UNIVERSIDADE DE LISBOA

RELATÓRIO

ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS NA TRADUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM EQUAÇÕES

–

UM ESTUDO COM ALUNOS DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Cláudia Margarida Matias Simões Barata

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

2011

UNIVERSIDADE DE LISBOA

RELATÓRIO

ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS NA TRADUÇÃO DE PROBLEMAS QUE ENVOLVEM EQUAÇÕES

–

UM ESTUDO COM ALUNOS DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Cláudia Margarida Matias Simões Barata

Relatório orientado pelo Professor Doutor Henrique Manuel Alonso da Costa Guimarães

Relatório co-orientado pelo Professor Doutor Carlos Manuel Ribeiro Albuquerque

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA

2011

Resumo

Este estudo tem como objectivo identificar e analisar as estratégias e dificuldades dos alunos na tradução de um problema, e na formulação de um problema que possa ser traduzido por uma dada equação. Tendo em vista este objectivo, elaborei as seguintes questões de investigação: (1) Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos para o traduzir, tendo em vista a sua resolução?; (2) Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em traduzir o problema por uma equação? e (3)Dada uma equação, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em formular um problema que possa ser traduzido pela equação dada?

Para conseguir dar resposta a estas questões, recorri aos seguintes métodos de recolha de dados: entrevistas a quatro alunos, registo e análise das produções dos alunos e observação das aulas.

Durante as aulas onde decorreu o estudo, foram propostas aos alunos tarefas que permitiam fazer a passagem da linguagem natural, para a linguagem matemática e vice-versa. Estas tarefas incidiram essencialmente na resolução de problemas com equações simples. A investigação foi realizada numa turma do 7º ano com vinte e quatro alunos. No momento em que os alunos estavam a realizar as tarefas, trabalharam em grupos de quatro e o momento da discussão das tarefas decorre com a interacção da professora com toda a turma.

Os resultados do estudo revelam que os alunos apresentam dificuldades na passagem, da linguagem natural, para a linguagem matemática em geral e, em particular, para a linguagem algébrica. Muitos alunos começam logo por ter dificuldade em interpretar a linguagem natural. Quando lhes foi solicitada a passagem da linguagem algébrica para a linguagem natural, a grande dificuldade revelada foi a passagem de algo muito abstracto, uma equação, para um episódio mais concreto, um problema.

Com este estudo não foi possível tirar muitas conclusões sobre as estratégias utilizadas pelos alunos. Pelo que observei, e registei, estes alunos começam a tentar resolver cada questão sem delinear uma estratégia de resolução

Palavras-chave: Tradução, Equações, Problemas, Estratégias e Dificuldades

Abstract

The main purpose of this study is connected with the identification and analysis of the strategies and difficulties showed by the students, when translating a problem, which can be translated by a specific equation. Having in mind this objective, I have developed the following issues to further research: (1) When it is given the statement of a problem, which will be the performance of the students, this means, how will they translate it, having the aim of its resolution? ; (2) When it is given the statement of a problem how will be the students' performance and what kind of difficulties will they reveal to translate this statement into an equation? and (3) When it is given the equation, how will the students behave to formulate the problem, which can be translated by the given equation?

Bearing in mind these issues, I have used the following gathering methods, to arrive to some answers: interviews to four students, record as well as analysis of the students performance and classes observation.

During the classes, where the study took place some tasks have been proposed to the students, with the aim of making the passage from current language to mathematical language, or vice versa. These tasks occurred essentially in the context of a problems resolution by easy equations. The research was brought about in a seventh grade class, composed by twenty four students. While the students were solving the tasks, they worked in groups of four, but the moment of the tasks discussion had the interaction of the teacher and the rest of the class.

The results of my research revealed that the students show difficulties while passing from the current language to the mathematical language, in general, but particularly to the algebraic language. Many students demonstrate also difficulties in the interpretation of the current language. When it was asked them to pass from algebraic language to current language, the bigger difficulty showed was to pass from something very abstract, an equation, to a more concrete episode, the problem.

With this study it wasn't possible to infer many conclusions about the strategies used by the students. Based on what I was able to observe and register, these students try to solve each question without scheming a strategy of resolution.

Keywords: Translation, Equations, Problems, Strategies and Difficulties

Índice

Índice de Figuras

Capítulo 1 – Introdução

A escolha do tema, para o meu estudo, teve essencialmente dois aspectos como motivação. Em primeiro lugar, a minha experiência enquanto explicadora, pois pelo que me tenho apercebido os alunos revelam, na sua maioria, muitas dificuldades nas tarefas que exigem a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática. Por outro lado, segundo os objectivos gerais do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), os alunos do 3.º ciclo devem ser capazes de resolver problemas e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos. Além disso, também deve ser desenvolvida, nos alunos, a capacidade transversal de resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, analisando e discutindo os processos utilizados e os resultados obtidos. A comunicação matemática é outra capacidade transversal presente no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), em que um dos seus objectivos específicos é traduzir relações de linguagem natural, para linguagem matemática e vice-versa.

A problemática que irei desenvolver centra-se no estudo das equações. Para isso, identifiquei, registei e analisei as estratégias e dificuldades dos alunos na tradução de um problema, e na formulação de um problema que possa ser traduzido por uma dada equação. Com vista a poder estudá-la, elaborei as seguintes questões:

- Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos para o traduzir tendo em vista a sua resolução?
- Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em traduzir o problema por uma equação?
- Dada uma equação, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em formular um problema que possa ser traduzido pela equação dada?

O meu estudo incide numa turma do 7.º ano da Escola Secundária com 2.º e 3.º CEB – D. João V. A turma é constituída por vinte e quatro alunos, tendo dez raparigas e catorze rapazes, com idades compreendidas entre os onze e os catorze anos, no início do ano lectivo.

Nesta turma existem quinze alunos com o apoio dos Serviços de Acção Social Escolar e três alunos com a disciplina Português Língua não Materna.

No início do ano a turma formava espontaneamente vários grupos, pois na sua constituição estavam presentes dez repetentes e dois alunos novos na escola.

No fim do primeiro período a turma obteve, pelo conselho de turma, uma classificação de insatisfatório para o seu comportamento e mau para o aproveitamento. Na disciplina de matemática, dezoito alunos obtiveram o nível dois, cinco o nível três e apenas um aluno atingiu o nível quatro. No momento do estudo a turma continuava a não ter sucesso significativo à disciplina de matemática.

O comportamento da turma foi evoluindo favoravelmente ao longo do tempo. Aquando das aulas leccionadas no âmbito deste estudo, os alunos em geral, revelavam-se participativos e colaborantes sempre que solicitados. Antes deste ano lectivo, estes alunos nunca tinham trabalhado em grupo, por isso foi necessário tempo para que estes ganhassem rotinas de trabalho.

Neste relatório comecei por fazer uma introdução onde explícito a minha motivação para este estudo e as questões formuladas e, também contextualizo o trabalho fazendo uma breve caracterização da turma analisada. No capítulo seguinte, apresento algumas orientações para o ensino das equações, onde constam algumas orientações para o ensino da álgebra em geral. Este capítulo encerra com alguns exemplos da forma como o ensino das equações surge nos manuais escolares. As minhas opções metodológicas e a planificação das aulas constituem o capítulo três. O quarto capítulo é a apresentação e análise dos resultados, esta análise é feita na perspectiva de dar resposta às questões do estudo. O relatório termina com uma reflexão final.

Capítulo 2 – O ensino das Equações

2.1 – Orientações curriculares gerais para o ensino da álgebra e, em particular, para o ensino das equações

O papel da álgebra no ensino, ao longo da história, tem evoluído de uma forma significativa. No passado, a álgebra era encarada como uma simples manipulação de símbolos e aplicação de fórmulas, não se valorizava uma aprendizagem com compreensão, mas sim uma aprendizagem baseada em rotinas. Progressivamente, esta perspectiva tem vindo a ser modificada, como refere o NCTM (2007) “os professores poderão ajudar os alunos a construir uma base sólida baseada na compreensão e nas suas experiências como preparação para um trabalho algébrico mais aprofundado” (p. 39).

O ensino tradicional da álgebra reduzia-se a questões de cálculo. O que reduzia bastante o papel da álgebra na matemática. Maioritariamente, eram apresentadas aos alunos questões que fundamentalmente valorizavam a mecanização e consolidação. Estas questões continuam a ser importantes de tratar com os alunos, não podem é ter o papel principal no estudo da álgebra. Ao assumirem um papel subordinado, deixam espaço para se tratarem questões de natureza aberta. Os professores devem desenvolver, nos seus alunos, a capacidade de, perante um problema, construírem um estratégia para o resolver. Para isso, é necessário que as tarefas propostas constituam um desafio para os alunos. Cabe ao professor propor tarefas diversificadas, por exemplo de cariz problemático, contextualizadas na realidade e apelando à intuição dos seus alunos.

As Normas e Princípios para a Matemática Escolar (NCTM, 2007, p. 39) referem que os alunos no fim da sua escolaridade devem ser capazes de:

- Compreender padrões, relações e funções;
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
- Analisar a variação em diversos contextos.

Segundo Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007, p. 55), os alunos no fim do 3.º ciclo devem:

- ser capazes de interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- compreender o conceito de função e ser capazes de o usar em diversas situações, em particular de proporcionalidade directa e inversa;
- ser capazes de interpretar fórmulas em contextos matemáticos e não matemáticos;
- ser capazes de resolver problemas, comunicar, raciocinar e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos

Muitos alunos sentem uma grande dificuldade em abstrair-se da aritmética e dar início ao estudo da álgebra. Ao contrário da aritmética, no dia-a-dia, não temos necessidade de recorrer à álgebra para resolver problemas que nos surgem. Algumas das dificuldades dos alunos no início do estudo da álgebra é a interpretação dos símbolos, conceitos aritméticos que não estão bem assimilados e aceitar que a resposta a uma questão pode ser um número ou uma expressão algébrica.

Quando os alunos não conseguem construir um raciocínio algébrico, torna-se muito difícil perceber o conceito de incógnita. Muitas vezes o uso das letras torna-se um problema, pois as letras podem ter o papel de incógnita, quando representam um valor específico desconhecido, podem ter o papel de um número generalizado, quando podem ser substituídas por mais do que um valor e podem ter um papel de variável quando podem ser usadas para descrever uma relação entre conjuntos. Para os alunos é complicado aceitar que uma letra pode ter vários significados e representar quantidades diferentes.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, p. 74) as principais dificuldades dos alunos na passagem da aritmética para a álgebra são:

- Ver a letra como representando um número ou um conjunto de números,
- Pensar numa variável como significando um número qualquer,
- Atribuir significado às letras existentes numa expressão,
- Passar informação da linguagem natural para a algébrica,

- Compreender as mudanças de significado, na aritmética e na álgebra, dos símbolos + e = e, em particular, distinguir adição aritmética (3+5) da adição algébrica (x + 3).

Em 2007 é publicado o novo Programa de Matemática do Ensino Básico, que está organizado por ciclos de escolaridade, e está dividido em quatro temas matemáticos, "Números e operações", "Geometria", "Álgebra" e "Organização e tratamento de dados", privilegiando, respectivamente, o trabalho com os números e operações, o desenvolvimento do pensamento algébrico e geométrico e o trabalho com os dados. As três capacidades transversais estabelecidas para desenvolver ao longo de todos os temas são: "Resolução de problemas", "Raciocínio matemático" e "Comunicação Matemática"(pp. 63-64). O pensamento algébrico é contemplado desde o 1.º ciclo, mas é no 2.º e 3.º ciclo que este tem um papel de destaque. Relativamente ao 3º ciclo e ao pensamento algébrico, o programa tem como principal destaque o desenvolvimento da capacidade de exploração e modelação de problemas em contexto real e a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas em contexto puramente matemático.

De forma a desenvolver estas capacidades o professor deve proporcionar aos alunos momentos diversificados de aprendizagem. Algumas tarefas apresentadas devem ser de carácter intuitivo e que privilegiem a resolução de problemas e modelação. Este documento também sugere que as tarefas sejam variadas, com letras e com grau de dificuldade crescente, para que os alunos se consigam apropriar do conceito de variável e progressivamente consigam fazer a transição da linguagem natural para a linguagem matemática.

Ao longo do 2.º ciclo o estudo da álgebra incide no estudo de relações e regularidades, trabalhando com as expressões numéricas e as propriedades das operações, encontrando regularidades nas sequências e iniciando o estudo da proporcionalidade directa. Ao longo do 3.º ciclo o nível de abstracção exigido é superior. Além de sequências e regularidades os alunos iniciam o estudo das equações, inequações e funções. O tópico equações do 1.º grau a uma incógnita tem como objectivos específicos:

- Compreender as noções de equação e de solução de uma equação e identificar equações equivalentes.

- Resolver equações do 1º grau utilizando as regras de resolução.

Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007, p. 56)

No estudo das equações surgem, por parte dos alunos, muitas dificuldades. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009, pp. 98-102), as que surgem com mais frequência são:

i. Adição incorrecta de termos semelhantes
ii. Adição incorrecta de termos não semelhantes e interpretação incorrecta do sinal "="
iii. Interpretação incorrecta de monómio do 1º grau
iv. Separação entre parte literal e a parte numérica numa expressão algébrica
v. Resolução incorrecta de uma equação do tipo "a*x*=b"
vi. Uso do pressuposto intuitivo e raciocínio pragmático sobre um sistema de notações não familiar
vii. Estabelecimento de analogia com sistemas simbólicos usados no quotidiano, noutras áreas da matemática ou noutra disciplina
viii. Interferência de outras aprendizagens em matemática
ix. Influência de materiais e estratégias de ensino pouco adaptados

2.2 – O estudo das equações nos manuais escolares; Alguns exemplos das últimas décadas

Estando o meu estudo integrado no tema equações é oportuno fazer uma análise à forma como o tema tem sido introduzido nos manuais escolares. Esta análise teve por base o artigo *As equações nos manuais escolares* de Ponte, J. (2004). e incide em três manuais, o primeiro de 1952, o segundo de 1970 e o terceiro de 1992. Começarei por indicar como o tema é introduzido no manual seguindo-se uma breve análise.

Em 1952, é publicado pela Livraria Popular de Francisco Franco o *Compêndio da Álgebra* da autoria de um professor do Liceu Pedro Nunes. Destina-se a alunos de 14 anos e dedica 25 páginas ao tema.

Este capítulo está dividido em três partes. O início da primeira parte serve de motivação ao estudo do tema. E inicia-se com alguns problemas, sendo o primeiro "João tem o triplo da idade de António; a soma das duas idades é igual a 32 anos. Que idade tem o António?". De seguida, é introduzida a definição de equação e de raiz ou solução de uma equação. Seguindo-se a definição e o símbolo utilizado para "identidade" e são indicadas algumas propriedades. Esta parte termina com a noção de equações equivalentes.

Os princípios de equivalência surgem já na segunda parte do capítulo onde também se enuncia uma regra prática para a resolução de equações, do seguinte modo: "Podemos transpor um termo de uma equação de um membro para o outro com a condição de lhe trocarmos o sinal". Por fim é introduzida a forma de classificar as equações conforme o número de incógnitas que estas contêm e define-se o grau de uma equação.

Na terceira parte, enuncia-se a definição de equação de 1º grau como sendo "toda a equação que se pode reduzir à forma $ax=b$". A partir de dois exemplos, são indicados cinco passos para a resolução de equações. A representação gráfica também é sugerida como um procedimento de resolução de equações do 1º grau.

Para encerrar o capítulo, surge uma lista de 29 exercícios divididos em três grupos. No primeiro é pedido para verificar se um número é raiz de uma dada equação, no segundo é pedido para enunciar o princípio de equivalência utilizado em cada alínea. E o terceiro grupo destina-se à resolução de equações.

Este manual não contem nenhum esquema ou tabela, apenas duas representações gráficas aquando da abordagem do método da resolução gráfica. As questões de terminologia são tratados logo no início e nunca é referida a forma canónica.

O autor trata este capítulo através de dois exemplos iniciais, o que revela uma preocupação na abordagem indutiva e dedutiva. Apesar da resolução de equações ainda ser encarada como um procedimento rotineiro, seja pelo método algébrico, seja pelo método gráfico.

Neste manual existem algumas referências à história das equações, e alguns problemas têm um contexto real.

Compêndio de Matemática de António de Almeida Costa e Alfredo Osório dos Anjos é publicado em 1970. Destina-se a alunos com 12 anos e dedica uma secção com 17 páginas às equações numéricas.

Inicialmente, são propostos alguns problemas de “pensar em números” e a noção de equação é feita como sendo uma igualdade numérica. A terminologia associada às equações é introduzida ao longo de toda a secção. A primeira abordagem à resolução de equações é através das operações inversas e, posteriormente, é enunciada uma regra referindo a troca de sinal quando se troca um termo de membro. Finalmente surge uma regra prática com cinco passos, que é ilustrada com um exemplo.

Os últimos conceitos introduzidos são “equação impossível” e “solução indeterminada”.

Para finalizar a secção são apresentados 49 exercícios, todos do tipo rotineiro em que o único enunciado existente é: “Resolve as equações”.

Esta secção está dividida em parágrafos que estão numerados de forma complexa. O tema é desenvolvido, estabelecendo uma comunicação entre o autor e os alunos, surgindo por vezes tabelas para os alunos completarem para depois se tirarem as conclusões. Este autor não faz nenhuma referência aos princípios de equivalência. Só no final é feita referência à forma canónica ou normal.

O tema é tratado através do jogo de pensar em número e nunca surgem problemas em contexto real e não existe nenhuma referência histórica.

Compêndio de Matemática de Maria José Soares é publicado em 1992. Este manual dedica um capítulo às equações de 1º grau com 22 páginas e destina-se a alunos de 12 anos.

Este manual começa por expor um excerto do programa e mostra a organização do capítulo através de um índice. Inicialmente, a autora tenta motivar os alunos para o tema, referindo algumas aplicações da matemática a outras áreas, e a importância da resolução de problemas.

O conceito de equação surge após um exemplo sobre dinheiro, como uma ligação entre duas expressões pelo sinal de igual. Para introduzir a terminologia associada às equações é usado um quadro. Seguem-se as noções de solução e de equações equivalentes, sempre ilustradas com vários exemplos.

Na secção referente à resolução de equações são enunciados dois princípios e uma regra prática. De seguida são apresentados os quatro passos para a resolução de problemas.

A noção de identidade e a forma canónica nunca são abordados ao longo de todo o tema, assim como não existe referência à expressão $ax=b$.

Ao longo de todo o capítulo são propostos vários exercícios após a introdução dos novos conceitos, para além destes nas últimas páginas aparece uma lista de 22 exercícios de natureza diversificada.

Neste manual existem vários quadros, tabelas e figuras decorativas. Deixam de existir parágrafos longos, o texto passa a ser apresentado em frases curtas e espaçadas entre elas.

A autora revela uma preocupação em implementar as novas orientações curriculares e o novo programa, de modo a satisfazer um leque mais amplo de professores com crenças pedagógicas variadas.

Alguns dos exemplos apresentados são em contexto real e outros estabelecem ligação com a geometria. No início é feita uma ligação entre a matemática e outros aspectos da realidade. Não existe qualquer referência histórica do tema.

Tendo em conta o aspecto visual de cada manual, podemos concluir que houve uma evolução bastante significativa. A evolução sente-se ao longo dos três manuais mas, se observarmos o último, podemos concluir que neste o aspecto visual já é muito apelativo para o aluno. O texto é escrito em pequenas frases e num português mais acessível. Quanto às imagens, por vezes este manual tem em excesso, em especial as imagens decorativas. Enquanto nos dois primeiros a ausência de imagens era quase total e por vezes o texto era bastante denso e num português pouco claro para os alunos.

Nos primeiros dois manuais, só no final do capítulo se encontra uma lista de tarefas, este foi um dos aspectos que mais evoluiu. No último manual as tarefas vão surgindo à medida que se introduzem os novos conceitos e têm natureza diversificada.

Capítulo 3 – Metodologia

3.1 – Opções metodológicas do estudo

Durante as aulas leccionadas, os alunos trabalharam em grupos de quatro, quando estavam a realizar as tarefas e, nos momentos de discussão o trabalho foi em grande grupo com toda a turma. O momento da discussão é fundamental para a validação, formalização e síntese dos resultados.

Tendo em vista o objectivo do meu estudo foram propostas, aos alunos, tarefas com contexto familiar fazendo apelo a aspectos intuitivos, que proporcionavam fazer a passagem de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa. Estas tarefas (anexo I, II e III) incidem essencialmente na resolução de problemas envolvendo equações. De seguida apresento dois exemplos de questões presentes nas tarefas.

2) Resolve cada um dos seguintes problemas, em seguida escreve uma equação que o traduza. Depois verifica que a solução do problema é solução da equação.

Problema A

Considera um rectângulo com 4 cm de largura. Sabendo que o seu perímetro é 20cm, calcula o seu comprimento.

Problema B

Pensei num número. De seguida subtrai-lhe 10 e depois multipliquei por 5. Obtive o número 25. Que numero pensei inicialmente?

3) Inventa um enunciado de um problema que corresponda a cada uma das seguintes equações.

a) $15\,x = 45$

b) $23 = 45 - x$

c) $0{,}75 + x = 1{,}10$

d) $6 = \frac{24}{x}$

Figura 1 – Enunciado da Q2 e Q3 da Tarefa 3

Nas aulas leccionadas assumi duas funções. Por um lado, professora e por outro investigadora. Para que o meu papel de professora não limitasse o meu papel de investigadora tive que recolher à recolha de dados de formas variadas. Para o fazer, recolhi as produções escritas pelos alunos nas aulas e escrevi notas sobre as minhas observações. Antes do inicio da realização das tarefas foi pedido aos alunos que sempre que se enganassem não apagassem o erro, e no momento da discussão, não apagassem o que tinham feito anteriormente o que escrevessem nesse momento, era escrito noutra cor. Assim, consegui recolher não só a produção final, mas alguns dos caminhos seguidos pelos alunos.

Enquanto professora da turma, fui observando os alunos enquanto eles trabalhavam em grupo, ao passar pelos vários grupos pude preparar-me para o momento da discussão, ou seja, nesse momento pude ver as várias respostas, os erros e dificuldades que estavam a surgir e decidir que tipo de interrogações iria fazer na discussão tendo em vista a possível integração na análise dos dados. No momento de trabalho com toda a turma, tentei estimular a comunicação entre os alunos, para isso o aluno que estava no quadro tinha que explicar a sua resolução a toda a turma e os colegas, de forma ordenada, questionavam directamente o colega.

As entrevistas foram realizadas no recinto escolar, em tempo lectivo, consoante a disponibilidade dos alunos no estudo acompanhado. A entrevista foi individual e consistia na resolução de uma tarefa por escrito (anexo IV), nesse momento os alunos não podiam trocar ideias com a professora. No segundo momento os alunos explicavam, oralmente, a sua resolução e as dificuldades que tinham sentido, este momento foi gravado mas não foi transcrito. Os alunos foram escolhidos de forma a obter dados que contribuíssem para o meu estudo. Por isso, escolhi alunos que normalmente em ambiente de aula não revelavam muito o seu raciocínio, mas que chegavam rapidamente aos resultados ou que chegavam a resultados interessantes.

Usando estes métodos de recolha de dados tentei encontrar respostas para as questões formuladas, e consequentemente, estudar a minha problemática.

3.2 – Planificação das aulas

As aulas leccionadas no âmbito deste estudo foram planeadas na perspectiva de, após o conjunto das cinco aulas de noventa minutos, os alunos fossem capazes de (1) Compreender as noções de equação e de solução ou raiz de uma equação; (2) Identificar os dados, como se relacionam e o objectivo do problema e; (3) Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos e raciocínios utilizados.

No início de cada aula pedi aos alunos que quando se enganassem não apagassem nada, escrevendo mais à frente. Foi também pedido para escreverem a uma cor diferente o que acrescentassem ou modificassem no momento da discussão.

A primeira tarefa foi planeada para duas aulas. A discussão desta tarefa foi prevista ser feita no fim dos alunos realizarem duas questões. Na discussão da terceira e quarta questão da tarefa 1 foi introduzida a terminologia associada às equações (incógnita, membro, termo e solução ou raiz) e a definição de equação. A tarefa 3 foi planeada para três aulas, a discussão desta tarefa foi prevista ser feita no final de cada questão. Entre estas duas tarefas foi previsto resolver exercícios do manual (anexo II), um para verificar se um dado valor era ou não solução de uma equação e outro com questões de terminologia.

Capítulo 4 – Apresentação e analise dos resultados

Neste capítulo, procurei identificar alguns tipos de resoluções dos alunos às questões propostas nas tarefas, para isso vou ilustrando com exemplos retirados das suas produções escritas. Com vista a dar resposta às questões do estudo, pretendo identificar as estratégias, dificuldades e erros cometidos pelos alunos

4.1 – Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos para o traduzir tendo em vista a sua resolução?

Nesta primeira questão do estudo, o meu principal objectivo é identificar como os alunos traduzem um problema para construir uma estratégia para o resolver. No início do estudo os alunos nunca tinham trabalhado com equações. Quando estudaram as sequências, usaram letras para escrever o seu termo geral, mas nunca tinham trabalhado com a noção de incógnita, noção que ainda não tinham aprendido.

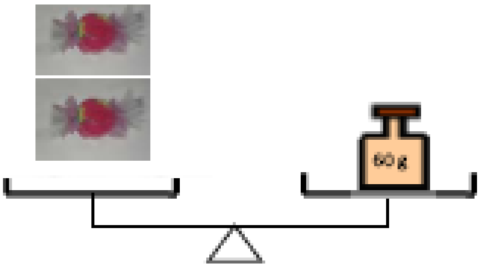
Na análise desta questão do estudo, estando interessada apenas em analisar aspectos relacionados com a tradução de problemas tendo em vista a sua resolução, irei descrever a forma como os alunos passaram da linguagem natural para a linguagem matemática, comecemos por identificar os vários tipos de resposta.

Na figura seguinte apresento as primeiras duas questões (Q1 e Q2) da tarefa 1 proposta aos alunos.

Escola Secundária com 2.º e 3º CEB D. João V

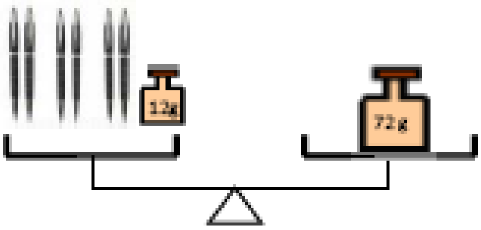
Tarefa 1 – Balanças

1. Na figura seguinte está uma balança em equilíbrio. Em que no prato da esquerda estão dois rebuçados iguais e no prato da direita está uma massa de 60g.



a) Qual é a massa de cada rebuçado?
b) Escreve uma expressão que represente a situação.

2. Na figura seguinte está uma balança em equilíbrio. Em que no prato da esquerda estão seis esferográficas iguais e uma massa de 12g e no prato da direita está uma massa de 72g.



a) Qual é a massa de cada esferográfica?
b) Escreve uma expressão que represente a situação.

7º ano | Ano lectivo 2010-2011

Figura 2 – Enunciado da Q1 e Q2 da Tarefa 1

Alguns alunos recorreram a um esquema pictórico, para chegar a uma expressão numérica. Vejamos o exemplo da resposta da Ana.

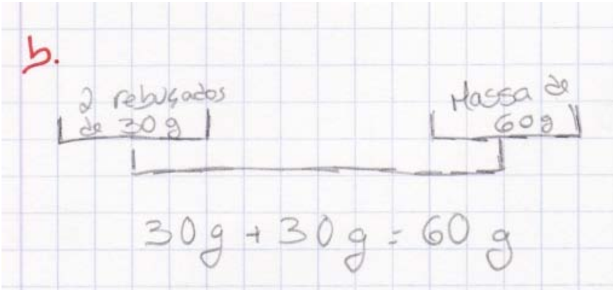


Figura 3 – Resposta da Ana à Q1.b

Outros alunos fizeram uma representação pictórica da situação mas não apresentaram qualquer cálculo para justificar os valores apresentados, na alínea anterior estes alunos já tinham calculado a massa de cada rebuçado e de cada esferográfica, e também não apresentaram os cálculos necessários, justificando este facto por se tratar de contas "muito simples" e por isso fizeram de "cabeça".

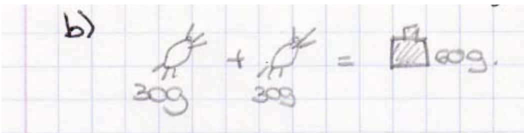


Figura 4 – Resposta da Inês à Q1.b

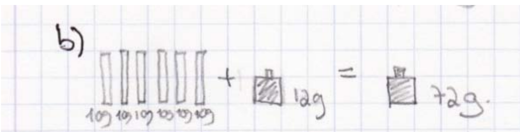


Figura 5 – Resposta da Rita à Q2.b

No grupo da Bruna, Cristina e Diana, as alunas optaram por descrever a situação por palavras. Como fez a Bruna:

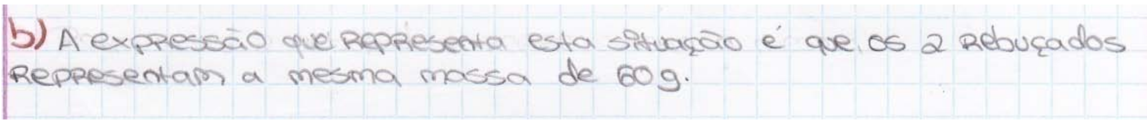

b) A expressão que representa esta situação é que os 2 rebuçados representam a mesma massa de 60g.

Figura 6 – Resposta da Bruna à Q1.b

A maioria dos alunos da turma, na questão Q1.b e Q2.b, apresentou um encadeamento de cálculos ou uma expressão numérica. Apresento a resolução do João para estas questões. Este aluno, nas alíneas Q1.a e Q2.a, não apresentou nenhum cálculo, limitou-se a escrever qual a massa de cada rebuçado e a massa de cada esferográfica. Quando lhe foi pedido que escrevesse uma expressão, ele interpretou que era para justificar com os cálculos, como se pode depreender das suas respostas:

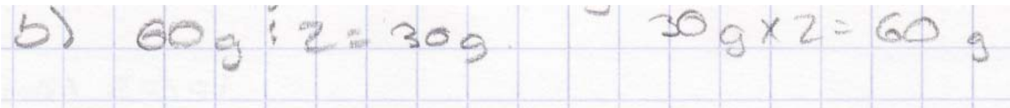
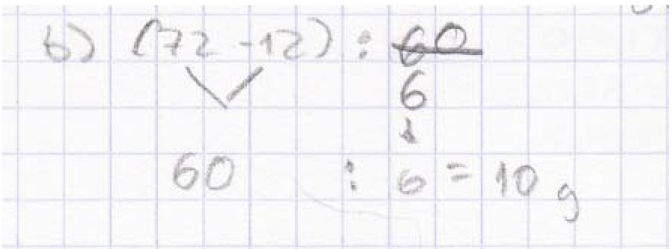

b) 60g : 2 = 30g   30g x 2 = 60 g

Figura 7 – Resposta do João à Q1.b


b) (72 - 12) : 60/6

60 : 6 = 10 g

Figura 8 – Resposta do João à Q2.b

Poucos alunos escreveram expressões usando letras para representar grandezas, e quando o fizeram recorreram a expressões numéricas intermédias para depois escrever uma expressão usando uma letra. De seguida apresento respostas deste tipo de duas alunas:

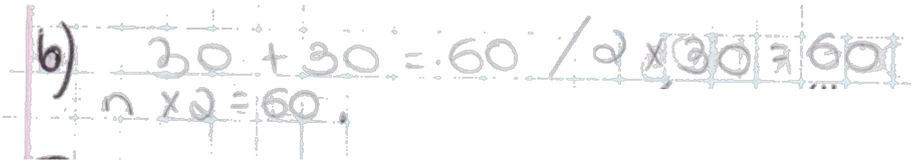


Figura 9 – Resposta da Filipa à Q1.b

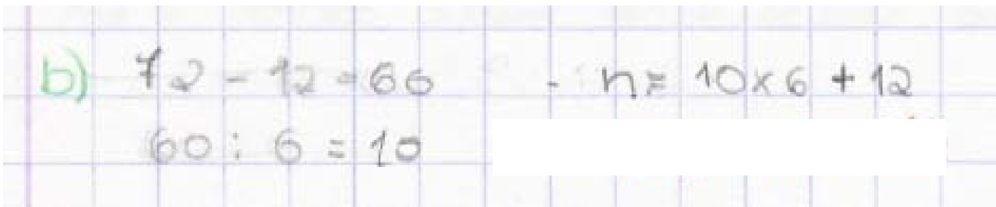


Figura 10 – Resposta da Beatriz à Q2.b

Nestas questões da tarefa 1, era pedido aos alunos que escrevessem uma expressão que representasse a situação descrita no enunciado em que existia um valor desconhecido. Pelo que realizaram, na primeira alínea os alunos já tinham conseguido descobrir esse valor, depois não foram capazes de se abstrair desse facto para escreverem uma expressão sem o utilizarem. Quando os questionava, os alunos respondiam “o que interessa não é descobrir a massa de cada rebuçado?”, dando a entender que não viam utilidade em escrever uma expressão com um valor desconhecido. Penso que na tarefa não deveria ter sido pedido a determinação do valor das massas de cada rebuçado e de cada esferográfica, e nessa situação, estou convicta que diminuiria a confusão e, eventualmente, apareceriam alunos que, pelos menos, se defrontariam com a questão de como representar um valor desconhecido.

4.2 – Dado o enunciado de um problema, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em traduzir o problema por uma equação?

Para dar resposta a esta questão do estudo baseei-me nas produções escritas obtidas quando os alunos estavam a realizar a questão (Q2) da tarefa 3 e as duas primeiras questões (Q1 e Q2) da tarefa realizada na entrevista, a seguir apresentadas.

2) Resolve cada um dos seguintes problemas, em seguida escreve uma equação que o traduza. E depois verifica que a solução do problema é solução da equação.

Problema A

Considera um rectângulo com 4 cm de largura. Sabendo que o seu perímetro é 20cm, calcula o seu comprimento.

Problema B

Pensei num número. De seguida subtrai-lhe 10 e depois multipliquei por 5. Obtive o número 25. Que numero pensei inicialmente?

Problema C

Pensei num número. Se seguida multipliquei-o por 5 e por fim somei-lhe 2. Obtive o número 32. Qual foi o número que pensei inicialmente?

Figura 11 – Enunciado da Q2 da Tarefa 3

1) Pensei num número, multipliquei-o por 2 e depois somei-lhe 7. Obtive o número 35. Escreve uma equação que traduza esta situação.

2) O comprimento de um rectângulo tem mais 3 cm do que a sua largura, e o seu perímetro é 26cm. Queremos calcular largura do rectângulo. Escreve uma equação que traduz este problema.

Figura 12 – Enunciado da Q1 e Q2 da Tarefa da Entrevista

No momento em que foi proposta, aos alunos, a questão Q2 da tarefa 3, já tinha sido introduzido o noção de equação e os alunos já tinham resolvido a primeira parte da tarefa com problemas de *pensei num número…* . De seguida apresento três tipos de resolução. Foram poucos os alunos que, nesta questão (Q2), conseguiram chegar a uma equação que traduzisse o enunciado proposto. Vejamos alguns casos:

Figura 13 – Resposta da Inês à Q2.A

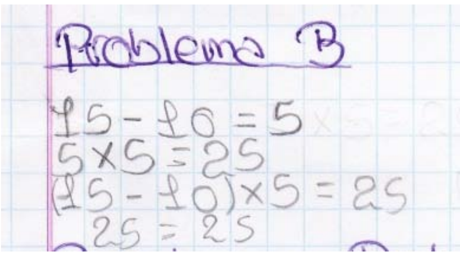


Figura 14 – Resposta da Diana à Q2.B

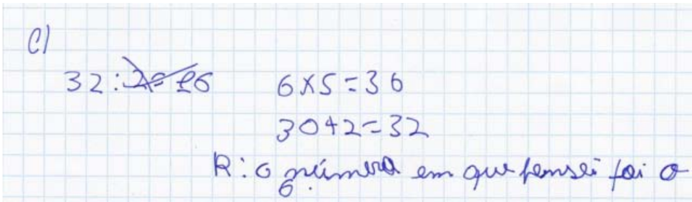


Figura 15 – Resposta do Pedro à Q2.C

Estes alunos foram capazes de resolver o problema usando um encadeamento de cálculos, contudo não escreveram nenhuma equação. Aparentemente, ainda não conseguem fazer a distinção entre uma expressão numérica e uma equação, e, sobretudo, valorizam a descoberta da resposta ao problema enunciado.

Nos dois casos que se seguem, os alunos revelam que já têm a noção de equação mas em vez de uma letra para representar a incógnita, recorrem a palavras:

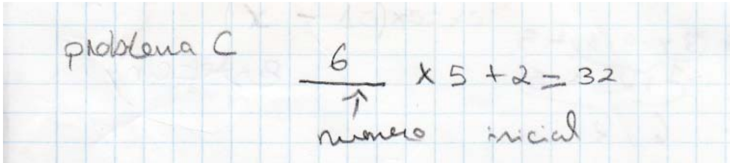


Figura 16 – Resposta da Joana à Q2.C

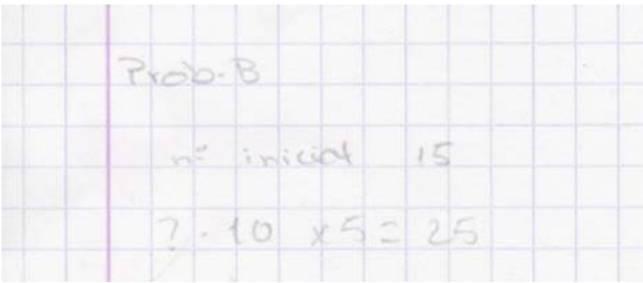


Figura 17 – Resposta do João à Q2.B

É de referir que, no caso da Joana esta dificuldade terá sido ultrapassada, pois quando lhe realizei a entrevista, a aluna, escreveu correctamente a equação pedida, como a seguir se indica:

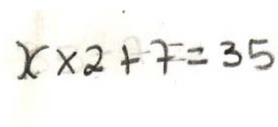


Figura 18 – Resposta da Joana à Q1

No casos dos restantes alunos que entrivestei, considero que não houve uma grande evolução, pois as dificuldades reveladas na entrevista eram do mesmo tipo que tinham sido reveladas ao longo das aulas.

No caso que aseguir apresento, a aluna usa uma equação para os problemas, B e C da questão Q2. Contudo as equações a que chegou não traduzem os problemas. No primeiro caso não usa os parêntises necessáerios na equação, no segundo caso resolve o problema numéricamente e em seguida numa das expressões usadas substitui um dos números por uma letra.

Figura 19 – Resposta da Filipa à Q2.B

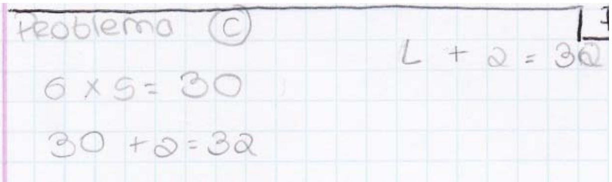


Figura 20 – Resposta da Filipa à Q2.C

Houve contudo alunos que corresponderam ao que era pedido, escrevendo uma equação que traduzia os enunciados dados. Pelo que observei das aulas e, pela análise das suas produções escritas e das entrevistas, estou convicta que a noção de equação ficou apropriada para estes alunos.

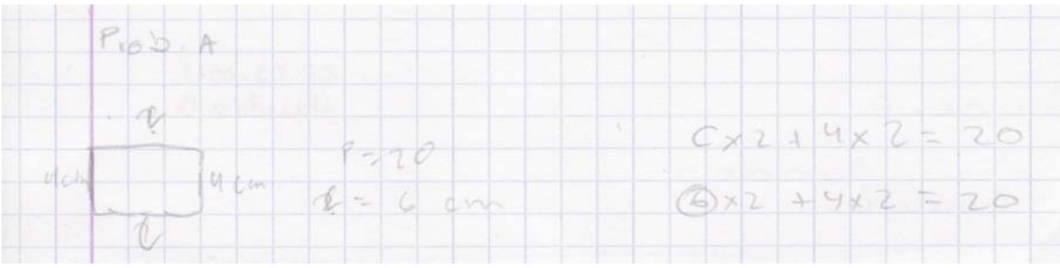


Figura 21 – Resposta do João à Q2.A

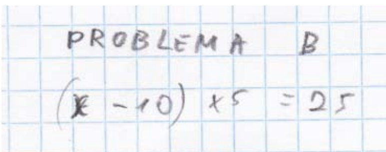


Figura 22 – Resposta do Paulo à Q2.B

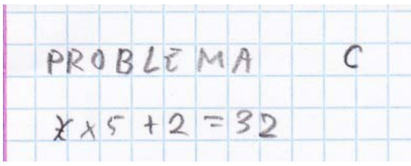


Figura 23 – Resposta do Paulo à Q2.C

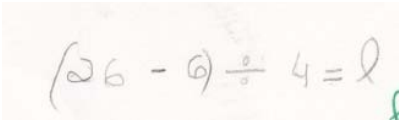


Figura 24 – Resposta da Beatriz à Q1

No caso dos problemas que envolvem rectângulos, todos os alunos fizeram o desenho de um rectângulo e escreveram os valores conhecidos na figura. Foi no entanto nestes problemas que os alunos revelaram mais dificuldades. Só uma aluna conseguiu escrever uma equação para o problema da entrevista, os outros três alunos não conseguiram perceber o enunciado proposto.

Desta análise resulta que fazer a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática constitui uma grande dificuldade para os alunos, a maioria deles não conseguiu traduzir o enunciado dos problemas propostos por uma equação.

4.3 – Dada uma equação, como procedem os alunos e que dificuldades revelam em formular um problema que possa ser traduzido pela equação dada?

Para encontrar uma resposta a esta questão do estudo, foquei a minha análise nas respostas dos alunos às questões (Q3) da tarefa 3 que propus em aula e da tarefa da entrevista:

3) Inventa um enunciado de um problema que corresponda a cada uma das seguintes equações.

a) $15\,x = 45$

b) $23 = 45 - x$

c) $0{,}75 + x = 1{,}10$

d) $6 = \frac{24}{x}$

Figura 25 – Enunciado da Q3 da Tarefa 3

3) Inventa um enunciado de um problema que corresponda à seguinte equação $7 + b = 40$.

Figura 26 – Enunciado da Q3 da Tarefa da Entrevista

É relevante referir o caso da Filipa que parece ainda não reconhecer a diferença entre uma afirmação e um enunciado de um problema, e, revela dificuldades na expressão escrita, situação que observei em outros alunos. Vejamos a resposta da Filipa:

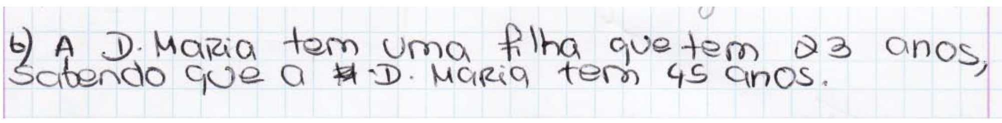

b) A D. Maria tem uma filha que tem 23 anos, Sabendo que a ~~#~~ D. Maria tem 45 anos.

Figura 27 – Resposta da Filipa à Q3.b

Esta aluna não consegue inventar um problema que possa ser traduzido por uma equação. Escreve apenas uma afirmação com os valores numéricos presentes na equação mas que não faz sentido.

A Bruna inventa um problema, a aluna inclui no enunciado todos os valores numéricos que tem ao seu dispor e, como pude constatar na discussão desta questão usa a palavra distribuíram no sentido equitativo:

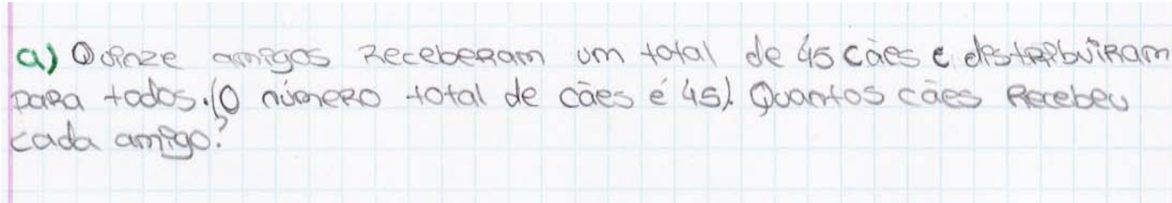

a) Os onze amigos Receberam um total de 45 cães e distribuiram para todos. (O número total de cães é 45) Quantos cães Recebeu cada amigo?

Figura 28 – Resposta da Bruna à Q3.a

No momento da discussão a aluna foi alertada para a necessidade de clarificar como os cães tinham sido distribuídos pelos amigos.

Na questão (Q3) da entrevista, a Beatriz respondeu da seguinte forma:

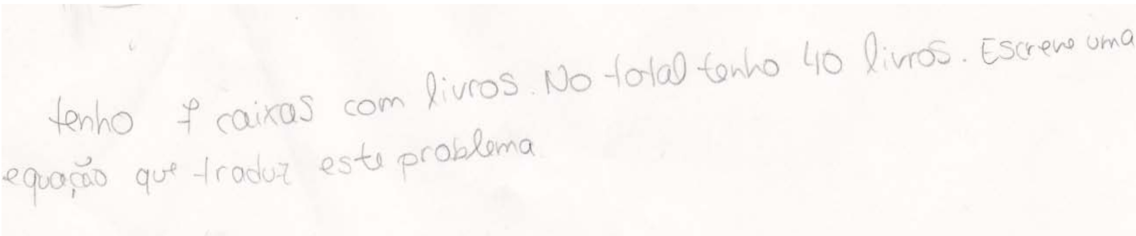

tenho 4 caixas com livros. No total tenho 40 livros. Escreve uma equação que traduz este problema

Figura 29 – Resposta da Beatriz à Q3

Quando ouvi a sua explicação para o problema que tinha inventado percebi que a Beatriz confundia a adição com a multiplicação. Verifiquei também que, a aluna, não percebia a diferença entre um enunciado de um problema e uma afirmação.

Para finalizar apresento alguns exemplos de problemas inventados pelo João, pelo Paulo, pelo António, pela Joana e pelo Diogo relativos às equações propostas:

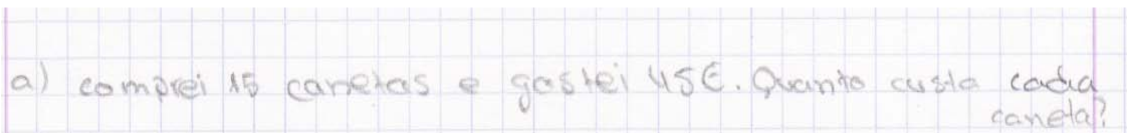
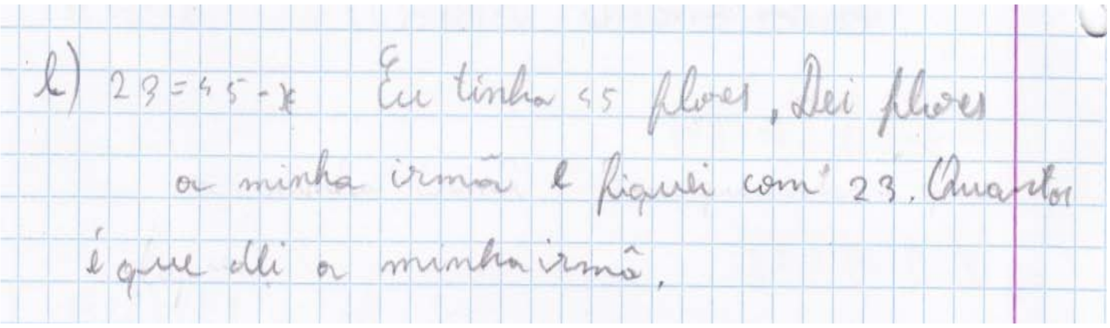
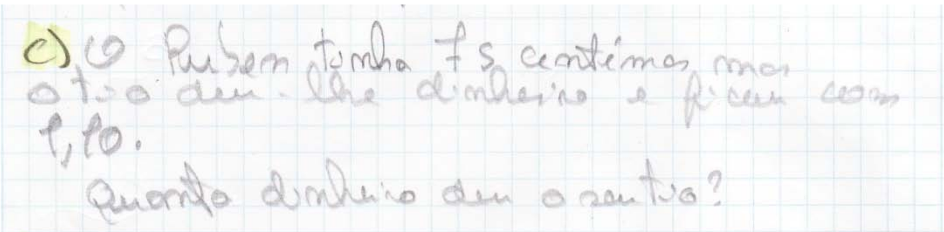

a) comprei 15 canetas e gastei 45€. Quanto custa cada caneta?

Figura 30 – Resposta do João à Q3.a



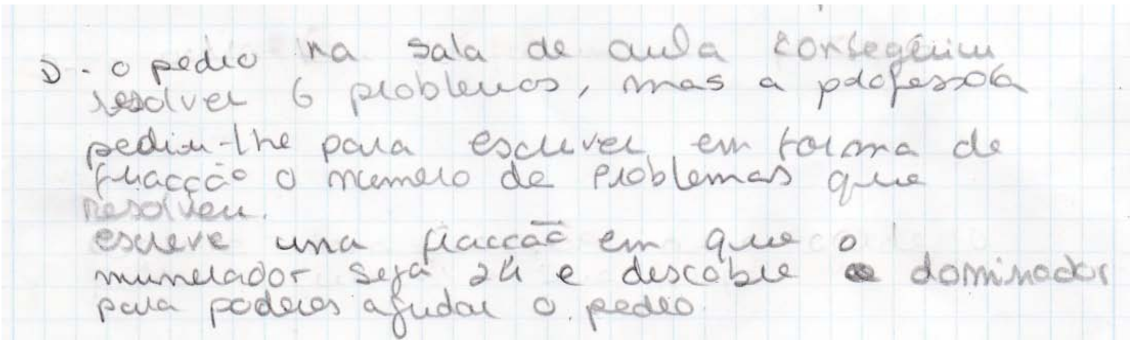
b) 23=45-x Eu tinha 45 flores, Dei flores a minha irmã e fiquei com 23. Quantas é que dei a minha irmã.

Figura 31 – Resposta do Paulo à Q3.b



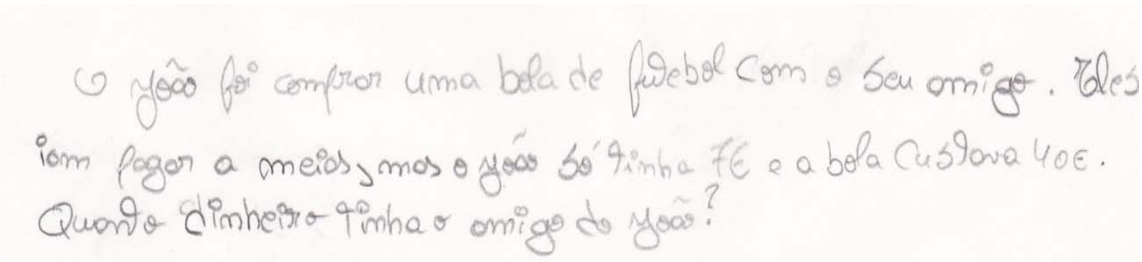
c) O Ruben tinha 75 cêntimos mas o tio deu-lhe dinheiro e ficou com 1,10.
Quanto dinheiro deu o tio?

Figura 32 – Resposta do António à Q3.c



d - o pedro na sala de aula conseguiu resolver 6 problemas, mas a professora pediu-lhe para escrever em forma de fracção o numero de problemas que resolveu.
escreve una fracção em que o numerador seja 24 e descobre o dominador para poderes ajudar o pedro.

Figura 33 – Resposta da Joana à Q3.d



O João foi comprar uma bola de futebol com o seu amigo. Eles iam pagar a meias, mas o João só tinha 7€ e a bola custava 40€.
Quanto dinheiro tinha o amigo do João?

Figura 34 – Resposta do Diogo à Q3

É de referir que estes cinco alunos conseguiram fazer correctamente a passagem da linguagem algébrica para a linguagem natural. Nas cinco resoluções os alunos recorrem a um contexto que lhes é familiar para inventar um enunciado de um problema que corresponda à equação dada.

Os alunos da turma até ao momento do estudo nunca tinham trabalhado com equações, este tema foi introduzido fazendo a analogia com as balanças de dois pratos em equilíbrio. Os problemas propostos antes da questão Q3 da tarefa 3 tinham sido problemas que envolviam rectângulos e problemas do tipo *pensei num número*…. É de reparar que, nenhum aluno inventou problemas desta natureza. Para os alunos o contexto do seu dia-a-dia é muito mais forte que o contexto puramente matemático.

Quando a questão Q3 da tarefa 3 foi proposta os alunos, estes mostraram muito interesse e entusiasmo, mas isso não significou que a conseguissem realizar com sucesso. A maior parte dos alunos fez a primeira alínea e não fez mais nenhuma. Um número significativo de alunos da turma perguntou-me: “stora se me disser o que é o *x* eu depois invento” o que sugere que os alunos estavam com dificuldade em atribuir um contexto a uma expressão puramente matemática.

A questão Q3 da tarefa 3 e Q3 da tarefa da entrevista eram as que tinham uma natureza mais aberta de todas as presentes nas tarefas, e foi essa a principal dificuldade revelada pelos alunos. Estes alunos não estão habituados a que lhes proponham questões com um grau de liberdade e abstracção elevado. A dificuldade revelada foi a passagem de algo muito abstracto, uma equação, para um episódio mais concreto, um enunciado de um problema.

Capítulo 5 – Reflexão

Os resultados do estudo revelam que os alunos apresentam dificuldades na linguagem natural, tanto ao nível oral como escrito. Este facto influência determinantemente a passagem, da linguagem natural, para a linguagem matemática. Se os alunos não conseguem perceber o enunciado de um problema como vão conseguir traduzi-lo por uma expressão matemática? Alguns alunos revelaram que não conseguem fazer a distinção entre uma afirmação e um enunciado de um problema. Como vão estes alunos conseguir inventar um enunciado de um problema que possa corresponder a uma dada equação?

Este trabalho veio reforçar a minha convicção em relação às tarefas. As tarefas propostas aos alunos influenciam fundamentalmente a sua aprendizagem, algumas vezes não conseguimos prever as suas dificuldades ao realizarem a tarefa, mas muitas vezes conseguimos prevê-las e temos que tomar decisões para as ultrapassar. Os professores antes de proporem uma tarefa aos alunos têm que olhar para a tarefa e interrogarem-se sobre ela. A mesma tarefa pode ser muito adequada para gerar um momento de aprendizagem numa turma e noutra turma pode ser inadequada para o desenvolvimento desses alunos.

Com a experiência lectiva, podemos cair no erro de deixar de olhar para as produções dos alunos de forma interrogativa. Ao olharmos temos que nos questionar. Não podemos deixar que as nossas crenças nos influenciem. Que estratégia foi utilizada? Que dificuldades sentiram os alunos? Quais os erros cometidos?

A realização deste trabalho contribuiu fortemente para enriquecer o meu património enquanto professora.

Referências

Canavarro, A. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante, 6(2)*, 81-118.

Departamento de Educação Básica (DEB) (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: ME/DEB.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.

Passos, I. & Correia, O. (2010). *Matemática em acção 7*. Lisboa: Lisboa Editora

Ponte, J. (2004). As equações nos manuais escolares. *Revista Brasileira de Historia da Matemática, 4(8)*, 149-170

Ponte, J., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC-ME.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Simões, E. Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC-ME.

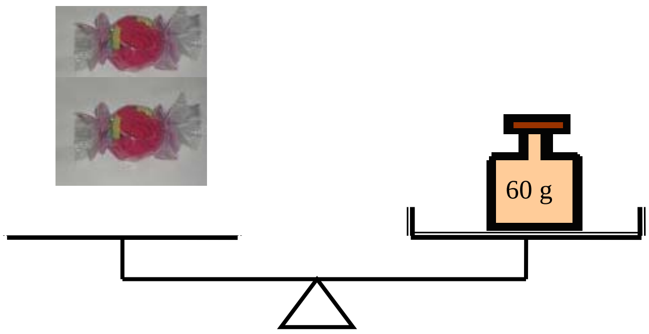
Professores das turmas piloto do 7.º ano de escolaridade (2009). *Equações: materiais de apoio ao professor. Tarefas para o 3.º ciclo – 7.º ano*. Lisboa: DGIDC-ME.

Anexos

Anexos I

Tarefa 1 – Balanças

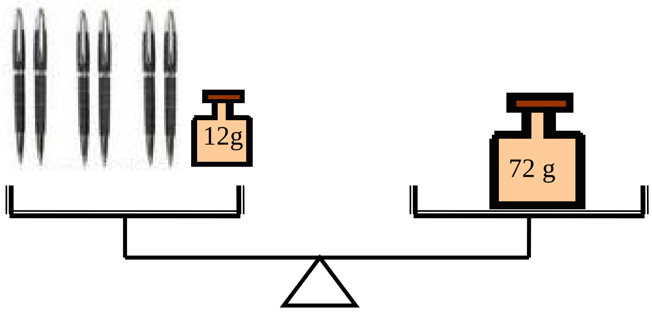
1. Na figura seguinte está uma balança em equilíbrio. Em que no prato da esquerda estão dois rebuçados iguais e no prato da direita está uma massa de 60g.



a) Qual é a massa de cada rebuçado?

b) Escreve uma expressão que represente a situação.

2. Na figura seguinte está uma balança em equilíbrio. Em que no prato da esquerda estão seis esferográficas iguais e uma massa de 12g e no prato da direita está uma massa de 72g.



a) Qual é a massa de cada esferográfica?

b) Escreve uma expressão que represente a situação.

3. Desenha uma balança em equilíbrio que tenha um livro e uma massa de 50g no prato esquerdo e no prato direito uma massa de 330g.

a) Determina a massa do livro?

b) Traduz em linguagem matemática a situação descrita neste enunciado.

4. Numa balança em equilíbrio estão 4 lápis num dos pratos e no outro estão 2 lápis e uma massa de 80 g.

Traduz a situação por uma expressão matemática.

5. Imagina que tens uma balança de pratos como as consideradas nas questões anteriores. A balança está em equilíbrio e a equação $60 = b + 20$ traduz esse equilíbrio. Escreve o que deveria estar em cada prato da balança de modo a que corresponda à equação dada.

6. Imagina que tens uma balança de pratos como as consideradas nas questões anteriores. A balança está em equilíbrio e a equação $10 + 5 = c + 50$ traduz esse equilíbrio. Escreve o que deveria estar em cada prato da balança de modo a que corresponda à equação dada.

Anexo II

Tarefa 2 – Exercícios do Manual

2 Das seguintes expressões com variáveis, indica as que são expressões algébricas e as que são equações:

(A) $5-3x$

(B) $4-x=0$

(C) $a+b-3$

(D) $a+b=4$

(E) $5c=10$

3 Para cada uma das seguintes equações,

(A) $10-x=-5$

(B) $3x-1=4x+5-2x$

(C) $0=-2a+4$

(D) $-7+b=3-b$

indica:

a) a incógnita.

b) o 1.º e o 2.º membros.

c) os termos sem incógnita.

d) os termos com incógnita.

e) os termos do 1.º membro.

f) os termos do 2.º membro.

4 Verifica se algum dos números, $\frac{2}{3}$ ou -1, é solução da equação:

$$3x+5=2$$

6 Actividade Resolver uma equação por tentativas

Procura a solução da equação $2x+1=3{,}5$.

Podes proceder por tentativas:

- Será $x=1$? $2\times1+1=3{,}5$

  $3=3{,}5$ é **falso**.

  Logo, 1 é demasiado pequeno.

- Será $x=2$?

Continua a tentar até descobrires a solução.

Anexo III

Tarefa 3 – Problemas e equações

1) Para cada um das situações seguintes sublinha a equação que lhe corresponde.

Situação A

Se a um número tirarmos 18, obtemos 3 unidades.

$$x + 18 = 3$$
$$x - 18 = 3$$
$$x - 18 = 3x$$

Situação B

Se a um número adicionarmos o seu triplo obtemos 18 unidades.

$$x + 3x = 18$$
$$x + 3 = 18$$
$$x + 3x = 18x$$

Situação C

A soma de um número com 18 unidades é igual ao seu triplo

$$x + 3x = 18$$
$$x + 18 = 3x$$
$$x + 3x = 18x$$

Situação D

Se multiplicarmos um número por 3 e tirarmos 18 unidades ao resultado, obtemos o próprio número.

$$x - 18 = 3x$$
$$3x - 18 = 3x$$
$$3x - 18 = x$$

2) Resolve cada um dos seguintes problemas, em seguida escreve uma equação que o traduza. E depois verifica que a solução do problema é solução da equação.

Problema A

Considera um rectângulo com 4 cm de largura. Sabendo que o seu perímetro é 20cm, calcula o seu comprimento.

Problema B

Pensei num número. De seguida subtrai-lhe 10 e depois multipliquei por 5. Obtive o número 25. Que numero pensei inicialmente?

Problema C

Pensei num número. Se seguida multipliquei-o por 5 e por fim somei-lhe 2. Obtive o número 32. Qual foi o número que pensei inicialmente?

3) Inventa um enunciado de um problema que corresponda a cada uma das seguintes equações.

a) $15\,x = 45$

b) $23 = 45 - x$

c) $0{,}75 + x = 1{,}10$

d) $6 = \frac{24}{x}$

Anexo IV

Tarefa – Entrevista

1) Pensei num número, multipliquei-o por 2 e depois somei-lhe 7. Obtive o número 35. Escreve uma equação que traduza esta situação.

2) O comprimento de um rectângulo tem mais 3 cm do que a sua largura, e o seu perímetro é 26cm. Queremos calcular largura do rectângulo. Escreve uma equação que traduz este problema.

3) Inventa um enunciado de um problema que corresponda à seguinte equação
$7 + b = 40$

Anexo V

Planificação das cinco aulas

<table>
<tr><th>5 Aulas previstas</th><th>Tópico</th><th>Objectivos específicos</th><th>Notas</th><th>Tarefas</th></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="2">Equações

• Equações do 1.º grau
a uma incógnita</td><td rowspan="2">✓ Compreender as noções de equação e de solução ou raiz de uma equação

✓ Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema.

✓ Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</td><td>Os alunos devem:
- relacionar os significados de “membro” e “termo”, e de “incógnita” e “solução” de uma equação;
- distinguir “expressão algébrica” e “equação”</td><td>• Tarefa 1 – “Balanças”

• Tarefa 2 – Exercícios do manual:
Página 67 exercícios 2 e 3
Página 68 exercícios 4

• TPC – pagina 69, actividade 6</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Propor a resolução de equações simples de forma intuitiva

Os alunos devem:
- traduzir problemas em linguagem simbólica e resolver esses problemas através de equações.

- inventar um enunciado de um problema que corresponde a uma equação dada e verificar se a solução do problema é a solução da equação</td><td>Tarefa 3
“Problemas e equações”</td></tr>
</table>