *The professional education and development of teachers of mathematics* (pp. 1–9), Springer Science+Business,

Felício, H. M. D. S., & Oliveira, R. A. D. (2008). A formação prática de professores no estágio curricular. *Educar em revista*, (32), 215-232.

Fernández, C. (2002). Learning from Japanese approaches to professional development: The case of lesson study. *Journal of Teacher Education*. *53*(5), 393–405. https://doi.org/10.1177/002248702237394.

Fernández, M. L., & Zilliox, J. (2011). Investigating approaches to lesson study in prospective mathematics teacher education. In Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A (2011). Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together. In *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together* (pp. 85-102). Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-

Fidalgo, A., & da Ponte, J. P. (2004). Concepções, práticas e reflexão de futuros professores do 1º ciclo do ensino básico sobre o ensino da Matemática. *Quadrante*, *13*(1), 5-29.

Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino Da Matemática No Brasil*, *3*(1). https://doi.org/10.20396/zet.v3i4.8646877.

Fiorentini, D. (2011). A investigação em Educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação. *Cuadernos de Investigação e Formación en Educación Matemática*, *8*(11), 61 – 82.

Fiorentini, D., Neves, R. D. S. P., Braga, M. D., da Silva, A. J. N., & Vieira, A. R. L. (2021). O Estágio Curricular Supervisionado em Matemática nos contextos de ensino presencial, remoto e híbrido-Dossiê Temático. *Revista Baiana de Educação Matemática*, *2*(1), 1-9.

Flores, M. A. (2010). Algumas reflexões em torno da formação inicial de professores. *Educação*, (33)3. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84816931003.

Flores, E., Escudero, D. I., & Carrillo, J. (2013). A theoretical review of specialised content knowledge. In B. Ubuz, C. Haser, & M. A. Mariotti (Eds.). *Proceedings of 8th CERME*, Antalya, Turkey: ERME 3055 - 3064. https://www.researchgate.net/publication/260266162_A_theoretical_review_of_Specialized_Content_Knowledge

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia. Saberes necessários à prática educativa* (15.ª ed.). Paz e Terra.

Freitas, M. A. D. (2002). Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo, PUC, 146p.

Frigotto, G. (1996). Formação e profissionalização do educador frente aos novos desafios. In: *Anais do VIII Encontro nacional de didática e prática de ensino: formação e profissionalização do educador, ENDIPE,* Florianópolis, 389-406.

Fujii, T. (2018). Lesson study and teaching mathematics through problem solving: The two wheels of a car. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, J. P., N. Shuilleabhain, & A. Takahashi (Eds.), *Lesson study around the world* (pp. 1-21). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75696-71

Gafanhoto, A. P., & Canavarro, A. P. (2012). A adaptação das tarefas matemáticas: como promover o uso de múltiplas representações. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Práticas de ensino da Matemática: Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática*, 121-134. https://www.researchgate.net/publication/327060272.

Galvão, C. (2005). Narrativas em Educação. *Ciência & Educação 11*(2), 327–345. https://doi.org/10.1590/s1516-73132005000200013.

García, C. M. (1999). *Formação de professores: para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora.

Gatti, B. A. & André, M. (2010). The relevance of qualitative research methods in Education in Brazil. In Bohnsack, R., Pfaff, N. & Weller, W (Eds.), *Qualitative analysis and documental method in international educational research*, 41–52. Budrich Publishers Opladen & Farmington Hills. https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-317253.

Gontijo, C. H., & Fonseca, M. G. (2020). *Criatividade em Matemática*. Curitiba, PR: CRV, 174p.

González, G., Villafañe-Cepeda, W., & Hernández-Rodríguez, O. (2023). Leveraging prospective teachers' knowledge through their participation in lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *26*(1), 79-102.

Gunnarsdóttir, G. H., & Pálsdóttir, G. (2011). Lesson study in teacher education: A tool to establish a learning community. In M. Pytlak, E. Swoboda & T. Rowland (Eds.), Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Rzeszów: University of Rzeszów, 2660 – 2669.

Gunnarsdóttir, H., & Palsdottir, G. (2019). Developing Learning Communities Through Lesson Study. In: Huang, R. Takahashi, A. & Ponte, J. P. Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective. In: *Journal of Research in Mathematics Education 8*(3). https://doi.org/10.17583/redimat.2019.4789

Gutiérrez Araujo, R. E., & Pazuch, V. (2020). Resolución, análisis y elaboración de tareas investigativas de geometría dinámica: saberes movilizados por profesores de matemáticas en formación continua. *Paradigma*, *41*(2).

Haidt, R. C. C. (2000). *Curso de didática geral* (7. ed.) São Paulo: Ática.

Hart, L. C., & Carriere, J. (2011). Developing the habits of mind for a successful lesson study community. In Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A (2011). Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together. In *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together*, Springer, 27-38.

Helgevol, N., & Wilkins, C. (2020). International Changes and Approaches in Initial Teacher Education. In: P. Wood, D.L.S. Larssen, N. Helgevold, & W. Cajkler (Eds.), Lesson Study in Initial Teacher Education: Principles and Practices Emerald *Publishing*. 1–15.

Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experimental" model for teaching and teacher preparation in Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education, 6*, 201–222.

Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2019). Learning from teaching: Pre-service primary teachers perceived learning from engaging in formal lesson study. *Irish Educational Studies*, *38*(3), 283-308. https://doi.org/10.1080/03323315.2019.1613252

Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2022). Elementary teachers' experience of engaging with Teaching Through Problem Solving using Lesson Study. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27.

Huang, R. Takahashi, A. & Ponte, J. P. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective*. Springer. https://doi.org/10.17583/redimat.2019.4789

Iezzi, G., Osvaldo, D., & Machada, A. (2018). *Matemática e Realidade* / 6º ano -. 8ª edição, 2018. Atual Editora.

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. (2016). Carta Ética para a Investigação em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. https://elearning.ulisboa.pt/pluginfile.php/232692/mod_resource/content/0/Carta_EticaeRegulamentoparaositio.pdf

Ketele, J. M. (1984). *Observar para educar: observación y evaluación em la prática educativa.* Visor.

Korthagen, F. A. J. (2010). The relationship between theory and practice in teacher education. *International encyclopedia of education*, *7* (669-675).

Lakatos, E. M., & Marconi, M. A. (2003). *Fundamentos de metodologia científica* (5.ª ed.). Atlas.

Larssen, D. L. S., Cajkler, W., Mosvold, R., Bjuland, R., Helgevold, N., Fauskanger, J., … & Norton, J. (2018). A literature review of lesson study in initial teacher education: perspectives about learning and observation. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, *7*(1), 8–22. https://doi.org/10.1108/IJLLS-06-2017-0030.

Lewis, J. M. (2019). Lesson Study for Preservice Teachers. In: Huang, R., Takahashi A. & Ponte, J. P. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective. An International Perspective* (pp. 485–506). Springer. https://doi.org/10.17583/redimat.2019.4789.

Lewis, J. M., Fischman, D., Riggs, I., & Wasserman, K. (2013). Teacher learning in lesson study. *The Mathematics Enthusiast*. *10*(3), http://scholarworks.umt.edu/tme/vol10/iss3/5

Lewis, C., & Perry, R. (2006). Professional development through lesson study: Progress and challenges in the U.S. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. *25*(6), 89-106.

Libâneo, J. C. (2012). A persistente dissociação entre o conhecimento pedagógico e o conhecimento disciplinar na formação de professores: problemas e perspectivas. *ANPED 35ª Reunião Anual*, Porto de Galinhas, PE. http://www.anped.org.br/biblioteca?keys=libaneo&field_bib_tipo_target_id=&field_bib_serie_target_id=&field_bib_gt_target_id=

Llinares, S. (2021). Educación Matemática y COVID-19 en las Américas: limitaciones, adaptaciones, y lecciones aprendidas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (20), 12-28.

Lüdke, M. (2009). Universidade, escola de educação básica e o problema do estágio na formação de professores. *Formação Docente–Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, *1*(1), 95-108.

Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo, EPU.

Lueng, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Educacion Research Journal*. Canadá, *9*(1), 5–24.

Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento profssional docente: passado e futuro. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação*, *8*, 7-22. http://sisifo.fpce.ul.pt.

Marcelo, P. C., & Ferreira, A. C. (2013). O lugar da matemática na licenciatura em matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *27*, 981-1005.

Martins, M., Ponte, J. P., & Mata-Pereira, J. (2023). Preparing, leading, and reflecting on whole-class discussions: How prospective mathematics teachers develop their knowledge during lesson study. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(1), 33-48.

Meng, C. C., Sam, L.C., Yew, W. T. & Lian, L. H. (2014) Effect of lesson on study on pre-service secondary teachers' technological pedagogical content knowledge. *Sains Humanika*, Malasia *2*(4), 55 – 61.

Miller, J. & Glassner, B. (2004). The "inside" and "outside": finding realities in interviews. In D. Silverman (Ed.), *Qualitative research: theory, method and practice*. Sage.

Mizukami, M. G. N. (1986). *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU.

Mónico, L. S., Alferes, V. R., Castro, P. A., & Parreira, P. M. (2017). A observação participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. *Investigação Qualitativa em Ciências Sociais//Investigación Cualitativa en Ciencias* Sociales.

6º CIAIQ (3), 724–733. https://digituma.uma.pt/bitstream/10400.13/806/1/Fino14.pdf.

Muller, C. E. (2014). Contextualização na Matemática: percursos e percalços. Revista Científica das Escolas de Comunicação e Artes e Educação. *3*(2), 05 – 116. https://core.ac.uk/download/pdf/268081919.pdf

Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. In Hart, L. C., Alston, A. & Murata, A. (Eds.). *Lesson study research and practice in Mathematics education. Learning together*, 1-12. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9_1.

Myers, J. (2012). Lesson study as a means for facilitating preservice teacher reflectivity. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, *6*(1), 15.

Nakamura, K. (2019). How lesson study helps student teachers learn how to teach Mathematics through problem-solving: case study of a student teacher in Japan. In: Huang, R., Takahashi A. & Ponte, J. P. (2019). Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics: An International Perspective (pp. 507 – 525). Springer

Nóvoa, A. (1992). *Os professores e a sua formação*. Lisboa: Dom Quixote/Instituto de Inovação Educacional.

Oliveira, A. C. B. de. (1994). *Qual a sua formação professora?* Campinas-SP: Papirus.

Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. *Reflectir e Investigar Sobre a Prática Profissional*, 29–42.

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 199 – 218.

Onuchic, L. L., & Morais (2013). Resolução de problemas na formação inicial de professors de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa,* São Paulo, *15*(3), 671-691.

Paiva, M. L. M. F., & Del Prette, Z. A. P. (2009). Crenças docentes e implicações para o processo de ensino-aprendizagem. *Psicologia Escolar e Educacional*, *13*, 75-85.

Pereira, D. A., Rocha, S. D. F. M., & Chaves, P. M. (2016). O conceito de práxis e a formação docente como ciência da educação. *Revista de Ciências Humanas*, *17*(29), 31-46.

Pereira, M. A. L., de André, M. E. D. A., Martins, F. M. & Calil, A. M. G. C. (2012). Crenças e concepções dos licenciandos em Matemática sobre a profissão docente. *Formação Docente–Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, *4*(7), 100-114.

Pimenta, S. G. (1995). O Estágio na formação de professores: unidade entre teoria e prática? *Cadernos de Pesquisas*, 94, 58 – 73.

Pimenta, S. G., Garrido, E., & Moura, M. D. (2001). Pesquisa colaborativa na escola facilitando o desenvolvimento profissional de professores. *Reunião Anual da Anped*, 24, 1-21.

Pimenta, S. G., & Lima, M. S. L. (2006). Estágio e docência: diferentes concepções. *Revista Poíesis*, *3*(3), 5-24.

Pimenta, S. G., & Lima, M. S. L. (2019). Estágios supervisionados e o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência: duas faces da mesma moeda? *Revista Brasileira de Educação*, 24.

Pires, M. A. L. M., & Mendes, I. A. (2021). Estágio Supervisionado na Formação Inicial de Professores de Matemática: limites e possibilidades. *Revista Baiana de Educação Matemática*, *2*(01), e202113-e202113.

Polettini, A. F. F. (1996). História de vida relacionada ao Ensino da Matemática no estudo dos processos de mudança e desenvolvimento de professors. *Zetetiké*, *4*(5), 29–48.

Ponte, J. P. (1992). Problemas de Matemática e situações da vida real. *Revista de Educação. 2*(2). 95–108.

Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional, *Actas do ProfMat., 98* (pp. 27 – 44). APM..

Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat* (pp. 25-39). Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

.Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em Educação*, *1*, 93-169. http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-pt/03-Ponte(Rev-SPCE).pdf.

Ponte, J. P. (2004). Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. *Educar*, *24*, 37-66.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM..

Ponte, J. P. (2006). Explorar e Investigar em Matemática: desafios para alunos e professores. *IV Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro*, (pp. 1–20). Macaé,

Ponte, J. P. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA, 2*(4), 153-180.

Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em Matemática: uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión: Revista Iberoamerica de Educación Matemática*, *21*, 13–30. https://www.researchgate.net/publication/44137937.

Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Coord.), Teoría, crítica y práctica de la educación matemática Barcelona, España: Graó, pp. 83-98.

Ponte, J. P. (2016). O que nos diz a investigação em Didática da Matemática. Martinho, M. H., Tomás Ferreira, R. A., Vale, I., & Guimarães, H. (Eds.). *Atas Provisórias do XXVII Sem. Investigação em Educação Matemática*. Porto: APM, 5–19.

Ponte, J. P. (2017). Lesson studies in initial mathematics teacher education. *International Journal for Lesson & Learning Studies*, *6*(2), 169-181.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. *Handbook of international research in mathematics education*, 223.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. In *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 275-296). Routledge.

Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H. & Varandas, J. M. (1998). Investigating mathematical investigations. In: Abrantes, J. Porfirio, & M. Baía (Eds.), Les *interactions dans la classe de mathématiques: Proceedings of the CIEAEM,* Setubal, PT, *49*, 3 – 14.

Ponte, J. P., Januário, C., Ferreira, I. C. & Cruz, I. (2000). *Por uma formação inicial de professores de qualidade*. Documento de um grupo de trabalho de CRUP – Conselho de Peitores das Universidades Portuguesas, 3 – 21.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., M. Quaresma & Velez. I. (2017). Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de Matemática. *Relime Revista Latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa. 20*(1), 1 – 24. http://dx.doi.org/10.12802/relime.17.2013.

Ponte, J. P., Matos, J. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação Matemática: Implicações curriculares.* IIE.

Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista da Educação*, *11*(2), 145–163.

Ponte, J. P.. & Quaresma, M. (2019). Dinâmicas de reflexão e colaboração entre professores do 1.º ciclo num estudo de aula em Matemática. *Bolema 33*(63), 368-388. doi: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a18

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2019). Teachers' collaboration in a mathematics lesson study. In *CERME, 11th Congress of European Research in Mathematics Education*.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Pereira, J. M. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática*, 133, 26-35.

Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J. & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. *Bolema*, *30*(56), 868–891.

Ponte, J. P., & Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 2. º ano de escolaridade. *Boletim Gepem*, 59, 53-68.

Ponte, J. P., Wake, G., & Quaresma, M. (2019). Lesson study as a learning context in mathematics education. In G. Lloyd (Ed.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education* (3), pp. 103-126). Brill.

Potari, D. (2011). Response to part II: Emerging issues from lesson study approaches in prospective mathematics teacher education. In L. C. Hart, A. Alston, & A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education* (pp. 127–132). Springer

Prodanov, C. C. & Freitas, E. C. (2013). Metodologia do trabalho científico [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico (2.ª ed.). Novo Hamburgo: Feevale. www.feevale.br/editora.

Puentes, R. V., Aquino, O. F. & Quillici Neto, Armindo. (2009). Profissionalização dos professores: Conhecimentos, saberes e competências necessários à docência. *Educar*, 34, 169-184.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2017). Participar num estudo de aula: A perspetiva dos professores. *Boletim do GEPEM*, 71, 98 -113.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. da. (2019). Dinâmicas de Reflexão e Colaboração entre Professores do 1.° Ciclo num Estudo de aula em Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *33*(63), 368–388. https://doi.org/10.1590/19804415v33n63a18

Quaresma, M., & Ponte, J. P. D. (2021). Developing collaborative relationships in lesson study. *PNA-Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *15*, 93-107.

Radovic, D., Archer, R., Leask, D., Morgan, S., Pope, S., & Williams, J. (2014). Lesson study as a zone of professional development in secondary mathematics ITE: from reflection to reflection-andimagination. In S. Pope (Ed.), *Proceedings of the 8th British Congress of Mathematics Education, British Society for Research into Learning Mathematics*, Nottingham, 271-278. www.bsrlm.org.uk/IPs/ip36-1/BSRLM-CP-36-1-03.pdf.

Reis, A. Q. M., & Nehring. (2017). A contextualização no ensino de Matemática: concepções e práticas E*ducação Matemática em Pesquisa,* São Paulo, *19*(2), 339-364. https://www.researchgate.net/publication/319661256.

Richit, A., & Ponte, J. P. (2020). Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *Educação em Revista*, *36*, e190996.

Richit, A., Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2021). Aprendizagens profissionais de professores evidenciadas em pesquisas sobre estudos de aula. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *35*(70), 1107–1137. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a26.

Richit, A.; Ponte, J. P., & Tomkelski, M. L. (2020). Desenvolvimento da prática colaborativa com professoras dos anos iniciais em um estudo de aula. *Educar em Revista, 36*, e69346.

Rock, T. C., & Wilson, C. (2005). Improving Teaching through lesson Study. *Teacher Education Quarterly*, *32*(1), 77-92.

Rodrigues, C. R. (2004). *Análise das Práticas de Ensino de Licenciandos e Licenciados em Matemática da UFRPE*. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(3), 255-281.

Sampieri, R. H., Collado, C. H., & Lucio, P. B. (2006). *Metodologia da Pesquisa* (3.ª ed). McGraw-Hill. (pp. xxiv-583).

Santomé, J. T. (1998). *Globalização e interdisciplinaridade: o currículo integrado*. Artes Médicas Sul.

Santos, M. C. & Lima, P. F. (2010). Considerações sobre a Matemática no ensino fundamental. *Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento – Perspectivas Atuais Belo Horizonte,* 1–19. http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7166-3-2.

Schnidt, M. L. S. (2006). Pesquias participante: alteridade e comunidades interpretativas. *Psicologia*, *17*(2), 11 – 41. https://doi.org/10.1590/S0103-65642006000200002.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review,* 57(1), 1 - 22.

Silva, T. T. (2011) *Documentos de identidade: uma introdução ás teorias do currículo*. 3ª ed. Autêntica.

Silva, A. J. N., & de Oliveira, C. M. (2020). A pesquisa na formação do professor de matemática. *Revista Internacional de Formação de Professores*, *5*, e020015-e020015.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, (14), 66 - 91.

Soares, I. M. F., & Bejarano, N. R. R. (2008). Crenças dos professores e formação docente. *Revista da Faculdade de Educação*, Salvador, 14, 55-71.

Soares, L. H. & Rêgo, R. O concreto e o abstrato no ensino de Matemática. *4.º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação matemática*. Ilhéus, BA. https://www.researchgate.net/publication/281780106

Souza, L. T. C. (2016). *Estratégias para elaboração de problemas matemáticos para o ensino médio*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Matemática, Salvador.

Spinillo, G. A., Lautert, L. S., Borba, R. E. S. R., Santos, E. M. & Silva, J. F. G. (2017). Formulação de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa por professores do ensino fundamental. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, *31*(59), 928-946.

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*, 268 – 275.

Stigler J., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom.* The Free Press.

Suh, J. M. & Fulginiti, K. (2012). "Situating the learning" of teaching: implementing lesson study at a professional development school. *School-University, Partnerships, 5*(2), *24 – 37*.

Swan, M. (2017). Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão conceitual, a competência estratégica e a consciência crítica. *Educação e Matemática, 162*, 67 – 72.

Sztajn, P. (2002). O que precisa saber um professor de matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. *Educação Matemática em Revista. 11A*, 17-28.

Tardif, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. *Revista Brasileira de Educação.* n. 13. http://anped.tempsite.ws/novo_portal/rbe/rbedigital/RBDE13/RBDE13.

Tardif, M., & Moscoso, J. N. (2018). A Noção de "Profissional Reflexivo" na Educação: atualidade, usos e limites. *Cad Pesquisa. 48*(168): 388-411.

Teixeira, B. R., & Cyrino, M. C. D. C. T. (2015). Desenvolvimento da identidade profissional de futuros professores de Matemática no âmbito da orientação de estágio. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *29*, 658-680.

Tepylo, D. H., & Moss, J. (2011). Examining Chang in teacher mathematical. In Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A (2011). Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together. *Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together* (pp. 59–77). Springer, https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-

Thompson, P. W., Carlson, M., & Silverman, J. (2007). The design of tasks in support of teachers' development of coherent mathematical meanings. *Journal for Mathematics Teacher Education, 10*(4-6), 415-432. https://www.researchgate.net/publication/227054847

Tsui, a. B. M. (2005). Learning As Boundary-Crossing In School-University Partnership. In:Teacher education: local and global. Proceedings of the 33rd Annual Australian Teacher Education Association Conference (pp. 3 – 15), Australia.

Utimura, G. Z., Borelli, S. D. S., & Curi, E. (2020). Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. *Educação Matemática Debate*, *4*(10), 1-16.

Vaillant, D., & Marcelo, C. (2012). *Ensinando a ensinar: as quatro etapas de uma aprendizagem*. Ed. UTFPR.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. Quadrante, *11*(1), 49 – 59.

Vilarins, R. N. C. S. (2011). *A formação inicial do licenciado em Matemática: concepções teórico-práticas de professores atuantes no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Luterana do Brasil, Ulbra, Canoas (RS).

Wachira, P., Keengwe, J., & Onchwari., G. (2008). Mathematics preservice teachers' beliefs and conceptions of appropriate technology use. *AACE Journal, 16*(3), 293-306.

Watanabe, T. (2018). Japanese Lesson Study in the United States. *Journal of the International Society for design and Development in Education*. *3(*11), 1-13. http://www.educationaldesigner.org/ed/volume3/issue11/article43/

Wood, P., Cajkler, W., Larssen, D. L. S., & Helgevold, N. (2019). The future of lesson study in initial teacher education. In *Lesson study in initial teacher education: Principles and practices* (pp. 203-213). Emerald Publishing Limited.

Yoshida, M., & Jackson, W. C. (2011). Response to part V: Ideas for Developing Mathematical pedagogical knowledge through lesson study. In: Hart, L. C., Alston, A. S. & Murata, A. Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together. In *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together* (pp. 85-102) Springer. https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-.

5. ANEXOS

Anexo 1

Revisão de Literatura

Tabela. Revisão empírica: pesquisa relacionadas ao estudo de aula na formação inicial

Estudo	*Objetivo e Questões de pesquisa*	*Participantes*	*Principais Conclusões*	*Desafios e Recomendações*
Chessels e Melville (2009)	Investigar benefícios e desafios para envolver futuros professores num programa colaborativo, reflexivo e iterativo de estudo de aula.	- 60 futuros professores, distribuídos em grupos de dois ou três; - 20 professores das escolas (de 20 escolas); - Uma investigadora.	- O estudo de aula promove o desenvolvimento da aprendizagem em comunidade profissional e prática reflexiva na formação de professores em seus estágios. - Permite que futuros professores se envolvam significativamente com investigação sobre o ensino.	- Profissionais inexperientes, como o futuro professor de Matemática, a fragilidade está na aprendizagem profissional, vindo acontecer um "conhecimento incidental da aprendizagem incidental como um subproduto do processo de estudo de aula e não como uma aprendizagem proposital" (p. 12) como normalmente acontece com profissionais mais experientes. - "Encontrar maneiras de lidar com as restrições de tempo" (p. 24).
Burroughs e Luebeck (2010)	Explorar a eficácia de envolver futuros professores de Matemática no estudo de aula, indicando benefícios e desafios desse envolvimento. 1. Quais são os resultados do envolvimento de futuros professores e professor de matemática em um estudo de aula colaborativo? a) O que os futuros professores percebem como benefício sobre a experiência? b) O que os futuros professores consideram desafiador ne experiência?	- 24 futuros professores; - Cinco professores (duas escolas); - Uma investigadora	- Os futuros professores podem participar e contribuir para o estudo de aula de maneira significativa; - Os futuros professores demonstraram capacidades de refletir não apenas os resultados, mas também em participar sobre o estudo de aula como uma experiência que promove pesquisa	- Os obstáculos logísticos podem limitar o envolvimento dos participantes do professor da escola e do futuro professor no planejamento da aula de investigação, implicando no desenvolvimento do conhecimento didático. - Os futuros professores quando não contribuem com decisões importantes podem sentir-se desvalorizados.

	c) Que outros resultados podem ser identificados? 2. Como os resultados dessa experiência podem informar maneiras futuras de incluir professores em serviço no estudo da aula?			
Fernández e Zillioux (2011)	Criar e identificar contextos e abordagens de ensino que proporcionam aos futuros professores experiências para ajudá-los a desenvolver entendimentos ricos do ensino reformado da matemática.	- 36 futuros professores (18 por semestre), divididos em três grupos de seis participantes; - Um pesquisador	- Os estudos de aula ajudaram os futuros professores de Matemática a entenderem práticas de ensino mais consistentes. - As experiências promoveram oportunidades para desenvolver e ensinar aulas de forma diferentes do que foram ensinados, questionando suas crenças e prática sobre o ensino.	- Um futuro professor, de cada grupo, ensinou uma micro-aula de investigação, por 30 mim. Primeiro, a aula de investigação foi lecionada para seu próprio grupo, depois um outro membro do grupo lecionou para o segundo grupo e depois um terceiro membro lecionou a aula para o terceiro grupos.
Cavanagh e Garvey (2012)	Compreender e descrever a ocorrência de aprendizagens de futuros professores de Matemática. 1. Que tipo de conhecimento sobre a prática os futuros professores desenvolvem através da sua participação nesta experiência de comunidade profissional? 2. Que características da comunidade de aprendizagem facilitaram o desenvolvimento deste conhecimento?	- Nove futuros professores; - Dois professores (duas escolas); - Uma investigadora.	- As atividades ajudaram os futuros professores a estabelecerem laços entre teoria e prática. - A observação permitiu que os futuros professores colaborassem e apoiassem as aprendizagens uns dos outros. - O ensino das aulas incentivou os futuros professores a desenvolverem conhecimentos do ensino de Matemática	- Pode ser oportuno uma abordagem de resolução de problemas, como uma cooperação da universidade e da escola. - O professor escola e da universidade devem reunir-se para discutir como o aprendizado em comunidade ocorre para colaborar melhor com o processo.
Bieda, Cavanna e Ji (2015)	Discutir o estudo de aula guiado por um professor-mentor para apoiar estagiários no reconhecimento das aprendizagens dos alunos. Em que medida o estudo de aula guiada por um professor-mentor apoia os futuros professores observando características de instruções	- 17 futuros professores; - Oito professores (quatro escolas); - Um pesquisador. (2 ciclos de aula de investigação).	- O estudo de aula apoia à aprendizagem dos professores sobre a Matemática para o ensino; - Promove conversas ricas sobre a Matemática;	- O estudo de aula quando guiado por professores inexperientes podem não perceber aspectos importantes do ensino de matemática ou podem não desenvolver o conhecimento didático do conteúdo. - Os códigos referentes a categoria sobre atender ao pensamento do aluno ocorrem com mais frequência no ciclo 2.

	relevantes para o desenvolvimento dos conhecimentos para o ensino de matemática?			
Bjuland e Mosvold (2015)	Investigar um caso negativo em que o estudo de aula não funcionou da maneira esperada, a fim de identificar possíveis indicadores porque esta implementação falhou.	- Três futuras professoras; - Um professor da escola; - Um professor formador.	- A aula de investigação deve ser planejada e conduzida com atenção à aprendizagem dos alunos. - O estudo de aula potencializa a aprendizado dos professores.	
Amador e Carter (2016)	- Entender as possibilidades de conversação audíveis e restrições para perceber em uma reunião de análise de estudo de aula com base nos tipos de resposta e contexto de discussão determinado nas fases um e dois da análise. - Entender como o estudo de aula, como ferramenta para reestruturar um curso preparatório de professor, oferece oportunidades para a observação profissional do pensamento matemático dos alunos.	- Seis futuros professores; - Uma professora dos anos iniciais da escola; - Um professor da universidade.	- Os futuros professores puderam participar, interpretar e tomar decisões sobre como responder a base de pensamento matemático dos alunos. - A autenticidade das reuniões de análise do estudo de aula, fornece aos participantes tiveram a oportunidade de verbalizar suas observações e se engajar em discursos sobre uma aula observada.	- Os professores (da universidade e da escola) oferecem e restringem oportunidades para os futuros professores verbalizarem através da fala suas percepções.
Gunnarsdóttir & Pálsdóttir (2019)	Analisar se o estudo de aula foi útil para que os participantes canectassem novos conhecimentos à sua prática e como eles usam-nos em suascomunidades de aprendizagem. 1. Como o estudo de aula apoia os participantes na conexão teoria e prática? 2. Os participantes acham o estudo de aula proveitoso no desenvolvimento de suas comunidades de aprendizagem e como uma estratégia de desenvolvimento profissional em um contexto mais amplo?	- 21 futuros professores (grupo de três, quatro ou cinco participantes). - Professores dos anos iniciais (1º - 4º anos). - Professores do ensino fundamental (5º - 8º anos).	- No estudo de aula, os participantes à medida que estudam, ensinam e por isso fazem conexões mais fortes entre teoria e prática. - O estudo de aula desenvolve identidade profissional, tornando o futuro professor mais conscientes das complexidades do ensino, mas também torna-o mais ansiosos para lidar com as questões decorrentes dessas complexidades.	- Os participantes tiveram dificuldades de antecipar as respostas dos alunos às tarefas. - O desenvolvimento de habilidades reflexivas é um desafio para os futuros professores quando participam do estudo de aula.

Lewis (2019)	- Gerar conhecimento para educadores e futuros professores, a serem utilizados na prática. - Desenvolver teorias que contribuam para a compreensão da aprendizagem do futuro professor no estudo de aula.	- 23 futuros professores; - Um professor formador; - Um professor da escola.	- Os resultados indicarmser o estudo de aula pertinente na formação inicial. - A essência do planejamento deve ser colaborativa, mas “os futuros professores desta turma contribuíram muito pouco para o desenho da aula de investigação” (p. 497).	- A participação voluntária no estudo de aula é essencial para melhorar a prática. - O estudo de aula com futuros professores requer adaptações extensas e exige um tempo que na formação inicial parece não existir.
Martins, Duarte e Ponte (2023)	- Identificar aspetos-chave do estudo de aula que promoveram o desenvolvimento do conhecimento didático das futuras professoras participantes	- 7 futuras professoras (3 estudos de aula, EA1, EA2 e EA3); - Duas orientadoras; - Um supervisor.	- Permitiu as futuras professoras experimentarem na prática o que planificaram, aproximando teoria e prática. - As futuras professoras puderam confrontar diferentes ideias para repensando sua própria prática	- O não detalhamento das intervenções pode comprometer a confiança de futuros professores na condução da aula de investigação.

Anexo 2

Guião para discussão e reflexão pós-aula

Tarefa da SEMANA 12: Descrição e reflexão da aula de investigação

Reveja a gravação da aula síncrona e responda as questões a seguir.

1. Faça uma breve descrição de como ocorreu à aula de investigação. Procure contextualizar e apresentar detalhes (horário que a aula começou e terminou, quantidade de alunos presentes, quantos estagiários estavam observando, as intervenções do(a) futuro(a) professor(a) responsável, desenvolvimento da aula e fatores que influenciaram nesse desenvolvimento). Tudo isso ajudará na compreensão da descrição.

2. O planejamento foi realizado ou houve alterações? Em caso de ter sofrido alterações, descreva quais foram e o que ocasionou tais mudanças. Se não houve alterações, você acha que tudo ocorreu dentro das expectativas? Justifique.

3. Em termos de aprendizagem, é possível identificar as estratégias de resolução dos alunos ou quais as principais dificuldades que os alunos apresentaram? Isso foi possível identificar no decorrer da aula ou somente ao ver as gravações?

4. Tipo de registro dos alunos vocês recolheram e o que eles revelam em uma primeira análise?

5. Qual sua avaliação sobre o desenvolvimento da tarefa exploratória no contexto de uma aula remota?

6. Se você fosse realizar a mesma aula de investigação em outra turma, faria algumas mudanças no planejamento? Justifique sua resposta.

Anexo 3

Guião de entrevistas com os futuros professores

Após as considerações iniciais e agradecimentos.

1. Você pode falar um pouco sobre como o estágio vem sendo desenvolvido na licenciatura e qual a sua importância na sua formação?

2. Como foi sua vivência na disciplina de ESO II? Houve algo que o surpreendeu nesta disciplina ou não houve surpresa?

3. Você pode descrever um pouco as etapas do estudo de aula desenvolvido na disciplina de ESO II? (a forma como foi desenvolvido o estudo de aula durante a disciplina).

4. Quais foram os momentos mais interessantes de nossas aulas, os mais difíceis e os desafiantes?

5. A participação dos professores na identificação do problema nos orientou na identificação da dificuldade de aprendizagem dos alunos. Foi através deles que escolhemos o conteúdo, mas no momento de elaborar o objetivo precisamos de mais aulas. Isso também aconteceu no momento de elaborarmos as tarefas. Quais foram as razões para precisarmos de mais tempo, de mais encontros do que o previsto?

6. Ao elaborar ou adaptar uma tarefa, você sentiu dificuldades? Por quê? Como futuro professor, já tinha pensado nas possíveis estratégias que os alunos podiam utilizar para responder uma tarefa ou nas possíveis dificuldades que eles podiam ter para resolvê-la?

7. Você considera as tarefas exploratórias interessante (desafiantes, ...), são diferentes de outros tipos tarefas que você já tinha visto? Por quê? Você vai pensar nesse tipo de tarefa em situações futuras?

8. Relativamente ao plano de aula realizado, que diferenças você considera em relação a outros planos já seus conhecidos? Teve utilidade a realização deste plano?

9. Que momentos importantes você aponta na aula de investigação? Você considera que os alunos desenvolveram o raciocínio algébrico (ou de divisão) como pensamos nos objetivos?

10. Quais foram as limitações e dificuldades provocadas pelo ambiente remoto na aula de investigação? A aula, como foi planejada seria melhor realizada no ambiente presencial?

11. Essa vivência no estágio, nesse processo formativo de estudo de aula, mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos alunos e a prática docente? (E na sua vida profissional).

12. Que aprendizagens destacaria da sua participação neste estudo de aula, no campo da Matemática e no campo do ensino da Matemática?

13. O estudo de aula vai interferir no seu modo de pensar o estágio daqui para frente, em ESO III e ESO IV no que diz respeito à formulação do objetivo de aula, estudo das tarefas,

elaboração do plano de aula, antecipação das dificuldades e estratégias de resolução dos alunos.

14. Que fatores potencialmente importantes, condicionantes e limitantes você identifica neste processo formativo? (Ou seja, quais são os pontos positivos, difíceis, negativos deste processo e sugestões para o seu desenvolvimento nos ESO?).

Anexo 4

Guião de Entrevistas com as professoras formadoras

Após as considerações iniciais e agradecimentos.

1. Você pode falar um pouco sobre como o estágio vem sendo desenvolvido na licenciatura e qual a sua importância na formação do futuro professor de Matemática?

2. Com sua experiência em ESO II, você considera que o estudo de aula contribuiu no desenvolvimento da disciplina, neste momento, com o ensino remoto? Por quê?

3. Na segunda aula, você destacou que o estudo de aula é uma experiência relativamente nova aqui no Brasil, mas que é possível termos bons resultados tanto nas aprendizagens dos alunos como na prática docente. Você destacou a importância de trabalhar esse processo formativo na formação inicial, inclusive devendo pensar nessa proposta, no espaço de ESO, como vivência. Você considera que o estudo de aula pode vir a ser uma proposta de orientação pedagógica para os estágios? Por quê?

4. Você também falou acreditar que a vivência em um estudo de aula vinha a colaborar com ESO II, tanto neste momento com muitas diversidades como também para que os futuros professores possam pensar em todas as questões que o estudo de aula pode promover, principalmente com relação a um planejamento mais minucioso e a essa aproximação com a pesquisa de aula. A que se deve esses seus comentários durante a aula?

5. Nós, professores de ESO, reconhecemos os distanciamentos entre as escolas e a universidade e, também, entre nós e os professores das escolas. Isso se evidenciou ainda mais no momento de convidar os professores para contribuir para a identificação das dificuldades de aprendizagem dos alunos e para a aula de investigação. Percebemos que não temos uma universidade reconhecidamente próxima da escola. Esses problemas foram pontuados por você em vários dos nossos diálogos. Você considera que o processo formativo de estudo de aula pode contribuir para uma aproximação entre essas instituições e seus profissionais? Por quê?

6. A participação dos professores da escola nos orientou na identificação da dificuldade de aprendizagem dos alunos e escolhemos o conteúdo. Depois disso, você orientou os futuros professores para o estudo de equações de 1º grau, com a questão: "Cada grupo deve preparar uma síntese para entregar e uma breve apresentação para a próxima aula síncrona (até 15 minutos por grupo), contemplando os seguintes aspectos do trabalho escolhido:

a. Objetivo da pesquisa
b. Participantes e nível de escolaridade
c. Tarefas matemática discutidas no trabalho
d. Principais resultados
e. Principais conclusões

f. Considerações do grupo acerca de dois dos seguintes temas:
   i. pensamento algébrico/linguagem algébrica
   ii. generalização a partir de regularidades
   iii. significado do uso das letras na álgebra
   iv. tradução de problemas para a linguagem algébrica
   v. os erros e dificuldades mais frequentes na aprendizagem de álgebra
   vi. abordagens dos livros didáticos
   vii. abordagens metodológicas sugeridas e/ou adotadas pelos docentes".

No entanto, na elaboração dos objetivos sobre equações do 1º grau, tivemos: expressões algébricas, equações algébricas, números racionais e frações. A que você atribui isso?

7. Na aula seguinte, no momento da elaboração dos objetivos percebemos as dificuldades dos futuros professores. Quais foram (são) as razões para essas dificuldades, mesmo você tendo chamado à atenção para o ano de escolaridade, introdução aos conteúdos de equações de 1º grau e as leituras já realizadas?

8. Isso também aconteceu no momento do estudo das tarefas exploratórias. A pergunta no fórum sobre as tarefas foi: "que características dever ter as tarefas exploratórias sobre equações do 1º grau de modo a contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos?" E durante a aula os futuros professores referiram características das tarefas exploratórias. Na elaboração das tarefas exploratórias, vimos que alguns problemas que tratam da formalização da equação prevaleceram, falaram em questão motivadora, privilegiaram os algoritmos da resolução, etc. Será que a participação do futuro professor nesse estudo de aula contribuiu com um outro olhar para as tarefas e para a elaboração/adaptação e resolução de equações do 1º grau?

9. Apesar de momentos de discussão sobre as tarefas (e novamente quando elaboramos o plano de aula), um grupo resolveu mudar a ordem das questões, indicando que a 2ª questão tinha como objetivo formalizar a equação do 1º grau e que saber a fórmula é importante para aprender tais conteúdos. A vivência do futuro professor neste estudo de aula serve para identificar problemas dessa natureza na formação inicial?

10. Você, no início da disciplina, enfatizou a importância da frequência e da participação nas aulas síncronas, a importância de ligar as câmeras, entregar as tarefas no tempo previsto, etc. Um dia antes da aula, conversávamos sobre as estratégias da aula e, no dia seguinte, conversávamos sobre a tarefa da semana. Nesse sentido, quais foram as dificuldades provocadas pelo ambiente remoto para a dinâmica da disciplina?

11. Essa vivência no estágio, nesse processo formativo de estudo de aula, mudou sua percepção de olhar para as aprendizagens dos futuros professores e sua prática docente, enquanto professora formadora?

12. Que aprendizagens você destacaria da participação dos futuros professores neste estudo de aula, no campo da Matemática?

13. E no campo do ensino da Matemática?

14. O estudo de aula vai influenciar o seu modo de pensar a disciplina de ESO II daqui para frente? Que mudanças você pode vir a fazer no plano de ensino da disciplina?

15. Que fatores potencialmente importantes, condicionantes e limitantes você identifica neste processo formativo? (Ou seja, quais são os pontos positivos, difíceis, negativos deste processo e sugestões para o seu desenvolvimento nos ESOs?).

Anexo 5

Propostas de tarefas para a aula de investigação – turma LM1

1. *Lanche da turma*. Marcelo e Gustavo estão de férias e ficaram encarregados de comprar o pão para preparar os sanduíches para o lanche da tarde da turma do prédio onde moram. Com cada pacote de pão de forma, é possível preparar 12 sanduíches. Como são 18 crianças e todos estão com fome, eles fizeram uma média de 6 sanduíches por pessoa. Quanto eles gastarão com a compra dos pães de forma, sabendo que cada pacote custa R$ 5,00?
2. *Pista de Corrida*. O autódromo José Carlos Pace é uma pista de corrida localizada próximo ao bairro Interlagos na cidade de São Paulo, e por isso, é mais conhecido como Autódromo de Interlagos. O comprimento total de uma volta nessa pista é 4309 metros. Sabendo que a distância total percorrida por cada carro que completou a corrida, em metros, foi 305939 m, quantas voltas foram dadas em toda a corrida? Quantas voltas completas tem quem percorreu 265674m?
3. *Dos doces*. Júlia é confeiteira e em um determinado dia, ela produziu 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. Para guardá-los, Júlia decidiu distribuí-los em 12 caixas, de forma que todas as caixas tenham a mesma quantidade de doces. Com isso, quantos docinhos teremos em cada caixa? Sobrará algum docinho? Se sim, quantos?
4. *Da padaria*. Uma padaria fabrica 180 tortas por dia e as entrega a cada uma de suas 15 filiais de modo que todas recebam a mesma quantidade de tortas. Quantas tortas cada filial recebe?
5. *Bolas de gude*. O irmão mais velho de Joãozinho decidiu dar todas as suas bolas de gude a ele, mas Joãozinho decidiu compartilhar igualmente todas elas entre ele e seus 3 melhores amigos. Na garrafa onde estavam guardadas, tinham 25 bolas de gude. Então:

   a) Com quantas bolas de gude Joãozinho e seus amigos ficaram?
   b) Após compartilhar as bolas, houve alguma sobra?

   Baseado na questão anterior, explique com suas palavras

   a) Como você solucionou a questão?
   b) Se você usou números para a solução, existe alguma solução para a questão sem usar números?
   c) Se você não usou números, pesquise e mostre quais métodos podem ser usados neste tipo de problema.

6. *Dos bolinhos*. Dona Maria fez 24 bolinhos. Alguns eram de chocolate e outros de creme. Quantos saquinhos dona Maria vai precisar se colocar em cada saquinho:

   a) 3 bolinhos?
   b) 6 bolinhos? *Sugestão: Incluir: "e 12 bolinhos?"*
   c) 8 bolinhos? *Sugestão: trocar por "O que acontece quando a quantidade de bolinhos dobra?"*
   d) No dia seguinte, dona Maria fez 36 bolinhos. A metade era de chocolate. Quantos eram de creme? *Sugestão: trocar "metade" por "um terço".*

7. *Do aniversário*. No aniversário de Bernardinho, José, Bernardinho e Tatiana foram a um rodízio. O preço do rodízio era de R$ 54,00 para cada pessoa. Além disso, José consumiu um refrigerante de R$ 7,00 e Tatiana consumiu uma sobremesa de R$ 13,00. Ao final da refeição, resolveram juntar todos os valores e dividir entre os três. Como apenas Bernardinho tinha valores em moedas e em cédulas de papel, ele decidiu que o valor que todos pagariam seria igual caso o valor a ser pago por cada um fosse um número inteiro, e caso não houvesse essa possibilidade, ele pagaria o restante, sendo o único a pagar a mais. Nesta situação:

   a) O Bernardinho pagou a mais? Se sim, quanto ele pagou?
   b) Quantos reais cada um pagou?
   c) Se a soma de todos os valores fosse um múltiplo de 3, haveria a possibilidade de todos pagarem o mesmo valor? Justifique.

8. *Da excursão*. O colégio ativo levará 795 alunos e professores para uma excursão. Para isso, alugará vários ônibus. Em cada ônibus cabem, no máximo, 46 pessoas. Quantos ônibus a escola deverá alugar?

9. *Do restaurante*. João e mais 3 amigos foram a um restaurante. Após terminar a refeição a conta deu 64 reais. Sabendo disso responda às seguintes perguntas:

   a) Qual foi o valor que ficou para cada um se cada um tivesse que pagar a mesma quantia?
   b) Se João pagou sua parte e ainda lhe sobrou 11 reais, qual foi a quantia que João tinha quando chegou ao restaurante?
   c) Se João pagar metade da quantia que deveria pagar qual será esse valor?
   d) Se a outra metade da parte de João for distribuída para seus amigos, qual o valor que cada um dos amigos irá pagar ?

10. *Do prêmio*. Numa loteria foi sorteado um prêmio de 720.000 reais, que acabou repartido igualmente entre 6 ganhadores.

    a. Para saber quanto cada um ganhou, que conta devemos fazer?
    b. Quanto dá?
    c. Como podemos confirmar a resposta?
    d. E quanto dá 720.000 dividido pelo valor do prêmio de cada ganhador?

- Um dos ganhadores era um grupo de amigos. Eles repartiram o dinheiro e cada um ficou com 24.000 reais.

    e. Qual o total do dinheiro que o grupo repartiu?
    f. Se cada amigo ficou com 24.000 reais, que conta devemos fazer para saber quantos amigos eram?
    g. Quantos eram?
    h. Como podemos confirmar a resposta?

Anexo 6

Propostas de tarefas para a aula de investigação – turma LM3

1. *Das mesas***.** Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 7º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejarem a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar.

   a. Faça um desenho representando a disposição das mesas e seus ocupantes.
   b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma.
   c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição?
   d. E se forem colocadas n mesas?
   e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?

2. *Do tempo de propaganda.* Assista em torno de 20 minutos de comerciais durante o horário nobre da tv brasileira, de preferência entre 21:00 as 22:00 horas, registre o tempo de tv de negros e brancos; homens e mulheres. Com base nos dados registrados, faça uma analise quantitativa do tempo de tv desses grupos utilizando conceitos de porcentagem, razão e proporção; quanto tempo de propaganda seria necessário para ambos os grupos terem a mesma quantidade de tempo na tv? Faça uma análise qualitativa, utilizando os dados coletados dos comerciais e da análise quantitativa sobre os tipos de comerciais que estes grupos fazem parte.

3. *Dos filhos de soraia***.** Observação: Deixe por escrito o raciocínio que você utilizou.
   Soraia está distribuindo doces para seus dois filhos Fred e Deive. Em um certo momento, Fred está com 3 doces e Deive está com 5 doces.

   a) Quantos doces Soraia deve entregar a Fred para que os dois filhos tenham a mesma quantidade de doces? Dica: Desenhe os 5 doces de Deive de um lado e os 3 doces de Fred do outro, e perceba quantos doces você precisa desenhar para que os dois tenham o mesmo número de doces.
   b) Se Fred ainda tivesse 3 doces, mas Deive 9. Quantos doces Soraia deverá entregar a Fred? E se Deive tivesse 16 doces?
   c) Você utilizou alguma operação aritmética (soma, multiplicação, divisão e subtração) para resolver o passo anterior? Se sim, qual?
   d) Tente descrever através de uma equação o número "x" de doces que Soraia deverá dar a Fred quando ele tiver 3 doces e Deive tiver 100 doces.
   e) Tente descrever através de uma equação o número "x" de doces que Soraia deverá dar a Fred quando Deive tiver o dobro do número de doces que Fred tem.

4. *Das vacinas*. No Reino de TÃO TÃO DISTANTE , o Rei para proteger seu reino preocupou-se em comprar dois tipos de vacina para o seu povo, 300 vacinas FURA BRAÇO e a 400 TIRAJUÍZO , quando foi fazer o discurso para informar ao seu povo sobre as vacinas, esqueceu quanto foi o preço da unidade da vacina tira juízo, porém ele sabia que total gasto com as compras das vacinas foi de R$ 3000,00 ,e que a unidade da FURA BRAÇO foi de R$ 20,00, quando o rei percebeu o esquecimento faltava 5 minutos para o discurso, e não teria como entrar em contato com o setor de finanças do reino, ele precisava descobrir sozinho o valor da vacina TIRA JUÍZO para poder passar a informação correta para seus súditos, será que existia alguma maneira dele descobrir o valor da unidade da vacina TIRA JUÍZO ?

5. *Tarefa dos irmãos*. Sabendo que os diamantes de um determinado jogo estão em promoção

Os irmãos Drake e Josh dispõem de 500 reais para dividir e comprar seus diamantes
Justifique suas respostas e explique o caminho que você levou até chegar a ela

a) Quantos diamantes ambos possuem juntos?
b) Quantos produtos de 1000 diamantes eles conseguiriam comprar e quantos sobrariam?
c) Quantos pacotes de 100 diamantes eles podem comprar com todo o dinheiro?
d) Caso fossem comprar 3600 diamantes só em pacotes de 100 diamantes, quantos seriam necessários?
e) Observando os dois últimos itens e considerando "número de pacotes = x" e "diamantes totais = y" tente descrever de que forma ficariam as contas
f) Procure algum colega e discuta as resoluções com ele caso ele tenha feito de forma alternativas.

6. João queria ir à rodoviária o mais rápido possível, mas na tentativa de pedir um Uber o seu celular descarregou. Como tinha pressa em chegar encontrou um taxista próximo e perguntou como ele cobraria na corrida. Já que não havia trânsito no momento e nem muitos semáforos no percurso, o motorista falou que o preço seria o da bandeirada, R$ 4,50, mais R$1,50 por quilômetro rodado por completo. João só tinha R$ 18,00 na carteira e perguntou quanto era a distância até a rodoviária. O taxista falou que era, aproximadamente, 8 quilômetros.

a) Se a estimativa do taxista estiver certa, o dinheiro de João será suficiente para pagar a corrida para o seu destino? Justifique.
b) Imagine que a distância tenha sido estimada para menos. Até que distância João teria condições de pagar?
c) Considerando que o motorista estimou a distância correta da corrida e o valor da corrida quando há trânsito passou para R$ 4,50 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado, quanto faltaria para João pagar na corrida

7. *Tarefa do free fire***.** Em uma escola, está sendo organizado um campeonato de Free Fire. Cada jogador usará uma pulseira para que quando ele seja eliminado, ele a entregue para o adversário que o derrotou. Na primeira semana de inscrições, 50 alunos se inscreveram e sabe-se também que a taxa de inscrição é de R$ 2,00.

a) Quanto será arrecadado caso sejam somente 48 alunos no campeonato?
b) Se o número de alunos inscritos dobrar, quanto será arrecadado? Justifique.
c) Quanto será arrecadado caso sejam n alunos? Justifique.
d) Se for arrecadado R$ 230,00, quantos alunos participaram? Justifique.

8. *De partilha* Alberto, Heloísa e Millena ganharam 81 pirulitos. Em que Heloísa recebeu o dobro de pirulitos que Millena ganhou. Alberto ganhou o triplo de pirulitos que recebeu Heloísa.

a) Quantos pirulitos cada criança recebeu?
b) Quanto seria o dobro da quantidade de pirulitos que Heloísa recebeu?
c) Qual o valor de 1/3 da quantidade de pirulitos de Millena?
d) Se a quantidade total de pirulitos tivesse sido 72, quanto receberia Alberto?

9. *Das pizzas***.** Henrique tem uma pizzaria. Ele vende pizzas de 8 fatias, inteiras ou em fatias individuais.

a) Em uma noite 5 amigos chegaram lá, e cada um comeu **7** fatias. Quantas pizzas inteiras **e** quantas fatias foram vendidas para a mesa desses 5 amigos?
b) Mais dois amigos deles chegaram e pediram 3 fatias cada. Qual o novo total de pizzas inteiras e fatias?
c) Em uma noite, Henrique fez uma promoção: para cada 2 pizza**s** compradas, o cliente ganharia mais 4 fatias extras. Expresse essa informação em uma equação. *(Dica: para cada n pizzas compradas, quantas fatias você ganhará? Teste alguns valores para encontrar um padrão.)*
d) Supondo que Márcia levou 25 pizzas para casa, quantas pizzas ela comprou?

10. *Do lol.* No jogo League of Legends o personagem Irelia possui uma habilidade chamada surto da lâmina, em que Irelia avança no alvo causando dano e caso Irelia derrote o alvo, o tempo de recarga da habilidade é resetado. Sabendo que a habilidade causa 85 de dano físico base mais 0,6 por AD, e que um minnion mago possui 175 de vida, quanto de AD é necessário para irelia derrotar o minnion mago com sua habilidade?

11. *Do pão***.** A mãe de Felipe pediu para ele ir comprar pão no mercadinho, pois lá vendia por unidade e não por peso. Cada unidade de pão francês custava 27 centavos,

a unidade do pão bola custava um terço a mais do valor do pão francês, e o pão doce custava o valor do pão francês juntamente com o pão bola. Com base nessas informações, responda:

a) Quanto custa o pão Bola e o Pão Doce?
b) Caso a mãe de Felipe peça para ele comprar dos três tipos de pão, mas sem determinar as quantidades, que expressão geral poderíamos usar para calcular quanto eles gastariam em dinheiro?

Anexo 7

Plano de aula de investigação da turma LM1

Tema da aula: Divisão.

Habilidade da BNCC:

(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

Objetivo: Promover aprendizagens de alunos de 6º e 7º anos sobre a divisão e seus meios de resolução mediante tarefas exploratórias.

Estratégia e desenvolvimento: Aula investigativa por meio de uma tarefa exploratória. A tarefa será lida e apresentada pelo professor responsável. Um dos alunos será convidado pelo professor para construir a resolução de cada questão, sendo auxiliado pelo professor, caso sinta dificuldade. Caso o aluno solucione o problema, o professor deve sempre questionar como o aluno chegou a tal resposta. Se o aluno não solucionar a questão, o professor pode convidar outro aluno para tentar solucionar, ou, solucionar de maneira explicativa a questão.

OBS. Cada aluno resolverá a tarefa individualmente e posteriormente enviará suas anotações ao professor da turma.

Tarefa 1

Num perfil do Instagram foi sorteado um prêmio de 72 hambúrgueres, que acabou sendo repartido igualmente entre 6 ganhadores.
a) Para saber quanto cada um ganhou, que conta devemos fazer?
b) Quantos hambúrgueres cada um ganhou?
c) Como podemos confirmar a resposta?
d) E quanto dá 72 hambúrgueres dividido pelo valor do prêmio de cada ganhador?

Um dos ganhadores repartiu o prêmio de forma igual para seus irmãos e cada irmão ficou com 3 hambúrgueres.
e) Qual o total de hambúrgueres que o ganhador repartiu?
f) Se cada irmão ficou com 3 hambúrgueres, que conta devemos fazer para saber quantos irmãos o ganhador tem?
g) Quantos irmãos o ganhador tem?
h) Como podemos confirmar a resposta?

Estrutura:

Encaminhamento	Duração esperada	Atividades dos alunos e possíveis dificuldades	Respostas do professor e aspectos a ter atenção	Objetivos e Avaliação
Introdução da aula Apresentação da tarefa 1	5 min	Ler o enunciado, primeiro momento para reconhecer a divisão.	Após a leitura da questão, perguntar como se solucionar esta questão. Por quais meios podemos solucionar?	Analisar se o aluno possui a compreensão de identificar padrões na operação da divisão.
Questão A	2 min	Apontar qual operação devemos fazer / Não reconhecer a operação.	O professor pode ler a questão e ajudar o aluno a entender o enunciado.	Perceber que quando estamos repartindo algo em partes iguais, estamos efetuando uma operação de divisão.
Questão B	4 min	Dividir 72 por 6; Usar o algoritmo da divisão.	Esclarecer dúvidas sobre o algoritmo e indicar outras formas de se dividir.	Esclarecer dúvidas sobre o algoritmo e indicar outras formas de se dividir.
Questão C	5 min	Multiplicar 12 por 6; Perceber que, em uma divisão exata, quociente multiplicado pelo divisor é igual ao dividendo.	Explicar a relação entre dividendo, divisor e quociente em uma divisão exata.	Perceber que a multiplicação (ou uma estratégia de somar parcelas) é o inverso da divisão.
Questão D	4 min	Dividir 72 por 12 ; Dividir um número por um divisor de 2 algarismos.	Esclarecer as dúvidas dos alunos e mostrar que ocorre de forma análoga aos casos de divisores com apenas 1 algarismo.	Perceber a relação entre 72/6 e 72/12.
Discussão coletiva	4 min	Momento propício para verificar a compreensão dos alunos sobre as questões iniciais.	Esclarecer brevemente definições da divisão e explicitar o método utilizado para operação da divisão.	Nivelar a turma para prosseguimento da tarefa.

Questão E	4 min	Interpretar as informações das questões anteriores ; Não conseguir relacionar o que a questão pede com as informações obtidas nas questões anteriores.	Auxiliar os alunos a interpretar corretamente o que está sendo exigido.	Interpretar a questão e usar informação das questões anteriores para chegar a resposta.
Questão F	4 min	Indicar qual operação a ser feita para determinar o número de familiares ; Não ter entendido a relação que existe entre os itens (b) e (d) .	Convidá-lo a entender a relação que existe entre os itens (b) e (d).	Compreender a relação existente entre os itens (b) e (d).
Questão G	4 min	Dividir 12/3; Não compreender qual divisão que deve ser feita.	Sugerir que os alunos revejam o item (d).	Compreender a relação entre 12/3 e 12/4.
Questão H	4 min	Multiplicar 3 por 4; Perceber que, em uma divisão exata, quociente multiplicado pelo divisor é igual ao dividendo.	Explicar a relação entre dividendo, divisor e quociente em uma divisão exata.	Perceber que a multiplicação é o inverso da divisão.

Tempo de duração: 50 minutos

Recursos: *Google meet, slides (Power point), Paint*.

Caso a tarefa 1 não seja suficiente, a tarefa 2 será apresentada:

Tarefa 2

Júlia é confeiteira e recebeu uma encomenda de 50 brigadeiros, 30 beijinhos, 30 cajuzinhos e 40 bem-casados. Em uma festa ela distribuiu a encomenda em 12 mesas, e cada mesa recebeu todos os tipos de docinho.

a) Quanto de cada doce terá em cada mesa? Justifique sua resposta.
b) É possível que todas as mesas tenham a mesma quantidade de doces? Explique.
c) Quantos doces sobraram? Como você chegou nessa informação?
d) Com os doces que sobraram é possível organizá-los em uma mesa, que contenha no mínimo 9 doces, de forma que tenha pelo menos um tipo de cada um dos doces? Desenvolva a questão explicando as possíveis possibilidades.
e) Quantas mesas seriam necessárias para colocar os doces que sobram, de forma que, em cada mesa tenha no máximo 9 doces e que, desta vez, não sobre nenhum doce? Lembrando que é necessário ter pelo menos um tipo de cada doce.

Encaminhamento	Duração esperada	Atividades dos alunos e possíveis dificuldades	Respostas do professor e aspectos a ter atenção	Objetivos e Avaliação
Apresentação da tarefa 2	3 min	Os alunos podem ter dificuldades em interpretar a questão.	Explicar de maneira simples como se interpretar a questão de maneira correta	Analisar como os alunos interpretam a as aplicações da divisão de partilhas
Questão A	5 min	Dividir cada tipo de doce pela quantidade de caixas, que são 12. Teremos: haverá 4 docinhos de brigadeiros em cada caixa; haverá 2 docinhos de cajuzinho em cada caixa; haverá 2 docinhos de beijinho em cada	Nesse caso, o professor deve esclarecer que devem chegar à conclusão de que devem dividir cada tipo de doce pela quantidade total de caixa.	Chegar à conclusão de que devem dividir cada tipo de doce pela quantidade total de caixa.

		caixa; haverá 3 docinhos de bem-casado em cada caixa. Uma possível dificuldade é ele tentar encontrar a quantidade de cada doce partindo do total de doces, o que não estaria correto.		
Questão B	5 min	Chegar à conclusão de que devem dividir cada tipo de doce pela quantidade total de caixa.	O professor deverá se referir ao algoritmo da divisão, utilizado na alternativa a), e explicar em qual parte será retirada essa informação.	Compreender o papel do quociente na divisão.
Questão C	5 min	Chegar à conclusão de que os restos das divisões se referem aos doces que sobram na partição. No total, foram 18 docinhos que sobraram após a divisão dos doces pelas caixas. Uma possível dificuldade é o aluno não entender que deverá somar os restos das divisões para o total de doces.	O professor deverá explicar que devem somar os restos de cada uma das divisões feitas para obter a quantidade total de doces que sobram de cada tipo. Nesse caso, o professor deverá se referir ao algoritmo da divisão, utilizado na alternativa a), e explicar em qual parte será retirada essa informação.	Compreender o papel do resto na divisão.
Questão D	5 min	O aluno deverá chegar à conclusão de que há possibilidades de organizar os doces que sobram, já vimos que foram 18 no total (2 brigadeiros, 4 bem-casados, 6 cajuzinhos e 6 beijinhos), pois, sobra um número par de doces de cada tipo. Dessa forma, há algumas possibilidades possíveis de organizar esses doces de forma que em uma caixa tenha no mínimo 9 doces, sendo pelo menos 1 de cada tipo. Uma das possibilidades seria: 1 doces de brigadeiro, 3 de cajuzinhos, 3 de beijinhos e 2 de bem-casados. Essa é apenas uma das	Os alunos devem se atentar às informações da questão quanto ao fato de criar possibilidades de organizar os doces que sobram numa caixa que tenha no mínimo 9 docinhos. Esse número de doces que deverá ter na caixa deve ser feito com os restos de cada um dos doces. O critério para resolução dessa questão fica a cargo do aluno.	Compreensão e interpretação de questões de divisão que envolve resto e idéias de possibilidades.

		possibilidades. Os alunos podem chegar em outras possibilidades possíveis. Uma possível dificuldade é o aluno confundir o resto com o quociente, caso ele não tenha entendido o conceito da sobra na questão anterior. O professor pode ajudar nessa parte, informando que as possibilidades têm que ser feitas com os restos de cada tipo de doce.		
Questão E	5 min	O aluno deverá chegar na conclusão de que serão necessárias apenas 2 caixas nesses termos, pois, sabemos que a quantidade de doces que sobram de cada tipo é par (2 brigadeiros, 4 bem-casados, 6 cajuzinhos e 6 beijinhos), dessa forma, dividindo ambos por dois, teremos: 1 brigadeiro, 2 bem-casados, 3 cajuzinhos e 3 beijinhos. Isso daria exatamente 9 docinhos. Portanto, precisaríamos de exatos 2 caixas. Uma possível dificuldade é o aluno não perceber que os doces que sobram são números pares e que todos podem ser divididos pelo mesmo número (múltiplos de 2).	Caso o aluno não perceba que os doces que sobram são números pares e que todos podem ser divididos pelo mesmo número (múltiplos de 2), o professor pode intervir e dá esse caminho para ajudar na resolução do problema.	Compreender a ideia de múltiplos no contexto da divisão.

Fontes/ referências:

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. **É mesmo necessário fazer planos de aula?** Educação e Matemática, 133, 26–35, 2015.
Tarefa 1, adaptada de Matemática e Realidade / 6º ano - Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado. 8ª edição, 2013. Atual Editora.
Tarefa 2, autoria própria.

Anexo **8**

Plano de aula de investigação da turma LM3

Escola de Referência em Ensino Fundamental e Ensino Médio
Disciplina: Matemática do Ensino Fundamental
Ano de escolaridade: 7º
Professor responsável:
Estagiário responsável: ---

OBJETIVO GERAL:

Contribuir com desenvolvimento do raciocínio algébrico dos alunos envolvendo equações do primeiro grau através de tarefas exploratórias.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar padrões de uma dada sequência e expressando algebricamente a sua generalização;
- Promover a interpretação contextual dos problemas de equações do primeiro grau;
- Compreender as propriedades das equações algébricas e sua utilização na resolução das equações.
- Encontrar no dia a dia situações problemas para serem estudadas em aulas.

TAREFA 1

Durante o intervalo entre as aulas, a turma do 7º ano decidiu reunir-se no refeitório para planejar a apresentação da feira de conhecimento. No refeitório só havia mesas de quatro lugares disponíveis e, inicialmente, sentaram-se quatro estudantes em uma mesa com quatro lugares, logo chegaram mais dois estudantes e um deles teve a ideia de juntar outra mesa ao lado da primeira para que os seis pudessem se sentar de maneira que, não sobrava nenhum lugar. Algum tempo depois, outros dois colegas da turma se juntaram ao grupo e juntaram uma nova mesa ao lado das duas anteriores e todos conseguiram se sentar de maneira que não sobrava nenhum lugar.

a. Faça um desenho representando a disposição da mesa e seus ocupantes.

b. Desenhe a representação das mesas quando chegarem mais dois estudantes da turma.

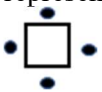
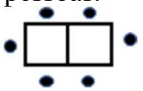
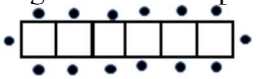
c. Se forem colocadas 12 mesas, quantas pessoas podem se sentar, usando a mesma disposição?

d. E se forem colocadas n mesas?

e. Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas nas mesmas condições? E para acomodar 45 pessoas?

TAREFA 2

No Reino de TÃO TÃO DISTANTE, o Rei para proteger seu reino preocupou-se em comprar dois tipos de vacina para o seu povo, 300 vacinas FURA BRAÇO e a 400 TIRA JUÍZO, quando foi fazer o discurso para informar ao seu povo sobre as vacinas, esqueceu quanto foi o preço da unidade da vacina TIRA JUÍZO, porém ele sabia que o gasto total com a compra das vacinas foi de R$ 30.000,00, e sabia também que a unidade da FURA BRAÇO foi de R$ 20,00, quando o rei percebeu o esquecimento faltavam 5 minutos para o discurso acabar. Ele não tinha como entrar em contato com o setor de finanças do reino, ele precisava descobrir sozinho o preço da vacina TIRA JUÍZO para poder passar a informação correta para seus súditos, será que existia alguma maneira dele descobrir o preço da unidade da vacina TIRA JUÍZO?

TAREFAS E ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM	DURAÇÃO ESPERADA	ATIVIDADES DOS ALUNOS E POSSÍVEIS DIFICULDADES	RESPOSTA DO(A) PROFESSOR(A) E ASPECTOS A TER ATENÇÃO	OBJETIVOS E AVALIAÇÃO
TAREFA 1				
Introdução	4min	Ler o enunciado da tarefa	Fazer uma breve apresentação pessoal. Explicar que na aula vamos resolver duas ou três tarefas e que conta com a participação de todos. Leitura do enunciado da tarefa.	Preparar a turma para a atividade que será realizada.
Resolução das letras a) e b)	5min	Surgirão as primeiras dúvidas dos alunos, referente ao enunciado da tarefa 1. E/ou dificuldades na leitura. - E/ou dificuldades para entender o que a tarefa quer que ele faça. Dificuldade de visualizar como ficará a disposição das mesas a das pessoas. Fazer dois desenhos.	Ajudar os alunos a visualizarem o desenho representando uma mesa com 4 pessoas.  Orientar os alunos na construção do desenho para 6 pessoas.  Orientar os alunos a compararem os dois desenhos.	Visualizar como as pessoas estão distribuídas nas mesas
Resolução da letra c)	6min	Não perceber a relação do número de mesas e pessoas, necessária para a resolução da questão. Dificuldades na organização do desenho. O aluno pode fazer vários desenhos. Os alunos podem procurar uma resolução diferente da montagem do desenho, fazendo generalizações a	Se os alunos não conseguirem visualizar a disposição das 12 mesas, ajudar na representação do desenho. Caso os alunos não encontrem nenhum caminho, sugerir o desenho para 6 mesas  Estimular o aluno a pensar a incluir mais 6 mesas entre as 6 desenhadas.	Visualizar como as pessoas estão distribuídas nas 12 mesas. Fazer os alunos tenderem a pensar numa generalização visto que somar as pessoas a mesa se torna mais difícil,

		partir da mesa 4 através de sequências.	Lembrar que mais 6 mesas, não dobra a quantidade de pessoas nas 6 existentes. Estimular também as respostas através das sequências.	caso os números de mesas aumentem consideravelmente.
Resolução da letra d)	7min	- Não conseguir generalizar a relação na forma de uma equação algébrica. - Não estabelecer relações entre as letras anteriores e a letra d.	Caso os alunos não encontrem a forma geral da expressão desse problema, sugerir o desenvolvimento da sequência Apresentar a expressão e exemplificá-la.	Tentar mostrar aos alunos que é possível eles encontrarem uma maneira geral de resolver o problema por um todo, sendo a resposta ideal 2n+2 ou algum outro caminho alternativo.
Resolução da letra e)	5min	Não entender como aplicar a fórmula encontrada no item anterior.	Após os alunos tentarem aplicar a forma geral encontrada no item anterior ou tentar resolver de formas alternativas, mostrar como conseguir chegar ao resultado de várias formas, principalmente utilizando a generalização encontrada no item anterior.	Mostrar aos alunos que independentemente do número de mesas ou do número de pessoas, aplicando a generalização encontrada no item anterior podemos encontrar sempre o que é pedido.
Discussão coletiva de todas as alternativas da Tarefa 1.	10 min	As respostas ou caminhos diferentes dados pelos alunos.	Analisar as diferentes estratégias e dificuldades dos alunos.	Deixar mais clara a ideia da atividade e ressaltar aspectos importantes envolvidos nos conteúdos de álgebra.
TAREFA 2				
Introdução Leitura em conjunto	5min	- Não compreender bem o enunciado da questão. - E/ou dificuldades na leitura.	- Auxiliar os estudantes na leitura, caso haja alguma dúvida quanto ao enunciado da questão. - O que a questão quer que o aluno descubra.	Perceber o que é pedido na questão e quais são os dados oferecidos.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>- E/ou dificuldades para entender o que a tarefa quer que ele faça.
- E/ou dificuldades para identificar a que se refere cada dado da questão.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Resolução da tarefa 2</td><td>10min</td><td>Não chegar à equação do primeiro grau e/ou utilizar as técnicas de equivalência de maneira errada.</td><td>Incentivar os alunos a separar os dados por tipo e preço.
<table><tr><td colspan="2">Fura braço - FB</td></tr><tr><td>quantidade</td><td>preço</td></tr><tr><td>300</td><td>20 reais</td></tr></table><table><tr><td colspan="2">Tira juízo - TJ</td></tr><tr><td>quantidade</td><td>preço</td></tr><tr><td>400</td><td>X</td></tr></table>
Fazer perguntas que façam os alunos pensar na relação que se estabelece entre os dois tipos de vacinas, seus respectivos preços e o valor total pago pelas duas.
Incentivar os alunos a construir uma estratégia a partir da relação entre quantidade de vacinas e seus respectivos preços.
Fazer perguntas que ajudem os alunos a construir à lei de formação da equação ou uma generalização possível.
300.FB + 400.TJ = 30.000
ou 300.x + 400.y = 30.000</td><td>Perceber que o valor pago por cada vacina é o produto da quantidade de vacina pelo seu preço individual.
Perceber que o valor total é a soma da quantidade de vacinas pelos seus respectivos preços.</td></tr>
<tr><td>Discussão das respostas dos alunos.</td><td>6min</td><td>Os alunos devem socializar com os colegas as formas de resolução que utilizaram para resolver a tarefa proposta.</td><td>Comparar as diferentes resoluções, valorizando cada uma delas.</td><td>Observar as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes, estando atento à possibilidade de que alguns tenham utilizado um raciocínio aritmético na resolução.</td></tr>
</table>

Síntese Final	5 min		O professor deve finalizar a aula formalizando o conceito de equações algébricas fazendo ligações com o que foi trabalhado em sala de aula durante as questões.	Desenvolver o pensamento algébrico por meio da interpretação e resolução de uma equação do primeiro grau.

Anexo 9

Plano de Ensino de Unidade Curricular

I – IDENTIFICAÇÃO			
UNIDADE CURRICULAR: **Estágio Supervisionado II**		CÓDIGO:	
DEPARTAMENTO/UNID. ACADÊMICA: **Educação**			
CURSO: **Licenciatura em Matemática**	TURMAS: **LM1 e LM3**	TURNO: **Tarde e noite**	
NATUREZA: (X) OBRIGATÓRIA ( ) OPTATIVA			
PERÍODO DE REALIZAÇÃO DA UNIDADE CURRICULAR: **05/04/2021 à 18/07/2021.**			
CARGA HORÁRIA TOTAL: **60h**	TEÓRICA: 30h	PRÁTICA: 30h	
DOCENTE(S) Indique com (*) o/a docente responsável pelo preenchimento da Caderneta Eletrônica ou pelo preenchimento das avaliações no SIGA/SIGAA			**CARGA HORÁRIA**
			60h

II – EMENTA (Sinopse do Conteúdo)
Diagnóstico das problemáticas na sala de aula de matemática da escola campo. Elaboração e execução de projeto de intervenção voltado para a problemática identificada. Análise do processo de intervenção. Produção de relato de experiência.

III – OBJETIVOS
Objetivo geral Envolver o futuro professor no processo formativo de estudo de aula com vista ao desenvolvimento de seu conhecimento didático
Objetivos específicos • Desenvolver práticas colaborativas e reflexivas durante um ciclo de estudo de aula. • Compreender como abordar os conteúdos matemáticos durante a prática de ensino a partir de estudo de materiais curriculares. • Elaborar, adaptar e resolver tarefas matemáticas exploratórias considerando as suas potencialidades nas aprendizagens dos alunos.

IV – CONTEÚDO PROGRAMÁTICO (Indicar os assuntos a serem abordados na Unidade Curricular)
1. Contribuições do estudo de aula na prática docente. 2. Identificação das dificuldades de aprendizagem em Matemática dos alunos no campo de estágio.

3. Análise das dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática à luz dos materiais curriculares.
4. Concepções de tarefas matemáticas: potencialidade dos diferentes tipos de tarefas matemáticas na prática de ensino.
5. Plano de aula: contribuições na prática docente e aspectos da sua elaboração.
6. O papel da observação na prática docente.
7. Aula de investigação: contributos à formação docente.
8. Reflexão sobre a aula de investigação.
9. Produção de relato de experiência.

V – MÉTODOS DIDÁTICOS DE ENSINO

As aulas serão desenvolvidas por meio de videoaulas, leitura dirigida, fórum de discussão, produções textuais e atividades síncronas à combinar com os estudantes.

VI – PLATAFORMA DE ENSINO REMOTO

(X) Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA Moodle)
(X) *Google Classroom*
( ) *Site* do docente
( ) *Dropbox*
(X) Outro: Para os momentos assíncronos serão utilizados o Meet e/ou Telegram.

VII – CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO
(Descrever as atividades/procedimentos que serão utilizados para composição da nota)

Avaliação formativa desenvolvida de forma contínua, considerando a participação, o conteúdo e a forma das produções acadêmicas previstas para cada semana: análise e produção textual, seminário, produção de material didático e videoaulas, acesso e participação das discussões em plataformas síncronas e assíncronas.

VIII – CRONOGRAMA

SEMANAS	DETALHAMENTO (destacar quando se tratar de atividade síncrona)
1ª aula 06/04/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Apresentação da disciplina. Orientações sobre os documentos necessários à realização do estágio. Introdução: contribuições do estudo de aula na prática docente. METODOLOGIA: aula síncrona, leitura de texto, fórum de discussão. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum da semana.
2ª aula 13/04/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Apresentação dos aspectos teóricos e metodológicos das contribuições do estudo de aula na prática docente. Identificação da dificuldade de aprendizagem em Matemática dos alunos no campo de estágio e seleção do conteúdo matemático a ser trabalhado na aula de investigação. METODOLOGIA: aula síncrona com a participação da professora da escola, videoaula, fórum de discussão, tarefa no AVA e pesquisa. PRÁTICA AVALIATIVA: participação ativa na discussão da aula síncrona e realização da tarefa (análise e síntese de documentos curriculares para a identificação dos objetivos de ensino e de aprendizagem referente ao conteúdo selecionado).

3ª aula 20/04/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussões de documentos curriculares e orientações para pesquisas em materiais curriculares sobre os aspectos de ensino e aprendizagem do conteúdo escolhido. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum de discussão e produção de síntese de um material curricular
4ª aula 27/04/21	- CONTEÚDOS ABORDADOS: Socialização das sínteses dos materiais curriculares escolhidos. Elaboração do objetivo da aula de investigação. Orientações para o seminário sobre os diferentes tipos de tarefas. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum de discussão
5ª aula 04/05/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Apresentação de seminário: diferentes tipos de tarefas. Estudo sobre elaboração, adaptação e resolução de tarefas. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão, tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: avaliação das apresentações e resolução da tarefa no AVA (pesquisa e elaboração, adaptação e resolução de tarefas matemáticas com foco no objetivo da aula de investigação).
6ª aula 11/05/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussão sobre tarefas e as estratégias utilizadas na resolução. Compreensões dos processos de raciocínio dos alunos: antecipação das estratégias e as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos nas tarefas elaboradas. As contribuições do plano de aula na prática docente. Orientações sobre plano de aula. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão, tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum de discussão e envio da tarefa (elaboração de plano de aula).
7ª aula 18/05/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussões sobre os planos de aula elaborados. O papel da observação na prática docente. METODOLOGIA: aula síncrona, videoaula, fórum de discussão. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum de discussão. 1ª VA: as atividades da Semana 01 até a Semana 07 irão compor a nota da 1ª VA.
8ª aula 25/05/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Aula de investigação: Observação e registro das ocorrências da aula com atenção à participação dos alunos. METODOLOGIA: aula na escola campo. PRÁTICA AVALIATIVA: registro das ocorrências da aula de investigação
9ª aula 01/06/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussão de aula: apresentação das observações e entrega de material escrito. Orientações para análise dos registros da aula. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum e realização de tarefa (produção de texto).
10ª aula 08/06/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Reflexão sobre a aula de investigação. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum e tarefa (produção das análises)
11ª aula 15/06/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Socialização das reflexões sobre a aula de investigação. Alterações do plano de aula. METODOLOGIA: aula síncrona, fórum de discussão e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: participação no fórum e tarefa (alterações no plano de aula)
12ª aula 22/06/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussões sobre produção de relato de experiênc METODOLOGIA: aula síncrona e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: produção do relato de experiência - 1ª versão

13ª aula 29/06/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Discussões sobre os relatos de experiência. METODOLOGIA: aula síncrona e tarefa no AVA. PRÁTICA AVALIATIVA: produção do relato de experiência
14ª aula 06/07/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Orientação individualizada dos relatos produzidos METODOLOGIA: aula síncrona. PRÁTICA AVALIATIVA: produção do relato de experiência
15ª aula 13/07/21	CONTEÚDOS ABORDADOS: Apresentação dos relatos de experiências. METODOLOGIA: aula síncrona. PRÁTICA AVALIATIVA: Apresentação e entrega dos relatos de experiência. 2ª VA: as atividades da Semana 08 até a Semana 15 irão compor a nota da 2ª VA..
20/07/21	Prova final

IX – BIBLIOGRAFIA

BÁSICA:

1. BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 14 jul. 2020.
2. BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 06 ago. 2020
3. Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular.* Lisboa: APM. 11 – 34, 2005. Link de acesso: file:///C:/Users/cleid/Downloads/Gestao_curricular_em_Matematica.pdf. Acesso: 02 de abril de 2021.
4. Utimura, G. Z., Borelli, S. S. & Curi, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. Educação Matemática Debate. Montes Claros (MG), Vol. 4, p. 1 – 16, 2020. Link de acesso: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1776/1917. Acesso: 05 de abril de 2021.

COMPLEMENTAR:

1. Ponte, J. P., Quaresma, M. Mata-Pereira, J & Baptista, M. Exercícios, problemas e exploração: perspectivas de professoras num estudo de aula. Quadrante, Vol. XXIV. Nº 2, 2015. https://educacaomatematica.mat.unb.br/wp-content/uploads/2020/07/Ponte-MQ-JMP-MB-Quadrante-242-2015.pdf. Acesso: 02 de abril de 2021.
2. Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. É mesmo necessário fazer planos de aula? Educação e Matemática, 133, 26–35, 2015.
3. Quaresma, M. & Ponte, J. P. Dinâmicas de aprendizagem de professores de Matemática no diagnóstico dos conhecimentos dos alunos num estudo de aula., Quadrante, Vol. XXVI, Nº 2, 2017. Link: https://www.researchgate.net/publication/322753984_Dinamicas_de_aprendizagem_de_professores_de_Matematica_no_diagnostico_dos_conhecimentos_dos_alunos_num_estudo_de_aula. Acesso: 02 de abril de 2021.
4. Richit, A. & Ponte, J. P. Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. Educação em Revista, Vol. 36, Belo Horizonte, 2020. Link: https://www.scielo.br/pdf/edur/v36/1982-6621-edur-36-e190996.pdf. Acesso: 05 de abril de 2021.

5. Swan, M. (2017). Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão conceitual, a competência estratégica e a consciência crítica, 67 – 72, 2017.

ESTOU CIENTE de que as interações síncronas gravadas constituem material estritamente didático-pedagógico, não sendo permitido seu uso (na íntegra ou em partes) para outra fin

alidade que não esta. Comprometo-me a respeitar o direito de imagem dos (as) discentes em gravações de atividades síncronas, questionando-os sobre a autorização da gravação e orientando, aqueles que se opuserem, a manter desligados suas câmeras e microfones durante a gravação.

_____, ____ de _____ de 2021.

_____

Docente Responsável