Discussões coletivas no ensino-aprendizagem da Matemática[1]

João Pedro da Ponte
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Resumo. Este capítulo aborda o tema das discussões coletivas na sala de aula, uma atividade que tem vindo a merecer a atenção crescente de investigadores e professores de Matemática. Começa por passar em revista o modo como este tema surge já nos anos 80 em diversos trabalhos de educação matemática e como é encarado nos documentos curriculares. De seguida, apresenta diversas investigações marcantes a respeito das discussões bem como recomendações para a prática profissional dos professores. Apresenta, ainda, resultados de investigações recentes realizadas no nosso país, tendo em vista saber o que está implicado no processo de conduzir regularmente discussões matemáticas na sala de aula. Finalmente, em dois apêndices, apresenta elementos que podem ser úteis ao professor que pretende realizar discussões matemáticas nas suas aulas.

Introdução

Um exemplo clássico de uma discussão matemática é a aula ficcionada de Irme Lakatos (1978), no seu livro *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*, onde os alunos Alfa, Beta e Gama e o próprio professor apresentam conjeturas, argumentos, contraexemplos, novas conjeturas e novos contraexemplos, provando e refutando afirmações sobre poliedros. No centro da discussão está o célebre teorema que relaciona o número de faces, vértices e arestas (F + V = A + 2), conhecido como "fórmula de Euler", mas cuja descoberta inicial se atribui a Descartes, e que teve uma história atribulada com diversas demonstrações sucessivamente propostas e rejeitadas por uma ou por outra razão. Um dos grandes problemas subjacente a esta discussão é a própria definição de "poliedro", questão que se revela muito mais complexa do que pode parecer à primeira vista. Diversos aspetos problemáticos desta definição são usados como ponto de partida para a refutação das afirmações feitas pelos diversos intervenientes. Por sua vez, cada refutação leva à formulação de uma nova definição. Lakatos pretende mostrar que o modo como o novo conhecimento matemático se foi constituindo ao longo da história pode ser representado por uma discussão, com intervenções contraditórias de muitos matemáticos, demorando por vezes bastante tempo até que os conceitos se estabilizem e as teorias sejam finalmente aceites e acebem por parecer consensuais.[2]

[1] Versão preliminar de um capítulo de um livro coletivo do GTI em preparação. Este trabalho foi financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/0989311/2008).

[2] Na verdade, esta consensualidade é muitas vezes mais aparente do que real, como mostram Davis e Hersh (2000), apresentando as divergências muitas vezes profundas que os matemáticos têm sobre os mais variados assuntos.

Um outro exemplo de uma discussão matemática, desta vez com base em aulas reais, é dado pelo trabalho de Magdalene Lampert (1990), que mostra como os alunos do 5.º ano podem apresentar as suas resoluções e justificar os seus raciocínios em questões envolvendo potências. As aulas descritas por esta autora contêm exemplos muito interessantes, que ilustram como os alunos são capazes de argumentar e contra-argumentar em termos matemáticos, nomeadamente quando são criadas certas condições na sala de aula, e isto tem repercussões altamente significativas na sua aprendizagem.

Naturalmente, coloca-se a questão de saber em que medida uma aula como a que apresentam Lakatos e Lampert é de realização viável no nosso sistema educativo, com os nossos programas, os nossos alunos e os nossos professores e, caso afirmativo, em que condições. A onda atual do *back to basics* que domina em Portugal não poderia ser mais adversa a este tipo de atividade. Na verdade, para o *back to basics* ela é uma pura perda de tempo – o que conta é apenas a exposição correta dos conceitos e a prática capaz de conduzir rapidamente à memorização acrítica e à mecanização. No entanto, tanto a investigação como a prática profissional mostram como momentos de discussão são essenciais para a compreensão matemática por parte dos alunos e os professores podem e devem promovê-los sempre que considerem apropriado. Passada a onda do *back to basics*, os momentos de discussão voltarão certamente a ver reconhecida toda a sua importância nos documentos curriculares para o ensino-aprendizagem da Matemática, e os professores precisam de estar preparados para os concretizar da melhor maneira na sua sala de aula. Assim, o objetivo deste capítulo é apresentar o "estado da arte" em relação às discussões matemáticas, com referência sobretudo à investigação internacional, mas sem esquecer a investigação realizada no nosso país.

As discussões matemáticas nos documentos curriculares

Maria Gabriela Bartolini Bussi (1998), que assume uma perspetiva declaradamente inspirada em Vygotsky, oferece-nos a seguinte caraterização de uma discussão matemática:

> Uma discussão matemática é um tipo especial de interação que pode ter lugar em aulas de Matemática. Uma discussão matemática é concebida como uma polifonia de vozes articuladas sobre um objeto matemático que é um dos motivos para a atividade de ensino-aprendizagem . . . Uma forma de discussão matemática é o debate científico que é introduzido e orquestrado pelo professor num objeto matemático comum para alcançar uma conclusão partilhada sobre o objeto do debate. Nesta situação, o professor exprime uma voz que representa a cultura matemática. A perspetiva sobre o objeto que é introduzida pelo professor é geralmente diferente das perspetivas introduzidas pelos alunos. (p. 68)

Na verdade, a valorização dos momentos de discussão no ensino da Matemática já constituía uma ideia forte do documento de orientação curricular inglês *Mathematics Counts*, conhecido por *Relatório Cockcroft* (1982), que teve grande influência internacional na década de 1980:

> O termo 'discussão' significa mais do que breves perguntas e respostas que surgem durante a exposição feita pelo professor . . . A capacidade de 'dizer o que se está efetivamente a pensar e significar o que se está efetivamente a dizer' ('*say what you mean and mean what you say*') deve ser um dos resultados do bom ensino da Matemática. Essa capacidade desenvolve-se como resultado de se ter oportunidade para falar sobre Matemática, para explicar e discutir os resultados obtidos e para testar hipóteses. Além disso, muitos dos diferentes temas que existem na Matemática no ensino primário e secundário devem ser apresentados e desenvolvidos de modo a serem vistos como inter-relacionados. Os alunos necessitam de ajuda explícita, que só pode ser dada por discussões alargadas, para estabelecerem essas relações; até mesmo os alunos com alto desempenho matemático não fazem isso facilmente por si mesmos. (p. 72)

Com uma ou outra *nuance*, a perspetiva sobre as discussões na aula de Matemática apresentada por Bartolini Bussi tende a estar subjacente a muitos documentos curriculares atuais que valorizam a importância deste momento de trabalho na sala de aula. É o que acontece, por exemplo, com os *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2000), onde se lê, por exemplo:

> As ações dos professores são o que incentiva os alunos a pensar, questionar, resolver problemas e discutir as suas ideias, estratégias e soluções. O professor é responsável por criar um ambiente intelectual, onde o pensamento matemático sério é a norma . . . São incentivadas a discussão e a colaboração dos alunos? Espera-se que os alunos justifiquem seu pensamento? Se se quer que os alunos aprendam a fazer conjeturas, experimentem diversas abordagens para resolver problemas, construam argumentos matemáticos e respondam aos argumentos dos outros, então, a criação de um ambiente que promova esses tipos de atividades é essencial. (p. 18)
>
> Os alunos que estão envolvidos em discussões onde justificam soluções – especialmente em caso de desacordo – ganharão uma melhor compreensão matemática na medida em que trabalham para convencer os pares acerca de diferentes pontos de vista. (p. 60)

Em Portugal, também o *Programa de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2007) atribuía uma grande importância à realização de discussões matemáticas na sala de aula:

> Para além da realização das tarefas propriamente ditas, o ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações matemáticas. Ouvir e praticar são atividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer, o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem. (pp. 8-9)

Aliás, deve reconhecer-se que o interesse atual que se regista entre nós pelas discussões matemáticas resulta em grande medida do trabalho feito em torno deste programa, em especial nos materiais de apoio (alguns dos quais fazem uma menção explícita à importância das discussões coletivas) e na sua experimentação na sala de aula.

Diferentes propósitos e tipos de discussões

Seria interessante estudar, do ponto de vista histórico, quando começou a afirmar-se a importância das discussões coletivas no ensino da Matemática. Um exemplo muito referido é o célebre diálogo de Platão (1992), onde Sócrates conduz o escravo Meno à descoberta do modo como duplicar a área de um quadrado. No entanto, esse não é um bom exemplo de uma discussão: um dos intervenientes (Sócrates) sabe perfeitamente onde quer que o outro (Meno) chegue e conduz todo o diálogo de modo direto para esse objetivo, sem deixar qualquer margem de iniciativa ao seu interlocutor. Existe uma clara assimetria de papéis. O contraste com a discussão de Lakatos não podia ser mais forte, pois neste último caso os intervenientes não só estão ao mesmo nível, como mudam frequentemente de posição, tal como acontece em muitas discussões reais em que os participantes estão genuinamente à procura de perceber coletivamente algo muito complexo.

Uma aula em que os alunos trabalham em tarefas matemáticas pode ser naturalmente organizada em três momentos – introdução, trabalho autónomo dos alunos e discussão coletiva. É o que nos indicam Christiansen e Walther (1986) num trabalho onde apresentam as ideias fundamentais da chamada "Teoria da Atividade" desenvolvida por educadores soviéticos:

> Uma fase de sistematização (*summing-up*) e de reflexão com toda a turma . . . É um meio indispensável para assegurar um grau apropriado de aprendizagem partilhada, de uso comum da linguagem e dos símbolos, de negociações sobre o papel e o potencial do trabalho realizado e da sua relação com tarefas anteriores. (p. 293)

Em Portugal, nos anos recentes, esta organização da aula de Matemática em três momentos é descrita num capítulo de um livro anterior do GTI (Ponte, 2005) e tem ganho ultimamente grande visibilidade. No entanto, podem existir momentos de discussão em aulas organizadas de outro modo e com diferentes propósitos. Por exemplo, Bartolini Bussi (1991) descreve um projeto, iniciado em 1986, cujo título era *Mathematical Discussion in Primary School*. A autora refere que a investigação começou a partir de um problema sentido por todos os professores: a necessidade de gerir atividades com toda a turma que, numa perspetiva vygotskiana, procurou encarar como interações ao nível da sala de aula:

> ... Estávamos especialmente interessados em discussões matemáticas . . . Ou seja, conversação intencional (*purposeful talk*) num assunto matemático em que existem contribuições genuínas dos alunos e interação. O objetivo principal do projeto é verificar as possibilidades e os limites das discussões matemáticas orquestradas pelo professor no ensino primário. O desenvolvimento de estratégias para gerir as discussões tem vindo a ocorrer como um subproduto relevante do projeto. (p. 9)

Bartolini Bussi (1991) distingue entre diferentes tipos de discussões. Em primeiro lugar, a *discussão de matematização* ou *discussão de um problema*, originada por um texto ou problema aberto que possa ser modelado através de conceitos e procedimentos matemáticos. Segundo indica, esta discussão pode ser uma resolução de um problema de modo coletivo por toda a turma, ou pode ser uma discussão de balanço, ou seja, uma avaliação coletiva das estratégias usadas pelos alunos no seu trabalho prévio individual ou de grupo. Em segundo lugar, refere a *discussão de conceptualização* ou *de tecelagem* que pode ser originada numa questão provocadora como “O que é um número?” ou “O que é um gráfico?” Esta discussão é usada para ajudar os alunos a construir ou enriquecer o seu significado sobre de conceito matemático já previamente usado possivelmente de modo apenas instrumental, de modo a torna-lo numa ferramenta para resolver problemas. Finalmente, em terceiro lugar, refere a *meta-discussão* que tem origem no propósito de negociar normas de interação, avaliar a tarefa ou a própria discussão, ou mesmo avaliar toda a sequência didática.

Num trabalho mais recente, Henning, McKeny, Foley e Balong (2012) consideram igualmente que podem existir diferentes tipos de discussões coletivas e estudam os seus propósitos e características. Assim, nas discussões de enquadramento (*framing discussions*) o objetivo é introduzir um novo assunto (conceito, procedimento), sendo elevado o potencial para a participação dos alunos. Nas discussões conceptuais (*conceptual discussions*), o objetivo é introduzir e promover a aquisição de novos conceitos matemáticos e os termos a eles associados, sendo usualmente mais dirigidas pelos professores. Finalmente, nas discussões de aplicação (*application discussions*), há de novo a expetativa de um elevado nível de participação dos alunos, sendo o seu objetivo envolvê-los na discussão de conceitos recentemente aprendidos tendo em atenção o modo como são aplicados em diferentes contextos, desenvolver competência estratégica e o raciocínio dos alunos e avaliar a sua capacidade de usarem os conceitos em diferentes contextos.

No estudo que Henning et al. (2012) realizaram com um professor do 7.º ano concluíram que nas discussões de enquadramento o professor fornecia mais encorajamento e menos orientação e fazia muito menos ações discursivas visando diretamente o ensino (*noninstructional discourse moves*), em comparação com as ações discursivas que usava nos outros tipos de discussões. O tempo médio de duração destas discussões era de cerca de 23 minutos. Para estes autores as discussões conceptuais tinham a proporção mais elevada de ações guiadas de seguimento por parte do professor (*teacher-guided follow-up moves*). Estas discussões tinham também o número mais reduzido de respostas de confirmação, sugerindo que neste caso o professor tende a aceitar menos respostas divergentes. Finalmente, o número de ações discursivas visando diretamente o ensino é muito mais elevado, o que, na perspetiva dos autores, sugere que as discussões conceptuais são mais complicadas de gerir. Em média, estas discussões eram mais um pouco longas que as de enquadramento, tendo uma duração aproximada de 27 minutos.

Finalmente, as discussões de enquadramento eram menos guiadas que as discussões conceptuais, com uma percentagem de ações guiadas de seguimento do professor (16,2%) idêntica às discussões de enquadramento. As discussões de aplicação tinham também o número mais elevado de comentários relacionados com ações discursivas não instrucionais, o que os autores interpretam como uma indicação da complexidade em gerir este tipo de discussões (25,6%). Estas discussões eram as mais longas de todas, tendo em média uma duração aproximada de 64 minutos.

Pelo seu lado, Jackson, Garrison, Wilson, Gibbons e Shahan (2013) dão especial atenção aos momentos de discussão que podem ter lugar no início da aula, na fase de introdução de uma tarefa. Os autores investigaram as relações entre a proposta de tarefas com elevado nível de desafio (a que chamam *complex tasks*) e as oportunidades de aprendizagem proporcionadas por discussões coletivas no final da aula, no 2.º e 3.º ciclos do ensino básico (*middle school*). Para o efeito, fizeram um estudo em larga escala com 165 professores de Matemática deste nível de ensino que incidiu sobre o modo como eles introduziam as tarefas e o modo como essa introdução se relacionava com a natureza das oportunidades dos alunos para aprenderem Matemática na discussão coletiva que tinha lugar no final da aula. Os autores concluíram que a fase de introdução deste tipo de tarefas é crucial no ensino da Matemática neste nível de escolaridade. Nas suas conclusões indicam que as oportunidades de aprendizagem dos alunos são maiores nas aulas em que o nível cognitivo da tarefa foi mantido nessa fase inicial e em que havia cuidado em desenvolver uma linguagem comum com todos os alunos, tanto para descrever o contexto da tarefa a realizar como as relações matemáticas específicas da tarefa. Num outro artigo resultante da mesma investigação, Jackson, Shahan, Gibbons e Cobb (2012), sublinham que o professor deve discutir os aspetos-chave do contexto, em especial aqueles que podem não ser familiares para os alunos. Em segundo lugar, o professor deve discutir ideias matemáticas importantes, tendo no entanto, atenção para não sugerir diretamente métodos ou procedimentos a usar para resolver a tarefa. Em terceiro lugar, deve desenvolver uma linguagem comum para descrever os aspetos-chave relacionados com a resolução matemática das tarefas. Finalmente, deve manter o nível cognitivo da tarefa. Além disso, acrescentam que, para começar, é preciso que os objetivos de aprendizagem pretendidos com a realização da tarefa sejam claros e sejam adequados aos alunos a quem a tarefa é proposta.

Existe uma considerável semelhança entre as discussões de enquadramento de Henning et al. (2012) e pelo menos algumas das discussões de matematização de Bartolini Bussi (1991). Pelo seu lado, o momento que Jackson et al. (2012, 2013) analisam constituem sobretudo uma fase introdutória ao trabalho a realizar em seguida. Em qualquer dos casos, estes estudos mostram que não se deve limitar o momento de discussão a um único tipo de aula. Pelo contrário, existe uma grande variedade de possíveis momentos de discussão numa aula de Matemática, que poderão ser usados pelo professor, de forma flexível, de modo a conseguir os melhores resultados para a aprendizagem dos seus alunos.

Aspetos salientes das discussões matemáticas

Nos anos recentes, tem vindo a ser dada grande atenção ao trabalho do professor na condução de discussões matemáticas. Assim, refletindo sobre o modo como as discussões matemáticas têm sido encaradas na literatura de educação matemática, Mary Kay Stein, Randi Engle, Margaret Smith e Elizabeth Hughes (2008), reportando-se à situação nos Estados Unidos da América nos anos de 1990, indicam que existia então uma certa indefinição acerca do papel do professor. A ênfase era colocada em tarefas de nível cognitivo elevado, encorajavam-se as interações entre os alunos, sublinhava-se a importância do professor os ouvir atentamente, colocar questões que os levassem a explicar o seu pensamento e criar normas que os ajudassem a perceber que as suas contribuições são valorizadas. No entanto, segundo as autoras, era muito comum a ideia de que o professor devia assumir um papel apagado, dirigindo o menos possível o trabalho dos alunos. Havia também a ideia que era desejável a maior diversidade possível de ideias e soluções, sem atender necessariamente à sua qualidade e articulação. Na sua perspetiva, num momento posterior, o foco passou a estar no uso do trabalho dos alunos como ponto de partida para a realização de discussões coletivas. O aspeto central da prática do professor passou a ser dar forma às ideias incompletas e frequentemente mal formuladas dos alunos de modo a transformá-las em ideias matemáticas mais precisas e poderosas. O modo como isso pode ser concretizado tem vindo a ser cada vez melhor compreendido tendo em conta os trabalhos de diversos autores.

Explorar desacordos (*Terry Wood*)

Colocando-se numa perspetiva curricular exploratória (que designa por *inquiry mathematics*) em que se colocam desafios aos alunos e estes são chamados a responder justificando os seus raciocínios, Terry Wood (1999) evidencia o potencial de aprendizagem na exploração de desacordos. A autora descreve como um "desafio" uma afirmação ou questão discordante sobre uma dada explicação e indica que as situações de desacordo seguem o seguinte padrão geral:

> 1. Uma criança indica uma explicação da sua solução para o problema.
> 2. Um desafio é formulado por um ouvinte que discorda da solução apresentada. Aquele que desafia pode dizer ou não a razão do seu desacordo.
> 3. A criança inicial oferece uma justificação da sua explicação.
> 4. Neste ponto, aquele que desafia pode aceitar a explicação ou pode continuar a discordar oferecendo uma explicação adicional ou fundamentação para a sua posição.
> 5. A criança inicial continua a oferecer justificações adicionais da sua solução.
> 6. Este processo continua e outros ouvintes por vezes contribuem numa tentativa de resolver a contradição.
> 7. A troca continua até que os membros da aula (incluindo o professor) considerem que o desacordo foi resolvido. (p. 179)

Wood (1999) sublinha o papel dos alunos na construção de significados partilhados e em examinar o raciocínio dos outros, valorizando o processo de justificação. Debruça-se ainda sobre o papel do professor na criação deste contexto de trabalho, indicando a importância do professor estabelecer a expetativa que os alunos apresentem o seu pensamento e soluções aos colegas e, muito especialmente, que saibam prestar atenção aos outros. Na verdade, a exploração de desacordos constitui um aspeto muito importante das discussões matemáticas, colocando-se naturalmente a questão de saber como promover o seu surgimento, especialmente em alunos que evidenciam grandes dificuldades de comunicação, bem como o modo de articular essa exploração com outros aspetos das discussões matemáticas. O trabalho desta autora incide sobretudo nos processos de justificação, essenciais no raciocínio dedutivo, sendo necessário dar também atenção aos processos de generalização, através dos quais se formulam conjeturas que são depois passíveis de teste e justificação, e que são fundamentais nos raciocínios indutivo e abdutivo.

Visar a harmonia na tríade de ensino (*Potari e Jaworski*)

O estudo realizado por Despira Potari e Barbara Jaworski (2002) visa compreender a complexidade do ensino da Matemática a nível secundário tendo sido realizado em parceria com dois professores de duas escolas do Reino Unido. Na base deste estudo está a noção de "tríade de ensino", que é usada como dispositivo analítico (pelas investigadoras) e como ferramenta para o desenvolvimento de ensino reflexivo (pelos professores). O foco da análise inclui as interações entre professor e alunos em toda a turma e também o trabalho em pequeno grupo.

A tríade é composta de três elementos, a gestão da aprendizagem, a sensibilidade aos alunos e o desafio matemático. A gestão da aprendizagem descreve o papel do professor na constituição do ambiente de aprendizagem de sala de aula pelo professor e alunos. Inclui a organização de grupos, o planeamento das tarefas, a definição de normas e aspetos semelhantes. A sensibilidade aos alunos descreve o conhecimento que o professor tem a seu respeito, a atenção que dá às suas necessidades, os modos como interage com eles individualmente e como orienta o trabalho dos grupos. O desafio matemático descreve os desafios colocados aos alunos para promover a atividade e o pensamento matemático. Isto inclui as tarefas propostas, as questões colocadas e a ênfase em processos metacognitivos. As autoras consideram estes três domínios intimamente interligados e interdependentes.

Potari e Jaworski (2002) consideram que o grande objetivo do professor é conseguir harmonia entre os três aspetos da tríade. Apresentam o caso de uma professora que procura oferecer usualmente aos seus alunos um elevado grau de desafio matemático. Numa dada situação que exemplifica esta relação harmoniosa, esta professora, através da sua gestão da aprendizagem cria um ambiente em que a sensibilidade ao aluno atua tanto no campo afetivo como no cognitivo de modo a colocar um desafio apropriado às necessidades e pensamento dos alunos. Noutra situação, a mesma professora "sente-se no palco, oferecendo uma mão, e puxando por eles..." (p. 367). Esta situação é apresentada como indicando falta de equilíbrio entre as dimensões cognitiva e afetiva da sensibilidade aos alunos e a dimensão cognitiva em falta reflete uma falta de desafio correspondente. As investigadoras conjeturaram que as preocupações da professora com a gestão do tempo foram um fator importante nas suas decisões, o que foi confirmado em conversas posteriores. A professora indicou ainda sentir que alguns alunos tinham muitas dificuldades e quis ser sensível às suas necessidades mais gerais. Além disso, mostra uma grande preocupação com a autoestima dos alunos, e as investigadoras consideram que isto resultou neste caso em sensibilidade que é efetiva no domínio afetivo mas não no domínio cognitivo, representando uma forte diminuição no nível de desafio matemático.

É interessante registar que um quadro de análise que tem alguns pontos de contato com este é apresentado por Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1998) que apresentam três ações fundamentais por parte do professor: desafiar, apoiar e avaliar (que apresentam no sentido de recolha de informações sobre o que o aluno está a compreender). Na verdade, a ação de desafiar é comum aos dois trabalhos, a sensibilidade aos alunos aproxima-se de apoiar e avaliar (embora a sensibilidade aos alunos inclua também aspetos do campo afetivo), sendo a gestão da aprendizagem um aspeto explícito em Potari e Jaworski (2002) que só aparece implicitamente em Ponte et al. (1998). É de notar que, desde a altura em que estes estudos foram feitos, a investigação sobre a noção de desafio matemático não tem tido o desenvolvimento que seria de esperar, constituindo por isso um campo suscetível de aprofundamento.

Procurar o equilíbrio entre o processo e o conteúdo do discurso de sala de aula (*Sherin*)

Num trabalho que se foca na discussão coletiva na sala de aula, tendo por base situações onde os alunos se envolvem ativamente em trabalho matemático, Miriam Sherin (2002) estuda a tensão que o professor experiencia ao procurar usar ideias dos alunos como ponto de partida para as discussões, ao mesmo tempo que procura garantir que estas são matematicamente produtivas. Esta tensão tem origem na procura do ponto de equilíbrio entre a criação de um ambiente de sala de aula aberto às ideias dos alunos e de um ambiente que permita a aprendizagem de conteúdos matemáticos específicos.

O estudo é feito a partir da prática de um professor do 8.º ano. A autora indica que a tensão entre procurar conduzir um processo de ensino centrado no discurso matemático do aluno e, ao mesmo tempo, promover discussões com conteúdo matemático significativo não é facilmente resolvida pelo professor. Ao longo do ano escolar, o professor vai mudando a sua ênfase entre valorizar o processo centrado no discurso do aluno e valorizar o conteúdo matemático do discurso de sala de aula. Por vezes, o professor consegue equilibrar esses dois objetivos contraditórios, "filtrando" o discurso da sala de aula. Para isso, segue uma sequência de quatro momentos: (i) apresentação de ideias, (ii) comparação e avaliação dessas ideias, (iii) filtragem, e (iv) discurso elaborado. Assim, o professor começa por solicitar aos alunos várias ideias para servir de base ao processo de desenvolvimento do discurso matemático centrado no aluno. Os alunos são então incentivados a elaborar o seu pensamento e a comparar e avaliar as suas ideias com as ideias já sugeridas por alunos anteriores. Então, para trazer o conteúdo ao de cima, o professor filtra as ideias, focando a atenção dos alunos apenas numa parte das ideias matemáticas levantadas. Finalmente, o professor incentiva de novo o discurso centrando no aluno sobre essas ideias, mantendo assim um equilíbrio entre processo e conteúdo.

Conduzir com flexibilidade uma discussão matemática (*Leikin e Dinur*)

Roza Leikin e Satriga Dinur (2007) realizaram um estudo em que se debruçam sobre a flexibilidade do professor na condução de uma discussão matemática. Neste estudo participa uma professora do 7.º ano, com seis anos de experiência, que leciona uma turma de alunos com desempenho médio e elevado. A análise incide em situações de discussão em que a professora tem que mudar o seu plano de acordo com as respostas imprevistas dos alunos. O seu objetivo é caracterizar situações em que a professora é flexível ou inflexível nas suas interações com alunos, descrevendo os fatores que afetaram a sua flexibilidade.

As autoras sugerem um modelo com quatro situações básicas de flexibilidade do professor (*basic patterns of teacher flexibility*). As três primeiras categorias – resultados diferentes, estratégias diferentes, sequência diferente – dizem respeito a aspetos essencialmente matemáticos da tarefa. A quarta categoria, de âmbito diferente, surge no caso em que questões, conjeturas e dificuldades que o professor considera de um âmbito mais alargado do que o inicialmente planeado – assume uma natureza essencialmente didática. Na sua perspetiva, existem situações em que a melhor decisão do professor é ser flexível, outras em que é ser inflexível.

Leikin e Dinur (2007) apresentam ainda um modelo sobre os fatores que afetam a flexibilidade da professora, alguns dos quais são de ordem preliminar (já existiam antes da situação ocorrer) e que incluem as noções de ordem matemática como correção, soluções/estratégias múltiplas, demonstração, definição e explicação, bem como noções de ordem didática como a valorização de focar uma discussão numa resposta incorreta e a importância de ouvir os alunos, e ainda a valorização de conhecimento sistémico ou de orientações políticas e curriculares. Outros fatores revelam-se no momento e incluem por um lado a identificação de novas ideias matemáticas ou erros dos alunos, compreender a linguagem dos alunos e identificar uma situação de aula prometedora e, por outro lado, reações afetivas negativas (confusão, receio) ou positivas (curiosidade, autoconfiança). As autoras discutem ainda a relação entre estes fatores, incluindo a sua diversidade, reciprocidade (incluindo a influência múltipla) e intencionalidade (ou seja, a inflexibilidade pode ser ou não intencional). As autoras concluem que o seu modelo pode servir para "avançar o debate na tensão fundamental entre os resultados desejados do ensino e a promoção do pensamento independente do aluno, ajudando a encontrar um equilíbrio apropriado para uma aprendizagem eficaz" (p. 346), bem como para servir de base a atividades de formação de professores.

Preparar uma discussão matemática (*Stein, Engle, Smith e Hughes*)

Stein et al. (2008) sublinham que uma discussão matemática produtiva tem duas caraterísticas marcantes: (i) apoiar-se no pensamento dos alunos; e (ii) avançar ideias matemáticas importantes. Sublinham a complexidade do trabalho do professor na condução de discussões matemáticas, apontando que as estratégias dos alunos são frequentemente muito diferentes umas das outras e largamente imprevisíveis. Indicam, também, que cabe ao professor dar coerência às ideias dispersas dos alunos, enquadrando-as no conhecimento matemático socialmente estabelecido. Apresentam então um modelo que designam de "cinco práticas fundamentais" a usar pelos professores na preparação e realização de discussões matemáticas: antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões entre respostas dos alunos. Ao mesmo tempo, consideram ser necessário articular duas normas fundamentais relativamente aos alunos – valorizar a sua autoridade e promover a sua responsabilização. Tendo em vista ajudar os professores a conduzir discussões, as autoras procuram deliberadamente retirar a ênfase dos aspetos de improvisação, valorizando no seu lugar os aspetos que podem ser antecipadamente planeados, o que representa um contributo significativo para a preparação de discussões matemáticas produtivas na sala de aula. No entanto, podem apontar-se diversas limitações ao seu modelo na medida em que este não destaca a importância de aspetos-chave das discussões como a exploração de erros e desacordos entre os alunos, nem valoriza os aspetos ligados às representações e ao raciocínio, centrando-se essencialmente nas conexões. Além disso, este modelo não ajuda a identificar situações potencialmente problemáticas durante uma discussão, indicando possíveis modos de atuar em função dos objetivos curriculares e das caraterísticas dos alunos.

Ações e dilemas do professor na condução de discussões matemáticas

São vários os autores que se debruçam sobre as ações e os dilemas do professor na condução de discussões matemáticas. Assim, Kenneth Ruthven, Rikka Hofmann e Neil Mercer

(2011) centram a sua atenção na discussão coletiva que tem lugar depois da realização de uma tarefa pela turma em pequenos grupos. Começam por definir uma abordagem dialógica como aquela que assume "de modo sério diferentes pontos de vista . . . Encorajando os alunos a falar de modo exploratório, o que apoia o desenvolvimento da compreensão" (p. 4-81). Retomando a sequência triádica usual do discurso do ensino IRA (Iniciação pelo professor, Resposta pelo aluno e Avaliação pelo professor), sugerem que esta não é necessariamente incompatível com a comunicação dialógica, considerando que "promover o discurso interativo, multívoco e dialógico depende de se usar a sequência triádica de formas particulares, tais como mudando da avaliação autoritária no [passo 3] para a promoção de mais reflexão e argumentação" (p. 4-82).

Analisando um episódio de sala de aula, os autores mostram como uma questão da professora dá origem a vários pontos de vista na turma, que são depois expressos de modo mais pormenorizado. Neste quadro, indicam que "as intervenções da professora servem predominantemente para apoiar os alunos na sua articulação do pensamento matemático e para levar estrategicamente a turma a relacionar esse pensamento com exemplos, princípios, ou ferramentas já previamente encontrados" (p. 4-87). Como indicam, já anteriormente a professora "tinha antecipado que uma representação particular do problema poderia apoiar uma discussão produtiva" (p. 4-87). Relatam depois que, "Uma vez que contribuições sucessivas de vários alunos não conduziram a uma formulação persuasiva do ponto de vista matemático convencional, a professora originou uma sequência em que ela entra na discussão" (p. 4-87). Finalmente, os autores concluem que a introdução da representação pela professora "originou contribuições dos alunos que lhe permitem reverter para a posição distanciada usual na professora. Do mesmo modo, nas sequências iniciadas pelos alunos, as suas intervenções servem predominantemente para extrair (*elicit*), redizer (*revoice*) e dinamizar (*interanimate*) as contribuições dos alunos e limitar estrategicamente e focar a discussão" (p. 4-88).

Num trabalho centrado nas ações de 18 professores do 1.º ano considerados muito competentes, Fraivillig, Murphy e Fuson (1999) procuram saber como estes professores usam materiais curriculares inovadores (alinhados com os *Standards* do NCTM) e procuram caraterizar as suas ações de ensino (*instructional moves*) quando prestam atenção ao pensamento dos alunos. Desenvolvem assim um quadro para as ações de ensino do professor que inclui ações de apoiar (*supporting*), extrair (*eliciting*) e ampliar (*extending*). Nas ações de apoiar os professores procuram ajudar os alunos a resolver problemas que se situam dentro das suas capacidades cognitivas. Em apoiar incluem ações como redizer e registar o pensamento do aluno, fornecer informações básicas e pedir a um aluno diferente para reformular ou elaborar a solução de um colega. Com as ações de extrair procuram criar oportunidades para os alunos expressarem o seu pensamento matemático, por exemplo, pedindo diferentes soluções para um problema e aguardando o tempo necessário para incentivar as respostas. Finalmente, com as ações de ampliar procuram levar os alunos a ir além das suas estratégias de solução individuais, pedindo-lhes, por exemplo, para experimentar métodos de solução alternativos e encorajando-os a fazer generalizações envolvendo vários conceitos.

Numa investigação posterior, realizada com 6 professores do 1.º e 4.º ano, Cengiz, Kline e Grant (2011) procuram aprofundar este quadro de análise, caracterizando melhor os diferentes tipos de ações de ensino. Deste modo, consideram que as ações de apoiar incluem interpretar uma afirmação ou observação, recordar aos alunos os objetivos da discussão, do problema ou outra informação, repetir uma afirmação, registar o pensamento dos alunos e introduzir um novo contexto ou uma nova representação. Pelo seu lado, nas ações de ampliar incluíram aspetos como o convite aos alunos para avaliarem uma afirmação ou uma observação, apresentarem um raciocínio para fundamentar uma afirmação ou método de solução, compararem diferentes métodos de resolução, usarem o mesmo método num novo problema, ou apresentarem argumento contrário a uma dada afirmação. Os autores procuraram ainda estudar de que modo a realização destas ações se relaciona com o conhecimento profissional do professor.

Debruçando-se igualmente sobre os momentos de discussão coletiva na aula de Matemática, Karin Brodie (2010) oferece um quadro de análise relativo às ações do professor (*teacher moves*) em resposta a diferentes tipos de contribuições dos alunos, tendo em vista o desenvolvimento do seu raciocínio. Na sua perspetiva, o nível de raciocínio matemático dos alunos está estreitamente relacionado com a estrutura das tarefas propostas (em que destaca a realização de procedimentos com compreensão), com as ações do professor e com a compreensão dos alunos. A autora classifica as contribuições dos alunos em respostas parciais, respostas completas e respostas que vão além da tarefa e classifica os erros dos alunos em erros básicos, erros apropriados e erros por falta de informação. Relativamente às intervenções do professor em resposta aos alunos (*follow-up*), destaca duas que podem servir para promover ou estender o seu raciocínio matemático: questionar, em que o professor procura obter nova informação dos alunos, e pressionar (*press*), em que procura levar os alunos a elaborar ou reforçar as suas ideias. A autora identifica um conjunto de ações do professor para controlar a trajetória da discussão matemática, nomeadamente inserir (uma ideia, solução ou ligação), manter uma contribuição (focando ou reforçando a atenção) e confirmar (o significado de uma contribuição de um aluno).

Brodie (2010) aponta ainda dois dilemas que surgem com frequência nas discussões, um relativo ao modo de ligar os alunos ao assunto e outro relativo ao facto de se trabalhar simultaneamente com indivíduos e grupos. Aponta, ainda, outros problemas como a possível resistência dos alunos à participação nas discussões e a criação de oportunidades para proporcionar clareza e significado (*sense making*) nas discussões da sala de aula. O seu trabalho chama a atenção para diversas dificuldades que os professores podem sentir na condução de discussões matemáticas, relacionadas em especial com as características dos alunos, sendo necessário perceber melhor as intervenções substantivas que o professor pode realizar, e em que momentos, tendo em vista promover o raciocínio dos alunos.

A condução de discussões matemáticas como aspeto da prática do professor

Em Portugal, o ensino-aprendizagem exploratório (Ponte, 2005) tem vindo a merecer uma atenção especial. Nesta abordagem, os alunos trabalham em tarefas para as quais não têm um método de solução imediata, o que cria oportunidades para construir ou aprofundar a sua compreensão de conceitos, procedimentos, representações e ideias matemáticas. Deste modo, os alunos desempenhem um papel ativo na interpretação das questões propostas, na representação da informação dada e na conceção e concretização de estratégias de resolução. Além disso, são chamados a apresentar e justificar as suas resoluções perante os colegas e o professor. Tarefas de exploração, de investigação e problemas, todos eles podem ser úteis neste tipo de ensino-aprendizagem. Esta abordagem conduz, naturalmente, à valorização do modelo da aula em três fases, começando pela introdução da tarefa, passando pelo trabalho autónomo dos alunos e culminando na discussão coletiva, com apresentação e confronto de resultados e estratégias e uma sistematização das principais ideias a reter. Deste modo, no quadro do ensino-aprendizagem exploratório a prática do professor na condução de discussões coletivas merece uma atenção especial.

A prática profissional do professor pode ser encarada como uma atividade (Ponte, Quaresma & Branco, 2012), composta por uma sequência de ações e orientada para um certo objetivo. Nos pontos anteriores foram apresentados diversos exemplos de classificações das ações do professor durante os momentos de discussão coletiva sugeridos na literatura internacional. Pelo seu lado, Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2012) propõem um sistema de categorias que começa por distinguir as ações que têm sobretudo a ver com a gestão das situações de aprendizagem e as ações diretamente relacionadas com os tópicos e processos matemáticos. No que se refere a estas últimas distinguem entre *convidar* (que proporciona o envolvimento inicial dos alunos num dado segmento da discussão), *apoiar/guiar* (para promover a continuação do envolvimento dos alunos na resolução de um problema já iniciado, conduzindo-os de modo explícito ou discreto), *desafiar* (colocando os alunos perante questões matemáticas significativas ou pedindo-lhes justificação para as suas afirmações) e *informar/sugerir* (para introduzir informação, proporcionar argumentos, ou validar respostas dos alunos). Como referem os autores, este modelo apoia-se em trabalhos anteriores, dando particular atenção às ações que visam iniciar ou apoiar a atividade dos alunos (tal como em Cengiz, Kline & Grant, 2011) e às ações de natureza desafiante (tal como em Potari & Jaworski, 2002).

Estas categorias, associadas à segmentação da atividade que se desenrola na sala de aula em unidades marcadas por um objetivo bem definido, permitiram a identificação de diversos problemas com que o professor se confronta frequentemente no decurso da condução de discussões. Para além dos problemas, há também oportunidades que surgem, por vezes de forma inesperada, e que o professor deve ser capaz de tirar o melhor partido tendo em vista promover a aprendizagem dos seus alunos. Os problemas e oportunidades identificados em aulas do 2.º e 3.º ciclo por Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), Carvalho e Ponte (2013) e Quaresma e Ponte (2013) podem ser organizados em três grandes áreas (ver uma sistematização na Tabela 1).

Tabela 1. Problemas e oportunidades de aprendizagem no decurso de uma discussão matemática

1. Como gerir a situação de ensino-aprendizagem?	2. Como aproveitar as oportunidades que surgem para promover aprendizagens?	3. Como lidar com situações problemáticas no decurso de uma discussão?
1.1. Como introduzir um novo assunto? 1.2. Após algum trabalho já realizado pelos alunos, quando dar início à discussão coletiva? 1.3. Como fazer o convite aos alunos para iniciar uma discussão? 1.4. Como selecionar um aluno para dar início à discussão? 1.5. O que fazer quando os alunos não respondem ao convite? 1.6. Como lidar com um aluno que não consegue progredir na resolução? 1.7. Qual o foco a dar à discussão? 1.8. Como lidar com uma pergunta inesperada de um aluno?	2.1. Como introduzir novas representações? 2.2. Como introduzir novos conceitos? 2.3. Como introduzir novos procedimentos? 2.4. Como promover o raciocínio do aluno? 2.5. Como explorar conexões entre aspetos matemáticos entre si e entre esses aspetos e aspetos do contexto a partir das respostas já produzidas pelos alunos? 2.6. Como promover avaliações e reflexões de natureza geral sobre o trabalho realizado?	3.1. Como promover a compreensão global (interpretação de termos desconhecidos, interpretação do sentido global) de uma tarefa? 3.2. Como promover a compreensão local, de um aspeto específico da tarefa? 3.3. O que fazer com uma resolução inesperada (correta) de um aluno? 3.4. O que fazer com uma resolução inesperada (incorreta) de um aluno? 3.5. Como promover/gerir situações de desacordo? 3.6. O que fazer quando o aluno tem dificuldade em explicar o seu raciocínio/resolução perante a turma?

1.9. Quando terminar uma exploração?		

Em primeiro lugar temos a gestão da situação de ensino-aprendizagem. É um aspeto que está sempre presente, embora possa colocar problemas mais complexos num ou noutro ponto, sobretudo se os alunos estiverem desconcentrados ou empenhados em tornar a vida difícil ao professor. Esta gestão envolve principalmente quatro facetas: organizar e envolver os alunos no trabalho, dar continuidade à dinâmica de trabalho, encerrar um ciclo de atividade e lidar com situações inesperadas. Os principais recursos que o professor tem neste campo são a proposta de tarefas matematicamente interessantes e a criação de contextos de ensino-aprendizagem estimulantes, sendo também necessária muita paciência e autodomínio. No entanto, em termos gerais, a gestão da situação de ensino-aprendizagem tende a colocar em segundo plano os aspetos específicos relativos ao ensino da Matemática – problemas de gestão semelhantes poderão ocorrer em muitas outras disciplinas, com soluções muito semelhantes.

Em segundo lugar, coloca-se a questão de saber como aproveitar as oportunidades que surgem para promover as aprendizagens dos alunos. É neste ponto que os objetivos de aprendizagem (que devem estar previamente definidos com clareza) desempenham um papel fundamental. Cabe ao professor encontrar formas de introduzir, explorar e revisitar representações, conceitos e procedimentos, promover o raciocínio dos alunos, explorar conexões entre diferentes aspetos da Matemática e entre diferentes aspetos da Matemática e situações contextualizadas, bem como promover avaliações e reflexões de natureza geral sobre o trabalho realizado. Como vimos, uma das formas mais produtivas de promover o raciocínio dos alunos, e também a sua compreensão de conceitos, representações e procedimentos é justamente a exploração de situações de desacordo (tal como indica Wood, 1999). Ser capaz de criar situações propícias a estas aprendizagens e tirar partido das situações que surgem de modo imprevisto (a ideia de *noticing* de John Mason, 2002) é um aspeto essencial do trabalho do professor na condução de discussões coletivas.

Em terceiro lugar surgem as dificuldades que podem surgir por parte dos alunos durante a resolução da tarefa. Uma dessas dificuldades está por vezes na compreensão da tarefa, colocando o professor perante a necessidade de promover a sua interpretação. Esta dificuldade pode ter a sua origem na incompreensão global da situação proposta ou, de um modo mais específico, na interpretação de um termo, símbolo ou outro elemento desconhecido. Impõe-se aqui ao professor a necessidade de ajudar os alunos a interpretar a situação (tal como recomendam Jackson et al., 2012, 2013), sem, contudo, dar pistas excessivas que diminuam o nível cognitivo da tarefa proposta.

Outras situações problemáticas relacionadas com as dificuldades dos alunos podem surgir no decurso de uma discussão. Por exemplo, os alunos podem bloquear no seu raciocínio e não conseguir formular uma estratégia para lidar com um dado problema. Uma vez que o aluno compreenda a tarefa em termos globais e os diversos termos presentes no seu enunciado, a sua resolução depende de ser capaz de representar devidamente a situação proposta e identificar conceitos e procedimentos que possam ser mobilizados de modo produtivo, usando uma estratégia apropriada. Deve ser o aluno a fazer essa identificação, mas cabe ao professor ajudá-lo nesse sentido, tendo em conta a natureza da dificuldade do aluno, e sem esquecer que não cabe ao professor resolver-lhe todas as dificuldades. Ocorrem também situações problemáticas quando um aluno introduz um elemento imprevisto na aula muito distante do plano inicial do professor, tornando difícil a este avaliar em que medida vale a pena explorar esse elemento, ou deixá-lo, eventualmente, para consideração posterior. Esse elemento imprevisto tanto pode ser uma oportunidade para um momento de ensino-aprendizagem rico e produtivo, como pode ser um fator de dispersão, sem interesse para os alunos e para a agenda de ensino do professor. Tomar a decisão de aproveitar ou não essa oportunidade envolve um risco que o professor tem de assumir durante a discussão tendo em conta a sua perceção de possíveis vantagens e custos.

Finalmente, um tipo de situação problemática muito comum resulta da dificuldade evidenciada por um aluno em explicar o seu raciocínio ou a sua resolução perante a turma. Trata-se de um problema particularmente recorrente em aulas com alunos de fraco nível de desempenho, que têm habitualmente grande dificuldade de expressão oral. O professor tem de dar grande atenção ao aluno para perceber o modo como este está a pensar e ajudá-lo a fazer uma formulação oral matematicamente aceitável e compreensível para os colegas. Mas, ao fazê-lo, não deve perder de vista os restantes alunos. Os cortes e desvios na sequência do discurso coletivo da sala de aula levam a maioria dos alunos a distrair-se, tornando a discussão pouco produtiva. Deste modo, nestas situações, o professor tem de ser capaz de atender a dois objetivos contraditórios – dar atenção ao aluno, ajudando-o a clarificar o seu pensamento e manter os restantes alunos da turma envolvidos na discussão, solicitando também a sua intervenção, de modo a manter o ritmo de desenvolvimento da atividade na sala de aula.

Discussões coletivas na formação de professores

Na formação de professores também podem ser organizadas situações de discussão sobre questões matemáticas e didáticas. Michelle Chamberlin (2005) propôs-se estudar, de um ponto de vista das interações sociais, as discussões por realizadas pelos professores sobre o pensamento dos alunos. O seu estudo tinha assim uma dupla finalidade: examinar atentamente interpretações coletivas dos professores sobre o pensar dos seus alunos e os processos sociais que ocorreram durante as discussões por eles realizadas. Participaram 7 professores do 6.º, 7.º e 8.º anos. Os professores, no âmbito de um processo de formação, discutiram o trabalho dos seus alunos em cinco tarefas de modelação (*model-eliciting activities*). Trata-se de tarefas não rotineiras que pediam "aos alunos para interpretar matematicamente uma situação complexa do mundo real e requeria a formulação de uma descrição, procedimento ou método matemático (por exemplo, um modelo) tendo em vista tomar uma decisão para um possível cliente" (p. 144).

Chamberlin (2005) identificou quatro tipos principais de cadeias de interação entre os professores nas 27 mini-investigações realizadas: (a) *cadeia de contribuições*, seja acrescentando elementos, seja mostrando diferenças, ou terminando a cadeia (18 ocorrências); (b) *cadeia de procura de terminologia*, que tipicamente consistia em indicar uma capacidade matemática (*skill*) para resolver a tarefa, seguido de ciclos em que os professores propunham e consideravam terminologia para expressar essas ideias (4 ocorrências); (c) *cadeia iniciada por uma questão*, e que consistia em se formular uma questão, seguida depois por uma série de respostas e comentários adicionais (4 ocorrências); (d) *cadeia de desafio,* consistindo num desafio, uma explicação do desafio, uma contra-explicação e, eventualmente, um acordo (1 ocorrência). A autora considera que a cadeia de contribuições forneceu um meio para a partilha de perspetivas diversas por parte dos professores sobre o pensamento dos alunos. Estas contribuições levaram a uma compreensão mais profunda sobre o pensamento dos alunos, incluindo diferenças de pensamento no seio dos alunos e uma visão mais profunda dos aspetos matemáticos no pensamento dos alunos. Em segundo lugar, a cadeia de procura de terminologia levou os professores a esclarecer as suas ideias sobre aspetos da complexidade matemática associadas às tarefas de modelação e a desenvolver uma linguagem comum. Além disso, a autora considera que os professores fizeram poucas cadeias de desafio uma vez que estas representam uma interação social mais complexa do que as anteriores, exigindo o estabelecimento de normas de justificação que, não tendo sido estabelecidas, levam os participantes a sentir-se desconfortáveis. Na sua perspetiva, o desenvolvimento de tais interações exigiria um esforço explícito de desenvolvimento por parte do programa de formação, o que não chegou a acontecer. A autora sublinha que a identificação das complexidades matemáticas por parte dos professores permitiu-lhes identificar problemas concetuais e também os ajudou a identificar conceitos em que os alunos tinham dificuldades, proporcionando aos professores um conhecimento do pensamento dos seus alunos importante para os ajudar a avançar na sua aprendizagem.

A concluir

Tendo em vista apoiar o trabalho dos professores, o NCTM tem vindo a publicar no seu sítio na internet o que designa de *Research Briefs*, pequenos textos com recomendações resultantes da investigação realizada em educação matemática. Dois desses textos, ambos elaborados por Michelle Cirillo (2013), dizem respeito às discussões matemáticas. Um desses textos (apresentado na Tabela 2) contém diversas recomendações para a condução de discussões na sala de aula, muitas das quais relacionadas com aspetos referidos em pontos anteriores.

Tabela 2. Recomendações do NCTM para a condução de discussões coletivas (Cirillo, 2013).

1. Atender à cultura sala de aula.
2. Escolher tarefas matemáticas com alto nível cognitivo (tarefas desafiantes).
3. Antecipar as estratégias que os alunos podem usar para resolver as tarefas e monitorizar o seu trabalho.
4. Permitir que o pensamento dos alunos dê forma às discussões.
5. Examinar e planear perguntas.
6. Ser estratégico sobre "apresentar" nova informação.
7. Explorar soluções incorretas.
8. Selecionar e sequenciar as ideias para serem partilhadas na discussão.
9. Usar as ações discursivas do professor (*teacher discourse moves*) para fazer a Matemática progredir.
10. Estabelecer conexões e resumir a discussão. (p. 1)

Verificamos que a realização de discussões matemáticas para promover a aprendizagem merece desde há muito a atenção dos investigadores em educação matemática. Vemos, também, que as discussões podem servir uma variedade de objetivos de aprendizagem e surgir no quadro de diversos formatos de aula, para além do bem conhecido formato da aula em "três fases" (Christiansen e Walther, 1986; Ponte, 2005). Além disso, assinalamos diversos aspetos a ter em atenção na preparação das discussões como antecipar, monitorizar, selecionar e sequenciar (Stein et al., 2008)) e também na sua condução com sequências de apresentação de ideias, comparação e avaliação, filtragem, e discurso elaborado (Sherin, 2002) e explorando desacordos (Wood, 1999). Vemos como a articulação de diferentes tipos de ações como convidar, apoiar/guiar, desafiar e informar/sugerir (Ponte et al. (2013), visando a harmonia da tríade de ensino (Potari e Jaworski, 2002), equilibrando a participação dos alunos e a atenção aos conteúdos matemáticos (Sherin, 2002), e sendo criterioso relativamente ao modo como segue ou não o plano previsto (Leikin e Dinur, 2007). Vemos também as dificuldades que podem surgir ao professor, relacionadas com a gestão da situação de aprendizagem, com o modo de aproveitar as oportunidades que surgem para promover a aprendizagem e com a forma de lidar com as dificuldades dos alunos (na introdução da tarefa e na apresentação de estratégias e resoluções). Vemos ainda como as discussões podem ser usadas na sala de aula para promover a aprendizagem dos alunos e também em contexto de formação de professores (Chamberlin, 2005).

A realização de discussões coletivas pode servir diversos objetivos de aprendizagem, mas é particularmente poderosa no âmbito de um ensino de natureza exploratória, onde os alunos têm um papel importante na construção do conhecimento matemático. Deve ter-se em atenção que a realização de discussões coletivas numa turma habituada a trabalhar num registo tradicional requer uma aprendizagem por parte dos alunos. Para que tal aconteça pode ser necessário um trabalho continuado e persistente por parte do professor. Quando isso é conseguido, os resultados em termos de aprendizagem, em especial no que se refere aos processos matemáticos mais avançados como o raciocínio e a resolução de problemas, manifestam-se com clareza.

Referências

Bartolini Bussi, M. (1991). *Social interaction and mathematical knowledge.* Proceedings of the 15th International Conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. I, pp. 1-16). Assis, Itália.

Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian analysis. In H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi & A. Sierpinska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.

Brodie, K. (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. New York, NY: Springer.

Carvalho, R., & Ponte, J. P. (2013). Prática profisisonal para a promoção do cálculo mental na sala de aula: Uma experiência no 6.º ano. *Quadrante, 22*(2), 83-108.

Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students’ mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*, 355–374.

Chamberlin, M. T. (2005). Teachers' discussions of students' thinking: Meeting the challenge of attending to students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(2), 141-170.

Cirillo, M. (2013). What are some strategies for facilitating productive classroom discussions? Retirado de http://www.nctm.org.

Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.

Fraivillig, J. L., Murphy, L. A., & Fuson, K. C. (1999). Advancing children’s mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 148-170.

Henning, J. E., McKeny, T., Foley, G. D., & Balong, M. (2012). Mathematics discussions by design: Creating opportunities for purposeful participation. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*, 453-479.

Jackson, K., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L., & Shahan, E. C. (2013). Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in middle-grades mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education, 44*(4), 646-682.

Jackson, K. J., Shahan, E. C., Gibbons, L. K., & Cobb, P. (2012). Lauching complex tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(1), 24-29.

Lakatos, I. (1978). *A lógica do descobrimento matemático: Provas e refutações* (Tradução J. Worral & E. Zahar). Rio de Janeiro: Zahar.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-62.

Leikin, R., & Dinur, S. (2007). Teacher flexibility in mathematical discussion. *Journal of Mathematical Behavior, 26*, 328-348

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge.

Platão (1992). *Ménon*. Lisboa: Colibri.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante, 22*(2), 55-81.

Ponte, J. P., Oliveira, H., Brunheira, L., Varandas, J. M., & Ferreira, C. (1998). O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante, 7*(2), 41-70.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances en Investigación en Educación Matemática, 1*, 65-86.

Potari, D., & Jaworski, B. (2002). Tackling complexity in mathematics teaching development: Using the teaching triad as a tool for reflection and analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*, 351-380.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2013). A condução de discussões matemáticas como vertente da prática profissional do professor. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, J. Tinoco & F. Viseu (Eds.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 385-298). Braga: APM.

Rota, S., & Leikin, R. (2002). Development of mathematics teachers' proficiency in discussion orchestrations. In A. D. Cokburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of PMR 26* (Vol. 4, pp. 137-145). Norwich, England.

Ruthven, K., Hofmann, R., & Mercer, N. (2011). A dialogic approach to plenary problem synthesis. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. Vol. 4, pp. 81-88). Ankara, Turkey: PME.

Sherin, M. G. (2002). A balancing act: Developing a discourse community in the mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 205-232.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*, 313-340.

Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 171-191.